

**ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN
ORANTISAL AKIL YÜRÜTME
BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

Doktora Tezi

Ekrem ÖZ

Eskişehir 2020

**ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL AKIL YÜRÜTME
BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

Ekrem ÖZ

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. H. Bahadır YANIK

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Temmuz, 2020

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

ÖZET

ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL AKIL YÜRÜTME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Ekrem ÖZ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Temmuz 2020

Danışman: Prof. Dr. H. Bahadır YANIK

Araştırmanın amacı, ortaöğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin bireysel uygulanan bir öğretim deneyi kapsamında nasıl değiştiğini incelemektir. Araştırma, 10. sınıfta öğrenim gören dört katılımcı ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya katılımcıların uygulama öncesi orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri belirlenerek başlanmış, daha sonra bireysel bir öğretim deneyi uygulanmış, son olarak ise katılımcıların uygulanan öğretim deneyi sonrasındaki orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri belirlenmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, orantısal akıl yürütme geliştirilebilir bir beceridir. Araştırmada kullanılan belirli bir sistematik düzene göre hazırlanmış bir dizi seanstan oluşan öğretim deneyi, katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeylerini geliştirmede etkili olmuştur. Bu öğretim deneyine göre katılımcıların orantısal akıl yürütme düzeylerini geliştirebilmek için öncelikle katılımcıların iki çokluk arasında bağlantı kurabilmesi sağlanmalıdır. İkinci adımda katılımcıların iki çokluk arasında bir oran oluştururken toplamsal karşılaştırmadan birleşik birimler yardımıyla çarpımsal karşılaştırmaya geçiş yapabilmesi gerekir. Daha sonra ise katılımcıların çarpımsal karşılaştırmalarda birleşik birimlerle akıl yürütmeden farklı çarpımsal karşılaştırma stratejilerinin kullanımına geçişi sağlanmalıdır. Son olarak ise katılımcıların birleşik birimlerin tekrarlanması ile birkaç basit denk oran oluşturmadan, sonsuz sayıda eşdeğer oran oluşturabilmeye geçişi sağlanmalıdır. Ayrıca bu süreçte katılımcıların orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmesine yardımcı olabilmek için öğrenme ortamları görselleştirme imkânı sağlayan materyaller ile desteklenmelidir.

Anahtar Sözcükler: Oran, Orantı, Orantısal Akıl Yürütme, Öğretim Deneyi

ABSTRACT

INVESTIGATION OF HIGH SCHOOL STUDENTS' PROPORTIONAL REASONING ABILITY

Ekrem ÖZ

Department of Mathematics and Science Education

Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, July 2020

Supervisor: Prof. Dr. H. Bahadır YANIK

The aim of this study is to examine the change of proportional reasoning skills of high school students in a teaching experiment approach. The study was carried out with four participants in 10th grade. The study was started by determining the proportional reasoning skill levels of the participants before the application, and then an individual teaching experiment was applied and finally the proportional reasoning skill levels of the participants after the applied teaching experiment were determined. According to the results of the research, proportional reasoning is a skill that can be developed. The teaching experiment, which consists of a series of sessions prepared according to a certain systematic order used in the research, was effective in developing participants' proportional reasoning skill levels. According to this teaching experiment, first of all, students should be able to link between the two quantities (measures) in order to improve the proportional reasoning levels of participants. After the two quantities can be noticed, students should be able to switch from the additive comparison to multiplicative comparison with composed-unit strategies to forming a ratio between two quantities. Then, participants should be transitioned from using only composed-unit strategies to making and using multiplicative comparisons as well. Finally, participants should be transitioned from developing a few easy equivalent ratios to creating a set of infinitely many equivalent ratios. In addition, in order to help participants develop their proportional reasoning skills, learning environments should be supported with materials that enable visualization.

Keywords: Rate, Ratio, Proportional Reasoning, Teaching Experiment

TEŞEKKÜR

Doktora eğitimim boyunca akademik yaşama dair engin bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşarak akademik yetkinlik kazanmamı sağlayan, ihtiyaç duyduğum her zaman desteğini esirgemeyen değerli danışmanım Prof. Dr. H. Bahadır YANIK’a tez araştırmamın her aşamasındaki katkı ve desteklerinden dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Tez izleme komitesinde yer alarak, gerçekleştirdiğim araştırmayı yakından takip eden, bakış açıma yön veren değerli hocalarım Doç. Dr. Tuba ADA ve Doç. Dr. Mehmet İNCEOĞLU; tez savunma jürime katılan ve değerli fikirleriyle araştırmama katkı sağlayan Dr. Öğr. Üyesi Ayşegül ERYILMAZ ÇEVİRGEN ve Dr. Öğr. Üyesi Emre EV ÇİMEN’e teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak araştırmamın katılımcısı öğrencilere araştırmama sağladıkları katkılarından dolayı çok teşekkür ederim.

Ekrem ÖZ

Eskişehir 2020

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

Ekrem ÖZ

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	ii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
TABLolar DİZİNİ	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
KISALTMALAR DİZİNİ	xvi
1. GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu.....	2
1.2. Araştırmanın Önemi.....	3
1.3. Araştırmanın Amacı ve Araştırma Problemleri	4
1.4. Sınırlılıklar	4
2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	6
2.1. Orantısal Akıl Yürütme ile İlgili Temel Kavramlar	6
2.1.1. Oran ve orantı	6
2.1.2. Orantısal akıl yürütme problem türleri	8
2.1.2.1. <i>Bilinmeyen değeri bulma problemi</i>	8
2.1.2.2. <i>Sayısal karşılaştırma problemi</i>	9
2.1.2.3. <i>Niteliksel akıl yürütme problemleri</i>	9
2.1.3. Orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullanılan stratejiler.....	10
2.1.3.1. <i>Birim oran stratejisi</i>	11

2.1.3.2. İçler dışlar çarpımı stratejisi	11
2.1.3.3. Arttırma stratejisi	12
2.1.3.4. Değişim çarpanı stratejisi	12
2.1.3.5. Denk kesirler stratejisi	12
2.1.3.6. Belirgin bir strateji yok	13
2.1.3.7. Toplamsal ilişki stratejisi	13
2.1.3.8. Sabit toplam stratejisi	14
2.1.3.9. Duygusal cevap verme stratejisi.....	14
2.1.3.10. Veri ihmali stratejisi	15
2.2. Oran ve Orantı Konularının Ortaöğretim Programındaki Yeri	15
2.3. Orantısal Akıl Yürütme.....	16
2.3.1. Orantısal akıl yürütme düzeyleri	18
2.3.2. Orantısal akıl yürütme dönüşümleri ve temel anlayışlar	21
2.4. Orantısal Akıl Yürütmeye Yönelik İlgili Araştırmalar	23
2.4.1. Orantısal akıl yürütme becerisinin tespitine yönelik araştırmalar	23
2.4.2. Bir uygulama kapsamında orantısal akıl yürütme becerisinin incelenmesine yönelik araştırmalar	27
2.4.3. Orantısal akıl yürütme becerisi ile diğer matematiksel beceriler arasındaki ilişkilere yönelik araştırmalar	30
2.4.4. Orantısal akıl yürütmede kullanılan stratejilerin tespitine yönelik araştırmalar.....	31
2.5. İlgili Araştırmaların Genel Bir Değerlendirmesi	32
3. YÖNTEM	34
3.1. Araştırma Modeli	34
3.2. Araştırma Ortamı ve Katılımcılar	35
3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları	36
3.3.1. Ön değerlendirme	37

	<u>Sayfa</u>
3.3.1.1. <i>Yazılı değerlendirme</i>	37
3.3.1.2. <i>Ön görüşme</i>	39
3.3.2. Öğretim seansları.....	39
3.3.2.1. <i>Seans1: Tek çokluk ile akıl yürütmeden iki çokluk ile akıl yürütmeye geçiş</i>	43
3.3.2.2. <i>Seans2: Toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçiş</i>	46
3.3.2.3. <i>Seans3: Çarpımsal karşılaştırmada farklı stratejilerin kullanımına geçiş</i>	50
3.3.2.4. <i>Seans4: Birleşik birimlerin tekrarlanmasıdan eşdeğer oranlara geçiş</i>	53
3.3.2.5. <i>Seans5: Genel değerlendirme</i>	55
3.3.3. Son değerlendirme	56
3.3.3.1. <i>Yazılı değerlendirme</i>	56
3.3.3.2. <i>Son görüşme</i>	56
3.4. Verilerin Analizi	57
3.4.1. Ön değerlendirmelerin analizi.....	57
3.4.2. Öğretim seanslarının analizi.....	58
3.4.3. Son değerlendirmelerin analizi.....	59
3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği.....	59
4. BULGULAR.....	64
4.1. Öğretim Deneyi Öncesi Genel Durum Değerlendirmesi	64
4.2. Öğretim Deneyi Süreci.....	68
4.2.1. <i>Dönüşüm1: Tek çokluk ile akıl yürütmeden iki çokluk ile akıl yürütmeye geçiş</i>	68
4.2.2. <i>Dönüşüm2: Toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçiş</i>	81
4.2.3. <i>Dönüşüm3: Çarpımsal karşılaştırmada farklı stratejilerin kullanımına geçiş</i>	100

4.2.4. Dönüşüm4: Birleşik birimlerin tekrarlanmasıdan eşdeğer oranlara geçiş	115
4.2.5. Değerlendirme	124
4.3. Öğretim Deneyi Sonrası Genel Durum Değerlendirmesi	142
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	146
5.1. Sonuç ve Tartışma	146
5.2. Öneriler	151
5.2.1. Öğretime yönelik öneriler	151
5.2.2. İleride yapılabilecek araştırmalara yönelik öneriler	153
KAYNAKÇA	154
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

TABLolar DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2.1. Orantısal akıl yürütme düzeyi sınıflandırması.....	18
Tablo 2.2. Dönüşüm açıklamaları tablosu.....	21
Tablo 2.3. Temel Anlayış açıklama tablosu.....	22
Tablo 3.1. Alp'in öğretim deneyi süreci	36
Tablo 3.2. OAYT sorularının problem türü ve göstergelere göre dağılımı	38
Tablo 3.3. Alp'in öğretim deneyi içeriği.....	41
Tablo 3.4. Dönüşüm değerlendirme tablosu	42
Tablo 3.5. Çokluklar arasında bağlantı kurabilme problemleri	45
Tablo 3.6. Oranın iki çokluktan oluştuğunu kavrama problemleri	46
Tablo 3.7. Çarpımsal akıl yürütme problemleri	48
Tablo 3.8. Orantısal akıl yürütme strateji belirleme problemleri.....	49
Tablo 3.9. Çarpımsal karşılaştırma problemleri.....	52
Tablo 3.10. Kesir oran ayırımı problemleri.....	53
Tablo 3.11. Denk oran problemleri	54
Tablo 3.12. Orantısal akıl yürütme problemleri.....	55
Tablo 3.13. Düzey gösterge kodları	58
Tablo 3.14. Nitel araştırmaların geçerliğini etkileyen faktörler.....	60
Tablo 3.15. Nitel araştırmaların güvenilirliğini etkileyen faktörler	62
Tablo 4.1. Ön değerlendirme	64
Tablo 4.2. Son değerlendirme	143

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 3.1. Veri toplama süreci ve araçları.....	36
Şekil 3.2. Seans1'in kapsamı.....	44
Şekil 3.3. Seans2'nin kapsamı.....	47
Şekil 3.4. Seans3'ün kapsamı.....	51
Şekil 3.5. Seans4'ün kapsamı.....	53
Şekil 3.6. Veri analiz aşamaları.....	57
Şekil 4.1. Alp'in sözel problem yazım ön değerlendirme cevabı.....	65
Şekil 4.2. Alp'in çarpımsal ilişki sorusu ön değerlendirme cevabı.....	66
Şekil 4.3. Gül'ün sayıların rastgele kullanımı ön değerlendirme örnek cevabı.....	66
Şekil 4.4. Alp'in doğrusal ilişki sorularına ön değerlendirme cevabı.....	67
Şekil 4.5. Seans1'in içeriği.....	69
Şekil 4.6. Gül'ün limon/su problemi gösterimi-1.....	70
Şekil 4.7. Gül'ün limon/su problemi gösterimi-2.....	71
Şekil 4.8. Can'ın boya problemi 1 gösterimi.....	72
Şekil 4.9. Can'ın boya problemi 1 gösterimindeki değişim.....	73
Şekil 4.10. Gül'ün boya problemi 2 gösterimi.....	74
Şekil 4.11. Gül'ün basketbol problemi cevabı.....	75
Şekil 4.12. Alp'in kayak pistinin eğimi problemi cevabı.....	77
Şekil 4.13. Ece'nin kayak pistinin eğimi problemi cevabı.....	78
Şekil 4.14. Ece'nin futbol problemi cevabı.....	79
Şekil 4.15. Alp'in futbol problemi cevabı.....	80
Şekil 4.16. Seans2'nin içeriği.....	81
Şekil 4.17. Alp'in durum 1 cevabı.....	82
Şekil 4.18. Alp'in çiçek problemi cevabı.....	82

Sayfa

Şekil 4.19. Can'ın çiçek problemi cevabı.....	83
Şekil 4.20. Gül'ün kısa bey uzun bey problemi cevabı	83
Şekil 4.21. Gül'ün kısa bey uzun bey problemi gösterimi-1	84
Şekil 4.22. Gül'ün kısa bey uzun bey problemi gösterimi-2	85
Şekil 4.23. Gül'ün kısa bey uzun bey problemi gösterimi-3	85
Şekil 4.24. Alp'in ev problemi 1 cevabı	86
Şekil 4.25. Alp'in ev problemi 1 gösterimi	87
Şekil 4.26. Alp'in ev problemi 1 gösterimindeki değişim.....	88
Şekil 4.27. Alp'in dikdörtgen problemi cevabı	89
Şekil 4.28. Ece'nin fidan problemi cevabı	90
Şekil 4.29. Ece'nin fidan problemi gösterimi.....	90
Şekil 4.30. Ece'nin fidan problemi gösterimindeki değişim	91
Şekil 4.31. Alp'in fidan problemi cevabı	92
Şekil 4.32. Can'ın fidan problemi gösterimi	92
Şekil 4.33. Can'ın fidan problemi gösterimindeki değişim.....	93
Şekil 4.34. Ece'nin çiçek problemi cevabı	94
Şekil 4.35. Alp'in durum 1 cevabındaki değişim	95
Şekil 4.36. Alp'in koşu problemi cevabı	96
Şekil 4.37. Gül'ün koşu problemi cevabı	97
Şekil 4.38. Gül'ün badana problemi cevabı	99
Şekil 4.39. Can'ın badana problemi cevabı	100
Şekil 4.40. Seans3'ün içeriği	101
Şekil 4.41. Alp'in balon problemi cevabı.....	102
Şekil 4.42. Can'ın granola problemi cevabı-1	103
Şekil 4.43. Can'ın granola problemi cevabı-2	104
Şekil 4.44. Can'ın granola problemi cevabı-3	104

Sayfa

Şekil 4.45. Alp'in balon problemi cevabındaki değişim	105
Şekil 4.46. Can'ın kedi köpek problemi cevabı.....	106
Şekil 4.47. Ece'nin kedi köpek problemi cevabı	107
Şekil 4.48. Gül'ün kedi köpek problemi cevabı	108
Şekil 4.49. Alp'in kedi köpek problemi cevabı	109
Şekil 4.50. Gül'ün kız erkek problemi cevabı	110
Şekil 4.51. Alp'in kız erkek problemi cevabı.....	111
Şekil 4.52. Ece'nin kız erkek problemi cevabı	112
Şekil 4.53. Can'ın kız erkek problemi cevabı	113
Şekil 4.54. Alp'in çikolatalı süt problem cevabı	114
Şekil 4.55. Seans4'ün içeriği	115
Şekil 4.56. Alp'in gezegen problemi cevabı.....	116
Şekil 4.57. Gül'ün gezegen problemi cevabı.....	118
Şekil 4.58. Can'ın makarna sosu problemi cevabı	120
Şekil 4.59. Alp'in makarna sosu problemi cevabı.....	121
Şekil 4.60. Gül'ün makarna sosu problemi cevabı.....	122
Şekil 4.61. Ece'nin makarna sosu problemi cevabı.....	122
Şekil 4.62. Seans 5'in içeriği	124
Şekil 4.63. Ece'nin tablo problemi 1 cevabı.....	124
Şekil 4.64. Ece'nin tablo problemleri cevabı	125
Şekil 4.65. Alp'in tablo problemleri cevabı	125
Şekil 4.66. Gül'ün resim büyütme problemi cevabı.....	126
Şekil 4.67. Gül'ün resim büyütme problemi gösterimi	127
Şekil 4.68. Can'ın pizza problemi cevabı.....	128
Şekil 4.69. Alp'in tavşan ve kurbağa problemi cevabı-1	129
Şekil 4.70. Alp'in tavşan ve kurbağa problemi cevabı-2	130

Sayfa

Şekil 4.71. Can'ın milli park problemi cevabı.....	131
Şekil 4.72. Can'ın milli park problemi cevabındaki değişim	131
Şekil 4.73. Can'ın milli park problemi cevabı.....	132
Şekil 4.74. Ece'nin yaş problemi cevabı	133
Şekil 4.75. Alp'in bahçe problemi cevabı	133
Şekil 4.76. Ece'nin pasta problemi cevabı	134
Şekil 4.77. Can'ın kuş problemi cevabı.....	135
Şekil 4.78. Gül'ün kuş problemi cevabı	135
Şekil 4.79. Gül'ün musluk problemi cevabı	136
Şekil 4.80. Alp'in boya problemi cevabı	137
Şekil 4.81. Gül'ün dişli problemi soru 1 cevabı	139
Şekil 4.82. Gül'ün dişli problemi soru 2 cevabı	140
Şekil 4.83. Gül'ün dişli problemi soru 3 cevabı	141
Şekil 4.84. Alp'in sözel problem yazımı son değerlendirme cevabı	144
Şekil 4.85. Alp'in çarpımsal ilişki problemi son değerlendirme cevabı	144
Şekil 4.86. Alp'in doğrusal ilişki sorularına son değerlendirme cevabı.....	145
Şekil 5.1. Orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin gelişimi	147

KISALTMALAR DİZİNİ

MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)
OAYT	: Orantısal Akıl Yürütme Testi
PISA	: The Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
TIMSS	: Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)

1. GİRİŞ

Matematik, insanların karşılaştıkları problemler karşısında düşünme biçimini etkileyen önemli bir zihinsel araçtır. İnsanlar yaşamları boyunca pek çok farklı problemle karşı karşıya kalmakta ve farkında olarak ya da olmayarak bu problemlere çeşitli çözüm yolları geliştirmektedir. Matematiksel akıl yürütme, karşılaşılan problemlerin çözümünde kişilere yardımcı bir araç olarak karşımıza çıkmaktadır. Matematiksel akıl yürütme öğrencilerin akıl yürütme, keşif yapma, sonuç değerlendirme ve matematiksel önermeler kullanarak matematiği anlayabilmesini sağlayan önemli bir kavramdır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000).

Akademik yaşamımızda karşılaştığımız problemlerin yanı sıra günlük yaşamda karşılaştığımız problemler de çoğunlukla olaylar arasında bağ kurabilmemizi ve akıl yürütmemizi gerektirir. Akıl yürütme matematik öğretiminde, kavramlar ve ilişkilerin anlaşılmasında, matematik uygulamalarında ve düşüncelerin izahında önemli yere sahiptir. Öğrencilerde etkin bir matematik anlayışı oluşturabilmek için matematik eğitiminde problemlerin çözümünün yanı sıra bu çözümlerin altında yatan sebeplerin de önemli olduğu kavratılmalıdır. Bu sayede aklını kullanabilen, hızlı ve her yönüyle düşünebilen, doğru ve yerinde kararlar alabilen, yeni fikirler üretebilen bireyler yetiştirilebilir (Umay, 2003).

Akıl yürütme ve algılama matematiksel yeterliliğin temelini oluşturur ve bu iki becerinin yokluğu matematik öğreniminde başarısızlığa neden olur. Bu beceriler birbiriyle ilişkili ve birbirini desteklemektedir. Akıl yürütme becerisi, kanıtlara veya varsayımlara dayalı sonuçlar çıkarmak için nesneleri, grafik ve tablo gibi görsel gösterimleri, sembolleri veya ifadeleri manipüle etme ve analiz etmeyi gerektirirken algılama fikirleri ve kavramları doğru bir şekilde tanımlamak, açıklamak ve uygulamak için bir anlama sürecidir (Battista, 2016). Bu becerilere sahip katılımcılar karşılaştıkları bir problem durumunda nasıl bir davranış sergileyecekleri konusunda diğer akranlarına göre bir adım önde olurlar ve gelecekte öğrenecekleri yeni kavramları zihinlerinde oluşturmada daha özgüvenli olacaklardır. Akıl yürütmenin ve algılamanın doğasını anlamak ve bu becerilerin gelişiminin nasıl gerçekleştiğini belirlemek ileride etkili matematik öğretiminin geliştirilmesine zemin oluşturacaktır. Birçok araştırma (Carpenter ve Fennema, 1991; Borko ve Putnam, 1995; Schifter, 1998; Tirosh, 2000; Clarke ve Clarke, 2004) katılımcıların matematiksel akıl yürütmelerinin yakından incelenmesi gereğine vurgu yapmaktadır. Özellikle bu araştırmalar, bir kavrama yönelik katılımcıların

ön bilgilerinin ne durumda olduğu, bu bilgilerin nasıl zihinlerde yapılandırıldığı ve zamanla bu zihinsel yapıların nasıl değiştiğinin bilinmesinin önemine yer vermişlerdir. Alanyazında farklı düzeylerde ve farklı kavramlara yönelik bireylerin matematiksek akıl yürütmelerine yönelik araştırmalar (Carpenter ve Fennema, 1991; Schifter, 1998; Tirosh, 2000; Clarke ve Clarke, 2004) mevcuttur. Bu araştırmalar incelendiğinde daha çok bireylerin bir kavrama yönelik yaşadıkları zorluklar ya da kavram yanlışlarına odaklanıldığı görülürken, matematiksel akıl yürütmenin zamanla nasıl değiştiğini inceleyen araştırmaların nispeten daha az olduğu görülmektedir. Bu araştırmada lise öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin tasarlanan bir öğretimle zaman içerisindeki değişiminin incelenmesi amaçlanmıştır.

1.1. Problem Durumu

Orantısal akıl yürütme becerisinin birçok alanı kapsayan geniş kullanım alanı ve matematiksel önemine rağmen, alanyazında incelenen araştırmalarda katılımcıların gerçek hayat ile matematik arasında ilişki kurmakta zorlandıkları (Çetin, 2009) ve orantısal akıl yürütme becerilerinin istenen düzeyde olmadığı (Lamon, 1999; Bayazit ve Çelik, 2010; Pelen, 2014; Dönmez Kırnay, 2017) ortaya konulmaktadır. Ellis (2013) orantısal akıl yürütmenin ortaokul matematik programının en temel konularından biri olduğunu ortaya koyarken Lamon (1995), ortaöğretim öğrencilerinin %90'ından fazlasının matematik ve fen bilgisini anlayarak öğrenecek kadar iyi bir orantısal akıl yürütme becerisine sahip olmadığını ve bu sebeple istatistik, biyoloji, coğrafya ve fizikteki gerçek uygulamalar için hazırlıksız olduğunu belirtmektedir.

İlgili alanyazın incelendiğinde gerçekleştirilen araştırmaların çoğunlukla ilköğretim öğrencileri (Küpcü, 2008; Çetin, 2009; Ünsal, 2009; Çelik, 2010; Wright, 2011; Altaylı, 2012; Atabaş, 2014; Pakmak, 2014; Pelen, 2014) ve öğretmen adayları (Hillen, 2005; Johnson, 2013; Sharp, 2014; Sitomer, 2014; Tunç Pişkin, 2016; Bayazit ve Dönmez Kırnay, 2017; Knox, 2017) ile gerçekleştirildiği görülmekte; ortaöğretim öğrencileri ile gerçekleştirilen araştırmaların (Wheeler ve Kass, 1977; Akatugba ve Wallace, 1999; McLaughlin, 2003; Dooley, 2006) ise son derece sınırlı olduğu görülmektedir. Alanyazında yer alan orantısal akıl yürütme ile ilgili yapılan bu araştırmalar genel olarak incelendiğinde, yapılan araştırmaların katılımcıların orantısal akıl yürütme mevcut beceri düzeylerinin tespiti ve yaşanan zorluklarla sınırlı kaldığı; buna karşın orantısal akıl yürütmenin zamanla değişim sürecine ve bu sürece etki eden

faktörlerin neler olduğuna yeterince odaklanılmadığı görülmektedir. Bu yönüyle yapılan bu araştırma alanyazındaki diğer araştırmalardan ayrı bir yer tutmakta olup alanyazındaki bu boşluğun doldurulmasına katkı sağlamak hedeflenmiştir. Orantısal akıl yürütme beceri düzeyi gelişiminin incelenmesi adına özellikle ortaöğretim öğrencileri ile gerçekleştirilen araştırmanın, bu konuda çalışan araştırmacılara, öğretim programı geliştiricilere, ders kitabı yazarlarına ve öğretmenlere yol gösterici olabileceği düşüncesinden hareketle araştırmanın önemli bir potansiyele sahip olduğu düşünülmektedir.

1.2. Araştırmanın Önemi

Matematiksel akıl yürütmenin çeşitlerinden biri olan orantısal akıl yürütme matematik eğitiminde önemli yere sahip zihinsel becerilerden biridir. Orantısal akıl yürütme becerisi, kişilerin verilen çeşitli durumlardaki orantısal ilişkileri tanıyabilmesini sağlamaktadır (Cramer ve Post, 1993). Bu beceri matematiğin etkili bir şekilde öğrenilebilmesine, matematiksel ilişkilerin kurulabilmesine ve anlaşılabilmesine, problemlere farklı açılardan bakabilmeye, farklı disiplinlerle matematik konuları arasında ilişki kurabilmeye, kısacası matematiksel düşünmeye katkıda bulunmaktadır (Lobato ve Ellis, 2010). Orantısal akıl yürütme becerisinin kullanılabileceği durumlar günlük yaşamda karşılaşılabilecek pek çok duruma da ait olabilir. Kişilerin gündelik yaşamlarının olağan bir parçası olan alışverişlerde, iş ve ev yaşantısında karşılaşılabileceği pratik hesaplamalar gerektiren durumlarda orantısal akıl yürütme becerisi kullanılmaktadır (Duatepe, Akkuş Çıkla ve Kayhan, 2005). Örneğin orantısal ilişkileri anlayabilen bir öğrenci, matematikte hız problemlerinde sabit hızla gidilmesi durumunda zaman ile alınan mesafe arasında, çemberin çapı ile çevresi arasında, fizikte sıvıların miktarı ve hacimleri arasında orantısal bir ilişki olduğunu fark ederek akademik başarısına olumlu bir katkıda bulunabilir (Ünsal, 2009).

Orantısal akıl yürütme sadece matematiğin bir parçası değil fen bilgisi, coğrafya, fizik, kimya, müzik gibi çeşitli akademik alanların ve mühendislik, tıp ve işletme gibi çeşitli mesleki alanların da önemli bir bileşenidir. Birçok ulusal ve uluslararası kaynak (Lamon, 1999; NCTM, 2000; Lobato ve Ellis, 2010; Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2018a; MEB, 2018b) orantısal akıl yürütmenin önemine ve bu becerinin öğretim programlarında vurgulanarak (özellikle ilkokul yıllarında informal olarak; ortaokuldan itibaren ise formal olarak) öğrencilere kazandırılması gereken bir zihinsel muhakeme becerisi olduğunu ifade etmektedir. Orantısal akıl yürütme becerisi, temel kavramların

öğrenciye kazandırılması ile ileri düzey matematiksel becerilerin geliştirilmesine temel oluşturmaktadır. Öğrenme psikolojisinde somut işlemler seviyesinden formal işlemler seviyesine kavramsal anlamda geçişi bildiren orantısal akıl yürütme, bir kavramın en temel halini üst düzeyde anlamayı ve üst düzey kavramları temel düzeyde anlamayı içeren önemli bir beceridir (Küpcü, 2008).

1.3. Araştırmanın Amacı ve Araştırma Problemleri

Bu araştırma kapsamında uygulanan bireysel bir öğretim deneyi ile dört 10. sınıf ortaöğretim öğrencisinin orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin değişiminin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öncelikle katılımcıların uygulama öncesi mevcut orantısal akıl yürütme becerilerinin değerlendirilmesi ve ardından tasarlanan bir dizi öğretim seansı ile bu becerilerin zamanla nasıl bir değişime uğradığının belirlenmesi hedeflenmiştir.

Bu amaç doğrultusunda katılımcıların orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edip edemedikleri, orantısal durumlardaki matematiksel ilişkileri anlayıp anlayamadıkları ve orantısal akıl yürütme problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler üzerine odaklanılmıştır. Bu çalışmada aşağıdaki temel problem ve alt problemlere cevap aranmıştır.

Araştırmanın temel problemi:

Ortaöğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin değişimi nasıl gerçekleşmektedir?

Araştırmanın alt problemleri:

1. Katılımcıların uygulama öncesi orantısal akıl yürütme becerileri ne durumdadır?
2. Katılımcıların uygulama süreci içerisinde orantısal akıl yürütme becerileri nasıl değişmektedir?
3. Katılımcıların uygulama sonrası orantısal akıl yürütme becerileri ne durumdadır?

1.4. Sınırlılıklar

Araştırmanın konu, düzey ve araç olmak üzere üç temel sınırlılık alanı bulunmaktadır.

- Konu açısından değerlendirildiğinde araştırma orantısal akıl yürütme becerisi ile sınırlı kalmıştır.

- Düzey açısından bakıldığında araştırma 2019-2020  ğretim yılında Ege Bölgesinde yer alan bir ilimizdeki bir devlet Anadolu Lisesi'nin 10. sınıfında öğrenim gören dört katılımcı ile sınırlıdır.
- Araştırma teknoloji destekli olmayan bir ortam içerisinde gerçekleştirilmiştir.

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde orantısal akıl yürütmeye ilişkin kavramlar alanyazın ışığı altında ele alınmış ve bu alanda yapılan araştırmaların bir değerlendirmesi yapılmıştır. İlk olarak orantısal akıl yürütme ile ilgili temel kavramlara, daha sonra oran ve orantı konularının ortaöğretim programındaki yerine, ardından orantısal akıl yürütme becerisine ilişkin detaylara; son olarak orantısal akıl yürütmeye yönelik ilgili araştırmalara ve bu araştırmaların genel bir değerlendirmesine yer verilmiştir.

2.1. Orantısal Akıl Yürütme ile İlgili Temel Kavramlar

Bu kısımda oran-orantı kavram tanımları, orantısal akıl yürütme problem türleri ve orantısal akıl yürütme problemlerinde kullanılan stratejilere yer verilmiştir.

2.1.1. Oran ve orantı

İki niceliğin sayısal karşılaştırılması olarak tanımlanabilecek oran kavramı, matematik öğretim programının diğer kavramlarla etkileşimi çok olan önemli kavramlarından biridir (Çetin, 2009). Oran kavramında karşılaştırılan çoklukların birimleri farklı olsa da esas olan sayısal anlamda birbirleri ile kıyaslanmalarıdır. Oran gösteriminde $a:b$; a/b ; $\frac{a}{b}$ gibi semboller kullanılmaktadır.

Aynı ölçüm uzayına ait birimlere sahip iki çokluğun karşılaştırılması durumuna birimsiz oran denirken, farklı ölçüm uzaylarına ait birimlere sahip iki çokluğun karşılaştırılması durumuna ise birimli oran adı verilmektedir (Karagöz Akar, 2015). Orantısal akıl yürütme becerisinin geliştirilmesi adına birimli oran ve birimsiz oran kavramlarının bilinmesi önemlidir. Bu kavramlar, Karagöz Akar (2015) tarafından yazılan aşağıdaki örnek problem üzerinden açıklanmıştır.

Örnek Problem (Karagöz Akar, 2015; s. 111):

İki arkadaş, Ali ve Ayşe, ellerindeki kırık karo parçalarını kullanarak masaların üzerini mozaik ile kaplamak istiyorlar. Birlikte çalıştıklarında, 40 cm²'lik bir alanın kaplamasını 16 dakikada tamamlamışlardır. Aynı hızla çalışmaya devam ederlerse, toplam 36 dakikada kaç cm²'lik bir alanı mozaikle kaplamış olurlar?

Farklı ölçüm uzaylarına ait çoklukların karşılaştırılması olarak tanımlanan birimli orana, yukarıda yer alan örnek problemde alan (cm) ve zaman (dk) çoklukları karşılaştırılarak oluşturulan $\frac{40 \text{ cm}^2}{16 \text{ dakika}} = \frac{y \text{ cm}^2}{36 \text{ dakika}}$ denkliği örnek olarak gösterilebilir.

Diğer yandan aynı örnek problem için oluşturulabilecek $\frac{36 \text{ dakika}}{16 \text{ dakika}} = \frac{y \text{ cm}^2}{40 \text{ cm}^2}$ denkliği ise aynı ölçüm uzayına ait çoklukların karşılaştırıldığı birimsiz orana örnek olarak gösterilebilir.

Oran bir bütünün içerisindeki parçaların karşılaştırması (parça-parça oranları) olabileceği gibi bir parçanın bütünle karşılaştırması (parça-bütün oranları) da olabilmektedir (Lamon, 1999). Aşağıda yer alan örnek durumda yeşil kalem sayısının mavi kalem sayısına oranı parça-parça oranına, yeşil kalem sayısının kalemlikteki tüm kalemlere oranı ise parça-bütün oranına karşılık gelmektedir.

Örnek Durum:

Ayşe'nin içerisinde yeşil ve mavi renk kalemler bulunan bir kalem kutusu vardır. Ayşe'nin kalem kutusunun içerisindeki yeşil renkli kalem sayısı 4, mavi renkli kalem sayısı ise 8'dir.

Verilen bu örnek durumda yeşil ve mavi kalem renkleri parça, kalemlerin tamamı ise bütün kavramını oluşturmaktadır. Yeşil ve mavi renkli kalem sayılarının birbirine oranı parça-parça oranına örnek teşkil ederek 4:8 ya da $\frac{4}{8}$ olarak gösterilmektedir.

Kalem renklerinden birindeki kalem sayısının kalem kutusundaki tüm kalem sayısına oranı ise parça-bütün oranına örnek teşkil ederek yeşil kalem rengi için $\frac{4}{12}$ olarak gösterilmektedir.

Orantı kavramı ise sadece matematik ve diğer akademik disiplinlerin kavramları ile ilişkili değil, günlük işler, alışveriş gibi pek çok alanda en iyi kararı verme aşamasında da önemli bir unsurdur. Orantı, eşdeğer iki oranın belirttiği ifade olarak tanımlanmaktadır (Ünsal, 2009). $\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ denk iki oran olmak üzere bu iki oranın oluşturduğu orantı $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ veya $a.d = b.c$ şeklinde ifade edilebilmektedir. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısı $a:b = c:d$ şeklinde de yazılabilir.

Çokluklar arasında bir orantıdan bahsedilebilmesi için çokluklar arasında çarpımsal bir ilişkinin olması gerekmektedir. Langrall ve Swafford'un (2000) gerçekleştirdiği

araştırmada yer verilen aşağıdaki balon problemi bu duruma bir örnek olarak gösterilebilir.

Balon Problemi (Langrall ve Swafford, 2000, s.255):

Ellen, Jim ve Steve isimli üç öğrenci bir dükkândan 3 balon alarak 2 dolar ödemiştir. Öğrenciler daha sonra sınıf arkadaşları için de balon almak istemişler ve 24 balon almışlardır. 24 balon için kaç dolar ödemişlerdir?

Balon sorusunda yer alan balon ve dolar arasında çarpımsal bir ilişki bulunmaktadır. Bu örnekte her 3 balon için 2 dolar ödeneceği için balon ve dolar arasında $\frac{3}{2}$ 'lik çarpımsal ilişki yer almaktadır. Orantı iki oranın eşit olduğunu ve her ikisinin de aynı ilişkiyi ortaya koyduğunu gösterir; 3 balon 2 dolar ise 24 balon 16 dolardır yani $\frac{3}{2} = \frac{24}{16}$ ifadesi bir orantıyı oluşturmaktadır (Langrall ve Swafford, 2000).

Orantı kavramının doğru orantı ve ters orantı olmak üzere iki türü bulunmaktadır. İki çokluk arasında aynı oranda artma ya da azalma söz konusu ise bu çokluklar arasında doğru orantı bulunmaktadır. İki çokluk arasında aynı oranda artma veya azalma söz konusu değilse, çokluklardan biri artarken diğeri aynı oranda azalıyor ya da biri azalırken diğeri aynı oranda artıyorsa yani iki çokluğun sayısal değerleri çarpımı sabit ise bu çokluklar arasında ters orantı bulunmaktadır.

2.1.2. Orantısal akıl yürütme problem türleri

Orantısal akıl yürütme becerisinin incelenmesi problem türleri ile yakından ilgidir. Orantısal akıl yürütme problem türleri, orantısal akıl yürütme becerisinin ortaya çıkışına imkân tanınması açısından önemlidir. Aşağıda yer verilen başlıklar içerisinde orantısal akıl yürütme problem türleri incelenmiştir.

Orantısal akıl yürütme becerisi alanyazında; bilinmeyen değeri bulma problemi, sayısal karşılaştırma problemi ve niteliksel akıl yürütme problemleri olmak üzere üç çeşit problem ile değerlendirilmektedir (Tunç Pişkin, 2016).

2.1.2.1. Bilinmeyen değeri bulma problemi

Bilinmeyen değeri bulma problemi, aralarında orantısal ilişki bulunan dört değerden üçünün değerinin verilerek sonuncu değer bulunmasının istendiği problem türüdür. Bilinmeyen değeri bulma türündeki orantısal akıl yürütme problem türüne aşağıda bir örnek verilmiştir.

Örnek:

Ayşe ve Ahmet okul bahçesinin etrafında eşit hızla koşmaktadır. Ayşe bir dakikada 6 tur koştuğuna göre Ahmet 18 turu kaç dakikada koşmuştur?

Yukarıda yer verilen örnek bilinmeyen değeri bulma probleminde orantıda yer alan dört değerden üçüne ait bilgi soru içerisinde verilerek dördüncü değerin bulunması istenmiştir.

2.1.2.2. Sayısal karşılaştırma problemi

Sayısal karşılaştırma problemi, iki oran verilerek sayısal bir cevap gerektirmeyen ancak çözüm için bu oranlar arasında bir karşılaştırma yapmanın gerekli olduğu problem türüdür (Tunç Pişkin, 2016). Sayısal karşılaştırma problemi türündeki orantısal akıl yürütme problem türüne aşağıda bir örnek verilmiştir.

Örnek:

Ayşe ve Ahmet okul bahçesinin etrafında eşit hızla koşmaktadır. Ayşe 24 dakikada 8 tur atmaktadır. Ahmet ise 12 dakikada 2 tur atmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşucudur?

Yukarıda yer verilen örnek, sayısal karşılaştırma probleminde iki oran verilerek sayısal bir cevap gerektirmeyen ancak bu oranların karşılaştırılmasını gerektiren bir bilgi istenmektedir.

2.1.2.3. Niteliksel akıl yürütme problemleri

Niteliksel akıl yürütme problemleri sayısal değerlere bağlı olmaksızın oranların karşılaştırılmasını gerektiren problem türüdür. Bu problem türünde öğrencilerin orantının anlamını anlayarak zihinsel becerileri ile soruyu çözmeleri gerekmektedir (Aladağ, 2009). Niteliksel akıl yürütme problemlerinin niteliksel tahmin ve niteliksel karşılaştırma problemi olmak üzere iki farklı tipi bulunmaktadır.

Niteliksel tahmin problemleri, belirli sayısal değerlere bağlı karşılaştırmalar içermeyerek öğrencilerin sadece niteliksel tahmin yapmalarının istendiği soru tipidir (Aladağ ve Dinç Artut, 2012). Niteliksel tahmin türündeki orantısal akıl yürütme problem türüne aşağıda bir örnek verilmiştir.

Örnek:

Ayşe bugün dün koştuğundan daha fazla zamanda daha az koşmuştur. Buna göre bugünkü hızı dünkü hızına göre;

A. Daha hızlı

B. Daha yavaş

C. Aynı hızda

D. Bunu söyleyebilmek için veriler yetersizdir

Niteliksel karşılaştırma problemleri ise, oranlar arasında karşılaştırma gerektiren soru tipidir (Kahraman, Kul ve İskenderoğlu Aydoğdu, 2019). Niteliksel karşılaştırma türündeki orantısal akıl yürütme problem türüne aşağıda bir örnek verilmiştir.

Örnek:

Ayşe ve Ahmet'in okul bahçesinin etrafında attığı tur sayıları aynıdır. Fakat Ayşe Ahmet'ten daha uzun sürede turu tamamlamıştır. Hangisi daha hızlı koşucudur?

A. Ayşe

B. Ahmet

C. İkisi de eşit hızla koşmuştur

D. Bunu söyleyebilmek için veriler yetersizdir

2.1.3. Orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullanılan stratejiler

Orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümü için farklı stratejiler kullanılabilmektedir. Bu başlık altında alanyazında orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullanılan stratejilere yer verilmiştir. Orantısal akıl yürütme problemlerinde kullanılan stratejilerin incelenmesinde kullanılan örnek bir soruya aşağıda yer verilmiştir. Bu başlık altında incelenen stratejiler arasındaki değişimlerin daha kolay anlaşılabilmesi amacıyla aynı örnek soru üzerinden farklı stratejilerin nasıl uygulandığı detaylandırılmıştır.

Örnek Soru:

Ayşe bir baloncudan 2 balon alarak 5 lira ödemiştir. Ali aynı baloncudan 8 balon alırsa kaç lira ödemesi gerekir?

2.1.3.1. Birim oran stratejisi

Birim oran stratejisinde “bir tane için kaç/ne kadar?” sorusu cevaplanmaya çalışılarak oran çiftleri arasında karşılaştırma yapılmaktadır (Pakmak, 2014).

Bu strateji kullanılarak örnek soru çözümü için ilk olarak bir balonun kaç lira olduğu hesaplanır. Daha sonra bulunan birim fiyat ile alınacak balon sayısı çarpılarak istenilen cevaba ulaşılır. Birim oran stratejisi ile ulaşılan örnek cevaba aşağıda yer verilmiştir.

Örnek Cevap:

2 balon 5 lira ise 1 balon 2.5 liradır.

1 balon 2.5 lira ise 8 balon $2.5 \times 8 = 20$ liradır.

2.1.3.2. İçler dışlar çarpımı stratejisi

İçler dışlar çarpımı stratejisinde, içler dışlar çarpımı algoritması kullanılarak orantı kurularak eşitlik çözülmektedir (Demir, 2019).

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısı $a:b=c:d$ şeklinde yazılabilir. Bu ifadede b ile c terimleri ‘içler’, a ile d terimleri ise ‘dışlar’ olarak adlandırılır. İçler dışlar çarpımı stratejisinde $a \cdot d = b \cdot c$ eşitliği çözümlenerek sonuca ulaşılmaktadır.

Bu strateji kullanılarak örnek soru çözümü için balon sayılarının ödenecek ücrete oranlarının eşit olacağından yola çıkılarak bir orantı kurulur, içlerin ve dışların çarpımı birbirine eşitlenerek bilinmeyen değer elde edilir. İçler dışlar çarpımı stratejisi ile ulaşılan örnek cevaba aşağıda yer verilmiştir.

Örnek Cevap:

(1) $\begin{array}{ccc} 2 \text{ balon} & \swarrow \searrow & 5 \text{ lira} \\ 8 \text{ balon} & \nwarrow \nearrow & x \text{ lira} \end{array}$

$$\frac{2 \text{ balon}}{5 \text{ lira}} = \frac{8 \text{ balon}}{x \text{ lira}} \text{ şeklinde bir orantı kurulur.}$$

(2) *İçler dışlar çarpımı yapılır:*

$$2 \text{ balon} \cdot x \text{ lira} = 8 \text{ balon} \cdot 5 \text{ lira}$$

(3) *Sorunun cevabı $x = 20$ olarak hesaplanır.*

2.1.3.3. Arttırma stratejisi

Arttırma stratejisinde her bir veri arttırılarak uygun olanların kendi aralarında toplanması ile istenilen orana ulaşılmaya çalışılmaktadır (Çomruk, 2018). Arttırma stratejisi ile ulaşılan örnek cevaba aşağıda yer verilmiştir.

Örnek Cevap:

2 balon 5 lira

4 balon 10 lira

6 balon 15 lira

İstenilen durum olan 8 balon için;

$8 \text{ balon} = 2 \text{ balon} + 6 \text{ balon}$

$8 \text{ balon} = 5 \text{ lira} + 15 \text{ lira} = 20 \text{ lira}$ olarak bulunur.

2.1.3.4. Değişim çarpanı stratejisi

Değişim çarpanı stratejisinde, “kaç kere?” sorusu cevaplanmaya çalışılarak oranlar arası kat ilişkisi kullanılarak karşılaştırma yapılarak çözüme ulaşılmaktadır (Gürler, 2019).

Her bir veri çifti arasındaki artış aynı oranda ise eşitlik korunuyor, aynı oranda değil ise de veriler arası karşılaştırma yapılıyor demektir. Değişim çarpanı stratejisi ile ulaşılan örnek cevaba aşağıda yer verilmiştir.

Örnek Cevap:

(1) Her kişinin aldığı balon sayısı karşılaştırılır:

Ayşe 2, Ali 8 balon almıştır.

(2) Her kişinin diğerinin kaç katı kadar balon aldığını bulup değişim çarpanı hesaplanır:

Ali, Ayşe'nin 4 katı kadar balon aldığı için değişim çarpını 4'tür.

(3) Balon ücreti bilinen kişinin ödediği miktarla değişim çarpanı çarpılır:

Ayşe 2 balona 5 lira ödemiş olduğuna göre, Ali 8 balon için $5 \times 4 = 20$ lira öder.

2.1.3.5. Denk kesirler stratejisi

Denk kesirler stratejisinde, oranlar denk kesirler olarak algılanarak, kesirleri genişletme ve sadeleştirme yöntemleri kullanılarak verilen kesre denk bir kesir oluşturularak sonuca ulaşılmaktadır (Pelen, 2014). Denk kesirler stratejisi ile ulaşılan örnek cevaba aşağıda yer verilmiştir.

Örnek Cevap:

(1) İlk olarak balon/lira olarak verilen oranlar belirlenerek orantı oluşturulur.

$$\frac{2 \text{ balon}}{5 \text{ lira}} = \frac{8 \text{ balon}}{x \text{ lira}}$$

(2) Birinci aşamada bulunan ilk kesrin pay ve paydası 4 ile çarpılarak sonuç elde edilir.

2.1.3.6. Belirgin bir strateji yok

Orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümü yapılırken orantısal akıl yürütme becerisine dair herhangi bir açıklama ya da ipucu bulunmamasına rağmen sorunun doğru cevabına ulaşılması durumu belirgin bir stratejinin olmaması olarak adlandırılır (Duartepe, Akkuş Çıkla ve Kayhan, 2005).

İncelenen ilk altı stratejiyi kullanan öğrenciler orantısal akıl yürütme problemlerinin doğru cevaplarına ulaşmaktadır. Bu doğru çözüm stratejilerinin yanı sıra alanyazında orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullanılan bir takım hatalı çözüm stratejileri de bulunmaktadır. Orantısal akıl yürütme problemlerinde kullanılan hatalı çözüm stratejilerine ise aşağıdaki başlıklarda yer verilmiştir.

2.1.3.7. Toplamsal ilişki stratejisi

Toplamsal ilişki stratejisinde, iki ya da daha fazla oran çifti arasındaki çarpımsal ilişkiler fark edilemeyerek toplamsal ilişkiler kullanılmaktadır (Aladağ, 2009). Toplamsal ilişki stratejisi ile ulaşılan örnek cevaba aşağıda yer verilmiştir.

Örnek Cevap:

(1) 2 balon 5 liradır. Fiyatı bulunmak istenen balon sayısı ise 8'dir.

8 balon ile 2 balon arasındaki fark hesaplanır:

$$8 \text{ balon} - 2 \text{ balon} = 6 \text{ balon}$$

(2) Balon sayıları arasındaki fark miktarı balon fiyatına eklenerek çözüm bulunur:

$$5 + 6 = 11 \text{ lira.}$$

2.1.3.8. Sabit toplam stratejisi

Sabit toplam stratejisinde soruda verilen sayıların toplanması ile sabit bir toplamın çözüm olarak değerlendirilmektedir. Bu strateji ile soruda verilen aynı tür çoklukların toplanılarak diğer verilerin toplamına eşitlenmektedir (Çomruk, 2018). Sabit toplam stratejisi ile ulaşılan örnek cevaba aşağıda yer verilmiştir.

Örnek Cevap:

2 balon 5 lira

8 balon ? lira

$$2 + 8 = 5 + ?$$

$$? = 5 \text{ lira}$$

Sabit toplam stratejisini kullanan bir öğrenciye hatasını anlaması amacıyla aynı soru farklı sayılarla sorulabilir. Sabit toplam stratejisi için sorulan örnek soruya aşağıda yer verilmiştir.

Örnek Soru:

Ayşe bir baloncudan 2 balon alarak 10 lira ödemiştir. Ali aynı baloncudan 5 balon alırsa kaç lira ödemesi gerekir?

2 balon 10 lira

5 balon ? lira

$$2 + 5 = 10 + ?$$

$$? = -3$$

Sabit toplam stratejisini kullanarak cevabı eksi bir değer bulan bir kişi cevabın eksi bir değer olamayacağını düşünerek hatasını anlayabilir (Ünsal, 2009).

2.1.3.9. Duygusal cevap verme stratejisi

Duygusal cevap verme stratejisi, matematiksel olmayan akıl yürütmelerin gerçek hayat durumları ilişkilendirilerek öznel cevaplar verilmesidir (Demir, 2019). Duygusal cevap verme stratejisi ile ulaşılan örnek cevaba aşağıda yer verilmiştir.

Örnek Cevap:

Ayşe sadece 2 balon almıştır. Ali ise 8 balon alacağı için baloncu ona indirim uygular.

2.1.3.10. Veri ihmali stratejisi

Veri ihmali stratejisinde, soruda yer alan oranlardan sadece birini dikkate alarak diğer oranın ihmal edilerek sorunun çözümü yapılmaktadır (Demir, 2019). Veri ihmali stratejisi ile ulaşılan örnek cevaba aşağıda yer verilmiştir.

Örnek Cevap:

Ali daha fazla balon aldığı için daha fazla ücret öder.

Bu cevapta balona ödenen miktar dikkate alınmamıştır. Verilen bu cevap bu soru için doğru gibi görünmesine rağmen bu akıl yürütme ters orantı içeren problem durumlarında hataya yol açmaktadır (Ünsal, 2009).

2.2. Oran ve Orantı Konularının Ortaöğretim Programındaki Yeri

Oran-orantı kavramı lise düzeyinde (MEB, 2018b, s.21) dokuzuncu sınıfta “Denklemler ve Eşitsizliklerle İlgili Uygulamalar” ünitesi içerisinde yer almaktadır. Öğrencilerin bu üniteye oran ve orantı kavramlarını kullanarak problemleri çözebilmesi amaçlanarak aşağıdaki kazanımlar verilmiştir:

- Oran, orantı, doğru orantı, ters orantı kavramları ile oran ve orantıya ait özellikler hatırlatılır.
- Altın oran tanıtılarak gerçek hayattan örnekler verilir ancak hesaplama yöntemlerine yer verilmez.

Dokuzuncu sınıf matematik dersi öğretim programında öğrencilerin aynı zamanda denklemler ve eşitsizlikler ile ilgili problemleri çözebilmesi için farklı problem çözme stratejilerinin uygulanmasını gerektiren oran, orantı kavramlarının kullanıldığı problemlere (“örneğin elektrik, su vb. fatura ve ödemeler; sayı, kesir, yaş, işçi, alım-satım, kâr-zarar, yüzde ve karışım problemleri; hız ve hareket (hız kavramı, sabit hız, ortalama hız, birimler arası dönüşüm (km/sa., m/sn.)”) yer verilmektedir.

Oran ve orantı ile ilgili özelliklerinin hatırlatılması ifadesinde bahsi geçen kazanımlar aşağıdaki gibidir.

Ortaokul 6. sınıfta yer alan kazanımlar (MEB, 2018a, s.61):

- Çoklukları karşılaştırmada oran kullanır ve oranı farklı biçimlerde gösterir.

- Bir bütünün iki parçaya ayrıldığı durumlarda iki parçanın birbirine veya her bir parçanın bütüne oranını belirler, problem durumlarında oranlardan biri verildiğinde diğerini bulur.
- Aynı veya farklı birimlerdeki iki çokluğun birbirine oranını belirler.

Ortaokul yedinci sınıfta yer alan kazanımlar (MEB, 2018a, s.66);

- Oranda çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri belirler.
- Birbirine oranı verilen iki çokluktan biri verildiğinde diğerini bulur.
- Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun orantılı olup olmadığına karar verir.
- Doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Doğru orantılı iki çokluğa ait orantı sabitini belirler ve yorumlar.
- Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun ters orantılı olup olmadığına karar verir.
- Doğru ve ters orantıyla ilgili problemleri çözer.

2.3. Orantısal Akıl Yürütme

Orantısal akıl yürütme Cramer ve Post (1993) tarafından, orantıyı anlama, orantı ile oluşturulan durumları tanıyabilme ve matematiksel olarak ifade edebilme becerisi olarak tanımlanmıştır. Orantısal akıl yürütme aynı zamanda orantısal durumlarda yer alan çokluklar arasında çarpımsal ilişkiyi kavrayabilme yeteneğidir (Harel, Behr, Lesh ve Post, 1994; Lamon, 2007). Orantısal akıl yürütme ileri düzey matematik bilgisi için alt yapı oluşturması açısından önem arz etmektedir (Langrall ve Swafford, 2000).

Orantısal akıl yürütme becerisi zaman içerisinde gelişen bir süreçtir ve ileri matematiksel kavramlar için temel oluşturmaktadır (Lamon, 1999). Orantısal akıl yürütme becerisini geliştirebilmek için öğrencilerin sıralama, eşitlik, parça-bütün ilişkisi, oran kavramını anlama ve yorumlayabilme gibi konuları kavrayarak karşılaştıkları problemlere uygulayabilecek bir bakış açısına sahip olması gerekmektedir (Demir, 2019). Orantısal akıl yürütme becerisi göstergeleri (Demir, 2019; s.11-12):

- Birimleri karmaşık yapıları da göz önüne alarak tüm yönleriyle düşünebilmek
- Verimli şekilde problem çözebilmek
- Denklik ve eşitlik kavramlarını anlayabilmek
- Orantısal durumlardaki çoklukları fark edebilmek ve yorumlayabilmek

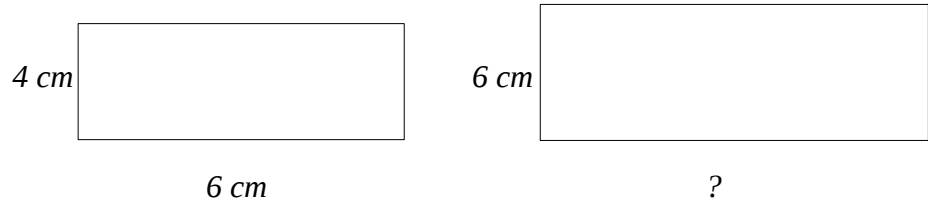
- Kesirler ve ondalık sayılarla işlem yapabilmek
- Orantısal durumlarda uygun stratejileri kullanabilmenin yanı sıra kendi stratejisini geliştirebilmek
- Zihinsel işlemleri etkili şekilde gerçekleştirebilmek
- Orantısal akıl yürütmede uygun bir dil kullanabilmek

Orantısal akıl yürütme becerisine sahip olan öğrencilerin orantısal durumları tanıyabilmesi, çokluklar arasında ilişki kurabilmesi, ilişkiler içerisinde ve ilişkiler arasında bağlantı kurabilmesi, orantısal durumlarda toplamsal akıl yürütme yerine göreceli değişimi kavramayı gerektiren çarpımsal akıl yürütme kullanabilmesi ve çarpımsal değişmezliği fark edebilmesi beklenilmektedir (Karlı, 2019). Araştırma kapsamında katılımcıların; birimleri tüm yönleriyle düşünüp düşünemediklerine, orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edip edemediklerine, orantısal durumlarda uygun stratejilerden yararlanıp yararlanamadıklarına ve orantısal akıl yürütmede doğru bir dil kullanıp kullanamadıklarına odaklanılmıştır.

Orantısal akıl yürütmenin en önemli göstergelerinden biri olan çarpımsal ilişkilerin tanınması alanyazındaki araştırmalarda (Karplus, Pulos, Stage, 1983; Tourniaire, 1986; Harel, Behr, Lesh ve Post, 1994; Singh, 2000; Misailidou ve Williams, 2003; Duartepe, Akkuş, Kayhan, 2005; Kupcu, 2008; Ünsal, 2009; Pakmak 2014; Pelen, 2014; İnancır Nemutlu, 2019) öğrenciler tarafından fark edilmekte zorlanılan bir niteliktir. Aşağıda verilen örnek orantısal akıl yürütme probleminde öğrencilerin aradaki ilişkinin toplamsal değil çarpımsal olduğunu fark edebilmeleri orantısal akıl yürütme becerisi açısından önemlidir (Çetin, 2009).

Örnek Soru (Çetin, 2009; s.4):

İkinci dikdörtgen, ilk dikdörtgenin fotokopi makinesinde belirli bir oranda büyütülmüş halidir. Buna göre ikinci dikdörtgenin verilmeyen kenar uzunluğunu bulunuz.



Böyle bir durumda öğrenciler;

- $4 \times 1,5 = 6$ o halde; $6 \times 1,5 = 9$ çarpımsal akıl yürütmesini değil;

- $4+2=6$ o halde; $6+2=8$ şeklindeki toplamsal akıl yürütmesini kullanmaktadır.

Orantısal bir durumun gerçekte ne anlam ifade ettiğini ya da verilen çözüm stratejisinin neden işlerlik kazandığını anlamayan öğrenciler orantısal akıl yürütmede zorlanacaklardır. Bu nedenle araştırma kapsamında öğrencilere gerçek hayatta karşılaşılabilecekleri durumlara benzer örnekler verilmesinin çarpımsal ilişkileri tanıyabilmelerini kolaylaştıracağı öngörülmüştür.

2.3.1. Orantısal akıl yürütme düzeyleri

Orantısal akıl yürütme düzeyleri ile ilgili alanyazında farklı araştırmalar (Noelting, 1980; Langrall ve Swafford, 2000) yer almaktadır. Bu araştırmaya Langrall ve Swafford (2000) tarafından geliştirilen orantısal akıl yürütme düzeyleri rehberlik etmiştir. Langrall ve Swafford (2000) öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri düzeylerini Tablo 2.1’de özetlenen göstergeler üzerinden sınıflandırmışlardır.

Tablo 2.1. Orantısal akıl yürütme düzeyi sınıflandırması (Langrall ve Swafford, 2000, s. 256)

Düzyey	Düzyey Tanımı	Göstergeler
Düzyey 0	Orantısal akıl yürütmenin olmaması	- Tahminler veya görsel ipuçları kullanır ("Görünüşe göre..."). - Sayıları, işlemleri ya da stratejileri rastgele kullanır. - Toplamsal karşılaştırmalar kullanır. - Çarpımsal karşılaştırmalar kullanamaz. - Orantılı durumları fark edemez, çokluklar arasında ilişki kuramaz. - Doğru çözüme ulaşamaz ve orantısal akıl yürütme geliştiremez.
Düzyey 1	Orantısal durumlar hakkında informal akıl yürütme	- Durumları anlamlandırmak için şekil, model veya somut materyal kullanır. - Niteliksel karşılaştırmalar yapar (az, çok). - Çarpımsal karşılaştırma kullanabilir. - Orantılı durumları fark edebilir.
Düzyey 2	Orantısal durumlar hakkında niceliksel akıl yürütme	- Birleşik birimleri kullanır veya birimlere ayırır. - Birim oranı bulur ve kullanır. - Değişim çarpanı veya tablo kullanır veya tanımlar. - Denk kesirler kullanır. - Çokluklar arasındaki ilişkiyi artan ya da azalan durumlarda uygulayabilir.
Düzyey 3	Formal akıl yürütme	- Var olan yapısal ilişkileri tam olarak anlayabilir. - Çoklukları kullanarak orantısallık kurar ve içler dışlar çarpımı veya denk kesirleri kullanarak çözer. - Orantısal akıl yürütme gerçekleştirir.

Düzyey 0’da öğrencilerin orantısal durumlara bilinçli bir yaklaşımı söz konusu değildir. Öğrenciler bu düzeyde orantısal durumlar içeren soruları çözerken görsel

ipuçlarını kullanırlar ya da tahminde bulunurlar. Çarpımsal ilişkileri tanıyamayarak toplamsal karşılaştırmalar yaparlar. Orantısal akıl yürütmeden uzak stratejiler kullanarak sonuca ulaşmak için problemdeki sayılarla rastgele işlemler yapmaktadırlar. Bu düzeyde öğrenciler aynı zamanda orantısal durumlardaki iki çokluk arasında ilişki kuramamaktadır.

Araştırmada orantısal akıl yürütme beceri düzeyi, Düzey 0 olarak belirtilen öğrenciler balon sorusunda çarpımsal ilişkileri tanıyamayarak toplamsal karşılaştırmalar yoluyla soruyu çözmeye çalışmışlardır. Örneğin bu soruda bir öğrenci ödenen miktarı hesaplayabilmek için 24'ü 3'e böldüğünü söylemiştir. Bu düzeyde yer alan başka bir öğrenci ise balonların 2 dolar olması ve 24 balon alınması sebebiyle 24 ile 2'yi toplayarak 26 dolar sonucuna ulaştığını söylemiştir.

Düzey 1'de öğrenciler şekil, model ya da diğer materyalleri kullanarak orantısal durumları anlamlandırabilmektedirler. Bu düzeydeki öğrenciler nitel karşılaştırmalar yapabilmektedir. Araştırmada orantısal akıl yürütme beceri düzeyi, Düzey 1 olarak belirtilen öğrenciler balon sorusunu çözerken öncelikle 2 ile 24'ü toplayarak çözüme ulaşmış, araştırmacının ulaştığı sonucu şekil çizerek göstermesi istenildiğinde 24 daire çizerek üç balon bir grup olacak şekilde 8 grup çizmiştir. Çizdiği her bir grup için 2 dolar yazıp alt alta toplamıştır. Bu düzeydeki diğer bir öğrenci de üçü grupları küplerle göstererek her grup için 2 dolar ekleyerek sorunun çözümünü bulmuştur.

Düzey 2'de öğrenciler somut materyalleri kullanmadan niceliksel muhakeme yapabilmektedirler. Bu düzeydeki öğrenciler birimleştirme ya da birimlerin birleşimini kullanabilir. Birim oranı bulur ve kullanabilir. Değişim çarpanını ya da tabloları tanıyabilir ve kullanabilir. Denk kesirleri kullanabilir ve orantısal durumlardaki çokluklar arasında ilişki kurabilirler. Araştırmada orantısal akıl yürütme beceri düzeyi, Düzey 2 olarak belirtilen öğrencilerden biri;

3 balon 2 dolar olduğuna göre 6 balon 4 dolar, 9 balon 6 dolar ... 21 balon 14 dolar ve 24 balon 16 dolardır şeklinde tekrarlı toplama işlemi ile sonuca ulaşmıştır.

Düzey 3'te öğrenciler çoklukları kullanarak orantı kurabilir ve içler dışlar çarpımı kuralı ya da denk kesirler kullanarak orantısal akıl yürütme problemlerini çözebilmektedirler. Öğrenciler orantısal durumlardaki yapısal ilişkileri tam olarak kavrayabilmekte, çözüm için farklı stratejiler kullanabilmektedir. Langrall ve Swafford'un (2000) gerçekleştirdiği araştırma kapsamında hiçbir öğrencinin bu orantısal akıl yürütme beceri düzeyine ulaşamadığı belirtilmiştir.

Langrall ve Swafford'a (2000) göre bir öğrencinin orantısal akıl yürütme becerisine sahip olabilmesi için aşağıdaki dört temel niteliğe sahip olması beklenmektedir:

- Öğrencileri kesin (absolute), toplamsal (additive), bağıntılı (relative) ya da çarpımsal (multiplicative) değişimler arasındaki farkı tanımalıdır.

Bu nitelikte orantısal akıl yürütme becerisine sahip bir öğrencinin toplamsal ile çarpımsal değişimler arasındaki farkı tanıması gerektiği ifade edilmektedir.

- Öğrenciler oranın makul (reasonable) ve uygun (appropriate) olduğu durumları tanımalıdır.

Bu nitelikte orantısal akıl yürütme becerisine sahip bir öğrencinin bir soruyu çözmek için oranları kullanmanın anlamını ayırt edebilmesinin gerektiği ifade edilmektedir. Soruda verilen durumdaki çokluklar arasındaki ilişkileri anlayarak kullanabilen bir öğrenci orantısal akıl yürütme becerisine sahip olabilir. Örneğin bir çocuğun iki balonu varsa, üç çocuğun altı balonu olduğunu söylemek yanlış olacaktır. Öğrencinin çocuk sayısı ile balon sayısı arasında bir ilişki olmadığını fark etmesi gerekmektedir. Fakat 2 balon 5 lira ise 4 balonun 10 lira olduğunu söylemek doğru olacaktır. Öğrencinin bu durumda çokluklar arasındaki ilişkiyi anlayarak oranları karşılaştırması gerektiğini fark edebilmesi gerekmektedir.

- Öğrenciler oranı oluşturan çokluklar arasındaki ilişkinin sabit olduğunu anlayabilmelidir.

Bu nitelikte orantısal akıl yürütme becerisine sahip bir öğrencinin karşılaştırılan miktarlar değişmesine rağmen aralarındaki ilişkinin sabit kaldığını fark edebilmesi gerektiği ifade edilmektedir.

- Öğrenciler karmaşık birim yapıları oluşturabilmelidir (unitizing).

Bu nitelikte orantısal akıl yürütme becerisine sahip bir öğrencinin referans bir birimi kullanabilmesi ve o birime dayanan durumları yeniden yorumlayabilmesi gerektiği ifade edilmektedir. Birimleştirme sayesinde daha az işlem yapılarak daha kolay bir şekilde sonuca ulaşılabilir. Örneğin 18 tane balonun birimleştirilmesinin 2 adet 9'lu balon paketi ya da 3 adet 6'lı balon paketi olabileceği anlamına gelerek verilen durum için avantajlı olan seçilerek daha basit şekilde sorunun çözümüne ulaşılabilir.

2.3.2. Orantısal akıl yürütme dönüşümleri ve temel anlayışlar

Bu araştırmada katılımcıların orandan orantıya daha sonra da orantısal akıl yürütmeye geçiş sürecinde yaşadıkları değişimleri inceleyebilmek için Lobato ve Ellis'in (2010) orantısal akıl yürütme becerisi kazandırmak için önerdikleri Dönüşüm ve Temel Anlayışlar kullanılmıştır.

Orantısal akıl yürütme becerisi zaman içerisinde gelişen uzun soluklu bir süreçtir. Lobato ve Ellis (2010) orantısal akıl yürütme öncesi süreçten formal proportional reasoning olarak adlandırılan orantısal akıl yürütme becerisine sahip olunan döneme ulaşabilmek için dört Dönüşüm (shift) içerisinde 10 Temel Anlayış (essential understanding) kullanılmasını önermektedir.

Dönüşümler (Bkz. Tablo 2.2) bir birey için zihinsel adımlar olup her bir adımında orantısal akıl yürütmede giderek ustalaştığı bir süreci içerir. Bu süreçte birey öncelikle iki nicelik arasında çarpımsal bir ilişkiyi fark ederek oran kavramını zihninde yapılandırır. Daha sonra iki oran arasındaki denkliği fark ederek oransal muhakeme yapmaya başlar. Son olarak iki oran arasındaki denkliğin sonsuz bir denklik sınıfına dönüşebileceğini anlayarak çoklu oranların karşılaştırmasını gerektiren durumlar üzerinde yorumlarda bulunabilir.

Tablo 2.2. Dönüşüm açıklamaları tablosu (Lobato ve Ellis, 2010; s. 61-75)

Dönüşüm Adı	Dönüşüm Açıklaması
Dönüşüm1	Tek çokluk ile akıl yürütmeden iki çokluk ile akıl yürütmeye geçilmesi
Dönüşüm2	Toplamsal karşılaştırmadan birleşik birimlerle (composed unit) çarpımsal karşılaştırmaya geçilmesi
Dönüşüm3	Çarpımsal karşılaştırmalarda birleşik birimlerle (composed-units) akıl yürütmeden farklı çarpımsal karşılaştırma stratejilerinin kullanımına geçilmesi
Dönüşüm4	Birleşik birimlerin tekrarlanması ile birkaç basit denk oran oluşturmada, sonsuz sayıda eşdeğer oranın oluşturulabilmesine geçilmesi

Temel Anlayışlar (Bkz. Tablo 2.3) orantısal akıl yürütme sürecinde bir dizi önemli fikirlerin anlamlandırılmasını içerir. Her bir anlayışın geliştirilmesi ile bireyler nicelik kavramını, nicelikler arasındaki ilişkileri (toplamsal ve çarpımsal ilişkiler) ve nicelikler arasındaki değişimlerin birbirlerini nasıl etkilediği gibi durumları zihinsel olarak yapılandırır.

Tablo 2.3. Temel Anlayış açıklama tablosu (Lobato ve Ellis, 2010; s. 12-13)

Temel Anlayış	Cevap Verdiği Soru	Açıklama
Temel Anlayış 1 (TA1)	Oranlarla akıl yürütmenin farkı nedir?	Oranlarla akıl yürütme, iki çokluğu düzenlemek ve koordine etmeyi içerir.
Temel Anlayış 2 (TA2)	Oran nedir?	Oran, iki çokluğun çarpımsal karşılaştırması ya da tek bir birleşik bir birimde (composed unit) iki çokluğun birleştirilmesidir.
Temel Anlayış 3 (TA3)	Günlük yaşam çokluklarının ölçümü olarak oran nedir?	Günlük yaşamdaki bir niteliğin / özelliğin (dağın dikliği gibi) ölçüsü olarak bir oran oluşturmak, bu özellik ile ilgili olan çoklukları diğer çokluklardan izole etmeyi (eğime yükseklik ve taban uzunluğunun etkisinin olmasına rağmen, taban genişliğinin etkisinin olmaması gibi) ve her bir çokluğun değiştirilmesinin ilgili özelliğin üzerindeki etkisinin (yükseklik artarsa eğim artar ya da taban uzunluğu artarsa eğim azalır gibi) anlaşılmasını içerir.
Temel Anlayış 4 (TA4)	Kesir ile oran arasındaki ilişki nasıldır?	Bazı matematiksel ilişkiler oranlar ve kesirler arasında bağ kurar: a. Oranlar ve kesirler aynı anlama gelmese de, oranlar çoğunlukla kesir gösterimiyle ifade edilir. b. Oranlar genellikle parça-parça (part-part) karşılaştırmaları yapmak için kullanılır, kesirler kullanılmaz. c. Oranlar ve kesirler, keşisen kümeler (overlapping sets) olarak düşünülebilir. d. Oranlar, çoğu zaman kesirler olarak yeniden yorumlanarak anlamlandırılabilir.
Temel Anlayış 5 (TA5)	Oranın bölüm ile ilişkisi nasıldır?	Oranlar, bölüm (quotient) olarak yeniden yorumlanarak anlamlandırılabilir.
Temel Anlayış 6 (TA6)	Orantı nedir?	Orantı, iki oran arasındaki denklik ilişkisidir. Bir orantıda, iki çokluğun oranı, büyüklüklere (quantities) karşılık gelen değerler değiştikçe sabit kalır.
Temel Anlayış 7 (TA7)	Orantısal akıl yürütmenin önemli noktaları nelerdir?	Orantılı akıl yürütme karmaşıktır ve şunları anlamayı içerir: a. Denk oranlar, iki çokluğun aynı değer ile çarpılması (iteration) ve/veya bölünmesi (partitioning) ile oluşturulabilir. b. Orandaki bir çokluk belirli bir değerle çarpılır veya bölünürse, orantısal ilişkinin korunması için diğer çokluk da aynı değerle çarpılmalı veya bölünmelidir. c. İki tip oran; oluşan kesir değeri (composed units) ve çarpımsal karşılaştırmalar (multiplicative comparisons) birbiri ile ilişkilidir.
Temel Anlayış 8 (TA8)	Orantı ile orantısal akıl yürütme ilişkisi nasıldır?	Oran, sonsuz sayıda eşdeğer oran kümesidir.
Temel Anlayış 9 (TA9)	İçer dışlar çarpımı ile orantısal akıl yürütme ilişkisi nasıldır?	Hepsi mantıklı olarak yapılan akıl yürütmenin çeşitli yolları, oran problemlerini çözmek için algoritmalar halinde genelleştirilebilir.
Temel Anlayış 10 (TA10)	Orantısal akıl yürütme kullanımında görsel işaretlerin etkisi nedir?	Bir problemde yer alan yüzeysel ipuçları (problemde çokluklardan sadece birine ait sayısal bir değer verilmesi gibi) çokluklar arasındaki orantısal ilişkilere dair yeterli kanıtı sağlamaz.

Dönüşüm ve Temel Anlayışların bireylerin orantısal akıl yürütme becerilerini olumlu yönde desteklediği öngörülebilse de; bunun nasıl ve hangi sıra ile yapıldığında orantısal akıl yürütme beceri düzeylerini geliştirmede etkili olduğu önem arz etmektedir.

Bu araştırmada Temel Anlayış ve dönüşümlerin orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinde nasıl bir değişim meydana getirdiği incelenmiştir.

2.4. Orantısal Akıl Yürütmeye Yönelik İlgili Araştırmalar

Alanyazındaki ilgili araştırmalar incelendiğinde araştırmaların, orantısal akıl yürütme becerisinin tespitine yönelik araştırmalar ile bir uygulama kapsamında orantısal akıl yürütme becerisinin incelenmesine odaklanan araştırmalar olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra orantısal akıl yürütmede kullanılan stratejilerin incelendiği araştırmalar ve orantısal akıl yürütme becerisi ile diğer matematiksel beceriler arasındaki ilişkilerin araştırıldığı araştırmalar da bulunmaktadır. Aşağıda her bir araştırma türü ile ilgili yapılan araştırmalara sırasıyla yer verilmiştir.

2.4.1. Orantısal akıl yürütme becerisinin tespitine yönelik araştırmalar

Langrall ve Swafford (2000) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, farklı akademik başarı düzeylerindeki ortaokul  ğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerisine yönelik yeterlilik düzeylerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmaya beşinci sınıftan sekizinci sınıfa kadar her sınıf düzeyinden dörder  ğrenci olmak üzere toplamda 16  ğrenci katılmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda sınıf düzeylerine göre orantısal akıl yürütme becerileri incelendiğinde  ğrencilerin Düzey 1 ve Düzey 2 seviyesinde bir beceriye sahip olduğu, Düzey 3 seviyesinde ise herhangi bir öğrencinin olmadığı belirlenmiştir.

Dooley (2006) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, düşük gelir seviyesine sahip bir ortamdaki öğrencilerin ileri orantısal akıl yürütme becerisine sahip olup olmadıklarını belirlemek, öğrencilerin çapraz çarpım ve bölme algoritması hakkındaki kavramsal anlayışlarını incelemek ve manipülatif tekniklerin öğrencilerin akıl yürütme becerisi üzerinde etkisini değerlendirmek amaçlanmıştır. Araştırmaya katılan 107 öğrenciye sekiz orantısal problem sorulmuş olup, 21 öğrenciyle bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda bu öğrencilerden sadece iki tanesinin ileri orantısal akıl yürütme becerisi sergilediği görülmüştür. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun rutin olmayan problemleri çözmek için orantı kavramını ve orantısal akıl yürütme stratejilerini kullanamadıkları belirlenmiştir.

Aladağ (2009) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, ilköğretim ikinci kademe  ğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren problemler ile gerçekçi cevap gerektiren problemleri çözme düzeyleri, çözüm stratejileri ve sınıf seviyelerine göre

farklılıkların ortaya konulması amaçlanmaktadır. Araştırma betimsel araştırma modelindedir, veri toplama aracı olarak problem testleri kullanılmıştır. Araştırmaya Adana ili Seyhan ilçesinde bulunan ilköğretim okullarından katılan 570 ilköğretim altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencisi tesadüfi örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Öğrencilerin durumları nasıl yorumladıkları ve araştırma sürecindeki düşüncelerini ortaya koyabilmek amacıyla her sınıf düzeyinden 10 öğrenci olmak üzere 30 öğrenci ile görüşme yapılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin orantısal akıl yürütmeye dayalı problemlerde daha başarılı oldukları ve öğrencilerin gerçek hayat ile matematik arasında ilişki kurmakta zorlandıkları ortaya konulmuştur.

Valverde ve Castro (2012) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, ilköğretim öğretmenlerinin orantısal akıl yürütme becerilerini tespit etmek amaçlanmıştır. Araştırma keşif amaçlı araştırma modelindedir, veri toplama aracı olarak farklı zorluk düzeyinde on problemden oluşan test kullanılmıştır. Araştırmaya İspanya’da bulunan Granada Üniversitesinde öğrenim gören 76 üçüncü sınıf öğretmen adayı katılmıştır. Araştırma sonucunda öğretmenlerin çarpımsal yapıdaki problemleri çözme stratejileri tanımlandıktan sonra çeşitli orantısal akıl yürütme kategorilerine göre cevapların sınıflandırılması yapılmıştır.

Sitomer (2014) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, üniversite öğrencilerinin matematiksel tecrübelerini ve var olan düşünme biçimlerini dikkate alarak orantısal akıl yürütme becerilerini araştırmak amaçlanmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak anket ve görev tabanlı görüşmeler ile etnografik veriler (cinsiyet, yaş, önceki üniversite deneyimi gibi) kullanılmıştır. Araştırmanın anket bölümüne bir üniversitenin temel matematik bölümünde öğrenim gören öğrenciler katılmıştır. Görev tabanlı görüşmeler ise öğrenciler arasından seçilen örnek bir grupla yapılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin günlük yaşamlarındaki aktiviteleri matematiksel olarak görebildiği, öğrencilerin orantısal durumlara ilişkin akıl yürütmelerinin yaşa bağlı olarak değiştiği ve öğrencinin dersten önceki düşünme biçiminin orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimi için olumsuz bir etkisi olduğu ortaya konulmuştur.

Atabaş (2014) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan durumları nasıl anlamlandırdıkları ve hatalı strateji kullanım sebeplerinin sorularda yer alan sayıların birbirinin tam katı olma veya olmama durumlarına bağlı olarak incelenmesi amaçlanmaktadır. Araştırma karma araştırma modelindedir, veri toplama aracı olarak 12 problem içeren test kullanılmıştır. Araştırmaya

İstanbul’da bulunan özel bir okulda öğrenim gören 120 beşinci sınıf ve 101 altıncı sınıf öğrencisi katılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin problemleri farklı başarı yüzdeleri ile çözdükleri, orantısal olmayan problemlerin düşük başarı yüzdesine sahipken orantısal ilişki içeren problemlerin yüksek başarı yüzdesine sahip olduğu ortaya konulmuştur.

Pelen (2014) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini sınıflama becerinin belirlenmesi, problem çözme başarıları, kullandıkları stratejilerin problemin yapısı ile değişkenlik gösterip göstermediğini belirlemek amaçlanmıştır. Araştırma tarama modelinde betimsel bir araştırmadır, veri toplama aracı olarak orantısal akıl yürütme problem testi kullanılmıştır. Araştırmaya Adana ili Çukurova ilçesindeki 40 ortaokuldan oransız küme örnekleme yöntemi ile yansızlık kuralına göre seçilen üç ortaokulda öğrenim gören 79 kız 86 erkek olmak üzere toplam 165 altıncı sınıf öğrencisi katılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin problemleri sınıflama becerilerinin orta düzeyde olduğu, problem türü ve yapısının kullanılan stratejileri etkilemediği ortaya konulmuştur.

Sharp (2014) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, Midwestern Üniversitesi’nde temel cebir derslerinde lisans öğrencilerinin orantısal akıl yürütme deneyimlerini inceleyen fenomenolojik bir araştırma gerçekleştirilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak görüşme, protokol yazımı ve gözlem kullanılmıştır. Araştırmaya Midwestern Üniversitesi’nde temel cebir dersi alan altı öğrenci katılmıştır. Araştırma sonucunda, temsilin, özellikle kavramada, orantısal akıl yürütmenin önemli bir parçası olduğunu, uygun bir oranın oluşturulmasının ve yinelemesinin ya da bölünmesinin, öğrencilerin orantısal akıl yürütmelerinin önemli bir parçası olduğunu ve başarılı öğrencilerin araştırma görevlerini başarıyla tamamlamak için çeşitli stratejiler kullandığını ortaya koymuştur.

Orletsky (2015) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, işyerindeki dokuz yetişkinin orantısal akıl yürütme ve rasyonel sayı kavramlarını destekleme problemlerini nasıl çözdüklerini incelemek amaçlanmıştır. Araştırma nitel araştırma modelindedir, veri toplama aracı olarak görüşme kullanılmıştır. Araştırmaya seçilen işyerinin dokuz çalışanı katılmıştır. Araştırma sonucunda çalışanların bilinmeyenler ya da kağıt üzerinde şekilsel tarzda çözülmüş problemlerin kullanıldığı eşitlikleri kuramadıkları ve beklenmeyen bir sonuç olarak, diğer araştırmalardaki kişilere oranla çalışanların sıklıkla gerçek problemlerle ve kağıt kalem değerlendirmesiyle karşı karşıya kalmalarından ötürü,

Çalışanların daha önceki araştırmalardaki öğrencilerle yaklaşık olarak aynı düzeyde bir orantısal akıl yürütme sergilediği ortaya konulmuştur.

Tunç Pişkin (2016) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, ortaokul matematik ğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütmelerini uygulamaya dayalı bir eğitim modülüne katılımları ile incelemek amaçlanmıştır. Araştırma oklu durum araştırması modelindedir, veri toplama aracı olarak orantısal akıl yürütme ilk ve son değerlendirme aracı, uygulamaya dayalı eğitim modülü, görüşmeler ve gözlemler kullanılmıştır. Araştırmaya 28 kadın 12 erkek olmak üzere toplamda 40 üçüncü sınıf ortaokul matematik ğretmen adayı seçilmiş, ilk test sonuçlarına göre üst, orta ve alt düzey puan alan üç ğretmen adayı ile devam edilmiştir. Araştırma sonucunda eğitim modülünün orantısal akıl yürütmeyi geliştirdiği, kullandıkları stratejilerin değerışmesini sağladığı ve orantısal durumlardaki matematiksel ilişkileri anlama düzeylerinin arttığı ortaya konulmuştur.

Boyacı (2019) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, ilköğretim ve ortaöğretim matematik ğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerisinin araştırmacı tarafından geliştirilen Orantısal Akıl Yürütme Ölçeği ile belirlenmesi amaçlanmaktadır. Araştırmada 261 öğrenciye ölçekteki sorular uygulanmış, bu uygulama sonrasında dört erkek üç kadın olmak üzere yedi ğrenci nitel araştırma için seçilmiştir. Seçilen ğretmen adayları ile klinik görüşmeler yapılarak öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile ilgili saptamalarda bulunulmuştur. Araştırma sonucunda öğrencilerin ölçekte yüksek puanlar elde etmelerine rağmen çarpımsal ilişkileri anlama, orantısal ilişkilerdeki yapıları kavrama, orantısal akıl yürütme stratejilerini kullanabilme ve orantısal akıl yürütmede doğru dili kullanamadığı ortaya konulmuştur.

Gürler (2019) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, varsayıma dayalı öğrenme rotası ile gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı ile tasarlanan bir ğretim deneyinde öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Araştırma nitel araştırma modelindedir, veri toplama aracı olarak ğretim öncesi ve sonrası uygulanan değerlendirme soruları, araştırmacı günlükleri, öğrencilerin araştırma kâğıtları ve video kayıtları kullanılmıştır. Araştırmaya Ankara Yenimahalle’de yer alan bir devlet okulunda eğitim gören 39 altıncı sınıf ğrencisi katılmıştır. Araştırma sonucunda varsayıma dayalı öğrenme rotasının orantısal akıl yürütme becerisi gelişimini desteklediği ortaya konulmuştur.

İnanır Nemutlu (2019) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, Bilim ve Sanat Merkezlerine devam eden üstün yetenekli öğrencilerin orantısal akıl yürütme

becerilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Araştırmaya İstanbul ilindeki iki Bilim ve Sanat Merkezine devam eden 38 beşinci sınıf, 58 altıncı sınıf, 30 yedinci sınıf ve 31 sekizinci sınıf olmak üzere toplam 157 öğrenci katılmıştır. Araştırmada nicel araştırma yöntemlerinden kesitsel tarama yöntemi kullanılmıştır. Araştırmada Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin sınıf düzeyi yükseldikçe orantısal akıl yürütme beceri testinden aldıkları puanların da arttığı, beşinci sınıf öğrencileri ile diğer sınıflardaki öğrenciler arasında anlamlı düzeyde fark olduğu, altıncı yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri arasında ise anlamlı düzeyde fark olmadığı sonucuna varılmıştır.

2.4.2. Bir uygulama kapsamında orantısal akıl yürütme becerisinin incelenmesine yönelik araştırmalar

Hillen (2005) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme konusundaki anlayışlarını orantısal akıl yürütme odaklı uygulamalı bir kursun tamamlanması ile birlikte amaçlanan içeriğin yeni bir ortamda öğrenilmesi sayesinde incelemek amaçlanmıştır. Araştırma yarı deneysel modeldedir, veri toplama aracı olarak ön test ve son test mülakatı ve testi kullanılmıştır. Veri toplama araçlarına ek olarak derslere ilişkin veriler için araştırmacı derslere katılarak notlar almış ve sınıflar video ortamında kayıt altına alınmıştır. Araştırmaya deney grubunda beş kadın beş erkek ve kontrol grubunda altı kadın olmak üzere toplamda 16 öğretmen adayı katılmıştır. Araştırma sonucunda öğretmenlerin kurstan orantısal akıl yürütmenin önemli yönlerini öğrendikleri, kursun orantısal ilişkilerin daha iyi anlaşılmasını sağladığı, öğretmenlerin ezberlemek yerine matematiksel fikirleri keşfederken bilgiye erişimi sağlayan esnek anlayışlar geliştirdikleri ortaya konulmuştur.

Küpcü (2008) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, ilköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren kelime problemlerini çözüm başarılarına etkinlik temelli öğretimin etkisi araştırılmaktadır. Araştırmada öğrencilerin problem çözme süreci içerisinde yer alan faktörlerdeki farklılıkları üzerinde durulmuş, çözüm stratejileri araştırılmış ve bu stratejilerin problem türlerine göre değişkenlik gösterip göstermediği ortaya konulmaya çalışılmıştır. Araştırma ön test son test kontrol gruplu yarı deneme modelindedir, veri toplama aracı olarak kavramsal ve problem çözme bölümlerinden oluşan problem çözme başarı testleri, orantısal akıl yürütme becerileri testi ve bilişsel stillerin saptanabilmesi amacıyla “Saklı Şekiller Grup Testi” kullanılmıştır. Araştırmaya

İstanbul ili Üsküdar ilçesi Zeynep Kamil semtinde yer alan ilköğretim okullarının yedinci ve sekizinci sınıflarında okuyan 65 kız, 69 erkek olmak üzere toplam 134 öğrenci katılmış olup, katılan öğrenciler içerisinden rastgele seçilen kontrol gruplarına geleneksel öğretim, deney gruplarına ise etkinlik temelli öğretim uygulanmıştır. Uygulama, bağımsız değişken olan etkinlik temelli öğretimin bağımlı değişken olan öğrencilerin problem çözme başarılarına etkisini belirlemek amacıyla taşımaktadır. Öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin belirlenebilmesi amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden amaçlı örnekleme yöntemi tercih edilmiş olup, problem çözümünde uygun strateji kullanan öğrenciler araştırma grubu olarak belirlenerek kâğıtları amaç doğrultusunda analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda etkinlik temelli öğretim yaklaşımının geleneksel yaklaşıma göre daha etkili olduğu, bu yaklaşımın öğrencilerin orantı kavramı anlayışlarına olumlu etkisi olduğu ve öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejileri ortaya konulmuştur.

Wright (2011) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, çarpımsal düşünme ve orantısal akıl yürütmenin gelişimini farklı iki açıdan ele almak amaçlanmıştır. Bunlardan ilki varsayımsal öğrenme yol haritası (Hypothetical Learning Trajectory) oluşturmak için kuramsal anlayıştaki ilerlemeler için ilgili alanyazını incelemek, ikincisi de öğrencilerin durumlar karşısındaki davranışlarına ilişkin görüşleri incelemektir. Araştırma tasarım tabanlı araştırma (design experiment) modelindedir, veri toplama aracı olarak gözlem, görüşme, araştırma materyalleri, testler, çeşitli sınavlar, öğretim planları ve kitap modelleri kullanılmıştır. Araştırmaya yaşları 11 ile 13 arasında değişen altı öğrenci katılmıştır. Araştırma sonucunda çıkarım ve anlama ile birlikte önerilen iki öğrenme modelinin öğrencilerin kavramsal gelişimini tanımladığı ortaya konulmuştur.

Altaylı (2012) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, gerçekçi matematik eğitimi ile geleneksel yaklaşımla verilen eğitimin öğrencilerin başarıları üzerindeki etkilerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırma karma araştırma yöntemlerinden açıklayıcı desen modelindedir, veri toplama aracı olarak ön test ve son test olarak uygulanan başarı testi ve nitel veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılmıştır. Araştırmaya Sivas ilinde bulunan bir ilköğretim okulunun iki farklı yedinci sınıfında öğrenim gören çalışmada yer almaya gönüllü 49 öğrenciden 25'i deney grubu 24'ü ise kontrol grubu olarak katılmıştır. Kontrol ve deney grupları uygulama öncesinde her iki sınıfın genel matematik düzeylerinin tespiti için yapılan denkleştirme sınavı sonucunda belirlenmiştir. Deney grubuna Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne dayalı öğretim yapılırken

kontrol grubuna geleneksel öğretim yapılmıştır. Araştırma sonucunda gerçekçi matematik eğitiminin öğrenci akademik başarısında etkili olduğu ortaya konulmuştur.

Johnson (2013) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, öğretmen adaylarının öğretmen hazırlama programına başlarken sahip oldukları orantısal akıl yürütme becerilerini Lobato ve Ellis (2010) tarafından önerilen dönüşümler aracılığıyla incelemek amaçlanmıştır. Araştırmaya büyük bir araştırma üniversitesinde ilköğretim ve ortaöğretim matematik eğitimi alanında öğrenim gören 25 öğretmen adayı katılmıştır. Araştırma nitel araştırma modelindedir, veri toplama aracı olarak yazılı bir değerlendirme aracı ve katılımcılarla yazılı değerlendirme aracında yer alan sorular hakkında yapılan bireysel görüşmeler kullanılmaktadır. Çalışmada ilk olarak orantısal akıl yürütme becerisinin ortaya konulabilmesi amacıyla ilgili alanyazından derlenen bir yazılı değerlendirme aracı uygulanmıştır. Daha sonra bu yazılı değerlendirme aracının analiz sonuçlarına göre bireysel görüşmeler yapılarak dönüşümlere ilişkin temel anlayışlar ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Araştırma sonucunda Lobato ve Ellis (2010) tarafından önerilen dönüşüm ile orantısal akıl yürütme becerisi arasındaki ilişkiler ortaya konulmuştur. Araştırma sonuçlarına göre Lobato ve Ellis (2010) tarafından önerilen Dönüşüm ve Temel Anlayışlar dikkate alınarak hazırlanan problem durumlarında öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerilerinin az gelişmiş olduğu ve katılımcıların çok azının (%12) bu problemlerde dört değişime dair bir anlayış sergilediği sonucuna ulaşılmıştır. Araştırma sonucunda aynı zamanda eğitimcilere, orantısal akıl yürütme becerisi ile ilgili öğretmen adaylarının varsayımları ve kavram yanlışlarına ilişkin bilgiler sunulmuştur.

Knox (2017) tarafından gerçekleştirilen araştırmada orantısal akıl yürütme yeteneğinin incelenmesi ve geliştirilip geliştirilemeyeceğinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak orantısal akıl yürütme öncesi ve sonrası uygulanan tanısal değerlendirme, ünite öncesi ve sonrası uygulanan Orantısal Akıl Yürütme ve görevler, ders kayıtları ve ünitedeki öğretim programı görevleri kullanılmıştır. Araştırmaya, araştırmacının derslerine kayıtlı 47 erkek 48 kız olmak üzere toplam 95 sekizinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin orantısal akıl yürütme yeteneklerinin akademik cebir başarıları ile orantılı olduğunu ve tüm öğrenciler için orantısal akıl yürütme yeteneğinin geliştirilebileceğini ortaya koymuştur.

2.4.3. Orantısal akıl yürütme becerisi ile diğer matematiksel beceriler arasındaki ilişkilere yönelik araştırmalar

Çetin (2009) tarafından gerçekleştirilen araştırmada ilköğretim öğrencilerinin denklem çözme başarıları ile orantısal akıl yürütme becerileri arasındaki ilişki araştırılmaktadır. Araştırma ilişkisel tarama modelindedir, veri toplama aracı olarak orantısal akıl yürütme beceri testi ve denklemler testi veri kullanılmıştır. Araştırmaya Konya ilinin üç merkez ilçesindeki dokuz ilköğretim okulundan katılan 344 sekizinci sınıf öğrencisi rastgele seçilmiştir. Araştırma sonucunda orantısal akıl yürütme becerisinin denklem çözme başarısını önemli ölçüde etkilediği ortaya konulmuştur.

Ünsal (2009) tarafından gerçekleştirilen araştırmada öğrencilerin genel matematik başarıları ve matematiğe karşı tutumları ile orantısal akıl yürütme becerileri arasındaki ilişkinin cinsiyet değişkeni ile tespit edilmesi amaçlanmıştır. Araştırma tarama modelindedir, veri toplama aracı olarak orantısal akıl yürütme testi ve Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment [PISA]) 2003 projesinden oluşturulan matematik tutum anketi kullanılmıştır. Araştırmaya Bolu ilinde farklı sosyo-kültürel çevrelerdeki sekiz okulda öğrenim gören matematik başarıları yönünden farklı 351 ilköğretim yedinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin genel matematik başarıları ile orantısal akıl yürütme becerileri arasında pozitif yönlü yüksek bir ilişki olduğu ortaya konulmuştur.

Çelik (2010) tarafından gerçekleştirilen araştırmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişkinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırma ilişkisel tarama modelindedir, veri toplama aracı olarak orantısal akıl yürütme testi ve problem kurma testi kullanılmıştır. Araştırmaya Trabzon ilinde bulunan ilköğretim okullarından katılan 392 ilköğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencisi tesadüfi örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Öğrenciler farklı düzeyde orantısal akıl yürütme becerisine sahiptir. Araştırma sonucunda orantısal akıl yürütme becerisi ile problem kurma becerisi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu ortaya konulmuştur.

Bayazit ve Dönmez Kınap (2017) tarafından gerçekleştirilen araştırmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının problem kurma yeterlilikleri incelenmektedir. Araştırma örnek olay modelindedir, veri toplama aracı olarak açık uçlu yazılı sınav ve yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır. Araştırmaya bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde öğrenim gören 87

üçüncü sınıf, 75 dördüncü sınıf öğrencisi olmak üzere toplamda 162 öğretmen adayı katılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin nicel veriler içeren orantısal akıl yürütme becerisi gerektirmeyen problemleri oluşturmada başarılı olmalarına rağmen nitel karakterli orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren problemlerde başarının düştüğü ortaya konulmuştur. Yazarlar bunun pedagojik temelli olabileceğini ve eğitim programında problem kurma etkinliklerine yer verilmesinin çözüme katkıda bulunabileceğini belirtmişlerdir.

2.4.4. Orantısal akıl yürütmede kullanılan stratejilerin tespitine yönelik araştırmalar

Cramer ve Post (1993) tarafından gerçekleştirilen araştırmada ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejileri incelemek amaçlanmıştır. Araştırmaya yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri katılmış ve araştırmada farklı türlerde dört adet orantısal akıl yürütme problemi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin birim oran, denk kesirler, değişim çarpanı ve içler dışlar çarpımı stratejileri olmak üzere dört farklı çözüm stratejisi kullandığı ortaya konulmuştur.

Duatepe vd. (2005) tarafından gerçekleştirilen araştırmada ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejilerin problem türüne göre değişiminin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmaya Ankara ilindeki dört farklı ilköğretim okulunda öğrenim gören 87 altıncı sınıf, 142 yedinci sınıf ve 66 sekizinci sınıf olmak üzere toplam 295 öğrenci katılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin kullandığı stratejilerin problem türüne göre değiştiğini ortaya koymuştur.

Pakmak (2014) tarafından gerçekleştirilen araştırmada öğrencilerin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejilerin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden durum araştırması modelindedir, veri toplama aracı olarak orantısal akıl yürütme testi ve açık uçlu veya çoktan seçmeli sorulardan oluşan görüşme formu kullanılmıştır. Araştırmaya Denizli ilinde bulunan bir ilköğretim okulundan katılan 13 kız yedi erkek olmak üzere toplam 20 altıncı sınıf öğrencisi benzeşik örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Araştırma sonucunda sekiz farklı strateji kullanıldığı, öğrencilerin stratejileri kullanma biçimlerinin problem türüne göre bazı farklılıklar ve benzerlikler gösterdiği ortaya konulmuştur.

Çomruk (2018) tarafından gerçekleştirilen araştırmada ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejilerin incelenmesi

amaçlanmıştır. Araştırmada durum araştırması modeli ile yapılandırılan nitel araştırma teknikleri kullanılmıştır. Araştırmaya Antalya ilinde yer alan bir ortaokulda öğrenim gören 12 öğrenci katılmıştır. Araştırmada öğrencilere farklı orantısal akıl yürütme problemleri yöneltilerek bunları çözerken materyal kullanımının etkisi incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini çözerken kullandıkları stratejilerin materyal kullanımı ile değiştiği saptanmıştır. Öğrencilerin aynı zamanda materyal kullanımı ile daha önce hatalı strateji ile çözdükleri soruları birim oran ve denk kesirler gibi doğru stratejiler ile çözebilmeye başladığı ortaya konulmaktadır. Materyal kullanımı ile orantısal akıl yürütme becerisinin incelendiği araştırma bu yönüyle diğer araştırmalardan farklılık göstermektedir.

Yılmaz Özen (2019) tarafından gerçekleştirilen araştırmada ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerindeki akademik başarılarının ve orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejilerin incelenmesi amaçlanmaktadır. Araştırmada nicel ve nitel araştırma teknikleri kullanılmaktadır. Araştırmaya Ankara ilindeki bir devlet okulunda öğrenim gören 255 beşinci sınıf, 209 altıncı sınıf, 256 yedinci sınıf ve 138 sekizinci sınıf olmak üzere 858 ortaokul öğrencisi katılmış, bu öğrenciler arasından seçilen her sınıf düzeyinden yirmişer öğrenci ile araştırma gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin sınıfa bağlı olarak arttığı ve kullanılan stratejilerin değiştiği sonucuna varılmıştır.

2.5. İlgili Araştırmaların Genel Bir Değerlendirmesi

Orantısal akıl yürütme ile ilgili incelenen araştırmaların çoğunlukla orantısal akıl yürütme becerisinin mevcut durum tespitine odaklandığı görülmüştür. Bir uygulama kapsamında orantısal akıl yürütme becerisinin incelenmesine yönelik araştırmalarda ise sadece orantısal akıl yürütme becerisine etki eden faktörlerin saptanması amaçlanarak orantısal akıl yürütme beceri düzeyinin geliştirilmesi sürecine odaklanılmadığı görülmüştür. İncelenen araştırmalar kapsamında ortaöğretim öğrencileri ile yapılan araştırmalarda öğrencilerin orantısal akıl yürütme durumlarını içeren problemlerdeki başarılarının incelendiği görülmüştür. Dolayısıyla bu araştırmada söz konusu sınırlılıklara yanıt bulmak amacıyla, ortaöğretim öğrencilerinin uygulanan bir öğretim deneyi kapsamında orantısal akıl yürütme becerilerinin süreç içerisinde nasıl değiştiğini incelemek hedeflenmiştir.

Bu araştırmada farklı matematiksel başarılara sahip öğrencilerin farklı durumlar içeren orantısal akıl yürütme problemlerinden oluşan bir testteki orantısal akıl yürütme becerileri incelenerek öğrencilerin mevcut orantısal akıl yürütme becerileri ortaya konulmuştur. Daha sonra öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri düzeyindeki değişimlerin incelenmesi amacıyla geliştirilen ğretim deneyi uygulanmıştır. Öğretim deneyinin uygulanmasının ardından öğrencilerin son durumdaki orantısal akıl yürütme becerilerini ortaya koyabilmek için son değerlendirme testi yapılmıştır. Bu araştırmanın öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini uygulanan bir ğretim deneyi sürecinde incelemesi, öğrencileri orantısal durumlar hakkında düşünmeye teşvik etmesi ve öğrencilerde orantısal akıl yürütme hakkında farkındalık oluşturması açısından önemli olacağı düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, araştırma ortamı ve katılımcılar, veri toplama süreci ve araçları, verilerin analizi ve araştırmanın geçerliği ve güvenilirliği üzerine bilgiler verilmiştir.

3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırma kapsamında bireysel tasarlanmış bir öğretim ortamında dört 10. sınıf ortaöğretim öğrencisinin orantısal akıl yürütme beceri düzeylerindeki değişimin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden olan bireysel öğretim deneyi (Steffe, 1991; Steffe ve Thompson, 2000) modeline göre tasarlanmıştır.

Öğretim deneyi, araştırmacıların araştırma amaçlarına uygun olarak hazırladıkları yeni öğrenme ortamları içerisinde katılımcıların zihinsel işlemlerinin nasıl gelişim gösterdiğini deneyimlemelerini sağlayan bir araçtır (Kantowski, 1977; Steffe ve Thompson, 2000; Elstak, 2007). Öğretim deneyi birkaç haftadan birkaç yıla kadar olan bir zaman sürecinde, bir sınıf ortamında gerçekleştirilebileceği gibi bireysel olarak da gerçekleştirilebilir (Cobb ve Steffe, 1983).

Bir öğretim deneyi modelleme, öğretim seansları ve bireysel görüşmeler olmak üzere üç bölümden oluşur (Kantowski, 1977). Bu çalışmada araştırmacı, katılımcıların problemlere verdikleri yanıtları inceleyerek orantısal akıl yürütme düzeylerinin zaman içerisindeki değişimini modellemeye çalışmıştır. Öğretim deneyi sürecinde araştırmacı, katılımcıların orantısal akıl yürütme becerilerini yakından inceleyerek Temel Anlayış ve Dönüşümlerin (Lobato ve Ellis (2010) orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin gelişimine nasıl katkıda bulunduğunu tespit etmeyi hedeflemiştir.

Araştırmacı araştırma kapsamında gerçekleştirilen uygulamanın yapıldığı okulda matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır ve on sekiz yıllık mesleki deneyime sahiptir. Araştırmacı araştırma için seçilen odak dört 10. sınıf öğrencisinin dokuzuncu sınıftan itibaren matematik derslerine girmekte olduğundan katılımcıları iyi tanımaktadır.

Bu çalışmada araştırmacı öğretmen ve araştırmacı rollerini üstlenmiştir. Öğretmen rolü kapsamında bireysel öğretim seanslarının uygulamasını gerçekleştirirken, araştırmacı rolü kapsamında her bir öğretim seansında gözlemci ve görüşmeci rolünü üstlenmiştir. Her bir seans sonunda araştırmacı katılımcıların yanıtlarını analiz etmiş ve

bu analizler doğrultusunda gelecek seans için öngörülerde bulunarak planlamalarda bulunmuştur.

3.2. Araştırma Ortamı ve Katılımcılar

Araştırma Ege Bölgesinde yer alan bir şehirde araştırmacının da çalıştığı tam gün eğitim veren pansiyonlu bir devlet Anadolu Lisesi'nde gerekli tüm izinler (Bkz. EK-1 ve EK-2) alındıktan sonra gerçekleştirilmiştir. Bu okulda dersler sabah sekiz buçukta başlayıp öğleden sonra dörtte bitmektedir. Haftada beş gün (Cuma-Cumartesi hariç) olmak üzere akşam saatlerinde katılımcılar etüde katılmaktadır.

Araştırma kapsamında gerçekleştirilen bireysel öğretim seansları katılımcıların eğitim gördüğü sınıfta hafta içi etüt saatlerinde gerçekleştirilmiştir. Eğitim görülen sınıfın seçilme sebebi katılımcıların alıştığı bir ortam olmasından dolayı kendilerini daha rahat hissedeceği ve olağan davranışlarını sergileyeceği düşüncesinden kaynaklanmıştır.

Bu araştırmada katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır (Creswell, 2013, s.100). Araştırmanın amacı doğrultusunda katılımcılar belirlenirken bir dizi kriterler dikkate alınmıştır. Bu kriterler şu şekilde sıralanmıştır:

- 1) Düşüncesini açıkça ifade edebilmek,
- 2) Akademik başarı düzeyi orta seviyede olmak,
- 3) 10. sınıf düzeyinde olmak,
- 4) Orantısal akıl yürütme becerisi Düzey 0'da olmak.

Birinci ve ikinci kriterlere uygun katılımcılar rehber öğretmeninin görüşleri doğrultusunda Düzey 0 katılımcıları arasından seçilmiştir. Katılımcıların 10. sınıf öğrencileri arasından seçilmesinin sebebi dokuzuncu sınıfta bu öğrencilerin tamamının oran-orantı kavramına ilişkin kazanımları görmüş olmalarıdır. Katılımcıların orantısal akıl yürütme düzeyleri iki aşamalı bir süreç sonunda belirlenmiştir. Birinci aşamada okuldaki 10. sınıflar arasında gönüllü olan toplam 65 öğrenciye Akkuş ve Duatepe Paksu (2006) tarafından geliştirilen orantısal akıl yürütme becerisini ölçmeye yönelik test (Bkz. EK-3) uygulanmıştır. Bu testin analizi sonucunda Düzey 0 olarak belirlenen katılımcılar arasından birinci ve ikinci kriterlere uygun dört katılımcı belirlenerek Hillen (2005) tarafından geliştirilen ön değerlendirme (Bkz. EK-4) uygulanmış bu katılımcıların Düzey 0 olduğu teyit edildikten sonra katılımcılar nihai olarak belirlenmiştir ve her bir katılımcıya Alp, Can, Ece ve Gül olmak üzere kod isimleri verilmiştir.

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Çalışma kapsamında gerçekleştirilen bireysel öğretim deneyleri üç aşamadan oluşmuştur (Bkz. Şekil 3.1):

- 1) Ön değerlendirme,
- 2) Öğretim seansları,
- 3) Son değerlendirme.

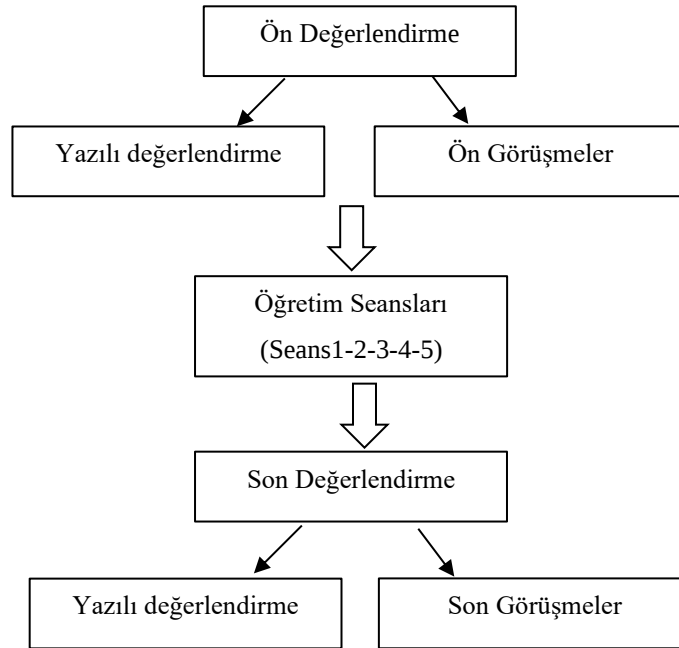
Tablo 3.1’de bir katılımcı için öğretim deneyi süreci özetlenmiş ardından öğretim deneyinin aşamaları detaylı olarak verilmiştir.

Tablo 3.1. Alp’in öğretim deneyi süreci

Hafta	Süreç	İçerik
Hafta 1	Ön değerlendirme	OAYT (Hillen, 2005)
Hafta 2	Seans1 (Ders 1, Ders 2)	Dönüşüm1
Hafta 3	Seans2 (Ders 1, Ders 2)	Dönüşüm2
Hafta 4	Seans3 (Ders 1, Ders 2)	Dönüşüm3
Hafta 5	Seans4 (Ders 1, Ders 2)	Dönüşüm4
Hafta 6	Seans5 (Ders 1, Ders 2)	Genel değerlendirme
Hafta 7	Son değerlendirme	OAYT (Hillen, 2005)

(OAYT: Orantısal Akıl Yürütme Testi)

Araştırmada veri toplama için yazılı değerlendirme ve ön görüşmelerden oluşan ön değerlendirme, seans gözlemleri ve seans sonu görüşmelerinden oluşan öğretim seansları ve yazılı değerlendirme ile son görüşmelerden oluşan son değerlendirme araçları kullanılmıştır. Aşağıda yer alan Şekil 3.1’de veri toplama süreci ve araçları özetlenmiş olup arkasından her bir süreç detaylı olarak açıklanmıştır.



Şekil 3.1. Veri toplama süreci ve araçları

Araştırma kapsamında katılımcılardan veri toplama amacıyla kullanılan ön değerlendirme soruları, öğretim deneyi seanslarındaki aktiviteler ve son değerlendirme içerisinde yer alan sorulara ilişkin katılımcıların çözüm yaptığı çalışma kâğıtları toplanmıştır. Bu veriler katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin ortaya konulabilmesi amacıyla kullanılmıştır.

3.3.1. Ön değerlendirme

Çalışmanın başında katılımcıların mevcut orantısal akıl yürütme düzeylerini ve anlayışlarını daha yakından ve kapsamlı bir şekilde incelemek amacıyla ön değerlendirmelerde bulunulmuştur. Ön değerlendirme, yazılı değerlendirme ve bireysel göreve dayalı klinik görüşmeler yoluyla gerçekleştirilmiştir. Öncelikle katılımcılara yazılı bir değerlendirme aracı (Hillen, 2005) uygulanmıştır. Ardından her bir katılımcı ile yazılı değerlendirme aracındaki sorulara verdikleri yanıtlar üzerine görüşmeler yapılmıştır. Aşağıda yazılı değerlendirme ve ön görüşmelerin detaylarına yer verilmiştir.

3.3.1.1. Yazılı değerlendirme

Yazılı değerlendirme aracı (Bkz. EK-4) olarak Hillen (2005) tarafından geliştirilen ve Tunç Pişkin (2016) tarafından Türkçeye çevrilen orantısal akıl yürütme testi (OAYT) kullanılmıştır. OAYT katılımcıların orantısal akıl yürütme becerilerini ölçebilmek için farklı türlerdeki orantısal akıl yürütme problemlerini çözebilmeyi, orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edebilmeyi ve orantısal durumlardaki sayısal ilişkileri anlayabilmeyi içeren sorulardan oluşmaktadır.

Orantısal akıl yürütme beceri düzeyinin belirlenmesinde öncelikle katılımcıların yazılı değerlendirmede verilen orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edip edemedikleri incelenmiştir. Daha sonra katılımcıların orantısal problemleri çözmek için kullandıkları stratejilere odaklanılmıştır. Bu noktada katılımcıların probleme doğru bir strateji ile yaklaşmasının yanı sıra kullandıkları stratejiyi anlamlandırıp anlamlandıramadıklarına da dikkat edilmiştir. Bunun sebebi katılımcıların işlemsel bir yaklaşımla mı yoksa kavramsal bir şekilde mi soruya yaklaştıklarını anlayabilmektir. Araştırmacının dikkat ettiği bir diğer etken de katılımcıların kullandıkları stratejilerin problemin yapısına göre değişip değişmediğidir. Katılımcıların çarpımsal karşılaştırmalar yapıp yapamadığı ve orantısal durumların içerdiği var olan yapısal ilişkileri tam olarak anlayıp anlayamadıkları gibi orantısal akıl yürütme düzey göstergeleri belirlenerek,

katılımcıların orantısal akıl yürütme gerçekleştirip gerçekleştiremedikleri tespit edilmeye çalışılmıştır.

Alanyazında orantısal akıl yürütme becerisinin incelenebilmesi için bilinmeyen değeri bulma, sayısal karşılaştırma ve niteliksel akıl yürütme problemleri tercih edilmektedir (Tunç Pişkin, 2016). Araştırmada kullanılan OAYT orantısal akıl yürütme gerektiren bu üç türdeki orantısal akıl yürütme problemlerinden oluşmaktadır. Yazılı değerlendirmede kullanılan soruların problem türü ve göstergelere göre dağılımına Tablo 3.2’de yer verilmiştir.

Tablo 3.2. OAYT sorularının problem türü ve göstergelere göre dağılımı

Soru Numarası	Problem Türleri			Göstergeler	
	Bilinmeyen Değeri Bulma	Sayısal Karşılaştırma	Niteliksel Akıl Yürütme	Orantısal Durumları Ayırt Etme	Orantısal Durumlardaki Matematiksel İlişkileri Anlama
1-4	X				
5				X	
6		X			
7-8			X		
9				X	
10				X	
11-22				X	X
23	X				
24		X		X	

Yazılı değerlendirmede yer alan 1 ve 4 arasındaki sorular ile 23. soru bilinmeyen değeri bulma problem türündedir. Bu soru türünün amacı katılımcıların kullandığı stratejileri belirlemektir. Bu noktada katılımcılardan her soruyu iki farklı şekilde çözmesi istenmiştir. Bu sayede bu sorulara ilişkin verilerin katılımcıların farklı çözüm stratejilerini kullanıp kullanmadığını ortaya koyması hedeflenmiştir. Bu soru türünün sorulmasındaki ikinci ana etmen ise 23. soruda verilen durumda yer alan sayıların tam sayı olmamasından ötürü katılımcıların bu tür bir durumda zorluk yaşayıp yaşamadığının tespit edilebilmesidir.

5, 9, 10, 11-22 arasındaki ve 24 numaralı sorular ile katılımcıların orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edip edemediklerini ortaya koyabilmek amaçlanmıştır. 5. soruda katılımcılardan verilen oranın oluşturulmasını gerektiren sözel bir problem yazmaları istenmiştir. Böyle bir sözel problemi yazmak için katılımcıların çokluklar arasındaki orantısal durumu fark edebilmesi gerekmektedir. Ayrıca verilen durumdaki oranın tam sayı olmaması katılımcıların tam sayı olmayan durumlarda zorluk yaşayıp yaşamadığı hakkında bilgi vermiştir. 9. ve 10. sorular ile katılımcıların oranı ölçü

olarak kullanıp kullanamadığı belirlenmeye çalışılmıştır. Katılımcılar 9. soruda istenilen boya rengine ulaşmada boyaların karışım oranını, 10. soruda ise yamaç eğimini kıyaslamada tabanın yükseklik ve uzunluk oranını kullanabilmesi gerekmektedir.

6. ve 24. sorular sayısal karşılaştırma türünde problemlerden oluşmaktadır. 6. soruda katılımcılara klasik bir sayısal karşılaştırma problemi verilerek iki portakal suyu tarifinin göreceli karşılaştırılmasını iki farklı yol ile çözmeleri istenmiştir. 24. soruda ise katılımcılara dikdörtgen üç arsanın boyutu verilerek hangisinin en çok kareye benzediği sorulmuştur. Bu soruların ikisi de tam sayı içermediği için katılımcıların zorluk yaşayıp yaşamadığını ortaya koymasının yanı sıra katılımcıların çözümde toplamsal yanlış stratejiyi kullanıp kullanmayacakları hakkında bilgi vermesi amaçlanmıştır.

7. ve 8. sorular niteliksel akıl yürütme problem türündedir. Bu sorular ile katılımcıların sayısal değer içermeyen çokluklar arasında ilişki kurup kuramadığının belirlenmesi hedeflenmiştir.

11. - 22. sorular katılımcıların orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edip edemediklerinin yanı sıra orantısal durumlardaki matematiksel ilişkileri anlayıp anlayamadıklarını ölçme amacı taşımaktadır. Bu amaçla katılımcılara sözel problem, grafik, eşitlik ve tablo türündeki üçer adet soru yöneltilerek değişkenler arası ilişkilerin birbirleriyle orantılı olup olmadığını belirtmeleri ve bu kararı nasıl aldıklarını açıklamaları istenmiştir.

3.3.1.2. Ön görüşme

Araştırmada yazılı değerlendirmenin ardından araştırmacı tarafından katılımcılarla bireysel klinik ön görüşmeler yapılmıştır. Ön görüşmelerin amacı katılımcıların yazılı değerlendirme esnasında ortaya koydukları orantısal akıl yürütme becerilerini daha yakından incelemek ve detaylı olarak açıklığa kavuşturmadır. Ön görüşmeler gerçekleştirilirken araştırmacı katılımcılardan yazılı değerlendirmede yer alan soruları nasıl çözdüklerini anlatmalarını istemiş ve bu süreçte katılımcıları yönlendirmekten kaçınmıştır. Her bir görüşme ortalama bir saat sürmüştür ve ses kaydına alınarak daha sonra analizleri yapılmak üzere dökümleri çıkarılmıştır.

3.3.2. Öğretim seansları

Öğretim seanslarının amacı katılımcıların orantısal akıl yürütme becerilerini kullanabilecekleri problem durumlarıyla onları karşı karşıya bırakmak ve düşüncelerini düzenlemelerine fırsat vererek yeniden yapılandırmalarına olanak sağlamak ve tüm bu

süreç içerisinde akıl yürütme becerilerindeki değişim ve gelişimleri kayıt altına alarak incelemektir. Araştırmacı her bir katılımcı ile haftada iki defa bir araya gelerek öğretim seanslarını (Bkz. Tablo 3.1) uygulamıştır. Her bir öğretim seansı ses kaydı ve gözlemci notları kullanılarak kayıt altına alınmıştır. Bu gözlemlerin amacı katılımcıların orantısal akıl yürütme becerilerindeki gelişimleri ortaya çıkarmaktır.

Tasarlanan öğretim seansları içerisinde kullanılan problemler orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri dikkate alınarak alanyazındaki ilgili araştırmalardan (Karplus vd., 1974; Cramer ve Post, 1993; Lamon, 1993; Harel vd., 1994; Simon ve Blume, 1994; De Bock vd., 1998; Lamon, 1999; TIMSS, 1999; Heinz, 2000; Miller ve Fey 2000; Baxter ve Junker, 2001; Akkuş Çıkla ve Duatepe, 2002; Smith vd., 2003; Hillen, 2005; Hines ve McMahon, 2005; Peled, 2007; Lobato ve Ellis, 2010; Ercole vd., 2011; Tunç, 2016) ve araştırmacının kendi yazdığı sorulardan derlenerek oluşturulmuştur.

Langrall ve Swafford (2000) orantısal akıl yürütme becerilerini dört düzey olarak sınıflandırmıştır. Düzey 0 olarak adlandırdıkları ilk düzeyde bireylerin mantıksal çerçevesi olmayan rastgele işlemler yaptıkları ve çarpımsal karşılaştırmaları kullanamadıklarını ifade etmişlerdir. Düzey 1 çerçevesinde bireylerin orantısal bir durumu şekil, somut materyal ve modelleri kullanarak kavrayabildikleri ifade edilmiştir. Düzey 2’de ise bireylerin herhangi bir somut materyal kullanma ihtiyacı hissetmeden niteliksel karşılaştırmalar ve açıklamalar yapabildikleri, modellerle sayısal işlemleri ilişkilendirilebildikleri ifade edilmiştir. En üst düzey olan Düzey 3’te ise bireyler orantısal durumlardaki birimler arasındaki ilişkiyi kavrayabildiği ve çözüm için farklı stratejiler kullanabildiği ifade edilmiştir.

Lobato ve Ellis (2010), orantısal akıl yürütmenin olmadığı süreçten orantısal akıl yürütme becerisine sahip olunan döneme ulaşabilmek için dört aşamalı bir Dönüşüm (shift) içerisinde 10 Temel Anlayış (essential understanding) kullanılmasını önermektedir. Öğretim seanslarının hazırlanmasında orantısal akıl yürütmenin geliştirilmesi amacıyla Lobato ve Ellis (2010) tarafından önerilen Dönüşüm ve Temel Anlayışlar Langrall ve Swafford’un (2000) orantısal akıl yürütme beceri düzeylerine entegre edilerek kullanılmıştır.

Orantısal akıl yürütme beceri düzeyindeki gelişim, katılımcıların öğretim seanslarında yer alan problemlerin çözüm aşamasında Temel Anlayışlar ve Dönüşümler çerçevesindeki değişimler sonucu belirlenmiştir. Seanslarda yer alan problemler; orantısal durumların tanınması, farklı stratejiler kullanarak çözüme ulaşılmasını

gerektiren problem türleri, katılımcıların yanlış strateji izlediği durumlarda materyal kullanımı ile birlikte doğru çözüm stratejilerine nasıl ulaşılacağı gibi detaylara dikkat edilerek hazırlanmıştır. Öğretim seansları katılımcılara araştırmacı tarafından bireysel olarak uygulanmıştır. Tablo 3.3'te örnek bir katılımcı için öğretim seansları ve her bir seans kapsamında yer alan dersler özetlenmiştir.

Tablo 3.3. Alp'in öğretim deneyi içeriği

Seans	Dönüşüm	Ders	Temel Anlayış	İncelenen Beceri
Seans1	Dönüşüm1	Ders1	TA1	Oranlarla akıl yürütmeye iki çokluğun fark edilmesi
Seans1	Dönüşüm1	Ders2	TA3	Çoklukların birbiri üzerindeki ve bulunmak istenen özellik üzerindeki etkilerinin fark edilmesi
Seans2	Dönüşüm2	Ders1	TA2	Oranın iki çokluğun çarpımsal karşılaştırması ya da tek bir birleşik birimde (composed unit) birleştirilmesi
Seans2	Dönüşüm2	Ders2	TA6	Orantının iki oran arasındaki denklik ilişkisi olduğunu ve bir orantıda iki çokluğun oranının büyüklüklere (quantities) karşılık gelen değerler değişikçe sabit kalması
Seans3	Dönüşüm3	Ders1	TA7	Denk oran oluşturabilme, orantı sabitini anlama ve birleşik birim (composed unit) ile çarpımsal karşılaştırmanın birbiriyle ilişkili olması
Seans3	Dönüşüm3	Ders2	TA4 TA5	Kesirler ve oran arasındaki ilişki Oranın bölümle (quotient) ilişkisi
Seans4	Dönüşüm4	Ders1-2	TA8	Orantı ile orantısal akıl yürütme ilişkisi
Seans5		Ders 1-2	TA1-TA10	Genel değerlendirme

Not1: TA1-Temel Anlayış 1 ... TA10- Temel Anlayış 10; Temel Anlayışlar için Bkz. Tablo 2.3.

Not2: TA9 ve TA10'a ait beceriler tüm Dönüşümler kapsamında incelenmektedir

Araştırmacı öğretim deneyi seansları kapsamında gerçekleştirilen her dersin sonunda katılımcılarla bireysel görüşmeler yaparak katılımcıların seans sonu durumunu değerlendirmiştir. Bu görüşmelerde araştırmacı katılımcılara ders içerisinde çözdüğü problemlere benzer problemler yönelterek seans sonundaki nihai çözüm yollarını ve düşünce yapılarını anlamaya çalışmıştır. Araştırmacı görüşmeler esnasında katılımcıların verdiği cevaplara göre ilave problemler ile süreci devam ettirmiştir.

Araştırmacı öğretim seanslarının uygulanması sürecinde yaptığı görüşmeler ve gözlemler ile öğretim seanslarında yer alan problemleri çözerken katılımcıların kullandığı

stratejileri belirlemeye, katılımcıların orantısal akıl yürütmede kullandığı dili yorumlamaya, kritik sorular sorarak katılımcının o esnadaki orantısal akıl yürütme beceri düzeyini saptamaya çalışmıştır. Öğretim seanslarında orantısal ilişkileri katılımcının kendisinin fark etmesini sağlayacak problemlere yer verilmiştir. Öğretim seansları kapsamında katılımcılara kazandırılmak istenen Dönüşüm ve Temel Anlayışlara uygun olarak seçilen problem örneklerine Tablo 3.4'te yer verilmiştir.

Tablo 3.4. Dönüşüm değerlendirme tablosu

Dönüşüm/Temel Anlayış	Problem	Etkinliğin Dönüşüm Göstergesi Kanıtları
Dönüşüm1/TA1	Limon/Su Problemi	Boya Problemi
Dönüşüm1/TA3	Basketbol Problemi	Kayak Pistinin Eğimi Problemi
Dönüşüm2/TA2	Ev Problemi	Kısa Bey/Uzun Bey Problemi
Dönüşüm2/TA6 ve TA10	Koşu Problemi	Badana Problemi
Dönüşüm3/TA7	Granola Problemi	Balon Problemi
Dönüşüm3/TA4 ve TA5	Kedi/Köpek Problemi	Kız Erkek Problemi
Dönüşüm4/TA8	Gezegen Problemi	Makarna Sosu Problemi

Not: TA1-Temel Anlayış 1 ... TA10- Temel Anlayış 10; Temel Anlayışlar için Bkz. Tablo 2.3.

Aşağıda her bir öğretim seansı ve bu seanslar kapsamında hazırlanan derslerin hedef ve içerikleri ayrıntılı olarak verilmiştir.

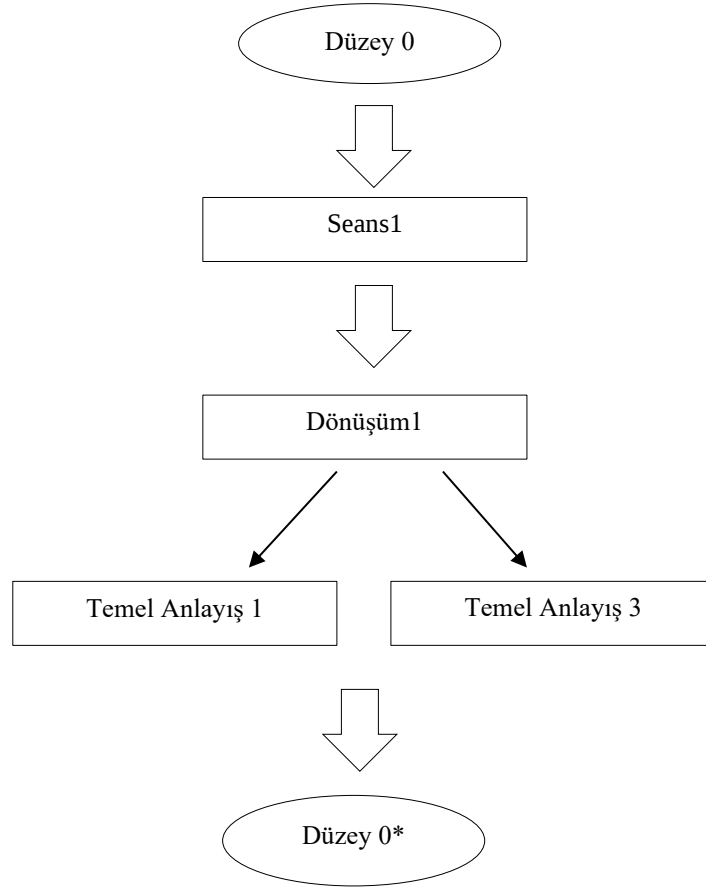
3.3.2.1. Seans1: Tek çokluk ile akıl yürütmeden iki çokluk ile akıl yürütmeye geçiş

Orantısal akıl yürütme becerisine sahip olmayan kişiler genellikle verilen durumda yer alan çokluklardan sadece birine odaklanırlar, bu tip akıl yürütmeye tek çokluk ile akıl yürütme (univariate reasoning) adı verilir (Lobato ve Ellis, 2010). Bu seans kapsamında katılımcıların tek çokluk ile akıl yürütmeden iki çokluk ile akıl yürütmeye geçişlerinin sağlanması hedeflenmiştir.

Orantısal akıl yürütme becerisinin geliştirilebilmesi için katılımcıların öncelikle verilen durumda yer alan çoklukların her ikisini de fark edebilmesi ve bu çoklukları çözüm sürecinde kullanabilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada katılımcıların her biri Düzey 0 olarak belirlenmiş ve tek bir çokluğa odaklandıklarından iki çokluğun arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edemedikleri gözlenmiştir. Bu nedenle Seans1 kapsamında katılımcılara aynı anda iki çokluğu dikkate almalarının gerektiğinin farkına varmalarına yardımcı olmak için onları yönlendirecek birtakım problemler yöneltmiştir. İki çokluğun birlikte koordineli bir şekilde ele alınmasını gerektirecek soruların yöneltilmesi, katılımcıların tek çokluktan iki çokluğa geçiş sürecine yardımcı olacağı düşünülmüştür.

Tek çokluktan iki çokluğa geçilmesini amaçlayan Dönüşüm1'i gerçekleştirmek için Şekil 3.2'de kapsamına yer verilen Seans1'de katılımcılarla, Temel Anlayış 1 ve Temel Anlayış 3'ün (Bkz. Tablo 2.3) incelenbilmesine olanak veren problemlerden oluşan dersler yapılmıştır.

Temel Anlayış 1'in incelenmesinde katılımcıların oran kavramında iki çokluğu birlikte koordineli bir şekilde ele alıp alamadığı değerlendirilmiştir. Temel Anlayış 3'ün incelenmesinde ise katılımcıların oranı günlük yaşama dair çoklukların (diklik gibi) ölçümü olarak oluşturmada diğer çokluktan ayırıp ayıramadığı (eğime yükseklik ve taban uzunluğunun etkisinin olmasına rağmen, taban genişliğinin etkisinin olmaması gibi) ve çoklukların değişiminin birbiri üzerindeki etkilerine (yükseklik artarsa eğim artar ya da taban uzunluğu artarsa eğim azalır gibi) dair kavrayışları değerlendirilmiştir.



Not: Düzey 0*'da Düzey 1'in göstergeleri taşınmasına rağmen hala Düzey 0'ın sınırları içerisindedir.

Şekil 3.2. *Seans1'in kapsamı*

Bu seans kapsamında incelenen beceriler aşağıdaki şekilde özetlenmiştir:

- Oran içerisindeki çoklukların tanınması
 - Oranı oluşturan çoklukların değişiminin oran üzerindeki etkilerinin anlaşılması
- Aşağıda Seans1 kapsamında hazırlanan derslere ve içeriklerine yer verilmiştir.

3.3.2.1.1. Ders1

Seans1'in ilk dersinde katılımcıların iki çokluk arasında bağlantı kurabilmeleri hedeflenmiştir. Bu kapsamda katılımcıların iki çokluk arasında ilişki kurmalarını gerektiren problemlere (EK-5) yer verilmiştir.

Örneğin Limon/Su Problemi (Bkz. Tablo 3.5) kapsamında katılımcıların limonatanın tadını kıyaslayabilmeleri için limon ve su miktarı arasındaki ilişkiyi kurmaları ve yorumlamaları gerekmektedir.

Tablo 3.5. *Çokluklar arasında bağlantı kurabilme problemleri*

Problem Adı	Problem İçeriği
Limon/Su Problemi	“Yasemin ve Zeynep limonata yapmaktadırlar. Yasemin, 3 bardak limon aromasını 2 bardak su ile karıştırmıştır. Zeynep ise 4 bardak limon aromasını 3 bardak su ile karıştırmıştır. Kimin karışımı daha limonludur? Hesaplama kullanmadan çözümünüzü açıklayın.” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 79.
Boya Problemi 1	“Mavi ve kırmızı renklerinin birleşiminden mor renk oluşmaktadır. Tahsin 1 kutu mavi boya ile 2 kutu kırmızı boyayı karıştırıyor. Leyla ise 2 kutu mavi boya ile 3 kutu kırmızı boyayı karıştırıyor. Kimin karışımı daha koyu renk mor olur?” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 20.

Ders 1 sonunda yapılan görüşmelerle katılımcıların iki çokluk arasında ne ölçüde ilişki kurabildikleri incelenmiş ve bir sonraki dersin hedef ve içerikleri tasarlanmıştır.

3.3.2.1.2. Ders2

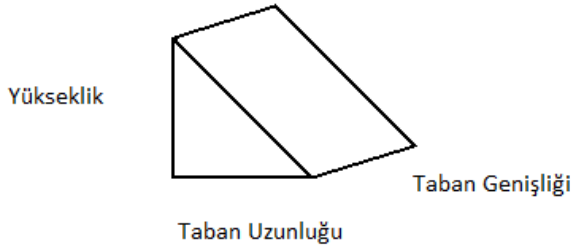
Seans1’in ilk dersinde iki çokluk hakkında farkındalık yaratmak ön plandayken ikinci derste, bu çokluklardan birinin değişiminin diğerini nasıl etkilediği üzerine odaklanılmıştır. Bu kapsamda katılımcılara oranı oluşturan çoklukların birbiri üzerindeki etkilerini anlamalarına yardımcı olmak amacıyla hazırlanan problemlere (EK-5) yer verilmiştir.

Örneğin Basketbol Problemi (Bkz. Tablo 3.6) kapsamında katılımcıların cevaplarını sadece bir çokluğa dayandırmayarak çokluklar arasında ilişki kurmaları gerekmektedir.

Basketbol Probleminde en başarılı sporcunun sadece başarılı atış ile belirlenmesi veya başarısız atış ile belirlenmesi katılımcının tek bir çokluğa odaklandığının göstergesi olup orantısal akıl yürütme becerisi kapsamında katılımcının en başarılı sporcuyu belirlemesi için hem başarılı hem de başarısız atışı ya da yapılan toplam atışı aynı anda (başarılı atış/toplam atış gibi) göz önünde bulundurması gerekmektedir.

Ders kapsamındaki etkinliklerde cevaplarını sadece bir niteliğe dayandıran bir katılımcı, miktarların birbiri üzerindeki etkileri göz ardı etmiş olacaktır. Katılımcıların çoklukların etkilerini anlayabilmesi için çoklukları ayrı düşünmemeleri gerekmektedir.

Tablo 3.6. Oranın iki çokluktan oluştuğunu kavrama problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği															
Basketbol Problemi	“Bir grup katılımcı basketbol atışı yapmaktadır. Sonuçlar aşağıdaki gibidir. Sadece bu bilgilere dayanarak en iyi oyuncu kimdir? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. <table><tr><th>İsim</th><th>Başarılı Atış</th><th>Yapılan Atış</th></tr><tr><td>Ayla</td><td>8</td><td>11</td></tr><tr><td>Burak</td><td>22</td><td>29</td></tr><tr><td>Cemal</td><td>15</td><td>19</td></tr><tr><td>Dilek</td><td>33</td><td>41</td></tr></table> Sadece bu bilgilere dayanarak en iyi oyuncu kimdir? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.” Kaynak: Hines ve McMahon, 2005, s. 101.	İsim	Başarılı Atış	Yapılan Atış	Ayla	8	11	Burak	22	29	Cemal	15	19	Dilek	33	41
İsim	Başarılı Atış	Yapılan Atış														
Ayla	8	11														
Burak	22	29														
Cemal	15	19														
Dilek	33	41														
Kayak Pistinin Eğimi Problemi	“Kansas’ta kayak yapmak için dağ bulunmamaktadır. Girişimci bir grup, bir dizi kayak rampası inşa etmiştir ve onları yokuş aşağı kayabilmeye izin veren plastik bir elyafla kaplamıştır. Sizden rampaları en dik’ten en az dik’e olacak şekilde sıralamanız istenilmektedir. Her tepe için size aşağıdaki ölçümler verilmiştir: taban uzunluğu, taban genişliği (zemin boyunca ölçülür) ve yükseklik. Sahip olduğunuz bilgiyi kullanarak tepelerin birbirlerine göre dikliğini (göreceli dikliğini) nasıl belirlersiniz?” 															

Kaynak: Simon ve Blume, 1994, s. 190.

Kaynak: Simon ve Blume, 1994, s. 190.

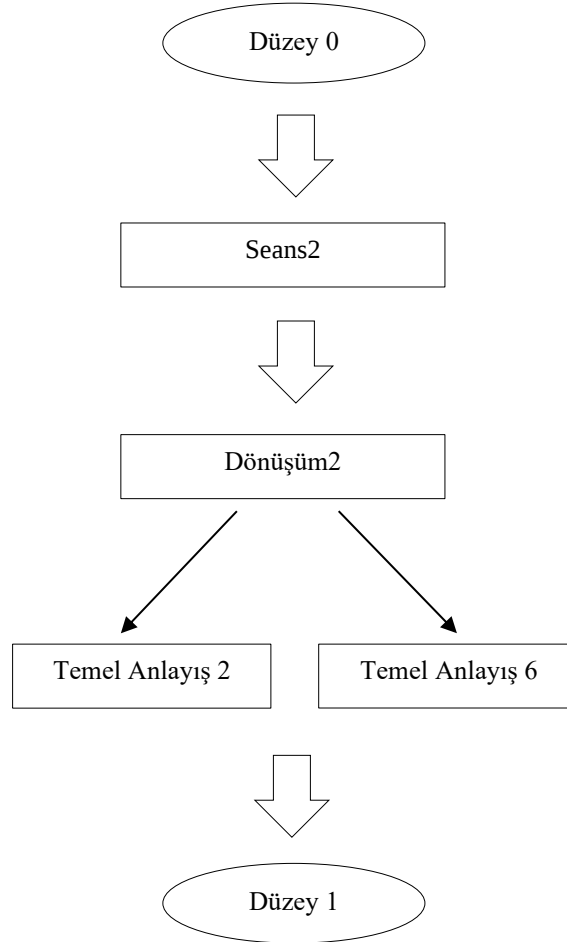
Ders 2 sonunda yapılan görüşmelerle katılımcıların çoklukların birbiri üzerindeki etkilerini ne ölçüde dikkate alarak muhakemede bulundukları incelenmiş ve bir sonraki seansın hedef ve içerikleri tasarlanmıştır. Seans1 kapsamındaki iki dersin sonunda Dönüşüm1, Temel Anlayış 1 ve Temel Anlayış 3’ün kazandırılması hedeflenmiştir. Bu hedeflere ulaşıldıktan sonra Seans2’ye geçilmiştir.

3.3.2.2. Seans2: Toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçiş

Lobato ve Ellis (2010) bir oranı iki çokluğun çarpımsal karşılaştırması olarak tanımlamıştır. Çarpımsal karşılaştırma, oranı oluşturan çokluklardan biri diğerinin kaç katıdır ya da kaçta kaçdır düşüncelerinin anlaşılmasını içermektedir. Bir oran oluşturma bir başka yolu ise yeni bir birim oluşturmak için iki niceliği (oranlayarak) birleştirmektir. Orantısal akıl yürütme becerisinin geliştirilebilmesi için toplamsal karşılaştırma kullanarak gerçekleştirilen akıl yürütmenin yerini çarpımsal karşılaştırma

almalıdır (Baxter ve Junker, 2001). Çarpımsal karşılaştırma sayesinde göreceli orantısal değişim kavranabilir. Orantısal akıl yürütme becerisinin geliştirilmesinde önemli bir basamak olan oranın iki çokluğun çarpımsal karşılaştırması olarak görülmesi ve iki oran arasındaki denkliğin (orantı kavramının) anlaşılması Şekil 3.3'te kapsamına yer verilen Seans2'nin temel amacıdır.

Seans1 sonunda katılımcılar bir oran içerisindeki iki çokluğun birbiri üzerindeki etkisini keşfederken Seans2 kapsamında bu iki çokluk arasında çarpımsal bir ilişki olduğunu fark etmeleri ve buradan yola çıkarak oranlar arası denklik kavramının anlaşılması amaçlanmıştır. Seans2'de ayrıca toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçişin nasıl olduğunu incelemek amacıyla Temel Anlayış 2, Temel Anlayış 6'ya (Bkz. Tablo 2.3) yönelik problemler kullanılmıştır.



Şekil 3.3. Seans2'nin kapsamı

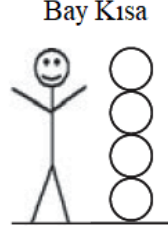
Bu seans kapsamında incelenen beceriler aşağıdaki gibidir:

- Oranı, iki çokluğun çarpımsal karşılaştırması olarak görebilme
- İki oran arasındaki eşitlik ilişkisini (orantı) tanıyabilme
- Katılımcıların toplamsal yerine birleşik birimler yardımı ile çarpımsal karşılaştırmalar kullanabilmesi
- Orantısal akıl yürütmede yüzeysel ipuçlarının ötesinde yorumda bulunabilme

3.3.2.2.1. Ders1

Seans2'nin ilk dersinde iki çokluk arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark ettirmek amaçlanmıştır. Bu kapsamda katılımcıların toplamsal akıl yürütme yerine değişim durumuna orantısal bakarak çarpımsal ilişkileri tanıyıp tanıyamadığını irdeleyen problemlere (EK-5) yer verilmiştir.

Tablo 3.7. Çarpımsal akıl yürütme problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği
Çiçek Problemi	“İki hafta önce, iki çiçeğin boyları 8 cm ve 12 cm olarak ölçülmüştür. Bugün ise çiçekler sırasıyla 11 cm ve 15 cm boyundadır. 8 cm’lik çiçek mi yoksa 12 cm’lik çiçek mi daha fazla uzamıştır? Bu problem için geçerli olabilecek iki farklı cevap bulunuz ve cevaplarınızı açıklayınız.” Kaynak: Tunç, 2016, s. 288.
Kısa Bey/Uzun Bey Problemi	“Kısa Bey’in boyu 6 ataç uzunluğundadır. Kısa Bey’in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Uzun Bey ve Kısa Bey’in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey’in 6, Kısa Bey’in 4 düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre, Uzun Bey’in boyu kaç ataç uzunluğundadır?” 
Ev Problemi 1	Kaynak: Karplus vd., 1974, s.476. “Yeni bir konut parsellemeye 3 farklı parsel boyutu sunulmaktadır: 185 metre x 245 metre, 75 metre x 114 metre ve 455 metre x 508 metre. Bu parseller gökyüzünden görüntülenmek istenseydi, hangisi en çok karemsi olurdu? Hangisi en küçük kare olurdu? Sebeplerinizi açıklayın.” Kaynak: Heinz, 2000, s. 150.

Örneğin Kısa Bey/Uzun Bey Problemi (Bkz. Tablo 3.7) kapsamında katılımcılar, orandaki iki çokluk arasındaki ilişkinin, toplamsal değil (düğmeler/ataç) çarpımsal olduğunun farkına varmalıdır. Kısa Bey/Uzun Bey Probleminde katılımcıların düğmeler arasındaki farka odaklanarak Uzun Bey’in boyunu tahmin etmeleri onların soruya

toplamsal olarak yaklaştıklarını gösterirken düğmeler arasındaki orana odaklanarak Uzun Bey'in boyunu tahmin etmeleri onların soruya çarpımsal olarak yaklaştıklarını gösterecektir. Bu ve benzeri durumlar kapsamında araştırmacı katılımcıların nasıl bir yaklaşım sergilediklerini ve süreç içerisindeki çarpımsal muhakemeye geçiş durumlarını incelemiştir.

Ders 1 sonunda yapılan görüşmelerle katılımcıların toplamsal akıl yürütme yerine değişim durumuna orantısal olarak bakarak çarpımsal ilişkileri ne ölçüde tanıyabildikleri incelenmiş ve bir sonraki dersin hedef ve içerikleri tasarlanmıştır.

3.3.2.2.2. Ders2

Seans2 içerisinde yer alan birinci ders kapsamında katılımcıların toplamsal akıl yürütme yerine değişim durumuna orantısal olarak bakarak çarpımsal ilişkileri tanıyabilmesi amaçlanmışken, bu derste öğrencilerin her iki stratejiden doğru olanı tercih edip edemediklerinin incelenmesi hedeflenmiştir. Seans kapsamında katılımcıların toplamsal ve çarpımsal akıl yürütmelerini gerektirecek problemlere (EK-5) yer verilerek katılımcıların ne ölçüde bu iki akıl yürütme becerisini doğru bir şekilde kullanabildikleri ve ayırt edebildikleri incelenmiştir.

Örneğin Koşu Problemi (Bkz. Tablo 3.8) kapsamında katılımcıların çarpımsal karşılaştırma yerine sorunun çözümünde tur sayıları arasındaki farkı hesaplayarak toplamsal karşılaştırma yapmaları gerekmektedir.

Tablo 3.8. *Orantısal akıl yürütme strateji belirleme problemleri*

Problem Adı	Problem İçeriği
Koşu Problemi	“Suzan ve Derya bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Suzan koşuya önce başlamıştır. Suzan 7 tur attığında, Derya 3 tur atmıştır. Derya 12 turu bitirdiğinde, Suzan kaç tur atmıştır?” Kaynak: Cramer ve Post, 1993, s. 159.
Badana Problemi	“Mehmet 3 saat içinde kendi başına bir odayı boyayabilmektedir. Mehmet kendisiyle aynı hızda boya yapabilen kardeşi Fatih'ten yardım isterse iki kardeşin aynı odayı boyaması ne kadar sürer?” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 46.

Katılımcıların bu soruda aynı zamanda, problemde verilen yüzeysel ipuçlarından etkilenip etkilenmediği de incelenmiştir. Temel Anlayış 10'a göre katılımcıların akıl yürütmeleri soruda verilen yüzeysel ipuçlarından etkilenebilir. Bu soruda da katılımcılar yüzeysel ipuçlarını kullanarak soruda verilen koşucuların eşit hızda koştuğu bilgisini göz ardı ederek Derya 3 tur koştuğunda Suzan 7 tur koştuğuna göre Derya 12 tur koştuğunda Suzan 28 tur koşar gibi yanlış bir çarpımsal akıl yürütme kullanabilirler. Bu da olası

katılımcının toplamsal ve çarpımsal ilişkiyi ayırt edemediğinin bir göstergesi olarak değerlendirilebilir.

Katılımcılara ayrıca bu soru kapsamında araştırmacı tarafından soruyu farklı bir yolla daha çözüp çözemeyecekleri sorulmuştur. Katılımcıların koşucular arasındaki farkın sabit bir değer olduğunu fark etmesinin yanı sıra çokluklar arasındaki ilişkiyi $f(x)=ax+b$ fonksiyonu ile gösterebilmesi beklenmektedir. Verilen değişkenler arasındaki ilişkinin önce tablo ile gösterimi ardından cebirsel ifade olarak yazılması ve son olarak grafik olarak gösterilmesi ile katılımcıların doğrusal fonksiyonların, hangi durumlarda orantısal bir durum içerdiğini fark edebilmesi amaçlanmıştır. Böylelikle orantısal akıl yürütme becerisine sahip olan kişilerin $y=ax$ fonksiyonunda y ile x arasındaki ilişkinin orantılı olduğunu $y=ax+b$ fonksiyonda y ile x değişkenleri arasındaki ilişkinin orantılı olmadığını fark edebilmelerine olanak verilmiştir.

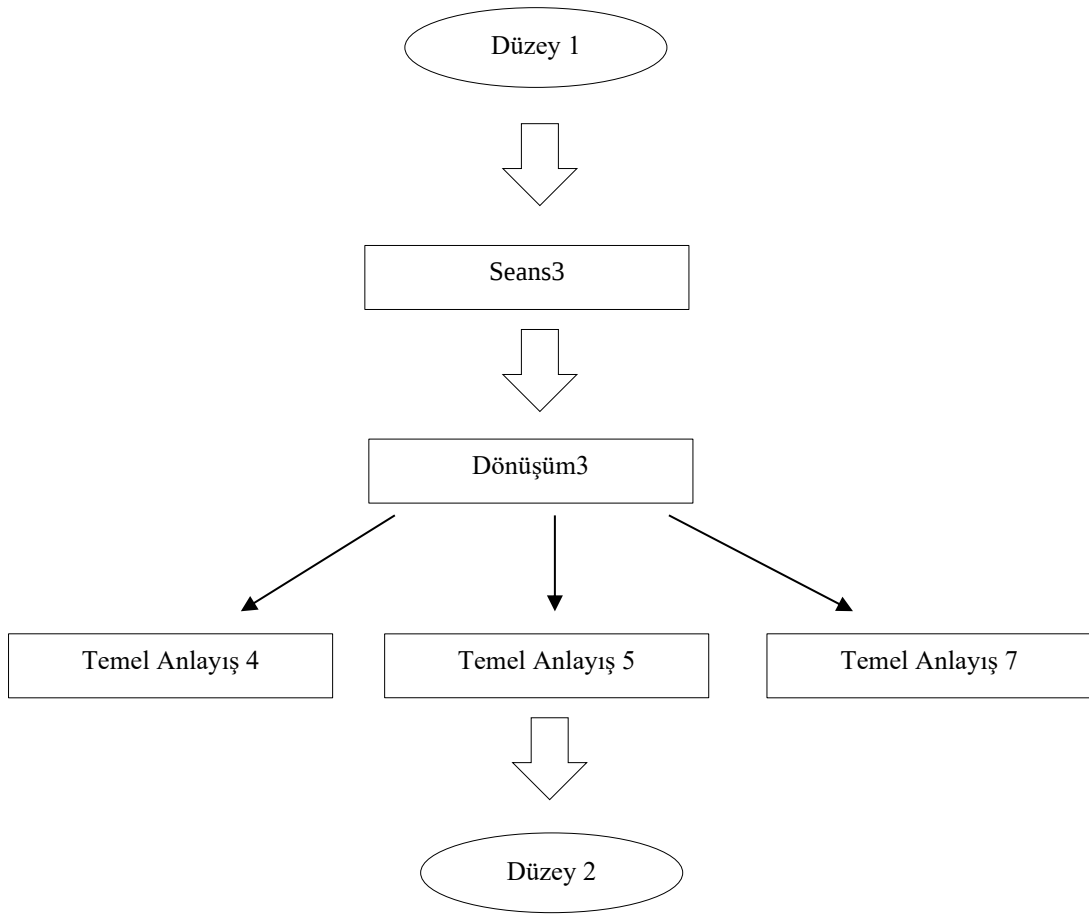
Ders 2 sonunda yapılan görüşmelerle katılımcıların problemleri çözmek için verilen durumda toplamsal ve çarpımsal karşılaştırmadan doğru olan yöntemi ne ölçüde belirleyebildikleri, orantısal ve orantısal olmayan durumları ne ölçüde fark edebildikleri değerlendirilerek bir sonraki dersin hedef ve içerikleri tasarlanmıştır.

3.3.2.3. Seans3: Çarpımsal karşılaştırmada farklı stratejilerin kullanımına geçiş

Çarpımsal karşılaştırma stratejisinin kullanımı bir önceki seansta birleşik birimlerin tekrarlanması ile kendini gösterirken Seans3 içerisinde birleşik birimlerin tekrarlanmasının ötesinde çoklukların çarpımsal karşılaştırmalar ile yorumlanabilmesi halini almıştır. Bu seansta yer verilen problemler ile katılımcıların orantısal akıl yürütme sürecinde çeşitli informal ve formal stratejileri (Bölüm 2.1.3'te bahsedilen birim oran, arttırma, değişim çarpanı, denk kesirler ile içler dışlar çarpımı gibi) keşfetmeleri ve kullanmaları hedeflenmiştir.

Önceki seanslarda katılımcılar sadece tamsayı çözümleri içeren problemler ile karşılaşırken bu seansta farklı olarak tamsayı çözümleri içermeyen problemlere de yer verilmiştir. Böylelikle katılımcıların Seans4 kapsamında genelleme yapabilmesine zemin oluşturmak hedeflenmiştir.

Çarpımsal karşılaştırmalarda farklı stratejilerin kullanımının sağlanması amacıyla Şekil 3.4'te kapsamına yer verilen Seans3'te Dönüşüm3 içerisinde yer alan Temel Anlayış 4, Temel Anlayış 5 ve Temel Anlayış 7'yi (Bkz. Tablo 2.3) içeren problemlere yer verilmiştir.



Şekil 3.4. *Seans3'in kapsamı*

Bu seans kapsamında incelenen beceriler aşağıdaki gibidir:

- Katılımcıların oran ve kesir gösterimleri arasındaki farkı anlaması
- Katılımcıların oranı bölüm olarak yeniden yapılandırabilmesi
- Katılımcıların denk kesirleri kullanabilmesi
- Katılımcıların orantı sabitinin çarpan olarak kullanabilmesi

3.3.2.3.1. Ders1

Seans3 içerisinde yer alan ilk derste, bir orantının çözümünde katılımcıların farklı yöntemleri (denk kesirler, orantı sabiti, oranı bölüm olarak yeniden yapılandırma gibi) kullanabilmesini sağlamak hedeflenmiştir. Bu kapsamda bu derste katılımcıların bir orantının çözümünde farklı yöntemleri kullanmalarını sağlayacak problemlere (EK-5) yer verilmiştir.

Örneğin Balon Problemi (Bkz. Tablo 3.9) kapsamında katılımcı birleşik birimi tekrarlayabilir (3 balon: 2 TL; 6 balon: 4 TL) veya daha formal ve etkili bir çarpımsal karşılaştırma kullanabilir ($24/3 = 8$ ve $8 \times 2 \text{ TL} = 16$).

Tablo 3.9. Çarpımsal karşılaştırma problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği														
Granola Problemi	“Sağlıklı yiyecek dükkanı, granolayı gram ile satmaktadır. Maliyet, granola’nın ağırlığına bağlıdır. 8 gram ağırlığındaki granola 1,50 TL’dir. Aşağıdaki tablodaki eksik bırakılan maliyet ve ağırlıkları doldurun. Sebeplerinizi açıklayın.” <table border="1"> <tr> <th>Ağırlık</th><th>Maliyet</th></tr> <tr> <td>6 gr</td><td>?</td></tr> <tr> <td>8 gr</td><td>1.50 ₺</td></tr> <tr> <td>?</td><td>2.2₺</td></tr> <tr> <td>16 gr</td><td>?</td></tr> <tr> <td>?</td><td>3.75 ₺</td></tr> <tr> <td>?</td><td>4.50 ₺</td></tr> </table> Kaynak: Ercole vd., 2011, s. 484.	Ağırlık	Maliyet	6 gr	?	8 gr	1.50 ₺	?	2.2₺	16 gr	?	?	3.75 ₺	?	4.50 ₺
Ağırlık	Maliyet														
6 gr	?														
8 gr	1.50 ₺														
?	2.2₺														
16 gr	?														
?	3.75 ₺														
?	4.50 ₺														
Balon Problemi	“Melis, Barış ve Emre helyum dolu üç balon alarak üç balon için 2 TL ödemişlerdir. Sonra geri dönüp sınıflarındaki herkes için yeterince balon satın almaya karar verdiler. 24 balon için ne kadar ödemişlerdir? Sebeplerinizi açıklayınız.” Kaynak: Langrall ve Swafford, 2000, s.255.														
Boya Problemi	“2 kutu mavi boyayı 7 kutu sarı boyayla karıştırarak bir dizi yeşil boya yaptığınızı varsayalım. Aynı yeşil tonunu elde etmek için karıştırabileceğiniz mavi boya ve sarı boya kutularının diğer kombinasyonları nelerdir?” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 20.														

Ders 1 sonunda yapılan görüşmelerle katılımcıların çarpımsal karşılaştırmalara yönelik orantısal akıl yürütme durumlarını içeren problemler kapsamında ne ölçüde farklı stratejiler kullanabildikleri incelenmiş ve bir sonraki dersin hedef ve içerikleri tasarlanmıştır.

3.3.2.3.2. Ders2

Seans3 içerisinde yer alan ikinci derste, katılımcıların kesir gösterimi ile oran arasındaki ayrımı fark edebilmelerini sağlamak amaçlanmıştır. Temel Anlayış 4’e göre kesir parça/bütün ilişkisini temsil ederken oran hem parça/bütün hem de parça/parça ilişkisini gösterebilmektedir. Bu kapsamda bu derste katılımcıların kesir ile oran arasında ayrım yapabilmelerini sağlayacak problemlere (EK-5) yer verilmiştir.

Örneğin Kedi Köpek Problemi (Bkz. Tablo 3.10) kapsamında katılımcıların, problemdeki oranın parça/parça ilişkisine mi sahip ya da parça/bütün ilişkisine mi sahip olduğuna karar vererek değerlendirmede bulunmaları gerekmektedir.

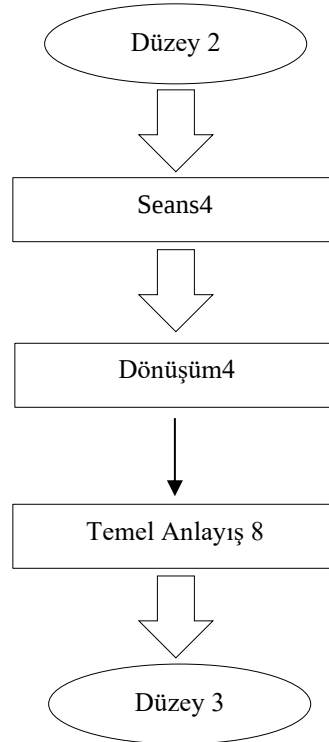
Tablo 3.10. Kesir oran ayırımı problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği
Kedi Köpek Problemi	“Hayvan sever Hasan Bey öldüğünde 240 bin lira bırakarak, Kedi Barınağı ile Köpek Barınağı’nın alacağı miktarlar arasında, 2:3 oranını kullanarak iki hayvan barınağı arasında bölünmesini istemiştir. Barınaklar ne kadar para almıştır?” Kaynak: Peled, 2007, s. 2143.
Kız Erkek Problemi	“Ayşe öğretmen, katılımcılarını 3 kız ve 2 erkek olarak gruplara ayırmıştır. sınıfında 25 öğrencisi varsa, kızlar kaç kişidir, erkekler kaç kişidir?” Kaynak: Langrall and Swafford, 2000, s. 255.

Ders 2 sonunda yapılan görüşmelerle katılımcıların kesirler ile oran arasında ne ölçüde ayırım yapabildikleri incelenmiş ve bir sonraki dersin hedef ve içerikleri tasarlanmıştır.

3.3.2.4. Seans4: Birleşik birimlerin tekrarlanmasından eşdeğer oranlara geçiş

Orantısal akıl yürütme becerisine sahip olan bir katılımcının birleşik birimlerin tekrarlanması yerine sonsuz sayıda eşdeğer oran oluşturabilmesi ve oran hakkında genelleme yapabilmesi gerekir. Seans4’te katılımcıların birkaç basit eşdeğer oran geliştirmekten sonsuz sayıda eşdeğer oran kümesi oluşturmaya geçiş yapması hedeflenmektedir. Bunu sağlayabilmek amacıyla Şekil 3.5’te kapsamına yer verilen Seans 4’te Dönüşüm4 içerisindeki Temel Anlayış 8’i içeren problemlere yer verilmiştir.



Şekil 3.5. Seans4’ün kapsamı

Bu seans kapsamında incelenen beceriler aşağıdaki gibidir:

- Katılımcıların çoklukları kullanarak oran kurabilmesi, karşılaştırma ve işlemlerde oranları kullanabilmesi
- Oranı kullanarak genellemelerde bulunabilmesi
- Katılımcıların içler dışlar kuralını veya denk kesirleri kullanabilmesi

3.3.2.4.1. Ders1

Bu derste katılımcıların sonsuz sayıda denk oran ile akıl yürütme yeteneğine sahip olup olmadıklarının ortaya konulması hedeflenmektedir. Lamon (1999), katılımcıların benzersiz durumlarda orantısal akıl yürütmeye sahip olup olmadıklarını belirlemek için tamsayı çözümleri içermeyen problemlerin kullanılmasını önermektedir. Ders kapsamında yer alan problemlerde (EK-5) "uyumlu olmayan" sayıların kullanılması ile katılımcılara bir oranın ötesinde genelleme yapılması gerekliliğini fark edebilme becerisinin kazandırılması amaçlanmıştır.

Örneğin Gezegen Problemi (Bkz. Tablo 3.11) kapsamında katılımcıların (a) şıkında iki gezegen arasındaki ağırlık ilişkisini genelleyebilmesi ve ulaştığı genellemeden yola çıkarak sorunun diğer şıklarında verilen yeni durumlar için çözüme ulaşabilmesi gerekmektedir.

Tablo 3.11. Denk oran problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği										
Gezegen Problemi	“NASA, tablodaki her ağırlık çiftini göz önüne alarak, B gezegeninde bir uzay istasyonu inşa etmektedir. Dünya’daki bir eşyanın Gezegen B’de ne kadar ağırlığı olacağını nasıl belirleyebilirler?” <table><tr><td>Dünya</td><td>B Gezegeni</td></tr><tr><td>120 kg</td><td>45 kg</td></tr><tr><td>27 kg</td><td>10 1/8 kg</td></tr><tr><td>42 kg</td><td>15 3/4 kg</td></tr><tr><td>16 kg</td><td>6 kg</td></tr></table> a) Bir eşyanın Dünya üzerindeki ağırlığı ile B Gezegenindeki ağırlığı arasındaki ilişkiyi belirleyin. b) Bir eşya Dünya üzerinde 200 kg ağırlığında ise B gezegenindeki ağırlığını belirleyin. c) B gezegenindeki ağırlığı 63 kg ağırlığında olan bir eşyanın Dünya üzerindeki ağırlığı nedir? d) Dünyadaki ve B Gezegenindeki ağırlıklar arasındaki ilişkiyi koruyacak başka bir eşyaya örnek verin.” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 72.	Dünya	B Gezegeni	120 kg	45 kg	27 kg	10 1/8 kg	42 kg	15 3/4 kg	16 kg	6 kg
Dünya	B Gezegeni										
120 kg	45 kg										
27 kg	10 1/8 kg										
42 kg	15 3/4 kg										
16 kg	6 kg										
Makarna Sosu Problemi	“Yusuf makarna sosu satmaktadır ve 7 gramlık bir kavanoz için 3 TL, toplam 37.5 gramlık 2 kavanoz için 16 TL almaktadır. 7 gramlık bir kavanoz satın almak 37.5 gramlık 2 kavanoz satın almaktan daha mı iyidir? Nasıl açıklarsınız.” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 72.										

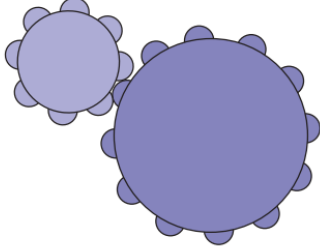
Ders sonunda yapılan görüşmelerle katılımcıların birleşik birimlerin tekrarlanmasından sonsuz sayıda eşdeğer oran oluşturabilmesine geçiş yapabilme becerileri incelenmiş ve bir sonraki seansın hedef ve içerikleri tasarlanmıştır.

3.3.2.5. Seans5: Genel değerlendirme

Gerçekleştirilen bu son seansta yer alan derslerde katılımcıların orantısal akıl yürütme düzeyleri ile ilgili araştırmacının genel bir değerlendirme yapabilmesine imkân sağlayan çeşitli problemlere yer verilmiştir.

Örneğin Dişli Problemi (Bkz. Tablo 3.12) kapsamında öğrencilerin Dönüşüm ve Temel Anlayışlara ilişkin beceri düzeyleri incelenmiştir.

Tablo 3.12. Orantısal akıl yürütme problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği
Dişli Problemi	 “8 dişli büyük bir dişliye bağlı 12 dişli küçük bir dişliye sahip olduğumuzu düşünelim. Soru 1: a) Küçük dişli saat yönünde dönerse, büyük dişli hangi yöne döner? Neden? b) Küçük dişliyi belirli sayıda çevirerseniz, büyük dişli daha fazla mı daha az mı yoksa aynı miktarda mı devir yapar? Ne söyleyebilirsiniz? c) Küçük dişlinin ne kadar devir yaptığını takip etmenin bir yolunu bulunuz. Büyük dişlinin ne kadar devir yaptığını takip etmenin bir yolunu bulunuz. İkisini aynı anda nasıl takip edebilirsiniz? Soru 2: Küçük dişli 3 kez, büyük dişli 2 kez dönüyorsa dişliler için diğer dönüş çiftleri nelerdir? Soru 3: a) Küçük dişlinin 96 kez dönmesi durumunda, büyük dişli kaç kez döner? b) Küçük dişli 1,257 kez dönerse, büyük dişli kaç kez döner? c) Küçük dişliyi, büyük dişliyi öncekinden iki kat daha hızlı çeviren yeni bir dişliyle değiştirmeniz gerektiğini varsayalım. Yeni küçük dişlinin kaç dişi olmalıdır? d) B dişlisinin öncekinden iki kat yavaş dönmesini istenirse yeni küçük dişlinin kaç dişi olmalıdır? e) Dişli A ve dişli B birlikte dönmektedir. A dişlisinin 6 dişi vardır ve belli bir süre içerisinde B dişlisi A dişlisinin devir sayısının $\frac{1}{4}$'ü kadar dönmektedir. B dişlisinin kaç dişi vardır?” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, sf 62.

3.3.3. Son değerlendirme

Çalışmanın sonunda katılımcıların orantısal akıl yürütme düzeylerini ve anlayışlarını daha yakından ve kapsamlı bir şekilde incelemek amacıyla son değerlendirmelerde bulunulmuştur. Son değerlendirme, ön değerlendirme gibi yazılı değerlendirme ve bireysel göreve dayalı klinik görüşmeler yoluyla gerçekleştirilmiştir. Öncelikle katılımcılara yazılı değerlendirme aracı (Hillen, 2005) uygulanmıştır. Ardından her bir katılımcı ile yazılı değerlendirme aracındaki sorulara verdikleri yanıtlar üzerine görüşmeler yapılmıştır. Daha sonra ön değerlendirme ve son değerlendirme verileri karşılaştırılarak katılımcıların orantısal akıl yürütme düzeylerindeki değişim tespit edilmeye çalışılmıştır. Aşağıda yazılı değerlendirme ve son görüşmelerin detaylarına yer verilmiştir.

3.3.3.1. Yazılı değerlendirme

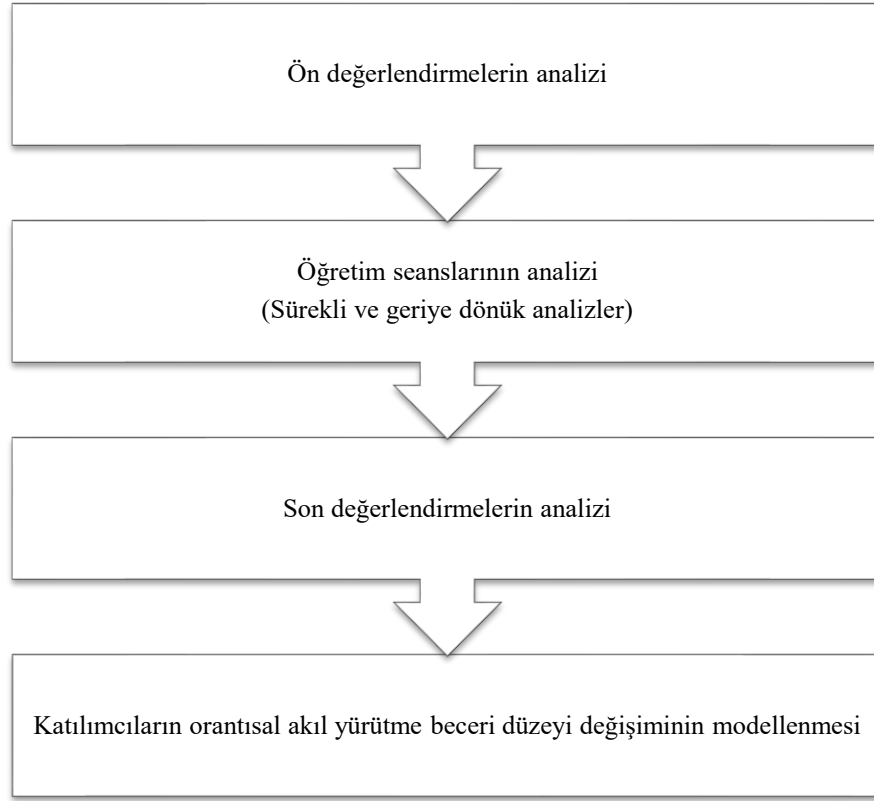
Yazılı değerlendirme ile katılımcıların uygulanan öğretim deneyi sonrasında; orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edip edemedikleri, çarpımsal karşılaştırmalar yapıp yapamadığı, orantısal problemleri çözmek için kullandıkları stratejileri anlamlandırıp anlamlandıramadıkları, stratejilerin; problem türü ve problemin sayısal yapısı ile değişip değişmediğı, orantısal durumları fark edip edemedikleri, orantısal durumların içerdiği var olan yapısal ilişkileri tam olarak anlayıp anlayamadıkları ve orantısal akıl yürütme gerçekleştirip gerçekleştiremedikleri tespit edilmeye çalışılarak ön değerlendirme sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

3.3.3.2. Son görüşme

Araştırmanın sonunda yazılı değerlendirmenin uygulanmasının ardından katılımcılarla bireysel klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Son görüşmelerin amacı katılımcıların yazılı değerlendirme esnasında ortaya koydukları orantısal akıl yürütme becerilerini daha yakından incelemek ve detaylı olarak açıklığa kavuşturmadır. Son görüşmeler gerçekleştirilirken araştırmacı katılımcılardan yazılı değerlendirmede yer alan soruları nasıl çözdüklerini anlatmalarını istemiştir. Her bir görüşme ortalama bir saat sürmüş ve ses kaydına alınarak daha sonra analizleri yapılmak üzere dökümleri çıkarılmıştır.

3.4. Verilerin Analizi

Veri analiz sürecinin her aşamasında katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeylerindeki değişimi belirlemek amacıyla alanyazından (Langrall ve Swafford, 2000; Lobato ve Ellis, 2010) yararlanılmıştır. Şekil 3.6’da veri analiz süreci şematik olarak verilmiştir.



Şekil 3.6. Veri analiz aşamaları

3.4.1. Ön değerlendirmelerin analizi

Ön değerlendirme analizlerinin temel amacı katılımcıların uygulama öncesi orantısal akıl yürütme düzeylerini belirlemektir. Ön değerlendirmeler (yazılı değerlendirme ve ön görüşmeler) çerçevesinde katılımcıların orantısal akıl yürütme becerileri içerik analizi yoluyla kodlamalardan yararlanılarak tespit edilmiştir. Langrall ve Swafford (2000) tarafından belirlenen orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri Tablo 3.13’te düzey gösterge kodlarına dönüştürülmüştür.

Yazılı değerlendirme ve görüşme verileri birlikte değerlendirilerek bu kodlar ışığı altında katılımcıların orantısal akıl yürütme düzeyleri belirlenmiştir. Örneğin bir katılımcı orantısal akıl yürütme gerektiren bir problem durumunda çoklukları belirleyemiyor ya da çoklukları belirlese de çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkinin farkında değil ya da bu

ilişkiyi kuramıyorsa bu katılımcının orantısal akıl yürütme beceri düzeyi Düzey 0 olarak nitelendirilmiştir.

Tablo 3.13. *Düzey gösterge kodları*

Gösterge Kodu	Gösterge Adı	Gösterge Açıklama
D0G1	Düzey 0 Gösterge 1	Rastgele tahminlerde bulunma ve görsel ipuçlarından etkilenme
D0G2	Düzey 0 Gösterge 2	Çarpımsal ilişkileri tanıyamama
D0G3	Düzey 0 Gösterge 3	Sayıları, işlemleri ve stratejileri rastgele kullanma
D0G4	Düzey 0 Gösterge 4	Çokluklar arasında ilişki kuramama
D1G1	Düzey 1 Gösterge 1	Şekil, model ya da materyal kullanımına ihtiyaç duyarak durumları anlamlandırabilme
D1G2	Düzey 1 Gösterge 2	Niteliksel karşılaştırmalar yapabilme
D2G1	Düzey 2 Gösterge 1	Birleştirme ya da birleşik birimleri kullanarak niceliksel muhakeme yapabilme
D2G2	Düzey 2 Gösterge 2	Birim oranı bulabilme ve kullanabilme
D2G3	Düzey 2 Gösterge 3	Değişim çarpanı (scalar factor) belirleyebilme ya da oran tablosu oluşturabilme ve kullanabilme
D2G4	Düzey 2 Gösterge 4	Denk kesirleri kullanabilme
D2G5	Düzey 2 Gösterge 5	Çokluklar arasındaki ilişkiyi artan ya da azalan durumlarda uygulayabilme
D3G1	Düzey 3 Gösterge 1	Çoklukları kullanarak orantı oluşturabilme ve içler dışlar çarpımı ya da denk kesirleri kullanarak çözebilme
D3G2	Düzey 3 Gösterge 2	Orantısal durumlardaki yapısal ilişkileri tam olarak anlayabilme

Bu tablo ayrıca çalışma kapsamında tüm analiz süreci boyunca kullanılmıştır. Ayrıca ön değerlendirmelerin analizi birinci öğretim seansının tasarlanmasına da rehberlik etmiştir.

3.4.2. Öğretim seanslarının analizi

Öğretim seansları kapsamında toplanan veriler sürekli (ongoing) ve geriye dönük (retrospective) analizlere tabi tutulmuştur. Sürekli analizler öğretim seansları içinde ve arasında gerçekleştirilirken geriye dönük analizler öğretim seanslarının tamamı çerçevesinde gerçekleştirilmiştir.

Sürekli analizler kapsamında araştırmacı katılımcıların her bir seans kapsamında belirlenen orantısal akıl yürütme becerilerini (Bkz. Tablo 3.3) ne ölçüde kullanabildiklerini anlamaya çalışmış ve katılımcılara sorular yönelterek düşüncelerindeki değişimleri ortaya çıkartmaya çalışmıştır. Her bir öğretim seansının ardından araştırmacı toplanan verileri kodlayarak ve analiz ederek katılımcıların orantısal akıl yürütme gerektiren problem durumları çerçevesinde düşünce yapılarındaki değişimleri belirlemeye çalışmıştır. Sürekli analiz ile araştırmacı gerçekleştirilen her öğretim deneyi seansı sonunda elde edilen sonuçları ve gözlemleri değerlendirerek

katılımcıların bilgi düzeylerine, eylemlerine ve eğilimlerine göre seanslardaki ders içeriklerinde gerekli güncellemeleri yapmıştır.

Geriye dönük analiz ile seanslar kümülatif olarak değerlendirilerek katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeylerindeki değişim tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu sayede verilerin görselleştirilmesi ve verilerden sonuç çıkarılması aşamaları gerçekleştirilmiştir. Araştırma kapsamında toplanan nitel verilerden kodlama, özetleme veya gereksiz verilerin çıkarılması gibi işlemlerle veri azaltma ve düzeltme işlemi gerçekleştirilmiştir. Verilerin gereksiz detaylardan arındırılması ile elde edilen temizlenmiş veriler tablolarla daha anlaşılır olması için görselleştirilmiştir.

3.4.3. Son değerlendirmelerin analizi

Son değerlendirme analizlerinin temel amacı katılımcıların uygulama sonrası orantısal akıl yürütme düzeylerini belirlemektir. Son değerlendirmeler de (yazılı değerlendirme ve son görüşmeler) ön değerlendirmelere benzer şekilde gerçekleştirilmiştir. Katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri Tablo 3.13'te gösterilen düzey gösterge kodları kullanılarak belirlenmiştir.

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Araştırmaların geçerliği ve güvenirliliği araştırma sonuçlarının inandırıcılığı için önemli faktörlerdendir. Nicel araştırmalarda olduğu gibi nitel araştırmalarda da bu kavramlar önemli bir yere sahiptir. Nitel araştırmada geçerlik nicel araştırma yöntemlerinden farklı olarak araştırılan konunun tarafsız bir şekilde gözlemlenmesi, güvenirlik ise araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile ilgili bir konu olarak ifade edilmektedir (Karataş, 2015).

Nitel araştırmalarda araştırmacının geçerliği sağlayabilmek için veri toplamada, veri kaydetmede veya verilerin yorumlanması esnasında tarafsızlığını koruyabilmesi gerekir (Yıldırım, 2010). Nitel araştırmaların geçerliğini etkileyen temel faktörler ve bu faktörlerin açıklamaları Tablo 3.14'te özetlenmiştir.

Tablo 3.14. Nitel araştırmaların geçerliğini etkileyen faktörler (Akt. Yıldırım 2010, s. 82-83)

Faktör	Açıklama
Maxwell'in (1992) Sınıflandırması	
Betimsel Geçerlik	Araştırmanın incelenen olayla ilgili gördüğü ya da duyduğu her şeyi rapor etmesidir.
Yorumlayıcı Geçerlik	Araştırmaı incelediği olayı yüzeysel olarak değil tüm geerikliği ile derinlemesine ifa etmesidir.
Kuramsal Geçerlik (İ Geçerlik)	Araştırmada ele alınan kavramlar ve araştırma sürecinde ulaşılan sonuçların kuramsal olarak açıklamasıdır.
Genellenebilir Geçerlik (Dış Geçerlik)	Araştırmaı tarafından çalışma kapsamında incelenen durumun genelleştirilebilir olmasıdır.
Değerlendirmeci Geçerlik	çalışılan sürecin meşru olarak onaylanmış olması yani araştırmanın bilimsel olarak kabul edilebilmesi için araştırma süreci ve sonuçlarının açık, tutarlı ve başka araştırmacılar tarafından teyit edilebilir olmasıdır.
Daymon ve Holloway'in (2003) Sınıflandırması	
İ Geçerlik	Araştırmadan elde edilen bulguların ya da sonuçların geek durumu ne kadar doğru yansıttığıdır.
Genellenebilirlik	Araştırmadan elde edilen bulgu ve sonuçların benzer durum ve örnekleme doğrudan aktarılmasıdır.
Uygunluk	Araştırmanın alışma alanındaki diğer uygulayıcıların karşılaştıkları problemlere de çözüm sunmasıdır.

Yukarıda yer alan faktörler göz önünde bulundurularak çalışmada geçerliği sağlamak için yapılanlara aşağıdaki başlıklar altında yer verilmiştir.

- **Betimsel Geçerlik:**

- Araştırmada farklı veri kaynaklarından toplanan veriler kayıt altına alınarak birbirleriyle karşılaştırmalar yapılarak doğrulukları teyit edilmiştir.

- **Kuramsal Geçerlik (İ Geçerlik):** Nitel araştırmalarda iç geçerliği arttırmada inanılirlığı arttırmak için uzun süreli etkileşim, araştırmaı önyargılarını azaltma, katılımcı teyidi ve çeşitleme gibi yöntemler kullanılabilir (Başkale, 2016).

- Araştırmada ele alınan kavramlar ve araştırma sürecinde ulaşılan sonuçların birbirleriyle olan ilişkileri ve içerikle bütünlük sağlayıp sağlamadığının ortaya konulabilmesi adına elde edilen bulgular ve sonuçların, sonuç ve tartışma bölümünde ilgili alanda daha önce geekleştirilmiş araştırmalarla uyumlu olup olmadığına yer verilmiştir.
- Araştırmada, araştırmaı araştırmaya katılan dört katılımcı ile hem öğretim deneyi seanslarında hem de araştırma kapsamında yapılan bireysel görüşmelerde uzun süreli etkileşim kurmuştur.
- Araştırmaının araştırmada hem araştırmaı hem de öğretmen olmak üzere iki farklı rol üstlenmesi önyargılarını kontrol etmesine yardımcı olmuştur.

- Araştırmanın hiçbir aşamasında veri toplamak için herhangi bir zaman sınırlaması koyulmamıştır. Araştırmada veri toplamak için yeterli zamanın ayrılması araştırmacının araştırma katılımcılarını anlaması için daha çok fırsata sahip olmasını sağlamıştır.
- Araştırmacı katılımcılarla aynı ortamda bulunarak karşılıklı güvene dayalı bir ortamda uzun süren görüşmeler yapması ile araştırmada yöneltilen sorulara daha doğru ve eksiksiz cevaplar alma imkânına sahip olmuştur. Araştırmacı ile katılımcılar arasında oluşturulan etkileşimin geniş bir zamana yayılması, katılımcıların araştırmacı etkisinde kalmadan cevaplarında daha samimi olmasını böylelikle de toplanan verilerin geçerliğini yükseltilmesini sağlamıştır.
- Araştırmacı, verileri yanlış anlamasından kaynaklanacak farklı sonuçlara ulaşma olasılığını azaltabilmek için katılımcı teyidi yöntemini kullanmıştır. Bu amaçla araştırma kapsamında gerçekleştirilen görüşmelerde katılımcılara sorular sorarak elde ettiği veriler hakkında onların teyidini almıştır. Araştırmacı katılımcıların verdikleri geri bildirimleri göz önüne alarak bulgularını şekillendirmiştir.

• **Genellenebilir Geçerlik (Dış Geçerlik):** Nitel araştırmalarda dış geçerlik analitik genelleme yoluyla yapılmaktadır. Yin (2003) nitel araştırmalarda genellemenin evrene göre değil kurama göre yapılabileceğini ifade etmiştir.

- Bu çalışmada katılımcıların orantısal akıl yürütme düzeylerindeki değişim alanyazın rehberliğinde tasarlanan bir dizi öğretim seansı sonucunda modellenerek gösterilmiştir. Bu modellemenin dört katılımcı için de benzer bir yol haritası sağladığı görülmüştür. Böylelikle oluşturulan bu model ileride orantısal akıl yürütme becerisini incelemek amacıyla yapılabilecek çalışmalara rehberlik ederek modelin işlevselliği gösterilebilecektir.

• **Değerlendirmeci Geçerlik:**

- Çalışma bilimsel kurallar çerçevesinde tasarlanmış ve uygulanmış olup elde edilen bulgular raporlanarak ileride yapılabilecek çalışmalar kapsamında araştırmacıların erişimine sunulacaktır.

Nitel araştırmaların güvenilirliği bilgilerin çok yönlü toplanmasının yanı sıra araştırmacının titiz ve dikkatli araştırmasına bağlıdır (Şencan, 2005, s. 549). Nitel

araştırmaların güvenilirliğini etkileyen temel faktörler ve bu faktörlerin açıklamaları Tablo 3.15’te özetlenmiştir (Şencan, 2005, s. 550-553).

Tablo 3.15. Nitel araştırmaların güvenilirliğini etkileyen faktörler

Faktör	Açıklama
Verilerin Kalitesi	Verilerin güvenilirliği konusunda net bir fikir vermek için veriler kayıt altına alınmalıdır.
Kullanılan Yöntemin Uygunluğu	Araştırmacı hangi yöntemi uyguladığını açık bir şekilde söylemelidir.
Üçleme Yaklaşımının Kullanılma Durumu	Veri güvenilirliğini sağlamak için araştırmacı birden fazla yöntem ve yaklaşımla verilerin doğrulamasını yapmalıdır.
Araştırmacının Deneyimi ve Eğitimi	Araştırmacının deneyimi objektif kalma tutumunu etkiler. Araştırmacının sorunları yorumlarken olguya kendi görüşlerini katması güvenilirliği zedeler.
Veri ve Bilgilerin Tek Bir Araştırmacının Gözlemlerine Bağlı Olması	Veri ve bilgilerin birden fazla araştırmacı tarafından değerlendirmesi güvenilirliği arttırabilir. Ancak birden fazla araştırmacının olması yorumların benzer değil farklı olması sonucunu da doğurabileceği için bu yaklaşımın her zaman iyi sonuç vereceği kuşkuludur.
Seçilen Örneklemenin Uygunluğu	Araştırma yapılacak çalışma grubu karar örnekleme çerçevesinde belirlenmelidir.
Sınıflandırmanın ve Kodlamanın Uygunluğu	Geliştirilen sınıflandırma ve kodlamanın gerçeğe uygunluğu yorumların güvenilirliğini arttırır.
Tek Vak’a Üzerinde Çalışma	Araştırmacı birden fazla vak’a üzerinde çalışma ilkesi benimsemelidir.
Bütüncül Yaklaşım Yanılgısı	Araştırmacının verilerdeki ayırık durumları ve uç vak’aları görmezlikten gelerek bütünleştirme yanılgısına düşmemesi gerekir.
Elit Yanlılığı	Araştırmacının sosyal bir olgu hakkında bilgi toplarken çok konuşan, daha bilgili ve daha güçlü olan yerel konuşmacılara ağırlık vermesi durumunda, o kişilerin görüşleri geniş kitleyi temsil etmeyebilir.
Yerlilerin Bilgisine Güvenme Eğilimi	Araştırmacının sadece yerli veya yöre halkından olan kişilerden bilgi toplaması araştırma sonuçlarının yanlı olması sonucunu doğurur.

Yukarıda yer alan faktörler göz önünde bulundurularak çalışmada güvenilirliği sağlamak için yapılanlara aşağıdaki başlıklarda yer verilmiştir:

- **Verilerin Kalitesi:** Araştırmada verilerin kalitesi kapsamında güvenilirliği sağlamak amacıyla katılımcılardan toplanan veriler ön değerlendirme, öğretim deneyi ve son değerlendirme aşamalarının tümünde kayıt altına alınmıştır. Katılımcılar ile yapılan tüm görüşmelerde ses kayıtları alınmış ve katılımcıların araştırma kâğıtları toplanmıştır.
- **Kullanılan Yöntemin Uygunluğu:** Çalışma kapsamında katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeylerindeki değişimin incelenmesi amaçlanmış ve bu doğrultuda nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi modeli kullanılmıştır. Öğretim deneyi, araştırmacıların araştırma amaçlarına uygun olarak hazırladıkları yeni öğrenme ortamları içerisinde katılımcıların zihinsel işlemlerinin nasıl gelişim gösterdiğini deneyimlemelerini sağlayan bir araç (Kantowski, 1977; Steffe ve

Thompson, 2000; Elstak, 2007) olması sebebiyle gelişimsel araştırmalarda sıklıkla kullanılan bir modeldir.

- **Araştırmacının Deneyimi ve Eğitimi:** Araştırmacı araştırma kapsamında gerçekleştirilen uygulamanın yapıldığı okulda matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır ve on sekiz yıllık mesleki deneyime sahiptir. Araştırmacı aynı zamanda matematik eğitimi alanında doktora yapmaktadır. Doktora eğitimi sürecinde araştırma yöntemleri ve matematik eğitime yönelik aldığı dersler ile çalışma konusuna hakimdir.
- **Seçilen Örneklemin Uygunluğu:** Araştırmada katılımcılar iki aşamalı bir süreç ile tesadüfi değil bilinçli bir şekilde seçilmiştir. Katılımcılar uygulanan ön değerlendirme aracı ile Düzey 0 olarak belirlenen öğrenciler arasından Bölüm 3.2’de belirtilen kriterler doğrultusunda araştırmaya davet edilmiştir. Bu katılımcıların tercih edilmesinin sebebi orantısal akıl yürütme becerisinin düzeyler arası gelişimini daha detaylı bir şekilde izlemektir.
- **Tek Vak’a Üzerinde Çalışma:** Araştırmada tek katılımcıdan elde edilecek verinin güvenilirliğini saptamanın zorluğunu aşabilmek için araştırma dört katılımcı ile gerçekleştirilmiştir.

4. BULGULAR

Araştırmanın amacı; bir öğretim deneyi uygulaması ile dört ortaöğretim 10. sınıf öğrencisinin orantısal akıl yürütme becerilerindeki değişimi incelemektir. Bu amaç doğrultusunda öncelikle katılımcıların uygulama öncesi orantısal akıl yürütme becerileri incelenmiş; ardından katılımcıların uygulama süreci içinde orantısal akıl yürütme becerilerinin değişimi ele alınmış ve son olarak katılımcıların uygulanan öğretim deneyi sonrasında orantısal akıl yürütme becerilerinin son durumu değerlendirilmiştir.

4.1. Öğretim Deneyi Öncesi Genel Durum Değerlendirmesi

Bu başlık altında katılımcılarla gerçekleştirilen ön değerlendirmeler sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Araştırmaya katılan katılımcıların uygulama öncesi orantısal akıl yürütme becerilerini ortaya koyabilmek amacıyla katılımcılara EK-4’te yer alan yazılı değerlendirme aracı uygulanmış ardından her bir katılımcı ile bireysel klinik görüşmeler gerçekleştirilerek orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri belirlenmiştir.

Elde edilen bulgular incelendiğinde dört katılımcının da Düzey 0’ın göstergelerini taşıdığı görülmüştür. Bu göstergelere ilişkin katılımcı değerlendirmelerine Tablo 4.1’de yer verilmiştir.

Tablo 4.1. Ön değerlendirme

Göstergeler	Alp	Ece	Gül	Can
D0G1	+	+	+	+
D0G2	+	+	+	+
D0G3	-	-	+	-
D0G4	+	+	+	+

Not1: Göstergeler (D0G1-D0G4) için Tablo 3.13’e bakınız.

Not2: “+”: Göstergeye sahip; “-”: Göstergeye sahip değil.

Yapılan ön değerlendirmeler sonucunda Tablo 4.1’de gösterildiği gibi katılımcıların rastgele tahminlerde bulundukları ve görsel ipuçlarından kolaylıkla etkilendikleri (D0G1), çarpımsal ilişkileri tanıyamadıkları (D0G2) ve çokluklar arasında ilişki kuramadıkları (D0G4) buna karşın sayıları, işlemleri ve stratejileri rastgele kullanma (D0G3) konusunda sadece bir katılımcının ilgili göstergeye sahip olduğu diğer üç katılımcının ise bu göstergeye ait herhangi bir bulgu göstermediği görülmüştür. Aşağıda Orantısal Akıl Yürütme Testindeki (OAYT) soruları temel alan klinik görüşmeler sonucunda elde edilen bulgulara Alp’in örnek cevapları üzerinden yer

verilmiştir. Farklı bulgular ile karşılaşıldığı durumlarda ise diğer katılımcılardan örnekler verilmiştir.

Katılımcıların OAYT’de yer alan problemleri (Bkz. EK-4) çözerken genel olarak, orantısal akıl yürütmeden uzak bir şekilde tahminlerde bulundukları ve görsel ipuçlarını kullanarak çözüme ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Örneğin orantısal durumları ayırt etmeyi gerektiren 11. ve 13. sorularda katılımcılar orantısal durumları fark edememiş ve verilen ilişkilerin neden orantılı ya da neden orantısız olduğunu doğru olarak açıklayamamışlardır. Alp ve Ece her iki durum için de orantılıdır şeklinde yanlış cevap verip durumların neden orantılı olduğunu düşündüklerine ilişkin ise doğru bir açıklama yapamamıştır. Gül 11. soru için bilinemez 13. soru için orantılıdır cevabını vermiş, düşüncesine ilişkin ise herhangi bir açıklama yapamamıştır. Can ise 11. Soruya orantılı diyerek yanlış cevap vermiş, 13. Soruya ise orantılı değildir diyerek doğru cevap vermesine rağmen verilen durumun neden orantılı olmadığını açıklayamamıştır. Katılımcılar aynı zamanda çokluklar arasında orantısal ilişkinin olduğu duruma (5. soru) geçerli bir örnek vermekte zorlanmışlardır. Bu soruya ilişkin Alp’in cevabına Şekil 4.1’de yer verilmiştir.

5. $\frac{3}{8} = \frac{x}{20}$ eşitliğinin oluşturulmasını ve çözülmesini gerektirecek bir sözel problem yazınız.

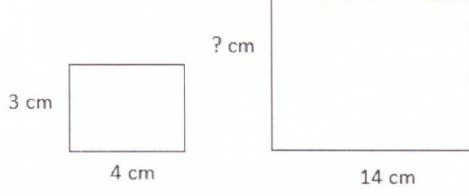
Ahmet aldığı pastayı 8 parçaya bölüp üçünü yiyor. Ayşe de aldığı pastayı 20'ye bölüyor ve x kadarını yiyor. İkisinin yediği pasta miktarının pastayı böldükleri parça oranına eşitse x kaçtır?

Şekil 4.1. Alp’in sözel problem yazım ön değerlendirme cevabı

Alp, ifade ettiği problemde iki farklı pastadan bahsedip bu pastaların büyüklükleri hakkında herhangi bir bilgi vermemiş ve bu pastaların ilgili parçalarının eşit olabileceğine dair bir yanılgıya düşmüştür. Halbuki orantısal durumlarda bütün bir birim kabul edilip aynı birim üzerinden yorum yapılması gerekmektedir.

Katılımcıların tamamı ön değerlendirmede yer alan problemlerdeki çarpımsal ilişkileri ayırt edemeyerek soruları toplamsal ilişki kullanarak çözmüşlerdir. Bu da Düzey 0’ın ikinci göstergesine kanıt teşkil etmektedir. Şekil 4.2’de yer alan Alp’in cevabı, katılımcının çarpımsal ilişkiyi tanıyamadığı ve soruyu toplamsal ilişki kullanarak çözdüğünü göstermektedir.

23. Volkan ve Emre, mezuniyet yılı için arkadaşlarının fotoğraflarını bozmadan büyötmek istiyorlar. Büyötmek istedikleri fotoğraflardan birinin eni 3 cm, boyu ise 4 cm'dir. Bu fotoğraf büyötdükten sonra boyu 14 cm oluyorsa eni kaç cm olmuştur? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.



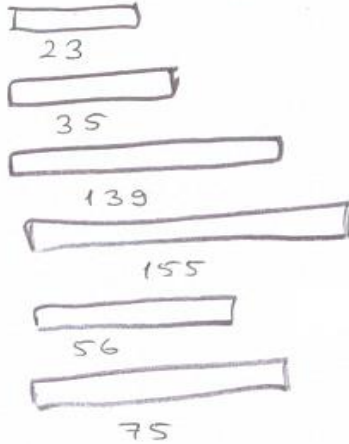
Boyu 4'ken 14 olmuş
yani 10 cm artmış, 10 zaman
eni de 10 cm artar ve
13 cm olur.

Şekil 4.2. Alp'in çarpımsal ilişki sorusu ön değeriendirme cevabı

Alp, bu soruda küçük dikdörtgende kısa kenar ve uzun kenar arasındaki farka odaklanarak büyük dikdörtgenin kısa kenarının ne olması gerektiğine karar vermiştir. Bu durum da Alp'in toplamsal bir muhakemede bulunduğı görölmüştür.

Düzey 0'ın göstergeleri arasında yer alan sayıların, işlemlerin ve stratejilerin rastgele kullanımına dair gösterge (D0G3) üç katılımcıda (Alp, Can ve Ece) görölmemiştir. Gül'ün ise Şekil 4.3'te yer verilen soruda bir dörtgenin boyutlarının ne anlama karşılık geldiğini bilmediğı ve verilen sayılar ile dörtgenin boyutları arasında ilişkilendirme yapamamasından ötürü soru kapsamında verilen sayıları dikdörtgenin sadece uzun kenarı olarak gösterdiği görölmüştür.

24. Bir terzi farklı boyutlarda örtüler dikmek için dikdörtgen şeklinde üç farklı kumaş kesiyor. Bu kumaşların boyutları 23 cm'e 35 cm, 139 cm'e 155 cm ve 56 cm'e 75 cm'dir. Terzinin kestığı kumaşlardan hangisi daha çok kareye benzer? Hangisi daha az kareye benzer? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

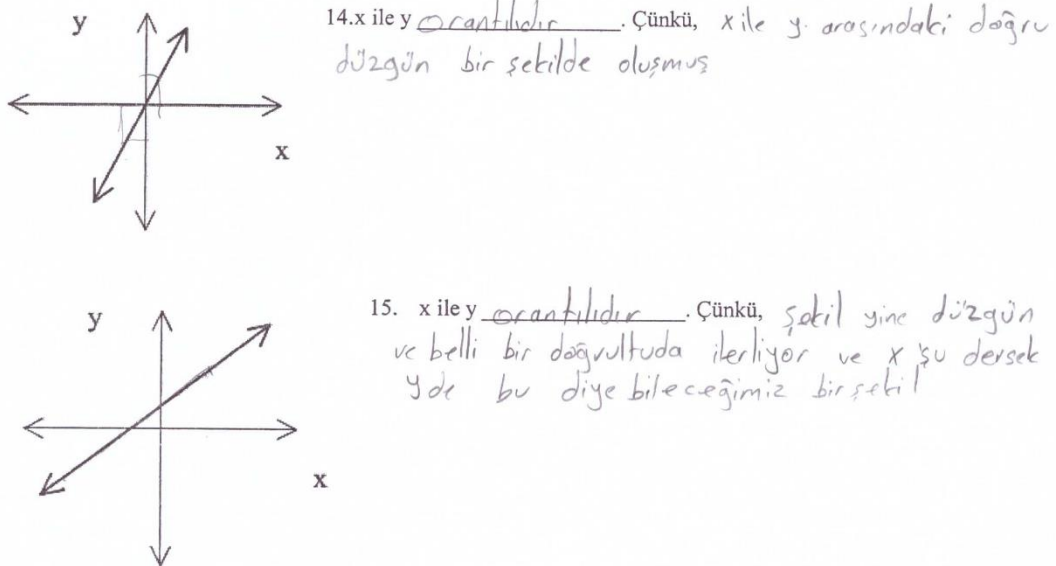


Şekil 4.3. Gül'ün sayıların rastgele kullanımı ön değeriendirme örnek cevabı

Bu durum Gül'ün iki çokluğun (kısa kenar, uzun kenar) oranını problemdeki sözel ifadelerle algılayamadığını ve bunu görsel olarak dikdörtgen üzerinde de gösteremediğini ortaya koymuştur.

Katılımcıların ön değerlendirme kapsamında yer alan sorularda Düzey 0'ın dördüncü göstergesi (D0G4) olan çokluklar arasında ilişki kuramadığı görülmüştür. Katılımcıların tamamı orantısal durumlardaki matematiksel ilişkileri anlama problemleri olan 20. ve 21. sorularda çokluklar arasında bağlantı kuramamış sadece bir çokluğa odaklanarak aynı anda iki çokluğu dikkate almaları gerektiğinin farkına varamamıştır. Aynı zamanda bu sorular katılımcıların orantısal ilişkilerin aynı oranda artıp azalması gerekliliğini bilmediklerini ve orantı sabitini problemlerde kullanamadığını ortaya koymaktadır.

Katılımcılar orantısal ilişkilerin doğrusal olduğunu bilmelerine rağmen, doğrusal ilişkilerin tümünün orantılı olduğu gibi bir yanılgıya sahip oldukları görülmüştür. Örneğin Şekil 4.4'te yer verilen sorularda Alp, iki değişkenin arasında orantısal bir ilişki olduğunu sadece değişkenlerin arasında doğrusal bir ilişki olmasına bağlamıştır.



Şekil 4.4. Alp'in doğrusal ilişki sorularına ön değerlendirme cevabı

Alp ile yapılan ön görüşmede bu değişkenlerin orantılı olabilmesi için doğrusal olmalarının tek başına yeterli olduğunu düşündüğünü söylemiştir. Araştırmacının doğrusal ama orantılı olmayan bir ilişki olabilir mi sorusuna ise olamaz şeklinde bir cevap vermiştir.

Ön değerlendirme sonuçlarına göre, katılımcılar arasında çeşitlilik olmakla birlikte katılımcıların düzey göstergelerinin tamamı Düzey 0'ın sınırları içerisinde kaldığı belirlenmiştir.

4.2. Öğretim Deneyi Süreci

Ön değerlendirmelerin analizi öğretim seanslarının tasarlanmasında rehberlik etmiştir. Özellikle nasıl bir başlangıç yapılacağı bu analizler sonucunda belirlenmiştir. Ön analizler katılımcıların tamamının ağırlıklı olarak Düzey 0 göstergelerine sahip olduğunu göstermiştir. Özellikle iki çokluk arasında ilişki kuramamaları, toplamsal ilişkiler kullanarak muhakeme yapmaları, çarpımsal karşılaştırmalar yapamamaları gibi durumlar katılımcıların orantısal akıl yürütmenin temel becerilerine sahip olmadıklarını göstermiştir. Bu durum araştırmacıyı Seans1 kapsamında öncelikle orantısal akıl yürütme durumlarındaki çokluklar hakkında farkındalık yaratmaya yönelik bir dizi problem durumu oluşturmaya sevk etmiştir. Aşağıda Seans1 kapsamında yapılan çalışmalara ve elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

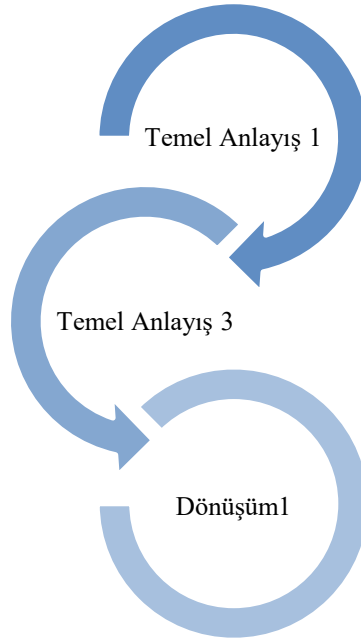
Öğretim seansları kapsamında elde edilen bulgular Dönüşümler ve Temel Anlayışlar çerçevesinde düzenlenmiş olup her bir dönüşüm altında katılımcılardan örnekler verilerek bu Dönüşümleri ve Temel Anlayışları nasıl gerçekleştirdikleri açıklanmıştır.

Hepsi mantıklı olarak yapılan akıl yürütmenin çeşitli yollarının, oran problemlerini çözmek için algoritmalar halinde genelleştirilebileceğini içeren Temel Anlayış 9 ve bir problemde yer alan yüzeysel ipuçlarının (problemde çokluklardan sadece birine ait sayısal bir değer verilmesi gibi) çokluklar arasındaki orantısal ilişkilere dair yeterli kanıtını sağlamayabileceğini içeren Temel Anlayış 10 tüm öğretim seanslarında incelenmiştir.

4.2.1. Dönüşüm1: Tek çokluk ile akıl yürütmeden iki çokluk ile akıl yürütmeye geçiş

Araştırmacı Dönüşüm1'in temel amacı olan tek çoklukta iki çokluğa geçiş öncelikle katılımcıların orantısal durumlarda verilen çoklukların her ikisini de göz önünde bulunduracakları bir anlayış geliştirmelerinin oranlar içerisindeki çoklukların tanınmasını (Temel Anlayış 1) ve çoklukların birbiri üzerindeki etkilerinin anlaşılmasını (Temel Anlayış 3) kolaylaştıracağını düşünerek ilk ders kapsamında, iki çokluğun düzenlenmesi ve koordine edilmesi becerisine yönelik problem durumlarına yer vermiştir. Böylelikle oran mantığının ancak iki çokluğa odaklanılarak geliştirilebileceği

düşüncesi ön plana çıkmıştır. Seans1'in Dönüşüm ve Temel Anlayışlar bazında içeriğine Şekil 4.5'te yer verilmiştir.



Şekil 4.5. Seans1'in içeriği

Bir oranın iki çokluğuna dikkat edilmesi çoğunlukla gözden kaçan bir durumdur ve katılımcılar ön değerlendirmede iki çokluğu aynı anda kullanması gereken sorularda bu durumu gözden kaçırmışlardır. Bu zorluğu aşmak amacıyla araştırmacı Lobato ve Ellis'ten (2010) uyarlanan aşağıdaki problemi katılımcılara yöneltmiştir:

Limon/Su Problemi (Lobato ve Ellis, 2010, s. 79):

Yasemin ve Zeynep limonata yapmaktadırlar. Yasemin, 3 bardak limon aromasını 2 bardak su ile karıştırmıştır. Zeynep ise 4 bardak limon aromasını 3 bardak su ile karıştırmıştır. Kimin karışımı daha limonludur? Hesaplama kullanmadan çözümünüzü açıklayın.

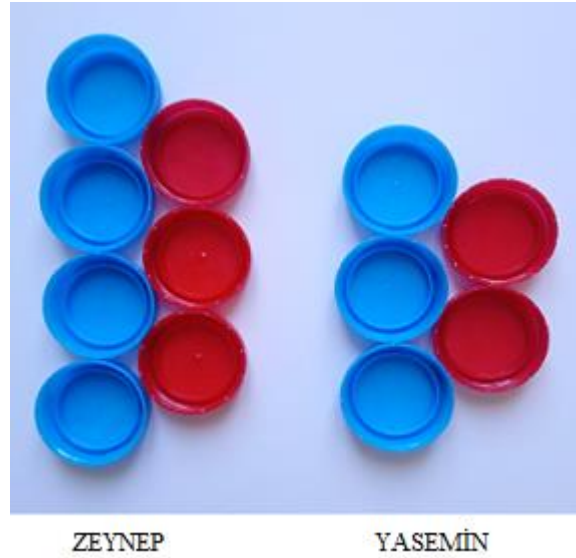
Limon/Su Probleminde araştırmacı katılımcıların verilen durumdaki çoklukları tanıyıp tanıyamadıklarını ve çokluklar arasında hesaplama yapmadan niceliksel bir karşılaştırmayı ne ölçüde yapabildiklerini ortaya çıkarmak için, katılımcılardan sorunun çözümünü hesaplama kullanmadan açıklamalarını istemiştir.

Limon/Su Problemine cevap verirken Alp, Ece ve Can verilen durumdaki su ve limon çokluklarını dikkate alan cevaplar vermiş, Gül ise su çokluğunu dikkate almadan kıyaslamasını sadece karışımındaki limon miktarına dayandırmıştır.

Örneğin Ece, hesaplama kullanmadan sorunun çözümü için “*karışımlardaki su miktarlarını eşitledikten sonra hangi karışımındaki limon fazla ise o daha limonludur*”

şeklinde bir akıl yürütme kullanmıştır. Katılımcının bu cevabı karışımındaki çoklukları dikkate aldığı bir göstergesidir. Katılımcının cevabında “daha limonludur” ifadesini kullanması aynı zamanda katılımcının sorunun çözümü için hesaplama kullanmadan niceliksel karşılaştırma yapabildiğini göstermiştir. Ece’nin akıl yürütmesine benzer şekilde Alp de “*limon aromasının limonataya oranı hangisinde fazlaysa o daha limonludur*” şeklinde akıl yürüterek verilen durum içerisindeki iki çokluğu aynı anda kullanması gerektiğini fark etmiştir.

Gül ise, “*karışıma eklenen limon sayısına bakarak hangisinin daha limonlu olduğunu bulabiliriz, limon sayısı fazla olanın limon tadı daha fazladır*” şeklinde bir akıl yürütme kullanarak soruyu cevaplamıştır. Gül, bu cevabı ile iki çokluğu dikkate alması gerektiğini fark edemeyerek su miktarını dikkate almadan soruyu çözdüğünü göstermiştir. Gül’ün bu cevabının ardından araştırmacı Gül’ün soruda yer alan iki çokluğu tanıyabilmesini kolaylaştırmak adına Gül’e mavi ve kırmızı renkli kapaklar verip, mavi kapağın limon, kırmızı kapağın suyu temsil ettiğini söylemiştir. Araştırmacı daha sonra Gül’den Zeynep ve Yasemin’in limonatalarına ait karışımları kapaklarla modellemesini istemiştir. Bunun üzerine Gül, Zeynep için çalışma kâğıdının sol tarafına 4 bardak limonu temsil eden 4 adet mavi kapak, 3 bardak suyu temsil eden 3 kırmızı kapak, Yasemin için de çalışma kâğıdının sağ tarafına 3 bardak limonu temsil eden 3 adet mavi kapak, 2 bardak suyu temsil eden 2 kırmızı kapak koyarak Şekil 4.6’daki gösterimi oluşturmuştur.



Şekil 4.6. Gül’ün limon/su problemi gösterimi-1

Araştırmacı Gül’ün soruda verilen sayılarla şekli oluşturmasının ardından Gül’e mavi renkli kapaklar vererek karışıma eklemesini istemiştir. Gül, Yasemin için 3 bardak limon (3 mavi kapak) 2 bardak sudan (2 kırmızı kapak) oluşan limonata gösterimine 3 mavi kapak daha ekleyerek gösterimini 6 mavi kapak ve 2 kırmızı kapaktan oluşan bir hale getirmiştir. Ardından Gül, limonata karışımının son durumda 6 bardak limon 2 bardak sudan oluştuğunu söylemiştir. Gül’ün oluşturduğu son gösterime Şekil 4.7’de yer verilmiştir.



Şekil 4.7. Gül’ün limon/su problemi gösterimi-2

Bu şekli oluşturduktan sonra araştırmacı Gül’e, Yasemin’in limonata karışımının tadının nasıl değiştiğini düşündüğünü sormuştur. Gül, bu soruya “*karışımındaki limon miktarı suya göre arttığı için daha limonlu olur*” şeklinde cevap vermiştir. Gül’ün bu cevabı, karışımın su ve limon olmak üzere iki çokluktan oluştuğunun ve soruyu çözerken her iki çokluğu da dikkate alması gerektiğinin farkına vardığını göstermiştir. Gül’ün soruyu, iki renkli materyal kullanımı ile desteklenen görsel bir model oluşturarak çözmesi (D1G1) çoklukların her ikisini de fark etmesini sağlamıştır. Gül’ün kullandığı “*daha limonlu olur*” ifadesi ise sorunun çözümünde hesaplama yapmadan niteliksel karşılaştırma yapabilmeye başladığını (D1G2) göstermiştir.

Tüm katılımcıların Limon/Su Problemine verdikleri cevaplar değerlendirildiğinde, karışımın tadının karışımındaki limon ve su çokluklarına bağlı olduğunu ifade etmeleri, verilen durumun soru içerisinde yer alan çoklukların değişimi ile bağlantılı olduğunu fark etmeye başladıklarının göstergesidir. Katılımcılar bu aşamada çokluklar arasında

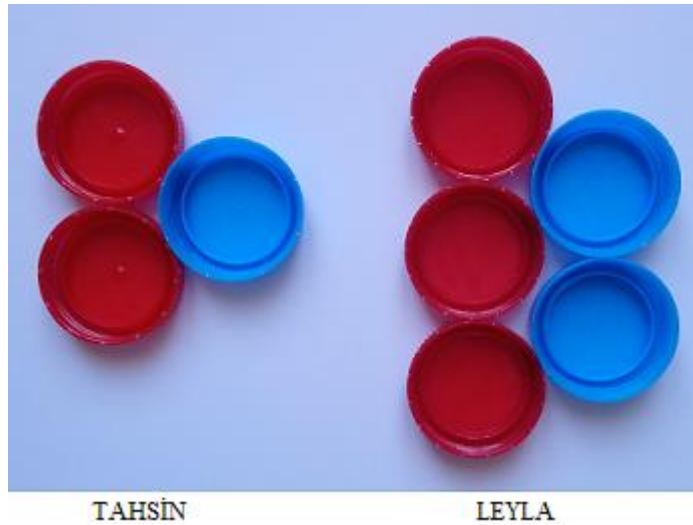
çarpımsal olarak bir değerlendirme yapmamış, sadece soru içerisindeki çoklukları tanıyabilmişlerdir.

Katılımcıların çoklukları fark etme durumlarını bir başka problem durumunda tekrar incelemek isteyen araştırmacı Lobato ve Ellis'ten (2010) uyarlanan aşağıdaki problemi katılımcılara yöneltmiştir:

Boya Problemi (Lobato ve Ellis, 2010, s. 20):

Mavi ve kırmızı renklerinin birleşiminden mor renk oluşmaktadır. Tahsin 1 kutu mavi boya ile 2 kutu kırmızı boyayı karıştırıyor. Leyla ise 2 kutu mavi boya ile 3 kutu kırmızı boyayı karıştırıyor. Kimin karışımı daha koyu renk mor olur?

Boya Problemi 1'in çözümü için bir önceki problemde olduğu gibi araştırmacı katılımcılara renkli kapaklardan yararlanabileceklerini söylemiştir. Bunun üzerine Can, mavi ve kırmızı boyaların karışımı ile mor renk elde edilmesine ilişkin Şekil 4.8'deki gösterimi oluşturmuştur.



Şekil 4.8. Can'ın boya problemi 1 gösterimi

Can, gösteriminde Tahsin için çalışma kâğıdının sol tarafına 1 kutu mavi boyaya karşılık 1 adet mavi kapak, 2 kutu kırmızı boya için 2 adet kırmızı kapak koymuş, Leyla için de çalışma kâğıdının sağ tarafına 2 kutu mavi boyaya karşılık 2 mavi kapak, 3 kutu kırmızı boya için 3 adet kırmızı kapak koyarak karışımları oluşturmuştur (D1G1).

Can, mor rengi oluştururken kullanılan mavi ve kırmızı renklerin miktarına göre mor rengin koyuluğuna karar verebileceğini söylemiştir. Can ardından karışımın rengini kırmızı rengin açıp mavi rengin ise koyulaştıracağını söylemiştir. Buradan yola çıkan

Can, hangi karışımda mavi renk daha fazla ise o karışımın daha koyu mor (D1G2) olacağını ifade etmiştir.

Can daha sonra Tahsin ve Leyla'nın karışımlarını kıyaslayabilmek için Şekil 4.9'daki gösterimi oluşturmuştur.



Şekil 4.9. Can'ın boya problemi 1 gösterimindeki değişim

Can, "Tahsin'in karışımında 2 kutu kırmızı boyaya karşılık 1 kutu mavi boya olduğuna göre Leyla'nın karışımında da 2 kutu kırmızı boyaya karşılık 1 kutu mavi boyayı ayırırsak geriye 1 kutu kırmızı boyaya karşılık 1 kutu mavi boya kalır" demiştir. Aşağıda Can'ın problem hakkındaki düşüncesinin devamına yer verilmiştir:

"Tahsin'in karışımında 1 kutu mavi boya için 2 kutu kırmızı boya varken, Leyla'nın karışımında 1 kutu mavi boya için 2 kutu kırmızı boyaya ek olarak 1 kutu mavi boyaya 1 kutu kırmızı boya daha vardır. Tahsin'le Leyla'nın karışımlarının eşit koyulukta olması için 1 mavi kutuya 2 kutu kırmızı boya olması gerekir. Leyla'nın karışımında 1 maviye 1 kırmızı boya kutusu daha olduğu için Leyla'nın karışımı daha koyu olur." (Can, Seans1, Ders1)

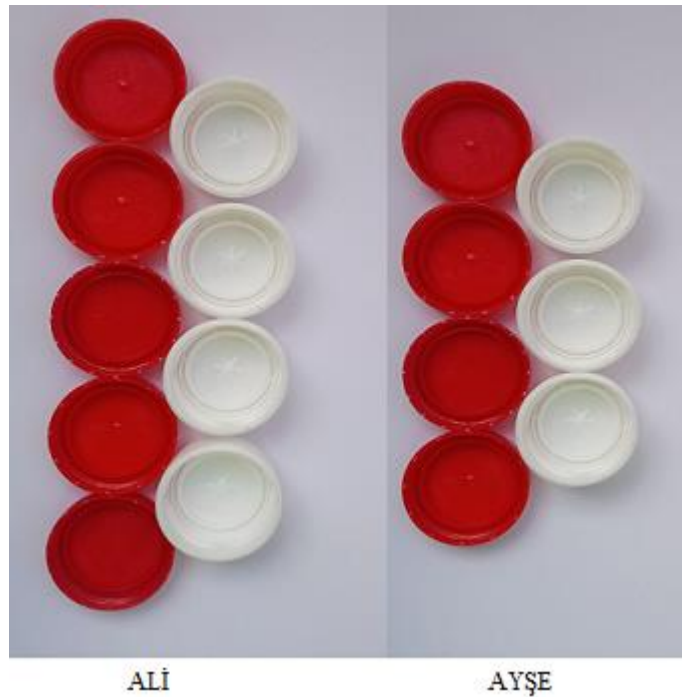
Can'ın soru çözümünde kullandığı akıl yürütmede, karışımındaki mavi ve kırmızı boya kutu sayılarını kullanması iki çokluğu birlikte, koordineli bir şekilde ele alabildiğini göstermekte olduğundan, katılımcının Temel Anlayış 1'e uygun bir anlayış sergilediği görülmüştür.

Seans1'in ilk dersinin sonunda katılımcıların mevcut durumlarının değerlendirilmesi amacıyla ders içerisindeki Boya Problemi 1'e benzer özellikler taşıyan Lobato ve Ellis'ten (2010) uyarlanan aşağıdaki problem katılımcılara yöneltilmiştir:

Boya Problemi 2 (Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 20):

Kırmızı ve beyaz renklerinin birleşiminden pembe renk oluşmaktadır. Ali 4 kutu kırmızı boya ile 3 kutu beyaz boyayı karıştırıyor. Ayşe ise 5 kutu kırmızı boya ile 4 kutu beyaz boyayı karıştırıyor. Kimin karışımı daha koyu renk pembe olur?

Katılımcılardan Gül, Limon/Su Probleminde çokluklardan sadece limon miktarına odaklanmış olduğundan anlayışında herhangi bir değişiklik olup olmadığını anlamak amacıyla diğer katılımcılarda olduğu gibi kendisinden problem durumunu farklı renkteki kapakları kullanarak modellemesi istenmiştir. Gül'ün, Boya Problemi 2 için oluşturduğu gösterime Şekil 4.10'da yer verilmiştir.



Şekil 4.10. Gül'ün boya problemi 2 gösterimi

Gül, Boya Problemi 2'nin çözümüne beyaz ve kırmızı renklerin karışımından oluşan pembe rengin tonunu beyaz rengin açacağını kırmızı rengin ise koyulaştıracağını söyleyerek başlamıştır. Gül daha sonra şu şekilde sözüne devam etmiştir:

Ayşe'nin karışımında 4 kırmızı kapağa karşılık 3 beyaz kapağın olmasından ötürü Ali'nin karışımında da 4 kırmızı kapak ile 3 beyaz kapağı ayırırsak

geriye 1 kırmızı kapak ve 1 beyaz kapak kalır demek ki Ali'nin karışımında 1 kırmızı kapak ve 1 beyaz kapak daha fazla vardır. Ali'nin karışımındaki kırmızı kapak miktarının daha fazla olmasından ötürü Ali'nin karışımı daha koyu pembedir. (Gül, Seans1, Ders1)

Gül'ün bu cevabı verilen durumdaki iki çokluğu da dikkate alarak Temel Anlayış 1'e uygun bir akıl yürütme kullanabilmeye başladığını göstermiştir.

Ders sonu görüşmeleri kapsamında yöneltilen sorulara tüm katılımcıların Temel Anlayış 1'e (verilen durumlardaki iki çokluğu da dikkate alarak) uygun bir şekilde cevap vermiş olması ders başındaki hedeflere ulaşıldığını gösterdiği için bir sonraki derse geçilmiştir.

Seans1 kapsamında gerçekleştirilen ikinci derste yer alan problem durumları ile katılımcıların oranı oluşturan çoklukların birbiri üzerindeki etkilerinin anlaşılmasına (Temel Anlayış 3) dair becerileri incelenmiştir. Bu amaçla katılımcılara Basketbol Problemi (EK-5: Basketbol Problemi, Hines ve McMahon, 2005, s. 101) yöneltilmiştir. Şekil 4.11'de Gül'ün bu probleme yanıtına yer verilmiştir.

Basketbol Problemi

Bir grup öğrenci basketbol atışı yapmaktadır. Sonuçlar aşağıdaki gibidir:

İsim	Başarılı Atış	Yapılan Atış	Başarısız Atış
Ayla	8	11	3
Burak	22	29	7
Cemal	15	19	4
Dilek	33	41	8

Sadece bu bilgilere dayanarak en iyi oyuncu kimdir? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

	Ayla	Burak	Cemal	Dilek
Başarılı Atış	8	22	15	33
Başarısız Atış	3	7	4	8
	(56)	(24)	(42)	(21)
	$\frac{448}{168}$	$\frac{528}{168}$	$\frac{630}{168}$	$\frac{693}{168}$

Dilek > Cemal > Burak > Ayla

Şekil 4.11. Gül'ün basketbol problemi cevabı

Gül, sorunun çözümü için başarılı atışın başarısız atışa oranı en fazla olan oyuncunun en başarılı oyuncu olacağını söylemiştir. Gül, ilk olarak her oyuncunun yaptığı atış sayısından başarılı atış sayısını çıkararak oyuncuların yaptığı başarısız atış sayılarını hesaplayarak tablonun sağ tarafına her bir oyuncu için bulduğu değerleri yazmıştır. Daha sonra her bir oyuncu için oyuncunun yaptığı başarılı atış sayısını

oyuncunun başarısız atış sayısına oranlayarak, Ayla için $\frac{8}{3}$ Burak için $\frac{22}{7}$ Cemal için $\frac{15}{4}$ Dilek için ise $\frac{33}{8}$ şeklinde oranlar oluşturmuştur.

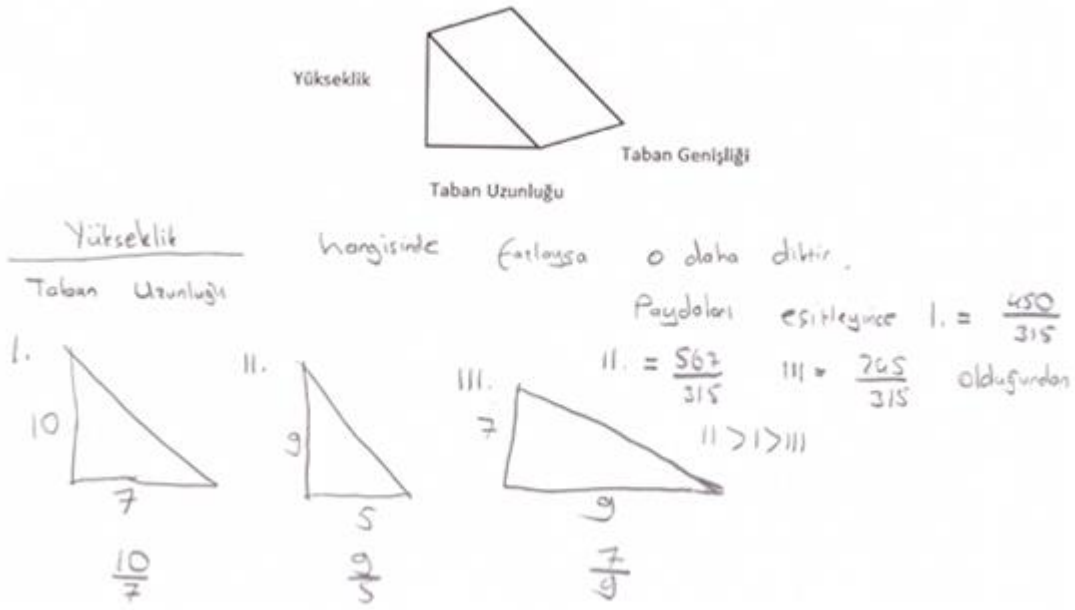
Gül, bulduğu oranları kıyaslayabilmek için paydaları eşitlemesi gerektiğini söyleyerek bulduğu oranların paydalarını 168 değerinde eşitlemek için Ayla'nın oranını 56, Burak'ın oranını 24, Cemal'in oranını 42, Dilek'in oranını da 21 ile çarpması gerektiğini söylemiştir. Daha sonra oran değerini, Ayla için; $\frac{448}{168}$ Burak için $\frac{528}{168}$ Cemal için $\frac{630}{168}$ Dilek için $\frac{693}{168}$ olarak hesaplayan Gül, buradan yola çıkarak başarılı atışın başarısız atışa oranı Dilek için en yüksek olduğundan Dilek'in en başarılı Ayla'nın ise en başarısız oyuncu olduğu sonucuna ulaşmıştır. Araştırmacı tarafından katılımcıya soruyu farklı bir yolla nasıl çözebileceği sorulduğunda ise Gül, başarılı atış sayısının toplam atış sayısına oranlanması ile de oyuncuların başarılarının kıyaslanabileceği cevabını vermiştir.

Gül'ün çözüm yolunda cevabını sadece başarılı atışa dayandırmaması çoklukların birbiri üzerindeki etkilerini göz önünde bulundurduğunu göstermektedir. Gül'ün bu yaklaşımı çoklukların etkilerini anlamak için çoklukları ayrı ayrı düşünmemesi gerektiğini kavradığını ortaya koyarak soruyu Temel Anlayış 1 ve Temel Anlayış 3'e uygun bir şekilde çözebildiğini göstermiştir.

Gül, soru çözümünde başarılı atışı başarısız atışa oranlayarak $\frac{8}{3}, \frac{22}{7}, \frac{15}{6}$ ve $\frac{33}{8}$ değerlerini hesaplamıştır. Daha sonra ise bu oranları payda eşitleme yolu ile kıyaslamıştır. Gül'ün bu akıl yürütmesi bu aşamada, oranları bölüm olarak ($\frac{8}{3} = 2.6, \frac{22}{7} = 3.1, \frac{15}{6} = 3.7$ ve $\frac{33}{8} = 4.1$) yorumlamadığını göstermiştir.

Seans1 kapsamında yapılan ikinci derste katılımcıların oranın iki çokluktan oluştuğunu fark edebilmeleri ve oranı oluşturan çoklukların birbiri üzerindeki etkilerine ilişkin anlayışlarının incelenmesine yönelik diğer bir soru olan Kayak Pistinin Eğimi Problemi (EK-5, Kayak Pistinin Eğimi Problemi, Simon ve Blume, 1994, s. 190) katılımcılara yöneltilmiştir.

Alp'in bu probleme verdiği yanıt Şekil 4.12'de yer almaktadır.



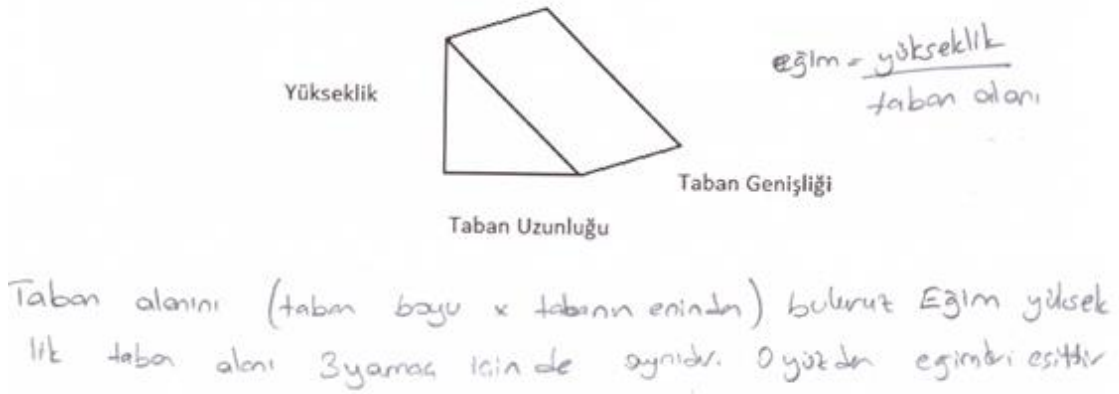
Şekil 4.12. Alp'in kayak pistinin eğimi problemi cevabı

Alp, problemin çözümünde tepelerin göreceli dikliğini bulabilmek için her bir tepenin eğiminin hesaplanması gerektiğini söylemiştir. Alp, eğimin yükseklik ve taban uzunluğuna bağlı olmasından ötürü yükseklik ve taban uzunluğunu kullanarak dikliği hesaplayabileceğini söyleyerek çalışma kâğıdına yükseklik/tabana oranını yazmış ve bu oran hangi yamaçta daha fazlaysa o yamacın daha dik olduğunu (D1G2) ifade etmiştir. Alp, daha sonra farklı yükseklik ve taban uzunluğu değerlerine sahip üç farklı yamaç şekli çizmiştir. Tepelerin dikliğinin yükseklik/tabana oranından, birinci şekil için $\frac{10}{7}$ ikinci şekil için $\frac{9}{5}$ üçüncü şekil için ise $\frac{7}{9}$ olacağını söyleyen Alp, bu oranların paydalarını eşitledikten sonra en büyük oranın ikinci şekil en küçüğünün ise üçüncü şekil olmasından ötürü çizdiği yamaçların en dik olanının ikinci şekil, dikliğin en az olanının ise üçüncü şekil olduğunu söylemiştir. Alp, son olarak yükseklik/tabana oranında yüksekliğin artması durumunda o yamaca ait eğim artacağı için dikliğin artacağı, taban uzunluğunun artması durumunda ise eğimin azalmasından ötürü dikliğin azalacağını söyleyerek yükseklik ve taban uzunluğundaki değişimin dikliğe nasıl yansıdığını yorumlayabilmiştir. Böylelikle Alp Temel Anlayış 1 ve Temel Anlayış 3 becerilerine sahip bir davranış sergilemiştir.

Tepelerin göreceli dikliğini hesaplayabilmek için Alp yüksekliğin taban uzunluğuna oranını kullanarak eğim değerini hesaplamıştır. Bu da Alp'in verilen durumdaki üç çokluktan taban genişliğinin eğime etkisi olmadığını göz önünde

bulundurarak eğime etkisi olan yükseklik ve taban uzunluğu çokluklarını taban genişliği çokluğundan bağımsız düşünebildiğini göstermiştir. Son olarak Alp'in çizdiği üç yamaç şekli üzerinden yükseklik ve taban uzunluğu çokluklarının artması durumunda eğimde olacak değişikliklerin göreceli dikliği nasıl etkileyeceğini açıklaması Alp'in her bir çokluğun değiştirilmesinin ilgili özellik üzerindeki etkisini anlayabildiğini göstermiştir.

Öte yandan aynı soru için Ece'nin verdiği yanıt Şekil 4.13'de yer almaktadır.



Şekil 4.13. Ece'nin kayak pistinin eğimi problemi cevabı

Ece, sorunun çözümüne ilk olarak göreceli dikliğe dağın eğiminin bulunması ile karar verilebileceğini söyleyerek başlamıştır. Ardından eğimin yükseklik/tabana alanı şeklinde hesaplanabileceğini ifade eden Ece taban alanının ise taban boyu ile taban eninin çarpımından elde edilebileceğini söylemiştir. Buna karşın emin olmayarak üç yamaç için de dikliğin aynı olacağını düşündüğünü belirtmiştir.

Ece'nin bu ifadesi her ne kadar onun günlük yaşamdaki bir özelliği (diklik) yorumlamada oran kavramını kullanmaya çalıştığını gösterse de oranı oluşturan çoklukları doğru bir şekilde belirleyemediği ortaya çıkmıştır. Bu da Ece'nin verilen durumdaki üç çokluktan taban genişliğinin eğime herhangi bir etkisinin olmadığını kavrayamadığını göstermiştir. Buna karşın Ece ders sonunda yapılan görüşmede verilen Futbol Problemine (EK-5: Futbol Problemi) Şekil 4.14'te yer alan yanıtı vermiştir.

Futbol Problemi

Aşağıdaki tabloda aynı takımda futbol oynayan Mahmut, Yasin, Can ve Utku'nun antrenmanda yaptığı penaltı atışlarının sonuçları gösterilmektedir. Buna göre maçta atılacak penaltı için bu 4 oyuncudan hangisini seçersiniz. Neden?

İsim	Başarılı Atış	Başarısız Atış	Toplam
Mahmut	12	9	21
Yasin	39	32	71
Can	22	15	37
Utku	18	14	32

Başarılı
Toplam

$$\frac{12}{21}$$

$$\frac{39}{71}$$

$$\frac{22}{37}$$

$$\frac{18}{32}$$

* Başarılı / Toplam oranını yaptığımızda çıkan sonuç ne kadar büyükse daha başarılı penaltı atar.

Şekil 4.14. Ece'nin futbol problemi cevabı

Ece, soruya ilk olarak başarılı atış ve başarısız atış sayılarını toplayarak toplam atış sayısını hesaplayarak başlamıştır. Daha sonra başarılı atışın toplam atış sayısına oranlanmasıyla en iyi oyuncunun belirlenebileceğini söylemiştir. Buradan yola çıkarak her bir oyuncu için başarılı atışın toplam atışa oranını, $\frac{12}{21}$, $\frac{39}{71}$, $\frac{22}{37}$ ve $\frac{18}{32}$ olarak hesaplamıştır. Ece, oranları bulmasının ardından başarılı atışın toplam atışa oranının en büyük olduğu oyuncunun en başarılı futbolcu olacağını söylemiştir. En başarılı oyuncunun bulunabilmesi için pay ya da paydayı eşitlemesi gerektiğini söyleyen Ece sayıların büyük olmasından ötürü işlemin uzun süreceğini söyleyerek soruyu kıyaslama işlemi yapmadan tamamlamıştır.

Ece'nin bu cevabı Temel Anlayış 1'e uygun bir şekilde verilen durumdaki çoklukları tanıyabildiğini ve cevabında sadece başarılı atış üzerinden çözüm yapmayarak toplam atışı da göz önünde bulundurması Temel Anlayış 3'e uygun bir akıl yürütme gerçekleştirdiğini göstermiştir. Fakat Ece'nin oranı bölüm olarak değil de parça/bütün ilişkisi olarak yorumladığı ve bu yoruma dayalı karşılaştırma yaptığı görülmüştür.

Benzer şekilde Alp de bu problemde (Şekil 4.15) Ece gibi başarılı atışı başarısız atışa oranlayarak ya da başarılı atışı toplam atışa oranlayarak sonuca ulaşabileceğini söylemiştir.

Futbol Problemi

Aşağıdaki tabloda aynı takımda futbol oynayan Mahmut, Yasin, Can ve Utku'nun antrenmanda yaptığı penaltı atışlarının sonuçları gösterilmektedir. Buna göre maçta atılacak penaltı için bu 4 oyuncudan hangisini seçersiniz. Neden?

İsim	Başarılı Atış	Başarısız Atış
Mahmut	12	9
Yasin	39	32
Can	22	15
Utku	18	14

$$\frac{12}{9}, \frac{39}{32}, \frac{22}{15}, \frac{18}{14}$$

Başarılı atış
Başarısız atış
veya
Başarılı atış
Toplam atış
daha büyükse onu seçerin,

Şekil 4.15. Alp'in futbol problemi cevabı

Alp, oranları kıyaslamak için pay ya da payda eşitlemesi gerektiği için toplam penaltı atışını kullanması durumunda, sayıların daha büyük olmasından ötürü bu işlemin daha zor olacağını söyleyerek başarılı atışı başarısız atışa oranlamayı tercih etmiştir. Alp daha sonra başarılı atışı başarısız atışa oranlayarak her bir oyuncu için $\frac{12}{9}$, $\frac{39}{32}$, $\frac{22}{15}$ ve $\frac{18}{14}$ oranlarını yazmıştır. Daha sonra Mahmut ve Utku için yazdığı oran değerlerinde sadeleştirme yaparak, bu oranları $\frac{4}{3}$ ve $\frac{9}{7}$ şeklinde tekrar yazmıştır. Alp bu oranları kıyaslayabilmek için pay ya da payda değerlerini eşitleme gerektiğini tekrarlayarak hangi değerde eşitleyebileceğini bulmak için aklından birkaç hesaplama yaptıktan sonra vazgeçerek paydaları eşitlersek en başarılı oyuncuyu da bulabiliriz diyerek Ece ile benzer şekilde soruyu kıyaslama yapmadan tamamlamıştır.

Dört katılımcının da futbol sorusunun çözümünde benzer yaklaşımlar kullanarak cevaplarını sadece başarılı atışa dayandırmadan başarılı atışları başarısız atışlara oranlamaları, çoklukların birbiri üzerindeki etkilerini dikkate aldıklarını göstermiştir. Bu da katılımcıların birinci dönüşümün temel amacı olan oranlar içerisindeki çoklukları tanıyabildiğini ve oranı oluşturan çoklukların birbiri üzerindeki etkileri anlayabildiklerini ortaya koymuştur.

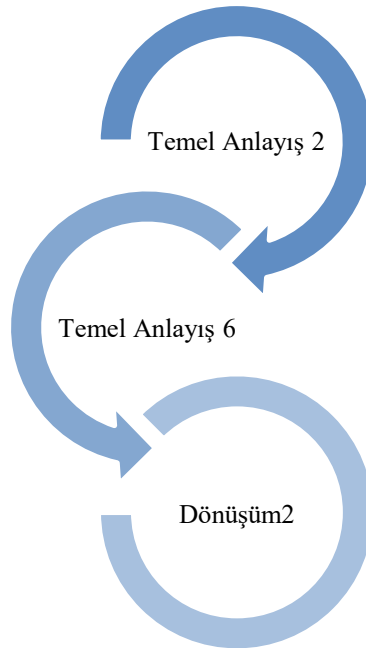
Seans1'in genel değerlendirmesi yapıldığında ikinci dersin sonunda tüm katılımcıların Temel Anlayış 1 ve Temel Anlayış 3'e uygun bir anlayış sergileyebildikleri görülmüştür. Buna karşın katılımcıların çokluklar ile oluşturdukları oranları kıyaslarken oran değerlerini kullanıp bulduğu oranı bu aşamada yeniden yorumlayamadıkları ve

soruları çarpımsal bir yaklaşımla çözemedikleri tespit edilmiştir. Bir sonraki seans kapsamında katılımcıların çarpımsal karşılaştırmalar kullanarak orantısal durumları yorumlamaları hedeflenmiştir.

Katılımcıların seans kapsamında kullandıkları kapaklar ile oluşturdukları görsel gösterimler ile verilen durumları anlamlandırabilmeleri (D1G1) ve yaptıkları niteliksel karşılaştırmalar (D1G2) Düzey 1'e ait göstergeleri taşımaya başladıklarını göstermiştir. Fakat katılımcıların seans içerisinde verilen durumlarda çarpımsal karşılaştırma yapamaması (D0G2) sebebiyle katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeyi bu seans sonunda hala Düzey 0 olarak değerlendirilmiştir.

4.2.2. Dönüşüm2: Toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçiş

Dönüşüm1 genelinde her ne kadar katılımcılar bir oranda yer alan çoklukları tanımaya başlamışlarsa da bunlar arasındaki ilişkiyi çarpımsal olarak yorumlayamadıklarından dolayı araştırmacı Seans2 kapsamında öncelikle iki çokluğun oranı arasındaki ilişkiye odaklanan problem durumlarına yer vermiştir. Böylelikle katılımcıların çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkileri fark etmeleri amaçlanmış ve ardından iki oranın denkliğine odaklanılarak orantı kavramına geçiş yapılması planlanmıştır. Dönüşüm2 (Seans2) kapsamında Temel Anlayış 2 ve Temel Anlayış 6 becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Seans2'nin Dönüşüm ve Temel Anlayışlar bazında içeriğine Şekil 4.16'da yer verilmiştir.



Şekil 4.16. Seans2'nin içeriği

Seans2 kapsamında yapılan ilk derste yer alan problem durumları ile oran ve orantı kavramlarına dair katılımcıların anlayışlarının ne olduğu sorusuna cevap aranmış, katılımcıların toplamsal akıl yürütme yerine değişim durumuna orantısal olarak bakarak çarpımsal ilişkileri ne ölçüde tanıyabildikleri incelenmiştir.

Ders kapsamında yer alan problem durumlarından (Bkz. EK-5: Tablo 4.4. Orantısal durum problemleri) ilkinde katılımcılardan Alp'in yanıtına Şekil 4.17'de yer verilmiştir.

Durum 1: Burak ve Türker bir parkur etrafında eşit hızla koşmaktadırlar. Koşuya önce başlayan Burak, 9 tur bitirdiğinde, Türker 3 tur bitirmiştir. Türker 15 tur bitirdiğinde, Burak kaç tur koşmuştur?

3'e bir oran var. Türker 15 tur koştuğunda Burak 15×3 'ten 45 tur koşmuş olur.

Şekil 4.17. Alp'in durum 1 cevabı

Alp, birinci durumda ilk olarak verilen tur sayılarının orantılı olduğunu düşündüğünü söyleyerek sorunun orantılı bir durum içerdiği cevabını vermiştir. Katılımcının bu cevabı vermesindeki etken bitirilen tur sayılarının aynı kata sahip olacağını düşünmesidir. Bu nedenle katılımcı çözümünde koşucuların koştuğu tur sayılarına ilişkin 3 kat alma işlemi yapmıştır

Seans2'nin ilk dersi kapsamında araştırmacı daha sonra iki çokluğun önce birbiriyle karşılaştırılması gereken bir problem durumunu (EK-5: Çiçek Problemi, Tunç, 2016, s. 288.) katılımcılara yöneltmiştir. Çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edebilmeleri için araştırmacı katılımcılardan problemi en az iki farklı yolla çözmelerini istemiştir. Başlangıçta katılımcılardan hiçbiri bu soru için iki farklı çözüm yolu kullanamamıştır.

Alp'in Çiçek Problemi için yaptığı çözüme Şekil 4.18'de yer verilmiştir.

Çiçek Problemi

İki hafta önce, iki çiçeğin boyları 8 cm ve 12 cm olarak ölçülmüştür. Bugün ise çiçekler sırasıyla 11 cm ve 15 cm boyundadır. 8 cm'lik çiçek mi yoksa 12 cm'lik çiçek mi daha fazla uzamıştır? Bu problem için geçerli olabilecek iki farklı cevap bulunuz ve cevaplarınızı açıklayınız.

İkisi de 3 cm uzadığı için eşit miktarda uzamışlardır.

Şekil 4.18. Alp'in çiçek problemi cevabı

Alp, problem çözümünde ilk olarak toplamsal bir muhakeme yaparak çiçeklerin ilk ve son boyları arasındaki farkı hesaplamıştır. Her iki çiçek için de 3 değerini bulmasından ötürü "İkisi de 3 cm uzadığı için eşit miktarda uzamışlardır." şeklinde bir ifade kullanan Alp'in çiçeklerin boylarını kıyaslamak için ilk ve son boyları arasındaki farka bakma

şeklinde bir akıl yürütme kullanması, duruma toplamsal bir bakış açısı ile yaklaştığını göstermiştir.

Sorunun çözümünde Alp ile benzer bir akıl yürütme kullanan Can'ın yanıtına ise Şekil 4.19'da yer verilmiştir.

Çiçek Problemi

İki hafta önce, iki çiçeğin boyları 8 cm ve 12 cm olarak ölçülmüştür. Bugün ise çiçekler sırasıyla 11 cm ve 15 cm boyundadır. 8 cm'lik çiçek mi yoksa 12 cm'lik çiçek mi daha fazla uzamıştır? Bu problem için geçerli olabilecek iki farklı cevap bulunuz ve cevaplarınızı açıklayınız.

$$\begin{array}{l} 8 \rightarrow 12 \\ 4 \\ 11 \rightarrow 15 \end{array}$$

Şekil 4.19. Can'ın çiçek problemi cevabı

Can, Alp'in aksine iki çiçeği kendi arasında karşılaştırarak çiçeklerin uzunlukları arasındaki farka odaklanmış ve bu farkın çiçekler uzadıktan sonra da aynı kalmasından dolayı iki çiçeğin büyüme miktarının aynı olduğunu düşünmüştür.

Her iki durumda da katılımcıların toplamsal ilişkileri kullanarak yorumda bulunmaları henüz çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edemediklerini göstermiştir. Benzer durum diğer iki katılımcı için de (Ece ve Gül) gözlenmiştir.

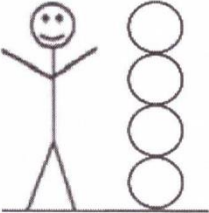
Katılımcıların toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçişini sağlamak isteyen araştırmacı katılımcılara ikinci bir problem (EK-5: Kısa Bey/Uzun Bey Problemi, Karplus vd., 1974, s.476.) yöneltmiştir.

Gül'ün bu soruya ilişkin yanıtı Şekil 4.20'de verilmiştir.

Kısa Bey/Uzun Bey Problemi

Kısa Bey'in boyu 6 ataç uzunluğundadır. Kısa Bey'in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Uzun Bey ve Kısa Bey'in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey'in 6, Kısa Bey'in 4 düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre, Uzun Bey'in boyu kaç ataç uzunluğundadır?

Bay Kısa



Kısa Bey		Uzun Bey
4 düğme	+2	6 düğme
6 ataç	+2 →	8 ataç

Şekil 4.20. Gül'ün kısa bey uzun bey problemi cevabı

Gül bir öncekinde olduğu gibi bu problemde de toplamsal bir yaklaşım sergileyerek çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi tanıyamamıştır.

Gül, Kısa ve Uzun Bey'in düğmeler cinsinden boyları arasındaki farkı (2 düğme) ataçlar cinsinden boy uzunluklarına ekleyerek Uzun Bey'in boyunu hesaplamıştır.

Gül'ün soruya toplamsal karşılaştırma ile yaklaşmasının ardından araştırmacı Gül'e kapak ve ataçlar vererek soruda verilen durumu modellemesini istemiştir. Bunun üzerine Gül, kısa beyin uzunluğunun hem 6 ataça hem de 4 düğmeye eşit olduğunu söyleyerek Şekil 4.21'de yer alan gösterimi oluşturmuştur.



Şekil 4.21. Gül'ün kısa bey uzun bey problemi gösterimi-1

Gül daha sonra, oluşturduğu gösterimden yola çıkarak 2 düğmenin 3 ataça eşit olduğu yorumunu yaparak Şekil 4.22'de yer verilen ikinci gösterimi oluşturmuştur.



Şekil 4.22. *Gül'ün kısa bey uzun bey problemi gösterimi-2*

Gül oluşturduğu son gösterimde düğme ataç oranının 2'ye 3 olması sebebiyle 6 düğmenin 9 ataça eşit olacağını söyleyerek Şekil 4.23'te yer verilen gösterimi oluşturmuş ve uzun beyin 9 ataç uzunluğunda olduğu sonucuna ulaşmıştır. Gül burada birim oranı $2/3$ olarak fark etmiş ve bunu genişleterek birleşik birimlerin tekrarlanması yolu ile çarpımsal ilişkiyi kullanabilmiştir.



Şekil 4.23. *Gül'ün kısa bey uzun bey problemi gösterimi-3*

Gül'ün bu çözümü, orandaki düğme ve ataç çoklukları arasındaki ilişkinin, toplamsal değil çarpımsal olduğunun farkına varabilmeye başladığını göstermiştir. Bu da oranın iki çokluğun çarpımsal karşılaştırılması olduğunu ifade eden Temel Anlayış 2 ve toplamsaldan çarpımsal karşılaştırmalara geçişi ifade eden Dönüşüm2'nin göstergeleri arasındadır.

Diğer katılımcılar (Alp, Can ve Ece) da Gül gibi problem kapsamında ataç ve düğme gösterimlerinin yardımı ile boy uzunlukları arasında 2/3 oranını fark etmişler ve bu oranı tekrarlayarak çözüme ulaşmışlardır.

Ders1 kapsamında araştırmacı bir başka problem bağlamında katılımcıların çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edip problem durumuna ne ölçüde yansıtabildiklerini görmek amacıyla onlara Ev Problemi 1'i (EK-5: Ev Problemi 1, Heinz, 2000) yöneltmiştir. Problem kapsamında üç farklı boyutta verilen dikdörtgen parselleri değerlendirilerek aralarından kareye en çok benzeyen parselin bulunması beklenmektedir. Katılımcıların parsellerin en ve boyları arasındaki ilişkiyi yorumlamaları ve kareye en çok benzeyen parseli bulmaları beklenmektedir.

Alp, bu problemin çözümü için ilk olarak en ve boy uzunluklarının farkına bakmış ve aradaki farkın en küçük olan parselin, en çok kareye benzeyeceğini düşündüğünü söylemiştir. Alp'e araştırmacı tarafından bu düşüncesinin nedeni sorulduğunda, şeklin kare olması durumunda kenarların birbirine eşit olmasından ötürü kenarlar arasındaki fark ne kadar azsa kenar uzunlukları birbirine o kadar yakındır şeklinde bir açıklama yapmıştır. Alp daha sonra her bir ev için büyük kenardan küçük kenar uzunluğunu çıkararak evlerin kenarları arasındaki fark değerlerini Şekil 4.24'teki şekilde 60, 39 ve 53 olarak hesaplamıştır.

Ev Problemi 1

Yeni bir konut parsellemeye 3 farklı parsel boyutu sunulmaktadır: 185x245 metrekare, 75x114 metrekare ve 455x508 metrekare. Bu parseller gökyüzünden görüntülenmek istenseydi, hangisi en çok karemsi olurdu? Hangisi en küçük kare olurdu? Sebeplerinizi açıklayın.

$$\begin{array}{r} 245 \\ - 185 \\ \hline 60 \end{array} \quad \begin{array}{r} 114 \\ - 75 \\ \hline 39 \end{array} \quad \begin{array}{r} 508 \\ - 455 \\ \hline 53 \end{array}$$

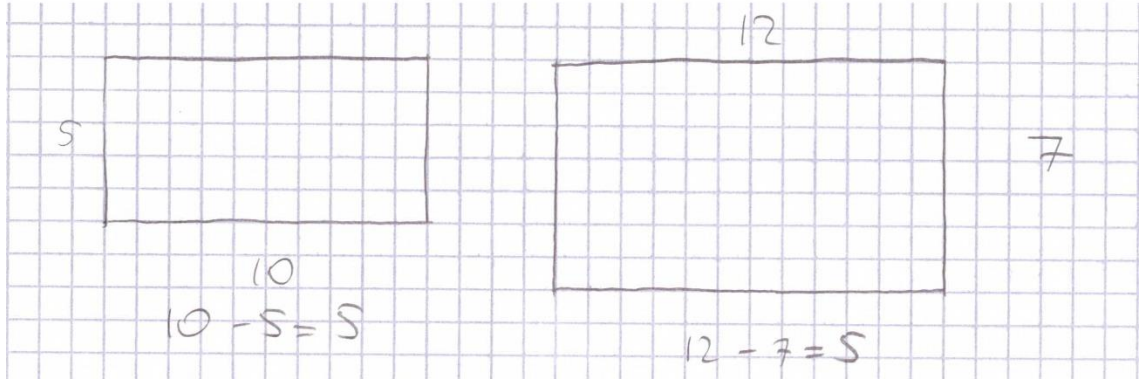
↓
En çok
bu kareye benzer

Şekil 4.24. Alp'in ev problemi 1 cevabı

Alp, bu hesaplamanın ardından son olarak aradaki fark değerinin 39 ile en küçük olduğu 75 metre x 114 metre olan parselin en çok kareye benzeyeceğini söylemiştir.

Alp'in kenar uzunlukları arasında farka bakarak gerçekleştirdiği bu akıl yürütme, soruya toplamsal karşılaştırma yaparak yaklaştığını göstermiştir. Temel Anlayış 6'nın temel amacı oran ve orantı kavramlarının anlaşılabilir olarak sorularda verilen durumlara toplamsal karşılaştırmalardan oransal karşılaştırmalara geçişin sağlanmasıdır. Dönüşüm2'nin sağlanabilmesi amacıyla Alp'in soruda toplamsal karşılaştırma yapması üzerine araştırmacı Alp'ten kareli bir çalışma kâğıdına eni 5 birim boyu 10 birim olan ve eni 7 birim boyu 12 birim olan iki adet şekil çizmesini istemiştir.

Araştırmacının verdiği sayılar ile Alp her bir kareyi 1 birim olarak Şekil 4.25'te yer alan gösterimi çizmiştir.

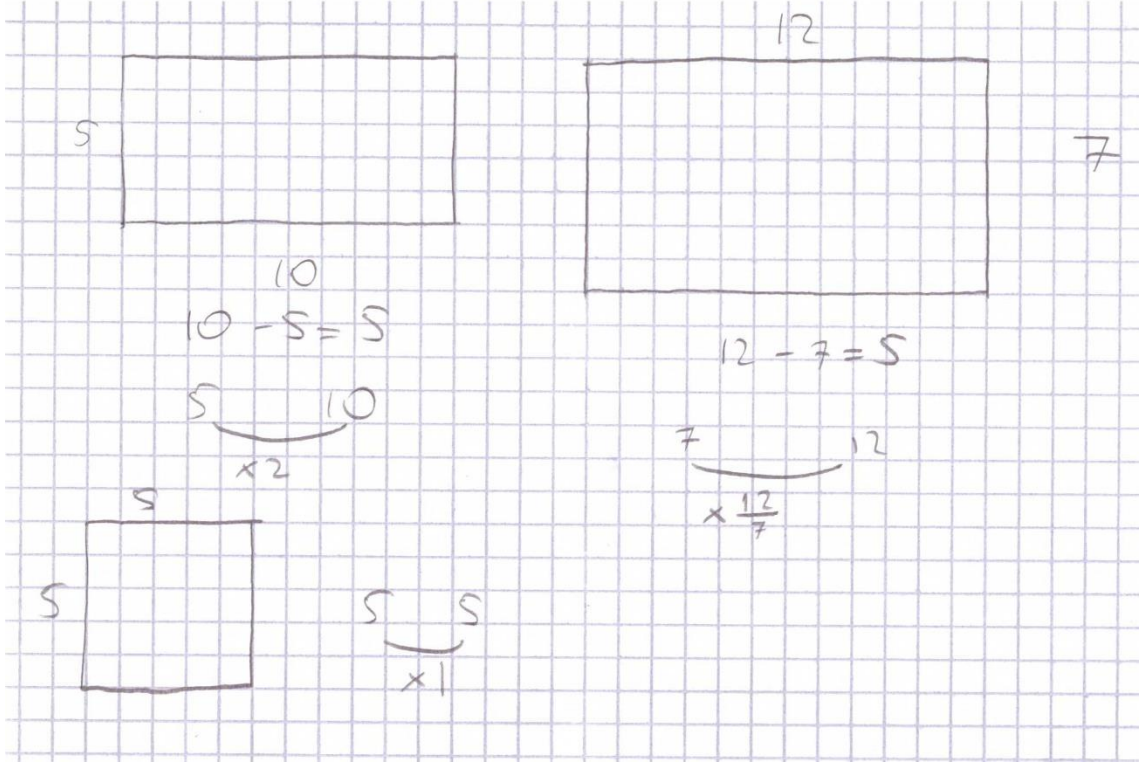


Şekil 4.25. Alp'in ev problemi 1 gösterimi

Alp'in bu gösterimi çizmesinin ardından araştırmacı Alp'e çizdiği şekillerden hangisinin kareye daha çok benzediğini sormuştur. Alp, her iki şeklin kenarları arasında aynı fark olmasına rağmen eni 7 birim boyu 12 birim olan şeklin daha çok kareye benzediğini düşündüğünü söylemiştir. Araştırmacı tarafından neden böyle düşündüğü sorulduğunda ise ilk şeklin eni boyunun yarısı iken, ikinci şeklin eninin boyunun yarısından fazla olmasından ötürü bu cevabı verdiğini söylemiştir. Araştırmacı bunun üzerine Alp'e cevaba ulaşma aşamalarını sormuştur.

Alp, öncelikle her iki şekil için boy ve en arasındaki farkı hesaplamış, daha sonra da en değeri ile boy değeri arasındaki katsal ilişkiye bakmıştır. Alp daha sonra ise çalışma kâğıdının en sağına eni ve boyu 5 birim olan kare bir şekil çizmiştir. “Şekil eğer kare olsaydı boyu ve eni arasındaki fark 0 olmalıydı” diyerek boy ve en farklarının sıfıra en yakın olan şeklin kareye daha çok benzeyeceğini düşündüğünü söylemiştir. Alp “çizilen şekillerin arasındaki fark eşit olduğu için en ve boy arasındaki orana bakmamız gerekir” diyerek en değerleri ile boy değerleri arasındaki katsal ilişkiye bakmıştır. Alp “şekil eğer

kare olsaydı en ve boy 1 kat olurdu demek ki 1'e en yakın olan değer kareye en yakındır" diyerek ikinci şeklin daha çok kareye benzediği sonucuna ulaştığını söylemiştir. Alp'in cevabına ilişkin oluşturduğu gösterime Şekil 4.26'da yer verilmiştir.



Şekil 4.26. Alp'in ev problemi 1 gösterimindeki değişim

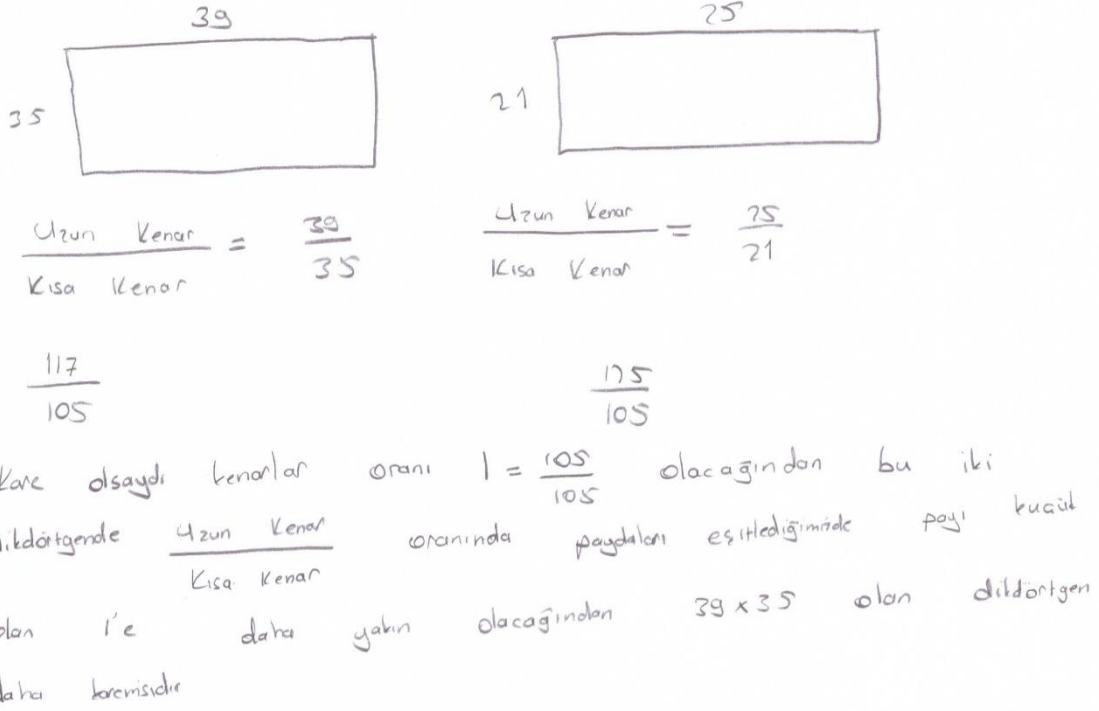
Alp'in bu cevabının ardından araştırmacı tarafından katılımcının toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçişinin ne ölçüde değiştiğinin belirlenebilmesi amacıyla Ev Problemi 1'e benzer içerikteki bir diğer problem olan Dikdörtgen Problemi (EK-5: Dikdörtgen Problemi, Lamon, 1999, s. 6) yöneltilmiştir. Alp, sorunun çözümüne, verilen 2 farklı dikdörtgen boyutuna ait şekilleri çizerek başlamıştır. Ardından çizdiği şekillerin uzun kenar uzunluğunu kısa kenar uzunluğuna oranlayarak bu oranın birinci şekil için $\frac{39}{35}$, ikinci şekil için $\frac{25}{21}$ olduğunu söylemiştir. Yazdığı oranları kıyaslayabilmek için oranların paydalarını eşitlemesi gerektiğini söyleyen Alp, birinci şekle ait oranı 3 ile genişletmiş, ikinci şekle ait oranı ise 5 ile genişleterek oranları $\frac{117}{105}$ ve $\frac{125}{105}$ olarak hesaplamıştır. Daha sonra "kare olsaydı kenarlar oranı 1, yani $\frac{105}{105}$ olacağından payı 105'e en yakın olan dikdörtgen daha karemsidir" şeklinde bir akıl yürütmede bulunmuştur. Hesapladığı $\frac{117}{105}$ oranının $\frac{105}{105}$ oranına daha

yakın olduğunu bulan Alp, 35x39 olan dikdörtgenin kareye daha çok benzediği sonucuna ulaşmıştır. Alp'in kullandığı bu yaklaşım soruda yer alan çarpımsal ilişkileri tanıyabilmeye (D0G2) başladığını göstermiştir.

Dikdörtgen Probleminde Alp'in yanıtına Şekil 4.27'de yer verilmiştir.

Dikdörtgen Problemi

Hangisi daha karemsidir: 35x39 ölçekte bir dikdörtgen mi 21x25 ölçekte bir dikdörtgen mi?



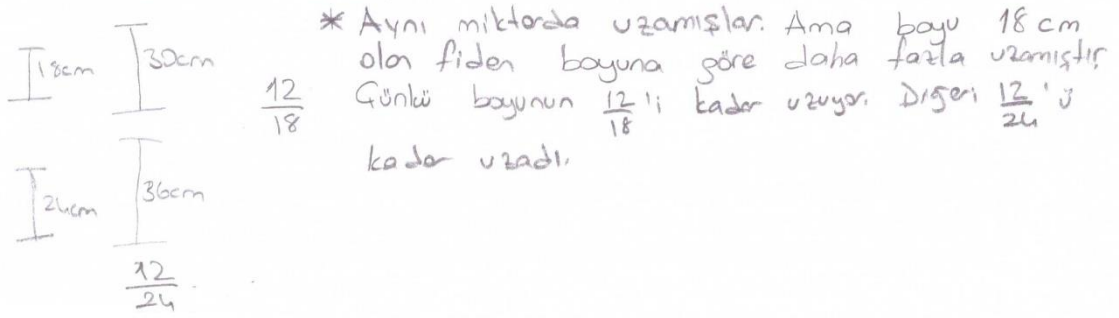
Şekil 4.27. Alp'in dikdörtgen problemi cevabı

Problemlerde kullanılan ataç ve kapak gibi somut materyaller ile bu problem kapsamında yapılan çizimler katılımcıların görsel olarak çokluklar arasındaki ilişkileri fark etmelerine yardımcı olmuştur.

Seans2 kapsamında gerçekleştirilen ilk derste yer alan problemlerden bir diğeri Fidan Problemidir (EK-5: Fidan Problemi). Bu problem de daha önce sorulan Çiçek Problemi ile benzerlik göstermektedir. Problemin soruluş amacı katılımcıların daha önce Çiçek Problemi kapsamında boy uzunlukları arasındaki toplamsal ilişkilerden çarpımsal ilişkiye geçiş yapıp yapamadıklarını belirlemektir. Fidan Probleminin çözümünde katılımcıların durumu anlamalarını kolaylaştırmak için araştırmacı katılımcılara farklı renklerde kapaklar vermiştir ve her kapağın uzunluğunun 6 cm olduğunu söylemiştir. Bu problem için Ece'nin yanıtına Şekil 4.28'de yer verilmiştir.

Fidan Problemi

Boyları 18 ve 24 cm olan iki fidan dikiliyor. 3 ay sonra fidanların boyları 30 ve 36 cm olduğu görülüyor. Buna göre hangi fidan daha fazla uzamıştır?



Şekil 4.28. Ece'nin fidan problemi cevabı

Ece, sorunun çözümünde ilk olarak 18 cm olan ilk fidan için 3 lacivert kapak, 24 cm olan ikinci fidan için de 4 lacivert kapağı üst üste koyarak Şekil 4.29'daki gösterimi oluşturmuştur.



Şekil 4.29. Ece'nin fidan problemi gösterimi

Araştırmacı Ece'ye bu noktada “ikinci fidanın ilk fidandan ne kadar uzun olduğu” sorusunu yöneltilmiştir. Ece bu soruyu “ikinci fidan ilk fidandan 6 cm uzundur” şeklinde cevaplamıştır. Daha sonra Ece fidanların son boyları olan 30 ve 36 cm'e ulaşabilmek için de her iki fidana da ikişer mavi kapak ekleyerek Şekil 4.30'da yer verilen gösterimi oluşturmuştur. Ece son gösteriminden yola çıkarak, her iki fidana da eşit sayıda mavi kapak koyduğu için iki fidanın da eşit miktarda uzadığını söylemiştir.



Şekil 4.30. Ece'nin fidan problemi gösterimindeki değişim

Ece'nin bu cevabı; fidanın boyu kaç cm uzamıştır veya ilk durumda fidanın boyu kaç cm daha kısadır gibi soruların toplamsal karşılaştırma kullanılarak cevabıdır. Daha sonra araştırmacı, “fidanların boyu ilk boylarının ne kadarı kadar uzamıştır” şeklinde Ece'ye bir soru yöneltmiştir. Ece bu soruya ise “fidanların uzama miktarları ile ilk boylarını kıyaslamamız gerekir” şeklinde cevap vermiştir. Fidanların son boylarını başlangıç boyları ile kıyaslayan Ece ilk fidanın, kendi boyunun $\frac{12}{18}$ 'si, ikinci fidanın ise kendi boyunun $\frac{12}{24}$ 'si kadar uzadığını belirterek ilk fidanın kendi boyuna göre daha fazla uzamış olduğunu söylemiştir. Ece bu sorunun çözümü için toplamsal akıl yürütmeden uzaklaşarak görsel gösterim ve boyların ilk ve son durumlarını dikkate alması sayesinde çarpımsal akıl yürütme kullanarak soruyu çözebildiğini göstermiştir. Ayrıca araştırmacının yönelttiği soru da Ece'nin toplamsal yaklaşımdan çarpımsal yaklaşıma geçişini kolaylaştırmıştır.

Fidan sorusunda Alp de Ece ile benzer şekilde soruyu çözerken görsel gösterimden faydalanmıştır. Ders kapsamında yer alan Çiçek Probleminde Şekil 4.17'de çiçeklerin ilk ve son boyları arasındaki farka bakarak toplamsal karşılaştırma ile soruyu çözmüş olan Alp, Fidan Problemi için Şekil 4.31'de yer verilen çözümünde çoklukların oransal karşılaştırmasını yaparak Temel Anlayış 2'ye uygun bir şekilde soruyu çözebilmiştir.

Fidan Problemi

Boyları 18 ve 24 cm olan iki fidan dikiliyor. 3 ay sonra fidanların boyları 30 ve 36 cm olduğu görülüyor. Buna göre hangi fidan daha fazla uzamıştır?

İlk fidan boyunun $\frac{12}{18}$ 'i ve ikincisi $\frac{12}{24}$ 'ü kadar uzamıştır. Birinci ikinciye göre oranı daha fazla olduğu için o daha çok uzamıştır.

Şekil 4.31. Alp'in fidan problemi cevabı

Görsel gösterim ile Fidan Problemini çözen Can ise ilk fidanın başlangıçta 18 cm olmasından ötürü ilk fidanın boyunun 3 kapak olacağını, ikinci fidanın başlangıç boyunun ise 24 olmasından ötürü ikinci fidanın boyunun 4 kapak olması gerektiğini söyleyerek Şekil 4.32'de yer verilen gösterimi oluşturmuştur.



Şekil 4.32. Can'ın fidan problemi gösterimi

Can, oluşturduğu bu gösterimden yola çıkarak ikinci fidanın ilk fidandan bir kapak uzun olduğunu söyleyebiliriz dedikten sonra ilk fidanın 30 cm olması için 12 cm gerektiğinden ilk fidana 2 kapak, ikinci fidanın da 36 cm olması için yine 12 cm gerektiğinden her iki fidana da 2 kapak ilave edilmesinin gerektiğini söyleyerek Şekil 4.33'teki ikinci gösterimi oluşturmuştur.



Şekil 4.33. *Can'ın fidan problemi gösterimindeki değişim*

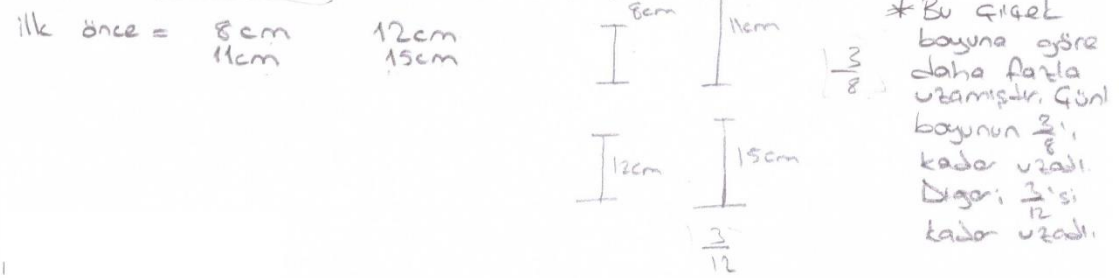
Fidanlara ikişer kapak koyan Can, ilk fidan 3 kapağa karşın 2 kapak uzarken ikinci fidan 4 kapağa karşın 2 kapak uzadığı için ilk fidanın daha fazla uzadığını söylemiştir. Can'ın bu çözümü, fidanların ilk ve son boyları arasında oransal bir karşılaştırma yaparak soruyu çarpımsal karşılaştırma stratejisi ile çözdüğünü ortaya koymuştur.

Katılımcıların Fidan Probleminde kullanmış oldukları görsel materyal, durumu zihinlerinde canlandırabilmelerine yardımcı olmuştur. Aynı zamanda katılımcıların fidanların boyları arasındaki farkı ilk boyları ile yaptıkları karşılaştırma katılımcılara oransal bir karşılaştırmanın yolunu açmış, katılımcılar her iki fidanın da bu açıdan değerlendirmesini yaparak karşılaştırmıştır. Böylelikle mutlak büyüme yerine fidanların önceki boylarına kıyasla olan büyümelerine odaklanarak oransal karşılaştırmanın ilk adımını atabilmişlerdir.

Seans2'de yer alan ilk dersin sonunda yapılan değerlendirmede katılımcılara toplamsal yaklaşımla çözdükleri çiçek sorusu tekrar yöneltilmiştir. Ece sorunun çözümü için çiçeklerin uzama miktarlarını çiçeklerin başlangıç boylarıyla kıyaslayabileceğini söylemiştir. Ece'nin ikinci çözümüne ilişkin çalışma kâğıdı görüntüsüne Şekil 4.34'te yer verilmiştir.

Çiçek Problemi

İki hafta önce, iki çiçeğin boyları 8 cm ve 12 cm olarak ölçülmüştür. Bugün ise çiçekler sırasıyla 11 cm ve 15 cm boyundadır. 8 cm'lik çiçek mi yoksa 12 cm'lik çiçek mi daha fazla uzamıştır? Bu problem için geçerli olabilecek iki farklı cevap bulunuz ve cevaplarınızı açıklayınız.



Şekil 4.34. Ece'nin çiçek problemi cevabı

Ece, bu çözümünde ilk çiçeğin kendi boyunun $\frac{3}{8}$ 'ü ikinci çiçeğin ise kendi boyunun $\frac{3}{12}$ 'ü kadar uzadığından ilk çiçeğin daha fazla uzayacağı şeklinde soruyu cevaplamıştır. Katılımcının ikinci çözümü çokluklar arasındaki oransal ilişkiyi fark etmesini sağlamıştır. Ece soruyu çözerken iki farklı cevap bulmuş olmasına rağmen probleme toplamsal ve çarpımsal olarak yaklaşılabileceğini ortaya koymuştur.

Seans2'de yer alan ilk dersin sonunda yapılan değerlendirmede katılımcılara aynı zamanda dersin başında sorulan problem durumları da tekrar yöneltmiştir. Ders içerisinde soruyu yanlış bir yaklaşımla çözen Alp'e araştırmacı ders sonu yapılan görüşmede iki kişinin eşit hızla koşmasının ne anlama geldiğini düşündüğü sormuştur. Alp bu soruya "bir kişi 100 metre koşarsa diğeri de 100 metre koşmuş olur yani aralarındaki mesafe değişmemiş olur" şeklinde cevap vermiştir. Alp'in verdiği bu cevap üzerine araştırmacı Alp'e Türker bir tur bitirdiğinde Burak kaç tur bitirmiş olur şeklinde bir soru yöneltmiştir. Alp, "eşit hızla koştukları için her ikisinin de bir tur bitirmiş olacağını bu şekilde Türker'in 4 tur bitirdiğinde Burak'ın 10 tur bitireceğini" söylemiştir. Buradan yola çıkan Alp Şekil 4.35'te yer verilen tabloyu oluşturarak, Türker ve Burak'ın tur sayılarını hesaplamıştır.

①

<u>Burak</u>	<u>Türker</u>
9 tur	3 tur
10 tur	4 tur
11 tur	5 tur
12 tur	6 tur
13 tur	7 tur
14 tur	8 tur
15 tur	9 tur
⋮	⋮
21 tur	15 tur

Şekil 4.35. Alp'in durum 1 cevabındaki değişim

Alp tabloyu oluşturmasının ardından Türker'in tur sayısı için ilk durumda bulduğu sonuç olan 45'ten farklı bir sonuç olan 21 sonucuna ulaşmıştır. Alp'e araştırmacı tarafından bulunduğu iki sonuçtan hangisinin doğru olduğunu düşündüğü sorusu yöneltilmiştir. Alp bu soruya ikinci bulduğu cevabın doğru olduğunu düşündüğü cevabını vermiştir. Alp, düşüncesinin sebebini açıklamasını isteyen araştırmacıya “*soruda Burak'ın koşuya erken başladığı verildiği için iki koşucunun da eşit sürede eşit mesafe koşacağı, böylece Türker'in 15 tur bitirdiğinde Burak'ın 21 tur bitirmiş olacağı*” cevabını vermiştir. Araştırmacı daha sonra Alp'e son durumda verilen durumun orantısal durum içerip içermediği hakkında ne düşündüğünü sormuştur. Alp bu soruya ise verilen durumun orantılı olmadığını düşündüğünü söylemiştir. Araştırmacının düşüncesini açıklamasını istemesi üzerine de, “*eğer orantılı olsaydı ilk çözümündeki gibi tur sayıları arasında bir kat ilişkisi olması gerekirdi*” şeklinde bir akıl yürütme kullanmıştır.

Alp'in bu akıl yürütmesi verilen durumdaki çokluklar arasında çarpmaya dayalı bir ilişki olması durumunda verilen durumun orantısal olduğu, verilen durumlardaki çokluklar arasında çarpmaya dayalı bir ilişki olmaması durumunda ise verilen durumun orantısal olmadığını fark etmeye başladığına ilişkin bir göstergedir.

Temel Anlayış 6 ve 10'un incelenmesi amacıyla gerçekleştirilen ikinci ders içerisinde yer alan problem durumlarında, katılımcılardan toplamsal ve çarpımsal karşılaştırmaları ayırt edebilmeleri amaçlanmıştır. Bu kapsamda hazırlanan problem

durumları içerisinde yer alan Koşu problemi (EK-5: Koşu Problemi, Cramer ve Post, 1993, s. 159) için Alp'in yanıtına Şekil 4.36'da yer verilmiştir.

Koşu problemi

Suzan ve Derya bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Suzan koşuya önce başlamıştır. Suzan 7 tur attığında, Derya 3 tur atmıştır. Derya 12 turu bitirdiğinde, Suzan kaç tur atmıştır? $7-3=4$

Eşit hızla koştuklarından aralarındaki fark hep aynı olacak.

0 zaman Derya 12 tur attığında aradaki fark 4 tur olduğundan Suzan $12+4=16$ tur bitirmiş olur.

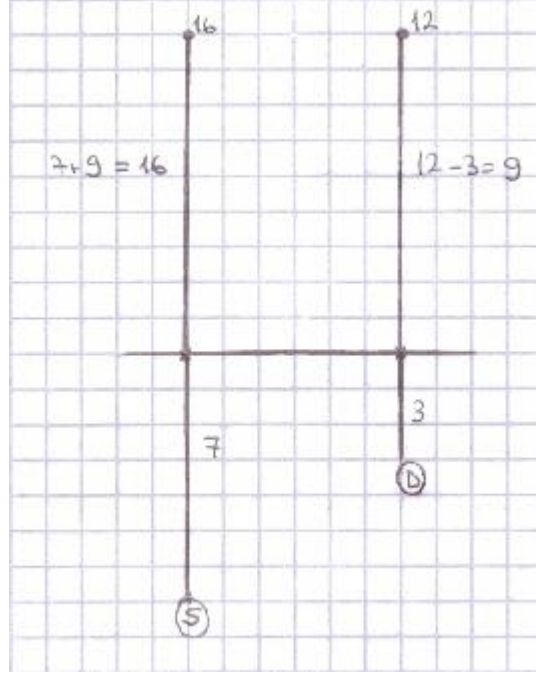
Şekil 4.36. Alp'in koşu problemi cevabı

Alp, koşucular eşit hızda koştuğu için koşucuların arasındaki fark hep aynı olur diyerek çalışma kâğıdına koşucuların başlangıç tur sayıları olan 7'den 3'ü çıkararak 4 yazmıştır. Alp, Derya'nın 12 turu bitirdiğinde koşucular eşit hızda koştuğu için 12'ye 4 ekleyerek Suzan'ın son durumda 16 tur koşmuş olacağını söyleyerek sorunun çözümünü tamamlamıştır. Alp'in sorunun çözümünde tur sayıları arasındaki farkı hesaplamış olduğu bu yaklaşım Alp'in problemi çözmek için toplamsal akıl yürütme kullandığını göstermektedir. Alp'e bu noktada araştırmacı tarafından soruyu farklı bir yaklaşımla nasıl çözebileceği sorusu yöneltilmiştir. Alp bu soruya, farklı bir çözüm yolu olmadığını söylemiştir.

Koşu probleminde Gül ise Suzan koşuya daha önce başladığına göre daha aşağıda bir nokta seçmemiz gerekir diyerek çalışma kâğıdının sol altına bir yuvarlak çizip içerisine S harfi yazarak Suzan'ın bu noktadan koşuya başladığını söylemiştir. Çalışma kâğıdının sağ tarafına Suzan'a göre daha yukarıda olan bir yuvarlak çizip içine D harfini yazarak Derya'nın ise bu noktadan koşuya başladığını söylemiştir. Daha sonra ortada bir doğru çizerek bu doğruyu koşucular ile birleştirip, iki koşucunun bu doğrudaki buluşacağını söylemiştir.

Gül, Suzan'ın doğruya olan uzaklığına 7 Derya'nın doğruya olan uzaklığına ise 3 yazmıştır. Derya'nın 12 turu bitirebilmesi için 12'den hâlihazırda koştuğu tur sayısı olan 3'ü çıkararak Derya'nın 9 tur daha koşması gerektiğini söylemiştir. Daha sonra "koşucuların eşit hızda koşmalarından ötürü Derya 9 tur koşarsa Suzan'da 9 tur koşar" diyerek Suzan'ın hali hazırda koşmuş olduğu 7 değerine 9 eklemiş ve Suzan'ın 16 tur atmış olacağını söyleyerek soruyu çözümünü tamamlamıştır. Gül'e bu noktada

araştırmacı tarafından soruyu farklı bir yaklaşımla nasıl çözebileceği sorusu yöneltmiştir. Gül'ün koşucuların aldıkları mesafeye ilişkin gösterimine Şekil 4.37'de yer verilmiştir.



Şekil 4.37. Gül'ün koşu problemi cevabı

Gül de Alp ile benzer şekilde, bu soru için farklı bir çözüm yolu olmadığını söylemiştir.

Koşu Probleminde katılımcılar soruya farklı gösterimlerle ulaşmış olmalarına rağmen tüm katılımcılar bu soruda doğru yöntem olan toplamsal karşılaştırmayı kullanmıştır. Soruda verilen koşucuların “eşit hızda koştuğu” bilgisi katılımcıların her iki koşucunun da “eşit zamanda eşit miktarda koşacağı” çıkarımını yapmasını sağlamıştır. Bu da katılımcıların verilen durumda toplamsal ve çarpımsal karşılaştırmalardan doğru olan yöntemi kullanabilmeye başladıklarının bir göstergesi olmuştur.

Katılımcıların bu soruda aynı zamanda, problemde verilen yüzeysel ipuçlarından etkilenip etkilenmediği de incelenmiştir. Temel Anlayış 10'a göre katılımcıların akıl yürütmeleri soruda verilen sayısal değerlerden etkilenebilir. Bu soruda da katılımcılar yüzeysel ipuçlarını kullanarak soruda verilen koşucuların eşit hızda koştuğu bilgisini göz ardı ederek Derya 3 tur koştuğunda Suzan 7 tur koştuğuna göre Derya 12 tur koştuğunda Suzan 28 tur koşar gibi yanlış bir çarpımsal akıl yürütme kullanabilirdi. Katılımcılara bu soru kapsamında araştırmacı tarafından soruyu farklı bir yolla daha çözüp çözemeyecekleri sorulmuştur. Katılımcılardan hiçbiri bu soruya karşılık problemi ikinci

bir yol ile çözememiştir. Araştırmacıyı görüşme esnasında bu soruyu sormaya iten neden Alp'in soru çözümünde kullandığı “koşucular eşit hızda koştuğu için koşucuların arasındaki fark hep aynı olur” ifadesidir. Katılımcı bu ifade ile koşucular arasındaki farkın sabit bir değer olduğunu fark etmesine rağmen problemdeki çokluklar arasındaki ilişkiyi $f(x)=ax+b$ fonksiyonu ile gösterememiştir. Orantısal akıl yürütme becerisine sahip olan kişilerin $y=ax$ fonksiyonunda y ile x arasındaki ilişkinin oransal olduğunu $y=ax+b$ fonksiyonda y ile x değişkenleri arasındaki ilişkinin oransal olmadığını fark edebilmeleri beklenmektedir (Lobato ve Ellis, 2010).

Ders kapsamında katılımcıların problemleri çözmek için verilen durumda toplamsal ve çarpımsal karşılaştırmadan doğru olan yöntemi ne ölçüde belirleyebildikleri incelenmiştir. Bu inceleme sürecinde bir problemde yer alan görsel işaretlerin çokluklar arasındaki orantısal ilişkilere dair yeterli kanıt sağlayamayabileceğini belirten Temel Anlayış 10'un incelenmesi amacıyla hazırlanan bir diğer problem aşağıda yer alan Badana Problemidir (Lobato ve Ellis'ten uyarlanmıştır, 2010, s. 46):

Badana Problemi:

Mehmet 3 saat içinde kendi başına bir odayı boyayabilmektedir. Mehmet kendisiyle aynı hızda boya yapabilen kardeşi Fatih'ten yardım isterse iki kardeşin aynı odayı boyaması ne kadar sürer?

Bu problem türünde katılımcılara sadece bir çokluğa ait sayısal değer verilmekte diğer çokluğa ait değer ise soruda sayısal olarak yer almamaktadır. Soru içerisinde “aynı hızda boya yapabilen” gibi bir anahtar ifadeye yer verilen bu problemde sadece soru içerisindeki sayısal değerlere odaklanan katılımcılar bu soruda $\frac{1}{3} = \frac{2}{x}$ şeklinde bir orantı oluşturabilir. Temel Anlayış 6'ya göre orantısal bir durumda iki çokluk aynı oranda artmalı ya da azalmalıdır. Katılımcılar verilen durumdaki bir çokluğun artması ya da azalması durumunda soruya diğer çokluktaki değişimi dikkate alacak şekilde yaklaşmalıdır. Badana Probleminde boya işlemini daha çok kişinin yapması durumunda odanın boyanma süresinin aynı oranda azalacağını katılımcıların göz önünde bulundurup bulundurmayaacağı Temel Anlayış 6'nın geliştirilmesi açısından önemlidir.

Gül, Badana Probleminin çözümüne öncelikle Mehmet ve Fatih'in “aynı hızda boya yapabildiği” bilgisini yorumlayarak başlamıştır. Gül'ün bu bilgiden yola çıkarak “Mehmet bir odayı 3 saatte boyuyorsa Fatih de aynı odayı 3 saatte boyar” akıl yürütmesini kullanması verilen durumda yer alan çokluklar arasında ilişki kurabildiğini

göstermektedir. Gül daha sonra birisi 3 saatte boyuyorsa ikisi beraber 1.5 saatte boyarlar diyerek sorunun çözümünü tamamlamıştır. Gül'ün bu problemdeki yanıtına Şekil 4.38'de yer verilmiştir.

Badana Problemi

Mehmet 3 saat içinde kendi başına bir odayı boyayabilmektedir. Mehmet kendisiyle aynı oranda boya yapabilen kardeşi Fatih'ten yardım isterse iki kardeşin aynı odayı boyaması ne kadar sürer?

Mehmet ile Fatih aynı sürede bir odayı boyayabiliyorsa

Fatih de aynı odayı 3 saatte boyar.

Mehmet 3 saatte, Fatih de 3 saatte boyuyorsa

ikisi birlikte aynı odayı $\frac{3}{2} = 1.5$ saatte boyar.

Şekil 4.38. Gül'ün badana problemi cevabı

Gül'ün verilen durumda sadece Mehmet'e ait süre bilgisi yer almasına rağmen iki kişinin aynı oranda boya yapması bilgisinden yola çıkarak Fatih'e ilişkin hesaplama yapabilmesi katılımcının sadece soruda yer alan görsel ipuçlarına odaklanmadığını, soruda verilen tüm bilgilerden yola çıkarak orantısal bir düşünce sergileyebildiğini göstermektedir. Gül'ün bu yaklaşımı aynı zamanda çoklukların birbiri üzerindeki etkilerini tanıyabildiğini ortaya koymuştur.

Badana Probleminde Can da Gül ile benzer şekilde soruya boyama sürelerinin eşit olarak verilmesinden başlamıştır. Can daha sonra bir odayı bir kişi 3 saatte boyuyorsa bu kişi 1 saatte odanın üçte birini boyar şeklinde bir akıl yürütme kullanmıştır. Kişilerin aynı oranda boya yapmasından ötürü eşit sürede eşit miktarda boyama yapabileceğini söyledikten sonra Fatih'in de 1 saatte odanın üçte birini boyayacağını söylemiştir. Buradan yola çıkan Can iki kişinin birlikte bir saatte odanın üçte ikisini boyayacağını söylemiştir. Odanın kalan üçte birlik kısmını ise bir kişi bir saatte bitirdiğine göre iki kişinin beraber yarım saatte boyayacağını söyleyen katılımcı toplamda 1.5 saat olacağını söyleyerek soru çözümünü tamamlamıştır. Can'ın bu çözümü soru içerisinde yer alan çoklukların değişiminin birbiri üzerindeki etkilerini (Temel Anlayış 3) kavradığını göstermiştir. Can'ın çalışma kâğıdına ilişkin görsele ise Şekil 4.39'da yer verilmiştir.

Mehmet 3 saat içinde kendi başına bir odayı boyayabilmektedir. Mehmet kendisiyle aynı oranda boya yapabilen kardeşi Fatih'ten yardım isterse iki kardeşin aynı odayı boyaması ne kadar sürer?

Boyama süreleri eşit ise bir odayı birisi 3 saatte boyuyorsa 1 saat çalışırsa odanın $\frac{1}{3}$ 'ünü boyar. Diğer kişi de aynı şekilde 1 saatte odanın $\frac{1}{3}$ 'ünü boyar. İkisi beraber odanın $\frac{2}{3}$ 'ünü boyadılar. Kan $\frac{1}{3}$ 'ünü beraber yarım saatte boyarlar. Toplamda 1,5 saat sürer.

Şekil 4.39. Can'ın badana problemi cevabı

Bu problem ile Seans2 tamamlanarak seansın genel değerlendirmesine geçilmiştir. Yapılan değerlendirmede, katılımcıların seansta Temel Anlayış 2'ye uygun bir şekilde oranı iki çokluğun çarpımsal karşılaştırması olarak görebildiği, Temel Anlayış 6'ya uygun bir şekilde orantının iki oran arasındaki eşitlik ilişkisi olduğunu anlayabildiği ve çoklukların oranının çokluklara karşılık gelen değerler değiştikçe sabit kaldığını fark edebildikleri görülmüştür. Katılımcıların aynı zamanda seans içerisinde verilen problem durumlarındaki yüzeysel ipuçlarından etkilenmediği de saptanmıştır. Katılımcıların bu Temel Anlayışlara sahip olması Dönüşüm2'nin göstergeleri olduğundan seans kapsamında yapılan tespitler ile katılımcıların toplamsal akıl yürütmeden çarpımsal akıl yürütmeye geçişinin sağlandığı tespit edilmiştir. Buna karşın katılımcıların verilen problem durumlarında bu aşamada sadece birleşik birimlerin yardımı ile çarpımsal akıl yürütme gerçekleştirebildikleri tespit edilmiştir. Bir sonraki seans kapsamında katılımcıların çarpımsal karşılaştırmalarda farklı stratejiler kullanarak orantısal durumları yorumlamaları hedeflenmiştir.

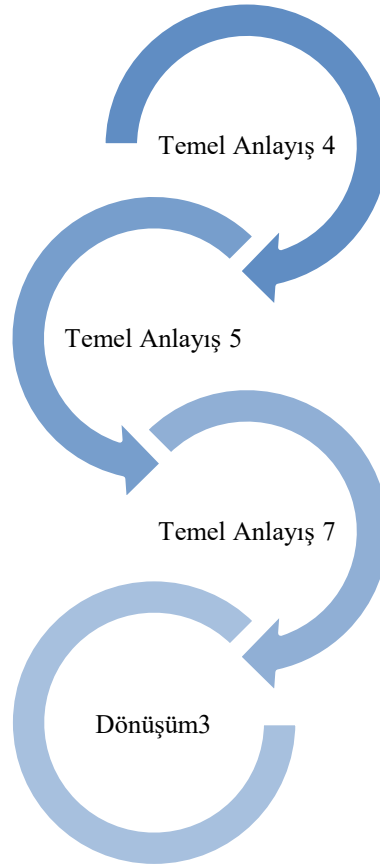
Seans2 sonunda katılımcıların; şekil, model ya da materyal kullanımı ile durumları anlayabilmeleri (D1G1) ve niteliksel (az, çok vb.) karşılaştırmalar yapabilmelerinin (D1G2) yanı sıra birleşik birimleri kullanarak çarpımsal karşılaştırma yapabildikleri görüldüğünden orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri Düzey 1 olarak değerlendirilmiştir.

4.2.3. Dönüşüm3: Çarpımsal karşılaştırmada farklı stratejilerin kullanımına geçiş

Dönüşüm2 genelinde her ne kadar katılımcılar verilen problem durumlarında çarpımsal karşılaştırmayı kullanmaya başlamışlarsa da çarpımsal karşılaştırmayı sadece birleşik birimlerin yardımı ile yapabilmelerinden dolayı araştırmacı Seans3 kapsamında

çarpımsal karşılaştırmalarda farklı stratejilerin kullanılmasını gerektiren problem durumlarına yer vermiştir. Böylelikle katılımcıların çarpımsal karşılaştırmalarda farklı stratejileri kullanabilmeleri amaçlanmıştır. Seans kapsamında aynı zamanda katılımcıların verilen bir problem durumu için en uygun stratejiyi belirleyebilmeleri ve kullanabilmeleri sağlanmaya çalışılmıştır.

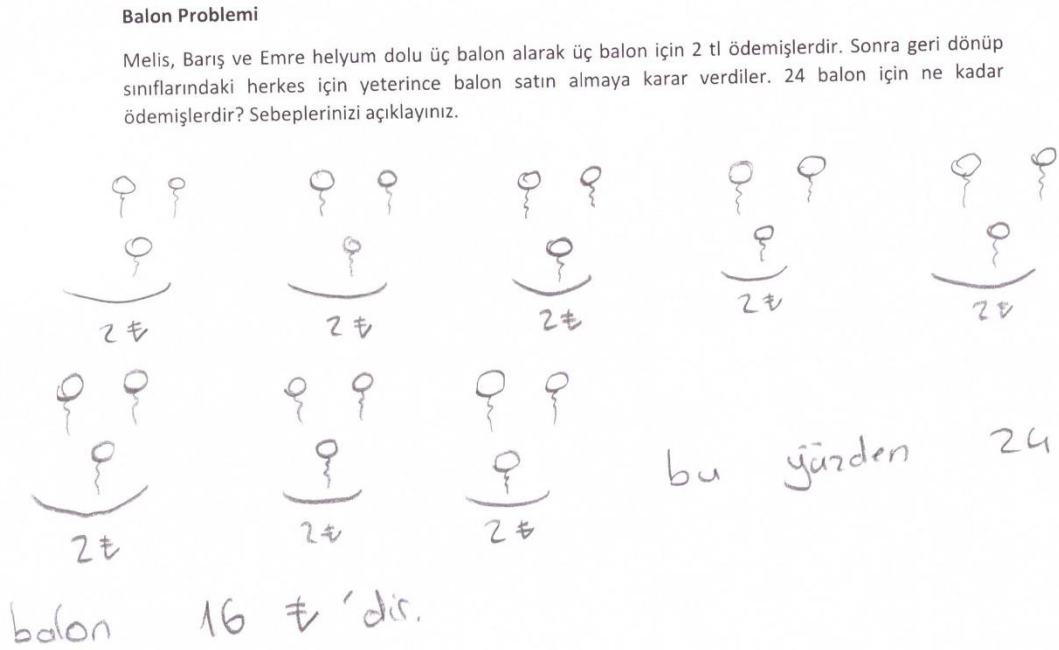
Dönüşüm3'ün sağlanması amacıyla bu seans kapsamında katılımcıların, kesirlerle oran arasında nasıl bir ilişki olduğunu (Temel Anlayış 4), oranın bölüm (quotient) olarak nasıl yeniden yorumlanabileceğini (Temel Anlayış 5) ve orantısal akıl yürütmenin önemli unsurlarının anlaşılmasına (Temel Anlayış 7) yönelik problem durumlarına yer verilmiştir. Bu problem durumları ile katılımcıların oran tablosu, birim oran, denk kesirler gibi farklı yöntemleri kullanmalarını sağlamak amaçlanmıştır. Seans3'ün Dönüşüm ve Temel Anlayışlar bazında içeriğine Şekil 4.40'ta yer verilmiştir.



Şekil 4.40. Seans3'ün içeriği

Seans3 kapsamında yapılan ilk derste katılımcılara öncelikle Balon Problemi (EK-5: Balon Problemi, Lobato ve Ellis, 2010, s. 46) yöneltilmiştir. Bu problem durumunda öncelikle katılımcıların sorunun çözümünde çarpımsal karşılaştırma kullanıp

kullanmadıkları incelenmiştir. Ardından çarpımsal karşılaştırma yapan katılımcıların kullandığı akıl yürütmeye hangi çözüm stratejini kullandığı belirlenmiştir. Balon Probleminin çözümü için Şekil 4.41’de Alp’in yanıtına yer verilmiştir.



Şekil 4.41. Alp'in balon problemi cevabı

Alp, Balon Probleminde ilk olarak “3 balon 2 TL olduğuna göre 3 balon çizip altına 2 lira olduğunu yazarım, daha sonra da 24 balon elde edinceye kadar bunu tekrarlarım” diyerek şekildeki gösterimi oluşturmuştur. Alp, daha sonra 3'erli balon grupları çizerek oluşturduğu bu gösterimde 24 balon için 16 lira ödenmesi gerektiği sonucuna varmıştır. Alp'in bu cevabı 3 balonu bir birim olarak alması (D2G1) sayesinde soruyu cevapladığını göstermiştir. Birimleştirme ya da birleşik birimleri kullanabilme becerisi (D2G2), Düzey 2'nin göstergeleri arasındadır. Bu da Alp'in çarpımsal karşılaştırma yapabildiğini ancak bunu birleşik birimlerin yardımı ile gerçekleştirdiğini ortaya koymuştur.

Katılımcıların çarpımsal karşılaştırmalarda kullandığı stratejilerin belirlenmesini amaçlayan diğer bir problem olan Granola Problemi (EK-5: Granola Problemi, Ercole vd., 2011, s. 484) araştırmacı tarafından katılımcılara yöneltilmiştir.

Can soruya “8 gram granola 1.50 TL ise öncelikle 1 gram granolanın maliyetini bulurum” diyerek gram başına maliyeti (D2G2: 1 gramın maliyeti-birim oran) $\frac{1.5}{8} = 0.1875$ hesaplayarak başlamıştır. Can'ın maliyet ve gram çokluklarını tanıyarak

gerçekleştirdiği bu yaklaşım iki çokluğun tanınmasını içeren Dönüşüm1'in göstergelerindendir. Aynı zamanda Can'ın 1 gram granolanın maliyetini hesaplamış olması Düzey 2'nin göstergeleri arasında olan birim oran stratejisini kullanabildiğini (D2G2) göstermiştir. Can'ın yanıtına Şekil 4.42'de yer verilmiştir.

Granola Problemi

Sağlıklı yiyecek dükkanı, granolayı gram ile satmaktadır. Maliyet, granola'nın ağırlığına bağlıdır. 8 gram ağırlığındaki granola 1,50 TL'dir. Aşağıdaki tablodaki eksik bırakılan maliyet ve ağırlıkları doldurun. Sebeplerinizi açıklayın.

Ağırlık	Maliyet
6 gr	?
8 gr	1.50 ₺
?	2.2₺
16 gr	?
?	3.75 ₺
?	4.50 ₺

8 gramı 1,5 lira ise

1 gramı $\frac{1,5}{8} = 0,1875$ lira tutar.

Şekil 4.42. Can'ın granola problemi cevabı-1

Can'a araştırmacı tarafından bu işlemi neden yaptığı sorulduğunda Can "soruda istenen eksik ağırlık ve maliyetleri bulmak için ağırlık ve maliyet arasındaki bir oran bulmam gerektiğini düşündüm" şeklinde cevap vermiştir. Can'ın vermiş olduğu bu cevap ilişkinin bir oran olduğunu fark etmeye başladığını göstermiştir. Daha sonra Can'a araştırmacı tarafından bu oranı nasıl bulduğu sorulmuştur. Can bu soruya, "soruda tam olarak verilen tek satır 8 gram granolanın 1.5 lira olduğu bilgisi olduğu için ben de bu bilgidan yararlandım" şeklinde bir cevap vermiştir. Can'ın bu cevabı da ağırlık ve maliyeti birer çokluk olarak gördüğünü gösteren bir diğer göstergedir. Can soruda birim oranı bulmak için bölme işlemi kullanmıştır, burada iki çokluk arasında çarpımsal ilişki olduğunun farkına varması Dönüşüm2'nin göstergelerindendir. Can daha sonra "bir gram granolanın maliyetini biliyorsak 6 gram ve 16 gram granolanın maliyetini de hesaplayabiliriz" diyerek bulduğu 0.1875 TL birim maliyeti 6 ile çarparak 1.125 TL, 16 ile çarparak 3 TL sonucuna ulaşmış ve bu iki sonucu Şekil 4.43'te yer verilen çalışma kâğıdı görüntüsündeki şekilde problemde verilen tabloda yerine yazmıştır.

Granola Problemi

Sağlıklı yiyecek dükkanı, granolayı gram ile satmaktadır. Maliyet, granola'nın ağırlığına bağlıdır. 8 gram ağırlığındaki granola 1,50 TL'dir. Aşağıdaki tablodaki eksik bırakılan maliyet ve ağırlıkları doldurun. Sebeplerinizi açıklayın.

Ağırlık	Maliyet
6 gr	? 1,125 ₺
8 gr	1,50 ₺
?	2,2 ₺
16 gr	? 3 ₺
?	3,75 ₺
?	4,50 ₺

8 gramı 1,5 lira ise

1 gramı $\frac{1,5}{8} = 0,1875$ lira tutar.

O halde 6 gramı $0,1875 \times 6 = 1,125$ lira,

16 gramı $0,1875 \times 16 = 3$ lira tutar.

Şekil 4.43. Can'ın granola problemi cevabı-2

Can'ın bulduğu gram başına maliyeti (0.1875) hesaplanması ve soruda hesaplanması istenen gramlarla çarparak 6 gram ve 16 gram granolanın maliyetini birim oran stratejisini kullanarak hesaplayabilmesi çarpımsal karşılaştırmalarda farklı stratejilerin kullanılmasını hedefleyen Dönüşüm3'e ait bir göstergedir.

Can son olarak maliyetin grama oranının her zaman birim orana eşit olacağını söyleyerek maliyeti verilen granolaların ağırlıklarını bulabilmek için Şekil 4.44'teki gibi verilen maliyetleri 0.1875'e bölerek istenen gramları hesaplayarak soruyu tamamlamıştır.

$\frac{\text{Maliyet}}{\text{Gram}}$ her zaman 0,1875 sayısını vereceğine göre
bu şekilde de yazabiliriz: $\frac{\text{Maliyet}}{0,1875} = \text{Gram}$

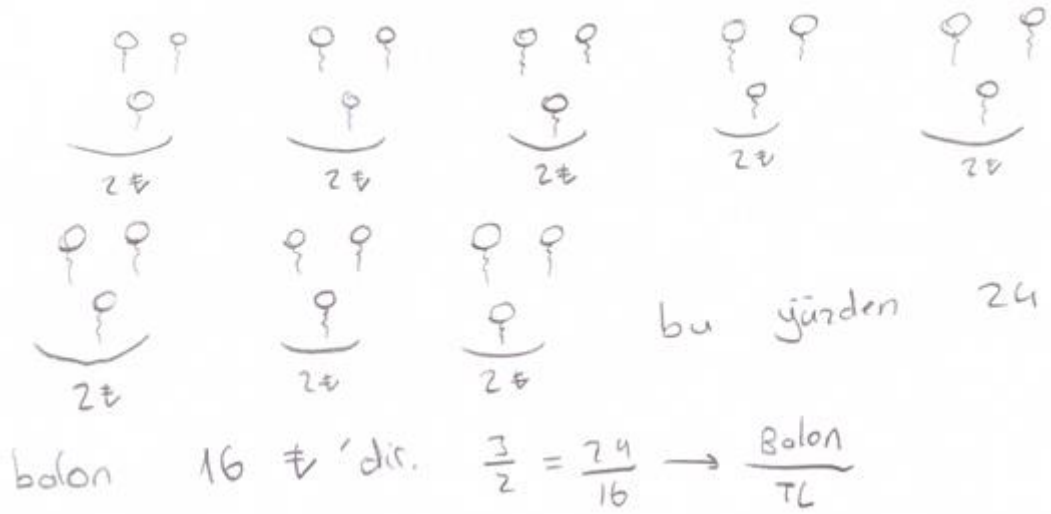
O halde $\frac{2,2}{0,1875} = 11,73$ gr olur.

$\frac{3,75}{0,1875} = 20$ gr ve $\frac{4,5}{0,1875} = 24$ gr olur.

1,5 lira 8 gr ise 3 lira 16 gr tutar. O halde 4,5 lira
24 gramdır. 0,75 lira da 4 gramdır. $4,5 - 0,75 = 3,75$
lira da $24 - 4 = 20$ gram olur.

Şekil 4.44. Can'ın granola problemi cevabı-3

Ders sonu görüşmesinde Alp'e araştırmacı tarafından Balon Problemi'ni farklı şekilde nasıl çözebileceği sorusu yöneltilmiştir. Alp, “her 3 balon 2 TL olduğuna göre balon ve TL arasında üçe iki oranı vardır” diyerek Şekil 4.45'te yer verilen çalışma kâğıdına $\frac{3}{2}$ oranını yazmıştır. Alp daha sonra “3 balon 2 TL ise 24 balon için 3'ü 8 ile çarpmalıyız bu durumda 2 lirayı da 8 ile çarpmamız gerekir” diyerek, $\frac{3}{2}$ oranının pay ve paydasını 8 ile çarparak $\frac{3}{2} = \frac{24}{16}$ eşitliğini oluşturmuştur (D2G3).



Şekil 4.45. Alp'in balon problemi cevabındaki değişim

Alp'in bu cevabı denk kesirleri kullanabilme becerisine (D2G4) sahip olduğunu ortaya koyarak; bir orantıda, iki çokluğun oranının, büyüklüklere karşılık gelen değerler değiştikçe sabit kaldığını fark etmeye başladığını (Temel Anlayış 6) göstermiştir. Alp'in soruyu denk kesirler stratejisi ile çözmesi aynı zamanda, katılımcının Temel Anlayış 7'ye uygun bir anlayış sergilemeye başladığını da göstermiştir.

Seans3 kapsamında gerçekleştirilen ikinci derste ise katılımcıların kesir ile oran arasındaki (Temel Anlayış 4) ve oran ile bölüm arasındaki (Temel Anlayış 5) ilişkiye dair anlayışlarının incelenmesine olanak sağlayan problem durumları yer almaktadır.

Temel Anlayış 4'e göre oran ve kesir aynı anlama gelmese de oranlar kesir gösterimi ile ifade edilebildiği için katılımcılar tarafından karıştırılabilecek kavram olarak görülmektedir (Lobato ve Ellis, 2010). Kesir parça/bütün (part/whole) ilişkisini temsil ederken oran hem parça/bütün hem de parça/parça (part/part) ilişkisini göstermektedir. Bu sebepten ötürü oran ve kesirler kesişen kümeler olarak görülebilir. Bu nedenle seans kapsamındaki problem durumları ile katılımcıların, kesirler ile oran arasındaki ayrımı

yapabilmelerini sağlamak hedeflenmiştir. Bu amaçla seçilen problemlerden biri olan Kedi Köpek Problemi (EK-5: Kedi Köpek Problemi, Peled, 2007, s. 2143) için Can'ın yanıtına Şekil 4.46'da yer verilmiştir.

Kedi Köpek Problemi

Hayvan sever Hasan Bey öldüğünde 240 bin lira bırakarak, Kedi Barınağı ile Köpek Barınağı'nın alacağı miktarlar arasında, 2:3 oranını kullanarak iki hayvan barınağı arasında bölünmesini istemiştir. Barınaklar ne kadar para almıştır?

$$\begin{array}{rclclcl} \text{kedi} & & & \text{köpek} & & \text{Toplam} \\ 2 & + & & 3 & = & 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 240 \\ \hline 5 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{96}{240} \quad \frac{3}{5} = \frac{144}{240}$$

Şekil 4.46. Can'ın kedi köpek problemi cevabı

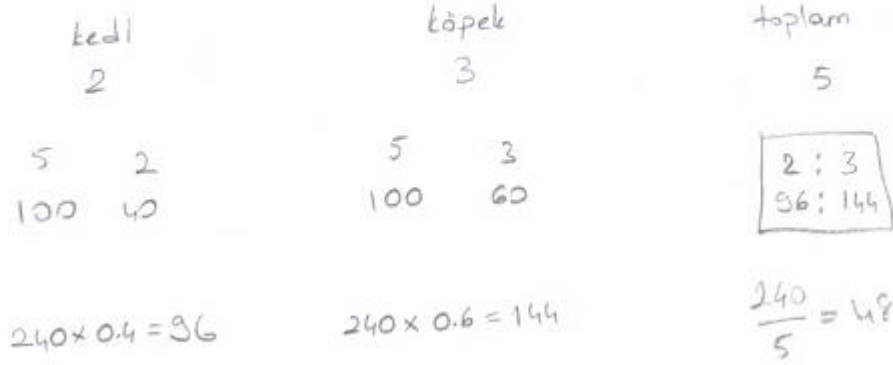
Can, Kedi Köpek Probleminde soruya “kedi barınağının alacağı para ile köpek barınağının alacağı para miktarları arasında 2'ye 3 oran olduğu için kedi barınağına 2, köpek barınağına ise 3 dersek toplamda 5 eder” diyerek başlamıştır. Can daha sonra barınakların alacağı para miktarlarını toplam para miktarına oranladığını söyleyerek oran değerlerini çözüm kâğıdına kedi barınağı için $\frac{2}{5}$, köpek barınağı için $\frac{3}{5}$ yazmıştır. Can oranları yazmasının ardından her bir barınağın alacağı parayı bulabilmek için “toplam parayı toplam miktar değerine bölmesi gerektiğini” söyleyerek 240'ı 5'e bölerek 48 bulmuştur. Can son olarak “toplam parayı 240'a eşitlemesi gerektiğini” söyledikten sonra bulduğu 48 değerini (D2G3) ile oranları çarparak kedi barınağının alacağı paranın 96 bin, köpek barınağının alacağı paranın ise 144 bin lira olduğu sonucuna vararak sorunun çözümünü tamamlamıştır.

Can'ın kedi barınağının alacağı parayı 5'te 2, köpek barınağının alacağı parayı da 5'te 3 olarak görmesi Can'ın oranı parça/bütün (part/whole) olarak oluşturduğunu göstermiştir. Can'ın toplam parayı 240'a eşitlemesi gerektiğini söyledikten sonra oranın pay kısmını da aynı değer ile çarpması (D2G5) ise Can'ın orantısal ilişkinin sürdürülebilmesi için orandaki çokluklar arasındaki ilişkinin korunması gerektiğini (Temel Anlayış 7) fark edebildiğini göstermiştir. Çokluklar arasındaki ilişkinin aynı oranda artıp azalması (D2G5) aynı zamanda Düzey 2'nin göstergelerinden biridir.

Kedi Köpek Probleminin çözümü için diğer bir katılımcı olan Ece'nin yanıtına ise Şekil 4.47'de yer verilmiştir.

Kedi Köpek Problemi

Hayvan sever Hasan Bey öldüğünde 240 bin lira bırakarak, Kedi Barınağı ile Köpek Barınağı'nın alacağı miktarlar arasında, 2:3 oranını kullanarak iki hayvan barınağı arasında bölünmesini istemiştir. Barınaklar ne kadar para almıştır?



Şekil 4.47. Ece'nin kedi köpek problemi cevabı

Ece, Kedi Köpek Probleminde soruya “kedi ve köpek barınakları arasında 2’ye 3 oranı verildiğinden kedi barınağı 2 birim para alırsa köpek barınağı 3 birim para alır toplam para miktarı da 5 birim olur” (D2G1) diyerek başlamıştır. Daha sonra “kedi barınağı 5 birimde 2 birim alıyorsa 100’de 40 alır, aynı şekilde köpek barınağı 5 birimde 3 birim alıyorsa 100 birimde 60 alır” diyerek barınakların toplam paradan alacağı yüzdeyi hesapladığını söylemiştir. Ece bulduğu yüzde miktarlarını toplam para miktarı olan 240 bin lira ile çarparak her bir barınağın alacağı para miktarını hesaplayabileceğini söyleyerek 240 bini önce 0.4 ile sonra da 0.6 ile çarparak kedi barınağının alacağı para miktarının 96 bin, köpek barınağının alacağı para miktarının ise 144 bin lira olacağını söylemiştir. Ece son olarak, “soruda 2’ye 3 oranı verilmişti bulduğum 96’ya 144 oranının arasında da aynı oran var” diyerek kedi barınağının alacağı paranın köpek barınağının alacağı paraya oranını ilk durum için 2:3, son durum için 96:144 şeklinde yazmıştır. Ece daha sonra 96 ve 144’ü 48’e bölersem yine 2’ye 3 oranını verir (D2G5) diyerek soru çözümünü tamamlamıştır.

Bu noktada araştırmacı tarafından Ece’ye ulaştığı oran değerlerini neden 48 ile böldüğü sorulduğunda ise Ece bu soruyu toplam para miktarı olan 240’ın, toplam birim olan 5’e bölünmesi ile birim para miktarını 48 olarak bulduğu şeklinde cevaplamıştır.

Ece'nin bu cevabı, verilen durumdaki çoklukları tanıyabildiğini, barınakların alacağı para miktarlarını yüzde hesabı ile çarpımsal bir karşılaştırma ile bulması ise çarpımsal karşılaştırmada birleşik birim stratejisinden farklı bir strateji kullanabildiğini göstermiştir. Ece'nin kedi barınağının alacağı parayı 2 birim, köpek barınağının alacağı parayı 3 birim olarak görmesi Ece'nin oranı parça/parça (part/part) olarak oluşturabildiğini göstermiştir. Ece'nin “soruda 2'ye 3 oranı verilmişti bulduğum 96'ya 144 oranının arasında da aynı oran var” cümlesi ise Ece'nin orantısal ilişkinin sürdürülebilmesi için orandaki bir çokluğun belirli bir sayı ile çarpılması veya bölünmesi durumunda, orantısal ilişkiyi sürdürmek için diğer çokluğun da aynı sayı ile çarpılması veya bölünmesi gerektiğini (Temel Anlayış 7) fark edebildiğini göstermiş olup; Ece'nin Dönüşüm3'ün göstergelerini taşımaya başladığını ortaya koymuştur.

Kedi Köpek Probleminin çözümü için Gül'ün yanıtına ise Şekil 4.48'de yer verilmiştir.

Kedi Köpek Problemi

Hayvan sever Hasan Bey öldüğünde 240 bin lira bırakarak, Kedi Barınağı ile Köpek Barınağı'nın alacağı miktarlar arasında, 2:3 oranını kullanarak iki hayvan barınağı arasında bölünmesini istemiştir. Barınaklar ne kadar para almıştır?

$$\frac{\text{Kedi barınağının alacağı para}}{\text{Köpek barınağının alacağı para}} = \frac{2y}{3y} \quad \text{olarak alırsak toplam para} = 2y + 3y = 5y \text{ olur}$$

$$240\ 000 = 5y \quad \text{ise } y = 48\ 000 \text{ olur}$$

$$\text{Kedi barınağının alacağı para} \rightarrow 2y = 48\ 000 \cdot 2 = 96\ 000 \text{ TL}$$

$$\text{Köpek barınağının alacağı para} \rightarrow 3y = 48\ 000 \cdot 3 = 144\ 000 \text{ TL}$$

Şekil 4.48. Gül'ün kedi köpek problemi cevabı

Gül, Kedi Köpek Probleminde soruya “kedi barınağının alacağı paraya 2y dersek köpek barınağının alacağı para 3y olur, buradan da barınakların alacağı para oranını $\frac{2y}{3y}$ şeklinde yazabiliriz” diyerek oranı yazarak başlamıştır. Daha sonra “kedi barınağının alacağı parayı 2y köpek barınağının alacağı parayı da 3y olarak alırsak toplam para 5y TL olur” diyerek toplam parayı hesaplamıştır. Gül daha sonra soruda verilen 240 bin lirayı 5y değerine eşitlemesi ile y değerini bulabileceğini söyleyerek y değerinin 48 bin TL olduğunu hesaplamıştır. Gül'e bu noktada araştırmacı tarafından y değerinin neyi ifade ettiği sorusu yöneltilmiş, Gül y'nin birim tutar olduğunu söylemiştir. Gül son olarak

barınakların alacakları para miktarlarını hesaplayabilmek için, kedi barınağının alacağı para olan 2y'yi 48 bin ile çarparak 96 bin lira, köpek barınağının alacağı para olan 3y'yi de 48 bin ile çarparak 144 bin lira olarak bulduğunu söylemiştir.

Gül'ün bu cevabı Can ve Ece ile benzer şekilde Dönüşüm1 ve 2'ye uygun bir anlayış ile soruya yaklaştığını göstermiştir. Gül problemdeki oranın parça/bütün olmadığını (2:3'ün toplamın üçte ikisi olmadığını) parça/parça olduğunu (2'ye 3 olduğunu) anlayarak oran hakkında doğru bir anlayış sergilediğini ve Dönüşüm3'ün göstergelerini taşımaya başladığını ortaya koymuştur.

Kedi Köpek Probleminin çözümü için Alp'in yanıtına da Şekil 4.49'da yer verilmiştir.

Kedi Köpek Problemi

Hayvan sever Hasan Bey öldüğünde 240 bin lira bırakarak, Kedi Barınağı ile Köpek Barınağı'nın alacağı miktarlar arasında, 2:3 oranını kullanarak iki hayvan barınağı arasında bölünmesini istemiştir. Barınaklar ne kadar para almıştır?

$$\begin{array}{l} \text{Kedi Barınağı} \\ \hline \frac{\text{Alacağı Para}}{\text{Toplam Para}} \rightarrow \frac{2}{5} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Köpek Barınağı} \\ \hline \frac{\text{Alacağı Para}}{\text{Toplam Para}} \rightarrow \frac{3}{5} \end{array}$$

$$240.000 \times \frac{2}{5} = 96.000 \text{ ₺} \quad 240.000 \times \frac{3}{5} = 144.000 \text{ ₺}$$

$$\frac{\text{Kedi Barınağı'nın alacağı para}}{\text{Köpek Barınağı'nın alacağı para}} = \frac{2}{3} = \frac{96}{144}$$

$$2 + 3 = 5$$

$$\frac{240}{5} = 48$$

Şekil 4.49. Alp'in kedi köpek problemi cevabı

Alp, Kedi Köpek Probleminde soruya "kedi barınağının alacağı miktar ile köpek barınağının alacağı miktar arasında 2'ye 3 oran olmasından ötürü kedi evinin alacağı para miktarının toplam para miktarına oranının $\frac{2}{5}$, köpek evinin alacağı para miktarının toplam para miktarına oranının $\frac{3}{5}$ olması gerektiğini" söyleyerek başlamıştır. Alp daha

sonra bulduğu oranları toplam para miktarıyla çarparak kedi evinin alacağı para miktarını 96 bin, köpek evinin alacağı para miktarını ise 144 bin olarak bulduğunu söylemiştir.

Alp barınakların alacağı para miktarlarının hesaplamasının ardından kedi barınağının alacağı paranın köpek barınağının alacağı paraya oranının $\frac{2}{3}$ 'e denk olması gerektiğini söyleyerek $\frac{2}{3} = \frac{96}{144}$ eşitliğini yazmıştır. $\frac{96}{144}$ oranının $\frac{2}{3}$ oranının 48 ile genişletilmiş hali olduğundan iki oranın birbirine eşit olduğunu söylemiştir. Araştırmacının oranın neden 48 ile genişletildiği sorusuna ise “*kedi barınağı 2 birim, köpek barınağı 3 birim para aldığı için toplamda 5 birim eder, toplam para olan 240 binde de 5 birim 48 kez vardır*” şeklinde bir açıklama yapmıştır.

Alp'in bu cevabı diğer katılımcılar ile benzer şekilde Dönüşüm1 ve 2'ye uygun bir anlayış ile soruya yaklaştığını göstermiştir. Alp problemdeki oranın parça/parça olduğunu (2'ye 3 olduğunu) anlayarak oran hakkında doğru bir anlayış sergilediğini ve Dönüşüm3'ün göstergelerini taşımaya başladığını ortaya koymuştur.

Ders kapsamında yer alan diğer bir problem durumu olan Kız Erkek Probleminin (EK-5: Kız Erkek Problemi, Langrall and Swafford, 2000, s. 255) çözümü için Şekil 4.50'de Gül'ün yanıtına yer verilmiştir.

Kız Erkek Problemi

Ayşe öğretmen, öğrencilerini 3 kız ve 2 erkek olarak gruplara ayırmıştır. Sınıfında 25 öğrencisi varsa, kızlar kaç kişidir, erkekler kaç kişidir?

$$3 \text{ kız} + 2 \text{ erkek} = 5 \text{ öğrenci}$$

$$25 / 5 = 5$$

$$3 \times 5 = 15 \text{ kız} \quad 2 \times 5 = 10 \text{ erkek}$$

$$15 \text{ kız} + 10 \text{ erkek} = 25 \text{ öğrenci}$$

Şekil 4.50. Gül'ün kız erkek problemi cevabı

Gül, Kız Erkek Probleminde soruya her bir grubun 3 kıza 2 erkekten oluştuğu için bu sayıları toplayarak bir grupta yer alan öğrenci sayısını bulabileceğini söyleyerek çalışma kâğıdına 3 kız + 2 erkek eşittir 5 öğrenci yazarak başlamıştır. Gül daha sonra soruda verilen toplam öğrenci sayısı olan 25'i her bir grup için hesapladığı toplam öğrenci sayısı olan 5'e bölerek 5 sonucuna ulaşmıştır. Bulduğu 5 değerini de kız ve erkek sayıları ile çarparak 15 kız ve 10 erkek olacağı sonucuna ulaşmış, ulaştığı 15 kız ve 10 erkek sonucunu da toplayarak 25 değerini sağladığını kontrol etmiştir.

Gül'ün soruda yer alan çoklukları (kız/erkek) dikkate alması Dönüşüm1'in göstergesidir. Gül'ün bu cevabında problemdeki oranın, parça/parça olduğunu (3 kıza 2 erkek) parça/bütün olmadığını anladığını kullandığı çarpma ve bölme işlemleri göstermiştir. Gül'ün bu yaklaşımı aynı zamanda oranın parça/parça olarak görülebilmesini hedefleyen Temel Anlayış 4'ün göstergelerindendir. Gül soruda verilen birleşik birimi (composed unit) her bir gruptaki öğrenci sayısını bulabilmek için parçalara ayırmakta (decomposes) (25/5) daha sonra da toplam öğrenci sayısını bulabilmek için bulunduğu grup sayısı değerini her bir gruptaki öğrenci sayısı ile (3x5 ve 2x5) çarpmaktadır. Gül'ün bu yaklaşımı çarpımsal karşılaştırmada birleşik birimlerin tekrarlanmasından farklı stratejilerin kullanılmasına geçişi hedefleyen Dönüşüm3'ün göstergelerindendir. Gül'ün sorunun çözümünde gözden kaçırdığı en önemli ayrıntı ise soruyu orantısal olarak kontrol etmemiş olmasıdır.

Kız Erkek Probleminin çözümü için Şekil 4.51'de Alp'in yanıtına yer verilmiştir.

Kız Erkek Problemi

Ayşe öğretmen, öğrencilerini 3 kız ve 2 erkek olarak gruplara ayırmıştır. Sınıfında 25 öğrencisi varsa, kızlar kaç kişidir, erkekler kaç kişidir?

$$\begin{array}{l}
 3 \text{ kız} + 2 \text{ erkek} = 5 \text{ kişi} \\
 \\
 \begin{array}{r}
 1012 \\
 25 \cdot \frac{3}{5} = 15
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1012 \\
 25 \cdot \frac{2}{5} = 10
 \end{array}
 \\
 \\
 \frac{1012}{\text{Erkek}} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}
 \end{array}$$

Şekil 4.51. Alp'in kız erkek problemi cevabı

Alp, soruya “bir grupta 3 kız ve 2 erkek varsa toplam 5 kişi vardır” diyerek başlamıştır. Alp daha sonra “sınıftaki toplam kişi sayısı olan 25'i sınıftaki kız sayısı/gruptaki kişi sayısı oranı olan $\frac{3}{5}$ ile çarparsak sınıftaki toplam kız sayısını bulabiliriz” diyerek bu değeri 15 olarak bulduğunu söylemiştir. Benzer şekilde “aynı hesaplamayı erkekler için de yaparsam sınıftaki toplam erkek sayısını 10 olarak buluruz” diyen Alp son olarak sınıftaki kız sayısını erkek sayısına oranlayarak verilen durumda 3/2 olan oran değerinin gruptaki kişi sayısı ile çarpılarak son durumda 15/10 olması

gerektiğini söyleyerek bulduğu sonucun sağlamasını yaptığını ifade ederek sorunun çözümünü tamamlamıştır.

Alp'in bu cevabı, sorudaki çoklukları tanıyarak, oranı bu çokluklar ile parça/parça ve parça/bütün olarak iki farklı şekilde oluşturabildiğini, bu oranları kullanarak çarpımsal karşılaştırma ile sonuca ulaşabildiğini ortaya koymuştur.

Kız Erkek Probleminin çözümü için Şekil 4.52'de Ece'nin yanıtına yer verilmiştir.

Kız Erkek Problemi

Ayşe öğretmen, öğrencilerini 3 kız ve 2 erkek olarak gruplara ayırmıştır. Sınıfında 25 öğrencisi varsa, kızlar kaç kişidir, erkekler kaç kişidir?

$$k : e = 3 : 2 = 15 : 10$$

Şekil 4.52. Ece'nin kız erkek problemi cevabı

Ece, Kız Erkek Probleminde soruya “bir grupta 3 kız ve 2 erkek varsa kız ve erkek sayıları arasında 3'e 2 bir oran vardır” diyerek başlamıştır ve bunu $k:e=3:2$ şeklinde yazmıştır. Ece daha sonra “gruptaki kız sayısının erkek sayısına oranı 3'e 2 ise her bir grupta 5 öğrenci bulunur, sınıf 25 kişi verildiğine göre 5'er kişilik 5 grup olacağından oranı 5 ile çarparsak son durumdaki oran 15'e 10 olur” diyerek 15:10 oranını eşitliğin en sağına yazarak sorunun çözümünü tamamlamıştır. Ece'nin bu cevabı Alp ile benzer şekilde, sorudaki çoklukları tanıyarak, oranı bu çokluklar ile parça:parça şeklinde oluşturabildiğini, bu oranı da grup sayısı ile çarparak çarpımsal bir karşılaştırma ile sonuca ulaşabildiğini ortaya koymuştur.

Can, Kız Erkek Probleminde soruya “bir grupta 3 kız ve 2 erkek varsa gruptaki toplam kişi sayısı 5'tir” diyerek başlamıştır. Can daha sonra “5 kişilik bir gruptaki kız sayısı 3 olduğu için gruptaki kız oranını $\frac{3}{5}$ şeklinde, gruptaki erkek sayısı 2 olduğu için gruptaki erkek oranını $\frac{2}{5}$ şeklinde yazabileceğini” söylemiştir. Can daha sonra “sınıftaki toplam kız ve erkek sayısını bulmak için bu oranları toplam kişi sayısı ile çarparak sonuca ulaşılabilceğini” söylemiştir. Buradan yola çıkarak toplam kız sayısını bulmak için toplam kişi sayısı olan 25 ile kız sayısı oranı olan $\frac{3}{5}$ 'i çarparak 15, toplam erkek sayısını bulmak için toplam kişi sayısı olan 25 ile erkek sayısı oranı olan $\frac{2}{5}$ 'i çarparak 10 sonucunu bulmuştur. Can'ın yanıtına Şekil 4.53'te yer verilmiştir.

Kız Erkek Problemi

Ayşe öğretmen, öğrencilerini 3 kız ve 2 erkek olarak gruplara ayırmıştır. Sınıfında 25 öğrencisi varsa, kızlar kaç kişidir, erkekler kaç kişidir?

$$\begin{array}{l} \text{kız} \quad \frac{3}{5} \\ \downarrow \\ 25 \cdot \frac{3}{5} = 15 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{erkek} \quad \frac{2}{5} \\ \downarrow \\ 25 \cdot \frac{2}{5} = 10 \end{array}$$

Şekil 4.53. Can'ın kız erkek problemi cevabı

Can'ın bu cevabı diğer katılımcılar ile benzer şekilde, sorudaki çoklukları tanıyabildiğini, oranı bulduğu çokluklar ile parça:bütün şeklinde oluşturabildiğini ve birleşik birimlerle karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçiş yaptığını göstermiştir.

Bu sorunun ardından araştırmacı katılımcıların oranı bölüm olarak tekrar yorumlayıp yorumlayamadıklarına (Temel Anlayış 5) ilişkin anlayışlarını incelenmesine olanak sağlayan bir problem olan Çikolatalı Süt Problemini (EK-5: Çikolatalı Süt Problemi, Hillen, 2005, s. 234) katılımcılara yöneltmiştir.

Alp, soruya “karışımındaki çikolatanın süte oranı hangi karışımında daha fazla fazlaysa o karışım daha yoğun çikolata tadına sahiptir” diyerek başlamıştır. Oran ifadesini çikolata/süt şeklinde yazan Alp daha sonra Ahmet için bu oranın $\frac{3}{5}$, Aslı için ise $\frac{5}{8}$ olduğunu söylemiştir. Bu oranları kıyaslayabilmek için her bir oranın payını paydasına bölerek hesaplanan değer sayesinde karşılaştırma yapabileceğini söyleyen Alp bu değeri Ahmet'in karışımı için 0.6 Aslı'nın karışımı için de 0.625 olarak hesaplamıştır. Alp bulduğu bu değerlerden yola çıkarak Aslı'nın karışımında çikolatanın süte oranı daha büyük olduğu için Aslı'nın karışımının daha yoğun çikolata tadına sahip olduğunu sonucuna varmıştır. Alp'in yanıtına Şekil 4.54'te yer verilmiştir.

Çikolatalı Süt Problemi

Aslı ve Ahmet çikolata sosu ve süt kullanarak çikolatalı süt hazırlamak istemektedirler. Ahmet 3 fincan çikolata sosunu 5 fincan süt ile karıştırırken, Aslı 5 fincan çikolata sosunu 8 fincan süt ile karıştırarak çikolatalı süt hazırlamışlardır. Hangisinin hazırladığı çikolatalı süt daha yoğun çikolata tadına sahiptir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Çikolata
Süt

Ahmet 3/5

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 5} \\ \underline{30} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

0.6

Aslı 5/8

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 8} \\ \underline{48} \\ 020 \\ \underline{16} \\ 040 \\ \underline{40} \\ 000 \end{array}$$

0.625

0.625 > 0.6

Aslı'nınki daha yoğun çikolata tadına sahiptir.

Şekil 4.54. Alp'in çikolatalı süt problem cevabı

Alp'in bu cevabı sorudaki çikolata ve süt çokluklarını tanıyabildiğini göstermiştir. Alp'in karışımın çikolata yoğunluğunu kıyaslayabilmek için oranın bölüm değerlerinden yararlanması oranın bölüm (quotient) olarak yeniden yorumlanarak anlamlandırılabilirdiğini (Temel Anlayış 5) göstermiştir. Alp ilk iki seansta oranı bölüm olarak yeniden yorumlayamayarak oranların karşılaştırılmasında pay ya da payda eşitleme yöntemi kullanırken bu seansta oranı bölüm olarak yeniden yorumlayarak oranları karşılaştırabilmeye başlamıştır.

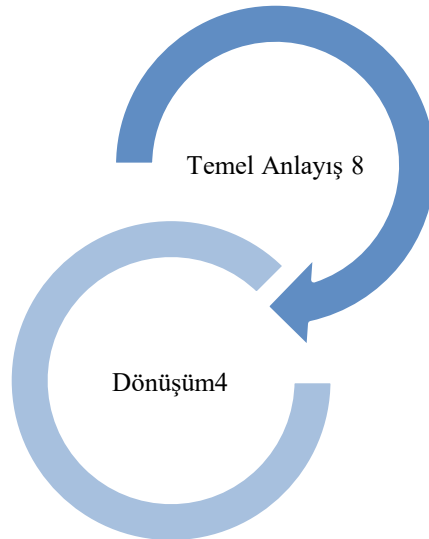
Bu problem ile Seans3 tamamlanarak seansın genel değerlendirmesine geçilmiştir. Yapılan değerlendirmede, katılımcıların oran ile kesir arasındaki ayrımın farkında oldukları (Temel Anlayış 4), oranın bölüm değerini kullanarak kıyaslama yapabildikleri (Temel Anlayış 5) ve orandaki bir çokluğun belirli bir sayı ile çarpılması veya bölünmesi durumunda, orantısal ilişkiyi sürdürmek için diğer çokluğun da aynı sayı ile çarpılması veya bölünmesi gerektiğine (Temel Anlayış 7) dair göstergeler taşıdıkları görülmüştür. Katılımcıların aynı zamanda çarpımsal karşılaştırmalarda; birim oran, denklik sınıfı, değişim çarpanı gibi farklı stratejileri kullanarak Dönüşüm 3'ün göstergelerini taşımakta olduğu görülmüştür. Buna karşın katılımcıların verilen problem durumlarında bu aşamada oranı sonsuz sayıda denk oran kümesi olarak göremedikleri tespit edilmiştir. Bir

sonraki seans kapsamında katılımcıların oranı sonsuz sayıda denk oran kümesi olarak genelleyebilmesi ve bu genellemeden yola çıkarak orantısal durumları yorumlamaları hedeflenmiştir.

Seans 3 sonunda katılımcıların; birimleştirme ya da birleşik birimleri kullanabildiği (D2G1), birim oranı bulabildiği ve kullanabildiği (D2G2), değişim çarpanı veya tablo kullanabildiği (D2G3), denk kesirleri kullanabildiği (D2G4) ve çokluklar arasındaki ilişkiyi artan ya da azalan durumlarda uygulayabildiği (D2G5) görüldüğünden orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri Düzey 2 olarak değerlendirilmiştir.

4.2.4. Dönüşüm4: Birleşik birimlerin tekrarlanmasından eşdeğer oranlara geçiş

Katılımcıların birleşik birimleri tekrarlaması ile eşdeğer oranlar oluşturabilmesi orantısal akıl yürütme becerisine tam anlamıyla sahip olduğunu göstermez. Orantısal akıl yürütme becerisine sahip bir katılımcının birkaç basit eşdeğer oran geliştirmekten sonsuz sayıda eşdeğer oran kümesi oluşturmaya geçiş yapması gerekmektedir. Bunu sağlayabilmek amacıyla bu seansta, birleşik bir birimin tekrarlanmasından sonsuz sayıda oranın eşitliğine geçiş yapabilmesini hedefleyen Dönüşüm4 içerisinde yer alan Temel Anlayış 8'i içeren dersler uygulanmıştır. Seans4'ün Dönüşüm ve Temel Anlayışlar bazında içeriğine Şekil 4.55'te yer verilmiştir.



Şekil 4.55. Seans4'ün içeriği

Bu seansta yapılan ilk derste katılımcının sonsuz sayıda eşdeğer oran ile akıl yürütme yeteneğine sahip olması sağlanmaya çalışılmıştır. Katılımcıların sonsuz sayıda eşdeğer oran oluşturabilme becerilerini geliştirebilmek için verilen durumda kolay katlara

bağlı olmayan eşdeğer oranlar verilmesinin, katılımcıların oranı daha karmaşık (uyumlu olmayan) sayılar ile oluşturması sebebiyle bu durumun onları eşdeğer oranları düşünmeye teşvik edeceği düşüncesinden hareketle ders kapsamında yer alan problem durumlarında "uyumlu olmayan" sayılar kullanılmıştır. Bu durum katılımcıları bir oranın tekrarlanması ötesinde oran hakkında genelleme yapmaya sevk etmiştir.

Seans kapsamında yer alan problem durumlarından ilki olan Gezegen Probleminin (EK-5: Gezegen Problemi, Ercole vd., 2011, s. 484) çözümü için Şekil 4.56'da Alp'in yanıtına yer verilmiştir.

a) Dünya üzerinde bir eşyanın ağırlığı ile B gezegenindeki ağırlığı oranı $\frac{16}{6} = \frac{8}{3}$ 'tür. Yani Dünya'da 8 kilogramsa B gezegeninde 3 kilogramdır.

Gezegen Problemi

NASA, tablodaki her ağırlık çiftini göz önüne alarak, B gezegeninde bir uzay istasyonu inşa etmektedir. Dünya'daki bir eşyanın B Gezegeninde ne kadar ağırlığı olacağını nasıl belirleyebilirler?

Dünya	B Gezegeni
120 kg	45 kg
27 kg	10 $\frac{1}{8}$ kg
42 kg	15 $\frac{3}{4}$ kg
16 kg	6 kg

b) $\frac{200}{B'deki\ ağırlık} = \frac{8}{3}$ olacağına göre $200 \cdot \frac{3}{8}$ 'dan 75 kg gelir.

c) $\frac{Dünya'daki\ ağırlık}{63} = \frac{8}{3}$ ise $63 \cdot \frac{8}{3} = 168$ kg gelir.

d) Dünyada 1200 kg olan bir eşya B gezegeninde 450 kg gelir.

Şekil 4.56. Alp'in gezegen problemi cevabı

Gezegen Probleminin (a) şıkkı katılımcıların iki çokluk arasında bir oran tanımlayabilmesi ve buradan yola çıkarak iki gezegen arasındaki ağırlık ilişkisine dair genellemeyi ne ölçüde yapabildiğinin incelenmesi amacına yöneliktir. Alp, Gezegen Probleminin (a) şıkkında, dünya üzerinde bir eşyanın ağırlığı ile B Gezegenindeki bir eşyanın ağırlığının oranının $\frac{16}{6}$ olacağını söyledikten sonra bulduğu bu oranı sadeleştirerek bir eşyanın Dünya ve B Gezegeni arasındaki ağırlığının oranının $\frac{8}{3}$ olduğunu söylemiştir. Buradan yola çıkarak dünyada 8 kilogram olan bir ağırlığın B gezegeninde 3 kilogram olacağı genellemesine ulaşmıştır.

A şıkında Alp'in hem Dünya'daki hem de B Gezegenindeki bir eşyanın ağırlığını kullanarak iki çokluk ile akıl yürütmesi tek çokluktan iki çokluğa geçilmesini içeren Dönüşüm1'in göstergesidir. Alp'in "Dünya'da 8 kg olan bir eşyanın B Gezegeninde 3 kg olduğu" akıl yürütmesi, bulduğu oranı yorumlayarak bir genellemeye ulaşabildiğinin göstergesidir.

Gezegen Probleminin (b) ve (c) şıklarında katılımcıların (a) şıkında ulaştığı genellemeyi farklı durumlarda kullanabilme becerisinin ölçülmesi amaçlanmaktadır. Bir eşyanın dünya üzerindeki ağırlığının 200 kilogram olduğunun verildiği (a) şıkında Alp, eşyanın B Gezenindeki ağırlığını bulabilmek için 200'ün B Gezegenindeki ağırlığına oranını $\frac{8}{3}$ 'e eşitleyerek Dünya üzerinde 200 kg ağırlığında olan bir eşyanın B Gezegeninde 75 kilogram olacağını söylemiştir.

(c) şıkında ise B Gezegenindeki ağırlığı 63 kg olan eşyanın dünya üzerindeki ağırlığını bulmak için Alp "*dünyadaki ağırlığın 63'e oranını $\frac{8}{3}$ 'e eşitleyerek 168 kilogram sonucuna ulaştığını*" söylemiştir.

(b) şıkında Alp'in ilişkiyi bulabilmek için bölme işlemini kullanarak çarpımsal akıl yürütmesi toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçişin (Dönüşüm2) göstergesidir. Alp'in (a) şıkında ulaştığı genellemeden yola çıkarak (b) ve (c) şıklarında verilen yeni durumlar için çözüme formal stratejiler arasında yer alan içler dışlar çarpımı kullanarak (D3G1) ulaşması çarpımsal karşılaştırmalarda farklı stratejileri kullanabildiğini (Dönüşüm3) göstermiştir. Katılımcının sorunun çözümü için içler dışlar stratejisi kullanması (D3G1) aynı zamanda Düzey 3'ün göstergeleri arasındadır.

Sorunun son seçeneği olan (d) şıkındaki amaç ise dünyadaki ve B Gezegenindeki ağırlıklar arasındaki ilişkiyi koruyacak başka bir eşyaya örnek verilmesinin istenmesi katılımcıların oranın sonsuz sayıda eşdeğer orandan oluştuğuna ilişkin anlayışlarını incelemektir. Bu soruda eşdeğer oran $\frac{8}{3}$ 'tür. Katılımcılar problemi çözebilmek için (a) şıkında ulaştıkları genellemede yer alan eşdeğer orandan eşitlik ilişkisi ile farklı oranlara ulaşılabilceğini tanıyabilmelidir.

Alp, (d) şıkkının çözümü için dünyada 1200 kilogram olan bir eşyanın B gezegeninde 450 kilogram geleceği örneğinin verilebileceğini söylemiştir. Alp'e araştırmacı tarafından bu örneği nasıl verdiği sorulduğunda katılımcı soruda yer alan Dünya'da 120 kg olan bir eşyanın B Gezegeninde 45 kg olduğu bilgisinden yola çıktığını

ve $\frac{120}{45}$ oranının değerinin korunması gerektiği için Dünya’da 1200 kg olan bir eşyanın B Gezegeninde 450 kg olacağı sonucuna ulaştığı şeklinde bu soruyu cevaplamıştır. Alp’in bu cevabı oran setlerinin eşdeğer oranları içerecek şekilde genişletilebileceği düşüncesine sahip olarak Dönüşüm4’ün göstergelerini taşımaya başladığını göstermesine rağmen (a) şıkkında ulaştığı genellemeyi kullanmaması bu dönüşümün tam olarak gerçekleştiğine dair bir kanıt sunamamıştır.

Gezegen Probleminin çözümü için Şekil 4.57’de Gül’ün yanıtına yer verilmiştir.

$\frac{120}{45} = \frac{8}{3} = \frac{16}{6}$
 $27 \cdot \frac{3}{8} = 10.125$
 $42 \cdot \frac{3}{8} = 15.75$

Gezegen Problemi

NASA, tablodaki her ağırlık çiftini göz önüne alarak, B gezegeninde bir uzay istasyonu inşa etmektedir. Dünya'daki bir eşyanın B Gezegeninde ne kadar ağırlığı olacağını nasıl belirleyebilirler?

Dünya	B Gezegeni
120 kg	45 kg
27 kg	10 1/8 kg
42 kg	15 3/4 kg
16 kg	6 kg

a) $\frac{\text{Dünya}}{\text{Gezegen B}} = \frac{120}{45} = \frac{8}{3}$ olduğundan aradaki ilişki $B = \frac{3 \cdot D}{8}$ olur
 b) $B = \frac{3D}{8} = \frac{3 \cdot 200}{8} = 75 \text{ kg}$
 c) $D = \frac{8B}{3} = \frac{8 \cdot 63}{3} = 168 \text{ kg}$

a) Bir eşyanın Dünya üzerindeki ağırlığı ile B Gezegenindeki ağırlığı arasındaki ilişkiyi belirleyin.

b) Bir eşya Dünya üzerinde 200 kg ağırlığında ise B Gezegenindeki ağırlığını belirleyin.

c) B Gezegenindeki ağırlığı 63 kg ağırlığında olan bir eşyanın Dünya üzerindeki ağırlığı nedir?

d) Dünyadaki ve B Gezegenindeki ağırlıklar arasındaki ilişkiyi koruyacak başka bir eşyaya örnek verin.

Dünyadaki ağırlığı 100 kg olan bir cismin ağırlığı B gezegeninde 37.5 kg'dır.
 $B = \frac{3 \cdot 100}{8} = 37.5 \text{ kg}$
 $\frac{100}{37.5} = \frac{1000}{375} = \frac{8}{3}$

Şekil 4.57. Gül’ün gezegen problemi cevabı

Gül, Gezegen Probleminin (a) şıkkında eşyanın soruda verilen dünya üzerindeki ve B Gezegenindeki ağırlıklarını oranlayarak, oranların hepsinin eşit olması durumunda eşyanın her iki yerdeki ağırlığı arasındaki ilişkiyi belirleyebileceğini söylemiştir. Gül daha sonra Dünya/GezegenB oranını bulabilmek için soruda verilen değerlerin oranını yazmaya başlayarak $\frac{120}{45} = \frac{8}{3} = \frac{16}{6}$ yazmıştır. Gül diğer iki ağırlık bilgisinin kesirli verilmesinden ötürü bu değerleri oranlamadan önce çevirmesi gerektiğini söyleyerek bu iki değeri 10.125 ve 15.75 olarak yazmıştır. Gül daha sonra bu değerlerin $\frac{8}{3}$ oranına eşit olup olmadığını kontrol etmek için dünyadaki ağırlıklarını $3/8$ ile çarparak çıkan sonucun

eşitliğine baktığını söylemiştir. Gül dört oranın da $\frac{8}{3}$ 'e eşit olduğunu söyleyerek iki gezegen arasındaki ağırlık ilişkisinin $B = \frac{3D}{8}$ şeklinde olacağı genellemesine ulaşmıştır.

(a) şıkında Gül'ün hem dünyanın hem de B Gezegeninin ağırlığını kullanarak iki çokluk ile akıl yürütmesi tek çokluktan iki çokluğa geçilmesini içeren Dönüşüm1'in göstergesidir. Gül'ün B Gezegenindeki ağırlığının dünyadaki ağırlığının $\frac{3}{8}$ 'i olduğu şeklindeki akıl yürütmesi bulduğu oranı yorumlayarak bir genellemeye ulaşabildiğinin göstergesidir. Bu da Gül'ün orantısal durumlardaki yapısal ilişkileri tam olarak anlayabilmeye (D3G2) başladığının göstergelerindendir.

Gül, (b) şıkında dünya üzerindeki ağırlığı 200 kilogram olan eşyanın B Gezenindeki ağırlığını bulabilmek için (a) şıkında ulaştığı ağırlık ilişkisini kullanarak $200 \cdot \frac{3}{8}$ ile çarparak Dünya üzerinde 200 kg ağırlığında olan bir eşyanın B Gezegeninde 75 kilogram olduğunu söylemiştir. (c) şıkında ise B gezegenindeki ağırlığı 63 kg olan eşyanın dünya üzerindeki ağırlığını bulmak için katılımcı eşyanın B Gezegenindeki ağırlığı olan $63 \cdot \frac{8}{3}$ ile çarparak eşyanın Dünya üzerindeki ağırlığının 168 kilogram olduğunu söylemiştir.

(b) ve (c) şıklarında Gül'ün ilişkiyi bulabilmek için çarpma işlemi kullanarak çarpımsal akıl yürütmesi toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçilmesini içeren Dönüşüm2'nin göstergesidir. Gül'ün a şıkında ulaştığı genellemeden yola çıkarak (b) ve (c) şıklarında verilen yeni durumlar için çözüme ulaşabilmesi çarpımsal karşılaştırmalarda farklı stratejilerin kullanılmasını içeren Dönüşüm3'ün göstergesidir.

Gül, Dünya'daki ve B gezegenindeki ağırlıklar arasındaki ilişkiyi koruyacak başka bir eşyaya örnek verilmesi istenen sorunun (d) şıkkı için Dünya'daki ağırlığı 100 kg olan bir cismin ağırlığının B Gezegeninde 37.5 kg olduğu örneğini vermiştir. Gül'ün bu cevabı oran setlerinin eşdeğer oranları içerecek şekilde genişletilebileceği düşüncesine sahip olduğunu ve (a) şıkında ulaştığı genellemeyi kullanarak yeni oran setleri oluşturabilmesi Dönüşüm4'ün göstergelerini taşımaya başladığını göstermiştir.

Ders kapsamında yer alan bir diğer problem olan Makarna Sosu Probleminde (EK-5: Makarna Sosu Problemi, Lobato ve Ellis, 2010, s. 72) katılımcıların eşdeğer oranlar ile ilgili anlayışlarını incelenmesinde verilen durumdaki sayıların etkisini de ölçebilmek amacıyla birbirinin katı olmayan ve küsuratlı sayı içeren 37.5 ve 7 gibi iki sayıdan

meydana gelmektedir. Bu problem türü katılımcıların iki çokluğa dikkatlerini çekmesinin yanı sıra birim maliyeti hesaplamaya teşvik ederek eşdeğer oranların oluşturulmasını fark etmeyi kolaylaştırmaktadır.

Makarna Sosu Probleminin çözümü için Şekil 4.58’de Can’ın yanıtına yer verilmiştir.

Makarna Sosu Problemi

Yusuf makarna sosu satmaktadır ve 7 gramlık bir kavanoz için 3 TL, toplam 37.5 gramlık 2 kavanoz için 16 TL almaktadır. 7 gramlık bir kavanoz satın almak 37.5 gramlık 2 kavanoz satın almaktan daha mı iyidir? Nasıl açıklarsınız.

Değildir. Çünkü birincide 48 liraya $16 : 7 = 112$ gram, ikinci de 48 liraya $37,5 : 3 = 112,5$ gram alabiliyoruz. Eşit paraya birincide daha az sos alabildiğimiz için daha pahalıdır.

Şekil 4.58. Can’ın makarna sosu problemi cevabı

Can, soruya 7 gramlık bir kavanoz satın almanın 37.5 gramlık 2 kavanoz satın almaktan daha iyi olmadığını söyleyerek başlamıştır. Araştırmacı tarafından bu akıl yürütmesinin nedeni sorulduğunda Can makarna soslarına ödenen ücretin eşit olması durumunda hangi makarna sosundan daha fazla alınırsa onun daha iyi olacağını söylemiştir.

Can soruda verilen 3 lira ve 16 liranın 48 lirada eşitlenebileceğini söylemiştir. Daha sonra 48 liraya 7 gramlık kavanozlardan 112 gram, 37.5 gramlık kavanozlardan da 112.5 gram alınabildiğini hesaplamıştır. Buradan yola çıkarak eşit miktarda paraya 7 gramlık kavanozlardan daha az miktarda sos alınabildiği için daha pahalı olduğu sonucuna vardığını söyleyerek sorunun çözümünü tamamlamıştır. Can’ın verdiği bu cevap soruyu birim oranı bulma yöntemini kullanarak birimi 48 lira olarak alması ile çarpımsal karşılaştırma yolu ile çözdüğünü ortaya koymaktadır.

Makarna Sosu Probleminin çözümü için Şekil 4.59’da Alp’in yanıtına yer verilmiştir.

Yusuf makarna sosu satmaktadır ve 7 gramlık bir kavanoz için 3 TL, toplam 37.5 gramlık 2 kavanoz için 16 TL almaktadır, 7 gramlık bir kavanoz satın almak 37.5 gramlık 2 kavanoz satın almaktan daha mı iyidir? Nasıl açıklarsınız.

1. Kavanoz

$\frac{3}{7} \rightarrow \frac{TL}{6000}$

11. Kavonoz

$\frac{16}{37.5} \rightarrow \frac{TL}{60m}$

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 942.85} \\ \underline{-90} \\ 42 \\ \underline{-40} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 00 \\ \underline{-00} \\ 00 \\ \underline{-00} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1609 \overline{) 26150} \\ \underline{1500} \\ 01000 \\ \underline{750} \\ 2500 \\ \underline{2250} \\ 0250 \end{array}$$

$\frac{TL}{Gram}$ oranı hangisinde daha azsa bu müşteri için daha kârlı olacaktır.

$$\frac{2}{7} = 0,478 > 0,426 = \frac{16}{37,5}$$

Alp, soruya kavanozlara ödenen ücretin grama oranının hangi seçenek için daha azsa o seçeneğin daha karlı olacağını söyleyerek başlamıştır. Daha sonra bu oranın birinci kavanoz için $\frac{3}{7}$, ikinci kavanoz için $\frac{16}{37.5}$ olduğunu söylemiştir. Bulduğu bu oranların bölüm değerlerini hesaplayan katılımcı bu değeri birinci kavanoz için 0.4285, ikinci kavanoz için 0.426 olarak bulmuştur. Bulduğu bu sonuçtan yola çıkan katılımcı ikinci kavanozu almanın daha karlı olduğunu söyleyerek çözümünün tamamlamıştır. Alp'in bu cevabı verilen durumdaki çoklukları tanıyarak bir oran oluşturabildiğini ve bu oranları kıyaslayabilmek için oranı bölüm olarak yeniden yorumlayabildiğini göstermiştir.

121

Makarna Sosu Problemi

Yusuf makarna sosu satmaktadır ve 7 gramlık bir kavanoz için 3 TL, toplam 37.5 gramlık 2 kavanoz için 16 TL almaktadır. 7 gramlık bir kavanoz satın almak 37.5 gramlık 2 kavanoz satın almaktan daha mı iyidir? Nasıl açıklarsınız.

$$\begin{array}{l} \text{Ücret} \\ \hline \text{Kavanoz} \end{array} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{16} = \frac{160}{375} = \frac{32}{75} \quad \begin{array}{r} 30 \overline{) 3} \\ 28 \quad \underline{2} \\ 20 \\ 14 \end{array} \quad \begin{array}{r} 320 \overline{) 35} \\ 300 \quad \underline{50} \\ 200 \\ 150 \end{array}$$
$$\frac{3}{7} \approx \frac{16}{37.5}$$

Şekil 4.60. Gül'ün makarna sosu problemi cevabı

Gül, soruya verilen durumları 7 gramlık kavanozu 1 ve 37.5 gramlık kavanozu 2 olarak isimlendirerek başlamıştır. Gül daha sonra kavanozlara ödenen ücretin miktara oranının bize kavanozlar arasındaki ücretleri kıyaslama imkânı vereceğini söylemiştir. Bu oranı birinci seçenek için $\frac{3}{7}$, ikinci seçenek için $\frac{16}{37.5}$ olarak yazan Gül, ikinci seçenek için $\frac{16}{37.5} = \frac{160}{375} = \frac{32}{75}$ şeklinde tam sayı hale getirip sadeleştirmiştir. Daha sonra bulduğu iki oran için bölüm değerlerini hesaplayan Gül bu değeri her iki kavanoz için de yaklaşık 0.42 olarak hesapladığını söylemiştir. Bulduğu bu sonuçtan yola çıkan Gül iki seçeneği almanın da yaklaşık olarak eşdeğer olduğunu, bu sebeple her iki seçeneği almanın da aynı olduğunu söyleyerek çözümünü tamamlamıştır.

Gül'ün bu cevabı verilen durumdaki çoklukları tanıyarak bir oran oluşturabildiğini, bu oranları kıyaslayabilmek için oranı bölüm olarak yeniden yorumlayarak denk oranları tanıyabildiğini göstermiştir.

Makarna Sosu Probleminin çözümü için Şekil 4.61'de Ece'nin yanıtına yer verilmiştir.

Makarna Sosu Problemi

Yusuf makarna sosu satmaktadır ve 7 gramlık bir kavanoz için 3 TL, toplam 37.5 gramlık 2 kavanoz için 16 TL almaktadır. 7 gramlık bir kavanoz satın almak 37.5 gramlık 2 kavanoz satın almaktan daha mı iyidir? Nasıl açıklarsınız.

$$\begin{array}{l} \text{miktar} \\ \hline \text{fiyat} \end{array} \quad \frac{7}{3} = \frac{224}{96} \quad \frac{37.5}{16} = \frac{225}{96}$$

Şekil 4.61. Ece'nin makarna sosu problemi cevabı

Ece, soruya verilen durumdaki seçeneklerin miktarının fiyatına oranlanması ile aynı miktarda makarna sosunun ne kadara alınabildiğinin kıyaslanabileceğini söyleyerek başlamıştır. Ece miktar/fiyat oranını birinci seçenek için $\frac{7}{3}$ ikinci seçenek için de $\frac{7}{3} = \frac{37.5}{16}$ olarak yazarak birinci oranı 32 ile ikinci oranı ise 6 ile çarparsa oranların paydalarının eşitleneceğini söylemiştir. Oranların son halinin $\frac{7}{3} = \frac{224}{96}$ ve $\frac{37.7}{16} = \frac{225}{96}$ olduğunu söyleyen Ece buradan yola çıkarak eşit fiyata daha fazla miktarda makarna sosu alınabildiği için ikinci seçeneği almanın daha iyi olduğunu söyleyerek sorunun çözümünü tamamlamıştır.

Ece'nin bu cevabı verilen durumdaki çoklukları tanıyarak bir oran oluşturabildiğini, bu oranları kıyaslayabilmek için oranı denk oranlar olarak yeniden yorumlayarak kıyaslama yapabildiğini göstermiştir.

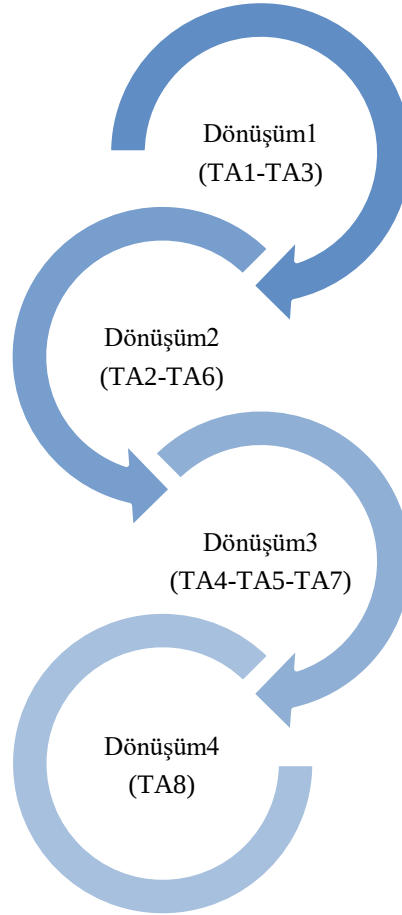
Bu problem ile Seans4 tamamlanarak seansın genel değerlendirmesine geçilmiştir. Yapılan değerlendirmede katılımcıların sadece birbirinin katı olan değerlerde değil tüm durumlarda eşdeğer oranı bulabildiği ve sonsuz sayıda eşdeğer oran kümesi oluşturabilecek şekilde genellemeye ulaşabildikleri gözlenmiştir. Bu da katılımcıların birleşik birimlerin tekrarlanmasından sonsuz sayıda eşdeğer oran oluşturabilmeye geçiş yapabildiğini göstermiştir.

Katılımcılar seans içerisinde verilen problem durumlarında ulaştıkları genellemeleri farklı durumlarda kullanabilmiş, çarpımsal karşılaştırma yolu ile çokluklar arasındaki dönüşümleri yapabilmişlerdir. Bu da katılımcıların Dönüşüm2 ve Dönüşüm3'e ait göstergeleri taşıdıklarını ortaya koymuştur. Örneğin katılımcıların Gezegen Probleminde gezegenler arasında ağırlıklar arasındaki ilişkiyi koruyacak örnekler verebilmesi, katılımcıların oran setlerinin eşdeğer oranları içerecek şekilde genişletilebileceği düşüncesine sahip olarak Dönüşüm4'ün göstergelerini taşımaya başladığını göstermiştir. Makarna Sosu Probleminde ise katılımcıların verilen durumdaki çoklukları tanıyarak bir oran oluşturabildiği, bu oranları kıyaslayabilmek için oranı bölüm olarak yeniden yorumlayarak denk oranları tanıyabildiği tespit edilmiştir.

Seans 4 sonunda katılımcıların; değişkenleri kullanarak oran oluşturabildiği ve içler dışlar çarpımı veya denk kesirleri kullanarak çözebildiği (D3G1) ve orantısal durumlardaki yapısal ilişkileri anlayabildiği (D3G2) görüldüğünden katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri Düzey 1 olarak değerlendirilmiştir.

4.2.5. Değerlendirme

Bu seansta katılımcıların orantısal akıl yürütme becerilerinin genel bir değerlendirilmesinin yapılması hedeflenmektedir. Seans5'in Dönüşüm ve Temel Anlayışlar bazında içeriğine Şekil 4.62'de yer verilmiştir.



Şekil 4.62. Seans 5'in içeriği

Seans kapsamında yer alan Tablo Problemi 1 ve Tablo Problemi 2 (EK-5: Tablo Problemleri, TIMSS, 1999, s. 40) için Ece'nin yanıtına aşağıda Şekil 4.63 ve Şekil 4.64'te yer verilmiştir.

Tablo Problemi 1

Aşağıdaki tablo, birbiriyle orantılı olan x ve y değerleri gösterilmektedir.

X	3	6	P = 15
Y	7	Q = 14	35

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{Q}$$
$$Q = 14$$

Şekil 4.63. Ece'nin tablo problemi 1 cevabı

Ece, Tablo Problemi 1’de verilen durumlardaki çoklukların birbiri ile orantılı olduğunu söyleyerek istenen değerlerden ilki olan Q değerini içler dışlar çarpımı stratejisini kullanarak 14 olarak hesaplamıştır. Ece x ve y değişkenleri birbiri ile orantılı olduğu için $\frac{x}{y}$ oranının korunması gerektiğini söyleyerek P değerini bulmak için y değeri 7’den 35’e 5 katına çıktıysa x değeri de 3’ün 5 katı 15 olmalıdır akıl yürütmesini kullanarak soruyu çözmüştür.

Tablo Problemi 2

Aşağıdaki tablo, birbiriyle orantılı olan a ve b değerlerini göstermektedir.

a	4	12	X = 16
b	9	Y = 27	36

Şekil 4.64. Ece’nin tablo problemleri cevabı

Tablo Problemi 2’de de benzer bir akıl yürütme kullanan Ece, a değeri 4’ten 12’ye 3 katına çıktığı için b değeri de 3 katına çıkarak 27 olur şeklinde bir yorum yaparak y değerini b değerinin 9’dan 36’ya 4 katına çıkmasından yola çıkarak da x değerini a’nın 4 katı 16 olarak hesapladığını söylemiştir.

Tablo Problemlerinin çözümü için Şekil 4.65’te Alp’in yanıtına yer verilmiştir.

Tablo Problemi 1

Aşağıdaki tablo, birbiriyle orantılı olan x ve y değerleri gösterilmektedir.

X	3	6	P
Y	7	Q	35

X ve Y birbiriyle orantılıysa $\frac{x}{y}$ her zaman $\frac{3}{7}$ çıkmalı. O yüzden Q = 14 ve P = 15’ tir.

Tablo Problemi 2

Aşağıdaki tablo, birbiriyle orantılı olan a ve b değerlerini göstermektedir.

a	4	12	X
b	9	Y	36

$\frac{a}{b}$ oranı her zaman $\frac{4}{9}$ olacağı için $\frac{12}{y}$ ve $\frac{x}{36}$ da $\frac{4}{9}$ olmalı. O yüzden Y = 27 ve X = 16 olur.

Şekil 4.65. Alp’in tablo problemleri cevabı

Alp'in cevabı da Ece ile benzer şekilde çoklukların birbiri ile orantılı olmasından ötürü çoklukların oranının sabit olması gerektiğine dayanmaktadır.

Tablo Problemlerinde katılımcıların tümünün soruya benzer bir çözümle yaklaşması katılımcıların soruda yer alan çoklukları tanıyarak tek çokluktan iki çokluğa geçilmesini amaçlayan Dönüşüm1'in göstergelerini taşıdığını göstermiştir. Katılımcıların $\frac{x}{y}$ ya da $\frac{a}{b}$ oranının her zaman aynı olması gerektiğini ifade etmeleri ise orandaki bir çokluğun belirli bir sayı ile çarpılır veya bölünürse, orantılı ilişkiyi sürdürmek için diğer çokluğun da aynı sayı ile çarpılması veya bölünmesi (Temel Anlayış 7) gerekliliğini kavradıklarını ortaya koymaktadır. Katılımcıların oranın yeni değerini hesaplamak için toplama işlemi değil çarpma işlemi kullanması da toplamsal karşılaştırmadan çarpımsal karşılaştırmaya geçilmesini amaçlayan Dönüşüm2'nin göstergelerindendir.

Seans kapsamında yer alan uygulama aktivitelerinden diğeri olan Resim Büyütme Probleminin (EK-5: Resim Büyütme Problemi, Miller ve Fey, 2000, s. 311) çözümü için Şekil 4.66'da Gül'ün yanıtına yer verilmiştir.

Resim Büyütme Problemi

Ahsen fotoğraf makinesi ile fotoğraf çekip yazıcısından çıkartmaktadır. Yazıcının fotoğrafın boyutlarını değiştirmeye yarayan bir fonksiyonu bulunmaktadır. Ahsen'in fotoğraf makinesinde 2 cm genişliğinde ve 2.4 cm uzunluğunda bir resim vardır.

- a) Ahsen resmi 5 cm genişliğinde büyütme istiyorsa uzunluk ne kadar olmalıdır?
- b) Ahsen resmi 7,2 cm uzunluğunda olacak şekilde büyütme istiyorsa genişlik ne kadar olmalıdır?

Alt Soru: Eğer Ahsen bu fotoğrafı makineye koyup büyütür ve sonra tekrar aynı miktarda büyütürse fotoğrafın boyutu nasıl değişir?

a) $\frac{2}{2.4} = \frac{5}{x}$ $2 \cdot x = 5 \cdot \frac{2.4}{10}$
 $x = 6$

b) $\frac{2}{2.4} = \frac{x}{7.2}$ $2 \cdot \frac{7.2}{10} = \frac{2.4}{10} \cdot x$
 $x = 6$

Şekil 4.66. Gül'ün resim büyütme problemi cevabı

Gül, Resim Büyütme Probleminin (a) şikkında resmin başlangıçtaki haline ait bir dikdörtgen şekli çizip şeklin kısa kenarına 2 ve uzun kenarına 2.4 yazarak başlamıştır.

Daha sonra resmin büyütölmüş haline ait dikdörtgen şeklini çizerek ikinci şeklin kısa kenarına 5 yazdıktan sonra uzun kenar bilinmeyen olduğu için bu kenara x dediğini söylemiştir. Çizdiği her iki dikdörtgenin aynı şekil olmasından ötürü kenarların oranının sabit olması gerektiğini söyleyen katılımcı $\frac{2}{2.4} = \frac{5}{x}$ oranlarının birbirine eşit olması gerektiğini söyleyerek x'i 6 olarak hesaplamıştır. Sorunun b şıkkı için de benzer şekilde bir hesaplama yapan katılımcı uzun kenarın 7.2 olması durumunda kısa kenarın 6 olması gerektiğini sonucuna vararak sorunun çözümünü tamamlamıştır.

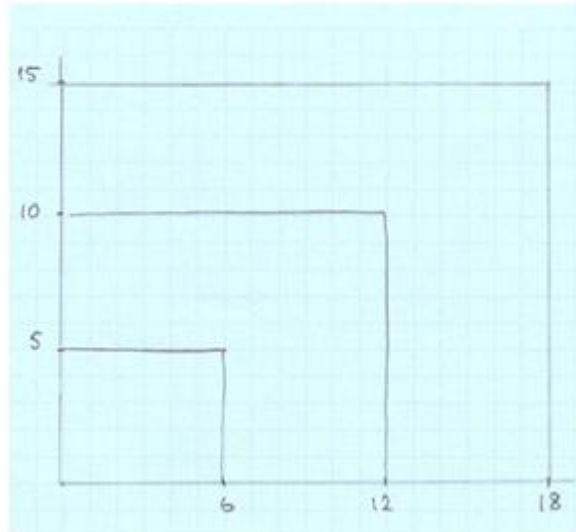
Göl'ün Resim Büyütme Probleminde yer alan alt sorunun cevabı için yaptığı çözüme Şekil 4.67'de yer verilmiştir.

Resim Büyütme Problemi

Ahsen fotoğraf makinesi ile fotoğraf çekip yazıcısından çıkartmaktadır. Yazıcının fotoğrafın boyutlarını değiştirmeye yarayan bir fonksiyonu bulunmaktadır. Ahsen'in fotoğraf makinesinde 2 cm genişliğinde ve 2.4 cm uzunluğunda bir resim vardır.

- Ahsen resmi 5 cm genişliğinde büyötmek istiyorsa uzunluk ne kadar olmalıdır?
- Ahsen resmi 7,2 cm uzunluğunda olacak şekilde büyötmek istiyorsa genişlik ne kadar olmalıdır?

Alt Soru: Eğer Ahsen bu fotoğrafı makineye koyup büyötür ve sonra tekrar aynı miktarda büyötürse fotoğrafın boyutu nasıl değişir?



Şekil 4.67. Gül'ün resim büyütme problemi gösterimi

Göl, gösteriminde sorunun (a) şıkkında hesapladığı kenar uzunluğu değerleri olan kısa kenarın 5 uzun kenarın 6 olan şeklin fotoğraf makinesinde aynı miktarda büyöölmesi durumunda kısa kenarın 10 uzun kenarın 12 olacağını, sonra tekrar aynı miktarda büyöölüldüğünde ise kısa kenarın 15 uzun kenarın 18 olacağını söylemiştir. Araştırmacı tarafından Göl'den çizdiği şekli yorumlaması istendiğinde Göl şeklin her büyöölmede boyunun ilk boyu kadar, eninin de ilk eni kadar arttığını söylemiştir. Göl'ün

bu cevabı şekli büyütürken en boy oranının korunması gerektiğini tanıyabildiğini göstermiştir. Gül'ün bu cevabı aynı zamanda Dönüşüm1'e uygun şekilde verilen durumdaki çoklukları tanıyarak işlem yapabildiğini göstermiştir.

Oranın duruma bağlı olarak değiştiği durumlara odaklanan Pizza Probleminin (EK-5: Pizza Problemi, Peled, 2007, s. 2143) çözümü için Şekil 4.68'de Can'ın yanıtına yer verilmiştir.

Pizza Problemi

Duygu bir partiye katıldığında 3 pizzanın 7 kişiye servis edileceği bir masada ya da 9 kişiye 4 pizzanın servis edileceği bir masada oturabilir. Duygu'nun en fazla pizzayı alabilmek için nerede oturması gerekir? Sebeplerini açıklayınız.

ilk masada bir kişiye $\frac{3}{7} = \frac{27}{63}$ pizza düşer. ikincide
bir kişiye $\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$ pizza düşer. ikinci masada kişi
başına düşen pizza miktarı fazla olduğu için oraya
oturması gerekir.

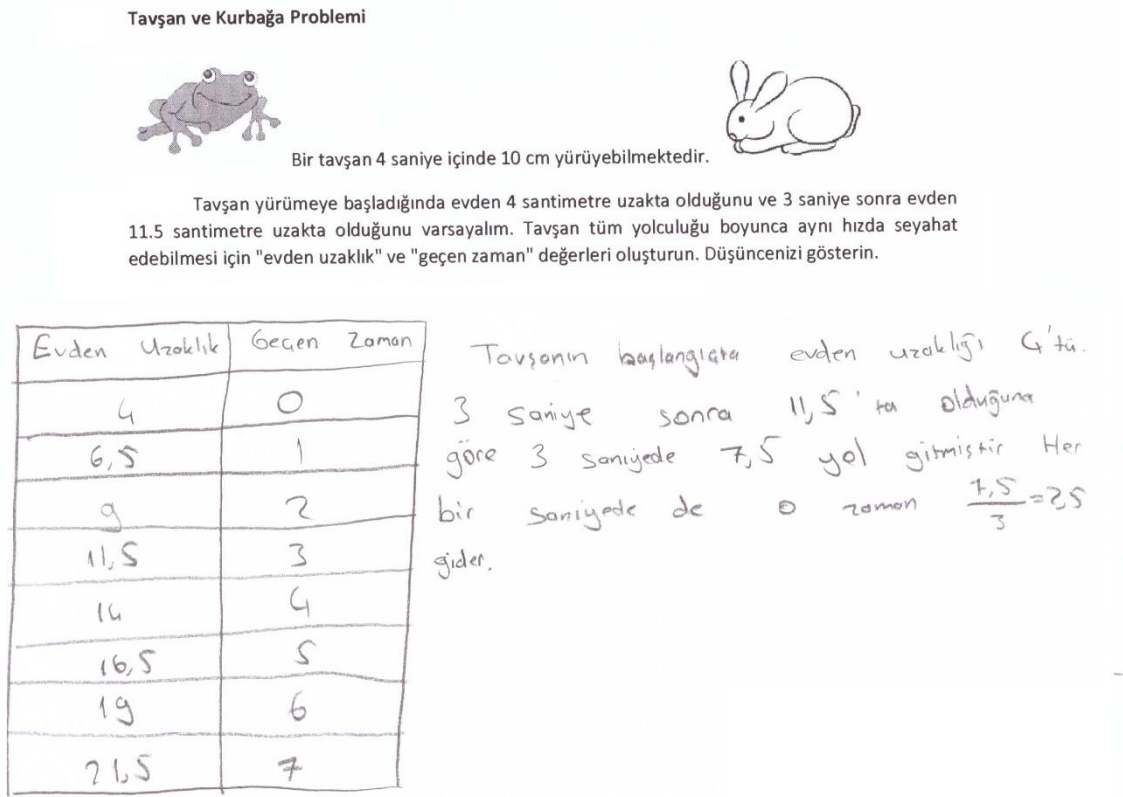
Şekil 4.68. Can'ın pizza problemi cevabı

Can, Pizza Probleminin çözümüne masalarda kişi başına düşen pizza miktarını hesaplaması gerektiğini söyleyerek başlamıştır. Can ilk masada bir kişiye $\frac{3}{7}$ pizza düştüğünü, ikinci masada ise bir kişiye $\frac{4}{9}$ pizza düştüğünü hesaplamıştır. Can daha sonra bulduğu oranların paydalarını eşitleyerek bu oranları kıyaslayabileceğini söylemiştir. Paydaları 63'te eşitleyen katılımcı kişi başına düşen pizza miktarının ilk masada $\frac{27}{63}$, ikinci masada ise $\frac{28}{63}$ pizza olduğunu söylemiştir. Can son olarak hesapladığı oran değerlerinden daha büyük olan masada daha fazla pizza alacağı için Duygu'nun ikinci masaya oturması gerektiğini söyleyerek sorunun çözümünü tamamlamıştır.

Can'ın kişi başına düşen pizza miktarını hesaplayarak sorunun çözümüne denk oran stratejisini kullanarak ulaşması, katılımcının çarpımsal karşılaştırmalarda farklı stratejilerin kullanılmasını içeren Dönüşüm3 ile ulaşmak istenen anlayışa sahip olduğunu göstermiştir.

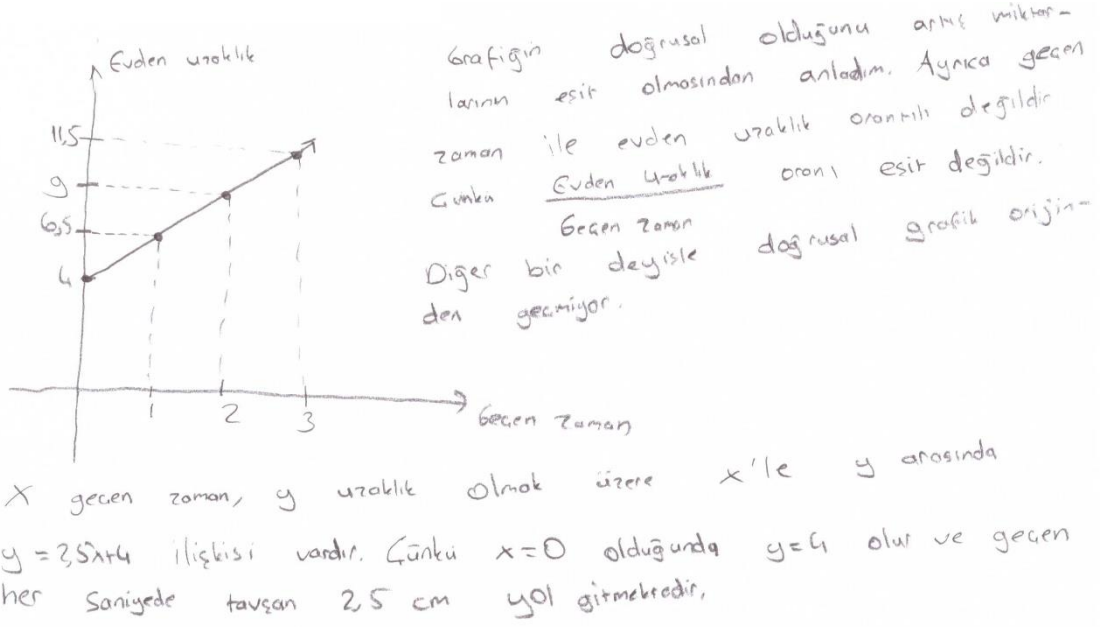
Katılımcılara verilen durumun orantısal olup olmadığını anlamaları, problemi değişik temsillerle ifade edebilmeleri (tablo, grafik) ve çokluklar arasındaki oranın

sabitliğini ne ölçüde fark edebildiklerini incelemek amacıyla sorulan Tavşan ve Kurbağa Probleminin çözümü için Şekil 4.69'da Alp'in yanıtına yer verilmiştir.



Şekil 4.69. Alp'in tavşan ve kurbağa problemi cevabı-1

Alp, Tavşan Problemine tavşanın son durumdaki evden uzaklığı olan 11.5 değerinden başlangıçta evden uzaklığı olan 4 değerinin çıkarılması ile elde edilen 7.5 değerinin geçen zaman olan 3'e bölünmesi ile tavşanın bir saniyede gittiği yolun 2.5 olarak hesaplanabileceğini söyleyerek başlamıştır. Tavşanın sıfırdan 4 cm'de olduğunu ve bundan sonraki her saniye için 2.5 cm ekleme yapılması gerektiğini söyleyen katılımcı bu şekilde tavşanın evden uzaklığı ve geçen zamana ilişkin bir tablo ve grafik oluşturulabileceğini söyleyerek Şekil 4.70'teki grafiği oluşturmuştur.



Şekil 4.70. Alp'in tavşan ve kurbağa problemi cevabı-2

Alp, evden uzaklık ile geçen zaman arasındaki ilişkiye dair çizdiği grafiğin doğrusal olmasını artış miktarlarının eşit olması ile ilişkilendirmiştir. Geçen zaman ve evden uzaklık arasındaki ilişkiye ait denklemi $y = 2.5x + 4$ şeklinde yazan Alp başlangıçta geçen zaman $x = 0$ olduğundan evden uzaklığın $y = 4$ olacağını, geçen her saniyede de tavşanın 2.5 cm yol gideceğini söyleyerek sorunun çözümünü tamamlamıştır.

Alp, Seans2'de yer alan Koşu Probleminde koşucular arasındaki farkın sabit bir değer olduğunu fark etmesine rağmen problemdeki çokluklar arasındaki ilişki $f(x) = ax + b$ fonksiyonu ile gösterememiştir. Alp'in Tavşan Problemine verdiği cevap ise çokluklar arasındaki ilişkiyi $y = 2.5x + 4$ fonksiyonu olarak yazabildiğini ve y ile x değişkenleri arasındaki ilişkinin orantılı olmadığını fark edebildiğini ortaya koymuştur.

Seans5 kapsamında yer alan problem durumlarından bir diğeri olan Milli Park (EK-5: Milli Park Problemi, Smith vd., 2003, s. 42) Probleminin çözümü için Şekil 4.71'de Can'ın yanıtına yer verilmiştir.

Milli Park Problemi

Bir milli parkta park yerine giriş ücreti, araçtaki her kişi için 1 TL, araç park etme ücreti 3 TL'dir.

a) Araçtaki kişi sayısına göre alınan ücretin ne kadar olacağını gösteren aşağıdaki tabloyu tamamlayın. Tabloyu nasıl doldurduğunuzu açıklayın.

b) Rasgele sayıda kişi için toplam maliyeti belirlemeye yardımcı olacak bir kural yazın.

Kişi Sayısı	Ücret
1	4
2	5
3	6
4	7
5	8
6	9
7	10
8	11
9	12
10	13

Parka giren her araçtan kişi 3 lira alınacak ve kişi sayısı x 1 lira da üzerine eklenecektir.

Şekil 4.71. Can'ın milli park problemi cevabı

Can, Milli Park Problemine araç park etme ücreti 3 lira olduğu için parka giren her araçtan 3 lira alınacağını ve araçtaki kişi sayısı kadar 1 liranın da bu rakamın üzerine ekleneceğini söyleyerek başlamıştır. Can daha sonra Şekil 4.72'de yer verilen kişi sayısı, kişilere ödenecek ücret ve toplam ücret arasındaki ilişkiyi tanımladığı tabloyu oluşturmuştur.

Milli Park Problemi

Bir milli parkta park yerine giriş ücreti, araçtaki her kişi için 1 TL, araç park etme ücreti 3 TL'dir.

a) Araçtaki kişi sayısına göre alınan ücretin ne kadar olacağını gösteren aşağıdaki tabloyu tamamlayın. Tabloyu nasıl doldurduğunuzu açıklayın.

b) Rasgele sayıda kişi için toplam ücreti belirlemeye yardımcı olacak bir kural yazın.

Kişi Sayısı	Ücret
1	4
2	5
3	6
4	7
5	8
6	9
7	10
8	11
9	12
10	13

Parka giren her araçtan kişi 3 lira alınacak ve kişi sayısı x 1 lira da üzerine eklenecektir.

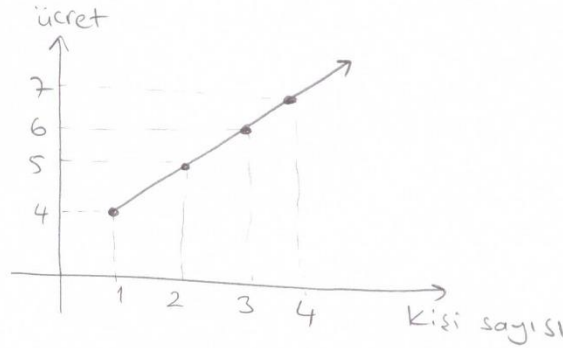
Kişi Sayısı	1	2	3	4
Kişilere ödenecek ücret	1	2	3	4
Toplam ücret	4	5	6	7

Şekil 4.72. Can'ın milli park problemi cevabındaki değişim

Can, kişi sayısı 1 olduğunda bir kişiye ödenecek ücretin 1 lira olacağını ve araç park etme  creti olan 3 liranın da üzerine eklenmesi ile toplam ücretin 4 lira olacağını söylemiştir. Kişi sayısı 2 olduğunda kişilere ödenecek ücretin 2 lira olacağını, 3 olduğunda ise 3 lira olacağını ve bu şekilde kişilere ödenecek ücretin kişi sayısı ile eşit olarak artacağını söylemiştir. Can bu şekilde soruda tamamlanması istenen kişi sayısı ücret tablosunu doldurmuştur.

Can, toplam ücret ile kişi sayısı arasındaki ilişkinin ise orantısal olmadığını söylemiştir. Araştırmacı tarafından ilişkinin neden orantısal olmadığı sorusuna Can araç park etme  creti olarak sabit 3 lira alınması sebebiyle kişi sayısı ile toplam ücret arasında orantısal bir durum olmadığı cevabını vermiştir. Can daha sonra Milli Park Probleminin (b) seçeneğinin  z m  için şekil 4.73'te yer verilen gösterimi oluşturmuştur.

y toplam ödenecek ücret ve x kişi sayısı olmak üzere $y=x+3$ şeklinde gösterilebilir. 3 lira kesin alınacaksa ve her kişi için 1 ile alınıyorsa $x.1+3$ şeklinde olması gerekir ve bunu da toplam ücrete eşitleriz.



şekil 4.73. Can'ın milli park problemi cevabı

Can rastgele sayıda kişi için toplam  creti belirlemeye yardımcı olacak kuralı x kişi sayısı y de alınan ücret olmak üzere $y=x+3$ şeklinde tanımlamış ve ücret ile kişi sayısı arasındaki grafiği oluşturmuştur. Katılımcının bu cevabı orantısal durumları tanıyabildiğini ortaya koymaktadır.

Katılımcıların toplamsal durumlar ile çarpımsal durumları ayırt edebilme becerisinin incelenmesi amacıyla hazırlanan bir diğer problem durumu olan Yaş Probleminin (EK-5: Yaş Problemi, Tunç, 2016, s. 290)  z m  için şekil 4.74'te Ece'nin yanıtına yer verilmiştir.

Yaş Problemi

Asuman 12 yaşında, abisi 15 yaşındadır. Asuman şimdiki yaşının iki katı yaşına gelince abisi kaç yaşında olur?

$$\begin{array}{rcl} \text{Abi} & = & \text{Asuman} + 3 \\ 15 & & 12 \\ 27 & & 24 \end{array}$$

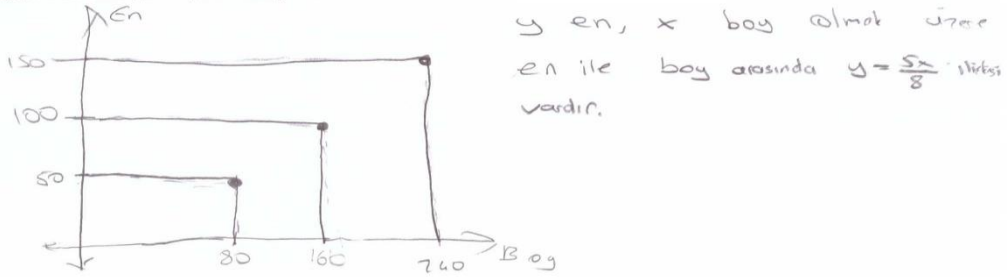
Şekil 4.74. Ece'nin yaş problemi cevabı

Ece, Yaş Problemine Asuman'ın abisinden 3 yaş küçük olmasından ötürü abinin yaşının Asuman'ın yaşına 3 eklenmesine eşit olduğunu yazarak başlamıştır. Ece daha sonra Asuman'ın şimdiki yaşı olan 12'nin iki katı yaşına geldiğinde 24 yaşında olacağını ve abisinin de Asuman'ın yaşından 3 fazla olmasından ötürü 27 yaşında olacağını söyleyerek sorunun çözümünü tamamlamıştır. Ece'ye çözümünü tamamlamasının ardından araştırmacı tarafından verilen durumun orantısal olup olmadığı sorusu yöneltilmiştir. Ece bu soruya abi kardeşin aralarında hep sabit 3 yaş olmasından ötürü verilen durumun orantısal olmadığı şeklinde cevap vermiştir. Ece bu soruda kardeşin yaşının iki katına çıkmasından ötürü abinin yaşının da iki katına çıkarak 30 olabileceği kavram yanlışlığını yaşamamış, verilen durumun orantısal olmadığını fark edebilmiştir.

Seans kapsamında yer alan uygulama aktivitelerinden Bahçe Probleminin (EK-5: Bahçe Problemi) çözümü için Şekil 4.75'te Alp'in yanıtına yer verilmiştir.

Bahçe Problemi

Eni 50 cm, boyu 80 cm olan dikdörtgen bir bahçenin kenarlarını en-boy oranını değiştirmeden büyüten şekli nasıl çizebilirsiniz.



Şekil 4.75. Alp'in bahçe problemi cevabı

Alp, Bahçe Problemine en ve boy oranı değişmeden bahçeyi büyütebilmek için en ve boy oranının sabit olması gerektiğini söyleyerek başlamıştır. Alp daha sonra boy değeri ilk boy değeri kadar artarsa en değeri de ilk en değeri kadar artar diyerek en ve boy oranı arasında $\text{en} = \text{boy} \times \frac{5}{8}$ ilişkisi olduğunu söylemiştir. Alp son olarak en boy oranını değiştirmeden boyun 5 katının 8'e bölümü en değerine eşit olacak şekilde bir çizim yaparak soruyu tamamlamıştır. Alp'in bu cevabı verilen durumdaki çoklukları tanıyarak

Dönüşüm1'e ve çokluklar arasındaki ilişkinin orantılı olmasını fark etmesi ile Dönüşüm2'ye uygun bir anlayış sergilediğini göstermiştir.

Seans kapsamında yer alan problem durumlarından Pasta Probleminin (EK-5: Pasta Problemi, Tunç, 2016, s. 293) çözümü için Şekil 4.76'da Ece'nin yanıtına yer verilmiştir.

Pasta Problemi

Kardelen öğretmen bir matematik öğretmenidir ve iki tane sınıfın dersine girmektedir. Dersine girdiği sınıflardaki öğrencilerin hepsine eşit şekilde paylaşmak üzere küçük pastalar alıp sürpriz yapmak istemektedir. Eğer bir sınıfındaki 16 öğrenci için 20 tane pasta almışsa diğer sınıfındaki 36 öğrenci için kaç tane pasta alması gerekir?

Ö	16	4	36
P	20	5	45

Şekil 4.76. Ece'nin pasta problemi cevabı

Ece, Pasta Problemine katılımcı sayısının pasta sayısına oranını hesaplayarak yeni durumda alınması gereken pasta sayısını hesaplayabileceğini söylemiştir. Ece daha sonra bu değerlere ilişkin bir oran tablosu hazırlayarak öğrenci sayısının pasta sayısına oranının $\frac{4}{5}$ olması gerektiğini söyleyerek yeni durumdaki öğrenci sayısı olan 36'ya ulaşabilmek için orandaki çoklukları 9 ile çarparak Kardelen öğretmenin 45 pasta alması gerektiği sonucuna vararak sorunun çözümünü tamamlamıştır.

Ece'nin bu çözümü verilen durumdaki çoklukları tanıyarak Dönüşüm1, çokluklar arasındaki ilişkinin çarpımsal olduğunu tanıyarak Dönüşüm2'ye uygun bir anlayış sergilediğini göstermiştir. Ece'nin çarpımsal karşılaştırmada oran tablosu kullanımını kullanması da Dönüşüm3'ün göstergeleri arasındadır.

Seans kapsamında yer alan problem durumlarından Kuş Probleminin (EK-5: Kuş Problemi, Çıkla ve Duatepe, 2002, s. 36) çözümü için Şekil 4.77'de Can'ın yanıtına yer verilmiştir.

Kuş Problemi

Selen ve Yiğit birlikte tatile gitmişlerdir. Dönüşte Selen ve Yiğit bazı kuş sesleri duymuşlardır. Eve döndüklerinde konuyla ilgili bir yetkili ile konuştuklarında, bulundukları ilde 1000 tane A kuşu, yazın tatil için gittikleri ilde ise 1500 tane aynı kuştan olduğunu öğreniyorlar. Bulundukları il 2500 metrekare ve tatil yaptıkları il 3000 metrekare olduğuna göre, acaba hangi ilde A kuşu görmeleri daha olasıdır?

Tatil yaptıkları ilde 2 metrekareye 1 kuş düşerken yaşadıkları ilde 2,5 metrekareye 1 kuş düşer. Yani tatil yaptıkları ilde görmek daha olasıdır.

Şekil 4.77. Can'ın kuş problemi cevabı

Can, Kuş Problemine metrekarenin kuş sayısına oranını bularak iki şehir arasında karşılaştırma yapılabileceğini söyleyerek başlamıştır. Ardından Can tatil yapılan il için 3000'i 1500'e bölersek 2 metrekareye 1 kuş düşer dedikten sonra yaşadıkları il için 2500'ü 1000'e bölersek 2.5 metrekareye 1 kuş düşer demiştir. Can daha sonra tatil yapılan ilde 1 kuşu görmek için daha küçük bir bölgeye ihtiyaç duyulmasından ötürü tatil yapılan ilde kuş görme olasılığının daha yüksek olduğunu söyleyerek sorunun çözümünü tamamlamıştır.

Kuş Probleminin çözümü için Şekil 4.78'de Gül'ün yanıtına yer verilmiştir.

Kuş Problemi

Selen ve Yiğit birlikte tatile gitmişlerdir. Dönüşte Selen ve Yiğit bazı kuş sesleri duymuşlardır. Eve döndüklerinde konuyla ilgili bir yetkili ile konuştuklarında, bulundukları ilde 1000 tane A kuşu, yazın tatil için gittikleri ilde ise 1500 tane aynı kuştan olduğunu öğreniyorlar. Bulundukları il 2500 metrekare ve tatil yaptıkları il 3000 metrekare olduğuna göre, acaba hangi ilde A kuşu görmeleri daha olasıdır?

$$\text{Bulundukları ilde } 1 \text{ metrekareye } \frac{1000}{2500} = 0.4 \text{ kuş düşerken}$$

$$\text{Tatil yaptıkları ilde } 1 \text{ metrekareye } \frac{1500}{3000} = 0.5 \text{ kuş düşer}$$

Bu nedene tatil yaptıkları ilde kuşu görmeleri daha olasıdır.

Şekil 4.78. Gül'ün kuş problemi cevabı

Gül, Kuş Problemine Selen ve Yiğit'in bulundukları şehirde 1 metrekareye düşen kuş miktarını kuş sayısının metrekareye oranı şeklinde hesaplanabileceğini söyleyerek bu oranı $\frac{1000}{2500}$ olarak yazmasının ardından oranı bölüm şeklinde yorumlayarak 0.4 olarak bulduğunu söylemiştir. Gül daha sonra aynı işlemi tatil yaptıkları il için tekrarlayarak 1

metrekareye düşen kuş miktarını $\frac{1500}{3000}$ olarak yazmasının ardından yine oranı bölüm şeklinde yorumlayarak 0.5 olarak bulmuştur. Gül bulduğu iki değeri kıyaslayarak tatil yapılan ilde bir metrekareye düşen kuş sayısının daha fazla olmasından ötürü Selin ve Yiğit'in tatil yapılan ilde kuş görme olasılıklarının daha yüksek olduğu sonucuna vararak sorunun çözümünü tamamlamıştır.

Kuş Probleminde katılımcıların aralarında ilişki bulunan iki çokluk olan il ve kuş sayılarını karşılaştırabilme becerileri incelenmiştir. Katılımcıların aralarında ilişki olan iki farklı miktarın karşılaştırılmasının beklendiği kuş probleminde Can kıyaslama yaparken kuş sayısını sabitleyerek soruyu çözerken, Gül ise kıyaslama yaparken yüzölçümünü sabitleyerek soruyu çözmüştür.

Seans kapsamında yer alan uygulama aktivitelerinden Musluk Probleminin (EK-5: Musluk Problemi, Lobato ve Ellis 2010, s.46) çözümü için Şekil 4.79'da Gül'ün yanıtına yer verilmiştir.

Musluk Problemi

Damlayan musluğun altına bir kap koyduğumuzu düşünelim. Kap başlangıçta 6 gramdır. 8 dakika sonra kap 10 gram olmuştur. 17 dakika sonra kap kaç gr olacaktır?

$$\begin{array}{l}
 \text{Kabin ağırlığı} \rightarrow y \\
 \text{Geçen zaman} \rightarrow x \quad \text{olarak kabul edelim} \\
 \\
 y = ax + b \\
 \begin{array}{ccc}
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 \text{Kap} & \text{Süre} & \text{başlangıçtaki} \\
 \text{ağırlığı} & & \text{kap ağırlığı}
 \end{array} \\
 10 = 8 \cdot a + 6 \\
 a = \frac{1}{2} \\
 \\
 y = \frac{1}{2}x + 6 \text{ olur.} \\
 \\
 x = 17 \text{ olduğu durumda ; } y = \frac{1}{2} \cdot 17 + 6 \rightarrow y = 14.5 \text{ gr olur}
 \end{array}$$

Şekil 4.79. Gül'ün musluk problemi cevabı

Gül, Musluk Problemine kabin ağırlığını y ve geçen zamanı ise x olarak kabul ettiğini söyleyerek başlamıştır. Gül daha sonra kabin başlangıçtaki ağırlığı sebebiyle kap ağırlığı ile sürenin orantılı olmadığını söyleyerek kap ağırlığı için $y=ax+b$ eşitliğini yazmıştır. Soruda verilen bilgileri yazdığı eşitlikte yerine koyan katılımcı a değerini $\frac{1}{2}$ olarak hesaplamıştır. Gül son olarak kabin 17 dakika sonra kabin ağırlığını 14.5 olarak

hesaplayarak sorunun çözümünü tamamlamıştır. Gül'ün bu cevabı verilen durumdaki çoklukları tanıyabildiğini, çokluklar arasındaki ilişkinin orantısal olmadığını fark edebildiğini ortaya koymaktadır.

Seans kapsamında yer alan uygulama aktivitelerinden Boya Probleminin (EK-5: Boya Problemi) çözümü için Şekil 4.80'de Alp'in yanıtına yer verilmiştir.

Boya Problemi

Boya ustası Ahmet Bey, mavinin farklı tonlarını elde etmek için beyaz ve mavi renkteki boyaları tablodaki oranlara göre karıştırmaktadır.

	Beyaz	Mavi
Açık Mavi	800 gr.	200 gr.
Gökyüzü Mavisi	600 gr.	200 gr.
Koyu MAVİ	500 gr.	200 gr.

Hazırladığı bir miktar açık mavi boyayla işi bittikten sonra elinde 900 gram boya artmıştır.

Ahmet Bey boyamaya koyu mavi renkle devam edeceğinden elinde kalan açık mavi boyayı koyu maviye çevirmeye karar verir.

Bu işlem için elindeki 900 gram açık mavi boyaya kaç gram mavi boya eklemelidir?

$\frac{\text{Beyaz}}{\text{Boya}}$ oranı $\frac{4}{5}$ ise ve elde ettiğimiz boya 900 ise oran $\frac{4}{5} = \frac{720}{900}$ şeklinde olur. Yani 720 gr beyaz ve 180 gr mavi vardır. Koyu mavi elde etmek içinse $\frac{\text{Beyaz}}{\text{Mavi}}$ oranı $\frac{5}{2}$ olacağına bu durumda da $\frac{5}{2} = \frac{720}{180+x}$ orantısında x değerini bulalım yaparsak $900+x=1440$ olduğu için $5x=540$ $x=108$ eklenmesi mavi boya miktarı 108 gramdır.

Şekil 4.80. Alp'in boya problemi cevabı

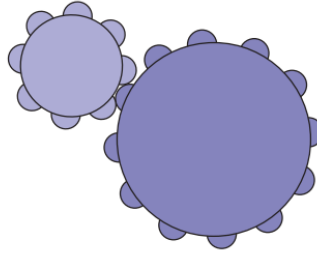
Alp, Boya Problemine öncelikle açık mavi boya karışımındaki beyaz rengin boyaya oranını hesaplaması gerektiğini söyleyerek başlamıştır. Alp tabloda verilen açık mavi miktarlarını kullanarak 1000 gramlık bir açık mavi boya karışımında 800 gram beyaz ve 200 gram mavi olduğunu söyleyerek beyaz boya miktarı olan 800'ü toplam boya miktarı olan 1000'e oranladıktan sonra bulduğu oranı 200 ile sadeleştirerek $\frac{4}{5}$ olarak hesapladığını söylemiştir. Alp daha sonra 900 gram boya artmasından ötürü bulduğu oranı kullanarak karışımındaki beyaz boya miktarının 720 gram, mavi boya miktarının ise 180 gram olduğunu söylemiştir. Ardından Alp koyu mavi karışım elde etmek için

beyaz/mavi oranını $\frac{5}{2}$ olması gerektiğini söyleyerek 720 gram beyaz boyayı $180+x$ 'e oranlayarak kurduğu orantıda içler dışlar çarpımı stratejisi uygulayarak x değerini 108 olarak bulduğunu söyleyerek karışıma eklenmesi gereken mavi boyanın 108 gram olduğu sonucuna varmıştır.

Alp'in bu cevabı çarpımsal karşılaştırmalarda farklı stratejilerin kullanılmasını hedefleyen Dönüşüm3'e uygun bir anlayış sergileyerek içler dışlar çarpımı stratejisini kullandığını göstermiştir.

Seans kapsamında yer alan uygulama aktivitelerinden Dişli Problemi Soru 1'e aşağıda yer verilmiştir.

Dişli Problemi Soru 1 (Lobato ve Ellis, 2010, s. 62):



8 dişe sahip küçük bir dişli ile buna bağlı olan 12 dişe sahip büyük bir dişli düşünelim.

- 1) Küçük dişli saat yönünde dönerse, büyük dişli hangi yöne döner? Neden?*
- 2) Küçük dişliyi belirli sayıda çevirirseniz, büyük dişli daha fazla mı daha az mı yoksa aynı miktarda mı devir yapar? Ne söyleyebilirsiniz?*
- 3) Küçük dişlinin ne kadar devir yaptığını takip etmenin bir yolunu bulunuz. Büyük dişlinin ne kadar devir yaptığını takip etmenin bir yolunu bulunuz. İkisini aynı anda nasıl takip edebilirsiniz?*

Dişli Problemi Soru 1'in çözümü için Şekil 4.81'de Gül'ün yanıtına yer verilmiştir.

- 1) Dişliler yan yana yerleştirildiklerinde birbirlerini zıt yönde döndürdükleri için küçük dişli saat yönünde dönerse büyük dişli saat yönünün tersine döner.
- 2) Dişlilerin diş sayısı eşit olduğunda eşit sayıda tur atarlar. Diş sayısı farklı ise küçük olan bir turu tamamladığında büyük olan bir turu tamamlamamış olduğu için daha az döner.
- 3) Dişlilerin birbirine temas eden dişlerine birer ip bağlarız. İp bağladığımız dişler tekrar birbirine temas ettiği anda hangi dişlinin kaç tur dönmüş olduğunu bulmuş oluruz. Örnekteki dişlide 8 dişli olan küçük dişli 3 tur döndüğünde 12 dişli olan büyük dişli 2 tur döner. Böylece küçük dişli her 3 tur döndüğünde büyük dişli 2 tur döner.

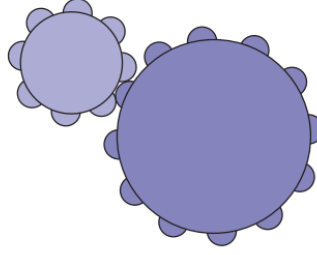
Şekil 4.81. Gül'ün dişli problemi soru 1 cevabı

Gül, Dişli Problemine küçük ve büyük dişlinin yan yana yerleştirildiğinde birbirlerine zıt yönde döneceklerini söyleyerek başlamıştır. Gül daha sonra dişlilerin diş sayısının eşit olması durumunda dişlilerin eşit döneceğini fakat soruda verilen dişlilerden birinin 8 diğeri ise 12 dişli olmasından ötürü küçük dişlinin büyük olan dişli ile eşit dönebilmek için daha fazla devir yapacağını söylemiştir. Gül dişlilerin yaptıkları devir sayısını takip edebilmek için dişlilerin birbirine temas eden dişlerine birer ip bağladıktan sonra dişlerin tekrar birbirine temas ettiği ana kadar yapmış oldukları devir sayısının hesaplanabileceğini söylemiştir. Verilen durumda 8 adet dişli olan küçük dişlinin 3 kez dönmesi durumunda 12 adet dişli olan büyük dişlinin 2 kez döneceğini böylece küçük dişli her 3 tur attığında büyük dişlinin 2 tur döneceğini söyleyerek ilk sorunun çözümünü tamamlamıştır.

Gül'ün bu cevabı verilen durumdaki çoklukları tanıyabildiğini ve çokluklar arasındaki ilişkileri anlayabildiğini ortaya koyarak katılımcının Dönüşüm1'e uygun bir anlayış sergilediğini göstermiştir.

Seans kapsamında yer alan uygulama aktivitelerinden Dişli Problemi Soru 2'ye aşağıda yer verilmiştir.

Dişli Problemi Soru 2 (Lobato ve Ellis, 2010, s. 69):



8 dişe sahip küçük bir dişli ile buna bağlı olan 12 dişe sahip büyük bir dişli düşünelim.

Küçük dişli 3 kez, büyük dişli 2 kez dönüyorsa dişliler için diğer dönüş çiftleri nelerdir?

Dişli Problemi Soru 2'nin çözümü için Şekil 4.82'de Gül'ün yanıtına yer verilmiştir.

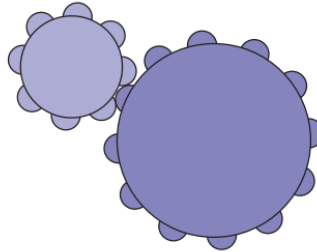
$$K : B = 3 : 2 = 6 : 4 = 9 : 6 = \dots$$

Şekil 4.82. Gül'ün dişli problemi soru 2 cevabı

Gül, ikinci soruda istenen küçük dişli (K):büyük dişli (B) oran çiftlerinden ilkinin 3:2 olarak yazdıktan sonra bu oran çiftinin her seferinde bir kat fazlasını alarak sonsuz sayıda oran çifti oluşturulabileceğini söylemiştir. Gül'ün bu cevabı oranda yer alan çokluklar arasındaki ilişkinin çarpımsal olduğuna dair bir anlayışa sahip olduğunu ortaya koyarak, Dönüşüm2'ye uygun bir anlayış sergilediğini göstermiştir.

Seans kapsamında yer alan uygulama aktivitelerinden Dişli Problemi Soru 3'e aşağıda yer verilmiştir.

Dişli Problemi Soru 3 (Lobato ve Ellis, 2010, s. 69):



8 dişe sahip küçük bir dişli ile buna bağlı olan 12 dişe sahip büyük bir dişli düşünelim.

a) Küçük dişlinin 96 kez dönmesi durumunda, büyük dişli kaç kez döner?

b) Küçük dişli 1,257 kez dönerse, büyük dişli kaç kez döner?

c) Küçük dişliyi, büyük dişliyi öncekinden iki kat daha hızlı çeviren yeni bir dişliyle değiştirmeniz gerektiğini varsayalım. Yeni küçük dişlinin kaç dişi olmalıdır?

d) B dişlisinin öncekinden iki kat yavaş dönmesini istenirse yeni küçük dişlinin kaç dişi olmalıdır?

e) Dişli A ve dişli B birlikte dönmektedir. A dişlisinin 6 dişi vardır ve belli bir süre içerisinde B dişlisi A dişlisinin devir sayısının 1/4'ü kadar dönmektedir. B dişlisinin kaç dişi vardır?

Dişli Problemi Soru 3'ün çözümü için Şekil 4.83'te Gül'ün yanıtına yer verilmiştir.

a) $\frac{\text{Küçük Dişlinin Tur Sayısı}}{\text{Büyük Dişlinin Tur Sayısı}} = \frac{3}{2}$ olduğundan $\frac{K}{B} = \frac{3}{2}$ $B = \frac{2K}{3} = \frac{2 \cdot 96}{3} = 64$

b) $B = \frac{2K}{3} = \frac{2 \cdot 1257}{3} = 838$

c) $\frac{K}{8 \text{ Diş} \quad 3 \text{ Tur}} \quad \frac{B}{12 \text{ Diş} \quad 2 \text{ Tur}} \quad KD = \frac{BD \cdot BT}{KT} \Rightarrow 8 = \frac{12 \cdot 2}{3} \quad x = \frac{12 \cdot 4}{3} = 16 \text{ diş}$
 $BT = 2 \text{ tur} \times 2 = 4 \text{ tur}$

d) $KD = \frac{BD \cdot BT}{KT} = \frac{12 \cdot 1}{3} = 4 \text{ diş}$

e) $\frac{A}{6 \text{ Diş} \quad 4 \text{ Tur}} \quad \frac{B}{x \text{ Diş} \quad 1 \text{ Tur}} \quad BD = \frac{AD \cdot AT}{BT} = \frac{6 \cdot 4}{1} = 24 \text{ diş}$

Şekil 4.83. Gül'ün dişli problemi soru 3 cevabı

Gül, küçük dişlinin 96 kez dönmesi durumunda büyük dişlinin dönüş sayısını bulabilmek için öncelikle küçük dişlinin tur sayısının büyük dişlinin tur sayısına oranının hesaplanması gerektiğini söylemiştir. Bu oranı $\frac{3}{2}$ bulan katılımcı buradan yola çıkarak büyük dişlinin tur sayısının hesaplanması için $B = \frac{2K}{3}$ eşitliği olduğunu söylemiştir. Yazdığı eşitlikten büyük dişlinin tur sayısını 64 olarak hesaplayan Gül küçük dişlinin 1257 kez dönmesi durumunda da aynı eşitliği kullanarak 838 sonucuna ulaştığını

söylemiştir. Büyük dişliyi önceki tur sayısı olan 2’den 2 kat daha hızlı yani 4 tur çeviren küçük dişlinin yeni diş sayısını hesaplamak için katılımcı küçük dişlinin diş sayısına KD, büyük dişlinin diş sayısına BD, küçük dişlinin tur sayısına KT, büyük dişlinin tur sayısına BT diyerek $KD = \frac{BD \times BT}{KT}$ eşitliğini yazabileceğini söylemiştir. Gül daha sonra yazdığı eşitlikte verilen değerleri yerine koyarak küçük dişlinin yeni diş sayısının 16 olması gerektiği sonucuna vardığını belirtmiştir. Benzer şekilde büyük dişliyi önceki tur sayısı olan 2’den 2 kat daha yavaş yani 1 tur çeviren küçük dişlinin yeni diş sayısını hesaplamak için aynı eşitliği kullanarak küçük dişlinin yeni diş sayısının 4 olması gerektiğini söylemiştir. Katılımcı sorunun son şıkkında ise B dişlisinin diş sayısını hesaplamak için $BD = \frac{AD \times AT}{BT}$ eşitliğini kullanarak B dişlisinin 24 dişi olduğu sonucuna ulaşarak sorunun çözümünü tamamlamıştır.

Gül’ün, dişlilerin tur sayısı oranını kullanarak eşitlik oluşturabildiği bu çözümü katılımcının Dönüşüm4’ün temel amacı olan oranın tekrarlanması ötesinde oran hakkında genelleme yapabildiğini ortaya koymaktadır. Gül’ün sorunun çözümü için çarpımsal karşılaştırma stratejilerini kullanabilmesi de aynı zamanda Dönüşüm2 ve Dönüşüm3’e uygun bir anlayış sergilediğini göstermiştir.

4.3. Öğretim Deneyi Sonrası Genel Durum Değerlendirmesi

Bu başlık altında katılımcılarla gerçekleştirilen son değerlendirmeler sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Araştırmaya katılan katılımcıların uygulama sonrası orantısal akıl yürütme becerilerini ortaya koyabilmek amacıyla katılımcılara EK-4’te yer alan yazılı değerlendirme aracı uygulanmış ardından her bir katılımcı ile bireysel klinik görüşmeler gerçekleştirilerek orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri belirlenmiştir.

Elde edilen bulgular incelendiğinde dört katılımcının da Düzey 3’ün göstergelerini taşıdığı görülmüştür. Bu göstergelere ilişkin katılımcı değerlendirmelerine Tablo 4.3’te yer verilmiştir.

Tablo 4.2. Son değerlendirme

Düzeyler	Göstergeler	Katılımcı 1	Katılımcı 2	Katılımcı 3	Katılımcı 4
Düzey 0	D0G1	-	-	-	-
	D0G2	-	-	-	-
	D0G3	-	-	-	-
	D0G4	-	-	-	-
Düzey 1	D1G1	+	+	+	+
	D1G2	+	+	+	+
Düzey 2	D2G1	+	+	+	+
	D2G2	+	+	+	+
	D2G3	+	+	+	+
	D2G4	+	+	+	+
	D2G5	+	+	+	+
Düzey 3	D3G1	+	+	+	+
	D3G2	+	+	+	+

Not1: Göstergeler (D0G1-D0G4) için Tablo 3.13'e bakınız.

Not2: “+”: Göstergeye sahip; “-”: Göstergeye sahip değil.

Yapılan ön değerlendirmeler sonucunda Tablo 4.1’de gösterildiği gibi katılımcıların;

- Çarpımsal karşılaştırmaları tanıyabildikleri,
- Verilen problemlerdeki sayıları, işlemleri ve stratejileri rastgele kullanımının gözlenmediği,
- Çokluklar arasında ilişki kurabildikleri ve orantısal durumları ayırt edebildikleri,
- Doğrusal ilişkilerin tümünün orantılı olduğuna dair kavram yanılgılarının görülmediği,
- Soru çözümlerinin sebeplerine ilişkin araştırmacının görüşmede sorduğu sorulara orantısal akıl yürütme dilini kullanarak cevap verebildiği
- Oran orantı kavramlarını tanımlamakta ve bu kavramların dayandığı matematiksel ilişkileri ayırt etmede zorlanmadıkları görülmüştür.

Aşağıda Orantısal Akıl Yürütme Testindeki (OAYT) soruları temel alan klinik görüşmeler sonucunda elde edilen bulgulara Alp’in örnek cevapları üzerinden yer verilmiştir. Farklı bulgular ile karşılaştırdığı durumlarda ise diğer katılımcılardan örnekler verilmiştir.

Katılımcılar son değerlendirmede yer alan soruları Düzey 3’ün ilk göstergesi olan, çoklukları kullanarak oran oluşturabilmiş, içler dışlar çarpımı ya da denk kesirleri kullanarak soruları çözebilmiştir. Örneğin katılımcıların orantısal durumları ayırt etmesi beklenen 11. ve 13. sorularda katılımcılar ön değerlendirmede orantısal durumları

tanıyamamış ve verilen ilişkilerin neden orantılı ya da neden orantısız olduğunu doğru olarak açıklayamamışken son değerlendirmede orantısal durumları tanımakta zorluk çekmemiş ve orantısal durumları orantısal akıl yürütme kullanarak açıklayabilmişlerdir. Katılımcılar aynı zamanda çokluklar arasında orantısal ilişkinin olduğu duruma geçerli bir örnek vermekte zorlandıkları 5. soruya son değerlendirmede doğru şekilde cevap verebildiği görülmüştür. Bu soruya ilişkin Alp'in cevabına Şekil 4.84'te yer verilmiştir.

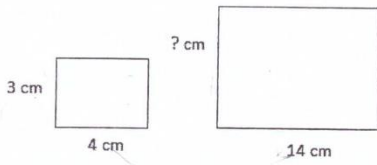
5. $\frac{3}{8} = \frac{x}{20}$ eşitliğinin oluşturulmasını ve çözülmesini gerektirecek bir sözel problem yazınız.

Ali bir pizzayı 8 parçaya bölüp 3'ünü yiyor. Mehmet de aynı pizzayı 20'ye bölüyor. Ali ile aynı miktarda pizza yemesi için kaç parça pizza yemelidir?

Şekil 4.84. Alp'in sözel problem yazımı son değerlendirme cevabı

Katılımcıların tamamı, ön değerlendirmede yer alan problemlerdeki çarpımsal ilişkileri ayırt edemeyerek soruları toplamsal ilişki kullanarak çözmüştür. Son değerlendirmede ise katılımcılar Dönüşüm2 ve 3'e uygun şekilde bu soruları çarpımsal ilişki kullanarak çözmüşlerdir. Örneğin Şekil 4.85'te son değerlendirme yanıtına yer verilen Alp'in 23. Soruya verdiği cevap, katılımcının çarpımsal ilişkiyi tanıyabildiğini ve soruyu çarpımsal ilişki kullanarak çözdüğünü göstermiştir.

23. Volkan ve Emre, mezuniyet yılı için arkadaşlarının fotoğraflarını bozmadan büyütme istiyorlar. Büyütmek istedikleri fotoğraflardan birinin eni 3 cm, boyu ise 4 cm'dir. Bu fotoğraf büyütüldükten sonra boyu 14 cm oluyorsa eni kaç cm olmuştur? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.



$$\frac{\text{küçük olanın eni}}{\text{büyük olanın eni}} = \frac{3}{?}$$

$$\frac{\text{küçük olanın boyu}}{\text{büyük olanın boyu}} = \frac{4}{14}$$

$$\frac{3}{?} = \frac{4}{14}$$

$$3 \cdot 14 = 4 \cdot ?$$

$$21 = ?$$

$$\frac{21}{2} = ?$$

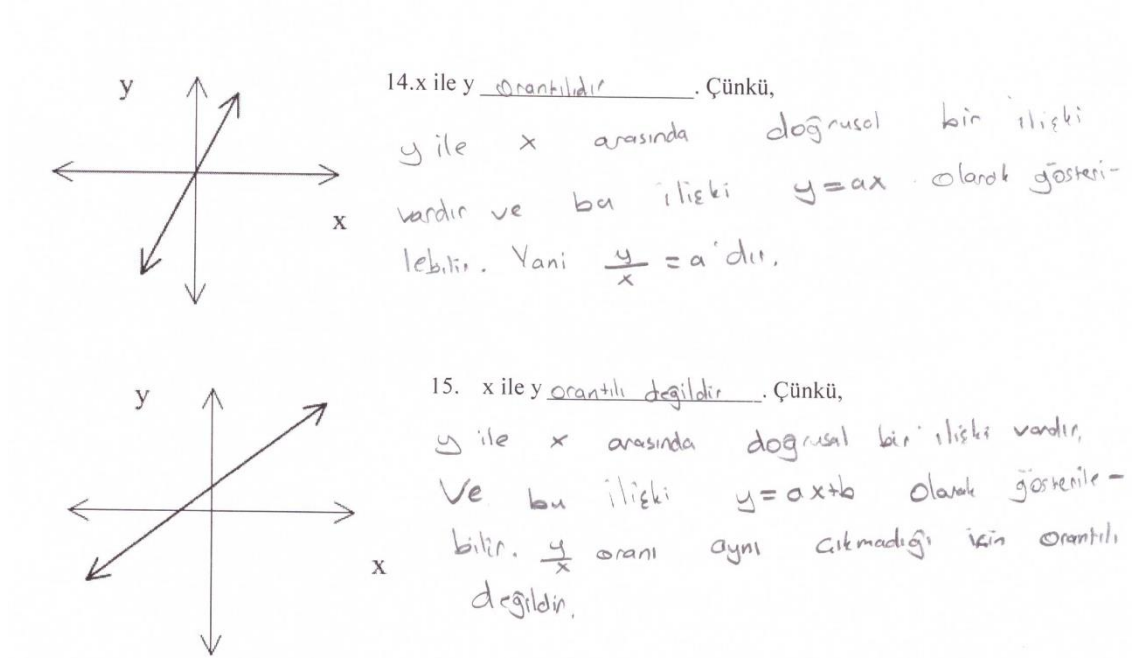
Şekil 4.85. Alp'in çarpımsal ilişki problemi son değerlendirme cevabı

Ön değerlendirmede Gül'ün problemlerde yer alan sayıların, işlemlerin ve stratejilerin rastgele kullandığına dair göstergeler bulunmaktayken Gül'ün son değerlendirmede bu göstergeye ait herhangi bir bulgu göstermediği görülmüştür.

Katılımcıların ön değerlendirme kapsamında yer alan sorularda çokluklar arasında ilişki kuramadığı görülürken son değerlendirmede yer alan soruların tümünde çokluklar

arasında ilişki kurabildikleri görülmektedir. Katılımcılar son değerlendirmede yer alan sorularda orantısal durumlardaki matematiksel ilişkileri anlama problemlerinde çokluklar arasında bağlantı kurarak aynı anda iki çokluğu dikkate almaları gerektiğinin farkına varmışlardır. Aynı zamanda bu sorular katılımcıların orantısal ilişkilerin aynı oranda artıp azalması gerekliliğini bildiğini ve orantı sabitini problemlerde kullanabildiklerini ortaya koymaktadır.

Katılımcıların ön değerlendirme kapsamında yer alan sorularda bütün doğrusal ilişkilerin orantılı olduğuna ilişkin kavram yanlışlarının son değerlendirme kapsamında görülmediği tespit edilmiştir. Bu sorulara ilişkin Alp'in cevabına Şekil 4.86'da yer verilmiştir.



Şekil 4.86. Alp'in doğrusal ilişki sorularına son değerlendirme cevabı

Son değerlendirme sonuçlarına göre, katılımcıların düzey göstergelerinin tamamı Düzey 3'ün sınırları içerisinde kaldığı belirlenmiştir.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde bulgular bölümü göz önünde bulundurularak ulaşılan sonuçlara ve bu sonuçların alanyazın ile gösterdiği benzerlikler ve farklılıklara yer verilmiştir. Daha sonra araştırmanın alanyazına nasıl katkıda bulunduğu ve araştırmaya yönelik önerilere değinilmiştir.

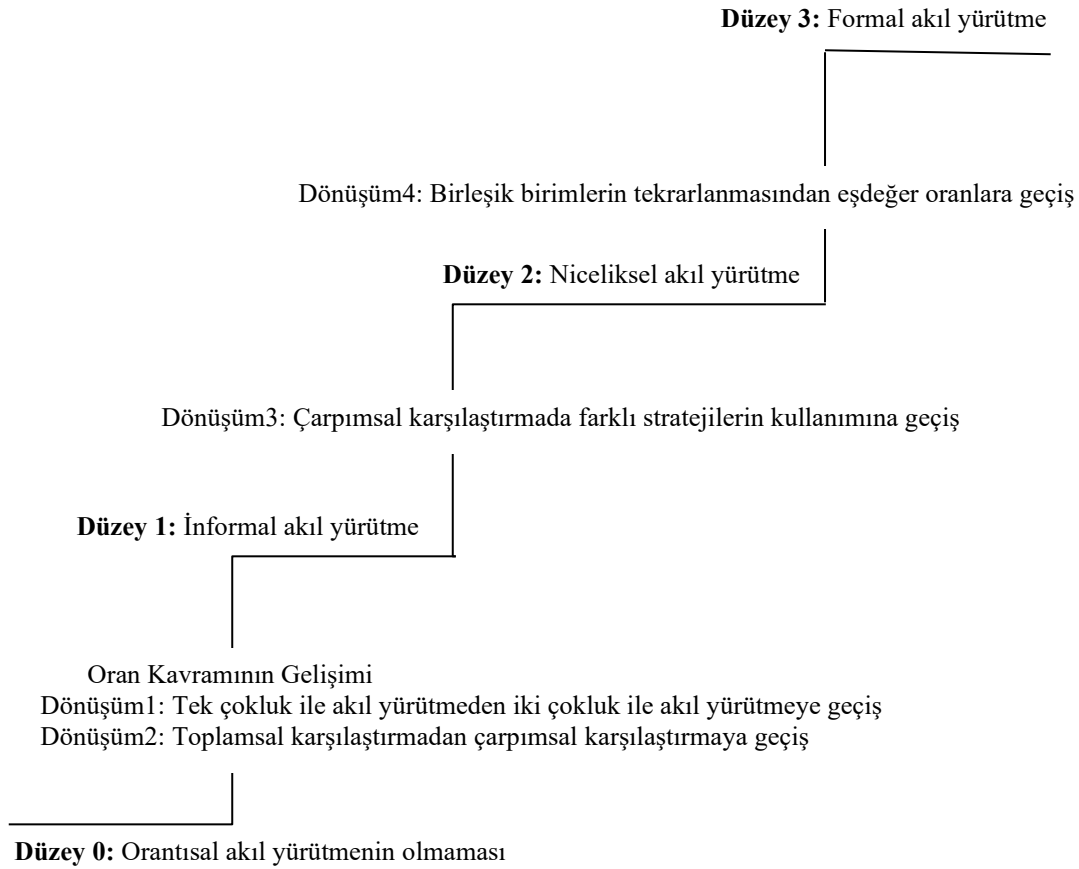
5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu bölüm kapsamında öncelikle katılımcıların çalışma öncesi orantısal akıl yürütme becerilerine yönelik sonuçlara yer verilerek alanyazın ışığı altında değerlendirmeleri yapılmıştır. Ardından çalışmanın bitiminde elde edilen orantısal akıl yürütme düzeylerinin gelişimini gösteren model ele alınmıştır.

Orantısal akıl yürütme temelleri ilkokula kadar uzanan ve ortaokuldan itibaren kazanılması beklenen bir düşünme becerisidir. Araştırmaya katılan 10. sınıf öğrencilerinin bu becerinin kazanılmasına ilişkin geçmişte dersler almış olmalarına rağmen uygulama öncesinde, orantısal ilişkileri tanımakta zorlandıkları ve orantısal durumları yorumlarken çarpımsal karşılaştırmalar yerine toplamsal düşünce yaklaşımlarını sergiledikleri ortaya çıkmıştır. Bu sonuç orantısal akıl yürütme becerisinin incelendiği (Çelik, 2010; Johnson, 2013; Pelen, 2014; Bayazit ve Dönmez Kırnay, 2017) araştırmalarda ortaya konulan katılımcıların orantısal akıl yürütme becerilerinin istenen düzeyde olmadığı sonucu ile benzerlik göstermektedir. Alanyazın öte yandan sadece orantısal akıl yürütme becerisine yönelik değil daha birçok konuda öğrencilerin sınıf düzeylerinde gördükleri etkinliklerin ilgili kazanımlarını tam olarak kazanamadan üst sınıflara geçtiklerini göstermiştir (Yanık, 2014). Lobato ve Ellis (2010) tarafından önerilen Dönüşüm ve Temel Anlayışlara uygun hazırlanan sorular ile orantısal akıl yürütme becerisini inceleyen Johnson (2013) çalışmasının sonucunda Dönüşüm ve Temel Anlayışlara uygun stratejik problemler seçilerek hazırlanacak bir eğitim sürecinin orantısal akıl yürütme becerisinin geliştirilmesine yardımcı olabileceğini öngörmüştür.

Araştırmanın en temel sonuçlarından biri orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin, belirli bir sistematik düzene göre hazırlanmış bir dizi öğretim seanslarıyla geliştirebilir bir beceri olduğudur. Bu araştırma kapsamında Lobato ve Ellis (2010) ve Langrall ve Swafford (2000) tarafından ifade edilen Dönüşümler ve Temel Anlayışlar ışığı altında hazırlanan öğretim seanslarının katılımcıların orantısal akıl yürütmenin

becerilerini geliştirdiği görülmüştür. Bu öğretim seanslarının sonunda orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin gelişimini gösteren bir model (Şekil 5.1) geliştirilmiştir.



Şekil 5.1. *Orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin gelişimi*

Araştırmada uygulanan öğretim sürecinin, katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeylerini geliştirmede etkili olduğu görülmüştür. Örneğin uygulama öncesinde Düzyey 0'da olan katılımcıların uygulama sonrasında Düzyey 3'e ait göstergeleri taşımaya başladığı görülmüştür. Buna karşın her bir düzeyden bir üst düzyeye geçişin bir dizi anlayış ve zihinsel dönüşüm geliştirmekle mümkün olduğu ortaya çıkmıştır. Aşağıda geliştirilen modelin her aşamasında orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmek için etkili olduğu belirlenen sonuçlara yer verilmiştir.

Modelin ilk basamağında henüz orantısal akıl yürütme becerisi olmayan katılımcıların bu beceriyi geliştirebilmelerinin ön koşullarından birinin orantısal olan ve orantısal olmayan durumlar hakkında farkındalık geliştirmek olduğu ortaya çıkmıştır. Bunu gerçekleştirmek için de öncelikle oran kavramının geliştirilmesi gerekmektedir. Araştırmada oran kavramını geliştirmek için oransal bir ilişki bağlamında bulunan iki çokluğun tespit edilmesi ve ardından bu çoklukların birbirleri üzerindeki etkisinin

belirlenmesi gereğini ortaya çıkarmıştır (Temel Anlayış 1 ve Temel Anlayış 3). Uygulama öncesi katılımcıların oransal ilişkilerdeki çoklukları belirleyememeleri bu iki anlayışın geliştirilmesini öncelik haline getirmiştir. Bu iki anlayışın geliştirilmesinin katılımcılarda tek çokluktan iki çokluğa geçişi (Dönüşüm 1) sağladığı görülmüştür. Ancak oran kavramının gelişimi için yeterli olmadığı belirlenmiştir. Oran içerisindeki çokluklar arasında bağlantı kurabilen bir katılımcının oran birimleri arasında birleşik birimleri kullanarak çarpımsal karşılaştırma yapabilmesi gerekir. Bu araştırmada orantısal akıl yürütme beceri düzeyi düşük olan katılımcıların oranı bölünemez bir birim olarak görerek oran birimlerini toplamsal karşılaştırmalarla birleştirdiği, oranın bölünmesi gereken problemleri ise çözemediği görülmüştür. Bu sonuç Langrall ve Swafford (2000), Akkuş Çıkla ve Duatepe (2002), Lobato ve Ellis (2010) ile Johnson (2013) tarafından gerçekleştirilen araştırmalarla benzerlik göstermektedir.

Araştırma iki çokluk arasındaki çarpımsal ilişkinin keşfedilmesine (Temel Anlayış 2) yönelik katılımcıların toplamsal ve çarpımsal karşılaştırma kullanımını gerektiren farklı problem durumlarıyla karşı karşıya bırakılmalarının ve bu durumları kıyaslama yoluyla yorumlamalarının oran kavramını oluşturma sürecinde etkili olduğunu ortaya çıkartmıştır. Oran kavramının gelişimi iki oran arasındaki denklik kavramının (Temel Anlayış 6) incelenmesine imkân vermiştir. Bu aşamada somut materyallerle modellemelerin katılımcıların birim oran kavramını fark etmelerine ve ardından bunu tekrarlama yoluyla denk oranlara geçiş yapmalarına olanak sağladığı belirlenmiştir.

Katılımcıların materyal, şekil veya model kullanması orantısal akıl yürütme problemlerindeki durumları anlamlandırabilmesi ve niteliksel karşılaştırmalar (az çok gibi) yapabilmesini sağlar. Araştırma öncesinde orantısal durumlardaki çoklukları tanımakta ve iki farklı çokluk arasındaki ilişkinin nasıl değiştiğini anlamakta zorlanan katılımcıların uygun materyaller ile desteklenen öğretim deneyi sonrasında bu zorlukları artık yaşamadıkları görülmüştür. Araştırmada görselleştirme imkânı sağlayan materyaller ve kareli düzlem içeren çalışma kâğıtları kullanılmıştır. Bu sayede katılımcıların nitel muhakeme becerileri gelişiminin kolaylaştığı ve bunun orantısal akıl yürütme becerisi düzeyine olumlu katkısı olduğu gözlenmiştir. Örneğin Limon/Su, Boya Problemi, Fidan Problemi, Çiçek Problemi ve Kısa Bey Uzun Bey Problemlerinde katılımcılar sorularda yer alan çoklukları kendilerine verilen farklı renklerdeki kapaklar ile oluşturdukları görsel gösterimler sayesinde fark edebilmeye başlamıştır. Benzer şekilde Resim Büyütme Probleminde kareli düzlem içeren bir çalışma kâğıdının kullanılması katılımcıların

şekillerin kenar ölçülerini anlamasını kolaylaştırarak orantısal akıl yürütme becerilerine olumlu katkıda bulunmuştur. Katılımcıların görsel materyalleri kullanmasının orantısal durumları anlamlandırmayı kolaylaştırdığı sonucu, alanyazında yer alan farklı araştırmalarla benzerlik göstermektedir (Langrall ve Swafford, 2000; Norton, 2005; Ruiz Ledesma 2010; Pakmak, 2014; Çomruk, 2018; Demir, 2019; Gürler, 2019).

Çalışmanın bir diğer sonucu da katılımcıların denk oranları önce kavramsal olarak anladıkları ve ardından bunu işlemsel olarak ifade edebildikleridir. Nitekim katılımcılar somut gösterimler vasıtasıyla denk oranları modellemişler ve sayısal olarak gösterebilmişlerdir. Dönüşüm 1 ve Dönüşüm 2 kapsamında geliştirilen anlayışlar (Temel Anlayış 1-2-3-6) katılımcıların oran ve orantı kavramının gelişimine zemin hazırlayarak katılımcıları İnfomal Akıl Yürütme düzeyine (Düzey 1) ulaştırmıştır.

Çalışmanın önemli sonuçlarından biri de oran kavramının geliştirilmesinin çarpımsal karşılaştırmalarda farklı stratejilerin kullanılması için tek başına yeterli olmadığıdır. Modelin ikinci basamağında Düzey 1'e geçen katılımcıların her ne kadar oransal ilişkileri içeren problem durumlarında çokluklar arasında çarpımsal ilişkiyi fark etseler de bu iki çokluğu birbirlerinden bağımsız düşünerek oranı tek bir ölçü birimi olarak (composite unit) henüz düşünemedikleri ortaya çıkmıştır. Bu durum katılımcıların orantısal durumları içeren problemlerde tek stratejiye ve toplamsal yaklaşıma dayalı sınırlı yöntemler kullanmalarına yol açmıştır. Araştırmada farklı stratejiler kullanarak problem çözmeye teşvik edilmesi katılımcıların “birim oranı” fark etmesini sağlamıştır. Birim oran toplamsal yaklaşımdan (tekrarlama/iterating) çarpımsal yaklaşıma (multiply thinking) geçişte önemli rol oynamıştır. Birim oranın ardından katılımcıların kesir ile oran arasındaki (Temel Anlayış 4) ve oran ile bölüm arasındaki (Temel Anlayış 5) ilişkileri keşfetmelerinin yanı sıra denk oranlar ve orantı sabiti gibi orantısal akıl yürütmenin önemli noktalarına (Temel Anlayış 7) dair bir anlayış geliştirebilmeleri Düzey 1'den Düzey 2'ye geçişi sağlamıştır.

Katılımcıların birim oranı bulması ve kullanabilmesi niceliksel akıl yürütmelerini kolaylaştırmıştır. Bu da katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeyini arttıran unsurlardan bir diğeridir. Araştırmada, birim oran stratejisini kullanan katılımcılar oran içerisinde yer alan çoklukları ayırt ederek bilinçli şekilde matematiksel işlemlerde kullanmıştır. Bu stratejiyi kullanırken işlemleri rastgele kullanarak soruya sezgiye dayalı bir şekilde yaklaşım sergileyen herhangi bir katılımcının olmaması, katılımcılarda birim oran stratejisinin sezgiye dayalı olarak görüldüğünü ortaya koyan bazı araştırmalar

(Cramer ve Post, 1993; Ben Chaim vd., 1998; Singh, 2000; Gürler, 2019) ile ayrı düşmektedir. Singh (2000) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, birim oran stratejisinin katılımcıların çarpımsal ilişkileri anlamasını güçleştirdiği sonucuna varılmıştır. Fakat araştırmada katılımcıların birim oran stratejisini kullanırken sorularda yer alan çoklukları ve aralarındaki çarpımsal ilişkileri daha kolay tanıyabildiği görülmüştür.

Bunun yanında oran tablolarının orantısal akıl yürütme problemlerinde yer alan çoklukların fark edilebilmesini kolaylaştırdığı görülmüştür. Örneğin öğretim deneyinde yer alan pasta problemi ve tablo problemleri ile katılımcıların sorulardaki çoklukları ve çokluklar arasındaki ilişkileri tanımasını kolaylaştırmıştır. Araştırmaya katılan katılımcıların tamamı ön değerlendirme testinde yer alan çoklukları tanımakta zorlanırken uygulanan öğretim deneyi sonrasında gerçekleştirilen son değerlendirme testinde çoklukları fark edebilmiştir. Bu sonuç alanyazındaki oran tablosu kullanımının orantısal akıl yürütme becerisini geliştiren bir unsur olduğunu ortaya koyan araştırmalarla (Van Galen vd. 2008; Sumarto, 2013) örtüşmektedir.

Modelin üçüncü basamağında Düzey 2'ye geçen katılımcıların her ne kadar oranları kullanarak çözüme ulaştığı görülse de birleşik birimlerin tekrarlanması ile eşdeğer oranlar oluşturmanın ötesinde oran hakkında genelleme yapamadıkları ortaya çıkmıştır. Bu durum katılımcıların oran setlerinin eşdeğer oranları içerecek şekilde genişletilebileceği düşüncesine sahip olmalarına rağmen sonsuz sayıda eşdeğer oran oluşturamamalarına yol açmıştır. Araştırmada verilen durumlarda kolay katlara bağlı olmayan eşdeğer oranlar verilmesi, katılımcıların oranı daha karmaşık (uyumlu olmayan) sayılar ile oluşturarak eşdeğer oranları düşünmeye teşvik edilmesi katılımcıların “oran hakkında genelleme yapabilmeyi” fark etmesini sağlamıştır. Oran hakkında genelleme yapabilmek birkaç basit eşdeğer oran geliştirmekten sonsuz sayıda eşdeğer oran kümesi oluşturmaya geçişte önemli rol oynamıştır. Oran hakkında genelleme yapılmasının ardından katılımcıların orantı ile orantısal akıl yürütme (Temel Anlayış 8) ilişkisini keşfetmeleri Düzey 2'den Düzey 3'e geçişi sağlamıştır.

Araştırmada Lobato ve Ellis'in (2010) önerdiği dönüşümlerin (Bkz. Tablo 2.2) Langrall ve Swafford (2000) tarafından belirlenen düzeylerin (Bkz. Tablo 2.3) gelişim sürecinde etkili olduğu sonucuna varılmıştır. Araştırma kapsamında uygulanan öğretim deneyi ile araştırmaya katılan katılımcıların orantısal durumları tanıyabilmeye başladığı, orantısal durumlar içerisindeki çoklukları kullanabildiği, çarpımsal karşılaştırmalar

yapabildiği, birleşik birimleri kullanabildiği veya birimlere ayırabildiği, birim oranı bularak kullanabildiği, çoklukları kullanarak orantısallık kurabildiği ve içler dışlar çarpımı veya denk kesirleri kullanarak orantısal akıl yürütme problemlerini çözebildiği ortaya konulmuştur.

5.2. Öneriler

Bu bölümde araştırma bulgularına ve sonuçlarına dayalı olarak öğretime ve ileride yapılabilecek araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

5.2.1. Öğretime yönelik öneriler

Araştırmanın sonuçları araştırmada yer alan katılımcıların orantısal akıl yürütme becerilerinin, araştırma öncesinde oldukça düşük bir düzeyde olduğunu ortaya koymuştur. Bu başlık altında orantısal akıl yürütme becerisinin arttırılmasına yönelik önerilere yer verilmiştir.

- Katılımcıların karşılaştıkları yeni bir problemdeki orantısal durumları ve çokluklar arasındaki ilişkileri tanıyabilmesi için orantısal akıl yürütme problemlerine aşina olmaları önemlidir. Katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin araştırma öncesinde en alt düzeyde çıkmasının sebeplerinden biri orantısal akıl yürütme problemlerinin güncel öğretim programı içerisinde yer almamasından ötürü, daha önce benzer bir durumla karşılaşmamış olmalarıdır. Bu durum ortaöğretim öğretim programı içerisinde güncel hayattan da örnekler içeren çeşitli orantısal akıl yürütme problemlerine yer verilmesi ile aşılabılır.
- Araştırmada oran tablosu kullanımının verilen problemdeki çoklukları ve çokluklar arasındaki ilişkileri tanımayı kolaylaştırdığı sonucuna varılmıştır. Oran orantı konusunu anlatan öğretmenlerin orantısal akıl yürütme becerisini geliştirmek amacıyla farklı soru tiplerinde oran tablosunun kullanımına yönelik uygulamalar yapması katılımcıların orantısal akıl yürütme becerisine olumlu katkıda bulunacaktır.
- Öğretmenlerin oran orantı konusunu anlatırken aynı zamanda katılımcıların problemlerde yer alan durumları görselleştirebilmesine yardımcı olabilmek adına uygun materyalleri kullanması araştırma bulgularına göre saptanan önemli faktörlerdendir. Uygun materyali kullanan katılımcı sorudaki çoklukları daha

rahat fark edebilmektedir. Aynı zamanda fark ettiği bu çokluklar arasındaki ilişkinin toplamsal ya da çarpımsal olduğunu da böylece daha kolay bir şekilde ayırt edebilmektedir. Katılımcıların orantısal akıl yürütme becerileri düzeylerinin arttırılabilmesi için öğretim içerikleri uygun materyallerin kullanımı ile desteklenebilir. Uygun materyal kullanımının orantısal akıl yürütme becerisine olan etkisinin daha detaylı ortaya konulabilmesi amacıyla farklı orantısal akıl yürütme problemlerine uygun farklı materyallerin kullanıldığı uygulamalar yapılabilir. Araştırmada uygun materyallerin kullanımı ile desteklenen öğretim deneyinin, katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin gelişimine yönelik program tasarlanmasına da önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

- Uygun öğrenme ortamları ile desteklenen bir öğretim süreci tasarlanmasının orantısal akıl yürütme becerisinin geliştirilmesine diğer bir katkısı ise katılımcıların orantısal akıl yürütme problemlerinde farklı stratejiler kullanabilmelerine yardımcı olmasıdır. Öğretmenlerin öğrencilerin kullandıkları stratejileri açıklamalarına imkân sağlayan bir ortam hazırlayarak onların yaşadıkları zorluklara odaklanması öğrencilerin kullandıkları orantısal akıl yürütme stratejilerini çeşitlendirilmesine olumlu katkısı olacaktır. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme stratejilerini etkili bir şekilde kullanabilmesi için öğretim programları ve ders kitaplarının farklı orantısal akıl yürütme problemlerini içermesi de önem arz etmektedir.
- Katılımcıların orantısal akıl yürütme becerisinin geliştirilmesi adına denk oran, birleşik birimler, birim oran ve oran tabloları gibi orantısal akıl yürütmenin önemli unsurlarının kullanımına yönelik etkinliklere öğretim programında yer verilmesi uygun olacaktır.
- Öğretmen adaylarının eğitim sürecinde orantısal akıl yürütme becerisi hakkında farkındalık oluşturulması geniş vadede bu beceriyi geliştirecek şekilde öğretimin nasıl yapılması gerektiği noktasında oldukça faydalı olacaktır.
- Matematik öğretmenlerinin araştırmada sunulan öğretim deneyini öğretim sürecinde uygulanması, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini arttırarak genel matematik başarılarının arttırılmasına olumlu katkıda bulunabilir.

5.2.2. İleride yapılabilir araştırmalara yönelik öneriler

Araştırmada orantısal akıl yürütme becerisi birtakım sınırlılıklar dâhilinde incelenmiştir. Bu başlık altında orantısal akıl yürütme becerisinin incelenmesi konusunda ileride yapılabilir yeni araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

- Bu çalışma nitel araştırma olarak tasarlanarak bireysel olarak sınırlı sayıda ortaöğretim öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir. İleride daha detaylı incelemeye olanak sağlayabilmesi açısından farklı yöntemler kullanılarak farklı sınıf düzeylerinde daha geniş gruplarla çalışmalar gerçekleştirilebilir ve karşılaştırmalar yapılabilir.
- Araştırma kapsamında geliştirilen orantısal akıl yürütme düzeylerinin gelişim modeli ileride yapılabilir yeni çalışmalar kapsamında kullanılarak test edilebilir ve geliştirilebilir.
- Araştırma teknoloji kullanılmayan bir ortamda gerçekleştirilmiştir. Teknoloji destekli bir ortamda orantısal akıl yürütmenin gelişim süreci incelenebilir.
- Çalışma kapsamında öğretim seansları tasarlanarak orantısal akıl yürütmenin bu ortam içerisindeki gelişimi incelenmiştir. İleride yapılabilir çalışmalar kapsamında doğal sınıf ortamında bu becerinin nasıl değiştiği incelenebilir.

KAYNAKÇA

- Akatugba, H. A., ve Wallace, J. (1999). Mathematical dimensions of students' use of proportional reasoning in high school physics. *School Science and Mathematics*, 31-41.
- Akkuş Çıkla, O., ve Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32-40.
- Akkuş, O., ve Duatepe Paksu, A. (2006). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarı geliştirilmesi. *Eurasian Journal of Educational Research (EJER)*, (25).
- Aladağ, A. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeye dayalı sözel problemler ile gerçekçi cevap gerektiren problemleri çözme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Adana: Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Aladağ, A., ve Dinç Artut, P. (2012). Öğrencilerin orantısal akıl yürütme ve gerçekçi problem çözme becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 995-1009.
- Altaylı, D. (2012). *Gerçekçi matematik eğitiminin oran orantı konusunun öğretimi ve orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Erzurum: Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Atabaş, Ş. (2014). *An examination of fifth and sixth grade students' proportional reasoning*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenilirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 23-28.
- Battista, M. T. (2016). *Reasoning and sense making in the mathematics classroom: Pre-K-Grade 2*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Baxter, G., ve Junker, B. (2001). Designing cognitive-developmental assessments: a case study in proportional reasoning. *Annual meeting of the National Council for Measurement in Education*. Seattle, Washington.
- Bayazit, İ., ve Dönmez Kırnay, S. M. (2017). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren durumlar bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 130-160.
- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., ve Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36(3), 247-273.
- Borko, H., ve Putnam, R. T. (1995). *Expanding a Teacher's Knowledge Base: A Cognitive Psychological Perspective on Professional Development*. In Professional Development in Education, T. R. Guskey and M. Huberman (Ed.), p. 35–65. New York: Teachers College Press.
- Boyacı, H. S. (2019). *The proportional reasoning ability of preservice mathematics teachers: a mixed method study*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Carpenter, T. P., ve Fennema, E. (1991). *Research and Cognitively Guided Instruction*. In *Integrating Research on Teaching and Learning Mathematics*, E. Fennema, T. P. Carpenter, and S. J. Lamon (Ed.). Albany: State University of New York Press, 1–16.
- Clarke, B., ve Clarke, D. (2004). A Framework for Growth Points as a Powerful Professional Development Tool. *Annual meeting of the American Educational Research Association*.
- Cobb, P., and Steffe, L. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 83-94.
- Cramer, K., ve Post, T. (1993). Proportional reasoning. *The Mathematics Teacher*, 404-407.
- Creswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry and research method: Choosing among five approaches*. Los Angeles, CA.

- Çelik, A. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Çetin, H. (2009). *İlköğretim İkinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile denklem çözme başarıları arasındaki ilişki üzerine bir çalışma*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Konya: Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Çomruk, B. (2018). *Kırsal bölge ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme stratejilerinin materyal destekli problem çözme sürecinde incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Antalya: Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Daymon, C., and Holloway, I. (2010). *Qualitative research methods in public relations and marketing communications*. New York: Routledge.
- De Bock, D., Verschaffel, L., and Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school students' solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. *Educational Studies in Mathematics*, 65-83.
- Demir, Ü. (2019). *Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme süreçlerinin bilişsel açıdan incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Bayburt: Bayburt Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Dooley, K. (2006). *An investigation of proportional thinking among high school students*. Clemson, South Carolina: Clemson University, All Dissertations. Paper 17.
- Duatepe, A., Akkuş Çıkla, O., ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 73-81.
- Ellis, A. (2013). *Teaching ratio and proportion in the middle grades*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Elstak, I. R. (2007). *College students' understanding of rational exponents: a teaching experiment*. Unpublished Doctoral Dissertation. Ohio: The Ohio State University.

- Ercole, L., Frantz, M., ve Ashline, G. (2011). Multiple ways to solve proportions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 482-490.
- Gürler, A. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişiminin varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Harel, G., Behr, M., Lesh, R., Post, T. (1994). Invariance of ratio: the case of children's anticipatory scheme for constancy of taste. *Journal for Research in Mathematics Education*, 324-345.
- Heinz, K. (2000). *Conceptions of ratio in a class of preservice and practicing teachers*. Unpublished Doctoral Dissertation. Pennsylvania: The Pennsylvania State University.
- Hillen, A. F. (2005). *Examining preservice secondary mathematics teachers' ability to reason proportionally prior to and upon completion of a practice-based mathematics methods course focused on proportional reasoning*. Unpublished Doctoral Dissertation. Pittsburgh: University of Pittsburgh.
- İnanır Nemutlu, Ş. (2019). *Üstün yetenekli öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Konya: Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Johnson, K. H. (2013). *Understanding proportional reasoning in pre-service teachers*. Unpublished Doctoral Dissertation. Pennsylvania: The Pennsylvania State University.
- Kahraman, H., Kul, E., ve İskenderoğlu Aydoğdu, T. (2019). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin nicel karşılaştırma içeren orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 195-216.
- Kantowski, M. G. (1977). Processes involved in mathematical problem solving. *Journal For Research in Mathematics Education*, 163-180.
- Karagöz Akar, G. (2015). Oran-orantı kavram tanımları, rasyonel sayılar içerisindeki yeri ve doğrusallık kavramı ile ilişkisi. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı,

- H. Şandır, A. Delice (Ed.), *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar*. Ankara: Pegem Akademi, 111-125.
- Karataş, Z. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, 62-80.
- Karlı, M. G. (2019). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin orantısal düşünme becerilerinin SOLO Taksonomisi ile incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Tokat: Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Karplus, E., Karplus, R., and Wollman, W. (1974). Intellectual Development Beyond Elementary School IV: Ratio, The Influence of Cognitive Style. *School Science and Mathematics*, 476-482.
- Karplus, R., Pulos, S., and Stage, E. (1983). Early adolescents' proportional reasoning on 'rate'. *Educational Studies in Mathematics*, 219-233.
- Knox, L. B. (2017). *Improving students' proportional reasoning ability in the context of algebra I*. Unpublished Doctoral Dissertation. Pittsburgh: University of Pittsburgh.
- Küpcü, A. R. (2008). *Etkinlik temelli öğretim yaklaşımının orantısal akıl yürütmeye dayalı problem çözme başarısına etkisi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Children's cognitive and metacognitive processes. T.P. Carpenter, E. Fennema and T.A. Romberg (Ed.), *Rational numbers: An integration of research*. New York: Routledge, 131-156.
- Lamon, S. J. (1995). Ratio and proportion: elementary didactical phenomenology. J. T. Sowder and B. P. Schappelle (Ed.). *Providing a Foundation for Teaching Mathematics in the Middle Grades*. Albany: State University of New York Press, 167-198.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. New York: Routledge.

- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 629-667.
- Langrall, C. W., and Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in The Middle School*, 254-261.
- Lobato, J., and Ellis, A. B. (2010). *Developing essential understanding of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics in grades 6-8*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Maxwell, J. (1992). Understanding and validity in qualitative research. *Harvard Educational Review*, 279-301.
- McLaughlin, S. (2003). *Effect of modeling instruction on development of proportional reasoning I: an empirical study of high school freshmen*.
https://www.researchgate.net/profile/Shannon_McLaughlin4/publication/228880200_Effect_of_Modeling_Instruction_on_Development_of_Proportional_Reasoning_I_an_empirical_study_of_high_school_freshmen/links/56d05c7a08aeb52500cd689a/Effect-of-Modeling-Instruction-on-Development-of-Proportional-Reasoning-I-an-empirical-study-of-high-school-freshmen.pdf
(Erişim Tarihi:11.06.2020).
- Miller, J. L., and Fey, J. T. (2000). Take time for action: proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 310-313.
- Misailidou, C., and Williams, J. (2003). Children's arguments in discussion of a "difficult" ratio problem: the role of a pictorial representation. *In Proceedings of the 3rd Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME3)*.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2018a). Öğretim programlarını izleme ve değerlendirme sistemi: Matematik dersi (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ve 8. sınıflar) öğretim programı, <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRA MI%202018v.pdf> (Erişim Tarihi: 11.06.2020).

- Milli Eğitim Bakanlığı (2018b). Öğretim programlarını izleme ve değerlendirme sistemi: Matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı, <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201821102727101-OGM%20MATEMAT%C4%B0K%20PRG%2020.01.2018.pdf> (Erişim Tarihi: 11.06.2020).
- National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]. (2000). *Principles and Standarts for School Mathematics*. <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/> (Erişim Tarihi:11.06.2020).
- Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept part I-differentiation of stages. *Educational studies in Mathematics*, 217-253.
- Norton, S. J. (2005). The construction of proportional reasoning. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 17-24.
- Orletsky, D. W. (2015). *The use of proportional reasoning and rational number concepts by adults in the workplace*. Unpublished Doctoral Dissertation. Arizona: Arizona State University.
- Pakmak, G. S. (2014). 6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Denizli: Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Peled, I. (2007). A meta-perspective on the nature of modelling and the role of mathematics. *Proceedings of the 5th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, 2140-2149.
- Pelen, M. S. (2014). 6. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin problemlerin sınıflanması ve sayısal yapılarına göre incelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Adana: Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Ruiz Ledesma, E. F. (2010). Using an interactive computer system to support the task of building the notions of ratio and proportion. *Creative Education*, 115-120.
- Schifter, D. (1998). Learning Mathematics for Teaching: From the Teachers' Seminar to the Classroom. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 1(1), 55-87.

- Sharp, T. (2014). *A phenomenological study of proportional reasoning as experienced and described by basic algebra undergraduate students*. Unpublished Doctoral Dissertation. Ohio: Kent State University.
- Simon, M., and Blume, G. (1994). Mathematical modeling as a component of understanding ratio-as-measure: a study of prospective elementary teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 183-197.
- Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students. *Educational Studies in Mathematics*, 271-292.
- Sitomer, A. (2014). *Adult returning students and proportional reasoning: rich experience and emerging mathematical proficiency*. Unpublished Doctoral Dissertation. Portland: Portland State University.
- Smith, M., Silver, E., Leinhardt, G., Hillen, A. (2003). Tracing the development of teachers' understanding of proportionality in a practice-based course. Chicago, IL: Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research, 42.
- Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: illustrations and implications. *Radical Constructivism in Mathematics Education*, 177-194.
- Steffe, L., and Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. R. Lesh and A. E. Kelly (Ed.), *Research Design in Mathematics And Science Education*, 267-307.
- Sumarto, S. S. (2013). *Design research on mathematics education: ratio table in developing the students' proportional reasoning*. Unpublished Master Thesis. The Netherlands: Utrecht University.
- Şencan, H. (2005). *Güvenilirlik ve geçerlilik*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing Prospective Teachers' Knowledge of Children's Conceptions: The Case of Division of Fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.

- Tourniaire, F. (1986). Proportions in elementary school. *Educational Studies in Mathematics*, 17(4), 401-412.
- Tunç Pişkin, M. (2016). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının uygulamaya dayalı bir öğretim modülünün öncesinde ve sonrasında orantısal akıl yürütmeleri*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 234-243.
- Ünsal, A. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin başarı, tutum ve cinsiyet değişkenleri açısından incelenmesi: Bolu ili örneği*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Valverde, G., and Castro, E. (2012). Prospective elementary school teachers' proportional reasoning. *PNA Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 7(1), 1-19.
- Van Galen, F., Feijs, E., Figueiredo, N., Gravemeijer, K., Van Herpen, E., Keijzer, R. (2008). *Fractions, percentages, decimals and proportions: a learning-teaching trajectory for grade 4, 5 and 6*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Wheeler, A. E., and Kass, H. (1977). Proportional reasoning in introductory high school chemistry. *The fiftieth Annual Meeting of the National Association For Research In Science Teaching*. Edmonton: The University of Alberta.
- Wright, V. J. (2011). *The Development Of Multiplicative Thinking And Proportional Reasoning: Models Of Conceptual Learning And Transfer*. Unpublished Doctoral Dissertation. Hamilton: The University Of Waikato.
- Yanık, H. B. (2014). Middle-school students' concept images of geometric translations. *Journal of Mathematical Behavior*, 33, 36-50.
- Yıldırım, K. (2010). Nitel araştırmalarda niteliği artırma. *İlköğretim Online*, 79-92.

Yılmaz Özen, G. (2019). *Investigating middle school students' achievement and strategies in proportional reasoning problems*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods*. Sage publications.

EKLER

EK-1: Manisa Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzin Belgesi



**T.C.
MANİSA VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü**

Sayı : 46949512-605.01-E.17694432
Konu: Araştırma İzni

20.09.2019

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

- İlgi: a) Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22.08.2017 tarih ve 12607291 sayılı 2017 / 25 No'lu genelgesi,
b) Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü Yazı İşleri Müdürlüğü'nün 05.08.2019 tarih ve E.54076 sayılı yazısı.

İlgi (b) yazı ve ekinde; Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Öğrencisi Ekrem ÖZ' e ait "Ortaöğretim Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi" konulu tez çalışması için ilimiz Demirci ilçesinde yer alan Necip Fazıl Kısakürek Anadolu Lisesi öğrencilerine yönelik bir araştırma yapmak istediği belirtilmektedir.

Söz konusu çalışmanın; 2019-2020 eğitim öğretim yılı içerisinde, eğitim öğretimi aksatmadan, yazımız ekinde bulunan onaylı formların kullanılması koşuluyla, gönüllülük esasına dayalı olarak uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Necmettin OKUMUŞ
Müdür Yardımcısı

OLUR
20.09.2019

Mustafa DİKİCİ
Milli Eğitim Müdürü

EK-2: Etik Kurul İzin Belgesi

Evrak Kayıt Tarihi: 14.06.2019

Protokol No: 48430

Tarih: 24.06.2019



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Doktora Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Ortaöğretim Öğrencilerinin Orantısız Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Doç. Dr. H. Bahadır YANIK
TEZ YAZARI:	Ekrem ÖZ
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu
Prof.Dr. Emel ŞIKLAR (Başkan: İkt. ve İdari Bil. Fak.)	
Prof.Dr. T. Volkan YÜZER (Başkan Yardımcısı-Açıköğretim Fak.)	Prof.Dr. Esra CEYHAN (Eğitim Fak.)
KATILMADI Prof.Dr. Münevver ÇAKI (Güzel Sanatlar Fak.)	Prof.Dr. M. Erkan ÜYÜMEZ (İkt. ve İdari Bil. Fak.)
Prof.Dr. Hacıdan DEVECİ (Eğitim Fak.)	Prof.Dr. Hasan TUTAR (İkt. ve İdari Bil. Fak.)

EK-3: Orantısal akıl yürütme becerisini ölçmeye yönelik test



1) Burak ile Türker aynı hızda araba kullanmaktadır. Burak 3 dakikada 6 km yol almaktaysa, Türker 18 km'lik yolu kaç dakikada alır?

2) Kısa Bey'in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Kısa Bey'in atış ile uzunluğu ölçüldüğünde 6 atış boyunda olduğu görülmüştür. Uzun Bey ve Kısa Bey'in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey'in 6, Kısa Bey'in 4 düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre; Uzun Bey'in boyu kaç atış uzunluğundadır?

Bir hayvanat bahçesinin havuzunda boy uzunlukları 10 (A), 15 (B) ve 25 (C) cm. olan üç tane yılan balığı bulunmaktadır. Bu yılan balıkları boy uzunlukları ile doğru orantılı olarak beslenmektedirler. Buna göre;

3) Eğer A yılan balığı 2 adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

4) Eğer B yılan balığı 9 adet yem ile beslenirse, C yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

5) Eğer C yılanbalığı 10 adet yem ile beslenirse;

i) A yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

ii) B yılan balığına kaç adet yem verilmelidir?

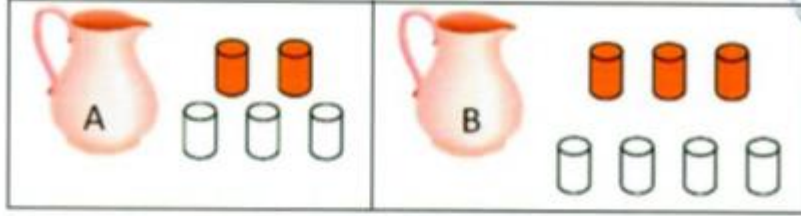
6) 300 km. yolu 4 saatte alan bir otomobil, aynı hızla giderse 750 km'lik yolu kaç saatte alır?

7) Mert ile Mine aynı hızla çalışarak bir duvarı 10 günde boyamaktadırlar. Aralarına aynı hızda çalışan 3 kişi daha katıldığında, aynı duvar kaç günde boyanır?

8) Nestin ile Başak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin 8 turu 32 dakikada koşarken, Başak 2 turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır? Açıklayınız.

9) Bir lokantada aynı boyda pideler üretilmektedir. Bu lokantada yemek yiyen 7 kız 3 pideyi paylaşıırken, 3 erkek ise 1 pideyi paylaşmaktadırlar. Bu lokantada kız başına düşen pide miktarı mı, erkek başına düşen pide miktarı mı daha fazladır? Açıklayınız.

EK-3: (Devam) Orantısal akıl yürütme becerisini ölçmeye yönelik test



10) Yukarıdaki şekilde görülen A ve B sürahilerinde portakal suyu yapılmaktadır. Koyu renkli bardaklarda portakal suyu konsantresi, açık renkli bardaklarda ise su vardır. Şekilde görüldüğü gibi A sürahisine 2 bardak portakal suyu konsantresi ve 3 bardak su, B sürahisine ise 3 bardak portakal suyu konsantresi ve 4 bardak su konulmuştur. Buna göre hangi sürahideki portakal suyu daha tatlıdır? Açıklayınız.

11) Umut bugün, dün koştuğundan daha çok zamanda daha az tur koşmuştur. Buna göre; Umut'un bugünkü koşusu dünküne göre;

- a) hızlıdır b) yavaştır c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

12) Tufan sabah kahvaltısındaki çayını, dünküne göre daha büyük bardakta, daha az sayıda şeker atarak içmiştir. Bu çayın tadı dünkü çaya göre;

- a) daha tatlıdır b) daha tatsızdır c) aynıdır d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

13) Bir koşu parkurunda Elif, Emel'den daha kısa zamanda daha çok tur koşmuştur. Hangisi daha hızlı koşucudur? Açıklayarak yazınız.

14) Sena ile Gökalp farklı arazilere belli aralıklarla ağaç dikmektedirler. Sena Gökalp'e göre daha küçük bir araziye daha çok ağaç dikmektedir. Buna göre kimin arazisindeki ağaçlar birbirine daha yakındır?

- a) Sena b) Gökalp c) yakınlıkları eşittir d) verilen bilgiler yetersizdir.

Hangi seçeneğin doğru olduğunu açıklayarak yazınız.

15) Nevzatcan ile Nergis'in bir parkurdaki yürüme hızları aynıdır. Yürümeye önce Nevzatcan başlamıştır. Nevzatcan 9 turu tamamladığında, Nergis 3 turu tamamlamışsa; Nergis 15 turu tamamladığında Nevzatcan kaç turu tamamlamış olur? Açıklayarak yazınız.

EK-4: Yazılı Değerlendirme



Problem 1-4'de x'i iki farklı yolla bulunuz.

1. $\frac{4}{20} = \frac{x}{35}$

2. $\frac{2}{7} = \frac{6}{x}$

3. $\frac{3}{8} = \frac{x}{20}$

4. $\frac{9}{15} = \frac{12}{x}$

5. $\frac{3}{8} = \frac{x}{20}$ eşitliğinin oluşturulmasını ve çözülmesini gerektirecek bir sözel problem yazınız.

6. Aşağıdaki problemi iki farklı yoldan çözünüz.



Yukarıdaki şekilde görülen A ve B sürahilerinde portakal suyu yapılmaktadır. Koyu renkli bardaklarda portakal suyu konsantresi, açık renkli bardaklarda ise su vardır. Şekilde görüldüğü gibi A sürahisine 2 bardak portakal suyu konsantresi ve 3 bardak su, B sürahisine ise 3 bardak portakal suyu konsantresi ve 4 bardak su konulmuştur. Buna göre hangi sürahideki portakal tadı daha fazladır? Açıklayınız.

Problem 7 ve 8'de doğru şıkkı işaretleyiniz ve seçiminizi neye göre yaptığınızı açıklayınız.

7. Bir koşu parkurunda Esra, Gonca'dan daha kısa zamanda daha çok tur koşmuştur. Hangisi daha hızlı koşucudur?
a) Esra
b) Gonca
c) Eşitirler.
d) Verilen bilgiler yetersizdir.
8. Duygu'nun annesi her sabah, Duygu ve kardeşi için taze portakal ve elmaları kullanarak meyve suyu karışımı hazırlamaktadır. Eğer Duygu'nun annesi bugün, dün kullandığından daha az portakal ve elma kullandıysa hazırladığı meyve suyunun tadı nasıldır? Neden?
a) Dünkünden daha çok portakallıdır.
b) Dünkünden daha çok elmalıdır.
c) Dünküyle aynıdır.
d) Verilen bilgiler yetersizdir.
9. Murat odasını boyamak istiyor. İsteddiği renge ulaşmaya kadar mavi ve beyaz renk boyaları karıştırıyor. Odasını boyamaya başlıyor ama elindeki boyanın duvarlara yetmesi için çeyrek kutu boyaya daha ihtiyacı olduğunu fark ediyor. Murat, elindeki boyanın rengini değiştirmeden miktarını artırmak istiyor; bu amaçla bir bardak mavi, bir bardak beyaz olmak üzere eşit miktarlarda boyaları elindeki boya kabına ekliyor (2 bardak = 1 çeyrek kutu). Sizce, Murat'ın elindeki boyanın rengini değiştirmeden miktarını artırmak için kullandığı yöntem her zaman işe yarar mı? Neden?
10. Termal kaplıcaları ile ünlü Afyon'da kayak yapmaya elverişli dağ sayısı azdır. Termal su ve kayanın aynı yerde olduğu bir merkezin çok ilgi çekeceğini düşünen bir grup girişimci,

EK-4: Yazılı Değerlendirme

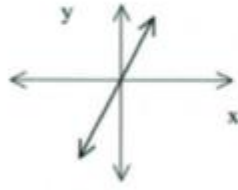


Afyon'da kayak yapılabilecek yamaçlar inşa etmeyi ve kolay kayılabilsin diye plastik fiber ile, bu yamaçları kaplamayı planlamışlardır. Farklı eğimlerde toplam 3 yamaç inşa etmek isteyen girişimciler bu yamaçları eğimlerine göre sıralamak istemektedir. Her yamacın tabanının boyu, eni ve yamacın yüksekliği şeklinde görüldüğü gibi ölçülebilmektedir. Bu bilgileri kullanarak yamaçların birbirlerine göre eğim sıralamasını hangi bilgileri kullanarak nasıl yaparsınız?

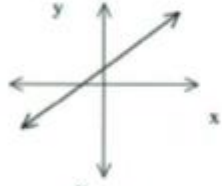


Problem 11-22'de değişkenler arasındaki ilişkilerin birbirleriyle orantılı olup olmadığını verilen boşluklara yazınız ve kararınızı nasıl verdiğinizi açıklayınız.

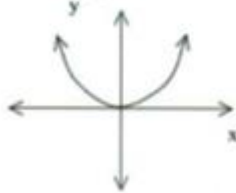
11. Ankara'da bir taksinin açılış fiyatı 2.2 TL ve kilometre başına artış fiyatı 1.9 TL ise bir yolcunun taksiyle gittiği kilometre ile verdiği ücret arasındaki ilişki _____. Çünkü,
12. Giriş biletinin 12 TL olduğu bir sinemada, alınan bilet sayısı ile biletlere ödenen toplam para arasındaki ilişki _____. Çünkü,
13. Bir maratonda koşan Sevil ve Nehir aynı hızda koşmaktadırlar. Eğer Sevil, Nehir koşmaya başlamadan önce başlayıp 2 km koştuysa, maratonda Sevil ve Nehir'in konumları arasındaki ilişki _____. Çünkü,



14. x ile y _____. Çünkü,



15. x ile y _____. Çünkü,



16. x ile y _____. Çünkü,

17. $y = 3x + 4,5$

- x ile y _____. Çünkü,

EK-4: Yazılı Değerlendirme



18. $y = 3x^2$

x ile y _____ . Çünkü,

19. $y = 2,5x$

x ile y _____ . Çünkü,

20.

x	y
4	6
6	9
8	12
10	15
12	18

x ile y _____ . Çünkü,

21.

x	y
4	10
6	14
8	18
10	22
12	26

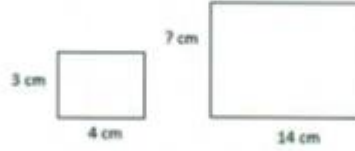
x ile y _____ . Çünkü,

22.

x	y
0	0
4	8
6	18
8	32
10	50

x ile y _____ . Çünkü,

23. Volkan ve Emre, mezuniyet yılı için arkadaşlarının fotoğraflarını bozmadan büyötmek istiyorlar. Büyötmek istedikleri fotoğraflardan birinin eni 3 cm, boyu ise 4 cm'dir. Bu fotoğraf büyötdöktöten sonra boyu 14 cm oluyorsa eni kaç cm olmuştur? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.



24. Bir terzi farklı boyutlarda öörtöler dikmek için dikdörtgen şeklinde üç farklı kumaş kesiyor. Bu kumaşların boyutları 23 cm'e 35 cm, 139 cm'e 155 cm ve 56 cm'e 75 cm'dir. Terzinin kestığı kumaşlardan hangisi daha çok kareye benzer? Hangisi daha az kareye benzer? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

EK-5: Öğretim Deneyi Seansları

1. Seans1: Tek çokluk ile akıl yürütmeden iki çokluk ile akıl yürütmeye geçilmesi

Bu seans kapsamında incelenen beceriler aşağıdaki gibidir:

- Oran içerisindeki çoklukların tanınması
- Oranı oluşturan çoklukların değişiminin oran üzerindeki etkilerinin anlaşılması

1.1. Ders1

Ders amacı: Katılımcıların iki çokluk arasında bağlantı kurabilmesinin incelenmesi

Tablo 3.5. (Genişletilmiş) Çokluklar arasında bağlantı kurabilme problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği
Limon/Su Problemi	“Yasemin ve Zeynep limonata yapmaktadırlar. Yasemin, 3 bardak limon aromasını 2 bardak su ile karıştırmıştır. Zeynep ise 4 bardak limon aromasını 3 bardak su ile karıştırmıştır. Kimin karışımı daha limonludur? Hesaplama kullanmadan çözümünüzü açıklayın.” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 79.
Boya Problemi 1	“Mavi ve kırmızı renklerinin birleşiminden mor renk oluşmaktadır. Tahsin 1 kutu mavi boya ile 2 kutu kırmızı boyayı karıştırıyor. Leyla ise 2 kutu mavi boya ile 3 kutu kırmızı boyayı karıştırıyor. Kimin karışımı daha koyu renk mor olur?” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 20.
Boya Problemi 2	“Kırmızı ve beyaz renklerinin birleşiminden pembe renk oluşmaktadır. Ali 4 kutu kırmızı boya ile 3 kutu beyaz boyayı karıştırıyor. Ayşe ise 5 kutu kırmızı boya ile 4 kutu beyaz boyayı karıştırıyor. Kimin karışımı daha koyu renk pembe olur?” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 20.

1.2. Ders2

Ders amacı: Katılımcıların oranın iki çokluktan (attributes) oluştuğunu fark edebilme becerilerini incelemek

EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

Tablo 3.6. (Genişletilmiş) Oranın iki çokluktan oluştuğunu kavrama problemleri

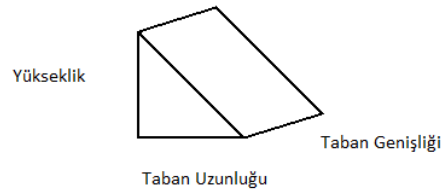
Problem Adı	Problem İçeriği															
Basketbol Problemi	“Bir grup katılımcı basketbol atışı yapmaktadır. Sonuçlar aşağıdaki gibidir: <table><tr><td>İsim</td><td>Başarılı Atış</td><td>Yapılan Atış</td></tr><tr><td>Ayla</td><td>8</td><td>11</td></tr><tr><td>Burak</td><td>22</td><td>29</td></tr><tr><td>Cemal</td><td>15</td><td>19</td></tr><tr><td>Dilek</td><td>33</td><td>41</td></tr></table> Sadece bu bilgilere dayanarak en iyi oyuncu kimdir? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.” Kaynak: Hines ve McMahon, 2005, s. 101.	İsim	Başarılı Atış	Yapılan Atış	Ayla	8	11	Burak	22	29	Cemal	15	19	Dilek	33	41
İsim	Başarılı Atış	Yapılan Atış														
Ayla	8	11														
Burak	22	29														
Cemal	15	19														
Dilek	33	41														

EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

Tablo 3.6. (Genişletilmiş-Devam) Oranın iki çokluktan oluştuğunu kavrama problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği															
Futbol Problemi	“Aşağıdaki tabloda aynı takımda futbol oynayan Mahmut, Yasin, Can ve Utku’nun antrenmanda yaptığı penaltı atışlarının sonuçları gösterilmektedir. Buna göre maçta atılacak penaltı için bu 4 oyuncudan hangisini seçersiniz. Neden?” <table><tr><th>İsim</th><th>Başarılı Atış</th><th>Başarısız Atış</th></tr><tr><td>Mahmut</td><td>12</td><td>9</td></tr><tr><td>Yasin</td><td>39</td><td>32</td></tr><tr><td>Can</td><td>22</td><td>15</td></tr><tr><td>Utku</td><td>18</td><td>14</td></tr></table>	İsim	Başarılı Atış	Başarısız Atış	Mahmut	12	9	Yasin	39	32	Can	22	15	Utku	18	14
İsim	Başarılı Atış	Başarısız Atış														
Mahmut	12	9														
Yasin	39	32														
Can	22	15														
Utku	18	14														

Kayak Pistinin Eğimi Problemi “Kansas’ta kayak yapmak için dağ bulunmamaktadır. Girişimci bir grup, bir dizi kayak rampası inşa etmiştir ve onları yokuş aşağı kayabilmeye izin veren plastik bir elyafla kaplamıştır. Sizden rampaları en dik’ten en az dik’e olacak şekilde sıralamanız istenilmektedir. Her tepe için size aşağıdaki ölçümler verilmiştir: taban uzunluğu, taban genişliği (zemin boyunca ölçülür) ve yükseklik. Sahip olduğunuz bilgiyi kullanarak tepelerin birbirlerine göre dikliğini (göreceli dikliğini) nasıl belirlersiniz?”



Kaynak: Simon ve Blume, 1994, s. 190.

2. Seans2: Toplamsal akıl yürütmeden çarpımsal akıl yürütmeye geçilmesi

Bu seans kapsamında incelenen beceriler aşağıdaki gibidir:

- Oranı, iki çokluğun çarpımsal karşılaştırması olarak görebilme
- İki oran arasındaki eşitlik ilişkisini tanıyabilme
- Katılımcıların toplamsal yerine birleşik birimler yardımı ile çarpımsal karşılaştırmalar kullanabilmesi
- Orantısal akıl yürütmede görsel işaretlerin etkisi

EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

2.1. Ders1

Ders Amacı: Katılımcıların toplamsal akıl yürütme yerine değişim durumuna orantısal olarak bakarak çarpımsal ilişkileri tanıyabilme becerilerini incelemek.

Ders kapsamında, alanyazında yer alan farklı kaynaklardan uyarlanan çeşitli durumlara yer verilmiştir. Bu durumlar aşağıda yer almaktadır.

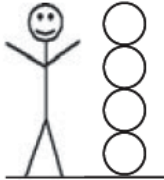
Tablo 4.4. *Orantısal durum problemleri*

Durumlar
1. “Burak ve Türker bir parkur etrafında eşit hızla koşmaktadırlar. Koşuya önce başlayan Burak, 9 tur bitirdiğinde, Türker 3 tur bitirmiştir. Türker 15 tur bitirdiğinde, Burak kaç tur koşmuştur?” Kaynak: Çıkla ve Duatepe, 2002, s.32.
2. “3 balon 2 TL ise, 24 balon alan bir kişi kaç TL öder?” Kaynak: Langrall ve Swafford, 2000, s.255.
3. “Çiftçi Ali’nin bir kenarı 100 metre olan kare şeklindeki bir arazinin etrafına çukur kazmak için yaklaşık 4 güne ihtiyacı vardır. Bir kenarı 300 metre olan bir arazinin etrafına çukur kazması için kaç güne ihtiyacı vardır?” Kaynak: De Bock vd., 1998, s. 68.
4. “Çiftçi Veli’nin bir kenarı 200 metre olan kare şeklindeki bir araziye gübrelemek için yaklaşık 8 saate ihtiyacı vardır. Bir kenarı 600 metre olan kare bir araziye gübrelemek için kaç saate ihtiyacı vardır?” Kaynak: De Bock vd., 1998, s. 68.
5. “Ali ve Burcu eşit hızla soru çözmektedir. Soru çözmeye Ali’den sonra başlayan Burcu 3 soru çözdüğünde Ali 12 soru çözmüştür. Burcu 21 soru çözdüğünde Ali kaç soru çözmüştür?”
6. “200 metre karelik bir alana sahip bir bahçenin etrafına bir sıra tel çekmek için 3 güne ihtiyaç vardır. Buna göre 600 metre karelik bir alana sahip bir bahçenin etrafına 1 sıra tel çekmek kaç gün sürer?”
7. “Bir meranın ortasında 10 metre ip ile bağlı bir inek vardır. İpin uzunluğunu 10 metreden 20 metreye çıkartırsak ineğin yiyebileceği otların bulunduğu bölge kaç katına çıkar?”

EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

Ders kapsamında yer alan diğer problemlere ise aşağıdaki yer verilmiştir.

Tablo 3.7. (Genişletilmiş) Çarpımsal akıl yürütme problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği
Çiçek Problemi	“İki hafta önce, iki çiçeğin boyları 8 cm ve 12 cm olarak ölçülmüştür. Bugün ise çiçekler sırasıyla 11 cm ve 15 cm boyundadır. 8 cm’lik çiçek mi yoksa 12 cm’lik çiçek mi daha fazla uzamıştır? Bu problem için geçerli olabilecek iki farklı cevap bulunuz ve cevaplarınızı açıklayınız.” Kaynak: Tunç, 2016, s. 288.
Fidan Problemi	“Boyları 18 ve 24 cm olan iki fidan dikiliyor. 3 ay sonra fidanların boyları 30 ve 36 cm olduğu görülüyor. Buna göre hangi fidan daha fazla uzamıştır?”
Kısa Bey/Uzun Bey Problemi	“Kısa Bey’in boyu 6 ataç uzunluğundadır. Kısa Bey’in Uzun Bey adında bir arkadaşı vardır. Uzun Bey ve Kısa Bey’in boyları düğme ile ölçüldüğünde, Uzun Bey’in 6, Kısa Bey’in 4 düğme uzunluğunda olduğu bulunmuştur. Buna göre, Uzun Bey’in boyu kaç ataç uzunluğundadır?” Bay Kısa 
Dikdörtgen Problemi	Kaynak: Karplus vd., 1974, s.476. “Hangisi daha karemsidir: 35x39 ölçekte bir dikdörtgen mi 22x25 ölçekte bir dikdörtgen mi?” Kaynak: Lamon, 1999, s. 6.
Ev Problemi1	“Yeni bir konut parsellemeye 3 farklı parsel boyutu sunulmaktadır: 185 metre x 245 metre, 75 metre x 114 metre ve 455 metre x 508 metre. Bu parseller gökyüzünden görüntülenmek istenseydi, hangisi en çok karemsi olurdu? Hangisi en küçük kare olurdu? Sebeplerinizi açıklayın.” Kaynak: Heinz, 2000, s. 150.
Ev Problemi 2	“Bir inşaat şirketi 125 metre x 165 metre, 98 metre x 124 metre ve 67 metre x 87 metre ebatlarındaki üç arsadan birini seçerek ev yapmak istemektedir. Şirket kare ve kareye en çok benzeyen arsayı seçmek istemektedir. Buna göre hangi arsayı tercih etmelidir?”

2.2. Ders2

Ders Amacı: Katılımcıların problemleri çözmek için toplamsal ve çarpımsal karşılaştırma orantısal akıl yürütme stratejilerinin ne zaman kullanılacağını ne ölçüde belirleyebildiklerini incelemek

EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

Tablo 3.8. (Genişletilmiş) Orantısal akıl yürütme strateji belirleme problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği
Koşu Problemi	“Suzan ve Derya bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Suzan koşuya önce başlamıştır. Suzan 7 tur attığında, Derya 3 tur atmıştır. Derya 12 turu bitirdiğinde, Suzan kaç tur atmıştır?” Kaynak: Cramer ve Post, 1993, s. 159.
Badana Problemi	“Mehmet 3 saat içinde kendi başına bir odayı boyayabilmektedir. Mehmet kendisiyle aynı hızda boya yapabilen kardeşi Fatih’ten yardım isterse iki kardeşin aynı odayı boyaması ne kadar sürer?” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 46.
Bahçe Problemi	“Okan tek başına bahçelerini 12 saatte çapalayabilmektedir. Okan kendisi ile aynı kapasitedeki iki arkadaşı ile bu işi yapsaydı bu iş kaç saat sürerdi?”

3. Seans3: Çarpımsal karşılaştırmalarda farklı stratejilerin kullanımı

Bu seans kapsamında incelenen beceriler aşağıdaki gibidir:

- Katılımcıların oran ve kesir arasındaki matematiksel ilişkiye dair anlayışları
- Katılımcıların oranın bölümle olan ilişkisine dair anlayışları
- Katılımcıların denk kesirleri kullanabilmesi
- Katılımcıların orantı sabitini kullanabilmesi

3.1. Ders1

Ders Amacı: Bir orantının çözümünde katılımcıların kullandığı yöntemlerin belirlenmesi

Tablo 3.9. (Genişletilmiş) Çarpımsal karşılaştırma problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği														
Granola Problemi	“Sağlıklı yiyecek dükkânı, granolayı gram ile satmaktadır. Maliyet, granola’nın ağırlığına bağlıdır. 8 gram ağırlığındaki granola 1,50 TL’dir. Aşağıdaki tablodaki eksik bırakılan maliyet ve ağırlıkları doldurun. Sebeplerinizi açıklayın.” <table><tr><td>Ağırlık</td><td>Maliyet</td></tr><tr><td>6 gr</td><td>?</td></tr><tr><td>8 gr</td><td>1.50 ₺</td></tr><tr><td>?</td><td>2.2₺</td></tr><tr><td>16 gr</td><td>?</td></tr><tr><td>?</td><td>3.75 ₺</td></tr><tr><td>?</td><td>4.50 ₺</td></tr></table>	Ağırlık	Maliyet	6 gr	?	8 gr	1.50 ₺	?	2.2₺	16 gr	?	?	3.75 ₺	?	4.50 ₺
Ağırlık	Maliyet														
6 gr	?														
8 gr	1.50 ₺														
?	2.2₺														
16 gr	?														
?	3.75 ₺														
?	4.50 ₺														

Kaynak: Ercole vd., 2011, s. 484.

EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

Tablo 3.9. (Genişletilmiş-Devam) Çarpımsal karşılaştırma problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği												
Kuruyemiş Problemi	“Bir kuruyemiş dükkanında, Leblebinin satış fiyatı ağırlığına bağlıdır. 80 gram leblebi 2.50 TL’dir. Buna göre aşağıdaki tabloyu doldurunuz.” <table><tr><th>Ağırlık</th><th>Maliyet</th></tr><tr><td>60 gr</td><td>?</td></tr><tr><td>?</td><td>5.5₺</td></tr><tr><td>160 gr</td><td>?</td></tr><tr><td>?</td><td>6.25 ₺</td></tr><tr><td>200</td><td>?</td></tr></table>	Ağırlık	Maliyet	60 gr	?	?	5.5₺	160 gr	?	?	6.25 ₺	200	?
Ağırlık	Maliyet												
60 gr	?												
?	5.5₺												
160 gr	?												
?	6.25 ₺												
200	?												
Balon Problemi	Kaynak: Ercole vd., 2011, s. 484. “Melis, Barış ve Emre helyum dolu üç balon olarak üç balon için 2 TL ödemişlerdir. Sonra geri dönüp sınıflarındaki herkes için yeterince balon satın almaya karar verdiler. 24 balon için ne kadar ödemişlerdir? Sebeplerinizi açıklayınız.”												
Boya Problemi	Kaynak: Langrall ve Swafford, 2000, s.255. “2 kutu mavi boyayı 7 kutu sarı boyayla karıştırarak bir dizi yeşil boya yaptığımızı varsayalım. Aynı yeşil tonunu elde etmek için karıştırabileceğiniz mavi boya ve sarı boya kutularının diğer kombinasyonları nelerdir?” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 20.												

3.2. Ders2

Ders Amacı: Katılımcıların, kesirler ile oran arasındaki ayırım yapabilme yeteneklerini ortaya koyabilmek

Tablo 3.10. (Genişletilmiş) Kesir oran ayırımı problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği
Kedi Köpek Problemi	“Hayvansever Hasan Bey öldüğünde 240 bin lira bırakarak, Kedi Barınağı ile Köpek Barınağı’nın alacağı miktarlar arasında, 2:3 oranını kullanarak iki hayvan barınağı arasında bölünmesini istemiştir. Barınaklar ne kadar para almıştır?” Kaynak: Peled, 2007, s. 2143.

EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

Tablo 3.10. (Genişletilmiş-Devam) Kesir oran ayırımı problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği
Kız Erkek Problemi	“Ayşe öğretmen, katılımcılarını 3 kız ve 2 erkek olarak gruplara ayırmıştır. sınıfında 25 öğrencisi varsa, kızlar kaç kişidir, erkekler kaç kişidir?” Kaynak: Langrall and Swafford, 2000, s. 255.
Kalem Problemi	“Bir öğretmen 35 kalem 2 öğrencisine 2:5 oranında paylaştırmaktadır. Katılımcılar kaç kalem almıştır?”
Kurabiye Problemi	“Bir anne 40 kurabiyeyi 2 çocuğuna 3:7 oranında paylaşıyor. Çocukların her biri kaç kurabiye almıştır?”
Renkli Kalem Problemi	“Bir katılımcı kırmızı ve mavi renklerden oluşan 45 kalem vardır. Her grupta 2 kırmızı ve 7 mavi olacak şekilde kalemlerini gruplara ayırmıştır. Bu katılımcının kaç kırmızı ve mavi kalem vardır?”
Çikolatalı Süt Problemi	“Aslı ve Ahmet çikolata sosu ve süt kullanarak çikolatalı süt hazırlamak istemektedirler. Ahmet 3 fincan çikolata sosunu 5 fincan süt ile karıştırırken, Aslı 5 fincan çikolata sosunu 8 fincan süt ile karıştırarak çikolatalı süt hazırlamışlardır. Hangisinin hazırladığı çikolatalı süt daha yoğun çikolata tadına sahiptir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.” Kaynak: Hillen, 2005, s. 234.

4. Seans4: Birleşik bir birimin tekrarlanmasından eşdeğer oranlara

Bu seans kapsamında incelenen beceriler aşağıdaki gibidir:

- Katılımcıların çoklukları kullanarak oran kurabilmesi, karşılaştırma ve işlemlerde oranları kullanabilmesi
- Oranı kullanarak genellemelerde bulunabilmesi
- Katılımcıların içler dışlar kuralı (product rule) veya denk kesirleri (equivalent fractions) kullanabilmesi

4.1. Ders1

Ders Amacı: Katılımcıların sonsuz sayıda denk oran ile akıl yürütme yeteneğine sahip olup olmadıklarının ortaya konulması

EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

Tablo 3.11. (Genişletilmiş) Denk oran problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği										
Gezegen Problemi	“NASA, tablodaki her ağırlık çiftini göz önüne alarak, B gezegeninde bir uzay istasyonu inşa etmektedir. Dünya’daki bir eşyanın B Gezegeninde ne kadar ağırlığı olacağını nasıl belirleyebilirler? <table><tr><td>Dünya</td><td>B Gezegeni</td></tr><tr><td>120 kg</td><td>45 kg</td></tr><tr><td>27 kg</td><td>10 1/8 kg</td></tr><tr><td>42 kg</td><td>15 3/4 kg</td></tr><tr><td>16 kg</td><td>6 kg</td></tr></table> a) Bir eşyanın Dünya üzerindeki ağırlığı ile B Gezegenindeki ağırlığı arasındaki ilişkiyi belirleyin. b) Bir eşya Dünya üzerinde 200 kg ağırlığında ise B Gezegenindeki ağırlığını belirleyin. c) B Gezegenindeki ağırlığı 63 kg ağırlığında olan bir eşyanın Dünya üzerindeki ağırlığı nedir? d) Dünyadaki ve B Gezegenindeki ağırlıklar arasındaki ilişkiyi koruyacak başka bir eşyaya örnek verin. Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 72.	Dünya	B Gezegeni	120 kg	45 kg	27 kg	10 1/8 kg	42 kg	15 3/4 kg	16 kg	6 kg
Dünya	B Gezegeni										
120 kg	45 kg										
27 kg	10 1/8 kg										
42 kg	15 3/4 kg										
16 kg	6 kg										
Makarna Sosu Problemi	Yusuf makarna sosu satmaktadır ve 7 gramlık bir kavanoz için 3 TL, toplam 37.5 gramlık 2 kavanoz için 16 TL almaktadır. 7 gramlık bir kavanoz satın almak 37.5 gramlık 2 kavanoz satın almaktan daha mı iyidir? Nasıl açıklarsınız.” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 72.										

5. Seans5: Genel değerlendirme

Bu seans kapsamında incelenen beceriler aşağıdaki gibidir:

- Katılımcıların orantısal akıl yürütme düzeyleri ile ilgili araştırmacının genel değerlendirme yapması
- Katılımcıların orantılı durumlar hakkında orantısal akıl yürütürken kesin ve doğru bir dil kullanabilmesi

Tablo 3.12. (Genişletilmiş) Orantısal akıl yürütme problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği
Tavşan ve Kurbağa Problemi	 “Bir tavşan 4 saniye içinde 10 cm yürüyebilmektedir. Tavşan yürümeye başladığında evden 4 santimetre uzakta olduğunu ve 3 saniye sonra evden 11.5 santimetre uzakta olduğunu varsayalım. Tavşan tüm yolculuğu boyunca aynı hızda seyahat edebilmesi için ‘evden uzaklık’ ve ‘geçen zaman’ değerleri oluşturun. Düşüncenizi gösterin.” Kaynak: Lobato ve Ellis 2010, s. 52.

EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

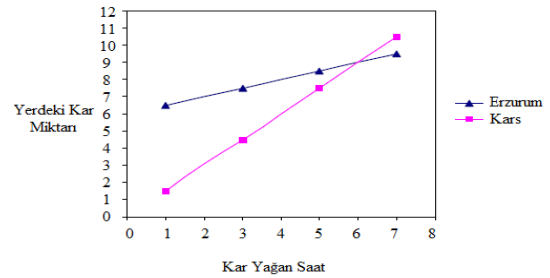
Tablo 3.12. (Genişletilmiş-Devam) Orantısal akıl yürütme problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği																						
Milli Park Problemi	“Bir milli parkta park yerine giriş ücreti, araçtaki her kişi için 1 TL, araç park etme ücreti 3 TL’dir. a) Araçtaki kişi sayısına göre alınan ücretin ne kadar olacağını gösteren aşağıdaki tabloyu tamamlayın. Tabloyu nasıl doldurduğunuzu açıklayın. b) Tablodan en az üç farklı model tanımlayın. c) Rastgele sayıda kişi için toplam maliyeti belirlemeye yardımcı olacak bir kural yazın.” <table><tr><th>Kişi Sayısı</th><th>Ücret</th></tr><tr><td>1</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td></tr><tr><td>4</td><td></td></tr><tr><td>5</td><td></td></tr><tr><td>6</td><td></td></tr><tr><td>7</td><td></td></tr><tr><td>8</td><td></td></tr><tr><td>9</td><td></td></tr><tr><td>10</td><td></td></tr></table>	Kişi Sayısı	Ücret	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Kişi Sayısı	Ücret																						
1																							
2																							
3																							
4																							
5																							
6																							
7																							
8																							
9																							
10																							
Kilo Problemi	“Dilara ve Deniz, kilo vermeye çalışmaktadır. Dört ay önce Dilara 250 kilo, Deniz 180 kilodur. Bugün, Dilara 220 kilo Deniz ise 150 kilodur, hangisi daha çok kilo vermiştir.” Kaynak: Hillen, 2005, s. 239.																						
Boy Problemi	“Selim ve Hakan’ın boyları sırasıyla 120 ve 150 cm’dir. Bir süre sonra boyları tekrar ölçüldüğünde sırasıyla 130 cm ve 160 cm olduğu görülüyor. Hangisi daha çok uzamıştır?”																						
Pizza Problemi	“Duygu bir partiye katıldığında 3 pizzanın 7 kişiye hizmet edileceği bir masada ya da 9 kişiye 4 pizzanın servis edileceği bir masada oturabilir. Duygu’nun en fazla pizzayı alabilmek için nerede oturması gerekir? Sebeplerini açıklayınız.” Kaynak: Kaynak: Peled, 2007, s. 2143.																						
İçecek Problemi	“Pelin katıldığı doğum günü organizasyonunda 9 ve 11 kişilik 2 tür masanın olduğunu görüyor. 9 kişilik masalara 5 şişe içecek, 11 kişilik masalara 6 şişe servis edildiğini görüyor. Masalardaki herkesin eşit miktarda içecek içtiği bilindiğine göre Pelin’in daha çok içecek içmek için hangi masaya oturması gerekir?”																						
Maaş Problemi	“Bir işyerinde maaş zammı için çalışanlara iki seçenek sunulmaktadır. I. Seçenek: %10 zam II. Seçenek: 200 TL zam Buna göre hangi seçeneği tercih etmek daha avantajlıdır?” Kaynak: Baxter ve Junker, 2001, s. 11.																						

EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

Tablo 3.12. (Geniştirilmiş-Devam) Orantısal akıl yürütme problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği																				
Kar Problemi	“Erzurum ve Kars şehirlerinde bir kar fırtınası yaşanmaktadır. Erzurum’a kar yağmadan önce yerde 6 cm kar vardır. Kar fırtınası Erzurum’a saatte 0,5 cm kar getirmiştir. Kars’a ise saatte 1,5 cm olmak üzere daha yoğun kar yağmıştır. Kars’ta fırtına başladığında yerde kar bulunmamaktadır. Erzurum <table border="1"> <thead> <tr> <th>Kar Yağan Saat</th><th>Yerdeki Kar Miktarı</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>6.5</td></tr> <tr><td>3</td><td>7.5</td></tr> <tr><td>5</td><td>8.5</td></tr> <tr><td>7</td><td>9.5</td></tr> </tbody> </table> Kars <table border="1"> <thead> <tr> <th>Kar Yağan Saat</th><th>Yerdeki Kar Miktarı</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1.5</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>4.5</td></tr> <tr><td>7</td><td>6</td></tr> </tbody> </table>	Kar Yağan Saat	Yerdeki Kar Miktarı	1	6.5	3	7.5	5	8.5	7	9.5	Kar Yağan Saat	Yerdeki Kar Miktarı	1	1.5	3	3	5	4.5	7	6
Kar Yağan Saat	Yerdeki Kar Miktarı																				
1	6.5																				
3	7.5																				
5	8.5																				
7	9.5																				
Kar Yağan Saat	Yerdeki Kar Miktarı																				
1	1.5																				
3	3																				
5	4.5																				
7	6																				



- a) Tablolar ve grafikle ilgili neler söyleyebilirsiniz.
b) Her iki grafik de orantısal bir ilişkiyi temsil eder mi?”

Kaynak: Smith vd., 2003, s. 55.

“Asuman 12 yaşında, abisi 15 yaşındadır. Asuman şimdiki yaşının iki katı yaşına gelince abisi kaç yaşında olur?”

Kaynak: Tunç, 2016, s. 290.

“Aşağıdaki tablo palyaçonun evden uzaklığını ve geçen süreyi göstermektedir:

Uzaklık (cm)	Geçen süre (dk)
-5	2
20	12
40	20
52.5	25
140	60

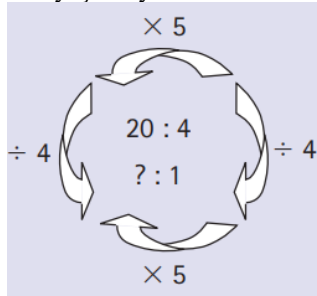
- a. Palyaço aynı hızda mı yürüyordu, ya da hızlandı mı, ya da yavaşladı mı? Nasıl söyleyebilirsiniz?
b. Palyaçonun bu çiftleri oluşturan yolculuğunu tarif ediniz.

Alt Soru: Palyaço’nun hızını gösteren şekildaki eksik sayıları tamamlayınız.”

Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 76.

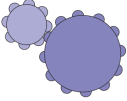
Yaş Problemi

Palyaço Seyahati Problemi



EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

Tablo 3.12. (Genişletilmiş-Devam) Orantısal akıl yürütme problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği
Su Problemi	“4 şişe su 9 TL olduğuna göre 12 şişe su kaç TL’dir şeklinde verilen problemi tekrarlı toplama yaparak çözünüz.”
Bahçe Problemi	“Eni 50 cm, boyu 80 cm olan dikdörtgen bir bahçenin kenarlarını en-boy oranını değiştirmeden büyüten şekli nasıl çizebilirsiniz.”
Benzer Dikdörtgenler Problemi	“A, B ve C ölçüleri verilen üç dikdörtgendir. A’nın ölçüleri, 2cm’e 6 cm; B’nin ölçüleri 3cm’e 9 cm ve C’nin ölçüleri 8 cm’e 24 cm’dir. Her dikdörtgenin kendi içindeki oranını bulunuz. Elde ettiğiniz sonuç, bu üç dikdörtgenin benzer olduğuna yönelik sizi ikna eder mi? Bir de A ile B ve A ile C dikdörtgenleri için aralarındaki oranı inceleyiniz. Bu oranlar niçin farklıdır?” Kaynak: Tunç, 2016, s. 292.
Pasta Problemi	“Kardelen öğretmen bir matematik öğretmenidir ve iki tane sınıfın dersine girmektedir. Dersine girdiği sınıflardaki katılımcıların hepsine eşit şekilde paylaşmak üzere küçük pastalar alıp sürpriz yapmak istemektedir. Eğer bir sınıfındaki 16 katılımcı için 20 tane pasta almışsa diğer sınıfındaki 36 katılımcı için kaç tane pasta alması gerekir?” Kaynak: Tunç, 2016, s. 293.
Kuş Problemi	“Selen ve Yiğit birlikte tatile gitmişlerdir. Dönüşte Selen ve Yiğit bazı kuş sesleri duymuşlardır. Eve döndüklerinde konuyla ilgili bir yetkili ile konuştuklarında, bulundukları ilde 1000 tane A kuşu, yazın tatil için gittikleri ilde ise 1500 tane aynı kuştan olduğunu öğreniyorlar. Bulundukları il 2500 metrekaare ve tatil yaptıkları il 3000 metrekaare olduğuna göre, acaba hangi ilde A kuşu görmeleri daha olasıdır?” Kaynak: Çıkla ve Duatepe, 2002, s.36.
Sınıf Problemi	“Meltem öğretmenin sınıfında 20 kız katılımcı, 15 erkek katılımcı vardır. Bu sınıfta kız ve erkek katılımcıları hangi farklı yollarla karşılaştırabilirsiniz?” Kaynak: Çıkla ve Duatepe, 2002, s. 36.
Dişli Problemi	 “8 dişli büyük bir dişliye bağlı 12 dişli küçük bir dişliye sahip olduğumuzu düşünelim. Soru 1: a) Küçük dişli saat yönünde dönerse, büyük dişli hangi yöne döner? Neden? b) Küçük dişliyi belirli sayıda çevirerseniz, büyük dişli daha fazla mı daha az mı yoksa aynı miktarda mı devir yapar? Ne söyleyebilirsiniz? c) Küçük dişlinin ne kadar devir yaptığını takip etmenin bir yolunu bulunuz. Büyük dişlinin ne kadar devir yaptığını takip etmenin bir yolunu bulunuz. İkisini aynı anda nasıl takip edebilirsiniz?”

EK-5: (Devam) Öğretim Deneyi Seansları

Tablo 3.12. (Genişletilmiş-Devam) Orantısal akıl yürütme problemleri

Problem Adı	Problem İçeriği								
	Soru 2: “Küçük dişli 3 kez, büyük dişli 2 kez dönüyorsa dişliler için diğer dönüş çiftleri nelerdir? Soru 3: a) Küçük dişlinin 96 kez dönmesi durumunda, büyük dişli kaç kez döner? b) Küçük dişli 1,257 kez dönerse, büyük dişli kaç kez döner? c) Küçük dişliyi, büyük dişliyi öncekinden iki kat daha hızlı çeviren yeni bir dişliyle değiştirmeniz gerektiğini varsayalım. Yeni küçük dişlinin kaç dişi olmalıdır? d) B dişlisinin öncekinden iki kat yavaş dönmesini istenirse yeni küçük dişlinin kaç dişi olmalıdır? e) Dişli A ve dişli B birlikte dönmektedir. A dişlisinin 6 dişi vardır ve belli bir süre içerisinde B dişlisi A dişlisinin devir sayısının 1/4’ü kadar dönmektedir. B dişlisinin kaç dişi vardır?” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, sf 62.								
Musluk Problemi	“Damlayan musluğun altına bir kap koyduğumuzu düşünelim. Kap başlangıçta 6 gramdır. 8 dakika sonra kap 10 gram olmuştur. 17 dakika sonra kap kaç gr olacaktır?” Kaynak: Lobato ve Ellis, 2010, s. 46.								
Tablo Problemi1	“Aşağıdaki tablo, birbiriyle orantılı olan x ve y değerleri gösterilmektedir. <table><tr><td>X</td><td>3</td><td>6</td><td>P</td></tr><tr><td>y</td><td>7</td><td>Q</td><td>35</td></tr></table> P ve Q değerleri nelerdir?” Kaynak: TIMSS, 1999, s. 40.	X	3	6	P	y	7	Q	35
X	3	6	P						
y	7	Q	35						
Tablo Problemi2	“Aşağıdaki tablo, birbiriyle orantılı olan a ve b değerlerini göstermektedir. <table><tr><td>a</td><td>4</td><td>12</td><td>X</td></tr><tr><td>b</td><td>9</td><td>Y</td><td>36</td></tr></table> Buna göre x ve y değerleri nelerdir?”	a	4	12	X	b	9	Y	36
a	4	12	X						
b	9	Y	36						
Resim Büyütme Problemi	“Ahsen fotoğraf makinesi ile fotoğraf çekip yazıcısından çıkartmaktadır. Yazıcının fotoğrafın boyutlarını değiştirmeye yarayan bir fonksiyonu bulunmaktadır. Ahsen’in fotoğraf makinesinde 2 cm genişliğinde ve 2.4 cm uzunluğunda bir resim vardır. a) Ahsen resmi 5 cm genişliğinde büyütme istiyorsa uzunluk ne kadar olmalıdır? b) Ahsen resmi 7,2 cm uzunluğunda olacak şekilde büyütme istiyorsa genişlik ne kadar olmalıdır? Alt Soru: Eğer Ahsen bu fotoğrafı makineye koyup büyütür ve sonra tekrar aynı miktarda büyütürse fotoğrafın boyutu nasıl değişir?” Kaynak: Miller ve Fey, 2000, s. 311.								

EK-6: Onay Formları

Aile Onay Formu

Bu çalışma, Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı bünyesinde gerçekleştirilen Ortaöğretim Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi başlıklı bir doktora tezi çalışması olup orantısal akıl yürütme kavramını inceleme amacını taşımaktadır. Çalışma, Ekrem ÖZ tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisi gelişimine ışık tutulacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışma kapsamında katılımcılara pilot çalışma, ön test, öğretim deneyi ve son test uygulanacaktır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, katılımcılarla yapılacak görüşmelerde video ve ses kayıtları yapılacak, öğrenci günlükleri ve çalışma kâğıtları çalışma sonunda toplanacak ve çalışmalarınız araştırmacı tarafından gözlemlenip alan notları ve günlükleri tutulacaktır. Çalışma kapsamında alınacak video kayıtlarında sadece öğrenci çalışma kâğıtlarına ait görüntüler yer alacak çalışma kâğıdı dışında hiçbir görüntü kayıta yer almayacaktır.
- Araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde velisi olduğunuz öğrenciden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Öğrencilerden toplanan veriler araştırmacı tarafından korunacak ve araştırma bitiminde imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde öğrencilere rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de velisi olduğunuz öğrencinin katılımı sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabilirsiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda velisi olduğunuz öğrenciden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi bölümü doktora öğrencisi Ekrem ÖZ'e yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı Adı :

Adres :

İş Tel :

Cep Tel :

Bu çalışmaya çocuğumun katılmasına izin veriyorum, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabilirim bilerek toplanan bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum. (Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Veli Adı ve Soyadı:

İmza:

Tarih:

EK-6: (Devam) Onay Formları

Öğrenci Gönüllü Katılım Formu

Bu çalışma, Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı bünyesinde gerçekleştirilen Ortaöğretim Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi başlıklı bir doktora tezi çalışması olup orantısal akıl yürütme kavramını inceleme amacını taşımaktadır. Çalışma, Ekrem ÖZ tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisi gelişimine ışık tutulacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışma kapsamında katılımcılara pilot çalışma, ön test, öğretim deneyi ve son test uygulanacaktır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, katılımcılarla yapılacak görüşmelerde video ve ses kayıtları yapılacak, öğrenci günlükleri ve çalışma kâğıtları çalışma sonunda toplanacak ve çalışmalarınız araştırmacı tarafından gözlemlenip alan notları ve günlükleri tutulacaktır. Çalışma kapsamında alınacak video kayıtlarında sadece öğrenci çalışma kâğıtlarına ait görüntüler yer alacak çalışma kâğıdı dışında hiçbir görüntü kayıta yer almayacaktır.
- Araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler araştırmacı tarafından korunacak ve araştırma bitiminde imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabilirsiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi bölümü doktora öğrencisi Ekrem ÖZ'e yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı Adı :
Adres :

İş Tel :
Cep Tel :

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.

(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Katılımcı Adı ve Soyadı:

İmza:
Tarih:

EK-6: (Devam) Onay Formları

Öğretmen Gönüllü Katılım Formu

Bu çalışma, Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı bünyesinde gerçekleştirilen Ortaöğretim Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi başlıklı bir doktora tezi çalışması olup orantısal akıl yürütme kavramını inceleme amacını taşımaktadır. Çalışma, Ekrem ÖZ tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisi gelişimine ışık tutulacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışma kapsamında katılımcılara pilot çalışma, ön test, öğretim deneyi ve son test uygulanacaktır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, katılımcılarla yapılacak görüşmelerde video ve ses kayıtları yapılacak, öğrenci günlükleri ve çalışma kâğıtları çalışma sonunda toplanacak ve çalışmalarınız araştırmacı tarafından gözlemlenip alan notları ve günlükleri tutulacaktır. Çalışma kapsamında alınacak video kayıtlarında sadece öğrenci çalışma kâğıtlarına ait görüntüler yer alacak çalışma kâğıdı dışında hiçbir görüntü kayıta yer almayacaktır.
- Araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sınıfınızdaki öğrencilerden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sınıfınızdaki öğrencilerden toplanan veriler araştırmacı tarafından korunacak ve araştırma bitiminde imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde öğrencilere rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabilirsiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sınıfınızdaki öğrencilerden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunuzu okunak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi bölümü doktora öğrencisi Ekrem ÖZ'e yönelebilirsiniz.

Araştırmacı Adı :
Adres :

İş Tel :
Cep Tel :

Bu çalışmaya sınıfınızdaki öğrencilerin katılmasına izin veriyorum, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabilirim bilerek toplanan bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.

(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Öğretmen Adı ve Soyadı:

İmza:
Tarih: