ASAL BILEŞEN ANALIZI
VE BIR UYGULAMA DENEMESI

HASAN DURUCASU

Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Istatistik Anabilim Dalında
YÜKSEK LISANS TEZI
Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman : Doç.Dr. A.Fuat Yüzer

Temmuz-1991

37

ASAL BILEŞEN ANALIZI
VE BIR UYGULAMA DENEMESI

HASAN DURUCASU

Yüksek Lisans Tezi
İstatistik Anabilim Dalı
1991

Hasan Durucasu'nun "YÜKSEK LISANS" tezi olarak hazırladığı "Asal Bileşen Analizi ve Bir Uygulama Denemesi" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

.25./.7./1991

üye : Öğr. Gr. Dr. Embiya Ağaoğlu

üye : Doç. Dr. Ali Fuat Yüzer

üye : Prof. Dr. Neclâ Çömlekçi

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 31 TEMMUZ 1991 gün ve 281-8 sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Rüstem Kaya
Enstitü Müdürü

ÖZET

Faktörleme tekniklerinden asal bileşen analizinin ele alındığı bu çalışmada, ilk olarak faktör analizinin çok değişkenli istatistik teknikler içindeki yeri konu edilmiştir.
Faktör analizi hakkında genel bilgilerin aktarılmasından sonra, asal bileşen tekniğinin matematik yapısı ayrıntılı biçimde açıklanmıştır.
Asal bileşen analizinin uygulaması, AET ülkelerine ilişkin veriler üzerinde paket program kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

ABSTRACT

In this study, Principal Component Analysis which is one of the factoring techniques has been examined .
First, place of the factor analysis in the multi-variate statistical techniques has been subjected.
After describing general information on factor analysis, mathematical structure of principal components has been discussed in detail.
Application of the principal component analysis has been realized by using the program package on the data related to EEC countries.

İÇİNDEKİLER

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
ASAL BİLEŞEN ANALİZİ

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
UYGULAMA DENEMESİ

TABLOLAR

ŞEKİLLER

KISALTMALAR

A.g.k. : Adı geçen kaynak

bkz. : Bakınız

Çev. : Çeviren(ler)

ŞUNUŞ

Günümüzde yığın veri üzerinde yapılan araştırmalarda geniş kullanım alanı bulan faktör analizi, temelde veri indirgeme teknikleri bütünüdür.

Son yıllarda özellikle sosyal bilimler araştırmalarında giderek artan bir biçimde faktör analizinden yararlanma, günümüz yüksek hızlı bilgisayarları için geliştirilmiş kullanıma hazır paket programlardan kaynaklanmaktadır. Gerçekten de faktör analizine, tekniğin istatiksel ve mantıksal temeline inmeye gerek duymaksızın, deneme yanılma yoluyla hazır paket programlarla ilgilenen çok sayıda kullanıcı erişebilmektedir.

Hazır paket programların mantıksal yapısı hakkında bilgi sahibi olmayan kullanıcılar, sayısal sonuçlar üzerinde yanlış yorumlamalara gidebilmektedirler. Bu nedenle çalışmamızın konusunu, faktör analizinin matematik temelinin ayrıntılı bir şekilde incelenmesi oluşturmuştur.

Bu amaçla birinci bölümde faktör analizinin çok degişkenli istastistik teknikler içindeki yeri üzerinde durulmuştur.

İkinci bölümde ise, okuyucuya faktör analizi konusunda genel bilgilerin aktarılması amaçlanmıştır.

Üçüncü bölümde, faktörleme tekniklerinin belki de bu güne dek

çok kullanılanı olan asal bileşen analizi ele alınıp, tek-
ğe ilişkin matematik ve istatistik temel ortaya konmaya
lışılmıştır.

lışmamızın dördüncü bölümünün konusunu asal bileşen anali-
nin uygulaması oluşturmuştur. Bu bölümde, teorik yapısı
r önceki bölümde tartışılan tekniğin, bilgisayar aracılı-
yla kullanımındaki aşamalar ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

1. ANA ÇİZGİLERİYLE ÇOK DEĞİŞKENLİ ANALİZ TEKNİKLERİ

Zaman içinde,uygulamada karşılaşılan problemlere çözüm getirme konusunda tek ve iki değişkenli istatistik analiz tekniklerinin yetersiz kalması nedeniyle çok değişkenli analiz teknikleri üzerinde çalışmalar başlatılmıştır.

Çok değişkenli analiz,değişkenler arasındaki varolan karşılıklı ilişkilerin ortaya konarak açıklanmasına olanak sağlayan bir istatistiksel teknikler kümesidir (1).

Çok değişkenli istatistik tekniklerde yer alan çözüm algoritmaları karmaşık, uzun ve yorucu hesaplamalara yer veren çözüm adımlarını içermektedirler.Bu nedenle bu tekniklere ilişkin kuramsal çalışmaların başlangıcı çok eski olmakla birlikte,uygulamada giderek artan bir yoğunlukta kullanılabilmeleri bilgisayar teknolojisinde kaydedilen gelişmelerle mümkün olabilmiştir.Bilgisayar kullanımının karmaşık hesaplamaların gerçekleştirilmesine getirdiği kolaylık,sürat

---

(1) Ronald Gatty,"Multivariate Analysis For Marketing Research: An Evaluation", Applied Statistics, C.15,S.3(1966), s.14.

ve doğruluk,araştırmacıların çalışmalarının elde edilen sonuçlarının yorumlanması ve kuramın geliştirilmesi konularında yoğunlaşmasına ve dolaylı olarak çok değişkenli analiz tekniklerinin gelişmesine yol açmıştır. Bundan dolayı çok değişkenli analiz tekniklerine ilişkin çok sayıda paket program araştırmacıların hizmetine sunulmuş ve sunulmağa devam edilmektedir.

Bilgisayar kullanımı, istatistik alanına getirmiş olduğu yeni imkanların yanı sıra bazı olumsuzlukların da nedeni olabilmektedir. Aynı teknige ilişkin değişik programların, programı geliştiren kuruluşun istatistik analiz görüşüne ya da yorumunun farklılığına bağlı olarak ayrı degerlendirmelere yol açabilecek degişik sonuçlar türettigi de bir gerçektir.

Öte yandan çok değişkenli teknikler, bağımlılık analizi ve karşılıklı bağımlılık analizi adları altında iki grupta toplanmaktadırlar (2). Bir veya birden fazla değişkenin iki veya daha fazla bağımsız değişkene ilişkin değerlerden hareketle açıklanabildigi durumlarda bağımlılık söz konusu olmaktadır. Karşılıklı bağımlılıkta ise herhangi bir değişkenin bir başkasına bağımlılığı veya bir diğeri tarafından açıklanır olması gerekmemekte, değişken kümesinde yer alan bütün degişkenler arasında yer alan ilişkilerle ilgilenilmesi ana amacı oluşturmaktadır.

Bir değişkene bağımlı ya da başka değişkenlerce açıklanan bir

---

(2) Thomas C.Kinnear ve James R.Taylor, <u>Marketing Research,</u> (Tokyo:McGraw-Hill Book Company,1983),s.518.

değişkenin değerini belirleme amacındaki teknikler, bağımlılık analizi başlığı altında toplanmaktadırlar. Bu başlık altında toplanan teknikler Regresyon Analizi, Varyans Analizi, Diskriminant Analizi ve Kanonik Korelasyon dur (3).

Öte yandan uygulamada ,değişkenleri bağımlı ya da bağımsız olarak ayırmanın güç olduğu hallerde/veya bütün değişkenler arasında karşılıklı bağımlılık ve etkileşimin varolduğu durumlarda karşılıklı bağımlılık analizi teknikleri kullanılmaktadır. Bu teknikler Faktör Analizi, Kümeleme Analizi ve Cok Boyutlu Ölçekleme Analizidir (4).

İzleyen paragraflarda matematiksel ayrıntılara girilmeksizin yukarıda sözü edilen çok değişkenli analiz teknikleri ana çizgileriyle gözden geçirilecektir.

1.1 Bağımlılık Analizi Teknikleri

Kuramda Regresyon Analizi iki veya daha çok tesadüfi değişkenin bağımlılıklarının araştırılması amacıyla geliştirilmiş öncül yöntemlerden biridir. Regresyon Analizindeki genel amaç, değişkenler arasındaki ilişkinin matematik bir fonksiyonla ifade edilmesidir. Gerçekten de, bir bağımlılık analizi tekniği olan regresyon analizinin cebirsel yaklaşımı, bağımsız değişken ya da değişkenlerdeki değişimlerin bağımlı değişkenin değişimine etkisini açıklayan bir denklemin tahminini

---

(3) A.g.k. s.532.

(4) A.g.k. s.519.

nini içermektedir (5). Bilindiği gibi denklemde bir bağımsız değişken yer aldığında istatistiki teknik basit regresyon, iki veya daha fazla sayıda bağımsız değişkenin varlığı söz konusu olduğunda çoklu regresyon olarak adlandırılır.

Bağımlılık analizi tekniklerinden olan Kanonik korelasyon analizi ise çoklu regresyon analizinin özel bir şeklidir. Bağımlı değişkenler bir grupta, bağımsız değişkenler bir diğer grupta toplandığında, bu iki değişken grubu arasındaki ilişkinin belirlenmesi bu analizin amacını oluşturur. Bu teknikle iki değişken grubu arasındaki hesaplanan en yüksek korelasyon, kanonik korelasyon olarak adlandırılır. Kanonik korelasyon değişken grupları arasındaki genel ilişkinin bir derecesini göstermektedir (6).

Cok değişkenli analiz tekniklerinden biri olan varyans analizi, bir veri kümesindeki toplam değişimi birden çok bileşene bölümlendiren bir tekniktir (7). İki değişkenli varyans analizinde iki farklı değişken söz konusudur. Çok değişkenli varyans analizi ise iki değişkenli varyans analizinin bir

---

(5) John E.Hanke ve Arthur G.Reitsch, Business Forecasting, (Newton, Mass.: Allyn and Bacon Inc., 1986), s.146-149.

(6) Murray R.Spiel (Çev: A.Ergas ve Jean-François Marcotorchino), Theorie et Applications de la Statistique, (Paris: Ediscience S.A., 1972), s.241.

(7) Wayne W.Daniel ve James C.Terrell, Business Statistics for Management and Economics, (Boston : Hougton Mifflin Company, 1989), s.385.

uzantısıdır ve verilerin iki veya daha çok sayıda değişkene göre gruplandırılmasını esas almaktadır.
Uygulamada bu analizle, grup ortalamaları arasındaki farkların anlamlı olup olmadığı test edilerek, yapılan gruplandırmanın anlamlılığı araştırılır. (8). Bu teknik sebeb-sonuç ilişkilerine yönelik testlerde, sıkça kullanılmaktadır. Ayrıca bu teknik deney tasarımında yapılacak deneyin duyarlılığının arttırılması amacıyla da kullanılmaktadır (9).
Diğer bir teknik olan diskriminant analiziyle de, iki yada daha fazla sayıdaki grubun ayrımı ile ilgilenilen bağımlılık araştırılır. Diskriminant analizi, yöntemin uygulanması öncesinde oluşturulmuş grupların ortalamaları arasında önemli farkların olup olmadığını test etmek için kullanılabildiği gibi, yeni değişkenlerin önceden belirlenmiş gruplardan biri veya bir diğerine yerleştirecek fonksiyonel ilişkilerin bulunması içinde kullanılabilmektedir (10).

1.2 Karşılıklı Bağımlılık Analizi Teknikleri

Tutumları ve yargıları ölçümlemek için istatistikte kullanılan 4 genel ölçeğin yetersiz kaldığı durumlar için kuramda

---

(8) Kenan Gürtan, <u>İstatistik ve Araştırma Metodları</u> ,(İstanbul : İstanbul Üniversitesi Yayını,1979),s.787.

(9) Necla Cömlekçi, <u>Deney Tasarımı ve Çözümlemesi</u> , (Eskişehir:Anadolu Üniversitesi ESBAV Yayını,1988),s.25.

(10) Norman L..Johnson ve Fred C.Leone,<u>Statistics and Experimental Design in Engineering and the Physical Sciences,C.2</u> (New York :John Wiley and Sons Inc.,1964),s.281-283.

Likert ölçeği,Stapel ölçeği gibi özel ölçekler geliştirilmiştir (11). Likert ölçeğinde tutumu ya da yargıyı ölçümleme beş farklı onaylama derecesinde gerçekleştirilebilmektedir.Bu nedenle yapısı gereği sadece onaylama tutumunu ölçekleyebilen Likert ölçeği tek boyutludur.Buna karşılık gerçek hayatta bir olay veya bir obje karşısındaki algılamalar veya tercih-

---

(11) İstatistikte bilindiği gibi Sınıflayıcı,Sıralama,Aralıklı ve Oranlı adlı dört farklı genel ölçek kullanılmaktadır. Sınıflayıcı ölçeğinde obje ya da bireyler belirli özelliklerine göre sınıflanmakta,her sınıf ya da kategori bir sayı ya da farklı bir sembol ile belirtilmektedir.Numaralama yoluna gidildiğinde,bir kategoriye ilişkin numarının bir diğerinden küçük ya da büyük olması ölçümlenen özelliğin azlığı-çokluğu yönünden bir anlam taşımamakta yalnızca iki kategorinin birbirinden farklı olduğunu göstermektedir.Bu nedenle,bu tür ölçeklerde sadece denklik veye benzerlik saptaması yapılmaktadır.Bu tür ölçeklerin örnekleri olarak futbolculara veya öğrencilere numara verme sayılabilir.

Sıralama ölçeğinde obje ya da bireyler belirli özelliklere sahip oluş derecelerine göre sıraya konmaktadır.Sıra numaraları arasındaki eşit farklar,özellik miktarları arasında varolan farkları yansıtmayıp sadece daha azın ya da çoğun saptanmasına olanak tanımakta böylece bir obje ya da bireyin bir diğerine oranla az-çok sahip oluşundan söz edilebilmektedir.Bu tür ölçeklere örnek olarak renkleri tonlarına göre sıralama ,bir sınıftaki öğrencileri boy sırasına koyma,cadde ya da sokak numaraları verilebilir.

Aralıklı ölçekte ise obje ya da bireyler bir özelliğe sahip oluş derecelerine göre sıraya konulabilmekte ya da onların özelliğe sahip oluş miktarları arasındaki farkları yansıtan sıra numaraları da verilebilmektedir.Ölçek üzerinde yer alan bağıl bir başlangıç (sıfır) noktası ilgili özelliğin yokluğu anlamına gelmemektedir.Bu tür ölçeklere örnek olarak ta termometreler,takvimler verilebilir.

Oranlı ölçekte obje ya da bireylere verilen numaralar aralıklı ölçeklerin bütün özelliklerini taşımakta olup numaralar arası farklar için, oranlı karşılaştırmalarda yapılabilmektedir.Oranlı ölçek sahip olduğu, varlıkla yokluğu ayıran gerçek sıfır noktası nedeniyle,sayılar arasındaki oran ilişkisi ilgili değişkene sahip oluş derecelerinin oran ilişkisini yansıtabilmektedir.Metre,kilogram ve zaman ölçüleri oranlı ölçeklerin belirgin örneklerindendir.

Bkz. Uma Sekeran, <u>Research Methods for Managers,</u> (NewYork: John Wiley and Sons Inc.,1984),s.128-135.

ler çok boyutlu olmaktadır.Karşılıklı bağımlılık tekniklerinden olan çok boyutlu ölçekleme,algılama ve tercihleri geometrik uzayda noktalar biçiminde ifade etmek için geliştirilmiş teknikler kümesidir (12).

Karşılıklı bağımlılık yöntemlerinden bir diğeri de kümeleme analizidir.Kümeleme analizinin ana amacını karmaşık yapıdaki veri kümesinde yer alan birimlerin doğal sınıflamasını bulma ve benzer birimleri aynı kümede toplama gayreti oluşturur.

Kümeleme analizi söz konusu bu amacı doğrultusunda, ele alınan özellikler açısından birbirlerine benzer olan birimlerin belirlenmesini ve oluşturulacak benzerlik kümelerinde toplanmasını sağlayan gayretler bütünü olarak tanımlanmaktadır (13).

Çok değişkenli analizin karşılıklı bağımlılık tekniklerinden biri olan Faktör Analizi en genel anlamda bir değişken kümesi arasındaki ilişkiyi yansıtan kuvvetlerin ya da ilişkinin altında yatan faktörlerin kimliğini saptamayı amaçlamaktadır. Faktör Analizi yaklaşımı çok değişkenli analize konu olan özgün değişkenlerin, gerçek ilişkilerin çoğunlukla yüzeysel görünüşlerini ortaya serdiği ve gerçek ilişkilerin özgün değişkenlerin çeşitli doğrusal kombinasyonlarında ortak

---

(12) Paul E.Green ve Frank J.Carmone,<u>Multidimensional Scaling and Related Techniques in Marketing Analysis</u>,(Boston : Allyn and Bacon Inc.,1970),s.183-207.

(13) T.P.Beae ve D.M.Ennis,"Market Segmentation : A Review", <u>European Journal of Marketing,</u> C.21,S.5(1987),s.20-43.

olarak varolabilen faktörler olduğunu , ve bu faktörlerin elde edilmesi ve kimliklerinin saptanmasıyla gözlenen ilişkilere yol açan gerçek kuvvetlerin ortaya çıkarılacağını kabul etmektedir (14).

2. ÇOK DEGIŞKENLİ ANALİZ TEKNİKLERİNİN GENEL DEGERLENDİRMESİ

Uygulamada karşılaşılan özel problemler,çok sayıda faktörün ya da değişkenin etkileşerek sürekli değişimlere uğradığı belirsizlik içeren bir ortamda oluşmaktadır.Bu tür problemlere uygun çözümler, ancak varolan çözüm teknikleri kümesinden karşılaşılan soruna en uygun çözüm tekniğinin seçilmesiyle getirilebilir.Uygun çözüm tekniğinin seçimi için aşamalı bır sınama gerçekleştirilir.Bu sınama analizcinin kullanacagı tekniği belirlemek için sırasıyla analiz uygulayacagı değişkenlerin bağımlı ya da karşılıklı bağımlı olduğuna karar vermesi,daha sonra bağımlılık söz konusu ise bağımlı değişken sayısını ortaya koyması ve son olarak da verisinin ölçeğini belirlemesi işlem adımlarını yerine getirmesiyle gerçekleştirilir (15). Söz konusu sınamanın işlem adımları şematik olarak Tablo I 'de özetlenmiştir.

Verilerde yer alan ilişkilerin ölçümlenmesi konusuyla ilgile-

---

(14) Robert Ferber ve P.J.Verdoorn, <u>Research Methods in Economics and Business</u> ,(New York:The Macmillan Company,1970),s.101

(15) David J.Luck ve H.G.Wales-Donald A.Taylor, <u>Marketing Research,</u> (New Jersey:Prentice-Hall Inc.,1974),s.276.

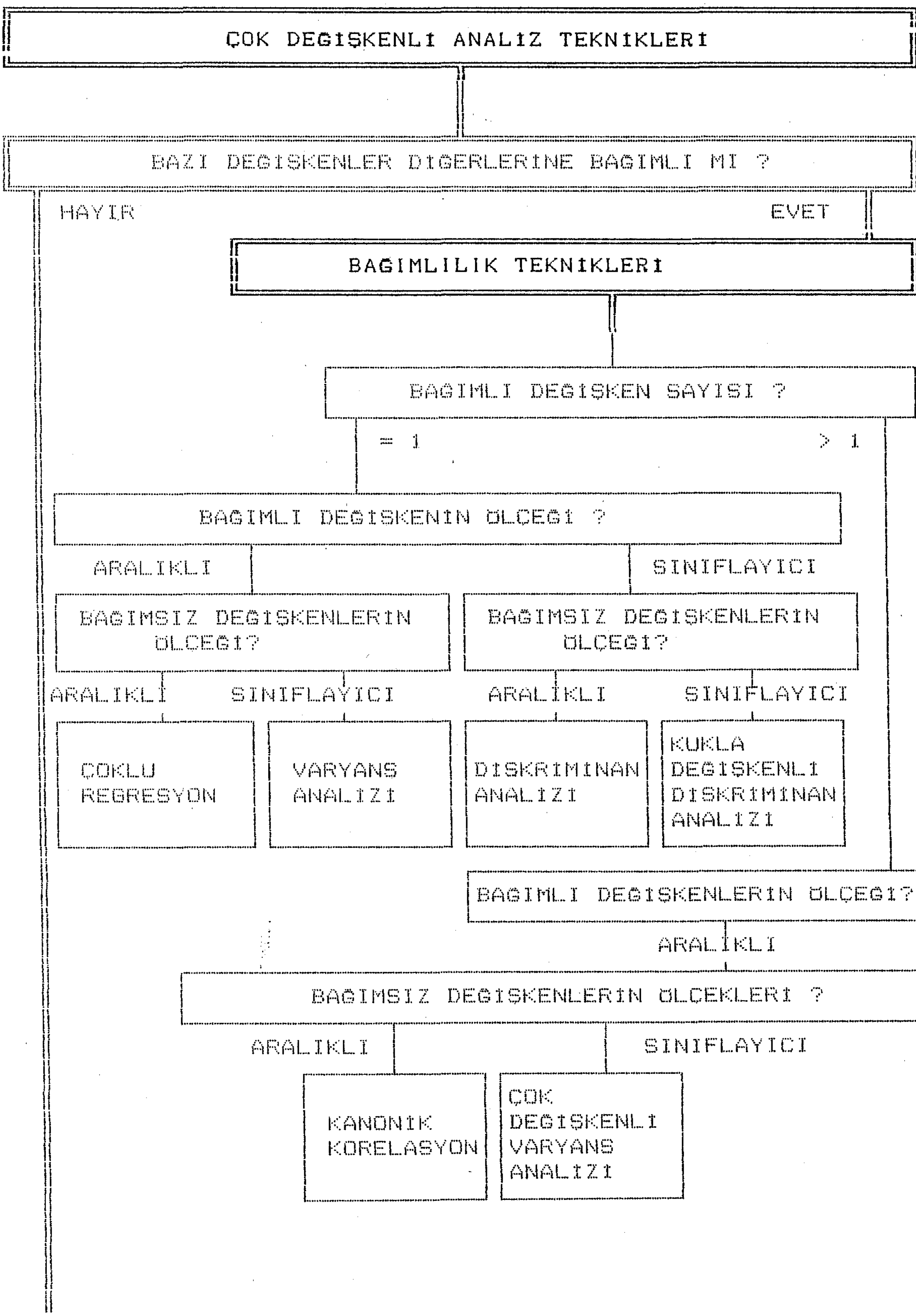
nen araştırmacı,çok değişkenli teknikler kümesinden uygun çözüm tekniğini seçebilmek için öncelikle değişkenlerin bağımlılık veya karşılıklı bağımlılık özelliklerini göz önünde bulundurmalıdır.Değişkenler arasında bağımlılığın varolduğu durumda seçilecek teknik, bağımlılık analizi teknikleri kümesinde yer alırken, değişkenler arasında karşılıklı bağımlılığın ve etkileşimin söz konusu olduğu durumlarda seçilecek teknik karşılıklı bağımlılık analizi teknikleri kümesinde yer alır.

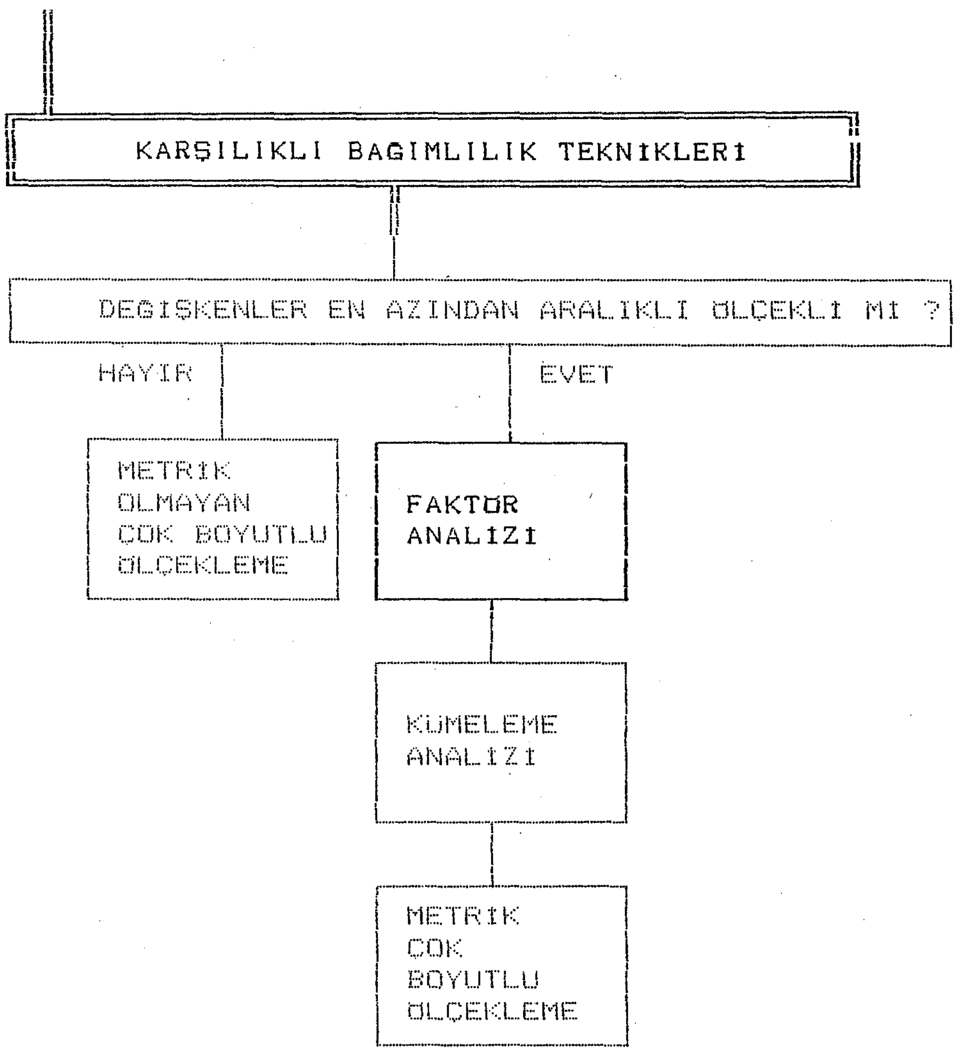
Eğer analiz,bağımlılık analizi olarak belirlenmişse , bu kez bağımlı değişkenin sayısı, bağımlılık analizleri kümesinden uygun çözüm tekniğinin seçilebilmesi amacıyla kullanılabilir. Bağımlı değişken sayısı bire eşitse, söz konusu teknik çoklu regresyon , varyans analizi veya diskriminant analizi tekniklerinden biri olabilir. Bağımlı değişken sayısının birden çok olduğu durumlarda uygun analiz kanonik korelasyon ya da çoklu varyans analizidir.

Uygun analiz tekniğinin belirlenebilmesi için bu noktada verinin ölçüm ölçeği dikkate alınır.Bilindiği gibi veri,ya metrik (aralıklı veya oranlı ölçekli) ya da metrik olmayan (Sınıflayıcı veya sıralama) ölçeklidir. Bağımlı değişken sayısının bire eşit olduğu durumlarda,bağımlı değişken aralıklı ölçekliyken bağımsız değişken de aralıklı ölçekliyse çoklu regresyon,bağımsız değişken oranlı ölçekliyse varyans analizi uygun tekniktir (16).

---

(16) Kinnear ve Taylor, s.533.


ÇOK DEGİŞKENLİ ANALİZ TEKNİKLERİ
BAZI DEGISKENLER DİGERLERINE BAGIMLI MI ?
HAYIR
EVET
BAGIMLILIK TEKNİKLERİ
BAGIMLI DEGİŞKEN SAYISI ?
= 1
> 1
BAGIMLI DEGİSKENIN OLÇEGİ ?
ARALIKLI
SINIFLAYICI
BAGIMSIZ DEGISKENLERIN OLCEGI?
BAGIMSIZ DEGİŞKENLERIN OLÇEGI?
ARALIKLI
SINIFLAYICI
ARALIKLI
SINIFLAYICI
ÇOKLU REGRESYON
VARYANS ANALİZİ
DISKRIMINAN ANALİZİ
KUKLA DEGİŞKENLİ DİSKRİMİNAN ANALİZİ
BAGIMLI DEGİSKENLERIN OLÇEGİ?
ARALIKLI
BAGIMSIZ DEGİSKENLERIN OLÇEKLERİ ?
ARALIKLI
SINIFLAYICI
KANONIK KORELASYON
ÇOK DEGİŞKENLİ VARYANS ANALİZİ



TABLO I : Geniş kullanım alanına sahip çok değişkenli analiz teknikleriniın sınıflandırılması.[Kaynak: Ronald M. Weiers, Marketing Research ,(New Jersey:Prentice-Hall International Inc.,1988),s.486.'dan uyarlama]

Öte yandan,bilindigi gibi niteliksel veri üzerinde sayısal yöntemlerin uygulanması gerektiginde kukla degişken kullanımı yoluna gidilmektedir.Bu amaçla da niteliksel değerlere sahip degişkenlere her vasıf için farklı bir sayı karşılık etirilmektedir (17).

Ayrıca kuramda bağımlı değişken sayısının bire eşit olduğu durumlarda, bağımlı değişken sınıflayıcı ölçekli iken bağımsız değişkenler aralıklı ölçekliyse diskriminant analizi, bağımsız değişken sınıflayıcı ölçekliyse kukla değişkenli diskriminant analizi uygun teknik olarak görülmektedir.

Bağımlı değişken sayısının birden büyük olduğu hallerde ise bağımlı değişkenler aralıklı ölçekliyken bağımsız değişken de aralıklı ölçekliyse kanonik korelasyon, bağımsız değişken sınıflayıcı ölçekliyse çok değişkenli varyans analizi uygun teknik olmaktadır (18).

Uygun analizin karşılıklı bağımlılık analiz teknikleri içinde aranması noktasına gelindiğinde, seçilecek teknik faktör analizi, kümeleme analizi ya da çok boyutlu ölçekleme analizlerinden biri olmalıdır. Araştırmacının verisine söz konusu üç teknikten hangisini uygulaması gerektiği konusunda karar verebilmesi için araştırmanın niteliği ve amacı yanında bu üç tekniğin hangi tür çalışmalara olanak tanıdığını da göz önünde bulundurması gerekmektedir.

Ana çizgileriyle faktör analizi değişkenleri bağımlı ve bağımsız olarak ayırmanın güç olduğu durumlarda, değişkenler arasındaki ilişkileri ortaya çıkarmak ve onları daha anlamlı ve özet bir biçimde ifade etmek için kullanılmaktadır. Faktör

---

(17) Ferber ve Verdorn, s.369-370.

(18) Kinnear ve Taylor, s.534.

analizi ayrıca matematiksel olarak türetilen ve gerçek değişkenlerden daha az sayıdaki birbirinden bağımsız "faktör" le temsil edilebilen veri üzerinde regresyon analizi yapılabilmesine de olanak tanır. Ayrıca Faktör Analizi , karmaşık verilerdeki yapısal ilişkileri ve verilerdeki değişkenliklerin gözlemle hemen saptanamayan gizil boyutlarını da ortaya çıkarmak için kullanılmaktadır (19). Bu nedenle de kümeleme analiziyle birlikte kullanıldığında davranışşal faktörlerin önemini hissettirdigi sorunların çözümüne de önemli katkılarda bulunmaktadır. Kümeleme Analizi ise değişkenler arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları temel alarak gerçekleştirilen bir gruplama teknigidir (20). Tekniğin ana amacı , ana kütledeki grup sayısını belirlemek ve gruplar arasındaki nitelik farklılıklarını enfazlalamak olarak belirmektedir. Kümeleme Analizi sonucunda oluşan gruplar arasında, faktör analizindeki duruma benzer bir önemlilik sıralaması sözkonusu değildir. Çok Boyutlu Ölçekleme ise bir değişkenin değerinden hareketle bu bilgi üzerinde farklı algılamalar ve değişik tercihler biçiminde çok sayıda ölçümler türeten istatistik teknikler olduğundan

---

(19) İsmet Mucuk,"Pazarlama Araştırmalarında Kullanılan Çok Değişkenli Analiz Teknikleri", <u>Bursa Üniversitesi İktisadi ve Sosyal Bilimler Fakültesi Dergisi,</u> C.1,S.1(Temmuz 1979),s.53.

(20) Keith K.Cox ve Ben M.Enis, <u>The Marketing Research Process,</u> (Pacific Palisades,Cal : GoodYear Publishing Co.Inc., 1972),s.414.

faktör ve kümeleme analizlerinden nitelik açısından kolayca ayrılmaktadır (21).

---

(21) David J.Luck ve Ronald S.Rubin, <u>Marketing Research</u>, (New York : Prentice-Hall International Inc.,1987),s.552.

İKİNCİ BÖLÜM

FAKTÖR ANALİZİ

1. ANA ÇİZGİLERİYLE FAKTÖR ANALİZİ

1.1 Faktör Analizinin Tarihsel Gelişimi

Faktör analizinin çok değişkenli istatistik tekniklerden biri olduğuna önceki bölümde değinilmişti. Bu konumuyla faktör analizi istatistik biliminin uğraşı alanlarından biridir. Ne varki ortaya çıkışı ve yoğun kullanımı psikoloji alanında gözlendiğinden,bu yöntem yanlışlıkla psikolojik bir öğreti olarak tanınmıştır (22) . Gerçekten de, uygulamada faktör analizi yöntemi özellikle insan yeteneği ve davranışı gibi psikolojik olguların açıklanması için etkin bir matematik modelleme imkanı sağlamıştır. Kuramda konuya ilişkin öncül çalışmalar Spearman, Burt, Kelley, Thurstone, Holzinger ve Thomson tarafından yapılmıştır.Faktör analizi konusunda istatistik açıdan en önemli çalışma 1901 yılında Karl Pearson tarafından "Asal Eksen Yöntemi" adıyla yayınlanmıştır

---

(22) A.Öztürk,M.C.Okur ve A.G.Yanbastı,"Faktör Analizi ve Bunun Psikiyatrideki Bir Uygulaması",<u>Ege Üniversitesi Bilgisayar ve Uygulama Merkezi Dergisi,</u>C.2,S.1(Haziran 1979),s.224.

(23). Bu gerçeğe rağmen kuramda faktör analizi çalışmaları-nın Spearman ile başladığı kabul edilmektedir (24). Psikolojik kuramlar ve faktör analizinin temelleri üzerindeki çalışmalar izleyen 20 yılda yoğun bir şekilde sürdürülmüştür. 1930'larda Spearman'ın geliştirmiş olduğu 2 Faktör kuramı psikolojik testlerin betimselleştirilmesi çabalarında yeter-siz kaldığından , grup faktörleri kavramı faktör analizi içinde yerini almıştır. Öte yandan korelasyon matrisinden çok sayıda faktör elde edebilme olasılığı, çoklu faktör analizi kavramını ortaya çıkarmıştır.

Çoklu faktör analizi kavramı ilk olarak Garnett'in 1919 yılındaki çalışmasında yer almıştır (25). Problemin matrisler yoluyla ifade edilmesi ve çözüm işlemlerinin matrisler yardımıyla gerçekleştirilmesi,faktör analizi yönteminde ilerlemeler kaydedilmesine yol açmıştır.

1.2 Faktör Analizinin Amacı

Faktör analizi yönteminin temelinde matematik teknikler yattığından,faktör analizinin uygulamaları yalnızca psikoloji

---

(23) Eyüp Sabri Türker,"Ana Bileşenler Analizi Yardımıyla Ekonomik Bir Modelin İncelenmesi",<u>Ege Üniversitesi Bilgisayar ve Uygulama Merkezi Dergisi,</u> C.10,S.1(Haziran 1987),s.37.

(24) E.Turhan Tunalı ve M.Cudi Okur,"Ana Bileşenler Analizi ve Bir Uygulama",<u>Ege Üniversitesi Bilgisayar ve Uygulama Merkezi Dergisi,</u> C.4,S.1(Haziran 1981),s.15.

(25) Harry H.Harman, <u>Modern Factor Analysis,</u>(Chicago:The University of Chicago Press,1976),s.4.

alanıyla sınırlı değildir.Genel olarak faktör analizinin amacı, veriler arasındaki ilişkilere dayanarak bir değişken kümesini doğrusal olarak daha az sayıda yeni değişken ya da faktöre indirgeyip verilerin daha anlamlı ve özet biçimde sunulmasını sağlamaktır (26).Faktör analizindeki temel kavram faktör sözcüğünde yatmaktadır.Verinin sınıflandırılmasına esas olan vasıf ya da özellik faktör olarak adlandırılmaktadır (27). Bu nedenle faktör denildiğinde değişkenlerin kökeninde yer alan boyutun anlaşılması gerekmektedir. Faktör analizinin en belirgin özelliği veri indirgeme yeteneğidir. Faktör analizi bir değişken kümesinin korelasyon katsayıları verildiğinde, veri değerleri arasında saklı ilişki kalıplarının varlığından hareketle söz konusu veriyi, gözlenen özgün verinin iç ilişkilerini en iyi temsil eden yeni değişkenler olarak ele alınabilecek daha az sayıda faktöre ya da bileşene indirgememize olanak tanımaktadır.

2. FAKTÖR ANALİZİNİN KULLANIM ALANLARI VE ÇEŞİTLİ FAKTÖR ANALİZİ TEKNİKLERİ

2.1 Faktör Analizinin Kullanım Alanları

Faktör Analizinin genel olarak kullanıldığı alanlar aşağıdaki ana başlıklar altında incelenebilir:

---

(26) Jae-On Kim ve Charles W.Mueller, <u>Introduction to Factor Analysis</u> ,(Beverly Hills,Cal : Sage Publications Inc.,1985), s.9.

(27) Johnson ve Leone, s.3.

2.1.1 Faktör Analizinin Arama Kullanımları

Faktör analizinin arama kullanımları yeni kavramları ortaya çıkarma ve veriyi indirgeme amacıyla değişkenlerin yapısının araştırılıp ortaya çıkarılması biçiminde ifade edilebilir.

2.1.2 Faktör Analizinin Dogrulama Kullanımları

Faktör analizinin doğrulama kullanımları elde edilen faktörlerin özgün değişkenler açısından önemlerinin ve beklenen anlamlı faktör sayısının sınanması amacıyla değişkenlerin yapılarıyla ilgili hipotezlerin test edilmesidir.

2.1.3 Faktör Analizinin Ölçme Aracı Olarak Kullanımları

Faktör analizinin daha sonraki araştırmalarda yeni degişkenler olarak kullanılacak faktör puanlarının belirlenmesidir. Yukarıda ana çizgileriyle incelenen kullanım alanları arasında en çok uygulama alanı bulanı arama kullanımlarıdır. Bu nedenle çalışmamızda, ele alınan teknigin uygulamasına arama kullanımı açısından yaklaşılacaktır.

2.2 Faktör Analizi Teknikleri

Faktör analizi tekil bir terim olmayıp faktörleme amaçlı bir dizi teknikler bütünüdür. Söz konusu tekniklerin sayıları bilgisayar destekli faktör analizi çalışmaları yapıldıkça artış göstermektedir. Faktör analizi teknikleri olarak Asal Bileşen, Asal Eksen, Asal Faktörleme ,Alfa, Görüntü, En Büyük Likehood , Ağırlıksız En Küçük Kareler, Genelleştirilmiş En Küçük Kareler teknikleri sıralanabilmektedir (28).

---

(28) Söz konusu faktör analizi teknikleri, IBM-4341 'de

Söz konusu bu tekniklerin birbirlerine benzerliklerinden ve farklılıklarından söz edilebilinir.

Tekniklerin sahip oldukları ortak özellikler arasında başlıcaları aşağıdaki biçimde sıralanabilirler:

i. Bütün faktörler birbirlerine dik olmak zorundadır.

ii. Faktörler önem sırasına göre düzenlenir. İlk faktör en önemli bileşen, ikinci faktör ikinci en önemli bileşen, v.b...., dir.

iii. İlk faktör genel faktör olma eğilimindedir. Bütün degişkenler için belirli bir anlam ifade etmektedir.

Teknikler arasındaki farklılıklar,

i. Temel alınan modelin farklı olmasından,

ii. Korelasyon matrisinin esas köşegeni üzerindeki elemanların değerlerinin tahmini değerlerle degiştirilip değiştirilmediginden,

iii. Korelasyon matrisinin esas köşegen elemanları de- giştiriliyorsa, tahmini değerleri elde etme yollarının degi- şik olmasından kaynaklanmaktadır.

Calışmanın amacı doğrultusunda izleyen kesimlerde bu teknik- lerden Asal Bileşen Analizi ele alınıp incelenecektir.

VM/CP-CMS kontrolü altında çalışan SPSSX Ver. 01 JAN 90 Paket programının INFO menüsünde,sırasıyla PC (Principal-Component Analysis) , PAF (Principal Axis Factoring) , PA1 (Principal Component), ALPHA (Alpha) , IMAGE (Image) , ML (Maximum Likehood) , ULS (Unweighted Least Squares) , GLS (Generalized Least Square) olarak verilmektedirler.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ASAL BİLEŞEN ANALİZİ

1. ASAL BİLEŞEN ANALİZİNİN ÖNEMİ

Her adımda veride kalan en büyük varyansın etkisini çıkarma yoluyla, yığın veri kümesini indirgeme konusunda ilk deneysel yöntem Karl Pearson (1901) tarafından önerilmiş ve "Asal Bileşen" yada "Bileşen Analizi" (29) olarak 1933'te Harold Hotelling tarafından geliştirilmiştir (30).

Faktör analizi konusunda geliştirilmiş çok sayıda yeni teknik bulunmasına karşın, bu çalışmada, asal bileşen analizine iki nedenle yer verilmiştir.Bu nedenlerden ilki,bu eski tekniğin daha karmaşık hesaplama algoritmaları gerektiren yeni tekniklere temel çözüm modeli oluşturmasıdır.İkinci neden ise asal bileşen tekniğinin diğer gelişmiş faktör analizi tekniklerinde yer alan vektörler,matrisler,karakteristik denklem,özdeğer, özvektör gibi matematik elemanların bu tekniklerdeki rolleri konusunda anlama kolaylığı sağlamasıdır.

---

(29) Asal Bileşen ve Bileşen Analizi sırasıyla "Principal Component" ve "Component Analysis" in karşılığı olarak kullanılmıştır.

(30) Harman, s.14.

2. ASAL BİLEŞEN ANALİZİNİN TANIMI

Bilindiği gibi bir istatiksel çalışma bir dizi vasıflara sahip bir birim grubunun varlığını gerektirmektedir. Birimler, yığını meydana getiren ve sayısal olarak incelenecek öğelerdir. Bu çalışmada birim sözcüğü gerçek, farazi, devamlı ya da ani birim çeşitlerinin tümü için kullanılacak ve değişken sözcüğüyle de birimlerin nitelikleri kasdedilecektir.

En basit anlatımıyla asal bileşen tekniği gözlenen bir değişken kümesini yeni bir değişkenler kümesine dönüştüren doğrusal bir tekniktir. Söz konusu doğrusal dönüşüm sonrasında elde edilecek yeni değişkenler birbirlerine dik olan asal bileşenler olacaktır.

Bu tekniğin uygulanacağı değişkenlerin yapısına ilişkin herhangi özel varsayıma gerek yoktur. Bu teknikte asal bileşenlerin, özgün verideki varyansın nedenini tüm diğer olası doğrusal bileşimlerden daha iyi açıklayan bir doğrusal bileşim oluşturması amaçlanır. Bundan dolayı ilk bileşen (ya da faktör) veride yer alan doğrusal ilişkilerin en iyi ifade edildiği boyut olmaktadır. İkinci bileşen, özgün veriden ilk faktör tarafından emilen varyans sonrasında kalan varyans bölümünü mümkün en yüksek oranda üstlenecek özgün değişkenlerin doğrusal bileşimi olarak elde edilir. İzleyen bileşenler benzer mantıkla, verideki varyans tükeninceye kadar hesaplanacaktır.

Asal bileşen tekniği

$$Z_j = a_{j1} . F_1 + .. + a_{jp} . F_p + .. + a_{jn} . F_n \quad (j=1,2,...n) \quad (1)$$

modelini temel olarak almaktadır. Yukarıdaki modelde gözlenen değişkenlerin herbiri, birbirleriyle ilişkili olmayan n tane faktör (ya da birbirlerine dik n tane bileşen) tarafından doğrusal olarak ifade edilmektedir.

Bu modelde,

Z_j standartlaştırılmış j. değişken ,

F_p p. faktör ,

a_{jp} faktör ağırlıkları

dır (31).

Faktör ağırlığı olarak adlandırılan a_{jp} katsayıları, p. faktörün j. değişkeni temsil etme ölçüsüdür. Asal bileşen analizinde faktörler birbirleriyle ilişkisiz (bileşenler birbirlerine dik) olduklarından a_{jp} faktör ağırlıkları j. değişkenle p. faktör arasındaki korelasyonu ifade etmektedirler.

3. ASAL BİLEŞEN ANALİZİNİN GEOMETRİK YORUMU

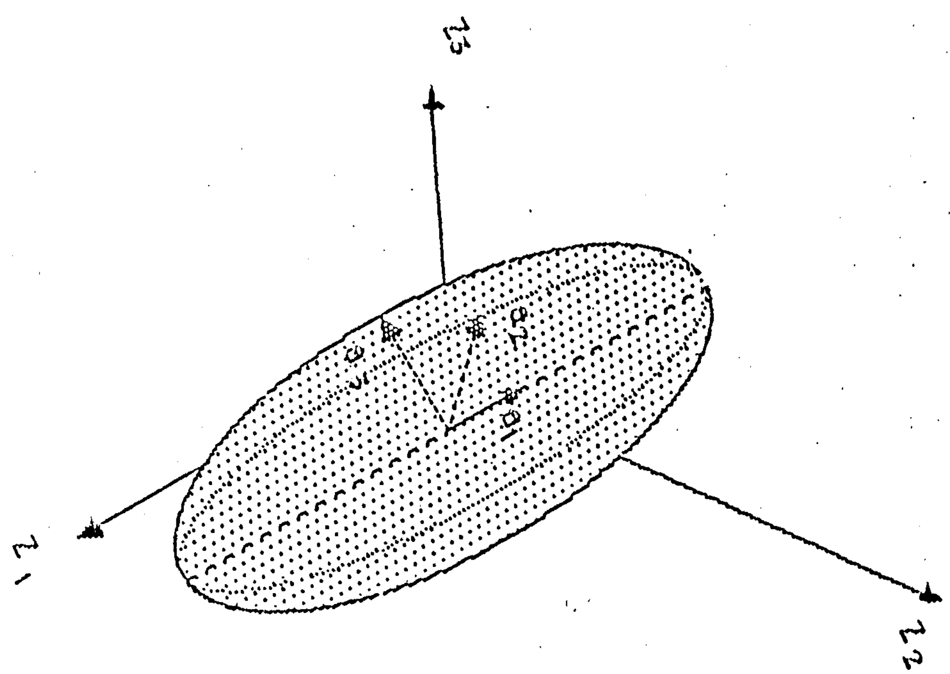
n adet değişkenin N birim üzerindeki ölçümlemelerinin n boyutlu uzayda N adet noktayı belirlediği bilinmektedir. Asal bileşen analizinde, söz konusu bu N adet noktanın n boyutlu uzayda elipsoid şeklinde bir nokta bulutu oluşturacağı varsa-

---

(31) Faktör ağırlıkları terimi "Factor Loadings" in karşılığı olarak kullanılmıştır.

yılmaktadır (32).

Matematik çalışmalarda,basitlik amacıyla,koordinat eksenlerinin değiştirilmesi alışılmış bir yaklaşımdır. Asal bileşen analizi tekniğinde, dik dönüşüm sonucunda özgün koordinat eksenleri, elipsoidin en uzun ekseninden başlamak üzere,elipsoidin eksenlerine dönüştürülmektedir (33).



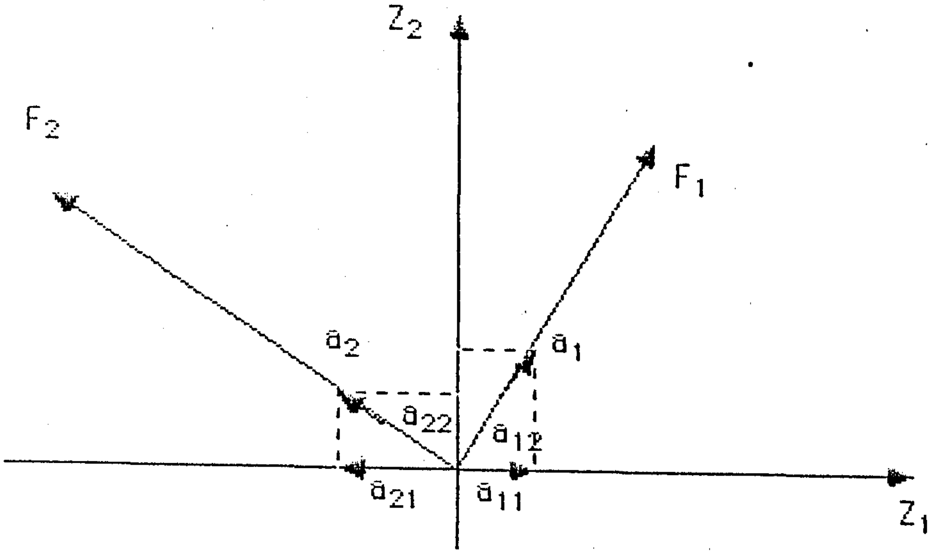
Şekil-1 : Asal bileşenler

(32) Jae-On Kim ve Charles W. Mueller, Factor Analysis ,(Beverley Hills,Cal.:Sage publications Inc.,1986),s.14-15.

(33) Tunalı ve Okur,s.19. Ayrıca bkz. Harman,s.56.

Asal bileşenler tekniğinin geometrik yorumuna yeterli açıklığın getirilebilmesi için, konuya ilişkin 3 boyutlu örnek Şekil-1'de verilmiştir.

Çalışmamızın daha sonraki bölümlerinde a_j olarak belirtilecek asal bileşenler söz konusu elipsoidin eksenleri doğrultusundaki birim vektörlerdir. Söz konusu birim vektörler, özgün Z eksenlerinin birim vektörleri cinsinden de ifade edilebilirler. Bu durum basitlik sağlaması bakımından 2 boyutlu uzayda Şekil-2 yardımıyla görülebilir.



Şekil-2 : Asal bileşenlerin özgün eksen takımında gösterilimi

a_1 ve a_2 vektörleri Z_1 Z_2 ekseninin birim vektörleri olan i ve j cinsinden

$$a_1 = a_{11} \cdot i + a_{12} \cdot j$$

$$a_2 = a_{21} \cdot i + a_{22} \cdot j$$

olarak ifade edilir.

$$a_1 \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \end{bmatrix} \quad \text{iken} \quad a'_1 \ (a_{11} \quad a_{12}) \text{ olacağından}$$

a_1 vektörünün uzunluğunun karesi

$$||a_1||^2 = a_1 \,.\, a'_1 = a_{11}^2 + a_{12}^2$$

olarak bulunur.

Öte yandan birim vektörün uzunluğunun 1 e eşit olduğu bilinmektedir. a_i de F_1 doğrultusunda bir birim vektör olduğundan

$||a_1|| = 1$ yazılabilir.

Bu nedenle

$$a_1 \,.\, a'_1 = 1 \qquad \text{dir.}$$

Bileşenlerin birbirlerine dik olması, matris notasyonu kullanılarak, örneğin a_1 ve a_2 vektörleri için

$$a_1 \,.\, a'_2 = 0$$

biçiminde ifade edilebilir.

Asal bileşenler analizi tekniğinde amaç çok boyutlu uzaydaki nokta bulutunun daha az boyutlu bir alt uzayda incelenebilmesidir.Bu da söz konusu elipsoidin ana eksen uzunluklarında önemli farklılıkların gözlenmesiyle mümkündür.Böyle bir durumda eksen değişikliği,bulutta yer alan noktaları elipsoidin en büyük ekseni etrafında toplayabilecektir.Bu değerlendirme, noktaların ikinci olarak elipsoidin ikinci, üçüncü olarak elipsoidin üçüncü, v.b., ekseni etrafında toplanabileceği biçiminde genişletilebilir. Doğal olarak bu işlem sırasında bazı bilgilerin kaybı kaçınılmaz olacaktır. Fakat bununla birlikte noktalar daha basit bir eksen sistemi içinde açıklanabilecektir.

4. ASAL BİLEŞEN ANALİZİ İŞLEM ADIMLARI

Faktörleme yapılırken kullanılan tekniğe bakılmaksızın, tüm faktör analizi teknikleri aynı işlem adımlarını içermektedir. Söz konusu bu işlem adımları,

- Korelasyon Matrisinin oluşturulması,
- Başlangıç faktörlerinin elde edilmesi,
- Son faktörlerin elde edilmesi

olarak sıralanabilir.

Asal bileşen analizi yapılırken de yukarıdaki işlem adımlarının gerçekleştirilmesi gerekmektedir.

4.1 Korelasyon Matrisinin Oluşturulması

Bütün faktör analizi tekniklerinde analize konu olan tüm değişkenler arasındaki ilişkilerin ölçümleri olan korelasyon katsayılarının hesaplanması, faktör analizinin ilk adımını, oluşturmaktadır. Analize konu olan tüm değişkenlerin ilişki ölçümlerinin nitelikleri, faktör sonuçları ve onların yorumlanmaları konusunda öneme sahiptir. Bilindiği gibi korelasyonların belirlenmesi sırasında ya değişkenler (veya nitelikler) arasındaki korelasyonlar ya da birimler (bireyler veya nesneler) arasındaki ilişkiler hesaplanabilmektedir.

10 sosyal değişken için 20 bireye ilişkin veri söz konusu olduğunda her sosyal degişken çifti arasındaki katsayılar

belirlenip 10 x 10 boyutlu bir R korelasyon matrisi oluşturulabildiği gibi, her birey çifti arasındaki korelasyonlar hesaplanıp 20 x 20 boyutlu bir Q korelasyon matrisi de elde edilebilir.

Faktörleme teknikleri birimlerin (nesne,birey,vb...) korelasyon matrisine uygulandığında Q-Faktör Analizi olarak adlandırılırken,daha yaygın olarak kullanılan ve değişkenler arasındaki korelasyonları temel alan bir diğeri de R-Faktör Analizi olarak tanınmaktadır. Bu çalışmanın amaçları doğrultusunda R-Faktörleme ele alınacaktır.

Çalışmamızda n değişken sayısı olmak üzere herhangi bir değişken X_j (j = 1, ... ,n) biçiminde gösterilecektir.

N birim sayısı olmak üzere, j. değişkenin i. birim için değeri X_{ji} (i = 1, ... ,N) şeklinde kullanılacaktır.

X_j değişkeninin N tane değerinin toplamı = $\sum_{i=1}^{N} X_{ji} = \sum X_{ji}$ olarak yazılır.

N gözlemlik bir örnek için herhangi bir değişkenin ortalaması

$\bar{X}_j$ biçiminde gösterilir ve $\bar{X}_j = (\sum X_{ji}) / N$ dir.

Bilindiği gibi değişkenlerin gözlenen değerleri eksen kaydırması yoluyla daha uygun bir biçime dönüştürülebilmektedirler.Bunu için de başlangıcı ortalama olarak alıp, sapma

$$x_{ji} = X_{ji} - \bar{X}_j$$ biçiminde ifade edilebilir.

Daha sonra varyans $s_j^2 = \sum x_{ji}^2 / N$ (2) olarak yazılır.

Öte yandan x_{ji} degerleri

$Z_{ji} = x_{ji} / s_j$ biçiminde standartlaştırılırlar.

Standartlaştırılmış degerler grubu olan Z_{ji} , Z_j değişkenlerinin değerleridir. Z_j standart değişkenlerinin varyansları 1' dir.

Öte yandan j ve k değişkenleri arasındaki kovaryans

$s_{jk} = \Sigma\, x_{ji} \,.\, x_{ki} / N$ olarak ifade edildiğinde,

j ve k değişkenleri arasındaki korelasyon katsayısı

$r_{jk} = s_{jk} / s_j \,.\, s_k$ (3) biçiminde hesaplanır.

Bu yol izlenerek, analize konu tüm değişkenler arasındaki korelasyon katsayıları hesaplanarak korelasyon matrisi elde edilir.

(1) de verilen faktör modelinde , j. değişkenin i. birim için degerinin

$$Z_{ji} = \sum_{p=1}^{n} a_{jp} \,.\, F_{pi} \qquad (i=1, \ldots ,N , \; j=1, \ldots ,n) \quad (4)$$

biçiminde yazılabileceği kolayca görülmektedir .

(2) denklemini (4) teki Z_{ji} için uygulayarak

$$s_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} Z_{ji}^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(\sum_{p=1}^{n} a_{jp} \,.\, F_{pi} \right)^2}{N} =$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{N} \sum_{p=1}^{n} a_{jp}^2 \,.\, F_{pi}^2}{N} = \sum_{p=1}^{n} a_{jp}^2 \,.\, \sum_{i=1}^{N} \frac{F_{pi}^2}{N} \qquad (5)$$

sonucuna ulaşılır.

Öte yandan standart biçimde ifade edilmiş bir değişkenin varyansının 1 olduğu bilinmektedir. Yukarıda en son olarak elde edilen ifadede, faktörler dahil tüm değişkenlerin standart oldukları göz önüne alındığında $\sum_{i=1}^{N} \frac{F_{pi}^{2}}{N} = 1$ olduğu kolayca görülür.

Bu değer (5) te yerine konursa

$$s_{j}^{2} = \sum_{i=1}^{n} a_{jp}^{2} = 1 \quad (j=1, \ldots ,n)$$ ifadesi elde edilir.

a_{jp}^{2} 'ler , Z_j değişkenin toplam varyansına p. faktörün katkısını belirtmektedirler.

Böylece F_p faktörünün bütün değişkenlerin varyanslarına toplam katkısı $V_p = \sum_{j=1}^{n} a_{jp}^{2} \quad (p=1, \ldots ,n)$ (6) olarak ifade edilebilmektedir.

(1) 'deki

$$Z_j = a_{j1} . F_1 + .. + a_{jp} . F_p + .. + a_{jn} . F_n \quad (j=1,2,\ldots n)$$

modelinde Z_j değişkeninin ortaklığı h_j^2 olarak gösterilip

$$h_j^2 = a_{j1}^2 + a_{j2}^2 + \ldots + a_{jn}^2 \qquad (7) \quad (j=1, \ldots ,n)$$

olarak ifade edilebilmektedir.

Bu noktadan hareketle (6) eşitliği de dikkate alındığında (1) 'de verilen faktör modelinde

$$h_j^2 = a_{j1}^2 + a_{j2}^2 + \ldots + a_{jn}^2 = 1 \quad (j=1, \ldots ,n)$$

olduğu sonucuna kolayca erişilir.

Her a_{jp}^2 terimi, Z_j'nin ortaklığı olan h_j^2'ye F_p faktörünün katkısını gösterdiğinden,belirli bir değişkenin ortaklığı faktör ağırlıklarının karelerinin toplamı şeklinde ifade edilebilmektedir.

4.2 Başlangıç Faktörlerinin Elde Edilmesi

Asal bileşenler tekniğinde özgün verilere ilişkin R korelasyon matrisinin oluşturulmasından sonra,ikinci işlem adımı olarak R matrisinden hareketle faktör ağırlıkları matrisi A belirlenecektir.Bunun için R'yi A'ya dönüştürecek bir dönüşümün belirlenmesi gerekmektedir. Daha önce açıklanan dik dönüşüm matris yazılımıyla ifade edildiğinde

$$A = R \, . \, Q \qquad (8)$$ yazılır (34).

Burada R , n x n'lik korelasyon matrisi,

Q , n x n'lik dönüşüm matrisi,

A , n x n'lik dönüştürülmüş matristir.

Korelasyon matrisi simetrik bir matris oldugundan , R' R nin transpozunu (evriğini) göstermek üzere, simetrik matrislerin özelliklerinden R' = R yazılabileceği açıktır.

Dönüşüm matrisi Q nun belirlenmesi konusunda dikkate alınması gereken 2 koşul sözkonusudur. Bu koşullar;

---

(34) Harman,s.57.

i. Asal bileşen analizi tekniğinin özgün değişkenleri birbirlerine dik yeni değişkenler (faktörler) cinsinden doğrusal olarak ifade eden bir teknik olduğu daha önce belirtilmişti. Ancak $A = R . Q$ dönüşümü sonrasında faktörlerin birbirlerine dik olarak elde edilebilmeleri Q matrisinin dik olmasına bağlıdır (35). I ile n x n 'lik birim matris gösterildiğinde, Q dönüşüm matrisinin dik olması için gerek ve yeter koşul $Q'. Q = I$ olmasıdır (36). Bu şartı gerçekleyen Q bulunduğunda $A = R . Q$ ifadesinden A bulunabilecektir.

ii. $Q'. Q = I$ olan her Q için bulunacak A büyük bir olasılıkla faktörleme amaçlarını doyuramıyacaktır. Bu nedenle asal bileşen tekniğinin amaçlarını içeren bir Q'nun belirlenmesi gerekecektir. Hatırlanacak olursa asal bileşen tekniği (1) 'de verilen

$$Z_j = a_{j1} . F_1 + .. + a_{jp} . F_p + .. + a_{jn} . F_n \quad (j=1,2,...n)$$

modelini temel almaktadır. Modelde gözlenen n tane Z_j değişkeninin herbiri, yeni ve birbirleriyle ilişkili olmayan n tane $F_1, F_2, ..., F_n$ faktörleri tarafından doğrusal olarak ifade edilmektedir. Bu nedenle, özgün değişkenler arasında gözlenen korelasyonların , $F_1, F_2, ..., F_n$ faktörlerinden kaynaklanmakta oldukları söylenebilir. Bu duruma $F_1, F_2, ..., F_n$ faktörlerinin

---

(35) Frank Ayres (Çev:G.Oral), Teori ve Problemlerle Matrisler ,(Ankara:Güven Kitapevi Yayını,1980),s.104.

(36) D.K.Faddeev ve V.N. Faddeeva (Çev:R.C.Williams), Computational Methods of Linear Algebra ,(San Francisco: W.H.Freeman and Co.,1963),s.25

birbirleriyle ilişkisiz (aralarındaki korelasyonların sıfır) oldukları eklendiğinde, izleyen temel faktör teoremi ortaya çıkar:

j ve k özgün değişkenleri arasındaki korelasyon bu değişkenlerle onlara ilişkin faktörlerin korelasyonlarının çapraz çarpımının toplamıdır (37).

Yukarıdaki biçimde ifade edilen bu teorem matematik olarak

$$r_{Z_j Z_k} = r_{Z_j F_1} . r_{Z_k F_1} + r_{Z_j F_2} . r_{Z_k F_2} + \ldots + r_{Z_j F_n} . r_{Z_k F_n} \quad (9)$$

biçiminde yazılabilir. Yukarıdaki en son ifadede

$r_{Z_j Z_k}$, j ve k değişkenleri arasında sıklıkla r_{jk} ile gösterilen korelasyonu,

$r_{Z_k F_p}$ ise k. değişkenle p. faktör arasındaki korelasyonu göstermektedir.

$r_{Z_k F_p} = a_{kp}$ olduğundan

(9) eşitliği $r_{jk} = a_{j1} . a_{k1} + a_{j2} . a_{k2} + \ldots + a_{jn} . a_{kn}$

biçiminde yazılabilir. Bu son ifade toplam altında

$r_{jk} = \sum_{p=1}^{n} a_{jp} . a_{kp}$ (j,k = 1,2,...n) (10) şeklinde yazılır.

Bu nedenle (8) dekleminde kullanılacak olan Q matrisinin (10) koşullarını gerçekleyecek dik bir matris olması gerekecektir.

---

(37) Norman H.Nie, Dale H.Bent ve C.H.Hull, <u>Statistical Package for the Social Sciences</u>, (New York: McGraw-Hill Book Company, 1970), s.211.

4.2.1 Birinci Faktörün Elde Edilmesi

Asal bileşen yönteminin ilk evresini ilk faktörün a_{j1} ağırlıklarının, bu faktörün toplam ortaklığa toplam katkısını en büyük kılacak şekilde belirlenmesi oluşturur.

Söz konusu bu toplam katkı açık olarak

$$V_1 = a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 + \dots + a_{n1}^2 \qquad (11)$$

bağıntısıyla formüle edilebilir.

İlk faktörlerin elde edilmesine korelasyon matrisinden hareketle başlandığından V_1'i en büyük yapacak a_{j1} katsayıları (10) da verilen

$$r_{jk} = \sum_{p=1}^{n} a_{jp} \cdot a_{kp} \qquad (j,k = 1,2, \dots,n)$$

koşullarıyla seçilmelidir.

$r_{jk} = r_{kj}$ 'dir ve r_{jj}, Z_j değişkeninin h_j^2 ortaklığıdır.

$$r_{jk} = \sum_{p=1}^{n} a_{jp} \cdot a_{kp} \qquad (j,k = 1,2, \dots,n)$$

biçiminde verilen a_{jp} katsayıları arasındaki koşullar altında n tane a_{j1} değişkeninin bir fonksiyonu olan V_1'i enbüyüklemek için LaGrange çarpanları yöntemi kullanılabilir (38).

---

(38) Keyfi sayıda kısıtlayıcı denklemleriyle birleştirilmiş n değişkenli bir fonksiyonu enbüyükleme problemlerinde LaGrange çarpanları yöntemi uygulanabilmektedir. Bu yöntemde $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunu k tane

$$\phi_1(x_1, x_2, \dots x_n) = 0$$
$$\phi_1(x_1, x_2, \dots x_n) = 0$$
$$\dots$$
$$\phi_k(x_1, x_2, \dots x_n) = 0$$

$\mu_{jk} = \mu_{kj}$ LaGrange çarpanları olmak üzere, yardımcı denklem

$$2T = V_1 - \sum_{j,k}^{n} \mu_{jk} . r_{jk} = V_1 - \sum_{j,k=1}^{n} \sum_{p=1}^{m} \mu_{jk} . a_{jp} . a_{kp}$$

biçiminde yazılabilir.

Yukarıdaki ifadedeki yeni T fonksiyonunun n sayıdaki a_{j1} değişkeninden herhangi birine göre kısmi türevlerinin sıfıra eşitlenmesi yoluyla çözüme gidilebilir. Benzer olarak diğer a_{jp} katsayılarından herhangi kısmi türevi sıfır olduğunda

$$\frac{\partial T}{\partial a_{jp}} = \delta_{1p} . a_{j1} - \sum_{k=1}^{n} \mu_{jk} . a_{kp} = 0 \quad (p=1,\ldots,n) \quad \{12\}$$

olur.

Yukarıdaki son ifadede yer alan δ_{1p} Kronecker deltası olup

$$\left.\begin{aligned} \delta_{1p} &= 1 \quad \text{eğer } p = 1 \\ \delta_{1p} &= 0 \quad \text{eğer } p \neq 1 \end{aligned}\right\} \text{'dir.}$$

{12} 'yi a_{j1} 'lerle çarpıp j'ler üzerinde toplayarak

$$\delta_{1p} . \sum_{j=1}^{n} a_{j1}^{2} - \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \mu_{jk} . a_{j1} . a_{kp} = 0 \quad \{13\}$$

eşitliği elde edilir.

---

kısıtlayıcıları altında enbüyüklemek amacıyla $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$'lar $x_1, x_2, \ldots, x_n$ 'lerden bağımsız olan LaGrange çarpanları olmak üzere,

$G(x_1, \ldots, x_n) \equiv F(x_1, \ldots, x_n) + \mu_1 \xi_1 (x_1, \ldots, x_n) + \ldots + \mu_k \xi_k (x_1, \ldots, x_n)$

biçiminde yardımcı bir $G(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ fonksiyonu tanımlanıp, bu G fonksiyonunun $x_1, x_2, \ldots, x_n$ değişkenlerine göre kısmi türevlerini sıfıra eşitleyen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ çözüm kümesi bulunmaktadır.

e yandan ,

2) denklemi uyarınca $\sum_{j=1}^{n} \mu_{jk} . a_{j1}$ ifadesi a_{k1} 'e eşittir.

değerle yukarıdaki (13) denklemi

$\varepsilon_{1p} . \sum_{j=1}^{n} a_{j1}^{2} - \sum_{k=1}^{n} a_{k1} . a_{kp} = 0$ biçimine dönüşür.

son ifadede

$\sum_{j=1}^{n} a_{j1}^{2} = \lambda_1$ dersek

$\varepsilon_{1p} . \lambda_1 - \sum_{k=1}^{n} a_{k1} . a_{kp} = 0$ (14) denklemi elde edilir.

denklemi a_{jp} 'lerle çarpıp, p üzerinde toplarsak (14) eşit-
ği

$_1 .\lambda_1 - \sum_{k=1}^{n} a_{k1} .(\sum_{p=1}^{n} a_{jp} . a_{kp})= 0$ biçimine dönüşür.

denkleme (9) koşulları uygulandığında

$a_{j1} .\lambda_1 - \sum_{k=1}^{n} r_{jk} . a_{k1} = 0$ elde edilir.

n denklemi

$\sum_{k=1}^{n} r_{jk} . a_{k1} - a_{j1} . \lambda_1 = 0$ olarak düzenleyip

ık olarak yazarsak

= 1 için $r_{11} . a_{11} + r_{12} . a_{21} + \ldots + r_{1n} . a_{n1} - a_{11} . \lambda_1 = 0$

duğundan ,bu ifade düzenlenip

$- \lambda_1).a_{11} + r_{12} . a_{21} + r_{13} . a_{31} + \ldots + r_{1n} . a_{n1} = 0$

içiminde yazılabilir. Diğer j değerleri için de aynı işlem ekrar edildiğinde, (15) doğrusal denklem sistemi elde dilir.

$$(1-\lambda_1).a_{11} + r_{12}.a_{21} + r_{13}.a_{31} + \ldots + r_{1n}.a_{n1} = 0$$

$$r_{21}.a_{11} + (1-\lambda_1).a_{21} + r_{23}.a_{31} + \ldots + r_{2n}.a_{n1} = 0$$

$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \tag{15}$$

$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

$$r_{n1}.a_{n1} + r_{n2}.a_{21} + r_{n3}.a_{31} + \ldots + (1-\lambda_1).a_{n1} = 0$$

3u denklem sistemine ilişkin katsayılar determinantı oluştu-ruldduğunda

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda_1 & r_{12} & r_{13} & \ldots & \ldots & r_{1n} \\ r_{21} & 1-\lambda_1 & r_{23} & \ldots & \ldots & r_{2n} \\ & \ldots & \ldots & \ldots & & \\ & \ldots & \ldots & \ldots & & \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} & \ldots & \ldots & 1-\lambda_1 \end{vmatrix} = 0 \text{ elde edilir.}$$

λ_1'in, λ'nın n. dereceden denkleminin en büyük kökü olduğu göz önünde bulundurulduğunda, bu determinantın açılımının karakteristik denklemle özdeş bir ifade olduğu kolayca görülebilir (39).

---

(39) n x n'lik bir R matrisi verildiğinde, q n bileşenli, sıfırdan farklı bir vektör olmak üzere R.q=λ.q eşitliğini sağlayan λ sayısına özdeğer denilmektedir. λ'ya karşı gelen q vektörü ise özvektördür. Matris notasyonu kullanılarak yazılan R.q=λ.q ifadesi açık olarak

Yukarıdaki inceleme sırasında, $V_1 = a_{11}^2 + a_{21}^2 + \ldots + a_{n1}^2$ ifadesini enbüyüklemek amacıyla işlemleri geliştirilirken, basitleştirme amacıyla $\lambda_1 = a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 + \ldots + a_{n1}^2$ kabul edilip, sonuçta gerçekten de $V_1 = \lambda_1$ sonucuna erişildi. O halde λ_1'in en büyük özdeğer ve V_1'in birinci faktörün ortaklığı olduğu bilindiğine göre, birinci faktörün ortaklığı korelasyon matrisinin en büyük değerli özdeğeridir.

$$\begin{aligned}
r_{11}.q_1 + r_{12}.q_2 + \ldots + r_{1n}.q_n &= \lambda.q_1 \\
r_{21}.q_1 + r_{22}.q_2 + \ldots + r_{2n}.q_n &= \lambda.q_2 \qquad \text{(A)} \\
\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots & \\
r_{n1}.q_1 + r_{n2}.q_2 + \ldots + r_{nn}.q_n &= \lambda.q_n
\end{aligned}$$

ya da

$$\begin{aligned}
(r_{11} - \lambda).q_1 + r_{12}.q_2 + \ldots + r_{1n}.q_n &= 0 \\
r_{11}.q_1 + (r_{12} - \lambda).q_2 + \ldots + r_{1n}.q_n &= 0 \qquad \text{(B)} \\
\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots & \\
r_{n1}.q_1 + r_{n2}.q_2 + \ldots + (r_{nn} - \lambda).q_n &= 0
\end{aligned}$$

biçiminde yazılabilir. Yukarıdaki denklem sistemi sıfırdan farklı bir çözüme sadece,

$$\begin{vmatrix} r_{11} - \lambda & r_{12} & \ldots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} - \lambda & \ldots & r_{2n} \\ \ldots & \ldots\ldots & \ldots & \\ r_{n1} & r_{n2} & \ldots & r_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

ise sahiptir. Yukarıdaki determinant açıldığında λ ya ilişkin n. dereceden bir bilinmeyenli bir denklem elde edilir. Bu denklem karakteristik denklem olarak bilinmektedir. Karakteristik denklemin n tane kökü vardır. Bir matrise ilişkin özdeğerler o matrisin karakteristik denkleminin kökleri olduklarından, n x n'lik bir R matrisinin n tane özdeğeri vardır. $R.q=\lambda.q$ ifadesinden her λ özdeğerine bir q özvektörü karşılık getirilebildiğinden, n köke ilişkin n tane $q_1, q_2, \ldots, q_n$ vektör bulunmaktadır. Bu nedenle $R.q=\lambda.q$ eşitliği

$$R.(q_1, q_2, \ldots, q_n) = \lambda.(q_1, q_2, \ldots, q_n)$$ biçiminde

ifade edilebilir.

4.2.2 İkinci ve Diğer Faktörlerin Elde Edilmesi

Asal bileşen yönteminin bir sonraki problemini korelasyon matrisinde birinci faktörden sonra kalan ortaklığın mümkün olan en fazlasını karşılayacak ikinci bir faktörün bulunması oluşturur. r_{jk} 'lardan t adet faktör elde edilip geriye kalan korelasyon katsayıları $r_{t\,jk}$ biçiminde gösterildiğinde, birinci faktörün elde edilmesinden sonra birinci faktör kalanları $r_{1\,jk} = r_{jk} - a_{j1} . a_{k1} =$

$$= a_{j2} . a_{k2} + a_{j3} . a_{k3} + \ldots + a_{jn} . a_{kn}$$

biçiminde ifade edilirler.

İkinci faktör katsayılarını belirlemek amacıyla benzer olarak bu kez de

$$V_2 = a_{12}^2 + a_{22}^2 + \ldots + a_{n2}^2 \qquad (16)$$

ifadesinin enbüyüklenmesi gerekmektedir. V_2, F_2 faktörünün korelasyon matrisinde geri kalan toplam ortaklığa mümkün en büyük katkı toplamıdır. İkinci faktörün belirlenmesi konusunda da karakteristik denklem yaklaşımı önemli bir role sahiptir. Bu amaçla bu kez V_2 ifadesinin enbüyüklenmesi sorununa çözüm aramak gerekecektir. Ancak V_2 'nin enbüyüklenmesi yerine $r_{1\,jk}$ 'nın aranan kökünün özgün korelasyon matrisinin 2. en büyük özdeğeri olduğunun gösterilmesi daha uygundur.

$r_{1\,jk} = r_{jk} - a_{j1} . a_{k1}$ elemanlarına sahip birinci faktör kalanları matrisi R_1, $\bar{R}_1 = a_1 . a_1'$ olmak üzere

$$R_1 = R - \bar{R}_1 \quad \text{ifadesiyle gösterilir.}$$

Bu noktada a_p, R matrisine ilişkin bir özvektörse aynı zamanda da R 'nin de bir özvektörü olduğunun gösterilmesi gerekir.

R_1 matrisi sağdan a_p vektörüyle çarpıldığında

$$R_1 . a_p = (R - a_1 . a_1') . a_p$$

$$= R . a_p - a_1 . a_1' . a_p \quad \text{elde edilir.}$$

Bu son ifadeye $R q = \lambda q$ bağıntısını uygulandığında

$$R_1 . a_p = \lambda a_p - a_1 . a_1' . a_p \qquad (17)$$

sonucuna ulaşılır.

Bu son ifadenin yorumlanabilmesi için $p = 1$ ve $p \neq 1$ durumlarının ayrı ayrı incelenmesi gerekecektir.

$p = 1$ olduğunda (14) denkleminden $a_1' . a_1 = \lambda_1$ elde edilir.

λ_1 'in λ 'nın en büyük degeri olduğu göz önünde tutularak bu λ_1 degeriyle (17) ifadesi $R_1 . a_1 = \lambda . a_p - \lambda . a_p = 0$

$$R_1 . a_1 = 0 \quad \text{haline gelir.}$$

Bu son ifade R'nin en büyük kökü olan λ_1'e karşılık gelen karakteristik vektörün aynı zamanda R_1'e ilişkin bir karakteristik vektör olduğunu, fakat R_1'deki kökünün sıfır olduğunu belirtmektedir.

$p \neq 1$ olduğunda (14) 'ten $a_1' . a_p = 0$ olarak bulunur.

λ_1 'in λ 'nın en büyük degeri olduğu göz önünde tutularak bu λ_1 degeriyle (17) ifadesi $R_1 . a_p = \lambda . a_p - a_1 . 0 = \lambda_p . a_p$

...line gelir.

... son eşitlik λ_1 dışında R'nin tüm köklerinin R_1'in kökleri ...e özdeş olduklarına işaret etmektedir. Bundan dolayı bu kök...ere karşılık gelen vektörler de özdeştir.

...ynı düşünce korunarak işlemler diğer kökler için de ...erletildiğinde, R nin λ_2 sinin R_1 in en büyük kökü olduğu ...österilebilir. Diğer bir deyişle R_1 matrisinin en büyük kö...ünden F_2 ikinci faktörünün katsayılarını elde etmek için, öz...n R matrisinin ikinci en büyük kökünü elde etmek yeterli...r. Aynı mantıkla diğer ardışık kökler ve bunlara ilişkin ...ektörler doğrudan R korelasyon matrisinden elde edilebilir. ... köklerine karşılık gelen özvektörler ise, bilindiği gibi ...3) denklemlerinden kolayca bulunmaktadır.

...te yandan her q_p sütun vektörünün bileşenleri cinsinden ... $= (\alpha_{1p}, \alpha_{2p}, \ldots, \alpha_{np})$ biçiminde yazılabileceği açıktır.

...u nedenle $R \cdot q = \lambda \cdot q$ denklemi

$$R(q_1, q_2, \ldots, q_n) = (\lambda_1 q_1, \lambda_2 q_2, \ldots, \lambda_n q_n)$$ biçiminde

...azılabilir.

...te yandan n adet q sütun vektörünün Q matrisini oluşturacağı ...e esas köşegen üzerindeki elemanlarının değerleri $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ ...lan bir köşegen matrisin L olduğu gözönüne alındığında, ...R . $q = \lambda \cdot q$ denklemi $R \cdot Q = Q \cdot L$ şeklinde ifade ...dilebilir.

$R \cdot Q = Q \cdot L$ açık olarak yazıldığında

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots r_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots \alpha_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots \alpha_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \dots 0 \\ 0 & \lambda_2 \dots 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots \lambda_n \end{bmatrix}$$

lde edilir. R ve L matrislerinin degerleri bilindiginden, ukarıdaki matris eşitligi n bilinmeyenli n denklem haline önüşeceginden, bilinen yollarla çözülür ve her bir q_p 'ye lişkin α_{1p} , α_{2p} ,..., α_{np} bileşenlerinin degerleri bulunur.

matrisi (9) dan yola çıkılarak oluşturulduğundan faktörleme maçlarını doyurmaktadır.

luşturulan faktörlerin birbirlerine dik olabilmesi için,daha ncede deginildigi gibi Q matrisinin dik olması gerekmekte- ir. Bu nedenle öncelikle Q nun dik matris oldugu gösterile- ektir.

. köşegen matris oldugundan L'= L dir.

R . Q = Q . L eşitligi soldan Q^{-1} ile çarpılırsa

Q^{-1} . R . Q = L elde edilir (40).

on ifadenin evriği alındığında

(Q^{-1} . R . Q)'= L' elde edilir.

---

(40) Bir Q matrisi için Q^{-1} . Q = I eşitligini saglayan bir Q ulunabiliyorsa Q^{-1} e Q nun tersi denilir.

k alma işleminin özellikleri uygulanarak son ifade

R'. $(Q^{-1})'$ = L'   biçiminde yazılabilir (41).

L' ve R = R' olduklarından son ifade

$$Q' . R . (Q^{-1})' = L$$

'.

yandan

$$Q^{-1} . R . Q = L$$

ğundan

$$Q' . R . (Q^{-1})' = Q^{-1} . R . Q \qquad \text{elde edilir.}$$

ncu ifadeden $Q' = Q^{-1}$ olduğu kolayca görülür. Ters mat-

in tanımı gereği $Q . Q^{-1} = I$ olduğundan aranılan

. Q = I eşitliği elde edilir. Bu sonuncu eşitlik ise Q nun

olduğunu belirtmektedir.

R . Q = Q . L nin sag tarafı açık olarak yazıldığında

$$= \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \dots & \alpha_{2n} \\ & & \vdots & & \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \alpha_{n3} & \dots & \alpha_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \dots & 0 \\ & & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \qquad (18)$$

e edilir.

yandan (18) ifadesinin (11),(16), v.b... denklemlerinde

ilen

$$V_1 = a_{11}^2 + a_{21}^2 + \dots + a_{n1}^2$$

) (A . B . C)' = C'. B'. A' dür.

$$V = a_{12}^2 + a_{22}^2 + \ldots + a_{n2}^2$$

tlarını doyurabilmesi için, L matrisi yerine λ'ların ka-

ök değerlerinden oluşan Lk köşegen matrisi kullanılır ve Q

risinde kullanılan her q_p sütun vektörünün α_{ip} bileşenleri

vektörünün uzunluğuna (α_{ip} lerin karelerinin toplamının kare

üne) bölünürler. Böyle bir işlem uygulanmış Q matrisi Qu

gösterildiğinde (18) ifadesi

$$R \,.\, Q = Qu \,.\, Lk \qquad (19)$$

rak yazılabilir.

lere karşılık gelen uzunluklar $\|u_p\|$ (p = 1,....,n)

iminde gösterildiğinde,

$$\|u_1\| = (\alpha_{11}^2 + \alpha_{12}^2 + \ldots + \alpha_{1n}^2)^{1/2}$$

$$\|u_2\| = (\alpha_{21}^2 + \alpha_{22}^2 + \ldots + \alpha_{2n}^2)^{1/2}$$

....

$$\|u_n\| = (\alpha_{n1}^2 + \alpha_{n2}^2 + \ldots + \alpha_{nn}^2)^{1/2} \qquad \text{olur.}$$

ve (19)'dan $A = Qu \,.\, Lk \qquad (20)$ elde edilir.

) deki eşitliğin sağ tarafı açık olarak

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11}/\|u_1\| & \ldots & \alpha_{1n}/\|u_n\| \\ \alpha_{21}/\|u_1\| & \ldots & \alpha_{2n}/\|u_n\| \\ & \ldots\ldots & \\ \alpha_{n1}/\|u_1\| & \ldots & \alpha_{nn}/\|u_n\| \end{bmatrix} \,.\, \begin{bmatrix} (\lambda_1)^{1/2} & \ldots\ldots\ldots & 0 \\ 0 & (\lambda_2)^{1/2} & \ldots 0 \\ & \ldots\ldots & \\ 0 & \ldots & (\lambda_n)^{1/2} \end{bmatrix}$$

minde ifade edilir. Son bağıntıdan faktör ağırlıkları
isi A elde edilebileceğinden, (1) denkleminde yer alan n
daki Z değişkenin her biri, n tane birbirlerine dik F
örünün doğrusal bileşimi olarak elde edilmiş olmaktadır.

4.2.3 Faktör Sayısının Belirlenmesi

ör ağırlıkları matrisi A nın elde edilmesinden sonra
gün degişken n faktörün doğrusal bileşimi olarak ifade
miş olur. Diğer faktör analizi tekniklerinde olduğu gibi,
bileşen analizinde de doğrusal dönüşümün kendisi
lanmamaktadır. Faktör analizinin ana amacının veri
rgemesi olduğu daha önceki bölümlerde vurgulanmıştı.Oysa
şmanın bu aşamasında henüz bu amaca erişilememiştir.Bu
enle elde edimiş bulunan yeni faktörlerin sayılarının
tılması yoluna gidilmelidir.Bu amaca yönelik olarak
ştirilmiş tekniklerden önemli görülen ikisi izleyen
ümde ele alınacaktır.

4.2.3.1 Kaiser Ölçütü

bileşen tekniğinin faktörleri ortaya çıkarmadaki
arım biçiminden dolayı,birinci faktörün özdeğerinin
ncisinden ,ikinci faktörün özdeğerinin üçüncüsünden daha
ük vb... olduğu bilinmektedir.A faktör ağırlıkları
isinde, her faktöre karşılık gelen özdeğerin faktör
afından üstlenilen varyans tutarını göstermekte olduğuna
daha önce değinilmişti. Buna bağlı olarak ilk birkaç
törün özgün verideki toplam varyansın büyük bir bölümünü,
er faktörlerin de daha küçük varyans tutarlarını
lenmeleri doğaldır. Korelasyon matrisinin özdeğerlerin

oplamının analize konu olan özgün değişkenlerin sayısına şit olduğu gösterilebileceğinden,

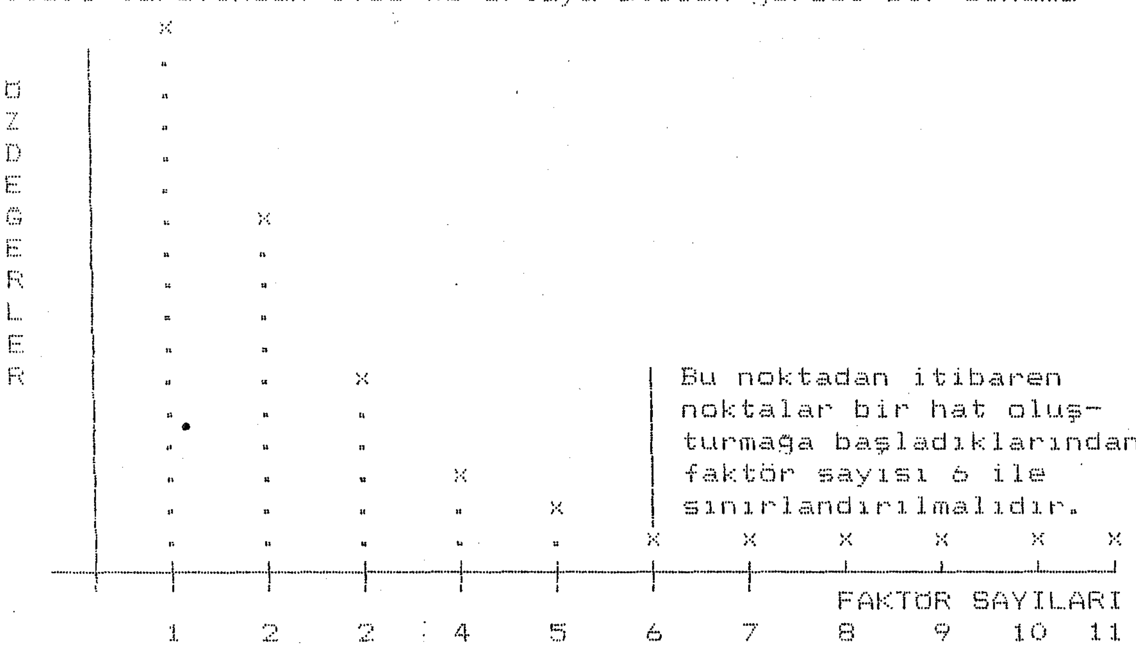
ir faktörün önemi = açıkladığı varyans oranı =

$$= \frac{\text{Karşılık gelen özdeğer}}{\text{Özgün değişken sayısı}}$$

larak yazılabilir. Bu nedenle faktör sayısını azaltırken lde tutulması gereken faktör sayısını belirleme konusunda, iğer karmaşık ölçütleri değerlendirdikten sonra, Kaiser'in eliştirdiği yalın ölçüt, 1 den büyük özdeğerlere karşılık elen faktörleri elde tutmaktır (42). Bu basit ölçüt ygulamada sıkça kullanılmaktadır.

4.2.3.2 Scree Sınaması

attell tarafından 1965 de ortaya atılan görsel bir sınama



Şekil-3 : Scree sınaması

---

42) A.Koutsoyiannis (Çev: Ümit Şenesen ve Gülay Günlük-
enesen), <u>Ekonometri Kuramı</u> , (Ankara : Verso Yayıncılık,
989),s.435.

knişidir. Scree sınaması faktör sayılarının yatay eksende, değerlerin düşey eksende yer aldığı bir koordinat sistemi erinde noktalar halindeki özdeğerlerin grafiği incelenerek, değerlerin (genellikle eğik) bir hat oluşturmaya başladığı ktada elde tutulacak faktör sayısını sınırlanandırmayı önen görsel bir sınamadır.

4.3 Son Faktörlerin Elde Edilmesi

ktör sayısının belirlenmesinden sonra, faktör ağırlıklanın büyüklükleri itibariyle, elde kalan her bir faktöre tılacak değişkenlerin saptanması aşamasına gelinir. Bilingi gibi gözlenen değişkenlerle yeni oluşturulan faktörler asındaki ilişkiler A faktör ağırlıkları matrisiyle ifade ilmektedir. Konunun açıklanabilmesi için sutun sayısı faktör sayısına indirgenmiş bir A matrisine ilişkin bir örnek şağıda verilmiştir.

EĞIŞKENLER	FAKTÖR 1	FAKTÖR 2
EG001	0.885	0.254
EG002	0.741	0.154
EG003	0.157	- 0.653
EG004	0.160	0.159

enel bir ifade olan (1) denklemi, örneğin ilk satır için

$$Z_1 = 0.885\,F_1 + 0.254\,F_2$$ biçiminde yazılır.

er satır benzer şekilde açıkça yazılarak, her özgün değişken de bırakılan faktörlerin doğrusal bileşimi olarak ifade ilebilir.

4.3.1 Döndürme Teknikleri

aha önce de değinildiği gibi bir faktörün bir değişken için emi, değişkendeki varyansın faktör tarafından üstlenilen smıyla ifade edilmektedir. Ayrıca $(a_{jp})^2$ ifadesinde Z_j ğişkeninin varyansına p. faktörün katkısı olduğu bilinmek-dir. O halde bir faktörün bir değişken için önemi, ilgili ktör ağırlığının karesiyle belirlenmektedir. Örneğin DEG001 ğişkeninin FAKTÖR 1 tarafından üstlenilen varyansı $.885)^2 = 0.7832$ olarak hesaplanır. Başka bir deyişle DEG001 ğişkeninin varyansının %78 'i FAKTÖR 1 tarafından ıklanabilmektedir. Benzer biçimde DEG001 değişkeninin KTÖR 2 tarafından üstlenilen varyansı $.254)^2 = 0.0645$ olarak bulunur. DEG001 değişkeninin ryansının % 6 'lık bölümü FAKTÖR 2 tarafından üstlenilmek-edir. Böylelikle DEG001 için en önemli faktörün FAKTÖR 1 duğu belirlenir. Diğer bir anlatımla DEG001 değişkeni KTÖR 1 tarafından temsil edilecektir. Diğer özgün değişken-er için de benzer yol izlenerek, faktör ağırlıklarının yüklüğü göz önüne alınarak elde tutulan faktörlere dahil ilecek özgün değişkenlerin saptanması yoluyla, faktörlerin msil edeceği değişkenler belirlenir.

e yandan faktör karmaşıklığı kavramıyla değişkenlerin dahil ilebileceği faktör sayısı ifade edilmektedir. Yukarıda rilen örnekte, faktör ağırlıkları göz önüne alındığında, G004 haricinde diğer ilk üç değişkenin bir tek faktör rafından temsil edilebileceği görülmektedir. Bu nedenle bu ğişkenlerin faktör karmaşıklığı 1'dir. DEG004 değişkeni ise r 2 faktöre de dayanmaktadır. Söz konusu bu durum DEG004 'ün ktör karmaşıklığının 2 olduğuna işaret etmektedir. Bir de-şkenin faktör karmaşıklığı 1 'den büyük olduğunda, değişke-

n dahil edileceği faktörü saptama konusunda faktör ağırlı-
ğının büyüklüğü yeterli olamamaktadır.Kuramda böyle bir
runa çözüm getirmek amacıyla çeşitli dönüşümler uygulanarak
sen döndürme yoluna gidilmektedir (43).
zümün matematik modelini değiştirmeksizin bir faktör
zümünü bir diğerine dönüştürmek olasıdır.Fakat kuramda
nel kabul görmüş bir döndürme tekniği yoktur ve varolan
züm tekniklerinin her biri verinin yapısı hakkında çok az
rklı bilgiler sağlarlar. Karşılaşılan sorunun kuramsal ve
atik gereksinmelerini doyuran son çözüme erişmek için, en
i döndürme yönteminin seçimi,araştırmacıya kalmaktadır.
ndürme teknikleri temelde eğik ve dik döndürmeler olarak
iye ayrılmalarına rağmen bu çalışmada, bir tekniği diğerine
tün tutmanın zorunlu bir mantığı olmaması ve matematik
pılarının daha basit algılanması nedenleriyle yalnızca dik
ndürme tekniklerinin çalışmanın amacıyla sınırlı tanıtımına
r verilecektir.

4.3.1.1 Quartimax Dik Döndürme Tekniği

k faktörlere ilişkin döndürme işlemi matrisler kullanılarak

$$B = A \,.\, T \qquad (21)$$

çiminde yazılabilir.

1) ifadesinde A, n x r mertebesinde a_{jp} elemanlarına sahip,
tun sayısı faktör sayısı r 'ye indirgenmiş başlangıç faktör

---

3) Harman, s.238-335.

rlıkları matrisini, B, n x r mertebesinde b_{jp} elemanlarına ip sonuç faktör ağırlıkları matrisini,T ise r x r tebesinde dik dönüşüm matrisini göstermektedir.

atrisi ile gösterilen yapı üzerine uygulanan T dik dönüşüün, faktör sayısı, faktörlerin dikliği, değişkenlerin orlığı ve toplam ortaklık gibi unsurların değerlerini değişmediği bilinmektedir.Fakat dönüşüm sonrasında faktörlerin kı değerleri biraz farklı olabilmektedir. Zaten dönüşümün cı da, değişkenler için daha az faktör karmaşıklığı içeren yapı ortaya çıkarmaktır.

)'de verilen döndürme işlemine faktör karmaşıklığı kavramı eklenebilmesi için,faktör karmaşıklığının sayısal olarak ade edilebilmesi gerekir. Faktör karmaşıklığının sayısal ölçümü olarak, bütün değişkenler için faktör ağırlıklarının karelerinin varyanslarının hesaplanması yolu benimsenebi-. Bu noktadan hareket edildiğinde

j. degişkenin faktör karmaşıklığı $= e_j = \frac{1}{r} \sum_{p=1}^{r} (b_{jp}^2 - \bar{b}_{jp}^2)^2$ (22)

arak yazılabilir.

2) eşitliğinde r faktör sayısını,

b_{jp} ,j. değişkenle p. faktörün ağırlığını östermektedir.

' deki ortaklık tanımı A matrisine uygulandığında,

değişkenin ortaklığı ;

$h_j^2 = a_{j1}^2 + a_{j2}^2 + \ldots + a_{jr}^2 = \sum_{p=1}^{r} a_{jp}^2$ olarak bulunur.

dürülmüş B matrisinden aynı ortaklık değeri

$$h_j^2 = b_{j1}^2 + b_{j2}^2 + \ldots + b_{jr}^2 = \sum_{p=1}^{r} b_{jp}^2$$ olarak buluna-

ından,dik döndürmenin ortaklık değerlerini değiştirmediği

önünde bulundurularak,

$$\sum_{p=1}^{r} b_{jp}^2 = \sum_{p=1}^{r} a_{jp}^2$$

e edilir.

son eşitliği gözönünde bulundurarak (22) ifadesi,

$$e_j = \frac{\sum_{p=1}^{r} (b_{jp})^4 - \left(\sum_{p=1}^{r} a_{jp}^2\right)^2}{r^2} \qquad (23)$$

timinde elde edilir.

değişken için elde edilen (23) ifadesi, tüm değişkenlere

elleştirildiğinde

$$= \sum_{j=1}^{n} e_j = \sum_{j=1}^{n} \frac{\sum_{p=1}^{r} (b_{jp})^4 - \left(\sum_{p=1}^{r} a_{jp}^2\right)^2}{r^2} \qquad (24)$$

ılabilir.

rtimax tekniğinde eksen dönüşümü faktör ağırlıklarının

ri enbüyükleyeceği bir yolla gerçekleştirilir. Başlangıç

ktörleri elde edildiğinde, (24) ifadesinde yer alan

ve $\sum_{p=1}^{r} a_{jp}^2$ terimlerinin değerleri sabit olarak saptan-

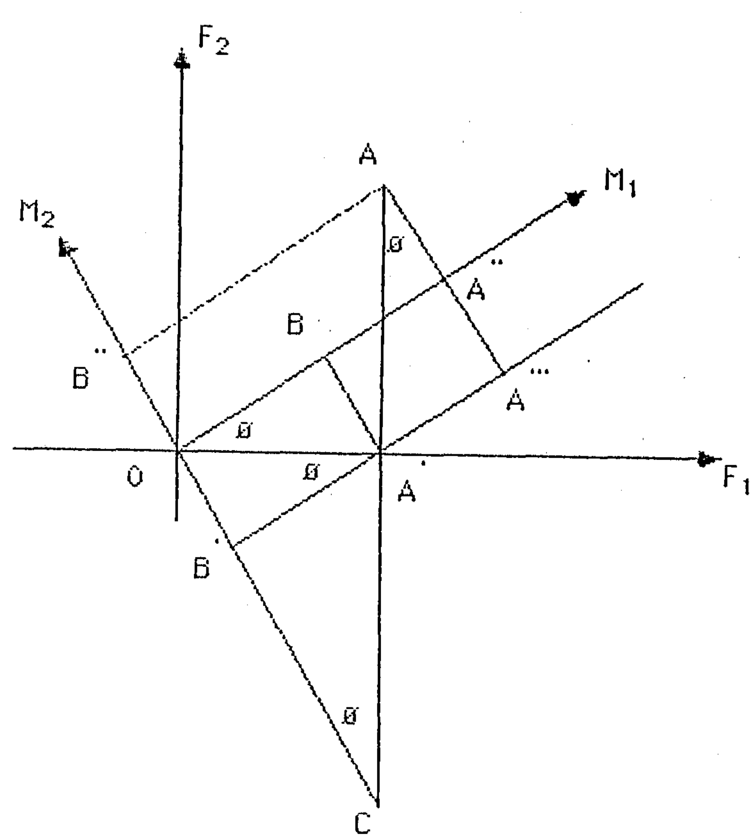
ılardır. Sabit terimler dikkate alınmadığında (24) deki

ri enbüyükleyebilmek için

$$E = \sum_{j=1}^{n} \sum_{p=1}^{r} b_{jp}^{4} \qquad (25)$$

adesini enbüyüklemek yeterlidir. (21) 'de verilen dönüşümü rçekleştirecek T'nin elemanları E yi enbüyükleyecek biçimde lirlenmelidir.

nedenle bu bölümde T' dönüşüm matrisinin yapısı geometrik arak incelenecektir. Izleme kolaylığı açısından iki fak- örlü bir yapı ele alınacaktır. İki tane faktör söz konusu ildiğinde, faktör ağırlıkları koordinatlar olarak ele ınıp, değişkenler düzlemde noktalar halinde gösterilebi- rler. Herhangi bir nokta, F_1F_2 eksen sisteminde ya da M_1M_2 sen sisteminde Şekil-4 'deki biçimde gösterilebilir.



Şekil-4 : Düzlemsel döndürme

şekilde A sembolüyle gösterilen herhangi bir

noktasının F_1F_2 sistemine göre koordinatları (a_{j1}, a_{j2}),

M_1M_2 sistemine göre koordinatları (b_{j1}, b_{j2})

uğunda $\overline{OA'} = a_{j1}$, $\overline{AA'} = a_{j2}$

$\overline{OA''} = b_{j1}$, $\overline{OB''} = b_{j2}$ yazılabilir.

yandan $\overline{OA'} + \overline{AA'} = \overline{OA''} + \overline{AA''}$ (26) olarak yazılabilir.

doğru parçalarının M_1 üzerindeki izdüşümleri için de (26)

tliği geçerli olacağından

$$\overline{OB} + \overline{A''B} = \overline{OA''} \qquad (27)$$

ılabilir.

zer biçimde (26) deki doğru parçalarının M_2 üzerindeki

düşümleri için

$$\overline{OB'} + \overline{B'B''} = \overline{OB''} \qquad (28)$$

ılır.

) den $\overline{OA'}.\cos\theta + \overline{AA'}.\sin\theta = \overline{OA''}$

) den $-\overline{OA'}.\sin\theta + \overline{AA'}.\cos\theta = \overline{OB''}$ elde edilir.

denklemlerde doğru parçalarının uzunlukları koordinatlar

sinden ifade edildiğinde,

$$\begin{aligned} a_{j1}.\cos\theta + a_{j2}.\sin\theta &= b_{j1} \\ -a_{j1}.\sin\theta + a_{j2}.\cos\theta &= b_{j2} \end{aligned} \qquad (29)$$

ucuna varılır. (29) matris yazılımı kullanılarak

$$\underset{(1 \times 2)}{\begin{bmatrix} b_{j1} & b_{j2} \end{bmatrix}} = \underset{(1 \times 2)}{\begin{bmatrix} a_{j1} & a_{j2} \end{bmatrix}} \underset{(2 \times 2)}{\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}} \qquad (30)$$

mine sokulabilir.

rıdaki kesimde açıklanan düzlemsel döndürme, döndürme mlerinden en basit olanıdır.Üç boyutlu uzaydaki döndürme mleri de,düzlemsel döndürmeler temelinde gerçekleşti- ektedir.Bundan dolayı üç boyutlu uzaydaki bir dönüşüm, angi iki eksenin üçüncüsü etrafında döndürülmesinden ana gelmektedir.Olası tüm döndürmeler,her eksenin diğer nlerle sadece bir kez döndürüleceği bir sistematik içinde nlenmelidir.Tüm dönüşümün elde edilebilmesi için tüm emsel döndürmelerin çarpımının hesaplanması gerekmek- r.Ardışık dik dönüşüm matrislerinin çarpım matrisi de dik ağından, sonuçta elde edilecek dönüşüm de dik olacaktır. rıda anlatılan işlemler üç boyutlu uzayda izleyen kesim- çıklanacagı biçimde geliştirilir.

üşüm	Eski Eksenler	Dönme Açısı	Yeni Eksenler
2	$F_1 F_2$	θ_{12}	$Y_1 Y_2$
3	$Y_1 F_3$	θ_{13}	$M_1 Y_3$
3	$Y_2 Y_3$	θ_{23}	$M_2 M_3$

döndürme F_3 eksenine dokunulmaksızın $F_1 F_2$ düzleminde ekleştirilmektedir.$F_1 F_2$ düzlemindeki yeni eksenler Y_1 ve olarak adlandırılmışlardır.F_3 ekseni bu düzleme dik uğundan,bu düzlemdeki herhangi bir doğruya,özellikle Y_1 nine diktir.Bir sonraki döndürme Y_2 yi değiştirmeksizin düzleminde gerçekleştirilir.Bu döndürmenin sonucunda edilen M_1 eksenine ,diğer eksenlerin herbirinin ürülmesi sonucunda oluşmuş olduğundan nihai eksen olarak

abilir. Üçüncü ve son döndürme ise Y_2 ve Y_3 eksenle-
M_2 ve M_3 nihai eksenlerine dönüştürmektedir. Bu işlemler
ında kullanılan Y_1 , Y_2 ve Y_3 eksenleri yardımcı
lerdir." (30) 'u üç eksenli duruma genişleterek,

önüşüm matrisi

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_{12} & -\sin\theta_{12} & 0 \\ \sin\theta_{12} & \cos\theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

inde yazıldığında, $C = A\,T_{12}$ matris işlemi sonucunda
edilen C yardımcı matrisi Y_1 , Y_2 ve F_3 eksenlerine göre
inat değerlerini içerecektir. İkinci ve üçüncü
rmeler, benzer biçimde

$$T_{13} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{13} & 0 & -\sin\theta_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_{13} & 0 & \cos\theta_{13} \end{bmatrix}$$

$$T_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_{23} & -\sin\theta_{23} \\ 0 & \sin\theta_{23} & \cos\theta_{23} \end{bmatrix}$$

üzere $D = C\,T_{13}$ ve $B = D\,T_{23}$ olarak ifade edilir.

ıda uygulanan üç döndürme,

$D\,T_{23} = C\,T_{13}\,T_{23} = A\,T_{12}\,T_{13}\,T_{23}$ olarak yazılabilir.

onusu üç döndürmeye ilişkin matrislerin çarpımı T ile

rildiğinde ($T = T_{12}\,T_{13}\,T_{23}$ olduğunda) (21) de

en bağıntı elde edilir.

smamız iki ya da üç eksenli döndürmelerle sınırlı

lığından ,döndürmelerin genelleştirilmesi gerekecektir.Bu

le (29) denklemleri her Z_j değişkeni için p ve y

rlerinin belirlediği düzlemdeki θ açılı eksen döndürme-

den oluşan dik dönüşüm için

$$a_{jp} \cdot \cos\theta + a_{jy} \cdot \sin\theta = b_{jp}$$
$$- a_{jp} \cdot \sin\theta + a_{jy} \cdot \cos\theta = b_{jy} \qquad (31)$$

inde yazılır.

e bir T_{py} dönüşümünün (25) de verilen E ifadesi üzerindeki

sini ölçmek için döndürülmüş p ve y faktörlerinin yeni

lıklarının 4.kuvvetlerinin toplamları belirlenir.

onusu bu toplam

$$E_{py}(\theta) = \sum_{j=1}^{n} (b_{jp}^{4} + b_{jy}^{4}) \qquad (32)$$

inde ifade edilir.

, herhangi bir p ve y faktör çifti için Q_{py} toplamını

üyük yapacak θ_{py} açısının belirlenmesidir.Ancak bu ger-

endiğinde faktör çiftlerine ilişkin bütün kombinezonla-

çarpımı biçiminde T dönüşüm matrisi belirlenebilecektir.

ilgiler ışığında (21) de verilen bağıntı, açık olarak

,2, ... ,(r−1) ve y = p+1,p+2, ... ,r olmak

$$B = A\,T_{12}\,T_{13}\,\dots\,T_{py}\,\dots\,T_{(r-1),r} \qquad (33)$$

inde yazılır.

ifadesinde her yeni T değeri çarpıma sokulduğunda,

uyarınca bu çarpıma karşılık gelen E ifadesi bir önceki

değerine eşit ya da ondan büyüktür.

ngi bir T_{py} döndürmesi için (31) de verilen E_{py} yi

yük kılacak θ açısının belirlenmesi için aşağıda verilen

zlenir (44) :

(31) deki b_{jp} ve b_{jy} lar (32) de yerlerine konulur,

. i. de oluşturulan ifadenin θ ya göre türevi alınır ve

a eşitlenir,

i. ii. deki denklem θ ya göre çözülür.

ıdaki üç işlem adımının uygulanması sonucunda θ,

$$\theta = \frac{2\sum_{j=1}^{n}(2\,a_{jp}\,a_{jy})(a_{jp}^{2}-a_{jy}^{2})}{\sum_{j=1}^{n}\{(a_{jp}^{2}-a_{jy}^{2})^{2}-(2\,a_{jp}\,a_{jy})^{2}\}} \qquad (34)$$

k bulunur.

T terimi için (34) de hesaplanan θ değerinden hareketle

risi oluşturulup A ile sağdan çarpıldığında hesaplanan

ilişkin bir E değeri belirlenir. Bu işlem bir sonraki T

i için tekrarlandığında yeni bir E değeri elde edilir.

A.g.k. s.285.

şlemler E değerleri arasındaki farkın ihmal edilebilecek
: bir değere ulaşmasına dek tekrar edilir.Genellikle ilk
kaç terimin ele alınmasıyla yakınsama sağlanır.
rıda açıklanmaya çalışılan işlemlerin sağlıklı olarak
labilmesi bilgisayar kullanılmaksızın çok güçtür.

4.2.3.2 Varimax Dik Döndürme Teknigi

önceki bölümde açıklanmaya çalışıldığı gibi Quartimax
iği,A faktör matrisindeki satırların (yada değişkenlerin)
t olarak yorumlanmasını sağlamaya yönelik bir tekniktir.
max teknigi ise, daha kolay yorumlanabilir bir faktör
sı oluşturabilmek için A faktör matrisinin sutunlarını
a faktörlerini) sadeleştirmeyi amaçlar.
max teknigi gerçekte Quartimax tekniginin bir uyarlama-
r. Quartimax tekniği satırlardan hareketle işlemleri
ekleştiririrken, Varimax A matrisinin sutunlarını işlemlere
l almaktadır. Yapılan işlemlerin ayrıntılı incelenmesine
şmamızın amaçları göz önünde bulundurularak yer verilme-
ktir.

4.3.2 Faktörlerin Adlandırılması

ürülmüş faktör ağırlıkları matrisini elde eden araştırma-
n, faktör ağırlıklarının büyüklügü aracılığıyla her bir
öre değişken ataması yapabilmeye ve bu faktörlere yara-
etiketler yardımıyla isimler verebilmeye yetkin olması
kir.

..4 Bileşenlerin Puanlarının Belirlenmesi

bileşen analizinin diğer faktör analizi tekniklerinden

ı yönleri bulunduğuna daha önce değinilmişti. Diğer
örleme tekniklerinde, özgün değişkenlerin yerine kulla-
tak faktörlere sayısal değerler bulunmasında faktör
ği veya tahmini gibi kavramlar kullanılmaktadır (45).
şen puanları, faktör ölçeği veya tahmini gibi kavramlar
irlerinden tamamen farklıdırlar. Asal bileşen analizinde,
ızca özgün değişkenlerin matematik dönüşümünü amaçlandı-
an, bileşen puanları doğrudan özgün değişken değerlerini
anılarak hesaplanabilmektedir. Bu nedenle asal bileşen
izindeki bileşen puanlarının diğer faktörleme teknikle-
eki tahmini değerler olan faktör ölçeklerine kesin bir
nlüğü söz konusudur.

bileşen analizinde

bileşen puanı = $\sum_j [(b_{ij} / \lambda_i) X_j]$ eşitliğinden

planabilmektedir (46).

Bileşen puanları, faktör ölçeği veya tahmini terimleri
ısıyla "Component scores" ve "Factor scales or estimates"
şılığı olarak kullanılmıştır.

) Kim ve Mueller, <u>Factor</u> ...,s.72.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

UYGULAMA DENEMESİ

. DEGIŞKENLER VE DEGERLERİ

ET ülkelerinde nüfus,aileler, eğitim,istihdam ve işsizlik, alışma koşulları, yaşam düzeyi,sosyal güvenlik,sağlık, evre, barınma, boş zamanları değerlendirme, Avrupa irlikteliği gibi boyutlarda Avrupa'nın durumunu saptamaya ve öngörüler yapmaya yönelik çalışmalar yapılmaktadır. Bu çaba-a AET istatistik bürosu, değişik kaynaklardan besleyerek güncelleştirdigi veri bankalarını kullanarak yaptığı yayın-larla katkıda bulunmaktadır.

Asal bileşen analizinin uygulaması için, AET istatistik bürosunun yayınlarından derledigimiz 20 değişkenden faydanılacaktır. Nüfus,Medyan yaş,Doğurganlık oranı, Faal nüfus sayısı, Endüstrideki tam istihdam sayısı, Enerji üretimi, Enerji tüketimi, Endüstrideki haftalık ortalama çalışma süresi, Araştırma ve geliştirme harcamaları,Ecu'ye dönüşüm oranları, Yüzölçümü, İşsiz sayısı, İthalat tutarı, İhracat tutarı, Sosyal fon desteği alan erkek sayısı, Fert başına milli gelir,Evlenme sayısı, Boşanma sayısı, Endüstride ücret ve Topluluk dışı yabancı işçi sayısı yukarıda sözü edilen 20 değişkeni oluşturmaktadır. Calışmamızda bu değişkenlerin 1988 yılına ilişkin değerleri kullanılmıştır. Sözkonusu yılın ve sıralanan değişkenlerin seçimi yalnızca asal bileşen analizine sağlıklı veri sağlamak amacına yöneliktir.

Söz konusu bu değişkenler ve bunların 1988 yılı için 12 AET ülkesinde gerçekleşen değerleri izleyen kesimde verilmiştir.

1.1 Nüfus

Bilindiği gibi ülke vatandaşlarının sayısı nufusu oluşturmaktadır. Bu çalışmada A1 sembolüyle gösterilecek bu değişkenin 1988 yılında AET ülkelerindeki durumu Tablo II'de verilmiştir.

ÜLKELER	A1 (1000 kişi)
BELÇİKA	9875.7
DANİMARKA	5129.3
ALMANYA	61238.1
YUNANİSTAN	9988.9
İSPANYA	38736.1
FRANSA	55750.4
İRLANDA	3539.3
İTALYA	57399.1
LÜKSEMBURG	371.7
HOLLANDA	14714.9
PORTEKİZ	10269.5
İNGİLTERE	56997.7

TABLO II: Avrupa Ekonomik Topluluğu ülkelerinin nüfusları

[Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, Portrait Social de l'Europe (Luxembourg:Office des publications officielles des Communautés européennes,1991),s. 63]'dan aktarılmıştır.

1.2 Medyan Yaş

Medyan yaş nüfusu oluşturan bireyleri iki eşit yaş grubuna ayıran yaştır. Medyan yaş değişkeni A2 ile gösterilecek olup, çalışmamızda ilgilendigimiz yıl olan 1988 için farklı AET ülkelerindeki değerleri Tablo III'de görülmektedir.

ÜLKELER	A2 (Yıl)
BELÇIKA	34.7
DANIMARKA	35.6
ALMANYA	37.2
YUNANISTAN	34.9
ISPANYA	31.6
FRANSA	33.3
IRLANDA	27.7
ITALYA	35.0
LUKSEMBURG	35.2
HOLLANDA	32.8
PORTEKIZ	31.3
INGILTERE	34.5

TABLO III: Avrupa Ekonomik Topluluğu ülkelerinin medyan yaşları

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes,s.10)'dan aktarılmıştır.

1.3 Doğurganlık Oranı

1988 yılındaki doğurma eğilimi doğrultusunda,bir kadının her yaşında sahip olabileceği çocuk sayısı doğurganlık değişkeninin alacağı değerler olmaktadır. A3 ile gösterilecek bu değişkenin farklı AET ülkelerindeki durumu Tablo IV verilmiştir.

ÜLKELER	A3 (Kadın başına çocuk sayısı)
BELÇIKA	1.56
DANIMARKA	1.56
ALMANYA	1.42
YUNANISTAN	1.52
ISPANYA	1.38
FRANSA	1.82
IRLANDA	2.17
ITALYA	1.34
LUKSEMBURG	1.51
HOLLANDA	1.55
PORTEKIZ	1.53
INGILTERE	1.84

TABLO IV : Doğurganlık oranı

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes,s.12)'den aktarılmıştır.

1.4 Faal Nüfus Sayısı

Bilindiği gibi bir toplumun yapısı onu oluşturan bireylerin faal olup olmamaları özelliği yardımıyla incelenebilir. Bu özellik yaşla doğrudan ilişkilidir. Bu çalışmada A4 ile gösterilecek faal nüfus sayısı ,14 ile 64 yaş arasındaki bireyleri kapsamaktadır. AET ülkelerinin 1988 yılındaki faal nüfusları Tablo V 'te verilmiştir. Tabloda yer alan rakamlar işi olanların yanısıra işsizleri de içermektedir.

ÜLKELER	A4 (1000 kişi)
BELÇIKA	2364
DANIMARKA	1519
ALMANYA	17214
YUNANISTAN	2420
ISPANYA	9525
FRANSA	13404
IRLANDA	861
ITALYA	14887
LÜKSEMBURG	101
HOLLANDA	3988
PORTEKIZ	2614
INGILTERE	15975

TABLO V : Faal nüfus sayısı

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes,s.43)'den aktarılmıştır.

1.5 Endüstrideki Tam Istihdam Sayısı

Büyük bir çoğunluğunu endüstrileşmiş ülkelerin oluşturduğu AET'nin endüstri sektöründe tam zamanlı olarak çalışan bireylerinin sayısı, Endüstrideki tam istihdam adı altında incelenmiş ve A5 sembolüyle gösterilmiştir. A5 in, AET ülkelerinde 1988 yılındaki değerleri izleyen tablodaki gibidir.

ÜLKELER	A5 (1000 kişi)
BELÇİKA	1092
DANİMARKA	723
ALMANYA	10941
YUNANİSTAN	928
İSPANYA	3813
FRANSA	6426
İRLANDA	311
İTALYA	6796
LÜKSEMBURG	44
HOLLANDA	1564
PORTEKİZ	1540
İNGİLTERE	8361

TABLO VI: Endüstrideki tam istihdam sayısı

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes,s.48)' den aktarılmıştır.

1.6. Enerji üretimi

Bilindiği gibi enerji ekonomik yaşamın temel bileşenlerinden biridir. Üretimi ve tüketimi çevre üzerinde bir takım etkilere sahiptir.Buna rağmen üretim ve tüketim rakamları ülkelerin ekonomik gelişmişliklerinin bir göstergesi olarak yaygın kabul görmektedir. Yeryüzündeki enerji kaynaklarının farklılığına rağmen AET ülkelerinin özellikle enerji tüketiminde petrol ve türevleri önemli bir role sahip bulunmaktadır . Bu nedenle toplam enerji üretim ve tüketim değerlerinin birimi olarak tpe (ton petrole eşdeğer) kullanılmaktadır. A6 semboluyle gösterilen enerji üretimi değişkeninin 1988 yılındakı AET ülkelerindeki durumu Tablo VII'de verilmiştir.

ÜLKELER	A6 (Milyon tpe)
BELÇIKA	12.6
DANIMARKA	6.9
ALMANYA	127.6
YUNANISTAN	7.8
ISPANYA	30.0
FRANSA	91.5
IRLANDA	3.2
ITALYA	24.2
LÜKSEMBURG	0.0
HOLLANDA	55.0
PORTEKIZ	1.3
INGILTERE	230.7

TABLO VII: Enerji üretimi

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, s.108)' den aktarılmıştır.

1.7 Enerji Tüketimi

Enerji üretimi ve tüketiminin bütün ülkeler için orantılı bir biçimde gerçekleşemediği bilinmektedir. A7 ile gösterilen AET ulkelerinin 1988 yılı enerji tüketimi degerlerine ilişkin aşağıdaki tablo bunu doğrulamaktadır.

ÜLKELER	A7 (Milyon tpe)
BELÇIKA	46.2
DANIMARKA	17.9
ALMANYA	269.8
YUNANISTAN	19.4
ISPANYA	79.3
FRANSA	201.0
IRLANDA	9.4
ITALYA	143.1
LÜKSEMBURG	3.2
HOLLANDA	64.4
PORTEKIZ	12.8
INGILTERE	209.9

TABLO VIII : Enerji tüketimi

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, s.108)' den aktarılmıştır.

1.8 Endüstrideki Haftalık Çalışma Süresi

ftalık çalışma süresinin ülkelerin refah düzeylerine bağlı arak değiştiği bilinmektedir. AET ülkelerinde tam zamanlı arak istihdam edilen kadın ve erkek ücretlilerin 1988 lında, ortalama haftalık çalışma süreleri Tablo IX 'da etlenmiştir.

ÜLKELER	AB (Saat)
BELÇIKA	38.8
DANIMARKA	39.5
ALMANYA	39.6
YUNANISTAN	41.0
ISPANYA	40.5
FRANSA	40.0
IRLANDA	40.8
ITALYA	40.4
LÜKSEMBURG	40.3
HOLLANDA	38.9
PORTEKIZ	43.7
INGILTERE	44.1

ABLO IX : Endüstrideki haftalık çalışma süresi

Kaynak:Office statistique des Communautés européennes,s.61)' en aktarılmıştır.

1.9 Araştırma ve Geliştirme harcamaları

988 yılı için AET ülkelerinin araştırma ve geliştirme için ıtçelerinden ayırdığı parasal kaynaklar Tablo X'da gösterilmiştir. Değerlerin birimi olarak Ecu kullanılmıştır. Bilindii gibi Ecu, ortak ülke paralarının bir takım iktisadi etkiler dikkate alınarak dengelenmesi sonucunda oluşturulmuş Avupa para birimidir.

ÜLKELER	A9 (Ecu)
BELÇIKA	332.6
DANİMARKA	766.2
ALMANYA	10729.8
YUNANİSTAN	112.7
İSPANYA	1152.5
FRANSA	11116.4
İRLANDA	110.3
İTALYA	5693.4
LÜKSEMBURG	332.6
HOLLANDA	1843.2
PORTEKİZ	119.4
İNGİLTERE	7315.8

BLO X : Araştırma ve geliştirme harcamaları

iKaynak: Office statistique des Communautés européennes, __atistiques__ __de__ __Base__ __de__ __la__ __Communauté__ (Luxembourg: Office des blications officielles des Communautés européennes,1991),s. .] den uyarlanmıştır.

1.10 Ecu'ye Dönüşüm Oranları

u'nün değeri, ülkelerin günlük kurları esas alınarak saplanmaktadır. Tablo XI'deki değerler 1988 için yıllık talamalar olarak hesaplanmıştır.

ÜLKELER	A10 (1 Ecu=...)	
BELÇIKA	43.4284	BFR
DANİMARKA	7.95152	DKR
ALMANYA	2.07440	DM
YUNANİSTAN	167.576	DR
İSPANYA	137.601	PTA
FRANSA	7.03643	FF
İRLANDA	0.775671	IRL
İTALYA	1537.33	LIT
LÜKSEMBURG	43.4284	LFR
HOLLANDA	2.33479	HFL
PORTEKİZ	170.059	ESC
İNGİLTERE	0.664434	UKL

ABLO XI: Ecu'ye dönüşüm oranları

Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, __atistiques__ __de__ __Base__ __...__ ,s.69)'dan aktarılmıştır.

1.11 Yüzölçümü

11 simgesiyle gösterilecek değişken olan AET ülkeleri ızölçümleri için değerler Tablo XII' de yer almaktadır.

ÜLKELER	A11 (1000 Km^2)
BELÇİKA	30.5
DANİMARKA	43.1
ALMANYA	248.7
YUNANİSTAN	132.0
İSPANYA	504.8
FRANSA	544.0
İRLANDA	68.9
İTALYA	301.3
LÜKSEMBURG	2.6
HOLLANDA	41.2
PORTEKİZ	92.1
İNGİLTERE	244.1

ABLO XII: Yüzölçümü

Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, <u>tatistiques de Base ...</u> ,s.97)'den aktarılmıştır.

1.12 İşsiz Sayısı

alışma yaşamını ilgilendiren en önemli sorunlardan biri de şsizliktir. İşsiz sayılarını kontrol altında tutmak tüm lke hükümetlerinin temel amacını oluşturmaktadır. alışmamızda AET ülkelerindeki kayıtlı işsiz sayısı A12 ardımıyla gösterilmiştir.

988 yılı için A12 'nin değerleri Tablo XIII'te yer almaktaır.

ÜLKELER	A12 (1000 Kişi)
BELÇİKA	390
DANİMARKA	177
ALMANYA	1741
YUNANİSTAN	304
İSPANYA	2813
FRANSA	2376
İRLANDA	234
İTALYA	2521
LÜKSEMBURG	3
HOLLANDA	619
PORTEKİZ	266
İNGİLTERE	2370

TABLO XIII: İşsiz sayısı

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, <u>Statistiques de Base ...</u> ,s.124)'den aktarılmıştır.

1.13 İthalat Tutarı

AET ülkelerinin 1988 yılında gerçekleştirdikleri toplam ithalat ülkelere göre aşağıdaki tabloda verilen değerlerle gerçekleşmiştir.

ÜLKELER	A13 (Milyon Ecu)
BELÇİKA	40369
DANİMARKA	22360
ALMANYA	211962
YUNANİSTAN	10490
İSPANYA	48378
FRANSA	156766
İRLANDA	13092
İTALYA	117033
LÜKSEMBURG	40369
HOLLANDA	88895
PORTEKİZ	14198
İNGİLTERE	165572

TABLO XIV : İthalat tutarı

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, <u>Statistiques de Base ...</u> ,s.259)'dan uyarlanmıştır.

1.14 İhracat Tutarı

1988 yılında,AET ülkelerinin A14 yardımıyla gösterilen toplam ihracatı aşağıdaki tabloda verilen seviyededir.

ÜLKELER	A14 (Milyon Ecu)
BELÇIKA	38927
DANIMARKA	23286
ALMANYA	272950
YUNANISTAN	4633
ISPANYA	36435
FRANSA	144651
IRLANDA	15809
ITALYA	108667
LÜKSEMBURG	38927
HOLLANDA	90051
PORTEKIZ	9012
INGILTERE	123119

TABLO XV : İhracat tutarı

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, Statistiques de Base ... ,s.259)'dan uyarlanmıştır.

1.15 Sosyal Fon Desteği Alan Erkek Sayısı

AET ülkelerinde, uzun süreli işsizlikle mücadele ve gençlerin hayata hazırlanması amaçlarıyla işsizlerin ve zorunlu eğitimini tamamlamış 25 yaştan küçük gençlerin parasal olarak desteklenmesi yoluna gidilmektedir. Çalışmamızda sosyal fon kullanımı A15 ile temsil edilecektir.

1988 yılında topluluk ülkelerinde söz konusu desteği alan erkeklerin sayısı Tablo XVI'da özetlenmiştir.

ÜLKELER	A15 (Kişi)
BELÇIKA	13790
DANİMARKA	7746
ALMANYA	40617
YUNANİSTAN	173813
İSPANYA	350522
FRANSA	129856
İRLANDA	114692
İTALYA	257869
LÜKSEMBURG	2033
HOLLANDA	13957
PORTEKİZ	165937
İNGİLTERE	389851

TABLO XVI : Sosyal fon desteği alan erkek sayısı

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, Portrait Social de ... ,s.140)'dan aktarılmıştır.

1.16 Fert Başına Milli Gelir

Bir ülkede belirli bir dönemde yaratılan tüm mal ve hizmetlerin parasal değerini veren milli gelir, ülkeler arasındaki ekonomik performans değerlendirmelerinde en önemli ölçüttür. Fert başına milli gelir de, belirli bir ülkenin ekonomik kalkınmışlığının bir göstergesidir. A16 ile gösterilecek fert başına milli gelirin AET ülkelerindeki durumu Tablo XVII'de verilmiştir. Ülkelerin milli paraları farklı olduğundan, karşılaştırma yapabilmek amacıyla standart bir birimin kullanılmasının zorunluluğunu ortaya çıkarmaktadır. Milli para kurlarının değişim oranları belirli bir paranın gerçek satın alma gücünü yansıtmayabilir. Bu nedenle kur değişim oranlarının kullanımı, farklı ülkelerde belirli bir işkolundaki hizmetlerin ve gelirlerin hacmi hakkında kesin bir gösterge oluşturamamaktadır. Söz konusu bu olumsuzluğu giderebilmek amacıyla, fiyat düzeylerindeki belirsizliği ortadan kaldırıp düzeltmek için, fert başına milli gelirin satın alma standardı (sas) cinsinden hesaplanması yoluna gidilmektedir. 1988 yılında sas'ın ülke AET ülke paraları cinsinden değeri Tablo XVII'de verilmiştir.

ÜLKELER	(1 sas = ...)	
BELÇIKA	34.950	BFR
DANIMARKA	8.210	DKR
ALMANYA	1.920	DM
YUNANISTAN	86.460	DR
ISPANYA	85.900	PTA
FRANSA	5.910	FF
IRLANDA	0.595	IRL
ITALYA	1144.000	LIT
LÜKSEMBURG	33.780	LFR
HOLLANDA	1.880	HFL
PORTEKIZ	71.900	ESC
INGILTERE	0.477	UKL

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, <u>Portrait Social de ...</u> ,s.80) den aktarılmıştır.

TABLO XVII: Satın alma standardının AET ülkelerindeki değeri

AET ülkelerinde 1988 yılı için hesaplanan A16 değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

ÜLKELER	A16 (1 Kişinin sas)
BELCIKA	14133
DANIMARKA	14790
ALMANYA	15504
YUNANISTAN	8245
ISPANYA	10535
FRANSA	14922
IRLANDA	8570
ITALYA	14305
LÜKSEMBURG	23229
HOLLANDA	14304
PORTEKIZ	8740
INGILTERE	14884

TABLO XVIII: Milli gelir

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, <u>Portrait Social de ...</u> ,s.67) den aktarılmıştır.

1.17 Evlenme Sayısı

1988 yılında, AET ülkelerinde gerçekleşen evlenmelere ilişkin sayılar Tablo XIX'da verilmiştir.

ÜLKELER	A17 (1000 kişi)
BELÇİKA	59.0
DANİMARKA	32.0
ALMANYA	397.7
YUNANİSTAN	47.8
İSPANYA	214.8
FRANSA	271.1
İRLANDA	17.9
İTALYA	315.4
LÜKSEMBURG	2.0
HOLLANDA	87.8
PORTEKİZ	71.0
İNGİLTERE	394.5

TABLO XIX : Evlenme sayısı

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, Portrait Social de ... ,s.24)'den aktarılmıştır.

1.18 Boşanma Sayısı

1988 yılındaki boşanma sayıları da Tablo XX'de verilen değerlerde gerçekleşmiştir.

ÜLKELER	A18 (1000 kişi)
BELÇİKA	20.8
DANİMARKA	14.7
ALMANYA	128.7
YUNANİSTAN	8.6
İSPANYA	21.1
FRANSA	106.1
İRLANDA	0.0
İTALYA	30.8
LÜKSEMBURG	0.8
HOLLANDA	27.9
PORTEKİZ	9.0
İNGİLTERE	165.7

TABLO XX : Boşanma sayısı

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, Portrait Social de ... ,s.25)'den aktarılmıştır.

1.19 Ücret

Çalışmamızda A19 değişkeni, endüstri işçilerinin 1988 yılındaki ortalama brüt saat ücretini göstermektedir. A19'un AET ülkelerindeki değerleri de sas biriminden verilmiştir.

ÜLKELER	A19 (sas)
BELÇİKA	8.90
DANİMARKA	10.67
ALMANYA	9.65
YUNANİSTAN	5.78
İSPANYA	7.96
FRANSA	7.79
İRLANDA	8.44
İTALYA	8.11
LÜKSEMBURG	10.01
HOLLANDA	9.57
PORTEKİZ	4.01
İNGİLTERE	9.50

TABLO XXI: Ücret

(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, <u>Portrait Social de ...</u> ,s.72)'den aktarılmıştır.

1.20 Topluluk Dışı Yabancı İşçi Sayısı

1988 yılında AET ülkelerinde çalışan, AET dışı ülke vatandaşlarının sayıları yabancı işçi adı altında incelenmiş ve A20 ile gösterilmiştir.

ÜLKELER	A20 (1000 kişi)
BELÇİKA	321
DANİMARKA	109
ALMANYA	3213
YUNANİSTAN	109
İSPANYA	140
FRANSA	2102
İRLANDA	17
İTALYA	317
LÜKSEMBURG	7
HOLLANDA	435
PORTEKİZ	69
İNGİLTERE	1019

TABLO XXII: Topluluk dışı yabancı işçi sayısı
(Kaynak:Office statistique des Communautés européennes, <u>Portrait Social de ...</u> ,s.18)'den aktarılmıştır.

. VERİ MATRİSİ

ukarıda kısaca tanıtılan değişkenler yardımıyla oluşturulan eri matrisi Tablo XXIII 'de verilmiştir.

. KORELASYON MATRİSİ

sal eksen analizinin ilk evresinin verilerden hareketle orelasyon matrisinin oluşturulması olduğu daha önceki ölümde açıklanmıştı. Çalışmamızdaki veri matrisinden areketle, SPSSX paketinin oluşturduğu R-tipi korelasyon atrisi Tablo XXIV'de verilmiştir.

4. FAKTÖR AGIRLIKLARI MATRİSİ

Ham verilerden hareketle, yukarıdaki tabloda verilen R korelasyon matrisini hesapladıktan sonra program, başlangıç faktörlerini Tablo XXV'de verilen biçimde oluşturmaktadır. Tabloda yer alan 20 faktöre karşılık gelen özdegerler gözlenerek, özdeğeri 1 'den büyük olan faktör sayısının 4 olduğu saptanabilir. Böylelikle Kaiser ölçütü uyarınca, uygulama denememizdeki 20 özgün değişkenin 4 faktör yardımıyla temsil edilebileceği sonucuna kolaylıkla erişilir. Kaiser ölçütü kullanımıyla belirlenen faktör sayısı, Şekil-5'e scree sınaması uygulanarak da elde edilebilmektedir .

Faktör sayısının 4 olarak belirlenmesinden sonra, 20 x 4'lük faktör ağırlıkları matrisi A, program tarafından Tablo XXVI'de verilen biçimde oluşturulur. Söz konusu matris Quartimax dik döndürmesi sonucunda Tablo XXVII'deki biçime dönüşmektedir.

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20
A1	1.00000																			
A2	0.32119	1.00000																		
A3	-0.14749	-0.60824	1.00000																	
A4	0.99207	0.35518	-0.10447	1.00000																
A5	0.95987	0.41263	-0.13882	0.97995	1.00000															
A6	0.71056	0.34700	-0.10439	0.72520	0.77188	1.00000														
A7	0.94105	0.42128	-0.04543	0.96506	0.97369	0.84389	1.00000													
A8	0.14637	-0.24648	0.24418	0.18794	0.16374	-0.28684	0.04202	1.00000												
A9	0.89260	0.38720	0.03787	0.91393	0.91155	0.85539	0.95863	0.01776	1.00000											
A10	0.34646	0.14381	-0.41103	0.28072	0.22870	-0.12834	0.11360	0.01183	0.10311	1.00000										
A11	0.77968	-0.02038	-0.08164	0.71939	0.62444	0.52071	0.62543	0.08003	0.63744	0.20294	1.00000									
A12	0.91613	0.11682	-0.16153	0.87445	0.79022	0.51576	0.76487	0.14345	0.69300	0.37142	0.89777	1.00000								
A13	0.88908	0.45231	-0.05557	0.92220	0.93795	0.85493	0.97757	0.00358	0.95067	0.09677	0.51812	0.68573	1.00000							
A14	-0.09651	0.33964	-0.16037	-0.07789	-0.03015	0.02120	-0.00765	-0.10678	0.05294	-0.08081	-0.19049	-0.16045	0.12000	1.00000						
A15	0.54297	-0.19582	0.04543	0.51937	0.42017	-0.09132	0.31670	0.68500	0.20718	0.33844	0.58771	0.69996	0.20562	-0.31939	1.00000					
A16	0.10413	0.57756	-0.21706	0.13456	0.15395	0.19232	0.22531	-0.29516	0.26910	-0.02100	-0.12022	0.01230	0.36158	0.84220	-0.36363	1.00000				
A17	0.98173	0.35419	-0.13761	0.99275	0.98248	0.69177	0.95101	0.22514	0.86993	0.28314	0.68206	0.87049	0.90651	-0.08207	0.55345	0.11827	1.00000			
A18	0.80680	0.37117	0.15996	0.86793	0.87131	0.69611	0.91337	0.28257	0.86978	-0.14574	0.47651	0.62213	0.89969	-0.00558	0.36496	0.22213	0.86110	1.00000		
A19	0.08982	0.37084	0.06238	0.12888	0.15357	0.23018	0.25460	-0.50296	0.20047	-0.16809	-0.14840	0.05270	0.33298	0.37935	-0.32959	0.68219	0.13408	0.25395	1.00000	
A20	0.71690	0.42171	-0.01082	0.75391	0.82246	0.94805	0.87938	-0.13114	0.90085	-0.16997	0.45941	0.46003	0.87517	0.07844	-0.06680	0.22601	0.72303	0.79343	0.20763	1.00000

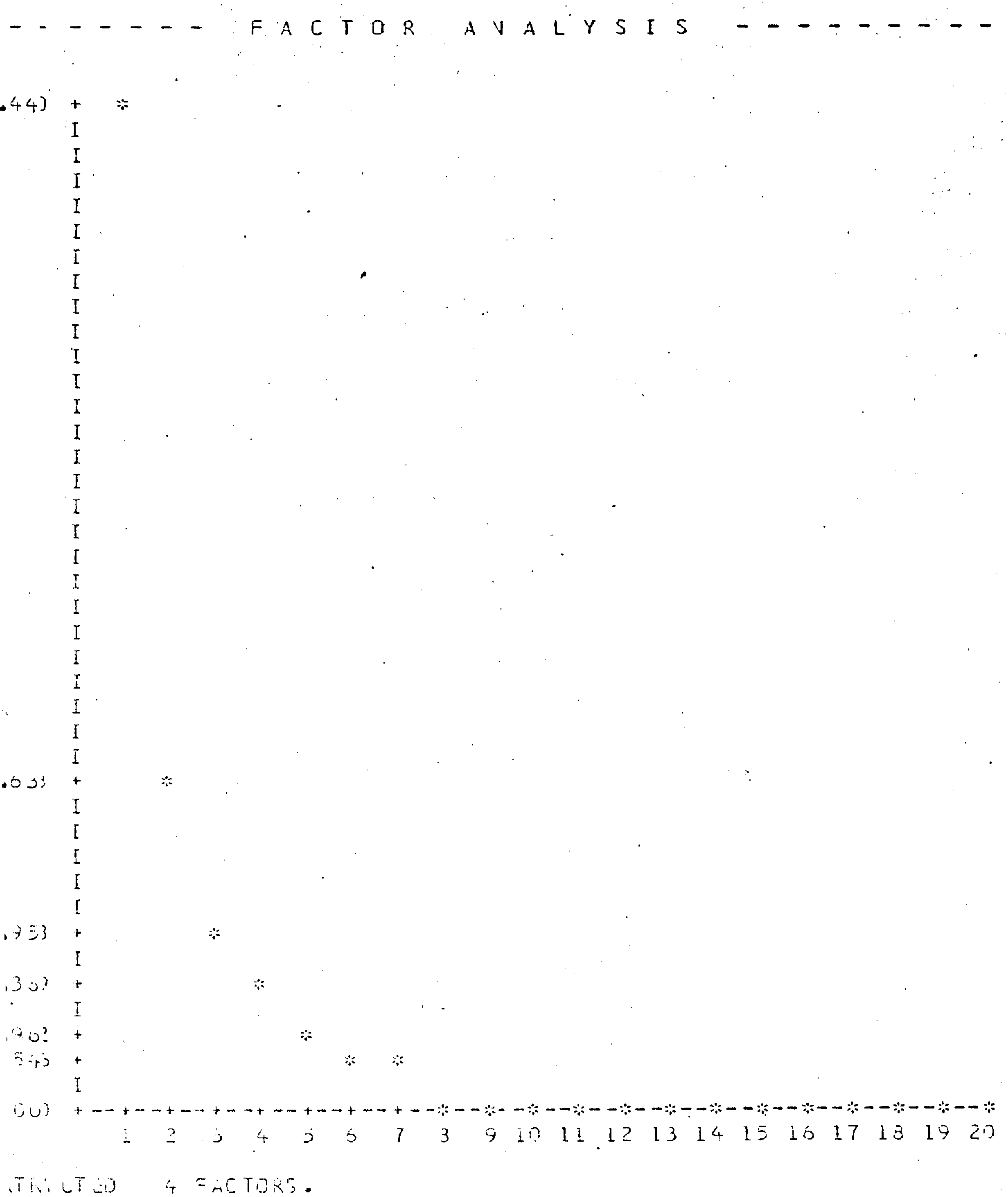
TABLO XXIV : Korelasyon matrisi

- - - - - - - - - - - F A C T O R   A N A L Y S I S - - - - - - - - - -

IAL STATISTICS:

ABLE	COMMUNALITY	*	FACTOR	EIGENVALUE	PCT OF VAR	CUM PCT
		*				
	1.00000	*	1	10.43961	52.2	52.2
	1.00000	*	2	3.63293	18.2	70.4
	1.00000	*	3	1.95811	9.8	80.2
	1.00000	*	4	1.38865	6.9	87.1
	1.00000	*	5	.96188	4.8	91.9
	1.00000	*	6	.69372	3.5	95.4
	1.00000	*	7	.54622	2.7	98.1
	1.00000	*	8	.21537	1.1	99.2
	1.00000	*	9	.08880	.4	99.6
	1.00000	*	10	.05087	.3	99.9
	1.00000	*	11	.02379	.1	100.0
	1.00000	*	12	.00000	.0	100.0
	1.00000	*	13	.00000	.0	100.0
	1.00000	*	14	.00000	.0	100.0
	1.00000	*	15	.00000	.0	100.0
	1.00000	*	16	.00000	.0	100.0
	1.00000	*	17	.00000	.0	100.0
	1.00000	*	18	.00000	.0	100.0
	1.00000	*	19	.00000	.0	100.0
	1.00000	*	20	.00000	.0	100.0

o XXV : Başlangıç faktörleri



il-5 : 20 degişkenin scree sınaması

- - - - - - - - - - F A C T O R   A N A L Y S I S - - - - - - - - - -

MATRIX:

FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4
.97425	-.16815	.12732	-.01536
.40934	.59161	.42468	.00318
-.11005	-.21661	-.80608	.28227
.98686	-.12718	.06203	.04239
.97971	-.03813	.02904	.01943
.81236	.28514	-.25542	-.36903
.93905	.06906	-.09074	-.01761
.03920	-.03586	-.08391	.64108
.95067	.11204	-.14942	-.03106
.17994	-.26085	.77730	-.07435
.70684	-.38777	.08630	-.17064
.83478	-.33893	.22663	-.00554
.95823	.20144	-.09092	.04244
-.00602	.06503	.19337	.53406
.40141	-.78083	.20621	.34826
.21261	.31169	.22080	.42565
.97259	-.14563	.08846	.07317
.88863	.03147	-.30066	.23977
.19732	.70504	-.07775	.16807
.83626	.28857	-.31628	-.20703

XVI : Faktör agırlıkları matrisi

- - - - - - - - - - F A C T O R   A N A L Y S I S - - - - - - -

ARTIMAX C CNVERGED IN 5 ITERATICNS.

TATED FAC TOR MATRIX:

	FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4
	.96783	-.05638	.12726	.19448
	.35580	.58391	-.27349	.39444
	-.05702	-.16965	.23941	-.83614
	.98095	-.00193	.14109	.11633
	.97400	.05104	.06619	.08268
	.83349	.03503	-.47623	-.14117
	.98964	.09652	-.04199	-.03255
	.08886	-.16764	.87449	-.17196
	.95467	.11080	-.08675	-.09183
0	.13654	-.10181	.20285	.80000
1	.71941	-.34571	.11834	.18835
2	.82759	-.18087	.24458	.29272
3	.95148	.23492	-.07169	-.05675
4	-.06792	.86899	.06724	.02519
5	.39751	-.37490	.77162	.20167
6	.14742	.94711	-.09578	.07779
7	.96414	.00398	.17975	.13578
8	.89436	.16485	.15495	-.29575
9	.16897	.66349	-.28127	-.14975
0	.85414	.11853	-.35613	-.23447

lo XXVII : Döndürülmüş faktör agırlıkları matrisi

SONUÇLARIN YORUMLANMASI

ödürülmüş faktör ağırlıkları matrisine ilişkin Tablo XXVII'
.n özgün değişkenler satırlarının incelenmesi sonunda,
er bir değişkenin en iyi temsil edileceği faktörün belirlen-
esi aşamasına gelinir. Önceki bölümde son faktörlerin elde
dilmesi başlığı altında açıklanan yol izlenerek, faktör
ğırlıklarının büyüklüğü itibariyle her bir değişken bir
aktöre dahil edilir.Böyle bir çaba sonucunda oluşan dağıtım
şağıdaki Tablo XXVIII' de özetlenmiştir.

FAKTÖR 1	FAKTÖR 2	FAKTÖR 3	FAKTÖR 4
A1	A2	A8	A3
A4	A14	A15	A10
A5	A16		
A6	A19		
A7			
A9			
A11			
A12			
A13			
A17			
A18			
A20			

ablo XXVIII : Değişkenlerin faktörlere dağılımı

on tablodaki sonuçların elde edilmesinden sonra faktörlerin
dlandırılması aşamasına gelinir. Bu amaçla Tablo XXVIII'in
er bir faktöre dahil edilecek değişkenler açısından incelen-
esi gerekecektir.

lk faktör tarafından temsil edilecek değişkenlerin nitelik-
eri göz önüne alındığında,söz konusu bu faktör çalışmamızda
Temel Demografik ve Ekonomik Faktör" olarak adlandırılmış-
ır.

enzer bir inceleme sonunda Medyan yaş, İhracat tutarı, Fert aşına milli gelir ve ücret değişkenlerinin ikinci faktör arafından temsil edilecekleri görülmektedir. Söz konusu bu 4 eğişkenin altında yatan boyut refah olarak algılandığından kinci faktör "Refah Faktörü" şeklinde isimlendirilmiştir.

ndüstrideki haftalık ortalama çalışma süresi ve Sosyal fon ullanımı değişkenlerinin 3. faktördeki ağırlıklarının diğer aktördekilerden yüksek olduğu gözlenmektedir. Bu nedenle bu aktör "Sosyo-politik Faktör" şeklinde isimlendirilmiştir.

eriye kalan Doğurganlık oranı ve Ecu'ye dönüşüm oranları zgün değişkenleri son faktöre bırakılmışlardır. Bu faktöre er iki değişkeni niteliksel olarak kapsayacak yaratıcı bir tiket vermek gerekeceğinden, Doğurganlık oranını etkileyen edenler arasından maddi olanı benimsenip çalışmamızda söz onusu bu sonuncu faktör de "Parasal Faktör" olarak isimlen- irilmiştir.

SONUÇ

Asal bileşen analizi deney ve gözlem sonuçlarının içerdiği bilgileri, faktör olarak tanımlanan yeni gruplara bölerek özetlemektedir. Böylece yığın veri karşısındaki araştırmacıya daha az sayıda, kullanımı daha kolay, kendi aralarında ilişkili olmayan özet bilgi sağlamaktadır. Böylece asal bileşen analizi, bir gözlem kümesinden doğrudan gözlenemeyen yeni bir boyut kümesinin belirlenmesi ve kimliğinin saptanmasına da olanak tanımaktadır.

Bununla birlikte asal bileşen analizi, veriyi indirgerken belirli bir kayba neden olmaktadır. Gerçekten de, uygulamaya ilişkin Tablo XXV incelenirken de görülebileceği gibi, ilk 4 faktör özgün verideki varyansın % 87.1'lik bölümünü üstlenebilmektedir.

Günümüzde asal bileşen analizi uygulamaları bilgisayarlar aracılığıyla gerçekleştirilmektedir. Asal bileşen analizine ilişkin olarak geliştirilmiş farklı paket programların, programı geliştiren kuruluşun istatistik analiz görüşüne ya da yorumunun farklılığına bağlı olarak ayrı programlama algoritmalarını temel aldığı bir gerçektir. Bu nedenle farklı algoritmalar değişik faktörler oluşturabilmektedir.

Kaldı ki , asal bileşen analizini verisine uygulayan araştırmacı, elde ettiği faktörleri onları oluşturan değişkenlerden hareketle adlandırırken belirli bir nesnellik altında bulunmaktadır. Bu nedenle araştırmacının kendi özgün konusu yanında istatistiksel tekniğe hakimiyetine de ihtiyaç bulunmaktadır.

Yukarıda sıralanan olumsuzluklarına rağmen en eski faktör analizi tekniği olan asal bileşen analizi, veri indirgeme durumundaki araştırmacının değişkenlerini azaltma yolunda kullanabileceği bir tekniktir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

yres, Frank
Çev:G.Oral) : Teori ve Problemlerle Matrisler, Ankara, Güven Kitapevi Yayını, 1980.

eae, T.P.
nnis, D.M. : "Market Segmentation : A Review", European Journal of Marketing, C.21, S.5, 1987.

ox, Keith K.
nis, Ben M. : The Marketing Research Process, Pacific Palisades, GoodYear Publishing Co. Inc., 1972.

ömlekçi, Necla : Deney Tasarımı ve Çözümlemesi, Eskişehir, Anadolu Üniversitesi Yayını, 1988.

aniel, Wayne W.
errell, James C. : Business Statistics for Management and Economics, Boston, Hougton Mifflin Company, 1989.

addeev, D.K.
addeeva, V.N.
Çev:R.C.Williams) : Computational Methods of Linear Algebra, San Francisco, W.H.Freeman and Co., 1963.

erber, Robert
erdoorn, P.J. : Research Methods in Economics and Business, NewYork, The Macmillan Company, 1970.

atty, Ronald : "Multivariate Analysis For Marketing Research: An Evaluation", Applied Statistics, C.15, S.3, 1966.

reen, Paul E.
armone, Frank J. : Multidimensional Scaling and Related Techniques in Marketing Analysis, Boston, Allyn and Bacon Inc., 1970.

Gürtan, Kenan : __İstatistik ve Araştırma Metodları,__ İstanbul, İstanbul Üniversitesi Yayını, 1979.

Hanke, John E.
Reitsch, Arthur G. : __Business Forecasting,__ Newton, Allyn and Bacon Inc., 1986.

Harman, Harry H. : __Modern Factor Analysis,__ Chicago, The University of Chicago Press, 1976.

Johnson, Norman L.
Leone, Fred C. : __Statistics and Experimental Design in Engineering and the Physical Sciences, C.2,__ New York, John Wiley and Sons Inc., 1964.

Kim, Jae-On
Mueller, Charles W. : __Factor Analysis,__ Beverley Hills, Sage publications Inc., 1986.

Kim, Jae-On
Mueller, Charles W. : __Introduction to Factor Analysis,__ Beverly Hills, Sage Publications Inc., 1985.

Kinnear, Thomas C.
Taylor, James R. : __Marketing Research,__ Tokyo, McGraw-Hill Book Company, 1983.

Koutsoyiannis, A.
(Çev: Ümit Şenesen
Gülay Günlük-Şenesen): __Ekonometri Kuramı,__ Ankara, Verso Yayıncılık, 1989.

Luck, David J.
Rubin, Ronald S. : __Marketing Research,__ New York, Prentice-Hall International Inc., 1987.

Luck, David J.
Wales, H.G.
Taylor, Donald A. : __Marketing Research,__ New Jersey, Prentice-Hall Inc., 1974.

Mucuk, İsmet : "Pazarlama Araştırmalarında Kullanılan Çok Değişkenli Analiz Teknikleri", __Bursa Üniversitesi İktisadi ve Sosyal Bilimler Fakültesi Dergisi,__ C.1, S.1, Temmuz 1979.

ie, Norman H.
ent, Dale H.
ill, C.H. : Statistical Package for the Social Sciences, New York, McGraw-Hill Book Company, 1970.

inneear, Thomas C.
aylor, James R. : Marketing Research, Tokyo, McGraw-Hill Book Company, 1983.

ztürk, A.
kur, M.C.
anbastı, A.G. : "Faktör Analizi ve Bunun Psikiyatrideki Bir Uygulaması", Ege Üniversitesi Bilgisayar ve Uygulama Merkezi Dergisi, C.2, S.1, Haziran 1979.

ekeran, Uma : Research Methods for Managers, NewYork, John Wiley and Sons Inc., 1984.

piel, Murray R.
(Çev: Ergas, A.
Marcotorchino, J.F.): Theorie et Applications de la Statistique, Paris, Ediscience S.A., 1972.

Tunalı, E.Turhan
kur, M.Cudi : "Ana Bileşenler Analizi ve Bir Uygulama", Ege Üniversitesi Bilgisayar ve Uygulama Merkezi Dergisi, C.4, S.1, Haziran 1981.

Türker, Eyüp Sabri : "Ana Bileşenler Analizi Yardımıyla Ekonomik Bir Modelin İncelenmesi", Ege Üniversitesi Bilgisayar ve Uygulama Merkezi Dergisi, C.10, S.1, Haziran 1987.

Weiers, Ronald M. : Marketing Research, New Jersey: Prentice-Hall International Inc., 1988.

------------------------------ : Portrait Social de l'Europe, Office statistique des Communautés européennes, Luxembourg, Office des publications officielles des Communautés européennes, 1991.

------------------------------ : Statistiques de Base de la Communauté, Office statistique des Communautés européennes, Luxembourg, Office des publications officielles des Communautés européennes, 1991.