

**İLKÖĞRETİM BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
MATEMATİKSEL PROBLEMLERİN ÇÖZÜMLERİNDE
KULLANDIKLARI TEMSİLLER**

Çiğdem KILIÇ

Doktora Tezi

Mayıs, 2009

**İLKÖĞRETİM BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL
PROBLEMLERİN ÇÖZÜMLERİNDE KULLANDIKLARI TEMSİLLER**

Çiğdem KILIÇ

DOKTORA TEZİ

İlköğretim Anabilim Dalı

Sınıf Öğretmenliği Doktora Programı

Danışman: Prof. Dr. Aynur ÖZDAŞ

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

2009

Bu Tez Çalışması Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu

Başkanlığı Tarafından Desteklenmiştir. Proje No:070516

Anneme ve Babama

DOKTORA TEZ ÖZÜ

İLKÖĞRETİM BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL PROBLEMLERİN ÇÖZÜMLERİNDE KULLANDIKLARI TEMSİLLER

Çiğdem KILIÇ

İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Doktora Programı

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Danışman: Prof. Dr. Aynur ÖZDAŞ

İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözme sürecinde kullandıkları temsillerin belirlenmesinin amaçlandığı bu araştırmanın verilerinin toplanmasında, çözümlenmesinde ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Araştırma, 2006-2007 bahar döneminde, Eskişehir il merkezinde bulunan Mehmet Gedik İlköğretim Okulu'ndaki toplam 12 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın verileri klinik görüşmeler, görüşmecî günlüğü ve öğrenci günlüklerinden elde edilmiş olup, verilerin analizinde ise verinin işlenmesi, verinin görsel hale getirilmesi ve sonuç çıkarma ve teyit etme bölümlerinden oluşan bir sınıflama kullanılmıştır.

Araştırma sonucunda, ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problemlerin çözüm sürecinin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında konuşma dili, planı uygulama aşamasında konuşma dili, görsel, sembolik, somut nesne, çözümün değerlendirilmesi aşamasında ise konuşma dili, görsel, sembolik temsilleri kullandıkları saptanmıştır. Öğrencilerin bu kullandıkları temsilleri seçme nedenlerine bakıldığında kişisel tercihlerinin ön plana çıktığı, bunun yanı sıra, önceki deneyim, öğretmen ve duygusal etmenlerinin de öğrencilerin temsilleri seçmelerinde etkili olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerden bazılarının matematiksel problemlerin çözüm sürecinde temsillerle ilgili sorunlar yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerin, probleme uygun temsil oluşturamama ve kullandıkları temsilleri problemle ilişkilendirememe sorunlarını problem çözme sürecinin problemi anlama ve plan yapma ve planı uygulama

aşamalarında yaşadıkları, çözümlün değerlendirilmesi aşamasında ise problemin çözümlüne uygun temsil oluşturamama ve kullandığı temsili problemin çözümlü ile ilişkilendirememe sorunlarının yaşandığı belirlenmiştir. Bu sorunlardan başka temsiller arası geçiş yapamama, sembolik temsile uygun resimle temsil oluşturma ve resimle temsil oluşturamama sorunlarının yer aldığı saptanmıştır. Öğrencilerden başarı düzeyi düşük olanların bu sorunları daha çok yaşadıkları, başarı düzeyi orta ve yüksek olan öğrencilerin bu sorunları pek fazla yaşamadıkları görölmüştür.

Araştırmada ortaya çıkan tablo doğrultusunda, öğretmenler temsil türlerinin kullanımına yönelik kendi uygulamalarını değerlendirerek farklı temsil türlerinin kullanımını analiz edebilecekler ve sınıf ortamında uygulayabileceklerdir.

Ph.D. DISSERTATION

ABSTRACT

**REPRESENTATIONS THE FIFTH GRADE PRIMARY SCHOOL STUDENTS
USED IN THE PROCESS OF SOLVING MATHEMATICAL PROBLEMS**

Çiğdem KILIÇ

DEPARTMENT OF PRIMARY EDUCATION DOCTORAL DEGREE PROGRAM
IN PRIMARY EDUCATION

Anadolu University Graduate School of Education

Advisor: Prof.Dr. Aynur ÖZDAŞ

This study aimed to find out the representations the fifth grade primary school students used in the process of solving mathematical problems. Qualitative research method was used in the collection, analysis and interpretation of the data. The study was conducted with 12 students from Mehmet Gedik Primary School in 2006-2007 academic year spring term in Eskişehir. The data were collected through clinical interviews, researcher journal and student journals, and the data were analysed by using a classification technique consisted of data reduction, data display, conclusion and verification.

Results of the study conveyed that while solving mathematical problems, fifth grade primary school students used spoken language and picturing at the step of understanding the problem and planning; they used spoken language, picturing, symbolizing, and concrete objects at the step of applying the plan; and at the step of the evaluation of the solution, they used spoken language, picturing and symbolic representations. As for the reasons of using these representations, it was found out that in addition to personal preferences, previous experiences, teacher and affective factors were the main causes of choosing representations. It was observed that some of the

students had difficulties in terms of symbolizing in the process of solving a mathematical problem. It was found out that the students had the difficult of not setting suitable representation for the problem and not establishing a relationship between the problem and the representations they used in the steps of understanding the problem, planning and application of the plan in the process of solving a mathematical problem. As to the evaluation step of the solution, not being able to form a suitable representation to the solution and not being able to establish a relationship with the solution and representation they used were the difficulties the students had. In addition to these difficulties, students had some other difficulties including not being able to create transfer among the representations, not being able to create suitable pictures in relation to the symbolic description and not being able to create pictures at all. Students who had lower performances were observed to live such difficulties much more than their average or high performance peers. As for the average or high performance students, they were observed not to live these troubles very often. The results of the study revealed that a student using a representation effectively in the process of solving a problem is able to use various other representations effectively as well.

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Çiğdem KILIÇ'ın "İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Problem Çözme Sürecinde Kullandıkları Temsiller" başlıklı tezi 08.05.2009 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Programında, doktora tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	:Prof. Dr. Aynur ÖZDAŞ	
Üye	:Prof. Dr. Gürhan CAN	
Üye	: Prof. Dr. Murat ALTUN	
Üye	: Prof. Dr. Naci ÖZER	
Üye	: Doç. Dr. Sinan OLKUN	

Yard. Doç. Dr. Yücel ŞİMŞEK
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdür Vekili

ÖNSÖZ

Temsiller, özellikle problem çözme sürecinde iletişim, ilişkilendirme ve akıl yürütme aracı olması bakımından matematik eğitiminde önemli yere sahiptirler. Temsiller sayesinde bireyler matematiksel problem çözme sürecinde düşüncelerini ve yaptıklarını zorlanmadan çok rahat ifade edebilmektedirler. Bu nedenle öğrencilerin matematik yaşantıları boyunca temsil kullanımını etkili bir biçimde yapmaları konusunda onlara yardımcı olunmalıdır. Matematiğin her tür etkinliğinde doğal olarak yer alan temsil, kavram boyutunda ve bu kavramın problem çözmedeki önemine 2005 yılında uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda gündeme getirilmiştir.

Temsillerin problem çözme sürecinin bütün aşamalarında kullanılarak problem çözme sürecinde yaşanan zorlukları aza indirgeyeceği ve öğrencilerin problem çözme sürecindeki başarılarına katkı getireceği düşünüldüğünde, öğrencilerin problem çözme sürecinde ne tür temsiller kullandıkları, kullandıkları bu temsilleri seçme nedenleri ve problem çözme sürecinde kullandıkları temsillerle ilgili ne tür sorunlar yaşadıklarının bilinmesi önemli bir yere sahiptir.

Bu araştırmanın gerçekleştirilmesinde pek çok kişinin desteği ve katkıları olmuştur. Araştırmayı gerçekleştirmemde her zaman desteğini, ilgisini ve katkılarını gördüğüm, değerli katkıları ile bana güç veren hocam ve tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Aynur ÖZDAŞ'a sonsuz teşekkür ederim.

Tez izleme komitemde yer alan, araştırma süreci boyunca görüşlerine başvurduğum, ilgilerini ve desteklerini her zaman hissettiğim değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Gürhan CAN ve Sayın Doç. Dr. Sinan OLKUN'a teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmanın yürütülmesinde ve sonrasında önemli katkıları olan ve her zaman desteklerini hissettiğim değerli arkadaşlarım Yard.Doç.Dr. Dilek TANIŞLI, Yard.Doç.Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE ve Öğr. Gör. Müyesser CEYLAN ve bölümdeki diğer arkadaşlarıma sonsuz teşekkür ederim.

Araştırma sürecinde desteğini esirgemeyen ve bana her zaman destek olan değerli arkadaşım Av. Özlem AVCI'ya teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmanın uygulamasının yapıldığı Mehmet Gedik İlköğretim Okulu yönetimine, öğretmenlerine ve görüşmeler yaptığım öğrencilere ve velilerine teşekkür ederim.

Araştırma boyunca her türlü desteklerini gördüğüm ve her zaman güç aldığım değerli anneme, babama, kardeşlerime ve onlar farkında olmasalar dahi çocuk gözleriyle bana büyük güç veren ve çok güzel işler yapacaklarına inandığım yeğenlerime teşekkürlerimi sunarım.

Çiğdem KILIÇ

Eskişehir, 2009

ÖZGEÇMİŞ

Çiğdem KILIÇ

İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Doktora Programı

Eğitim

Yüksek Lisans	2003	Anadolu Üniversitesi İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı
Lisans	2000	Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü
Lise	1996	Bursa, Çelebi Mehmet Lisesi

İş

2000- Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Yayınlar

Uluslararası Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri Kitaplarında Basılan Bildiriler

Kılıç, Ç ve Özdaş, A. (2009). The concerns about representations encountered by students while solving comparison and ordering fraction problems, CERME-6, Lyon, Fransa, 28/01/2009.

Kılıç,Ç; D. Tanışlı; N.Y. Köse;Özdaş A. (2005). Elementary teachers' conceptions about teaching word problem solving. School Science and Mathematics Association Annual Convention,Fort Worth Texas., 10/11/2005.

Kılıç, Ç. ve Özdaş, A. (2008). Why students select mathematical representations while solving mathematical problems?, EARLI SIG2 - Comprehension of Text and Graphics. August 27-29 2008 Tilburg, The Netherlands.

Kılıç, Ç. ve Özdaş, A. (2007). Turkish pre-service elementary school teachers' solution strategies in proportional reasoning problems, The 31st Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. July 8-13 2007. Seoul Korea.

Ulusal Hakemli Dergilerde Yayımlanan Makaleler

Kılıç,Ç; Tanışlı, D; Köse, N; Özdaş, A. (2007). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme etkinliklerindeki van hiele geometrik düşünce düzeylerinin belirlenmesi, İlköğretim Online, 6(1),11-23,[online]: <http://ilkogretim-online.org.tr>.

Kılıç, Ç. ve Özdaş A. İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsiller. *Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* (Basımda).

Ulusal Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri Kitaplarında Basılan Bildiriler

Özdaş A., Tanışlı, D., Köse, N.Y. Kılıç, Ç.(2007). İlköğretim Sınıf Öğretmenlerinin Matematik Dersinde Kullandıkları Değerlendirme Araç ve Yöntemlerine İlişkin Görüşleri" VI. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Sempozyumu 27-29 Nisan 2007, Eskişehir., 28/04/2007.

Özdaş A., Tanışlı, D., Köse, N.Y. Kılıç, Ç. (2005). Yeni İlköğretim Matematik Dersi(1.-5. Sınıflar) Öğretim Programının Öğretmen Görüşlerine Dayalı Olarak Değerlendirilmesi", Eğitimde Yansımalar VIII Yeni İlköğretim Programlarını Değerlendirme Sempozyumu (Tekişik Eğitim Araştırma Geliştirme Vakfı ve Erciyes Üniversitesi), Ankara: Sim Matbaası, 239-255, 14/11/2005.

Yazılan Ulusal Kitaplar ve Kitaplardaki Bölümler

Doğan-Dunlap H, Özdemir Erdoğan, E.ve Kılıç, Ç. (2008). *Matematiksel tümevarım: karşılaşılan kavram yanlışları ve öğrenme güçlükleri". Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*. Ed:Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H,ss.291-328.

Sergiler

Uluslararası İnteraktif " Niçin Matematik?" Sergisi, 15 Ekim-15 Kasım 2008 (Sergi Organizasyon Ekibi -Türkiye)

Kişisel Bilgiler

Doğum yeri ve Yılı : Almanya, 1977
Cinsiyet : Kadın
Yabancı Dil : İngilizce

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil		Sayfa
1	Matematiksel İletişimin Öğeleri.....	3
2	Çocuğun Sayı Kavramını Anlamasının Gelişimindeki İçsel ve Dışsal Temsiller Arasındaki İlişki.....	9
3	Beş Farklı Temsil Biçimi ve Bu Temsil Biçimleri Arasındaki Dönüşümler.....	11
4	Veri Analizinde İzlenen Aşamalar.....	57

TABLO LİSTESİ

Tablo	Sayfa
1 Öğrencilerin Temsilleri Seçmelerini Etkileyen Nedenler.....	28
2 Araştırmaya Katılan Öğrencilere Yönelik Kişisel Bilgiler.....	43
3 Klinik Görüşme Takvimi.....	55
4 Öğrencilerin Matematiksel Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Temsil Türleri.....	64
5 Öğrencilerin Matematiksel Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Resimle Temsilleri Seçme Nedenleri.....	106
6 Öğrencilerin Matematiksel Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Sembolik ve Somut Nesne Temsillerini Seçme Nedenleri.....	124
7 Öğrencilerin Matematiksel Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Temsillerle İlgili Yaşadıkları Sorunlar.....	135

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
DOKTORA TEZ ÖZÜ	İ
ABSTARCT	İİİ
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI	V
ÖNSÖZ	VI
ÖZGEÇMİŞ	Vİİİ
ŞEKİL LİSTESİ	Xİ
TABLO LİSTESİ	Xİİ
İÇİNDEKİLER	Xİİİ
1. GİRİŞ	1
1.1. Problem	1
1.1.1. Temsil Çeşitleri	8
1.1.2. Kuramlarda ve Kuramcılarda Temsile Bakış	15
1.1.3. Temsilin Matematik Eğitimindeki Yeri ve Önemi	17
1.1.4. Matematiksel Problem Çözmede Temsilin Yeri ve Önemi	22
1.1.5. Öğrencilerin Temsilleri Seçme Nedenleri	27
1.1.6. Öğrencilerin Temsiller ile İlgili Yaşadıkları Sorunlar	29
1.1.7. İlgili Araştırmalar	30
1.2. Araştırmanın Amacı	36
1.3. Araştırmanın Önemi	36
1.4. Sınırlılıklar	37
1.5. Tanımlar	38
1.6. Kısaltmalar	38
2. YÖNTEM	39
2.1. Araştırmanın Yapıldığı Ortam	40
2.2. Araştırmanın Katılımcıları	41
2.3. Veri Toplama Araçları ve Bu Araçların Geliştirilmesi	43
2.3.1. Klinik Görüşme Tekniğinin Kapsamı	44
2.3.1.1. Klinik Görüşme Tekniğinin Amacı	45
2.3.1.2. Klinik Görüşmelerin Planlanması	45

2.3.1.3.Klinik Görüşmelerde Görevlerin ve Klinik Görüşme Sorularının Hazırlanması.....	48
2.3.1.4. Pilot Çalışma.....	51
2.3.2. Günlükler.....	52
2.3.2.1. Görüşmeci Günlüğü.....	52
2.3.2.2. Öğrenci Günlükleri.....	52
2.4. Araştırmacının Rolü.....	53
2.5. Verilerin Toplanması.....	53
2.6. Verilerin Analizi	56
2.7. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenilirliği.....	59
2.7.1. İnandırıcılık.....	60
2.7.2. Aktarabilirlik.....	61
2.7.3. Tutarlık	62
2.7.4. Teyit Edilebilirlik.....	62
3. BULGULAR VE YORUMLAR.....	63
3.1. İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Temsil Türlerine İlişkin Bulgular.....	63
3.1.1. Problemi Anlama ve Plan Yapma Aşamasında Kullanılan Temsil Türlerine İlişkin Bulgular.....	65
3.1.1.1. Konuşma Dili Temsili.....	65
3.1.1.2. Resimle Temsil.....	66
3.1.2. Planı Uygulama Aşamasında Kullanılan Temsil Türlerine İlişkin Bulgular.....	69
3.1.2.1. Konuşma Dili Temsili.....	70
3.1.2.2. Sembolik Temsil.....	72
3.1.2.3. Resimle Temsil.....	77
3.1.2.4. Somut Nesne Temsili.....	92
3.1.3. Çözümün Değerlendirilmesi Aşamasında Kullanılan Temsil Türlerine İlişkin Bulgular.....	93
3.1.3.1. Konuşma Dili Temsili.....	94
3.1.3.2. Sembolik Temsil.....	96
3.1.3.3. Resimle Temsil.....	101

3.2. İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Problemlerin	
Çözümünde Kullandıkları Temsilleri Seçme Nedenlerine İlişkin Bulgular.....	105
3.2.1. Resimle Temsilleri Seçme Nedenlerine İlişkin Bulgular.....	105
3.2.1.1. Kişisel Tercihler.....	107
3.2.1.2. Önceki Deneyim.....	121
3.2.1.3. Duygusal Etmen.....	121
3.2.1.4. Öğretmen Etmeni.....	122
3.2.2. Sembolik Temsilleri Seçme Nedenlerine İlişkin Bulgular.....	123
3.2.2.1. Kişisel Tercihler	125
3.2.2.2. Öğretmen Etmeni.....	131
3.2.2.3. Duygusal Etmen.....	131
3.2.2.4. Önceki Deneyim.....	132
3.2.3. Somut Nesne Temsillerini Seçme Nedenlerine İlişkin Bulgular.....	133
3.3. İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Problemlerin	
Çözüm Sürecinde Kullandıkları Temsillerle İlgili Yaşadıkları	
Sorunlara İlişkin Bulgular.....	134
3.3.1. Problemi Anlama ve Plan Yapma Aşamalarında Yaşadıkları	
Sorunlara İlişkin Bulgular.....	136
3.3.1.1. Probleme Uygun Konuşma Dili Temsili Oluşturamama.....	136
3.3.2. Planı Uygulama Aşamasında Yaşadıkları Sorunlara İlişkin Bulgular.....	139
3.3.2.1. Probleme Uygun Temsil Oluşturamama.....	140
3.3.2.2. Temsili Problemle İlişkilendirememe	150
3.3.2.3. Temsillerarası Geçiş Yapamama	161
3.3.2.4. Sembolik Temsile Uygun Resimle Temsil Oluşturma.....	166
3.3.2.5. Resimle Temsil Kullanamama	171
3.3.3. Çözümün Değerlendirilmesi Aşamasında Yaşadıkları	
Sorunlara İlişkin Bulgular.....	172
3.3.3.1. Problemin Çözümünü Değerlendirmeye Uygun	
Temsil Oluşturamama	173
3.3.3.2. Kullandığı Temsili Problemin Çözümü ile İlişkilendirememe.....	176
4. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER.....	179
4.1. TARTIŞMA ve SONUÇ.....	179

4.2. ÖNERİLER.....	187
4.2.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler.....	187
4.2.2. Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler.....	188
EKLER.....	189
KAYNAKÇA.....	195

1. GİRİŞ

Bu bölümde, araştırmanın problemi, amacı, önemi, sınırlılıkları ve araştırmada geçen bazı tanımlar açıklanmıştır.

1.1. Problem

Günümüz toplumları, hızla değişen ve gelişen dünya normlarını yakalayacak ve çağın gereklerini yerine getirecek, bilimsel ve teknolojik gelişmelere uyum sağlayacak biçimde donanımlı, üretken, sorgulayan ve araştıran bireylere gereksinim duymaktadırlar. Toplumların gereksinimlerini karşılayacak doğrultuda bireyleri yetiştirmek de hiç kuşkusuz eğitim yoluyla mümkün olmaktadır. Eğitim sistemi içerisinde yer alan ve bireyin yaşam boyu yararlanacağı bilgi, beceri, değer, tutum ve alışkanlıkların kazandırıldığı eğitim basamaklarından biri de ilköğretimdir.

İlköğretimde kazandırılacak temel beceriler, genel olarak temel öğrenme ihtiyaçları olarak adlandırılabilir. Temel öğrenme ihtiyaçlarından biri, çocuğun toplumda yaşayabilmesi için gerekli beceri ve tutumları geliştirmek; diğeri de, ona bilişsel becerileri kazandırmaktır. Birey için gerekli olan sayısal beceriler arasında da, işlem becerileri, sayıları ve işlemleri yeni durumlara uygulayabilme ve problem çözme geniş bir yer tutmaktadır. Sayısal becerilerinin geliştirilmesi ise matematiğin konusudur (Baykul, 1999).

Bireylerin eğitim süreçleri içerisinde yer alan matematik dersleri öğretim programları, konular ve konuların işlenişleri bütünlüğü itibariyle, bireylerde geliştirilmesi beklenen beceri, yetenek, değer ve tutumlar amaçlanarak hazırlanmıştır.

Matematik eğitiminin genel amaçları aşağıdaki gibi belirtilmektedir (MEB, 2005, ss.9-17):

1. Matematiksel kavramları ve sistemleri anlayabilecek, bunlar arasında ilişkiler kurabilecek, bu kavram ve sistemleri günlük hayatta ve diğer öğrenme alanlarında kullanabileceklerdir.

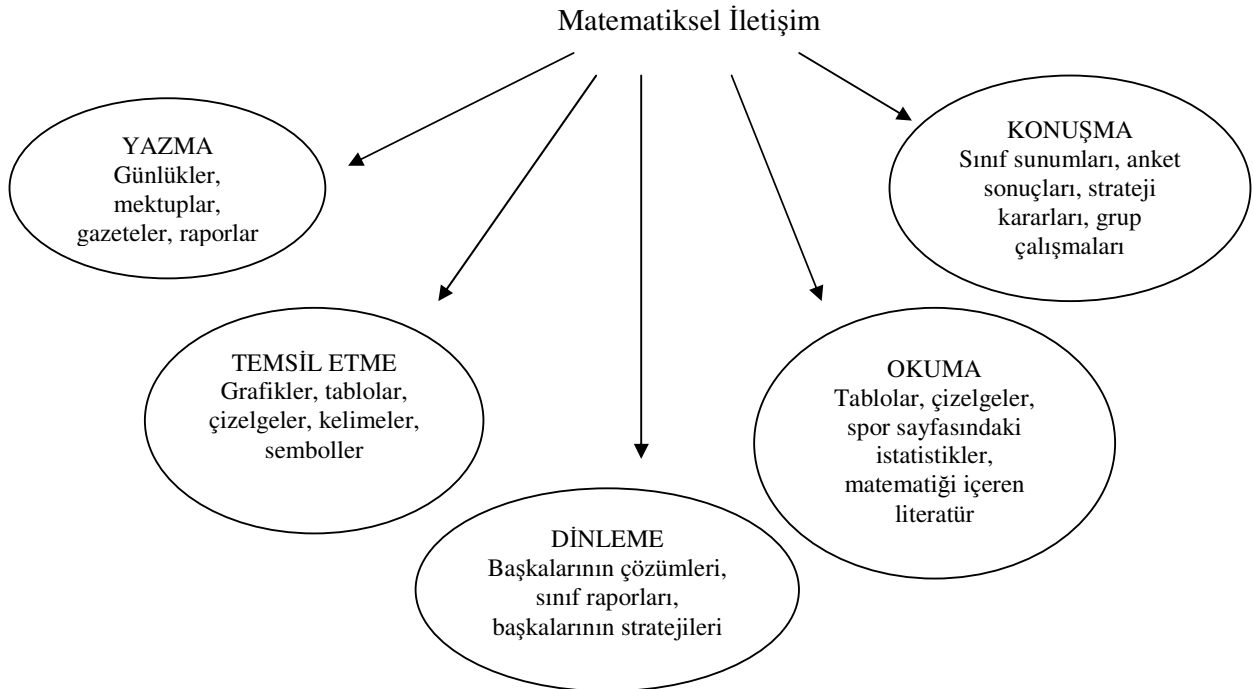
2. Matematikte veya diğer alanlarda ileri bir eğitim alabilmek için gerekli matematiksel bilgi ve becerileri kazandırabilecektir.
3. Mantıksal tüme varım ve tümden gelimle ilgili çıkarımlar yapabilecektir.
4. Matematiksel problemleri çözme süreci içinde kendi matematiksel düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilecektir.
5. Matematiksel düşüncelerini mantıksal bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminoloji ve dili doğru kullanabilecektir.
6. Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin kullanabilecektir.
7. Problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilecektir.
8. Model kurabilecek, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilecektir.
9. Matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirebilecek, öz güven duyabilecektir.
10. Matematiğin gücünü ve ilişkiler ağı içeren yapısını takdir edebilecektir.
11. Entelektüel merakı ilerletecek ve geliştirebilecektir
12. Matematiğin tarihi gelişimi ve buna paralel olarak insan düşüncesinin gelişmesindeki rolünü ve değerini, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geliştirebilecektir.
13. Sistemli, dikkatli, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geliştirebilecektir.
14. Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma gücünü geliştirebilecektir.
15. Matematik ve sanat ilişkisini kurabilecek, estetik duygular geliştirebilecektir.

Böylece matematik eğitimleri sayesinde insanlar, nesnel ve eleştirel düşünme becerisi kazanmakta, kendilerine olan özgüvenleri artmakta, karşılaştıkları problemler karşısında doğru ve sistemli düşünebilmekte ve neden-sonuç ilişkisi kurabilmektedirler (Baykul, 1994, s.48). NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2000)'de belirtildiği gibi, bunların yanı sıra, değişen dünyada matematiği anlayan ve yapanlar, geleceklelerini şekillendirmede daha fazla seçeneğe ve olanağa sahip olabilmektedirler.

Matematiğin insan yaşamındaki yeri, önemi ve bilimin gelişimine olan katkısı nedeniyle matematik eğitimi, Dünya'da ve Türkiye'de giderek daha fazla önem kazanmaktadır. Matematik eğitimi, bireyleri çeşitli bilgilerle donatmaktan çok, onlara karşılaştıkları problemleri çözmede yardımcı olacak yöntem ve becerilerin kazandırılmasını amaçlar (Özdaş, 1996, s.80). Ayrıca, matematik eğitimi, bireylere fiziksel dünyayı ve sosyal etkileşimleri anlamaya yardımcı olacak geniş bir bilgi ve beceri donanımı sağlar. Çeşitli deneyimlerini analiz edebilecekleri, açıklayabilecekleri, tahminde bulunacakları ve problem çözebilecekleri bir dil ve sistematik kazandırır (MEB, 2005, s.7).

Matematik eğitiminin genel amaçları içerisinde, bireylerde geliştirilmesi beklenen yetenekler, beceriler, değerler ve tutumlar içerisinde yer alan ve özellikle günümüz bireyleri için önemli olan beceriler boyutu; **iletişim, ilişkilendirme, akıl yürütme** ve **problem çözme**yi kapsamaktadır.

İletişim; matematiğin ve matematik eğitiminin en önemli parçası olup, düşünceleri paylaşma ve anlamayı açıklama biçimidir. İletişim, öğrencilerin sezgiye dayalı bilgileriyle soyut matematik dili ve sembolleri arasında köprü kurmada önemli bir rol oynar. Aynı zamanda iletişim, matematiksel düşüncelerin fiziksel, resimsel, grafiksel, sözel, zihinsel ve sembolik temsilleri arasında önemli bağlar kurulmasını sağlar (MEB, 2005, s.13). Bu bağlamda matematiksel bilgilerin yer ve zamana bağlı olmaksızın kuşaktan kuşağa gelişerek aktarılması, matematiğin güçlü, kullanışlı ve evrensel bir dil olma özelliğini açıkça ortaya koymaktadır. Cathcart ve diğerleri (2003)'ne göre matematiksel iletişim Şekil 1'de görüldüğü gibi sınıflandırılmaktadır. Buna göre matematiksel iletişim; yazma, temsil etme, dinleme, okuma ve konuşma öğelerinden oluşmaktadır.



Şekil 1 Matematiksel İletişimin Öğeleri

Cathcart G. ve diğerleri. Learning mathematics in elementary and middle schools. Third edition. N.J. : Merrill/Prentice Hall, 2003. s.16.

Matematiksel iletişim, sınıflarda öğrenci-öğrenci ya da öğrenci-öğretmen arasında yazılı ya da sözlü olarak gerçekleşmekle birlikte, bir rapor, bir hikaye ya da matematik gazetesi yoluyla da gerçekleşmektedir. İletişim sayesinde öğretmenler öğrencilerin anlamaları hakkında bilgi sahibi olurlar ve buna göre daha sonraki öğretimlerini planlarlar (Cathcart ve diğerleri, 2003, s.30).

Öğrenciler kendi matematiksel düşüncelerini ve matematiksel süreçleri fiziksel nesneler (kendi elleri), ana dil, çizimler, diyagramlar, fiziksel hareketler ve sembollerini kullanma gibi çeşitli şekillerde gösterirler. Bu temsiller arasındaki etkileşimler, diğer öğrenci ve öğretmen arasındaki etkileşimler aracılığıyla öğrenciler kendi matematiksel düşüncelerinin zihinsel görüntülerini geliştirirler (NCTM, 2000). Böylece sınıf ortamında matematiksel iletişimin gelişmesi sağlanmış olur. Bunun yanı sıra, matematiksel iletişimin gelişmesinin bir diğer aracı da matematiksel duyu ve düşüncelerin yazılmaya çalışılmasıdır. Bir problemin nasıl çözüldüğü, hangi süreçlerin yaşandığı, ne gibi stratejilerin kullanıldığı hakkında yazılar yazmak, matematiksel günlük tutmak çocuğun matematik hakkındaki üst bilişini de harekete geçirmektedir (Olkun ve Toluk, 2007, s. 44).

İlişkilendirme; matematiksel konuların birbiriyle ve matematiğin günlük yaşam ile olan ilişkisinin nasıl olduğunu gösterir. Matematiksel düşüncelerin birbiriyle ilişkilendirilmesi, öğrencilerin matematiği anlamalarına yardımcı olur (Sheffield ve Chruikshank, 2005, s.11). Öğrenciler matematiksel kavramları diğer kavramlarla, farklı matematik konularını kendi içlerinde ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirerek matematik bilgilerini ve matematik kavramlarını etkili bir biçimde kullanma yeteneklerini geliştirirler (NCTM, 2000, s.131). İlişkilendirme becerisinin gelişmesi için öğrencilerden, kavram ve kurallar arasında karşılaştırmalar yapmalarının istenmesi, onlara somut ve soyut temsil biçimleri arasında ilişkilendirme yapabilecekleri problemler çözdürülmesi ve bu becerinin geliştirilebilmesi için de matematiksel kavram ve kuralların çoklu temsil biçimleriyle gösterilmesi gerektiği vurgulanmaktadır (MEB, 2005, s.16).

Akıl yürütme; matematiği anlamak için gerekli bir beceri olup, çeşitli olgularla ilgili görüşleri vurgulamak ve geliştirmek için güçlü yollar sunmaktadır (NCTM, 2000, s.56). Öğrencilerin matematiği anlayabilmeleri için kendi düşünceleri hakkında akıl yürütmeleri gerekir. Bunun için ise matematikteki ilişkileri ve bağlantıları görebilmeleri ve sonuç çıkarabilmeleri gerekmektedir (Holmes, 1995). Akıl yürütme becerisinin geliştirilmesinde öğretmen öğrencilere düşündürücü sorular sormalıdır. Bu sorulardan bir kaçısı ise şöyledir; Başka bir yol deneyebilir misin? Şekil, tablo, grafik gibi modellerden birini kullanarak gösterebilir misin? (Olkun ve Toluk, 2007, s. 48).

Problem çözme; matematiksel problem çözme, birçok süreç ve stratejileri içeren karmaşık bilişsel bir etkinliktir. Problem çözme sadece doğru bir sonuca ulaşma olmayıp, daha geniş bir zihinsel süreci ve becerileri kapsayan bir eylemdir (Montague, 2008, s.1). Problem çözme becerisi olmadan matematiksel düşüncelerin gücü, kullanışlılığı ve matematikte yer alan diğer beceriler sınırlı olmaktadır. Problem çözme becerisi sayesinde bireylerin matematiği daha iyi öğrendikleri ve bilgilerinin daha da arttığı belirtilmektedir (NCTM, 2000). Problemin çözümünü gerçekleştirmek için problemi temsil etmek önemlidir. Problemi uygun bir şekilde temsil etmeden başarılı bir problem çözme mümkün olmamaktadır. Problemin uygun bir biçimde temsil edilmesi problemi anlamada ve problemi çözmek için plan yapmada bir temel teşkil etmektedir (Montague, 2008, s.1).

İletişim, ilişkilendirme, akıl yürütme ve problem çözme becerilerinde temsil kullanmanın ön plana çıktığı görülmektedir. Temsilin, çocukların düşünme yolları hakkında bazı önemli olguları açıklamak için matematik eğitiminde kullanılan çok önemli kavramlardan biri olduğu düşünülebilir. NCTM (2000, s.66)'de belirtildiği gibi, temsil, bireylerin matematiksel bir etkinlikte, gözlenebilen biçimde oluşturdukları ürünler ile zihinlerinde içsel olarak oluşturdukları ürünlere karşılık gelmektedir. Temsil, durağan ürün olmayıp, bir matematiksel kavramın oluşum sürecini ya da matematiksel ilişki sürecini kapsar ve temsilin kullanımı doğal olarak meydana gelen bir sosyal etkinliktir. Bunu bir örnekle açıklamak gerekirse, öğrencilerden veriyi grafik ile temsil etmeleri istendiğinde, grafik durağan bir sonuç, bir resim olarak görülmemeli, tersine öğrencilerin ilişki kurmalarına ve geçerli bir neden belirtmelerine yardım eden

bir etkinlik olarak görülmelidir (Pape ve Tchoshanov, 2001; Woleck, 2001). Burada grafik, veriler ve veriler arasındaki ilişkilerin temsil biçimidir.

Temsil etme ise, bir şeyi başka bir durumda sunma biçimidir. Örneğin; bir sayı, bir kümenin eleman sayısını temsil edebilir, ya da aynı sayı, sayı doğrusu üzerinde yer alan bir noktayı temsil edebilir (Goldin, 2002, s.208). Temsil oluşturma, dinamik tekrarlanmalar ve bireye sunulmuş olan bilgiyi bireyin kendi kişisel tercihinine göre oluşturduğu dışsal modeller ile zihinsel modeller arasındaki etkileşimleri içerir (Cox, 1999, s.347). En genel anlamıyla temsiller bir işaret ya da işaretlerin bir yapılanışı, karakter ya da objelerdir. Burada önemli olan nokta, temsilin (sembolle ifade etme, resmetme, kodlama ve sunma) başka şeylerin yerine kullanılabilmesidir (Goldin, ve Shteingold, 2001, s.3). Temsilin rasgele değil, etkili bir biçimde kullanılması gerekmektedir. Bir temsilin bir bağlamdaki etkililiği, birbiriyle etkileşimi olan üç özelliğe bağlıdır. Bu özellikler şunlardır (Cox, 1999, s.343);

- a) temsilin bilişsel ve anlamsal özellikleri,
- b) görevin (üzerinde çalışılan etkinlik) istedikleri,
- c) konu faktörleri (önceki bilgi ve bilişsel stil).

Bu üç özellik birbiriyle etkileşerek o temsilin o bağlamdaki etkililiğini ortaya koymaktadır. Örneğin diyagram temsili ele alalım. Diyagram temsili bir bağlamdaki etkililiği, bu diyagramın ne tür bir diyagram olduğuna, neyi temsil ettiğine, bu temsili kimin oluşturup, kimin kullanacağına ve görevin doğasına bağlıdır.

Temsillerin kullanım alanlarından biri de daha önceden bahsedildiği gibi, matematikteki problem çözme sürecidir. Öğrencilerin problem çözme sırasında kullandıkları temsillerin problem çözmeye ve düşüncelerini başkaları ile paylaşmaya yardım ettikleri belirtilmektedir. Ayrıca, temsillerin öğrencilerin problemleri analiz etmelerine ve problemleri çözme yollarını bulmalarına olanak sağladıkları vurgulanmaktadır (Fennell ve Rowan, 2001, s.289).

Bugüne kadar Türkiye’deki İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programında temsillere ve onların problem çözmedeki etkililiğini açıkça vurgulayan ifadeler yer verilmediği görülmektedir. Bu duruma ilk olarak 2005-2006 öğretim yılından itibaren uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi (1-5.sınıflar) Öğretim Programında yer verilerek, problem çözme sürecinde öğrencinin problemi nasıl çözdüğü, problemdeki hangi bilgilerin bu çözüme katkıda bulunduğu, problemi nasıl temsil ettiği (tablo, şekil, somut nesne vb), seçtiği stratejinin ve temsil biçiminin çözümü nasıl kolaylaştırdığı üzerinde durulması gerektiği belirtilmektedir (MEB, 2005, s.12). Bunun yanı sıra, uluslar arası başka belgelerde de temsil kullanımının önemi üzerinde durulmaktadır. Bunlardan biri de NCTM ulusal matematik öğretmenleri konseyi tarafından yayınlanan (Principles and Standards for School Mathematics) okul matematiğinin ilkeleri ve standartları adlı belgedir. Bu belgede anaokulundan 12. sınıfın sonuna kadar tüm öğrenciler için matematik standartları belirlenmiştir. Belirlenen bu standartlar arasında temsil adı altında ayrı bir standart olduğu görülmektedir. Bu standartta temsiller ile ilgili olarak öğrencilerden beklenenler aşağıdaki biçimde ifade edilmektedir (NCTM, 2000, s.67);

- Matematiksel düşünceleri organize etmek, kayıt etmek ve iletmek için temsilleri oluşturmak ve kullanmak,
- Problemleri çözmek için temsilleri seçmek, uygulamak ve aralarında geçiş yapmak,
- Fiziksel, sosyal ve matematiksel durumlara model olmak ve yorumlamak için temsilleri kullanmak.

İlköğretim matematik dersinin genel amaçlarına bakıldığında, matematikte yer alan beceriler arasında problem çözme becerisinin geliştirilmesinin önemli bir yeri vardır. Buna karşın, öğrencilerin problem çözmede sıkıntı yaşadığı bilinen bir gerçektir. Özellikle uluslararası düzeyde yapılan sınavlardaki Türk öğrencilerin göstermiş oldukları düşük performans bunu doğrulamaktadır (TIMSS, 1999; PISA, 2003).

Öğretmenler kimi problemlerin nasıl çözüleceğini öğretirken, öğrenciler de problemlerin nasıl çözüleceğini öğrenirken zorluklar yaşamaktadırlar. Problem çözme

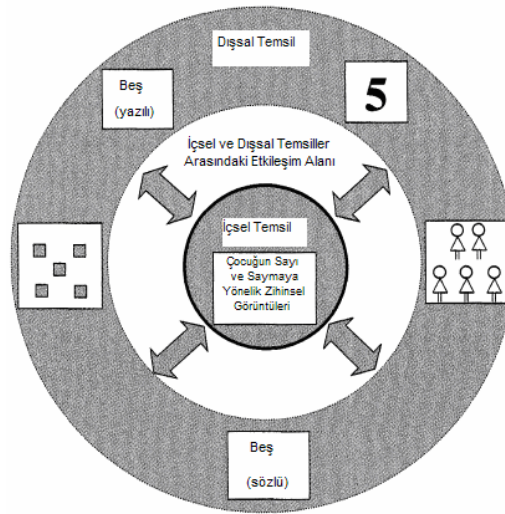
sürecinde öğrencilerin çoğu, problemde sorulanı ya da matematikle ilgili kelimeleri anlamama, problemi okuma ve anlatma ile ilgili yetersiz beceri, önemli bilgiye odaklanmada zorlanma, problem durumunu resmetme ve sonucun doğruluğunu kontrol etme ile ilgili sınırlı beceri ve yetersiz zaman gibi nedenlerden dolayı sıkıntılar yaşamaktadırlar (Shermen, Richardson ve Yard, 2005, ss. 207-209). Problem çözme süreci üzerine yapılan araştırmaların sonuçlarına bakıldığında, problem çözmede yaşanan sıkıntıları yenmek için temsil kullanımının problem çözmenin tüm aşamalarına yardımcı olarak problem çözmeyi kolaylaştırdığı ve böylece sorunların bir kısmının azaldığı belirtilmektedir (Stylianou ve Silver, 2004). Problem çözme ve diğer matematiksel etkinlikler sırasında çeşitli temsillerin kullanıldığı görülmektedir.

1.1.1. Temsil Çeşitleri

Alan-yazın incelendiğinde temsillerle ilgili çeşitli sınıflamalara rastlamak mümkündür. Birçok araştırmacı, temsilleri dışsal temsil ve içsel temsil olmak üzere ikiye ayırmaktadır (Goldin, ve Shteingold, 2001, s.1; Cai, 2005, s.137; Janvier ve Bednarz, 1987, s.109). Araştırmacıların içsel ve dışsal temsillerle ilgili olarak yapmış oldukları tanımlamalarda bazı farklılıklar göze çarpmaktadır. Janvier ve Bednarz (1987, s.109)'a göre içsel temsiller zihinsel imgelere karşılık gelirken, dışsal temsiller sembol, şema, diyagram v.b gibi sembolik düzenlemelere karşılık gelmektedir. Cai (2005, s.137)'e göre ise, içsel temsiller bireyin gerçekte ilgili zihinsel modellerine karşılık gelirken, dışsal temsiller bireyin gerçekte ilgili görüşünü vurgulayan görünen nesneler ya da kayıtlara karşılık gelmektedir. Pape ve Tchoshanov (2001)'e göre, öğrencilerin deneyimleri aracılığıyla geliştirdikleri bilişsel şema ya da matematiksel düşüncelerin soyutlamaları içsel temsiller, sayılar, cebirsel eşitlikler, grafikler, tablolar, diyagramlar ve çizelgeler dışsal temsiller olarak kabul edilebilir. Goldin (2002, s.208)'e göre ise, içsel temsiller; bireylerin psikolojik sistemlerine denk gelmektedir. Ana dil, kişisel sembol yapıları, görsel ve uzaysal imgeler, problem çözme yöntemi gibi. Dışsal sistemler, matematiğin geleneksel sembol sistemlerinden (10'luk sistem, formal cebirsel işaretler, sayı doğrusu, kartezyen koordinat gösterimi) yapılandırılmış öğrenme ortamına kadar (somut materyaller ya da bilgisayar ortamı) değişiklik göstermektedir. Bunların yanı sıra kelimelerin ve cümlelerin (yazılı ya da sözlü) dışsal temsiller olduğu

belirtilmektedir (Goldin ve Shteingold, 2001, s.5). İçsel ve dışsal temsillerle ilgili yapılan tanımlamalara bakıldığında, içsel temsiller bireyin zihninde meydana gelen yapılara, dışsal temsillerin ise, bireyin zihninde meydana gelen yapıların dışa vurulmasıyla oluşan görünen kayıtlara denk geldiği görülmektedir.

Goldin ve Shteingold (2001, ss. 5-6)'e göre, öğrencilerin içsel temsilleri doğrudan gözlenememekte ve dışsal temsillerde olduğu gibi kolayca kodlanamamakta ya da sunulamamaktadır. Ancak, öğrencilerin dışsal temsilleri üretmeleri, söylemeleri ve temsillerle etkileşime geçmeleri temel alınarak, onların içsel temsilleri ile ilgili olarak çıkarsamalar yapılabileceği vurgulanmaktadır. Ayrıca, içsel temsillerle dışsal temsillerin sürekli olarak birbirleriyle etkileşim içinde olduğu belirtilmektedir. Pape ve Tchoshanov (2001) bunu bir örnekle şu şekilde açıklamışlardır; 5 sayısı ele alındığında, çocuk beşin farklı temsillerinin anlamlarını biçimlendirmeye başladığında ilk olarak “den çok” ve “den az” karşılaştırmalarını yapmaya başlar ve beşin görüntü biçimini zihninde canlandırır ve daha sonra çocuğun sayı ve saymaya yönelik olarak zihninde bir takım görüntüler oluşur. Bu etkileşim Şekil 2’de örneklendirilmiştir.



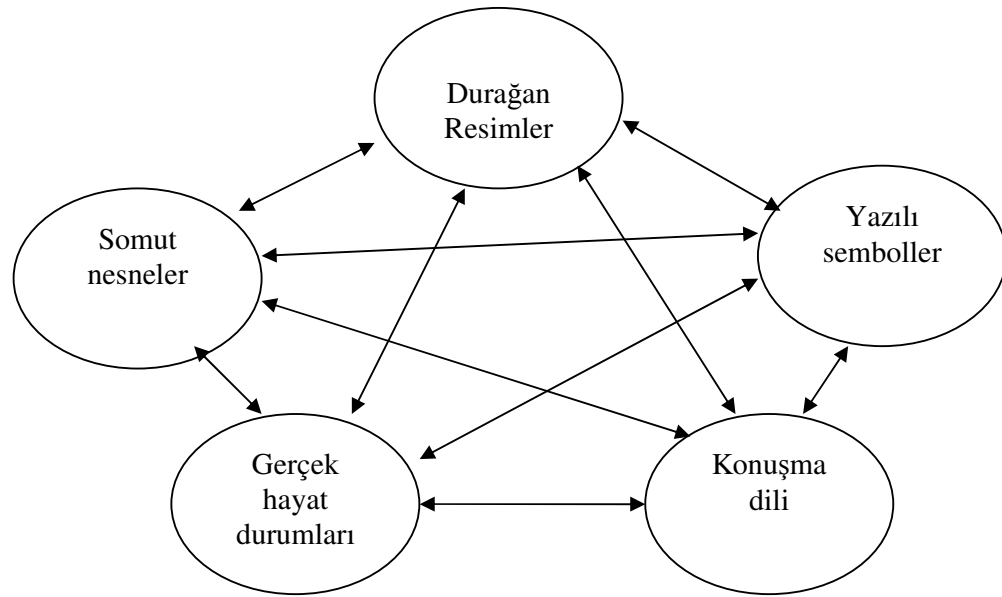
Şekil 2 Çocuğun Sayı Kavramını Anlamasının Gelişimindeki İçsel ve Dışsal Temsiller Arasındaki İlişki

Kaynak: Pape, S. J. ve Tchoshanov M. A. (2001) .The role of representations in developing mathematical understanding. *Theory into Practice*.

Şekil 2’de içsel temsil ve dışsal temsilin bir etkileşim süreci içerisinde olduğu görülmektedir. Pape ve Tshoshanov (2001)’nin belirttiği gibi, bu süreç dışsal temsillerin içselleştirilmesi ile içsel temsillerin dışa vurulması arasındaki etkileşimi içerir. Dışsal temsilin doğası içsel temsilin doğasını, içsel temsilin doğası da dışsal temsilin doğasını etkilemektedir. Aslında bu etkileşim özünde bireyin temsilsel düşünme becerisi ile ilgilidir. Burada temsilsel düşünme bireyin oluşturduğu temsilin, hem dışsal hem de içsel biçimlerinin etkili bir biçimde yorumlanması ve kullanılmasıdır. Örneğin, öğrenci düşündüğünü açıklamak için bir formül yazarken ya da bir resim çizerken, oluşturduğu bu dışsal temsilin içsel bir temsilin yansıması olduğunu ya da öğrenci aritmetik bir formülde belirtilen işlemleri gerçekleştirirken oluşturduğu zihinsel resim ise, dışsal temsilin içsel temsilin yansıması olduğu düşünülebilir. Bu örnek aynı zamanda temsilin iki yönlü doğasının belirgin bir özelliğini de göstermektedir (Goldin, ve Shteingold, 2001; Pape ve Tshoshanov, 2001).

Matematik öğretimi ve öğreniminde hem içsel hem de dışsal temsillerin önemi büyüktür. İçsel ve dışsal temsillerin birbiriyle etkileşimi etkili bir matematik öğretimi ve öğrenimi için temel oluşturmaktadır. Araştırmalar, etkili bir matematik öğretiminin anlamının, dışsal temsilleri öğretmenin öğrenciler üzerindeki etkilerini ve ayrıca öğrencilerin düşüncelerini yansıttıkları içsel temsilleri anlamak olduğunu belirtmektedir (Wu, 2004; Goldin, ve Shteingold, 2001). Böylece, daha etkili bir matematik öğretimi için dışsal temsillerin öğrencilerin öğrenmeleri üzerine olan etkilerinin araştırılması gerektiği, bunun için de öğrencilerin kavramları içsel olarak nasıl temsil ettikleri, bu temsillere yükledikleri anlamlar, kendi geliştirdikleri yapısal ilişkiler, temsilleri birbirleriyle nasıl ilişkilendirdiklerini bilmenin gerekli olduğu vurgulanmaktadır (Goldin, ve Shteingold, 2001, s.7). O halde içsel ve dışsal temsillerin sınıf ortamında etkili bir biçimde kullanılması için öğretmene önemli görevler düştüğü söylenebilir. Öğrenciler problem çözmek ya da matematiksel düşüncelerini düzenlemek için içsel temsilleri açık ve kesin bir şekilde ifade edebilirler. Ayrıca öğrenciler aynı süreçleri dışarı taşımak için dışsal temsilleri alternatif olarak ortaya koyabilirler (Pape ve Tshoshanov, 2001, s.119).

Temsilleri içsel ve dışsal olarak ayıran araştırmacıların yanı sıra, temsilleri farklı biçimde sınıflandıran araştırmacıların olduğu görülmektedir. Temsillerle ilgili bir başka sınıflama da Lesh, Post ve Behr (1987) tarafından yapılmış olan sınıflamadır. Şekil 3'te görüldüğü gibi, bu sınıflamaya göre temsiller; durağan resimler, somut nesneler, yazılı semboller, gerçek hayat durumları ve konuşma dili olarak belirlenmiştir. Bu sınıflamaya bakıldığında temsiller arası geçişlerin mümkün olduğu görülmektedir. Örneğin, birey bir durumu durağan temsil kullanarak temsil edebilir, daha sonra yazılı sembol temsilini kullanabilir ya da somut nesne temsilini kullanarak o durumu temsil edebilir. Bunun yanı sıra, bu beş temsil türünün aynı matematiksel durum için kullanılmasının mümkün olduğu görülmektedir.



Şekil 3 Beş farklı temsil biçimi ve bu temsil biçimleri arasındaki dönüşümler

Kaynak: Lesh, R. Post, T. ve Behr, M. (1987). Representation and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Editor: Claude Janvier. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Şekil 3'te yer alan bu temsilleri aşağıdaki biçimde açıklamak ve örneklendirmek mümkündür (Lesh, Post ve Behr, 1987; Clement, 2004);

- **Durağan resimler;** resimler, diyagramlar-durağan şekiller diye de adlandırılan bu temsil biçimi matematiksel düşüncelerin resmedilmesi anlamına gelmektedir. Örneğin, kesirlerle ilgili matematiksel bir etkinlik sırasında dikdörtgen şeklinin çizilmesi ve bu şeklin dört eşit parçaya ayrılıp, parçalardan birinin taranması bu temsil biçimine örnek olarak verilebilir.
- **Somut nesneler;** somut nesne temsilleri, öğrencilerin dokunabildikleri, taşıyabildikleri ve genellikle istifleyebildikleri nesneler olarak belirtilmektedir. Örneğin, öğrencilerin problem çözmek için küpler, onluk bloklar v.s. kullanmaları bu temsil biçimine örnek olarak verilebilir.
- **Konuşma dili.** Öğrencilerin matematiksel bir etkinlikte kendilerini ifade etmeleri (yanıt verme ve akıl yürütme gibi).
- **Yazılı semboller;** matematiksel semboller ve matematiksel sembollerin birleşimi ile oluşturulan matematiksel ifadelerdir. Bu temsil biçimi cümleler ya da sözcük dizisini de içermektedir. Örneğin, $\frac{1}{4}$, 0.02, %10, $x+3=7$, $A' \cup B' = (A \cap B)'$ yazılı sembolere örnek olarak verilebilir.
- **Gerçek hayat durumları;** bir problem durumunu yorumlama ve çözmeye yarayan bilginin, gerçek dünya olayları etrafında düzenlenmesiyle oluşturulan deneyim tabanlı araçlardır. Örneğin, Ali ve üç arkadaşı büyük bir çikolatayı eşit olarak paylaşmışlardır. Buna göre her biri ne kadar çikolata yemiştir? bu durumun canlandırılması gerçek hayat durumları temsiline örnek olarak verilebilir.

Matematiksel durumları anlatan ya da açıklayan yapılar, matematiksel bir model olarak ifade edilebilmektedir. NCTM (2000)'de bu durum fiziksel, sosyal ve matematiksel durumlara model olmak ve yorumlamak için temsillerin kullanıldığı belirtilmektedir. Bu nedenle matematiksel model, matematiksel kavramları açıklayabilecek biçimde uygun temsil ya da temsillerin bir kombinasyonu olarak düşünülebilir.

Bahsedilen bu beş temsil türünün matematiksel bir durumun temsil edilmesinde nasıl kullanıldıklarını bir örnek üzerinde açıklanışı aşağıdadır;

Örneğin: 6 balondan 2'sinin patlaması gibi matematiksel bir durumun farklı şekillerde temsil edilmesi şu şekilde olmaktadır;

Konuşma dili; “elimdeki 6 balondan 2 tanesi patladı. Kaç tane balonum kaldı?” ifadesinin kendisi matematiksel bilginin sözel temsili anlamına gelmektedir.

Gerçek hayat durumu; gerçekten 6 balondan 2'sinin patlatılması olayı canlandırılabilir.

Somut nesne; balon yerine kullanılacak 6 nesneden 2 tanesinin ayrılması modellenenir.

Resimle temsil; somut nesneleri ya da canlıları temsil etmek üzere çeşitli şekillerin ya da resimlerin kullanılmasıyla matematiksel bilginin temsili yapılabilir.

Sembolle temsil; $6-2=?$ Bu türden temsile ise matematik cümlesi, eşitlik ya da denklem de denilir (Olkun ve Toluk-Uçar, 2006, s. 11).

Temsillerle ilgili herhangi bir sınıflama yapmaksızın çeşitli temsil biçimlerini anlatan çalışmalara rastlamakta mümkündür. Bu temsiller en genel anlamda şöyle açıklanmaktadır (Preston ve Garner, 2003; Diezmann ve English, 2001; Neria ve Amit, 2004; Elia, Gagatsis ve Demetriou, 2007);

Tablo: Problemdeki değişkenlerin yerleştirilebileceği satır ve sütun adı verilen boyutlardan oluşmaktadır.

Resim: Problemdeki edinilen bilgi ile problem durumunu modelleme biçimidir. Bu temsil öğrencilerin matematiksel durumu görmelerini sağlar.

Sayısal: Matematiksel anlatımların hesaplamalar ve manipulasyonları içerecek şekilde aritmetik olarak sunulması.

Cebirsel: Matematiksel anlatımların bir denklem ya da fonksiyon aracılığıyla sunulmasıdır. Örneğin öğrencinin problemde verilen bir bilgiyi temsil ederken $y=3x+1$ ifadesini yazması cebirsel temsile bir örnektir.

Diyagram: Problemdeki veriler arasındaki ilişkileri ortaya koymak görmek için çizilen şemalar olup, probleme ilişkin bilginin uzamsal düzen içinde sunulmasıdır.

Grafik: Veri setini ya da problemin çözümünü tarif eden bir çizim temsilidir.

Sembolik: Sayısal ve cebirsel temsillerin genel adı.

Temsil türü olan diyagramlar, grafiksel gösterimler ve sembolik anlatımlar uzun zamandır okul matematiğinin bir parçası olmuştur (NCTM, 2000, s.66). Öğrenciler matematik eğitim süreçleri içerisinde tabloları, grafikleri ve diğer temsilleri nasıl oluşturacaklarını ve nasıl yorumlayacaklarını öğrenirler. Bu araçlar matematik, fen ve diğer alanlardaki kavramlarla ilgili olarak düşünme ve bu düşünceleri iletmede önemlidir ve gereklidir (Greeno ve Hall, 1997, s.2). Matematiksel fikirleri, sembol ve anlatımlar kullanılarak temsil süreci matematik öğretiminin erken döneminde başlamalıdır. Öğrencilerin gerekli durumlarda uygun temsiller kullanma yetenekleri, onların matematiği anlama ve öğrenmeleri için önemlidir (Hiebert ve Carpenter, 1992).

İlköğretim (3- 5.) sınıflarda öğrencilerin temsil araçlarının, resimleri, tabloları, grafikleri, problemlere ya da matematiksel durumlara model olan kelimeleri içerecek şekilde genişlemesi gerektiği vurgulanmaktadır. Diğer taraftan ilköğretim yıllarında öğrenciler bazı temsillerin bazı özelliklerinin matematikteki anlamayı nasıl kolaylaştırdığını görmeye başlamaktadırlar (NCTM, 2000, s.206).

Matematiksel etkinliklerde temsil kullanımının, matematiği anlama ve öğrenme açısından öğrencilere sağladığı katkı nedeniyle önemini vurgulama adına, kimi zaman temsil kullanma bir matematik etkinliğin amacı da olabilir. Preston ve Garner (2003) kimi matematik etkinliklerinin amacının, temsilleri anlama ve verilen bir temsili kullanma, temsil oluşturma, problem çözerken problemin bir aşamasında bir temsil

seçme ve problemin sonucunu iletmek için temsil kullanma olabileceğini belirtirken, öğrencilerin kendilerine verilen temsilleri kullanabilmelerini, mevcut duruma uygun çeşitli temsiller içinden onlar için yararlı olabilecek olan temsilleri seçebilmelerini ve kendilerine özgü temsiller oluşturabilmelerini vurgulamaktadır.

Temsillerin nasıl etkili olabileceği ile ilgili bilgi, temsilleri seçme, temsiller arasında hareket etme ve ayrıca “bu problemi çözmek için acaba grafik gösterim, sembolik gösterimden daha çok mu fikir verir?” gibi soruları sormayı içerir. Öğrencilerin matematikteki deneyimleri arttıkça sürekli olarak artan bir temsil dağarcığı ve bu temsillerin nasıl işe yarayacağı konusundaki bilgileri de gelişmektedir (NCTM, 2000, s.68).

1.1.2. Kuram ve Kuramcıların Temsile Bakışı

Bazı öğrenme kuramlarında temsillere bakış, davranışçı anlayışta dışsal temsil, yapılandırmacı anlayışta ise içsel temsil olarak görülmektedir. Goldin, ve Shteingold (2001)’de belirtildiği gibi davranışçı anlayış, öğrenmeyi dışsal gözlenebilen değişkenler olarak anlatırken, yapılandırmacı anlayış davranışçı anlayışın tersine bireylerin içsel dünyasına önem vermiştir. Davranışçı anlayış içsel bilişsel durumlarla ilgili yorumlamalar yapmaktan kaçınırken, yapılandırmacı anlayışta öğrenme ortamında yapılandırılmış dışsal sistemler arasındaki etkileşimin, öğrencinin içsel temsil sistemlerini geliştirdiği, böylece öğrencilerin yeni dışsal sistemler üretebilecekleri vurgulanmaktadır.

Bazı kuramcılar (Hans Freudenthal, Piaget, Bruner ve Dienes) temsilleri çocukların düşünme ve matematiksel öğrenme düzeyleri ile ilişkilendirerek bireyin gelişim sürecindeki temsil kullanımını, kimileri de temsil biçimlerini gruplandırarak bireyin kullandığı temsilleri açıklamaktadır. Hans Freudenthal’ın öne sürdüğü gerçekçi matematik eğitiminde, öğrenme etkinliklerinin çocukların kendi sembolizm ve modelleri oluşturmaya ve geliştirmesine olanak tanınmasını, çocuğun kendisi için gerçekçi olan başlangıç problem ortamına çözüm bulabilmek için şekiller, şemalar ya da tablolar oluşturarak kendi sembollerini geliştirdiğini savunur (Olkun ve Toluk-Uçar,

2007). Gerçekçi matematik eğitiminde şekil, şema, tablo ve sembol gibi temsillerin öğrenciler tarafından kullanımı söz konusudur.

Piaget tarafından karakterize edilen bilişsel gelişim dönemleri duyuşsal-motor, işlem öncesi, somut işlemler ve soyut işlemler dönemleridir (Erden ve Akman, 2000). Piaget'nin belirlediği bu dönemler içerisinde işlem öncesi, somut işlemler ve soyut işlemler dönemlerinde temsil kullanımına değinildiği görölmektedir (Souviney,1994, ss.40-41):

- *İşlem öncesi dönem*, sembolik düşünmenin geliştiğı dönemdir. Çocuğun çevresindeki özel nesneler ve olaylar; eylemler, semboller (dili içeren) ve dilin diğer biçimleri (yüz ile anlatım ya da el işaretleri) kullanılarak temsil edilir.
- *Somut işlemler dönem*, zihinsel eylemlerin, fiziksel nesneler ve gerçek olaylar ile yerine getirme yeteneğinin geliştiğı dönemdir.
- *Soyut işlemler dönemde* ise, zihinsel etkinlikler, semboller ve zihinde canlandırılan eylemler kullanılarak yerine getirilir.

Piaget'nin ortaya koyduğu bilişsel gelişim dönemlerinde konuşma dili, sembol, somut nesne, gerçek hayat durumları temsillerine yer verildiği görölmektedir.

Bruner ise temsilleri üç grup altında toplamıştır. Bunlar eylemsel, imgesel ve sembolik biçimlerdir. Birey, bir konu ya da kavram hakkında üç değişik biçimde düşünür (Olkun ve Toluk 2003, s.13). Bruner'in yapmış olduğı sınıflama bireyin bilişsel gelişim dönemlerine verdiği isimlerle eşleştirilmiş gruplama şeklidir. Bruner'in bireyin bilişsel gelişim dönemleri eylemsel dönem, imgesel dönem ve sembolik dönem olarak belirtilmektedir (Erden ve Akman, 2000). Bu bağlamda bu dönemlerde bireyin eylemsel dönemde kullandığı temsiller eylemsel, imgesel dönemde kullandığı temsiller imgesel, sembolik dönemde kullandığı temsiller ise sembolik isimleri altında gruplanmaktadır. Bu gruplama altındaki temsiller Lesh, Behr ve Post (1987) tarafından yapılmış olan temsil sınıflama içerisinde yer alan gerçek yaşam durumları, durağan resimler ve sembolik temsil ile örtüştüğü görölmektedir.

Bruner'e göre birey;

- *Eylemsel dönemde* ilk olarak gerçek dünya nesnelerinin manipüle edilmesi, yapılandırılması ya da düzenlemesi yapılır. Bu dönemde çocuk doğrudan fiziksel dünya ile etkileşir.
- *İmgesel dönemde*; resimler, şekiller ve benzeri temsillere dayanan temsilsel düşünme söz konusudur.
- *Sembolik dönemde* çocuk sembolleri kullanır (Reys ve diğerleri, 1998).

Örneğin iki artı üç işlemi; *eylemsel dönemde* öğrenci gerçek nesnelerle iki nesneden oluşan bir kümeyi üç nesneden oluşan bir küme ile birleştirerek, beş nesneden oluşan bir küme elde eder. *İmgesel dönemde* ise öğrenci bu kez gerçek nesneler kullanmadan aynı işlemleri resim kullanarak gerçekleştirir, *sembolik dönemde* öğrenci bu işlemi göstermek için semboller kullanır yani $2+3=5$ yazar (Olkun ve Toluk 2003, s. 13).

Dienes'in belirlediği matematiksel öğrenme düzeylerinde temsil adında bir düzey olduğu, bunun yanı sıra diğer öğrenme düzeylerinde de temsil kavramına yer verildiği görülmektedir. Bu öğrenme düzeyleri *serbest oyun*, *genelleme*, *temsil*, *sembolleştirme* ve *formalleştirme*dir. Dienes'in belirlediği bu öğrenme düzeylerinden olan

- *Serbest oyun düzeyinde* bireyin çevrede bulunan fiziksel materyallerle doğrudan etkileşim içinde olduğu,
- *Temsil düzeyinde*, bireyin şekil ve resimleri bir temsil olarak kullandığı,
- *Sembolleştirme düzeyinde* ise, bireyin temsili dil ya da matematiksel semboller olarak tanımladığı belirtilmektedir (Reys ve diğerleri, 1998, s.20).

Matematik eğitime katkısı olan kuram ve kuramcılara bakıldığında matematik eğitiminde temsil kullanımının önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir.

1.1.3. Temsilin Matematik Eğitimindeki Yeri ve Önemi

Eğitimde temsil kavramı, son zamanlarda araştırmacıların ve uygulayıcıların dikkatini çekmiş ve böylelikle bu kavram, zamanla matematik eğitimcileri, eğitim psikologları ve

araştırmacılar arasında araştırma ve tartışma konusu olmuştur. Son yıllarda araştırmacıların ve uygulayıcıların da katkılarıyla matematiği öğrenme ve öğretmede, temsil kavramının fark edilir bir şekilde geliştiği görülmektedir (Yang ve Fong-Yu, 2004; Goldin ve Shteingold, 2001).

Oropesa (2004, s.32)'nin Cuoco (2001)'dan aktardığına göre, “öğrenciler matematiği nasıl öğrenir?” sorusunun zor bir soru olduğu ve bunu anlayabilmek için de, öğrencilerin zihinlerinde var olan matematiğe bakış açılarını anlamak gerektiği vurgulanmaktadır. Öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiklerini anlayabilmede ise, matematikteki temsil kavramının, önemli bir unsur olduğu, öğrencilerin kullandıkları temsillerin analiz edilerek, onların matematiksel kavramları nasıl öğrendikleri ile ilgili olarak güçlü bir görüş sağlanabileceği belirtilmektedir (NCTM, 2000, s.66). Bu bağlamda bireylerin karşı karşıya kaldıkları matematiksel bir olguda, onlarda oluşan matematiksel düşünceleri ortaya çıkarmada, bireyin kullandığı temsillerin önemli rol oynadığı söylenebilir.

Çocuklar okulöncesi yıllardan itibaren eğitim sürecinde özellikle eğitim araçları aracılığıyla çeşitli temsil türlerine ilişkin deneyim yaşamaktadırlar. Temelinde anlamaya sağladığı katkılar göz önüne alınarak matematik ders kitaplarında eskiye göre daha ağırlıklı temsillerin kullanımı dikkati çekmektedir (Gagatsis ve İliada, 2001). Bunun başlıca nedenleri içerisinde temsillerin öğrencilerin matematiği anlamalarında, bir takım becerilerinin gelişmesinde ve matematikle ilgili yaşadıkları belli zorlukları yenmede onlara önemli katkılar sunacağı düşünülebilir. Bazı durumlarda temsiller matematiksel kavramlarla çok yakından bağlantılıdır. Örneğin, grafik temsili fonksiyon kavramıyla yakından bağlantılıdır (Gagatsis ve İliada, 2001; Janvier ve Bednarz, 1987). Bu gibi durumlarda özel bir temsil kullanmadan matematiksel kavramı anlamak ve edinmek zordur. Ancak, her temsil bir matematiksel kavramı derinlemesine anlatmayabilir, yalnızca bir bölümüyle ilgili bilgi de verebilir (Gagatsis ve İliada, 2001, s.1). Bazen de aynı problemi çözen öğrenciler arasında bile farklı temsilleri kullananların olduğu görülmektedir (Fennell ve Rowan, 2001, s.289).

Okula yeni başlayan öğrenciler, matematiksel fikirlerini anlatmak ve yeni öğrenmeler gerçekleştirmek için çeşitli temsilleri kullanırlar. Bu nedenle, matematikteki anlamının temelini, bireylerin düşüncelerini temsil edebilme ve temsiller arasında ilişki kurabilme oluşturmaktadır (NCTM, 2000). Temsillerin matematiksel gelişime sağladığı katkılar değişik kaynaklarda aşağıdaki gibi ifade edilmektedir;

- Düşüncelerimizi sunmak için kullandığımız temsiller, düşünce süreçlerini ve düşünce ürünlerini etkilemektedir ve temsillerin farklı biçimleri farklı bilişsel becerileri geliştirmektedir (Eisner, 1997, ss. 1-2).
- Temsiller matematikte karşılaşılan belli güçlükleri aşmada, matematiği daha ilginç ve çekici hale getirmede önemli bir yere sahiptirler (Janvier ve Bednarz, 1987, s.111),
- Soyut matematik kavramlarını somutlaştırmada, anlamlı kılmada ve öğrencilerin matematikte yer alan üst düzey düşünme becerilerine ulaşmalarında yardım etmektedirler (Wu, 2004, s.43).
- Öğrencilerin düşüncelerini organize etme ve fikirlerini iletmede kullandıkları temsiller; problem çözme ve düşünme becerilerinin gelişmesi, matematiksel bilgiyi anlama ve cebirsel düşüncenin gelişiminde gereklidir (Lubinski ve Otto, 2002, s.4; Pape ve Tchoshanov, 2001, s.120).
- Öğrenciler çeşitli temsilleri kullandıkları, karşılaştırdıkları ve oluşturdukları zaman matematiksel kavram ve ilişkileri anlayabilir ve geliştirebilirler (NCTM, 2000, s.279).
- Temsiller matematikçilerin düşünce süreçlerini kaydederler, ifade ederler ve hatırlamayı sağlarlar. Bu araçlar matematikçilerin düşüncelerini rahatça ifade etme, açıklama, geçerli neden belirtme ve düşüncelerini başkalarına iletmeye yardımcı olurlar (Woleck, 2001, s.215).
- Öğrenciler temsillere erişebildiklerinde ve fikirlerini temsil edebildiklerinde matematiksel düşünme kapasitelerini geliştiren araçlara sahip olurlar (NCTM, 2000, s.66).
- Matematik eğitimindeki başarıyla yakından ilgilidirler (Woleck, 2004, s.1).
- Temsil etme, matematiği öğretme ve öğrenme yoludur (Fennell ve Rowan, 2001, s.289).

- Matematiksel veriyi, problemleri, düşünceleri kaydetme, analiz etme, çözme ve iletmede önemli araçlardır (Preston ve Garner, 2003, s.1).
- Matematiğin dili olarak öğretilirler. Öğrenme ve iletişimde önemli yeri olan araçlardır (Preston ve Garner, 2003, s.1).
- Temsiller, sadece birbiriyle ilişkili temsil yapılarından oluşan bir ağ sistemi değildirler, aynı zamanda matematiği anlama, ilişkilendirme ve matematikte bir değerlendirme biçimidirler (Wu, 2004, ss. 36-43).

Matematik öğrenme sürecinde bireylerin, matematiksel kavramları öğrenmelerinin yanı sıra, kavrama ilişkin düşüncelerin kelimeler, semboller, imgeler ve nesneler aracılığıyla nasıl temsil ve ifade edebileceğini de bilmeleri gerekmektedir (Flaveres, 2004). Temsillerin, öğrencilerin matematiksel kavramları ve ilişkileri anlamalarını desteklemede, bireyler arası matematiksel bilgi alışverişinde (matematiksel yaklaşım, ispat gibi), matematiksel kavramlar arasında birbiriyle ilgili olanlar arasında ilişkiyi fark etmede ve modelleme yaparak gerçek problem durumlarına matematiği uygulamada temel öğeler olduklarının konu edinilmesi gerektiği de vurgulanmaktadır (NCTM, 2000). Öğrenciler problemlerle ilgili olarak duymaya, görmeye ve çeşitli temsilleri denemeye gereksinim duyarlar. Öğretmenler öğrencilerine ne düşündüklerini sorup daha sonra bu düşüncelerini çizimler, eşitlikler ya da informal notlar kullanarak göstermelerini isteyebilir (Fennell ve Rowan, 2001, s.288). Bu bağlamda öğrencilere, matematiksel düşüncelerin dışa vurma amacı olan temsillerin, onların matematiksel yaşamlarının temel bir parçası olduğu bilincinin kazandırılması gerektiği söylenebilir.

Temsiller, öğrencilerin matematikteki yaşantıları için önemli olmalarının yanı sıra, öğretmenler için de önemli bir yere sahiptirler. Öğretmenler öğrencilerin temsil kullanımlarını değerlendirerek onların matematiği yorumlama ve düşünme biçimleri hakkında önemli fikirler edinebilirler. Farklı öğrencilerin temsilleri nasıl seçtikleri ve nasıl kullandıklarını gözlemleme, öğrencilerin problemi nasıl anladıkları ile ilgili olarak, öğretmene öğrencileri değerlendirmede kullanacağı bilgileri sağlayabilmektedir (NCTM, 2000). Öğretmen- öğrenci iletişimde iyi bir veri kaynağı olan temsillerin kullanımı ile ilgili olarak öğretmenlerin dikkat etmeleri gereken bir takım noktalar

vardır. Bu noktalar Pape ve Tchoshanov (2001, ss. 126-127) tarafından şöyle sıralanmaktadır;

- Öğrencilere temsilleri denemeleri için olanaklar verilmelidir.
- Öğrencilerin temsil sürecini anlamaları sağlanmalıdır.
- Öğrencilerin yeterli düzeyde birer matematikçi olmaları için öğretim sırasında çeşitli temsilleri kullanmaları sağlanmalıdır.
- Temsiller düşünme, anlatma ve tartışma aracı olarak öğretilmelidir.

Bunun yanı sıra, temsillerin, öğretmenlerin ders planlarını hazırlamalarına da yardım ettiği ve öğretmenlerin, ders planlarını hazırlarken kendilerine aşağıda belirtilen soruları sormalarının onlara ders planlarını hazırlamada yardımcı olacağı belirtilmektedir (Fennell ve Rowan, 2001, ss.290-291):

- Öğrencilerim derste yer alan bilgiyi nasıl temsil edecekler?
- Hangi modeller matematiksel bilginin temsiliinde yardımcı olacaktır?
- Öğrencilerim matematiksel bilgiyi organize etme, düzenleme ve iletmede temsilleri nasıl kullanacaklar?
- Öğrencilerimin kullandıkları temsiller matematiği anlayıp anlamadıkları konusunda bana ne söyleyebilecek?
- Öğrencilerimin yeni matematiksel düşünceleri keşfetmeleri için temsilleri düzenli kullanmaları konusunda onları nasıl cesaretlendireceğim?
- Öğrencilerim problemleri çözmek için temsilleri nasıl seçip, uygulayıp ve temsiller arasında dönüşüm yapabilecekler?

Bütün bu açılımlar dikkate alındığında temsiller, matematik öğretme-öğrenme sürecinde, pek çok bakış açısından önemli bilgiler sunmaktadır. Temsillerin kullanım alanlarından biri de matematiksel problemlerin çözümüdür.

1.1.4. Matematiksel Problem Çözmede Temsilin Yeri ve Önemi

Reys ve diğerleri (1998, s.70) tarafından problem, bir kişinin bir şeyler yapmak isteyip de, ne yapması gerektiğini hemen bilemediği durum olarak genel anlamda tanımlanmaktadır. Genel anlamda tanımlanan problemin çözümü de Altun'un (2000, s.88) Polya'dan (1957) aktardığına göre, ne yapılacağının bilinmediği durumlarda yapılması gerekeni bilmektir.

Kazandığı bilgileri bir problem durumunda etkili biçimde kullanabilme yeteneğine sahip birey, problem çözme yeteneği gelişmiş olarak değerlendirilir. Matematiksel problem çözme öğrencilere matematiği anlamlı kılar, başarılı olmaları konusunda, matematiksel gücün artmasında ve matematiği yapma konusunda yetenekli olduklarına inanmalarını sağlamaktadır (Van de Walle, 2004, s.37).

Polya (1957, ss. 6-16)' ya göre problem çözme süreci, dört aşamadan oluşmaktadır. Polya'nın geliştirdiği bu modelde, matematiksel problemlerin çözüm sürecinde birbirine bağlı olan bu aşamalar; problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve çözümün değerlendirilmesidir.

Problemi anlama; problemin anlaşılması sırasında öğrencilerin yanıtlaması gereken bir takım sorular vardır. Eğer öğrenciler bu sorulara doğru yanıtlar verebiliyorlarsa, bu durum öğrencilerin problemi anlamış oldukları anlamına gelmektedir. Bu sorular; Bilinmeyen nedir? Veri nedir? Koşullar nelerdir? Bu durumun gereklerini yerine getirmek mümkün müdür? Verilen durum bilinmeyeni belirlemede yeterli midir? Yoksa yetersiz midir? Gereksiz ya da çelişkili midir? biçimindeki sorulardır (Polya, 1957, s.XVI).

Problemi anlama aşamasında öğretmen öğrencilerinden problem durumunu tekrar etmelerini ister ve öğrenciler de bu noktada problemi akıcı bir biçimde ifade edebilmelidirler. Öğrenciler problemin önemli bölümleri üzerinde çeşitli açılardan dikkatlice düşünmeleri gerektiği ve eğer problemle ilgili bir şekil varsa şekil çizilmesi gerektiği belirtilmektedir (Polya, 1957). Problemi anlamada şekil, şema ya da grafikten

yararlanılabilir, verilen bir probleme uygun şekil, şema ya da grafik çizmek bir öğrencinin problemi anladığının işareti sayılabilir (Baykul, 1999, s.75).

Plan yapma; problemin anlaşılması aşamasından sonra problemin çözümü için plan yapma gelmektedir. Bu aşama bireyi problemin çözümüne götüren en önemli aşamadır. Bu aşama problemin anlaşılmasına dayalıdır. Problemi anlamayan kişi bu adımı gerçekleştiremez (Baykul, 1999, s.63). Bu aşamada da öğrencilere bir takım sorular sorulmalıdır. Bu problemi daha önce gördün mü? Ya da aynı problemi çok az bir değişiklikle başka bir biçimde gördün mü? Buna benzer bir problem biliyor musun? Problemi yeniden belirtebilir misin? Problemde yer alan tüm veriyi, durumları, sayı ve işaret sistemini kullandın mı? (Polya, 1957, s. XVI).

Planı uygulama; plan yapmak problemin çözümü için genel bir çerçeve oluşturmaktadır. Bu nedenle, planda yer alan her ayrıntı açıklığa kavuşana kadar birbirini takip edecek şekilde sınanmalıdır. Böylece problem çözme sürecinin planı uygulama aşaması gerçekleşmiş olur (Polya, 1957, s.8). Problemlerin çözümünde verilenlerle istenilenler arasındaki matematiksel ilişkiler kurulduktan sonra ya da dört işlem problemlerinde başvurulacak olan işlemler saptandıktan sonra iş bu planın uygulanması ya da dört işlem problemlerinde işlemlerin doğru olarak yapılmasıdır (Baykul, 1999, s.64). Bu aşamada, öğrencilere her bir adımını kontrol et. Her bir adımın doğru olduğunu kolayca görebiliyor musun? Bunun doğru olduğunu ispatlar mısın? gibi sorular sorulmalıdır (Polya, 1957, s.XVI).

Çözümün değerlendirilmesi; problem çözme sürecinin son aşaması olan çözümün değerlendirilmesi aşamasında; öğrencilere sonucu kontrol ettin mi? Farklı sonuçlar çıkardın mı? Bunu ilk bakışta mı gördün? Başka problemler için aynı sonucu ya da yöntemi kullanabilir misin? gibi sorular sorulur ve bu sorulara yanıt aranır (Polya, 1957).

Polya'nın geliştirdiği bu dört aşamalı problem çözme sürecinin her bir aşamasında temsil kullanımının yer aldığı görülmektedir. Bu anlamda araştırma bulguları bulunmaktadır. Brenner'e göre (1997, s.666) bilişsel psikoloji, bilişsel bilim ve

matematik eğitiminde yapılan araştırmalar, matematiksel problem çözmede, problemin temsilinin önemi üzerinde durmaktadırlar. Öğrencilerin gerçek yaşam durumları ile ilgili problemleri nasıl çözdükleri ve bu gerçek yaşam durumlarını nasıl temsil ettiklerini bilmenin önemli olduğu vurgulanmaktadır (Izsak, 2004, s.81). Matematik eğitimcileri problem çözmede temsillerin rolü ile ilgili çalışmalarında temsillerin problem çözmede önemli rol oynadığı konusunda geniş ölçüde görüş birliğine varmışlardır (Cai, 2005, Cifarelli, 1998; Goldin, 2002). Problemlerin çözümündeki başarının, problemin çözüm aşamalarında kullanılan temsiller ile ilgili olduğu, öğrencilerin kullandıkları temsillerin problemleri analiz etmelerinde ve çözüm yolları bulmalarında gerekli olduğu vurgulanmaktadır (Brenner, 1997, s.666; Fennell ve Rowan, 2001, s.288).

Problem çözümünde öğrenci başarısı ile yakından ilgili olan temsil kullanımının nedenleri ve amaçları Greeno ve Hall (1997) tarafından şöyle ifade edilmektedir;

- Temsiller, problem çözme girişimleri sırasında özel amaçlar için oluşturulur ve bu girişimleri başkalarına iletmeyi sağlarlar. Temsiller genellikle problem çözme süreciyle eşleştirilir.
- Problem çözme, öğrencilerin anlamalarına dayalı olarak oluşturdukları ve daha sonra anlamlarını geliştirmek için kullandıkları, temsilleri içeren etkileşimli bir süreçtir.
- Öğrenciler genellikle bir problem üzerinde çalışırken bazıları öğrenciler tarafından keşfedilen, programda açıkça öğretilen temsil biçimlerinden farklı olarak temsillerin çeşitli biçimlerini kullanırlar.

Öğrenciler bir problem ya da bir etkinlik üzerinde çalışırken anlamalarına yardımcı olması için temsilleri kullanırlar. Bir problem üzerinde (bireysel ya da grup olarak) çalışırken çizimler yapılır, notlar yazılır, tablolar ya da eşitlikler oluşturulur. Bu temsiller bireylerin yaptıkları çıkarsamaları ve düşüncelerini izlemelerine ve çalıştıkları konu üzerinde düzenlemeler yapmalarına yardım etmektedir (Greeno ve Hall, 1997, s.5). Öğrenciler ancak bu yolla bir problemi ya da bir matematiksel durumu kendilerine

anamlı gelecek şekilde gsterdikleri zaman, problem ya da durum onlara daha anlalırlr gelmektedir (Fennell ve Rowan, 2001, s.288).

Araştırmalar, yetenekli problem çözücülerinin başarısının büyük oranda problem durumları karşısında probleme uygun temsiller kullanmaları ile ilgili olduğunu ve bu temsillerin problem durumunda yer alan bilgiyi ve ilişkileri anlamada birer yardımcı araç olduğunu göstermektedir (Cifarelli, 1998, s.239). Başarılı problem çözücülerin en belirgin özellikleri arasında hem içsel, hem de dışsal temsilleri oluşturma ve bu temsilleri uygun yerlerde kullanma yeteneğinin yer aldığı belirtilmektedir (Cai ve Lester, 2005, s.222).

Problem çözmede, problem çözücü ilk olarak problem durumlarının bireysel yorumlamalarına dayalı olarak problemin temsiliini kesin ifade etmeye gereksinim duyar. Temsilden hareketle problem çözücü, sonuca ulaşmak için amaçlarını belirler. Problemi çözdükten sonra problem çözücü çözüm süreçlerini vurgulamak için kesin bir temsil kullanabilir (Cai, 2005, s.137). Problem çözme sırasında, problemi çözen kişinin problemde yer alan bilgiyi özümsemesi gerekmektedir. Bunun için de problem çözücünün problemde yer alan bilgiyi sunan bir temsil oluşturmaları gerekmektedir. Temsil etme sırasında bilgiyi tanımlama ve bilgi parçacıklarını bir araya getirme ne kadar çok doğru olursa, problem çözümü de büyük olasılıkla doğru ve kolay olarak gerçekleşecektir, eğer etkili temsiller bulunamaz ve ilgisiz temsiller olursa problemin çözümü zor ya da olanaksız olacaktır (Davis, 1986; Schroeder ve Lester, 1989).

Matematiksel problemleri temsil etmede zorlanan öğrenciler bu problemi çözmede zorlanırlar. Bu öğrenciler problem temsil stratejilerini edinmemişlerdir ya da bunları uygun bir biçimde nasıl kullanmaları gerektiğini bilmiyorlardır (Montague, 2008, s.1). Problemi bir şekilde temsil eden öğrenciler temsil etmeyen öğrencilere göre önemli ilişkileri daha kolay görmektedirler. Hem problemin çözümünde hem de bu çözümü paylaşmada düzenli bir şekilde düşünciyi temsil etme birçok öğrenci için gerekli bir beceridir (NCTM, 2000). Deneyimli ve başarılı problem çözücüler problem çözmede ya akıllarında zihinsel temsilleri harekete geçirirler ya da somut, yarı-somut gibi dışsal temsiller kullanırlar. Daha az başarılı olanlar ise zihinsel bir model biçimlendirmeden

problemin herhangi bir görüntüsünü düşünmeksizin problemde verilen öğeleri kendilerince bir çözüme dönüştürürler (Pape ve Wang, 2003, s.419).

Problem çözme sürecinde temsil kullanımını gerçekleştiremeyen öğrencilere öğretmenlerin yardım etmesi gerektiği, bunun içinde öğrencilerin problemin çözümünde kullanabilecekleri temsillere giriş yapmalarını sağlamanın gerekli olduğu vurgulanmaktadır (Fennell ve Rowan, 2001, s.291). Matematiksel problem çözümede temsilleri öğretmenin, öğrencilere diyagramları, resimleri, somut nesneleri, kendi kelimelerini, eşitlikleri, sayı cümlelerini ve sözel ifadeleri kullanarak problemde yer alan sözcükleri dönüştürme biçimlerini öğretmek gerektiği belirtilmektedir (Brenner, 1997, s.666). Öğretmenler, öğrenciler temsil kullanımına giriş yaparlarken ve problem çözerken farklı temsilleri keşfetmeleri konusunda öğrencilerini motive edebilirler (Lapp, 1999). Öğrencilere bir problem durumunun çeşitli parçalarını farklı temsiller kullanarak göstermek öğrencilerin çözüm yolunda temsil seçmeleri konusunda esnek olmalarını cesaretlendirir ve kendi çözüm stillerinin farkında olmalarını artırır. Ayrıca bir problemi anlamak ve çözmek için öğrencilerin çoğu temsiller arasında geçiş yaparlar ve temsilleri keyfe bağlı bir gereklilikten ziyade doğal bir gereksinim olarak algırlar (Friedlander ve Tabach, 2001, s.176). Bazı öğrenciler resimleri, grafikleri, tabloları ve diğer temsilleri oluşturmada yardıma gereksinim duyabilirler. Eğer öğrencilere çeşitli temsilleri analiz etme, karşılaştırma, geliştirme ve kullanma olanakları verilirse özel bir problem durumunda neye gereksinimleri varsa onu seçme konusunda yetkin olacaklardır (NCTM, 2000, s.208).

Yapılan araştırmalara bakıldığında öğrencilerin aynı problem durumları için aynı temsil biçimlerini kullanmalarına karşın, bu temsili yorumlamalarında değişiklikler olabilmektedir (Brinker, 1997, s.1). Aynı problem durumu için farklı temsil biçimlerini kullanmanın yanı sıra, farklı durumlar karşısında da aynı temsillerin kullanılabileceği görülmektedir. Temsillerin, öğrencilerin farklı durumların ortak matematiksel doğasını fark etmelerine yardım ettikleri ifade edilmektedir (NCTM, 2000, s. 138). Bunu bir örnekle açıklamak gerekirse, örneğin $5+4=9$ ifadesi birbirinden farklı problemin çözümlerine karşılık gelebilmektedir.

MEB (2005)'de öğrencilerin bir temsil biçiminin birden fazla durumu gösterdiğini anladıkları zaman, matematiğin gücünü takdir etmeye başlayabilecekleri, ayrıca, bir problemi temsil etmenin bazı yollarının diğerlerinden daha kolay ve etkili olduğunu görebilecekleri buna bağlı olarak da matematiğin yararlarını ve esnekliğini takdir edebilecekleri, böylece matematikte bir problemi çözmenin ve temsil etmenin birden fazla yolu olduğunun farkına varabilecekleri belirtilmektedir.

Öğrencilerin problem çözerken kullandıkları temsil türlerine bakıldığında sembolik, sözel ve çizim temsilleri, formal ve informal dil, tablolar, grafikler, eşitlikler, örüntüler, el hareketleri, denklemler gibi çeşitlilik gösterdiği göze çarpmaktadır (Cai, 2005; Preston ve Garner, 2003; Özgün-Koca, 1998). Bu bağlamda öğrenciler problem çözümlerinde temsillerle ilgili yaşadıkları deneyimler sonucu, hangi temsilin daha kullanışlı ve etkili oldukları konusunda görüş sahibi olabileceği gibi, temsillerin kendi düşüncelerini nasıl yansıttığı konusunda da bilgi sahibi olurlar.

1.1.5. Öğrencilerin Temsilleri Seçme Nedenleri

Öğrencilerin temsil seçme nedenleri çeşitlilik göstermektedir. Bu çeşitlilik öğrenciden öğrenciye, konudan konuya göre de değişmektedir. Öğrenciler yalnızca bir düşüncüyü vurgularken bile birbirlerinden oldukça farklı temsilleri kullanabilmektedirler. Örneğin, öğrencilerden biri matematiksel bir kavram ya da problem ile ilgili yorumu sözlü olarak ifade ederken, bir başka öğrenci somut nesne kullanabilir, bir başka öğrenci de problemi anladığını ve çözdüğünü göstermek için bir resim çizebilir (Fennell ve Rowan, 2001).

Öğrencilerin temsilleri seçme nedenleri ile ilgili yapılan araştırmalara bakıldığında, bazı araştırmacılar problem çözme ortamı (Waters, 2003; Özgün-Koca, 1998, Akkuş ve Çakıroğlu, 2006), bazı araştırmalar ise problem çözme ortamı olmadan (Keller ve Hirsch, 1998) öğrencilerin temsil seçme nedenlerini araştırmışlardır. Keller ve Hirsch (1998) öğrencilerin temsilleri seçme nedenleri arasında, onların her bir temsil ile ilgili olan deneyimlerinin ve bir temsilin kullanımının kabul edilebilirliği ile ilgili algılama güçlerinin yer aldığını belirtmişlerdir. Öğrencilerin bu kendi kişisel tercihlerinin ve deneyimlerinin yanı sıra, onlara sunulan görevin düzeyi, görevin dili ve içeriğin sunuluş

biçimi, önceki bilgi, öğretmen etmeni, duygusal etmen ve özyeterlik gibi etmenlerin de temsilleri seçmede etkili olduğu görülmüştür (Cox, 1999; Özgün-Koca, 1998; Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Keller ve Hirsch, 1998; Waters, 2003).

Özgün-Koca (1998, s.6) yaptığı alan yazın taraması sonucunda, öğrencilerin temsil seçimlerini etkileyen nedenleri içsel ve dışsal etkiler diye iki grupta toplamıştır.

Tablo 1 Öğrencilerin Temsilleri Seçmelerini Etkileyen Nedenler

İÇSEL ETKİLER	DIŞSAL ETKİLER
Kişisel tercihler	Problemin sunumu
Önceki deneyim	Problemin kendisi
Önceki bilgi	Matematik programının sırasallığı
Matematik hakkındaki inançlar	Öğretimde cebirsel temsilin baskınlığı
Ezbere öğrenme	Teknoloji ve grafiğin yararları

Kaynak: Özgün-Koca, A. (1998) .“Students’ Use of Representations in Mathematics Education”. PME-NA.

Tablo 1’de belirtildiği gibi, öğrencilerin temsil seçimlerini etkileyen beş içsel beşte dışsal etki bulunmaktadır. Tüm bu etkiler göz önüne alındığında, öğrencilere kendi fikirlerini, onlara hangi şekilde anlamlı geliyorsa o şekilde temsil etmelerini cesaretlendirmek önemlidir (Hatta bu ilk temsiller alışılmış temsiller olmasa bile). Ayrıca, öğrencilere bu alışılmış temsil biçimlerini öğrenmelerinin matematiksel öğrenmelerini ve matematiksel fikirlerini başkalarıyla paylaşmalarını kolaylaştırmak için önemli olduğu da söylenmelidir (NCTM, 2000, s.67). Öğrencilerin matematiksel bir etkinlik ya da problem çözme sırasında tercih ettikleri temsilleri kolayca göstermeleri ya da oluşturmaları konusunda öğretmenlere bir takım görevler düşmektedir. Öğretmenler, öğrencilere ne düşündüklerini sorarak çeşitli temsilleri biçimlendirme ve öğrencilere düşündüklerini çizimlerle, eşitliklerle ya da informal notlarla temsil etmelerini isteme konusunda önemli bir role sahiptir (Fennell ve Rowan, 2001, s.291).

Fennell ve Rowan (2001, s.290)'nın Steele (2000)'den aktardıklarına göre, öğrenciler düşüncelerini açıklamak için temsilleri kullanamadıklarında, öğretmenler öğrencilerine nereden başlamaları gerektiği konusunda yardımcı olabilecek yollar bulmalıdırlar. Böylece öğrenciler uğraştıkları görev ya da çözmeye çalıştıkları problem gereği, kendilerine hangi temsil daha anlamlı geliyorsa onu seçme olanağına sahip olacaklardır. Eğer öğrenciler problemi temsil etmede zorlanırlarsa daha sonraki matematik yaşantılarında da sıkıntılar yaşayacağı belirtilmektedir. Örneğin, Brenner ve diğerlerinin (1995, s.4) Mc Coy (1994)'ten aktardıklarına göre, problemi temsil etmedeki eksiklikler öğrencilerin aritmetikten cebire geçişlerinde zorluklar yaşamalarına neden olmaktadır.

1.1.6. Öğrencilerin Temsiller ile İlgili Yaşadıkları Sorunlar

Öğrencilerin kimi zaman bir problem çözme etkinliği sırasında, kimi zaman da herhangi bir matematiksel etkinliği yapma sırasında kullandıkları temsillerle ilgili sorunlar yaşadıkları görülmektedir. Öğrencilerin yaşadıkları bu sorunlar arasında; temsilleri anlayamama, yorumlayamama, temsiller arasında geçiş yapamama ve özellikle problem çözme sürecinde problemin çözümünde kullanılacak temsilleri oluşturamama ya da oluşturdukları temsilleri problemle ilişkilendirememeye yer almaktadır. Öğrencilerin yaşadıkları bu gibi sorunların sembolik ve resimle temsillerin seçimi ve kullanımı sırasında ortaya çıktığı görülmektedir.

Hiebert ve Carpenter (1992) matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olan matematiksel sembollerin öğrenciler tarafından kullanımında, ilgili yazılı sembolün hangi matematiksel anlamı temsil ettiği konusunda sorunlar yaşadıklarını belirtmektedirler.

Grafik, diyagram, tablo, resim, çizelge ve diğer temsiller üzerine yapılan araştırmalara bakıldığında, öğrencilerin bu temsillerin seçimi ve kullanımı ile ilgili bir takım sorunlar yaşadıkları belirtilmektedir. İlköğretim öğrencilerinden bazılarının grafiklerin verdiği anlamları ortaya çıkarmada zorlandıkları ve bu grafikleri yorumlayamadıkları vurgulanmaktadır (Lowrie ve Diezmann, 2007; Wu, 2004). Öğrencilerin problem

özme sürecinde temsillerle ilgili ne tür sorunlar yaşadıklarına bakıldığında ise, öğrencilerden bazılarının problem çözme sırasında probleme uygun diyagram temsilini kullanamadıkları ya da kullanmak istemedikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin problem çözme süreci boyunca özellikle diyagramı oluşturma ve diyagramı çözüme ulaşmak için kullanma sırasında zorluk yaşadıkları göze çarpmaktadır (Diezmann ve English, 2001, ss. 79-83). Durmuş ve Yaman'ın (2005) Embse ve Yoder'den (1998) aktardıklarına göre; Polya'nın ünlü 4 basamaklı problem çözme yönteminin; bilinmeyeni tanımlama, problem koşullarını yerleştirme, daha uygun bölümler içinde koşulları ayırma ve bir şekil ya da resim çizme aracılığıyla problemin anlaşılması ile başladığı ve burada öğrencilerin yaşayacağı zorluğun, problemi temsil edecek bir resim bulmaları olabileceği belirtilmektedir. Bunun için de problemin çeşitli durumlarını temsil edecek birçok resim çizmenin öğrenciye yardım edeceği belirtilmektedir. Montague (2008, s.2) ise problem çözmede zorlanan öğrencilerin, problemde geçen ilişkileri göz önüne almadan problemle ilgili resim çizdiklerini ve ayrıca başarısız problem çözücülerin problem çözme sırasında şekil çizmekten daha çok resim çizmeye eğilimli olduklarını belirtmektedir.

1.1.7. İlgili Araştırmalar

Matematik öğrenme ve öğretmede temsil fikri son zamanlarda araştırmacıların ve uygulayıcıların dikkatini çekmiş ve bu konuya yönelik araştırmalar yapılmıştır.

Castro ve diğerleri (1999) tarafından gerçekleştirilen araştırmada ilköğretim öğrencilerinin matematiksel problemleri çözerken hangi temsilleri kullandıklarına bakılmıştır. Araştırmaya 192 ilköğretim son sınıf öğrencisi katılmış ve araştırma kapsamında bu öğrencilere toplam sekiz tane problem sorulmuş ve problemlerin çözümleri yazılı olarak alınmıştır. Araştırmacılar temsilleri; sayısal temsil (yalnızca aritmetik işlemler kullanılmışsa), sayısal-grafiksel temsil (sayısal işlemlerle grafikler birlikte kullanılmışsa), grafik temsili (yalnızca grafikler kullanılmışsa), grafik-cebirsel (denklemler bazı grafiklerle birlikte kullanılmışsa), cebirsel temsiller (özümde yalnızca denklem kullanılmışsa) olarak sınıflamışlardır. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre sayısal temsil (%30.7) ve grafik-sayısal temsil (%32.8) en çok kullanılan temsiller

olmuştur. Bu temsillerin yanı sıra cebirsel temsilin (%16.1) ve grafik temsiline (%3) kullanıldığı da belirlenmiştir. Bazı problemlerde sayısal temsilin kullanımı ön plana çıkarken, bazı problemlerde de grafik-sayısal temsillerin kullanımı ön plana çıkmıştır. Problemi doğru çözenlerin kullandıkları temsillerin neler olduğuna bakıldığında ise bu öğrencilerin kullandıkları temsillerin problemin yapısına bağlı olarak değiştiği belirtilmiştir.

Ballard (2000) tarafından yapılan araştırmada öğrencilerin problem çözmede kullandıkları temsiller ve bu temsiller arasında yapmış oldukları geçişler, bu temsilleri ne zaman hangi sıklıkla kullandıkları, temsil kullanımını başarıyla gerçekleştirip gerçekleştirmedikleri araştırılmıştır. Araştırmaya toplam beş ilköğretim öğrencisi katılmış ve veriler klinik görüşmelerle toplanmıştır. Bu araştırmadan elde edilen sonuçlara göre başarılı öğrencilerin problemleri analiz ettikleri, probleme uygun strateji geliştirdikleri, temsiller arasında doğru ve tam olarak geçiş yapabildikleri görülmüştür. Diğer taraftan, bu öğrencilerin çizim temsili (venn diyagramı) ve sembolik temsili ne zaman ve nasıl kullanacaklarını bildikleri ve bunları etkili kullanabildikleri belirlenmiştir. Bu öğrencilerden bazıları çözüme ulaşmada ufak hatalar yapmışlardır. Başarısız problem çözümleri ise sıklıkla çözüm yöntemini bulmada başarısız olmuşlar, kullandıkları temsilleri ayıramamışlar ve temsiller arasında dönüşümü bitirmeden diğer dönüşüme geçmişlerdir. Bunların yanı sıra, çeşitli temsillerle çalışırken gerekli aritmetik ve cebirsel işlemleri yapamadıkları saptanmıştır. Başarısız problem çözümlerinin problemleri nasıl çözeceklerine dair bir sonuca varamadıkları ve bir temsilin problemi nasıl anlaşılır bir hale getirdiği, temsillerin amacını ve hangi temsillerin kullanılması gerektiğini anlayamadıkları ve problem durumunu venn diyagram ya da cebirsel temsile dönüştüremedikleri belirlenmiştir. Başarısız problem çözümlerinin problemlerin çözümü sırasında kullandıkları temsillerin amacını bilmeden kullandıkları, bu öğrencilerin amaçlarının yalnızca sonuç bulmak olduğu, başarılı problem çözümlerinin ise kullandıkları temsillerin amaçlarını bildikleri ve bu temsilleri yalnızca sonuç bulmak için kullanmadıkları görülmüştür. Öğrencilerin temsilleri problemleri çözmek, sonuçların doğruluğunu kontrol etmek ve temsiller arasındaki ilişkileri araştırmak için kullandıkları belirlenmiştir.

Fennell ve Rowan (2001) tarafından yapılan araştırmada, ilköğretim üçüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde ne tür temsiller kullandıkları ve bu kullandıkları temsilleri seçme nedenlerinin neler olduğuna bakılmıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre, ilköğretim üçüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme sırasında çeşitli temsilleri kullandıkları, kullandıkları bu temsiller arasında somut nesne, resimle ve sembolik temsillerinin yer aldığı belirlenmiştir. Öğrenciler kullandıkları bu temsillerin problemi anlamalarına ve problemle ilgili düşündüklerini başkalarına iletmelerine yardım ettiklerini belirtmişlerdir. Araştırmacılar, öğrencilerin problem çözme sırasında kullandıkları temsillerin problemleri analiz etmelerine ve probleme yönelik çözüm yolları bulmalarına olanak sağlamada gerekli olduğunu vurgulamışlardır.

De Windt-King ve Goldin (2003) tarafından yapılan araştırmada ilköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin kesirleri içeren problemleri çözerken ne tür temsilleri kullandıklarına bakılmıştır. Araştırmada öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmış, klinik görüşmelerde öğrencilere toplam 22 tane problem sorulmuş ve görüşmeler video kameraya çekilmiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin kesirleri içeren problemlerin çözümlerinde konuşma dili, resimle (kesir modeli) ve sembolik temsiller kullandıkları saptanmıştır.

Waters (2003) tarafından yapılan araştırmada, öğrencilerin kendilerine bilgisayar ortamında sunulmuş olan problemlerin çözüm süreçlerinde temsilleri nasıl ve neden seçtikleri, neden uyguladıkları ve temsiller arasında neden geçiş yaptıkları araştırılmıştır. Araştırmaya toplam beş ilköğretim öğrencisi katılmış ve veriler klinik görüşmeler, yazılı dokümanlar, görüşmeci günlüğü aracılığıyla toplanmıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre, öğrencilerin hepsi problem çözümlerinde farklı temsiller (tablo, grafik ve sembolik) kullanmışlardır. Öğrencilerin temsil seçimlerinde önceki deneyimleri, problemi tanımaları ya da tanınamaları, problem durumunu görselleştirmeleri, öz yeterlikleri, kendilerini rahat hissetmeleri ve öğretmenlerinin beklentisi etkili olmuştur. Öğrencilerin temsilleri nasıl ve neden uyguladıklarına bakıldığında ise, katılımcılar temsilleri problem çözerken problemin çözümünü bulmak ve sonucu doğrulamak, farklı temsiller arasındaki ilişkiyi keşfetmek ve zihinlerinde olan ile kağıda yapılan arasında ilişki kurmak için temsilleri çeşitli

biçimlerde uygulamışlardır. Öğrencilerin nasıl ve neden temsiller arasında geçiş yaptıklarına bakıldığında ise, problemi çözerken yaşanan engelleri ya da sıkıntıları yenme, farklı temsiller arasında ilişkilendirmeler yapma, problemin çözümünün doğruluğunu gerçeiklemede temsil kullanma olduğu saptanmıştır.

Cai (2004) tarafından yapılan çalışmada Çin’de ve Amerika’da yer alan ilköğretim öğrencilerinin problem çözme sürecinde ne tür stratejiler ve temsiller kullandıkları araştırılmıştır. Çalışma Amerika’daki 115 altıncı sınıf, 109 yedinci sınıf ve 110 sekizinci sınıf öğrencisi ile, Çin’deki 196 dördüncü sınıf, 213 beşinci sınıf ve 200 altıncı sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere toplam 4 tane problem yazılı olarak sunulmuş ve buldukları çözümleri göstermeleri istenmiştir. Her iki grupta bulunan öğrencilerin problem çözme sırasında sembolik ve resimle temsilleri kullandıkları görülmüştür. Araştırmada Çin’deki öğrencilerin problem çözme sürecinde sembolik temsilleri, Amerika’daki öğrencilerin ise resimle temsilleri (kesir şeması) daha çok tercih ettikleri görülmüştür.

Neria ve Amit (2004) tarafından yapılan araştırmada, öğrencilerinin problem çözme yollarını ve gerekçelerini iletmek için seçtikleri temsil biçimleri ve temsil biçimleri ile başarı düzeyleri arasındaki ilişki araştırılmıştır. Bu araştırmaya toplam 164 dokuzuncu sınıf öğrencisi katılmış ve öğrencilere çoktan seçmeli, kısa yanıt ve açık uçlu olmak üzere toplam 46 problem sorulmuştur. Öğrencilerin problemle ilgili yaptıkları açıklamalarda ve gerekçelerinde kullandıkları temsil biçimleri; cebirsel, sözel, sayısal, diyagram ve grafiksel diye sınıflandırılmıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre; öğrencilerin büyük çoğunluğu sözel ve sayısal temsilleri seçerken, cebirsel temsili seçen öğrencilerin sayısının az olduğu göze çarpmıştır. Öğrencilerin başarı düzeyleri ile kullandıkları temsil biçimleri arasındaki ilişkiye bakıldığında; cebirsel temsilleri kullanan öğrencilerin başarı düzeylerinin diğer temsilleri kullanan öğrencilere göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir.

Çıkla- Akkuş (2004) 131 ilköğretim öğrencisi ile gerçekleştirdiği çalışmasında çoklu temsil kullanarak yapılan öğretimin, geleneksel öğretim yöntemiyle karşılaştırıldığında öğrencilerin cebir performanslarına, matematiğe karşı olan tutumlarına ve temsil

tercihlerine olan etkisi araştırılmıştır. Ayrıca bu çalışmada öğrencilerin cebirsel problemlerde çoklu temsilleri nasıl kullandıkları ve onların temsil tercihlerinin nedenleri araştırılmıştır. Araştırmada yapılan deneyin öğrencilerin temsil tercihlerini değiştirdiği ve öğrencilerle yapılan görüşmeler sonunda problemlerde farklı temsil biçimlerini kullandıkları (tablo, grafik, sembolik ve denklem) görülmüştür. Sembolik temsili seçenler bu temsilin diğer temsillere göre daha matematiksel olmasından dolayı bu temsil biçimini seçtiklerini ifade etmişlerdir. Tabloyu seçen öğrenciler ise, tablonun görsel olduğunu, sayılar arasındaki ilişkiyi görebildiklerini ve diğer temsillere göre daha düzenli olduğunu belirtmişlerdir. Grafik temsili seçenler ise, grafik çizmenin zor ve zaman kaybettirici olmasına karşın grafik üzerinde önceki ve sonraki sayılar görüldüğü için anlamlı olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca öğrencilerden bazıları bütün sorularda aynı temsil biçimini benimserken, öğrencilerden bazılarının da sorunun tipine bağlı olarak değişik temsiller kullandıkları saptanmıştır. Bunun yanı sıra, cebirsel problemler çözülürken öğrencilerin bir temsili diğer bir temsile tercih etmelerinin, öğrencilerin temsil ile ilgili olan algısına, verilen problemin doğasına, problemin çözümü için belli temsilin doğru olduğuna olan inanca ve öğrencilerin onu kullanmaktan hoşlanıp hoşlanmamasına bağlı olduğu saptanmıştır.

Gould (2005) tarafından yapılan çalışmada, ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma yaparken kullandıkları strateji ve temsillerin neler olduğuna bakılmıştır. Araştırmada yer alan öğrencilerin farklı strateji ve temsilleri kullandıkları saptanmıştır. Öğrenciler kesirlerde karşılaştırma yaparken alan modeli, toplamsal düşünme, ortak payda bulma, ondalık ya da yüzdeliğe çevirme, payları kendi aralarında ve paydaları da kendi aralarında karşılaştırma ve paydası küçük olanın daha büyük kesir olduğunu ifade etme şeklinde stratejiler kullanmışlardır. Öğrenciler kesirlerde karşılaştırma yaparken sembolik, konuşma dili, resimle temsil ve sözel temsili kullanmışlardır. Öğrenciler parça ya da bütün ilişkisini kurmak için kesir modeli (üçgen şekli) kullanmalarına karşın, kullandıkları bu temsilin eşit alan paylaşımını yansıtmadığını belirtilmiştir. Bunun yanı sıra, öğrencilerden bazıları probleme uygun resimle temsil oluşturamamışlar ve bazıları da probleme uygun resimle temsil oluşturmuşlar ancak bu kullandıkları dikdörtgen şekli (kesir modeli) temsili problemle ilişkilendirememişlerdir.

Kartallıoğlu (2005) ilköğretim üçüncü ve dördüncü sınıf öğrencilerinin sözel matematik problemlerinin modellenmesi üzerine yapılan çalışmasında 54 öğrenci yer almıştır. Öğrencilere toplam 10 tane problem sunulmuş ve bu problemleri yazılı olarak çözmeleri istenmiştir. Daha sonra bu öğrenciler arasından sekiz öğrenci ile klinik görüşmeler yapılmıştır. Klinik görüşmeler sırasında öğrencilerden problemleri şekil çizerek çözmeleri de istenmiştir. Öğrenciler, özellikle daha çok kesirli ifadelerin bulunduğu problemlerde şekil çizmişlerdir. Öğrencilerden bazıları şekil çizmenin zaman kaybettirdiğini ya da şekil çizme becerisine sahip olmadıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca öğrenciler, problemleri çözerken seçmiş oldukları işlemin doğru olup olmadığından emin olmadıkları zaman, bazı problemlerde doğrudan şekil çizmeyi tercih etmişlerdir. Yanlış işlem seçerek yanlış çözüm yapan öğrencilerden şekil çizerek soruyu tekrar çözmeleri istenmiştir. Öğrenciler şekil çizdiklerinde önce seçtikleri işlemin yanlış olduğunu hemen fark ederek seçtikleri işlemi hemen değiştirmişlerdir. Araştırmada, öğrencilerin genelde problemin çözümünde ilk tercihlerinin işlemden yana olduğu problemi çözemediklerinde şekil çizmeye çalıştıkları, ilk önce şekil çizerek çözüme başlayan öğrencilerin doğru sonuca ulaştıkları sonucuna varılmıştır. Öğrencilerden bazılarının şekli kafalarında oluşturdukları ve parmaklarıyla hesap yaptıkları saptanmıştır.

Özgün-Koca (2007) tarafından yapılan araştırmada dokuzuncu sınıf öğrencilerinin matematiksel problemleri çözerken kullandıkları temsilleri seçme nedenleri ve temsillere karşı olan tutumları araştırılmıştır. Araştırma toplam 25 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere her bir problemde iki alt problem bulunan toplam sekiz tane problem sorulmuştur. Problemlerin ilk alt problemlerinde öğrencilere tablo, grafik ya da denklem temsillerinden hangisini kullanarak bu problemleri çözebilecekleri sorulmuş, ikinci alt problemlerde ise, öğrencilere aynı problemleri kendilerinin çözmeleri ve kullandıkları temsilleri göstermeleri istenmiştir. Araştırma sonuçlarına bakıldığında, öğrencilerin hemen hepsi matematiksel problemleri çözerken farklı temsillerin kullanılabileceğini belirtmelerine karşın, yarısından çoğu matematiksel problemlerin çözümünde tek bir temsili kullanmayı sevdiklerini ve tek bir temsile odaklanmanın daha kolay olduğunu belirtmişlerdir. Araştırmanın diğer sonuçları ise, öğrencilerin temsilleri seçmelerinde, temsillerle ilgili olan önceki deneyimlerinin ve

bilgilerinin ve bu temsillerin nasıl kullanıldığını bilmelerinin yer aldığı saptanmıştır. Bunun yanı sıra, öğrencilerin temsilleri seçmelerinde problemin yapısının önemli olduğu belirlenmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırma ile, ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandıkları temsil türleri, temsil seçimlerini problem çözümünün hangi aşamasında gerçekleştirdikleri, bu temsilleri hangi amaçla seçtikleri ve temsil seçimi ve kullanımı ile ilgili ne tür sorunlar yaşadıklarının belirlenmesi amaçlanmıştır.

Belirtilen bu amaçlara yönelik olarak araştırma kapsamında, öğrencilerin başarı düzeyleri dikkate alınarak, aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

İlköğretim beşinci sınıf öğrencileri matematiksel problemlerin çözüm sürecinde;

- Hangi aşamada ne tür temsiller kullanmaktadırlar?
- Kullandıkları bu temsilleri hangi amaçla seçmektedirler?
- Temsillerin seçimi ve kullanımı ile ilgili ne tür sorunlar yaşamaktadırlar?

1.3 Araştırmanın Önemi

Dünyada ve dolayısıyla ülkemizde yaşanan eğitimi iyileştirme çalışmaları, zaman zaman öğretim programlarının düzenlenmesi biçiminde boyutları da içermektedir. Bu anlamda 2004 yılında, ilköğretim birinci basamağında yer alan matematik dersi öğretim programında değişiklik yapılmış olup, bazı konu ve kavramlara ilk kez bu programda değinilmiştir. Uygulamaya konulan bu yeni matematik dersi öğretim programında temsil kavramının gündeme getirildiği görülmektedir.

Temsiller, matematiksel kavramların algılanmasında ve ifade edilmesinde kullanılan araçlar olup, bireylerin matematiksel yaşamlarının vazgeçilmez parçasıdır. Yapılan araştırmalarla, bireylerin eğitim sürecinin özellikle ilköğretim ve ortaöğretim düzeylerinde, temsil kullanımı ile ilgili sorunlar yaşadıklarını vurgulamakta, bu eğitim

düzeylerinde problem çözme sürecinde yaşadıkları sorunların üstesinden gelebilmelerinde temsillerin önemli bir yere sahip olduğu belirtilmektedir. Temsillerin matematik öğretiminde ve özellikle problem çözme sürecinde kullanımının üzerinde durulması gerektiği vurgulanmaktadır. Temsiller üzerine yapılan araştırmaların büyük çoğunluğunun yurt dışında gerçekleştirilmiş çalışmalar olduğu, ülkemizde özellikle de ilköğretim birinci basamağında, bu konu ile ilgili çalışmalara rastlanmadığı görülmektedir.

Temsil kavramının öğrencilerin matematiksel yaşantılarındaki yeri ve önemi dikkate alınarak desenlenen bu araştırmadan elde edilecek bulgulara dayalı olarak, ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin; problem çözme sürecinde ne tür temsilleri kullandıkları, temsil seçimlerinin nedenleri ve temsillerle ilgili ne tür sorunlar yaşadıklarını belirleyip bu konularda öğretmenlere yararlı bilgiler sunulacağı ve öğretmenlerin matematik derslerinde problem çözme ile ilgili planlama yapmalarına kolaylıklar sağlayacağı umulmaktadır. Buna bağlı olarak araştırmadan elde edilecek olan bulgulara dayalı olarak geliştirilecek önerilerle, öğrencilerin problem çözme sürecinde yaşadıkları sorunların bir kısmının azalacağı, ayrıca daha sonraki matematiksel yaşantılarında temsillerle ilgili olası yaşayacakları sorunlara ilişkin çözüm önerilerinin getirilmesi beklenilmektedir.

1.4. Sınırlılıklar

Bu araştırma;

- İçerik bakımından İlköğretim Matematik Dersi (1-5. sınıflar) Öğretim Programı'nda yer alan beşinci sınıf öğrenme alanlarına yönelik olarak hazırlanmış olan problemler ile,
- 2006- 2007 öğretim yılı bahar dönemi, Eskişehir ili Mehmet Gedik İlköğretim Okulu 5/A sınıfına devam eden ve klinik görüşmelere katılan toplam 12 öğrenci ile sınırlıdır.

1.5. Tanımlar

Temsil: Temsil, dışsal olarak gözlenebilen ve ayrıca insanların matematik yaparken zihinlerinde içsel olarak meydana gelen ürünlere ve süreçlere karşılık gelmektedir (NCTM, 2000, s.66).

Problem: Problem, bir kişinin bir şeyler yapmak isteyip de, ne yapması gerektiğini hemen bilemediği durumu içerir (Reys, ve diğerleri, 1998, s.70).

Problem çözme: Problem çözme, ne yapılacağının bilinmediği durumlarda yapılması gerekeni bilmektir (Polya, 1957, Akt. Altun, 2000, s.88).

1.6. Kısaltmalar

S: Sembolik temsil

KD: Konuşma dili temsili

R: Resimle temsil

SN: Somut nesne

ÖT: Öğrencilerin tümü

Y: Görüşme yapılan yüksek başarı düzeyine sahip öğrenci

O: Görüşme yapılan orta başarı düzeyine sahip öğrenci

D: Görüşme yapılan düşük başarı düzeyine sahip öğrenci

2. YÖNTEM

Bu bölümde, araştırmanın yapıldığı ortamdan, araştırmada yer alan katılımcılardan, veri toplama araçlarından ve bu araçların geliştirilmesinden, araştırmacının rolünden, verilerin toplanmasından, verilerin analizinden ve araştırmanın geçerliliği ve güvenilirliğinden bahsedilmiştir.

İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problemlerin çözüm sürecinde, ne tür temsiller kullandıkları, kullandıkları bu temsillerin seçimlerini problem çözme sürecinin hangi aşamalarında gerçekleştirdikleri, kullandıkları temsilleri neden seçtikleri ve temsillerin seçimi ve kullanımı ile ilgili ne tür sorunlar yaşadıklarının belirlenmesinin amaçlandığı bu araştırmada, araştırma grubuna dahil edilen öğrencilerin problem çözme sürecindeki temsil kullanımlarına yönelik düşüncelerinin ortaya çıkarılmasına odaklanılması nedeniyle, araştırma yaklaşımlarından biri olan nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir.

Nitel araştırma, yorumlayıcı araştırma ya da alan araştırması olarak adlandırılır. Bu araştırma yaklaşımı sosyoloji ve antropoloji gibi bilimler tarafından etkilenmiş olup, daha sonraları eğitim ortamlarına uyarlanmıştır (Lodico, Spaulding ve Voegtler, 2006, s.264). Nitel araştırmada gözlemler, görüşmeler, telefon konuşmaları, kişisel ve resmi dokümanlar, resimler, belgeler, çizimler, günlükler, elektronik posta mesajları, elektronik posta mesajlarının yanıtları ve tüm informal konuşmalar veri kaynağıdır (Gay ve diğerleri, 2006, s.413). Bu araştırmada araştırma konusuyla ilgili olarak bütüncül bir resim elde etmek adına veriler görüşme ve doküman incelemesi tekniği ile toplanmıştır. Görüşme, nitel araştırmalarda, veri toplamada baskın bir strateji olup, katılımlı gözlem, doküman analizi ve diğer tekniklerle birlikte kullanılabilir (Bogdan ve Biklen, 1998). Hangi nedenle olursa olsun her iki durumda görüşmenin amacı, insanların zihninde var olan ve doğrudan gözlemleyemediğimiz şeyleri ortaya çıkarmaktır (Patton, 1990).

Bir görüşme türü olan ve nitel araştırma kapsamında ele alınan klinik görüşme tekniği ise matematik eğitiminde sıklıkla kullanılan bir görüşme tekniğidir (Clement, 2000). Matematik eğitiminde klinik görüşme tekniğini kullanmanın amacı, belirli bir öğretimin etkililiğini, öğrencilerin bilgi yapılarını ya da becerilerini belirlemek, gelişim sürecini daha iyi anlamak ya da problem çözümlerindeki davranışlarını araştırmaktır (Goldin, 1998).

Bu araştırmada öğrencilerin problem çözme sürecinde temsillerle ilgili bilgi yapılarının ve bilişsel süreçlerinin ortaya çıkarılması amaçlandığından, araştırmada veri toplama tekniklerinden biri olan ve daha derinlemesine veri toplama olanağı sağlayan klinik görüşme tekniği benimsenmiştir.

Araştırmanın veri toplama tekniklerinden biri olan doküman incelemesi ise, yazılmış, görsel ve fiziksel materyaller aracılığıyla verilerin toplanması tekniğidir (Merriam, 1998). Araştırmanın geçerliliğini artırmak amacıyla, görüşme ve gözlem yöntemlerinin yanı sıra, çalışılan araştırma problemiyle ilişkili yazılı ve görsel materyaller de araştırmaya dahil edilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.140). Bu araştırmanın geçerliliğini artırmak amacıyla görüşme tekniğinin yanı sıra, öğrencilerin tuttıkları günlükler ve görüşmeci günlüğü doküman olarak kabul edilip araştırmacı tarafından incelenmiştir.

2.1. Araştırmanın Yapıldığı Ortam

Araştırmanın uygulaması Milli Eğitim Bakanlığı'ndan izin alınarak (EK-1), Eskişehir il merkezinde bulunan Mehmet Gedik İlköğretim Okulu'nda, 2006-2007 öğretim yılının bahar döneminde gerçekleştirilmiştir. Bu okulda bulunan öğrencilerin ailelerinin sosyo-ekonomik düzeyleri orta düzeydedir. Tam gün eğitim-öğretim veren bu okul 16 sınıf, çok amaçlı salon, rehberlik odası ve kütüphaneye sahiptir. Araştırmanın bu okulda gerçekleştirilmesine karar verilmesinde, okulda bulunan öğrencilerin yaklaşık olarak aynı sosyo-ekonomik düzeye sahip ailelerin çocukları olması ve araştırmanın sağlıklı bir biçimde yürütülmesinde okulda uygun ortamların bulunması etkili olmuştur.

Araştırma sürecinde öğrencilerle birebir klinik görüşmeler gerçekleştirileceğinden, okul müdürünün de uygun gördüğü sessiz bir ortam olan okulun rehberlik odası seçilmiştir. Araştırma kapsamında gerçekleştirilen klinik görüşmeler video çekimi konusunda deneyimli bir kişi tarafından videoya çekilmiştir. Video kamera, araştırmacı-öğrenci etkileşimini ve öğrencinin klinik görüşme sırasında kullandığı çalışma yapraklarını rahatça çekebileceği bir biçimde araştırma ortamına yerleştirilmiştir.

2.2. Araştırmanın Katılımcıları

Nitel araştırmada örneklem seçimi araştırma probleminin özelliği ve araştırmacının sahip olduğu kaynaklarla yakından ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.87) ve örneklem, küçük örneklem üzerine odaklanmıştır ve amaçlı seçilir. Amaçlı örneklem amacı, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektir (Patton, 1990, s.169). Nitel araştırmacılar katılımcıları, araştırdıkları araştırma sorularıyla ilgili olarak katılımcıların özelliklerine ve bilgilerine dayalı olarak seçerler (Lodico, Spaulding ve Voegtler, 2006, s.140). Araştırmada yer alan katılımcıların seçiminde amaçlı örneklem yöntemlerinden maksimum çeşitlilik durum örnekleme yöntemi benimsenmiştir. Maksimum çeşitlilik durum örneklemesinin amacı, ana konuları ya da sonuçları saptamak ve açıklamaktır. Bu örneklemin yararı, her bir durumu iyi bir şekilde ayrıntılı olarak tanımlamak ve büyük derecede heterojenlik gösteren durumlar arasında ortaya çıkabilecek temalar ve bunların değerini ortaya çıkarmaktır (Patton, 1990, s.181). Bu araştırmada katılımcılar farklı cinsiyet ve farklı başarı düzeylerine sahip ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinden seçilmiştir.

Nitel araştırmalarda önemli bir sorun örneklemin büyüklüğüdür. Örneklemin büyüklüğü ile ilgili olarak hiç bir kural yoktur. Örneklemin büyüklüğü, ne bilmek istediğimize, araştırmacının amacına, neyin kullanışlı olacağına, neyin güvenilir olacağına ve sahip olunan kaynak ve zaman içerisinde neler yapılabileceğine bağlıdır (Patton, 1990, s.184). Nitel araştırmalarda örneklem büyüklüğünü belirledikten sonra bu örneklem kapsamında yer alacak olan bireyleri bilgilendirmek gerekmektedir. Örnekleme dahil edilen katılımcılar araştırmaya katılmadan önce, araştırmanın amacı, nasıl yürütüleceği, sonucunun yayınlanabileceği ve sonuçların onları etkileyebileceği

konularında bilgilendirme haklarına sahiptirler. Buna bilgilendirilmiş izin denir (Ekiz, 2003).

Araştırmaya başlamadan önce araştırmaya katılacak olan öğrencilerle görüşülmüş ve araştırmanın amacından bahsedilmiştir. Öğrencilerin velilerinden ve öğrencilerden izin almak için velilere (EK-2) ve öğrencilere (EK-3) bilgilendirilmiş izin formları dağıtılmıştır. Bilgilendirilmiş izinde en önemli unsur, gönüllülük esasıdır. Araştırmacı, katılımcı adaylarına gerekli açıklamaları yaptıktan sonra, araştırma için gönüllü olup olmayacağı kararını onlara bırakmalıdır. Araştırılan kişilerin özel meslek yaşamları ve düşünceleri açığa çıkacağından bu kişilerin isimlerinin doğrudan kullanılmaması gerekmektedir. Aksi takdirde katılımcılar riske atılmış olunurlar (Ekiz, 2003, ss. 39-40). Genelde araştırmacılara, katılımcılara takma adlar vererek adlarını değiştirmeleri önerilir. Bu katılımcıların kimliklerini gizlemek için izlenen bir yoldur (Patton, 2002, s.411).

Araştırma, ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinden, çalışmaya gönüllü olmaları dikkate alınarak, cinsiyet ve matematik başarı düzeylerinde (düşük, orta, başarılı) çeşitlilik gösteren toplam 12 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler, 2006- 2007 güz dönemi matematik dersi karne notları ve sınıf öğretmeni görüşü dikkate alınarak seçilmiştir. Öğrencilerin gerçek isimleri kullanılmamış bunun yerine, başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler Y_1 , Y_2 , Y_3 , Y_4 , başarı düzeyi orta olan öğrenciler O_1 , O_2 , O_3 , O_4 ve başarı düzeyi düşük olan öğrenciler ise D_1 , D_2 , D_3 , D_4 şeklinde gösterilmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerin kişisel bilgileri Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2 Araştırmaya Katılan Öğrencilere Yönelik Kişisel Bilgiler

Öğrencilerin Özellikleri	f (frekans)
Cinsiyet	
Kız	6
Erkek	6
Başarı durumu	
Düşük	4
Orta	4
Yüksek	4
Annenin eğitim durumu	
İlkokul	5
Ortaokul	1
Lise	5
Üniversite	1
Babanın eğitim durumu	
İlkokul	2
Ortaokul	2
Lise	6
Üniversite	2
Doğum tarihi	
1996	12

2.3. Veri Toplama Araçları ve Bu Araçların Geliştirilmesi

Bu araştırmada temel veriler klinik görüşme tekniği ile elde edilmiştir. Araştırmada klinik görüşme tekniğinin yanı sıra, doküman incelemesi tekniği (görüşmecinin günlüğü ve öğrencinin günlüğü) aracılığıyla da veriler toplanmıştır.

2.3.1. Klinik Görüşme Tekniğinin Kapsamı

Öncülüğünü Piaget'nin yaptığı klinik görüşme, insanların bilgi yapılarının biçimlerinin ve düşünce süreçlerinin ortaya çıkarıldığı bir tekniktir (Clement, 2000, s.547). Son yıllarda matematik eğitimi kavramsal anlama, üst düzeyde problem çözme süreçleri ve çocukların matematiksel anlamalarının içsel yapılarına odaklanmıştır, bu yeni eğilimle birlikte klinik görüşme bir araştırma yöntemi olarak kabul edilmiştir (Goldin, 1998, s.40). Özellikle eğitim açısından oldukça karışık süreç olarak tanımlanan problem çözme süreçlerini ve öğrencilerin bu süreç içerisindeki davranışlarını ayrıntılı inceleme ve araştırma klinik görüşme ile mümkün olmaktadır (Karataş ve Güven, 2003, s.6). Klinik görüşmeler, matematiksel problemleri çözmede ve matematik öğrenmenin psikolojisinde sistematik gözlemler yapmaya olanak sağlayan bir araştırma aracıdır (Goldin, 2000, s.520).

Matematiksel davranışlar çalışılırken kullanılan klinik görüşmeler daha önceden planlanmış bir şekilde görüşmeci tarafından katılımcıya sunulan bir ya da birden çok görev (sorular, problemler ve etkinlikler) ile etkileşimli olarak gerçekleşir. Klinik görüşmelerde en az bir görüşmeci ve bir katılımcı olur (Goldin, 2000, s.519). Katılımcılar bir görev üzerinde çalışırken onlardan düşüncelerini olabildiğince sözel olarak ifade etmeleri istenir ya da böyle bir sözelleştirme matematiksel görev çözüme ulaştıktan sonra da yapılabilir (Davis, 1986, s.89). Sözel olan ve olmayan davranışlar ya da etkileşimler sayesinde araştırmacı katılımcıların matematiksel düşünceleri, öğrenmeleri ve problem çözmeleri ile ilgili bir takım çıkarımlar yapmayı ummaktadır. Bu çıkarımlar sayesinde matematik eğitiminin çeşitli yönlerinin derinlemesine anlaşılması beklenilmektedir (Goldin, 2000, s.519).

2.3.1.1. Klinik Görüşme Tekniğinin Amacı

Klinik görüşmeler araştırmalarda genelde iki amaç için kullanılmaktadır (Goldin, 1998, s.40):

- Problem çözme yoluyla çocukların ya da yetişkinlerin matematiksel davranışlarını gözlemleyerek bir şeyler öğrenme.
- Gözlemlerden problem çözücülerin olası matematiksel anlamalarını, bilgi yapılarını, bilişsel süreçlerini ya da görüşme sırasında meydana gelen değişiklikler hakkında sonuç çıkarma.

Klinik görüşmeler, katılımcıların yanlış ya da doğru yanıtları üzerine odaklanmaz. Tam tersine, görüşmelerde katılımcıların konuşurken kullandıkları kelimeler, etkileşimler, hareketler, yazılar, çizimler, materyallerdeki eylemler, v.b davranışları gözlemlenir, kayıt edilir ve yorumlanır (Goldin, 2000, s.527).

2.3.1.2. Klinik Görüşmelerin Planlanması

Klinik görüşme planlanırken; görevler, görüşme soruları, ipuçları, görüşme ortamı, öğrencilerin seçimi, fiziksel materyallerin hazırlanması gibi pek çok değişken kontrol edilebilir ya da kısmen kontrol edilebilir. Klinik görüşmeler gelişi güzel planlanırsa, gözlem sonuçlarından elde edilen çıkarımların geçerliliği şüpheli olur. Bu nedenle değişkenler kontrol altına alınıp iyi bir planlama yapılması gerekir. Klinik görüşmelerin yapılandırılması ve planlanmasında on ilke söz konusudur. Bu ilkeler aşağıdaki biçimde belirtilmiştir (Goldin, 2000, ss. 539-544):

- *Ön araştırma sorularının hazırlanarak klinik görüşmenin planlanması;* bir araştırma planı, araştırma sorularının yanıtlarına göre planlanmalıdır. Bunun için görüşmecinin, özel araştırma amaçlarını ve sorularını açık ve belirgin olarak önceden belirlemesi gerekir. Ön araştırma soruları; görevlerin ve materyallerin

seçimi, görüşmedeki riskler, gözlemlenen davranışlarla ilgili kararlar, çıkarsama yapabilmek için belirlenen ölçütler, öğrenci sayısı ve görüşme içeriği gibi kontrol edilebilen değişkenlerin gelişimini etkiler.

- *Öğrencilerin kullanacağı görevleri seçme;* görüşme görevleri, görüşme yapılan bireylere uygun matematiksel düşünceler ve yapıları temsil etmelidir.
- *Zengin temsil yapılarını kapsayan görevler seçme;* matematiksel görevler öğrencilerin kapasitelerini ortaya çıkaracak şekilde düzenlenmelidir. Bunun için görevler, matematiksel (aritmetik, cebirsel, geometrik), görsel, uzaysal ve kinestetik gibi görselleştirmeyi temsil eden şematik yapıları içermelidir.
- *Tanımlanan görüşmeleri ayrıntılı bir şekilde açıklama ve önemli olası durumlar için ölçüt belirleme;* görüşmelerin planlanmasının ve uygulanmasının her aşaması, çalışmanın devamı ya da tekrar edilebilirliği için mümkün olduğunca ayrıntılı olarak diğer araştırmalar için açıklanması gereklidir. Önemli olası durumlar görüşmelerin düzenlenmesinde açıkça ve dikkatlice belirtilmelidir.
- *Özgür problem çözmeye cesaretlendirme;* öğrencilere hatırlatma ve ipuçlarını vermeden önce, onların ani yaptıkları davranış ve düşünceleri gözlemlemek için mümkün olduğunca problem çözerken öğrencilerin özgür bırakılmaları gerekir.
- *Dış öğrenme çevresiyle maksimum iletişim;* öğrencilerin her görüşme süresince çeşitli öğrenme ve problem çözme ortamlarıyla zengin etkileşim geçirecekleri ortamlar düzenlenmelidir.
- *Kayıt edilecek olana karar verme ve mümkün olduğunca çok kayıt etme;* görüşmelerde neyin, nasıl kaydedileceği, araştırma soruları ve gözlemlerden çıkarsama yapmada kullanılacak ölçütler yardımıyla belirlenebilir. Katılımcılardan materyaller kullanarak amaca uygun olarak matematiksel düşüncelerini çizimleri ya da modellemeleri istenebilir. Bunun için de video kamerayı kullananlar, katılımcıların ellerine, yüzlerine ve vücutlarına odaklanabilirler ve klinik görüşmeyi gerçekleştiren kişi ile katılımcı arasındaki gözlemlenen etkileşimi çekebilirler.
- *Görüşmenin pilot çalışması;* önceden görüşmeleri metne dökmek ve risklere dikkatlice karar vermek ve takip edilecek her metni garantilemek için gereklidir.
- *Yeni ya da tahmin edilemeyen durumlar için uyanık olma;* görüşmelerde öğrencilerden şaşırtıcı ya da beklenmedik yanıtlar alınabilir. İyi bir klinik

görüşmeyi planlamak için yeni ya da tahmin edilemeyen olasılıkları dikkate almak gerekir.

- *Uygun olduğunda uzlaşma*; klinik görüşme devam ederken ya da planlanırken klinik görüşme ilkeleri arasında bazen bir çatışma olabilir. Örneğin öğrencileri özgür problem çözmeye cesaretlendirme ilkesi göz önüne alındığında, eğer çok zaman harcanırsa bir sonraki görüşme sorularına geçilemeyebilir. Bu nedenle görüşmeci tüm ilkelerle uzlaşma içinde olması gerekir.

Bu araştırma kapsamında klinik görüşmelerin planlanmasında ve yürütülmesinde bu ilkeler göz önünde bulundurulmuştur. Araştırmanın amacı doğrultusunda problemler (görevler) araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Görüşme sırasında kullanılan görevlerin öğrencilerin kapasitelerini ortaya çıkaracak biçimde hazırlanmasına dikkat edilmiştir. Daha sonra hazırlanan görevler ve klinik görüşme soruları araştırmada yer alan katılımcılara benzer özellikler taşıyan başka bir okulda test edilmiştir. Görüşmeler sırasında öğrencilerin düşüncelerini özgürce ifade etmeleri ve rahat olmaları konusunda öğrenciler cesaretlendirilmişlerdir.

2.3.1.3. Klinik Görüşmelerde Görevlerin ve Klinik Görüşme Sorularının Hazırlanması

Klinik görüşmelerde yer alan görevleri seçerken ve geliştirirken dikkat edilmesi gereken bir takım ölçütler vardır. Bu ölçütleri aşağıdaki biçimde sıralamak mümkündür (Hunting, 1997, ss.151-152):

- *Zaman kullanımı*; görüşmeye ayrılan zamanın öğrencilerin yaşlarına bağlı olarak ayrılması gerekmektedir. 5-8 yaşlarındaki çocuklar için 10-20, 10-12 yaşındaki çocuklar için ise 35-50 dakika arasında bir zaman ayrılmalıdır. Görüşmelerde öğrencilerin kıpırdanmaları ve rahatsız oturmaları, dikkatlerinin azaldığının bir göstergesidir. Bu durumda görüşmenin kesilmesi gerekir. Klinik

görüşmelerde önemli olan, belirtilen zaman içinde maksimum bilgiyi elde etmektir.

- *Ön bilgi*; görüşmede kapsamlı bir görev hazırlamak, öğrenciyi tanımakla, yani öğrencinin ön bilgisini bilmekle mümkündür. Öğrencilerin sınavları ve yapılan gözlemler onların ön bilgilerinin belirlenmesinde yol gösterir.
- *Yenilik*; görevin öğrencinin dikkatini çekmesi gerekmektedir. Eğer görevin sunumu ya da içeriği yeni olursa öğrencinin ilgisi daha çok artacaktır.
- *Bağlam*; görev öğrencinin matematiksel düşüncesini ortaya çıkaracak şekilde olmalı ve eğer mümkünse öğrenciye gerçeğe uygun bir ortamda sunulmalıdır.
- *Materyaller*; bazı görevler öğrencilerin fiziksel materyal kullanımını gerektirmektedir. Durum içeren görevler öğrencilerin sözel anlatımları ve yorumları ile ilgili gözlem yapılmasına olanak sağlamaktadır. Öğrencilerin çözüm girişimlerini kaydetmede kağıt ve kalem kullanılmalıdır.
- *Esneklik*; farklı yeteneklere sahip öğrenciler için görevler daha basit ve daha kolay alt görevlerle birleştirilerek hazırlanabilir. Eğer öğrenci kolay olan görevi başarı ile tamamlarsa o zaman asıl görev tekrar sunulabilir.
- *Araştırma temeli*; klinik görüşmelerde matematiğin öğrenilmesine yönelik yapılan araştırmaların incelenmesi yararlıdır. Çünkü bu araştırmalarda kullanılan görevlerin analizi yapılmıştır. Ayrıca bu araştırmalarda konuyla ilgili neyin bilindiği, sonuçlar, bulgulara dayalı olarak sunulan öneriler yer almaktadır.

Bu araştırmada klinik görüşmeler kapsamında öğrencilere toplam 12 tane problem sorulmuştur. Öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerde öğrencilere her gün bir problem yöneltilmiştir. Klinik görüşmelerde kullanılan problemler hazırlanırken ilköğretim matematik dersi öğretim programında yer alan kazanımlar, matematik ders kitapları ve bu konu ile ilgili yapılmış araştırmalar dikkate alınarak çeşitli problemler (görevler) hazırlanmıştır. Gerçek hayat durumları temsiline yönelik problemler hazırlanmamış olup, diğer temsillerin (konuşma dili, resimle temsil, sembolik ve somut nesne) kullanılabileceği problemler hazırlanmıştır. Problemler hazırlandıktan sonra

alan uzmanlarına gösterilmiş ve geçerliliği hakkında dönütler alınarak, gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra son hali verilmiştir. Problemlerin hazırlanması aşamasından sonra öğrencilerin temsillerle ilgili algıları ve bilgi yapılarını ortaya çıkarabilecek sorular hazırlanmasına dikkat edilmiştir.

Sorunun yapısı ve zamanlaması görüşmeci için kritik bir nokta olduğundan sorular klinik görüşmenin anahtar özeliğini taşımaktadır. Klinik görüşmede yer alan sorular şu şekilde olmalıdır (Hunting, 1997, s.153):

- Sorular açık uçlu olmalıdır. Böylece öğrencilerin kendi tercih ettikleri yanıtlama yollarını seçmeleri konusunda öğrencilere bir takım özgürlükler sunulmuş olacaktır.
- Düşünme süreçlerinin ortaya çıkarıldığı tartışma ortamlarına ya da diyaloglara olabildiğince yer verilmelidir.

Klinik görüşme, görüşmecinin öğrenciye sunduğu bir problem durumu ile başlar. Problemin sunumu öğrenciyi yanıtlamaya davet eder ve uzun uzun konuşma ve tartışmalardan sonra bir sonuca varılır. İlk soruyu içeren görevin sunumu kolay ve anlaşılır olmalı, yararsız ve gereksiz terminolojiden uzak durulmalıdır (Hunting, 1997, s.153). Bu araştırmada öğrencilere sunulan görevlerin hazırlanmasında anlaşılır ve öğrencilerin anlayabileceği düzeyde olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca, klinik görüşmeler sırasında öğrencilere yöneltilen sorunların da anlaşılır olmasına özen gösterilmiştir.

Klinik görüşmeler sırasında şu tür sorular sorulabilir (Hunting, 1997, s.153):

- Ne düşündüğünü bana söyler misin? Bu soruyu genelde zihinsel bir etkinliğin olmadığı 10 sn'lik bir sessizlikten sonra sormak yararlıdır.

- Ne yaptığını sesli söyler misin? Öğrencinin bir düşünce ile meşgul olduğunu gördükten sonra (10- 15 sn kısa bir aradan sonra) görüşmeci bu soruyu sorarak düşünme etkinliğinin akışını kesebilir. Öğrencinin konuyla ilgili düşündüğünü gösteren belirtiler; duyulmayacak kadar hafif konuşma, kağıt üzerinde çizim yaparak çalışma, göz ya da diğer vücut hareketleridir.
- Bunu nasıl yaptığını bana söyler misin? Nasıl bildin? Nasıl kararlaştırdın? Öğrenci bir ipucu olmadan soruya yanıt verebilir. Araştırmacı öğrencileri bu sonuca nasıl vardığını anlamak için öğrencilerin duygu ve düşüncelerini ortaya çıkarmak için bu tür sorular sorar.
- Bu sadece şanslı bir tahmin miydi? Eğer öğrenci yanıtı bulur ama bir açıklama yapmazsa bu soru genelde öğrenciyi rahatlatır ve gerginliği azaltır.
- _____ demek mi istiyorsun? Görevin başarı ile sonuçlanması problem sunumunda kullanılan özel bir terimin bilgisine bağlı olabilir.
- Doğru olup olmadığını kontrol etmek için başka bir yol biliyor musun? Problem çözümleri (özellikle temel aritmetik işlemleri içerenler) tahmin aracılığı ile kontrol edilebilir. Bunu yaparken uygun ters işlem ya da yuvarlama kullanılabilir. Öğrencileri kontrol etmeye cesaretlendirme onların anlamalarına daha derinlemesine bakılmasını sağlayacaktır.
- Niçin? Niçin sorusunu sorma öğrencilere daha fazla açıklama yapmalarını cesaretlendirmede mantıklı bir yoldur.
- Bir öğretmen gibi davran. Öğrencilere ne düşündüğünü anlatır mısın? Nasıl anlatırsın?

Görüşmecinin, öğrencilerin yanıtlarına ya da sorularına ne tarzda yanıt verdiği de önemlidir. Görüşmeci “iyi”, “güzel”, “tamam” gibi kelimeler kullanarak öğrencileri cesaretlendirilmelidir. Öğrenciler biraz çaba sarf edip çözüme ulaştıklarında bunlar söylenmelidir (Hunting, 1997, s.155). Bu araştırmada klinik görüşmeler sırasında öğrencilere iyi, aferin, güzel, tamam gibi sözcükler kullanılarak öğrenciler cesaretlendirilmeye çalışılmıştır.

Öğrencilerin bir problem durumu ile ilgili düşüncelerini daha net açığa çıkarmak için görüşmeci, “lütfen sesli düşün”, ya da “bunu yeniden söyler misin lütfen” gibi görüşme sondaları kullanır. Görüşmeciler görüşme sondalarını kullanırken öğrencilerin düşüncelerini etkileyecek yorum ve baskıyı olabildiğince minimum yapmaya çalışmalıdırlar. Başarılı bir görüşmenin gerçekleşmesinin anahtarlarından biri de sondaların nerede ve ne zaman kullanılacağını bilmektir (Taylor ve Bogdan, 1984; Clement, 1999). Sondalar katılımcılara sorulardan sonra sorulur ve katılımcılardan daha zengin ve derinlemesine yanıtlar almak için kullanılır. Böylece sondalar sayesinde katılımcıya da istenilen yanıtın düzeyi hakkında ipuçları verilmiş olunur (Patton, 2000).

Araştırma kapsamında öğrencilerle yapılan klinik görüşmeler sırasında öğrencilerden daha derinlemesine bilgi elde etmek için, öğrencilere “ne düşündüğünü söyler misin?”, “ne yaptığını sesli söyler misin?”, “neden böyle düşündün?”, “bunu nasıl yaptığını bana söyler misin?”, “daha başka neler söyleyebilirsin?”, “niçin?”, “neden?”, “doğru olup olmadığını kontrol etmek için başka bir yol biliyor musun?” şeklinde görüşme sondaları kullanılmıştır.

2.3.1.4. Pilot Çalışma

Pilot çalışma, görüşme sorularının amaca uygunluğunu denemede önemli bir yere sahiptir. Bu yolla yalnızca görüşmenin pratiği yapılmış olunmaz aynı zamanda katılımcılardan alınan geri bildirimler sonucunda sorular gözden geçirilerek dil kullanımındaki olası yanlışlıklar, matematiksel yanlış anlamalar, belirsizlikler ve beklenilmedik durumlar ortaya çıkarılır (Goldin, 2000; Merriam, 1998; Gay ve diğerleri, 2006).

Bu araştırmanın pilot çalışması için gerçek araştırmanın yapılacağı okula eş değer bir okul seçilmiştir. Pilot çalışma, araştırmada yer alan katılımcılarla aynı özelliklere sahip başka bir grupta yer alan bir düşük, bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerle üç gün süren klinik görüşmeler yapılmış

olup, klinik görüşmeler sırasında öğrencilere her gün toplam dört görev sunulmuştur. Pilot çalışmayla araştırmada kullanılması düşünülen veri toplama ve analiz tekniklerinin uygunluğuna da bakılmıştır.

Araştırma kapsamında yapılan pilot çalışma sonunda, görevlerle (problemlerle) ilgili gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra görevler (problemler) (EK-4) alan uzmanlarına yeniden gösterilmiş ve klinik görüşmelerde kullanılmak üzere son hali verilmiştir.

2.3.2. Günlükler

Öğretmenler, araştırmacılar ya da katılımcılar hislerini, duygularını ve araştırma etkinlikleri ile ilgili düşüncelerini kayıt etmek için genelde günlük kullanırlar. Günlükler yazılı yorumların yanı sıra çizimler ya da diyagramları da içermektedir. Günlükler gerçek bir defter ya da bilgisayar dosyalarına kayıt şeklinde tutulabilir (Lodico, Spaulding ve Voegtler, 2006, s.132). Bu araştırma kapsamında görüşmeci günlüğünü bilgisayara, öğrenciler ise defterlerine yazmışlardır.

2.3.2.1. Görüşmeci Günlüğü

Görüşmeler yapılırken görüşmecinin günlük tutması iyi bir yaklaşımdır (Taylor ve Bogdan, 1984, s.104). Görüşmeler ne şekilde kayıt edilirse edilsin araştırmacılar görüşmenin hemen sonrasında kendi görüşlerini yazmalıdırlar (Merriam, 1998, s.88). Görüşmecinin tuttuğu günlükler çeşitli amaçlara hizmet etmektedir. Günlükler her bir görüşmede kararlaştırılan konuların ana hatlarını içermelidir. Böylece görüşmeci görüşmelerin neleri içerdiğine bakmak istediğinde ve istediği zaman katılımcının söylediği özel konuşmalara geri dönebilmesinde bu günlükler yararlı olacaktır (Taylor ve Bogdan, 1984, s.104). Görüşmecinin tuttuğu bu notlar araştırmacıya veri toplama ve veri analiz sürecini kontrol etmede yardımcı olmaktadır (Merriam, 1998, s.88).

Araştırmada, araştırmacı (görüşmeci) klinik görüşmelerin sonunda o gün yaşananları ve bir sonraki görüşmelerde nelere dikkat etmesi gerektiğini belirttiği bir günlük tutmuştur. Görüşmeci günlüğü, daha sonra klinik görüşmelerden elde edilen verileri desteklemek ve veri analizini kontrol etmek amacıyla kullanılmıştır.

2.3.2.2. Öğrenci Günlükleri

Katılımcılar tarafından tutulan günlükler önemli bir veri kaynağıdır. Araştırma soruları nasıl olursa olsun, araştırmanın yapıldığı yerde neler olduğundan, katılımcıların gözüyle haberdar olmak adına katılımcılar günlük yazmaları konusunda cesaretlendirilmelidirler (Gay ve diğerleri, 2006, s.422).

Araştırmanın başında, öğrencilere her klinik görüşme sonunda günlük yazmaları gerektiği ifade edilmiş ve günlüklerini yazarken o günkü problemle ilgili neler hissettiklerini ve neler yaşadıklarını anlatmaları gerektiği belirtilmiştir. Her klinik görüşmenin sonunda öğrencilerden günlüklerini yazmaları için belli bir zaman ayrılmış ve onlardan günlüklerini yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin tuttıkları bu günlükler araştırma bitiminde toplanmış ve klinik görüşmede elde edilen verileri desteklemek amacıyla kullanılmıştır.

2.4. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırma yorumlayıcı bir araştırmadır. Araştırmacının önyargıları, değerleri ve tartışmaları araştırma raporunda açıkça belirtilmelidir (Creswell, 1994, s.147). Nitel araştırmalarda araştırmacı veri toplama aracı olduğu için, nitel araştırma raporu araştırmacı hakkında bazı bilgileri de içermelidir (Patton, 2002, s.566).

Bu araştırmada araştırmacı, klinik görüşmelerin planlanması ve uygulanmasını gerçekleştirmiştir. Klinik görüşmelerin planlanması aşamasında, görüşmeler sırasında

sorulacak olan soruları ve görevleri (problemleri) hazırlamıştır. Klinik görüşmelerin uygulanması aşamasında ise, araştırma kapsamında yer alan öğrencilerle birebir görüşmeler gerçekleştirmiştir. Araştırma boyunca katılımcılara tarafsız davranmaya ve yönlendirme yapmamaya da özen göstermiştir. Bunun yanı sıra araştırmanın bütün süreçlerinin planlamasını ve uygulanmasını gerçekleştirmiştir.

2.5. Verilerin Toplanması

Araştırmanın verileri Mayıs-Haziran 2007 tarihleri arasında toplanmıştır. Öğrencilerle haftanın her günü görüşmeler yapılmış olup, görüşmeler okul müdürünün uygun gördüğü ve araştırmanın sağlıklı olarak yürütülebileceğinin düşünüldüğü okulun rehberlik odasında gerçekleştirilmiştir. Tablo 3'te klinik görüşmelerde yer alan etkinliklere, bu etkinliklerin hangi tarihlerde gerçekleştirildiğine ve bu etkinliklere ayrılan minimum ve maksimum süreye ilişkin takvim verilmiştir.

Tablo 3'te görüldüğü gibi, 12 öğrenci ile yapılan görüşmeler sonucunda, birinci problem için en az 5:32, en fazla 21:08, ikinci problem için en az 3:51, en fazla 13:17, üçüncü problem için en az 4:03, en fazla 15:26, dördüncü problem için en az 4:35, en fazla 16:52, beşinci problem için en az 3:51, en fazla 26:11, altıncı problem için en az 4:36, en fazla 11:15, yedinci problem için en az 4:31, en fazla 14:38, sekizinci problem için en az 6:00, en fazla 18:54, dokuzuncu problem için en az 5:50, en fazla 15:59, onuncu problem için en az 5:42, en fazla 16:27, onbirinci problem için en az 4:10, en fazla 17:38, onikinci problem için en az 8:44, en fazla 19:20 süre kullanılmıştır. Her bir öğrenciyle ortalama 3- 26 dakika süren klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Tablo 3 Klinik Görüşme Takvimi

Tarih	Süre min./mak. dk	Etkinlik
10.05.2007		Öğrencilerin velilerinden izin alınması
12.05.2007		Klinik görüşme yapılacak öğrencilerle görüşme
17.05.2007	05: 32- 21: 08	Problem 1
18.05.2007	03: 51- 13: 17	Problem 2
21.05.2007	04: 03- 15: 26	Problem 3
22.05.2007	04: 35- 16:52	Problem 4
23.05.2007	03: 51- 26: 11	Problem 5
28.05.2007	04: 36- 11: 15	Problem 6
29.05.2007	04: 31- 14: 38	Problem 7
30.05.2007	06: 00- 18: 54	Problem 8
31.05.2007	05: 50- 15: 59	Problem 9
01.06.2007	05: 42- 16: 27	Problem 10
05.06.2007	04: 10- 17: 38	Problem 11
07.06.2007	08: 44- 19: 20	Problem 12

Klinik görüşme tekniğini kullanan araştırmacıların görüşmelerini düzenli olarak videoya çekmeleri, öğrencilerin yanıtlarını gözlemleme, tartışma ve çeşitli yorumları test etmek amacıyla önemlidir (Hunting, 1997, s.148). Araştırmada öğrencilerle yapılan tüm klinik görüşmeler videoya çekilmiştir.

Klinik görüşmelerde, kullanılması mümkün olabilecek materyallerin hazır bulundurulması gerekmektedir (Davis, 1986). Görüşmeler sırasında öğrencilerin problemlerin çözümünde kullanabilecekleri kağıt ve kalem hazır bulundurulmuş olup,

öğrencilerden problemleri çözmeleri ve çözüm sürecinde tüm etkinliklerini sesli olarak ifade etmeleri istenmiştir.

Araştırmacı problem çözme sürecinde öğrencilere aşağıdaki soruları yöneltmiştir:

1. Problemi okur musun?
2. Problemden ne anlıyorsun?

Bir daha bak bakalım probleme, bir daha oku (Eğer problemi anlamadıysa)

3. Problemde neler verilmiş, neler isteniyor?
4. Problemi çözmek için ne yapmayı düşünüyorsun?
5. Başka nasıl çözebilirsin?
6. Problemde verilen bilgiyi nasıl gösterebilirsin?
7. Başka nasıl gösterebilirsin?
8. Neden böyle bir gösterime gittin? Sebebini açıklayabilir misin?
9. Problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl kontrol edersin?
10. Peki eklemek istediğin bir şey var mı?

Araştırma kapsamında gerçekleştirilen tüm klinik görüşmeler sırasında; yukarıda listelenen türden sorular sorularak, öğrencilerin problem çözme sürecinde temsillerle ilgili düşünceleri ve bilgi yapıları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

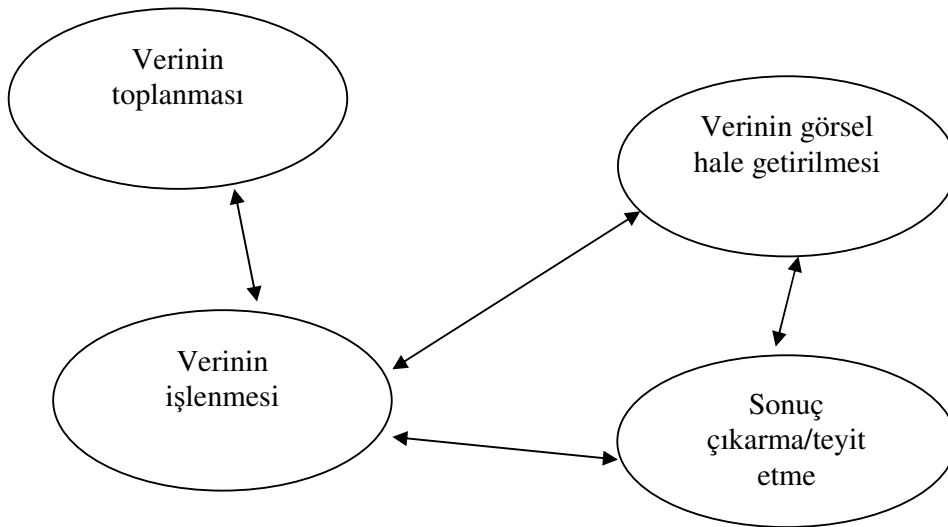
2.6. Verilerin Analizi

Veri analizine başlamadan önce, her bir öğrenci ile yapılan klinik görüşmelerin kayıtlarını güvence altına almak için her bir kasetin yedek kaydı yapılmış ve daha sonra öğrencilerle yapılan görüşmelerin dökümü gerçekleştirilmiştir.

Görüşmeyi olabildiğince detaylı bir şekilde döküm yapmanın bir yolu görüşme formunun kullanılmasıdır. Araştırmacı sayfanın en başına adını, görüşme tarihini ve

diğer gerekli ayrıntıları yazar. Görüşmeci daha sonra kayıt cihazını çalıştırır ve katılımcı tarafından söylenen düşünceleri ya da önemli durumları not alır. Görüşme formunun sol sütununa kayıt cihazından işitilenler, sağ sütuna ise araştırmacının yorumları yazılır. Bu görüşme formu daha sonra çalışmanın veri analizi süreci sırasında ortaya çıkan kategoriler ya da temalara göre kodlanır (Merriam, 1998, ss. 88-89). Görüşme kasetlerinin dökümü araştırmacı tarafından hazırlanan görüşme formlarına araştırmacı (görüşmeci)-katılımcı sırasıyla aktarılmıştır. Böylece verilerin döküm süreci tamamlanmış olup, veri analizine hazır hale getirilmiştir.

Veri analizi; veri ile çalışma, onları düzenleme, anlamlı bölümlere ayırma, sentez yapma, örüntüleri araştırma ve önemli olanların okuyucuya aktarılmasını içerir (Bogdan ve Biklen, 1998, s.157). Araştırmadan elde edilen verilerin analizinde Miles ve Huberman (1994, ss. 10-12)’in önerdiği “*verinin işlenmesi*”, “*verinin görsel hale getirilmesi*” ve “*sonuç çıkarma ve teyit etme*” bölümlerinden oluşan bir sınıflama benimsenmiştir. Veriler araştırmacı ve iki alan uzmanı tarafından analiz edilmiş olup, veri analizinde izlenen aşamalar Şekil 5’te verilmiştir.



Şekil 4 Veri Analizinde İzlenen Aşamalar

Miles, M. ve Huberman, M. (1994). An expanded sourcebook qualitative data analysis. Second Edition. California: Sage Publications. s. 12’den uyarlanmıştır.

Verinin işlenmesi: Bu aşama, dökümlerde ya da yazılmış olan notlarda bulunan verinin seçildiği, sadeleştirildiği, özetlendiği bir süreçtir. Veri işleme süreci, alan çalışmasından sonuç raporu yazılana kadar devam eder (Miles ve Huberman, 1994, s.10). Bu aşamada, araştırmacı önce veriyi inceler ve araştırma problemine göre en önemli olan verileri seçerek kodlar (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Nitel araştırmalarda veri analizinin bir gereği olan kodlama, veri metninin bölümlerini (kelimeler, cümleler, paragraflar ve alıntılar) kategorik olarak işaretleme sürecidir (Gay ve diğerleri, 2006). Kodlama süreci temalar, düşünceler, kavramlar, yorumlar ve savlar üzerine dayanır ve tüm veriyi analiz etme ve bir araya getirmeyi içerir (Taylor ve Bogdan, 1998).

Bu araştırmada verilerin kodlanmasında kullanılmak üzere Lesh, Behr ve Post (1987) tarafından geliştirilen temsil sınıflaması temel alınmış olup, bu sınıflamada yer alan iki temsilin adlarında değişiklik yoluna gidilmiştir. Şöyle ki “durağan resim” resimle temsil, “yazılı sembol” sembolik temsil olarak ifade edilmiş, diğer temsillerin adları ise aynı kalmıştır. Dolayısıyla bu araştırmada temsiller, resimle temsil, somut nesne temsili, konuşma dili temsili, sembolik temsil ve gerçek hayat durumları temsili olmak üzere beş grupta toplanmış ve veriler bu sınıflamaya göre kodlanmıştır. Bu temsiller aşağıdaki biçimde açıklanmıştır:

Resimle temsil; öğrencinin problem çözme sürecinde, şekil, diyagram, tablo ve çizim gibi kayıtları kullanması.

Somut nesne temsili; öğrencinin problem çözme sürecinde dokunabileceği, taşıyabileceği nesneleri kullanması.

Gerçek hayat durumları temsili; öğrencinin problem çözme sürecinde, problemde verilen bilgiyi/ilişkiyi gerçek hayat durumları ile canlandırması.

Konuşma dili temsili; öğrencinin problem çözme sürecinde, problemi ve problemin yanıtını sözlü olarak anlatması ve problemle ilgili akıl yürütmesi.

Sembolik temsil; öğrencinin problem çözme sürecinde, semboller ya da sembolleri içeren aritmetik işlemleri kullanması.

Araştırmadan elde edilen verileri, araştırmacı ve iki alan uzmanı birbirlerinden bağımsız çalışarak kodlamışlardır. Kodlamalar sonucunda ortaya çıkan “görüş birliği” ve “görüş ayrılığı” olan kodlar belirlenmiş ve aşağıdaki eşitlik kullanılarak kodlayıcılar arası güvenilirlik %97 olarak bulunmuştur.

Miles ve Huberman (1994, s.66)’na göre bu hesaplama şu şekilde yapılabilmektedir.

$$\text{Güvenirlik} = \frac{\text{Görüş birliği}}{\text{Görüş birliği} + \text{Görüş ayrılığı}}$$

Verinin görsel hale getirilmesi: İkinci aşamada çeşitli matrisler, grafikler, tablolar ve ağlar kullanılarak veri görsel hale getirilir (Miles ve Huberman, 1994). Bu araştırmada kodlanan veriler temalar, alt temalar ve kategoriler birbirleriyle ilişkilendirilerek tablolar halinde sunulmuştur.

Sonuç çıkarma ve teyit etme: Veri analizinin bu son aşamasında ortaya çıkan kavramlar, temalar ve ilişkiler yorumlanır, karşılaştırılır ve teyit edilir. Bu şekilde, araştırma sonuçlarının anlamlandırılması ve geçerliğinin sağlanması mümkün olmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada temalar, alt temalar ve kategoriler yorumlanmış ve birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalar öğrenci görüşlerinden, görüşmeci ve öğrenci günlüklerinden doğrudan alıntılar yapılarak desteklenmiştir.

2.7. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenilirliği

Yıldırım ve Şimşek (2005, s.265)’in Lincoln ve Guba (1985)’ dan aktardıklarına göre nitel araştırmaların niteliğini artırabilecek bir takım stratejiler vardır. Bu stratejiler “inandırıcılık”, “aktarabilirlik”, “tutarlık” ve “teyit edilebilirlik” tir.

2.7.1. İnandırıcılık

Bu strateji kapsamında uzun süreli etkileşim, derin odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyididir. Bu araştırmada uzun süreli etkileşim, derin odaklı veri toplama, çeşitleme ve uzman incelemesine başvurulmuştur.

- **Uzun süreli etkileşim:** Araştırmacı veri kaynakları (katılımcılar, gözlenen ortamlar, dokümanlar vb) ile uzun süreli bir etkileşim içinde olmalıdır. Böylece veri kaynakları üzerinde kendi varlığından ve öznel algılarından kaynaklanabilecek etkiyi anlayabilir. Görüşülen kişiler genellikle görüşmenin başında araştırmacı etkisine daha açıktırlar. Görüşme süresi ilerledikçe geçen zaman içinde bir güven ortamı oluşur ve görüşülen kişi verdiği yanıtlarda daha samimi olur (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.266). Bu araştırmada, araştırmanın uygulamasına geçmeden önce araştırmacı öğrencilerin derslerine katılmış ve daha sonrasında araştırmaya dahil edilen her bir öğrenci ile olabildiğince ayrıntılı görüşmeler yapmaya çalışmıştır.
- **Derin odaklı veri toplama:** Alanda uzun süre kalan bir araştırmacı olay, olgu durum ve yorumları katılımcıların bakış açısıyla ortaya koyabilir. Bu anlamda olay ve olguların doğasına uygun bir biçimde veri elde etme ve bunların gerçekliğini teyit etme işlevlerini gerçekleştirerek kendine düşen görevi yerine getirmiş olabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.266). Bu araştırmada, araştırmacı derinlemesine veri toplayarak elde ettiği sonuçları birbiriyle sürekli karşılaştırarak ve yorumlayarak bir takım sonuçlar ortaya çıkarmıştır.
- **Çeşitleme:** Gerçeğin farklı yönlerini ve oluşumlarını öğrenebilmek için araştırmacı, araştırdığı olay ve olguya ilişkin farklı bakış açılarını, farklı anlamları, farklı göstergeleri ve kaynakları ortaya çıkarmalıdır. Çeşitleme, *veri kaynakları* (çeşitli katılımcılar) çeşitlemesi, *yöntem* (veri toplama teknikleri) çeşitlemesi, *araştırmacı* çeşitlemesi ve *farklı kuramsal yaklaşımlar* çeşitlemesi olarak farklı başlıklar altında incelenebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.267;

Bogdan ve Biklen, 1998, s.104). Bu araştırmada yöntem eşitilmesi benimsenmiştir. Temel veri toplama aracı klinik görüşme olup, öğrencilerin çalışma yaprakları, görüşmeci ve ğrenci günlükleri ise klinik görüşmeyi desteklemek için kullanılmıştır.

- **Uzman incelemeesi:** Araştırma konusu hakkında genel bilgiye sahip ve nitel araştırma yöntemleri konusunda uzmanlaşmış kişilerden, yapılan araştırmayı çeşitli boyutlarıyla incelemesinin istenmesi inandırıcılık konusunda alınabilecek önlemlerden bir diğeriğir. Bu incelemede uzman, araştırmanın deseninde toplanan verilere, bunların analizine ve sonuçların yazımına kadar olan süreçlere eleştirel bir gözle bakar ve araştırmacıya geri bildirimde bulunur (Yıldırım ve şimşek, 2005, s.268). Bu araştırmada klinik görüşmelerde kullanılan soru ve görevlerin hazırlanmasında, verilerin analizinde ve araştırma raporunun yazılmasında alan uzmanlarının görüşleri alınmıştır.

2.7.2. Aktarabilirlik

Bu strateji kapsamında ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yer almaktadır.

- **Ayrıntılı betimleme:** Nitel araştırma sonuçlarının aktarılabilirliğı, dayandığı verilerin yeterli düzeyde betimlenmesine bağlıdır. Ayrıntılı betimleme ham verinin ortaya çıkan kavram ve temalara göre yeniden düzenlenmiş bir biçimde okuyucuya yorum katmadan ve verinin doğasına mümkün olduğu lde sadık kalınarak aktarılmasıdır. Doğrudan alıntılar bu amaçla araştırmacılar tarafından sık kullanılır (Yıldırım ve şimşek, 2005, s.270). Bu araştırmada ortaya çıkan temalar ve kategoriler yorum katılmadan olabildiğince ayrıntılı bir biçimde anlatılmaya çalışılmış ve araştırmacı öğrencilerin görüşlerinden doğrudan alıntılar yapmıştır.
- **Amaçlı rnekleme:** Nicel araştırmada evrene genelleme amacıyla seçkisiz örnekleme yönelimi ağır basarken, nitel araştırmada aktarılabilirliğı artırmak için hem tipik olarak karşımıza çıkan olay ve olguları, hem de bunların

değişkenlik gösteren özelliklerini ortaya koyma amacını güden amaçlı örnekleme yöntemleri kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.271). Bu araştırmada araştırmaya dahil edilen öğrencilerin seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan maksimum çeşitlilik durum örnekleme benimsenmiştir.

2.7.3.Tutarlılık

Bu strateji kapsamında tutarlılık incelemesi yer almaktadır.

- ***Tutarlılık incelemesi:*** Bu stratejinin amacı, araştırmaya dışarıdan bir gözle bakmak ve araştırmacının baştan sona gerçekleştirdiği araştırma etkinliklerinde tutarlı davranıp davranmadığını ortaya koymaktır. Bu tutarlılık veri toplama araçlarının oluşturulması, verilerin toplanması ve analizi aşamalarında kendini göstermelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.272). Verilerin analiz edilmesinde ve araştırma raporunun hazırlanması alan uzmanlarından görüş ve öneriler alınmıştır.

2.7.4.Teyit Edilebilirlik

Bu strateji kapsamında teyit incelemesi yer almaktadır.

- ***Teyit incelemesi:*** Bu incelemede amaç, araştırmacının ulaştığı sonuçlar ham verilerle karşılaştırarak teyit mekanizmasını çalıştırıp çalıştırmadığına bakmaktır. Dışarıdan bir uzman araştırmada ulaşılan yargıların, yorumların ve önerilerin ham verilere geri gidildiği zaman teyit edilip edilmediğine ilişkin bir değerlendirme yapar. Bu nedenle araştırmacının tüm veri toplama araçlarını, ham verilerini, analiz aşamasında yaptığı kodlamaları ve rapora temel oluşturan algıları, notları, yazıları ve çıkarımları saklaması ve gerektiğinde böyle bir incelemeye sunması gerekir (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s.272). Araştırma süreci boyunca toplanan veriler, video kayıtları, veri dökümleri gerekli görüldüğünde farklı araştırmacılar tarafından incelenmek üzere denetim altına alınmıştır.

3. BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde, araştırma süreci boyunca çeşitli veri toplama teknikleri kullanılarak elde edilen verilerin analizi sonucunda ulaşılan bulgulara ve yorumlarına yer verilmiştir. Bulgular, klinik görüşmeler sırasında görüşmeci (araştırmacı)-öğrenci arasında geçen karşılıklı konuşmalardan, öğrenci çalışma yapraklarından, öğrenci ve görüşmeci günlüğünden seçilen alıntılarla desteklenmiştir.

3.1. İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Temsil Türlerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerin kendilerine sorulan 12 tane probleme (EK-4) yönelik olarak kullandıkları temsil türleri ve bu temsil türlerini problem çözme sürecinin hangi aşamalarında kullandıkları, öğrencilerin başarı düzeyleri de dikkate alınarak tablolaştırılmış ve Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4'te görüldüğü gibi, öğrencilerin problem çözme sürecinin aşamalarında yer alan problemi anlama ve plan yapma, planı uygulama ve çözümün değerlendirilmesi aşamalarında konuşma dili, resimle, sembolik, somut nesne temsil sınıfları içerisinde yer alan temsil türlerini farklı yoğunluklarda kullanmışlardır. Öğrencilerin problem çözme sürecinin her birinde kullandıkları temsil türlerine ilişkin bulgular ayrı ayrı incelenmiş ve örneklendirilmiştir.

Tablo 4 Öğrencilerin Matematiksel Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Temsil Türleri

PROBLEMLER		PROBLEMİ ANLAMAMA ve PLAN YAPMA				PLANI UYGULAMA				ÇÖZÜMÜN DEĞERLENDİRİLMESİ			
KD	Resimle	Şekil	Çizim	Diyagram	Sembolik	Resimle			Somut nesne	KD	Sembolik	Resimle	
						Çizim	Diyagram	Şekil	Yüzlük tablo				
1	ÖT				ÖT	D ₄		D ₁ D ₂ D ₃ O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄		O ₁ O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	D ₃ O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	D ₄ O ₁ O ₃ Y ₂ Y ₃	
2	ÖT		D ₃		ÖT	D ₃		D ₁ D ₂ D ₄ O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	Y ₂ Y ₃ Y ₄	D ₄ O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	D ₄ O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₄	O ₁ O ₃ O ₄ Y ₂	
3	ÖT				ÖT			D ₁ D ₂ D ₃ O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄		O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₄	Y ₂ Y ₃ Y ₄	
4	ÖT		Y ₂		ÖT	D ₃ O ₄		D ₁ D ₂ D ₃ O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄		O ₂ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	O ₃ Y ₁ Y ₃ Y ₄	
5	ÖT				ÖT	D ₂ D ₃ D ₄ O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄		D ₂ D ₃ D ₄ O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	D ₁ D ₃ D ₂ O ₄ Y ₄	Y ₁ Y ₂ Y ₃	O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₃	Y ₂	
6	ÖT				ÖT	D ₁ D ₃ O ₄		O ₁ O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄		O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	O ₁ O ₂ O ₃ Y ₂ Y ₃ Y ₄	O ₄ Y ₁ Y ₄	
7	ÖT				ÖT	D ₁ D ₂ D ₃ D ₄ O ₄		O ₁ O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄		O ₁ O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	O ₂ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	O ₁ O ₃ Y ₁ Y ₃	
8	ÖT				ÖT	D ₄		D ₁ D ₂ D ₃ O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₂ Y ₃ Y ₄		O ₃	Y ₁ Y ₃ Y ₄	Y ₃	
9	ÖT			O ₃	ÖT	D ₂ D ₃ D ₄	O ₂ O ₃ O ₄ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄			O ₁ O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	O ₃ Y ₄	O ₁ O ₂ Y ₁ Y ₂ Y ₃	
10	ÖT				ÖT	D ₂ D ₃ O ₂ O ₄ Y ₁		D ₁ O ₁ O ₃ Y ₂ Y ₃ Y ₄	O ₄	O ₁ O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₃ Y ₄	O ₂ O ₃ Y ₃ Y ₄	O ₁ O ₄ Y ₁	
11	ÖT		D ₃		ÖT	D ₂ O ₄		O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄		O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄	O ₁ O ₂ Y ₁ Y ₂ Y ₄	O ₄ Y ₂	
12	ÖT		D ₃		ÖT			D ₂ D ₃ D ₄ O ₂ O ₄ Y ₃ Y ₄		O ₁ O ₃ Y ₂ Y ₄	D ₁ O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₁ Y ₃ Y ₄	O ₄ Y ₂	

ÖT: öğrencilerin tümtü, KD: Konuşma dili

3.1.1. Problemi Anlama ve Plan Yapma Aşamalarında Kullanılan Temsil Türlerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerin tamamının, kendilerine sorulan problemlerin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında konuşma dili temsilini, öğrencilerden bazılarının da resimle temsil sınıfı içerisinde yer alan şekil, çizim ve diyagram temsillerini kullandıkları görülmüştür. Bu aşamalarda kullanılan temsil türlerine ilişkin bulgular iki başlık altında ele alınmış olup, temsil türlerine ilişkin örneklerle de yer verilmiştir.

3.1.1.1.Konuşma Dili Temsili

Araştırma kapsamında yer alan problemlerin çözümlerinde problemi anlama ve plan yapma aşamalarında öğrencilerin kullandıkları konuşma dili temsiline ilişkin örnekler;

Örneğin problem 1’de öğrencilerden O₃;

A: Problemden ne anlıyorsun?

O₃: Bir mağazada bir mağazada ıı satılan kumaş satılıyor. Birinci gün 35 metresi metresinin iki bölü yedisi, iki bölü yedisi kadar fazla kumaş satılmış ıı iki günde satılan kumaş miktarı ne kadardır?

A: Ne yapmayı düşünüyorsun problemi çözmek için?

O₃: İlk önce bir gün satılanı yediye bölerim bir parçasını bulup onu iki ile çarparım. Ondan sonra 35’in üstüne eklerim o parçayı. 35 ile de o eklediğim parçayı toplarım. Bu kadar.

O₃ bu aşamada problemden ne anladığını ve problemin çözümüne yönelik yapmayı düşündüklerini konuşma dili temsilini kullanarak belirtmiştir.

Problem 6’da öğrencilerden Y₁;

A: Problemden ne anlıyorsun?

Y₁: Limonata yapmak için 1 litre suyun içine 50 ml limonata katılıyormuş. 2 litre, 3 litre, 4 litre, 5 litre, 6 litre ve 7 litre limonata yapmak için ne kadar limon suyu gerektiğini soruyor.

A: Ne yapmayı düşünüyorsun?

Y₁: 2 litreye ne kadar limon suyu 3 litreye ne kadar limon suyu böyle hepsini bulucam tek tek.

Y₁ bu aşamada konuşma dili temsilini kullanarak problemden ne anladığını ve planı uygulama aşamasında neler yapacağını ifade etmiştir.

Örneğin, problem 9’da öğrencilerden Y₃ “direk 8 metre yüksekliğinde hum 8 metre yüksekliğinde bir direğe örümcek tırmanmaya çalışıyor her bir saatte 3 metre gidiyor yoruluyor bir saat uyuyor uyuduğu zamanda 2 metre aşağıya doğru kayıyor. Direğin en üst noktasına ne zaman ulaşır bu soruluyor.” biçiminde görüş bildirmiştir.

Y₃ bu aşamada problemden ne anladığını ve problemin çözümüne yönelik neler yapacağını konuşma dili temsilini kullanarak belirtmiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerin tamamının kendilerine sorulan problemlerin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında konuşma dili temsilini kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin başarı düzeylerinin konuşma dili temsilini kullanmalarında etkili olmadığı söylenebilir.

3.1.1.2. Resimle Temsil

Tablo 4’te görüldüğü gibi, öğrencilerin problemlerin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında konuşma dili temsilini kullanmalarının yanı sıra, problemlerden üçünde öğrencilerden D₃ çizim, O₃ diyagram ve Y₂ ise şekil temsilini de kullanmıştır.

Bu öğrencilere problemi çözmek için ne yapmayı düşünüyorsun diye sorulduğunda, öğrencilerden bazıları şekil, çizim ya da diyagram temsilini oluşturmuşlar ve bu temsilleri kullanarak problemi çözeceklerini belirtmişlerdir.

Problemlerin çözümlerinde problemi anlama ve plan yapma aşamalarında öğrencilerin kullandıkları resim temsil örnekleri çizim, şekil ve diyagram türlerine göre ayrılarak verilmiştir.

- **Çizim Temsili**

Öğrencilerden D₃ problem 2, problem 11 ve problem 12'nin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında çizim temsilini kullanmıştır.

Örneğin problem 2'ye yönelik olarak, D₃ problemi okuduktan sonra önce problemi çözemeyeceğini söylemiş daha sonra bir cadde resmi çizeceğini belirtmiştir. Öğrencinin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında kullandığı çizim temsiline örnek;

A: Hı hı ne yapmayı düşünüyorsun? Problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun?

(öğrenci uzun uzun düşündü sonra problemi tekrar tekrar okudu). Nasıl çözmeyi düşünüyorsun aklından bir şey geçiyor mu? Bir şey geliyor mu?

D₃: Gelmiyor ama.

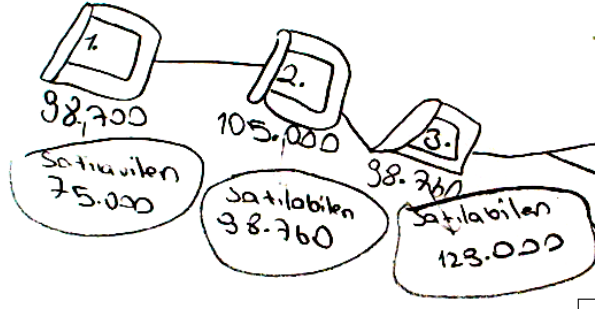
A: Bir daha oku o zaman problemi bir daha okuyalım. Hiç aklına bir çözüm yolu gelmiyor mu? Problemde verilen bilgiyi başka bir biçimde göstererek?

D₃: 800 metrelik bir cadde çizeriz.



Öğrenci bu aşamada cadde resmi çizmiş ve problemin çözümünde bu temsili kullanacağını belirtmiştir.

D₃ problem 12'nin problemi anlama ve plan yapma aşamasında problemde verilen bilgiyi çizim temsilini kullanarak göstermiştir. Öğrenci önce kitap çizmiş daha sonra çizdiği bu kitap çiziminin altlarına da basılan ve satılan kitapların sayısını yazmıştır.



- **Şekil Temsili**

Öğrencilerden biri problem 4'ün problemi anlama ve plan yapma aşamalarında resimle temsil türlerinden şekil temsilini kullanmıştır.

Problem 4'te öğrencilerden Y₂;

A: Problemi okur musun? Problemden ne anlıyorsun?

Y₂: İhhh bir otobüs tekerleği varmış. Bu otobüs tekerleğinin çapı yani şu tekerlek olsun



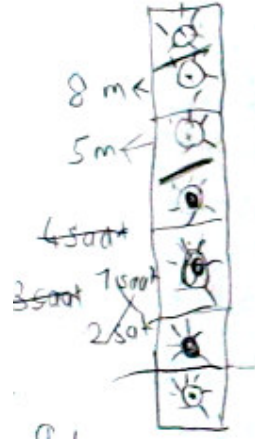
Burası çapı bu 80 cm imiş. Bu otobüsün tekerinin 7000 tam dönüş yapması ile kaç kilometre yol aldığını soruyor.

Y₂ bu aşamada problemde verilen bilgiyi şekil temsili oluşturarak göstermiştir. Daha sonra bu öğrenci problemin çözümünde çizdiği bu şekil temsilinden yararlanacağını ifade etmiştir.

- **Diyagram Temsili**

Öğrencilerden biri problem 9'un problemi anlama ve plan yapma aşamalarında resimle temsil türlerinden diyagram temsilini kullanmıştır.

Problem 9'da öğrencilerden O₃;



A: *Peki ne yapmayı düşünüyorsun problemi çözmek için?*

O₃: *Şimdi ilk başta bir 8 metrelik direk çizerim.*

O₃ bu aşamada problemde verilen bilgiyi temsil etmek için diyagram temsilini kullanmıştır.

Genel olarak, problemlerin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında öğrencilerin tümünün konuşma dili temsilini benimsedikleri, bazı öğrencilerin bu temsilin yanında resimle temsil türlerinden şekil, çizim ve diyagram türü temsilleri kullanarak problem çözme sürecinin bu aşamasında, problemin çözümüne ilişkin problemi anlayabilme ve çözüm için plan yapma etkinliklerini şekillendirmek için destek aldıkları görülmektedir. Resimle temsilin bu aşamada kullanılma durumuyla, bu temsili kullanan öğrencilerin başarı düzeyleri arasında bir ilişki olmadığı saptanmıştır.

3.1.2. Planı Uygulama Aşamasında Kullanılan Temsil Türlerine İlişkin Bulgular

Tablo 4'te görüldüğü gibi, öğrenciler kendilerine sorulan problemlerin planı uygulama aşamasında konuşma dili, sembolik, resimle (çizim, şekil, diyagram ve yüzölçüm tablo) ve

somut nesne temsillerini kullandıkları görülmüştür. Bu temsil türlerine ilişkin bulgular ayrı ayrı ele alınarak verilmiştir.

3.1.2.1. Konuşma Dili Temsili

Problemlerin planı uygulama aşamasında öğrencilerin hepsi konuşma dili temsilini kullanmışlardır.

Problem 1’de öğrencilerden Y₃;

“İlk önce 35’i yediye bölerim. Hıh çünkü bir bölü yedisini bulmak için. Sonra 35’i yediye böldüğümde beş. Beş ile ikiyi çarparım 10 metre. 10 metre birinci günden ikinci günün satılan kumaşın fazlalığı. Sonra 35 ile 10’u toplayım 45. Sonra iki günde satılan kumaşı soruyor 35 ile 45’i topladığımda 80” biçimindeki ifadesi verilebilir.

Problem 2’de öğrencilerden O₁ “800’ü 25’e böldüm 32. 32 ile de 1’i topladım 33. sonuç 33 çıktı” biçiminde görüşü bildirmiştir.

Y₃ ve O₁ konuşma dili temsilini kullanarak problemin planı uygulama aşamasını gerçekleştirmişlerdir.

Problem 3’te öğrencilerden Y₄;

“Birinci gün kitabın bir bölü dördünü, ikinci gün kitabın bir bölü sekizini, üçüncü gün kitabın üç bölü sekizini okumuş. Birinci gün, ikinci gün ve üçüncü gün ne kadar okuduğunu topladım. Bir bölü dördü, bir bölü sekizi ve üç bölü sekizi topladım. Bir bölü dördün paydasını sekize eşitledim. İki bölü sekiz oluyor toplayınca da altı bölü sekiz çıkıyor. Altı bölü sekiz 60 sayfaya eşitmiş. 60 sayfayı altıya bölerim 10. 10 kitabın bir bölü sekizi. 10 ile de 8’ i çarparım 80. 80 kitabın tamamı” biçimindeki görüşü bildirmiştir.

Y₄ problemi okuduktan sonra konuşma dili temsilini kullanarak problemin çözümünü gerçekleştirmiştir.

Problem 5'te öğrencilerden O₃;

“Yüzde yüzü 10 parça olarak. 10’lu gruplar olarak ayırırım. Yüzde onlu olarak ayırdım. Hepsi yüzde onluk parçası ilk baş yüzde yirmi iki parçası yüzde yirmi indirim yaptığı için 100’e bölersek 0.5 50 kuruş çıkar 20 ile çarptığımızda zamanda iki tanesi 1 ytl ederse 10 ytl eder. 10 ytl indirim yapmış oluyor. Yüzde yirmi 10 ytl indirim yapmış oluyor. 40 ytl’ ye satılmış oluyor. Yani 50 ytl’ nin yüzde yirmi indirimi 40’ a denk geliyor. Burası 40 ytl yani bu iki parça 40 ytl’ ye denk geliyor. Yüzde iki ay pardon yüzde sekizi 40 ytl’ ye denk geliyor. Yüzde iki indirim yapmış oluyor yani yüzde yirmi indirim yapmış geriye yüzde seksen kalmış. Yüzde sekseni de 40 ytl oluyor. Yani yüzde dört 0.40 kuruş olduğu için bu da yüzde dördüne denk geliyor çünkü olarak düşüncem bu da 40 ytl ediyor yüzde dört oranında oluyor. 0.40 kuruş 30 ile çarparım. 12 ytl. 12 ytl’si daha gidiyor. Sonuç 28 ytl oluyor” biçiminde görüş bildirmiştir.

O₃’e problemi çözmek için ne yapmayı düşünüyorsun denildiğinde konuşma dili temsilini kullanarak problemin çözümünü gerçekleştirmiştir.

Örneğin öğrencilerden O₂ ise, problem 11’de *“9 ytl den 15 kilo et aldığına göre kaç para verdiğini bulurum. 15 ile 9’ u çarparım. 135 ytl bu ete verdiği para. Domatese kaç para verdiğini bulucam 75 ile 36’ yı çarpıcam. 2700 ykr o da 27 ytl bu da domatese verdiği para. Şimdi 15 kilo biber oluyor kilosu 80 ykrden. 80 ykr ile 15’ i çarparız. 1200 ykr bu da 12 ytl olur. Bunun ne kadar tuttuğunu bulmak için üçünü toplarım. 135 ytl, 27 ytl ve 12 ytl toplamı. 174 ytl. Bu lokanta sahibinin 150 ytl parası var. Toplamda 174 ytl tutuyor. Parası yetmez. Lokanta sahibinin parası yetmez”* biçiminde görüş bildirmiştir.

O₂ planı uygulama aşamasında konuşma dili temsilini kullanarak problemin çözümünü gerçekleştirmiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerin tümünün kendilerine sorulan problemlerin planı uygulama aşamasında konuşma dili temsili kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin başarı düzeyleri ile bu temsilin problem çözme sürecinin planı uygulama aşamasında kullanılma durumu arasında bir ilişki olmadığı görülmüştür.

3.1.2.2. Sembolik Temsil

Tablo 4'te görüldüğü gibi, öğrencilerin tümünün kendilerine sorulan problemlerin planı uygulama aşamasında sembolik temsili kullandıkları saptanmıştır.

Problem 1'de öğrencilerden O₁;

A: *Tamam o söylediklerini yapalım?*

O₁:

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 75} \\ \underline{35} \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 22 \\ \hline 10 \end{array}$$

Bu 10 birinci günden fazla satılan kumaş miktarı.

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 10 \\ \hline 45 \end{array}$$

Bu ikinci gün satılan kumaş miktarı sonra 35 ile 45' i topladığımda.

$$\begin{array}{r} 45 \\ + 35 \\ \hline 80 \end{array}$$

80 iki günde satılan toplam kumaş miktarı.

O₁ bu aşamada problemde verilen bilgiyi ve problemde istenileni ilk önce sembolik temsil kullanarak göstermiş ve problemin çözümünü bu temsili kullanarak doğru bir biçimde gerçekleştirmiştir.

Problem 2'nin planı uygulama aşamasında öğrencilerden yüksek başarı düzeyine sahip Y₃ aşağıdaki bir biçimde sembolik temsil kullanarak problemde verilen bilgiyi temsil etmiş ve bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirmiştir. Y₃ bu aşamada ilk önce sembolik temsili kullanmıştır.

$$\begin{array}{r} 800 \overline{) 75} \quad \begin{array}{l} 125 \\ 32 \end{array} \\ \underline{50} \\ 50 \\ \underline{50} \\ 60 \end{array} \quad 32 + 1 = 33$$

Öğrencilerden O₂ problem 3'ün planı uygulama aşamasında ilk önce sembolik temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirmiştir.

$$\frac{2}{8} + \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{6}{8} \quad 60 : 6 = 10 \left(\frac{1}{8} \right) \quad 10 \times 8 = 80$$

Örneğin problem 4'te öğrencilerden O₃ problemde verilen bilgiyi ve problemde istenileni ilk olarak sembolik temsil kullanarak göstermiş ve bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru yapmıştır.

A: O dediklerini yapar mısın?

O₃:

$$\begin{array}{r} 80 \\ \times 3 \\ \hline 240 \text{ cm} \end{array}$$

Bu otobüsün tekerleği 7000 tam dönüş yapmış olması bu bir tam dönüş yapması 7000 tam dönüş yapması içinde 7000 ile 240' ı çarparsınız.

$$\begin{array}{r} 7000 \\ \times 240 \\ \hline 280000 \\ + 140000 \\ \hline 1680000 \text{ cm} = 168 \end{array}$$

Problem 5'te öğrencilerden Y₄;

A: ...o dediklerini yapar mısın?

Y₄:

$$\frac{20 : 20}{100 : 20} = \frac{1}{5}$$

$$50 : 5 = 10 \text{ YTL}$$

$$50 - 10 = 40 \text{ YTL}$$

Bu yüzde yirmi indirim oluyor 40 ytl. İkinci ayda yüzde otuz indirime girmiş. Yüzde otuz indirim de burası. Şimdi bunun üzerinden yüzde otuz indirim ise bu indirimli fiyat üzerinden yüzde otuz daha indirim yapılıyor. 40 ytl' nin yüzde otuzunu bulucam. 30 bölü 100'ü sadeleştiricem. (öğrenci problemi sembolik temsil kullanarak çözdü, hem de yaptıklarını anlattı).

$$\frac{30 : 10}{100 : 10} = \frac{3}{10}$$

$$40 : 10 = 4 \text{ YTL}$$

$$4 \times 3 = 12 \text{ YTL}$$

12 ytl indirime girmiş. 40 ytl idi. 40' tan 12' yi çıkarırız.

$$\begin{array}{r} 40 \\ -12 \\ \hline 28 \text{ YTL} \end{array}$$

28 ytl pantolonun son satış fiyatı.

Öğrenci bu aşamada problemde verilen ve istenilen bilgiyi göstermede ilk olarak sembolik temsili kullanmış ve problemin çözümünü bu temsili kullanarak doğru bir biçimde gerçekleştirmiştir.

Problem 8'de öğrencilerden Y₃;

A: O dediklerini yapalım mı?

Y₃:

$$60 : 2 = 30$$

$$60 + 30 = 90$$

$$90 : 2 = 45$$

$$90 + 45 = 135$$

Y₃ bu aşamada problemde verilen bilgileri ilk olarak sembolik temsil kullanarak göstermiş ve problemi bu temsili kullanarak çözmeye çalışmıştır.

Öğrencilerden O₂'nin problem 9'un planı uygulama aşamasında aşağıdaki biçimde sembolik temsil kullanmıştır;

$$\begin{aligned} 3-2 &= 1 \\ 1+3 &= 4 \\ 4-2 &= 2 \text{ m} \\ 2+3 &= 5 \\ 5-2 &= 3 \text{ m} \\ 3+3 &= 6 \\ 6-2 &= 4 \text{ m} \\ 4+3 &= 7 \\ 7-2 &= 5 \text{ m} \\ 5+3 &= 8 \\ 8-2 &= 6 \text{ m} \\ 6+3 &= 9 \\ 9-2 &= 7 \text{ m} \\ 7+3 &= 10 \\ 10-2 &= 8 \text{ m} \\ 8 \text{ saatte} &= 8 \text{ m} \end{aligned}$$

O₂ problemde verilen bilgiyi ilk olarak sembolik temsili kullanarak göstermiş ve problemin çözümünde bu temsilden yararlanarak problemi doğru bir biçimde çözmüştür.

Örneğin problem 10'un planı uygulama aşamasında öğrencilerden Y₁ problemde verilen ve istenilen bilgileri ilk olarak sembolik temsil kullanarak göstermiş ve problemin çözümünde bu temsili kullanarak problemin çözümünü gerçekleştirmiştir.

$$\begin{array}{r}
 24.00 \\
 -20.30 \\
 \hline
 3\text{sa. } 30 \text{ dk}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7.45 \\
 + 3.30 \\
 \hline
 10\text{sa } 75 \text{ dk} \rightarrow 11 \text{ sa } 15 \text{ dk}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 60 \\
 + 11 \\
 \hline
 660 \text{ dk}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 660 \\
 + 15 \\
 \hline
 675 \text{ dk}
 \end{array}$$

Problem 11'de öğrencilerden O₄ problem çözme sürecinin bu aşamasında ilk olarak sembolik temsil kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirmiştir.

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 + 9 \\
 \hline
 135 \text{ YTL}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 75 \\
 + 36 \\
 \hline
 450 \\
 + 225 \\
 \hline
 2700 \text{ YKr} = 27 \text{ YTL}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 15 \\
 + 80 \\
 \hline
 1200 \text{ YKr} = 12 \text{ YTL}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 135 \\
 12 \\
 27 \\
 \hline
 174 \text{ YTL}
 \end{array}$$

Problem 12'nin planı uygulama aşamasında öğrencilerden Y₂ problemde verilen ve istenilen bilgiyi ilk olarak sembolik temsil kullanarak göstermiş ve problemin çözümünde bu temsilden yararlanmıştır. Öğrenci bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirmiştir.

$$\begin{array}{r}
 98.700 \\
 106.000 \\
 + 132.000 \\
 \hline
 336.700
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 75.000 \\
 98.760 \\
 + 129.000 \\
 \hline
 302.760
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 336.700 \\
 302.760 \\
 \hline
 639.460
 \end{array}$$

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerin hemen hepsinin problemlerin planı uygulama aşamasında öncelikli olarak konuşma dili, daha sonra sembolik temsilleri kullandıkları görülmüştür. Bu temsilin problem çözme sürecinin bu aşamasında

kullanılma durumuyla öğrencilerin başarı düzeyleri arasında bir farklılaşma olmadığı saptanmıştır.

3.1.2.3. Resimle Temsil

Tablo 4'te görüldüğü gibi, problemlerin planı uygulama aşamasında resimle temsili (çizim, diyagram, şekil ve yüzlük tablo) kullanan öğrenciler olmuştur. Öğrencilerin bu aşamada ağırlıklı olarak şekil temsilini kullandıkları belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, problemlerden on tanesinde çizim temsilini, birinde diyagram ve başka bir problemde ise yüzlük tablo temsillerini kullanmışlardır. Resimle temsil sınıfı içerisinde yer alan her bir temsil ayrı ayrı incelenmiş ve örneklendirilmiştir.

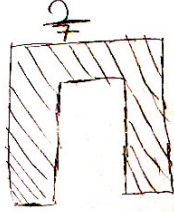
- **Çizim Temsili**

Öğrenciler, farklı problemlerde farklı yoğunluklarda çizim temsilini kullanma eğilimini göstermişlerdir. Problem 1'de düşük başarı düzeyine sahip bir öğrenci (D_4), problem 2'de düşük başarı düzeyine sahip bir öğrenci (D_3), problem 4'te bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D_3, O_4), problem 6'da iki düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (D_1, D_3, O_4), problem 7'de dört düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (D_1, D_2, D_3, D_4, O_4), problem 8'de (D_4), problem 9'da düşük başarı düzeyine sahip üç öğrencinin (D_2, D_3, D_4), problem 10'da iki düşük, iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (D_2, D_3, O_2, O_4, Y_1), problem 11'de bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D_2, O_4) çizim temsilini kullandıkları görülmüştür. Bu temsil kullanımına ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.

Problem 1'de, öğrencilerden D_4 sembolik temsili kullanarak problemi çözmeye çalışmış ama problemi doğru bir biçimde çözememiştir. Daha sonra öğrenciye problemi başka yollarla çözüp çözemeyeceği sorulmuştur. Öğrenci de kumaş çizerek problemi çözeceğini belirtmiştir. Ancak öğrenci bu temsili kullanarak problemi doğru bir biçimde çözememiştir. Öğrencinin planı uygulama aşamasında kullandığı çizim temsiline örnek;

A: Peki daha farklı nasıl çözebilirdin? Aklına başka bir şey geliyor mu? Problemden verilen bilgiyi başka bir biçimde göstermek?

D₄: İhh bir tane kumaş gibi bir şey çizerim. Bu kumaşın iki bölü yedisi demek ıhh (uzun uzun düşündü).



A: Peki şimdi ne yapacaksın?

D₄: İhh kumaşın iki bölü yedisi bu kadar.

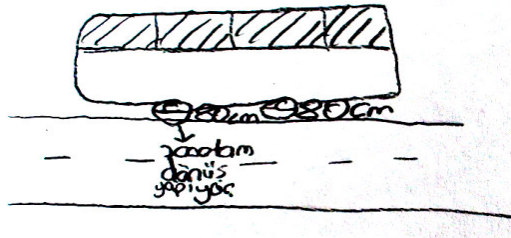
A: Tamam sonra ne yapacaksın?

D₄: Bu kadar aklıma başka bir şey gelmiyor.

Problem 4'te çizim temsilini kullanan O₄ bu problemin planı uygulama aşamasında önce sembolik temsili kullanmış, daha sonra öğrenciye problemi başka nasıl çözebilirsin diye sorulduğunda, öğrenci çizim temsilini kullanma yoluna gitmiştir. Bu aşamada kullanılan çizim temsiline örnek;

A: Başka nasıl yapabilirsin?

O₄: (Otobüs resmi çizdi. Otobüsün tekerinin çapını gösterdi ve yanına 80 cm yazdı).



A: Peki şimdi ne yapacaksın?

O₄: Kaç kilometre yolun uzunluğu. Burası çapı. (Çizdiği otobüs resmindeki tekerleğin çapını göstererek). Yani şey otobüs tekeri her dönüşte 7000 tam dönüş yapıyor. (Çizdiği tekerleğin alt kısmına 7000 tam dönüş yazdı).

A:Şimdi ne yapacaksın?

O₄:7000 ile 80'i çarpacam bu kadar.

Problem 6'da öğrencilerden D₃;

A:Peki problemi başka nasıl çözebilirsin?

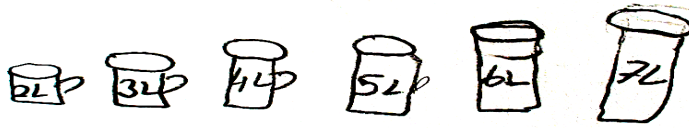
D₃:Görselleştirerek diyecem ama.

A:Nasıl yapacaksın?

D₃:Böyle kaplar 3 litrelik 4 litrelik kaplar çizecez. 50 ml lik limon suyu koymak için o kaplara.

A:Tamam yap bakalım.

D₃:



Imm böyle kaplar hazırladım yani 1' den 7' ye kadar kaplar hazırladık ihh

A:Şimdi ne yapmayı düşünüyorsun?

D₃:Böyle çözebiliyorum.

A:Peki şimdi ne yapacaksın?

D₃:Yine başta çözdüğüm gibi çözeceğim.

Problem çözümünün planı uygulama aşamada çizim temsilini kullanan D₃ sembolik temsili de kullanarak problemi çözmeye çalışmış, daha sonra kendisine problemi daha başka nasıl çözebileceği sorulduğunda problemde geçen bilgiyi çizim temsilini kullanarak göstermiştir. Öğrenci oluşturduğu bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiş ve problemi daha önce kullandığı sembolik temsili kullanarak çözeceğini belirtmiş olmasına karşın bu temsili de problemin çözümünde etkili bir biçimde kullanamamıştır.

Problem 7'de öğrencilerden D₂;

A:Başka nasıl çözebilirsin?Problemde verilenleri istenilenleri?

D₂: İlk bir tane bardak şeklinde kap çizerim beş tane. Aldığı su miktarı 180 ml imiş. Bir tane 4.5 mililitrelik ihh bidon şeklinde yine kap çizerim.



A: ...peki ne yaparsın sonra? Bu çizdiklerini nasıl ilişkilendirirsin?

D₂: İu yine burada yaptığım gibi 180 ml litre olduğu için uı 5 ile çarparım (yaptığı işlemleri göstererek).

A: Sonra ne yaparsın?

D₂: Sonra 900 ile 4,5 litreyi çarparım.

A: Bak bakalım bir daha probleme. Bu çizdiğin şekiller ne anlam ifade ediyor?

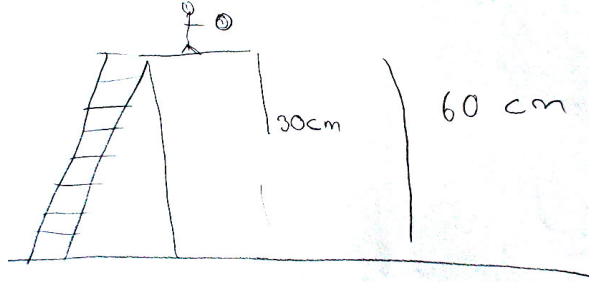
D₂: İu 900 ile 4,5 litreyi çarparım.

D₂ problemin planı uygulama aşamasında sembolik temsili kullandıktan sonra, öğrenciye problemi başka bir yolla çözüp çözemeyeceği sorulmuştur. Öğrenci bu aşamada bardak ve bidon çizimlerini kullanarak problemi çözmeye çalışmış ama oluşturduğu bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Problem 8'de öğrencilerden D₄;

A: Başka nasıl çözebilirdin?

D₄: (Önce bir yol çizdi. Sonra merdiven resmi ve merdivenin en tepesine bir adam resmi çizdi ve adam resminin yerden yüksekliğine 60 cm yazdı) Bu yolumuz burası da mesela merdivenler adam yukarı çıkıyor. Burası da şöyle bir şey 60 metre.



A: Şimdi ne yapacaksın?

D₄: Burası 60 cm' lik buradan topu fırlatıyor. Top topun önceki yüksekliği bir bölü iki imiş.

A: Önceki yüksekliği mi bir bölü iki imiş.

D₄: Evet.

A: Nereden anlıyorsun öyle olduğunu?

D₄: Çünkü orada 60' ı 2' ye bölüyorum 30.

Sembolik temsili kullanarak problemi çözmeye çalışan bu öğrenciye, problemi daha başka nasıl çözebileceği sorulduğunda çizim temsilini kullanarak problemi çözmeye çalıştığı ancak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştiremediği görülmüştür.

Problem 9'da öğrencilerden D₂;

A: Peki probleme bir daha bak başka yoldan çözebilecek misin?

D₂: Evet.

A: Tamam güzel yapalım? Ne yapacaksın?

D₂: Bir tane direk çizerim. Örümceğin yol aldığı.



D₂ bu aşamada bir direk çizmiş, daha sonra çizdiği bu direk çiziminin üzerine bir örümcek çizmiştir. Ancak öğrenci kullandığı bu temsili problemin çözümünde doğru bir biçimde kullanamamıştır.

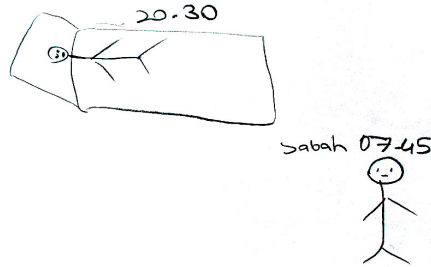
Problem 10'da öğrencilerden D₃;

A: Peki başka bir biçimde çözmeyi dene?

D₃: çünkü yani 20.30' da uyuyor sabah kalkıyor. Onun için de bir çocuk çizmem lazım.

A: Neden çocuk çizmem lazım dedin?

D₃: Yani şimdi bu çocuk 20.30' da uyumuş. Sabahta 7.45' te kalkmış. (sözlü ifade etti aynı zamanda saatleri şekil üzerine yazdı). Bu bana bir şey ifade etmedi yani (resimleri çizdikten sonra dedi).



A: Başka aklına bir şey geliyor mu?

D₃: Hayır.

A: Herhangi bir şey yapmak?

D₃: İhh gelmiyor.

D₃ bu aşamada sembolik temsili kullandıktan sonra çizim temsilini kullanmış (yatak ve çocuk resmi çizmiştir) ve problemin çözümünde bu temsili kullanmaya çalışmış ancak bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

- **Diyagram Temsili**

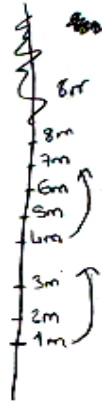
Öğrencilerden bazılarının yalnızca bir problemin çözümünde diyagram temsili kullandıkları görülmüştür.

Problem 9'un planı uygulama aşamasında, öğrencilerden üç orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam yedi öğrencinin (O₂, O₃, O₄, Y₁, Y₂, Y₃, Y₄) diyagram temsili kullandıkları görülmüştür.

Bu aşamada kullanılan diyagram temsiline örnek;

A: .. problemi daha başka nasıl çözebilirsin?

Y₄:



(Uzun dikey bir çizgi çizdi. Çizdiğin şeklin en altından başlayarak yukarıya doğru örümceğin kaç metre gittiğini şeklin üzerine işaretledi) 1 saatte 3 metre gitmiş 1 saat uyumuş 2 metre aşağıya inmiş 1 metre. 2. saatte 3 metre daha çıkmış 4 metre olmuş 1 saat uyumuş uyuduğu sürede 2 metre aşağıya kaymış 2 metreye ulaşmış. 3. saatte toplam 5 metre olmuş. Tekrar 1 saat uyuduğunda tekrar 2 metre aşağıya kaymış yani 3 metre olmuş. 4. saatte 6 metreye ulaşmış 1 saat uyumuş 2 metre aşağıya kaymış 4 metre olmuş. 5. saatte 7 metreye ulaşmış 1 saat uyumuş 2 metre aşağıya inmiş 5 metre olmuş 6. saatte 8 metreye ulaşır. Aralarda 1 saat uyuma var. Onları da alıcaz. Ben burada 6 saat yapmıştım. 1.2. 3. 4. 5. 6. aralarda bir de uyuduğu saat var. Toplam 11 saat oluyor. 11 saatte 8 metreye ulaşır.

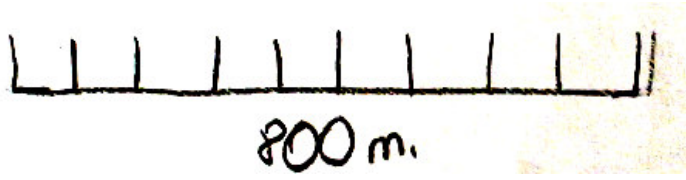
Y₄ bu aşamada diyagram temsilini kullanarak örümceğin her bir saatte ne kadar yol aldığını bulmuş ve örümceğin direğin en üst noktasına kaç saatte ulaştığını bu temsil yardımıyla hesaplamıştır.

- **Şekil Temsili**

Öğrencilerin tümünün problemlerin planı uygulama aşamasında resimle temsil sınıflaması içerisinde yer alan şekil temsilini kullandıkları görülmektedir. Şekille temsilin hemen hemen bütün problemlerin planı uygulama aşamasında kullanıldığı belirlenmiştir.

Problem 1’de, üç düşük, dört orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam 11 öğrencinin (D₁, D₂, D₃, O₁, O₂, O₃, O₄, Y₁, Y₂, Y₃, Y₄), problem 2’de üç düşük, dört orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam 11 öğrencinin (D₁, D₂, D₄, O₁, O₂, O₃, O₄, Y₁, Y₂, Y₃, Y₄), problem 3’te, üç düşük, dört orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam 11 öğrencinin (D₁, D₂, D₃, O₁, O₂, O₃, O₄, Y₁, Y₂, Y₃, Y₄), problem 4’te üç düşük, dört orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam on öğrencinin (D₁, D₂, D₃, O₁, O₂, O₃, O₄, Y₁, Y₃, Y₄), problem 5’te üç düşük, dört orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam 11 öğrencinin (D₂, D₃, D₄, O₁, O₂, O₃, O₄, Y₁, Y₂, Y₃, Y₄), Problem 6’da üç orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam yedi öğrencinin (O₁, O₂, O₃, Y₁, Y₂, Y₃, Y₄), problem 7’de üç orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam yedi öğrencinin (O₁, O₂, O₃, Y₁, Y₂, Y₃, Y₄), problem 8’de üç düşük, dört orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam on öğrencinin (D₁, D₂, D₃, O₁, O₂, O₃, O₄, Y₂, Y₃, Y₄), problem 10’un bir düşük, iki orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin (D₁, O₁, O₃, Y₂, Y₃, Y₄), problem 12’de üç düşük, iki orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam sekiz öğrencinin (D₂, D₃, D₄, O₂, O₄, Y₂, Y₃, Y₄) şekil temsilini kullandıkları görülmüştür.

Problem 2’de öğrencilerden O₂, bu aşamada problemde verilen bilgiyi göstermek için bir şekil temsili çizmiş ve şekildeki bölmelerle direk sayısı arasında bağlantı kurarak problemi doğru bir biçimde çözmüştür.



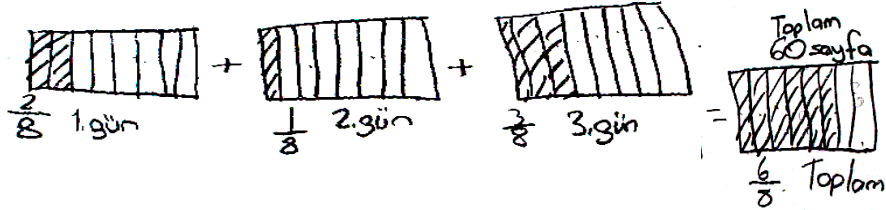
Problem 3'te öğrencilerden O_4 önce her bir kesir sayısını gösteren şekiller çizmiş, daha sonra bu üç kesir sayısının toplamını gösteren bir şekil daha çizmiş ve problemi oluşturduğu bu resimle temsilleri kullanarak çözmüştür. (Bu öğrenci aynı zamanda ilk önce sembolik temsilli kullanarak da problemi doğru bir biçimde çözmüştür).

A: ...problemi daha başka nasıl çözebilirdin?

O_4 : İhh (uzun uzun düşündü).

A: Nasıl yapardın? Bir daha bak bakalım probleme. Yazarak, çizerek?

O_4 : Böyle şekiller çizerim her günü anlatan okuduğu kitap sayfasını anlatan.



A: Şimdi ne yapacaksın?

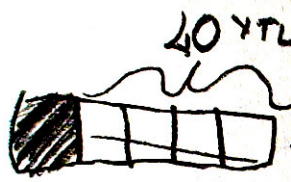
O_4 : Bir parçası 10 olur. Burada 6 parça 60 ise. Kitabın tamamı 8 parça dolayısıyla tamamı 80 olur.

Problem 5'te öğrencilerden Y_2 ;

A: Daha başka nasıl çözebilirsin?

Y_2 : (Dikdörtgen şeklinde bir şekil çizdi onu 5 parçaya ayırdı ve ilk parçayı taradı o parçaya %20 indirim dedi).

%20 indirim olunca geriye 40 kalır.



(ikinci bir şekil çizdi. Bu şeklin 40'a denk geldiğini belirtti ve çizdiği bu şeklin üç bölmesini taradı)

Bu da ıhh şey yüzde otuz indirime denk geliyor. Şu taradığım yer yüzde otuz 12 eder geriye kalan kısım da 28 ytl olur (taradığı alanın 12 ytl olduğunu taramadığı alanın da 28 ytl olduğunu belirtti).



Burada Y_2 ilk önce %20'lik indirim gösteren bir şekil çizmiş ve daha sonra bu indirimli fiyat üzerinden yapılan %30'luk indirim gösteren bir başka şekil daha çizmiştir. Bu öğrenci problemi bu iki şekli kullanarak doğru çözmüştür.

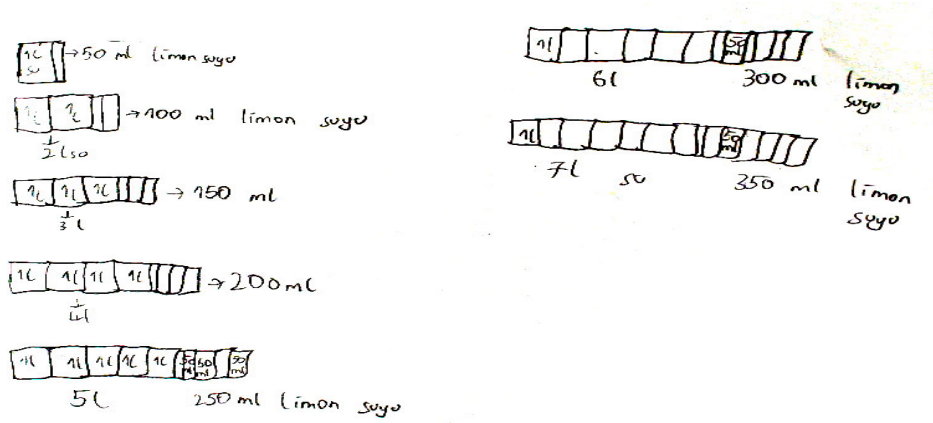
Problem 6'da öğrencilerden Y_3 ;

A: ...daha başka nasıl çözersin?

Y_3 : Daha başka şekille çözebilirdim.

A: Yap bakalım.

Y_3 : (İlk önce dikdörtgen şeklinde bir şekil çizdi ve buna 1 litrelik su dedi sonra bu çizdiği dikdörtgen şeklin yanına daha ufak bir dikdörtgen çizdi ve buna da 50 ml su dedi. Sırasıyla 2 litre için 2 büyük dikdörtgen, 100 ml için de 2 tane küçük dikdörtgen çizdi ve diğerlerinde de bu yolu izledi).

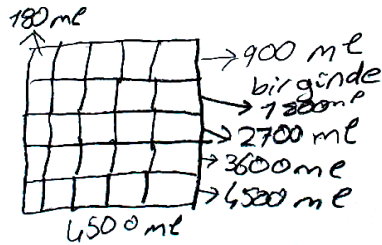


Y₃ problem çözümünün planı uygulama aşamasında önce sembolik temsil kullanarak problemi doğru bir biçimde çözmüştür. Bu öğrenciye problemi farklı bir biçimde çözüp çözemeyeceği sorulduğunda, öğrenci problemde verilen bilgiyi ve ilişkileri şekil temsilini çizerek göstermiş ve problemin çözümünü bu temsili kullanarak da doğru bir biçimde gerçekleştirmiştir.

Problem 7'de öğrencilerden O₁;

A: Başka nasıl çözersin bu problemi? Problemde verilenleri, istenilenleri?

O₁: Şöyle bir şey çizerim beşe bölerim. Bu böldüklerimde 900 ml bir günde olur.



2 günde 1800 ml, 3 günde 2400 ml 3 günde 2700 ml, 4 günde 3600 ml, 5 günde 4500ml.

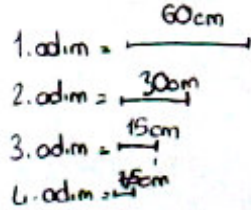
Yukarıda görüldüğü gibi, O₁ bu aşamada önce beş bölmeden oluşan bir şekil çizmiş, daha sonra bu çizdiği şeklin altına aynı şekilden dört tane daha çizmiştir. Bu öğrenci toplam beş şekilden oluşan büyük bir şekil oluşturmuş ve oluşturduğu bu şekil yardımıyla problemi doğru bir biçimde çözmüştür.

Problem 8’de öğrencilerden Y₄;

A: Peki daha başka nasıl çözebilirsin?

Y₄: 60 cm yükseklikten yere bırakılmış top. Her zıplayışında önceki yüksekliğinin yarısı kadar 30 cm, sonra onun yarısı kadar 15 cm.

A: Hıh ne yapmış oldun?



Y₄:

60 cm yüksekliğinden yere bırakılan top her zıplayışında önceki yüksekliğinin bir bölü ikisi kadar yükselebilmekteymiş. 60 cm’den yere bırakılan top sonraki yere çarptığında bir bölü ikisi kadar 60’ ın bir bölü ikisi 30. 30’ un bir bölü ikisi 15. 15’ in bir bölü ikisi 7.5.

A: Peki 60 cm yükseklikten bıraktın topu yani o topun yani şu şekiller arasında nasıl bir ilişki kurabilirsin. Nasıl oluyor top nasıl bir yol alıyor?

Y₄: Top her yere zıpladığında önceki önceki uzaklığının yarısı kadar yol almış oluyor. Birincide 60 cm, ikincide yarısı, üçüncüde onun yarısı, dördüncüde de onun yarısı.

A: Mesela birinci şekilden topu bıraktım diyorsun ikinci şekle top nasıl geliyor öyle sorayım?

Y₄: Top burada topu bıraktık yere düştü. 2. zıplayışında top ancak 60 cm’nin yarısı kadar yükselebiliyormuş. Yani bu kadar. Topu yukarıdan aşağıya bıraktık. Bu aradaki mesafe 60 cm. tekrar yere zıpladığında 30 cm yükselebiliyormuş.

A: Şekiller arasında o biçimde mi bir bağ kuruyorsun?

Y₄: Imm.

Y₄ burada önce 60 sayısını gösteren bir şekil çizmiş daha sonra, 60’ın ikide biri olan 30’u gösteren bir şekil çizmiştir. Daha sonra bu 30 sayısının ikide birini gösteren bir şekil çizmiştir. Bu durum 7,5’i bulana kadar devam etmiştir. Y₄’ün bu aşamada

oluşturduğu sembolik temsilleri kullanarak da problemi doğru bir biçimde çözemediği görülmüştür.

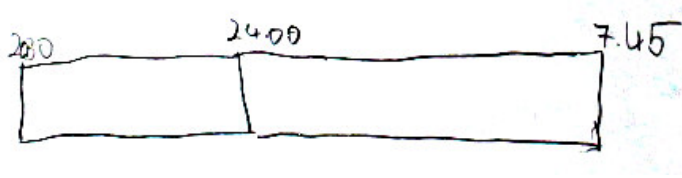
Problem 10'da öğrencilerden Y_3 ;

A:Güzel peki bu problemi başka bir biçimde çözebilir miydin?

Y_3 :Çözerdim.

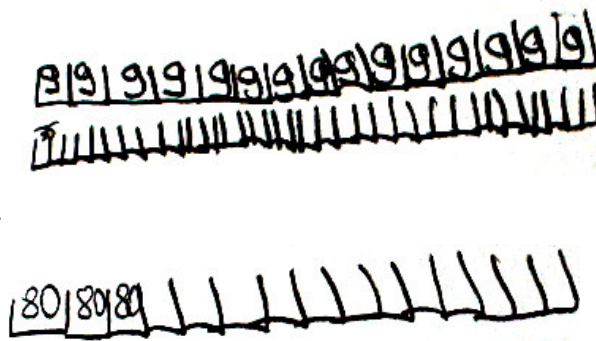
A:Nasıl yapardın?

Y_3 :Önce bir 20.30' dan 24' e kadar şekil çizerdim. Burası 20.30 burası da 24. 24' ten de 7.45' e kadar şekil çizerdim. (şekil çizerken söylüyor bunları). 24' ten 7.45' e kadar 7 saat 45 dakika uyuyor. 20.30' dan da 24' e kadar 3 saat 30 dakika uyuyor. Bu ikisini toplarım. Bu iki şekil bu kadar uyumuş. Yani 10 saat 75 dakika uyumuştur.



Y_3 sembolik temsili kullanarak problemi çözdükten sonra, öğrenciye problemi başka bir yolla çözüp çözemeyeceği sorulduğunda, öğrenci önce 20: 30'dan 24: 00'a kadar olan zaman dilimini gösteren bir şekil çizmiş, daha sonra ise bu ilk çizdiği şeklin yanına 24: 00'dan 7:45'e kadar olan zaman dilimini gösteren bir şekil daha çizmiştir. Öğrenci bu aşamada oluşturduğu bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirmiştir.

Problem 12’de öğrencilerden Y_2 ;



Y_2 problemde verilen bilgiyi ve problemde istenileni şekil çizerek göstermiştir. Öğrenci önce 15 bölmeden oluşan bir şekil çizip her bir bölme 9 yazmıştır. Daha sonra 36 bölmeden oluşan bir şekil ve bölmelerden bir tanesine 75 yazmış, son olarak 15 bölmeden oluşan bir şekil çizmiş ve bu çizdiği bölmelerden üç tanesine 80 yazmıştır. Öğrenci bu aşamada kullandığı bu temsil aracılığıyla problemi doğru bir biçimde çözmüştür.

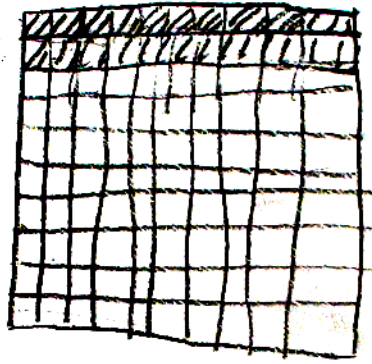
- **Yüzlük Tablo Temsili**

Öğrencilerden beşi yalnızca bir problemin planı uygulama aşamasında yüzlük tablo temsilini kullanmıştır. Problem 5’ in planı uygulama aşamasında üç düşük, bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (D_1 , D_2 , D_3 , O_4 , Y_4) resimle temsillerden biri olan yüzlük tablo temsilini kullandıkları görülmüştür.

Öğrencilerden O_4 ;

A: Peki bu problemi daha başka nasıl çözerdin?

O_4 : (10 satır ve 10 sütundan oluşan bir tablo düzenledi sonra ilk 20 parçasını taradı).



A: Hım bu taradığın alan ne?

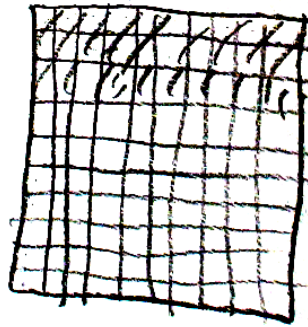
O₄: Bu bu taradığım alan şey yirmi bölü yüz.

A: Hı hı peki bunun üzerinden bir şey düşünebilir misin bu bu çizdiğin şekil neye denk geliyor?

O₄: Hım yirmi bölü yüz şey 50 ytl' ye.

A: 50 ytl' ye denk geliyor dedin bu taralı alan kaç'a denk geliyor 50' nin ne kadarı oluyor?

O₄: (Yüzlük tablo yaptı ilk 30 bölmeyi taradı).



Problemin çözümünde O₄ önce bir yüzlük tablo çizmiş ve bu tablo üzerinde %20'lik indirimini göstermiştir. Daha sonra başka bir yüzlük tablo daha çizmiş ve çizdiği bu tablo üzerinde %30'luk indirimini göstermiştir. Ancak, öğrenci bu temsilleri kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, problemlerin planı uygulama aşamasında öğrencilerin ağırlıklı olarak resimle temsillerden şekil temsilini kullandıkları görülmüştür. Resimle temsil sınıfı içerisinde yer alan şekil temsilinin hemen hemen bütün problemlerin planı uygulama aşamasında, çizim temsilinin ise belli problemlerde ağırlıklı olarak, diyagram ve yüzlük tablo temsillerinin ise yalnızca birer problemin planı uygulama aşamasında kullanıldığı görülmektedir.

Resimle temsillerden bazılarının problemlerin planı uygulama aşamasında kullanma durumlarıyla öğrencilerin sahip oldukları başarı düzeyleri arasında bir ilişki olduğu görülmüştür. Şekil temsilini kullanan öğrencilerin başarı düzeylerine bakıldığında bu temsili kullanma ile öğrencilerin başarı düzeyleri arasında bir ilişki olmadığı, çizim temsilini kullanan öğrencilerin başarı düzeylerine bakıldığında, genelde başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin bu temsili kullandıkları belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin yalnızca bir problemin planı uygulama aşamasında diyagram temsilini kullandıkları, başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin ise bu temsili kullanmadıkları saptanmıştır. Yüzlük tablo temsilini ise düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin kullandıkları, başarı düzeyi orta ve yüksek olan öğrencilerin ise pek kullanmadıkları belirlenmiştir.

3.1.2.4.Somut Nesne Temsili

Tablo 4'te görüldüğü gibi, problemlerin planı uygulama aşamasında somut nesne temsilini kullanan öğrenciler olmuştur. Somut nesne temsilinin yalnızca iki problemin çözümünde öğrencilerden bazılarının kullandıkları belirlenmiştir. Problem 2'de yüksek başarı düzeyine sahip üç öğrencinin (Y_2, Y_3, Y_4), problem 10'da orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_4) somut nesne temsilini kullandıkları görülmüştür.

Problem 2'de öğrencilerden Y_4 'ün *“ıı aralıklar burada 5 tane lambalar 6 tane. Biz öğretmenimiz bize parmaklarımızı göstermişti. Parmaklarımızın arasında 4 tane aralık var 5 tane de parmağımız var”* (elini kullanarak aralık sayısı ile lamba sayısı arasında bağlantı kurdu) biçimindeki görüşü örnek olarak verilebilir.

Y₄ problemin planı uygulama aşamasında somut nesne temsilini kullanarak problemi doğru bir biçimde çözmüştür.

Genel olarak, öğrencilerin tümünün kendilerine sorulan problemlerin planı uygulama aşamasında konuşma dili ve sembolik temsilleri (problem 5 hariç) kullandıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra, bu aşamada resimle temsillerden çizim, şekil, diyagram ve yüzlük tablo temsillerini kullanan öğrenciler de olmuştur. İki problemin planı uygulama aşamasında ise öğrencilerden bazılarının somut nesne temsilini kullandıkları saptanmıştır.

3.1.3. Çözümün Değerlendirilmesi Aşamasında Kullanılan Temsil Türlerine İlişkin Bulgular

Tablo 4'te görüldüğü gibi, öğrencilerin problemlerin çözümün doğruluğunun kontrol edilmesi aşamasında konuşma dili, resimle temsil ve sembolik temsilleri kullandıkları görülmüştür. Öğrencilere problemi doğru çözüp çözmediklerini nasıl kontrol edecekleri sorulduğunda, öğrencilerden bazıları daha önce kullanmış oldukları temsilleri kullanarak problemi doğru çözüp çözmediklerini kontrol edeceklerini belirttikleri saptanmıştır. Bu durum genelde problem çözme sürecinin planı uygulama aşamasında resimle temsilleri kullanan öğrencilerde görülmüştür. Öğrenciler daha önce kullanmış oldukları resimle temsilleri kullanarak çözümün doğruluğunu kontrol etmeyi tercih etmişler, bu aşamada yeni bir resimle temsil oluşturma yoluna gitmemişlerdir. Aynı zamanda bazı problemlerin çözümün değerlendirilmesi aşamalarında öğrencilerden bazılarının da daha önce kullanmış oldukları sembolik temsili kullanarak yeni bir sembolik temsil oluşturmada problemi doğru çözüp çözmediklerini kontrol ettikleri belirlenmiştir.

3.1.3.1. Konuşma Dili Temsili

Öğrencilerden dokuzu problemlerin çözümün değerlendirilmesi aşamasında konuşma dili temsilini kullanmışlardır.

Araştırma kapsamında yer alan problemlerin çözümlerinde çözümün değerlendirilmesi aşamasında öğrencilerin kullandıkları konuşma dili temsiline ilişkin örnekler;

Problem 1’de öğrencilerden üç orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam yedi öğrencinin ($O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$), problem 2’de öğrencilerden bir düşük, dört orta ve dört yüksek başarı sahip toplam dokuz öğrencinin ($D_4, O_1, O_2, O_3, O_4, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$), problem 3’te iki orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin ($O_2, O_3, O_4, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$), problem 4’te bir orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O_2, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4), problem 5’te yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (Y_1, Y_2, Y_3), problem 6’da dört orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam sekiz öğrencinin ($O_1, O_2, O_3, O_4, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$), problem 7’de üç orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_2), problem 8’de orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_3), problem 9’da üç orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam yedi öğrencinin ($O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$), problem 10’da üç orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin ($O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_3, Y_4$), problem 11’de dört orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam sekiz öğrencinin ($O_1, O_2, O_3, O_4, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$) ve problem 12’de iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_1, O_3, Y_2, Y_4) problemlerin çözümün değerlendirilmesi aşamasında konuşma dili temsilini kullandıkları görülmüştür.

Problem 1’de öğrencilerden O_2 ;

A:... problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl kontrol edersin?

O_2 :Problemin sağlamasını yaparak.

A:Nasıl yapacaksın?

O₂:Sonuç 80 çıktı. 80' den 35 metreyi çıkarırız. 45 metre 45 metreden de 10'u çıkarırız 35 metre. 35 metre kumaş miktarı.

A:Doğru mu çözmüştün?

O₂:Evet doğru çözmüşüm.

O₂ konuşma dili temsilini kullanarak problemi doğru çözüp çözmediğini kontrol etmiştir.

Problem 2'de öğrencilerden O₂;

“Burada sonuç 33. 33' ten 1 çıkarırım 32. Bu aralık sayısı idi. 32 ile de 25 i çarpırım 800 bu da caddenin ne kadar olduğunu gösteren bir şey” derken, Y₃ “800 25'e bölmüşüm 32 çıkmış. 32 ile 25'i çarpırım 800. 32 ile 1' i toplarım 33” biçiminde görüş bildirmiştir.

O₂ ve Y₃ bu aşamada konuşma dili temsilini kullanarak problemin çözümünün doğruluğunu doğru bir biçimde kontrol etmişlerdir.

Problem 5'te öğrencilerden Y₃;

A:Bu problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl anlarsın?

Y₃:50'yi 100'e bölmüştüm 0.5 çıktı. 0.5 ile 100' ü çarparsak 50. 0.5 ile 80'i çarpmıştım 40 çıktı. 40' ı 0.5' e bölerim 80. sonra 40' ı 100' e böldüm 0.4 0.4 ile 100' ü çarpım 40. 0.4 ile 70'i i çarpmıştım 28.

Y₃ çözdüğü problemin sonucunun doğru olup olmadığını kontrol etmek için konuşma dili temsili kullanarak doğru bir biçimde kontrol etmiştir.

Problem 11'de öğrencilerden O₃'ün “sağlaması sağlaması zaten bize burada kilosu 9 ytl den 15 kilo et diyor direk burada zaten 15 ile 9' u çarpım 135 ytl et için, geriye zaten 150 ytl'den 135 ytl çıkardığımızda geriye zaten kilosu 75 ykrden 36 kilo domates bu 75

kuruştan iki tanesinde 1,5 lira yapıyor. 36' yi 2' ye böldüğümüzde 18 18 ile 1,5 ytl' yi çarptığımız zaman 27 ytl buradan çıkıyor. 27 ytl' nin üzerine topladığımızda zaten şimdiden geçmiş oluyor 150 ytl' yi 162 ytl oluyor. 80 ykrden 15 kilo biber almış diyor. 80 ykr' yi direk 15 ile çarptığımızda 1200 çıkar. Bu 1200 yeni kuruş 12 ytl oluyor. Sonra 135 12 27' yi topladığımızda 174. 174' ten de 150' yi çıkardığımızda 24 ytl eksik para" biçimindeki görüşü örnek olarak verilebilir.

O₃ bu aşamada problemin çözümünün doğruluğunu konuşma dili temsili kullanarak yapmış başka bir temsil kullanma yoluna gitmemiştir.

3.1.3.2. Sembolik Temsil

Öğrenciler problemlerin çözümün değerlendirilmesi aşamasında konuşma dili temsili kullanmalarının yanı sıra, sembolik temsili de kullanmışlardır.

Problem 1'de öğrencilerden bir düşük, bir orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin (D₃, O₃, Y₁, Y₂, Y₃, Y₄). problem 2'de bir düşük, iki orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip altı öğrencinin (D₄, O₂, O₃, O₄, Y₁, Y₃, Y₄), problem 3'te iki orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O₂, O₃, Y₁, Y₃, Y₄), problem 4'te bir orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O₃, Y₁, Y₂, Y₃, Y₄), problem 5'te bir orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O₃, Y₁, Y₂, Y₃), problem 6'da üç orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin (O₁, O₂, O₃, Y₂, Y₃, Y₄), problem 7'de bir orta ve dört yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O₂, Y₁, Y₂, Y₃, Y₄), problem 8'de yüksek başarı düzeyine sahip üç öğrencinin (Y₁, Y₃, Y₄), problem 9'da bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (O₃, Y₁), problem 10'da iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O₂, O₃, Y₃, Y₄), problem 11'de iki orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O₁, O₂, Y₁, Y₂, Y₄) ve problem 12'de bir düşük, dört orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam sekiz öğrencinin (D₁, O₁, O₂, O₃, O₄, Y₁, Y₃, Y₄) çözümün değerlendirilmesi aşamasında sembolik temsili kullandıkları belirlenmiştir.

Araştırma kapsamında yer alan problemlerin çözümlerinde problemin çözümün değerlendirilmesi aşamasında öğrencilerin kullandıkları sembolik temsile ilişkin örnekler;

Problem 1’de öğrencilerden O₃;

A: Problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl kontrol edersin?

O₃: Zaten burada iki bölü yedisi demiş bize 35 metreyi yediye bölerim sağlama olarak.

35:7=5 yediye böldüğümde bir parçası zaten bir bölü yedisi 5 metre ise 7 parçası 35 metre ediyor bu da birbirini tamamlıyor ilk başta 35 metre zaten 5 metre bize iki bölü yedisini sorduğu için iki ile çarparım 5x2=10 tekrar iki bölü yedisinin ne olduğunu bulurum burada (problemi göstererek) tekrar 10 ile toplarım. 35+10= 45 sonra zaten iki günde satılan kumaş miktarı diyor ya zaten birisi 45 biriside 35 tekrardan toplarım. 35+45=80.

O₃ bu aşamada sembolik temsil oluşturarak problemin çözümünün doğruluğunu doğru bir biçimde kontrol etmiştir.

Problem 2’de öğrencilerden Y₃;

A: Problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl kontrol edersin?

Y₃: İşlemleri yeniden yaparım.

$$\begin{array}{r} 800 \overline{) 25} \\ 75 \\ \hline 050 \\ 50 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$32+1=33$$

Y₃ çözümün doğruluğunu kontrol ederken planı uygulama aşamasında oluşturduğu sembolik temsilin aynısından oluşturup problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmiştir.

Problem 3'te öğrencilerden O₃;

A: Problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl anlarsın?

O₃: Bir öğrenci tatilde kitap okumaya karar vermiştir diyor. Burada bize bir kitap okuyacağından bahsediyor. Birinci gün önce kitabın bir bölü dördünü yani dörtte birini okuyor. İkinci gün bir bölü sekizi kadar diyor. Bu bir bölü sekiz dördün genişletilmiş hali. Yani bir bölü dört iki bölü sekiz ediyor. Tekrardan hepsini toplayıp

$$\left(\frac{1 \times 2}{4 \times 2} \right) + \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$$

Bu 3 günde okuduğu kitabı ne kadar olduğunu söylüyor 60 sayfa. Bize 8 parça verilmiş ($\frac{6}{8}$ kesrini göstererek) 6 payımız. Payı 6 olduğu için ve okuduğu sayfa sayısı 60 olduğu için 60'ı 6'ya bölerim çünkü sonuçta pay verilmiş durumda. Okuduğumuz sayfa payın genişletilmiş hali.

$$\begin{array}{r} 60 : 6 = 10 \times 2 = 20 \\ + 20 \\ \hline 80 \end{array} \quad 10 \times 8 = 80$$

O₃ bu aşamada planı uygulama aşamasında kullandığı sembolik temsilin aynısından oluşturup, daha sonra oluşturduğu bu sembolik temsili problemin çözümünün doğru olup olmadığını kontrol etmede kullanmıştır.

Problem 5'te öğrencilerden O₃;

A: Doğru çözüp çözmediğini nasıl anlarsın?

O₃: İşlemleri tekrardan yaparım. 100'e bölersek 0.5 50 kuruş çıkar 20 ile çarptığımızda zamanda 2 tanesi 1 ytl ederse 10 ytl eder. 10 ytl indirim yapmış oluyor. %20 10 ytl indirim yapmış oluyor. Yani 40 ytl.

$$40:100=0,40 \text{ YTL}$$

$$0,40 \times 100 = 40,00$$

$$40,00 - 72,00 = 28,00 \text{ YTL}$$

A: Peki doğru çözmüş müsün?

O₃: Evet doğru çözmüşüm. İşlemleri kontrol ettim.

A: Başka nasıl kontrol ederdin?

O₃: Böyle bu şekilde.

O₃ bu aşamada sembolik temsili kullanarak problemin çözümünün doğruluğunu doğru bir biçimde kontrol etmiştir.

Problem 7'de öğrencilerden O₂;

A: Problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl anlarsın? Sonucun doğruluğunu nasıl kontrol edersin?

O₂: İhh sağlama yaparım.

A: Hı hı nasıl yaparsın?

O₂: Öğretmenim bu 5 sonucu 5 ile 900' ü çarparım.

$$5 \times 900 = 4500$$

Burada bulduğumuz gibi bu 4500 4.5 litre oluyor. 900' ü 5' e bölcem. İhh bir bardak sunun bir bardağın içinde kaç ml su olduğunu bulmak için

$$4500:5=900$$

Böyle yaparım sağlamasını.

A: Doğru muymuş sorunun çözümü?

O₂: Doğruymuş.

A: Nasıl anladın?

O₂: Öğretmenim 5 ile 900' ü çarptım 4500 burada da 4500 çıktı. 900' ü 5' e böldüm 180. burada da 180 çıktı doğru. O zaman doğru olduğunu anladım.

O₂ bu aşamada kullandığı sembolik temsiller yardımıyla problemi doğru bir biçimde çözmüştür.

Problem 9'da öğrencilerden Y₄;

A: Tamam problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl anlarsın?

Y₄: Sağlamasını da bu biçimde yaparım yani çözdüğüm gibi (yaptığı işlemleri göstererek).

Handwritten calculations for Problem 9:

Left side:

- 1 sa = 3 m
- 1 sa = 2 m aşağıya 4 m
- 2 sa = 6 m
- 1 sa = 2 m aşağıya 2 m
- 3 sa = 9 m
- 1 sa = 2 m " 3 m
- 4 sa = 8 m

Right side:

- 1 sa = 2 m aşağıya 4 m
- 5 sa = 10 m
- 1 sa = 2 m " 5 m
- 6 sa = 12 m
- 11 saat içerisinde 8 m'ye ulaşır

Y₄ bu aşamada planı uygulama aşamasında kullandığı sembolik temsilin aynısından oluşturarak çözümün doğruluğunu bu temsili kullanarak kontrol etmiştir.

Problem 10'da öğrencilerden O₂;

Handwritten calculations for Problem 10:

$$675 - 15 = 660 \text{ dk} = 11 \text{ sa}$$

$$660 : 60 = 11 \text{ sa}$$

Öğrencilerden O₁ ise çözümün değerlendirilmesi aşamasında daha önce kullandığı sembolik temsili kullanarak problemi doğru çözüp çözmediğini kontrol etmiş, yeni bir sembolik temsil oluşturma yoluna gitmemiştir.

Problem 12’de öğrencilerden O₃’ün “sağlaması zaten burada belirli sayılar vermiş hiçbir bilinmeyen yok burada 98700 tane kitap birincisinde satılıyor, ikincisinde 105000 tane, üçüncüsünden 132000 tane basılıyor. Burada hepsini topladığımızda bu kitap sayısı çıkıyor. Basılmış kitap sayısı çıkıyor. Sonra satılanları topladığımızda 302760 kitap satılmıştır çıkıyor 335000’ den 302760’ı çıkarırsak 32940 kitap satılmamıştır” biçimindeki görüşü örnek verilebilir.

O₃ bu aşamada yeni bir sembolik temsil oluşturma yoluna gitmemiş, planı uygulama aşamasında kullandığı sembolik temsil yardımıyla problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmiştir.

3.1.3.3. Resimle Temsil

Problemlerin çözümün değerlendirilmesi aşamasında dokuz öğrencinin farklı problemlerin çözümün değerlendirilmesi aşamasında resimle temsil kullanarak problemleri doğru çözüp çözmediğini kontrol ettiği görülmüştür.

Problem 1’de bir düşük, iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (D₄, O₁, O₃, Y₂, Y₃), problem 2’de üç orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O₁, O₃, O₄, Y₂), problem 3’te üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (Y₂, Y₃, Y₄), problem 4’te bir orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O₃, Y₁, Y₃, Y₄), problem 5’te başarı düzeyi yüksek olan bir öğrencinin (Y₂), problem 6’da bir orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (O₄, Y₁, Y₄), problem 7’de iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O₁, O₃, Y₁, Y₃), problem 8’de yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y₃), problem 9’da iki orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O₁, O₂, Y₁, Y₂, Y₃), problem 10’da iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (O₁, O₄, Y₁), problem 11’de bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O₄, Y₂) ve problem 12’de bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O₄, Y₂) resimle temsili kullanarak problemlerin çözümünün doğruluğunu kontrol ettikleri görülmüştür.

Problem 1’de öğrencilerden Y₃;

“Bu birinci gün satılan kumaş miktarı (çizdiği şekli-kesir modelini göstererek) ikinci gün bundan 2 parça daha fazla olacak. Birinci günde 7 parça var ikinci günde 9 parça olması gerek (ikinci şekil-kesir modelindeki parçaları saydı). parçaları sayarım ikinci günü bulmak için 1,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 9 parça ikinci gün. Dolayısıyla birinci gün 35 ikinci gün 45 metre. Toplam 80 metre” biçiminde görüş bildirmiştir.

Y₃ bu aşamada yeni bir resimle temsil oluşturmamış, planı uygulama aşamasında kullandığı resimle temsilden yararlanarak çözümün doğruluğunu doğru bir biçimde kontrol etmiştir.

Problem 2’de öğrencilerden O₃;

“Zaten burada uzunluğu 800 metre olan bir caddenin bir kenarına diyor. Caddenin 2 kenarı demiyor. Burada bize bir kenarını soruyor (çizdiği şekli yuvarlak içine aldı) 25 metre aralıklarla sokak lambaları konulacaktır diyor. 800 metre bölü 25 yaptım. Çünkü bize 25 metre aralıklarla soruyor. 25 metreye böldüğümüzde 32 direk çıkıyor ama 32 başları doldurmuyor 32 aralık olması gerek çünkü yol sonunda bir yerde bitiyor. Bir tane kısmının açık kalmaması için oraya bir direk daha gelir. 32 artı 1 33 direk olur. Yani 32 aralık bunun 1 fazlası direk yani caddenin bir baştan bir başa kapanabilmesi için” biçiminde görüş bildirmiştir.

O₃ bu aşamada yeni bir resimle temsil oluşturmamış planı uygulama aşamasında kullandığı resimle temsilden yararlanarak problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmiştir.

Örneğin, problem 3’te öğrencilerden Y₄’ün *“işlemlerin doğruluğunu kontrol ederim. Şekilde de 1. gün 2. gün ve 3. günleri yazmışım. 1. gün 2. gün ve 3. gün miktarlarının ne kadar olduğunun kontrolünü yapmak için de şekle bakarım. (çizdiği şekil üzerinden konuştu). Burada belirtmişim çünkü 1. gün 2. gün ve 3. gün ne kadar olduğunu verilen kesrin doğru olup olmadığını burada kontrol ederim. İşlemleri de bir dört ile bir bölü sekizi ve üç bölü sekizi toplamışım. Toplam altı bölü sekiz bulmuşum. Altı bölü sekiz 60.*

60' ı 6' ya bölmüşüm 10. burada 10 ile 6'yı çarparım 60 bulurum. 10 eşittir bir bölü sekiz. 10 ile 8'i çarpmışım 80. 80'i 8'e bölerim 10 işlemlerin doğruluğunu kontrol ederim" biçimindeki görüşü örnek olarak verilebilir.

Y₄ bu aşamada yeni bir resimle temsil oluşturmamış planı uygulama aşamasında kullandığı resimle temsilden yararlanarak problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmiştir.

Problem 4'te öğrencilerden O₃;

"Tekerleği alırsanız çapı 80 cm verilmiş zaten bize. (Tekerlek çizdi üzerine 80 cm yazdı ve yine tekerlek çizdi üzerine 240 cm yazdı). Bu otobüs tekeri 7000 tam dönüş yapması ile kaç km yol alır. İlk başta pi sayısının verilmiş olması gerekiyor siz buraya yazmamışsınız ama. Ben 3 olarak aldım. 80' i 3 ile çarparım. $80 \times 3 = 240$ 240 tekerin çevresi. 240'ı 7000 ile çarparım. Zaten bize burada kaç km diye soruyor. $7000 \times 240 = 1680000$ 1.68 km olur" biçiminde görüş bildirmiştir.

O₃ bu aşamada şekil temsili oluşturmuş ve daha sonra hem şekil, hem de sembolik temsil kullanarak problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmiştir.

Problem 6'da öğrencilerden O₄'ün *"burada şekil üzerinde de kontrol ederim. Burada şekillere ne kadar verildiğini yazmıştım. Bunların yani verilenleri böyle ne kadar şey. Mesela burada 50 ml limon suyu verilmiş. Şey burada her şey 50 50 artmış. Bu yüzden biz de ilk verilene 50 ekleyerek şey sonucu buluruz. 100, 150, 200, 250, 300 ve 350"* biçiminde görüş bildirmiştir.

O₄ bu aşamada yeni bir resimle temsil oluşturmamış planı uygulama aşamasında kullandığı resimle temsilden yararlanarak problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmiştir.

Problem 7’de öğrencilerden O₁ “bir günde 5 bardak su içiyormuş. Bu bir bardak da 180 ml su aldığına göre 5 ile çarptığımızda 180’ i 900 oluyor. (Çizdiği şekillere bakarak)5 tane de 900 ml 4.5 litre oluyor. Bu şekillerde problemin çözümünün doğruluğunu kanıtıyor” biçiminde görüş bildirmiştir.

O₁ bu aşamada daha önce çizdiği şekillere bakarak problemi doğru çözüp çözmediğini kontrol etmiş yeni bir resimle temsil oluşturmamıştır.

Problem 9’da öğrencilerden Y₂;

A:Problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl kontrol edersin?

Y₂:Ben bir dakika bu şekille kontrol edebilirim.

A:Tamam yap bakalım.

Y₂: 3 metre gitti 2 metre geri geldi 2 saat, buradan 3 metre gitti 2 metre geri geldi 4 saat, buradan 3 metre gitti 2 metre geri geldi 6 saat, buradan 3 metre gitti 2 metre geri geldi 8 saat, buradan 3 metre gitti 2 metre geri geldi 10 saat 3 gitti pardon 3 ileri gitti orda kaldı.

A:Yani?

Y₂:11 saat ama 3 metre gitti 2 metre geri geldi 2 saat, buradan 3 metre gitti 2 metre geri geldi 4 saat, buradan 3 metre gitti 2 metre geri geldi 6 saat, buradan 3 metre gitti 2 metre geri geldi 8 saat, buradan 3 metre gitti 2 metre geri geldi 10 saat 3 metre ileri gitti 11 saat.

Bu aşamada Y₂ daha önce kullanmış olduğu resimle temsilden yararlanarak problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmiş, yeni bir resimle temsil oluşturma yoluna gitmemiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, başarı düzeyi orta ve yüksek olan öğrencilerin problemlerin çözümlerinin değerlendirilmesi aşamalarında konuşma dili, sembolik ve resimle temsilleri kullandıkları, başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin (iki öğrencinin iki tane problemin çözümün değerlendirmesi aşaması hariç) bu bahsedilen temsillerden hiçbirini kullanamadıkları görülmüştür. Öğrencilerden bazıları resimle temsil kullanarak

problemin çözümünün doğruluğunu kontrol edeceklerini söylemişler, ancak daha önce kullandıkları resimle temsilleri kullanarak çözümün doğruluğunu kontrol etmişler yeni bir resimle temsil oluşturma yoluna gitmemişlerdir. Öğrencilerden bazıları da planı uygulama aşamasında kullandıkları sembolik temsilleri kullanarak problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmişler, yeni bir sembolik temsil oluşturma yoluna gitmemişlerdir. Bu aşamada ağırlıklı olarak konuşma dili ve sembolik temsillerin kullanıldığı göze çarpmaktadır.

3.2. İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Problemlerin Çözümünde Kullandıkları Temsilleri Seçme Nedenlerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerin her bir problemin çözüm sürecinde kullandıkları temsiller konuşma dili, sembolik, resimle ve somut nesne olmak üzere dört başlık altında toplanmıştır. Bu temsilleri seçme nedenleri ile ilgili öğrenci görüşleri resimle temsil, sembolik temsil ve somut nesne temsili yönünde olmuştur. Konuşma dilinin bir iletişim aracı yönünde olması, bir temsil seçim nedeni olarak ele almamışlardır. Öğrencilerin bir tercih olarak değerlendirdikleri seçtikleri temsil sınıfları resimle temsil, sembolik temsil ve somut nesne temsili olmuştur. Bu temsil türlerinin resimle temsilde toplandığı için temsilleri seçme nedenlerinin problem ve öğrenci bazında ortaya koyan iki tablodan birincisi resimle temsili seçme nedenleri olarak Tablo 5’te, sembolik ve somut nesne temsillerini seçme nedenleri de birleştirilerek Tablo 6’da toplanmıştır.

3.2.1. Resimle Temsilleri Seçme Nedenlerine İlişkin Bulgular

Tablo 5’te görüldüğü gibi, öğrencilerin resimle temsilleri seçme nedenleri arasında problemi daha iyi anlamak, verilenleri ve istenilenleri belirlemek, çözüm yolunu belirlemek, sonucu görmek, işlemi daha kolay anlamak, çözümün doğruluğunu kontrol etmek yer almaktadır. Bunun yanı sıra, resimle temsillerin çözmeyi kolaylaştırdığı, hata yapmayı engellediği ve zaman kazandırdığı için öğrenciler bu temsilleri seçtiklerini ifade ettikleri de belirlenmiştir. Öğrencilerin resimle temsilleri seçmelerinde öğretmen etmeni, duygusal etmen ve önceki deneyimin etkili olduğu da görülmüştür.

Tablo 5 Öğrencilerin Matematiksel Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Resimle Temsilleri Seçme Nedenleri

RESİMLE TEMSİL													
PROBLEMLER	Kişisel tercihler												
	Problemi daha iyi anlama	Probleme verilenleri belirleme	Problemlerde istenilenleri belirleme	Çözüm yolunu belirleme	Sonucu görebilme	İşlemi daha kolay anlama	Çözmeyi kolaylaştırma	Hata yapmayı engelleme	Zaman kazandırma	Çözümün doğruluğunu kontrol etme	Önceki deneyim	Duygusal etmen	Öğretmen etmeni
1	$D_2 O_1 O_2 O_3 Y_2 Y_4$	$D_1 D_2 O_2 O_3 O_4 Y_2$		$D_4 O_3$	O_2	D_4	$D_1 D_2 O_1 O_2 O_3 O_4 Y_2 Y_4$	$O_3 Y_2 Y_4$		$D_4 Y_2$		$D_3 O_3$	D_2
2	$D_2 D_4 O_4 Y_1 Y_4$	$O_2 O_4$	$D_4 O_1 O_3$	$O_3 O_4$			$D_2 O_3 O_4 Y_1 Y_4$	$D_1 O_1 O_2 O_3 Y_4$		$O_4 Y_2$			Y_2
3	$D_1 D_2 O_1 O_4 Y_1 Y_3 Y_4$	$D_3 O_1 O_2 O_4 Y_1 Y_2 Y_4$		O_3	O_2		$D_1 D_3 O_1 O_2 O_4 Y_4$	$D_2 O_3 Y_3$	$O_2 Y_3$	$O_4 Y_3$			O_2
4	$O_2 O_4 Y_1 Y_2 Y_4$	$D_3 O_2 O_4 Y_2 Y_3 Y_4$		$O_2 O_3 Y_2 Y_4$			$O_2 O_3 O_4 Y_3$			Y_2			
5	$D_2 O_3 O_4 Y_4$	$O_1 O_2 O_4 Y_2 Y_4$		$O_2 Y_4$			$O_2 O_3 O_4 Y_2 Y_3$	$O_1 O_3 Y_4$		$O_2 O_3 Y_4$			
6	$O_1 O_2 Y_3$	$D_3 O_1 O_4 Y_4$	O_2	O_3			$O_1 O_3 Y_3$	$O_3 Y_3$		$O_4 Y_1 Y_4$			
7	$D_2 D_4 O_1 O_2 O_4 Y_4$	$D_3 D_2 O_1 O_3 O_4 Y_2 Y_3 Y_4$					$D_1 D_2 D_3 O_2 O_4 Y_2 Y_4$	$D_1 D_4 O_1 O_3 Y_3$		$O_1 O_2 O_3 Y_3$			
8	$D_2 D_4 O_3 O_4 Y_4$		Y_4	D_4			$D_2 D_4 O_3 O_4 Y_2 Y_3$	$O_3 Y_3$	D_4	Y_3	$D_1 O_3$	Y_2	
9	$D_2 D_4 O_4 Y_1$	$D_3 O_2 O_3 Y_2$		$O_3 Y_1$			$O_1 O_3 O_4 Y_1 Y_2 Y_3$	$O_3 O_4$	$O_3 O_4$	$O_1 O_3 Y_1 Y_2$		Y_3	
10	$D_2 O_1 O_4 Y_2 Y_4$	$O_2 O_4 Y_2 Y_4$					$D_1 O_1 O_4 Y_2$	Y_4		$O_1 O_2 O_4 Y_1 Y_2 Y_3$			
11	Y_4	$D_3 D_2 O_2 O_4 Y_2 Y_4$					$D_2 O_4 Y_2$			$O_4 Y_2 Y_4$		O_4	
12	$D_2 O_4 Y_2 Y_4$	$D_3 O_4 Y_2 Y_4$	D_3	O_4			$D_2 O_4$	Y_4		$O_4 Y_2$			

3.2.1.1. Kişisel Tercihler

Öğrencilerin resimle temsilleri seçme nedenleri arasında kişisel tercihlerinin ön plana çıktığı görülmektedir. Bu kişisel tercihler arasında problemi daha iyi anlama, problemde verilenleri ve istenilenleri belirleme, problemin çözüm yolunu belirleme, sonucu görebilme, işlemi daha kolay anlama, problemin çözümünü kolaylaştırma, hata yapmayı engelleme, zaman kazandırma ve çözümün doğruluğunu kontrol etme yer almaktadır. Öğrencilerin resimle temsilleri seçme nedenleri ayrı ayrı incelenmiş ve örneklendirilmiştir.

- **Problemi Daha İyi Anlama**

Öğrencilerin hemen hepsi problemlerin çözümü sırasında kullandıkları resimle temsilleri seçme nedeni olarak problemi daha iyi anlamak olarak belirtmişlerdir.

Tablo 5'te görüldüğü gibi, problem 1'e yönelik bir düşük, üç orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin ($D_2, O_1, O_2, O_3, Y_2, Y_4$), problem 2'ye yönelik iki düşük, bir orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (D_2, D_4, O_4, Y_1, Y_4), problem 3'e yönelik iki düşük, iki orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam yedi öğrencinin ($D_1, D_2, O_1, O_4, Y_1, Y_3, Y_4$), problem 4'e yönelik iki orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O_2, O_4, Y_1, Y_2, Y_4), problem 5'e yönelik bir düşük, iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (D_2, O_3, O_4, Y_4), problem 6'ya yönelik iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (O_1, O_2, Y_3), problem 7'ye yönelik iki düşük, üç orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin ($D_2, D_4, O_1, O_2, O_4, Y_4$), problem 8'e yönelik iki düşük, iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (D_2, D_4, O_3, O_4, Y_4), problem 9'a yönelik iki düşük, bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (D_2, D_4, O_4, Y_1), problem 10'a yönelik bir düşük, iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (D_2, O_1, O_4, Y_2, Y_4), problem 11'e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_4), problem 12'ye yönelik bir düşük, bir orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam

dört öğrencinin (D_2 , O_4 , Y_2 , Y_4) problemi daha iyi anlamak için resimle temsilleri seçtiklerini ifade eden görüşler bildirdikleri görülmüştür.

Öğrencilerden D_2 problemi anlamak için resimle temsili seçtiğini aşağıdaki biçimde ifade etmiştir (problem 1);

A: Neden böyle bir gösterim seçtin? Yani o biçimde çizdin?

D₂: Kolay yani problemi daha iyi anlayabilmek için.

D_2 bu durumu 17 Mayıs 2008 tarihli günlüğüne “*ben problemi çözerken zorlandım. Şekiller çizdim. Daha iyi anladım*” biçiminde yansıtmıştır.

Bunun yanı sıra öğrencilerden O_1 ise “*burada çizdiğim şekil problemin bir parçası. Ne kadar birinci günde ne kadar fazla satıldığı.anlamama yardım ediyor*” biçimde görüş bildirirken, O_2 “*böyle yapıyorum çünkü bunun iki bölü yedisinin buluyorum yediye bölüyorum. ...şekil çizerek buluyorum öyle daha kolay oluyor anlıyorum*” biçimde görüş bildirmiştir. Y_2 ise “*problemi açmış oluyorum yani şekil çizdiğin zaman aslında bize problem anlatılıyor gibi*” biçiminde görüş bildirmiştir.

Y_2 bu durumu 17 Mayıs 2008 tarihli günlüğüne “*problemi anlayarak şekil çizerek çözdüm*” biçiminde yansıtmıştır.

Örneğin öğrencilerden D_4 problem 2’de;

A: Neden böyle bir gösterime gittin?

D₄: ..şey görselleştirerek daha mantıklı.

A: Ne yönde daha mantıklı?

D₄: Daha kolay anlayabilmek için.

Öğrencilerden “*soruyu daha kolay anlayabiliyorsun*” Y_1 ise “*daha kolay anlamamı sağladı*” Y_4 “*şekille çözdüğümde daha iyi anlıyorum*” (problem 4), O_3 “*problemi anlama açısından kolaylık sağlıyor zaten şekli çizebiliyorsan demek ki onu da*

yapabiliyorsundur” (problem 5), Y₃ “bunu çözerken görsel olarak gördüm. Problemi anladım” (problem 6), Y₁ “şekil çizince burada böyle kaç kere çıkıp indiğini gördüm daha iyi anladım” (problem 9) biçiminde benzer ifadeler kullanarak problemi daha iyi anlamak için resimle temsili seçtikleri saptanmıştır.

Öğrencilerden Y₄ bu durumu 18 Mayıs 2007 tarihli günlüğüne “bana başka yolla nasıl çözebilirsin diye sorduklarında şekil çizerek daha iyi anlayabileceğimi söyledim biçiminde yansıtırken, Y₂ ise düşüncelerini 17 Mayıs tarihli günlüğüne “problemi anlayarak şekil çizerek çözdüm” biçiminde yansıtmıştır.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerin hemen hepsinin resimle temsilleri problemi daha iyi anlamak için seçtikleri görülmüştür. Öğrencilerin başarı düzeyleri ile bu temsili seçme nedeni arasında bir ilişki olmadığı saptanmıştır.

• Problemde Verilenleri Belirleme

Öğrencilerin hemen hepsi problemlerin çözümü sırasında kullandıkları resimle temsilleri seçme nedeni olarak problemde verilenleri belirlemek için seçtiklerini ifade eden görüşler bildirdikleri görülmüştür.

Problem 1’e yönelik iki düşük, üç orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin (D₁, D₂, O₂, O₃, O₄, Y₂), problem 2’ye yönelik orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O₂, O₄), problem 3’e yönelik bir düşük, üç orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam yedi öğrencinin (D₃, O₁, O₂, O₄, Y₁, Y₂, Y₄), problem 4’e yönelik bir düşük, iki orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin (D₃, O₂, O₄, Y₂, Y₃, Y₄), problem 5’e yönelik üç orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O₁, O₂, O₄, Y₂, Y₄), problem 6’ya yönelik bir düşük, iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (D₃, O₁, O₄, Y₄), problem 7’ye yönelik iki düşük, üç orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam sekiz öğrencinin (D₃, D₂, O₁, O₃, O₄, Y₂, Y₃, Y₄), problem 8’e yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O₄, Y₄), problem 9’a yönelik bir düşük, iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (D₃, O₂, O₃,

Y_2), problem 10'a yönelik iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_2, O_4, Y_2, Y_4), problem 11'e yönelik iki düşük, iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin ($D_2, D_3, O_2, O_4, Y_2, Y_4$) ve problem 12'ye yönelik bir düşük, bir orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip dört öğrencinin (D_3, O_4, Y_2, Y_4) verilenleri belirlemek için resimle temsilleri seçtiklerini belirten ifadeler kullandıkları görülmüştür.

Öğrencilerden O_4 problem 1'de;

A: ... ne yönden daha kolay oluyor dedin?

O₄: Burada anlatılan problemi şekil çizerek altlarına yazıyoruz ve verilenleri altlarına yazdığımız için şekil üzerinde ıhh şekil üzerinde iki bölü yediyi gösteriyorum.

A: Yani?

O₄: Verilenleri belirleyebiliyorum şekil çizince.

Y_2 ise “çünkü şekil çizdiğin zaman böyle her şeyi görebiliyorsun. Yani bunun ne olduğunu bunun ne olduğunu bunun ne kadar fazla olduğunu. Ihh şekil mesela bazı problemleri hiç yapamıyorsun ama bir şekil çiziyorsun hemen anında gözüküyor. Her şeyi görebiliyorsun” biçimde görüş bildirmiştir.

Öğrencilerden D_3 problem 3'te;

A: ...bunu tercih etmenin sebebi ne idi?

D₃: Onda daha net ve iyi bir şekilde görüyoruz.

A: Neyi daha net bir şekilde görüyorsun?

D₃: Örneğin kitabın ne kadar okunduğunu.

Öğrencilerden Y_3 “bunu yarıçap zannedebilirdim 80'i burada çizerken çap olduğu tam olarak gözüküyor” (problem 4), Y_2 “indirimli ne kadar indirim yapıldığını göstermek için” Y_4 “ ben burada okuduğumda yanlış anladım çünkü şekille gösterdiğimde daha doğru anladım. Verilen kesir miktarını daha iyi anladım daha iyi gördüm” (problem 5),

O₁ “*ne kadar suya ne kadar limon suyunun karşılık geldiği*” (problem 6), O₂ “*şekillerin üzerinde ihh burada 3 metre yükselip 2 metre kaydığını gördük burada birde 1 saatte 1 metre yol aldığını burada da 3 4 5 6 7 8*” (problem 9) biçiminde açıklamalarda bulunmuşlardır.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerin hemen hepsinin problemde verilenleri belirlemek için resimle temsilleri seçtikleri saptanmıştır. Bu temsili seçme nedeni ile öğrencilerin sahip oldukları başarı düzeyleri arasında bir ilişki olmadığı belirlenmiştir.

• Problemde İstenilenleri Belirleme

Öğrencilerden birkaçının problemlerin çözümü sırasında kullandıkları resimle temsilleri seçme nedeni olarak, problemde istenilenleri belirleme olarak ifade ettikleri görülmüştür.

Problem 2’ye yönelik olarak bir düşük ve iki orta başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (D₄, O₁, O₃), problem 6’ya yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O₂), problem 8’e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y₄) ve problem 12’ye yönelik düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D₃) istenilenleri belirlemek için resimle temsilleri seçtiklerini ifade eden görüşler bildirdikleri görülmüştür.

Öğrencilerden O₂ “*burada böyle şekil çizerek artıyor. Ne istendiğini gördüm*” (problem 6), D₃ “*yani bu problemi bana daha açık gösterdi. Bunları burada dizdim kaç tane satılanları bastırılmış olanları. Görselleştirerek yapmak bana daha açık ve net söyledi. Satılabilenleri gösterdi. Ve de ayrıca dedim ki satılamayan toplam kaç kitap sayısı var diye açık açık gösterdi daha yararlı olduğunu düşünüyorum.*” (problem 12) biçiminde ifadeler kullanarak resimle temsilleri seçme nedeni olarak belirtmişlerdir.

Elde edilen bulgular sonucunda, Tablo 5’te görüldüğü gibi, genelde orta başarı düzeyine sahip öğrencilerin problemde istenilenleri belirlemek için resimle temsilleri seçtikleri görülmüştür.

- **Çözüm Yolunu Belirleme**

Öğrencilerden bazıları problemlerin çözümü sırasında kullandıkları resimle temsilleri seçme nedeni olarak, problemin çözüm yolunu belirlemek için seçtiklerini ifade eden görüşler bildirdikleri görülmüştür.

Tablo 5’te görüldüğü gibi, problem 1’e yönelik bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D_4 , O_3), problem 2’ye yönelik orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O_3 , O_4), problem 3’e yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_3), problem 4’e yönelik iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_2 , O_3 , Y_2 , Y_4), problem 5’e yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O_2 , Y_4), problem 6’ya yönelik, orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_3), problem 8’e yönelik düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_4), problem 9’a yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O_3 , Y_1), problem 12’ye yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_4) çözüm yolu belirlemek için resimle temsilleri seçme nedeni olarak belirttikleri görülmüştür.

Çözüm yolunu belirlemek için resimle temsili seçtiğini belirten öğrencilerden D_4 (problem 1) “*görselleştirerek çözdüğümüz zaman orada işlemi daha kolay anlıyoruz*” biçiminde görüş bildirmiştir.

Örneğin öğrencilerden O_3 ;

A: ...ne yönde katkısı oldu? Neden seçtin? Anlatır mısın biraz?

O₃: Soruyu çözmek için yani o şekli çizdiğimizde sorunun en azından nasıl yapılacağı hakkında bir bilgim oluyor. Yani şekli gösterdiğimde soru o zaman arkasından gelir şekil çizebiliyorsam demek ki soruyu da yapabiliyorum demektir.

A: Ne geliyor arkasından arkasından gelecek olan ne? Anlatır mısın?

O₃: İşlem yani şekli çizdiğim zaman işlemi de bulmuş oluyorum.

Öğrencilerden O₂ “*şekil üzerinde hemen anlayabiliyoruz. Sonucu bulmamıza yardımcı oluyor*”, Y₂ “*çapını mesela gösterdim burada mesela ben yarıçapta sayabilirdim burada 2 ile çarpıp 3 ile de çarpabilirdim. İu ondan sonra böyle çevresini bulduk u ondan sonra onun. Burada da çevresinin bir tam dönüşü olduğunu görmüş oldum*”, Y₄ ise “*çevresini buldum bu tekerlekten 7000 tane olacak bunu anlıyorum*” (problem 4), Y₁ “*çünkü şekil çizdiğimizde böyle çıkıp bir daha inmesine gerek kalmadığını gördüm işlemleri de yaptım. Burada kaç kere olduğunu görünce işlemleri daha kolay yaptım.*” (problem 9) biçiminde görüş bildirmişlerdir.

Elde edilen bulgular sonucunda, genelde orta başarı düzeyine sahip öğrencilerin çözüm yolunu belirlemek için resimle temsilleri seçme nedeni olarak belirttikleri görülmüştür.

- **Sonucu Görebilme ve İşlemi Daha Kolay Anlama**

Tablo 5’te görüldüğü gibi, bir öğrenci problemin sonucunu görebilmek, başka bir öğrenci de işlemi daha kolay anlamak için resimle temsili seçtiğini belirtmiştir. Orta başarı düzeyine sahip bir öğrenci (O₂) problem 1’de ve problem 3’te sonucu görebilmek için resimle temsili seçtiğini ifade ettiği görülmüştür. Buna örnek olarak O₂ “*burada soruyu okuduk. Şekil üzerinde gösterdiğimizde şekil üzerinde sonucu görebiliyoruz*” biçiminde görüş bildirmiştir. Düşük başarı düzeyine sahip bir öğrenci (D₄) işlemi daha kolay anlamak için resimle temsili seçtiğini “*görselleştirerek çözdüğüm zaman orada işlemi daha kolay anlıyorum*” ifadesiyle belirtmiştir.

- **Problem Çözmeyi Kolaylaştırma**

Öğrencilerden hemen hepsi problemlerin çözümü sırasında kullandıkları resimle temsilleri seçme nedeni olarak problemin çözümün kolaylaştırdığı için seçtiklerini ifade eden görüşler bildirdikleri görülmüştür.

Tablo 5’te görüldüğü gibi, problem 1’e yönelik iki düşük, dört orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam sekiz öğrencinin (D₁, D₂, O₁, O₂, O₃, O₄, Y₂, Y₄), problem 2’ye yönelik bir düşük, iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin

(D₂, O₃, O₄, Y₁, Y₄), problem 3'e yönelik iki düşük, üç orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin (D₁, D₃, O₁, O₂, O₄, Y₄), problem 4'e yönelik üç orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O₂, O₃, O₄, Y₃), problem 5'e yönelik üç orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O₂, O₃, O₄, Y₂, Y₃), problem 6'ya yönelik iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (O₁, O₃, Y₃), problem 7'ye yönelik üç düşük, iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam yedi öğrencinin (D₁, D₂, D₃, O₂, O₄, Y₂, Y₄), problem 8'e yönelik iki düşük, iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin (D₂, D₄, O₃, O₄, Y₂, Y₃), problem 9'a yönelik üç orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin (O₁, O₃, O₄, Y₁, Y₂, Y₃), problem 10'a yönelik bir düşük, iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (D₁, O₁, O₄, Y₂), problem 11'e yönelik bir düşük, bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (D₂, O₄, Y₂), problem 12'ye yönelik bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D₂, O₄) resimle temsilleri problem çözmeyi kolaylaştırdığı için seçtiklerini ifade eden görüşler bildirdikleri görülmüştür.

Öğrencilerden D₁ ve D₂ “*problem çözmeyi kolaylaştırıyor*”, O₁ “*ne kadar birinci günde ne kadar ikinci günde ne kadar fazla satıldığı çözmeme yardım ediyor*” (problem 1), O₄ “*daha iyi problem çözmüş oluyoruz problemi çözmesi daha kolay*” (problem 3), Y₃ “*şekille görselleştirerek burada daha kolay görüyorum çabuk görüyorum çapını yarıçapını şeklin burada daha basit çözüyorum daha hızlı çözüyorum*” (problem 4), D₃ “*görselleştirerek yaptığımda çözmek daha kolay oluyor*” derken, O₂ “*ilk önce bulamadığım için şekil çizdim böyle gösterdiğim için de hemen böyle beş defa gösterdim. Onun için de cevabı hemen bulabildim. Yani öğretmenim normal işlemle biraz zorlandım ilk başta onun için şekil çizdim*” (problem 7), O₃ “*şekil çizmek daha kolaylaştırdı*”, Y₁ “*burada kaç kere olduğunu görünce işlemleri daha kolay yaptım*” biçiminde görüş bildirmişlerdir.

Öğrencilerden O₂ bu durumu 21 Mayıs 2007 tarihli günlüğüne “*ilk başta o kesri diğer kesirlerle eşitledim. Problemi çözdüm. Görselleştirerek çözmek daha basitime geldi*” biçiminde yansıtmıştır.

Örneğin öğrencilerden Y₄ problem 1’de;

A: Böyle bir gösterimi seçmenin sebebi ne idi?

Y₄: Çözmeme yardımcı oluyor.

A: Çözmeme yardım ediyor dedin?

Y₄: Burada ne kadar olduğunu anladıktan sonra bunları daha iyi toplayabiliyorum.

Y₄, bu durumu, 17 Mayıs 2008 tarihli günlüğüne, “*bana bu problemi başka yoldan nasıl çözebileceğim soruldu. Ben problemi başka yoldan şekil çizerek çözebileceğimi söyledim. Şekil çizerek problemi daha kolay çözebileceğimi söyledim*” biçiminde yansıtmıştır.

Öğrencilerden Y₂ problem 8’de;

A: Neden böyle bir gösterime gittin?

Y₂: Çünkü burada hiç uğraşmadan şey yapıyorsun yazabiliyorsun. Hem de şekille daha güzel oluyor.

A: Ne daha güzel oluyor?

Y₂: Ha pardon bu şekil değil bu şekil bir bölü ikisi diyor o yüzden yarısını burada bir bölü ikisi yarım demek burada yarısını görebiliyoruz demek. Burada daha iyi.

A: Ne daha iyi orada?

Y₂ bu durumu 31 Mayıs 2007 tarihli günlüğüne “*sağlaması soruldu. Bende gösterdim. Gösterirken bir işlem hatası olduğunu anladım. Şekil çizerek hem doğruyu, hem nerede yanlış yaptığımı anladım*” biçiminde yansıtmıştır.

Öğrencilerden D₁ bu durumu 21 Mayıs 2007 tarihli günlüğüne “*bugün soruyu yine şekil çizerek yaptım problem kolaydı zorlanmadım*”, D₂ 17 Mayıs tarihli günlüğüne “*ben problemi çözerken zorlandım şekiller çizdim*” biçiminde yansıtmışlardır.

Elde edilen bulgular sonucunda, genelde başarı düzeyi düşük ve orta olan öğrenciler resimle temsilleri problemlerin çözümünü kolaylaştırdığı için seçtiklerini ifade ettikleri saptanmıştır.

- **Hata Yapmayı Engelleme**

On öğrencinin problemlerin çözümü sırasında kullandıkları resimle temsilleri seçme nedeni olarak hata yapmayı engelledikleri için bu temsili seçtiğini ifade eden görüşler bildirdiği görülmüştür.

Tablo 5'te görüldüğü gibi, problem 1'e yönelik olarak bir orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (O_3, Y_2, Y_4), problem 2'ye yönelik bir düşük, üç orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (D_1, O_1, O_2, O_3, Y_4), problem 3'e yönelik bir düşük, bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (D_1, O_3, Y_3), problem 5'e yönelik iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (O_1, O_3, Y_4), problem 6'ya yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O_3, Y_3), problem 7'ye yönelik iki düşük, iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (D_1, D_4, O_1, O_3, Y_3), problem 8'e yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O_3, Y_3), problem 9'a yönelik orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O_3, O_4), problem 10 ve problem 12'ye yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_4) hata yapmayı engelledikleri için resimle temsilleri seçme nedeni olarak belirttikleri görülmüştür.

Öğrencilerden O_3 problem 1'de;

A: Bunu tercih ettin nedenini anlatır mısın?

O₃: Yapışta çizişte problemin çözümünde mesela soruyu yazdığımızda başta hemen düşünüyorum ne olduğunu kafamda kurunca deftere aktarıyorum. Yani düşüncelerimde İlk okuyuşumda problemi düşünmem de yani farklı farklı yollar vardır soruları çizmek için onun için hata yapmış olabilirim.

İkinci yöntem şekil çizerek hatayı azaltmaya çalıştığın zaman aklımda çizdiğim için bana daha kolay geliyor yani.

A: Hata derken?

O₃: Yapacağım yanlış işlem üzerinde.

Örneğin öğrencilerden Y₄;

A: Böyle bir gösterime gitmenin nedeni ne idi?

Y₄: Şekil çizdiğimde daha iyi anladığım için daha az hata yaparım.

A: Daha az hata yaparım dedin biraz anlatır mısın?

Y₄: Verdiği kesir miktarının ne kadar olduğunda hata yapabilirim bölerken hata yapabilirim.

Öğrencilerden Y₃ problem 3'te;

A: Bunu seçmenin nedeni nedir?

Y₃: Bunda hata yapsaydım bile hatamı daha kolay fark edebilirdim.

A: Hangisinde?

Y₃: Bunda (çizdiği şekil-kesir modelini göstererek)...daha basit çözebildim. İhh sonra bunu burada görselleştirerek bakarken burada burada altı bölü sekizi bulurum. Bunu altıya bölerim on çıkacak. Burada işlem hatası yapabilirim.(yaptığı işlemleri göstererek).

Öğrencilerden D₁, D₄, O₁ ve Y₃ “bunda daha az hata yapıyorum” (problem 7), O₄ “doğru yolla çözüyoruz”(problem 9), Y₄ “bu şekilde yaptığmda (yaptığı işlemleri göstererek) basılan kitapların sayısını satılan kitapların sayısını karıştırabilirdim.” (problem 12) biçiminde görüş bildirmişlerdir.

Bu durumu öğrencilerden Y₄ 23 Mayıs 2007 tarihli günlüğüne “ben dikkatli okumadığım için ilk baş yanlış yaptım. Bir de şekil çizerek yaptım. Şekil çizince hatamı anladım ve düzelttim” , Y₁ 17 Mayıs 207 tarihli günlüğüne “daha az hata yapıyorum”,

D₁ 29 Mayıs 2007 tarihli günlüğüne “*bugün problem şekillerle çözdüm problemde bir yerde hata yapmışım ama sonra düzelttim*” biçiminde yansıtmışlardır.

Elde edilen bulgular sonucunda, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin resimle temsilleri seçmelerinde bu temsillerin hata yapmayı engellemelerinin yer aldığı görülmüştür.

- **Zaman Kazandırma**

Öğrencilerden beşi problemlerin çözümü sırasında kullandıkları resimle temsilleri seçme nedeni olarak zaman kazandırdığı için bu temsili seçtiklerini ifade eden görüşler bildirdikleri görülmüştür.

Tablo 5’te görüldüğü gibi, problem 3’e yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O₂, Y₃), problem 8’ e yönelik düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D₄) ve problem 9’a yönelik orta başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (O₃, O₄) resimle temsilleri zaman kazandırdığı için seçtiklerini ifade etmişlerdir.

Zaman kazandırmaya yönelik olarak öğrencilerden O₂ “*zaman kaybettirmiyor hemen anlayabiliyoruz üzerinde. Sorunun cevabını*” (problem 3), D₄ “*daha pratik*” (problem 8) biçiminde görüş bildirmişlerdir.

Araştırmacı bu durumu 23 Mayıs 2007 tarihli günlüğüne “*öğrenciler resimle temsillerin gerekli olduğundan ve bunların zaman kazandırdığından bahsettiler*” biçiminde yansıtmıştır.

Elde edilen bu bulgular sonucunda, öğrencilerden genelde orta başarı düzeyine sahip öğrencilerin resimle temsilleri zaman kazandırdıkları için seçtikleri görülmüştür.

- **Çözümün Doğruluğunu Kontrol Etme**

Öğrencilerin hepsinin problemlerin çözümü sırasında kullandıkları resimle temsilleri seçme nedeni olarak, problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmek için seçtiklerini ifade eden görüşler bildirdikleri görülmüştür.

Tablo 5'te görüldüğü gibi, problem 1'e yönelik olarak bir düşük ve bir yüksek başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (D_4, Y_2), problem 2'ye yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O_4, Y_2), problem 3'e yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O_4, Y_3), problem 4'e yönelik olarak yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_2), problem 5'e yönelik iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (O_2, O_3, Y_4), problem 6'ya yönelik bir orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (O_4, Y_1, Y_4), problem 7'ye yönelik, üç orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_1, O_2, O_3, Y_3), problem 8'e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_3), problem 9'a yönelik iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_1, O_3, Y_1, Y_2), problem 10'a yönelik üç orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin ($O_1, O_2, O_4, Y_1, Y_2, Y_3$), problem 11'e yönelik bir orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (O_4, Y_2, Y_4), problem 12'ye yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (O_4, Y_2) resimle temsilleri problemlerin çözümlerinin doğruluğunu kontrol etmek için seçtiklerini belirten ifadeler kullandıkları görülmüştür.

Öğrencilerden Y_2 problem 1'de;

A: Çözümün doğruluğunu nasıl kontrol edersin?

Y_2 : Çizdiğim şekil üzerinde.

A: Neden?

Y_2 : Hem daha kolay hem daha az işlem hatası yapabilirim. Çünkü şekilde her şey kolaycana görüldüğü için daha kolay yaparım. Daha da iyi anlarım böylece.

Öğrencilerden O₃ “kolay yani ve doğru sağlama sonuç doğru oluyor”, Y₄ “o yüzden burada gösterdim yüzde yirmi yüzde otuz (çizdiği şekle bakarak) rakamları gösterdiğim için sağlamasını da doğru yapmış oldum” (problem 5), O₂ “problemi şekil çizerek buldum sağlamasına da burada baktım”, Y₃ “burada her birinin 900 ml olduğunu çarparak yani çarpmada hata yapabilirdim. Buradan bakarak kaç parçaya ayırdığımı ya da yanlış yapıp yapmadığımı görebildim şekilde” (problem 7), O₁ “kaç saatte çıktığını gösteriyor doğruluyor doğru olarak. Hem doğru olduğundan eminim sonucun” Y₁ “şekille sağlamasını yapabiliyorum” Y₂ “burada sağlamsını da yapabiliyorsun” (problem 9), O₄ “problemin doğruluğunu kontrol ettim” (problem 10) biçiminde görüş bildirmişlerdir.

Öğrencilerden O₄ problem 11’de;

A: Problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl anlarsın?

O₄: Şey şekil üzerinde.

A: Nasıl peki?

O₄: Mesela böyle çarpmaları doğru yaptık mı diye, böyle mesela 9 ytl para çizeriz 15 tane et çizeriz. Bunları çarptığımızda yine onu şekil üzerinde gösteririz, onu ne kadar doğru şey, ne kadar çıktığını o yüzden doğruluğunu bulmada kontrol ederiz.

A: Şekil üzerinde mi kontrol ederim diyorsun?

O₄: İlk baş böyle şekil üzerinde gösteririm 9 ytl 15 kilogram eti. Bunun ikisini çarptık çarpımın ne kadar çıktığını böyle yine şekil üzerinde gösterdik kaç tane olduğunu o yüzden yani çarpma işlemlerinin doğru olup olmadığını kontrol etmiş oluruz.

Öğrencilerden O₄ bu durumu 31 Mayıs 2007 tarihli günlüğüne “sağlaması soruldu. Ben de gösterdim. Gösterirken bir işlem hatası olduğunu anladım şekil çizerek hem doğruyu, hem nerede yanlış yaptığımı anladım” biçiminde yansıtmıştır.

Kişisel tercihler başlığı altında öğrencilerin 10 farklı görüş bildirdikleri görülmektedir. Bildirdikleri bu görüşler doğrultusunda, öğrencilerin bu temsilleri kullanma nedenlerinin yoğunlaştığı neden Tablo 5'te görüldüğü gibi, problemi daha iyi anlama, problemde verilenleri belirleme ve problemi çözmeyi kolaylaştırmadır. Az sayıda da olsa bazı öğrenciler bazı problemlere yönelik, istenilenleri belirleme, sonucu görebilme ve zaman kazandırma nedenleri olarak göstermişlerdir.

Öğrencilerin resimle temsilleri seçmelerinde önceki deneyimlerinin, duygusal etmeninin ve öğretmen etmeninin de etkili olduğu görülmüştür.

3.2.1.2. Önceki Deneyim

Öğrencilerin problemlerin çözüm sürecinde kullandıkları temsilleri seçme nedenleri arasında kişisel tercihlerinin yanı sıra, önceki deneyimlerinin de yer aldığı görülmektedir.

Tablo 5'te görüldüğü gibi, problem 8'e yönelik olarak bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D_1, O_3) resimle temsili seçmelerinde önceki deneyimlerinin etkili olduğu saptanmıştır. Buna örnek olarak öğrencilerden D_1 'in *“burada bize bir bölü ikisi dediği için bu şekli çizdim. Bu durumlarda şekil çizerim”* biçimindeki görüşü örnek olarak verilebilir.

Öğrencilerden yalnızca ikisinin temsil seçme nedenleri arasında önceki deneyimlerinin etkili olduğu görülmüştür.

3.2.1.3. Duygusal Etmen

Öğrencilerin problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsilleri seçme nedenleri arasında kişisel tercihlerinin yanı sıra, duygusal etmenin de yer aldığı görülmektedir.

Tablo 5'te görüldüğü gibi, problem 1'e yönelik bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (D_3, O_3), problem 8'e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir

öğrencinin (Y₂), problem 9'a yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y₃) ve problem 11'e yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D₄) resimle temsilleri seçmelerinde duygusal etmenin etkili olduğu görülmüştür.

Buna örnek olarak, öğrencilerden Y₃ *“direği kafamda canlandırımdı”* (problem 9), O₄ *“böyle görselleştirerek çizdiğimizde hem böyle daha şey oluyor. Daha güzel olduğu için yani şekil çizdiğimizde daha güzel olur probleme daha çok böyle şey yani ilgi duymuş oluruz. Yani böyle mesela çözmek istemiyorsak daha istekli olarak çözeriz.”* (problem 11) biçiminde görüş bildirmişlerdir.

3.2.1.4. Öğretmen Etmeni

Öğrencilerin problemlerin çözüm sürecinde kullandıkları temsilleri seçme nedenleri arasında kişisel tercihlerinin yanı sıra, öğretmen etmenin de yer aldığı görülmektedir.

Tablo 5'te görüldüğü gibi, problem 1'e yönelik düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D₂), problem 2'ye yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y₂) ve problem 3'e yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O₂) resimle temsilleri seçmelerinde öğretmen etmeninin etkili olduğu görülmüştür. Buna örnek olarak, öğrencilerden O₂ *“öğretmenimiz bize ilk önce şekille yapın daha iyi. Size zaman kaybettirmez falan demişti”* (problem 3) biçiminde görüş bildirmiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerin kişisel tercihlerinin yanı sıra başka nedenlerden dolayı da resimle temsilleri seçtikleri görülmüştür. Genelde orta ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin resimle temsilleri seçmelerinde kendi kişisel tercihleri etkili olmuştur. Bunun yanı sıra, az sayıda da olsa öğrencilerin resimle temsilleri seçmelerinde önceki deneyim, öğretmen etmeni ve duygusal etmenin de etkili olduğu görülmüştür.

3.2.2. Sembolik Temsilleri Seçme Nedenlerine İlişkin Bulgular

Tablo 6’da görüldüğü gibi, öğrencilerin sembolik temsilleri seçme nedenleri arasında problemi daha iyi anlamak, problemde verilenleri belirlemek ve çözümün doğruluğunu kontrol etmek yer almaktadır. Bunun yanı sıra, resimle temsillerin çözmeyi kolaylaştırdığı, hata yapmayı engellediği ve zaman kazandırdığı için öğrencilerin bu temsilleri seçtiklerini ifade ettikleri de belirlenmiştir. Öğrencilerin sembolik temsilleri seçmelerinde öğretmen etmeni, duygusal etmen ve önceki deneyimin etkili olduğu görülmüştür. Somut nesne temsiliinin seçilmesinde ise kişisel tercih etkili olmuştur.

Tablo 6 Öğrencilerin Matematiksel Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Sembolik ve Somut Nesne Temsillerini Seçme Nedenleri

		SEMBOLİK TEMSİL							SOMUT NESNE TEMSİLİ		
		Kişisel Tercihler					Öğretmen etmeni	Duygusal etmen	Önceki deneyim	Kişisel Tercihler	
		Problemi daha iyi anlama	Problemlerde verilenleri belirleme	Çözme yi kolaylaştırma	Hata yapmayı engelleme	Zaman kazandırma	Çözümün doğruluğunu kontrol etme			Daha anlama	Verilenleri belirleme
1		$O_2 Y_1 Y_3$		$Y_1 Y_3 Y_4 O_2$	$O_3 Y_1$	$Y_3 Y_4$					
2		$D_1 Y_3$		$D_1 D_3 Y_2 Y_3$	Y_3	$D_1 O_1 O_2 Y_3$	Y_3		D_3		
3		O_3		$D_2 D_4 O_3 Y_1 Y_2$	Y_2	$D_1 D_3 O_3 Y_2 Y_4$	Y_1	Y_4	O_3		
4				$Y_1 Y_3$	Y_3	O_1			Y_1		
5				$O_1 Y_1$	Y_1						
6			O_4	$O_2 O_4 Y_1 Y_2$	$O_2 Y_4$	$O_1 O_2 O_3 Y_2 Y_3$		O_3	O_3		
7			O_3	$O_1 O_3 Y_1 Y_2 Y_3$	$Y_1 Y_2$	$O_1 O_3 Y_3$			$O_1 O_3$		
8		Y_1				O_3					
9		Y_4	Y_4	Y_4			Y_4				
10				Y_3	$O_3 Y_1$	Y_3	Y_3		$Y_3 O_3$	O_4	O_4
11				$Y_1 Y_2$	$Y_1 Y_3$	$O_3 Y_1 Y_2 Y_3$			$O_3 Y_1$		
12				$D_4 O_3 Y_3$		$D_4 O_3 Y_1 Y_2$					

Öğrencilerin sembolik temsilleri seçme nedenleri, başarı düzeyleri de dikkate alınarak ayrı ayrı incelenmiş ve örneklendirilmiştir.

3.2.2.1. Kişisel Tercihler

Öğrencilerin sembolik temsilleri seçme nedenleri arasında kişisel tercihlerinin ön plana çıktığı görülmektedir. Bu kişisel tercihler arasında problemi daha iyi anlama, problemde verilenleri belirleme, problemin çözümünü kolaylaştırma, hata yapmayı engelleme, zaman kazandırma ve çözümün doğruluğunu kontrol etme yer almaktadır.

- **Problemi Daha İyi Anlama**

Öğrencilerden altısı problemlerin çözümü sırasında kullandığı sembolik temsilleri seçme nedeni olarak problemi daha iyi anlamak olarak belirtmiştir.

Tablo 6’da görüldüğü gibi, problem 1’e yönelik bir orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (O_2 , Y_1 , Y_3), problem 2’ye yönelik bir düşük ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D_1 , Y_3), problem 3’e yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_3), problem 8’e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_1), problem 9’a yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_4) sembolik temsilleri problemi daha iyi anlamak için seçtiklerini belirten ifadeler kullandıkları görülmüştür.

Buna örnek olarak öğrencilerden Y_3 “*daha iyi anlıyorum problemi*” (problem 1), D_1 “*daha iyi anlıyorum*” (problem 2), O_3 “*bana bu daha anlamlı öğrenmeme sebep oluyor. Böyle yaptığımda hem beynimin daha çabuk gelişmesini sağlıyor.*” (problem 3), Y_1 “*böyle yapınca daha kolay anlıyorum problemi*” (problem 8) biçiminde görüş bildirmişlerdir.

Elde edilen bulgular sonucunda, genelde başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin sembolik temsilleri problemi daha iyi anlamak için seçtikleri görülmüştür.

- **Problemde Verilenleri Belirleme**

Öğrencilerden üçünün problemlerin çözüm sürecinde kullandığı sembolik temsilleri seçme nedeni olarak, problemde verilenleri belirleme olarak belirttiği görülmüştür.

Tablo 6’da görüldüğü gibi, problem 6’ya yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_4), problem 7’ye yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_3), problem 9’a yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_4) verilenleri belirlemek için sembolik temsili seçtiklerini belirten ifadeler kullandıkları belirlenmiştir.

Öğrencilerden O_4 “burada böyle işte 1 litre 2 litre diye falan yazdık. Kaç fazla olduğunu gösterdik.” (problem 6), O_3 “işlem vermiş zaten 5 bardak 180 ml belirtilenler var. Hiçbir belirtmeyen sormamış bize. Bilinmeyen yok yani onun için böyle çizmek daha hesaplı” (problem 7) biçiminde görüş bildirmişlerdir.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerinde birkaçının verilenleri belirlemek için sembolik temsili seçtikleri görülmüştür.

- **Çözmeyi Kolaylaştırma**

Öğrencilerin hepsinin problemlerin çözüm sürecinde kullandıkları sembolik temsilleri seçme nedeni olarak, problemin çözümün kolaylaştırma olarak belirttikleri görülmüştür.

Tablo 6’da görüldüğü gibi, problem 1’e yönelik bir orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_2 , Y_1 , Y_3 , Y_4), problem 2’ye yönelik iki düşük ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (D_1 , D_3 , Y_2 , Y_3), problem 3’e yönelik iki düşük, bir orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (D_2 , D_4 , O_3 , Y_1 , Y_2), problem 4’e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (Y_1 , Y_3), problem 5’e yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O_1 , Y_1), problem 6’ya yönelik iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_2 , O_4 , Y_1 , Y_2), problem 7’ye yönelik iki orta ve

üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O_1, O_3, Y_1, Y_2, Y_3), problem 9'a yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_4), problem 10'a yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_3), problem 11'e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (Y_1, Y_2), problem 12'ye yönelik bir düşük, bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (D_4, O_3, Y_3) sembolik temsilleri problem çözme kolaylaştırdığı için seçtiklerini ifade eden görüşler bildirdikleri görülmüştür.

Öğrencilerden D_1 ve D_3 “*çözmek daha kolay*”, “, Y_2 “*daha kolay oluyor*” (problem 1), Y_3 “*çok uzun olunca karıştırabilirim böyle çözmek daha kolay*” (problem 2), D_2 “*çözmeyi kolaylaştırıyor*” , D_4 “*böyle daha rahat daha kolay çözerim*”, O_3 “*bu şekilde çözmek daha kolay geliyor*”, *Topluyom topluyorum direk. Buluyorum ne bileyim böyle daha kolay geliyor*” (problem 3), Y_1 “*çözmeyi kolaylaştırıyor*” (problem 4), O_1 “*çözümü daha kolay*”, (problem 5), O_2 “*böyle çözmek daha kolay*” derken, O_4 “*cevabı bulmak daha kolay*” (problem 6), biçiminde görüş bildirmişlerdir.

Elde edilen bulgular sonucunda, genelde başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin problem çözme kolaylaştırdığı için sembolik temsilleri seçtikleri görülmüştür.

• Hata Yapmayı Engelleme

Öğrencilerden altısının problemlerin çözüm sürecinde kullandığı sembolik temsilleri seçme nedeni olarak, hata yapmayı engellediği için bu temsili seçtiklerini ifade eden görüş bildirdiği görülmüştür.

Tablo 6'da görüldüğü gibi, problem 1'e yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (O_3, Y_1), problem 2 ve problem 4'e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_3), problem 3'e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_2), problem 5'e yönelik yüksek başarı sahip bir öğrencinin (Y_1), problem 6'ya yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O_2, Y_4), problem 7'ye yönelik yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (Y_1, Y_2), problem 10'a yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (O_3, Y_1), problem 11'e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (Y_1, Y_3) hata

yapmayı engellediği için resimle temsilleri seçtiklerini ifade eden görüşler bildirdikleri görülmüştür.

Öğrencilerden Y_1 “*hata olmuyor yani*” (problem 1), O_2 ve Y_4 “*burada daha az hata yapılıyor*” (problem 6), O_3 “*işlem üzerinde yaptığımda kafamın karışıklığı biraz daha azalıyor*” biçiminde görüş bildirmişlerdir.

Hata yapmayı engellemeye yönelik olarak Y_1 bu durumu 17 Mayıs 2008 tarihli günlüğüne “*birinci yol bana göre daha mantıklı daha az hata yapıyorum*” olarak yansıtmıştır.

Problem 3’te öğrencilerden Y_2 ;

A: Peki, problemi bu biçimde çözmek mi, yoksa bu biçimde çözmek mi?

Y₂: Bu şekilde çözmek (Yaptığı işlemleri göstererek)

A: Neden?

Y₂: Çünkü burada yazdığım zaman her şeyi görüyorum. Daha az hata yapıyorum.

Elde edilen bulgular sonucunda, genelde başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler sembolik temsili hata yapmayı engellediği için seçtikleri görülmüştür.

- **Zaman Kazandırma**

Öğrencilerin hemen hepsi problemlerin çözüm sürecinde kullandıkları sembolik temsili seçme nedeni olarak, zaman kazandırma olarak belirttikleri görülmüştür.

Tablo 6’da görüldüğü gibi, problem 1’e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (Y_3 , Y_4), problem 2’ye yönelik bir düşük, iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (D_1 , O_1 , O_2 , Y_3), problem 3’e yönelik iki düşük, bir orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (D_1 , D_3 , O_3 , Y_2 , Y_4), problem 4’e yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_1), problem 6’ya

yönelik üç orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O_1, O_2, O_3, Y_2, Y_3), problem 7'ye yönelik iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_1, O_3, Y_2, Y_3), problem 8'e yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_3), problem 10'a yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_3), problem 11'e yönelik bir orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_3, Y_1, Y_2, Y_3), problem 12'ye yönelik bir düşük, bir orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (D_4, O_3, Y_1, Y_2) zaman kazandırdığı için resimle temsilleri seçtiklerini ifade eden görüşler bildirdikleri belirlenmiştir.

Öğrencilerden Y_3 problem 1'de;

A: Böyle çözerek mi daha kolay yapıyorsun böyle yaparak mı?

Y_3 : Böyle çözmek (yaptığı işlemleri göstererek)

A: Neden?

Y_3 : İu böyle daha hızlı yapıyorum. Daha çabuk çalışıyor beynim.

Y_3 bu durumu 17 Mayıs 2008 tarihli günlüğüne “*bugün problemin çözümünü iki şekilde yaptım. Problemi işlem ve şema ile çözdüm. İki şekilden işlem ile yapılanı daha hızlı ve kolay yapıyorum*” biçiminde yansıtmıştır.

Öğrencilerden D_1, O_1 ve O_2 “*bunda daha az zaman gider*”, Y_3 “*böyle yapmak zaman kazandırıcı*” (problem 2), O_3 “*şekil çizipte vakit kaybetmek istemiyorum. Çünkü vakit sınavlarda falan çok işime yaracağı için böyle uğraşmayı fazla sevmiyorum.*” Y_2 “*böyle daha kısa oluyor çözüm*”, Y_4 “*şekil çizersem çok zamanımı alır ama bu daha az zamanımı alır*” (problem 3), D_4 “*böyle çözmek daha kısa sürüyor*” (problem 12) biçiminde görüş bildirmişlerdir.

Elde edilen bulgular sonucunda, genelde orta ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin sembolik temsilleri zaman kazandırdığı için seçtikleri belirlenmiştir.

- **Çözümün Doğruluğunu Kontrol Etme**

Öğrencilerden üçünün problemlerin çözümü sırasında kullandığı sembolik temsili seçme nedeni olarak, problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etme olarak bildirdiği görülmüştür.

Tablo 6’da görüldüğü gibi, problem 2 ve problem 10’a yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_3), problem 3’e yönelik (Y_1), problem 9’a yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_4) problemlerin çözümlerinin değerlendirilmesi aşamasında çözümün doğruluğunu kontrol etmek için sembolik temsili seçtiğini belirten ifadeler kullandıkları saptanmıştır.

Örneğin öğrencilerden Y_1 “sonucun doğru olup olmadığını burada anlamak daha iyi”, Y_4 “burada 1 saat 1. saatte çıkmış 1 saat uyuyunca 2 metre aşağıya kaymış 1 metre olmuş aradaki 1 saatleri de gösterdim. Uyuduğu saatleri o yüzden toplam 6 saat olarak bulmuştum. Burada arada uyuduğu 1 saatleri de gösterdim. O yüzden daha iyi daha doğru çözdüm. Burada doğrusunu görmüş oldum. 11 saat içerisinde 8 metreye ulaştığını gördüm o yüzden bu biçimde çözmek daha iyi. Burada (işlemleri göstererek) arada uyuduğu bir saatleri de gösterdim. Burada daha doğrusunu öğrendim. Sonucun doğrusunu buldum”, Y_3 “kontrol edilmesi daha kolay bunun” biçiminde görüş bildirmişlerdir.

Elde edilen bulgular sonucunda, yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin sembolik temsilleri problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmek için seçtikleri saptanmıştır.

Öğrencilerin sembolik temsilleri seçmelerinde kişisel tercihlerinin yanı sıra önceki deneyimlerinin, öğretmen etmeninin ve duygusal etmenin de etkili olduğu görülmüştür.

3.2.2.2. Öğretmen Etmeni

Öğrencilerden ikisinin problem çözme sürecinde kullandığı sembolik temsili seçmesinde öğretmen etmeninin etkili olduğu görülmüştür.

Tablo 6’da görüldüğü gibi, problem 3’e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_4), problem 6’ya yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_3) sembolik temsilleri seçmelerinde öğretmen etmeninin etkili olduğu görülmüştür.

Örneğin öğrencilerden Y_4 “*öğretmenimiz bize problem sorunca şekil çizerken zamanımız gidiyor öğretmenimiz de bize bir zaman veriyor. Süreniz bitti diyor. O yüzden bunu yaparken zamanımız çok geçiyor*” biçiminde görüş bildirmiştir.

3.2.2.3. Duygusal Etmen

Öğrencilerden dördünün problem çözme sürecinde kullandığı sembolik temsili seçmesinde duygusal etmeninin etkili olduğu görülmüştür.

Tablo 6’da görüldüğü gibi, problem 2’ye yönelik düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_3), problem 3’e yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_3), problem 4’e yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_1), problem 6’ya yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_3), problem 7’ye yönelik orta başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (O_1, O_3), problem 10’a yönelik bir yüksek ve bir orta başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (Y_3, O_3) ve problem 11’e yönelik bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (O_3, Y_1) sembolik temsilleri seçmelerinde duygusal etmenin etkili olduğunu belirten ifadeler kullandıkları görülmüştür.

Duygusal etmene yönelik olarak problem 2’de öğrencilerden D_3 “*böyle çözmek daha iyi geliyor bana*” derken, O_3 “*şekil çizmeden beynimde tasarım yapmam beynimin daha gelişmesini sağlıyor. Sayfaya aktarmayı sevmem*” biçiminde görüş bildirmiştir.

Öğretmen etmeni ve duygusal etmene yönelik olarak O₃ “*ben şekil çizmesini sevmem. Uğraş uğraş insan sıkılıyor. Şimdi öğretmen soru soruyor herkes yapmış oluyor böyle şekil çizmeden hem sen şekil çizip vakit kaybediyorsun. Bir de üstüne işlem yapıyorsun. Belki onların yanlış yapma olasılığı daha fazladır ama vakit kaybedince zaten öğretmen yapmayın yapmayın diyor artık. Onun için biz yapmadık zannediyor bizi şekil çizmiyorum onun için*” biçiminde görüş bildirmiştir (Problem 6), Y₃ “*sınavda olsam zaman açısından*” (problem 10) biçiminde görüş bildirmişlerdir.

3.2.2.4. Önceki Deneyim

Öğrencilerden üçünün problemlerin çözüm sürecinde kullandığı sembolik temsili seçmesinde önceki deneyimlerinin etkili olduğu görülmüştür.

Tablo 6’da görüldüğü gibi, problem 10’a yönelik öğrencilerden bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D₃,O₃) ve problem 12’ye yönelik düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D₁) sembolik temsilleri seçmelerinde önceki deneyimlerinin de etkili olduğu görülmüştür.

Öğrencilerden D₃ problem 10’da;

A: Ne yapmayı düşünüyorsun problemi çözmek için?

D₃: 20.30’ dan 07.45’ i çıkarmayı.

A: Neden?

D₃: Bilmiyorum zaten öyle yapılıyor çıkarma ya da toplama yapılıyor yani.

A: Çıkartıyorum dedin neden çıkartıyorum dedin?

D₃: Genellikle bu tarz problemlerde çıkartma ya da toplama oluyor diye biliyorum.

D₃ yukarıdaki biçimde görüş bildirirken, D₁ “*başka bir formda gösteremezdik. Çünkü burada kesir sayıları ile ve şekillerle çizilecek bir sayı yok*” (problem 12) biçiminde görüş bildirmiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerin sembolik temsilleri seçmelerinde kendi kişisel tercihlerinin yanı sıra, ağırlıklı olarak duygusal etmenin etkili olduğu, önceki deneyim ve öğretmen etmeninin sembolik temsilin seçiminde pek etkili olmadığı görülmüştür.

3.2.3. Somut Nesne Temsillerini Seçme Nedenlerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerden biri problem çözme sürecinde kullandığı somut nesne temsilini seçme nedenini problemi daha iyi anlamak ve problemde verilenleri belirlemek olarak belirtmiştir.

Tablo 6’da görüldüğü gibi, problem 10’a yönelik somut nesne temsilini kullanan orta başarı düzeyine sahip bir öğrenci (O₄) bu temsili seçme nedeni olarak problemi daha iyi anlamak ve verilenleri belirlemek için seçtiğini ifade etmiştir.

A: Anladım peki şimdi ne yapmayı düşünüyorsun?

O₄: Şey saat üzerinden hesaplasak da olur.

A: Nasıl hesaplamayı düşünüyorsun?

O₄: Şey ben çözmedim de saatimden hesaplıyorum da (kendi kolundaki saate baktı).

A: Nerden hesaplıyorsun dedin?

O₄: Saatimden.

A: Tamam yap bakalım (Önce saatine baktı sonra çizdiği şekle baktı).

O₄: Şurda hesaplasam da olur. saat 20.30 da uyumuş. (ilk çizdiği şekle bakıyor ve sayıyor) 1 2, 3, 4, 5, (sonra içinden sayıyor).

.....

A: Peki kolundaki saatten de yararlandın. Onun bir faydası oldu mu?

O₄: Orada da böyle yani şey yani aynı şeyler. İhh yine böyle problemi anlamamız kolay oldu böyle verilenleri filan gösterdik. Hem bizim çözmemiz daha basit oldu.

Böyle problemin doğru olup olmadığını kontrol ettik.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerin temsil seçmelerinde kişisel tercihlerinin ön plana çıktığı görülmüştür. Bunun yanı sıra, öğrencilerin sembolik temsilleri seçmelerinde önceki deneyimlerinin, öğretmen etmeninin ve duygusal etmenin etkili olduğu saptanmıştır.

3.3. İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Temsillerle İlgili Yaşadıkları Sorunlara İlişkin Bulgular

Öğrencilerin problem çözme sürecinde temsillerle ilgili yaşadıkları sorunların, problemi anlama ve plan yapma, planı uygulama ve çözümün değerlendirilmesi aşamalarında nasıl ortaya çıktığı belirlenmiştir. Öğrencilerin başarı düzeyleri de dikkate alınarak, bu durum tablolaştırılmış ve Tablo 7’de verilmiştir.

Öğrencilerin problemlerin, problemi anlama ve plan yapma, planı uygulama ve çözümün değerlendirilmesi aşamalarında temsillerle ilgili yaşadıkları sorunlar, probleme uygun temsil oluşturamama, kullandığı temsili problemle ilişkilendirememe, temsiller arası geçiş yapamama, sembolik temsile uygun resimle temsil oluşturma ve resimle temsillerden hiçbirini kullanamama, kullandığı temsili problemin çözümü ile ilişkilendirememe ve çözümü değerlendirmeye uygun temsil oluşturamamanın yer aldığı saptanmıştır.

Tablo 7 Öğrencilerin Matematiksel Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Temsillerle İlgili Yaşadıkları Sorunlar

PROBLEMLER	PROBLEMİ ANLAMA VE PLAN YAPMA		PLANI UYGULAMA										ÇÖZÜMÜN DEĞERLENDİRİLMESİ	
	Probleme uygun temsil oluşturamama	KD	Probleme uygun temsil oluşturamama	R	KD	S	Kullandığı temsili problemle ilişkilendireme	SN	KD	Temsiller arası geçiş yapamama	Sembolik uygun temsile uygun temsile resimle temsili oluşturma	Resimle temsil kullanamama	Çözümü değerlendirmeye uygun temsili oluşturmama	Kullandığı temsili çözümlerle ilişkilendireme
1		KD												
2		D ₁		D ₄ O ₄			D ₁ D ₂ D ₄ O ₄			D ₁	O ₂		D ₁ D ₂ D ₄ O ₄	
3		D ₁ D ₂ D ₄					D ₁ D ₂ D ₄ D ₃ D ₄				Y ₃		D ₁ D ₂ D ₃ D ₄	
4		D ₁ D ₂ D ₃ D ₄ O ₃ O ₄					D ₂ D ₄ O ₄					D ₄	D ₁ D ₂ D ₃ D ₄	
5		D ₁ D ₂ D ₃ D ₄ O ₁ O ₃ Y ₄ Y ₂		D ₁ D ₂ D ₃ D ₄ O ₂ O ₁	D ₁ D ₃		O ₁ O ₂ O ₄ Y ₃ Y ₄					D ₄	D ₁ D ₂ D ₃ D ₄ O ₂	O ₄
6		D ₁ D ₂ D ₃ D ₄											D ₁ D ₂ D ₃ D ₄	
7		D ₁ D ₂ D ₃ D ₄			D ₄		D ₁ D ₂ D ₃ D ₄		D ₁ D ₂	O ₄			D ₁ D ₂ D ₃ D ₄ O ₄	
8		D ₁ D ₂ D ₃ D ₄ O ₁ O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₃		D ₁ D ₂ D ₃ D ₄ O ₃			O ₁ O ₂ O ₃ Y ₁ Y ₂ Y ₃ Y ₄		O ₄ O ₂ Y ₁ Y ₂ Y ₄		D ₃ Y ₂ Y ₄		D ₁ D ₃ D ₄ O ₁ O ₂ O ₃ O ₄ Y ₂	D ₂ Y ₁ Y ₃ Y ₄
9		D ₁ D ₂ D ₃ D ₄ O ₄ Y ₁			D ₁		O ₁ O ₂ Y ₁		D ₃ O ₁ O ₂			D ₁	D ₁ D ₂ D ₃ D ₄ O ₂ O ₄	
10		D ₁ D ₃ D ₄ O ₄		D ₁ D ₂ D ₃ D ₄	D ₁ D ₂ D ₃			O ₄				D ₄	D ₁ D ₂ D ₃ D ₄ O ₄	
11		D ₄			D ₄						O ₄ O ₂ Y ₁ Y ₄	D ₁ O ₁	D ₃ D ₄	O ₄
12		D ₄					D ₃ D ₄			D ₃	D ₂ D ₃ O ₂ O ₄ Y ₃ Y ₄	D ₁ D ₄ O ₁ O ₃ Y ₁	D ₃ D ₄ Y ₂	O ₄

3.3.1. Problemi Anlama ve Plan Yapma Aşamasında Yaşadıkları Sorunlara İlişkin Bulgular

Tablo 7’de görüldüğü gibi, öğrencilerden hepsinin farklı problem çözme sürecinin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında probleme uygun konuşma dili temsili oluşturamadıkları saptanmıştır.

3.3.1.1. Probleme Uygun Konuşma Dili Temsili Oluşturamama

Probleme uygun konuşma dili temsil oluşturma sorununun bütün problemlerin çözüm sürecinde yaşandığı görülmüştür. Bu sorunun bazı problemlerde daha çok yaşandığı görülmektedir.

Tablo 7’de görüldüğü gibi, problem 1’de düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_1), problem 2’ye yönelik düşük başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (D_1, D_2, D_4), problem 3’te düşük başarı düzeyine sahip üç öğrencinin (D_1, D_3, D_4), problem 4, problem 5, problem 6, problem 7, problem 8 ve problem 9’a yönelik olarak düşük öğrenci başarı düzeyine sahip öğrencilerin tümünün (D_1, D_2, D_3, D_4) probleme uygun konuşma dili temsili oluşturamadıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra, problem 4’te orta başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (O_3, O_4), problem 5’te iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_1, O_3, Y_2, Y_4) problem 8’de üç orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O_1, O_2, O_3, Y_1, Y_3), problem 9’da bir orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (O_4, Y_1), problem 10, problem 11 ve problem 12’de düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_4) probleme uygun konuşma dili temsili oluşturamadığı görülmüştür. Ayrıca, iki düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (D_1, D_3, O_4) problem 10’a uygun konuşma dili temsili oluşturamadıkları belirlenmiştir. Bu soruna ilişkin örnekler aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerden D₁ problem 1’de;

A: Problemden ne anlıyorsun?

D₁: Bir mağazada otuz beş metre kumaş varmış. İkinci gün birinci günkü kadar kumaştaki kumaş miktarından iki bölü yedisi kadar fazla kumaş satılmış. İki günde satılan toplamı soruyor bize.

A: Peki ne yapmayı düşünüyorsun? Problemi çözmek için ne yapmayı düşünüyorsun?

D₁: İki bölü yedi ile 35 metreyi toplarız.

A: Toplam mı gerekiyor. Bak bakalım probleme? 35’in iki bölü yedisi demek ne demek?

D₁: Bir parçanın yediye bölünüp iki parçasının alınması.

A: O zaman ne yapman gerekiyor? Ne yapacağız?

D₁: İki bölü yedi ile 35’i çarparız.

D₁ bu aşamada probleme uygun konuşma dili temsili oluşturamamıştır.

Öğrencilerden D₂ problem 2’de;

A: Problemden ne anlıyorsun bize anlatır mısın?

D₂: Uzunluğu 800 metre olan bir caddemiz varmış. Caddenin bir kenarına 25 metre aralıklarla sokak lambası konulacakmış. Buna göre kaç tane sokak lambasına ihtiyaç vardır.

A: Ne yapmayı düşünüyorsun çözmek için?

D₂: Uzunluğu 800 metre ise karşılıklı kenarları olur. O yüzden 25 metre ile 2 yi çarparız.

D₂ bu aşamada problemde verilen bilgiyi ve ilişkileri anlatmak için probleme uygun konuşma dili temsili oluşturamamıştır.

Problem 3'te öğrencilerden D₄'e problemi çözmek için ne yapmak istediği sorulduğunda D₄ “*bir bölü dört ile bir bölü sekizi çarpmayı düşünüyorum*” biçiminde bir ifade kullanmıştır.

Problem 6'da öğrencilerden D₂;

A: Problemden ne anlıyorsun?

D₁: Limonata yapmak için 1 litre suya 50 ml de limon suyuna ihtiyaç varmış. Buna göre 2 litrelik, 3 litrelik, 4 litrelik, 5 litrelik, 6 litrelik, 7 litrelik ve 1 litrelik sulardan limonata yapmak için her birine kaç ml limon suyuna gereksinim vardır diyor.

A: Ne yapmayı düşünüyorsun problemi çözmek için?

D₁: 2 litrelik 3 litrelik, 4 litrelik 5 litrelik 6 litrelik 7 litrelik ve 1 litrelik suları toplayıp 50'ye böleriz.

A: Neden?

D₁: Limon suyunun onlara yettiğini buluruz.

D₁ problem anlama ve plan yapma aşamalarında probleme uygun konuşma dili temsili oluşturamamıştır.

Problem 8'de öğrencilerden Y₁ “*1. kez atıldığında 60 cm, 2. kez atıldığında bulmak için 60' ı 2' ye bölerim 30. 30 ile de 60' ı toplayım 90 cm bu ikinci kez. Sonra da 90' ı 2' ye bölerim 45. 90 ile 45' i toplayım 3. kez olur*” biçimindeki görüşü örnek olarak verilebilir.

Y₁ bu aşamada problemin çözümünün planına uygun konuşma dili temsili oluşturamamıştır.

Öğrencilerden D₁ problem 10'da;

A: Problemden ne anlıyorsun?

D₁: Akşam saat 20.30' da uyuyup sabah da 7.45' te kalkan bir çocuk varmış. Öğrenci varmış toplam kaç dakika uyuduğunu soruyor bize.

A: Hıhı ne yapmayı düşünüyorsun problemi çözmek için?

D₁: 20.30' dan 7.45' i çıkarırız.

A: Nedenini anlatır mısın?

D₁: Toplam kaç dakika uyuduğunu buluruz.

D₁ bu aşamada problemin çözümünde kullanacağı ve problemde verilen bilgiyi ve ilişkiyi yansıtacak biçimde bir konuşma dili temsili kullanamamıştır.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilere sorulmuş olan problemlerin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında probleme uygun konuşma dili temsili oluşturamama sorununu genelde düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin hemen hepsinin yaşadıkları, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerden de bazılarının belli problemlerin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında bu sorunu yaşadıkları görülmüştür. Buradan bu sorunu yaşama ile öğrencilerin başarı düzeyleri arasında bir ilişki olduğu söylenebilir.

3.3.2. Planı Uygulama Aşamasında Yaşadıkları Sorunlara İlişkin Bulgular

Tablo 7'de görüldüğü gibi, öğrencilere sorulmuş olan problemlerin çözüm sürecinin planı uygulama aşamalarında bazı öğrencilerin, probleme uygun temsil oluşturamama, kullandıkları temsili problemle ilişkilendirememe, temsiller arası geçiş yapamama, sembolik temsile uygun resimle temsil oluşturma ve resimle temsil oluşturamama sorunlarını yaşadıkları saptanmıştır. Bu aşamada ortaya çıkan bu sorunlar ayrı ayrı incelenmiş ve örneklendirilmiştir.

3.3.2.1. Probleme Uygun Temsil Oluşturamama

Öğrenciler kendilerine sorulan problemlerin problem çözme sürecinin planı uygulama aşamasında probleme uygun sembolik, resimle temsil ve konuşma dili temsili oluşturamadıkları görülmüştür.

- **Probleme Uygun Sembolik Temsil Oluşturamama**

Problemlerin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında öğrencilerden yedisinin problemlere uygun sembolik temsil oluşturamadıkları görülmüştür. Bu sorunun her bir problemde nasıl ortaya çıktığı, öğrencilerin başarı düzeyleri dikkate alınarak, aşağıda örneklendirilmiştir.

Tablo 7’de görüldüğü gibi, problem 3’te öğrencilerden düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_4), problem 4, problem 5, problem 6, problem 8, problem 9 ve problem 10’da düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin tamamının (D_1, D_2, D_3, D_4) probleme uygun sembolik oluşturamadıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra, problem 4’te orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_4), problem 5’te orta başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (O_1, O_2), problem 7’de bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D_4, O_4), problem 9 ve problem 10’da orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_4), problem 11’de düşük başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (D_3, D_4) probleme uygun sembolik temsil oluşturamadıkları görülmüştür.

Problem 3’te öğrencilerden D_4 ;

A: Tamam nasıl yapacaksın?

$$D_4: \frac{1}{4}x \cdot \frac{1}{8} = \frac{10}{64}$$

(2)

A: Bu bulduğun sayı ne?

D₄: Ya bu okunmuş sayfa sayısı.

D₄ bu aşamada sembolik temsil kullanarak problemi çözmek istemiş, ancak bu aşamada oluşturduğu sembolik temsilin probleme uygun bir temsil olmadığı görülmüştür.

Problem 2’de öğrencilerden D₄;

D₄:

$$80 = 800 \text{ m}$$

$$\begin{array}{r|l} 7000 & 800 \\ -64 & 8 \\ \hline 06 & \end{array}$$

D₄ bu aşamada problemde verilen ve problemde istenilen bilgiyi uygun bir biçimde gösteren bir sembolik temsil oluşturamamış ve bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Problem 5’te öğrencilerden O₂;

$$\begin{aligned} \%20 + \%30 &= \%50 = \frac{1}{2} \\ 50 : 2 &= 25 \text{ YTL} \\ \%20 &= \frac{1}{5} \\ \%30 - \%20 &= \%10 \text{ farklılık} \\ 10 + 10 &= 20 \text{ YTL} \\ 20 + 10 &= 30 \text{ YTL} \end{aligned}$$

O₂ bu aşamada problemde verilen bilgiyi ve ilişkileri gösteren uygun bir sembolik temsil oluşturamamış ve problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Problem 6'da öğrencilerden D₂;

D₂:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ \hline 28 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ -28 \\ \hline 22 \end{array}$$

A: Neden böyle yaptığını anlatır mısın?

D₂: Çünkü 1 litre suya 50 ml limon suyu katıldığı için.

A: Bir daha bak bakalım probleme. Neler verilmiş? Neler isteniyor?

D₂: (Problemi tekrar okudu). Böyle yaparım yine.

D₂ bu aşamada problemde verilen bilgiyi kullanarak sembolik temsil oluşturmuş ama bu oluşturduğu sembolik temsilin probleme uygun bir temsil olmadığı ve problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştiremediği görülmüştür.

Problem 7'de öğrencilerden D₄;

D₄:

$$\begin{array}{r} 180 \overline{) 5} \\ -18 \overline{) 36} \\ \hline 030 \\ -30 \\ \hline 00 \end{array}$$

A: Bu bulduğun otuz altı ne?

D₄: Litre suyun kaç litre içildiği.

A: Öyle mi diyor problemde?

D₄: O zaman çarparım.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 4,5 \\ \hline 180 \\ +140 \\ \hline 158,0 \end{array}$$

D₄ bu aşamada problemde verilen bilgiyi kullanarak sembolik temsil oluşturmuş ancak bu oluşturduğu sembolik temsilin probleme uygun bir temsil olmadığı belirlenmiş ve bu temsili kullanarak problemi doğru bir biçimde çözmediği saptanmıştır.

Problem 8’de öğrencilerden D₁;

D₁:

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 2 \\ \hline 120 \end{array}$$

A: Bu bulduğun ne?

D₁: İhh zıplayışın bir bölü ikisi kadar zıplayışın 3. kez toplam bir bölü ikisi kadar zıpladığı için 3. kez yere çarpan top havada toplam yükselebilmektedir.

A: Tamam şimdi ne yapacaksın?

D₁: Bu kadar.

A: Problemi çözdün mü?

D₁:Evet.

D₁ problemde verilen bilgiyi kullanarak problemin çözümü için bir sembolik temsil oluşturmuş ancak bu oluşturduğu temsilin probleme uygun bir temsil olmadığı ve öğrencinin bu temsili kullanarak problemi doğru bir biçimde çözemediği görülmüştür.

Problem 10’da öğrencilerden D₃;

$$\begin{array}{r} 20.30 \\ 07.45 \\ \hline 12.85 \\ - 24 \\ \hline 12.61 \end{array}$$

toplam kaç dakika uyuduğu.

D₃:

A: Bu bulduğun ne peki?

D₃:Toplam kaç dakikada uyuduğu.

A: Kaç dakikada uyuduğumu bir daha bak bakalım?

D₃:Evet.

D₃ bu aşamada problemde verilen bilgiyi kullanarak probleme uygun bir sembolik temsil oluşturmaya çalışmış ancak bunu gerçekleştirememiş ve problemi doğru bir biçimde çözmemiştir.

Problem 11'de öğrencilerden D₄;

D₄:

$$\begin{array}{r} 80 \text{ YKR} \\ 70 \text{ YKR} \\ + 9 \text{ YTL} \\ \hline 159 \text{ YTL} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 159 \\ - 9 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ - 141 \\ \hline 9 \text{ YTL} \end{array}$$

A: Burada 80'in birimi ne?

D₄: Kuruş.

A: Kuruş kuruş ytl ytl mi yapıyor?

D₄: Evet.

A: Kuruş ile ytl'yi toplayıp ytl mi buluyorsun?

D₄: Ykr ile ytl'yi topladım yanlış oldu.

A: Peki ne yapman gerekiyor?

D₄: Ytl'yi silmem gerekiyor.

D₄ bu aşamada problemde verilen bilgiyi kullanarak sembolik temsil oluşturmuş ama bu oluşturduğu sembolik temsilin probleme uygun bir temsil olmadığı belirlenmiştir. D₄ bu temsili kullanarak problemi doğru bir biçimde çözmemiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilere sorulmuş olan problemlerin altısının çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında probleme uygun sembolik temsili oluşturamama sorununun yaşandığı belirlenmiştir. Bu sorunu düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin tamamının yaşadıkları, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerden bazılarının da belli problemlerin planı uygulama aşamasında bu sorunu yaşadıkları görülmüştür.

- **Probleme Uygun Resimle Temsil Oluşturamama**

Tablo 7’de görüldüğü gibi, problemlerin beş tanesinin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında altı öğrencinin problemlere uygun resimle temsil oluşturamadığı görülmüştür. Bu sorunun her bir problemde nasıl ortaya çıktığı, öğrencilerin başarı düzeyleri dikkate alınarak, aşağıda örneklendirilmiştir.

Tablo 7’de görüldüğü gibi, problem 1’de ve problem 4’te öğrencilerden bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D_4, O_4) probleme uygun resimle temsil oluşturamadıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin de (D_2) bu aşamada probleme uygun resimle temsil oluşturamadığı saptanmıştır. Problem 5, problem 8 ve problem 10’da düşük başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (D_1, D_2) probleme uygun resimle temsil oluşturamadıkları görülmüştür. Ayrıca, problem 5’te ve problem 10’da düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_3), problem 8’de bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (D_4, O_3) probleme uygun resimle temsil oluşturamadıkları görülmüştür.

Problem 1’de öğrencilerden D_4 ;

A: Problemi başka bir biçimde çözmeye çalışsan?

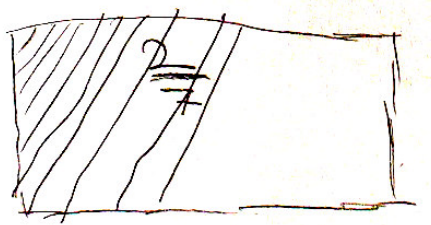
D₄: Çözemem.

A: Bir daha bakalım probleme? Neler verilmiş? Neler isteniyor?

D₄: Kumaş verilmiş. İhh

A: Ne geliyor aklına aklından neler geçiyor? Problemde verilen bilgiyi farklı biçimde gösterebilir misin?

D₄:



A:Şimdi ne yapacaksın?

D₄: Kumaşın tamamını bulucam.

A:Nasıl bulacaksın?

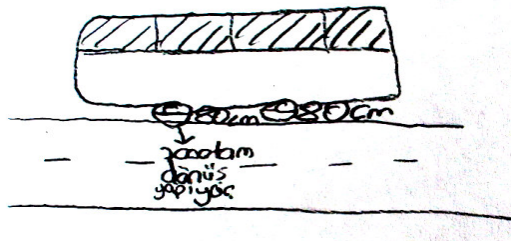
D₄:Aklıma bir şey gelmiyor çözmek için.

Sembolik temsil kullanarak problemi çözmeye çalışan D₄'e problemi daha farklı bir yolla çözüp çözemeyeceği sorulduğunda, öğrenci problemde verilen bilgiyi çizim temsili ile göstermiş ve problemi oluşturduğu bu çizim temsilini kullanarak çözmeye çalışmıştır. Fakat bu öğrencinin problemin planı uygulama aşamasında probleme uygun biçimde bir resimle temsil oluşturamadığı ve bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştiremediği saptanmıştır.

Problem 4'te öğrencilerden O₄;

A:Başka nasıl yapabilirsin?

O₄: (Otobüs çizdi. Otobüsün tekerinin çapını gösterdi ve yanına 80 cm yazdı).



A: Peki şimdi ne yapacaksın?

O₄: Kaç kilometre yolun uzunluğu. Burası çapı. (Çizdiği otobüsün tekerleğinin çapını göstererek). Yani şey otobüs tekeri her dönüşte 7000 tam dönüş yapıyor. (Çizdiği tekerleğin alt kısmına 7000 tam dönüş yazdı).

A:Şimdi ne yapacaksın?

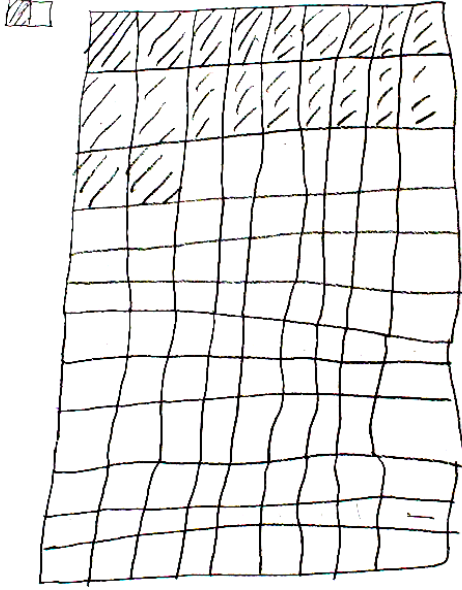
O₄:7000 ile 80'i çarpacam bu kadar.

O₄ bu aşamada sembolik temsili kullanarak problemi çözmeye çalışmış ancak bunu başarılı bir biçimde gerçekleştiremediği zaman öğrenciden problemi başka bir yolla

çözüp çözemeyeceği sorulmuştur. Öğrenci çizim temsilini kullanarak problemi çözmeye çalışmıştır. Bu öğrenci bu temsili kullanarak problemi doğru bir biçimde çözememiştir.

Problem 5'te öğrencilerden D₂;

D₂:



(Öğrenci önce 6 satır 9 sütundan oluşan bir tablo yaptı. Bölmeleri saydı. Bu oluşturduğu tabloya 3 satır ekledi sonra 3 satır daha ekledi. Satır sayısını saydı sonra sütun sayısını saydı. Sonra tek tek tüm bölmeleri saydı en alttan bir satırın fazla olduğunu belirtti ve sonra ilk 20 bölmeyi taradı).

A: *Bu taradığın alan ne anlama geliyor?*

D₂: *Yüzde yirmi yüzde yirmisine.*

A: *Şimdi ne yapacaksın peki?*

D₂: *50 ytl'ye satılan pantolonun yüzde yirmisi.*

A: *Tamam şimdi ne yapacaksın peki?*

Sembolik temsili kullanarak problemi çözemeyen D₂'ye problemi daha farklı çözüp çözemeyeceği sorulduğunda, öğrenci yüzölçüm tablo temsili oluşturmaya çalışmış, ancak bu temsili planı uygulama aşamasında etkili bir biçimde kullanamamıştır.

Araştırmacı bu durumu 23 Mayıs 2007 tarihli günlüğüne “başarı düzeyi düşük olan öğrenciler resimle temsillerin kullanılması gerektiğine inanıyor ama bu temsilleri etkili bir biçimde kullanamıyorlar” biçiminde yansıtmıştır.

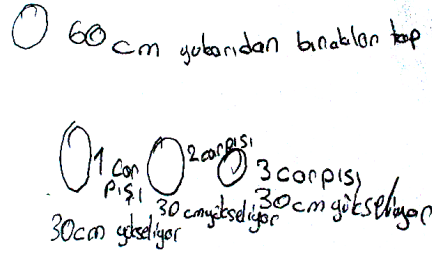
Problem 8’de öğrencilerden D₂;

A: Başka nasıl yaparsın? Çözersin?

D₂: Bir tane top çizerim yukarıya aşağıya da bir tane yol gibi bir şey çizerim. İu o topu 3 kez zıpladığını göstererek şekil yaparım.

A: Tamam yap bakalım.

D₂:



Birinci çarpışında yükseldiği için bir bölü ikisi kadar yükselmektedir diyor.

Ondan dolayı 3 kez yere çarpan topun ne kadar yol aldığını sorduğu için.

D₂ problemin çözümü için resimle temsil oluşturmuş, ancak bu temsili probleme uygun bir biçimde oluşturamamış ve dolayısıyla problemin çözümünde bu temsili etkili bir biçimde kullanamamıştır.

Araştırmacı bu durumu 30 Mayıs 2007 tarihli günlüğüne “resimle temsil kullanmaları gerektiğini hissettiler ama bir türlü problemde verilen bilgi ile kendi oluşturdukları temsiller arasında bağ kuramadılar” biçiminde yansıtmıştır.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilere sorulmuş olan problemlerin beş tanesinin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında probleme uygun resimle temsil oluşturamama sorununun yaşandığı görülmüştür. Bu sorunu genelde düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin yaşadıkları, orta başarı düzeyine sahip öğrencilerden bazılarının da belli problemlerin planı uygulama aşamasında bu sorunu yaşadıkları görülmüştür.

- **Probleme Uygun Konuşma Dili Temsili Oluşturamama**

Tablo 7’de görüldüğü gibi, problemlerin beş tanesinin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin problemlere uygun konuşma dili temsili oluşturamadıkları görülmüştür. Bu sorunun her bir problemde nasıl ortaya çıktığı, öğrencilerin başarı düzeyleri dikkate alınarak aşağıda örneklendirilmiştir.

Problem 5 ve problem 10’da düşük başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (D_1 , D_3) problem 7 ve problem 11’de düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_4), problem 9’da düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_1), problem 10’da düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_2) probleme uygun konuşma dili temsili oluşturamadıkları belirlenmiştir.

Öğrencilerden D_3 problem 5’te;

A:Ne yapmayı düşünüyorsun problemi çözmek için?

D_3 : Imm.

A:Var mı aklından geçen bir şey?

D_3 : Düşünüyorum ama 100’ ü 50’ ye böleriz.

A:Neden peki?

D_3 : Yüzde yirmi olduğu için.

A:50 ytl’ nin yüzde yirmisini bulmak demek ne demek?

D_3 :100’ ün yarısı zaten 50.

Öğrencilerden D_4 ’ün “suyun kaç ml tüketildiğini bulmak için böldüm” (problem 7) biçimindeki görüşü örnek olarak verilebilir.

Öğrencilerden D_3 ve D_4 problemlerin planı uygulama aşamasında probleme uygun konuşma dili temsili oluşturamamışlardır.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilere sorulmuş olan problemlerin beş tanesinin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında probleme uygun konuşma dili temsili

oluşturamama sorununun yaşandığı görülmüştür. Bu sorunu genelde düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin yaşadıkları belirlenmiştir.

3.3.2.2. Temsili Problemle İlişkilendirememe

Tablo 7’de görüldüğü gibi, bazı öğrencilerin problemlerin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında probleme uygun temsil oluşturdukları, ancak bu temsili problemle ilişkilendiremedikleri görülmüştür. Problemlerin çözümü sırasında öğrencilerden bazılarının kullandıkları sembolik, resimle, somut nesne ve konuşma dili temsili problemle ilişkilendiremedikleri belirlenmiştir.

- **Sembolik Temsili Problemle İlişkilendirememe**

Öğrencilere sorulan problemlerden yedi tanesinde öğrencilerin hepsinin kullandıkları sembolik temsili problemle ilişkilendirememe sorununu yaşadıkları görülmüştür. Kullandıkları sembolik temsili problemle ilişkilendirememe sorununun her bir problemde nasıl ortaya çıktığı, öğrencilerin başarı düzeyleri de dikkate alarak aşağıda örneklendirilmiştir.

Tablo 7’de görüldüğü gibi, problem 1, problem 2 ve problem 7’nin planı uygulama aşamasında, düşük başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D_1, D_2), problem 1’de bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D_4, O_4), problem 2 ve problem 12’de düşük başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (D_3, D_4), problem 3’te düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_2), problem 7’de düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_3) kullandıkları sembolik temsili problemle ilişkilendiremedikleri belirlenmiştir. Ayrıca, problem 8 ve problem 9’da iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrenci (O_1, O_2, Y_1) ve problem 8’de iki orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O_3, O_4, Y_2, Y_3, Y_4) kullandıkları sembolik temsili problemle ilişkilendiremedikleri saptanmıştır.

Problem 1’de öğrencilerden D₄;

D₄: $35:7=5$ İu 5 ile 2 yi çarpıcam $5 \times 2=10$

A: Bulduğun bu sayı ne anlama geliyor?

D₄: Satılan kumaşın ıı ne ıı satılan kumaşın miktarı. İu iki gün önce.

A: Bir daha bak bakalım probleme?

D₄: Kumaş miktarını vermiş belli bir gün toplam kumaşı.

D₄ bu aşamada problemin belli kısmının çözümüne yönelik probleme uygun sembolik bir temsil oluşturmuş, ancak bunu problemle ilişkilendirememiş ve problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Öğrencilerden D₄ problem 2’de;

D₄:

$$\begin{array}{r} 800 \overline{) 25} \\ \underline{75} \\ 050 \\ \underline{50} \\ 00 \end{array}$$

A: Bu bulduğun ne peki?

D₄: Sokaktaki lambaların tamamını.

A: Peki 32 tane olduğundan emin misin?

D₄: Eminim.

D₄ bu aşamada problemin belli kısmının çözümüne yönelik probleme uygun sembolik bir temsil oluşturmuş, ancak oluşturduğu bu temsili problemle ilişkilendirememiş ve dolayısıyla problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Problem 3’te öğrencilerden D₂ bu aşamada problemin belli kısmının çözümüne yönelik sembolik bir temsil oluşturmuş, ancak bu temsili problemle ilişkilendirememiş ve problemin çözümünü doğru bir biçimde yapamamıştır.

A: Tamam o dediklerini yap bakalım?

D₂: Önce bunların paydalarını eşitlerim.

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{4} = \frac{12}{24} + \frac{6}{24} = \frac{18}{24}$$

$$\frac{4}{8} + \frac{1}{4} = \frac{12}{24} + \frac{6}{24} = \frac{18}{24}$$

A: Ne yaptın burada anlatır mısın?

D₂: İlk ikinci gün ile üçüncü gün okuduğunu topladım. İlk ikinci gün ile üçüncü gün okuduğunu topladım.

A: Peki ne yapacaksın bundan sonra?

D₂: İhh 60' ı 18' e bölerim.

A: Neden?

D₂: İhh kitabın toplam 60 sayfasını okuduğu için.

Araştırmacı bu durumu 21 Mayıs 2007 tarihi günlüğüne “başarı düzeyi düşük olan öğrenciler sembolik temsillerin yararına inanıyor ama nerde ve nasıl etkili kullanacaklarını bilmiyorlar bir de temsiller arasında bir birleştirme, ilişkilendirme yapamıyorlar” biçiminde yansıtmıştır.

Problem 7’de öğrencilerden D₂;

D₂:

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times 5 \\ \hline 900 \end{array}$$

900 bin içinde toplam tüketici sayısı

$$\begin{array}{r} 3000 \\ \times 45 \\ \hline 15000 \\ + 36000 \\ \hline 105000 \end{array}$$

A: Bu bulduğun sayı ne peki?

D₂: İu 4.5 litrelik su bidonu içerisinde yer alan su ile 5 bardakla toplam şeyini çarptım.

D₂ bu aşamada problemin belli kısmının çözümüne yönelik probleme uygun sembolik bir temsil oluşturmuş, ancak oluşturduğu bu temsili problemle ilişkilendirememiş ve problemin çözümünü doğru bir biçimde yapamamıştır.

Problem 8'de öğrencilerden O₁ bu aşamada problemin belli kısmının çözümüne yönelik probleme uygun sembolik bir temsil oluşturmuş, ancak bunu problemle ilişkilendirememiştir. Bu öğrenci problemin çözümünün devamında oluşturulması gereken sembolik temsili doğru bir biçimde oluşturamamış ve dolayısıyla problemin çözümünü doğru bir biçimde yapamamıştır.

O₁:

$$\begin{aligned} 60:2 &= 30 \text{ cm 1. ydsel is} \\ 30:2 &= 15 \text{ cm 2. ydsel is} \\ 15:2 &= 7.5 \text{ cm 3. ydsel is} \end{aligned}$$

A: Şimdi ne yapmayı düşünüyorsun?

O₁: Hepsini toplamayı.

$$\begin{array}{r} 30 \\ 15 \\ + 7.5 \\ \hline 52.5 \text{ cm yol almış} \end{array}$$

A: Problemi bir daha okur musun? Problemde ne istiyor?

O₁: (Uzun uzun düşündü). Böyle çözerim.

Problem 9'da öğrencilerden O₁;

O₁:

$$\begin{aligned} 3-2 &= 1 \text{ m 2 saatte gidilen yol} \\ 8 \times 2 &= 16 \text{ saatte çıkar.} \end{aligned}$$

A: Ne yaptın anlatır mısın?

O₁: Çıktığı 3 metreden 1 saat uyuduğu uyurken kaydığı 2 metreyi çıkardım 1 metre. Bir çıkarken 3 metre bir de çıkarken 1 saatte çıkıyor. Uyurken 1 saatte aşağıya 2 metre kayıyor. 3' ten 2' yi çıkarttum 1, 2 saatte gidilen yol. 8 metreyi 2 ile çarptım 16 saatte.

O₁ bu aşamada problemin belli kısmının çözümüne yönelik sembolik bir temsil oluşturmuş, ancak bunu problemle ilişkilendirememiş ve problemin çözümünün devamında oluşturulması gereken sembolik temsili doğru bir biçimde oluşturamamış ve dolayısıyla problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Problem 12'de öğrencilerden D₄;

D₄:

$$\begin{array}{r} 132.000 \\ 105.000 \\ + 98.700 \\ \hline 335.700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98.760 \\ 75.000 \\ \hline 23.760 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 129.000 \\ + 23.760 \\ \hline 152.760 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 335.700 \\ - 182.760 \\ \hline 152.940 \end{array}$$

A: Bu bulduğun ne?

D₄: Kitapevinde kaç tane kitap bulunduğu basıldığı.

A: Peki problem ne istiyor senden?

D₄: Toplam kitabın sayısını.

A: Neyin toplam sayısı?

D₄: Satılmayan.

A: Nasıl bulacaksın?

D₄: İşte bu.

D₄ bu aşamada problemin belli kısmının çözümüne yönelik probleme uygun sembolik temsil oluşturmuş ancak bu oluşturduğu temsili problemle ilişkilendirememiştir. Bu öğrenci problemin çözümünün devamında oluşturulması gereken sembolik temsili doğru bir biçimde oluşturamamış ve dolayısıyla problemin çözümünü doğru bir biçimde yapamadığı görülmüştür.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilere sorulmuş olan problemlerin yedi tanesinin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında öğrenciler probleme uygun sembolik temsili oluşturmuşlar ancak oluşturdukları bu sembolik temsilleri problemle ilişkilendirilememişler ve dolayısıyla bu temsilleri kullanılarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememişlerdir. Bu sorunu genelde düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin yaşadıkları, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerden bazılarının da belli problemlerin planı uygulama aşamalarında bu sorunu yaşadıkları görülmüştür.

- **Resimle Temsili Problemle İlişkilendirememe**

Öğrencilere sorulan problemlerden 11 tanesinin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında öğrencilerin hemen hepsinin problemlere uygun resimle temsiller oluşturdukları ancak bu temsilleri problemle ilişkilendiremedikleri görülmüştür. Bu sorunun her bir problemde nasıl ortaya çıktığı öğrencilerin başarı düzeyleri dikkate alınarak aşağıda örneklendirilmiştir.

Tablo 7’de görüldüğü gibi, problem 1, problem 3, problem 6, problem 7, problem 9 ve problem 11’de düşük başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D_2 , D_3) kullandıkları resimle temsili problemle ilişkilendiremedikleri görülmüştür. Bunun yanı sıra, problem 1’de düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_1), problem 2’de düşük başarı düzeyine sahip üç öğrencinin (D_1 , D_2 , D_4), problem 4’te iki düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (D_1, D_3, O_4), problem 5 ve problem 8’de üç orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_1 , O_2 , O_4 , Y_4), problem 5’te yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_3), problem 6’da düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_1), problem 7’de düşük başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (D_1 , D_4), problem 8’de bir düşük ve iki yüksek başarı düzeyine sahip üç öğrencinin (D_3 , Y_1 , Y_2), problem 9’ da bir düşük ve iki orta başarı düzeyine sahip üç öğrencinin (D_4 , O_2, O_4), problem 10’da orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_4) kullandıkları resimle temsili problemle ilişkilendiremedikleri görülmüştür.

Problem 1’de öğrencilerden D₂;

A: Peki bu problemi başka türlü çözebilir misin?

D₂: Nasıl?

A: Çizerek başka türlü yazarak ya da çizerek.

D₂:



Buradaki iki bölü yediye yaptım. Sonra bir u 35 metrenin 35 metre yi yediye böldüm.

A: Şimdi ne yapacaksın?

D₂: İki bölü yedi yani bir tam 7 parçaya ayrılmış 2 parçası alınmış.

A: Bu şekil neyi ifade ediyor peki?

D₂: İki 35’ i yediye bölüp ikisini aldım.

A: Tamam şimdi ne yapacaksın?

D₂: İki 35’ i ikiye bölcem.

D₂ bu aşamada probleme uygun resimle temsil oluşturmuş ancak bu oluşturduğu resimle temsili problemin çözümünde etkili bir biçimde kullanamamış ve dolayısıyla bu temsili kullanarak problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Problem 3’te öğrencilerden D₃;

A: Peki farklı bir biçimde çözebilir misin? Görselleştirerek?

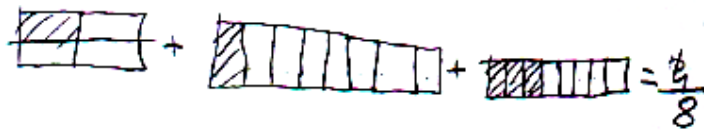
D₃: Evet.

A: Hı hı yapalım nasıl yapardın?

D₃: İlk birinci gün için şekil çizdim. İkinci ve üçüncü gün aynı şekilde.

A: Tamam yapalım aklından neler geçiyorsa.

D₃:



A: Hı hı ne yapacaksın şimdi?

D₃: İlk bunları toplayım çünkü bu birde dört olduğu için ee paydaları diğerleri ile aynı değil ondan toplayamam paydalarını eşitleyerek toplayım.
(Çizdiği kesir modellerine bakarak konuşuyor).

D₃ bu aşamada problemin çözümünde kullanabileceği bir biçimde resimle temsil oluşturmuş ancak bu resimle temsili problemin çözümünde etkili bir biçimde kullanamamış ve dolayısıyla problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Problem 6'da öğrencilerden D₁;

A: Peki bu problemi başka nasıl çözebilirsin?

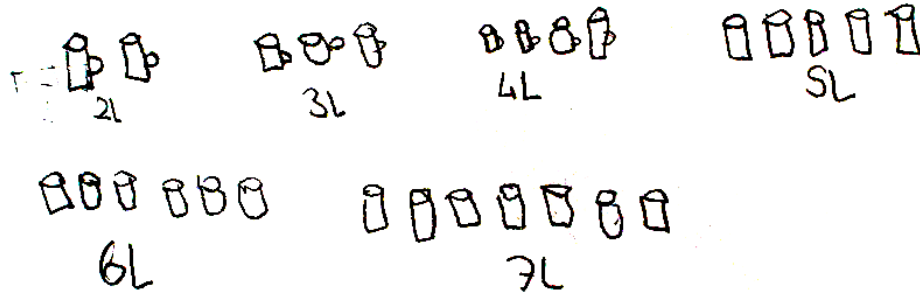
D₁: Imm.

A: Yazarak çizerek?

D₁: Evet yaparım.

A: Yaptıklarını anlatır mısın?

D₁: Litrelerden her birine kaç ml limon suyu kullanıldığını bulmak için litrelerin resmini çiziyorum.



A: Şimdi ne yapmayı düşünüyorsun?

D₁: Buradan 50 ml' yi çıkarırız.

A: Bir daha bak bakalım problemde ne diyor?

D₁: Bunların hepsini toplayıp 50' ye böleriz.

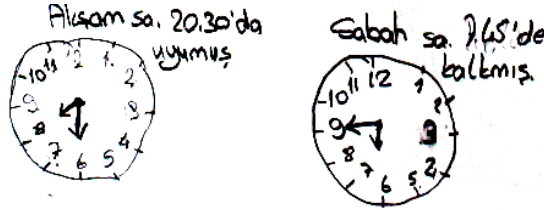
İnı şey dinlenmek için 1 saat uyuyormuş. Uyuduğu bu süre içerisinde 2 metre aşağıya kayıyormuş.

O₄ bu aşamada diyagram temsili oluşturmuş ancak bu temsili problemin çözümünde etkili bir biçimde kullanamamış ve dolayısıyla problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Problem 10'da öğrencilerden O₄;

A: *Peki başka nasıl çözebilirdin?*

O₄: *İhh şey bir saat çizerim.*



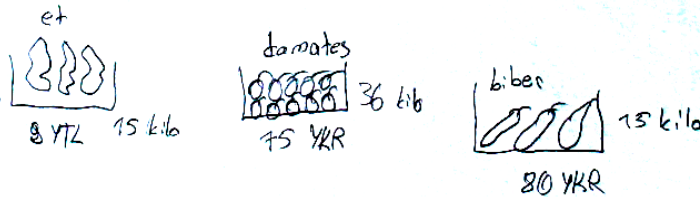
A:peki şimdi ne yapmayı düşünüyorsun

O₄: *Şey saat üzerinden hesaplasak da olur.*

O₄ bu aşamada şekil temsili kullanmış ancak kullandığı bu temsili problemle ilişkilendirememiş ve problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Problem 11'de öğrencilerden D₂;

D₂:



A: *Peki şimdi ne yapacaksın?*

D₂: *Yine aynı şey yaparım işlemleri öyle sonucu bulurum.*

D₂ bu aşamada çizim temsili oluşturmuş ancak bu çizim temsilini problemin çözümünde etkili bir biçimde kullanamamış ve dolayısıyla problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrenciler kendilerine sorulmuş olan problemlerin hemen hepsinin çözüm sürecinin planı uygulama aşamalarında probleme uygun resimle temsil oluşturmuşlar ancak bu temsili problemle ilişkilendirememişlerdir. Bu sorunu genelde düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin yaşadıkları, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerden bazılarının da belli problemlerin planı uygulama aşamalarında bu sorunu yaşadıkları görülmüştür.

- **Konuşma Dili Temsilini Problemle İlişkilendirememe**

Öğrencilere sorulan problemlerden üç tanesinin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında dokuz öğrencinin problemlere uygun konuşma dili temsili oluşturdukları ancak bu temsilleri problemle ilişkilendiremedikleri görülmüştür. Bu sorunun her bir problemde nasıl ortaya çıktığı öğrencilerin başarı düzeyleri dikkate alınarak aşağıda örneklendirilmiştir.

Tablo 7’de görüldüğü gibi, problem 7’de düşük başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (D₁, D₂), problem 8’de iki orta ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam beş öğrencinin (O₂, O₄, Y₁, Y₂, Y₄), problem 9’da bir düşük ve iki orta başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (D₃, O₁, O₂) kullandıkları konuşma dili temsilini problemle ilişkilendiremedikleri görülmüştür.

Problem 8’de öğrencilerden Y₂;

“Önceki yüksekliğin bir bölü ikisi kadar yükselebilmektedir yani yarısı kadar. 60 bölü 2 30 60:2=30 şimdi 30. Buradaki yüksekliğin bir bölü ikisi kadar 30 cm yükselebilmiş.

Birinci zıplayışta birinci zıplayıştaki havadaki yüksekliği. Ondan sonra bu birinci 30 cm 1. zıplayış. Sonra bunun da bir bölü ikisi kadar zıplamış. $30:2=15$ 2. zıplayış. 15 cm sonra üçüncüsünü buluruz. Şimdi hep böyle bir bölü ikisi kadar yükselebiliyor. O yüzden 15 cm' yi de 2 ye bölerim 3. zıplayışı bulurum. $15:2=7,5$ cm bu da 3. zıplayış" biçimindeki görüşü örnek olarak verilebilir.

Y₂ bu aşamada problemin çözümüne yönelik konuşma dili temsili kullanmış ama bu kullandığı temsili problemle ilişkilendiremediğinden problemi doğru bir biçimde çözememiştir.

- **Somut Nesne Temsilini Problemle İlişkilendirememe**

Tablo 7'de görüldüğü gibi öğrencilerden biri (O₄) planı uygulama aşamasında somut nesne temsilini kullanmış ancak bunu problemle ilişkilendirememiştir.

Bu soruna örnek olarak; öğrencilerden O₄ “şey ben çözmedim de saatimden hesaplıyorum da” (kendi kolundaki saate baktı). Öğrenci kolundaki saati kullanarak problemi çözeceğini belirtmiş olmasına karşın, bu belirttiği somut nesne temsilini problemin çözümünde etkili bir biçimde kullanamamıştır.

3.3.2.3. Temsillerarası Geçiş Yapamama

Öğrencilerden beşinin, problemlerden altısının çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında temsiller arası geçiş yapamama sorununu yaşadıkları görülmüştür. Bu aşamada konuşma dili temsilinden sembolik temsile, resimle temsilden sembolik temsile geçiş yapamayan öğrenciler olmuştur. Tablo 7'de görüldüğü gibi, problem 1, problem 7 ve problem 12'de birer öğrenci konuşma dili temsilinden sembolik temsile geçiş yapamamıştır.

Problem 1'in planı uygulama aşamasında konuşma dili temsilinden sembolik temsile geçiş yapamamaya örnek;

A: Ne yapıyorsun şimdi?

D₁: İki bölü yedi ile 35'i çarpıcam.

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 35 \\ \hline 135 \\ + 810 \\ \hline 945 \end{array}$$

A: İki bölü yedi ile 35'i bu biçimde mi çarpalım diyorsun?

D₁: Hı hı evet.

D₁ bu aşamada iki bölü yedi ile 35'i çarpacağını söylemiş fakat 27 ile 35'i çarpmıştır. Öğrenci sözlü olarak söylediği ifadeyi kağıda doğru bir biçimde aktaramamıştır. Öğrenciye söylediği ifade ile yaptığının aynı olup olmadığı sorulduğunda "evet" yanıtını vermiştir. Öğrenci bu aşamada konuşma dili temsilinden sembolik temsile geçiş yapamadığından problemi doğru bir biçimde çözmede sıkıntı yaşamıştır.

Problem 7'nin planı uygulama aşamasında orta başarı düzeyine sahip bir öğrenci (O₄) konuşma dili temsilinden sembolik temsile geçiş yapamamıştır.

Planı uygulama aşamasında konuşma dili temsilinden sembolik temsile geçiş yapamamaya örnek;

A: Ne yapmayı düşünüyorsun problemi çözmek için?

O₄: İlk baş her gün ne kadar su içtiğini buluruz. 180 ml ile 5 i çarpıyoruz.

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times 5 \\ \hline 900 \end{array}$$

Bu her günde içtiği su miktarı

O₄ bu aşamada 180 ile 5'i çarpacağını sözel olarak ifade etmiş ancak 180'i 5'e bölmüştür. Öğrenciye söylediği ifade ile yaptığı işlemin aynı olup olmadığı sorulduğunda ise öğrenci doğru yaptığını belirtmiştir. Öğrenci konuşma dili temsilinden sembolik temsile doğru bir biçimde geçiş yapamamış ve problemin çözümünde sıkıntılar yaşamıştır.

Problem 12'nin planı uygulama aşamasında, düşük başarı düzeyine sahip bir öğrenci (D₃) konuşma dili temsilinden sembolik temsile geçiş yapamamıştır.

Bu soruna örnek olarak;

D₃: Hepsini bastırmiş ya yani bunları topluyacam. Sonra bunları da toplayacam (satılan kitap sayısını) bundan onu çıkartırım diye düşünüyorum.

A: Neden?

D₃: E bilmiyorum işe aklıma geliyor çünkü toplam kitap sayısı diyor yani. İkisini topladığımızda tam sayı çıktığı için toplam kitap sayısı nedir onu bulmaya çalışıyorum ama.

A: Tamam yap bakalım.

D₃:

129000

98760

75000

+ _____

292 760

A: Ne yapacaksın şimdi?

D₃: Bunların ikisini toplamayı ya da çıkarmayı düşünüyorum ama toplarsam çok fazla olacak çıkarırsam çok az olacak o düşüncesi var bende.

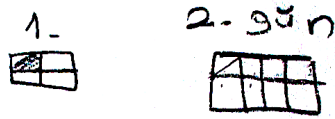
D₃'e söylediği ifade ile yaptığı işlemin aynı olup olmadığı sorulduğunda, öğrenci yaptığının doğru olduğunu belirtmiştir. Bu öğrenci konuşma dili temsilinden sembolik

temsile doğru bir biçimde geçiş yapamamış ve problemin çözümünde sıkıntılar yaşamıştır.

Problem 3'ün planı uygulama aşamasında resimle temsilden sembolik temsile geçiş yapamamaya örnek olarak;

A: Problemi okudun ne anlıyorsun? (öğrenci biraz düşündü). Daha başka bir biçimde çözmeyi dener misin?

D₃:



A: Tamam devam et nasıl anlıyorsan.

3. gün



Tamamı toplam 60 sayfa okumuş.

A: Ne yapmayı düşünüyorsun?

D₃: 60. (uzun uzun düşündü).

A: Problemi bir daha oku. Bir şey geliyor mu aklına?

D₃: Gelmiyor e ben biraz kesirlerde zorlanıyorum.

Sembolik temsil kullanarak problemi çözmeyi gerçekleştiremeyen D₃'e bu problemi başka bir yolla çözüp çözemeyeceği sorulmuş, D₃ bu aşamada problemde verilen bilgiyi temsil ederken resimle temsilden yararlanmış, ancak bu temsilden sonra sembolik temsile geçiş yapamamıştır. Dolayısıyla bu öğrenci problemin çözümünü doğru bir biçimde gerçekleştirememiştir.

Problem 9'un planı uygulama aşamasında düşük başarı düzeyine sahip bir öğrenci (D_2) resimle temsilden sembolik temsile geçiş yapamamıştır. D_2 bu aşamada problemde verilen bilgiyi temsil eden bir çizim temsili oluşturmuş ancak bu temsilden sonra sembolik temsil kullanamamış ve problemi doğru bir biçimde çözmemiştir.



Problem 10'un planı uygulama aşamasında bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam iki öğrencinin (D_1, O_4) resimle temsilden sembolik temsile geçiş yapamadıkları görülmüştür.

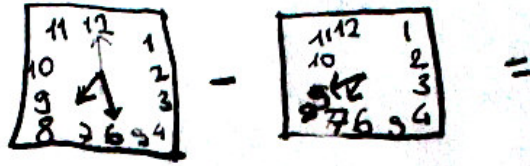
Planı uygulama aşamasına yönelik resimle temsilden sembolik temsile geçiş yapamamaya örnek;

A:Nasıl yapacaksın?

D_1 : Bir saat çizeriz. Birini 20.30 birini 7.45 çizeriz. Onların ikisini toplarım.

Ay çıkarırız. Buluruz.

A: Yap bakalım.



D_1 : Bunları çıkarırız.

A: Tamam nasıl yapacaksın peki?

D_1 : Çıkarıcaz ama nasıl bilmiyorum.

Sembolik temsili kullanarak problemi çözmeye çalışan D_1 'den problemi farklı bir biçimde çözmesi istendiğinde öğrenci saat şekilleri çizmiştir. D_1 daha sonra bu resimle temsilleri kullanarak sembolik temsil ile problemi çözeceğini belirtmiş olmasına karşın, kullandığı resimle temsilden sembolik temsile geçiş yapamamış ve dolayısıyla problemi doğru bir biçimde çözmemiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, bazı problemlerin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında başarı düzeyi düşük ve başarı düzeyi orta olan öğrencilerden bazılarının temsiller arası geçişte sorun yaşadıkları görülmüştür.

3.3.2.4. Sembolik Temsile Uygun Resimle Temsil Oluşturma

Problemlerin çözüm sürecinde sekiz öğrencinin problemlerden altısının çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında sembolik temsile uygun resimle temsil oluşturdukları görülmüştür. Öğrencilere problemi başka bir yolla çözüp çözemeyecekleri sorulduğunda, öğrencilerden bazıları bazı problemlerin çözüm sürecinde, daha önceden oluşturmuş oldukları sembolik temsile uygun resimle temsil oluşturma yoluna gitmişlerdir.

Tablo 7'de görüldüğü gibi, problem 1' e yönelik orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_2), problem 2'ye yönelik yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_3), problem 6'ya yönelik yüksek başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (Y_1, Y_2), problem 8'e yönelik bir düşük ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam üç öğrencinin (D_3, Y_2, Y_4), problem 11' e yönelik iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (O_4, O_2, Y_1, Y_4), problem 12' ye yönelik iki düşük, iki orta ve iki yüksek başarı düzeyine sahip toplam altı öğrencinin ($D_2, D_3, O_2, O_4, Y_3, Y_4$) sembolik temsile uygun resimle temsil oluşturdıkları görülmüştür.

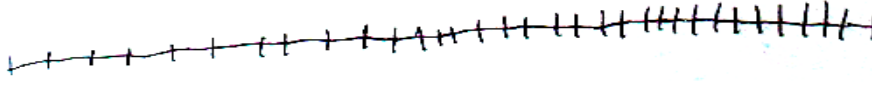
Öğrencilerden Y_3 problem 2;

A: *Peki başka nasıl çözebilirdin? (sembolik temsili planı uygulama aşamasında kullandıktan sonra)*

Y_3 : *Görselleştirerek.*

A: *Nasıl peki?*

Y_3 : *Cadde var 800 metre uzunluğunda 25 metre aralıklarla lambalar diziyoruz 33 tane lamba olacak.*

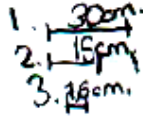


Y_3 bu aşamada daha önceden kullanmış olduğu sembolik temsile uygun bir resimle temsil oluşturma yoluna gitmiş ancak problemin çözümünde yararlanabileceği bir resimle temsil oluşturmamıştır.

Problem 8'de öğrencilerden Y_2 ;

A: *Daha başka nasıl çözersin ya da çözebilir misin?*

Y_2 : *Yapamam görselleştirerek ya da yaparım ama 1. yükseklik, 2. yükseklik, 3. yükseklik diye bulurum. Şey uı şimdi bu böyle kesirlerle de yapabiliriz. İlk önce böyle ilkten böyle bir bütün ondan sonra onun yarısı kadar. Sonra bir de onun yarısı kadar. Böyle yapardım sonrada içlerine yazardım.*



A: *Başka aklına bir çözüm yolu geliyor mu?*

Y_2 : *Yok gelmiyor.*

Y_2 bu aşamada daha önce kullanmış olduğu sembolik temsilden yararlanarak bu temsile uygun resimle temsil oluşturmuş, problemin çözümünde yararlanacağı bir resimle temsil oluşturma yoluna gitmemiştir.

Problem 11’de öğrencilerden O₂;

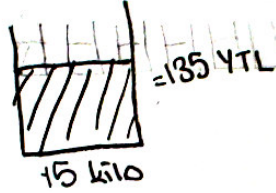
A: Tamam problemi başka bir biçimde çözebilir miydin?

O₂: Çözerdim görselleştirerek.

A: Hı hı nasıl yapardın?

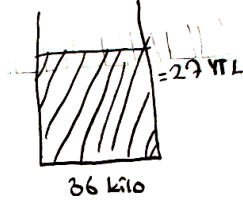
O₂: Burada kilosu 9 ytl et kilosu= 9 ytl et. Bundan 15 kilo alıyor bunun içindeki et 1 kilo olur. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 Bu uzun sürecektir öğretmenim. Bundan 15 kilogram oluyor. Bunun içindeki et miktarı 15 kilo. Verdiği para da 135 ytl.

Kilosu= 9 YTL et



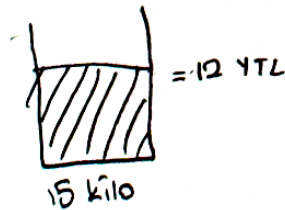
Kilosu= 75 ykr domates. 36 kilo alıyor. Bu 36 kilo verdiği para 27 ytl

Kilosu= 75 domates



Kilosu=80 ykr olan biberden 15 kilo alıyor. 15 kilo verdiği para 12 ytl.
Burada topladım.

Kilosu= 80 YKr biber



O₂ bu aşamada daha önce kullanmış olduğu sembolik temsilden yararlanarak bu temsile uygun resimle temsil oluşturmuş, daha başka bir resimle temsil oluşturma yoluna gitmemiştir.

Problem 12’de öğrencilerden O₂;

A: Peki problemi başka bir biçimde çözebilir miydin?

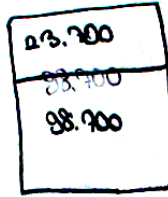
O₂: Çözerdim öğretmenim.

A: Nasıl çözerdin? Ne yapardın?

O₂: Görselleştirerek çözerdim.

A: Ne yapardın görselleştirmek için?

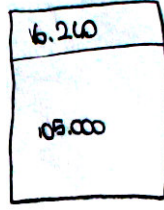
O₂: Öğretmenim şöyle  bir tane kitap var. Birincisinden 98700 tane basılmış. Bunun içindeki kitap sayısı bu bir koli olsun öğretmenim içindeki kitap sayısı 98700. Bunun birinci gün 75000 i satılıyor. Bu satılan kısım olsun. Geriye 23700 birinci kitaptan satılan bölüm bu



gene bir tane kitap var öğretmenim

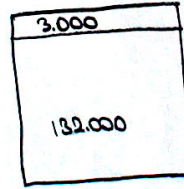
Bundan 105000 tane basılmış ikinci kitaptan. Bunun içinde 105000 tane kitap var. Bunun da 98760 tanesi satılmış. İkinci kitaptan geriye 6240 tane kalmış satılamayan.





Bir tane daha kitap var bu 3. kitaptan

132000 tane bastırılmış. Bunun 129000 tanesi satılabilmiş. Geriye 3000 kalmış.



Bunların toplamı da 42940 3 kitaptan satılamayan.

A: Peki başka aklına bir şey geliyor mu problemdeki bu bilgiyi başka bir biçimde gösterme?

O₂: İhh gelmiyor öğretmenim.

O₂ bu aşamada problemde verilen bilgileri kullanarak yeni bir resimle temsil oluşturma yoluna gitmemiş daha önce kullandığı sembolik temsilden yararlanarak bu temsile uygun resimle temsil oluşturma yoluna gitmiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerden problemi farklı bir biçimde çözmeleri istendiğinde bazı öğrencilerin problemlerden bazılarının çözümlerinde daha önceden oluşturmuş oldukları sembolik temsile uygun resimle temsiller oluşturdukları, problemlerin çözümlerinde kullanılmak üzere yeni bir resimle temsil oluşturmadıkları görülmüştür.

3.3.2.5. Resimle Temsil Kullanamama

Öğrencilere sorulan problemlerin çözüm sürecinde, problemi daha farklı biçimde çözüp çözemeyecekleri sorulduğunda öğrencilerden beşinin problemlerden altısının çözüm sürecinde probleme uygun resimle temsillerden hiçbirini kullanmadıkları görülmüştür. Bu sorunun her bir problemde nasıl ortaya çıktığı öğrencilerin başarı düzeyleri dikkate alınarak aşağıda örneklendirilmiştir. Tablo 7’de görüldüğü gibi, bu sorun problem 3, problem 5, problem 9, problem 10, problem 11 ve problem 12’nin çözümü sırasında ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin resimle temsilleri kullanmadıkları problemlere bakıldığında öğrencilerin şekil, tablo gibi resimle temsilleri kullanabilecekleri durumların olduğu ancak öğrencilerin bu temsilleri kullanmadıkları görülmüştür.

Problem 3, problem 5, problem 10 ve problem 12’de düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (D_4), problem 11’de bir düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (D_1, O_1) ve problem 12’de bir düşük, iki orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (D_1, O_1, O_3, Y_1) resimle temsillerden hiçbirini kullanmadıkları görülmüştür.

Resimle temsil kullanmamaya örnek olarak problem 3’de öğrencilerden D_4 ;

A:Peki şöyle sorayım sana bu problemi daha farklı bir yolla çözebilir miydin?

D₄: Çözerdim de.

A: Düşün bakalım mesela bir bölü dört, bir bölü sekiz bir şey çağrıştırıyor mu?

D₄:ııı

A: Kağıt üzerinde çizmek yazmak bir biçimde.

D₄: Hıh anladım kitabın kaç sayfa olduğunu göstermek.

A: Yapabilir misin?

D₄: Yapamam.

D_4 bu aşamada yalnızca sembolik temsil kullanmış resimle temsil kullanma yoluna gitmemiştir.

Problem 12’de öğrencilerden D₁;

A:Peki problemi başka nasıl çözebilirdin?

D₁:Başka çözemezdim.

A:Mesela problemde verilen bilgileri farklı bir formda farklı bir biçimde gösterebilir miydin kağıt üzerinde?

D₁:Gösteremezdik. Çünkü burada kesir sayıları ile ve şekillerle çizilecek bir sayı yok.

A:Öyle olduğu için yapamaz mıyım diyorsun matematikte bilgiyi göstermede başka bir form yok mu?

D₁:Yok yani aklıma gelmiyor.

D₁ bu aşamada resimle temsil kullanma yoluna gitmemiş yalnızca sembolik temsil kullanmıştır.

Elde edilen bulgular sonucunda, bazı problemlerin çözümlerinde yalnızca sembolik temsil kullanarak problemi çözen öğrencilerden bu problemleri farklı olarak çözüp çözemeyecekleri sorulduğunda öğrencilerden bazılarının resimle temsil kullanmadıkları ve problemleri yalnızca sembolik temsil kullanarak çözülebileceklerini ifade ettikleri görülmüştür.

3.3.3. Çözümün Değerlendirilmesi Aşamasında Yaşadıkları Sorunlara İlişkin Bulgular

Tablo 7’de görüldüğü gibi, öğrencilere sorulan problemlerin çözüm sürecinin çözümün değerlendirilmesi aşamalarında problemin çözümünü değerlendirmeye uygun temsil oluşturamama ve kullanılan temsili problemin çözümü ile ilişkilendirememe sorunlarının yaşandığı görülmüştür.

3.3.3.1.Problemin Çözümünün Değerlendirilmesine Uygun Temsil Oluşturamama

Öğrencilere kendilerine sorulan problemleri doğru çözüp çözmediklerini nasıl kontrol edecekleri sorulduğunda, öğrencilerden dokuzunun problemlerin tümünde problemin çözümünü değerlendirmeye uygun temsil oluşturamadıkları görülmüştür. Bu sorunun her bir problemde nasıl ortaya çıktığı öğrencilerin başarı düzeyleri dikkate alınarak aşağıda örneklendirilmiştir.

Tablo 7’de görüldüğü gibi, problem 2, problem 3, problem 4, problem 5, problem 6, problem 7, problem 9 ve problem 10’un çözümünün değerlendirilmesi aşamalarında düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin tümünün (D_1, D_2, D_3, D_4) problemin çözümünü değerlendirmeye uygun temsil oluşturamadıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra, problem 1’de üç düşük ve bir orta başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (D_1, D_2, D_4, O_4), problem 5’te orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_2), problem 7’de orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_4), problem 8’de üç düşük, dört orta ve bir yüksek başarı düzeyine sahip toplam sekiz öğrencinin ($D_1, D_3, D_4, O_3, O_2, O_1, O_4, Y_2$), problem 9’da orta başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (O_2, O_4), problem 10’da orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_4), problem 11 ve problem 12’de düşük başarı düzeyine sahip iki öğrencinin (D_3, D_4) ve problem 12’de yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (Y_2) problemin çözümünü değerlendirmeye uygun temsil oluşturamadıkları belirlenmiştir.

Problem 1’de öğrencilerden D_4 ;

A: Peki problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl kontrol edersin?

D₄: Sağlamasını yaparak.

A: Nasıl peki?

D₄: 5 ile 7’ yi çarparak Çünkü uu sağlamasını bulmak için 35’ in sağlamasını bulmak için.

D_4 bu aşamada problemi doğru çözüp çözmediğini problemin çözümünün belli kısmını kontrol ederek yapacağını belirtmiştir. Öğrenci bu aşamada problemin çözümünü

değerlendirmeye uygun temsil oluşturamamış ve problemin çözümünün doğruluğunu kontrol edememiştir.

Öğrencilerden O₄ ise “sağlama yaparak...ıhh otuz beş metre otuz beş metre aklıma bir şey gelmiyor” biçiminde görüş bildirmiştir.

Problem 2’de öğrencilerden D₃;

A: Problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl anlarsın?

D₃: 2 ile çarpmak geliyor aklımdan.

A: Neyi 2 ile çarpıcan?

D₃: 32’ yi.

A:Neden?

D₃:Şey bir kenarı diyor. 2 kenarı var karşılıklı kenarları olduğu için.

A: Ama problemde öyle bir şey istiyor mu?

D₃:Bir şey gelmiyor aklıma ya dediğim gibi genelde biri tahtada yapıyor bende öyle anlıyorum doğru yapıp yapmadığımı.

Bu aşamada D₃ problemi doğru çözüp çözmediği ile ilgili herhangi bir temsil oluşturamamış ve dolayısıyla problemi doğru çözüp çözmediğini kontrol edememiştir.

Problem 4’te öğrencilerden D₄;

“Burada zaten düşünerek yaptım. Böyle aklımdan geçenleri yaptım. Onun için de kontrol etmeme gerek olmadığını düşünüyorum. Doğru ya da yanlış bilemiyorum yani” biçimindeki görüşü örnek olarak verilebilir. D₄ bu aşamada problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmeye yönelik herhangi bir temsil oluşturamamıştır.

Problem 5’te öğrencilerden D₂’nin “şekilde soruda yüzde yirmisi diyor şekilde yüzde yirmisini gösterdik. İşte böyle yaptığım işlemi de kontrol ederim. Şekil anlatıyor bize soruyu kavramamıza yardımcı oluyor” biçiminde görüş bildirmiştir.

D₂ bu aşamada daha önceden kullandığı sembolik ve resimle temsilden yararlanarak problemin çözümünün doğruluğunu kontrol edeceğini belirtmiş ancak bu aşamada bunu gerçekleştirememiştir. Öğrenci bu aşamada ne yeni bir temsil oluşturmuş, ne de daha önceden kullandığı temsillerden yararlanarak problemin çözümünün doğruluğunu kontrol edebilmiştir.

Problem 9' da öğrencilerden D₁;

A: Peki soruyu doğru çözüp çözmediğini nasıl kontrol edersin?

D₁: İşlemleri kontrol ederiz.

A: Nasıl kontrol edeceksin işlemleri?

D₁: İşlemleri tekrardan yaparız.

A: Hım mesela nasıl yaparsın?

D₁: Şimdi bu işlemleri yaptık ya onları tekrardan yaparız.

A: Hımm doğruluğunu öylemi kontrol ederiz?

D₁: hıhı.

A: Mesela nasıl yaparsın diyelim?

D₁: Bunları yaptık ya yeniden bunları yaparım 8 5 daha 13 gibi.

A: Peki başka bir şey geliyor mu aklına?

D₁ bu aşamada daha önceden kullanmış olduğu sembolik temsilleri kullanarak problemin çözümünün doğruluğunu kontrol edeceğini söylemiş olmasına karşın bunu gerçekleştirememiş ve problemin çözümünün doğruluğunu kontrol edememiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, problemlerin çözüm sürecinin çözümün değerlendirilmesi aşamasında öğrencilerden bazılarının problemin çözümün değerlendirilmesine uygun temsiller oluşturamadıkları ve dolayısıyla problemlerin çözümlerinin doğru olup olmadığını kontrol edemedikleri görülmüştür. Bu sorunu genelde düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin hemen hepsinin yaşadıkları, orta başarı düzeyine sahip öğrencilerden bazılarının ve yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerden birkaçının da bu sorunu yaşadıkları saptanmıştır.

3.3.3.2.Kullandığı Temsili Problemin Çözümü ile İlişkilendirememe

Problemlerden beş tanesinin çözüm sürecinin çözümlerin değerlendirilmesi aşamasında öğrencilerden beşinin bu aşamada kullandıkları resimle ve sembolik temsilleri problemin çözümü ile ilişkilendiremedikleri görülmüştür. Bu sorunun her bir problemde nasıl ortaya çıktığı öğrencilerin başarı düzeyleri dikkate alınarak aşağıda örneklendirilmiştir.

Tablo 7’de görüldüğü gibi, orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin (O_4) problem 4, problem 5, problem 11 ve problem 12’nin çözümünün değerlendirilmesi aşamalarında kullandığı resimle temsili problemin çözümü ile ilişkilendiremediği görüşmüştür.

Öğrencilerden O_4 problem 4’te;

A: Problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl kontrol edersin?

O_4 : Yine şekil üzerinde kontrol ederim (Çizdiği şekile bakarak)

A: Nasıl edersin?

O_4 : Doğru çözüp çözmediğime bakarım.

A: Nasıl bakarsın?

O_4 : Imm.

Problem 5’te öğrencilerden O_4 ;

A: Problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl kontrol edersin?

O_4 : Burada şekil çizmiştim. Şekil üzerinde bakarım doğru çözüp çözmediğime.

A: Tamam yapalım neyi sayıyorsun? (Şekil üzerindeki bölmeleri saymaya başladı)

O_4 : Şey burada verilenleri üzerinde göstererek.

A: Nasıl kontrol edeceksin doğru çözüp çözmediğini şekil üzerinde dedin nasıl yapacaksın onu. (Uzun uzun düşündü) Geliyor mu aklına bir şey problemle ilgili. Şekiller çizdin işlem yaptın?

O₄: Aklıma bir şey gelmiyor.

Problem 12’de öğrencilerden O₄;

A: Problemi doğru çözüp çözmediğini nasıl kontrol edersin?

O₄:Ihh şekil üzerinde de kontrol edebiliriz. Şekil üzerinde yine böyle ne kadar basıldığını ne kadar satıldığını yazdık.

A: Şekil üzerinde nasıl kontrol edersin doğru çözüp çözmediğini?

O₄: ...şey kitapların ne kadar basıldığını ve ne kadar satıldığını böyle göstererek kontrol ederim. Mesela burada 98700 tane kitap tane kitap basılmış. (Uzun uzun düşündü).

A: Aklına geliyor mu bir şey doğru çözüp çözmediğinle ilgili?

O₄:Yok gelmiyor.

Bu öğrenci problemlerden dördünün çözümün değerlendirilmesi aşamalarında daha önceden kullandığı resimle temsilden yararlanarak çözümün doğruluğunu kontrol edeceğini söylemiş, ancak bunu problemin çözümü ile ilişkilendirememiş ve çözümün doğruluğunu kontrol edememiştir.

Tablo 7’de görüldüğü gibi, problemin çözümünün değerlendirilmesi aşamasında kullandıkları sembolik temsili problemin çözümü ile ilişkilendiremeyen öğrenciler olmuştur. Problem 8’e yönelik, bir düşük ve üç yüksek başarı düzeyine sahip toplam dört öğrencinin (D₂,Y₁,Y₃,Y₄) kullandıkları sembolik temsili problemin çözümü ile ilişkilendiremedikleri görülmüştür.

Öğrencilerden Y₂;

A: Peki çözdüğün problemin yanıtının doğruluğunu nasıl kontrol edersin?

Y₂: 60 cm’ nin yarısını bulmak için 2’ ye böldüm. İşlemin doğru olup olmadığını kontrol etmek için sonucu 30 bulmuştum 2 ile çarparım 60. sonra 30’ u 2’ ye bölmüştüm onun da doğru olup olmadığını kontrol etmek için 2 ile çarparım. 30x2=60, 15’ i 2’ ye böldüğümde onun da doğru olup

*olmadığını bulmak için $15 \times 2 = 30$, 15' i ikiye böldüğümde 7.5 bulmuştum.
Onu da 2 ile çarptığımda 15 olur.*

A: Bu şekilde mi yaparım diyorsun?

Y₂: Evet.

Y₂ bu aşamada problemin çözümünün doğruluğunu kontrol etmek için sembolik temsil kullanmış ancak bunu problemin çözümü ile ilişkilendiremediği için problemin çözümünün doğru olup olmadığını kontrol edememiştir.

Elde edilen bulgular sonucunda, sembolik temsilleri problemin çözümü ile ilişkilendirememe sorunun yalnızca bir problemin çözümünde yaşandığı, diğer problemlerde böyle bir sorunun yaşanmadığı görülmüştür. Öğrencilerden bazıları problemin belli bir kısmının çözümünün doğru olup olmadığına bakmışlar, ancak bunu problemin çözümü ile ilişkilendirememişlerdir.

4.TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde; araştırma sonucunda elde edilen bulguların, alan-yazın taraması sonucu matematiksel problemlerin çözüm sürecinde temsillerin kullanımına yönelik bulunan araştırma sonuçları ile karşılaştırarak tartışılmasına, tartışma sonucunda elde edilen sonuçlara, araştırmadan elde edilen sonuçlara bağlı olarak uygulamaya ve araştırmaya yönelik önerilere yer verilmiştir.

4.1. TARTIŞMA ve SONUÇ

Matematiksel problemlerin çözüm sürecinde kullanılan temsil türlerinin neler olduğu ile ilgili elde edilen bulgulara bakıldığında, öğrencilerin bu süreçte konuşma dili, sembolik, resimle ve somut nesne temsillerini kullandıkları görülmektedir. Araştırmadan elde edilen bu bulgu ilköğretim düzeyinde yapılan başka araştırmaların bulgularıyla da benzerlikler göstermektedir. Bu konu üzerine yapılan araştırmaların sonuçlarına bakıldığında, öğrencilerin matematiksel problemleri çözerken sembolik temsil (Castro ve diğerleri, 1999; Fennell ve Rowan, 2001; DeWindt-King ve Goldin, 2003; Waters, 2003; Cai, 2004; Çıkla-Akkuş, 2004; Gould, 2005), resimle temsil (grafik, tablo, şekil) (Castro ve diğerleri,1999; Fennell ve Rowan, 2001; DeWindt-King ve Goldin, 2003; Waters, 2003; Cai, 2004; Çıkla-Akkuş, 2004; Gould, 2005), konuşma dili temsili (DeWindt-King ve Goldin, 2003; Gould, 2005) ve somut nesne temsilini (Fennell ve Rowan, 2001; Kartallıoğlu, 2005) kullandıkları görülmüştür.

Öğrenciler tarafından kullanılan bu temsillerin problem çözme sürecinin hangi aşamalarında kullanıldığına bakıldığında ise, problemi anlama ve plan yapma, planı uygulama ve çözümün değerlendirilmesi aşamalarında konuşma dili temsili ve resimle temsillerin, bunun yanı sıra planı uygulama aşamasında bunlara ek olarak sembolik ve somut nesne temsillerinin, çözümün değerlendirilmesi aşamasında ise ilave sembolik temsillerin kullanıldığı görülmüştür.

Problemlerin çözüm sürecinin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında öğrencilerin tamamının konuşma dili temsilini, bazı öğrencilerin ise resimle temsillerden şekil, çizim ve diyagram temsillerini kullandıkları belirlenmiştir. Resimle temsillerin problem çözme sürecinin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında kullanılma durumu ile öğrencilerin başarı düzeyleri arasında bir ilişki olmadığı da elde edilen bir diğer bulgudur. Problem çözme sürecinin bu aşamasında temsil sınıfları içerisinde yer alan sembolik, somut nesne ve gerçek yaşam durumları temsillerinin kullanılmadığı görülmüştür. Bu aşamada yalnızca üç öğrencinin resimle temsil türlerine başvurması problemi anlama ve plan yapma aşamasında konuşma dili temsilinin dışındaki temsil sınıflarının sınıf ortamında kullanımına pek fazla yer verilmediği olarak yorumlanabilir.

Problemlerin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında gerçek yaşam temsili dışındaki tüm temsil sınıflarına değişik problemlerde başvurulduğu görülmekle birlikte, hemen her problemde konuşma dili, resimle temsil sınıfı içerisinde yer alan şekil ve sembolik temsillerinin yer alması, öğrencilerin bu tür temsil kullanımına daha yatkın ya da alışkın oldukları şeklinde yorumlanabilir. Öğrencilerin hemen hepsinin öncelikli olarak konuşma dili, sonra sembolik temsilleri ve daha sonra resimle temsilleri kullandıkları görülmüştür. Bu aşamada konuşma dili ve sembolik temsillerin kullanılma durumu ile öğrencilerin başarı düzeyleri arasında bir ilişki olmadığı da belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, öğrencilerin büyük bir kısmının resimle ve bir kaçının da somut nesne temsillerini kullandıkları saptanmıştır. Somut nesne temsilini yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin ve orta başarı düzeyine sahip bir öğrencinin iki problemin çözümünde tercih ettikleri saptanmıştır. Buradan da öğrencilerin problem çözme sürecinde somut nesne ve resimle temsil kullanmalarında başarı düzeylerinin etkili olduğu söylenebilir. Bu bulgu Neria ve Amit (2004) tarafından yapılan araştırmanın bulgularıyla da paralellik göstermektedir.

Öğrencilerin bu aşamada resimle temsillerden çizim, diyagram, şekil ve yüzlük tablo temsillerini kullandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin resimle temsilleri bu aşamada kullanma durumları ile sahip oldukları başarı düzeyleri arasında bir ilişki olduğu görülmektedir. Çizim temsilini düşük ve orta başarı düzeyine sahip öğrencilerin,

diyagram temsilini yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin tamamının ve orta başarı düzeyine sahip öğrencilerden hemen hepsinin, şekil temsilini ise öğrencilerin tamamının kullandıkları saptanmıştır. Planı uygulama aşamasında resimle temsilleri (çizim, şekil, yüzlük tablo) kullanan öğrencilerin önce sembolik temsili kullandıkları, daha sonra öğrencilere problemi başka nasıl çözebilirsin diye sorulduğunda, öğrencilerin çizim, şekil, yüzlük tablo temsillerini kullandıkları da elde edilen bir başka bulgudur. Bu bulgu Kartallıoğlu (2005) tarafından yapılan araştırmanın bulgusu ile paralellik göstermektedir.

Problemlerin çözüm sürecinin çözümün değerlendirilmesi aşamasında ise diğer aşamalara paralel bir temsil kullanma görülmektedir. Öğrencilerin konuşma dili, sembolik ve resimle temsilleri kullandıkları görülmüştür. Ayrıca bu aşamada yeni bir temsil oluşturmada ziyade, öğrencilerin planı uygulama aşamasında kullandıkları temsilleri kullanma yoluna gittikleri görülmüştür. Bu durum genelde çözümün değerlendirilmesi aşamasında resimle temsillerin kullanımı sırasında ortaya çıkmıştır. Çözümün değerlendirilmesi aşamasında ağırlıklı olarak konuşma dili ve sembolik temsillerin kullanıldığı belirlenmiştir. Diğer taraftan, konuşma dili, sembolik ve resimle temsilleri başarı düzeyi yüksek ve başarı düzeyi orta olan öğrencilerin kullandıkları, başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin ise bu aşamada bu bahsedilen temsilleri pek kullanmadıkları görülmüştür.

Problem çözme sürecinde kullanılan temsillerin problem çözme sürecindeki aşamalara göre elde edilen bulgulara göre dağılımlarında farklılıklar görülmektedir. Problem çözme sürecinde, öğrencilerin belli temsillere ağırlık verdikleri belirlenmiştir. Konuşma dili ve resimle temsillerinin problem çözme sürecinin bütün aşamalarında öğrenciler tarafından kullanıldığı saptanmıştır. Problem çözme süreci ilerledikçe öğrencilerin temsil kullanmalarında bir artma olduğu belirlenmiştir. Ancak temsillerin ağırlıklı olarak problemlerin planı uygulama aşamalarında kullanıldığı, çözümün değerlendirilmesi aşamasında ise planı uygulama aşamasında kullanılan temsillerin kullanılma yoluna gidildiği belirlenmiştir. Bu durum problem çözme sürecinde planı uygulama aşamasında öğrencilerin temsil kullanımına ağırlık verdikleri izlenimini yaratmaktadır.

Öğrencilerin matematiksel problemlerin çözüm sürecinde kullandıkları temsil türleri ile başarı düzeyleri arasında bir ilişki olduğu gözlenmiştir. Bu durum daha çok resimle temsil sınıfları arasında yer alan temsil türlerinden çizim temsiline göze çarpmaktadır. Bu temsil türünü ağırlıklı olarak başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin kullandıkları, orta başarı düzeyine sahip öğrencilerden bir kaçının bazı problemlerin çözüm sürecinde bu temsili kullandıkları görülmüştür. Resimle temsillerden daha çok şekil temsiline benimsendiği, bazı düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin çizim temsiline başvurdukları da görülmüştür. Öğrencilerin genelde ilk olarak konuşma dili, sonra sembolik temsilleri daha sonra resimle temsilleri kullanma yoluna gittikleri belirlenmiştir. Öğrenciler problem çözme sürecinde genelde sembolik temsil kullanma eğiliminde olup, onların diğer temsil türlerine başvurmaları ancak sorgulama sonrasında olmuştur. Ayrıca öğrencilerin konuşma dili ve resimle temsili her bir problemin çözümü sürecinde kullanmış olmaları da belli temsilleri kullanmaya alışık oldukları tarzında yorumlanabilir. Bu bulgu Castro ve diğerleri (1999) tarafından yapılan araştırmanın bulgusuyla örtüşmektedir. Bu durum öğrencilerin kullandıkları temsillerin problemlerin yapısına bağlı olarak değiştiği izlenimi vermektedir. Öğrencilere sorulan problemlerin içeriği öğrencilerin bu problemlerin çözümünde belli temsillere ağırlık vermelerine neden olmuştur. Bu bulgu da Çıkla- Akkuş (2004) tarafından yapılan araştırmadan elde edilen bulguyla benzerlik göstermektedir. Kullanılan resimle temsil türlerinin öğrencilerin konuşma dili ve sembolik temsili görselleştirme biçimi olarak ortaya çıkmıştır. Temsiller arası dönüşüm her zaman söz konusudur dolayısıyla sembolik temsil bir tür resimle temsile dönüşmektedir. Bu temsillerarası dönüşüm için yadırganacak bir sonuç olmamasına rağmen öğrencinin öncelikle resimle temsil türlerinden birini seçmemesi problem çözme aşamasında destekleyici bir araca başvuramaması olarak düşünülebilir.

Konuşma dilinin kullanılmasının nedeni olarak bu temsilin günlük yaşamda bir iletişim aracı olmasının yanı sıra, okul öncesi yıllardan itibaren çocuklara matematiksel etkinliklerde anlatma becerilerinin kazandırılmasının ağırlıklı olması nedeniyle öğrencilerin bu becerilerde özel kazanımları olduğu düşünülebilir. Ayrıca konuşma dili temsiline kullanılmış olması öğrencilerin formal matematik eğitim yaşamlarında problemi anlama etkinliklerinde konuşma dili temsili sınıf ortamında kullanmaya

yönelik çalışmalar yapılmış olmasının sonucu olarak düşünülebilir. Sembolik temsilin problemlerin çözümlerinde ağırlıklı olarak kullanılmasının nedeni ise, problemlerin çözümlerinin bu temsil türü olmadan gerçekleşmesinin zor olabileceği düşüncesi ile açıklanabilir.

Öğrencilerin matematiksel problemlerin çözüm sürecinde kullandıkları temsilleri seçme nedenleri ile elde edilen bulgulara bakıldığında, konuşma dili temsili dışındaki tüm temsilleri seçme nedenleri ortak amaçlı olup, yalnızca seçimlerinde kişisel tercihler etkili olmuştur. Hem sembolik, hem de resimle temsilleri seçme nedenlerinde ortak amaçlar problemi daha iyi anlama, verilenleri belirleme, çözmeyi kolaylaştırma, hata yapmayı engelleme, zaman kazandırma ve çözümün doğruluğunu kontrol etme olduğu ve bu temsillerin seçiminde öğretmen etmeni, duygusal etmen ve öğrencilerin önceki deneyimlerinin de etkili olduğu belirlenmiştir. Bunun yanı sıra, konuşma temsili iletişim aracı olarak kullanılmıştır. Öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları temsilleri seçme nedenlerinde kişisel tercihlerinin daha etkili olduğu, önceki deneyimlerinin, öğretmen ve duygusal etmenin daha az etkili olduğu görülmüştür. Yapılan bazı araştırmaların sonuçlarında da öğrencilerin problem çözme sürecinde temsil seçmelerinde kişisel tercihlerinin etkili olduğu görülmektedir. Örneğin temsilleri öğrencilerin problem çözme sürecinde problemleri çözmek ve sonucun doğruluğunu kontrol etmek (Ballard, 2000; Waters, 2003), problemi anlamak ve problemle ilgili düşüncelerini başkalarına iletmek (Fennell ve Rowan, 2001), problemi çözerken yaşanan engelleri ya da sıkıntıları yenmek, farklı temsiller arasında ilişkilendirmeler yapmak (Waters, 2003) biçiminde kişisel tercihleri kapsamında seçtikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin temsilleri seçme nedenleri ile ilgili yapılan araştırmalara bakıldığında ise, öğrencilerin kişisel tercihlerinin temsilleri seçmelerinde etki olmasının yanı sıra, önceki deneyimlerinin, problemi tanımaları ya da tanınamalarının, problem durumunu görselleştirmelerinin, öz yeterliliklerinin, kendilerini rahat hissetmelerinin ve öğretmenlerinin beklentisinin (Waters, 2003; Özgün-Koca, 2007) öğrencilerin temsil ile ilgili olan algısının, verilen problemin doğasının, problemin çözümü için belli temsilin doğru olduğuna olan inancın ve öğrencilerin o temsili kullanmaktan hoşlanıp hoşlanmamasının (Çıkla- Akkuş, 2004; Özgün- Koca, 2007), önceki bilgilerinin ve bu temsillerin nasıl kullanıldığını bilmelerinin de yer aldığı saptanmıştır (Özgün- Koca,

2007). Öğrencilerin temsilleri seçmelerinde kişisel tercihlerinin daha çok etkili olduğu, öğretmen, duygusal ve önceki deneyimlerinin ise temsilleri seçmelerinde pek etkili olmadığı bunun sonucunda öğrencilerin temsilleri seçmelerinde içsel etkilerin ön plana çıktığı görülmektedir. Öğrencilerin temsillerle ilgili olan önceki deneyimlerinin, kişisel tercihlerinin, öğretmen ve duygusal etmenin de etkisiyle problemin içeriğine bağlı olarak kullandıkları temsillerin problemden probleme değişiklikler gösterdiği görülmektedir. Öğrencilerin temsil seçimlerinde kişisel tercihlerine bağlı olarak seçtikleri temsiller onların temsillerle ilgili sorunlar yaşamalarına engel olamamıştır.

Öğrencilerin matematiksel problemlerin çözüm sürecinde kullandıkları temsillerle ilgili birtakım sorunlar yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerin problem çözme sürecinin problemi anlama ve plan yapma ve planı uygulama aşamalarında problemlere uygun temsil oluşturamama ve kullandıkları temsili problemlerle ilişkilendirememe sorunlarını yaşadıkları saptanmıştır. Ayrıca öğrencilerin problemlerin planı uygulama aşamasında yaşadıkları bu bahsedilen sorunların yanı sıra, temsiller arası geçiş yapamama, sembolik temsile uygun resimle temsil oluşturamama sorunları ile karşılaştıkları belirlenmiştir. Çözümün değerlendirilmesi aşamasında ise problemin çözümünü değerlendirmeye uygun temsil oluşturamama ve kullandığı temsili problemin çözümü ile ilişkilendirememe sorunlarının yaşandığı belirlenmiştir.

Öğrencilerin matematiksel problemlerin çözüm sürecinde temsillerle ilgili karşılaştıkları sorunların problem çözme sürecinin hangi aşamalarında yaşandığına bakıldığında, öğrencilerin problemlerin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında problemlere uygun konuşma dili temsili oluşturamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin yaşadıkları bu sorunla, sahip oldukları başarı düzeyleri arasında bir ilişki olduğu da görülmüştür. Bu sorunu genelde başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin yaşadıkları, başarı düzeyi orta ve yüksek olan öğrencilerin ise bazı problemlerde bu sorunu yaşadıkları belirlenmiştir. Bunun nedeninin, problemin çözümünün bu aşamasında, daha çok problemi anlayamamalarından kaynakladığı ile ifade edilebilir.

Problemlerin çözüm sürecinin planı uygulama aşamasında ise, öğrencilerin probleme uygun sembolik, resimle ve konuşma dili temsillerini oluşturamadıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra, öğrencilerin probleme uygun sembolik, resimle, konuşma dili ve somut nesne temsillerini seçtikleri ancak seçtikleri bu temsilleri problemle ilişkilendiremedikleri de görülmüştür. Bu bulgu Gould (2005) tarafından yapılan araştırmada yer alan öğrencilerin kullandıkları resimle temsili problemle ilişkilendiremedikleri bulgusuyla örtüşmektedir. Bu araştırmada öğrencilerin konuşma dili temsilinden sembolik temsile, resimle temsilden sembolik temsile geçiş yapamadıkları görülmüştür. Elde edilen bu bulguların Ballard (2000) tarafından yapılan araştırmanın bulgularıyla da örtüştüğü görülmektedir.

Problem çözmenin planı uygulama aşamasında sembolik temsili kullanarak problemi çözen ya da çözmeye çalışan öğrencilerden problemi başka bir yolla çözmeleri istenmiştir. Bunun sonucunda öğrencilerden bazılarının daha önce problemin çözümü sırasında kullandıkları sembolik temsile göre resimle temsil oluşturdukları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin problem çözme sürecinde resimle temsili nasıl kullanacaklarını pek bilmedikleri ya da sınıf ortamında bu türden temsil kullanımına pek ağırlık verilmediği ile açıklanabilir.

Problem çözme sürecinde çözümün değerlendirilmesi aşamasında problemin çözümüne uygun temsil oluşturamayan öğrencilerin yanı sıra, problemin çözümüne uygun temsil oluşturmada bu temsili problemin çözümü ile ilişkilendiremeyen öğrencilerin olduğu saptanmıştır. Bu öğrencilerden bazılarının resimle temsili çözümün değerlendirilmesi aşamasında problemin çözümü ile ilişkilendiremezken, bazılarının da sembolik temsili ilişkilendiremediği görülmüştür. Bu sorunu genelde başarı düzeyi düşük öğrencilerin yaşadıkları görülmüştür. Bu aşamada çözümün kontrol amaçlı temsil kullanımında sorun yaşanması matematiksel yaşantılarında bu amaçlı temsil kullanım etkinliklerine yer verilmesi olarak düşünülmektedir.

Öğrencilerin problemlerin problemi anlama ve plan yapma ve planı uygulama aşamalarında yaşadıkları sorunlardan bazılarının ortak olduğu görülmüştür. Problemlerin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında temsillerle ilgili sorun

yaşayan bir öğrencinin problemin planı uygulama ve çözümün değerlendirilmesi aşamalarında da temsillerle ilgili sorunlar yaşadıkları görülmüştür. Bu sorunu genelde başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin yaşadıkları, başarı düzeyi orta olan öğrencilerin bazı problemlerin çözümlerinde bu sorunu yaşadıkları, yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin ise bu durumla daha az karşılaştıkları belirlenmiştir.

Sonuç olarak, genelde düşük başarı düzeyine sahip öğrencilerin problemde verilen matematiksel bilgiyi ve ilişkileri gösteren temsil oluşturamadıkları, hangi temsilin probleme uygun olacağını, bu temsili nerede ve nasıl etkili bir biçimde kullanacaklarını bilemedikleri, temsiller arasında geçiş yapmada zorlandıkları görülmüştür. Yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin ise kendi kişisel tercihleri ön plana çıkarak seçmiş oldukları temsilleri nerede, ne zaman, nasıl kullanmaları gerektiğini bildikleri, temsiller arasında geçiş yapabildikleri, problemde verilen matematiksel bilgiyi ve ilişkileri uygun bir biçimde gösterebildikleri saptanmıştır. Genelde yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin hemen hepsinin ve orta başarı düzeyine sahip öğrencilerden bazılarının konuşma dili, sembolik, resimle temsil ve somut nesne temsillerini etkili bir biçimde kullanabildikleri, ancak başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin ise bunu gerçekleştiremedikleri belirlenmiştir. Problemin çözümü sırasında bir temsili etkili kullanan bir öğrencinin başka bir temsili de etkili kullanabildiği belirlenmiştir.

4.3. ÖNERİLER

Araştırmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak geliştirilen öneriler; “uygulamaya yönelik öneriler” ve “yapılacak araştırmalara yönelik öneriler” olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır.

4.3.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler

- Matematiksel yaşantılarda (kavram öğretimi, problem çözme v.b etkinlikler) öğrencilerin temsil kullanma beceri ve yaratıcılıklarını geliştirmeyi destekleyici etkinlikler ön plana çıkarılmalıdır.
- Öğrencilerin problem çözme sürecinde belli temsillere yönelmeleri öğrencilerin diğer temsilleri kullanmalarını sınırlayabilir. Bu nedenle öğretmenler, öğrencileri problem çözerken farklı temsilleri keşfetmeleri konusunda motive etmeli ve öğrencilerin kendi tercihlerini yansıtmalarını sağlamalıdır.
- Problem çözme sürecinin başından itibaren her bir aşamada özellikle resimle temsil türüne başvurma alışkanlığının geliştirilmesi sağlanmalıdır.
- Temsiller düşünme, anlatma ve geçerli bir neden belirtmede kullanılan araçlar olarak öğretilmelidir. Bu nedenle öğretmenler bunları sağlayıcı öğrenme ortamları oluşturmalarıdır.
- Öğrencilerin temsiller arası geçişlerde sorun yaşadıkları göz önüne alındığında, temsiller arası geçiş yapmalarına olanak sağlayacak problem örnekleri sunulmalıdır.
- Başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin temsilleri etkili kullanamadıkları belirlendiğinden, başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin iyi birer problem çözücüler olması için problem çözme sırasında temsil kullanımına neden ihtiyaç duyulduğu, hangi temsilin problem çözümüne uygun olduğu öğretilmelidir.
- Bazı öğrencilerin problem çözme sürecinin bütün aşamalarında temsillerle ilgili sorunlar yaşadıkları göz önüne alındığında, öğrencilerin temsillerle ilgili yaşadıkları sorun türlerine göre bu sorunları ortadan kaldıracı öğrenme ortamları düzenlenmelidir.

- Öğretmenler problem çözme sürecinde temsil kullanımını gerçekleştiremeyen öğrencilerine yardım etmelidirler.
- Problemlerin problem çözme sürecinin her aşamasında tüm temsil sınıflarının kullanımına teşvik edici etkinlikler düzenlenmelidir.

4.3.2. Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler

- Farklı öğrenme stillerine sahip öğrencilerin kullandıkları temsil türlerinde farklılaşma olup olmadığına bakılabilir.
- Öğrencilere problemler farklı temsil biçimlerde sunulabilir ve problemlerin öğrencilere farklı biçimlerde sunulduğunda öğrencilerin problem çözme performanslarında değişme olup olmadığına bakılabilir.
- Farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin benzer bir araştırma desenlenebilir.
- Problem çözme sürecinin problemi anlama ve plan yapma aşamalarında temsil seçiminin problem çözmedeki başarıya etkisi araştırılabilir.

EKLER

EK	<u>Sayfa</u>
1	Milli Eğitim Bakanlığı Araştırma İzin Belgesi.....190
2	Öğrenci Velisi Bilgilendirilmiş İzin Formu.....191
3	Öğrenci Bilgilendirilmiş İzin Formu.....192
4	Klinik Görüşmelerde Kullanılan Görevler (Problemler).....193

EK-2**ÖĞRENCİ VELİSİ BİLGİLENDİRİLMİŞ İZİN FORMU**

Sayın Veli,

Bu çalışmamın amacı, öğrencilerin matematiksel problemlerin çözüm sürecinde ne tür temsiller kullandıkları ve temsil seçimini ne zaman gerçekleştirdikleri, temsil kullanımı ve seçimi ile ilgili ne tür sorunlar yaşadıkları gibi sorulara yanıt aramaktır. Bu çalışma kapsamında öğrencilere problemler sorulacak ve öğrencilerle birebir klinik görüşmeler yapılacak ve görüşmeler videoya kayıt edilecektir.

Yukarıdaki açıklamaları okudum ve çocuğumun bu bahsedilen araştırmaya katılmasına izin veriyorum.

Tarih:

Adı- Soyadı

EK- 3
ÖĞRENCİ BİLGİLENDİRİLMİŞ İZİN FORMU

Sevgili Öğrenci;

Ben Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Sınıf Öğretmenliği Doktora Programındayım. Doktora tezimin uygulaması için ilköğretim 5. sınıf öğrencileri ile çalışma yapmak gerekmektedir. Çalışmanın amacı, öğrencilerin matematiksel problemlerin çözüm sürecinde ne tür temsiller kullandıkları ve temsil seçimini ne zaman gerçekleştirdikleri, temsil kullanımı ve seçimi ile ilgili ne tür sorunlar yaşadıkları gibi sorulara yanıt aramaktır. Çalışma 2006- 2007 bahar döneminde Mayıs ayında başlayacaktır. Sizlerle ders dışı saatlerde görüşme yapmayı planlamış bulunmaktayım. Görüşmeler görüşmecinin dışında bir başka kişi tarafından video kamera ile kayıt edilecektir. Yapılan kayıtlar araştırmanın veri analizi aşamasında başka araştırmacılar tarafından da izlenecektir.

Yapılacak olan bu çalışma ile, matematik derslerinde çoğu zaman sorun olarak karşımıza çıkan problem çözme ile ilgili hem öğretmenlere, hem de öğrencilere bir takım bilgiler sunabileceğiz. Yapacağım bu çalışmada senin ismini iznin olmadan kullanmayacağım. İstersen ismini değiştirerek kullanabilirim.

Sonuç olarak, bu mektubu okuduğun ve araştırmaya katıldığın için tekrar teşekkür ederim. Çalışma hakkında başka soruların varsa, yanıtlamaktan memnun olurum. Derslerin dışında ihtiyacın olduğunda sana yardım etmeye hazırım.

Sevgiler

Araştırma Görevlisi

Çiğdem KILIÇ

Yukarıdaki açıklamaları okudum ve anladım. Bu çalışmaya gönüllü olarak katılıyorum.

Çalışmaya düzenli olarak devam edeceğim.

Tarih:

Adı- Soyadı

EK-4**KLİNİK GÖRÜŞMELERDE KULLANILAN GÖREVLER (PROBLEMLER)**

1. Bir mağazada birinci gün satılan kumaş miktarı 35 metredir. İkinci gün, birinci gün satılan kumaş miktarının $\frac{2}{7}$ 'si kadar daha fazla kumaş satıldığına göre iki günde satılan toplam kumaş miktarı ne kadardır?
2. Uzunluğu 800 metre olan bir caddenin aydınlatılabilmesi için caddenin bir kenarına 25 metre aralıklarla sokak lambaları konulacaktır. Buna göre kaç tane sokak lambasına gereksinim vardır?
3. Bir öğrenci tatilde kitap okumaya karar vermiştir. Birinci gün kitabın önce $\frac{1}{4}$ 'i kadarını, ikinci gün kitabın $\frac{1}{8}$ ' i kadarını ve üçüncü gün ise kitabın $\frac{3}{8}$ 'ü kadarını okumuştur. Öğrenci bu 3 günde kitabın toplam 60 sayfasını okuduğuna göre kitabın tamamı kaç sayfadır?
4. Bir otobüsün tekerleğinin çapı 80 cm'dir. Bu otobüsün tekerleği 7000 tam dönüş yapmasıyla otobüs kaç kilometre yol alır?
5. Bir mağaza mevsim sonu indirimine girmiştir. Sezonda 50 YTL'ye satılan pantolonlar ilk ay %20 indirimle satılmıştır. İkinci ay ise bu indirimli fiyat üzerinden %30 daha indirim yapılarak satışa sunulmuştur. Buna göre pantolonların son satış fiyatı kaç YTL'dir?

6. Limonata yapmak için 1 litre suya 50 mililitre limon suyu konulmaktadır. Buna göre 2 litrelik, 3 litrelik, 4 litrelik, 5 litrelik, 6 litrelik, 7 litrelik sulardan limonata yapmak için her birine kaçar mililitre limon suyuna gereksinim vardır?

7. Günde 5 bardak su içmesi önerilen bir kişinin bu amaçla kullandığı bardak 180 ml su almaktadır. Buna göre bu kişi 4.5 litrelik su bidonu içerisinde yer alan suyu kaç günde tüketir?

8. 60 cm yükseklikten yere bırakılan top her zıplayışında önceki yüksekliğinin $\frac{1}{2}$ 'i kadar yükselebilmektedir. 3. kez yere çarpan top havada toplam kaç metre yol almış olur?

9. 8 metre yüksekliğinde bir direğe tırmanmaya başlayan bir örümcek her bir saatlik tırmanışında 3 metre yol alıyor ve dinlenmek için bir saat uyuyor. Uyuduğu bu süre içerisinde 2 metre aşağıya doğru kayıyor. Buna göre bu örümcek kaç saat sonra direğin en üst kısmına çıkar?

10. Akşam 20.30'da uyuyup sabah 7.45'te kalkan bir öğrenci toplam kaç dakika uyumuştur?

11. Alışverişe giden bir lokanta sahibi kilosu 9 YTL'den 15 kilo et, kilosu 75 YKR'den 36 kilo domates ve kilosu 80 YKR'den 15 kilo biber almıştır. Lokanta sahibinin 150 YTL'si olduğuna göre bu harcamalar için bu para yeterli olur mu?

12. Bir kitapevi satışının çok olacağını düşündüğü üç kitaptan birincisinden 98700 tane, ikincisinden 105 000 tane ve üçüncüsünden ise 132 000 tane basmıştır. Birinci kitaptan 75 000, ikinci kitaptan 98760 ve üçüncü kitaptan ise 129 000 tane satılabilmektedir. Buna göre basılan üç tür kitaptan satılmayan toplam kitap sayısı ne kadardır?

KAYNAKÇA

Akkuş, O. ve Çakıroğlu, E. (2006). Yedinci sınıf öğrencilerinin örüntülerle ilgili cebirsel işlemlerde çoklu temsil kullanımları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 31,13-24.

Altun, M. (2001). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi*. Sekizinci baskı. İstanbul:Alfa Yayınları.

Ballard, J. W. (2000). Students' use of multiple representations in mathematical problem solving. Yayınlanmamış doktora tezi. Montana State University.

Baykul, Y. (1994). *İlköğretim okullarında matematik öğretimine bakış, ilköğretim okullarında matematik öğretimi ve sorunları*. Ankara: Türk Eğitim Derneği Yayınları.

Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde matematik öğretimi*. Ankara:Anı Yayıncılık.

Bogdan, R. C. ve Biklen K. (1998). *Qualitative research in education: An introduction to theory and methods*. Third Edition. Needham Heights.

Brenner, M. E. ve diğerleri. (1997). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. *American Educational Research Journal*, 34(4), 663-689.

Brenner, M. E. (1995). The role of multiple representations in learning algebra. *Proceeding of the 17th North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Columbus.

Brinker, L. (1997). Using structured representations to solve fraction problems: a discussion of seven students' strategies. *Annual Meeting of American Educational Research Association*, Chicago.

Cai, J. (2005). US and chinese teachers' constructing, knowing and evaluating representations to teach mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*. 7 (2), 135-169.

Cai, J. ve Lester, F. K. (2005). Solution representations and pedagogical representations in Chinese and U. S. classrooms. *Journal of Mathematical Behavior*. 24, 221-237.

Cai, J. (2004). Why do US and Chinese students think differently in mathematical problem solving? Impact of early algebra learning and teacher's beliefs. *Journal of Mathematical Behavior*. 23, 135-167.

Castro, ve diğerleri (1999). Representations produced by secondary education pupils in mathematical problem solving *Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Mexico, ss.547-558.

Cathcart, W. G. ve diğerleri (2003). Learning *mathematics in elementary and middle schools*. Third edition. N.J. : Merrill/Prentice Hall.

Cifarelli, V. V. (1998). The development of mental representations as a problem solving activity, *Journal of Mathematical Behavior*. 17 (2), 239-264.

Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: foundations and model viability. Editor: Kelly, Anthony E. And Richard A Lesh. *Handbook of research design in*

mathematics and science education. London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Clement, L. (2004). A model for understanding, using, and connecting representations. *Teaching Children Mathematics*. 11(2), 97-102.

Cox, R. (1999). Representation construction, externalised cognition and individual differences. *Learning and Instruction*. 9, 343-363.

Creswell, J. W. (1994). *Research design: qualitative & quantitative approaches*. Thousand Oaks, Calif. : SAGE Publications.

Çıkla-Akkuş, O. (2004). The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference [Çoklu temsil temelli öğretimin yedinci sınıf öğrencilerinin cebir performansına, matematiğe karşı tutumuna ve temsil tercihlerine etkisi]. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Davis, R. (1986). *Learning mathematics. The cognitive science approach to mathematics education*. New Jersey: Ablex Publishing Corporation.

Dewindt-King A. M. ve Goldin G. A. (2003). Children's visual imagery: aspects of cognitive representation in solving problems with fractions. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*. 2 (1),1-42.

Diezmann, C. M ve English, L. D. (2001). Promoting the use of diagrams as tools for thinking. Yearbook (National Council of Teachers of Mathematics), ss. 77-89.

Durmuş, S. ve Yaman, S. (2005). Mevcut teknolojilerin sunduğu çoklu temsil olanaklarının oluşturmacı yaklaşıma getireceği yenilikler. www.fedu.metu.edu.tr/ufbmek-5/b_kitabi/PDF/Teknoloji/Poster/t318DA.pdf, Kasım.

Eisner, E.W. (1997). Cognition and representation. *Phi Delta Kapan*. 78 (5).

Ekiz, D. (2003). *Eğitimde araştırma yöntem ve metotlarına Giriş*. Ankara:Anı Yayıncılık.

Elia, I, Gagatsis, A. ve Demetriou, A. (2007). The effects of different modes of representation on the solution of one-step additive problems. *Learning and Instruction*. 17, 658-672.

Erden, M. ve Akman, Y.(2000). *Eğitim psikolojisi: Gelişim, öğrenme ve öğretme*. İstanbul:Arkadaş Yayınevi.

Fennell, F. S. ve Rowan T. (2001). Representation: An important process. *Teaching and Learning Mathematics*. 7(5), 288-292.

Flaveres, L. M. (2004). Learning to represent mathematics the negation of meanings of mathematical symbols in first grade. Yayınlanmamış doktora tezi. Illinois: University of Illinois At Urbana-Champaign.

Friedlander, A.ve Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra. Editor: Albert Cuoco ve Frances Curcio. *The roles of representation in school mathematics*.Va: Reston Virginia, NCTM.

Gagatsis, A. ve Iliada, E. (2001). A review of some recent studies on the role of representations in mathematics education in Cyprus and Greece. *CERME 4 (Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education)*. Sant Feliu de Guíxols, Spain.

Gay, L.R. ve diğerleri. (2006). *Educational research: Competencies for analysis and applications*. 8th edition. Upper Saddle River, N.J. : Pearson Merrill Prentice Hall.

Goldin, G. (1998) .Observing mathematical problem solving through task based interviews. Editor: Anne Teppo. *Qualitative research methods in mathematics Education*. NCTM.

Goldin, G. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. Editor: Kelly, Anthony E. And Richard A Lesh. *Handbook of research design in mathematics and science education*. London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. Editor: Lyn D. English. *Handbook of international research in mathematics education*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Goldin, G. ve Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. Editor: Albert Cuoco ve Frances Curcio. *The roles of representation in school mathematics*. Va: Reston Virginia, NCTM.

Gould, P. (2005). Year 6 students' methods of comparing the size of fractions. In P Clarkson, A. Downtown, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce & A. Roche (Eds.), *Building Connections: Research, Theory and Practice. Annual meeting of the Annual Conference Mathematics Education Research Group of Australia*, (pp. 393-400). Sydney: MERGA.

Greeno, J. G ve Hall, R. P. (1997). Practicing representation. *Phi Delta Kappan* .78 (5).

Hiebert, J. ve Carpenter, T.P. (1992). *Learning and teaching with understanding. handbook of research on mathematics teaching and learning*. Editör: Grows, D.A., Simon & Schuster Macmillian.

Holmes, E. E. (1995). *Directions in elementary school mathematics: Interactive teaching and learning*. Englewood Cliffs: Merrill.

Hunting, R. P. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *Journal of Mathematical Behavior*. 16 (2), 145-165.

Izsak, A. (2004). Students coordination of knowledge when learning to model physical situations. *Cognition and Instruction*. 22 (1) , 81-128.

Janvier, B. D. ve Bednarz, N. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Editor: Claude Janvier. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: klinik mülakatın potansiyeli. <http://www.ilkogretim-online.org.tr>, 2 (2), 2-9.

Kartallıoğlu, S. (2005). İlköğretim 3. ve 4. sınıf öğrencilerinin sözel matematik problemlerini modellemesi: çarpma ve bölme işlemi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Keller, B. A. ve Hirsch C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal Mathematics Education Science and Technology*. 29 (1), 1-17.

Lapp, D. A. (1999). Multiple representations for pattern exploration with the graphing calculator and manipulatives. *Mathematics Teacher*. 92 (2), 109-113.

Lesh, R. Post T. ve Behr, M. (1987). Representation and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Editor: Claude Janvier. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Lodico, M. G., Spaulding, D. T. ve Voegtler, K. H. (2006). *Methods in educational research from theory to practice*. San Francisco: Jossey-Bass.

Lowrie, T. ve Diezmann, C.M. (2007). Solving graphics problems: student performance in junior grades. *The Journal of Educational Research*. 100 (6), 369-377.

Lubinski, C. A. ve Otto, A. D. (2002). Meaningful mathematical representations and early algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*. 9(2), 76-80.

MEB (2005). *Yeni ilköğretim matematik dersi (1-5 sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. Second Edition. California: Jassey-Bass. Inc.

Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). *An expended sourcebook qualitative data analysis*. Second Edition. California: Sage Publications.

Montague, M. (2008). Math problem solving for middle school studnets with disabilities. The access center improving outcomes for all students K-8. İndirilme tarihi: Ocak, 2008.

NCTM. (2000). Principles and Standards for School Mathematics.

<<http://www.nctm.org/standards/standards.htm>> (2005,Eylül)

Neria, D. ve Amit, M. (2004). Students preference of non-algebraic representations in mathematical communication. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Pyschology of Mathematics Education*. 3, 409-416.

Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar*. Ankara: Ekinoks.

Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (3. Baskı). Ankara: Maya Akademi Yayın Dağıtım.

Oropesa, A. C. (2004). An investigation of prospective elementary teachers' use of mathematical representation as exhibited in their lesson plans. Yayınlanmamış doktora tezi. Arizona: The University of Arizona.

Özdaş, A. (1996). Ülkemizde genel eğitim sorunları içerisinde matematik eğitimi ve sorunları. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 6(2), 55-69.

Özgün-Koca, A. (1998). Students' use of representations in mathematics education. *Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Raleigh, North Carolina.

Özgün-Koca, A.(2007). Secondary school students' preference for external mathematical representations. *Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Nevada Üniversitesi.Reno, Reno, Nevada.

Pape, S. J. Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representations in developing mathematical understanding. *Theory into Practice*. 40 (2), 118-127.

Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. Second Edition. California: Sage Publication.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. Third edition. California:Sage Publication.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Second Edition. Princeton University Press.

Preston, R. ve Garner, A.S. (2003). Representation as a vehicle for solving and communication. *Mathematics Teaching in The Middle School*. 9(1), 38-44.

Reys, R. M., Suydam, M. Lindquist ve N. Smith. (1998). *Helping children learn mathematics*. USA: A Viacom Company.

Schroeder, T. L. ve Lester, F. K (1989). Developing understanding mathematics via problem solving. Editör: Paul R. Trafton ve Albert P. Shulte. *New directions for elementary school mathematics*. NCTM Yearbook.

Sheffield, L. J. ve Chuikshank, D. E. (2005). *Teaching and learning mathematics pre-kindergarten through middle school*. Fifth edition. United States of America: John Wiley&Sons Inc.

Sherman, H. J., Richardson L. I. ve Yard, G. J. (2005). *Teaching children who struggle with mathematics: A systematic approach to analysis and correction*. New Jersey: Pearson Education Ltd.

Souviney, R., J. (1994). *Learning to teach mathematics*. Second edition. New York: Merrill.

Stylianou, D. A. ve Silver, E. A. (2004). The role of visual representations in advanced mathematical problem solving: An examination of expert-novice similarities and differences. *Mathematical Thinking and Learning*. 6 (4), 353-387.

Taylor, S. J. ve Bogdan, R. (1984). *Introduction to qualitative research methods*. Second Edition. Kanada: John Wiley&Sons Inc.

Timss.bc.edu/timss1999.html. Erişim Tarihi: Kasım 2005.

Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally*. Fifth edition. Boston: Allyn & Bacon.

Waters, M. (2003). How and why students select, apply, and translate among mathematical representations in problem solving while learning algebra in a computer algebra system learning environment Yayınlanmamış doktora tezi. Ohio University.

Woleck, K. R. (2001). Listen to their pictures. An investigation of children's mathematical drawings. Editor: Albert Cuoco ve Frances Curcio. *The roles of representation in school mathematics*. Va: Reston Virginia, NCTM.

Wu, Z. (2004). The study of middle school teachers' understanding and use of mathematical representation in relation to teachers' zone of proximal in teaching fractions and algebraic functions. Yayınlanmamış doktora tezi. Texas: Texas A&M University.

www.pisa.oecd.org. Erişim Tarihi: Kasım 2005.

Yang, D. C. ve Fong-Yu, H. (2004). Relationship among computational performance, pictorial representation, symbolic representation and number sense of sixth-grade students in Taiwan. *Educational Studies*. 30(4), 373-389.

Yıldırım, A. ve Şimşek H. (2005) .*Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Beşinci baskı. Ankara: Seçkin Yayıncılık.