

**AÇIK ÖĞRETİM LİSESİ VE ANADOLU
LİSESİ MATEMATİK DERS KİTAPLARININ
DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER
KONUSU BAĞLAMINDA PRAKSEOLOJİK
YAKLAŞIMLA İNCELENMESİ**

Yüksek Lisans Tezi

Abdullah DEMİRTAŞ

Eskişehir 2021

**AÇIK ÖĞRETİM LİSESİ VE ANADOLU LİSESİ MATEMATİK DERS
KİTAPLARININ DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER KONUSU
BAĞLAMINDA PRAKSEOLOJİK YAKLAŞIMLA İNCELENMESİ**

Abdullah DEMİRTAŞ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı

Danışman: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Mayıs 2021

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

ÖZET

AÇIK ÖĞRETİM LİSESİ VE ANADOLU LİSESİ MATEMATİK DERS KİTAPLARININ DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER KONUSU BAĞLAMINDA PRAKSEOLOJİK YAKLAŞIMLA İNCELENMESİ

Abdullah DEMİRTAŞ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mayıs 2021

Danışman: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Milli Eğitim Bakanlığının 2019-2020 eğitim öğretim yılı verilerine göre genel ortaöğretim öğrenci sayısının %63'ü kadar Açık Öğretim Lisesi öğrencisi bulunmaktadır. 12 yıllık zorunlu eğitimin hayata geçirilmesiyle birlikte Açık Öğretim Lisesi önemli bir alternatif haline gelmiştir. Bu sebeple Açık Öğretim Lisesinde verilen eğitim, örgün eğitimde verilen eğitim kadar önem taşımaktadır. Açık Öğretim Lisesinin öğrenme ortamının temel materyali öğrencilere verilen ders kitaplarıdır. Hazırlanan bu ders kitaplarının prakseolojik analiz çerçevesinde incelenerek örgün öğretimde kullanılan ders kitapları ile karşılaştırılması araştırmanın temelini oluşturmaktadır. Denklemler ve eşitsizlikler konusu bağlamında yapılacak derinlemesine analizlerle, ders kitaplarının potansiyelinin ve eksikliklerinin ortaya konulması, elde edilen bulgulara dayalı olarak önerilerde bulunulması amaçlanmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Bu kapsamda Açık Öğretim Lisesi Matematik-1 ve Anadolu Lisesi Matematik-9 kitaplarının denklemler ve eşitsizlikler konusunda didaktik prakseolojilerinin neler olduğu ve didaktik prakseolojilerini nasıl yapılandırdıkları belirlenmiştir. Belirlenen altı matematiksel organizasyonda yapılan prakseolojik analizler sonucu 156 görev bulunan Açık Öğretim Lisesi kitabında 25 görev tipinde 47 farklı teknik kullanıldığı; 280 görev bulunan Anadolu Lisesi kitabında 39 görev tipinde 75 farklı teknik kullanıldığı tespit edilmiştir. Açık Öğretim Lisesi ders kitabının görev tipi ve teknik olarak yeterince zengin olmadığı; teknolojik ifadelerinin ise matematiksel ispattan yoksun yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Açık öğretim lisesi, Denklemler ve eşitsizlikler, Didaktiğin antropolojik teorisi, Prakseolojik analiz, Matematiksel organizasyon

ABSTRACT

EXAMINATION OF OPEN EDUCATION HIGH SCHOOL AND ANATOLIAN HIGH SCHOOL MATHEMATICS COURSE BOOKS WITHIN THE CONTEXT OF EQUATIONS AND INEQUALITIES WITH A PRACSEOLOGICAL APPROACH

Abdullah DEMİRTAŞ

Department of Mathematics and Science Education

Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, May 2021

Supervisor: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

According to the data of the Ministry of National Education for the 2019-2020 academic year, there are Open Education High School students up to 63% of the general secondary education students. With the implementation of 12-year compulsory education, the Open Education High School has become an important alternative. For this reason, the education given in Open Education High School is as important as the education given in formal education. The basic material of the learning environment of the Open Education High School is the textbooks given to the students. The basis of the study is to examine these textbooks prepared within the framework of praxeological analysis and compare them with the textbooks used in formal education. It is aimed to reveal the potential and shortcomings of the textbooks, and to make suggestions based on the findings, with in-depth analysis in the context of equations and inequalities. Document analysis method, one of the qualitative research methods, was used in the study. In this context, what are the didactic praxeologies of Open Education High School Math-1 and Anatolian High School Math-9 about equations and inequalities and how they structured their didactic praxeologies were determined. As a result of the praxeological analysis made in six mathematical organizations, the Open Education High School book, which had 156 tasks, used 47 different techniques in 25 task types; It was determined that 75 different techniques were used in 39 task types in the Anatolian High School book with 280 tasks. The Open Education High School textbook is not rich enough in terms of task type and technique; It was concluded that the technological expressions were insufficient, lacking mathematical proof.

Keywords: Turkey open high school, Equations and inequalities, Anthropological theory of didactic, Praxeological analysis, Mathematical organization

TEŞEKKÜR

Öğretmenlik mesleğine başladığım 2011 yılından itibaren Necip Fazıl KISAKÜREK'in "Tomurcuk derdinde olmayan ağaç odundur." sözünden hareketle öğrencilerime daha faydalı olabilmek adına hep kendimi geliştirmeye, bilgilerimi ve yeteneklerimi arttırmaya çalıştım. Anaokuluna başladığım 1992 yılından bu yana öğrenci olmadığım bir dönem olmadı. 7 yıl süren ve tez yazım sürecinde başarısız olduğum bir yüksek lisans eğitim süreci akademik çalışmalara karşı bir olumsuz tutum oluşturmama neden olsa da vazgeçmeyerek yeniden yüksek lisans eğitimine başladım. Önce uzaktan eğitim yoluyla Anadolu Üniversitesi Eğitim Yönetimi tezsiz yüksek lisans programını tamamlayabildim. Bu süreçte Anadolu Üniversitesinin öğrencilerine sunduğu imkanlar, öğretim üyelerinin öğrencilerine karşı yardımsever ve tarafsız tutumları yeniden gayretlenmem için önemli bir rol oynadı. Bu sebeple daha iyi bir öğretmen ve yönetici olabilmem için bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşan Anadolu Üniversitesi öğretim üyelerine teşekkür ederim.

Tanıştığım ilk günden bu yana engin bilgileriyle ufkumu genişleten, her zaman desteğini esirgemeyen, tez yazım sürecinde birçok katkı sunan değerli danışman hocam Sayın Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN'a ayrıca teşekkür ederim.

Tez çalışmama zaman ayırarak verdikleri değerli katkılardan dolayı Doç. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN ve Dr. Öğr. Üyesi Mustafa GÖK'e teşekkür ederim.

Beni büyütüp yetiştiren, tüm eğitim ve çalışma hayatım boyunca başarılı olmamda büyük emeğe sahip olan maddi ve manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen rahmetli dedem Osman YILMAZ'a, annem Sevin DEMİRTAŞ'a ve babam Mevlit DEMİRTAŞ'a sonsuz minnetlerimi sunuyorum. Son olarak eğitim sürecim boyunca yanımda olarak umutsuzluğa kapıldığım zamanlarda moral ve desteklerini esirgemeyen eşim Naime DEMİRTAŞ'a teşekkür ederim.

Yaptığım bu çalışmanın dünyaya yeni gelen oğlum Aybars DEMİRTAŞ'a örnek olmasını ve alacağı eğitimler sonunda yetiştiği alanda bilime katkılar sunmasını temenni ederim.

Abdullah DEMİRTAŞ

Eskişehir – 2021

21/04/2021

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmamın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Abdullah DEMİRTAŞ

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
TABLolar DİZİNİ.....	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xviii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Açık Öğretim Lise Sistemine Genel Bakış	3
1.3. Araştırmanın Amacı	8
1.4. Araştırmanın Önemi.....	9
1.5. Sınırlılıklar.....	10
2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	12
2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi.....	12
2.1.1. Ders kitapları.....	12
2.1.1.1. Ders kitaplarının tarihsel gelişimi.....	12
2.1.1.2. Ders kitaplarının eğitimdeki yeri ve önemi.....	13
2.1.1.3. Matematik eğitiminde ders kitaplarının özellikleri.....	14
2.1.2. Denklemler ve eşitsizlikler	16
2.1.2.1. Denklemler ve eşitsizlikler kavramı ve tarihsel gelişimi.....	17
2.1.2.2. Denklemler ve eşitsizlikler kavramının öğretim programındaki yeri	22

2.1.2.3. Denklemler ve eşitsizlikler kavramının öğretimine ilişkin yaklaşımlar	23
2.1.2.4. Denklemler ve eşitsizlikler kavramının öğretiminde karşılaşılan sorunlar	30
2.1.3. Didaktiğin Antropolojik Teorisi	31
2.1.3.1. Ekolojik analiz	33
2.1.3.2. Prakseolojik analiz.....	34
2.2. İlgili Araştırmalar	35
2.2.1. Açık öğretim lisesi hakkında yapılan araştırmalar	35
2.2.2. Ortaöğretim matematik ders kitabı incelemesi içeren araştırmalar	36
2.2.3. Denklemler ve eşitsizlikler konusu ile ilgili araştırmalar.....	38
2.2.4. Ekolojik ve prakseolojik analizle ilgili araştırmalar	39
3. YÖNTEM	42
3.1. Araştırmanın Modeli	42
3.2. Veri Kaynakları.....	42
3.2.1. Açık Öğretim Lisesi Matematik-1 ve Matematik-2 kitabı ve analiz yapılacak konular.....	43
3.2.2. Anadolu lisesi Matematik-9 kitabı ve analiz yapılacak konular	45
3.4. Verilerin Toplanması ve Analizi Süreci	47
3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenilirliği	50
4. BULGULAR.....	51
4.1. Matematik Dersi Öğretim Programındaki Denklemler ve Eşitsizlikler Konusunun Ekolojik Analizi.....	51
4.2. Açık Öğretim Lisesi Kitabının Prakseolojik Analizi	59
4.2.1. Açık öğretim lisesi kitabının MO1. gerçek sayılar kümesinde aralık kavramının prakseolojik yapısı	60
4.2.2. Açık öğretim lisesi kitabının MO2. birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolojik yapısı	63

4.2.3. Açık öğretim lisesi kitabının MO3. mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolojik yapısı	73
4.2.4. Açık öğretim lisesi kitabının MO4. birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolojik yapısı	79
4.2.5. Açık öğretim lisesi kitabının MO5. üslü ifadeleri içeren denklemlerin prakseolojik yapısı	88
4.2.6. Açık öğretim lisesi kitabının MO6. köklü ifadeleri içeren denklemlerin prakseolojik yapısı.....	95
4.3. Anadolu Lisesi Kitabının Prakseolojik Analizi.....	104
4.3.1. Anadolu lisesi kitabının MO1. gerçek sayılar kümesinde aralık kavramının prakseolojik yapısı	106
4.3.2. Anadolu lisesi kitabının MO2. birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolojik yapısı.....	111
4.3.3. Anadolu lisesi kitabının MO3. mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolojik yapısı	120
4.3.4. Anadolu lisesi kitabının MO4. birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolojik yapısı	132
4.3.5. Anadolu lisesi kitabının MO5. üslü ifadeleri içeren denklemler'in prakseolojik yapısı	143
4.3.6. Anadolu lisesi kitabının MO6. köklü ifadeleri içeren denklemlerin prakseolojik yapısı	153
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	166
5.1. Sonuç	166
5.1.1. Biçimsel olarak karşılaştırma	166
5.1.2. Programa uygunluk açısından karşılaştırma.....	167
5.1.3. Prakseolojik analize göre karşılaştırma	167
5.2. Tartışma	179
5.3. Öneriler	182
KAYNAKÇA.....	184
EKLER	

ÖZGEÇMİŞ

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 1.1.	AÖL öğrenci sayıları (MEB SGB, 2020)	7
Tablo 1.2.	Genel ortaöğretim öğrenci sayıları (MEB SGB, 2020)	7
Tablo 2.1.	Denklemin farklı stratejiler ile çözümü	29
Tablo 3.1.	Ders kitaplarının inceleme kapsamına alınan konuları.....	48
Tablo 4.1.	İlköğretim Matematik Öğretim Programında denklemler ve eşitsizlikler.....	53
Tablo 4.2.	Ortaöğretim Matematik Öğretim Programında denklemler ve eşitsizlikler.....	56
Tablo 4.3.	AÖL Matematik-1 kitabında denklemler ve eşitsizlikler konusu kapsamındaki matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin genel dağılımları.....	60
Tablo 4.4.	AÖL Matematik-1 kitabının (MO1;T) yapısı.....	60
Tablo 4.5.	AÖL Matematik-1 kitabında MO1 için (T; τ ; θ ; θ).....	62
Tablo 4.6.	AÖL Matematik-1 MO1’de görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları.....	62
Tablo 4.7.	AÖL Matematik-1 kitabında MO1’de tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları.....	62
Tablo 4.8.	AÖL Matematik-1 kitabında MO1’de (T, τ) sayısal dağılımı.....	63
Tablo 4.9.	AÖL Matematik-1 kitabının (MO2;T) yapısı.....	63
Tablo 4.10.	AÖL Matematik-1 kitabında MO2 için (T; τ ; θ ; θ).....	68
Tablo 4.11.	AÖL Matematik-1 MO2’de görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları.....	71
Tablo 4.12.	AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları.....	72
Tablo 4.13.	AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de (T, τ) sayısal dağılımı.....	73
Tablo 4.14.	AÖL Matematik-1 kitabının (MO3;T) yapısı.....	73
Tablo 4.15.	AÖL Matematik-1 kitabında MO3 için (T; τ ; θ ; θ).....	77
Tablo 4.16.	AÖL Matematik-1 MO3’te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları.....	78

Tablo 4.17. AÖL Matematik-1 kitabında MO3'te tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları.....	78
Tablo 4.18. AÖL Matematik-1 kitabında MO3'te (T, τ) sayısal dağılımı.....	79
Tablo 4.19. AÖL Matematik-1 kitabının (MO4;T) yapısı.....	80
Tablo 4.20. AÖL Matematik-1 kitabında MO4 için (T; τ ; θ ; θ).....	85
Tablo 4.21. AÖL Matematik-1 MO4'te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları.....	86
Tablo 4.22. AÖL Matematik-1 kitabında MO4'te tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları.....	87
Tablo 4.23. AÖL Matematik-1 kitabında MO4'te (T, τ) sayısal dağılımı.....	87
Tablo 4.24. AÖL Matematik-1 kitabının (MO5;T) yapısı.....	88
Tablo 4.25. AÖL Matematik-1 kitabında MO5 için (T; τ ; θ ; θ).....	92
Tablo 4.26. AÖL Matematik-1 MO5'te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları.....	93
Tablo 4.27. AÖL Matematik-1 kitabında MO5'te tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları.....	94
Tablo 4.28. AÖL Matematik-1 kitabında MO5'te (T, τ) sayısal dağılımı.....	95
Tablo 4.29. AÖL Matematik-1 kitabının (MO6;T) yapısı.....	95
Tablo 4.30. AÖL Matematik-1 kitabında MO6 için (T; τ ; θ ; θ).....	101
Tablo 4.31. AÖL Matematik-1 MO6'da görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları.....	103
Tablo 4.32. AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları.....	103
Tablo 4.33. AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da (T, τ) sayısal dağılımı.....	104
Tablo 4.34. AL Matematik-9 kitabında denklemler ve eşitsizlikler konusu kapsamındaki matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin genel dağılımları.....	106
Tablo 4.35. AL Matematik-9 kitabının (MO1;T) yapısı.....	106
Tablo 4.36. AL Matematik-9 kitabında MO1 için (T; τ ; θ ; θ).....	109

Tablo 4.37. AL Matematik-9 kitabındaki MO1’de görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları	110
Tablo 4.38. AL Matematik-9 kitabında MO1’de tekniklerin (τ) frekans yüzde dağılımları.....	110
Tablo 4.39. AL Matematik-9 kitabında MO1’de (T, τ) sayısal dağılımı.....	111
Tablo 4.40. AL Matematik-9 kitabının (MO2;T) yapısı.....	111
Tablo 4.41. AL Matematik-9 kitabında MO2 için (T; τ ; θ ; θ).....	116
Tablo 4.42. AL Matematik-9 kitabındaki MO2’de görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları	118
Tablo 4.43. AL Matematik-9 kitabında MO2’de tekniklerin (τ) frekans-yüzde dağılımları.....	119
Tablo 4.44. AL Matematik-9 kitabında MO2’de (T, τ) sayısal dağılımı.....	120
Tablo 4.45. AL Matematik-9 kitabının (MO3;T) yapısı.....	121
Tablo 4.46. AL Matematik-9 kitabında MO3 için (T; τ ; θ ; θ).....	127
Tablo 4.47. AL Matematik-9 kitabındaki MO3’te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları	130
Tablo 4.48. AL Matematik-9 kitabında MO3’te tekniklerin (τ) frekans yüzde dağılımları.....	130
Tablo 4.49. AL Matematik-9 kitabında MO3’te (T, τ) sayısal dağılımı.....	132
Tablo 4.50. AL Matematik-9 kitabının (MO4;T) yapısı.....	133
Tablo 4.51. AL Matematik-9 kitabında MO4 için (T; τ ; θ ; θ).....	138
Tablo 4.52. AL Matematik-9 kitabındaki MO4’te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları	141
Tablo 4.53. AL Matematik-9 kitabında MO4’te tekniklerin (τ) frekans yüzde dağılımları.....	142
Tablo 4.54. AL Matematik-9 kitabında MO4’te (T, τ) sayısal dağılımı.....	143
Tablo 4.55. AL Matematik-9 kitabının (MO5;T) yapısı.....	143
Tablo 4.56. AL Matematik-9 kitabında MO5 için (T; τ ; θ ; θ).....	149
Tablo 4.57. AL Matematik-9 kitabındaki MO5’te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları	151

Tablo 4.58. AL Matematik-9 kitabında MO5'te tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları.....	152
Tablo 4.59. AL Matematik-9 kitabında MO5'te (T, τ) sayısal dağılımı.....	153
Tablo 4.60. AL Matematik-9 kitabının (MO6;T) yapısı.....	154
Tablo 4.61. AL Matematik-9 kitabında MO6 için (T; τ ; θ ; θ).....	161
Tablo 4.62. AL Matematik-9 kitabındaki MO6'da görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları	163
Tablo 4.63. AL Matematik-9 kitabında MO6'da tekniklerin (τ) frekans yüzde dağılımları.....	164
Tablo 4.64. AL Matematik-9 kitabında MO6'da (T, τ) sayısal dağılımı.....	165
Tablo 4.65. AÖL ve AL kitaplarının karşılaştırmalı prakseolojileri	169

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1.	Açık Öğretim Lisesi haftalık ders çizelgesi - ortak dersler.....	5
Şekil 2.1.	Didaktik üçgeni.....	32
Şekil 2.2.	Didaktiksel dönüşüm basamakları	33
Şekil 4.1.	AÖL Matematik-1 kitabı çözümlü görevler ve çözümsüz görevler	59
Şekil 4.2.	AÖL Matematik-1 kitabında MO1’de T_1 görev tipine ilişkin örnek	61
Şekil 4.3.	AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de T_1 görev tipine ilişkin örnek	65
Şekil 4.4.	AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de T_2 görev tipine ilişkin örnek	65
Şekil 4.5.	AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de T_3 görev tipine ilişkin örnek	66
Şekil 4.6.	AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de T_4 görev tipine ilişkin örnek	67
Şekil 4.7.	AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de T_5 görev tipine ilişkin örnek	68
Şekil 4.8.	AÖL Matematik-1 kitabında MO3’te T_1 görev tipine ilişkin örnek	74
Şekil 4.9.	AÖL Matematik-1 kitabında MO3’te T_4 görev tipine ilişkin örnek	74
Şekil 4.10.	AÖL Matematik-1 kitabında MO3’te T_7 görev tipine ilişkin örnek	75
Şekil 4.11.	AÖL Matematik-1 kitabında MO3’te T_8 görev tipine ilişkin örnek	76
Şekil 4.12.	AÖL Matematik-1 kitabında MO4’te T_1 görev tipine ilişkin örnek	80
Şekil 4.13.	AÖL Matematik-1 kitabında MO4’te T_4 görev tipine ilişkin örnek	82
Şekil 4.14.	AÖL Matematik-1 kitabında MO4’te T_5 görev tipine ilişkin örnek	84
Şekil 4.15.	AÖL Matematik-1 kitabında MO5’te T_1 görev tipine ilişkin örnek	88
Şekil 4.16.	AÖL Matematik-1 kitabında MO5’te T_2 görev tipine ilişkin örnek	89
Şekil 4.17.	AÖL Matematik-1 kitabında MO5’te T_5 görev tipine ilişkin örnek	90
Şekil 4.18.	AÖL Matematik-1 kitabında MO5’te T_6 görev tipine ilişkin örnek	90
Şekil 4.19.	AÖL Matematik-1 kitabında MO5’te T_7 görev tipine ilişkin örnek	91
Şekil 4.20.	AÖL Matematik-1 kitabında MO6’da T_1 görev tipine ilişkin örnek	96
Şekil 4.21.	AÖL Matematik-1 kitabında MO6’da T_3 görev tipine ilişkin örnek	97
Şekil 4.22.	AÖL Matematik-1 kitabında MO6’da T_4 görev tipine ilişkin örnek	97

Şekil 4.23.	AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da T_5 görev tipine ilişkin örnek	98
Şekil 4.24.	AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da T_6 görev tipine ilişkin örnek	98
Şekil 4.25.	AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da T_8 görev tipine ilişkin örnek	99
Şekil 4.26.	AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da T_{10} görev tipine ilişkin örnek.....	100
Şekil 4.27.	AL Matematik-9 kitabı çözümlü görevler ve çözümsüz görevler	105
Şekil 4.28.	AL Matematik-9 kitabında MO1'de T_1 görev tipine ilişkin örnek	107
Şekil 4.29.	AL Matematik-9 kitabında MO1'de T_2 görev tipine ilişkin örnek	108
Şekil 4.30.	AL Matematik-9 kitabında MO1'de T_3 görev tipine ilişkin örnek	108
Şekil 4.31.	AL Matematik-9 kitabında MO2'de T_2 görev tipine ilişkin örnek	112
Şekil 4.32.	AL Matematik-9 kitabında MO2'de T_4 görev tipine ilişkin örnek	113
Şekil 4.33.	AL Matematik-9 kitabında MO2'de T_5 görev tipine ilişkin örnek	114
Şekil 4.34.	AL Matematik-9 kitabında MO2'de T_6 görev tipine ilişkin örnek	115
Şekil 4.35.	AL Matematik-9 kitabında MO2'de T_7 görev tipine ilişkin örnek	115
Şekil 4.36.	AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_1 görev tipine ilişkin örnek	122
Şekil 4.39.	AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_4 görev tipine ilişkin örnek	123
Şekil 4.40.	AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_5 görev tipine ilişkin örnek	124
Şekil 4.41.	AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_6 görev tipine ilişkin örnek	125
Şekil 4.42.	AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_7 görev tipine ilişkin örnek	125
Şekil 4.43.	AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_8 görev tipine ilişkin örnek	126
Şekil 4.44.	AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_9 görev tipine ilişkin örnek	127
Şekil 4.45.	AL Matematik-9 kitabında MO4'te T_1 görev tipine ilişkin örnek	133
Şekil 4.46.	AL Matematik-9 kitabında MO4'te T_2 görev tipine ilişkin örnek	134
Şekil 4.47.	AL Matematik-9 kitabında MO4'te T_3 görev tipine ilişkin örnek	135
Şekil 4.48.	AL Matematik-9 kitabında MO4'te T_4 görev tipine ilişkin örnek	136
Şekil 4.49.	AL Matematik-9 kitabında MO4'te T_5 görev tipine ilişkin örnek	137

Sayfa

Şekil 4.50. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_1 görev tipine ilişkin örnek.....	144
Şekil 4.51. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_2 görev tipine ilişkin örnek.....	144
Şekil 4.52. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_3 görev tipine ilişkin örnek.....	145
Şekil 4.53. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_4 görev tipine ilişkin örnek.....	145
Şekil 4.54. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_5 görev tipine ilişkin örnek.....	146
Şekil 4.55. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_6 görev tipine ilişkin örnek.....	147
Şekil 4.56. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_7 görev tipine ilişkin örnek.....	147
Şekil 4.57. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_8 görev tipine ilişkin örnek.....	148
Şekil 4.58. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_1 görev tipine ilişkin örnek.....	154
Şekil 4.59. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_2 görev tipine ilişkin örnek.....	155
Şekil 4.60. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_3 görev tipine ilişkin örnek.....	156
Şekil 4.61. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_4 görev tipine ilişkin örnek.....	156
Şekil 4.62. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_6 görev tipine ilişkin örnek.....	157
Şekil 4.63. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_7 görev tipine ilişkin örnek.....	158
Şekil 4.64. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_8 görev tipine ilişkin örnek.....	158
Şekil 4.65. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_9 görev tipine ilişkin örnek.....	159
Şekil 4.66. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_{10} görev tipine ilişkin örnek.....	160
Şekil 4.67. Matematiksel organizasyonlarda praksis yapısı.....	168

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

AL : Anadolu Lisesi

AÖİHL : Açık Öğretim İmam Hatip Lisesi

AÖL : Açık Öğretim Lisesi

DAT : Didaktiğin Antropolojik Teorisi

EBA : Eğitim Bilişim Ağı

MAÖL : Mesleki Açık Öğretim Lisesi

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

M.Ö. : Milattan Önce

M.S. : Milattan Sonra

NCTM : National Council of Teachers Mathematics

SGB : Strateji Geliştirme Başkanlığı

TTKB : Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı

T : Görev Tipi

τ : Teknik

θ : Teknoloji

Θ : Teori

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Eğitim, bireyin davranışlarında kendi yaşantısı yoluyla kasıtlı istendik değişme meydana getirme süreci olup bireyleri toplumları geliştirme ve yetkinleştirmede en etkili süreçtir (Ertürk, 1997). Ancak bu süreçte fırsat ve olanak eşitsizliği, kaynakları etkili ve verimli kullanamama, istem-sunu dengesizliği, standart ve kalite düşüklüğü gibi çeşitli sorunlar bulunmaktadır (Alkan,1999). Bu tip sorunların giderilmesi için eğitim teknolojileri kullanılarak gerçekleştirilen uzaktan eğitim/açık öğretim modelleri geliştirilmiştir. Açık öğretim; “geleneksel öğrenme-öğretme yöntemlerinin sınırlılıkları nedeniyle sınıf içi etkinliklerin yürütülme olanağı bulunmadığı durumlarda eğitim çalışmalarını planlayanlar ve uygulayanlarla öğrenenler arasında iletişim ve etkileşimin özel olarak hazırlanmış öğretim üniteleri ve çeşitli ortamlar yoluyla belli bir merkezden sağlandığı bir öğretim yöntemi” şeklinde tanımlanmaktadır (Ergin vd., 1987). Örgün eğitim ise, “kişilerin hayata atılmadan, iş ve meslek kollarında çalışmaya başlamadan önce okul veya okul niteliği taşıyan yerlerde, genel ve özel bilgiler bakımından yetişmelerini sağlamak amacıyla belli kanunlara göre düzenlenen eğitim, formal eğitim” olarak tanımlanmaktadır (TDK,2020).

Açık öğretim ile ilgili ilk girişim Amerika Birleşik Devletleri’nde Boston’da “Evde Gelişmeyi Teşvik Derneği”nin kurulmasıdır. Sonrasında 1892 yılında Columbia Üniversitesinde uzaktan eğitim bölümü kurulması ve Pensilvanya’da Uluslararası Yazışma Okulu’nun açılması gelişmeleri yaşanmıştır. İlk Açık Üniversite (Open University) uygulaması İngiltere’de Londra Üniversitesinde gerçekleşmiştir. Ülkemizde ilk açık öğretim faaliyeti 1927 yılında okuma yazma öğretimi için “mektupla öğretim” kurslarının düzenlenmesidir. Bu gelişmeyi 1961 yılında Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından Mektupla Öğretim Merkezi kurulması, 1974 yılında ise Mektupla Yüksek Öğretim Merkezi kurulması izlemiştir. 30.04.1992 tarihli ve 3797 sayılı kanunun 55. maddesi gereği AÖL uygulaması başlamıştır (Özkahveci, 2001).

Ülkemizde günümüzde ortaöğretim kademesinde örgün eğitim kapsamında Anadolu Liseleri, Fen Liseleri, Sosyal Bilimler Liseleri, Anadolu İmam Hatip Liseleri, Mesleki ve Teknik Anadolu Liseleri, Anadolu Güzel Sanatlar Liseleri, Spor Liseleri ve Çok Programlı Anadolu Liseleri bulunmaktadır. Açık öğretim kapsamında ise Açık Öğretim Lisesi (AÖL), Açık Öğretim İmam Hatip Lisesi (AÖİHL) ve Mesleki Açık Öğretim Lisesi (MAÖL) bulunmaktadır.

AÖL'ye ait istatistikler AÖL tarafından en son 2017 yılında AÖL'nin internet sitesinde yayınlanmıştır. 2017 yılına ait veriler incelendiğinde 797.921 öğrenci aktif, 337.486 öğrenci donuk, 1.287.814 öğrenci silik durumda olmak üzere toplam 2.423.221 öğrencinin kayıtlı olduğu ve 15.417 öğrencinin mezun olduğu görülmektedir (AÖL, 2017). Mezun öğrenci sayısının aktif öğrenci sayısının %1,9'u olduğu, tüm öğrenci sayısının %0,6'sı olduğu görülmektedir. Bu verilere dayalı olarak yapılan ilk incelemede mezun olan öğrenci sayısı oranının düşük olduğu göze çarpmaktadır.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB)'nin resmi eğitim istatistiklerine göre 2019-2020 eğitim öğretim yılında örgün eğitim yapan 3254 resmi ortaöğretim kurumunda 116.274 öğretmen görev yapmakta ve 1.733.913 öğrenci bulunmakta iken Açık Öğretim Lisesi'nde sadece 1 eğitim kurumu bulunmasına ve hiçbir öğretmenin görev yapmamasına rağmen 1.097.394 öğrenci (aktif durumda bulunan öğrenci) bulunmaktadır (MEB SGB, 2020). Bu verilerden genel ortaöğretim öğrenci sayısının % 63'ü kadar AÖL öğrencisi bulunduğu görülmektedir.

12 yıllık zorunlu eğitimin başladığı 2013-2014 eğitim öğretim yılında AÖL öğrenci sayısında yaklaşık %24'lük bir artış gözlemlenmiştir (MEB SGB, 2020). Bu verilere dayalı olarak AÖL'nin, 12 yıllık zorunlu eğitimin hayata geçirilmesiyle zorunlu ortaöğretim eğitiminin alınması için önemli bir alternatif haline geldiğini söylemek mümkündür. 05/01/1961 tarihli ve 222 sayılı İlköğretim ve Eğitim Kanunun 56. Maddesi gereği yapılan tebliğe rağmen çocuğunu okula göndermeyen veli veya vasiye okul idaresince tespit edilen çocuğun okula devam etmediği her gün için Onbeş Türk Lirası idari para cezası verilmesi, bu para cezasına rağmen çocuğunu okula göndermeyen veya göndermeme sebeplerini okul idaresine bildirmeyen çocuğun veli veya vasisine beşyüz Türk Lirası idarî para cezası verilmesi öngörülmüştür. Ne var ki öğrenci ve veliler, Açık Öğretim Lisesine kayıt yaptırarak zorunlu ortaöğretime kayıt yaptırmama ve devam etmemenin ortaya çıkardığı cezalardan kurtulabilmektedir. Bu haliyle, sunulan bu önemli eğitim fırsatının 12 yıllık zorunlu eğitimi işlevsiz kılma riski ortaya çıkmaktadır. Ancak Milli Eğitim Bakanlığı'nca Açık Öğretim Lisesi hakkında yeterli veriler kamoyu ile paylaşılmamaktadır. Bu sebeple Açık Öğretim Lisesi eğitim sistemi ve verilen eğitim hakkında kamoyu çok fazla bilgi sahibi değildir. Eğitim alanında yapılan çalışmalara bakıldığında açık lise sistemi üzerinde çok fazla araştırma yapılmadığı görülmektedir.

2019-2020 Eğitim Öğretim yılında 1.097.394 öğrencisi bulunmasına rağmen AÖL eğitim sistemi hakkında çok fazla araştırma yapılmamış olması AÖL eğitim sisteminin

mevcut durumunun ortaya konulamamasına, değişim ve gelişim yaşanmamasına sebep olmaktadır. Matematik öğretimi özelinde ise henüz hiç araştırma yapılmamış olması mevcut durumun ne olduğu, hangi sorunlar yaşandığını bilinmez hale getirmiştir. Matematik öğretiminde örgün eğitim sisteminde birçok sorunlar bulunması göz önüne alındığında AÖL’de matematik öğretiminin araştırılması önem arz etmektedir.

Didaktiğin Antropolojik Teorisi (DAT), bilimsel bilginin öğretilen bilgi oluncaya kadar gerçekleşen dönüşümle ilgili sistematik ve kapsamlı bir yaklaşım ortaya koymakta; bilginin öğrenme ve öğretme süreçlerini inceleme olanağı sağlamaktadır (Bosch, Chevallard ve Gascon, 2006’dan aktaran Gök,2018). DAT’ın yapıtaşlarını obje, kurum ve birey oluşturmaktadır. Alan eğitimi çalışmalarında genel olarak Obje: bilgi, Birey: öğrenci veya öğretmen, Kurum: sınıf, okul veya ders olarak tanımlanır. DAT, bir kurumun herhangi bir objeye ilişkin tanımının analiz edilmesi, farklı kurumların aynı objeye ilişkin tanımları arasındaki benzerlik ve farklılıkların belirlenmesi ve bir objeye ait kurumsal tanımların bireysel tanımlar üzerindeki etkilerinin tespit edilmesi için çeşitli analiz yöntemleri sunmaktadır. Bu analiz yöntemleri ile bilginin kuramsal anlamda sahip olduğu özellikler, ilişkili olduğu konular, o kurumda yer alma nedeni, hangi tip sorular veya problemlerin hangi tip teorik bilgilerle ilişkilendirildiği belirlenebilir. Bu bağlamda ekoojik analiz ve prakseolojik analiz yöntemlerinden yararlanılır (Sağlam Arslan, 2016).

AÖL sistemi hakkında bilgi edinmek için AÖL’de öğrencilere sunulan temel öğrenme ortamı olan ders kitaplarının prakseolojik analiz çerçevesinde incelenerek örgün öğretimde kullanılan ders kitapları ile karşılaştırılması araştırmanın temelini oluşturmaktadır. Denklemler ve Eşitsizlikler konusu ise cebirin temel yapı taşı konumunda olup birçok konu ile bağlantısı bulunmaktadır. Bu sebeple inceleme denklemler ve eşitsizlikler konusu ile sınırlı tutulmuştur. Öğrencilere sunulan ders kitaplarındaki yapılacak derinlemesine analizlerle, denklemler ve eşitsizlikler bağlamında, ders kitaplarının potansiyelinin ve eksikliklerinin ortaya konulması ile Açık Öğretim Lisesi matematik öğretim ortamına dair bilgiler sunulması çalışma sonunda erişilmek istenen sonuçlardır.

1.2. Açık Öğretim Lise Sistemine Genel Bakış

Ülkemizde Açık Öğretim Lisesi Milli Eğitim Bakanlığı’nın 2 Haziran 1992 tarih ve 12633 sayılı yazısı ile Film, Radyo ve Televizyonla Eğitim Başkanlığı bünyesinde 1992 yılında kurulmuştur. 1998 yılından itibaren yine Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde

Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğüne bağlanmıştır. 2011 yılından itibaren ise Milli Eğitim Bakanlığı Hayat Boyu Öğrenme Genel Müdürlüğü bünyesinde eğitim öğretim vermeye başlamıştır (AÖL, 2020a).

Başlangıçta 1992-1993 eğitim öğretim yılında Açık Öğretim Lisesi'ne sadece ortaokul mezunları kayıt olabilirken 1993-1994 eğitim öğretim yılından itibaren lise ara sınıflarından ayrılan öğrencilerin de kayıtları alınmıştır (Tosun ve Bayram, 2015). 1995-1996 eğitim öğretim yılından itibaren Açık Öğretim Lisesi bünyesinde mesleki açık öğretim programları açılmış, bu programların daha etkin ve verimli hale getirilmesi amacıyla 24.12.2005 tarihli ve 26033 sayılı Resmi Gazetede yayımlanan yönetmelikte 2005 yılında “Mesleki Açık Öğretim Lisesi” kurulmuştur (MAÖL,2016). Açık Öğretim Lisesi bünyesinde 1995-2006 yılları arasında; Mesleki Açık Öğretim Lisesi bünyesinde 2006-2017 yılları arasında yer alan İmam Hatip programının da daha etkin hale getirilmesi amacıyla 08.08.2016 tarih ve 8442612 sayılı Milli Eğitim Bakanlığının yazısı ile “Açık Öğretim İmam Hatip Lisesi” kurulmuştur (AÖİHL, 2020).

2006 yılında tüm ortaöğretim kurumlarının eğitim süresinin 3 yıldan 4 yıla çıkarılmasıyla 14.12.2005 tarihli ve 26023 sayılı Resmi Gazetede yayınlanan “MEB Açık Öğretim Lisesi Yönetmeliği” ile Açık Öğretim Lisesi'nin de eğitim süresi 4 yıla çıkarılmıştır. İlgili yönetmeliğe göre “Açık Öğretim Lisesi'nin amacı; gelişmiş kitle iletişim araçları ve yeni teknolojileri kullanarak, ilköğretimi tamamlayan ancak orta öğretime devam etmeyenler ile orta öğretimden ayrılan, mezun olan ve yüksek öğretimden ayrılan veya mezun olanlara farklı alanlarda öğrenim görme fırsatı vererek eğitim öğretim imkânı sağlamak” olarak belirlenmiştir (MEB, 2005a).

AÖL program olarak örgün eğitimdeki genel ortaöğretim programı ile aynı olsa da, yapı ve işleyiş olarak örgün eğitim kurumlarından farkları bulunmaktadır. MEB Açık Öğretim Lisesi Yönetmeliğine göre ders geçme ve kredi tamamlama sistemi uygulanmaktadır. Örgün öğretim yaşında bulunan, 17 yaşını tamamlamamış öğrenciler eğitim öğretim yılında iki kez olmak üzere toplam 8 dönemde yani dört yılda; 17 yaşını tamamlamış öğrenciler ise eğitim öğretim yılında üç kez olmak üzere toplam 8 dönemde yani iki buçuk yılda mezun olabilmektedir (MEB, 2005a). AÖL’de örgün eğitimden farklı olarak bir eğitim öğretim yılında birbirinden bağımsız üç dönem bulunmaktadır. 17 yaşını tamamlamamış olanların sadece birinci ve ikinci dönemde alınan derslerin sınavlarına girme hakkı bulunurken 17 yaşını tamamlamış olanların her üç dönemde alınan derslerin sınavlarına girme hakkı bulunmaktadır.

AÖL öğrencilerinin kayıtları ve öğrenci işlemleri ülke genelinde Halk Eğitimi Merkezleri üzerinden yapılmaktadır. AÖL’ye ilköğretim/ortaokul mezunları, ortaöğretim düzeyinde eğitim görmekte iken ayrılanlar ve denkliği sağlanmış olmakla birlikte yurt dışında öğrenim görmüş olanlar kayıt yaptırabilmektedir. İlk kez kayıt yaptırdıktan sonra öğrencilerin her dönem başında kayıt yenileme ve ders seçme zorunluluğu bulunmaktadır. Ortaöğretim eğitiminin zorunlu olmasına rağmen örgün eğitimden farklı olarak ilk kayıta ve her dönem için kayıt yenileme ücreti yatırma zorunluluğu bulunmaktadır. AÖL tarafından kayıt yenileyen öğrenciler “Aktif öğrenci” olarak, bir dönem kayıt yenilemeyen öğrenciler “Donuk öğrenci” olarak ve kaydını üst üste en az iki kez yenilemeyen öğrenciler “Silik öğrenci” olarak nitelendirilmektedir. Donuk ve Silik durumda bulunan öğrencilerin önceki kredileri saklı tutulur ve tekrar kayıt yaptırdıklarında önceki öğretimlerine kaldıkları yerden devam edebilmektedirler (AÖL, 2020b). AÖL öğrencileri için ön görülen bir öğrenim süresi bulunmazken 12 dönemden sonra öğrenciler öğrencilik haklarından yararlanamamaktadır (MEB, 2005a).

AÖL öğrencilerinin haftalık ders dağılım çizelgeleri ortak (zorunlu) ve seçmeli derslerden oluşmaktadır. (Bkz. Şekil 1.1)

AÇIK ÖĞRETİM LİSESİ GENEL LİSE (DÖNEMLERE GÖRE) HAFTALIK DERS ÇİZELGESİ									
DERS KATEGORİLERİ	DERSLER	SINIFI/DÖNEMİ							
		9		10		11		12	
ORTAK DERSLER	TÜRK DİLİ VE EDEBİYATI*	5	5	5	5	5	5	5	5
	DİN KÜLTÜRÜ VE AHLAK BİLGİSİ	2	2	2	2	2	2	2	2
	TARİH	2	2	2	2	2	2	-	-
	T.C. İNKILAP TARİHİ VE ATATÜRKÇÜLÜK	-	-	-	-	-	-	2	2
	COĞRAFYA	2	2	2	2	-	-	-	-
	MATEMATİK	6	6	6	6	-	-	-	-
	FİZİK	2	2	2	2	-	-	-	-
	KİMYA	2	2	2	2	-	-	-	-
	BİYOLOJİ	2	2	2	2	-	-	-	-
	FELSEFE	-	-	2	2	2	2	-	-
	BİRİNCİ YABANCI DİL	4	4	4	4	4	4	4	4
	SAĞLIK BİLGİSİ VE TRAFİK KÜLTÜRÜ	1	1	-	-	-	-	-	-
	TOPLAM	28	28	29	29	15	15	13	13
	ALINABİLECEK SEÇMELİ DERS SAATİ SAYISI	7	7	6	6	20	20	22	22
	TOPLAM DERS SAATİ	35	35	35	35	35	35	35	35

Şekil 1.1. Açık Öğretim Lisesi haftalık ders çizelgesi - ortak dersler (MEB TTKB,2018b)

AÖL haftalık ders çizelgesine göre ortak (zorunlu) dersler 170 krediden oluşan 58 dersten ve seçmeli dersler 386 krediden oluşan 128 dersten oluşmaktadır. Toplamda 556 kredi ve 186 dersten oluşmaktadır (MEB TTKB, 2018b). AÖL öğretim programı örgün eğitim Anadolu Lisesi öğretim programı ile karşılaştırıldığında Beden Eğitimi/Spor ve Görsel Sanatlar/Müzik derslerinin AÖL öğretim programında yer almadığı ve ikinci

yabancı dil dersinin Anadolu Lisesi öğretim programında ortak ders iken AÖL öğretim programında seçmeli ders olup bunların dışında tüm derslerin aynı olup ders kümelerinin farklı olduğu görülmektedir. Örneğin; örgün eğitimdeki 9. sınıf Matematik-9 dersi ikiye bölünerek Matematik-1 ve Matematik-2 olarak ayrılmıştır (MEB TTKB, 2018a).

AÖL’de öğrenciler öğretim programında belirtilen sıra doğrultusunda ortak dersleri ve seçmeli dersleri alabilmektedir. Öğrenci her dönem için en fazla 35 kredilik ders seçebilmekte, ortak (zorunlu) ve seçmeli toplamda 192 kredi dersten başarılı olduğunda öğrenci mezun olabilmektedir. (MEB, 2020) 22 Ekim 2020 tarihinde Açık Öğretim Lisesi internet sitesinde yer alan duyuruya göre alınan Bakanlık makam onayı ile mezun olma için kredi şartı 170 krediye indirilmiştir (AÖL,2020c).

Öğrenciler Türk Dili ve Edebiyatı dersi hariç ortak (zorunlu) bir dersi üç defa alıp sınavında başarısız olursa o dersten kredisi sayılmaksızın muaf olmaktadır. Muaf sayılan ortak derslerin yerine seçmeli ders olarak mezun olmak için gerekli krediyi tamamlayabilmektedir. Seçmeli derslerden herhangi birini alıp sınavda başarısız olan öğrenci aynı dersi tekrar seçebileceği gibi yerine farklı bir dersi de seçebilmektedir (AÖL, 2020b). Örneğin bir öğrenci Matematik-1 dersini üç dönem boyunca seçip sınavından başarısız olması halinde Matematik-1 dersinden muaf sayılmaktadır. Yani bir öğrencinin Türk Dili ve Edebiyatı dersi hariç diğer tüm ortak derslerden başarılı olmadan mezun olabilme imkanı bulunmaktadır.

Derslerin başarısı AÖL tarafından belirlenen takvim doğrultusunda dönem sonunda yapılan tek merkezi sınavla belirlenmektedir. Sınavlarda her dersten çoktan seçmeli test metodunda 20 soru sorulmakta, her sorunun 4 cevap şıkkı bulunmakta ve her sorunun değeri 5 puan olup yanlış cevaplar doğru cevapları etkilememektedir (AÖL, 2020b). Dersten beşlik not baremi üzerinden iki ve üzeri, yüzlük not baremi üzerinden 45 ve üzeri puan alanlar başarılı olarak sayılmaktadır (MEB, 2005a).

AÖL’ye geçişlerin nedenleri incelendiğinde maddi imkanların yetersiz kalmasından dolayı çalışmak zorunda olanlar, toplumsal olarak cinsiyet, cinsel kimlik, inanç ve mezhep, siyasi görüş ayrılıkları sebebiyle örgün eğitim dışına çıkanlar, üniversite sınavlarına daha kolay hazırlanma, okul kurallarına uymayarak disiplin cezası alma, örgün eğitimi zaman kaybı olarak görme, eğitimin gerekliliğinin farkına sonradan varma, tutuklu ve hükümlüler, yurt dışında bulunanlar, sağlık sorunları ve bireysel yetersizliğe sahip olanlar olduğu düşünülmektedir. Ancak özellikle 4+4+4’lük eğitim modelinin hayata geçirilmesiyle sadece eğitim hayatı sekteye uğramış bireyler değil

herhangi bir nedenle eğitimini AÖL’de tamamlamak isteyen bireylerin sayısında artış gözlemlenmiştir (Tosun ve Bayram, 2015; Şahin, 2017). 12 yıllık zorunlu eğitimin hayata geçirilmesiyle zorunlu ortaöğretim eğitimini almak için büyük bir alternatif haline geldiğini söylemek mümkündür. Öğrenci ve veliler, AÖL’ye kayıt yaptırarak örgün ortaöğretim okullarına kayıt yaptırmama ve devam etmemenin ortaya çıkardığı cezalardan kurtulabilmektedir. Bu haliyle 12 yıllık zorunlu eğitimi işlevsiz kılma riski bulunmaktadır. 12 yıllık zorunlu eğitimin başladığı 2013-2014 eğitim öğretim yılında AÖL öğrenci sayısında yaklaşık %24’lük bir artış gözlemlenmiştir (MEB SGB, 2020). Şahin (2017) çalışmasında AÖL öğrencilerinin %37.2’sinin 18 yaş altında öğrenim çağında bulunduğunu ifade etmiştir. (Bkz. Tablo 1.2)

Tablo 1.1. AÖL öğrenci sayıları (MEB SGB, 2020)

Yıllar	Kız Öğrenci	Erkek Öğrenci	Toplam
2011-2012	301 385	378 754	680 139
2012-2013	338 149	431 591	769 740
2013-2014	438 208	574 141	1 012 349
2014-2015	480 964	656 146	1 137 110
2015-2016	510 133	702 859	1 212 992
2016-2017	492 261	704 383	1 196 644
2017-2018	448 347	642 483	1 090 830
2018-2019	461 503	646 280	1 107 783
2019-2020	479 974	617 420	1 097 394

*MAÖL ve AÖİHL öğrenci sayıları dahil edilmemiştir.

Tablo 1.2. Genel ortaöğretim öğrenci sayıları (MEB SGB, 2020)

Yıllar	Kız Öğrenci	Erkek Öğrenci	Toplam
2011-2012	930 882	921 229	1 852 111
2012-2013	924 100	893 321	1 817 421
2013-2014	783 009	704 728	1 487 737
2014-2015	805 553	702 949	1 508 502
2015-2016	786 747	674 370	1 461 117
2016-2017	832 587	704 449	1 537 036
2017-2018	837 726	695 361	1 533 087
2018-2019	913 404	754 682	1 668 086
2019-2020	955 743	778 170	1 733 913

*Meslek Lisesi ve İmam Hatip Lisesi sayıları ile özel ortaöğretim kurumları sayıları dahil edilmemiştir.

Her iki tablo incelendiğinde 2019-2020 Eğitim Öğretim yılında genel ortaöğretim öğrenci sayısının 1.733.913 olduğu, AÖL öğrenci sayısının 1.097.394 olduğu görülmektedir. Yine 2019-2020 eğitim öğretim yılı verileri incelendiğinde genel ortaöğretimde 3.254 okulda, 116.274 öğretmen görev yaparken açık öğretimde sadece 1 okul bulunmakta ve hiç öğretmen görev yapmamaktadır (MEB SGB, 2020).

AÖL internet sitesinde yer alan 2017 yılı verileri incelendiğinde 797.921 öğrencinin Aktif durumda olduğu, 337.486 öğrencinin Donuk durumda olduğu, 1.287.814 öğrencinin Silik durumda olduğu ve 15.417 öğrencinin mezun olduğu görülmektedir (AÖL, 2017). Mezun öğrenci sayısının Aktif öğrenci sayısının %1,9'u olduğu, tüm öğrenci sayısının %0,6'sı olduğu görülmektedir. Buradan AÖL'de mezuniyet ve başarı oranının çok düşük olduğu yorumu yapılabilir.

Uzaktan eğitim yapmayı amaçlayan Açık Öğretim Lisesi öğrencilerine Milli Eğitim Bakanlığı'nca Halk Eğitimi Merkezleri aracılığı ile ders kitapları dağıtılmakta, çıkmış sınav soruları AÖL internet sitesinde yayınlanmakta ve Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Bilişim Ağı (EBA) sisteminden örgün öğrenciler için hazırlanmış içeriklerden faydalanma hakkı tanınmaktadır. AÖL öğrencilerine dağıtılan kitaplar incelendiğinde bazıları örgün eğitim öğrencileri için hazırlanan kitaplar olmakla birlikte bazıları açık öğretim öğrencileri için hazırlanan kitaplar olduğu görülmektedir. Açık öğretim öğrencileri için Milli Eğitim Bakanlığı'nca hazırlanmış TV, Radyo ve İnternet üzerinden eğitim platformu bulunmamaktadır. Bu durumla ilgili MEB 2019 yılı idari faaliyet raporunda açık öğretim okullarının eğitim kalitesini arttırmak için öğrenci-öğretmen-eğitim materyali etkileşimini sağlayan, canlı ders, tartışma, paylaşma, dersleri yönetme, materyal desteği sağlama, elektronik ortamda ölçme ve değerlendirme yaparak geribildirim verme, eğitim kayıtlarını tutma ve raporlama gibi imkanlar sunan Açık Öğretim Okulları Uzaktan Eğitim Platformu oluşturulacağı bildirilmiştir (MEB SGB, 2019).

1.3. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, Açık Öğretim Lisesi öğrencilerinin eğitimleri için Milli Eğitim Bakanlığı'nca sağlanan tek eğitim kaynağı olan ders kitaplarının matematik özelinde incelenmesi, örgün öğretimde Anadolu Lisesi öğrencilerinin kullandığı matematik ders kitapları ile karşılaştırılmasıdır. Bu amaçla Açık Öğretim Lisesi öğrencileri için hazırlanan ve 2018 yılında yayınlanan Matematik-1 ders kitabı ve

Anadolu Lisesi öğrencileri için hazırlanan ve 2019 yılında yayınlanan Ortaöğretim Matematik-9 kitaplarının denklemler ve eşitsizlikler konusunda didaktik prakseolojilerinin neler olduğu ve didaktik prakseolojilerinin nasıl yapılandırıldıkları belirlenecektir. Araştırmada aşağıdaki sorulara yanıt aranmaktadır:

1. “Denklemler ve Eşitsizlikler” konusunun öğretimine ilişkin matematik öğretim programındaki ekolojik ilişkiler nelerdir?
2. Açık Öğretim Lisesi öğrencileri için hazırlanan Matematik-1 ders kitabının “Denklemler ve Eşitsizlikler” konusunun öğretimine ilişkin matematiksel prakseolojileri nelerdir?
3. Anadolu Lisesi öğrencileri için hazırlanan Ortaöğretim Matematik-9 ders kitabının “Denklemler ve Eşitsizlikler” konusunun öğretimine ilişkin matematiksel prakseolojileri nelerdir?
4. Açık Öğretim Lisesi öğrencileri için hazırlanan Matematik-1 ders kitabı ve Anadolu Lisesi öğrencileri için hazırlanan Ortaöğretim Matematik-9 ders kitabının konusunun öğretimine ilişkin matematiksel prakseolojileri arasındaki farklar nelerdir?

1.4. Araştırmanın Önemi

Ülkemizde 2013 yılında ortaöğretim kademesinin de zorunlu eğitime dahil edilmesiyle birlikte zorunlu örgün eğitim yerine AÖL’nin önemli bir alternatif haline geldiğini söylemek mümkündür. 12 yıllık zorunlu eğitiminin başladığı 2013-2014 eğitim öğretim yılında AÖL öğrenci sayısında yaklaşık %24’lük bir artış gözlemlenmiştir. Günümüzde 2019-2020 eğitim öğretim yılı verileri incelendiğinde AÖL öğrenci sayısı 1.097.394 ulaşmıştır (MEB SGB,2020). Ancak Milli Eğitim Bakanlığı’nca Açık Öğretim Lisesi hakkında yeterli veriler kamuoyu ile paylaşılmamaktadır. Açık Öğretim Lisesinin internet sitesi incelendiğinde en son 2017 yılına ait aktif, donuk, silik ve mezun öğrenci sayılarına ilişkin verilere yer verilmekte bunun dışında açık öğretim sistemine, başarı oranlarına ilişkin veriler açıklanmamaktadır. MEB Strateji Geliştirme Başkanlığı her yıl eğitim istatistiklerini kamuoyu ile paylaşmakta ancak bu istatistiklerde AÖL’nin sadece kız ve erkek öğrenci sayılarına ilişkin veriler yer almaktadır. Bu sayıların da aktif öğrenci sayısı mı tüm öğrenci sayısı mı olduğu belli değildir. Bu sebeple Açık Öğretim Lisesi eğitim sistemi ve verilen eğitim hakkında kamuoyu çok fazla bilgi sahibi değildir.

Yükseköğretim Kurumu Ulusal Tez Merkezi'nde yapılan araştırmada “Açık Öğretim Lisesi” ile ilgili altı tez çalışması yapıldığı görülmektedir. Bu çalışmaların da daha çok öğrencilerin AÖL'ye geçiş ve katılım nedenleri, katılım örüntüleri, öğrenci profilleri gibi psiko-sosyal özelliklerin araştırılmasına yönelik olduğu eğitim ortamlarına yönelik çalışma yapılmadığı, genel olarak açık lise sistemi üzerinde çok fazla araştırma yapılmadığı görülmektedir. Bu tespitten yola çıkarak bu sistem hakkında bilgi edinmek için ilk adımın öğrencilere sunulan öğrenme ortamının incelenmesi olduğu düşünülmektedir. Öğrencilere sunulan temel öğrenme ortamı ders materyalleridir. AÖL öğrencilerinin eğitimleri için hazırlanmış tek kaynak ders kitaplarıdır. Hazırlanan bu ders kitaplarının praxeolojik analiz çerçevesinde incelenerek örgün öğretimde kullanılan ders kitapları ile karşılaştırılması araştırmanın amacını oluşturmaktadır. Açık Öğretim Lisesi sistemi içerisinde matematik eğitiminin irdeleneceği bu çalışma, 9. sınıf ve cebir öğrenme alanının önemli konularından denklemler ve eşitsizlikler konusu ile sınırlandırılmıştır. Öğrencilere sunulan ders kitaplarında yapılacak derinlemesine analizlerle, denklemler ve eşitsizlikler bağlamında, potansiyelinin ve eksikliklerinin ortaya konulması, elde edilen bulgulara dayalı olarak önerilerde bulunulması böylece Açık Öğretim Lise sisteminin hedefleriyle uyumlu bir matematik öğretim ortamına dair bilgiler sunulması çalışma sonunda erişilmek istenen sonuçlardır. Bu çalışma matematik eğitimi alanında yapılan araştırmalarda eksik kaldığı düşünülen bir alana katkı sağlayacaktır.

1.5. Sınırlılıklar

Bu çalışmada araştırma ile ilgili bazı sınırlılıklar bulunmaktadır. Bunlar:

- Milli Eğitim Bakanlığı tarafından Anadolu Liseleri için hazırlanan iki ders kitabından Eskişehir ilini kapsayan bölgede okutulan Eksen yayıncılık tarafından Milli Eğitim Bakanlığı için hazırlanan 2019 yılında yayınlanan “Ortaöğretim Matematik-9” ders kitabı ile sınırlandırılmıştır.

- Milli Eğitim Bakanlığı, Hayat Boyu Öğrenme Genel Müdürlüğü, Açık Öğretim Daire Başkanlığı tarafından 2018 yılında yayınlanan “Matematik-1” ve Eksen yayıncılık tarafından Milli Eğitim Bakanlığı için hazırlanan 2019 yılında yayınlanan “Ortaöğretim Matematik-9” ders kitaplarının incelemesinde “Denklemler ve Eşitsizlikler” ünitesinin gerçek sayılar, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler, mutlak değer içeren birinci dereceden denklem ve eşitsizlikler, birinci dereceden iki bilinmeyenli

denklemler ve eşitsizlik sistemleri, üslü ifade içeren denklemler ve köklü ifade içeren denklemler konularıyla sınırlandırılmıştır.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

2.1.1. Ders kitapları

Eğitim öğretimde kullanılan araç ve gereçlerden şüphesiz en önemlisi ders kitaplarıdır. Ders kitapları öğrencilere eğitim öğretim faaliyetlerinde fayda sunarken öğretmenlere de yol göstermektedir. Demirel ve Kıroğlu (2006) ders kitaplarını “Bir eğitim programında yer alan hedef, içerik, öğretme-öğrenme süreci ile ölçme değerlendirme boyutlarına uygun olarak hazırlanmış ve öğrenme amaçlı kullanılan basılı bir öğretim materyalidir” şeklinde tanımlamıştır. Ders kitapları öğrencinin bilgiye en kısa yoldan ulaşmasını, bilginin kalıcılığını ve kolay tekrar edilmesini sağlaması bakımından öğrenci için önemli ve yararlıdır (Eskimen, 2015).

2.1.1.1. Ders kitaplarının tarihsel gelişimi

Ders kitaplarının geçmişi incelendiğinde M.Ö. 4000’li yıllarda Eski Mısır’da papirüs rulesi üzerinde bulunan yazılı kaynaklar en eski ders kitapları olarak kabul edilmektedir (Kaya, 2002).

Türk Eğitim tarihi açısından incelendiğinde ilk olarak M.S. 552 yılında kurulan Köktürklerde kendilerine özgü gelişmiş bir alfabe ve işlenmiş bir dile sahip olmaları nedeniyle yazılı eserler bıraktıkları görülmektedir. 745’te Köktürklerin yıkılmasıyla kurulan Uygurlarda matbaanın kullanılmasıyla, kitapların çoğaltılması kolaylaşmıştır (Özkan, 2008).

Türklerin islamiyeti kabul etmesiyle kurulan Türk-İslam devletlerinde ders kitapları aktif olarak kullanılmaya başlanmıştır. Ders kitapları, Karahanlı Devleti döneminden başlayıp, Selçuklular ve Osmanlılar döneminde önemli gelişmeler göstermişlerdir. Özellikle Tanzimat döneminde ise kitaplar bugünkü biçimini almaya başlamışlardır (Baştürk, 2020).

Cumhuriyet döneminde ise Tanzimat döneminde yapılan yenilikler gözden geçirilmiştir. Ders programları ve ders kitaplarında değişiklikler yapılmıştır. Yeni hazırlanan ders programlarında her dersin başında o dersin nasıl işleneceği geniş bir şekilde açıklanmış ve çocuklara çağdaş eğitimin verilmesinde dikkat edilecek noktalar ele alınmıştır. Cumhuriyet döneminde ders kitaplarının hazırlanması ve okullara dağıtımıyla ilgili olarak kanun çıkarılmış ve bu kanuna göre ders kitapları her türlü çıkarın üstünde tutulmuştur (İskit,2000). Bununla birlikte tek kitap dönemi başlamıştır. Tek kitap

döneminde ilk ve orta okullar ile liselerin tüm sınıf düzeylerinde yeniden yapılandırılan programlara uygun olarak uzmanlara ve öğretmenlere ders kitapları yazdırılmış ve yazdırılan bu kitaplar derslerde okutulmak üzere tüm okullara gönderilmiştir. Öğrenciyi ezbere yöneltmesi, araştırmacı anlayıştan uzak tutması, ufkunu daraltması ve daha iyi ve pedagojik kitapların yazılmasını engellediği gerekçesiyle 1949 yılında tek kitap uygulamasına son verilmiş ve çok kitap uygulamasına geçilmiştir. Çok kitap uygulaması da görülen sakıncalar üzerine 1979 yılında sonlandırılmış ancak 1991 yılında yeniden uygulamaya konulmuştur (Baştürk, 2020). MEB, 2003 yılında “Ücretsiz Kitap Dağıtım Projesi”ni uygulamaya koyarak zorunlu eğitim basamağındaki öğrencilere ders kitaplarının ücretsiz dağıtımını sağlamıştır.

2.1.1.2. Ders kitaplarının eğitimdeki yeri ve önemi

Ders kitabı tüm toplumlarda eğitim sisteminde her zaman önemli bir eğitim aracı olmuştur. Ders kitabı belli bir dersin öğretimi için ve belli bir düzeydeki öğrencilere yönelik olarak hazırlanan; içeriği öğretim programına uygun olan, incelemesi yapılmış ve onaylanmış olan temel kaynaktır (Gülersoy,2013).

Öğrenciler açısından bakıldığında kitapların çok yararlı materyaller olduğu şüphesizdir. Öğrenciler kitaplar sayesinde öğretmenin anlattıklarını, istediği zaman, istediği yerde ve istediği tempoda tekrar etme imkanına sahiptir (Küçükahmet, 2000).

Ders kitapları çocukların bilişsel, duyuşsal ve psikomotor becerilerinin gelişmesinde katkısı en yüksek materyallerdendir. Özellikle ilköğretim çağında öğrenciler için ders kitaplarının özel bir önemi bulunmaktadır (Çalışkan, 2016).

Ders kitabı, öğrencilere hangi konuların hangi sırayla nasıl öğretilceğini belirlemede önemli bir yere sahiptir. Öğrencilerin bireysel olarak öğrenmelerinde, konular arasında bağ kurmalarında, öğrendiklerini tekrar etmelerinde ve öğrenme eksiklerini gidermelerinde önemli bir rol oynamaktadır (Kılıç ve Seven, 2008).

Ders kitapları, öğretimde öğretmenin en büyük yardımcısı ve öğretmenin gücünü ortaya çıkarmasına, eğitim faaliyetlerini daha sistematik hale getirmesini sağlayan temel materyallerdir (Aycan vd., 2001).

Kılıç ve Seven (2008)’e göre ders kitaplarının öğrencilere faydaları şunlardır;

- Öğrenciye kendi kendine öğrenme ve öğrendiklerini tekrar edebilme imkânı sağlaması açısından yardımcı olur.

- Öğrencinin konu bütünlüğünü yakalamasına ve konular arasında ilişki kurmasına yardımcı olur.
- Öğrenciler arasında bireysel öğrenme farklılıklarının meydana getirdiği öğrenme eksikliklerini gidermelerini sağlar.
- Öğretmenin öğrenciye verdiği ödevleri yapmasında kaynaklık eder.
- Her öğrencide ders kitabı olduğu için, üzerinde konuşup tartışacağı bir materyalin varlığını oluşturmakta öğrenciler arasındaki iletişimi arttırmaktadır.
- Harita, şema, şekil, grafik, resim gibi görseller kullanıldığı için konuyu anlamaya yardımcı olur.

Kılıç ve Seven (2008)'e göre ders kitaplarının öğretmenler için faydaları şunlardır;

- Ders kitabından hareketle başka bir eğitim materyali geliştirmesine rehberlik eder.
- Öğretmenlerin öğretim programının kazandırılması için birçok etkinliği bir arada görmesini ve bu şekilde derste daha planlı ilerlemesini sağlar.
- Konuların öğrenciye eksik verilmesini önler.
- Farklı şubelerde derse giren öğretmenin konuların işlenmesinde standardı yakalamasını sağlar.
- Öğretmene öğrenciyi ölçebileceği hazır soru verir.

Amerika'da yapılan çalışmada öğrencilerin okuldaki zamanının %70 ile %95'ini ders kitabındaki etkinlikler ile değerlendirdiklerini ve örgün eğitimde ders kitaplarının oldukça önemli olduğunu ortaya koymuştur (Shannon, 1992'den aktaran Semerci, 2004).

Seven (2001) tarafından ülkemizde her ders için öğretme ve öğrenme sürecinde %72,64 oranıyla her ders için en çok kullanılan ders materyalinin ders kitapları olduğu ve ders kitaplarının ulaşılması en kolay ders aracı olma özelliğiyle öğrencilerin neler öğreneceğini ve öğretmenlerin neleri öğreteceğini önemli ölçüde etkilediği ortaya koyulmuştur.

2.1.1.3. Matematik eğitiminde ders kitaplarının özellikleri

Matematik öğretiminde ve öğreniminde daha kapsamlı ve motive edici bir öğrenme ortamı; matematik içeriği ile gerçek dünya; günlük deneyimler ile sınıf aktiviteleri, matematik tarihi, modern teknoloji, diğer dersler arasında güçlü bağlantılar kuran yöntem ve teknikler kullanarak sağlanır. Matematik ders kitabı, öğretim ve öğrenmede birincil ve

en önemli araç olarak bu bağlantıların ve faaliyetlerin sağlayıcısı olmalıdır (Berisha, Thaçi, Jashari ve Klinaku, 2013).

Matematik ders kitabının; öğrencilerin matematiği öğrenmeye yönelik ilgisini etkin kılan, öğrencilerin matematiği aktif olarak öğrenmesine yardımcı olan, temel bilgileri öğrenme sürecinde yaratıcılık potansiyelini geliştiren, matematiksel bilginin gerekliliğini anlama süreciyle matematiksel düşünmeyi geliştiren ve matematiksel bilginin günlük hayata aktarılmasına yönelik farkındalığı artırıcı nitelikte olması gerekmektedir (Li vd., 2009).

Küçükahmet'e (2011) göre öncelikle her matematik ders kitabı matematik öğretim programı ile tutarlı olmalı, yani ders kitabında yer alacak tüm konuların MEB'in belirlediği öğretim programına uygun, diğer disiplinlerle ilişkilendirilmiş ve içeriğe uygun yöntem ve stratejilerin kullanılmış olması gereklidir. Ders kitapları (1) Biçimsel görünüm, (2) İçerik, (3) Öğretim yöntem ve stratejileri ve (4) Değerlendirme olmak üzere dört ana başlıkta incelenmelidir.

1. Biçimsel Görünüm: Bu özellik ders kitabının dış kapağından en son sayfasına kadar renk, yazı boyutu, boşluklar, aralıklar, resimler, tablolar, şekiller ve kaynakçaya kadar tüm unsurların kendi arasında bir bütünlük ve tutarlık içinde yer alması olarak tanımlanmıştır.

2. İçerik: Bu nitelik, ne öğretilecek sorusunun cevabını ararken burada kavramsal çerçeve, konular ve örneklerin verilmesine dikkat etmek gerekir. Öğretilecek içerik; güncel, gerçek, doğru ve bilimsel bilgilerden oluşmalı; öğrencinin ilgi ve ihtiyaçlarını karşılamalı; öğrencilerin mevcut ve gelecekteki problemlerine cevap vermeli; öğrenci gelişimine uygun zorluk derecesine sahip olmalı ve toplumun etik değerleriyle tutarlı olmalıdır.

3. Öğretim Yöntem ve Stratejileri: Bu özellik ders kitabının içeriğinin nasıl ve ne şekilde verileceğinin veya aktarılacağına açıklandığı bölümdür. Bir başka ifadeyle, matematiksel kavramların öğrenciler tarafından nasıl kazanılacağına ilişkin boyutların belirlendiği kısımdır. Etkili matematik öğretiminin kolaylaştırıcı faktörlerden biri de kullanılan öğretim yöntemleridir.

4. Değerlendirme: Bu nitelik ders kitabında etkili bir öğreti sonucunda öğrencilerin ne kadar başarılı olduklarının ölçülüp gözlemlendiği bölümdür. Bir başka ifadeyle, öğrencinin matematik dersi öğretim programında belirtilen amaçlara ne derece ulaştığına bakılır. Değerlendirme öğrencilerin bilişsel, üst-bilişsel, duyuşsal, sosyal ve psikomotor

becerilerini ortaya çıkaracak şekilde planlanmalı; portfolyo, performans görevi, sunum ve ne öğrendiklerini yazma gibi farklı değerlendirme yöntemleri kullanılmalı ve öğrencilerin kendilerini veya birbirlerini değerlendirmelerine imkan verecek teknikler kullanılmalıdır.

Ölçme ve değerlendirme faaliyetlerinin beceri temelli olması okul matematiği ve yaşam arasındaki kopukluğu gidermenin bir yöntemidir. Bu anlayışa göre soru hazırlandığında, öğrenci “bu konuyu ne için öğrenmem gerekiyor” veya “bunu öğrendiğimde hayatta ne işime yarayacak” gibi soruları sormak yerine, konunun günlük yaşamla ilişkisini anlamlandıracaktır (Altun, 2015).

Öğretimsel açıdan matematik ders kitaplarının incelenmesi için birçok araç geliştirilmiştir. Bunlardan biri de Gracin (2008) tarafından geliştirilen beş boyutlu inceleme yöntemidir. Birinci boyutta, “Programdaki öğrenme alanlarına paralel şekilde ünite ve dersin amaçlarına ulaşmak için hangi öğrenme etkinliklerinin kullanılacağına sırası ve kararı doğru verilmiş mi?” sorusuna yanıt aranmaktadır. İkinci boyutta, “Programa paralel şekilde, içeriğe uygun matematiksel yöntem ve stratejiler kullanılmış mıdır?” sorusuna yanıt aranmaktadır. Üçüncü boyutta, yapılacak görevdeki bilgi ve etkinliklerin zorluk derecesi incelenmektedir. Dördüncü boyutta, alıştırma ve problemler için cevaplama şekilleri incelenmektedir. Beşinci boyutta, yapılacak görevlerin bağlamları sorgulanmaktadır.

2.1.2. Denklemler ve eşitsizlikler

Matematikte ilgili olarak en sık yapılan tanım matematiğin evrensel bir dil olduğudur. Matematiğin evrensel bir dil olmasının en büyük etkeni cebirdir. Cebir, sayılar ve aralarındaki ilişkiyi sembollere dönüştürerek denklemler ve matematiksel ifadelerin oluşturulmasını sağlayan bir alandır (Ünlü, 2019). Cebire problem çözme işlevi kazandıran ve cebirin temelini oluşturan konu ise denklemler ve eşitsizlikler konusudur. Günlük yaşam problemleri matematiksel olarak modellenerek denklem ve eşitsizlikler yardımıyla çözümlenmektedir. Matematikteki birçok konu ile önemli ilişkisi bulunduğu için denklemler ve eşitsizlikler konusunun öğretimi öğrenciler için önem arz etmektedir. Arcavi vd. (2017)’nin “denklemler cebirin merkezi bir yapısıdır ve matematiğin bütün branşlarına yayılmıştır” ifadesi cebirin önemini vurgulamaktadır.

2.1.2.1. Denklemler ve eşitsizlikler kavramı ve tarihsel gelişimi

Denklemler ve eşitsizlikler konusunu da ihtiva eden cebiri, Leonhard Euler 1770 yılında “bilinenler aracılığıyla bilinmeyen miktarların nasıl belirleneceğini öğreten bilim” olarak tanımlamıştır (Euler, 1984). 18. yüzyılda cebir; işaretler, semboller ve bunların manipülasyonlarının iyi tanımlanmış yöntemlerini kullanarak bilinmeyenleri belirlemeyi hedeflemekteydi. Günümüzde ise ders kitaplarına bakıldığında pozitif ve negatif sayıların aritmetiğini, birinci dereceden denklemlerin çözümlerini, ikinci dereceden denklemleri ve bunların denklem sistemlerini, çarpanlara ayırmayı ve üslü ve köklü ifade kuralları dahil olmak üzere polinomları, fonksiyon ve grafiklerini, matrisleri ve benzer konuları içermektedir. Bir soyut cebir kitabı incelendiğinde ise gruplar, halkalar, cisimler ve alanlar gibi birçok konuyu kapsadığı görülmektedir. Sonuç olarak cebir günümüzde birçok konuyu kapsamaktadır (Katz ve Barton, 2007).

Denklem kavramı ise birçok farklı şekilde tanımlanmaktadır. En sık kullanılan tanımı ise “eşitlik bağıntısı içeren her açık önermeye” denklem denilmektedir (Osborne ve Wilson, 1992).

Powell (2012) denklemler ve ilişkili kavramları şu şekilde tanımlamıştır;

İfade: Eşitlik sembolü içermeyen, sayılar veya işlemlerin birleşimidir. Örneğin; $3.4+1$ bir sayısal ifade iken $3.x+1$ bir cebirsel ifadedir.

Denklem: Eşitlik işaretinin, eşitliğin bir tarafındaki bir sayının veya ifadenin, eşitliğin diğer tarafındaki bir sayı ve ifadeye denk olduğunu gösteren matematiksel ifadedir.

Standart Denklem: İşlem sonuçlarının bir sayıya eşitlendiği denklem tipidir.

Standart Olmayan Denklem: Standart denklemlerin farklı bir formdaki halidir.

Matematiksel Denklem: Hiç değişken içermeyen veya bir değişken içeren denklemlerdir.

Cebirsel Denklem: İki veya daha fazla değişken içeren denklemlerdir.

Eşitsizlik kavramı ise; “verilen niceliklerin karşılaştırılmasında eşit olmaması veya miktarlarının denk olmaması” durumudur. Genel olarak “küçük, küçük ya da eşit, büyük, büyük ya da eşit sıralama bağıntılarını içeren önermelere eşitsizlik denir” şeklinde tanımlanmaktadır (Argün vd., 2014).

Cebirin tarihi ise günlük yaşam problemlerinin denklem veya eşitsizlik haline getirilip çözümlenmesi çabası ile başlamaktadır. Cebirin kökenleri Babillilere (Mezopotamya uygarlıklarına) dayanmaktadır. Tarihsel olarak M.Ö. 1900-1600’lü yıllarda Mezopotamya’da bulunan kil tabletlerinde bulunan birçok matematik probleminde bilinmeyen miktarların hesaplamasını içermektedir. Babil cebiri, aynı dönem uygarlıklarından Mısır uygarlığının cebirinden ileri durumdaydı. Mısırlılar sadece

birinci dereceden denklemlerle ilgilenirken, Babilliler birinci dereceden denklemlerin yanı sıra ikinci ve üçüncü dereceden denklemlerle de ilgilenmekteydi.

Denklemlerin tarihine bakıldığında cebir ile birlikte M.Ö. 1650’li yıllarda Babilliler (Mezopotamya uygarlıkları) ve Mısırlılar ile başladığını söylemek mümkündür. Babil tabletlerinde ve mısır papirüslerinde yer alan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler geometri problemlerine dayanmaktaydı. Bu problemler sözel olarak ifade edilmiş ve çözümler de sözel olarak anlatılmıştır (Baki, 2014).

M.Ö. 1650’li yıllarda Mısır’da Ahmes tarafından papirüs üzerine yazılan “Karanlık Şeyleri Bilmenin Yolları” adlı matematik kitabında dört işlem, denklem çözümleri, sayı dizileri, piramitlerin ölçüleri, tahıl ölçümleri gibi konularda 87 adet problem ve çözümleri bulunmaktadır. Bu kitapta yer alan 24. problem şu şekildedir; Bilinmeyenin yedide birine bilinmeyen eklendiğinde 19 ettiğine göre bilinmeyen nedir? Günümüzde bu denklemin matematiksel gösterimi $\frac{x}{7} + x = 19$ şeklindedir. Çözümü ise aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\frac{8x}{7} = 19 \Rightarrow \frac{x}{7} = \frac{19}{8} = 2\frac{3}{8} \Rightarrow x = 14\frac{21}{8} = 16\frac{5}{8}$$

Ahmes ise bu denklemin çözümünü hataların karşılaştırılması yöntemiyle aşağıdaki gibi yapmıştır:

Bilinmeyen 7 olsun. Bu durumda denklemin sol tarafı $\frac{7}{7} + 7 = 8$ olacaktır. Denklemin sağ tarafındaki 19’un elde edilmesi için sol tarafın $\frac{19}{8}$ ile çarpılması gerekmektedir. $\frac{19}{8} = 2\frac{3}{8} = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ olur. O halde bilinmeyen doğru şekilde bulunması için başlangıçta yanlış olarak kabul edilen 7’nin $2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ ile çarpılması gerekmektedir. Sonuç $7 \cdot \left(2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = 14 + \frac{7}{4} + \frac{7}{8} = 16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ olur (Baki, 2014).

M.Ö. 700 ile M.S. 400’lü yıllar arasındaki dönemdeki Doğu Akdeniz kıyılarında yazılan Yunan matematiğinde bazı yazarlar cebirin olmadığını iddia etse de Platon ile birlikte terimlerin geometrik nesnelerin kenarlarıyla temsil edildiği geometrik bir cebir oluşturulmuştur. Yunanlılar geometrik problemlerden kaynaklı denklemleri çözmektedirler (Boyer, 1991). İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümleri Babilliler ardından Yunan matematikçiler Eudoxous (M.Ö. 408-355), Euclid (M.Ö. 330-275) tarafından yapılmıştır. Hippocrates (M.Ö. 470-410) ise parabol ve hiperbol denklemlerinin ilk haline ulaşmıştır. Diophantus (200-284) iki ya da üç değişkenden oluşan çok değişkenli denklemlerin rasyonel sayılardaki çözüm kümeleri ile ilgilenmiştir (Baki, 2014).

M.S. 200-284 yılları arasında yaşamış olan Diophantus “aritmetik” adında bir kitap yazmış ve bu kitapta sayılarla olan ilişkileri cebirsel denklemler haline getirmiştir. Bu kitapta yer alan “birinci sayı ile ikinci sayı toplamı üçüncü sayı ile çarpıldığında 35, ikinci sayı ile üçüncü sayı toplamı birinci sayı ile çarpıldığında 27 ve birinci sayı ile üçüncü sayı toplamı ikinci sayı ile çarpıldığında 32 ettiğine göre bu sayıları bulunuz” şeklindeki bir soruyu yanlış deneme yöntemini kullanarak çözmüştür.

$$(\text{Birinci sayı} + \text{İkinci sayı}) \times \text{Üçüncü sayı} = 35 \dots (\text{I})$$

$$(\text{İkinci sayı} + \text{Üçüncü sayı}) \times \text{Birinci sayı} = 27 \dots (\text{II})$$

$$(\text{Birinci sayı} + \text{Üçüncü sayı}) \times \text{İkinci sayı} = 32 \dots (\text{III})$$

şeklinde yazdıktan sonra I. denklemde; $\text{Birinci sayı} + \text{İkinci sayı} = \frac{35}{\text{Üçüncü sayı}}$ yazdıktan sonra birinci ve ikinci sayı hakkında tahminde bulunmuştur. Birinci sayıyı $\frac{10}{\text{Üçüncü sayı}}$, ikinci sayıyı $\frac{25}{\text{Üçüncü sayı}}$ olarak seçmiş ve II. ve III. denklemlerde yerine yazarak denklemlerin sağlanmadığını görmüş doğru çözüme ulaşana kadar yeni tahminlerde bulunarak çözüme ulaşmıştır (Sarpkaya Aktaş, 2019).

M.Ö. 200’lü yıllarda Çin’de yazılan “Matematik Sanatı Üzerine Dokuz Bölüm” kitabının “Çok fazla ve yeterli değil” başlıklı 7. bölümünde birinci dereceden bir bilinmeyenli (doğrusal) denklemlerin çözümlerine ilişkin problemler yer almaktadır. Bu kitabın 7. Bölümünde yer alan bir problem şu şekildedir; ortaklaşa bir ürün satın almak isteyen herkes 8 (para) katkıda bulunur fazlalık 3’tür. Herkes 7 (para) katkıda bulunur, eksik 4’tür. Kişi sayısı ve ürünün ücreti kaçtır? Günümüzde bu denklem $A = 8 \cdot x - 3 = 7 \cdot x + 4$ şeklinde ifade edilebilmekte ve $8x - 7x = 4 + 3 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow A = 53$ şeklinde çözülmektedir. Kitapta ise;

kişi başına 8 para $\rightarrow$ 1 ürün ve 3 para

kişi başına 7 para ve 4 para $\rightarrow$ 1 ürün

sırasıyla 4 ve 3’ katlarsak;

kişi başına 4(8) para $\rightarrow$ 4 ürün ve 4(3) para

kişi başına 3(7) para ve 3(4) para $\rightarrow$ 3 ürün

sonuçları toplarsak;

kişi başına 4(8) para + 3(7) para $\rightarrow$ 4+3 ürün

oranlarsak;

kişi başına $\frac{4(8)+3(7)}{4+3} \rightarrow$ 1 ürün

kişi başına $53/7 \rightarrow$ 1 ürün

şeklinde problemi çözmüşlerdir (Schwartz, 2008).

M.S. 476-550 yılları arasında yaşayan Hintli matematikçi ve gökbilimci Aryabhata tarafından yazılan “Aryabhatia” isimli kitapta bazı aritmetik kuralların yanı sıra denklemlerin çözümleri de yer almaktaydı. Hintli matematikçiler Aryabhata (476-550), Brahmagupta (598-665) ve Bashkara (1114-1185) birinci dereceden bir ve iki bilinmeyenli denklem çözümleri ile ilgilenmiştir (Baki, 2014).

Hintli matematikçi Aryabhata’nın yazdığı Aryabhatia kitabında yer alan bir problem şu şekildeydi: Bir kişi ortaya bir para koysun. İkinci kişi birincinin koyduğu paranın iki katını, üçüncü kişi ikinci kişinin üç katını ve dördüncü kişi de üçüncü kişinin dört katını ortaya koyduğunda toplam para 132 olduğuna göre birinci kişi ortaya kaç lira koymuştur? Günümüzde bu denklem $x + 2x + 6x + 24x = 132$ şeklinde ifade edilmekte ve $33x = 132 \Rightarrow x = 4$ şeklinde çözülmektedir. Aryabhata’nın çözümü ise aşağıdaki şekilde yanlış deneme yöntemi ile çözülmüştür:

Bilinmeyen $x = 1$ için sonuç 33 olur. Bu durumda oluşan hata $132 - 33 = 99$ olur. 1 ile başladığında hata büyük çıktığına göre 10 ile başlanabilir. Bilinmeyen $x = 10$ için sonuç 330 olur. Bu durumda oluşan hata $330 - 132 = 198$ olarak bulunmaktadır. Bu denemeler sonucun 1 ile 10 arasında olduğunu göstermektedir. Yanlış deneme yönteminde $\frac{(1.tahmin)x(2.hata)+(2.tahmin)x(1.hata)}{(1.hata)+(2.hata)}$ şeklinde sonuç bulunmaktadır. Bu şekilde;

$$\frac{1 \times 198 + 10 \times 99}{198 + 99} = \frac{1188}{297} = 4$$

çözüm tamamlanmış olur (Baki, 2014).

Bağdat’ta dönemin Abbasi hükümdarı El-Memun tarafından kurulan “Bilgelik Evi” (Darül Hikme) isimli okulda çalışan Harezmi tarafından M.S. 830’lu yıllarda yazılan El-Kitabul Muhtasar fil Hesabil Cebr vel Mukabele isimli kitapla birinci dereceden denklemlerden ikinci dereceden denklemlerin çözümüne kadar kapsamlı açıklamalar sunulmuş ve denklemin bir teriminin diğer tarafa aktarılması yani her iki tarafa aynı işlemi uygulamayla ilgili olarak “indirgeme” ve “dengeleme” kavramları tanıtılmıştır (Boyer, 1991). Bu kitapta yer alan denklemler kök ve karelerden oluşan doğrusal (birinci dereceden) ve karesel (ikinci dereceden)’dir. Harezmi denklemleri altı kategoride sınıflandırmıştır; köklerin sayıya eşitlenmesi ($ax = b$), karelerin sayıya eşitlenmesi ($ax^2 = b$), karelerin köklere eşitlenmesi ($ax^2 = bx$), karelerin ve köklerin sayıya eşitlenmesi ($ax^2 + bx = c$), karelerin ve sayıların köklere eşitlenmesi ($ax^2 + c = bx$)

ve köklerin ve sayıların karelere eşitlenmesi ($bx + c = ax^2$) şeklindedir. Harezmi bilinmeyenlerin gösteriminde hiçbir sembol kullanmazken sözel olarak “şey” olarak ifade etmiştir. (http-2) Günümüzdeki şekliyle denklemin her iki tarafını aynı sayıyla toplayıp çıkarmayla denklemlerin çözülmesine ilişkin ilk kayıtlar bu kitapta yer almaktadır. Türkçe’de “Cebir” olarak, İngilizce’de “Algebra” olarak ifade edilen kelime kitabın ismi El-Cebr’den gelmektedir. Harezmi birçok yazara göre cebirin kurucusu ve cebirin babası olarak ifade edilmektedir (Katz ve Barton, 2007).

Ebu Kamil (850-930) yazdığı kitaplarla denklemlerin daha düzenli ve sistematik çözümüne katkı sunmuştur. İrrasyonel katsayılı denklemleri de kullanmıştır (Baki, 2014).

1050-1123 yılları arasında yaşamış Ömer Hayyam, Harezmi’nin kitabının ötesine geçerek üçüncü dereceden denklemlerin çözümlerini de içeren bir kitap yazdı. İkinci dereceden denklemler için hem aritmetik, hem de geometrik çözümler buldu. 15. yüzyıla kadar Müslüman bilim adamları cebir alanında yeni ilerlemeler yarattı (Boyer, 1991).

Leonarda Fibonacci (1170-1240), 13. yüzyılda yayınlanan Hint-Arap sayı sistemine göre yazılmış “Liber Abaci” kitabı ile İtalya’ya islam dünyasının mevcut cebirsel bilgi birikimini Avrupaya aktarmış ve cebiri Avrupa’ya tanıtmıştır (Sarpkaya Aktaş, 2019).

Üç yüz yıl sonra 16. yüzyıldan itibaren cebir Avrupa’da gelişmeye başlamıştır. Robert Recorde 1557’de İngiltere’de yayınlanan kitabı ile bazı cebirsel yöntemler ve notasyonlar geliştirmiştir (http-3). Eşitlik kavramının sembolleşmesi Robert Recorde tarafından her defasında eşittir anlamına kelime yazmanın getirdiği zorluktan dolayı “=” şeklinde sembolize edilerek kullanılmaya başlanmıştır. Eşitsizlik sembolleri ise ilk defa 1631 yılında İngiltere’de Thomas Harriot tarafından küçüktür anlamında “<” sembolü ve büyüktür anlamında “>” sembolü kullanılması ile sembolize olmuştur (Schroeder, 1997).

Avrupalı matematikçiler Ferro (1456-1526), Tartaglia (1499-1557) ve Bombelli (1526-1572) üçüncü dereceden denklemlerle ilgili yöntemler geliştirmişlerdir. Cardano (1501-1576) bazı dördüncü dereceden denklem çözümleriyle ilgilenmiştir (Sarpkaya Aktaş, 2019).

Yaklaşık olarak 1637 yılında Descartes cebirsel sembolleşme için önemli bir katkıda bulunarak bilinen nicelikleri notasyon olarak ifade etmek için alfabenin başındaki harfleri (a,b,c) ve bilinmeyen nicelikleri notasyon olarak ifade etmek için alfabenin sonundaki harfleri (x,y,z) kullanmıştır. Bu notasyonlar günümüzde halen kullanılmaktadır (Burton, 1985).

Gauss (1777-1855) denklemlerin sayılardaki çözüm kümeleri olabileceğini göstermiştir (Sarpkaya Aktaş, 2019).

Katz ve Barton (2007) cebirin gelişiminde dört kavramsal aşama bulunduğunu ifade etmiştir. Bunlardan birincisi cebirsel kavramların büyük ölçüde geometrik olduğu “Geometrik Aşama” dır. Mezopotamya’da bulunan tabletlerde, Antik Mısır’da ve Yunanistan’da yer alan cebir, görsel ve geometrik durumlar bağlantılıydı. Kullanılan denklemler hep bir dikdörtgenin uzunluğu ve genişliği gibi nicelikler için kullanılıyordu. Buradaki hesaplamalar genellikle orijinal bir geometrik figürü bilinen bir geometrik forma (örneğin bir kareye) dönüştürmeyle ilgiliydi (Radford ve Puig, 2007). Geometrik aşamanın ardından M.S. 9. Yüzyılda Harezmi’nin yazdığı kitap ile geometri cebirden uzaklaşarak cebirsel problemleri çözmek için geliştirilmiş algoritmik süreçlerin kullanıldığı “statik denklem çözme aşamasına” geçilmiş cebir kendi başına anlam kazanmaya başlamıştır. Şerafeddin el-Tusi ile başlayan tam anlamıyla Gottfried Leibniz’le başlayan “dinamik işlev aşamasında” dinamik fonksiyonlar yer almaktadır. 19. Yüzyıldan itibaren gelişen soyut cebir ile “soyut aşamaya” geçilmiştir (Katz ve Barton, 2007).

Eşitsizliklerin tarihsel gelişimine bakıldığında denklemler kadar eski olmadığı görülmektedir. İlk örnek Newton (1642-1726) tarafından bazı ispatlarda kullanılmış, sonrasında Cauchy (1789-1857) tarafından bazı eşitsizlikler ve ispatlar kullanılmıştır (Elçi vd., 2016).

2.1.1.2. Denklemler ve eşitsizlikler kavramının öğretim programındaki yeri

Denklemler ve eşitsizlikler konusunun ülkemizde öğretim programlarındaki yeri incelendiğinde ilköğretim matematik programında cebir öğrenme alanında 6. Sınıfta cebirsel ifadelerin öğretimi; 7.Sınıfta cebirsel ifadelerde işlemler, eşitlik kavramı, gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurma, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözme, problem çözmede birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kullanma; 8. Sınıfta tekrar birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözme, gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik kurma, birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliği sayı doğrusunda gösterme ve çözme ile ilgili kazanımlar yer almaktadır. Program yer alan açıklamalar incelendiğinde cebir öğrenme alanı, matematiksel düşüncenin önemli bir alt boyutu olan cebirsel düşünme açısından matematik öğretimi alanında yapılan çalışmalar dikkate

alınarak, ulusal ve uluslararası çalışmalar incelenerek hazırlandığı, cebir öğrenme alanına ait kazanımlar işlenirken kazanımların sırasına dikkat edilmesi gerektiği ve yeri geldiğinde diğer öğrenme alanlarında bulunan kazanımlarla ilişkilendirilmesi gerektiği ifade edilmiştir (MEB, 2018c).

Ülkemizde 2018 yılında yürürlüğe konulan ortaöğretim programları incelendiğinde “Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı” ve “Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik Dersi Öğretim Programı” olmak üzere iki öğretim programı olduğu görülmektedir (http-4). “Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik Dersi Öğretim Programı” sadece Fen Liselerinde uygulanırken “Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı” Anadolu Lisesi, Açık Öğretim Lisesi, Anadolu İmam Hatip Lisesi, Mesleki ve Teknik Liseler gibi Fen Liseleri dışında diğer tüm ortaöğretim okullarında uygulanmaktadır.

Ortaöğretim Matematik dersi öğretim programında denklemler ve eşitsizlikler konusunda 9. Sınıfta gerçek sayılarda aralık kavramını açıklama, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikleri çözme, mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikleri çözme, birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesini bulma, üslü ifade içeren denklemleri çözme ve köklü ifade içeren denklemleri çözme ile ilgili kazanımlar; 10. Sınıfta ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ile ilgili kazanımlar; 11. Sınıfta ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemleri ile ilgili kazanımlar ve 12. Sınıfta Üstel, Logaritmik Denklemler ve Eşitsizlikler ve Trigonometrik Denklemler ile ilgili kazanımlar yer almaktadır (MEB, 2018a).

2.1.2.3. Denklemler ve eşitsizlikler kavramının öğretimine ilişkin yaklaşımlar

Cebir öğretimini ve öğrenimini anlayarak tartışmak için önce öğrencilerin sınıflarında neyle karşılaştıklarına bakmalıyız. Cebirsel denklem çözümü harf ve sayıları içeren sembolleri belirli kurallara göre düzenleyerek bilinmeyenleri bilinen olarak ifade etmek olarak algılanmaktadır. Bu şekliyle bu etkinliklerin işlemsel etkinlikler olduğu belirli kuralları ezberleyerek sonuca ulaşabileceği kanısı oluşmaktadır. Öğretmenlerin cebirsel denklem etkinliklerini anlamlı etkinlikler haline getirmesi önemlidir (Bingölbali ve Özmantar, 2010). Yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçlar okullarda cebirin, geleneksel olarak hem diğer matematik bilgilerinden hem de öğrencilerin gerçek dünyalarından kopuk bir dizi prosedür olarak öğretilmiş ve öğrenildiği yönündedir. İlişkilerin inşaa edilmemesi, yeni edinilen bilgilerin uygulamasının yapılmaması, yapılan

uygulamaların ise gerçek yaşamdan uzak yapay problemler (yaş problemleri, para problemleri) olması öğrenciler için cebiri zorlaştırmaktadır (Kaput, 1999). Cebir öğretimi öğrenciler için aritmetiğin detaylarından nesnelerin değişimine izin verilen karmaşık bir dünyaya geçiştir. Bu değişikliklerin nasıl meydana geldiği nihai sonucu etkilemektedir. Örneğin; öğrencilere sıfır bölmenin tanımsız olduğu öğretilmiştir. Cebir ile birlikte öğrencinin bu kavrayışı “bir kesrin paydası $x+3.2$ ise x 'in değeri -3.2 olamaz çünkü $x=-3.2$ olursa payda 0 olur” şeklinde genişletmesi gerekmektedir (Rock ve Brumbaugh, 2013).

Kaput (1999)'a göre cebir öğretimi ve öğrenimi için gerekli ana başlıklar şunlardır;

- Erken başlanmalı (kısmen öğrencilerin gayri resmi bilgilerini temel alarak)
- Cebir öğrenimi diğer konuların öğrenimiyle bütünleştirilmeli (matematiksel bilgiyi genişleterek ve uygulayarak)
- Cebirsel düşünmenin birkaç farklı biçimini içermeli (matematiksel bilgiyi uygulayarak)
- Öğrencilerin doğal olarak oluşan dilsel ve bilişsel güçlerini geliştirmeli (onları aynı zamanda öğrendiklerini düşünmeye ve bildiklerini ifade etmeye teşvik ederek)
- Anlamlandırma ve anlamaya değer katan aktif öğrenme (ve ilişkilerin kurulmasına) teşvik edilmeli.

Van De Walle (2019) cebirsel düşünme ve cebirsel muhakemeyi, sayılar ve işlemlerle genellemeler yapıp bu düşünceleri anlamlı sembollerle formalize etmeyi ve örüntü ve fonksiyon kavramları incelemeyi ifade etmektedir. Cebirsel düşünme, matematiğin tümü üzerinde hakim olmayı sağlayan ve matematiği gerçek hayatta faydalı kılan esas unsurdur. Cebir öğrenimi için ilişkili diğer öğrenme alanlarını aşağıdaki şekilde açıklamıştır;

- **Sayı, Basamak Değeri, Temel Bilgiler ve İşlemler;** Cebirsel düşüncenin merkezinde yer alan en önemli genellemeler sayılar ve işlemler (yani aritmetik) için yapılan genellemelerdir. Örneğin $5+8$ işlemini yapmak için 10 sayısına ilişkin kavrayış kullanılarak $5+8=3+2+8=3+10$ şeklinde genelleştirilmiş düşünce toplananlardan birinden 2 alınıp diğerine eklenebileceğidir. Bu genel fikir $a+b=(a-2)+(b+2)$ şeklinde sembolize edilebilir, sembolize edilemese bile cebirsel düşünce haline gelir.

- **İşlem Kavramları;** Öğrenciler işlemleri öğrenirken işlemlerin özelliklerinde bir düzen olduğunu da öğrenirler. İşlemlerin birbiriyle olan ilişkisine örnek olarak değişme özelliği ($a+b=b+a$ ve $a.b=b.a$) verilebilir.
- **Orantısal Muhakeme;** Orantısal durumların her birinin grafiği orijinden geçen bir doğrusal fonksiyonu göstermektedir. Grafiğin eğimi orantı sabitini verir.
- **Ölçme;** Fiziksel dünyada ilişkilerin temsili ölçümler ile yapılmaktadır. Ve bu ilişkilerin çoğunluğu cebirseldir. Ölçüm formülleri örneğin çemberin çevresi bir fonksiyon ile gösterilir.
- **Geometri;** Öğrencilerin ilk tecrübe ettiği örüntüler geometrik örüntülerdir. Koordinatlar, uzaklık kavramını genellemek ve dönüşümlerin kontrolü için kullanılırlar. Koordinat düzlemindeki fonksiyon grafikleri cebirsel ilişkilerin görsel halidir.
- **Veri Analizi;** Veriler toplandıktan sonra cebirsel düşünce ile bu veriler örüntüler açısından incelenebilmektedir.

Amerika Birleşik Devletleri Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ulusal Eğitim Değerlendirme ve Bölgesel Yardım Merkezi (IES NCEE) tarafından Star vd. tarafından (2015) hazırlanan “Ortaokul ve Lise Öğrencilerinde Cebir Bilgilerini Geliştirmeye Yönelik Öğretme Stratejileri” rehberi öğretmenlere cebir öğretimi için birbiriyle ilişkili üç ana temada teşvikte bulunmaktadır. Bunlar;

1) *Daha derin bir cebir anlayışı geliştirmek;* Aritmetik işlemlerde yeterlilik, cebirde yetkin olmak için önemli olsa da, öğrencileri yüzeysel matematik bilgisinin ötesine ve daha derin bir cebir anlayışına yönlendiren cebir öğretimini gerçekleştirmek gereklidir. Bu, öğrencileri cebirsel kavramlar ile problemlerde bulunan prosedürler arasında bağlantılar kurmaya teşvik etmeyi ve öğrencilerin problemlerdeki çözüm stratejisini nasıl etkilediğini anlamalarına yardımcı olmayı içerir. Öğretmenler, öğrencilerden; “Bu problemde ne yapmam isteniyor? Bu ifadenin veya denklemin şekli hakkında ne biliyorum? Bu ifade veya denklemdeki miktarlar arasındaki ilişkiler nelerdir?” sorularını düşünmelerini isteyebilir.

2) *Süreç odaklı düşünmeyi teşvik etmek;* Öğrencilerin cebir problemlerine verdikleri cevapların doğruluğuna odaklanmanın ötesine geçerek, aynı zamanda öğrencilerin cevaba hangi süreçlerle ulaştığının anlaşılması teşvik edilmektedir. Örnek olarak öğrencilere: “Sorunu çözmek için hangi kararları verdiniz? Sorunu çözmek için hangi adımları attınız? Bu iyi bir strateji miydi? Neden olsun ya da neden olmasın?

Sorunu çözenin başka yolları var mı? Problemi nasıl çözdüğünü gösterebilir misin?” gibi sorular sorarak öğrencilerin süreç odaklı düşünmesi sağlanabilir.

3) *Açık iletişimi teşvik etmek*; Öğretmenler, öğrencilerle matematiksel kavramlar, prosedürler ve stratejiler hakkında açık matematik dili kullanarak muhakeme etmeye ve bunlar hakkında sık sık konuşma fırsatı sağlamaya teşvik edilmelidir. Öğretmenler öğrencilere; “Bu problemi açık bir matematik dili kullanarak nasıl tanımlarsınız? Bu problemi açık matematik dilini kullanarak çözmek için stratejinizi nasıl tanımlarsınız?” gibi sorular sorarak bu iletişimi sağlayabilir.

Star vd. (2015) tarafından hazırlanan bu rehber, cebir öğretimi ile ilgili öğretmenlere üç öneride bulunmaktadır;

Öneri 1. Öğrencileri cebirsel muhakeme ve stratejileri analiz etmeye dahil etmek için çözülmüş problemleri kullanın.

Bu kapsamda öğretmenlere; öğrencilere, stratejiler ve akıl yürütme arasında bağlantılar kurmak için çözülmüş problem yapılarını ve çözümleri tartışmalarını sağlamak; yaygın hataları gösteren problemler de dahil olmak üzere dersin öğretimsel amacını yansıtan çözülmüş problemleri seçmek; çözülmüş problemleri tanıtmak, detaylandırmak ve bunlarla çalışma pratiği yapmak için tüm sınıf tartışmalarını, küçük grup çalışmasını ve bağımsız uygulama aktivitelerini kullanma önerilmektedir.

Cebir problemlerini çözmek, aritmetik gibi temel matematik çalışmaları ile karşılaştırıldığında genellikle öğrencilerin daha soyut düşüncelerini gerektirmektedir. Cebirsel muhakeme, öğrencilerin birden fazla karmaşık bilgiyi aynı anda işlemesini gerektirir ve bu da öğrencilerin yeni bilgi geliştirme kapasitesini sınırlayabilmektedir. Çözülmüş problemleri analiz etmek ve tartışmak, öğrencilerin cebir problemlerini çözmek için kullanılan mantıksal süreçleri daha derinlemesine anlamalarına da yardımcı olabilmektedir. Eksik veya yanlış çözülmüş sorunların tartışılması ve kullanılması öğrencileri eleştirel düşünmeye teşvik etmektedir.

Öneri 2. Öğrencilere cebirsel temsillerin yapısını kullanmayı öğretin.

Bu kapsamda öğretmenlere; matematiksel yapıyı yansıtan dilin kullanımını teşvik etme; öğrenciler problem çözerken yapıyı fark edebilmeleri için yansıtıcı sorgulamayı kullanma; öğrencilere farklı cebirsel temsillerin bir cebir problemi hakkında farklı bilgiler aktarabileceğini öğretme tavsiye edilmektedir.

Yapı, cebirsel bir temsilin altında yatan matematiksel özellikleri ve ilişkileri (değişkenler dahil miktarların sayısı, türü ve konumunu; işlemlerin sayısını, türünü ve konumunu; eşitlik veya eşitsizliğin varlığını; miktarlar, işlemler ve eşitlikler veya eşitsizlikler arasındaki ilişkileri) ifade etmektedir.

Öneri 3. Öğrencilere problemleri çözerken kasıtlı olarak alternatif cebirsel stratejilerden seçim yapmayı öğretin.

Bu kapsamda öğretmenlere; öğrencilere problem çözme stratejilerini tanımayı ve oluşturmayı öğretme; öğrencilerin strateji seçimlerinin arkasındaki mantığı ve problemleri çözerken stratejilerinin matematiksel geçerliliğini ifade etmeye teşvik etme; öğrencilerin problem çözme konusunda farklı stratejileri değerlendirmelerini ve karşılaştırmalarını sağlama önerilmektedir.

Denklemler konusu ise matematik müfredatının birçok konusunda denklem kurmanın ve çözmenin başlı başına problem çözme stratejisidir. Birçok matematik eğitimcisi denklem çözme yöntemlerini cebirin çekirdeği olduğunu düşünmektedir (Kieran, 1996).

Denklemler konusunun öğretiminde dikkat edilmesi gereken önemli hususlardan biri eşitlik kavramıdır. Eşit işareti, öğrencilerin ilkokulda genellikle işlemlerin sonucunu yazmak için kullandıkları bir semboldür. Bu da öğrencilerin eşitlikle ilgili olarak kısıtlı bir anlayışa sahip olmasına sebep olmaktadır. Cebirde ise eşitlik işareti eşitliğin bir işareti olarak ilişkisel olarak anlamlandırılmalıdır. Cebirde eşitlik kavramının her iki tarafın miktarının aynı değere sahip olduğu ve birbirini yerine kullanılabileceği şeklinde anlamlandırılması gerekmektedir (Arcavi vd., 2017). Bu sebeple denklemler konusunun öğretiminde öğrencilerin eşitlikle ilgili kavrayışlarının doğru yapılandırılması gerekmektedir.

Öğrencilerin cebirle ilgili ilk deneyimleri aritmetiğin genellemesidir. Bu genellemeyi mümkün kılan ise değişken kavramıdır (Osborne ve Wilson, 1992). Matematiksel bir durumda farklı değerler alabilen genişlik, uzunluk, çevre gibi özellikler değişken olarak tanımlanabilir. Değişken kavramı kullanıldıkları durumlara göre farklı anlamlar taşımaktadır. Ancak genelde öğrenciler değişken kavramına tek bir anlam yüklemektedir. Bu sebeple öğrencilerin bu farklı anlamları kavrayabileceği ve ayırt edebileceği şekilde öğretim gerçekleştirilmesi önemlidir (Gürefe, 2019).

Arcavi, Drijvers ve Stacey (2017) değişkenlerin anlamlarını beş kategoride sınıflandırmıştır. Birinci anlamı sayısal bir değer için *yer tutucu* olmasıdır. Genellikle

ilkokul matematik öğretiminde $\square+2=11$ şeklinde sayısal değerler için yer tutucu olmasıdır. İkinci anlamı *bilinmeyen bir değer* anlamıdır. Buradaki anlamı denklemlerde bulunması gereken harf sembolü şeklinde gösterilen bilinmeyen sayıyı göstermek içindir. Üçüncü anlamı *değişken miktarlar* anlamındandır. Buradaki anlamı tek bir bilinmeyen değeri için değil de bazı olası değerler anlamındadır. Genellikle fonksiyonlarda olduğu gibi girdi-çıkıtlara bağlı olarak bağımlı ve bağımsız değişkenin değişimi ile ilişkilidir. Dördüncü anlamı ise *genellenmiş* sayı anlamındadır. Bu anlamda değişken genel bir takım özellikler içindir. Burada anlamı bilinen ya da bilinmeyen değerleri için değil de küme üzerindeki genelleme ile ilgilidir. Örneğin; $a+b=b+a$ ifadesinde a ve b belirlenen sayı kümesindeki bir değeri alabilir ve böylelikle her nesneyi temsil etmektedir. Beşinci ve son anlamı ise *parametre* anlamıdır. Parametre iki değişken ilişkisi ile ilişkilendirilen bir ara değişken olarak ifade edilmektedir. Bir başka deyişle parametre, denklem ya da ifadenin genel formlarında değişebilen sabitlerdir.

Farklı anlamlarda kullanılabilen değişkenlerin öğrencilere kavratılabilmesi denklemler için önem taşımaktadır. Farklı öğretim yöntem teknikleri ile aradaki farkların gösterimi önemlidir.

Denklem çözme ile ilgili olarak Kieran (1992) aşağıdaki öğretim stratejilerini ifade etmiştir;

- Sayı bilgisini kullanmaya dayalı strateji
- Sayma tekniğine dayalı strateji
- Örtme (Karşılaştırma) stratejisi
- Geriye doğru çalışma stratejisi
- Deneme yanılma ya da yerine koyma stratejisi
- Eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi uygulama stratejisi
- Transfer (taraf değiştir-işaret değiştir) stratejisi

Son iki strateji formal stratejiler olarak adlandırılmaktadır. Vergnaud (1997) denklem çözmenin öğretiminde informal stratejiler ile başlamanın aritmetik ve cebir arasında anlamlı bir ilişki oluşturmayı öğrenmenin gerçekleşmesi için önemli görmektedir. Bu stratejilere örnek verecek olursak; “Bugün hava sıcaklığı sabah saatlerinde 3 derece iken 7 dereceye ulaştığına göre sıcaklık artış miktarını bulunuz.” probleminin stratejilere göre çözümü aşağıdaki gibidir (Ertekin, 2019);

Tablo 2.1. Denklemin farklı stratejiler ile çözümü

Sayı Bilgisi	Hangi sayı ile 3'ü toplarsam 7 eder? (4) ↓ $x = 4$
Sayma Tekniklerini Kullanma	$x + 3 = 7$ 3'den 7'ye ulaşmak için 4 tane sayı olduğu için çözüm 4'tür
Örtme	$x + 3 = 7$ ↓ $4 + 3 = 7$ ise $x = 4$
Geriye Doğru Çalışma	$ \begin{array}{ccc} x & +3 & x+3 \\ & \rightarrow & \downarrow \\ 4 & \xleftarrow{-3} & 7 \end{array} = $
Deneme yanılma ya da yerine koyma	Birinci tahmin $x=3$ olsun. $x + 3 = 7$ 'yerine koyarsak; $3 + 3 \Rightarrow 6 = 7$ sağlamadığı için ikinci tahmin $x=4$ olsun. Yerine koyarsak $4 + 3 = 7 \rightarrow 7 = 7$
Aynı işlemi eşitliğin her iki tarafına uygulama	$x + 3 = 7 \rightarrow x + 3 - 3 = 7 - 3 \rightarrow x = 4$
Transfer	$x + 3 = 7 \rightarrow x = 7 - 3 \rightarrow x = 4$

Denklemler konusu öğretiminde öğrencilerin kavramsal anlayışlarını geliştirmek için örneğin gerçek yaşam durumu, sözel açıklama, yazılı sembol ve grafik şeklinde çoklu temsillerden yararlanılabilir.

Öğretim modelleri olarak denklem çözme incelendiğinde Van de Walle vd. (2010) “Terazi Modelini” tavsiye etmişlerdir. Sharp (1995) denklemlerin çözümünün öğretiminde “Cebir Karoları” kullanımını tavsiye etmiştir. Sarpkaya Aktaş (2019) negatif değerler içeren denklemler için “Dört Kefeli Terazi Modelini” önermiştir.

Eşitsizlik öğretimi ise eşitlik ve denklemlerin özel bir durumu olarak görülerek cebir öğretiminde en son öğretilen bir kavramdır. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümlerinde olduğu gibi birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin öğretiminde “Terazi Modeli” ve “Tahtrevalli” kavramsallaştırılması için kullanılabilir.

2.1.2.4. Denklemler ve eşitsizlikler kavramının öğretiminde karşılaşılan sorunlar

Denklemlerin çözümü ile ilgili etkinliklerin öğrenciler tarafından anlamlı bir şekilde gerçekleştirilebilmesi için öğrencilerin bu etkinliklerin altında yatan cebirsel yapıyı kavramaları çok önemlidir.

Radford ve Puig (2007)'e göre öğrencilerin cebirle ilgili olarak yaşadıkları en önemli zorluk bilinmeyen sembollerin anlamı, cebirsel dilin sözdizimi kuralları ile (sentaks) ilgilidir. Daha özel olarak bu güçlükler;

- Basit işaretlerin (örneğin “X”, “n”) ve bileşik işaretlerin (örneğin “2+5”, “x+17”) temsil ettikleri nesneleri nasıl temsil ettiklerinin anlaşılması,
- Bu işaretler ile gerçekleştirilen işlemlerin anlamlarının kavranmaması.

Öğrencilerin cebirle ilgili karşılaştıkları zorluklar aritmetikte edindikleri bilgilerden olabileceği gibi aritmetikten cebire geçişte cebirin kendine özgü kavramları ile ilgili olabilmektedir (Bingölbalı ve Özmantar, 2010).

Öğrencilerin birçoğu değişken kavramını anlamlandırmakta zorlanmakta bu sebeple cebir konularında zorlanmakta ve cebir öğrenmek istememektedir. Bu olumsuz tutum genellenerek tüm matematik dersine yansımakta ve matematik başarısı düşmektedir. Kieran (1992) cebir konularının sevilmemesini doğasının tam olarak anlaşılmasına, soyut kavramlar içermesine ve gerçek dünya ile ilişkisinin anlaşılmasına bağlamaktadır.

Öğrencilerin denklemler ve eşitsizlikler konusundaki yanlışlarına yönelik birçok çalışma mevcuttur. Öğrencilerin karşılaştıkları başlıca hatalar şunlardır;

• İşlem hatası; Öğrenciler $-1 + 3 = -3$; $-(12x - 3) = -12x - 3$; $-11a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{11}$ gibi sayılarda dört işlemde, negatif sayılar ile yapılan toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde, negatif sayıların parantez dışına çıkartılması veya negatif katsayıya sahip bir parantezli ifadede parantezin açılmasında, negatif katsayılı bir kesirli ifadede yapılan toplama işleminde, çarpma işleminin toplamaya ya da çıkarmaya dağıtılması, bir ifadeyi eşitliğin ya da eşitsizliğin diğer tarafına geçirirken işaret değiştirme esnasında öğrencilerde hata gerçekleşmektedir (Şandır vd., 2007).

• Diğer ters işlem hatası; Öğrenciler $4x = 1$ şeklindeki denklemi $x = 1 - 4$ haline getirebilmektedir. Burada öğrencilerin hatası $4x$ ifadesini $4+x$ olarak yani çarpma işleminin tersi olması gerekirken toplama işleminin tersi olarak algılamasından kaynaklanmaktadır (Hall,2002).

- Ters işlemlerin sınırlı olarak uygulanması; Öğrenciler $x/4+22=182$ denkleminde ilk önce toplamanın tersi olarak çıkartmayı kullanarak her iki taraftan 22 çıkararak $x/4=160$ şeklinde doğru bir işlem yapar. Ancak sonrasında bölmenin tersi olarak çarpmayı kullanması gerekirken $x=160/4$ şeklinde işlem yaparak yeniden bölme işlemi uygular (Kieran, 1984).

- Gramer hatası (harflerin cebirdeki yerini anlamama); Öğrencilerin $39x - 4$ ifadesini $35x$ olarak algılayarak aritmetik işlemleri cebire yanlış şekilde genelleştirmesinden kaynaklı kendilerine göre evrensel bir sadeleştirme yöntemi kullanmaları ve harfleri somut nesnelerin etkileri olarak algılamalıdır. (Kieran, 1992'den aktaran Bingölbalı ve Özmantar, 2010, s.245) Öğrencilerin harflerin matematikte bir anlamının olmadığını düşünmesi; harflerin alfabede olduğu gibi sıralanması gerektiğini ve sayılan olarak bir konum belirtmesi gerektiğini düşünmesi; her harfin sadece bir değeri olduğuna (örneğin bir soruda $b=4$ ise diğer sorularda da $b=4$ olması gerektiğine) inanması; harflerin sadece rakam olabileceğini düşünmesi, harflerin sayı gibi davranamayacağını düşünmesi bu hatalara sebep olmaktadır (Akkaya ve Durmuş, 2006).

- Ters çevirme hatası; Öğrencilerin $x/2+3=5$ denklemini $x+3=10$ şekline dönüştürmesidir. Bu hata öğrencilerin bir denklemin her iki tarafına aynı işlem uygulamasını algılayamamasından kaynaklanmaktadır. Bunun sebebi ise öğrencilerin denklemlerin üzerinde matematiksel nesne olarak işlem yapmadıklarındandır (Kieran, 1992'den aktaran Bingölbalı ve Özmantar, 2010, s.245).

- Tanıdık olmayanın görmezden gelinmesi; Öğrencilerin $4+x-2+5=11+3-5$ denklemini $4+x-2+5=11$ denklemini gibi çözmesi; $2x-6=4$ denklemini $2x=6$ denklemini gibi çözmesidir. Burada öğrenciler alışık olmadığı veya bilmediği bir denklem türünü bilinçli ya da bilinçsiz bir şekilde bildiği hale dönüştürmesinden kaynaklanmaktadır (Kieran, 1984).

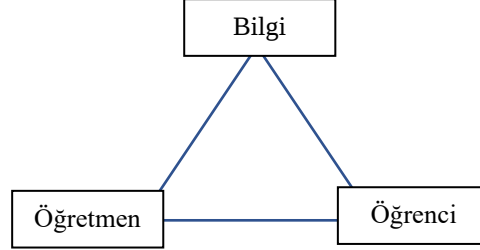
- Eksi işaretinin negatif sayılarla özdeşleştirilmesi; Öğrencilerin $-x=7$ denkleminde x 'in önündeki işareti -4 sayısındaki gibi algılayarak sayısal olarak bu işaretin sadece doğal sayıların önüne konulduğunu düşünerek x 'in mutlaka pozitif olacağını, -7 olamayacağını düşünmesidir (Bingölbalı ve Özmantar, 2010, s.247).

2.1.3. Didaktiğin Antropolojik Teorisi

Türk Dil Kurumu güncel sözlüğüne göre didaktik kelimesinin anlamı “Öğretim yöntemlerini ele alan bilgi, öğretim bilgisi” demektir (TDK, 2020). Didaktik “bir bilginin

yayılım ve edinim sürecini, bu süreci geliştirmek amacıyla konu alan bir bilim dalı” olarak tanımlanmaktadır (Vergnaud, 1992; akt. Arslan,2008).

Didaktik teoriler bilgi, öğrenci ve öğretmen arasındaki ilişkileri araştıran teorilerdir. Bu üç kavramın ilişkisi didaktik üçgen (Şekil 2.1) yardımıyla şematize edilmektedir.



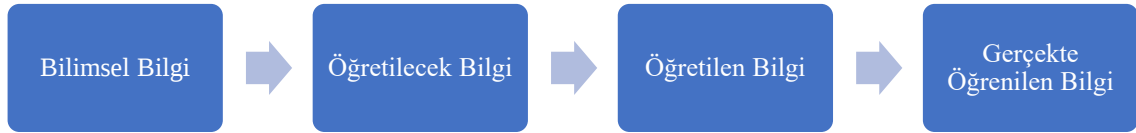
Şekil 2.1. Didaktik üçgeni (Astolfi, 1997)

Didaktik teoriler Bilgi-Öğrenci, Bilgi-Öğretmen, Öğrenci-Öğretmen ve Bilgi-Öğretmen-Öğrenci arasındaki ilişkileri incelemektedir.

Didaktik teoriler Matematik alanında 1970’li yılların sonuna doğru Fransa’da gelişmeye başlamış ve halen gelişimine devam etmektedir. Didaktik alanında tanınan teorilerden biri de Didaksel Dönüşüm Teorisidir. Chevallard ve Johsua (1982) tarafından “Bir Didaktiksel Dönüşüm Analiz Örneği: Mesafe Kavramı” (Un exemple d’analyse de la transposition didactique : la notion de distance) makalesi ile ortaya atılan Didaktiksel Dönüşüm Teorisi, Yves Chevallard tarafından genişletilerek Didaktiğin Antropolojik teorisi olarak adlandırılmıştır.

Didaktiksel dönüşüm teorisi bilimsel bir bilginin öğretilen bir bilgi oluncaya kadarki dönüşümlerini ele almaktadır (Chevallard, 1985). Didaktiksel dönüşümün ilk basamağında “Bilimsel Bilgi” bulunmaktadır. Bilimsel bilgi; akademik çevrelerce kabul gören bilim insanları tarafından mevcut şartlarda doğruluğu kabul edilen, üniversitelerde üretilen bilgidir. Didaktiksel dönüşümün ikinci basamağında “Öğretilecek Bilgi” bulunmaktadır. Öğretilecek bilgi; politika yapıcılar ve program geliştiriciler tarafından belirlenen bilimsel bilgilerden oluşmaktadır. Chevallard (1985) öğretilen bilgi olarak öğretim programlarından, öğretim programının yansıması olan ders kitapları ve yardımcı öğretmen kitaplarından bahsetmektedir. Öğretilecek bilgi, öğretim programı bilgisi, ders kitabı bilgisi ve öğretmenlerin ders planı hazırlamak için kullandığı bilgidir. Didaktiksel dönüşümün üçüncü basamağında “Öğretilen Bilgi” bulunmaktadır. Öğretilen bilgi, öğretmen tarafından öğretilen bilginin yorumlanarak sınıfta dersi işlerken kullandığı ve

söylediği her şeyden oluşan bilgidir. Bu basamakta dönüşümü sağlayan öğretmendir. Didaktiksel dönüşümün son basamağında “Gerçekte Öğrenilen Bilgi” bulunmaktadır. Gerçekte öğrenilen bilgi; öğrenciye verilen eğitim sonunda zihnin yapılandığı, oluşturduğu bilgidir (Bosch, Chevallard ve Gascon, 2005).



Şekil 2.2. Didaktiksel dönüşüm basamakları

Chevallard öğretimde bilgilerin iletimine ilişkin genel problemleri araştırırken, didaktik antropolojik olarak isimlendirildiği yeni bir teorik yaklaşım ileri sürmüştür (Chevallard, 1991). Didaktiğin Antropolojik Teorisi (DAT) ise Didaktiksel Dönüşüm Teorisinde önemli bir yer oluşturmaktadır.

Didaktiğin antropolojik teorisi nesne, birey ve kurum yapıtaşları üzerine inşa edilmiştir. DAT’ın birinci yapıtaşı nesne olup teoride “O” ile sembolize edilmektedir. En az bir birey için var olan somut ve soyut şeyler nesnedir. Bilerek insan eylemleri ile yapılan tüm üretimler, örneğin matematiksel kavramlar (mutlak değer, logaritma, integral) nesnedir. DAT’ın ikinci yapıtaşı birey olup teoride “X” ile sembolize edilmektedir. Teoriye göre tüm kişiler birer bireydir. Bireylerin zamanla bireysel ilişki sistemi gelişerek zamanla var olmayan nesneler var olmaya, bazıları ise varlığını durdurmaya başlamaktadır. DAT’ın üçüncü yapıtaşı kurum olup teoride “I” ile sembolize edilmektedir. İçinde bulunan bireylere belirli fikirleri empoze eden belirli bilgileri öğreten kendine özgü kural ve metotları olan sosyal düzen içerisinde bir düzendir (Chevallard, 2002). Örnek olarak her okul, her sınıf ve her ders birer kurumdur.

DAT içerisinde insan eylemi ürünü olan prakseolojileri matematiksel nesnelerin karşılaştırılması ve değerlendirilmesi için kullanılabilecek ekolojik ve prakseolojik analiz yöntemlerine sahiptir.

2.1.3.1. Ekolojik analiz

Türk Dil Kurumu güncel sözlüğüne göre “ekoloji” kelimesinin anlamı “Canlıların hem kendi aralarındaki hem de çevreleriyle olan ilişkilerini tek tek veya birlikte inceleyen bilim dalı”, “ekosistem” kelimesinin anlamı “Belirli bir alanda bulunan canlılar ile bunları

saran çevrenin karşılıklı ilişkileri ile meydana gelen ve süreklilik gösteren ekolojik sistem” demektir (TDK, 2020).

Ekolojik analizde canlıların yaşam ilişkileri gibi eğitim sistemini bir ekosistem olarak varsayarak öğretilecek bilgiler arasındaki ekolojik ilişkilere odaklanılmaktadır (Rajoson, 1988; Arsac, Chevallard, Martinand & Tiberghien, 1994; Chevallard,1992). Ekolojik analiz modeline göre canlıların kendi aralarındaki yaşam ilişkilerinde olduğu gibi bilgiler arasında da yaşam ilişkileri kurulabileceği ve canlılarda olduğu gibi bilgiler de ekolojik sistemin bir parçasıdır (Erdoğan, 2015). Her bilgi başka bilgileri besleyerek yeni bilgilerin oluşmasına zemin hazırlamalı, ekosistemde var olabilmek için başka bilgilerden beslenmelidir (Chevallard, 2002’den aktaran Gök,2018).

Ekolojik analiz modelinde bilgiler arasındaki bu ilişkileri açıklayabilmek için “habitat” ve “niş” kavramları kullanılmaktadır. Habitat; bilginin bulunduğu, metaforik olarak yaşamını sürdürdüğü yerler yani bir tür adres olarak tanımlanmıştır. Niş ise; bilginin bulunduğu habitatta yapması gereken görevler, sorumlulukları olarak tanımlanmıştır (Rajoson, 1988).

Matematik öğretim programı matematiksel olarak kavramların bir yaşam alanı olarak düşünülürse bir bilginin habitatı öğretim programında bilginin bulunduğu yer olarak düşünülebilir. Örnek olarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin ekolojik analizi yapılırken matematik öğretim programındaki habitatı yani bulunduğu yerler ve nişi yani oradaki işlevi incelenebilir (Gök, 2018).

Ekolojik analiz ayrıca ders kitaplarının içerik analizinde kullanılabilir. Öğretim programlarının genel hedeflerinin ve konu kazanımlarının özel hedeflerinin ders kitapları içeriği ile uyumluluğu incelenebilir (Erdoğan,2015).

2.1.3.2. *Prakseolojik analiz*

Prakseoloji; “praksis” yani pratik ve “logos” yani bilgi anlamında kelimelerinden türetilmiş Yunanca bir kelimedir. Burada praxis uygulamayı, logos bu uygulamanın mantıksal açıklamasını ifade etmektedir. Başka bir deyişle logos, praxis’in nedenlerini açıklamaktadır (Yavuz, 2009). Sözlük anlamına göre prakseolojinin insan eylemleri ve davranışlarının incelenmesi olduğu DAT’a göre geniş ölçekte insan eylemlerinin analiz edilebilmesinde temel birim olduğu ifade edilmiştir (Chevallard, 2006). İnsan eylemleri ise insanların bilerek yaptığı her şeydir. Elini yıkamak, kapıyı açmak, okula gitmek, araç

kullanmak, matematik dersi vermek, bir matematiksel problemi çözmek için yerine getirilmesi gereken eylemler gibi bilinçli yapılan eylemler örnek olarak verilebilir.

Prakseolojik analiz “Ne?”, “Nasıl?”, “Niçin?” sorularına yanıt aramaya çalışmaktadır. Prokseolojik analizi diğer analiz yöntemlerinden ayırt eden önemli fark; nelerin yapıldığından çok neden yapıldığına odaklanmasıdır (Yavuz, 2009).

Prakseolojik analiz matematik eğitimi alanında ilk defa Chevallard (1992) tarafından kullanılmıştır. Dört bileşeni bulunmaktadır (Chevallard, 1999; 2006; 2007’den aktaran Gök, 2018) Bu bileşenler şunlardır;

1) Görev Tipi (T) : Görevi insanların kasıtlı gerçekleştirdiği her bir eylem olarak tanımlarsak görev tipi de görevlerin belirli bir kümesi (örneğin aynı teknikle çözülenler) olarak tanımlanır.

2) Teknik (τ) ; Her bir görev tipini çözüme ulaştırmak için kullanılabilecek matematiksel yöntemlerdir.

3) Teknoloji (θ): Tekniğin açıklanması, ispatlanması ve hatta tasarlanmasını ifade etmektedir.

4) Teori (Θ): Teknolojinin açıklanması, ispatlanması ya da teknolojinin belirsiz olan bölümlerinin ortaya çıkarılmasını ifade etmektedir.

Prakseolojik analizin bileşenlerinden ilk ikisi görev tipi ve teknik (T, τ) pratik bloğu, son ikisi teknoloji ve teori (θ , Θ) bilgi bloğu olarak isimlendirilmiştir. Pratik bloğunda yapılan sistematik eylemlerin uygunluğuna ilişkin bilgiler bilgi bloğu tarafından sunulmaktadır (Artigue ve Winslow, 2010’dan aktaran Gök,2018).

2.2. İlgili Araştırmalar

2.2.1. Açık öğretim lisesi hakkında yapılan araştırmalar

Çam Tosun ve Bayram (2015), yaptıkları “Açık Öğretim Lisesinde Artış: Kadın Öğrenciler” isimli çalışmada Türkiye genelinde AÖL öğrenci sayılarının artarak devam ettiğini, Türkiye genelinde AÖL’de erkek öğrenci sayısının daha fazla olduğunu ortaya koymuşlardır.

Çuhadar Öncü’nün 2017 yılında yaptığı “Ortaöğretim Öğrencilerinin Açık Öğretim Lisesine Geçiş Nedenlerine İlişkin Öğrenci, Okul Yöneticisi, Öğretmen ve Veli Görüşleri” isimli yüksek lisans tez çalışmasında öğrenci görüşmeleri sonucu öğrencilerin ortaöğretimden AÖL’ye daha çok 9. Sınıf kademesinde geçtikleri, bu geçişin genellikle isteğe bağlı olmadan devamsızlık, başarısızlık gibi zorunlu nedenlere dayandığı; bir diğer

nedenin de 12. Sınıfta üniversiteye giriş sınavlarına rahat hazırlanma isteği olduğu; eğitim nedenleri dışında parçalanmış aile, ekonomik sıkıntılar gibi sosyoekonomik faktörlerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Yönetici, öğretmen ve veli görüşmelerinde ise benzer şekilde öğrencilerin ekonomik sıkıntılar ve ailesel problemler yüzünden AÖL'ye geçtikleri görüşünün hakim olduğu tespit edilmiştir. Tüm katılımcılar tarafından AÖL'de devam zorunluluğu olmamasından dolayı hem çalışıp hem de eğitime devam etmeye imkan sağlaması geçişler için avantaj olarak değerlendirilmiştir.

Şahin, 2017 yılında yaptığı “Açık Öğretim Lisesi Öğrenci ve Mezunlarının Katılım Örüntüleri” isimli doktora tez çalışmasında; açık öğretim lisesine yaş ilerledikçe katılım oranının azaldığı, %70'inin bekar olduğu, %77.1'inin hiçbir gelire sahip olmadığı ya da asgari ücretin altında bir gelire sahip olduğu, anne ve babalarının eğitim düzeylerinin genel olarak düşük olduğu, %37.6'sının 18 yaşın altında zorunlu eğitim çağında olmasına rağmen 4+4+4 düzenlemesinden dolayı AÖL'de bulundukları tespit edilmiştir. AÖL'ye geçişlerde ekonomik sıkıntılar nedeniyle çalışmak zorunda olmak, toplumsal cinsiyet, cinsel kimlik ve tercih, inanç ve mezhep, siyasi görüş ayrımcılığı gibi nedenlerin hakim olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Özdoğan 'ın 2019 yılında yaptığı “Open Education High School in Turkey” isimli doktora tez çalışmasında; öğrencilerin özgeçmişleri incelendiğinde düşük bir sosyo-ekonomik arka plana sahip oldukları, ailede çalkantılar yaşandığı, aile üyelerinin düşük eğitim seviyesine sahip oldukları ve göç olgusunu içerdiğini tespit etmiştir. Öğrencilerin AÖL'ye katılım sebeplerinin ise daha önce gittikleri okullarda yaşadıkları olumsuz deneyimler, okula karşı yaşadıkları motivasyon eksikleri, devamsızlık sorunları ve liseye giriş sınavının belirleyici etkisi olduğu görülmüştür. Öğrencilerin AÖL'de yaşadıkları deneyimlerin; yalnızlık duygusu, sosyalleşme olanaklarının azlığı, erken yaşta çalışma, AÖL'de yaşanan idari sorunlar olduğu ortaya konulmuştur.

Açık öğretim lisesi hakkında yapılan araştırmalar incelendiğinde yapılan çalışmaların katılım nedenleri ve öğrenci profilinin tespitine yönelik çalışmalar olduğu eğitim sistemi ve matematik eğitimi hakkında henüz çalışma yapılmadığı görülmüştür.

2.2.2. Ortaöğretim matematik ders kitabı incelemesi içeren araştırmalar

Özgenç, 2012 yılında “9. sınıf matematik ders kitabının öğrenci gelişimini değerlendirmesi açısından incelenmesi” isimli tez çalışmasını 9. Sınıf matematik ders kitabının öğrencilerin matematik gelişimlerini değerlendirmedeki yeterliliğini belirlemek

amacıyla yapmış, kitabın programla tam örtüşmediğini ve kitapta kullanılan soruların öğrencileri anlamadan formül kullanma ve ezberleme yollarından uzak tutmadığı tespit edilmiştir.

Sağlam, 2012’de yaptığı yüksek lisans tez çalışmasında Türkiye, Singapur ve Uluslararası Bakalorya Diploma Programı (IBDP)’ndan seçtiği üç matematik ders kitabında ikinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler konusunda içerik, organizasyon ve sunuş şekli yönünden incelemesini ve karşılaştırmasını yapmıştır. IBDP ve Türk ders kitabının daha öğrenci merkezli olduğu, IBDP kitabının gerçek hayat durumları ve teknoloji ile daha bağlantılı olduğu, Türk ve Singapur ders kitaplarında daha düşük zorluk derecesine sahip problemlerin yer aldığını ortaya konulmuştur.

Akkaya, 2016 yılında yaptığı yüksek lisans tez çalışmasında iki farklı 9. sınıf matematik ders kitabının öğretim programına uygunluğunu incelemiştir. Dikey yayınevine ait matematik ders kitabının öğrenme-öğretme yaklaşımının yansıtılmasında ve bu sürece dâhil edilmesi gereken "Matematiksel Yeterlilik ve Becerilerin" kazandırılmasında oldukça zayıf kaldığı; MEB yayınevine ait matematik ders kitabının ise bazı eksiklikler haricinde programa uyumlu bir yapıda tasarlandığı görülmüştür.

Özcan, 2016 yılında yaptığı “10. sınıf Matematik ders kitaplarının öğretmen görüşlerine göre değerlendirilmesi” isimli yüksek lisans tez çalışmasında 10. sınıf matematik ders kitaplarına ilişkin matematik öğretmenleri ile görüşme yapmıştır. Kitaplarda konu anlatımının yeterli düzeyde olduğu ancak günlük hayatla ilişkilendirilmediği, hatırlatıcı ön bilgilerin yetersiz olduğu, örnek çeşitliliğinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Konak, 2018 yılında yaptığı yüksek lisans tez çalışmasında 11. sınıf ve 12. sınıflara ait ileri düzey matematik ders kitapları ile 2017 yılında Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi tarafından yapılan Lisans Yerleştirme Sınavında sorulan matematik sorularını dil ve içerik açısından incelemiş, 11. sınıf ileri düzey matematik ders kitaplarının dil ve içerik açısından oldukça iyi olduğunu tespit ederken 12. sınıf ileri düzey matematik ders kitaplarında bazı eksikler olduğunu tespit etmiştir.

Çelik, 2019 yılında yaptığı “10. sınıf matematik ders kitabının problem çözme stratejileri açısından incelenmesi” isimli yüksek lisans tez çalışmasında 10. sınıf matematik ders kitabında yer alan problemler ve bunların çözümünde kullanılan stratejiler incelenmiştir. Kitapta en çok kullanılan problem çözme stratejisinin eşitlik veya eşitsizlik yazma stratejisi olduğu bulunmuştur.

Karataş, 2019 yılında yaptığı yüksek lisans tez çalışmasında 11. ve 12. sınıf temel düzey matematik ders kitaplarındaki örnek ve soruların ne ölçüde PISA yeterlilik düzeylerine dikkat edilerek hazırlandığını incelemiş, kitaplardaki örneklerin düzeylerinin tüm düzeylere uygun dağılmadığını, 1. ve 5. seviyelerden yeterli soru olmadığını, 6. seviyeden hiç soru olmadığını tespit etmiştir.

Leylek, 2020 yılında yaptığı “Türkiye, Finlandiya ve Kanada’da Matematik Ders Kitaplarındaki Bazı Ortak Konuların Göstergibilimsel Analizi” isimli yüksek lisans tez çalışmasında; Türkiye, Finlandiya ve Kanada’da okutulan birer tane seçilmiş ortaöğretim matematik ders kitabının fotoğraf, resim, şekil vb. göstergelerin konuların öğretilmesinde, öğrenilmesinde ve kavramsal bir yapı oluşturmadaki etkisini ölçmek için göstergibilimsel analiz yapmıştır. Kavramsal yapı oluşturma sürecinde en etkili gösterge türünün ise görüntüsel gösterge olduğu tespit edilmiştir.

Açık Öğretim Lisesi matematik kitaplarına yönelik henüz araştırma yapılmamıştır.

2.2.3. Denklemler ve eşitsizlikler konusu ile ilgili araştırmalar

Kösa, 2004 yılında yaptığı yüksek lisans tez çalışmasında 8. Sınıf öğrencilerinin sözel problemleri çözerken denklemlerden yararlanma becerilerini araştırmış; öğrencilerin sözel ifadeleri cebirsel ifadeye çevirmede genel olarak başarısız olduklarını, çevirmeyi başarıyla yapan öğrencilerin genel olarak denklemleri de çözdüklerini, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri iki bilinmeyenlilere oranla daha kolay çözdüklerini, bilinmeyenlerin eşitliğin her iki tarafında olması gereken ve parantez gerektiren problemlerin denklemlerini kurmada zorluk yaşadıklarını ortaya koymuştur.

Bütüner, 2008 yılında yaptığı araştırmada denklemler konusunun öğretiminde matematik tarihinin nasıl kullanabileceğini araştırmış; Eski Mısır, Babil ve Harizmi metotlarıyla denklemlerin çözümlerini bugünün çözümleriyle karşılaştırmış ve ilişkilendirmiştir.

Aktepe, 2012 yılında yaptığı “7. sınıflarda cebirsel denklemlerin yapılandırmacı öğretim yaklaşımına uygun hazırlanmış çalışma yapraklarıyla öğretiminin öğrenci başarısına etkisi” isimli yüksek lisans tez çalışmasında yapılandırmacı öğretime uygun olarak hazırlanmış çalışma yapraklarıyla yapılan denklemlerin öğretiminin öğrenci başarısına etkisini araştırmış, yapılandırmacı eğitimin geleneksel eğitime göre öğrenci başarısını arttırdığı sonucuna ulaşmıştır.

Karaaslan, 2018 yılında yaptığı yüksek lisans tez çalışmasında problem kurma destekli yürütülen doğrusal denklemler öğretiminde öğrencilerin matematiksel bilgi ve süreç becerilerini, öğrencilerin oluşturdukları problemlerin niteliklerini, problem çözme stratejilerini ortaya çıkarmaya amaçlamış; öğrencilerin bir kısmının doğrusal denklemler konusunda yeterli bilgiye sahip oldukları, bağlamsal özgünlük, matematiksel ilişkiler açısından özgünlük, karmaşıklık düzeyi niteliklerindeki puanlarının arttığı tespit edilmiştir.

Cengiz, 2019 yılında yaptığı “Ortaokul öğrencilerinin denklem çözmeye ve kurmada yaşadıkları zorlukların incelenmesi” isimli tez çalışmasında öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözmeye ve sözel problemleri cebirsel olarak ifade edip uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmada yaşadığı sorunların sebeplerini araştırmıştır. Öğrencilerin mevcut aritmetik becerilerinde yaşadıkları sorunların denklem çözmelerine ve kurmalarına engel olduğunu; öğrencilerin değişkenle aritmetik işlem yapmakta ve problemlerde bilinmeyeni algılamakta zorlandıklarını tespit etmiştir.

Eroğlu, Aydoğdu ve Tutak (2020) çalışmalarında probleme dayalı öğrenme yaklaşımının denklemler ve eşitsizlikler konusunun öğretiminde öğrencilerin başarısına ve tutumuna olan etkisini incelemiştir. Probleme dayalı öğrenmenin, mevcut öğretim durumuna göre daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Literatür taraması sonucu denklemler ve eşitsizlikler konusuyla ilgili yapılan araştırmaların genelde ortaokul düzeyinde olduğu ortaöğretim düzeyinde çok fazla araştırma yapılmadığı tespit edilmiştir.

2.2.4. Ekolojik ve prakseolojik analizle ilgili araştırmalar

Erdoğan, 2006 yılında yaptığı doktora tez çalışmasında öğrencinin bireysel (özerk) çalışmasına bağlı ortaya çıkan didaktik problemler ve 10. sınıf öğretim programının cebirsel ve işlevsel kısmı çalışmanın odak noktasını oluşturmuştur. Tanıtılan "matematiksel sit" kavramı etrafında bir analiz ve yorum aracı geliştirerek çeşitli veri türlerini (resmi metinler, ders kitapları, öğretim gözlemleri, öğrencilerin sınav kağıtları, anket, öğrenciler ve öğretmenlerle bireysel görüşmeler), müfredatın organizasyonunu, didaktik çalışma durumlarını yeniden gözden geçirmek için tanı unsurlarını belirlemiştir.

Kurnaz, 2007 yılında yaptığı yüksek lisans tez çalışmasında Antropolojik kurama dayanarak üniversite 1. sınıf seviyesinde enerji kavramının öğretim ve öğrenim

durumlarını tespit etmeye çalışmıştır. Araştırmada enerji konusunda kullanılan Fizik ders kitabı ekolojik ve prakseolojik yaklaşımla analiz edilmiş, öğrencilerin enerji kavramına ait bireysel tanımlarının özellikleri belirlenmiştir.

Yavuz ve Özdemir, 2009 yılında yaptığı “Öğretim Elemanlarının Atwood Aleti Problemi Çözüm Stratejilerinin Prakseolojik Analizi” isimli çalışmada Atwood Aleti problemine ilişkin öğretim elemanlarının çözüm stratejileri ve tutarlılıkları prakseolojik analiz yöntemiyle analiz edilmiştir.

Yavuz ve Temiz, 2014 yılında yaptığı “Çok Parçalı Mekanik Sistemlerde İvme Hesaplama Problemlerinde Öğrenci Güçlükleri” isimli çalışmada çok parçalı mekanik sistemlerde ivme hesaplama problemlerinde öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri tespit etmek için yazarlar tarafından geliştirilen dinamik soru setinden elde edilen verileri prakseolojik olarak analiz ederek öğrencilerin ivme bulma probleminde kullandıkları teknikler ortaya çıkarmıştır.

Erdoğan, Eşmen ve Fındık, 2015 yılında yaptıkları çalışmada ortaokul matematik ders kitaplarında matematik tarihine ne derece ve ne şekilde yer verildiğini araştırmışlardır. Bu amaçla matematik tarihi ile ilgili öğeler belirlenerek sınıflandırılmış, ekolojik analiz modeliyle söz konusu öğelerin içerikleri analiz edilmiştir. Sonuç olarak kitaplarda yer alan matematik tarihi öğelerinin sayıca yetersiz olduğu belirlenmiştir.

Gök, 2018 yılında yaptığı “Matematik öğretim programlarında (2013) fonksiyon konusuyla ilgili ekolojik sorunlar ve öğretmenlerin prakseolojileri” isimli doktora tez çalışmasında, Didaktik Antropoloji Teorisi’nden yararlanarak matematik programlarındaki değişimin fonksiyonların öğretimi konusunun öğretmenlerde nasıl gerçekleştiği, 2013 program değişikliğindeki fonksiyon konusuyla ilgili ekolojik sorunlar, matematik öğretmenlerinin onuncu sınıfta fonksiyonların öğretimiyle ilgili ortaya koydukları didaktik prakseolojileri ve didaktik anları ortaya çıkartılmıştır.

Fındık, 2019 yılında yaptığı “Türev Konusunun Matematiksel Sit Kavramı Çerçevesinde Ekolojik Analizi ve Kavramsal İlişkilerinin Didaktik Yapılandırılması” isimli doktora tez çalışmasında türev konularının matematiksel sit kavramı etrafında analizi ve didaktik ilişkilerinin yapılandırılmasını amaçlamıştır. Çalışmada öncelikle didaktik, tarihsel ve epistemolojik veriler aracılığı ile global sit oluşturulmuş, sonra limit, süreklilik ve türev konularında öğretim programına göre görev tipleri oluşturulmuş ve bu görev tipleri için lokal sitler oluşturulmuştur. Ders kitaplarındaki çözümlü örnekler lokal sit çerçevesinde analiz edilerek ekolojik sorunlar belirlenmiştir. Süreklilik ve türev gibi

konuların görev tiplerinin teknolojilerinde komşuluk, belirsizlik, tanımsızlık gibi kavramların ekolojik ilişkisinin önemli olduğu, örnek çözümlerinde farklı tekniklere bir arada yer verilmesinin ekolojik ilişkileri güçlendireceği sonucuna ulaşılmıştır.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, veri toplama araçları, veri toplama süreci, verilerin analizleri (ekolojik analiz, prakseolojik analiz) ve araştırmanın geçerlik ve güvenirliğine ilişkin bilgiler verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada, 2020-2021 Eğitim Öğretim döneminde Açık Öğretim Lisesi öğrencilerinin kullandığı Matematik-1 ders kitabı ve Anadolu Lisesi öğrencilerinin kullandığı Ortaöğretim Matematik-9 kitaplarında “Denklemler ve Eşitsizlikler” konusu prakseolojik analizle inceleneceğinden nitel yöntemlerden doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırma; gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırmadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Doküman analizi, basılmış ya da elektronik ortamda bulunan materyaller gibi tüm belgeleri incelemek ve değerlendirmek için kullanılan sistemli bir yöntemdir. Nitel araştırmada kullanılan diğer yöntemler gibi doküman analizi de anlam çıkarmak, ilgili konu hakkında bir anlayış oluşturmak, ampirik bilgi geliştirmek için verilerin incelenmesini ve yorumlanmasını gerektirmektedir (Corbin & Strauss, 2008).

Doküman analiziyle yapılan sentezler, söz konusu alanda bulunan eserlerin hepsini belirli özellikler doğrultusunda sınıflayabilme özelliğine sahiptir. Doküman analizi, yapılacak araştırma ile ilgili kayıt ve belgelerin toplanıp belli bir norm veya sisteme göre kodlanarak inceleme işlemidir (Çepni, 2014). Araştırmada öğretim programı ve ders kitaplarının derinlemesine incelenecek olması sebebiyle doküman analizi yöntemi kullanılmıştır.

3.2. Veri Kaynakları

Araştırmada temel olarak iki veri kaynağından yararlanılmıştır;

- 1) MEB Matematik dersi (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı (MEB, 2018c) ve MEB Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı (MEB, 2018a).
- 2) Milli Eğitim Bakanlığı, Hayat Boyu Öğrenme Genel Müdürlüğü, Açık Öğretim Daire Başkanlığı tarafından 2018 yılında yayınlanan “Matematik-1” ve

Eksen yayıncılık tarafından Milli Eğitim Bakanlığı için hazırlanan 2019 yılında yayınlanan “Ortaöğretim Matematik-9” ders kitapları.

3.2.1. Açık Öğretim Lisesi Matematik-1 ve Matematik-2 kitabı ve analiz yapılacak konular

Açık Öğretim Lisesi için MEB tarafından hazırlan tek kaynak konumunda bulunan “Matematik-1” ders kitabı seçilmiştir.

Milli Eğitim Bakanlığı, Hayat Boyu Öğrenme Genel Müdürlüğü, Açık Öğretim Daire Başkanlığı tarafından 2018 yılında yayınlanan “Matematik-1” ve “Matematik-2” ders kitapları incelendiğinde Matematik-1 ders kitabının 200 sayfadan oluştuğu, Matematik-2 ders kitabının 240 sayfadan oluştuğu görülmektedir. Öğretim programında Matematik-9 ders kitaplarının 19,5 cm ve 27,5 cm ebatlarında en fazla 24 formadan yani en fazla $24 \times 16 = 384$ sayfadan oluşabileceği kural olarak belirtilmiştir. Ancak Matematik-9 kitabı yerine oluşturulan AÖL Matematik-1 ve AÖL Matematik-2 kitapları toplam 440 sayfadan oluşarak bu kurala uymamaktadır. Kitapta başlıklar 18 punto, diğer metinler 14 punto büyüklükte yazılmıştır.

Kitaplarda ünitelerin öğretim programlarına uygun yapılandırıldığı ancak ünite içindeki alt başlıklar kullanılırken kazanımlardan ve kazanımların sıralamasından yararlanılmadığı görülmektedir. Bazen de ünite içinde konuların sıralaması ile öğretim programında yer alan kazanımların sıralamasının örtüşmediği görülmektedir.

Kitap tasarımının her ünite; “Neler Öğreneceğiz?”, “Tanım”, “Bilgi Kutusu”, “Örnek”, “Örnek Çözümü”, “Konuyla ilgili matematikçinin kısa bir biyografisi”, “Alıştırmalar”, “Bölüm Özeti”, “Ölçme ve Değerlendirme Soruları” ve kitap sonunda “Ölçme ve Değerlendirme Soruları Cevapları” şeklinde yapılandırıldığı görülmektedir. “Neler öğreneceğiz?” başlığı altında kısaca konularda geçen kavramlar ve tanımlar verilmiştir. Kitaplarda konu anlatımların kısa özet şekilde geçildiği konunun kavranması için etkinliklere yer verilmediği, gerçek hayat durumları ile ilişki kurulmadığı görülmektedir. “Bilgi Kutusu” başlığı ise kısa hap bilgiler vermek, formüller vermek kısaca ezberletmek amacıyla kullanıldığı görülmektedir. “Örnekler” başlığında çözümlü görevlere yer verilmiş, görevin nasıl çözümleneceğine ilişkin pratik ve etkili çözüm yöntemlerinden bahsedilmiştir. Ancak bu çözümler açıklanırken matematiksel ifadeler yerine matematiksel ifadelerin sözel olarak okunuşu şeklinde sözel ifadelere yer verilerek açıklandığı görülmektedir. Çözümlü görevlerin kullanıldığı örneklerin ise gerçek hayat

durumları ile ilişkilendirmeyen bilişsel olarak alt düzeyde, daha çok bilme, tanıma, hatırlama, yorumlama şeklinde görevler olduğu görülmektedir.

Bu haliyle AÖL Matematik-1 ve Matematik-2 kitaplarının ders kitabından çok sınavlara hazırlık kitaplarına benzediği görülmektedir. Ancak sınavlara hazırlık kitaplarından farklı olarak çok fazla çözümlü ve çözümsüz göreve yer verilmediği görülmektedir.

AÖL Matematik-1 kitabında öğretim programına uygun olarak sırasıyla Mantık ünitesi, Kümeler ünitesi ve sonrasında Denklemler ve Eşitsizlikler ünitesi yer almaktadır. Denklemler ve Eşitsizlikler ünitesi sayı kümeleri, bölünebilme kuralları ve denklemler ve eşitsizlikler konusundan oluşmaktadır.

AÖL Matematik-1 kitabında 131-191 sayfaları arasında yer alan Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun öğretiminde şu alt başlıklara yer verilmiştir;

1. Reel (Gerçek) sayılar
2. a) Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler
b) Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler
c) Eşitsizliklerin özellikleri
d) Eşitsizliklerin çözüm kümeleri
3. a) Mutlak değer
b) Mutlak değer özellikleri
c) Mutlak değerli denklemlerin çözümü
d) Mutlak değerli eşitsizlikler
4. a) Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler
b) Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümeleri
c) Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemleri
5. Üslü ifade içeren denklemler
a) Üslü sayılar
b) Üslü ifadelerin özellikleri
c) Üslü denklemler
6. Köklü ifade içeren denklemler
a) Köklü sayılar
b) Köklü ifadelerin özellikleri
c) Köklü denklemler

AÖL Matematik-1 kitabında yapılan inceleme yukarıdaki başlıklarla sınırlı tutulmuştur.

3.2.2. Anadolu lisesi Matematik-9 kitabı ve analiz yapılacak konular

Anadolu liselerinde okutulan biri MEB tarafından, diğeri özel bir yayınevi tarafından hazırlanan iki ders kitabı bulunmaktadır (http-1). Bu iki ders kitabından araştırmanın yapıldığı Eskişehir ilini kapsayan bölgede okutulan Eksen yayıncılık tarafından hazırlanan “Ortaöğretim Matematik-9” ders kitabı seçilmiştir.

Eksen yayıncılık tarafından Milli Eğitim Bakanlığı için hazırlanan 2019 yılında yayınlanan “Ortaöğretim Matematik-9” ders kitabı incelendiğinde kitabın 374 sayfadan oluştuğu görülmektedir. Öğretim programında Matematik-9 ders kitaplarının 19,5 cm ve 27,5 cm ebatlarında en fazla 24 formadan yani en fazla $24 \times 16 = 384$ sayfadan oluşabileceği kural olarak belirtilmiştir. Sayfa sayısı olarak bu kurala uygundur. Kitapta başlıklar 14 punto, diğer bölümler 12 punto büyüklükte yazılmıştır.

Kitabın ünitelerinin öğretim programına uygun yapılandırıldığı görülmektedir. Ünitelerin alt başlıklarının seçiminde ve sıralamasında öğretim programında yer alan kazanımlara göre yapılandırıldığı, kazanımlarla aynı alt başlıklarda ve sırada verildiği görülmektedir.

Kitabın tasarımı incelendiğinde her ünitenin “Neler Öğreneceğiz?” başlığı ile başladığı ve kısaca hangi kavramların öğretileceğinin bu başlık altında verildiği görülmektedir. Her konunun ise “konuyla ilgili bir gerçek hayat bir problemi” başladığı ve bu sayede okuyucuların konuya dikkatinin çekilmesinin amaçlandığı görülmektedir. Konu başında yer alan bu gerçek hayat probleminin yan tarafında ise “Nerelerde Karşımıza Çıkar” başlığı altında öğrenilecek bilgilerin gerçek hayatta nerelerde kullanıldığı okuyuculara aktarılmıştır. “Sembol ve Gösterimler” başlığı altında konuyla ilgili kullanılacak matematiksel sembol ve gösterimler tanıtılmıştır. Daha sonra konuyla ilgili “Tanım” verilmiş ardından tanıma ilişkin bir görev verilmiştir. Bu görevin çözümü doğrudan verilmemiş ancak “Bilgi Kutusu” başlığı altında görevin çözümüne ilişkin bilgilere yer verilmiştir. Okuyucuların yani öğrencilerin çözüm hakkında düşünerek çözüme kendi çabaları ile ulaşmasının istendiği anlaşılmaktadır. Ayrıca ders esnasında bu görevler öğretmen rehberliğinde çözüme kavuşturulabilir. Sonrasında “Örnek” ve “Çözüm” şeklinde konuyla ilgili örneklere ve çözümlere yer verilmiştir. Örnek başlığının yan tarafında “Not” şeklinde örnekle ilgili kısa bilgilere yer verildiği görülmektedir.

Örneklerin çözümüne ilişkin zaman zaman bilgisayar programları (MS Excel, Geogebra vb.) aracılığı ile nasıl çözülebileceğine ilişkin etkinlikler de yer almaktadır. Bu etkinlikler ile matematik ve teknoloji bağlantısı kurulmaya çalışılmaktadır. Ancak her konuyla ilgili teknolojik çözümler içeren etkinlikler bulunmamaktadır. “Örnek” ve “Çözüm” şeklindeki çözümlü görevlerin arasında “Sıra Sizde” başlığı altında çözümsüz görevlere de yer verilmiştir. Ayrıca kitapta tasarım olarak öğrencilerin kendi notlarını alabilmesi için tek sayfalarda sağ tarafta ve çift sayfalarda sol tarafta boşluklar bulunmaktadır. Bu boşluklarda zaman zaman “konuyla ilgili bir matematikçinin kısa biyografisi” verilmiştir. Her konu sonunda “Alıştırmalar” başlığı altında tüm konuyu kapsayan çözümsüz görevlere yer verilmiştir. Her ünite sonunda ise “Değerlendirme Soruları” başlığında tüm üniteyi kapsayan çözümsüz görevlere yer verilmiştir.

Ortaöğretim Matematik-9 kitabının merak uyandırıcı soruları, gerçek hayat durumları ile konuyu bağdaştırmasıyla, çözümsüz görevlerde okuyucunun çözüme kendisinin ulaşması için rehberlik etmesinden dolayı okuyucunun yani öğrencinin bilgi inşa sürecinde aktif şekilde katılmasına uygun şekilde tasarlandığı görülmektedir.

AL Matematik-9 kitabında matematik öğretim programına uygun olarak sırasıyla Mantık ünitesi, Kümeler ünitesi ve sonrasında Denklemler ve Eşitsizlikler ünitesi yer almaktadır. Denklemler ve Eşitsizlikler ünitesi, sayı kümeleri konusu, bölünebilme kuralları konusu ve denklemler ve eşitsizlikler konusundan oluşmaktadır.

AL Matematik-9 kitabında 119-170 ve 206-210 sayfaları arasında bulunan Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun öğretiminde şu alt başlıklara yer verilmiştir;

1. Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı
2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümeleri
 - a) Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler
 - b) Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler
3. Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümeleri
 - a) Bir gerçek sayının mutlak değeri
 - b) Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler
 - c) Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler
4. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümeleri
 - a) Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler

b) Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlikler

5. Üslü ifadeleri içeren denklemler

a) Üslü ifadeler ve özellikleri

b) Üslü denklemler

6. Köklü ifadeleri içeren denklemler

a) Köklü ifadeler ve özellikleri

b) Köklü denklemler

AL Matematik-9 kitabında yapılan inceleme yukardaki başlıklarla sınırlı tutulmuştur.

3.4. Verilerin Toplanması ve Analizi Süreci

İlk aşamada kitap incelmesini kapsayan ortaöğretim matematik dersi öğretim programında 9. Sınıf matematik öğretim programında “9.3.3. Birinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler ve 9.3.4. Üslü İfadeler ve Denklemler” başlıkları altında yer alan konu kazanımları, açıklamalar incelenmiştir. “Denklemler ve Eşitsizlikler” konusunun MEB Matematik dersi (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı (MEB, 2018c) ve MEB Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programındaki yeri; konu ve kavramların ekolojik ilişkileri tespit edilmiştir.

Sonrasında Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Bilişim Ağı (EBA) internet sitesinden araştırmada kullanılacak Açık Öğretim Lisesi için kullanılan Matematik-1 ders kitabı ve Anadolu Liseleri için kullanılan Ortaöğretim Matematik-9 kitabı temin edilmiştir.

İlk olarak Açık Öğretim Lisesi için hazırlanan Matematik-1 ders kitabında 131-191 sayfalar arasında bulunan “Denklemler ve Eşitsizlikler” ünitesi gerçek sayılar, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler, mutlak değer içeren birinci dereceden denklem ve eşitsizlikler, birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemleri, üslü ifade içeren denklemler ve köklü ifade içeren denklemler şeklinde oluşturulan matematiksel organizasyonlar çerçevesinde görev tipleri belirlenmiş ve görevler için prakseolojik analiz yapılarak görevlerin nasıl oluştuğu, hangi görev tiplerinin kullanıldığı, görevlerin çözümünde hangi tekniklerin kullanıldığı, tekniklerin uygulanmasında hangi teknolojik ve teorik açıklamaların yapıldığı incelenmiştir. Sonrasında benzer süreç Anadolu Liseleri için hazırlanan Ortaöğretim Matematik-9 ders

kitabında 119-170 ve 206-210 sayfaları arasında bulunan Denklemler ve Eşitsizlikler” ünitesinde aynı matematiksel organizasyonlar çerçevesinde benzer uygulama yapılmıştır.

Matematiksel organizasyonlar çerçevesinde ders kitaplarının inceleme kapsamına alınan konu başlıkları karşılaştırmalı olarak Tablo 3.1’de sunulmuştur.

Tablo 3.1. Ders kitaplarının inceleme kapsamına alınan konuları

Matematiksel Organizasyon	AÖL Matematik-1 Kitabı Başlıklar	AL Matematik-9 Kitabı Başlıklar
MO1. Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı	• Reel (Gerçek) Sayılar Sy. 131-132	• Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı Sy. 119-122
MO2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler	• Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler • Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler • Eşitsizliklerin Özellikleri • Eşitsizliklerin Çözüm Kümesi Sy. 133-146	• Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler • Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler Sy. 123-129
MO3. Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler	• Mutlak değer • Mutlak değer özellikleri • Mutlak değerli denklemlerin çözümü • Mutlak değerli eşitsizlikler Sy.146-155	• Bir gerçek sayının mutlak değeri • Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler • Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler Sy. 130-136
MO4. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler	• Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler • Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümeleri • Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemleri Sy. 155-165	• Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler • Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlikler Sy. 137-147

Tablo 3.1. (Devam) *Ders kitaplarının inceleme kapsamına alınan konuları*

MO5. Üslü ifadeleri içeren denklemler	• Üslü sayılar • Üslü ifadelerin özellikleri • Üslü denklemler	• Üslü ifadeler ve özellikleri • Üslü denklemler
	Sy. 166-174	Sy. 148-157
MO6. Köklü ifadeleri içeren denklemler	• Köklü sayılar • Köklü ifadelerin özellikleri • Köklü denklemler	• Köklü ifadeler ve özellikleri • Köklü denklemler
	Sy. 175-188	Sy. 158-169

Araştırma kapsamında toplanan veriler aşağıdaki sıra ile analiz edilmiştir;

- Matematik dersi öğretim programlarının denklemler ve eşitsizlikler konusu bağlamında ekolojik analizi, denklemler ve eşitsizlikler konusunun öğretimine etkisi
- Açık Öğretim Lisesi Matematik-1 ders kitabı denklemler ve eşitsizlikler ünitesinde bulunan giriş etkinlikleri, konu açıklamaları, bilgi kutusu şeklinde yapılan açıklamalar, örnekler, örneklerin çözümleri, alıştırma soruları, değerlendirme soruları incelenerek matematiksel prakseolojileri belirlenmeye çalışılmıştır. Kitapta bulunan denklemler ve eşitsizlikler ünitesine ait görevler tespit edilerek görev tiplerine göre sınıflandırılmıştır. Kitapta kullanılan veya kullanılması istenen her farklı görev tipi, teknik, teknoloji ve teori kodlanmıştır. Her görev tipinden bir örneğin derinlemesine matematiksel prakseolojik analizi yapılmıştır. Matematiksel organizasyonu ortaya konularak; kullanılan veya kullanılması istenen görev tipi, teknik, teknoloji ve teoriler hakkında istatistiki bilgiler oluşturulmuştur.
- Anadolu Lisesi Ortaöğretim Matematik-9 ders kitabı denklemler ve eşitsizlikler ünitesinde bulunan giriş etkinlikleri, konu açıklamaları, bilgi kutusu şeklinde yapılan açıklamalar, örnekler, örneklerin çözümleri, alıştırma soruları, değerlendirme soruları incelenerek matematiksel prakseolojileri belirlenmeye çalışılmıştır. Kitapta bulunan denklemler ve eşitsizlikler ünitesine ait görevler tespit edilerek görev tiplerine göre sınıflandırılmıştır. Kitapta kullanılan veya kullanılması istenen her farklı görev tipi, teknik, teknoloji ve teori kodlanmıştır. Her görev tipinden bir örneğin derinlemesine matematiksel prakseolojik analizi yapılmıştır. Matematiksel organizasyonu ortaya konularak; kullanılan veya

kullanılması istenen görev tipi, teknik, teknoloji ve teoriler hakkında istatistiki bilgiler oluşturulmuştur.

- Her iki kitaptan toplanan analiz veriler karşılaştırılmıştır.

3.5. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenilirliği

Bilimsel bir araştırmanın geçerliliği ölçülmek istenen özelliğinin diğer özelliklerle karıştırılmaksızın ölçülebilme derecesidir. Leung (2015) nitel araştırmalarda geçerliği, araştırmada kullanılan araçların, süreçlerin ve verilerin uygunluğu olarak ifade etmiştir.

Eisenhart ve Hove (1992)'a göre nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliliğin artırılması için ölçütler; araştırma soruları, veri toplama ve analiz teknikleri arasında uyumun sağlanması; uygun veri toplama ve analiz yöntemlerinin kullanımı; ilgili alanyazınla kıyaslandığında inanılabilir bulgulara ulaşılması; uygulamada kullanılabilecek değerli sonuçlara ulaşılması ve bütün ölçütlerin uyum içinde kullanımıdır.

Merriam (2013)'a göre nitel araştırmalarda güvenilirlik, ulaşılan sonuçlarla elde edilen verilerin tutarlılık gösterme derecesidir Benzer şekilde Leung (2015), nitel araştırmalar için güvenirliliğin özünü tutarlılık oluşturduğunu belirtmiştir.

Bu araştırmada ders kitaplarına uygulanan prakseolojik analizler matematik dersi öğretim programına uygun bir şekilde gerçekleştirilmiştir. Öğretim programında belirtilen kazanımlar ve açıklamalar baz alınarak görev tipleri oluşturulmasına gayret edilmiştir. Böylece yapılan prakseolojik analizlerde öğretim programı ölçüt olarak belirlenerek amaca uygun şekilde gerçekleştirilmesi ve anlamlı ve tutarlı verilerin elde edilmesi sağlanmıştır.

Tez çalışmasının konusu, planlaması, uygulanması, verilerin toplanması, verilerin analizi açık bir şekilde ifade edilmeye çalışılmıştır. Çalışmadaki prakseolojik kodlamalar, alanında uzman bir matematik eğitimcisi tarafından kontrol edilmiştir. Bu sebeple araştırmacı hatalarının ve yanlılığının azaltıldığı söylenebilir.

4. BULGULAR

Bu bölümde “denklemler ve eşitsizlikler” konusunun didaktik prakseolojilerinin incelendiği araştırmanın bulguları üç ana bölüm altında verilmektedir. Birinci bölümde “denklemler ve eşitsizlikler” konusunun öğretim programında yer alan ekolojik ilişkilerine yer verilmiştir. İkinci ve üçüncü bölümde sırasıyla AÖL Matematik-1 ve AL Matematik-9 kitaplarına ait didaktik prakseolojiler tespit edilmeye çalışılmıştır.

4.1. Matematik Dersi Öğretim Programındaki Denklemler ve Eşitsizlikler

Konusunun Ekolojik Analizi

2018 yılında yayınlanan “İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar Matematik Öğretim Programı” incelendiğinde cebir ile ilk karşılaşma 6. Sınıf düzeyinde gerçekleşmektedir. NCTM (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi - Amerika) tarafından 2000 yılında yayınlanmış olan Prensipler ve Standartlarda erken dönemde cebir öğretiminin “sınıflandırma, örüntüler ve ilişkileri, doğal sayılar ve doğal sayılarla işlemler” ile anaokulu düzeyinden itibaren başlamasını ve lise eğitimi sonuna kadar cebir eğitimi verilmesini önermektedir (NTCM, 2000). Kaput (1999) cebir öğrenimine erken başlamayı önermiştir. Ülkemizde de 2005 yılında programların yapılandırmacı eğitim anlayışına göre sarmallık ilkesine uygun olarak dizayn edilmeye başlaması ile birlikte öğretim programlarımızda bu yönde adımlar atılmaya başlandığı görülmektedir. 2005 programında cebir bir ünite olmak yerine öğrenme alanı olarak tanımlanmış, Cebirin temelleri okul öncesi dönemden itibaren atılmaya başlanmış ve önceden 7. Sınıfta başlayan cebir öğretimi 6. Sınıfa alınmıştır (MEB, 2005b).

2018 İlköğretim Matematik öğretim programı (MEB, 2018c) incelendiğinde ilkokul 5. Sınıfa kadar temel aritmetik eğitimi verildiği, aritmetiğin genellemesiyle birlikte 6. Sınıftan itibaren cebire geçişin başladığı görülmektedir. Her ne kadar 6. Sınıfla birlikte olsa da cebirsel düşüncenin temellerinin ilkokul (1-4 sınıf) düzeyinde atıldığını söylemek mümkündür. İlköğretim Matematik öğretim programında (MEB, 2018c) 1. Sınıfta doğal sayılar konusunda “*M.1.1.3.4. Doğal sayılarla çıkarma işlemini gerektiren problemleri çözer.*” kazanımıyla birlikte temel aritmetik bilgisi oluşturmak hedeflenmekte, öğrenciler bu konuda çıkarma işlemi ile birlikte ilk defa eşitlik kavramıyla karşılaşmaktadır. Yine 1. sınıfta geometrik örüntüler konusuyla birlikte nesnelerden, geometrik cisim ya da şekillerden oluşan bir geometrik örüntüyü deneyimlerle bulmaya, üç ögeye kadar geometrik örüntü oluşturmaya, geometrik

örüntüler arasındaki ilişkiyi bulmaya ve örüntülerde eksik bırakılan ögenin bulunmasına yönelik “M.1.2.3.1. Nesnelerden, geometrik cisim ya da şekillerden oluşan bir örüntüdeki kuralı bulur ve örüntüde eksik bırakılan öğeleri belirleyerek örüntüyü tamamlar.” ve “M.1.2.3.2. En çok üç ögesi olan örüntüyü geometrik cisim ya da şekillerle oluşturur.” kazanımlarıyla; 2. sınıfta aralarındaki farkı sabit olan sayı örüntülerini tanımaya ve sayı örüntüsünü ilişkin kuralı bulmaya yönelik “M.2.1.1.6. Aralarındaki fark sabit olan sayı örüntülerini tanır, örüntünün kuralını bulur ve eksik bırakılan öğeyi belirleyerek örüntüyü tamamlar.” kazanımıyla; sayı örüntüsünde eksik bırakılan öğeyi bulmaya; dört öğeye kadar geometrik örüntülerde eksik bırakılan öğeleri belirlemeye yönelik “M.2.2.3.1. Tekrarlayan bir geometrik örüntüde eksik bırakılan öğeleri belirleyerek tamamlar.” kazanımıyla; bir geometrik örüntüdeki ilişkiyi bulup kullanarak farklı malzemelerle aynı ilişkiye sahip yeni örüntüler oluşturmaya yönelik “M.2.2.3.2. Bir geometrik örüntüdeki ilişkiyi kullanarak farklı malzemelerle aynı ilişkiye sahip yeni örüntüler oluşturur.” kazanımıyla; 3. Sınıfta şekil modelleri kullanarak kaplama yapmaya, yaptığı kaplama örüntüsünü noktalı ya da kareli kağıt üzerinde çizmeye yönelik “M.3.2.3.1. Şekil modelleri kullanarak kaplama yapar, yaptığı kaplama örüntüsünü noktalı ya da kareli kâğıt üzerine çizer” kazanımıyla; 4. Sınıfta aralarındaki farkı sabit artan ya da azalan bir sayı örüntüsünde her bir öğeyi adım sayısı ile ilişkilendirmeye yönelik “M.4.1.1.6. Belli bir kurala göre artan veya azalan sayı örüntüleri oluşturur ve kuralını açıklar.” kazanımıyla cebirin temellerinin oluşturulması hedeflenmektedir.

2018 yılı İlköğretim Matematik Öğretim Programı (MEB, 2018c) incelendiğinde “Denklemler ve Eşitsizlikler” konusu bir bütün olarak verilmek yerine farklı sınıflar düzeyinde sarmal bir şekilde parçalı olarak verilmiştir. Tablo 4.1’de ise ilköğretim matematik öğretim programında sınıflarda konuların sırası ve denklemler ve eşitsizlikler konusuyla ilgili başlıklar verilmiştir.

Tablo 4.1. İlköğretim Matematik Öğretim Programında denklemler ve eşitsizlikler

Sınıf	Konuların Sırası ve Denklemler ve Eşitsizliklerle ilgili başlıklar
5. Sınıf	5.1.1 Doğal Sayılar → 5.1.2. Doğal Sayılarla İşlemler → 5.1.3. Kesirler → 5.1.4. Kesirlerle İşlemler → 5.1.5. Ondalık Gösterim → 5.1.6. Yüzdeler → 5.2.1. Temel Geometrik Kavramlar ve Çizimler → 5.2.2. Üçgen ve Dörtgenler → 5.3.1. Veri Toplama ve Değerlendirme → 5.2.3. Uzunluk ve Zaman Ölçme → 5.2.4. Alan Ölçme → 5.2.5. Geometrik Cisimler
6. Sınıf	6.1.1. Doğal Sayılarla İşlemler → 6.1.2. Çarpanlar ve Katlar → 6.1.3. Kümeler → 6.1.4. Tam Sayılar → 6.1.5. Kesirlerle İşlemler → 6.1.6. Ondalık Gösterim → 6.1.7. Oran → 6.2.1. Cebirsel İfadeler → 6.4.1. Veri Toplama ve Değerlendirme → 6.4.2. Veri Analizi → 6.3.1. Açılar → 6.3.2. Alan Ölçme → 6.3.3. Çember 6.3.4. → Geometrik Cisimler → 6.3.5. Sıvı Ölçme 6.2.1. Cebirsel İfadeler
7. Sınıf	7.1.1. Tam Sayılarla İşlemler → 7.1.2. Rasyonel Sayılar → 7.1.3. Rasyonel Sayılarla İşlemler → 7.2.1. Cebirsel İfadeler → 7.2.2. Eşitlik ve Denklem → 7.1.4. Oran ve Orantı → 7.1.5. Yüzdeler → 7.3.1. Doğrular ve Açılar → 7.3.2. Çokgenler → 7.3.3. Çember ve Daire → 7.4.1. Veri Analizi → 7.3.4. Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri 7.2.1. Cebirsel İfadeler 7.2.2. Eşitlik ve Denklem
8. Sınıf	8.1.1. Çarpanlar ve Katlar → 8.1.2. Üslü İfadeler → 8.1.3. Kareköklü İfadeler → 8.4.1. Veri Analizi → 8.5.1. Basit Olayların Olma Olasılığı → 8.2.1. Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler → 8.2.2. Doğrusal Denklemler → 8.2.3. Eşitsizlikler → 8.3.1. Üçgenler → 8.3.3. Eşlik ve Benzerlik → 8.3.2. Dönüşüm Geometrisi → 8.3.4. Geometrik Cisimler 8.2.1. Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler 8.2.2. Doğrusal Denklemler 8.2.3. Eşitsizlikler

İlköğretim Matematik Öğretim Programına göre 6. Sınıf düzeyinde cebir, denklemler ve eşitsizliklerin konusunun yapı taşı olan cebirsel ifadeler konusu ile başlamaktadır. “Cebirsel İfadeler” başlığı altındaki “M.6.2.1.1. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar. M.6.2.1.2. Cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar. M.6.2.1.3. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.” kazanımları hedeflenmektedir. Programda bu kazanımların açıklamaları incelendiğinde cebirsel ifadelerin gösteriminde kullanılan harflerin sayıları temsil ettiği ve değişken olarak adlandırıldığı, ifadeler en az bir değişken ve işlem içeriyorsa ifadeye cebirsel ifade

denildiği ve terim, sabit terim, benzer terim, katsayı gibi temel kavramların öğretimi ve basit düzeydeki cebirsel ifadelerin uygulamalarla anlaşılması amaçlanmaktadır (MEB, 2018c).

Arcavi vd. (2017) değişkenlerin anlamlarını “yer tutucu”, “bilinmeyen değer”, “değişken miktarlar”, “genellenmiş sayı” ve “parametre” olmak üzere beş kategoride sınıflandırmış ve bu kategoriler ikinci bölümde verilmiştir. Programda ise “*Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar*” kazanımı harflerin sayıları temsil ettiği açıklamasından sadece “bilinmeyen bir değer” anlamının öğretimi hedeflendiği anlaşılmaktadır. Öğrencilerde sonradan kavram yanılgılarına sebep olmamak adına değişken kavramının öğretiminde farklı anlamların aynı anda öğretiminin programın hedefleri arasında yer alması önemlidir.

7. Sınıfta ise cebir alanında cebirsel ifadeler konusunda “*M.7.2.1.1. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar. M.7.2.1.2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar. M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.*” kazanımları hedeflenmektedir. M.7.2.1.3 kazanımı ile adımlar arasındaki farkı sabit olan sayı örüntüleri incelenerek örüntü kuralını bir değişkenle ifade etmek amaçlanmaktadır. Ardından eşitlik ve denklem konusuna giriş yapılmaktadır. Bu kapsamda “*M.7.2.2.1. Eşitliğin korunumu ilkesini anlar. M.7.2.2.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar. M.7.2.2.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer. M.7.2.2.4. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.*” şeklinde kazanımların öğretimi amaçlanmaktadır. Buradaki birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin kat sayıları tam sayılardan oluşmaktadır. Katsayıları rasyonel sayılı olan denklemlerin çözümüne ilişkin kazanımlar 8. Sınıfta yer almaktadır. Eşitliğin korunum ilkesi ise $7 + 2 = \Delta + 3$ şeklindeki eşitliğin bozulmaması için Δ yerine gelecek sayıyı bulma çalışmaları, eşitliğin her iki tarafına aynı sayının eklenmesi ya da çıkarılması durumunda ve iki tarafın aynı sayıyla çarpılması ya da bölünmesi durumu terazi benzeri denge modelleri aracılığıyla açıklanmaktadır. Gerçek hayat durumlarının matematiksel modellemesi yapılarak birinci dereceden denklem olarak ifade edilmesi öğrencilerin kavraması için önemlidir (MEB, 2018c). Arcavi vd. (2017) belirlediği değişken anlamlarından “yer tutucu” anlamı eşitliğin korunum ilkesi ise $7 + 2 = \Delta + 3$ şeklindeki eşitliğin bozulmaması için Δ yerine gelecek sayıyı bulma kazanımı ile “genellenmiş sayı” anlamının sayı örüntüleri kazanımı

ile 7. sınıfta kazandırılması amaçlanmıştır. Programda “değişken miktarlar” anlamı ve “parametre” anlamlarına ilişkin amaç bulunmamaktadır. Bu anlamların fonksiyonlar ve geometri konularında örtük şekilde kavranması beklenmektedir.

Cebirsel ifadeler konusu 6. Sınıfta doğal sayılarda işlemler, çarpanlar ve katlar, kümeler, tam sayılar, kesirlerle işlemler, ondalık gösterim ve oran konularından sonra, 7. Sınıfta tam sayılarla işlemler, rasyonel sayılar, rasyonel sayılarla işlemler, oran ve orantı ve yüzdeler konusundan sonra verilmektedir. Cebirsel düşünce için aritmetiksel düşüncenin bir ön koşul olduğu düşünüldüğünde cebirsel ifadeler konusunun 6. Sınıf ve 7. Sınıf matematik habitatında doğru konumlandırıldığını ifade etmek mümkündür. Şüphesiz cebirin doğuşu için gerekli olan temel kavramlar, sayılar ve işlemler yani aritmetik üzerinde yapılan genellemelerdir. Bu sebeple cebirsel ifadeler konusunun sayılar, işlemler ve sayı ve işlemlerin özelliklerinin ardılı bir konu olması önemlidir. Aynı zamanda cebire giriş konusu olan cebirsel ifadeler konusu, ilkökul matematik programındaki geometrik ve sayı örüntülerine ilişkin kazanımlardan da beslenmektedir.

8. Sınıf programında ise cebir alanında cebirsel ifadeler ve özdeşlikler başlığı altında “M.8.2.1.1. Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar. M.8.2.1.2. Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar.” kazanımları, doğrusal denklemler başlığı altında “M.8.2.2.1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.” kazanımı yer almaktadır. Bu kazanımdaki denklemlerin katsayıları rasyonel sayılardır. Eşitsizliklerde 8. Sınıfta “M.8.2.3.1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik içeren günlük hayat durumlarına uygun matematik cümleleri yazar. M.8.2.3.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterir. M.8.2.3.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözer.” kazanımlarıyla yer almaktadır (MEB, 2018c).

İlköğretim matematik programı incelendiğinde 6. ve 7. Sınıfta cebire giriş konuları tamamlandığı için 8. Sınıfta artık birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin ve eşitsizliklerin çözümlerine geçilmiştir. Programda 6. ve 7. Sınıfta cebirsel ifadeler, yine 7. sınıfta eşitlikler ve kat sayıları tam sayılı birinci dereceden denklemler, 8. Sınıfta ise basit cebirsel ifadelerin tanımı, farklı biçimde yazımı, çarpımı ve çarpanlara ayrılması, katsayıları rasyonel sayılı birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler şeklindeki konularla birbirini besleyecek ekolojik ilişkilere sahip sarmal bir program doğrultusunda ilerlemektedir.

Ayrıca NCTM (2000) yayınladığı prensip ve standartlarda cebir öğretimi için 6-8. sınıflarda “örüntüleri anlama, matematiksel yapıları cebirsel sembollerle temsil ve analiz

etme, fonksiyonları anlama, sayısal ilişkileri anlama ve matematiksel modellemeyle temsil etme” şeklinde standartları ülkemizde uygulanan öğretim programı ile uyumludur.

2018 yılı Ortaöğretim Matematik Öğretim Programı (MEB, 2018a) incelendiğinde 2013 yılı programına göre (MEB, 2013) bazı ekolojik değişiklikler içermektedir. Önceki programda olduğu gibi konular bir bütün olarak verilmek yerine farklı sınıflar düzeyinde parçalı olarak verilmeye devam edilmiş ancak birçok konunun programdaki yeri değiştirilmiştir. Tablo 4.2’de ise Ortaöğretim Matematik Öğretim Programında sınıflarda konuların sırası ve denklemler ve eşitsizlikler konusuyla ilgili başlıklar verilmiştir.

Tablo 4.2. Ortaöğretim Matematik Öğretim Programında denklemler ve eşitsizlikler

Sınıf	Konuların Sırası ve Denklemler ve Eşitsizliklerle ilgili başlıklar
9. Sınıf	9.1. Mantık → 9.2.Kümeler → 9.3. Denklemler ve Eşitsizlikler → 9.4. Üçgenler → 9.5.Veriler 9.3.3. Birinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler 9.3.4. Üslü İfadeler ve Denklemler 9.3.5. Denklemler ve Eşitsizliklerle İlgili Uygulamalar
10. Sınıf	10.1. Sayma ve Olasılık → 10.2. Fonksiyonlar → 10.3 Polinomlar → 10.4. İkinci Dereceden Denklemler → 10.5 Dörtgenler ve Çokgenler → 10.6 Uzak Geometri 10.4.1 İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler
11. Sınıf	11.1 Trigonometri → 11.2. Analitik Geometri → 11.3. Fonksiyonlar Uygulamalar → 11.4. Denklem ve Eşitsizlik Sistemler → 11.5 Çember ve Daire → 11.6. Uzak Geometri → 11.7. Olasılık 11.4.1. İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri 11.4.2. İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler ve Eşitsizlik Sistemleri
12. Sınıf	12.1. Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar → 12.2 Diziler → 12.3 Trigonometri → 12.4 Dönüşümler → 12.5. Türev → 12.6. İntegral → 12.7. Analitik Geometri 12.1.3. Üstel, Logaritmik Denklemler ve Eşitsizlikler 12.3.2. Trigonometrik Denklemler

Tablo 4.2 incelendiğinde denklemler ve eşitsizlikler konusun her sınıf düzeyinde parçalı olarak öğretiminin hedeflendiği görülecektir. 9. sınıf programında yer alan Birinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun öğretimi için 24 ders saati ayrılırken Birinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler başlığında “9.3.3.1. Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramını açıklar. 9.3.3.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur. 9.3.3.3. Mutlak değer içeren birinci dereceden

bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur. 9.3.3.4. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini bulur.” kazanımları yer almaktadır (MEB, 2018a). Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı ile ilgili kazanımı ile açık, kapalı ve yarı açık aralık kavramı ve gösteriminin öğretimi hedeflenmektedir. Bu kazanım eşitsizlikler konusunda öncül olarak yer almaktadır. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözümü için 8. Sınıfta yer alan denklemler ve eşitsizlik konusunun hatırlatılarak tekrar edilmesi beklenmektedir. Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun ekolojik ilişkileri incelendiğinde denklemler gerçek yaşam problemlerinin modellemesi yapılarak çözümü başta olmak üzere tüm öğrenme alanlarında birçok matematik konusuna kaynak teşkil etmektedir. Eşitsizlikler konusu ise “Geometri” öğrenme alanında birçok konuya kaynak teşkil etmektedir. Eşitsizlikler konusu temelde denklemler konusundan beslenmektedir. Denklemler konusu ise ilkökul programında yer alan doğal sayılar ve işlemler, doğal sayılarda sıralama, doğal sayı örüntüleri, geometrik örüntüler; ortaokul programında yer alan tam sayılar ve işlemler, tam sayılarda sıralama, rasyonel sayılar ve işlemler, rasyonel sayılarda sıralama, cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklem, özdeşlikler ve çarpanlara ayırma, üslü ve köklü ifadeler; ortaöğretim programında gerçek sayılar ve işlemler, irrasyonel sayılarda sıralama, tam sayılarda EBOB ve EKOK, gerçek hayatta periyodik tekrar eden durum problemleri konularından beslenmektedir. Ekolojik ilişkileri incelendiğinde denklemler ve eşitsizlikler konusunun öncülü olan konuların önce yer aldığı, ardılı olan konuların ise sonra yer almasından dolayı doğru konumlandırıldığı ifade edilebilir.

Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler ile ilgili olarak 6. sınıf öğretimin programında (MEB, 2018c) yer alan “*M.6.1.4.3. Bir tam sayının mutlak değerini belirler ve anlamlandırır.*” kazanımı ile öğretimi ilk kez 6. Sınıfta gerçekleştirilen mutlak değer kavramının hatırlatılması istenmektedir. Programda buna ek olarak mutlak değer özellikleri verilerek mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümünün öğretimi hedeflenmektedir. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözümü kazanımıyla yerine koyma, yok etme ve grafikte çözüm yöntemleri kullanarak denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözümünü bulma ve çözümü analitik düzlemde göstermenin öğretimi hedeflenmektedir. Ancak bu kısımda denklem çözümleri ile bağlantı kurulmadan “doğrularının kesiştiği yeri bulunuz” gibi sadece geometrik hedefleri içeren ifadeler yer almakta ve bağlantı kurulmamaktadır. Analitik düzlemde grafikte çözüm yöntemi ve çözümü analitik

düzlemde gösterme kısmı 11. sınıf programında yer alan doğrunun analitik incelenmesi konusuyla kopuk kaldığı için bu kısım 11. Sınıf habitatında yer alabilirdi.

Birinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler konusu sonrasında 18 ders saati sürede öğretimi gerçekleştirilmesi beklenen “Üslü İfadeler ve Denklemler” başlığında “9.3.4.1. Üslü ifadeleri içeren denklemleri çözer. 9.3.4.2. Köklü ifadeleri içeren denklemleri çözer.” kazanımları yer almaktadır (MEB, 2018a). Üslü ifadeleri içeren denklemlerin çözümü kazanımıyla İlköğretim Matematik Öğretim Programında (MEB, 2018c) 7. Sınıfta “M.7.1.1.4. Tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder.” ve 8. Sınıfta “M.8.1.2.1. Tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplar. M.8.1.2.2. Üslü ifadelerle ilgili temel kuralları anlar, birbirine denk ifadeler oluşturur. M.8.1.2.3. Sayıların ondalık gösterimlerini 10’un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümler. M.8.1.2.4. Verilen bir sayıyı 10’un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade eder. M.8.1.2.5. Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade eder ve karşılaştırır.” kazanımlarıyla ortaokulda öğretimi gerçekleştirilen üslü ifadeler kavramının hatırlatılması beklenmektedir. Bu hatırlatma sonrası gerçek sayıların tam sayı kuvveti ile uygulamalar yapılması ve üslü ifadelerin özellikleri verilmesi ve üslü ifade içeren denklemlerin çözümünün öğretimi hedeflenmektedir. Köklü ifadeleri içeren denklemlerin çözümü kazanımıyla; köklü ifadelerin özelliklerinin, $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ şeklinde köklü ifadeler ile üslü ifadeler arasındaki ilişkilerin ve son olarak köklü ifade içeren denklemlerin çözümünün öğretimi hedeflenmektedir. İlköğretim Matematik Öğretim Programında (MEB, 2018c) 8. Sınıf düzeyinde “M.8.1.3.1. Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler. M.8.1.3.2. Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler. M.8.1.3.3. Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır. M.8.1.3.4. Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar. M.8.1.3.5. Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar. M.8.1.3.6. Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında, sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara örnek verir. M.8.1.3.7. Ondalık ifadelerin kareköklerini belirler.” kazanımlarıyla temellendirilen köklü ifadeler konusunu karekök düzeyinden farklı kök dereceleri ile genişletilmesi beklenmektedir.

Bunların dışında temel düzey matematik öğretim programı kapsamında seçmeli olarak 11. ve 12. Sınıf düzeyinde seçilen seçmeli temel düzey matematik derslerinde 11. Sınıfta “TD.11.3.1.1. Birinci dereceden bir veya iki bilinmeyenli denklemlerle ilgili problemler çözer. TD.11.3.1.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerle ilgili

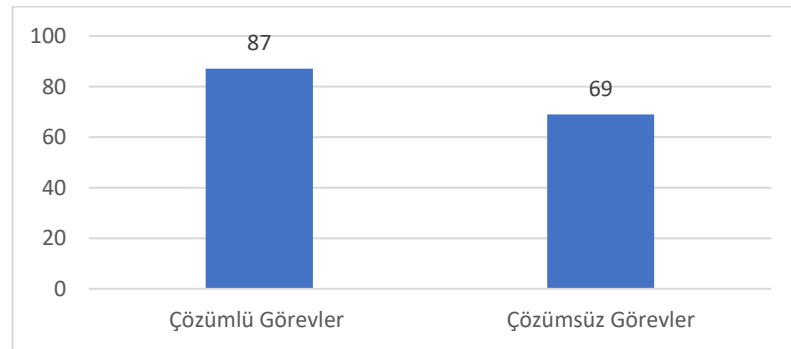
problemler çözer.” kazanımları ile tekrar niteliğinde bir öğretim gerçekleştirilmesi hedeflenmektedir (MEB, 2018a).

4.2. Açık Öğretim Lisesi Kitabının Prakseolojik Analizi

Bu bölümde Açık Öğretim Lisesi için hazırlanan Matematik-1 ders kitabı “Denklemler ve Eşitsizlikler” ünitesinin gerçek sayılar, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler, mutlak değer içeren birinci dereceden denklem ve eşitsizlikler, birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemleri, üslü ifade içeren denklemler ve köklü ifade içeren denklemler konuları için görev tipleri belirlenmiş ve görevler için prakseolojik analiz yapılarak görevlerin nasıl oluştuğu, hangi görev tiplerinin kullanıldığı, görevlerin çözümünde hangi tekniklerin kullanıldığı, tekniklerin uygulanmasında hangi teknolojik ve teorik açıklamaların yapıldığı incelenmiştir.

AÖL Matematik-1 kitabında öğretim programına uygun olarak sırasıyla Mantık ünitesi, Kümeler ünitesi ve sonrasında Denklemler ve Eşitsizlikler ünitesi yer almaktadır. Denklemler ve Eşitsizlikler ünitesi sayı kümeleri, bölünebilme kuralları ve denklemler ve eşitsizlikler konusundan oluşmaktadır.

AÖL Matematik-1 kitabında yer alan denklem ve eşitsizlikler ile ilgili konu başlıkları öğretim programında sayılar ve cebir öğrenme alanında belirtilen kazanımlar ile uyumlu olarak adlandırılmasa da uygun sıra ile yer almıştır. Kitapta konuyla ilgili Şekil 4.1’de gösterildiği gibi 87 çözümlü görev ve 69 çözümsüz görev olmak üzere toplam 156 göreve yer verilmiştir.



Şekil 4.1. AÖL Matematik-1 kitabı çözümlü görevler ve çözümsüz görevler

AÖL Matematik-1 kitabında denklemler ve eşitsizlikler konusunda yapılan prakseolojik analiz sonucunda matematiksel organizasyon içinde toplam 156 görev, 25 görev tipi için 47 adet tekniğin kullanıldığı ya da önerildiği görülmektedir. Matematiksel

organizasyonların görev tipi ve teknik sayısı doğrultusunda dağılımları Tablo 4.3'te gösterilmiştir.

Tablo 4.3. *AÖL Matematik-1 kitabında denklemler ve eşitsizlikler konusu kapsamındaki matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin genel dağılımları*

Matematiksel Organizasyon (MO)	Görev	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı	7	1	1
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler	44	5	13
Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler	23	4	6
Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler	14	3	4
Üslü ifadeleri içeren denklemler	32	5	11
Köklü ifadeleri içeren denklemler	36	7	12
TOPLAM	156	25	47

4.2.1. Açık öğretim lisesi kitabının MO1. gerçek sayılar kümesinde aralık kavramının prakseolojik yapısı

Matematik Öğretim Programında “Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramını açıklar.” kazanımı “Açık, kapalı ve yarı açık aralık kavramları ile bunların gösterimleri üzerinde durulur. Aralıkların kartezyen çarpımlarına yer verilmez.” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığı ile ilgili bir görev tipi içerisinde 3’ü çözümlü 4’ü çözümsüz olmak üzere 7 görev bulunmaktadır. Bu görev tipi ve görev tipine ait görev sayısı Tablo 4.4’te sunulmuştur.

Tablo 4.4. *AÖL Matematik-1 kitabının (MO1;T) yapısı*

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_1	Gerçek sayılar üzerinde verilen kümelerin/aralıkların sayı doğrusunda gösterimi	$T_{1.1}$: Kapalı aralıkları sayı doğrusunda gösterme 2
		$T_{1.2}$: Yarı açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme 5

T_1 görev tipine ilişkin 3 çözümlü, 4 çözümsüz görev bulunmaktadır. Kapalı aralıklarla ilgili $T_{1.1}$ alt görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 1 çözümsüz görev, yarı açık aralıklarla ilgili $T_{1.2}$ alt görev tipine ilişkin 2 çözümlü ve 3 çözümsüz görev bulunurken

açık aralıklara ilişkin örnek bulunmamaktadır. $T_{1,3}$, T_2 ve T_3 görev tiplerine ilişkin görevler bulunmamaktadır.

$\{x: -2 \leq x < 5, x \in \mathbb{R}\}$ kümesine karşılık gelen aralığı yazalım, sayı doğrusunda gösterelim.

Çözüm

$-2 \leq x < 5$ eşitsizliğinde -2 de eşitlik işareti vardır. 5 te ise eşitlik işareti yoktur. Bu nedenle oluşan aralık soldan kapalı sağdan açık aralıktır ve $[-2, 5)$ ile gösterilir.

$[-2, 5)$ yarı açık aralığı sayı doğrusunda  şeklinde ve aralık uçları -2'den kapalı 5 ten açık biçimde gösterilir.

Şekil 4.2. AÖL Matematik-1 kitabında MO1'de T_1 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.132)

Yukarıda Şekil 4.2'de AÖL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl tamamlandığı görülmektedir. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_{1,2}$: Gerçek sayılar üzerinde verilen kümelerin/aralıkların sayı doğrusunda gösterimi görev tipine ait “Yarı açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme” alt görev tipi

τ_1 : Matematiksel olarak ifade edilen bir aralığın uç noktası köşeli parantez ile gösteriliyorsa ya da eşitsizlik gösteriminde uç noktalarda eşitlik varsa; uç noktaları aralığa dahil ederek aksi halde dahil etmeyerek sayı doğrusunda geometrik olarak gösterme

θ : Sayı doğrusu üzerinde birbirinden farklı iki a ve b noktası arasındaki tüm gerçek sayılardan oluşan alt kümeye aralık denir. a ve b noktaları aralığın uç noktaları olarak adlandırılır. $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a < b$ olmak üzere; aralığın uç noktalar aralığa dahil ise kapalı aralık olarak adlandırılır ve $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ şeklinde gösterilir. Uç noktalar aralığa dahil değilse açık aralık olarak adlandırılır ve $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ şeklinde gösterilir. Uç noktalardan biri aralığa dahil diğeri dahil değilse yarı açık aralık olarak adlandırılır ve $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ veya $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ şeklinde gösterilir.

θ : Cebirsel sayılar teorisi

Açık öğretim lisesi kitabının gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.5'teki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.5. AÖL Matematik-1 kitabında MOI için (T ; τ ; θ ; Θ)

Matematiksel Organizasyon	MO1: Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı
Görev Tipi (T)	$T_{1,1}$: Kapalı aralıkları sayı doğrusunda gösterme $T_{1,2}$: Yarı Açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme
Teknik (τ)	τ_1 : Matematiksel olarak ifade edilen bir aralığın uç noktası köşeli parantez ile gösteriliyorsa ya da eşitsizlik gösteriminde uç noktalarda eşitlik varsa; uç noktaları aralığa dahil ederek aksi halde dahil etmeyerek sayı doğrusunda geometrik olarak gösterme
Teknoloji (θ)	θ_1 : $[a, b]$ kapalı aralığı $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} a \leq x \leq b\}$, $[a, b)$ yarı açık aralığı $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} a \leq x < b\}$, $(a, b]$ yarı açık aralığı $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} a < x \leq b\}$, (a, b) açık aralığı $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} a < x < b\}$.
Teori (Θ)	

AÖL Matematik-1 kitabında gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde T_1 görev tipine ait $T_{1,1}$ ve $T_{1,2}$ alt görev tiplerine ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir. AÖL Matematik-1 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.6’da gösterilmiştir.

Tablo 4.6. AÖL Matematik-1 MOI’de görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları

Görev Tipi (T)	F	%
T_1 $T_{1,1}$	2	28,57
$T_{1,2}$	5	71,43
TOPLAM	7	100

AÖL Matematik-1 kitabında gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığında sadece τ_1 şeklinde kodlanan teknik kullanılması istenmiştir. AÖL Matematik-1 kitabında gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.7’de gösterilmiştir.

Tablo 4.7. AÖL Matematik-1 kitabında MOI’de tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları

Teknik (τ)	F	%
τ_1	7	100
TOPLAM	7	100

AÖL Matematik-1 kitabında gerçak sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığında “ $T_{1.1}$: *Kapalı aralıkları sayı doğrusunda gösterme*, $T_{1.2}$: *Yarı Açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme*” alt görev tiplerine ilişkin görevlerde τ_1 şeklinde kodlanan tekniği kullanmaları beklenmektedir.

Tablo 4.8. AÖL Matematik-1 kitabında MO1’de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Gerçek Sayılar Kümesinde Aralık Kavramı	T_1	τ_1
TOPLAM	1	1

4.2.2. Açık öğretim lisesi kitabının MO2. birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolojik yapısı

Matematik öğretim programında “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur.” kazanımı “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözümü hatırlatılır. Harezmi’nin denklemler konusundaki çalışmalarına yer verilir.” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili altı görev tipi içerisinde 25’i çözümlü 19’u çözümsüz olmak üzere 44 görev bulunmaktadır.

Bu görev tipleri ve görev tiplerine ait görev sayısı Tablo 4.9’da sunulmuştur.

Tablo 4.9. AÖL Matematik-1 kitabının (MO2;T) yapısı

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_1	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanımlama ve özelliklerini bilme	5
T_2	$T_{2.1}$: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=c$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	4
	$T_{2.2}$: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a(x+b)=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	4
	$T_{2.3}$: $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{e}{f}$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen denklemlerin çözüm kümesini bulma	2

Tablo 4.9. (Devam) *AÖL Matematik-1 kitabının (MO2;T) yapısı*

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı	Görev Tipleri
T_2	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	$T_{2,4}$: $a,b,c,d,e,f,g \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{e} + \frac{cx+d}{f} = g$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen denklemlerin çözüm kümesini bulma	7
T_3	Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri tanımlama ve özelliklerini bilme	$T_{4,1}$: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	6
T_4	Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	$T_{4,2}$: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq cx + d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	8
		$T_{4,3}$: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} \leq d$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	2
T_5	İki farklı bilinmeyene sahip iki eşitsizlik sisteminden ya da iki farklı bilinmeyene sahip bir denklem ve bir eşitsizlikten yararlanarak istenen yeni ifadenin bilinmeyenlerin tanımlı olduğu kümeye göre alabileceği değerleri bulma		4

T_1 görev tipine ilişkin 3 çözümlü, 2 çözümsüz; T_2 görev tipine ilişkin 11 çözümlü, 6 çözümsüz; T_3 görev tipine ilişkin 3 çözümlü, 3 çözümsüz; T_4 görev tipine ilişkin 6 çözümlü, 6 çözümsüz; T_5 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 2 çözümsüz görev bulunmaktadır. T_2 görev tipinin alt görev tipleri $T_{2,1}$ alt görev tipinde 2 çözümlü, 2 çözümsüz; $T_{2,2}$ alt görev tipinde 3 çözümlü, 1 çözümsüz; $T_{2,3}$ alt görev tipinde 1 çözümlü, 1 çözümsüz ve $T_{2,4}$ alt görev tipinde 5 çözümlü, 2 çözümsüz görev bulunmaktadır. T_4 görev tipinin alt görev tipleri $T_{4,1}$ alt görev tipinde 4 çözümlü, 4 çözümsüz; $T_{4,2}$ alt görev tipinde 1 çözümlü, 1 çözümsüz ve $T_{4,3}$ alt görev tipinde 2 çözümlü, 2 çözümsüz görev bulunmaktadır.

2- n bir reel sayı olmak üzere x değişkenine bağlı birinci dereceden bir bilinmeyenli $(n + 3)x^2 + (n - 1)x = 16$ denklemini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm

$a \neq 0$ ve a, b birer reel sayı olmak üzere $ax + b = 0$ denklemi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir. Buna göre verilen denklemde x^2 olmaması gerekir. x^2 li terimin katsayısını sıfıra eşitleyelim ve n değerini bulalım. Bulduğumuz n değerini denklemde yerine yazalım.

$$\begin{aligned}(n + 3)x^2 + (n - 1)x &= 16 \\ n = -3 \text{ için } \underbrace{(-3 + 3)}_0 x^2 + (-3 - 1)x &= 16 \\ -4x &= 16 \\ x &= -\frac{16}{4} = -4 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Şekil 4.3. AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de T_1 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.134)

Şekil 4.3’te AÖL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin pratikolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_1 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanımlama ve özelliklerini bilme.

$\tau_1 + \tau_2$: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem tanımından yararlanarak ifadeyi $ax+b=c$ şekline getirmek için derecesi iki ve üzeri olan ifadelerin katsayılarını sıfıra eşitleyerek verilen ifadedeki bilinmeyen değerleri bulma ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde bilinmeyenleri eşitliğin bir tarafında, bilinenleri eşitliğin diğer tarafında bırakarak denklemin çözüm kümesini bulma

θ : $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax+b=0$ şeklinde ifade edilebilen denklemlere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler denir. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler tek değişkene sahiptir ve bu değişkenin kuvveti 1’dir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

5- $3(x + 6) = 5x - 3$ denklemini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned}3(x + 6) &= 5x - 3 \\ 3x + 18 &= 5x - 3 \\ 3x - 5x &= -3 - 18 \\ -2x &= -21 \\ x &= \frac{-21}{-2} \\ x &= \frac{21}{2} \quad \mathcal{C} = \left\{ \frac{21}{2} \right\} \text{ olur.}\end{aligned}$$

Şekil 4.4. AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de T_2 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.135)

Şekil 4.4'te AÖL ders kitabında T_2 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_{2.2}$: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a(x+b)=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma

$\tau_3 + \tau_2$: $a(x+b)=cx+d$ şeklindeki ifadede çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanarak ifadeyi $ax+a.b=cx+d$ şekline getirme ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde bilinmeyenleri eşitliğin bir tarafında, bilinenleri eşitliğin diğer tarafında bırakarak denklemin çözüm kümesini bulma

θ : Denklemleri sağlayan bir değer bulma sürecine denklemleri çözme denir. Cebirsel bir eşitlikte eşitliğin her iki tarafı aynı sayı veya aynı ifade ile toplanabilir, çıkartılabilir; sıfırdan farklı aynı sayı veya aynı ifade ile çarpılabilir ve bölünebilir. Gerektiğinde dağılma özelliği kullanılabilir. Değişken eşitliğin bir tarafında izole edilir. Son aşamada değişkenin katsayısı varsa eşitliğin her iki tarafı katsayının tersi ile çarpılır.

$$ax+b=c$$

$$ax+b-b=c-b$$

$$ax/a=(c-b)/a$$

$$x=(c-b)/a$$

$\theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Örnek

Aşağıda verilen ifadelerden hangilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olduğunu bulalım.

a) $5x - 11 < 9$

b) $x + y \geq 0$

Çözüm

a) $5x - 11 < 9$ ifadesi birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliktir.

b) $x + y \geq 0$ ifadesinde x ve y iki farklı bilinmeyen olduğu için birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik değildir.

Şekil 4.5. AÖL Matematik-1 kitabında MO2'de T_3 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.140)

Şekil 4.5'te AÖL ders kitabında T_3 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_3 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri tanımlama ve özelliklerini bilme

τ_9 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik tanımından yararlanarak verilen ifadenin birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olup olmadığını anlama

θ : $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax + b < 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b > 0$ ve $ax + b \geq 0$ şeklindeki eşitsizliklere birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler denir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

2- $3x < 6$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$3x < 6$ eşitsizliğinin her iki tarafını 3'e bölelim.

$\frac{3x}{3} < \frac{6}{3}$ (3 sayısı pozitif reel sayı olduğundan eşitsizliğin yönü değişmez.)

$x < 2$

$\mathcal{C} = (-\infty, 2)$ dir.

Şekil 4.6. AÖL Matematik-1 kitabında MO2'de T_4 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.144)

Şekil 4.6'da AÖL ders kitabında T_4 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl tamamlandığı yer almaktadır. Bu göreve ilişkin pratikolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_{4.1}$: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma

τ_{11} : Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerde bilinmeyenleri (değişkenleri) eşitsizliğin bir tarafında, bilinenleri eşitsizliğin diğer tarafında bırakarak ve eşitsizlik özelliklerini kullanarak eşitsizliğin çözüm kümesini bulma

θ : Cebirsel bir eşitlikte eşitsizliğin her iki tarafı aynı sayı ile toplanabilir, her iki tarafından aynı sayı çıkartılabilir ve her iki tarafı aynı pozitif sayı ile çarpılabilir ve bölünebilir. Ancak her iki tarafı negatif sayı ile çarpılır ya da bölünür ise eşitsizlik yön değiştirir. Gerektiğinde dağılma özelliği kullanılabilir. Değişken eşitsizliğin bir tarafında izole edilir. Son aşamada değişkenin katsayısı varsa eşitsizliğin her iki tarafı katsayının tersi ile çarpılır.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

3- $a < 1$, $b < -3$ olduğuna göre $a + b$ nin alabileceği en büyük tam sayı değerini bulalım.

Çözüm

$$\begin{array}{r} a < 1 \\ + \quad b < -3 \\ \hline a + b < 1 + (-3) \\ a + b < -2 \end{array}$$

$a + b < -2$ olduğundan $a + b$ nin en büyük tam sayı değeri -1 olur.

Şekil 4.7. AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de T_5 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.143)

Şekil 4.7’de AÖL ders kitabında T_5 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin pratikolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_5 : İki farklı bilinmeyene sahip iki eşitsizlik sisteminden ya da iki farklı bilinmeyene sahip bir denklem ve bir eşitsizlikten yararlanarak istenen yeni ifadenin bilinmeyenlerin tanımlı olduğu kümeye göre alabileceği değerleri bulma

τ_{13} : İstenen ifadeyi oluşturmak için eşitsizliklerin özelliklerinden yararlanarak aynı yönlü iki eşitsizliği taraf tarafa toplayarak istenen ifadenin alabileceği değer aralığını bulma

θ : Aynı yönlü iki eşitsizlik taraf tarafa toplanabilir. $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a < b$, $c < d$ ise $a + c < b + d$ ’dir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Açık öğretim lisesi kitabının birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.10’daki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.10. AÖL Matematik-1 kitabında MO2 için (T ; τ ; θ ; Θ)

Matematiksel Organizasyon	MO2: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T_1: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanımlama ve özelliklerini bilme $T_{2.1}$: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a(x+b)=c$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{2.2}$: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{2.3}$: $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{e}{f}$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{2.4}$: $a, b, c, d, e, f, g \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{e} + \frac{cx+d}{f} = g$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen denklemlerin çözüm kümesini bulma T_3: Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri tanımlama ve özelliklerini bilme

Tablo 4.10. (Devam) AÖL Matematik-I kitabında MO2 için (T; τ ; θ ; Θ)

Görev Tipi (T)	T_{4.1}: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \lesseqgtr c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma T_{4.2}: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \lesseqgtr cx + d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma T_{4.3}: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} \lesseqgtr d$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma T₅: İki farklı bilinmeyene sahip iki eşitsizlik sisteminden ya da iki farklı bilinmeyene sahip bir denklem ve bir eşitsizlikten yararlanarak istenen yeni ifadenin bilinmeyenlerin tanımlı olduğu kümeye göre alabileceği değerleri bulma
Teknik (τ)	τ_1: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem tanımından yararlanarak ifadeyi $ax+b=c$ şekline getirmek için derecesi iki ve üzeri olan ifadelerin katsayılarını sıfıra eşitleyerek verilen ifadedeki bilinmeyen değerleri bulma τ_2: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde bilinmeyenleri eşitliğin bir tarafında, bilinenleri eşitliğin diğer tarafında bırakarak denklemin çözüm kümesini bulma τ_3: $a(x+b)=cx+d$ şeklindeki ifade de çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliği kullanarak ifadeyi $ax+a.b=cx+d$ şekline getirme τ_4: $\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{e}{f}$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitlikte içler dışlar çarpımı yaparak eşitliği $ax+b=cx+d$ şekline getirme τ_5: $\frac{ax+b}{e} + \frac{cx+d}{f} = g$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitlikte paydaları eşitleyerek ifadeyi $ax+b=c$ şekline getirme τ_6: Kökü verilen birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde kökü yerine yazarak oluşan yeni denklemi çözme ve istenen değeri bulma τ_7: Çözüm kümesi boş küme olan birinci derece bir bilinmeyenli denklemin özelliklerini kullanarak istenen değeri bulma τ_8: Çözüm kümesi gerçekte sayılar olan birinci derece bir bilinmeyenli denklemin özelliklerini kullanarak istenen değeri bulma τ_9: Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik tanımından yararlanarak verilen ifadenin birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olup olmadığını anlama τ_{11}: Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerde bilinmeyenleri eşitsizliğin bir tarafında, bilinenleri eşitsizliğin diğer tarafında bırakarak ve eşitsizlik özelliklerini kullanarak eşitsizliğin çözüm kümesini bulma τ_{13}: İstenen ifadeyi oluşturmak için eşitsizliklerin özelliklerinden yararlanarak aynı yönlü iki eşitsizliği taraf tarafa toplayarak istenen ifadenin alabileceği değer aralığını bulma

Tablo 4.10. (Devam) AÖL Matematik-1 kitabında MO2 için (T; τ ; θ ; Θ)

Teknik (τ)	τ_{14}: İstenen ifadeyi oluşturmak için eşitsizliklerin özelliklerinden yararlanarak aynı yönlü iki eşitsizliği taraf tarafa çarparak istenen ifadenin alabileceği değer aralığını bulma τ_{16}: $\frac{ax+b}{c} \lesseqgtr d$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitsizliğin her iki tarafını c ile çarparak c'nin işareti pozitif ise yön değiştirmeden; negatif ise yön değiştirerek ifadeyi $ax + b \lesseqgtr d$ şekline getirme
Teknoloji (θ)	θ_1: $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax+b=0$ şeklinde ifade edilebilen denklemlere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler denir. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde yalnız bir değişken vardır. Bu değişkenin derecesi 1'dir. θ_2:Bilinmeyenler bir tarafta, bilinenler bir tarafta toplanır. Terimler eşitliğin diğer tarafına geçerken işaret değiştirir. θ_3: $4(x - 6) - 6(2 - x) = 4x - 24 - 12 + 6x$ (dağılma özelliği) θ_4: $\frac{x+1}{5} = \frac{x}{4}$ içler dışlar çarpımı yapalım. θ_5: Denklemi sağlayan x değerine denklemin kökü denir. Buna göre $x = -2$ yazarsak eşitlik sağlanır. θ_6: $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = 0$ denkleminde $a = 0$ ve $b \neq 0$ ise $\mathcal{C} = \emptyset$ dir. θ_8: $ax + b = 0$ denkleminde $a = 0$ ve $b = 0$ ise $\mathcal{C} = \mathbb{R}$ dir. θ_9: $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax + b < 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b > 0$ ve $ax + b \geq 0$ şeklindeki eşitsizliklere birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler denir. θ_{11}: Bir eşitsizliğin her iki yanına aynı sayı eklenebilir veya çıkarılabilir. Bir eşitsizliğin her iki yanı pozitif sayıyla çarpılabilir veya bölünebilir. Bir eşitsizliğin her iki yanı aynı negatif sayıyla çarpılır veya bölünürse eşitsizlik yön değiştirir. θ_{13}: Eşitsizlikler aynı yönlü ise taraf tarafa toplanabilir fakat çıkarılamaz. $a < b, c < d$ ise $a + c < b + d$ 'dir. θ_{14}: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ için pozitif reel sayılardan oluşan aynı yönlü iki eşitsizlik taraf tarafa çarpılabilir. $a < b$ ve $c < d$ ise $a \cdot c < b \cdot d$ 'dir. θ_{16}: Bir eşitsizliğin her iki yanı pozitif sayıyla çarpılabilir veya bölünebilir. Bir eşitsizliğin her iki yanı aynı negatif sayıyla çarpılır veya bölünürse eşitsizlik yön değiştirir.
Teori (Θ)	

AÖL Matematik-1 kitabında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde T_1 , T_2 görev tipine ait $T_{2.1}$, $T_{2.2}$, $T_{2.3}$ ve $T_{2.4}$ alt görev tiplerine, T_3 , T_4 görev tipine ait $T_{4.1}$, $T_{4.2}$ ve $T_{4.3}$ alt görev tiplerine ve T_5 görev tipine ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir.

AÖL Matematik-1 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.11’de gösterilmiştir.

Tablo 4.11. *AÖL Matematik-1 MO2’de görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları*

Görev Tipi (T)		F	%
T₁		5	11,36
T₂	T_{2,1}	4	9,09
	T_{2,2}	4	9,09
	T_{2,3}	2	4,55
	T_{2,4}	7	15,91
T₃		6	13,63
T₄	T_{4,1}	8	18,18
	T_{4,2}	2	4,55
	T_{4,3}	2	4,55
T₅		4	9,09
TOPLAM		44	100

AÖL Matematik-1 kitabında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7, \tau_8, \tau_9, \tau_{11}, \tau_{13}, \tau_{14}$ ve τ_{16} olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. Beş görevde τ_1 ve τ_2 , üç görevde τ_2 ve τ_3 , iki görevde τ_2 ve τ_4 , beş görevde τ_2 ve τ_5 , iki görevde τ_2 ve τ_6 ve iki görevde τ_{11} ve τ_{16} tekniklerinin birlikte kullanılması istenmiştir. AÖL Matematik-1 birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.12’de gösterilmiştir.

Tablo 4.12. AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları

Teknik (τ)	F	%
τ_1	6	9,52
τ_2	18	28,57
τ_3	3	4,76
τ_4	2	3,18
τ_5	5	7,94
τ_6	2	3,18
τ_7	2	3,18
τ_8	1	1,58
τ_9	3	4,76
τ_{11}	12	19,04
τ_{13}	4	6,35
τ_{14}	3	4,76
τ_{16}	2	3,18
TOPLAM	63	100

AÖL Matematik-1 kitabında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında “ T_1 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanımlama ve özelliklerini bilme” görev tipine ilişkin görevler istenirken τ_1 ve τ_2 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_2 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_2 , τ_3 , τ_4 , τ_5 , τ_6 , τ_7 ve τ_8 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_3 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri tanımlama ve özelliklerini bilme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_9 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_4 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{11} ve τ_{16} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması ve “ T_5 : İki farklı bilinmeyene sahip iki eşitsizlik sisteminden yararlanarak istenen yeni ifadenin bilinmeyenlerin tanımlı olduğu kümeye göre alabileceği değerleri bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{13} ve τ_{14} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması beklenmektedir.

Tablo 4.13. *AÖL Matematik-1 kitabında MO2’de (T, τ) sayısal dağılımı*

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler ve Eşitsizlikler	T_1	τ_1, τ_2
	T_2	$\tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7, \tau_8$
	T_3	τ_9
	T_4	τ_{11}, τ_{16}
	T_5	τ_{13}, τ_{14}
TOPLAM	5	13

4.2.3. Açık öğretim lisesi kitabının MO3. mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolojik yapısı

Matematik Öğretim Programında “*Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur.*” kazanımı “*Bir gerçek sayının mutlak değeri hatırlatılarak mutlak değer özellikleri verilir. İki denklemden çok mutlak değer içeren denklem ve eşitsizliklere girilmez.*” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili beş görev tipi içerisinde 15’i çözümlü 8’i çözümsüz olmak üzere 23 görev bulunmaktadır. Bu görev tipleri ve görev tiplerine ait görev sayısı Tablo 4.14’te sunulmuştur.

Tablo 4.14. *AÖL Matematik-1 kitabının (MO3;T) yapısı*

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_1	Gerçek bir sayının mutlak değerini bulma ve mutlak değerli ifadelerle işlem yapma	4
T_4	Tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{4,1}$: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = c$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	7
T_7	$a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ ax + b \leq c$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli bir eşitsizliğin çözüm kümesini bulma	9
T_8	$a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq bx + c \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma	3

T_1 görev tipine ilişkin 4 çözümlü; $T_{4,1}$ görev tipine ilişkin 3 çözümlü, 4 çözümsüz; T_7 görev tipine ilişkin 6 çözümlü, 3 çözümsüz ve T_8 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 1 çözümsüz görev bulunurken $T_2, T_3, T_{4,2}, T_5, T_6$ ve T_9 görev tiplerine ilişkin görev bulunmamaktadır.

2- $|-6 + 4+2|$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} |-6 + 4+2| &= |-6 + 6| \\ &= |0| \\ |0| &= 0 \text{ dır.} \end{aligned}$$

Şekil 4.8. *AÖL Matematik-1 kitabında MO3'te T_1 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.147)*

Şekil 4.8'de AÖL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_1 : Gerçek bir sayının mutlak değerini bulma ve mutlak değerli ifadelerle işlem yapma.

τ_1 : “Bir gerçek sayının sayı doğrusu üzerindeki görüntüsünün başlangıç noktasına olan uzaklığına sayının mutlak değeri denir.” tanımından yararlanarak mutlak değer içeren ifadenin içinde ve dışında kalan işlemleri yaparak sonucu bulma.

$\Theta: \forall x \in \mathbb{R}$ için $x \geq 0$ ise $|x| = x$ ve $x < 0$ ise $|x| = -x$ 'tir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

1- $|2x - 5| = 17$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$\begin{array}{ll} 2x - 5 = -17 & \text{veya} \quad 2x - 5 = 17 \\ 2x - \cancel{5} + \cancel{5} = -17 + 5 & 2x - \cancel{5} + \cancel{5} = 17 + 5 \\ 2x = -12 & 2x = 22 \\ \frac{2x}{2} = -\frac{12}{2} & \frac{2x}{2} = \frac{22}{2} \\ x = -6 & x = 11 \end{array}$$

$\mathcal{C} = \{-6, 11\}$ olur.

Şekil 4.9. *AÖL Matematik-1 kitabında MO3'te T_4 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.152)*

Şekil 4.9’da AÖL ders kitabında T_4 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_{4,1}$: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = c$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_4 : $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = c$ şeklindeki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde c ’nin işareti pozitif ise $ax + b = c$ ve $ax + b = -c$ denklemlerinin köklerinden $|ax + b| = c$ denklemini sağlayan değerler denklemin çözüm kümesini olduğunu bulma

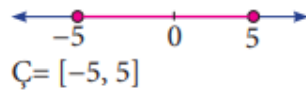
Θ : $c \in \mathbb{R}^+$, $a, b, x \in \mathbb{R}$ için $|ax + b| = c$ ise $ax + b = c$ ve $ax + b = -c$ dir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

1- $|x| \leq 5$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$|x| \leq 5$ ise $-5 \leq x \leq 5$ dir.



Şekil 4.10. AÖL Matematik-1 kitabında MO3’te T_7 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.154)

Şekil 4.10’da AÖL ders kitabında T_7 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_7 : $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| \leq c$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli bir eşitsizliğin çözüm kümesini bulma

τ_{10} : $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| \leq c$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesi c ’nin işareti pozitif ise $-c \leq ax + b \leq c$ eşitsizliğinin çözüm kümesi olduğunu bulma

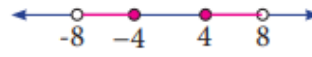
Θ : $a, b, x \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}^+$ ve $|ax + b| \leq c$ olmak üzere $-c \leq ax + b \leq c$ dir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

5- $4 \leq |x| < 8$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$4 \leq |x| < 8$ ise $-8 < x \leq -4$ veya $4 \leq x < 8$ dir.


$$\mathbb{C} = (-8, -4] \cup [4, 8)$$

Şekil 4.11. AÖL Matematik-1 kitabında MO3'te T_8 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.155)

Şekil 4.11'de AÖL ders kitabında T_8 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl gerçekleştirildiği yer almaktadır. Bu görevle ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_8 : $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq |bx + c| \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma

τ_{14} : $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq |bx + c| \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesinin $a \leq bx + c \leq d$ ve $-d \leq bx + c \leq a$ eşitsizliklerinin çözüm kümesinin birleşimi olduğunu bulma

θ : $b, c, x \in \mathbb{R}$; $a, d \in \mathbb{R}^+$ ve $a \leq |bx + c| \leq d$ ise $a \leq bx + c \leq d \vee -d \leq bx + c \leq a$ 'dır.

θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Açık öğretim lisesi kitabının mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.15'teki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.15. AÖL Matematik-1 kitabında MO3 için ($T; \tau; \theta; \Theta$)

Matematiksel Organizasyon	MO3: Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T_1: Gerçek bir sayının mutlak değerini bulma ve mutlak değerli ifadelerle işlem yapma $T_{4,1}$: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = c$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma T_7: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq c$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli bir eşitsizliğin çözüm kümesini bulma T_8: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq bx + c \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ_1: “Bir gerçek sayının sayı doğrusu üzerindeki görüntüsünün başlangıç noktasına olan uzaklığına sayının mutlak değeri denir.” tanımından yararlanarak mutlak değer içeren ifadenin içinde ve dışında kalan işlemleri yaparak sonucu bulma. τ_4: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = c$ şeklindeki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler de c'nin işareti pozitif ise $ax + b = c$ ve $ax + b = -c$ denklemlerinin köklerinden $ax + b = c$ denklemini sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma τ_5: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = c$ şeklindeki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler de c'nin işareti negatif ise çözüm kümesinin boş küme olduğunu bulma τ_{10}: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq c$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesi c'nin işareti pozitif ise $-c \leq ax + b \leq c$ eşitsizliğinin çözüm kümesi olduğunu bulma τ_{11}: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \geq c$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesinin $ax + b \geq c$ ve $ax + b \leq -c$ eşitsizliklerinin çözüm kümesinin birleşimi olduğunu bulma τ_{14}: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq bx + c \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesinin $a \leq bx + c \leq d$ ve $-d \leq bx + c \leq a$ eşitsizliklerinin çözüm kümelerinin birleşimi olduğunu bulma
Teknoloji (θ)	θ_1: Bir gerçek (reel) sayının sayı doğrusu üzerindeki görüntüsünün sıfıra olan uzaklığına o sayının mutlak değeri denir. Bir x gerçek sayısının mutlak değeri x şeklinde gösterilir. θ_4: $a > 0$ için $x = a$ ise $x = a$ ve $x = -a$ dir. θ_5: Bir sayının başlangıç noktasına olan uzaklığı negatif olamaz. Bu nedenle mutlak değerli bir ifadenin eşiti negatif olamayacağından verilen denkleminin çözümü yoktur. θ_{10}: $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $x < a$ ise $-a < x < a$, $\zeta = (-a, a)$ dir. θ_{11}: $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $x > a$ ise $x < -a$ veya $x > a$, $\zeta = (-a, a)$ dir. θ_{14}: $a, b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $a < x < b$ ise $-b < x < -a$, veya $a < x < b$, $\zeta = (-b, -a) \cup (a, b)$ dir
Teori (Θ)	

AÖL Matematik-1 kitabında mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde T_1 , $T_{4,1}$, T_7 ve T_8 görev tipine ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir.

AÖL Matematik-1 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.16’da gösterilmiştir.

Tablo 4.16. *AÖL Matematik-1 MO3’te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları*

Görev Tipi (T)	F	%
T_1	4	17,39
$T_{4,1}$	7	30,43
T_7	9	39,14
T_8	3	13,04
TOPLAM	23	100

AÖL Matematik-1 kitabında mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında τ_1 , τ_4 , τ_5 , τ_{10} , τ_{11} ve τ_{14} olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. İki görevde τ_1 ve τ_2 tekniklerinin birlikte kullanılması istenmiştir.

AÖL Matematik-1 mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.17’de gösterilmiştir.

Tablo 4.17. *AÖL Matematik-1 kitabında MO3’te tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları*

Teknik (τ)	F	%
τ_1	6	24,00
τ_4	5	20,00
τ_5	2	8,00
τ_{10}	5	20,00
τ_{11}	4	16,00
τ_{14}	3	12,00
TOPLAM	25	100

AÖL Matematik-1 kitabında mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında “ T_1 : Gerçek bir sayının mutlak değerini bulma ve mutlak değerli ifadelerle işlem yapma” görev tiplerine ilişkin görevler istenirken τ_1

şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ $T_{4,1}: a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = c$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_4 ve τ_5 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ $T_7: a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| \leq c$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli bir eşitsizliğin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde görevlerde τ_{10} ve τ_{11} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ $T_8: a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq |bx + c| \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{14} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması beklenmektedir.

Tablo 4.18. AÖL Matematik-I kitabında MO3’te (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Mutlak Değer İçeren Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler ve Eşitsizlikler	T_1	τ_1
	T_4	τ_4, τ_5
	T_7	τ_{10}, τ_{11}
	T_8	τ_{14}
TOPLAM	4	6

4.2.4. Açık öğretim lisesi kitabının MO4. birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolojik yapısı

Matematik Öğretim Programında “Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini bulur.” kazanımı “Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümeleri bulunurken yerine koyma, yok etme veya grafikte çözüm yöntemlerinden faydalanılır. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözümü, analitik düzlemde gösterilir.” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili üç görev tipi içerisinde 6’sı çözümlü 8’i çözümsüz olmak üzere 14 görev bulunmaktadır. Bu görev tipleri ve görev tiplerine ait görev sayısı Tablo 4.19’da sunulmuştur.

Tablo 4.19. *AÖL Matematik-1 kitabının (MO4;T) yapısı*

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_1	$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulma	4
T_4	$a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme	3
T_5	$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$, $dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme	2

T_1 görev tipine ilişkin 4 çözümlü, 5 çözümsüz; T_4 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 2 çözümsüz ve T_5 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 1 çözümsüz görev bulunmakta, T_2 ve T_3 görev tipine ilişkin görev bulunmamaktadır.

1- $3x + y = 1$
 $x + 2y = -13$
olduğuna göre x ve y değerlerini yok etme yöntemini kullanarak bulalım.

Çözüm

$3x + y = 1$
 $x + 2y = -13$ denklem sisteminde ilk denklemin her iki tarafını -2 ile çarpıp taraf tarafa toplayalım.

$$\begin{array}{r} -2 \cdot (3x + y) = -2 \cdot 1 \\ + \quad x + 2y = -13 \\ \hline -6x - 2y = -2 \\ + \quad x + 2y = -13 \\ \hline -5x = -15 \\ \frac{-5x}{-5} = \frac{-15}{-5} \\ x = 3 \end{array}$$

$x = 3$ değerini verilen denklemlerin herhangi birinde yazalım. $3x + y = 1$ denkleminde $x = 3$ yazarsak;

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 3 + y = 1 \\ 9 + y = 1 \\ \text{9} - \text{9} + y = 1 - 9 \\ y = -8 \text{ olur. O hâlde çözüm kümesi } \mathcal{C} = \{(3, -8)\} \text{ dir.} \end{array}$$

Şekil 4.12. *AÖL Matematik-1 kitabında MO4'te T_1 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.158)*

Şekil 4.12'de AÖL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl gerçekleştirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_1 : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulma

τ_1 : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise bilinmeyenlerden birini yok etmek için denklemlerde bilinmeyenlerden birinin katsayılarını eşitlemek için her iki tarafını aynı sayıyla çarpmak, sonra taraf taraf toplayarak ya da çıkartarak bilinmeyen birini yok ederek denklemi $g, h \in \mathbb{R}$, $gy = h$ şekline getirerek oluşan yeni denklemde bilinmeyen değeri bulma, sonra denklemlerden birinde yerine yazarak $i, j \in \mathbb{R}$ $ix = j$ haline getirerek yok edilen bilinmeyen değeri bulma (Yok etme yöntemi)

θ : İki denklemde yer alan değişkenlerden (bilinmeyenlerden) birinin katsayıları denklemin her iki tarafı aynı sayıyla çarpılırsa eşitlik korunur. Denklemler taraf tarafa toplanıp çıkarılabilir. Denklemlerde bu işlem yapıldığında bilinmeyenlerden biri ortadan kalkabilir. Değişkenin birinin yok olmasıyla denklem bir bilinmeyenli birinci dereceden denklem haline gelir. Denklemin çözülmesiyle yok edilmeyen diğer değişkenin değeri bulunur. Bulunan değer denklemlerden herhangi birinde yerine yazılır. Oluşan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin çözümüyle de yok edilen değişkenin değeri bulunur.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

1- $2x - y \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım. Grafiğini çizelim.

Çözüm

$2x - y \leq 0$ eşitsizliğini denklem gibi düşünerek çözelim.

$2x - y = 0$ denkleminin koordinat eksenlerini kestiği noktaları bulalım.

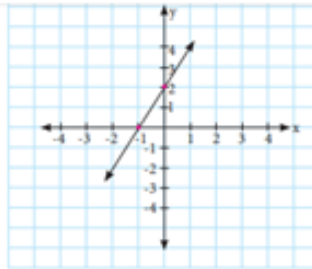
$$x = 0 \text{ ise } -y + 2 = 0$$

$$y = 0 \text{ ise } 2x + 2 = 0$$

$$-y = -2 \Rightarrow y = 2$$

$$2x = -2 \Rightarrow x = -1$$

$2x - y + 2 = 0$ denklemine ait doğru koordinat eksenlerini $(0, 2)$ ve $(-1, 0)$ noktalarında kesmektedir. Doğruyu koordinat düzleminde çizelim.



Şimdi $2x - y + 2 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini belirlemek için doğru üzerinde olmayan bir nokta seçip eşitsizlikte yerine yazalım.

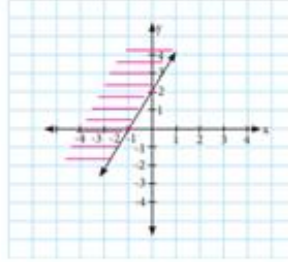
$O(0, 0)$ orijin noktasını $2x - y + 2 \leq 0$ eşitsizliğinde yerine yazalım.

$$2 \cdot 0 - 0 + 2 \leq 0$$

$$2 \leq 0 \text{ olur.}$$

Bu durumda seçilen nokta eşitsizliği sağlamaz.

O hâlde $2x - y + 2 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $(0, 0)$ noktasının dışındaki bölgedir.



Şekil 4.13. AÖL Matematik-1 kitabında MO4'te T_4 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.161-162)

Şekil 4.13'te AÖL ders kitabında T_4 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl gerçekleştirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_4 : $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \lesseqgtr c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme

τ_{10} : $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \lesseqgtr c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerde, $ax + by = c$ doğrusunu çizerek doğru üzerinde olmayan bir nokta seçilerek eşitsizlikte yerine yazılır, önermeyi sağlarsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu tarafı, sağlamazsa noktanın olmadığı tarafı eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirleme

Θ : Koordinat düzleminde $ax + by = c$ doğrusu üzerinde olmayan bir nokta $ax + by \lesseqgtr c$ eşitsizliğini sağlıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu taraf, sağlamıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olmadığı taraf eşitsizliğin çözüm kümesidir. Grafik olarak taranarak gösterilir. Eşitsizlik işaretleri " $\leq$ " ya da " $\geq$ " şeklinde ise doğru grafiği de çözüme dahildir, "<" ya da ">" şeklinde ise doğru grafiği çözüme dahil değildir kesikli çizgi olarak gösterilir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

$$2 \cdot x + y - 1 \geq 0$$

$2x - y < 2$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulalım. Grafiğini çizelim.

İlk eşitsizlik " $\geq$ " işareti ile verildiği için doğru üzerindeki noktalar dahil edilir. İkinci eşitsizlik " $<$ " olduğu için doğru üzerindeki noktalar dahil edilmeyip kesik çizgilerle belirtilir.

$$\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ 2x - y < 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + \cancel{y} = 1 \\ + \quad 2x - \cancel{y} = 2 \\ \hline 3x = 3 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

$x = 1$ değerini $x + y = 1$ denkleminde yerine yazarsak

$$1 + y = 1 \Rightarrow y = 0 \text{ bulunur.}$$

Verilen doğrular $(1, 0)$ da kesişeceklerdir.

$x + y - 1 = 0$ ve $2x - y = 2$ doğrularının eksenleri kesen noktaları bulalım.

$x + y - 1 = 0$ da $x = 0$ ise $0 + y - 1 = 0$

$$y = 1, (0, 1)$$

$$y = 0 \text{ ise } x + 0 - 1 = 0$$

$$x = 1 (1, 0) \text{ bulunur.}$$

$2x - y = 2$ de $x = 0$ ise $2 \cdot 0 - y = 2$

$$-y = 2$$

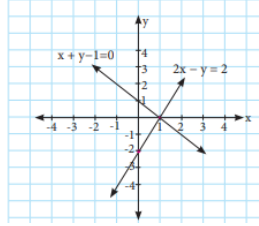
$$y = -2, (0, -2)$$

$$y = 0 \text{ ise } 2x - 0 = 2$$

$$2x = 2$$

$$x = 1, (1, 0) \text{ bulunur.}$$

$x + y - 1 = 0$ doğrusu koordinat eksenlerini $(0, 1)$ ve $(1, 0)$ $2x - y = 2$ doğrusu ise koordinat eksenlerini $(0, -2)$ ve $(1, 0)$ noktalarında keser. Bu doğruları koordinat düzleminde çizelim.



Şimdi $x + y - 1 \geq 0$ ve $2x - y < 2$ eşitsizliklerinin çözüm kümelerini bulmak için doğruların üzerinde olmayan herhangi bir nokta seçip eşitsizliklerde yerine yazalım.

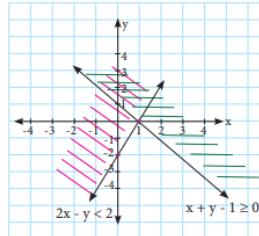
Her iki eşitsizlik içinde $O(0, 0)$ orijin noktasını seçelim.

$$x + y - 1 = 0 \text{ için } 0 + 0 - 1 \geq 0$$

$-1 \geq 0$ olup bu eşitsizlik orjinin olduğu bölgeyi sağlamaz. Bu durumda koordinat düzleminde orjinin bulunduğu bölge taranmaz.

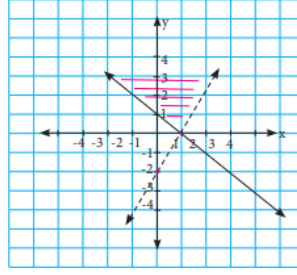
$$2x - y < 2 \text{ için } 2 \cdot 0 - 0 < 2$$

$0 < 2$ olup bu eşitsizlik orjinin bulunduğu bölgeyi sağlar. Bu durumda koordinat düzleminde orjinin bulunduğu bölge taranır.



Sonuç olarak $x + y \geq 0$

$2x - y < 2$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi her iki grafikte de ortak olan aşağıdaki taralı bölgedir.



Şekil 4.14. AÖL Matematik-1 kitabında MO4'te T_5 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.162)

Şekil 4.14'te AÖL ders kitabında T_5 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_5 : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \lesseqgtr c$, $dx + ey \lesseqgtr f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme

τ_{11} : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \lesseqgtr c$, $dx + ey \lesseqgtr f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinde, $ax + by = c$ ve $dx + ey = f$ doğrularını çizerek, sırasıyla doğru üzerinde olmayan bir nokta seçilerek eşitsizlikte yerine yazılır önerme sağlarsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu taraf, sağlamazsa noktanın olmadığı taraf eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirlendikten sonra her iki eşitsizliğin çözümlerinin kesişim kümesini eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi olarak belirleme

θ : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \lesseqgtr c$, $dx + ey \lesseqgtr f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesini koordinat sisteminde göstermek için $ax + by = c$ ve $dx + ey = f$ doğrusunun grafiği çizilir. Önce $ax + by \lesseqgtr c$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulmak için koordinat düzleminde $ax + by = c$ doğrusu üzerinde olmayan bir nokta $ax + by \lesseqgtr c$ eşitsizliğini sağlıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu taraf, sağlamıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olmadığı taraf eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirlenir. Sonra $dx + ey \lesseqgtr f$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulmak için koordinat düzleminde $dx + ey = f$ doğrusu üzerinde olmayan bir nokta $dx + ey \lesseqgtr f$ eşitsizliğini sağlıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu taraf, sağlamıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olmadığı taraf eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirlenir. Her iki eşitsizliğin çözüm kümelerinin kesişim kümesi eşitsizlik sisteminin çözüm kümesidir ve şekil olarak

taranarak gösterilir. Eşitsizlik işaretleri “ $\leq$ ” ya da “ $\geq$ ” şeklinde olan doğruların grafiği de çözüme dahil edilir, “ $<$ ” ya da “ $>$ ” şeklinde olan doğruların grafiği çözüme dahil edilmeyerek kesikli çizgi olarak gösterilir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Açık öğretim lisesi kitabının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.20’deki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.20. *AÖL Matematik-1 kitabında MO4 için $(T; \tau; \theta; \Theta)$*

Matematiksel Organizasyon	MO4: Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T_1: $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulma T_4: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme T_5: $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$, $dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme
Teknik (τ)	τ_1: $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise bilinmeyenlerden birini yok etmek için denklemlerde bilinmeyenlerden birinin katsayıları eşitlemek için her iki tarafını aynı sayıyla çarpmak, sonra taraf taraf toplayarak ya da çıkartarak bilinmeyen birini yok ederek denklemleri $g, h \in \mathbb{R}$, $gy = h$ şekline getirerek oluşan yeni denklemde bilinmeyen değeri bulma, sonra denklemlerden birinde yerine yazarak $i, j \in \mathbb{R}$ $ix = j$ haline getirerek yok edilen bilinmeyen değeri bulma (Yok etme yöntemi) τ_2: $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise herhangi bir denklemin bir bilinmeyen eşiti örneğin $x = \frac{c-by}{a}$ şeklinde bulunarak diğer denklemde x yerine ifadenin eşiti yazılarak oluşan denklemin çözümü ile önce bilinmeyen sonra yerine yazarak diğer bilinmeyen değeri bulma (Yerine yazma yöntemi) τ_{10}: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerde, $ax + by = c$ doğrusunu çizerek doğru üzerinde olmayan bir nokta seçilerek eşitsizlikte yerine yazılır, önerme sağlarsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu tarafı, sağlamazsa noktanın olmadığı tarafı eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirleme

Tablo 4.20. (Devam) AÖL Matematik-1 kitabında MO4 için (T; τ ; θ ; Θ)

Teknik (τ)	τ_{11} : $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \lesseqgtr c$, $dx + ey \lesseqgtr f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinde, $ax + by = c$ ve $dx + ey = f$ doğrularını çizerek, sırasıyla doğru üzerinde olmayan bir nokta seçilerek eşitsizlikte yerine yazılır önerme sağlarsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu taraf, sağlamazsa noktanın olmadığı taraf eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirlendikten sonra her iki eşitsizliğin çözümlerinin kesişim kümesini eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi olarak belirleme
Teknoloji (θ)	θ_1: Yok etme yönteminde değişkenlerden birinin katsayıları eşitlenir. Taraf tarafa toplama ya da çıkarma işlemi yapılarak değişken yok edilir. Diğer değişken bulunur. Bulunan değer denklemlerden birinde yerine yazılarak yok edilen değişkenin değeri bulunur. θ_2: Yerine koyma yönteminde denklemlerin birinde değişkenlerden biri yalnız bırakılır ve diğer denklemde yerine yazılır. Elde edilen tek değişkenli denklem çözülür. θ_{10}: Eşitsizlik denklem (eşitlik) gibi düşünülür ve çözüm kümesi bulunur. Denklemin grafiği (doğru grafiği) çizilir. Herhangi bir nokta seçilerek eşitsizliği sağlayıp sağlamadığı kontrol edilir. Seçilen nokta eşitsizliği sağlıyorsa noktanın bulunduğu taraf, sağlamıyorsa diğer taraf taranır. θ_{11}: Eşitsizlik sistemi, denklem sistemi gibi çözülür. Çözüm kümesi bulunup grafikleri çizilir. Çözüm kümesinden doğruların kesim noktası bulunur. Sonrasında doğruların eksenini kestiği noktalar bulunur. Bu doğrular koordinat sisteminde çizilir. Eşitsizliklerinin çözüm kümelerini bulmak için doğruların üzerinde olmayan herhangi bir nokta seçip eşitsizliklerde yerine yazılır. Noktanın sağladığı bölge taranır. Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi her iki grafikte de ortak olan bölgedir.
Teori (Θ)	

AÖL Matematik-1 kitabında birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde T_1 , T_4 ve T_5 görev tipine ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir. AÖL Matematik-1 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.21’de gösterilmiştir.

Tablo 4.21. AÖL Matematik-1 MO4’te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları

Görev Tipi (T)	F	%
T_1	9	64,29
T_4	3	21,43
T_5	2	14,28
TOPLAM	14	100

AÖL Matematik-1 kitabında birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında τ_1, τ_2, τ_3 ve τ_4 olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır.

AÖL Matematik-1 birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.22’de gösterilmiştir.

Tablo 4.22. AÖL Matematik-1 kitabında MO4’te tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları

Teknik (τ)	F	%
τ_1	6	42,86
τ_2	3	21,43
τ_{10}	3	21,43
τ_{11}	2	14,28
TOPLAM	14	100

AÖL Matematik-1 kitabında birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında “ $T_1: a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c, dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevler istenirken τ_1 ve τ_2 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ $T_4: a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{10} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması ve “ $T_5: a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c, dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{11} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması beklenmektedir.

Tablo 4.23. AÖL Matematik-1 kitabında MO4’te (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler ve Eşitsizlikler	T_1	τ_1, τ_2
	T_4	τ_{10}
	T_5	τ_{11}
TOPLAM	3	4

4.2.5. Açık öğretim lisesi kitabının MO5. üslü ifadeleri içeren denklemlerin prakseolojik yapısı

Matematik öğretim programında “Üslü ifadeleri içeren denklemleri çözer.” kazanımı “Üslü ifade kavramı hatırlatılır. Bir gerçek sayının tam sayı kuvveti ile ilgili uygulamalar yapılır. Üslü ifadelerin özellikleri üzerinde durulur.” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun üslü ifade ve denklemler alt başlığı ile ilgili beş görev tipi içerisinde 16’sı çözümlü 16’sı çözümsüz olmak üzere 32 görev bulunmaktadır. Bu görev tipleri ve görev tiplerine ait görev sayısı Tablo 4.24’te sunulmuştur.

Tablo 4.24. AÖL Matematik-1 kitabının (MO5;T) yapısı

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_1	Üslü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma	22
T_2	Üslü sayıların birbiri türünden eşitini bulmaya yönelik problem çözme	2
T_5	$x \in \mathbb{R} - \{-1,0,1\}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n$ şeklinde tabanları aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma	3
T_6	$x, y \in \mathbb{R} - \{-1,0,1\}$; $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ şeklinde üsleri aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma	4
T_7	$x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma	1

T_1 görev tipine ilişkin 11 çözümlü, 11 çözümsüz; T_2 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 1 çözümsüz; T_5 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 2 çözümsüz; T_6 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 2 çözümsüz ve T_7 görev tipine ilişkin 1 çözümlü görev bulunmakta T_3 , T_4 ve T_8 görev tiplerine ilişkin görev bulunmamaktadır.

1- $8^8 \cdot 8^9 \cdot 8^{-10}$ çarpımının sonucunu bulalım.

Çözüm

$8^8 \cdot 8^9 \cdot 8^{-10}$ çarpımında tabanlar aynı olduğunda üsler toplanır ortak tabanda yazılır.

$8^8 \cdot 8^9 \cdot 8^{-10} = 8^{8+9-10} = 8^7$ bulunur.

Şekil 4.15. AÖL Matematik-1 kitabında MO5’te T_1 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.169)

Şekil 4.15’te AÖL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_1 : Üslü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma

τ_1 : $x \in \mathbb{R}; m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ (m tane) tanımından üslü ifadelerin değerlerini bulma

θ : $x \in \mathbb{R}$ ve $m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere x^m ifadesine üslü ifade denir. Üslü ifade de x sayısı taban, n sayısı üs ya da kuvvet olmak üzere $x^m = x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ (m tane)'dir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

4- $7^a = 13^b$ olduğuna göre $\frac{13^{\frac{b}{a}}}{7^{\frac{a}{b}}}$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm

$7^a = 13^b$ ifadesinin her iki tarafının $\frac{1}{a}$ üssünü alalım.

$$(7^a)^{\frac{1}{a}} = (13^b)^{\frac{1}{a}}$$

$$7^{a \cdot \frac{1}{a}} = 13^{b \cdot \frac{1}{a}}$$

$$7^{\frac{a}{a}} = 13^{\frac{b}{a}} \Rightarrow 7 = 13^{\frac{b}{a}} \text{ olur.}$$

Şimdi de $7^a = 13^b$ ifadesinin her iki tarafının $\frac{1}{b}$ üssünü alalım.

$$(7^a)^{\frac{1}{b}} = (13^b)^{\frac{1}{b}}$$

$$7^{a \cdot \frac{1}{b}} = 13^{b \cdot \frac{1}{b}}$$

$$7^{\frac{a}{b}} = 13 \text{ tür.}$$

O hâlde $\frac{13^{\frac{b}{a}}}{7^{\frac{a}{b}}} = \frac{7}{13}$ bulunur.

Şekil 4.16. AÖL Matematik-1 kitabında MO5'te T_2 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.173)

Şekil 4.16'da AÖL ders kitabında T_2 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl tamamlandığı yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_2 : Üslü sayıların birbiri türünden eşitini bulmaya yönelik problem çözme

τ_8 : $x, y, z \in \mathbb{R}; a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ için $a^x = (b^y \cdot c^y)^z = b^{y \cdot z} \cdot c^{y \cdot z} = (b^z)^y \cdot (c^z)^y$ şeklinde üslü sayılardaki özellikleri kullanarak üslü sayıları birbiri türünden yazarak verilen problemi çözme

θ : $x, y, z \in \mathbb{R}; a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ için $a^x = (b^y \cdot c^y)^z = b^{y \cdot z} \cdot c^{y \cdot z} = (b^z)^y \cdot (c^z)^y$ 'dir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

1- $5^{5x-1} = 625$ olduğuna göre x i bulalım.

Çözüm

$$5^{5x-1} = 625$$

$$5^{5x-1} = 5^4 \text{ (Tabanlar eşit ise üsler de eşittir.)}$$

$$5x - 1 = 4$$

$$5x = 5$$

$$x = 1 \text{ dir.}$$

Şekil 4.17. AÖL Matematik-1 kitabında MO5'te T_5 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.172)

Şekil 4.17'de AÖL ders kitabında T_5 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl tamamlandığı yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_5 : $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n$ şeklinde tabanları aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma

$\tau_{12} + \tau_1$: $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için üslü denklemde tabanları τ_1 tekniği ile aynı hale getirildikten sonra $x^m = x^n \Leftrightarrow m = n$ gereği üstlerin eşitlenmesiyle oluşan $m=n$ denkleminin çözüm kümesini bulma

θ : Üslü ifade içeren denklemlerde tabanlar eşit verilmesi de tabanlar eşit hale getirilebilir. $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $x^m = x^n \Leftrightarrow m = n$ 'dir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

2- $(2x - 3)^3 = 27$ olduğuna göre x i bulalım.

Çözüm

$$(2x - 3)^3 = (\text{Üsler eşit ve tek olduğu için tabanlar eşittir.})$$

$$2x - 3 = 3$$

$$2x = 6$$

$$x = 3 \text{ bulunur.}$$

Şekil 4.18. AÖL Matematik-1 kitabında MO5'te T_6 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.173)

Şekil 4.18'de AÖL ders kitabında T_6 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_6 : $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$; $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ şeklinde üsleri aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma

$\tau_{13} + \tau_1$: $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için üslü denklemde τ_1 tekniği ile üsler eşit hale getirildikten sonra $x^m = y^m$ denkleminde m tek ise $x = y$ denkleminin; m çift ise $|x| = |y|$ denkleminin çözüm kümesini bulma

θ : Üslü ifade içeren denklemde üsler eşit değilse farklı tekniklerle üsler eşitlenebilir. $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ ve $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ olmak üzere $x^m = y^m$ denkleminde m tek ise $x = y$ denkleminin; m çift ise $|x| = |y|$ 'dir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

$(3x - 1)^{x+2} = 1$ denkleminin çözüm kümesi bulunurken

- $3x - 1 = 1,$
- $3x - 1 = -1 \Rightarrow x + 2$ çift mi?
- $x + 2 = 0 \Rightarrow 3x - 1 \neq 0$ mı? durumlarına bakılır.
- $3x - 1 = 1$
 $3x = 2$
 $x = \frac{2}{3},$
- $3x - 1 = -1$ ise
 $3x = 0$
 $x = 0,$
 $x = 0$ için $x + 2$ ifadesi $0 + 2 = 2$ bulunur. Bu durumda $x = 0$ için üs çift olduğundan denklem sağlanır.
- $x + 2 = 0$ ise $x = -2$ dir.
 $x = -2$ için $3x - 1$ ifadesi $3 \cdot 0 - 1 = -1$ bulunur. Bu durumda $x = -2$ için taban sıfırdan farklı olduğundan denklem sağlanır.

O hâlde denklemin çözüm kümesini yazarsak
 $\mathcal{C} = \{-2, 0, \frac{2}{3}\}$ olur.

Şekil 4.19. AÖL Matematik-1 kitabında MOS'te T_7 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.174)

Şekil 4.19'da AÖL ders kitabında T_7 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_7 : $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_{14} : $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerde $x \neq 0$ ise $m = 0$; $m \in \mathbb{R}$ ise $x = 1$; m çift sayı ise $x = -1$ durumlarını değerlendirerek çözüm kümesini bulma

θ : $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerde çözüm kümesi bulunurken üç farklı durum vardır. Birincisi taban sıfırdan farklı ise üs sıfıra eşittir. İkincisi her durum için geçerli olan tabanın 1'e eşit olmasıdır. Üçüncüsü üssün çift olduğu biliniyorsa tabanın -1'e eşit olmasıdır.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

AÖL kitabının üslü ifadeleri içeren denklemler alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.25'teki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.25. *AÖL Matematik-1 kitabında MO5 için ($T; \tau; \theta; \Theta$)*

Matematiksel Organizasyon	MO5: Üslü ifadeleri içeren denklemler
Görev Tipi (T)	T_1: Üslü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma T_2: Üslü sayıların birbiri türünden eşitini bulmaya yönelik problem çözme T_5: $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n$ şeklinde tabanları aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma T_6: $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ şeklinde üsleri aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma T_7: $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ_1: $x \in \mathbb{R}; m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x \cdot x \dots x$ (m tane) tanımından üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_2: $x \in \mathbb{R}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_3: $x, y \in \mathbb{R}; m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m \cdot y^m = (x \cdot y)^m$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_4: $x \in \mathbb{R}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_5: $x \in \mathbb{R} - \{0\}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_6: $x, y \in \mathbb{R} - \{0\}; m \in \mathbb{Z}^+$ için $\frac{x^m}{y^m} = (\frac{x}{y})^m$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma. τ_7: $x \in \mathbb{R} - \{0\}; m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^{-m} = \frac{1}{x^m}$ ve $x^0 = 1$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma. τ_8: $x, y, z \in \mathbb{R}, a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ için $a^x = (b^y \cdot c^y)^z = b^{y \cdot z} \cdot c^{y \cdot z} = (b^z)^y \cdot (c^z)^y$ şeklinde üslü sayılardaki özellikleri kullanarak üslü sayıları birbiri türünden yazarak verilen problemi çözme τ_{12}: $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n \Leftrightarrow m = n$ gereği üslerin eşitlenmesiyle oluşan $m=n$ denkleminin çözüm kümesini bulma τ_{13}: $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ denkleminde m tek ise $x = y$ denkleminin; m çift ise $x = y$ denkleminin çözüm kümesini bulma τ_{14}: $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerde $x \neq 0$ ise $m = 0$; $m \in \mathbb{R}$ ise $x = 1$; m çift sayı ise $x = -1$ durumlarını değerlendirerek çözüm kümesini bulma

Tablo 4.25. (Devam) AÖL Matematik-1 kitabında MO5 için (T; τ ; θ ; Θ)

Teknoloji (θ)	θ_1: Pozitif n tam sayısı ve a gerçekteki sayısı için n tane a'nın çarpımı $a.a.a \dots a = a^n$ şeklinde gösterilir. θ_2: $a, b \in \mathbb{R}$ ve $x, y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ (Tabanları aynı olan üslü sayılar çarpılırken; üsler toplanır ortak tabana yazılır.) θ_3: $a, b \in \mathbb{R}$ ve $x, y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$ (Üsleri aynı olan üslü sayılar çarpılırken tabanlar çarpılır, çarpım ortak üs olarak yazılır.) θ_4: $a, b \in \mathbb{R}$ ve $x, y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$ (a sayısının üssünün üssü alınırken üsler çarpılır.) θ_5: $a, b \in \mathbb{R}$ ve $x, y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$, $a \neq 0$ (Tabanları aynı olan üslü sayılar bölünürken payın üssünden paydanın üssü çıkarılır, ortak tabanda yazılır.) θ_6: $a, b \in \mathbb{R}$ ve $x, y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $\frac{a^x}{b^x} = (\frac{a}{b})^x$, $b \neq 0$ (Üsleri aynı olan üslü sayılar bölünürken; tabanlar bölünür, üs ortak üs olarak yazılır.) θ_7: $a \neq 0$ olmak üzere $a^0 = 1$, $k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $a^{-k} = \frac{1}{a^k}$ θ_8: Eşitlikte her iki tarafın üssü alınarak ifadenin eşiti bulunur. θ_{12}: $x \neq -1$, $x \neq 0$, $x \neq 1$ ve $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^a = x^b \Leftrightarrow a = b$'dir. (Tabanları eşit olan ifadelerin üsleri de eşittir.) θ_{13}: $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^a = y^a$; a tek ise $x = y$; a çift ise $x = y$ veya $x = -y$ dir. (Üsleri aynı olan ifadelerin üssü tek ise tabanları eşittir, çift ise tabanları eşit veya tabanlardan biri diğerinin ters işaretlisine eşittir.) θ_{14}: $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^y = 1$ ise $x=1$ (denklemin her zaman doğrular); $x=-1$ (y'nin çift olup olmadığına bakılır); $y=0$ ($a \neq 0$ olmalıdır)
--	--

Teori (Θ)

AÖL Matematik-1 kitabında üslü ifadeleri içeren denklemler alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde T_1 , T_2 , T_5 , T_6 ve T_7 görev tipine ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir. AÖL Matematik-1 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılımı Tablo 4.26'da gösterilmiştir.

Tablo 4.26. AÖL Matematik-1 MO5'te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları

Görev Tipi (T)	F	%
T_1	22	68,75
T_2	2	6,25
T_5	3	9,37
T_6	4	12,50
T_7	1	3,13
TOPLAM	32	100

AÖL Matematik-1 kitabında üslü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında τ_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4 , τ_5 , τ_6 , τ_7 , τ_8 , τ_{12} , τ_{13} ve τ_{14} olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. Bir görevde τ_1 ve τ_4 , iki görevde τ_1 ve τ_7 , iki görevde τ_2 ve τ_3 , bir görevde τ_2 ve τ_5 , bir görevde τ_4 ve τ_6 , üç görevde τ_1 ve τ_{12} ve iki görevde τ_1 ve τ_{13} tekniklerinin birlikte kullanılması istenmiştir. AÖL Matematik-1 üslü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.27’de gösterilmiştir.

Tablo 4.27. AÖL Matematik-1 kitabında MO5’te tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları

Teknik (τ)	F	%
τ_1	23	50,00
τ_2	4	8,70
τ_3	3	6,52
τ_4	2	4,35
τ_5	1	2,17
τ_6	1	2,17
τ_7	2	4,35
τ_8	2	4,35
τ_{12}	3	6,52
τ_{13}	4	8,70
τ_{14}	1	2,17
TOPLAM	46	100

AÖL Matematik-1 kitabında üslü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında “ T_1 : Üslü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma” görev tiplerine ilişkin görevler istenirken $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6$ ve τ_7 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_2 : Üslü sayıların birbiri türünden eşitini bulmaya yönelik problem çözme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_8 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_5 : $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n$ şeklinde tabanları aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_1 ve τ_{12} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_6 : $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ şeklinde üsleri aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_1 ve τ_{13} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması ve “ T_7 : $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{14} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması beklenmektedir.

Tablo 4.28. AÖL Matematik-1 kitabında MO5'te (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Üslü İfadeleri İçeren Denklemler	T_1	$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7$
	T_2	τ_8
	T_5	τ_1, τ_{12}
	T_6	τ_1, τ_{13}
	T_7	τ_{14}
TOPLAM	5	11

4.2.6. Açık öğretim lisesi kitabının MO6. köklü ifadeleri içeren denklemlerin pratikolojik yapısı

Matematik Öğretim Programında “Köklü ifadeleri içeren denklemleri çözer.” kazanımı “Köklü ifadelerin özellikleri üzerinde durulur. $x \in \mathbb{R}^+$ ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $n > 1$ olmak üzere $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ olduğu vurgulanarak köklü ifadeler ve üslü ifadeler arasındaki ilişkiler üzerinde durulur. Köklü ifadelerde sonsuza giden iç içe köklerle yapılan işlemlere yer verilmez.” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun köklü ifadeleri içeren denklemler alt başlığı ile ilgili yedi görev tipi içerisinde 18'si çözümlü 18'si çözümsüz olmak üzere 36 görev bulunmaktadır. Bu görev tipleri ve görev tiplerine ait görev sayısı Tablo 4.29'da sunulmuştur.

Tablo 4.29. AÖL Matematik-1 kitabının (MO6;T) yapısı

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_1	Köklü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma	12
T_3	$T_{3,1}$: Köklü ifadenin gerçek sayı olup olmadığını belirleme	4
	$T_{3,2}$: Gerçek sayı olduğu belirtilen köklü ifadelerde bilinmeyeni bulma	3
T_4	$x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $a \in \mathbb{R}$; $\frac{a}{\sqrt{x}}, \frac{a}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ şeklinde paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirerek problemleri çözme	5
T_5	Köklü sayıları sıralama	2
T_6	$a, b, x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ ifadesini $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde ifade etme	2
T_8	$\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma	6
T_{10}	$a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri köklü ifade içeren üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma	2

T_1 görev tipine ilişkin 7 çözümlü, 5 çözümsüz; T_3 görev tipinin $T_{3,1}$ alt görev tipine ilişkin 4 çözümsüz, $T_{3,2}$ alt görev tipine ilişkin 3 çözümlü; T_4 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 3 çözümsüz; T_5 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 1 çözümsüz; T_6 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 1 çözümsüz; T_8 görev tipine ilişkin 3 çözümlü, 3 çözümsüz ve T_{10} görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 1 çözümsüz görev bulunmakta T_2 , T_7 ve T_9 görev tipine ilişkin görev bulunmamaktadır.

1- $\sqrt{9} - \sqrt{(-5)^2} - \sqrt[3]{(-2)^3} + \sqrt{(-6)^2}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Kök derecesi çift olan ifadeleri mutlak değer olarak, kök derecesi tek olan ifadeleri ise aynen dışarı çıkaralım.

$$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$$

$$\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

$$\sqrt{(-6)^2} = |-6| = 6$$

$$\sqrt{9} - \sqrt{(-5)^2} - \sqrt[3]{(-2)^3} + \sqrt{(-6)^2} = 3 - 5 - (-2) + 6$$

$$= 3 - 5 + 2 + 6$$

$$= -2 + 8$$

$$= 6 \text{ olur.}$$

Şekil 4.20. AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da T_1 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.178)

Şekil 4.20'de AÖL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl gerçekleştirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_1 : Köklü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma

τ_1 : $x \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için; n tek ise $\sqrt[n]{x^n} = x$, n çift ise $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ tanımını kullanarak köklü ifadelerin değerini bulma

θ : $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $a, x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x değerlerine a 'nın n . kuvvetten kökü denir. n tek ise $x = \sqrt[n]{a}$, n çift ise $x = \sqrt[n]{a}$ veya $x = -\sqrt[n]{a}$ tır.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

1- $\sqrt[4]{2x-6}$ ifadesinin bir gerç k sayı olması için x'in en kök değeri kaçtır? Bulalım.

  z m

$\sqrt[4]{2x-6}$ ifadesinde k  k derecesi 4 yani çift sayı olduğundan kökün i i 0 (sıfır)dan büyük ya da 0 a eşit olmalıdır.

$$2x - 6 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 6 \Rightarrow x \geq 3 \text{ olur.}$$

x in alabileceği en k  k değer $x = 3$ t r.

Şekil 4.21. A  L Matematik-1 kitabında MO6'da T_3 görev tipine ilişkin  rnek (MEB, A  L Matematik-1 Ders Kitabı, s.175)

Şekil 4.21'de A  L ders kitabında T_3 görev tipi ile ilgili   z ml  bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler  u şekilde ifade edilebilir;

$T_{3,2}$: Gerçek sayı olduğu belirtilen köklü ifadelerde bilinmeyi bulma

τ_9 : $n \in \mathbb{Z}^+$ için; $\sqrt[n]{a}$ köklü ifadesinin gerçek sayı belirtmesi için $a \in \mathbb{R}$ olmalı; $\sqrt[n]{a}$ köklü ifadesinin gerçek sayı belirtmesi için $a \geq 0$ olmalıdır. Bu tanımdan yararlanarak problemi çözme

θ : $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere: n tek ise x gerçek (reel) sayıdır n çift ve $a \geq 0$ ise x gerçek (reel) sayıdır; n çift ve $a < 0$ ise x gerçek (reel) sayı değildir.

θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

1- $\frac{10}{2\sqrt{5}-\sqrt{15}}$ ifadesinin paydasını rasyonel yapalım.

  z m

$\frac{10}{2\sqrt{5}-\sqrt{15}}$ ifadesinin paydasını kökten kurtarmak için $2\sqrt{5}-\sqrt{15}$ in eşleniği ile pay ve paydayı çarpalım.

$$\begin{aligned} \frac{10}{2\sqrt{5}-\sqrt{15}} &= \frac{10(2\sqrt{5}+\sqrt{15})}{(2\sqrt{5}-\sqrt{15}) \cdot (2\sqrt{5}+\sqrt{15})} \\ &= \frac{10(2\sqrt{5}+\sqrt{15})}{(2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{15})^2} \\ &= \frac{10(2\sqrt{5}+\sqrt{15})}{4 \cdot 5 - 15} \\ &= \frac{10(2\sqrt{5}+\sqrt{15})}{5} = 2(2\sqrt{5}+\sqrt{15}) \text{ dir.} \end{aligned}$$

Şekil 4.22. A  L Matematik-1 kitabında MO6'da T_4 görev tipine ilişkin  rnek (MEB, A  L Matematik-1 Ders Kitabı, s.181)

Şekil 4.22'de A  L ders kitabında T_4 görev tipi ile ilgili   z ml  bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler  u şekilde ifade edilebilir;

T_4 : $x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $a \in \mathbb{R}$; $\frac{a}{\sqrt{x}}$, $\frac{a}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ şeklinde paydasında köklü ifadeler bulunan

kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirerek problemleri   zme

τ_{10} : Paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirmek için eşleniği ile çarpma

Θ : Çarpımları rasyonel olan köklü iki ifadenin her biri diğerinin eşleniği ile çarpılarak kökten kurtarılır. $m, n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$; $\sqrt[n]{x^m} \cdot \sqrt[n]{x^{n-m}} = x$; $(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y$ çarpımlarındaki her bir çarpan diğerinin eşleniğidir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Örnek

$\sqrt{3}, \sqrt[4]{5}, \sqrt[8]{14}$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

Verilen köklü sayıları sıralamak için önce kök derecelerini eşitlemeliyiz. Kök derecelerini 8 de eşitleyelim.

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{3} &= \sqrt[2]{3} = \sqrt[2]{3^{1.4}} = \sqrt[8]{3^4} = \sqrt[8]{81} \\ \sqrt[4]{5} &= \sqrt[4]{5^{1.2}} = \sqrt[8]{5^2} = \sqrt[8]{25} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \sqrt[8]{5} &< \sqrt[8]{25} < \sqrt[8]{81} \text{ olup} \\ \sqrt[8]{5} &< \sqrt[4]{4} < \sqrt{3} \text{ tür.} \end{aligned}$$

Şekil 4.23. AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da T_5 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.183)

Şekil 4.23'te AÖL ders kitabında T_5 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl tamamlandığı yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_5 : Köklü sayıları sıralama

$\tau_4 + \tau_{11}$: Köklü sayıları sıralamak için τ_4 tekniği ile köklerin derecelerini aynı hale getirerek; dereceleri aynı köklü sayıları kökün içindeki değere göre sıralama

Θ : $n \in \mathbb{Z}^+$ ve $n > 1$ ve $x, y, z \in \mathbb{R}^+$ için $x > y > z$ ise $\sqrt[n]{x} > \sqrt[n]{y} > \sqrt[n]{z}$; $x < y < z$ ise $\sqrt[n]{x} < \sqrt[n]{y} < \sqrt[n]{z}$ 'dir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

$3 - \sqrt{10 - 2\sqrt{21}} + \sqrt{10 + 2\sqrt{21}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\left. \begin{aligned} 21 &= 3 \cdot 7 \Rightarrow x + y = 10 \\ x \cdot y &= 21 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x &= 7, \quad y = 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{O hâlde } \sqrt{10 - 2\sqrt{21}} + \sqrt{10 + 2\sqrt{21}} &= |\sqrt{7} - \sqrt{3}| + \sqrt{7} + \sqrt{3} \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{3} + \sqrt{7} + \sqrt{3} = 2\sqrt{7} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Şekil 4.24. AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da T_6 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.182)

Şekil 4.24'te AÖL ders kitabında T_6 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl tamamlandığı yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_6 : $a, b, x, y, \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ ifadesini $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde ifade etme

τ_{12} : $a, b, x, y, \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ şeklindeki ifadelerde $a = x + y$ ve $b = x.y$ oluyorsa $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ ($x > y$) şeklinde ifade etme

θ : $a, b, x, y, \in \mathbb{R}^+$ için $x > y$ ve $a = x + y$, $b = x.y$ olmak üzere $(\sqrt{x} \mp \sqrt{y})^2 = (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 \mp 2.\sqrt{x}.\sqrt{y} = x + y \mp 2.\sqrt{x.y} = a \mp 2\sqrt{b}$ olduğundan $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde yazılır.

Θ : $(\mathbb{R}, +, .)$ cisimdir.

3- $\sqrt[3]{2x-5} = 1$ denklemini sağlayan x i bulalım.

Çözüm

$\sqrt[3]{2x-5} = 1$ (Her iki tarafın 3. kuvvetini alalım)

$$(\sqrt[3]{2x-5})^3 = (1)^3 \Rightarrow 2x-5=1$$

$$2x=1+5$$

$$2x=6 \Rightarrow x=3 \text{ bulunur.}$$

Şekil 4.25. AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da T_8 görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.185)

Şekil 4.25'te AÖL ders kitabında T_8 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_8 : $\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_{14} : $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, a, b \in \mathbb{R}$ için $\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade varsa eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılarak, eşitliğin her iki tarafının kök derecesi kadar üssü alınarak $ax+b = c^n$ denkleminin köklerinden sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma

θ : $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\sqrt[n]{ax+b} = c$ eşitliğin her iki tarafının kök derecesi kadar üssü alınarak $(\sqrt[n]{ax+b})^n = c^n \Rightarrow ax+b = c^n$ denklemi elde edilir.

Denklemin $x = \frac{c^n-b}{a}$ şeklindeki köklerinden $\sqrt[n]{ax+b} = c$ denklemini sağlayan değerler denklemin çözüm kümesini oluşturur.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

2- $25^{6-\sqrt{x}} - 5^{\sqrt{x}} = 0$ denklemini sağlayan x i bulalım.

Çözüm

$25^{6-\sqrt{x}} - 5^{\sqrt{x}} = 0$ denkleminde $\sqrt{x} = t$ dönüşümü uygulayalım.

$$25^{6-t} - 5^t = 0 \text{ olur.}$$

$$(5^2)^{6-t} - 5^t = 0$$

$$5^{2(6-t)} - 5^t = 0 \quad (\text{Üslü denklemlerde tabanlar eşit ise üsler de eşittir.})$$

$$2(6-t) = t$$

$$12 - 2t = t$$

$$12 = 3t \Rightarrow t = 4 \text{ tür. } (\sqrt{x} = t)$$

$$\sqrt{x} = 4 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 4^2 \Rightarrow x = 16 \text{ bulunur.}$$

Şekil 4.26. AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da T_{10} görev tipine ilişkin örnek (MEB, AÖL Matematik-1 Ders Kitabı, s.184)

Şekil 4.26'da AÖL ders kitabında T_{10} görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_{10} : $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri köklü ifade içeren üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_{16} : $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri bilinmeyene sahip köklü ifade içeren üslü denklemlerde tabanlar üslü ifadenin özellikleri kullanılarak $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = a^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde eşitlenerek $\sqrt[n]{cx+d} = \sqrt[m]{ex+f}$ denkleminin köklerinden çözüm kümesini bulma

Θ : $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ denkleminde üslü ifadelerin farklı özellikleri kullanılarak tabanlar $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = a^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde eşitlenebilir. Üslü ifadede içeren denklemlerde $a^m = a^n \Leftrightarrow m = n$ gereği $\sqrt[n]{cx+d} = \sqrt[m]{ex+f}$ denkleminin köklerinden çözüm kümesi bulunur.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

AÖL kitabının köklü ifadeleri içeren denklemler alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.30'daki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.30. AÖL Matematik-1 kitabında MO6 için ($T; \tau; \theta; \Theta$)

Matematiksel Organizasyon	MO6: Köklü ifadeleri içeren denklemler
Görev Tipi (T)	T_1: Köklü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma $T_{3,1}$: Köklü ifadenin gerçek sayı olup olmadığını belirleme $T_{3,2}$: Gerçek sayı olduğu belirtilen köklü ifadelerde bilinmeyeni bulma T_4: $x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $a \in \mathbb{R}$; $\frac{a}{\sqrt{x}}, \frac{a}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ şeklinde paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirerek problemleri çözme T_5: Köklü sayıları sıralama T_6: $a, b, x, y, \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ ifadesini $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde ifade etme T_8: $\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma T_{10}: $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri köklü ifade içeren üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ_1: $x \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için; n tek ise $\sqrt[n]{x^n} = x$, n çift ise $\sqrt[n]{x^n} = x$ tanımını kullanarak köklü ifadelerin değerini bulma τ_2: $x, y \in \mathbb{R}^+; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\sqrt[n]{x^n \cdot y} = x \cdot \sqrt[n]{y}$ eşitliğini kullanma τ_3: $x, y \in \mathbb{R}^+; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$ eşitliğini kullanma τ_4: $x, y \in \mathbb{R}^+; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$ eşitliğini kullanma τ_6: $x \in \mathbb{R}^+; m, n \in \mathbb{Z}^+, m > 1$ ve $n > 1$ için $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}$ eşitliğini kullanma τ_7: $x \in \mathbb{R}^+; m \in \mathbb{Z}; n, k \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}} = \sqrt[k]{x^{\frac{m}{n}}}$ eşitliğini kullanma τ_9: $n \in \mathbb{Z}^+$ için; $\sqrt[n]{a}$ köklü ifadesinin gerçek sayı belirtmesi için $a \in \mathbb{R}$ olmalı; $\sqrt[n]{a}$ köklü ifadesinin gerçek sayı belirtmesi için $a \geq 0$ olmalıdır. Bu tanımdan yararlanarak problemi çözme τ_{10}: Paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirmek için eşleniği ile çarpma τ_{11}: Dereceleri aynı köklü sayıları kökün içindeki değere göre sıralama τ_{12}: $a, b, x, y, \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ şeklindeki ifadelerde $a = x + y$ ve $b = x \cdot y$ oluyorsa $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ ($x > y$) şeklinde ifade etme τ_{14}: $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, a, b \in \mathbb{R}$ için $\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade varsa eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılarak, eşitliğin her iki tarafının kök derecesi kadar üssü alınarak $ax + b = c^n$ denkleminin köklerinden sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma τ_{16}: $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri bilinmeyene sahip köklü ifade içeren üslü denklemler de tabanlar üslü ifade özellikleri kullanılarak $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = a^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde eşitlenerek $\sqrt[n]{cx+d} = \sqrt[m]{ex+f}$ denkleminin köklerinden çözüm kümesini bulma

Tablo 4.30. (Devam) AÖL Matematik-1 kitabında MO6 için (T; τ ; θ ; Θ)

Teknoloji (Θ)	θ_1: n pozitif doğal sayı ve $n \geq 2$ olmak üzere, $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x sayılarına a'nın n. kuvvetten kökü denir. $x^n = a$ eşitliğinde $x = \sqrt[n]{a}$, n tek ise; $x = \pm\sqrt[n]{a}$, ($a \geq 0$), ne çift ise. θ_2: $a, b \in \mathbb{R}^+$, $n \in \mathbb{Z}^+$ ve $n \geq 2$ olmak üzere $\sqrt[n]{a^n \cdot b} = a \cdot \sqrt[n]{b}$ dir. Kök içindeki sayının, üssü kök derecesine tüm bölünebilen çarpanı kök dışına çıkarılır. θ_3: $a, b \in \mathbb{R}^+$, $n \in \mathbb{Z}^+$ ve $n \geq 2$ olmak üzere $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ dir. Kök dereceleri aynı olan köklü ifadeler çarpılırken kök içleri çarpılır ortak kök altında yazılır. θ_4: $a, b \in \mathbb{R}^+$, $n \in \mathbb{Z}^+$ ve $n \geq 2$ olmak üzere $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ dir. Kök dereceleri aynı olan köklü ifadeler bölünürken kök içleri bölünür ortak kök altında yazılır. θ_6: $a \in \mathbb{R}^+$, $m, n \in \mathbb{Z}^+$ $m \geq 2$ ve $n \geq 2$ olmak üzere $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$ dir. İç içe köklü ifadelerde kök dereceleri çarpılır tek kök yazılır. θ_7: $a \in \mathbb{R}^+$; $m \in \mathbb{Z}$; $n, k \in \mathbb{Z}^+$ ve $n \geq 2$ için $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[k]{a^{\frac{m}{n}}}$ dir. Köklü ifadelerde kök derecesi ve kökün içindeki sayının üssü aynı sayı ile çarpılır ya da bölünürse köklü ifadenin değeri değişmez. θ_9: $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere n tek ise x gerçekte (reel) sayıdır. n çift ve $a \geq 0$ ise x gerçekte (reel) sayıdır. n çift ve $a < 0$ ise x gerçekte (reel) sayı değildir. θ_{10}: Çarpımları rasyonel olan köklü iki ifadenin her biri diğerinin eşleniği ile çarpılarak kökten kurtarılır. $a \in \mathbb{R}^+$, $m, n \in \mathbb{Z}^+$ $m \geq 2$ ve $n \geq 2$ olmak üzere $\sqrt[n]{a^m}$ ifadesinin eşleniği $\sqrt[n]{a^{n-m}}$ dir. θ_{11}: Kök derecesi eşit olan köklü ifadelerde, kökün içi büyük olan köklü sayı diğerlerinden daha büyüktür. θ_{12}: $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ ifadesinde $a = x + y$ ve $b = x \cdot y$ oluyorsa $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}$, $\sqrt{a - 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ dir. θ_{14}: Köklü ifade yalnız bırakılıp, eşitliğin her iki yanının kök derecesi kadar üssü alınır. θ_{16}: Üsler eşitlenir. Üslü denklemlerde tabanlar eşit ise üsler de eşittir.
Teori (Θ)	

AÖL Matematik-1 kitabında köklü ifadeleri içeren denklemler alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde T_1 , T_3 , T_4 , T_5 , T_6 , T_8 ve T_{10} görev tipine ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir. AÖL Matematik-1 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.31'de gösterilmiştir.

Tablo 4.31. *AÖL Matematik-1 MO6'da görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları*

Görev Tipi (T)	F	%
T_1	12	33,34
T_3	7	19,45
T_4	5	13,89
T_5	2	5,55
T_6	2	5,55
T_8	6	16,67
T_{10}	2	5,55
TOPLAM	36	100

AÖL Matematik-1 kitabında köklü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında τ_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4 , τ_6 , τ_7 , τ_9 , τ_{10} , τ_{11} , τ_{12} , τ_{14} ve τ_{16} olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. Bir görevde τ_3 ve τ_4 , bir görevde τ_6 ve τ_{14} , bir görevde τ_7 ve τ_{14} ve iki görevde τ_7 ve τ_{11} tekniklerinin birlikte kullanılması istenmiştir. AÖL Matematik-1 köklü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.32'de gösterilmiştir.

Tablo 4.32. *AÖL Matematik-1 kitabında MO6'da tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları*

Teknik (τ)	F	%
τ_1	8	19,51
τ_2	3	7,32
τ_3	1	2,44
τ_4	1	2,44
τ_6	1	2,44
τ_7	3	7,32
τ_9	7	17,07
τ_{10}	5	12,19
τ_{11}	2	4,88
τ_{12}	2	4,88
τ_{14}	6	14,63
τ_{16}	2	4,88
TOPLAM	41	100

AÖL Matematik-1 kitabında köklü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında “ T_1 : Köklü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma” görev tipine ilişkin görevler istenirken $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_6$ ve τ_7 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_3 : Köklü ifadelerin gerçek sayı olmasıyla ilgili problemler” görev tipine ilişkin görevlerde τ_9 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_4 : $x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $a \in \mathbb{R}$; $\frac{a}{\sqrt{x}}, \frac{a}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ şeklinde paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirerek problemleri çözme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{10} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_5 : Köklü sayıları sıralama” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{11} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_6 : $a, b, x, y, \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ ifadesini $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde ifade etme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{12} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_8 : $\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_6, τ_7 ve τ_{14} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması ve “ T_{10} : $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri köklü ifade içeren üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{16} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması beklenmektedir.

Tablo 4.33. AÖL Matematik-1 kitabında MO6’da (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Köklü İfadeleri İçeren Denklemler	T_1	$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_6, \tau_7$
	T_3	τ_9
	T_4	τ_{10}
	T_5	τ_7, τ_{11}
	T_6	τ_{12}
	T_8	$\tau_6, \tau_7, \tau_{14}$
	T_{10}	τ_{16}
TOPLAM	7	12

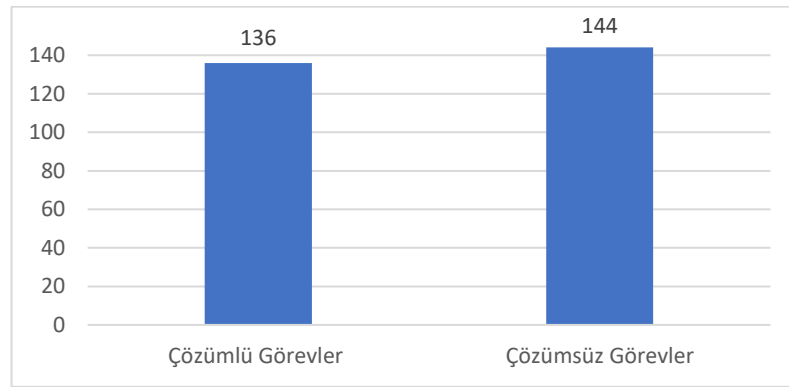
4.3. Anadolu Lisesi Kitabının Prakseolojik Analizi

Bu bölümde Anadolu Liseleri için hazırlanan Ortaöğretim Matematik-9 ders kitabı “Denklemler ve Eşitsizlikler” ünitesinin gerçek sayılar, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler, mutlak değer içeren birinci dereceden denklem ve eşitsizlikler, birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemleri, üslü ifade içeren denklemler ve köklü ifade içeren denklemler konuları için görev tipleri belirlenmiş

ve görevler için prakseolojik analiz yapılarak görevlerin nasıl oluştuğu, hangi görev tiplerinin kullanıldığı, görevlerin çözümünde hangi tekniklerin kullanıldığı, tekniklerin uygulanmasında hangi teknolojik ve teorik açıklamaların yapıldığı incelenmiştir.

AL Matematik-9 kitabında Matematik Öğretim Programına uygun olarak sırasıyla Mantık ünitesi, Kümeler ünitesi ve sonrasında Denklemler ve Eşitsizlikler ünitesi yer almaktadır. Denklemler ve Eşitsizlikler ünitesi sayı kümeleri konusu, bölünebilme kuralları konusu ve denklemler ve eşitsizlikler konusundan oluşmaktadır.

AL Matematik-9 kitabında yer alan denklem ve eşitsizlikler ile ilgili konu başlıkları öğretim programında sayılar ve cebir öğrenme alanında belirtilen kazanımlar ile uyumlu olarak adlandırılmış ve uygun sıra ile yer almıştır. Kitapta konuyla ilgili Şekil 4.27’de gösterildiği gibi 136 çözümlü görev ve 144 çözümsüz görev olmak üzere toplam 280 göreve yer verilmiştir.



Şekil 4.27. AL Matematik-9 kitabı çözümlü görevler ve çözümsüz görevler

AL Matematik-9 kitabında denklemler ve eşitsizlikler konusunda öğretim programında yer alan kazanımlar doğrultusunda matematiksel organizasyon 6 alt başlıkta ele alınmaktadır.

AL Matematik-9 kitabında denklemler ve eşitsizlikler konusunda yapılan prakseolojik analiz sonunda matematiksel organizasyon içinde toplam 280 görev, 39 görev tipi için 75 adet tekniğin kullanıldığı ya da önerildiği görülmektedir. Matematiksel organizasyonların görev, görev tipi ve teknik sayısı doğrultusunda dağılımları Tablo 4.34’te gösterilmiştir.

Tablo 4.34. *AL Matematik-9 kitabında denklemler ve eşitsizlikler konusu kapsamındaki matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin genel dağılımları*

Matematiksel Organizasyon (MO)	Görev	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı	26	3	3
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler	42	5	15
Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler	50	9	15
Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler	33	5	12
Üslü ifadeleri içeren denklemler	55	8	15
Köklü ifadeleri içeren denklemler	74	9	15
TOPLAM	280	39	75

4.3.1. Anadolu lisesi kitabının MO1. gerçek sayılar kümesinde aralık kavramının prakseolojik yapısı

Matematik Öğretim Programında “Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramını açıklar.” kazanımı “Açık, kapalı ve yarı açık aralık kavramları ile bunların gösterimleri üzerinde durulur. Aralıkların kartezyen çarpımlarına yer verilmez.” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığı ile ilgili üç görev tipi içerisinde 9’u çözümlü 17’si çözümsüz olmak üzere 26 görev bulunmaktadır. Bu görev tipleri ve görev tiplerine ait görev sayısı Tablo 4.35’te sunulmuştur.

Tablo 4.35. *AL Matematik-9 kitabının (MO1;T) yapısı*

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_1	Gerçek sayılar üzerinde verilen kümelerin/aralıkların sayı doğrusunda gösterimi	$T_{1.1}$: Kapalı aralıkları sayı doğrusunda gösterme 2
		$T_{1.2}$: Yarı açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme 7
		$T_{1.3}$: Açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme 4
T_2	Aralıkların küme olarak gösterimleri üzerinden birleşimlerini, kesişimlerini, farklarını, tümleyenlerini bulma ve sayı doğrusu üzerinde gösterme	7
T_3	Sözel olarak ifade edilen gerçek yaşam durumlarını aralık olarak gösterme	6

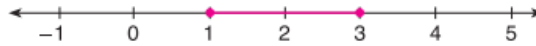
T_1 görev tipine ilişkin 4 çözümlü, 9 çözümsüz; T_2 görev tipine ilişkin 4 çözümlü, 3 çözümsüz ve T_3 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 5 çözümsüz görev bulunmaktadır. T_1 görev tipinin $T_{1.1}$, “Kapalı aralıkları sayı doğrusunda gösterme” alt görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 1 çözümsüz görev, $T_{1.2}$, “Yarı açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme” alt görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 5 çözümsüz görev ve $T_{1.3}$, “Açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme” alt görev tipine ilişkin 1 çözümlü ve 3 çözümsüz görev yer almaktadır.

Örnek

$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$ kümesini sayı doğrusu üzerinde gösterelim.

Çözüm

$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$ kümesi 1 ile 3 arasındaki (1 ve 3 dahil) tüm gerçek sayılara karşılık gelen noktaların oluşturduğu doğru parçasıdır. Bu aralık sayı doğrusu üzerinde aşağıdaki gibi gösterilir.



Şekil 4.28. AL Matematik-9 kitabında MO1’de T_1 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.119)

Yukarıda Şekil 4.28’de AL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_{1.1}$: Gerçek sayılar üzerinde verilen kümelerin/aralıkların sayı doğrusunda gösterimi görev tipine ait “Kapalı aralıkları sayı doğrusunda gösterme” alt görev tipi

τ_1 : Matematiksel olarak ifade edilen bir aralığın uç noktası köşeli parantez ile gösteriliyorsa ya da eşitsizlik gösteriminde uç noktalarda eşitlik varsa; uç noktaları aralığa dahil edilerek aksi halde dahil edilmeyerek sayı doğrusunda geometrik olarak gösterme

θ : Sayı doğrusu üzerinde birbirinden farklı iki a ve b noktası arasındaki tüm gerçek sayılardan oluşan alt kümeye aralık denir. a ve b noktaları aralığın uç noktaları olarak adlandırılır. $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a < b$ olmak üzere; aralığın uç noktalar aralığa dahil ise kapalı aralık olarak adlandırılır ve $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ şeklinde gösterilir. Uç noktalar aralığa dahil değilse açık aralık olarak adlandırılır ve $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ şeklinde gösterilir. Uç noktalardan biri aralığa dahil diğeri dahil değilse yarı açık aralık olarak adlandırılır ve $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ veya $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ şeklinde gösterilir.

θ : Cebirsel sayılar teorisi

Örnek

$A = (-2, 5)$ ve $B = [3, \infty)$ aralıkları veriliyor.

Buna göre $A \cup B$ kümeleri bulalım.

$$\begin{aligned} A \cup B &= (-2, 5) \cup [3, \infty) = \{x \mid -2 < x < 5 \vee 3 \leq x < \infty, x \in \mathbb{R}\} \\ &= \{x \mid -2 < x < \infty, x \in \mathbb{R}\} \\ &= (-2, \infty) \text{ olur.} \end{aligned}$$

Şekil 4.29. AL Matematik-9 kitabında MO1'de T_2 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.121)

Şekil 4.29'da AL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_2 : Aralıkların küme olarak gösterimleri üzerinden birleşimlerini, kesişimlerini, farklarını, tümleyenlerini bulma ve sayı doğrusu üzerinde gösterme

τ_2 : Sayı aralıkları küme şeklinde yazılarak üzerinde birleşim, kesişim, fark işlemlerini yapmak ve oluşan yeni kümeyi aralık olarak ifade etmek

$\emptyset$: A ve B iki küme olmak üzere;

A ve B'nin birleşimi; $A \cup B = \{x: x \in A \text{ veya } x \in B\}$

A ve B'nin kesişimi; $A \cap B = \{x: x \in A \text{ ve } x \in B\}$

A'nın B'den farkı; $A - B = \{x: x \in A \text{ ve } x \notin B\}$ (Miller,2013)

$\emptyset$: Kümeler Teorisi

Sözel ifade	Eşitsizlik ile Gösterimi	Aralık ile Gösterimi
Bugün hava sıcaklığı en az 15, en fazla 21 derece olacak.	$15 \leq x \leq 21$	$[15, 21]$
Sınavda başarılı olabilmek için 100 üzerinden en az 45 almak gerekiyor.		

Şekil 4.30. AL Matematik-9 kitabında MO1'de T_3 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.122)

Yukarıda Şekil 4.30'da AL ders kitabında T_3 görev tipi ile ilgili çözümsüz bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_3 : Sözel olarak ifade edilen gerçek yaşam durumlarını aralık olarak gösterme

τ_3 : Gerçek yaşam durumlarında en az ve en fazla ifadeleri geçiyorsa matematiksel olarak aralık şeklinde ifade etme

θ : $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a < b$ olmak üzere; $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$; $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$; $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ ve $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ şeklindedir.

θ : Cebirsel sayılar teorisi

AL kitabının gerçekte sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.36'daki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.36. AL Matematik-9 kitabında MOI için (T ; τ ; θ ; Θ)

Matematiksel Organizasyon	MO1: Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı
Görev Tipi (T)	$T_{1.1}$: Kapalı aralıkları sayı doğrusunda gösterme $T_{1.2}$: Yarı Açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme $T_{1.3}$: Açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme T_2:Aralıkların küme olarak gösterimleri üzerinden birleşimlerini, kesişimlerini, farklarını, tümleyenlerini bulma ve sayı doğrusu üzerinde gösterme T_3: Sözel olarak ifade edilen gerçekte yaşam durumlarını aralık olarak gösterme
Teknik (τ)	τ_1: Matematiksel olarak ifade edilen bir aralığın uç noktası köşeli parantez ile gösteriliyorsa ya da eşitsizlik gösteriminde uç noktalarda eşitlik varsa; uç noktaları aralığa dahil edilerek aksi halde dahil edilmeyerek sayı doğrusunda geometrik olarak gösterme τ_2: Sayı aralıkları küme şeklinde yazılarak üzerinde birleşim, kesişim, fark işlemlerini yapmak ve oluşan yeni kümeyi aralık olarak ifade etmek τ_3: Gerçekte yaşam durumlarında en az ve en fazla ifadeleri geçiyorsa matematiksel olarak aralık şeklinde ifade etme
Teknoloji (θ)	θ_1: $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a < b$ olmak üzere; $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ kümesine kapalı aralık denir ve $[a, b]$ şeklinde gösterilir. $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ kümesine açık aralık denir ve (a, b) şeklinde gösterilir. $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ veya $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ kümelerine yarı açık aralık denir ve sırasıyla $(a, b]$ ve $[a, b)$ şeklinde gösterilir. θ_2: A ve B iki küme olmak üzere; A ve B'nin birleşimi; $A \cup B = \{x: x \in A \text{ veya } x \in B\}$ A ve B'nin kesişimi; $A \cap B = \{x: x \in A \text{ ve } x \in B\}$ A'nın B'den farkı; $A - B = \{x: x \in A \text{ ve } x \notin B\}$ θ_3: $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a < b$ olmak üzere; $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$; $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$; $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ ve $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ şeklindedir.
Teori (Θ)	

AL Matematik-9 kitabında gerçək sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde T_1 görev tipine ait $T_{1,1}$, $T_{1,2}$ ve $T_{1,3}$ alt görev tiplerine, T_2 ve T_3 'e ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir. AL Matematik-9 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.37'de gösterilmiştir.

Tablo 4.37. AL Matematik-9 kitabındaki MOI'de görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları

Görev Tipi (T)		F	%
T_1	$T_{1,1}$	2	7,69
	$T_{1,2}$	7	26,93
	$T_{1,3}$	4	15,38
T_2		7	26,93
T_3		6	23,07
TOPLAM		26	100

AL Matematik-9 kitabında gerçək sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığında τ_1 , τ_2 ve τ_3 olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. Görevlerde genelde tek teknik istenirken bir görevde τ_2 ve τ_3 , bir diğer görevde τ_1 ve τ_2 tekniklerinin birlikte kullanılması istenmiştir. AL Matematik-9 kitabında gerçək sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.38'de gösterilmiştir.

Tablo 4.38. AL Matematik-9 kitabında MOI'de tekniklerin (τ) frekans yüzde dağılımları

Teknik (τ)	F	%
τ_1	15	53,57
τ_2	7	25
τ_3	6	21,43
TOPLAM	28	100

AL Matematik-9 kitabında gerçək sayılar kümesinde aralık kavramı alt başlığında “ $T_{1,1}$: Kapalı aralıkları sayı doğrusunda gösterme, $T_{1,2}$: Yarı Açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme, $T_{1,3}$: Açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme” alt görev tiplerine ilişkin görevler istenirken τ_1 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_2 : Aralıkların küme olarak gösterimleri üzerinden birleşimlerini, kesişimlerini, farklarını, tümlenyenlerini bulma ve sayı doğrusu üzerinde gösterme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_2 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması ve “ T_3 : Sözel olarak ifade edilen gerçək yaşam durumlarını eşitsizlik ve aralık olarak gösterme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_3 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması beklenmektedir.

Tablo 4.39. AL Matematik-9 kitabında MO1’de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Gerçek Sayılar Kümesinde Aralık Kavramı	T_1	τ_1
	T_2	τ_2
	T_3	τ_3
TOPLAM	3	3

4.3.2. Anadolu lisesi kitabının MO2. birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolejik yapısı

Matematik öğretim programında “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur.” kazanımı “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözümü hatırlatılır. Harezmi’nin denklemler konusundaki çalışmalarına yer verilir.” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili yedi görev tipi içerisinde 17’si çözümlü 25’i çözümsüz olmak üzere 42 görev bulunmaktadır. Bu görev tipleri ve görev tiplerine ait görev sayısı Tablo 4.40’ta sunulmuştur.

Tablo 4.40. AL Matematik-9 kitabının (MO2;T) yapısı

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_2	$T_{2.1}$: a,b,c $\in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=c$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	6
	$T_{2.2}$: a,b,c,d $\in \mathbb{R}$ olmak üzere $a(x+b)=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	9
	$T_{2.3}$: a,b,c,d,e,f $\in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{e}{f}$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen denklemlerin çözüm kümesini bulma	2
	$T_{2.4}$: a,b,c,d,e,f,g $\in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{e} + \frac{cx+d}{f} = g$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen denklemlerin çözüm kümesini bulma	4
T_4	Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma $T_{4.1}$: a,b,c $\in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	7

Tablo 4.40. (Devam) *AL Matematik-9 kitabının (MO2;T) yapısı*

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_4	$T_{4,2}$: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq cx + d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	6
	$T_{4,3}$: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} \leq d$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	2
T_5	İki farklı bilinmeyene sahip iki eşitsizlik sisteminden ya da iki farklı bilinmeyene sahip bir denklem ve bir eşitsizlikten yararlanarak istenen yeni ifadenin bilinmeyenlerin tanımlı olduğu kümeye göre alabileceği değerleri bulma	4
T_6	Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik olarak ifade ederek çözme	1
T_7	Birinci dereceden bir bilinmeyenli iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma	1

T_1 ve T_3 görev tipine ilişkin görev bulunmazken; T_2 görev tipine ilişkin 10 çözümlü, 11 çözümsüz; T_4 görev tipine ilişkin 4 çözümlü, 11 çözümsüz; T_5 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 2 çözümsüz; T_6 görev tipine ilişkin 1 çözümsüz; T_7 görev tipine ilişkin 1 çözümlü görev bulunmaktadır. T_2 görev tipinin alt görev tipleri $T_{2,1}$ alt görev tipinde 2 çözümlü, 4 çözümsüz; $T_{2,2}$ alt görev tipinde 1 çözümlü, 1 çözümsüz; $T_{2,3}$ alt görev tipinde 1 çözümlü, 1 çözümsüz ve $T_{2,4}$ alt görev tipinde 1 çözümlü, 3 çözümsüz görev bulunmaktadır. T_4 görev tipinin alt görev tipleri $T_{4,1}$ alt görev tipinde 2 çözümlü, 5 çözümsüz; $T_{4,2}$ alt görev tipinde 1 çözümlü, 5 çözümsüz ve $T_{4,3}$ alt görev tipinde 1 çözümlü, 1 çözümsüz görev bulunmaktadır.

⇒ **Örnek**

$\frac{x-1}{3} + \frac{2x}{5} = \frac{1}{15}$ denkleminin çözüm kümesini gerçek sayılar kümesinde bulalım.

⇒ **Çözüm**

$$\frac{x-1}{3} + \frac{2x}{5} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{5x-5}{15} + \frac{6x}{15} = \frac{1}{15} \Rightarrow 5x - 5 + 6x = 1$$

$$\Rightarrow 11x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{11} \text{ bulunur.}$$

$\frac{6}{11} \in \mathbb{R}$ olduğundan denklemin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesi $\left\{ \frac{6}{11} \right\}$ dir.

Şekil 4.31. *AL Matematik-9 kitabında MO2'de T_2 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.124)*

Şekil 4.31’de AL ders kitabında T_2 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_{2.4}$: $a,b,c,d,e,f,g \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{e} + \frac{cx+d}{f} = g$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen denklemlerin çözüm kümesini bulma

$\tau_2 + \tau_5$: $\frac{ax+b}{e} + \frac{cx+d}{f} = g$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitlikte paydaları eşitleyerek ifadeyi $ax+b=c$ şekline getirme ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemden bilinmeyenleri (değişkenleri) eşitliğin bir tarafında, bilinenleri eşitliğin diğer tarafında bırakarak denklemin çözüm kümesini bulma

θ : Denklemleri sağlayan bir değer bulma sürecine denklemleri çözme denir. Cebirsel bir eşitlikte eşitliğin her iki tarafı aynı sayı veya aynı ifade ile toplanabilir, çıkartılabilir; sıfırdan farklı aynı sayı veya aynı ifade ile çarpılabilir ve bölünebilir. Gerektiğinde dağılma özelliği kullanılabilir. Değişken eşitliğin bir tarafında izole edilir. Son aşamada değişkenin katsayısı varsa eşitliğin her iki tarafı katsayının tersi ile çarpılır.

$$ax+b=c$$

$$ax+b-b=c-b$$

$$ax/a = (c-b)/a$$

$$x=(c-b)/a$$

θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

 **Örnek**

$5x - 1 \geq 7x + 13$ eşitsizliğinin çözüm kümesini gerçekte sayılar kümesinde bulalım.

 **Çözüm**

$5x - 1 \geq 7x + 13 \Rightarrow 5x - 7x \geq 13 + 1 \Rightarrow -2x \geq 14 \Rightarrow x \leq \frac{14}{-2} \Rightarrow x \leq -7$ olur. O hâlde denklemin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesi $(-\infty, -7]$ dir.

Şekil 4.32. AL Matematik-9 kitabında MO2’de T_4 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.127)

Şekil 4.32’de AL ders kitabında T_4 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_{4.2}$: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq cx + d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma

τ_{11} : Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerde bilinmeyenleri eşitsizliğin bir tarafında, bilinenleri eşitsizliğin diğer tarafında bırakarak ve eşitsizlik özelliklerini kullanarak eşitsizliğin çözüm kümesini bulma

θ : Cebirsel bir eşitlikte eşitsizliğin her iki tarafı aynı sayı ile toplanabilir, her iki tarafından aynı sayı çıkartılabilir ve her iki tarafı aynı pozitif sayı ile çarpılabilir ve bölünebilir. Ancak her iki tarafı negatif sayı ile çarpılır ya da bölünür ise eşitsizlik yön değiştirir. Gerektiğinde dağılma özelliği kullanılabilir. Değişken eşitsizliğin bir tarafında izole edilir. Son aşamada değişkenin katsayısı varsa eşitliğin her iki tarafı katsayının tersi ile çarpılır.

θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Örnek

$x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere $-3 \leq x \leq -2$ ve $-4 < y \leq 1$ olduğuna göre $x^2 - y^2$ nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamını bulalım.

Çözüm

$-3 \leq x \leq -2 \Rightarrow (-2)^2 \leq x^2 \leq (-3)^2 \Rightarrow 4 \leq x^2 \leq 9,$
 $-4 < y \leq 1 \Rightarrow 0 \leq y^2 < 16 \Rightarrow -16 < -y^2 \leq 0$ olur.
 $\left. \begin{array}{l} 4 \leq x^2 \leq 9 \\ -16 < -y^2 \leq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 - 16 < x^2 - y^2 \leq 9 + 0 \Rightarrow -12 < x^2 - y^2 \leq 9$ olur.
 O hâlde $x^2 - y^2$ nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı
 $(-11) + (-10) + (-9) + (-8) + \dots + (+8) + (+9) = -21$ bulunur.

Şekil 4.33. AL Matematik-9 kitabında MO2'de T_5 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.128)

Şekil 4.33'te AL ders kitabında T_5 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin pratikolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_5 : İki farklı bilinmeyene sahip iki eşitsizlik sisteminden ya da iki farklı bilinmeyene sahip bir denklem ve bir eşitsizlikten yararlanarak istenen yeni ifadenin bilinmeyenlerin tanımlı olduğu kümeye göre alabileceği değerleri bulma

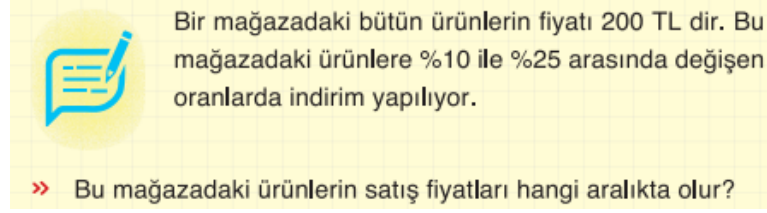
$\tau_{13} + \tau_{15}$: İstenen ifadeyi oluşturmak için eşitsizliklerin özelliklerinden yararlanarak eşitsizliğin karesini alarak istenen ifadenin alabileceği değer aralığını bulma

İstenen ifadeyi oluşturmak için eşitsizliklerin özelliklerinden yararlanarak aynı yönlü iki eşitsizliği taraf tarafa toplayarak istenen ifadenin alabileceği değer aralığını bulma

θ : $a, b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $a < x < b$ ise $a^2 < x^2 < b^2$ 'dir $a, b \in \mathbb{R}^-$ olmak üzere $a < x < b$ ise $b^2 < x^2 < a^2$ 'dir. $a \in \mathbb{R}^-$ ve $b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere; $a < x < b$ ve $|a| < b$ ise $0 \leq x^2 < b^2$ ve $a < x < b$ ve $b < |a|$ ise $\leq x^2 < a^2$ 'dir.

Eşitsizlikler aynı yönlü ise taraf tarafa toplanabilir; $a < b$, $c < d$ ise $a + c < b + d$ 'dir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.



Şekil 4.34. AL Matematik-9 kitabında MO2'de T_6 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.126)

Şekil 4.34'te AL ders kitabında T_6 görev tipi ile ilgili çözümsüz bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_6 : Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olarak ifade ederek çözme

τ_{10} : Sözel olarak verilen gerçek yaşam durum probleminde alabileceği en büyük ve en küçük değer belirlenerek birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olarak yazma

Θ : $a, b, x \in \mathbb{R}$ ve alabileceği en küçük değer a ve en büyük değer b olmak üzere; $a \leq x \leq b$ şeklindedir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Örnek

$2 \cdot (x + 1) \leq 4x + 6 < 2x + 20$ eşitsizliğinin çözüm kümesini tam sayılar ve gerçekte sayılar kümelerinde bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} 2 \cdot (x + 1) \leq 4x + 6 < 2x + 20 &\Rightarrow 2x + 2 - 6 \leq 4x + 6 - 6 < 2x + 20 - 6 \\ &\Rightarrow 2x - 4 \leq 4x < 2x + 14 \\ &\Rightarrow -2x + 2x - 4 \leq 4x - 2x < -2x + 2x + 14 \\ &\Rightarrow -4 \leq 2x < 14 \Rightarrow -2 \leq x < 7 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Eşitsizliğin tam sayılar kümesindeki çözüm kümesi $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ve gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesi $[-2, 7)$ olur.

Şekil 4.35. AL Matematik-9 kitabında MO2'de T_7 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.127)

Şekil 4.35'te AL ders kitabında T_7 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_7 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma

τ_{17} : Aynı ifadede yer alan $ax + b \lesseqgtr cx + d \lesseqgtr ex + f$ şeklindeki iki eşitsizliği taraf tarafa toplama ve çıkarma yaparak çözüm kümesini bulma

θ : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$, $ax + b \lesseqgtr cx + d \lesseqgtr ex + f$ şeklindeki eşitsizlik $ax + b \lesseqgtr cx + d$ ve $cx + d \lesseqgtr ex + f$ şeklinde iki ayrı eşitsizlik olarak yazılabilir. Her bir eşitsizliğin çözüm kümesi elde edildikten sonra bu çözüm kümelerinin kesişim kümesi $ax + b \lesseqgtr cx + d \lesseqgtr ex + f$ eşitsizliğinin çözüm kümesini oluşturur.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Anadolu Lisesi kitabının birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.41'deki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.41. AL Matematik-9 kitabında MO2 için (T ; τ ; θ ; Θ)

Matematiksel Organizasyon	MO2: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	$T_{2.1}$: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = c$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{2.2}$: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a(x + b) = cx + d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{2.3}$: $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax + b}{cx + d} = \frac{e}{f}$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{2.4}$: $a, b, c, d, e, f, g \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax + b}{e} + \frac{cx + d}{f} = g$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{4.1}$: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \lesseqgtr c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma $T_{4.2}$: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \lesseqgtr cx + d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma $T_{4.3}$: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax + b}{c} \lesseqgtr d$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma T_5: İki farklı bilinmeyene sahip iki eşitsizlik sisteminden ya da iki farklı bilinmeyene sahip bir denklem ve bir eşitsizlikten yararlanarak istenen yeni ifadenin bilinmeyenlerin tanımlı olduğu kümeye göre alabileceği değerleri bulma T_6: Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik olarak ifade ederek çözüme T_7: Birinci dereceden bir bilinmeyenli iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma

Tablo 4.41. (Devam) AL Matematik-9 kitabında MO2 için (T; τ ; θ ; Θ)

Teknik (τ)	τ_2: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde bilinmeyenleri eşitliğin bir tarafında bilinenleri eşitliğin diğer tarafına bırakarak denklemin çözüm kümesini bulma τ_3: $a(x+b)=cx+d$ şeklindeki ifadede çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanarak ifadeyi $ax+a.b=cx+d$ şekline getirme τ_4: $\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{e}{f}$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitlikte işler dışlar çarpımı yaparak eşitliği $ax+b=cx+d$ şekline getirme τ_5: $\frac{ax+b}{e} + \frac{cx+d}{f} = g$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitlikte paydaları eşitleyerek ifadeyi $ax+b=c$ şekline getirme τ_6: Kökü verilen birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde kökü yerine yazarak oluşan yeni denklemi çözme ve istenen değeri bulma τ_7: Çözüm kümesi boş küme olan birinci derece bir bilinmeyenli denklemin özelliklerini kullanarak istenen değeri bulma τ_8: Çözüm kümesi tüm gerçekteki sayılar olan küme olan birinci derece bir bilinmeyenli denklemin özelliklerini kullanarak istenen değeri bulma τ_{10}: Sözel olarak verilen gerçekteki yaşam durum probleminde alabileceği en büyük ve en küçük değeri belirlenerek birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olarak yazma τ_{11}: Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerde bilinmeyenleri eşitsizliğin bir tarafında, bilinenleri eşitsizliğin diğer tarafında bırakarak ve eşitsizlik özelliklerini kullanarak eşitsizliğin çözüm kümesini bulma τ_{12}: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ kümelerindeki çözüm kümelerini değerlendirme τ_{13}: İstenen ifadeyi oluşturmak için eşitsizliklerin özelliklerinden yararlanarak aynı yönlü iki eşitsizliği taraf tarafa toplayarak istenen ifadenin alabileceği değeri aralığını bulma τ_{15}: İstenen ifadeyi oluşturmak için eşitsizliklerin özelliklerinden yararlanarak eşitsizliğin karesini alarak istenen ifadenin alabileceği değeri aralığını bulma τ_{16}: $\frac{ax+b}{c} \lesseqgtr d$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitsizliğin her iki tarafını c ile çarparak c'nin işareti pozitif ise yön değiştirmeden; negatif ise yön değiştirerek ifadeyi $ax + b \lesseqgtr d$ şekline getirme τ_{17}: Aynı ifadede yer alan $ax+b \lesseqgtr cx+d \lesseqgtr ex+f$ şeklindeki iki eşitsizliği taraf tarafa toplama ve çıkarma yaparak çözüm kümesini bulma τ_{18}: İki bilinmeyenli bir denklemde verilen bir bilinmeyen aralığından yararlanarak ikinci bilinmeyen aralığını bulma
-----------------------------------	--

Tablo 4.41. (Devam) *AL Matematik-9 kitabında MO2 için (T; τ ; θ ; Θ)*

Teknoloji (Θ)	θ_2: $ax + b = 0$ denklemini sağlayan x değerlerinin kümesine denklemin çözüm kümesi denir. Bir denklemde eşitliğin her iki tarafına aynı sayı eklenirse veya her iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitlik bozulmaz. Bir denklemde eşitliğin her iki tarafı sıfırdan farklı bir sayı ile çarpılırsa ya da sıfırdan farklı bir sayıya bölünürse eşitlik bozulmaz. θ_6: Verilen denklemin çözüm kümesi $\{2\}$ olduğuna göre x yerine 2 yazalım. θ_7: $a \neq 0$, $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{a}{0}$ ifadesi tanımsızdır. θ_8: $a, b \in \mathbb{R}$, $ax + b = 0$ denkleminin gerçekte sayılarda çözüm kümesi $\mathbb{R}$ ise $a = 0$ ve $b = 0$'dır. θ_{11}: Eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenirse eşitsizliğin yönü değişmez. Eşitsizliğin her iki tarafı pozitif bir sayıyla çarpılır ya da bölünürse eşitsizliğin yönü değişmez. Eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir sayıyla çarpılır ya da bölünürse eşitsizliğin yönü değişir. θ_{16}: Eşitsizliğin her iki tarafı pozitif bir sayıyla çarpılır ya da bölünürse eşitsizliğin yönü değişmez. Eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir sayıyla çarpılır ya da bölünürse eşitsizliğin yönü değişir.
Teori (Θ)	

AL Matematik-9 kitabında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde T_2 görev tipine ait $T_{2,1}$, $T_{2,2}$, $T_{2,3}$ ve $T_{2,4}$ alt görev tiplerine, T_4 görev tipine ait $T_{4,1}$, $T_{4,2}$ ve $T_{4,3}$ alt görev tiplerine, T_5 , T_6 ve T_7 görev tipine ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir. AL Matematik-9 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.42'de gösterilmiştir.

Tablo 4.42. *AL Matematik-9 kitabındaki MO2'de görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları*

Görev Tipi (T)	F	%
T_2	$T_{2,1}$	6
	$T_{2,2}$	9
	$T_{2,3}$	2
	$T_{2,4}$	4
T_4	$T_{4,1}$	7
	$T_{4,2}$	6
	$T_{4,3}$	2
T_5	4	9,52
T_6	1	2,38
T_7	1	2,38
TOPLAM	42	100

AL Matematik-9 kitabında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında $\tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7, \tau_8, \tau_{10}, \tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{15}, \tau_{16}, \tau_{17}$ ve τ_{18} olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. Dört görevde τ_2 ve τ_3 , iki görevde τ_2 ve τ_4 , üç görevde τ_2 ve τ_5 , iki görevde τ_2 ve τ_6 , bir görevde τ_2 ve τ_7 , beş görevde τ_2 ve τ_{12} , iki görevde τ_{11} ve τ_{16} , iki görevde τ_{13} ve τ_{15} ve dört görevde τ_{11} ve τ_{12} tekniklerinin birlikte kullanılması istenmiştir. AL Matematik-9 birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.43'te gösterilmiştir.

Tablo 4.43. AL Matematik-9 kitabında MO2'de tekniklerin (τ) frekans-yüzde dağılımları

Teknik (τ)	F	%
τ_2	17	25,37
τ_3	4	5,97
τ_4	2	2,99
τ_5	3	4,47
τ_6	2	2,99
τ_7	3	4,47
τ_8	2	2,99
τ_{10}	1	1,49
τ_{11}	14	20,90
τ_{12}	10	14,93
τ_{13}	3	4,47
τ_{15}	2	2,99
τ_{16}	2	2,99
τ_{17}	1	1,49
τ_{18}	1	1,49
TOPLAM	67	100

AL Matematik-9 kitabında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında “ T_2 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde $\tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7, \tau_8$ ve τ_{12} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_4 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{11}, τ_{12} ve τ_{16} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_5 : İki farklı bilinmeyene sahip iki eşitsizlik sisteminden ya da iki farklı bilinmeyene sahip bir denklem ve bir eşitsizlikten yararlanarak istenen yeni

ifadenin bilinmeyenlerin tanımlı olduğu kümeye göre alabileceği değerleri bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{13} , τ_{15} ve τ_{18} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “*T₆: Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik olarak ifade ederek çözme*” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{10} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması ve “*T₇: Birinci dereceden bir bilinmeyenli iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma*” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{17} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması beklenmektedir.

Tablo 4.44. AL Matematik-9 kitabında MO2’de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler ve Eşitsizlikler	T_2	$\tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7, \tau_8, \tau_{12}$
	T_4	$\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{16}$
	T_5	$\tau_{13}, \tau_{15}, \tau_{18}$
	T_6	τ_{10}
	T_7	τ_{17}
TOPLAM	5	15

4.3.3. Anadolu lisesi kitabının MO3. mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolojik yapısı

Matematik Öğretim Programında “*Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur.*” kazanımı “*Bir gerçek sayının mutlak değeri hatırlatılarak mutlak değer özellikleri verilir. İki den çok mutlak değer içeren denklem ve eşitsizliklere girilmez.*” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili sekiz görev tipi içerisinde 21’i çözümlü, 29’u çözümsüz olmak üzere 50 görev bulunmaktadır. Bu görev tipleri ve görev tiplerine ait görev sayısı Tablo 4.45’te sunulmuştur.

Tablo 4.45. *AL Matematik-9 kitabının (MO3;T) yapısı*

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_1	Gerçek bir sayının mutlak değerini bulma ve mutlak değerli ifadelerle işlem yapma	11
T_2	$x,y,z \in \mathbb{R}$ $x > y > z$ şeklinde aralarındaki büyüklük ilişkisi verilen bilinmeyenleri içeren mutlak değerli ifadelerin en sade halini bulma	4
T_3	Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olarak ifade ederek çözme	3
T_4	Tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	4
	$T_{4.1}$: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ ax + b = c$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	4
T_4	$T_{4.2}$: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ ax + b = cx + d$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	3
T_5	$a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ ax + b = cx + d $ şeklinde birden çok mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	7
T_6	$a,b,c,d,e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ a + bx + d = c$ şeklinde içi içe mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	2
T_7	$a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ ax + b \leq c$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli bir eşitsizliğin çözüm kümesini bulma	13
T_8	$a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq bx + c \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma	2
T_9	Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olarak ifade ederek çözme	1

T_1 görev tipine ilişkin 3 çözümlü, 8 çözümsüz; T_2 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 2 çözümsüz; T_3 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 2 çözümsüz; $T_{4,1}$ alt görev tipine ilişkin 3 çözümlü, 1 çözümsüz; $T_{4,2}$ alt görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 2 çözümsüz; T_5 görev tipine ilişkin 3 çözümlü, 4 çözümsüz; T_6 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 1 çözümsüz; T_7 görev tipine ilişkin 6 çözümlü, 7 çözümsüz, T_8 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 1 çözümsüz ve T_9 görev tipine ilişkin 1 çözümsüz görev bulunmaktadır.

➤ **Örnek**

$|-5| + 3 \cdot |-2| + |-1|$ işleminin sonucunu bulalım.

➤ **Çözüm**

$|-5| + 3 \cdot |-2| + |-1| = 5 + 3 \cdot 2 + 1 = 5 + 6 + 1 = 12$ bulunur.

Şekil 4.36. AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_1 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.130)

Şekil 4.36'da AL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_1 : Gerçek bir sayının mutlak değerini bulma ve mutlak değerli ifadelerle işlem yapma

τ_1 : “Bir gerçek sayının sayı doğrusu üzerindeki görüntüsünün başlangıç noktasına olan uzaklığına sayının mutlak değeri denir.” tanımından yararlanarak mutlak değer içeren ifadenin içinde ve dışında kalan işlemleri yaparak sonucu bulma

θ : $\forall x \in \mathbb{R}$ için $x \geq 0$ ise $|x| = x$ ve $x < 0$ ise $|x| = -x$ 'tir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

➤ **Örnek**

$x < y < z$ ise $|x - z| + |z - y| - |x - y|$ ifadesinin en sade hâlini bulalım.

➤ **Çözüm**

$x < y < z$ olduğundan $x - z < 0$, $z - y > 0$, $x - y < 0$ olur. Buradan

$$\begin{aligned} |x - z| + |z - y| - |x - y| &= -x + z + z - y - (-x + y) \\ &= -x + 2z - y + x - y = 2z - 2y \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Şekil 4.37. AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_2 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.130)

Şekil 4.37'de AL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

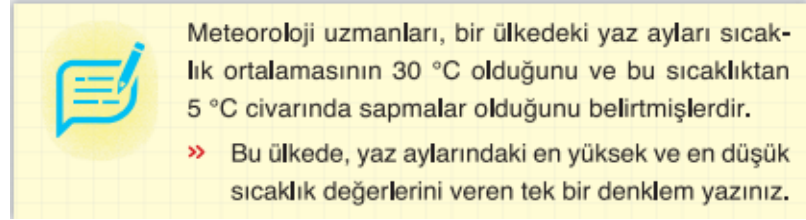
T_2 : $x, y, z \in \mathbb{R}$ $x > y > z$ şeklinde aralarındaki büyüklük ilişkisi verilen bilinmeyenleri içeren mutlak değerli ifadelerin en sade halini bulma

τ_2 : $x > y > z$ şeklinde aralarındaki büyüklük ilişkisi verilen x, y, z gibi bilinmeyenlerden oluşan mutlak değerli ifadelerde; büyüklük ilişkilerinden yararlanarak

mutlak değerin içinde yer alan ifadenin işareti bulunarak ve mutlak değer özelliğinden yararlanarak verilen ifadeyi en sade hale getirme

$\Theta: \forall x \in \mathbb{R}$ için $x \geq 0$ ise $|x| = x$ ve $x < 0$ ise $|x| = -x$ 'dir. $x > y > z$ ise $|x - y| = x - y$, $|x - z| = x - z$, $|y - z| = y - z$, $|y - x| = -y + x$, $|z - x| = -z + x$, $|z - y| = -z + y$ olur.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.



Şekil 4.38. AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_3 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.131)

Şekil 4.38'de AL ders kitabında T_3 görev tipi ile ilgili çözümsüz bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_3 : Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olarak ifade ederek çözme

τ_3 : Sözel olarak verilen gerçek yaşam durumu problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem $|ax + b| = c$ şeklinde ifade ederek matematiksel problem haline getirme

$\Theta: a, b, c, x \in \mathbb{R}$ ve $ax+b$ ifadesi $-c$ veya $+c$ eşitse $|ax + b| = c$ şeklinde ifade edilir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Örnek

$|2x - 6| = x - 9$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} |2x - 6| = x - 9 &\Rightarrow 2x - 6 = x - 9 \text{ veya } 2x - 6 = -(x - 9) \\ &\Rightarrow 2x - x = 6 - 9 \text{ veya } 3x = 15 \\ &\Rightarrow x = -3 \text{ veya } x = 5 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Ayrıca mutlak değer tanımından $x - 9 \geq 0$ ise $x \geq 9$ olur.

$x = -3$ ve $x = 5$ değerleri $x \geq 9$ şartını sağlamadığından verilen denklemin çözüm kümesi $\emptyset$ dir.

Şekil 4.39. AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_4 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.133)

Şekil 4.39'da AL ders kitabında T_4 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_{4,2}$: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = cx + d$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_6 : $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = cx + d$ şeklindeki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde $ax + b = cx + d$ ve $ax + b = -cx - d$ denklemlerinin köklerinden $|ax + b| = cx + d$ denklemini sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma

θ : $c \in \mathbb{R}^+$, $a, b, c, d, x \in \mathbb{R}$ için $|ax + b| = cx + d$ ise $ax + b = cx + d$ ve $ax + b = -cx - d$ dir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

➤ **Örnek**

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|x + 8| = |x - 6|$ denkleminin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

➤ **Çözüm**

$$|x + 8| = |x - 6| \Rightarrow x + 8 = x - 6 \text{ veya } x + 8 = -x + 6 \text{ olur.}$$

$$x + 8 = x - 6 \Rightarrow 14 = 0 \text{ olduğundan buradan çözüm kümesi } \emptyset \text{ olur.}$$

$$x + 8 = -x + 6 \Rightarrow 2x = 6 - 8 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1 \text{ olur.}$$

$$x = -1 \text{ değeri verilen denklemleri sağladığından çözüm kümesi } \{-1\} \text{ olur.}$$

Şekil 4.40. AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_5 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.133)

Şekil 4.40'ta AL ders kitabında T_5 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_5 : $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = |cx + d|$ şeklinde birden çok mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_7 : $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = |cx + d|$ şeklindeki iki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde çözüm kümesi için $ax + b = cx + d$ ve $ax + b = -(cx + d)$ denklemlerinin çözüm kümelerinin birleşim kümesini bulma

θ : $a, b, c, d, x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = |cx + d|$ ise $ax + b = cx + d \vee ax + b = -(cx + d)$ dir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

➤ **Örnek**

$|6 - |3 - 2x|| = 9$ denkleminin gerçak sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

➤ **Çözüm**

$|6 - |3 - 2x|| = 9 \Rightarrow 6 - |3 - 2x| = 9$ veya $6 - |3 - 2x| = -9$ olur.
 $6 - |3 - 2x| = 9 \Rightarrow -3 = |3 - 2x|$ olduğundan çözüm kümesi $\emptyset$ dir.
 $6 - |3 - 2x| = -9 \Rightarrow |3 - 2x| = 15$
 $\Rightarrow 3 - 2x = 15$ veya $3 - 2x = -15$
 $\Rightarrow 2x = -12$ veya $2x = 18 \Rightarrow x = -6$ veya $x = 9$ bulunur.
Bu durumda verilen denklemin çözüm kümesi $\{-6, 9\}$ olur.

Şekil 4.41. AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_6 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.132)

Şekil 4.41'de AL ders kitabında T_6 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_6 : $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|a + |bx + d|| = c$ şeklinde iç içe mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_9 : $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|a + |bx + d|| = c$ şeklinde iç içe mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin; $a + |bx + d| = c$ ve $a + |bx + d| = -c$ denklemlerinin τ_4 ve τ_5 teknikleriyle çözüm kümelerinin bulunmasıyla oluşan denklemleri sağlayan çözüm kümesini bulma

θ : $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|a + |bx + d|| = c$ ise $a + |bx + d| = c \vee a + |bx + d| = -c$ dir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

➤ **Örnek**

Aşağıda verilen eşitsizliklerin gerçak sayılar kümesindeki çözüm kümelerini bulalım.

$$|x - 2| < 5$$

➤ **Çözüm**

$$|x - 2| < 5 \Rightarrow -5 < x - 2 < 5 \\ \Rightarrow -5 + 2 < x < 5 + 2 \Rightarrow -3 < x < 7 \text{ olur.}$$

Buradan çözüm kümesi $(-3, 7)$ bulunur.

Şekil 4.42. AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_7 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.135)

Şekil 4.42’de AL ders kitabında T_7 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_7 : $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| \leq c$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli bir eşitsizliğin çözüm kümesini bulma

τ_{10} : $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| \leq c$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesi c ’nin işareti pozitif ise $-c \leq ax + b \leq c$ eşitsizliğinin çözüm kümesi olduğunu bulma

θ : $a, b, x \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}^+$ ve $|ax + b| \leq c$ olmak üzere $-c \leq ax + b \leq c$ dir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

⇒ **Örnek**

$1 < |x - 4| < 5$ eşitsizliğinin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

⇒ **Çözüm**

$$1 < |x - 4| < 5 \Rightarrow 1 < x - 4 < 5 \vee -5 < x - 4 < -1 \\ \Rightarrow 5 < x < 9 \vee -1 < x < 3 \text{ olur.}$$

O hâlde çözüm kümesi $\{x \mid 5 < x < 9 \vee -1 < x < 3, x \in \mathbb{R}\}$ olur.

Şekil 4.43. AL Matematik-9 kitabında $MO3$ ’te T_8 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.135)

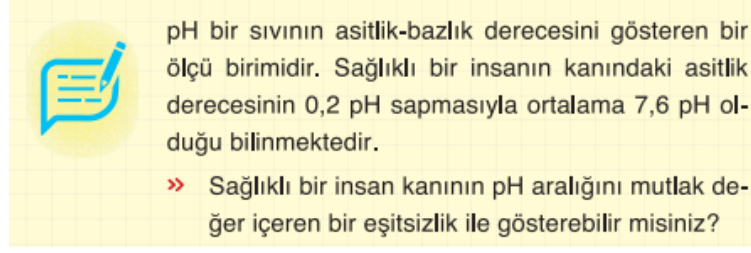
Şekil 4.43’te AL ders kitabında T_8 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_8 : $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq |bx + c| \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma

τ_{14} : $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq |bx + c| \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesinin $a \leq bx + c \leq d$ ve $-d \leq bx + c \leq a$ eşitsizliklerinin çözüm kümesinin birleşimi olduğunu bulma

θ : $b, c, x \in \mathbb{R}; a, d \in \mathbb{R}^+$ ve $a \leq |bx + c| \leq d$ ise $a \leq bx + c \leq d \vee -d \leq bx + c \leq a$ ‘dır.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.



Şekil 4.44. AL Matematik-9 kitabında MO3'te T_9 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.134)

Şekil 4.44'te AL ders kitabında T_9 görev tipi ile ilgili çözümsüz bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_9 : Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olarak ifade ederek çözme

τ_{15} : Sözel olarak verilen gerçek yaşam durumu problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem $|ax + b| \leq c$ şeklinde ifade ederek matematiksel problem haline getirme

θ : $a, b, c, x \in \mathbb{R}$ ve $ax+b$ ifadesinin alabileceği en küçük değer $-c$ veya en büyük değer $+c$ ise $|ax + b| \leq c$ şeklinde ifade edilir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Anadolu Lisesi kitabının mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.46'daki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.46. AL Matematik-9 kitabında MO3 için (T ; τ ; θ ; Θ)

Matematiksel Organizasyon	MO3: Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T_1: Gerçek bir sayının mutlak değerini bulma ve mutlak değerli ifadelerle işlem yapma T_2: $x > y > z$ şeklinde aralarındaki büyüklük ilişkisi verilen x, y, z gibi bilinmeyenlerden oluşan mutlak değerli ifadelerde; büyüklük ilişkilerinden yararlanarak mutlak değer içinde yer alan ifadenin işareti bulunarak ve mutlak değer özelliğinden yararlanarak verilen ifadeyi en sade hale getirme T_3: Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olarak ifade ederek çözme $T_{4.1}$: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = c$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{4.2}$: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = cx + d$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma

Tablo 4.46. (Devam) *AL Matematik-9 kitabında MO3 için (T ; τ ; θ ; Θ)*

Görev Tipi (T)	T_5: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = cx + d$ şeklinde birden çok mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma T_6: $a,b,c,d,e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a + bx + d = c$ şeklinde iç içe mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma T_7: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq c$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli bir eşitsizliğin çözüm kümesini bulma T_8: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq bx + c \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma T_9: Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olarak ifade ederek çözme
Teknik (τ)	τ_1: Bir gerçek sayının sayı doğrusu üzerindeki görüntüsünün başlangıç noktasına olan uzaklığına sayının mutlak değeri denir tanımından yararlanarak mutlak değer içeren ifadenin içinde ve dışında kalan işlemleri yaparak sonucu bulma. τ_2: $x > y > z$ şeklinde aralarındaki büyüklük ilişkisi verilen x,y,z gibi bilinmeyenlerden oluşan mutlak değerli ifadelerde; büyüklük ilişkilerinden yararlanarak mutlak değerinin içinde yer alan ifadenin işareti bulunarak ve $x \geq 0$ ise $x = x$ ve $x < 0$ ise $x = -x$ özelliğinden yararlanarak verilen ifadeyi en sade hale getirme τ_3: Sözel olarak verilen gerçek yaşam durumu problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem $ax + b = c$ şeklinde ifade ederek matematiksel problem haline getirme τ_4: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = c$ şeklindeki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde c'nin işareti pozitif ise $ax + b = c$ ve $ax + b = -c$ denklemlerinin köklerinden $ax + b = c$ denklemini sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma τ_5: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = c$ şeklindeki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler de c'nin işareti negatif ise çözüm kümesinin boş küme olduğunu bulma τ_6: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = cx + d$ şeklindeki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde $ax + b = cx + d$ ve $ax + b = -cx - d$ denklemlerinin köklerinden $ax + b = cx + d$ denklemini sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma τ_7: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = cx + d$ şeklindeki iki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde çözüm kümesi için $ax + b = cx + d$ ve $ax + b = -(cx + d)$ denklemlerinin çözüm kümelerinin birleşim kümesini bulma τ_8: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b + cx + d$ şeklindeki iki mutlak değerli ifade içeren ifadenin alabileceği en küçük değer bulunurken $ax+b=0$ veya $cx+d=0$ denklemlerinin köklerinden birinin ifadeyi en küçük yapacağını bulma τ_9: $a,b,c,d,e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a + bx + d = c$ şeklinde iç içe mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin; $a + bx + d = c$ ve $a + bx + d = -c$ denklemlerinin τ_4 ve τ_5 teknikleriyle çözüm kümelerinin bulunmasıyla oluşan denklemi sağlayan çözüm kümesini bulma

Tablo 4.46. (Devam) *AL Matematik-9 kitabında MO3 için (T; τ ; θ ; Θ)*

Teknik (τ)	τ_{10}: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq c$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesi c'nin işareti pozitif ise $-c \leq ax + b \leq c$ eşitsizliğinin çözüm kümesi olduğunu bulma τ_{11}: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \geq c$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesinin $ax + b \geq c$ ve $ax + b \leq -c$ eşitsizliklerinin çözüm kümesinin birleşimi olduğunu bulma τ_{12}: $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq 0$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesinin $ax + b = 0$ yani $ax + b = 0$ denkleminin çözüm kümesi olduğunu bulma τ_{13}: $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b > 0$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesinin $ax + b = 0$ yani $ax + b = 0$ denkleminin çözüm kümesi dışında tüm gerçekte sayılar olduğunu bulma τ_{14}: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq bx + c \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesinin $a \leq bx + c \leq d$ ve $-d \leq bx + c \leq a$ eşitsizliklerinin çözüm kümesinin birleşimi olduğunu bulma τ_{15}: Sözel olarak verilen gerçekte yaşam durumu problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem $ax + b \leq c$ şeklinde ifade ederek matematiksel problem haline getirme
Teknoloji (θ)	θ_1: $\forall x \in \mathbb{R}$ için $x \geq 0$ ise $x = x$ ve $x < 0$ ise $x = -x$ tir. θ_2: $\forall x \in \mathbb{R}$ için $x \geq 0$ ise $x = x$ ve $x < 0$ ise $x = -x$ tir. $x < y < z$ olduğundan $x - z < 0$, $z - y > 0$ ve $x - y < 0$ dir. θ_4: $a \in \mathbb{R}^+$, $x \in \mathbb{R}$ için $x = a$ ise $x = a \vee x = -a$ tir. θ_5: $x \in \mathbb{R}$ için $x \geq 0$ olur. Denklemini sağlayan x değeri yoktur. Çünkü hiçbir gerçekte sayının başlangıç noktasına olan uzaklığı negatif olamaz. θ_6: $a, b, c, d, x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = cx + d$ ise $ax + b = cx + d \vee ax + b = -(cx + d)$ dir. θ_7: $a, b, c, d, x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = cx + d$ ise $ax + b = cx + d \vee ax + b = -(cx + d)$ dir. θ_8: Mutlak değerli bir ifadenin alabileceği en küçük değeri sıfırdır. θ_9: $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a + bx + d = c$ ise $a + bx + d = c \vee a + bx + d = -c$ olur. θ_{10}: $x \in \mathbb{R}$ ve $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $x \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$ dir. θ_{11}: $x \in \mathbb{R}$ ve $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $x \geq a \Leftrightarrow x \geq a \vee x \leq -a$ dir. θ_{12}: Mutlak değerli ifade negatif olamaz. Bu sebeple $ax + b = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulmalıyız. θ_{13}: $ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$ olur. $x = \frac{-b}{a}$ dışındaki bütün gerçekte sayılar $ax + b > 0$ eşitsizliğini sağlar. Bu nedenle çözüm kümesi $\mathbb{R} - \left\{ \frac{-b}{a} \right\}$ olur. θ_{14}: $x \in \mathbb{R}$ ve $a, b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $a \leq x \leq b \Leftrightarrow a \leq x \leq b \vee -b \leq x \leq -a$ dir
Teori (Θ)	

AL Matematik-9 kitabında mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde $T_1, T_2, T_3, T_{4,1}, T_{4,2}, T_5, T_6, T_7, T_8$ ve T_9 görev tipine ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir. AL Matematik-9 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.47’de gösterilmiştir.

Tablo 4.47. AL Matematik-9 kitabındaki MO3’te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları

Görev Tipi (T)	F	%
T_1	11	22,00
T_2	4	8,00
T_3	3	6,00
T_4	$T_{4,1}$	4
	$T_{4,2}$	3
T_5	7	14,00
T_6	2	4,00
T_7	13	26,00
T_8	2	4,00
T_9	1	2,00
TOPLAM	50	100

AL Matematik-9 kitabında mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7, \tau_8, \tau_9, \tau_{10}, \tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{14}$ ve τ_{15} olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. İki görevde τ_3 ve τ_4 tekniklerinin birlikte kullanılması istenmiştir. AL Matematik-9 mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.48’de gösterilmiştir.

Tablo 4.48. AL Matematik-9 kitabında MO3’te tekniklerin (τ) frekans yüzde dağılımları

Teknik (τ)	F	%
τ_1	11	21,15
τ_2	4	7,69
τ_3	3	5,77
τ_4	4	7,69
τ_5	2	3,85
τ_6	3	5,77
τ_7	4	7,69

Tablo 4.48. (Devam) *AL Matematik-9 kitabında MO3'te tekniklerin (τ) frekans yüzde dağılımları*

Teknik (τ)	F	%
τ_8	3	5,77
τ_9	2	3,85
τ_{10}	5	9,61
τ_{11}	4	7,69
τ_{12}	2	3,85
τ_{13}	2	3,85
τ_{14}	2	3,85
τ_{15}	1	1,92
TOPLAM	52	100

AL Matematik-9 kitabında mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında “ T_1 : Gerçek bir sayının mutlak değerini bulma ve mutlak değerli ifadelerle işlem yapma” görev tipine ilişkin görevler istenirken τ_1 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_2 : $x,y,z \in \mathbb{R}$ $x > y > z$ şeklinde aralarındaki büyüklük ilişkisi verilen bilinmeyenleri içeren mutlak değerli ifadelerin en sade halini bulma” görev tipine ilişkin görevler istenirken τ_2 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_3 : Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olarak ifade ederek çözme” görev tipine ilişkin görevler istenirken τ_3 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_4 : $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = c$ ve $|ax + b| = cx + d$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_4 , τ_5 ve τ_6 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_5 : $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = |cx + d|$ şeklinde birden çok mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_7 ve τ_8 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_6 : $a,b,c,d,e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|a + |bx + d|| = c$ şeklinde iç içe mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevler istenirken τ_9 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_7 : $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| \leq c$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli bir eşitsizliğin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{10} , τ_{11} , τ_{12} ve τ_{13} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_8 : $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq |bx + c| \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm

kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{14} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması ve “*T₉: Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olarak ifade ederek çözme*” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{15} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması beklenmektedir.

Tablo 4.49. AL Matematik-9 kitabında MO3’te (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Mutlak Değer İçeren Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler ve Eşitsizlikler	T ₁	τ_1
	T ₂	τ_2
	T ₃	τ_3
	T ₄	τ_4, τ_5, τ_6
	T ₅	τ_7, τ_8
	T ₆	τ_9
	T ₇	$\tau_{10}, \tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}$
	T ₈	τ_{14}
	T ₉	τ_{15}
TOPLAM	9	15

4.3.4. Anadolu lisesi kitabının MO4. birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerin prakseolojik yapısı

Matematik Öğretim Programında “*Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini bulur.*” kazanımı “*Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümeleri bulunurken yerine koyma, yok etme veya grafikte çözüm yöntemlerinden faydalanılır. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözümü, analitik düzlemde gösterilir.*” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili beş görev tipi içerisinde 14’ü çözümlü 19’u çözümsüz olmak üzere 33 görev bulunmaktadır. Bu görev tipleri ve görev tiplerine ait görev sayısı Tablo 4.50’de sunulmuştur.

Tablo 4.50. AL Matematik-9 kitabının (MO4;T) yapısı

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_1	$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulma	12
T_2	Çözüm kümesi eleman sayısı verilen birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde katsayıları verilmeyen denklemin katsayılarını bulma	9
T_3	Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi olarak ifade ederek çözme	1
T_4	$a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme	4
T_5	$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$, $dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme	7

T_1 görev tipine ilişkin 7 çözümlü, 5 çözümsüz; T_2 görev tipine ilişkin 3 çözümlü, 6 çözümsüz; T_3 görev tipine ilişkin 1 çözümlü; T_4 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 2 çözümsüz; T_5 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 5 çözümsüz görev bulunmaktadır.

⇒ **Örnek**

$$2x - 3y = 5$$

$$3x + 4y = -1$$

denklem sisteminin çözüm kümesini yok etme yöntemi ile bulalım.

⇒ **Çözüm**

$$\begin{array}{l} -3 \cdot (2x - 3y) = 5 \cdot (-3) \\ 2 \cdot (3x + 4y) = -1 \cdot 2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Birinci denklemi } -3 \text{ ile} \\ \text{ikinci denklemi } 2 \text{ ile çarpalım.} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} -6x + 9y = -15 \\ + 6x + 8y = -2 \\ \hline 17y = -17 \Rightarrow y = -1 \text{ bulunur.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Denklemleri taraf tarafa toplayalım.} \end{array} \right.$$

$$17y = -17 \Rightarrow y = -1 \text{ bulunur.}$$

$y = -1$ değerini herhangi bir denklemde yerine yazalım.

$$2x - 3y = 5 \Rightarrow 2x - 3 \cdot (-1) = 5 \Rightarrow 2x = 5 - 3 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \text{ bulunur.}$$

O hâlde verilen denklem sisteminin çözüm kümesi $\{(1, -1)\}$ olur.

Şekil 4.45. AL Matematik-9 kitabında MO4'te T_1 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.139)

Şekil 4.45'te AL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_1 : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulma

τ_1 : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise bilinmeyenlerden birini yok etmek için denklemlerde bilinmeyenlerden birinin katsayılarını eşitlemek için her iki tarafını aynı sayıyla çarpmak, sonra taraf tarafa toplayarak ya da çıkartarak bilinmeyen birini yok ederek denklemi $g, h \in \mathbb{R}$, $gy = h$ şekline getirerek oluşan yeni denklemde bilinmeyen değeri bulma, sonra denklemlerden birinde yerine yazarak $i, j \in \mathbb{R}$ $ix = j$ haline getirerek yok edilen bilinmeyen değeri bulma (Yok etme yöntemi)

Θ : İki denklemde yer alan değişkenlerden (bilinmeyenlerden) birinin katsayılarını eşitlemek için denklemlerin her iki tarafı aynı sayıyla çarpılırsa eşitlik korunur. Denklemler taraf tarafa toplanıp çıkarılabilir. Denklemlerde bu işlem yapıldığında bilinmeyenlerden biri ortadan kalkabilir. Değişkenin birinin yok olmasıyla denklem bir bilinmeyenli birinci dereceden denklem haline gelir. Denklem çözülmesiyle yok edilmeyen diğer değişkenin değeri bulunur. Bulunan değer denklemlerden herhangi birinde yerine yazılır. Oluşan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin çözümüyle de yok edilen değişkenin değeri bulunur.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Örnek

$$(a - 1)x + 2y - b + 4 = 0$$

$$2x - 3y + 4 = 0$$

denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre $b - a$ değerini bulalım.

Çözüm

Verilen denklem sisteminin çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olması

için $\frac{a-1}{2} = \frac{2}{-3} = \frac{-b+4}{4}$ olmalıdır.

$$\frac{a-1}{2} = \frac{2}{-3} \Rightarrow -3 \cdot (a-1) = 2 \cdot 2 \Rightarrow -3a + 3 = 4$$

$$\Rightarrow -3a = 1$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

$$\frac{2}{-3} = \frac{-b+4}{4} \Rightarrow 2 \cdot 4 = -3 \cdot (-b+4) \Rightarrow 8 = 3b - 12$$

$$\Rightarrow 20 = 3b$$

$$\Rightarrow b = \frac{20}{3} \text{ bulunur.}$$

$$\text{Buradan } b - a = \frac{20}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{20}{3} + \frac{1}{3} = \frac{21}{3} = 7 \text{ bulunur.}$$

Şekil 4.46. AL Matematik-9 kitabında MO4'te T_2 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.142)

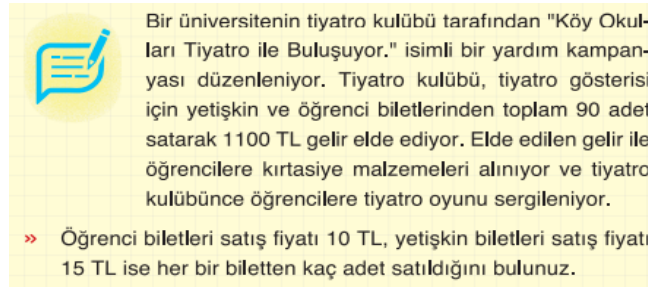
Şekil 4.46'da AL ders kitabında T_2 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_2 : Çözüm kümesi eleman sayısı verilen birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde katsayıları verilmeyen denklemin katsayılarını bulma

τ_7 : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ ise çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olduğunu bilerek $a \cdot e = b \cdot d$ ve $a \cdot f = c \cdot d$ eşitliklerinden yararlanarak bilinmeyen katsayıları bulma

θ : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sisteminin çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olması için $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ olmalıdır. $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ ise $a \cdot e = b \cdot d$ ve $a \cdot f = c \cdot d$ dir.

θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.



Şekil 4.47. AL Matematik-9 kitabında MO4'te T_3 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.137)

Şekil 4.47'de AL ders kitabında T_3 görev tipi ile ilgili çözümsüz bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_3 : Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik sistemi olarak ifade ederek çözme

$\tau_9 + \tau_1$: Sözel olarak verilen gerçek yaşam durumu problemlerini birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem sistemi olarak ifade ederek matematiksel problem haline getirme. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem sisteminin çözüm kümesini bulma.

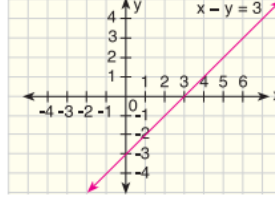
θ : : Problemde bilinenlerin ve bilinmeyenlerin (değişkenlerin) tespiti yapılarak $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi olarak yazılır. Yok etme yöntemi, yerine yazma yöntemi ya da grafikte çözme yöntemi kullanılarak çözüm bulunur.

θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

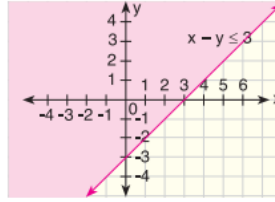
Örnek

$x - y \leq 3$ eşitsizliğinin çözüm kümesini koordinat sisteminde gösterelim.

Çözüm



$x - y = 3$ doğrusunun grafiğini çizelim. $x = 0$ için $y = -3$ ve $y = 0$ için $x = 3$ bulunur. O hâlde bu doğru $(0, -3)$ ve $(3, 0)$ noktalarından geçer. Bu durumda bu doğrunun grafiği yandaki gibi olur.



Hangi bölgenin çözüm kümesi olduğunu bulabilmek için herhangi bir nokta alıp eşitsizlikte yerine yazalım. $(0, 0)$ noktası $x - y \leq 3$ eşitsizliğinde yerine yazılırsa
 $x - y \leq 3 \Rightarrow 0 - 0 \leq 3 \Rightarrow 0 \leq 3$
 doğru önermesi elde edilir. Bu nedenle $(0, 0)$ noktasının bulunduğu bölge

boyanır.

Boyalı bölgede bulunan sonsuz farklı nokta verilen eşitsizliğin çözüm kümesidir.

Şekil 4.48. AL Matematik-9 kitabında MO4'te T_4 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.144)

Şekil 4.48'de AL ders kitabında T_4 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu görevle ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_4 : $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme

τ_{10} : $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerde, $ax + by = c$ doğrusunu çizerek doğru üzerinde olmayan bir nokta seçilerek eşitsizlikte yerine yazılır, önermeyi sağlarsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu taraf, sağlamazsa noktanın olmadığı tarafı eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirleme

θ : Koordinat düzleminde $ax + by = c$ doğrusu üzerinde olmayan bir nokta $ax + by \leq c$ eşitsizliğini sağlıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu taraf, sağlamıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olmadığı taraf eşitsizliğin çözüm kümesidir. Grafik olarak taranarak gösterilir. Eşitsizlik işaretleri " $\leq$ " ya da " $\geq$ " şeklinde ise doğru grafiği de çözüme dahildir, "<" ya da ">" şeklinde ise doğru grafiği çözüme dahil değildir kesikli çizgi olarak gösterilir.

θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

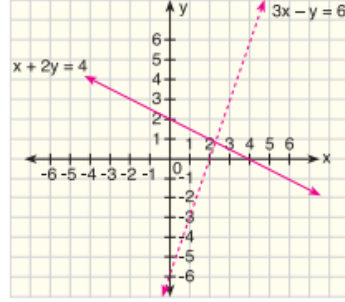
Örnek

$$3x - y > 6$$

$$x + 2y \leq 4$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini koordinat sisteminde gösterelim.

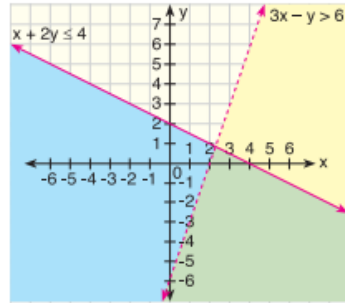
Çözüm



$3x - y = 6$ denkleminin için $x = 0$ ise $y = -6$, $y = 0$ ise $x = 2$ olur. Grafik $(0, -6)$ ve $(2, 0)$ noktalarından geçer.

$x + 2y = 4$ denkleminin için $x = 0$ ise $y = 2$, $y = 0$ ise $x = 4$ olur. Grafik $(0, 2)$ ve $(4, 0)$ noktalarından geçer.

Bu durumda doğruların grafikleri yandaki gibi olur.



$(0, 0)$ noktası için,
 $3x - y > 6 \Rightarrow 3 \cdot 0 - 0 > 6 \Rightarrow 0 > 6$
 yanlış önermesi elde edilir.
 $(0, 0)$ noktasının bulunmadığı bölge boyanır.

$(0, 0)$ noktası için,
 $x + 2y \leq 4 \Rightarrow 0 + 2 \cdot 0 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq 4$
 doğru önermesi elde edilir.
 $(0, 0)$ noktasının bulunduğu bölge boyanır.

Yeşil renkli bölgede bulunan sonsuz farklı nokta, verilen eşitsizlik sisteminin çözüm kümesidir.

Şekil 4.49. AL Matematik-9 kitabında MO4'te T_5 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.144)

Şekil 4.49'da AL ders kitabında T_5 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_5 : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$, $dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme

τ_{11} : $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$, $dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinde, $ax + by = c$ ve $dx + ey = f$ doğrularını çizerek, sırasıyla doğru üzerinde olmayan bir nokta seçilerek eşitsizlikte yerine yazılır önermeyi sağlarsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu taraf, sağlamazsa noktanın olmadığı tarafı eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirlendikten sonra her iki eşitsizliğin çözümlerinin kesişim kümesini eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi olarak belirleme.

Θ : $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$, $dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesini koordinat sisteminde göstermek için $ax + by = c$ ve $dx + ey = f$ doğrusunun grafiği çizilir. Önce $ax + by \leq c$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulmak için koordinat düzleminde $ax + by = c$ doğrusu üzerinde olmayan bir nokta $ax + by \leq c$ eşitsizliğini sağlıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu taraf, sağlamıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olmadığı taraf eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirlenir. Sonra $dx + ey \leq f$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulmak için koordinat düzleminde $dx + ey = f$ doğrusu üzerinde olmayan bir nokta $dx + ey \leq f$ eşitsizliğini sağlıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu taraf, sağlamıyorsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olmadığı taraf eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirlenir. Her iki eşitsizliğin çözüm kümelerinin kesişim kümesi eşitsizlik sisteminin çözüm kümesidir ve şekil olarak taranarak gösterilir. Eşitsizlik işaretleri “ $\leq$ ” ya da “ $\geq$ ” şeklinde olan doğruların grafiği de çözüme dahil edilir, “ $<$ ” ya da “ $>$ ” şeklinde olan doğruların grafiği çözüme dahil edilmeyerek kesikli çizgi olarak gösterilir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Anadolu Lisesi kitabının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.51’deki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.51. AL Matematik-9 kitabında MO4 için (T ; τ ; θ ; Θ)

Matematiksel Organizasyon	MO4: Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T_1: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulma T_2: Çözüm kümesi eleman sayısı verilen birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde katsayıları verilmeyen denklemin katsayılarını bulma T_3: Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik sistemi olarak ifade ederek çözme T_4: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme T_5: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$, $dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme

Tablo 4.51. (Devam) *AL Matematik-9 kitabında MO4 için (T; τ ; θ ; Θ)*

Teknik (τ)	τ_1: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise bilinmeyenlerden birini yok etmek için denklemlerde bilinmeyenlerden birinin katsayıları eşitlemek için her iki tarafını aynı sayıyla çarpmak, sonra taraf taraf toplayarak ya da çıkartarak bilinmeyen birini yok ederek denklemini $g,h \in \mathbb{R}$, $gy = h$ şekline getirerek oluşan yeni denklemde bilinmeyen değeri bulma, sonra denklemlerden birinde yerine yazarak $i,j \in \mathbb{R}$ $ix=j$ haline getirerek yok edilen bilinmeyen değeri bulma (Yok etme yöntemi) τ_2: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise herhangi bir denklemin bir bilinmeyen eşiti örneğin $x = \frac{c-by}{a}$ şeklinde bulunarak diğer denklemde x yerine ifadenin eşiti yazılarak oluşan denklemin çözümü ile önce bilinmeyen sonra yerine yazarak diğer bilinmeyen değeri bulma (Yerine yazma yöntemi) τ_3: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $ax + by = c$, $dx + ey = f$ doğrularının grafiklerini çizerek çözüm kümesini bulma (Grafikle çözüm yöntemi) τ_4: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ ise çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olduğunu bulma τ_5: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ ise çözüm kümesinin boş küme olduğunu bulma τ_6: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise çözüm kümesinin bir elemanlı olduğunu bilerek $a.e \neq b.d$ yararlanarak bilinmeyen katsayının hangi değeri alamayacağını bulma τ_7: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ ise çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olduğunu bilerek $a.e = b.d$ ve $a.f = c.d$ eşitliklerinden yararlanarak bilinmeyen katsayıları bulma τ_8: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ ise çözüm kümesinin boş küme olduğunu bilerek $a.e = b.d$ eşitliğinden yararlanarak bilinmeyen katsayıları bulma τ_9: Sözel olarak verilen gerçek yaşam durumu problemlerini birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem sistemi olarak ifade ederek matematiksel problem haline getirme
-----------------------------------	---

Tablo 4.51. (Devam) AL Matematik-9 kitabında MO4 için (T; τ ; θ ; Θ)

Teknik (τ)	τ_{10}: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini koordinat sisteminde göstermek için $ax + by = c$ doğrusunu çizerek doğru üzerinde olmayan bir nokta seçilerek eşitsizlikte yerine yazılır, önermeyi sağlarsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu tarafı, sağlamazsa noktanın olmadığı tarafı eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirleme τ_{11}: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$, $dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesini koordinat sisteminde göstermek için $ax + by = c$ ve $dx + ey = f$ doğrularını çizerek, doğru üzerinde olmayan bir nokta eşitsizlikte yerine yazılarak önermeyi sağlarsa doğrunun noktanın olduğu tarafı, sağlamazsa noktanın olmadığı tarafı eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirlendikten sonra doğrularının kesişim kümesini eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi olarak belirleme τ_{12}: Koordinat sisteminde çözüm kümesi boyanarak gösterilen eşitsizlik sistemini koordinat sistemindeki değerlerden yararlanarak bulma
Teknoloji (θ)	θ_1: Verilen denklem sisteminde bilinmeyenlerden birisinin katsayıları eşit ve zıt işaretli olacak şekilde düzenlenir. Daha sonra her iki denklem taraf tarafa toplanarak bilinmeyenlerden birisi yok edilir. Elde edilen 1. Dereceden denklem çözülür. Bulunan değer, denklem sistemindeki denklemlerden herhangi birinde yerine yazılır ve diğer bilinmeyen bulunur. θ_2: Denklem sistemindeki herhangi bir denklemde değişkenlerden biri eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılır ve bu değişkenin değeri diğer denklemde yerine yazılır. Elde edilen 1. Dereceden denklem çözülür. Bulunan değer, denklem sistemindeki denklemlerden herhangi birinde yerine yazılır ve diğer bilinmeyen bulunur. θ_3: İki doğrunun grafikleri çizilir. İki doğrunun kesişim noktası denklem sistemlerinin çözümünü göstermektedir. θ_4: $ax + by + m = 0$ ve $cx + dy + n = 0$ denklem sisteminde $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{m}{n}$ ise doğrular çakışık. Çakışık iki doğrudan oluşan bir denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır. θ_5: $ax + by + m = 0$ ve $cx + dy + n = 0$ denklem sisteminde $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \neq \frac{m}{n}$ ise doğrular paraleldir. Paralel iki doğrudan oluşan bir denklem sisteminin çözüm kümesi boş kümedir. θ_6: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sisteminin çözüm kümesinin bir elemanlı olması için $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ olmalıdır. θ_7: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sisteminin çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olması için $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ olmalıdır.

Tablo 4.51. (Devam) *AL Matematik-9 kitabında MO4 için (T; τ ; θ ; Θ)*

Teknoloji (Θ)	θ_8: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sisteminin çözüm kümesinin boş küme olması için $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ olmalıdır. θ_{10}: $ax + by = c$ doğrusunun grafiğini çizmek için $x=0$ için ve $y=0$ için değerler bulunur. (Eksenleri kestiği noktalar) Hangi bölgenin çözüm kümesi olduğunu bulabilmek için herhangi bir nokta alınıp eşitsizlikte yerine yazılır. Doğru bir önerme elde edilirse noktanın bulunduğu bölge boyanır. Boyalı bölgede sonsuz farklı verilen eşitsizliğin çözüm kümesidir. Eşitsizlik işaretleri "$\leq$" ya da "$\geq$" şeklinde ise doğru grafiği kesiksiz çizgi ile çizilir, "<" ya da ">" şeklinde ise doğru grafiği kesikli çizgi ile çizilmelidir. θ_{11}: $ax + by \leq c$, $dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesini bulmak için $ax + by = c$ denklemi için $x=0$ ve $y=0$ için değerler bulunur. Grafik bu noktalardan geçer. $dx + ey = f$ denklemi için $x=0$ ve $y=0$ için değerler bulunur. Grafik bu noktalardan geçer. Bir nokta seçilir ve bu nokta $ax + by \leq c$ yerine yazılır, doğru önerme elde edilirse noktanın bulunduğu bölge, yanlış önerme elde edilirse noktanın bulunmadığı bölge boyanır. Bir nokta seçilir ve bu nokta $dx + ey \leq f$ yerine yazılır, doğru önerme elde edilirse noktanın bulunduğu bölge, yanlış önerme elde edilirse noktanın bulunmadığı bölge boyanır. Her iki bölgede boyanan ortak bölge eşitsizlik sisteminin çözüm kümesidir.
Teori (Θ)	

AL Matematik-9 kitabında birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde T_1 , T_2 , T_3 , T_4 ve T_5 görev tipine ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir. AL Matematik-9 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.52’de gösterilmiştir.

Tablo 4.52. *AL Matematik-9 kitabındaki MO4’te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları*

Görev Tipi (T)	F	%
T_1	12	36,37
T_2	9	27,27
T_3	1	3,03
T_4	4	12,12
T_5	7	21,21
TOPLAM	33	100

AL Matematik-9 kitabında birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7, \tau_8, \tau_9, \tau_{10}, \tau_{11}$ ve τ_{12} olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. Bir görevde τ_1 ve τ_9 tekniklerinin birlikte kullanılması istenmiştir. AL Matematik-9 kitabında birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.53'te gösterilmiştir.

Tablo 4.53. AL Matematik-9 kitabında MO4'te tekniklerin (τ) frekans yüzde dağılımları

Teknik (τ)	F	%
τ_1	5	14,71
τ_2	4	11,76
τ_3	1	2,94
τ_4	1	2,94
τ_5	2	5,89
τ_6	2	5,89
τ_7	4	11,76
τ_8	1	2,94
τ_9	1	2,94
τ_{10}	4	11,76
τ_{11}	8	23,53
τ_{12}	1	2,94
TOPLAM	34	100

AL Matematik-9 kitabında birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler alt başlığında “ $T_1: a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c, dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevler istenirken $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ ve τ_5 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ $T_2: \text{Çözüm kümesi eleman sayısı verilen birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde katsayıları verilmeyen denklemin katsayılarını bulma}$ ” görev tipine ilişkin görevler istenirken τ_6, τ_7 ve τ_8 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ $T_3: \text{Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik sistemi olarak ifade ederek çözme}$ ” görev tipine ilişkin görevler istenirken τ_9 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ $T_4: a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{10} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması ve “ $T_5: a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c, dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini koordinat

sisteminde gösterme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{11} ve τ_{12} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması beklenmektedir.

Tablo 4.54. AL Matematik-9 kitabında MO4’te (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler ve Eşitsizlikler	T_1	$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5$
	T_2	τ_6, τ_7, τ_8
	T_3	τ_9
	T_4	τ_{10}
	T_5	τ_{11}, τ_{12}
TOPLAM	5	12

4.3.5. Anadolu lisesi kitabının MO5. üslü ifadeleri içeren denklemler’in prakseolojik yapısı

Matematik Öğretim Programında “Üslü ifadeleri içeren denklemleri çözer.” kazanımı “Üslü ifade kavramı hatırlatılır. Bir gerçek sayının tam sayı kuvveti ile ilgili uygulamalar yapılır. Üslü ifadelerin özellikleri üzerinde durulur.” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun üslü ifadeler ve denklemler alt başlığı ile ilgili yedi görev tipi içerisinde 33’ü çözümlü, 22’si çözümsüz olmak üzere 55 görev bulunmaktadır. Bu görev tipleri ve görev tiplerine ait görev sayısı Tablo 4.55’te sunulmuştur.

Tablo 4.55. AL Matematik-9 kitabının (MO5;T) yapısı

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_1	Üslü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma	23
T_2	Üslü sayıların birbiri türünden eşitini bulmaya yönelik problem çözme	5
T_3	Gerçek yaşam problemlerini üslü ifade veya denklem olarak yazarak çözme	7
T_4	Üslü sayıları sıralama	3
T_5	$x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n$ şeklinde tabanları aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma	8
T_6	$x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ şeklinde üsleri aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma	5
T_7	$x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma	3
T_8	$x, y, m, n \in \mathbb{R}$ için $x \neq y$ ve x ile y aralarında asal olmak üzere $x^m = y^n$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma	1

T_1 görev tipine ilişkin 14 çözümlü, 9 çözümsüz; T_2 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 3 çözümsüz; T_3 görev tipine ilişkin 3 çözümlü, 4 çözümsüz; T_4 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 1 çözümsüz; T_5 görev tipine ilişkin 5 çözümlü, 3 çözümsüz; T_6 görev tipine ilişkin 5 çözümlü, T_7 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 2 çözümsüz ve T_8 görev tipine ilişkin 1 çözümlü görev bulunmaktadır.

➤ Örnek

Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini bulalım.

a) 2^4 b) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ d) $(-3)^4$

➤ Çözüm

a) $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ olur.

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ olur.

c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$ olur.

d) $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$ olur.

Şekil 4.50. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_1 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.148)

Şekil 4.50'de AL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_1 : Üslü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma

τ_1 : $x \in \mathbb{R}$; $m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ (m tane) tanımından üslü ifadelerin değerlerini bulma

θ : $x \in \mathbb{R}$ ve $m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere x^m ifadesine üslü ifade denir. Üslü ifadede x sayısı taban, n sayısı üs ya da kuvvet olmak üzere $x^m = x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ (m tane)'dir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

➤ Örnek

$2^x = a$ ve $3^x = b$ olduğuna göre 144^{2x} in a ve b türünden eşitini bulalım.

➤ Çözüm

$$144^{2x} = (2^4 \cdot 3^2)^{2x} = (2^4)^{2x} \cdot (3^2)^{2x} = 2^{8x} \cdot 3^{4x} = (2^x)^8 \cdot (3^x)^4 \text{ olur.}$$

$$2^x = a \text{ ve } 3^x = b \text{ ise } 144^{2x} = (2^x)^8 \cdot (3^x)^4 = a^8 \cdot b^4 \text{ bulunur.}$$

Şekil 4.51. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_2 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.151)

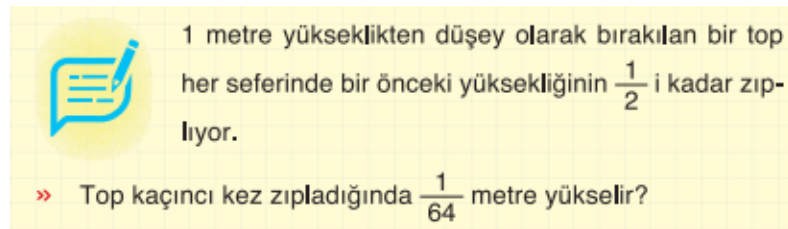
Şekil 4.51’de AL ders kitabında T_2 görev tipi ile ilgili çözümlü bir göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_2 : Üslü sayıların birbiri türünden eşitini bulmaya yönelik problem çözme

τ_8 : $a, b, c, d \in \mathbb{R}; x, y, z \in \mathbb{Z}$ için $a^x = (b^y \cdot c^z)^x = b^{y \cdot x} \cdot c^{z \cdot x} = (b^z)^y \cdot (c^z)^y$ şeklinde üslü sayılardaki özellikleri kullanarak üslü sayıları birbiri türünden yazarak verilen problemi çözme

θ : $a, b, c, d \in \mathbb{R}; x, y, z \in \mathbb{Z}$ için $a^x = (b^y \cdot c^z)^x = b^{y \cdot x} \cdot c^{z \cdot x} = (b^z)^y \cdot (c^z)^y$ ‘dir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.



Şekil 4.52. AL Matematik-9 kitabında MO5’te T_3 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.153)

Şekil 4.52’de AL ders kitabında T_3 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_3 : Gerçek yaşam problemlerini üslü ifade veya denklem olarak yazarak çözme

τ_9 : Sözel olarak verilen gerçek yaşam durumu problemlerini üslü ifade ya da üslü ifade içeren denklem olarak yazarak matematiksel problem haline getirme

θ : Problemden bilinenlerin ve bilinmeyenlerin (değişkenlerin) tespiti yapılarak; $a, b \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{Z}^+$ için $a^x = b$ şeklinde üslü ifadeleri içeren denklem olarak yazılır.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

⇒ **Örnek**

$a = \left(\frac{2}{3}\right)^{26}$, $b = \left(\frac{8}{27}\right)^{11}$, $c = \left(\frac{4}{9}\right)^{14}$ sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

⇒ **Çözüm**

$b = \left(\frac{8}{27}\right)^{11} = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^{11} = \left(\frac{2}{3}\right)^{33}$, $c = \left(\frac{4}{9}\right)^{14} = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^{14} = \left(\frac{2}{3}\right)^{28}$ olur.

$\left(\frac{2}{3}\right)^{33} < \left(\frac{2}{3}\right)^{28} < \left(\frac{2}{3}\right)^{26} \Rightarrow \left(\frac{8}{27}\right)^{11} < \left(\frac{4}{9}\right)^{14} < \left(\frac{2}{3}\right)^{26}$ olduğundan $b < c < a$ bulunur.

Şekil 4.53. AL Matematik-9 kitabında MO5’te T_4 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.152)

Şekil 4.53'te AL ders kitabında T_4 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_4 : Üslü sayıları sıralama

τ_{10} : Üslü sayıları sıralamak için tabanları ya da üsleri aynı hale getirerek; üsler aynı ise tabanı küçük olan daha küçüktür, tabanlar aynı ise taban 0 ile 1 arasında ise üssü büyük olan küçüktür diğer durumda üssü küçük olan küçüktür şeklinde yorumlayarak sıralama

θ : Üslü sayıları sıralamak için tabanların ya da üslerin aynı olması gereklidir. $a \in \mathbb{R}$; $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $a < b < c$ ise $a^x < b^x < c^x$ 'dir. $a \in \mathbb{R}$; $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$ ve $0 < a < 1$ olmak üzere $x < y < z$ ise $a^x > a^y > a^z$ 'dir. $a \in \mathbb{R} - (0,1)$; $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $x < y < z$ ise $a^x < b^x < c^x$ 'dir.

$\theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

⇒ **Örnek**

$5^{3x-2} = 625$ denkleminin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

⇒ **Çözüm**

$5^{3x-2} = 625 = 5^4 \Rightarrow 3x - 2 = 4 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$ bulunur.

O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi $\{2\}$ olur.

Şekil 4.54. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_5 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.154)

Şekil 4.54'te AL ders kitabında T_5 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_5 : $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n$ şeklinde tabanları aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma

$\tau_{12} + \tau_1$: $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için üslü denklemde tabanları τ_1 tekniği ile aynı hale getirildikten sonra $x^m = x^n \Leftrightarrow m = n$ gereği üslerin eşitlenmesiyle oluşan $m=n$ denkleminin çözüm kümesini bulma

θ : Üslü ifade içeren denklemde tabanlar eşit verilmese de tabanlar eşit hale getirilebilir. $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $x^m = x^n \Leftrightarrow m = n$ 'dir.

$\theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

➤ **Örnek**

$(2x - 3)^4 = 256$ denkleminin gerçel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

➤ **Çözüm**

$$\begin{aligned}(2x - 3)^4 = 256 = 4^4 &\Rightarrow |2x - 3| = 4 \\ &\Rightarrow 2x - 3 = 4 \vee 2x - 3 = -4 \\ &\Rightarrow 2x = 7 \vee 2x = -1 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \vee x = -\frac{1}{2} \text{ olur.}\end{aligned}$$

O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi $\left\{-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right\}$ olur.

Şekil 4.55. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_6 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.155)

Şekil 4.55'te AL ders kitabında T_6 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_6: x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ şeklinde üsleri aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma

$\tau_{13} + \tau_1: x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için üslü denklemde τ_1 tekniği ile üsler eşit hale getirildikten sonra $x^m = y^m$ denkleminde m tek ise $x = y$ denkleminin; m çift ise $|x| = |y|$ denkleminin çözüm kümesini bulma

Θ : Üslü ifade içeren denklemde üsler eşit değilse farklı tekniklerle üsler eşitlenebilir. $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ ve $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ olmak üzere $x^m = y^m$ denkleminde m tek ise $x = y$ denkleminin; m çift ise $|x| = |y|$ 'dir.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

➤ **Örnek**

$(a - 2)^{3a+6} = 1$ denklemini sağlayan a değerlerinin toplamını bulalım.

➤ **Çözüm**

❖ $a - 2 \neq 0$ ve $3a + 6 = 0 \Rightarrow a = -2$ olur.

❖ $a - 2 = 1 \Rightarrow a = 3$ olur.

❖ $a - 2 = -1 \Rightarrow a = 1$ olur.

$a = 1$ için $3a + 6 = 3 \cdot 1 + 6 = 9$ tek sayı olduğundan $a = 1$ olamaz.

O hâlde a'nın alacağı değerlerin toplamı $-2 + 3 = 1$ bulunur.

Şekil 4.56. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_7 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.155)

Şekil 4.56'da AL ders kitabında T_7 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl tamamlandığı yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_7 : $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_{14} : $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerde $x \neq 0$ ise $m = 0$; $m \in \mathbb{R}$ ise $x = 1$; m çift sayı ise $x = -1$ durumlarını değerlendirerek çözüm kümesini bulma

θ : $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerde çözüm kümesi bulunurken üç farklı durum vardır. Birincisi taban sıfırdan farklı ise üs sıfıra eşittir. İkincisi her durum için geçerli olan tabanın 1'e eşit olmasıdır. Üçüncüsü üssün çift olduğu biliniyorsa tabanın -1'e eşit olmasıdır.

θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

➡ **Örnek**

$2^{x+y-5} = 5^{2x-y+2}$ olduğuna göre $x \cdot y$ nin değerini bulalım.

➡ **Çözüm**

2 ve 5 aralarında asal sayılar olduğu için verilen eşitlik sadece üslerin 0 olduğu durumda doğrudur.

$$x + y - 5 = 0$$

$$2x - y + 2 = 0$$

$$3x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ olur. } x + y - 5 = 0 \Rightarrow 1 + y - 5 = 0 \Rightarrow y = 4 \text{ olur.}$$

O hâlde $x \cdot y = 1 \cdot 4 = 4$ bulunur.

Şekil 4.57. AL Matematik-9 kitabında MO5'te T_8 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.151)

Şekil 4.57'de AL ders kitabında T_8 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_8 : $x, y, m, n \in \mathbb{R}$ için $x \neq y$ ve x ile y aralarında asal olmak üzere $x^m = y^n$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_{15} : $x, y, m, n \in \mathbb{R}$ için $x \neq y$ ve x ile y aralarında asal olmak üzere $x^m = y^n$ ise $m=0$ ve $n=0$ 'dır.

θ : $x, y, m, n \in \mathbb{R}$ için $x^m = y^n$ denkleminde $x \neq y$ ve x ile y aralarında asal ise üsler sıfıra eşittir.

θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Anadolu Lisesi kitabının üslü ifadeleri içeren denklemler alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.56'daki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.56. *AL Matematik-9 kitabında MO5 için (T ; τ ; θ ; Θ)*

Matematiksel Organizasyon	MO5: Üslü ifadeleri içeren denklemler
Görev Tipi (T)	T_1: Üslü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma T_2: Üslü sayıların birbiri türünden eşitini bulmaya yönelik problem çözme T_3: Gerçek yaşam problemlerini üslü ifade veya denklem olarak yazarak çözme T_4: Üslü sayıları sıralama T_5: $x \in \mathbb{R} - \{-1,0,1\}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n$ şeklinde tabanları aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma T_6: $x, y \in \mathbb{R} - \{-1,0,1\}$; $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ şeklinde üsleri aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma T_7: $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma T_8: $x, y, m, n \in \mathbb{R}$ için $x \neq y$ ve x ile y aralarında asal olmak üzere $x^m = y^n$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ_1: $x \in \mathbb{R}$; $m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x \cdot x \dots x$ (m tane) tanımından üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_2: $x \in \mathbb{R}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_3: $x, y \in \mathbb{R}$; $m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m \cdot y^m = (x \cdot y)^m$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_4: $x \in \mathbb{R}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_5: $x \in \mathbb{R} - \{0\}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_6: $x, y \in \mathbb{R} - \{0\}$; $m \in \mathbb{Z}^+$ için $\frac{x^m}{y^m} = (\frac{x}{y})^m$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_7: $x \in \mathbb{R} - \{0\}$; $m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^{-m} = \frac{1}{x^m}$ ve $x^0 = 1$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_8: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$; $x, y, z \in \mathbb{Z}$ için $a^x = (b^y \cdot c^y)^z = b^{y \cdot z} \cdot c^{y \cdot z} = (b^z)^y \cdot (c^z)^y$ şeklinde üslü sayılardaki özellikleri kullanarak üslü sayıları birbiri türünden yazarak verilen problemi çözme τ_9: Sözel olarak verilen gerçek yaşam durumu problemlerini üslü ifade ya da üslü ifade içeren denklem olarak yazarak matematiksel problem haline getirme τ_{10}: Üslü sayıları sıralamak için tabanları ya da üsleri aynı hale getirerek; üsler aynı ise tabanı küçük olan daha küçüktür, tabanlar aynı ise taban 0 ile 1 arasında ise üssü büyük olan küçüktür diğer durumda üssü küçük olan küçüktür şeklinde yorumlayarak sıralama

Tablo 4.56. (Devam) *AL Matematik-9 kitabında MO5 için (T; τ ; θ ; Θ)*

Teknik (τ)	τ_{11}: $x, y, m, n \in \mathbb{R}, a, b \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $x^a = m, y^b = n$ şeklinde iki üslü eşitliği taraf tarafa çarparak $x^a \cdot y^b = m \cdot n$ eşitliğini elde etme τ_{12}: $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n \Leftrightarrow m = n$ gereği üstler eşitlenmesiyle oluşan $m=n$ denkleminin çözüm kümesini bulma τ_{13}: $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ denkleminde m tek ise $x = y$ denkleminin; m çift ise $x = y$ denkleminin çözüm kümesini bulma τ_{14}: $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerde $x \neq 0$ ise $m = 0$; $m \in \mathbb{R}$ ise $x = 1$; m çift sayı ise $x = -1$ durumlarını değerlendirerek çözüm kümesini bulma τ_{15}: $x, y, m, n \in \mathbb{R}$ için $x \neq y$ ve x ile y aralarında asal olmak üzere $x^m = y^n$ ise $m=0$ ve $n=0$ 'dır
Teknoloji (θ)	θ_1: $x \in \mathbb{R}$ ve $m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere x^m ifadesine üslü ifade denir. Üslü ifade de x sayısı taban, n sayısı üs ya da kuvvet olmak üzere $x^m = x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ (m tane) 'dir. θ_2: $x \in \mathbb{R}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m \cdot x^n = x \cdot x \cdot \dots \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ ($m + n$ tane) $= x^{m+n}$ θ_3: $x, y \in \mathbb{R}; m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m \cdot y^m = x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ (m tane) $\cdot y \cdot y \cdot \dots \cdot y$ (m tane) $= (x \cdot y) \cdot (x \cdot y) \cdot \dots \cdot (x \cdot y)$ (m tane) $= (x \cdot y)^m$ θ_4: $x \in \mathbb{R}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $(x^m)^n = x^m \cdot x^m \cdot \dots \cdot x^m$ (n tane) $= x^{m+m+\dots+m}$ (n tane) $= x^{m \cdot n}$ θ_5: $x \in \mathbb{R} - \{0\}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $\frac{x^m}{x^n} = \frac{x \cdot x \cdot \dots \cdot x \text{ (} m \text{ tane)}}{x \cdot x \cdot \dots \cdot x \text{ (} n \text{ tane)}} = \frac{x \cdot x \cdot \dots \cdot x \text{ (} m-n \text{ tane)}}{x \cdot x \cdot \dots \cdot x \text{ (} n \text{ tane)}}$ $= x \cdot x \cdot \dots \cdot x \text{ (} m-n \text{ tane)} = x^{m-n}$ θ_6: $x, y \in \mathbb{R} - \{0\}; n \in \mathbb{Z}^+$ için $\frac{x^n}{y^n} = \frac{x \cdot x \cdot \dots \cdot x \text{ (} n \text{ tane)}}{y \cdot y \cdot \dots \cdot y \text{ (} n \text{ tane)}} = \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \dots \cdot \frac{x}{y} \text{ (} n \text{ tane)} = \left(\frac{x}{y}\right)^n$ θ_7: $x \in \mathbb{R} - \{0\}; n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ olur. Üsleri pozitif tam sayı olan üslü ifadelerle ilgili kurallar, üsleri negatif tam sayı olan ifadeler için de geçerlidir. θ_8: $a^x = (b^y \cdot c^z)^x = b^{y \cdot x} \cdot c^{z \cdot x} = (b^y)^x \cdot (c^z)^x$ şeklinde yazılır. θ_{10}: Üslü sayıları sıralamak için tabanları ya da üslerini aynı yapmak kolaylık sağlar. Üsleri aynı olan sayılardan tabanı küçük olan sayı daha küçüktür. Tabanları aynı olan sayıları sıralarken taban 0 ile 1 arasında ise üssü büyük olan sayı daha küçüktür. θ_{11}: $x^a = m, y^b = n$ eşitliği taraf tarafa çarparak $x^a \cdot y^b = m \cdot n$ elde edilir. θ_{12}: $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n \Rightarrow \frac{x^m}{x^n} = \frac{x^m}{x^n} \Rightarrow x^{m-n} = 1 \Rightarrow m - n = 0 \Rightarrow m = n$ ve $m = n \Rightarrow m - n = 0 \Rightarrow x^{m-n} = x^0 \Rightarrow \frac{x^m}{x^n} = 1 \Rightarrow x^m = x^n$ dir. θ_{13}: $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; n \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^n = y^n$ denkleminde; n tek ise $x = y$ tir; n çift ise $x = y$ tir. θ_{14}: $x^n = 1$ ise; $x \neq 0$ ise $n = 0$; $x = 1$ ve $n \in \mathbb{R}$ ve $x = -1$ ve n çift sayı θ_{15}: x ve y aralarında asal sayılar olduğu için verilen eşitlik sadece üslerin 0 olduğu durumda doğrudur.
Teori (Θ)	

AL Matematik-9 kitabında üslü ifadeleri içeren denklemler alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$ ve T_8 görev tipine ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir. AL Matematik-9 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.57’de gösterilmiştir.

Tablo 4.57. AL Matematik-9 kitabındaki MO5’te görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları

Görev Tipi (T)	F	%
T_1	23	41,82
T_2	5	9,09
T_3	7	12,73
T_4	3	5,45
T_5	8	14,55
T_6	5	9,09
T_7	3	5,45
T_8	1	1,82
TOPLAM	55	100

AL Matematik-9 kitabında üslü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7, \tau_8, \tau_9, \tau_{10}, \tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{14}$ ve τ_{15} olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. Üç görevde τ_1 ve τ_5 , iki görevde τ_2 ve τ_5 , bir görevde τ_2 ve τ_6 , bir görevde τ_4 ve τ_5 , bir görevde τ_4 ve τ_7 , iki görevde τ_1 ve τ_{12} , bir görevde τ_2 ve τ_{12} , bir görevde τ_6 ve τ_{12} , iki görevde τ_7 ve τ_{12} , bir görevde τ_{11} ve τ_{12} , iki görevde τ_1 ve τ_{13} ve bir görevde τ_4 ve τ_{13} tekniklerinin birlikte kullanılması istenmiştir. AL Matematik-9 kitabında üslü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.58’de gösterilmiştir.

Tablo 4.58. AL Matematik-9 kitabında MO5'te tekniklerin (τ) frekans ve yüzde dağılımları

Teknik (τ)	F	%
τ_1	17	23,29
τ_2	5	6,85
τ_3	1	1,37
τ_4	4	5,48
τ_5	7	9,59
τ_6	3	4,11
τ_7	3	4,11
τ_8	5	6,85
τ_9	7	9,59
τ_{10}	3	4,11
τ_{11}	1	1,37
τ_{12}	8	10,95
τ_{13}	5	6,85
τ_{14}	3	4,11
τ_{15}	1	1,37
TOPLAM	73	100

AL Matematik-9 kitabında üslü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında “ T_1 : Üslü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma” görev tipine ilişkin görevler istenirken $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6$ ve τ_7 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_2 : Üslü sayıların birbirini türünden eşitini bulmaya yönelik problem çözme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_8 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_3 : Gerçek yaşam problemlerini üslü ifade veya denklem olarak yazarak çözme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_9 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_4 : Üslü sayıları sıralama” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{10} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_5 : $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n$ şeklinde tabanları aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde $\tau_1, \tau_2, \tau_6, \tau_6, \tau_{11}$ ve τ_{12} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_6 : $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}; m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ şeklinde üsleri aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_1, τ_4 ve τ_{13} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_7 : $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{14} şeklinde

kodlanan tekniğin kullanılması ve “ $T_8: x, y, m, n \in \mathbb{R}$ için $x \neq y$ ve x ile y aralarında asal olmak üzere $x^m = y^n$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{15} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması beklenmektedir.

Tablo 4.59. AL Matematik-9 kitabında MO5'te (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Üslü İfadeleri İçeren Denklemler	T_1	$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7$
	T_2	τ_8
	T_3	τ_9
	T_4	τ_{10}
	T_5	$\tau_1, \tau_2, \tau_6, \tau_6, \tau_{11}, \tau_{12}$
	T_6	$\tau_1, \tau_4, \tau_{13}$
	T_7	τ_{14}
	T_8	τ_{15}
TOPLAM	8	15

4.3.6. Anadolu lisesi kitabının MO6. köklü ifadeleri içeren denklemlerin prakseolojik yapısı

Matematik Öğretim Programında “Köklü ifadeleri içeren denklemleri çözer.” kazanımı “Köklü ifadelerin özellikleri üzerinde durulur. $x \in R^+$ ve $m, n \in Z^+$ için $n > 1$ olmak üzere $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ olduğu vurgulanarak köklü ifadeler ve üslü ifadeler arasındaki ilişkiler üzerinde durulur. Köklü ifadelerde sonsuza giden iç içe köklerle yapılan işlemlere yer verilmez.” şeklinde açıklanmıştır (MEB, 2018a).

Denklemler ve Eşitsizlikler konusunun köklü ifadeleri içeren denklemler alt başlığı ile ilgili sekiz görev tipi içerisinde 42’si çözümlü, 32’si çözümsüz olmak üzere 74 görev bulunmaktadır. Bu görev tipleri ve görev tiplerine ait görev sayısı Tablo 4.60’ta sunulmuştur.

Tablo 4.60. *AL Matematik-9 kitabının (MO6;T) yapısı*

Görev Tipleri	Görev Tiplerinin İfadesi	Görev Sayısı
T_1	Köklü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma	33
T_2	$x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifadeleri $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifade olarak ve $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifadeleri $x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifade olarak yazma	9
T_3	$T_{3,1}$: Köklü ifadenin gerçek sayı olup olmadığını belirleme	3
	$T_{3,2}$: Gerçek sayı olduğu belirtilen köklü ifadelerde bilinmeyeni bulma	2
T_4	$x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $a \in \mathbb{R}$; $\frac{a}{\sqrt{x}}, \frac{a}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ şeklinde paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirerek problemleri çözme	9
T_6	$a, b, x, y, \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ ifadesini $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde ifade etme	4
T_7	Gerçek yaşam problemlerini köklü ifade ya da köklü ifade içeren denklem olarak ifade ederek çözme	3
T_8	$\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma	4
T_9	$\sqrt[n]{ax+b} = \sqrt[m]{cx+d}$ şeklinde iki köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma	4
T_{10}	$a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri köklü ifade içeren üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma	3

T_1 görev tipine ilişkin 22 çözümlü, 11 çözümsüz; T_2 görev tipine ilişkin 4 çözümlü, 5 çözümsüz; T_3 görev tipinin $T_{3,1}$ alt görev tipine ilişkin 3 çözümlü, $T_{3,2}$ alt görev tipine ilişkin 2 çözümlü; T_4 görev tipine ilişkin 4 çözümlü, 5 çözümsüz; T_6 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 2 çözümsüz; T_7 görev tipine ilişkin 3 çözümsüz, T_8 görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 2 çözümsüz; T_9 görev tipine ilişkin 1 çözümlü, 3 çözümsüz ve T_{10} görev tipine ilişkin 2 çözümlü, 1 çözümsüz görev bulunmakta iken T_5 görev tipine ilişkin görev bulunmamaktadır.

⇒ **Örnek**

$2\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}$ işleminin sonucunu bulalım.

⇒ **Çözüm**

$$\begin{aligned}
 2\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} &= 2\sqrt[3]{8 \cdot 2} + \sqrt[3]{27 \cdot 2} \\
 &= 2 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{2} + 3 \cdot \sqrt[3]{2} = 7 \cdot \sqrt[3]{2} \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Şekil 4.58. *AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_1 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.161)*

Şekil 4.58’de AL ders kitabında T_1 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_1 : Köklü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma

τ_1 : $x \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için; n tek ise $\sqrt[n]{x^n} = x$, n çift ise $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ tanımını kullanarak köklü ifadelerin değerini bulma

θ : $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $a, x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x değerlerine a ’nın n . kuvvetten kökü denir. n tek ise $x = \sqrt[n]{a}$, n çift ise $x = \sqrt[n]{a}$ veya $x = -\sqrt[n]{a}$ tır.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Örnek

Aşağıdaki üslü ifadeleri köklü ifade şeklinde yazalım ve değerlerini bulalım.

a) $\left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$

b) $2^{\frac{4}{3}}$

c) $9^{\frac{1}{2}}$

ç) $8^{\frac{2}{3}}$

Çözüm

a) $\left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$ olur.

b) $2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$ olur.

c) $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$ olur.

ç) $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$ olur.

Şekil 4.59. AL Matematik-9 kitabında MO6’da T_2 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.161)

Şekil 4.59’da AL ders kitabında T_2 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_2 : $x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifadeleri $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifade olarak ve $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifadeleri $x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifade olarak yazma

τ_8 : $m, n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ eşitliğinden yararlanarak üslü ve köklü ifadeleri birbiri türünden yazma

θ : Üslü ifadeler $m, n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ eşitliğinden yararlanarak köklü ifadeler türünden yazılabilir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

➤ **Örnek**

$\sqrt{x-4} + \sqrt{7-x}$ ifadesi bir gerçek sayı belirttiğine göre x in değer aralığını bulalım.

➤ **Çözüm**

$\sqrt{x-4} \in \mathbb{R}$ olması için $x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$ olmalıdır.

$\sqrt{7-x} \in \mathbb{R}$ olması için $7-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 7$ olmalıdır.

O hâlde x in değer aralığı $[4, 7]$ dır.

Şekil 4.60. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_3 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.159)

Şekil 4.60'ta AL ders kitabında T_3 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_{3,2}$: Gerçek sayı olduğu belirtilen köklü ifadelerde bilinmeyi bulma

τ_9 : $n \in \mathbb{Z}^+$ için; ${}^{2n+1}\sqrt{a}$ köklü ifadesinin gerçek sayı belirtmesi için $a \in \mathbb{R}$ olmalı; ${}^{2n}\sqrt{a}$ köklü ifadesinin gerçek sayı belirtmesi için $a \geq 0$ olmalıdır. Bu tanımdan yararlanarak problemi çözme

θ : $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere: n tek ise x gerçek (reel) sayıdır n çift ve $a \geq 0$ ise x gerçek (reel) sayıdır; n çift ve $a < 0$ ise x gerçek (reel) sayı değildir.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

➤ **Örnek**

$\frac{6}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$ işleminin sonucunu bulalım.

➤ **Çözüm**

$$\begin{aligned} \frac{6}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} &= \frac{6\sqrt{3}}{3} + \frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{6-3} \\ &= 2\sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{3} = \sqrt{6} + 3\sqrt{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Şekil 4.61. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_4 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.165)

Şekil 4.61'de AL ders kitabında T_4 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl tamamlandığı yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_4: x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $a \in \mathbb{R}; \frac{a}{\sqrt{x}}, \frac{a}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ şeklinde paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirerek problemleri çözme

τ_{10} : Paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirmek için eşleniği ile çarpma

θ : Çarpımları rasyonel olan köklü iki ifadenin her biri diğerinin eşleniği ile çarpılarak kökten kurtarılır. $m, n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$; $\sqrt[n]{x^m} \cdot \sqrt[n]{x^{n-m}} = x$; $(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y$ çarpımlarındaki her bir çarpan diğerinin eşleniğidir.

$\theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

➤ **Örnek**

$\sqrt{3 + \sqrt{8}} - \sqrt{3 - \sqrt{8}}$ işleminin sonucunu bulalım.

➤ **Çözüm**

$$\begin{aligned} \sqrt{3 + \sqrt{8}} - \sqrt{3 - \sqrt{8}} &= \sqrt{3 + \sqrt{4 \cdot 2}} - \sqrt{3 - \sqrt{4 \cdot 2}} \\ \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} &= (\sqrt{2} + \sqrt{1}) - (\sqrt{2} - \sqrt{1}) = 2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$\begin{matrix} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1+2 & & 1 \cdot 2 & & 1+2 & & 1 \cdot 2 \end{matrix}$

Şekil 4.62. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_6 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.166)

Şekil 4.62'de AL ders kitabında T_6 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin pratikolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

$T_6: a, b, x, y, \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ ifadesini $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde ifade etme

$\tau_{12}: a, b, x, y, \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ şeklindeki ifadelerde $a = x + y$ ve $b = x \cdot y$ oluyorsa $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ ($x > y$) şeklinde ifade etme

$\theta: a, b, x, y, \in \mathbb{R}^+$ için $x > y$ ve $a = x + y$, $b = x \cdot y$ olmak üzere $(\sqrt{x} \mp \sqrt{y})^2 = (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 \mp 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = x + y \mp 2 \cdot \sqrt{x \cdot y} = a \mp 2\sqrt{b}$ olduğundan $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde yazılır.

$\theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Yay sarkacı, serbest durumda bulunan esnek bir yayın ucuna bir cismin asılması ile oluşan sistemdir. Bu cisim basit harmonik hareket yapıyorsa hareketin periyodu $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ denklemi ile hesaplanır. (k: Yay sabiti (N/m) ve m: kütle (kg))

Yay sabiti 60 N/m olan bir yaya bir cisim asılarak $t = 0$ anında denge konumunda iken basit harmonik hareket yapması sağlanıyor.

» Yaya kaç kilogram kütleli bir cisim asılırsa hareketin periyodu 3 saniye olur? ($\pi = 3$ alınız.)

Şekil 4.63. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_7 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.166)

Şekil 4.63'te AL ders kitabında T_7 görev tipi ile ilgili çözümsüz bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_7 : Gerçek yaşam problemlerini köklü ifade ya da köklü ifade içeren denklem olarak ifade ederek çözme

$\tau_{13} + \tau_8$: Sözel olarak verilen gerçek yaşam durumu problemlerini köklü ifade ya da köklü ifade içeren denklem olarak ifade ederek matematiksel problem haline getirme; denklemin çözüm kümesini bulma

θ : Problemde bilinenlerin ve bilinmeyenlerin (değişkenlerin) tespiti yapılarak; $a \in \mathbb{R}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$; $n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[n]{x^m} = a$ şeklinde köklü ifadeleri içeren denklem olarak yazılır.

θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

⇒ Örnek

$\sqrt{x} + 4 = 10$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

⇒ Çözüm

$\sqrt{x} + 4 = 10 \Rightarrow \sqrt{x} = 6 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 6^2 \Rightarrow x = 36$ bulunur.

$x = 36$ değerini $\sqrt{x} + 4 = 10$ denkleminde yerine yazalım.

$\sqrt{36} + 4 = 6 + 4 = 10$ olup $x = 36$ denklemini sağlar.

O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi $\{36\}$ dır.

Şekil 4.64. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_8 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.167)

Şekil 4.64'te AL ders kitabında T_8 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_8 : $\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_{14} : : $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, a, b \in \mathbb{R}$ için $\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade varsa eşitliğin bir tarafında yalnız bırakarak, eşitliğin her iki tarafının kök derecesi kadar üssünü alarak $ax+b = c^n$ denkleminin köklerinden sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma

θ : $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\sqrt[n]{ax+b} = c$ eşitliğin her iki tarafının kök derecesi kadar üssü alınarak $(\sqrt[n]{ax+b})^n = c^n \Rightarrow ax+b = c^n$ denklemi elde edilir. Denklemin $x = \frac{c^n-b}{a}$ şeklindeki köklerinden $\sqrt[n]{ax+b} = c$ denklemini sağlayan değerler denklemin çözüm kümesini oluşturur.

Θ : $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

⇒ **Örnek**

$\sqrt[3]{2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{3\sqrt{x}}$ denkleminin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

⇒ **Çözüm**

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{3\sqrt{x}} &\Rightarrow \sqrt[3]{2^2 \cdot 3} = \sqrt[6]{3^2 \cdot x} \Rightarrow \sqrt[6]{12} = \sqrt[12]{9x} \\ &\Rightarrow \sqrt[6]{2 \cdot 12^2} = \sqrt[12]{9x} \Rightarrow \sqrt[12]{144} = \sqrt[12]{9x} \\ &\Rightarrow 9x = 144 \Rightarrow x = 16 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

$$x = 16 \Rightarrow \sqrt[3]{2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{3\sqrt{16}} \Rightarrow \sqrt[6]{12} = \sqrt[6]{12} \text{ olup } x = 16 \text{ denklemi sağlar.}$$

O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi $\{16\}$ dir.

Şekil 4.65. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_9 görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.168)

Şekil 4.65'te AL ders kitabında T_9 görev tipi ile ilgili çözümlü bir görev yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_9 : $\sqrt[n]{ax+b} = \sqrt[m]{cx+d}$ şeklinde iki köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma

$\tau_7 + \tau_{15}$: $n, m \in \mathbb{Z}^+, n, m > 1$ ve $x, a, b, c, d \in \mathbb{R}$ için $\sqrt[n]{ax+b} = \sqrt[m]{cx+d}$ şeklinde iki köklü ifade varsa m ve n 'nin en küçük ortak katında kökün derecelerini

$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n.k]{x^{m.k}}$ eşitliğini kullanarak (τ_7 tekniği ile) eşitlemek ifadelerin ayrı ayrı üssü alınarak $\sqrt[n.m]{(ax+b)^m} = \sqrt[m.n]{(cx+d)^n}$ oluşan dereceleri eşit köklü ifadeler için $(ax+b)^m = (cx+d)^n$ denkleminin köklerinden $\sqrt[n]{ax+b} = \sqrt[m]{cx+d}$ sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma

θ : : $n, m \in \mathbb{Z}^+$, $n, m > 1$ ve $x, a, b, c, d \in \mathbb{R}$ için $\sqrt[n]{ax+b} = \sqrt[m]{cx+d}$ şeklinde iki köklü ifade içeren denklem dereceleri m ve n 'nin en küçük ortak katında farklı tekniklerle eşitlenir. Eşitlenmesiyle oluşan $\sqrt[n.m]{(ax+b)^m} = \sqrt[m.n]{(cx+d)^n}$ denklemin, kökün içindeki ifadelerin eşitlenmesiyle $(ax+b)^m = (cx+d)^n$ oluşan denkleminin köklerinden $\sqrt[n]{ax+b} = \sqrt[m]{cx+d}$ sağlayan değerler bulunarak denklemin çözüm kümesi bulunur.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Örnek

$9^{\sqrt{x+2}} - 3^{\sqrt{x+2}+3} = 0$ denkleminin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$9^{\sqrt{x+2}} - 3^{\sqrt{x+2}+3} = 0 \Rightarrow 3^{2\sqrt{x+2}} = 3^{\sqrt{x+2}+3} \Rightarrow 2\sqrt{x+2} = \sqrt{x+2} + 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+2} = 3 \Rightarrow x + 2 = 9 \Rightarrow x = 7 \text{ olur.}$$

$x = 7 \Rightarrow 9^{\sqrt{7+2}} - 3^{\sqrt{7+2}+3} = 9^3 - 3^6 = 3^6 - 3^6 = 0$ olup $x = 7$ denklemi sağlar. O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi $\{7\}$ dir.

Şekil 4.66. AL Matematik-9 kitabında MO6'da T_{10} görev tipine ilişkin örnek (MEB, Matematik-9 Ders Kitabı, s.168)

Şekil 4.66'da AL ders kitabında T_{10} görev tipi ile ilgili çözümlü bir görevin nasıl yerine getirildiği yer almaktadır. Bu göreve ilişkin prakseolojik bileşenler şu şekilde ifade edilebilir;

T_{10} : $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri köklü ifade içeren üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_{16} : $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri bilinmeyene sahip köklü ifade içeren üslü denklemlerde tabanlar üslü ifade özellikleri kullanılarak $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = a^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde eşitlenerek $\sqrt[n]{cx+d} = \sqrt[m]{ex+f}$ denkleminin köklerinden çözüm kümesini bulma

$\theta: a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ denkleminde üslü ifadelerin farklı özellikleri kullanılarak tabanlar $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = a^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde eşitlenebilir. Üslü ifade içeren denklemlerde $a^m = a^n \Leftrightarrow m = n$ gereği $\sqrt[n]{cx+d} = \sqrt[m]{ex+f}$ denkleminin köklerinden çözüm kümesi bulunur.

$\Theta: (\mathbb{R}, +, \cdot)$ cisimdir.

Anadolu Lisesi kitabının köklü ifadeleri içeren denklemler alt başlığı ile ilgili olarak matematiksel organizasyonu Tablo 4.61'deki gibi ifade edilebilir.

Tablo 4.61. AL Matematik-9 kitabında MO6 için (T ; τ ; θ ; Θ)

Matematiksel Organizasyon	MO6: Köklü ifadeleri içeren denklemler
Görev Tipi (T)	T_1: Köklü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma T_2: $x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifadeleri $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifade olarak ve $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifadeleri $x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifade olarak yazma $T_{3,1}$: Köklü ifadenin gerçek sayı olup olmadığını belirleme $T_{3,2}$: Gerçek sayı olduğu belirtilen köklü ifadelerde bilinmeyeni bulma T_4: $x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $a \in \mathbb{R}$; $\frac{a}{\sqrt{x}}, \frac{a}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ şeklinde paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirerek problemleri çözme T_6: $a, b, x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ ifadesini $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde ifade etme T_7: Gerçek yaşam problemlerini köklü ifade ya da köklü ifade içeren denklem olarak ifade ederek çözme T_8: $\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma T_9: $\sqrt[n]{ax+b} = \sqrt[m]{cx+d}$ şeklinde iki köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma T_{10}: $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri köklü ifade içeren üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ_1: $x \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için; n tek ise $\sqrt[n]{x^n} = x$, n çift ise $\sqrt[n]{x^n} = x$ tanımı kullanarak köklü ifadelerin değerini bulma τ_2: $x, y \in \mathbb{R}^+; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\sqrt[n]{x^n \cdot y} = x \cdot \sqrt[n]{y}$ eşitliğini kullanma τ_3: $x, y \in \mathbb{R}^+; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$ eşitliğini kullanma τ_4: $x, y \in \mathbb{R}^+; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$ eşitliğini kullanma τ_5: $x \in \mathbb{R}^+; m, n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $(\sqrt[n]{x})^m = \sqrt[n]{x^m}$ eşitliğini kullanma τ_6: $x \in \mathbb{R}^+; m, n \in \mathbb{Z}^+, m > 1$ ve $n > 1$ için $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}$ eşitliğini kullanma τ_7: $x \in \mathbb{R}^+; m \in \mathbb{Z}; n, k \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}} = \sqrt[k]{x^{\frac{m}{n}}}$ eşitliğini kullanma

Tablo 4.61. (Devam) *AL Matematik-9 kitabında MO6 için (T; τ ; θ ; Θ)*

Teknik (τ)	τ_8: $m, n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ eşitliğinden yararlanarak üslü ve köklü ifadeleri birbiri türünden yazma τ_9: $n \in \mathbb{Z}^+$ için; $\sqrt[n+1]{a}$ köklü ifadesinin gerçekteki sayı belirtmesi için $a \in \mathbb{R}$ olmalı; $\sqrt[n]{a}$ köklü ifadesinin gerçekteki sayı belirtmesi için $a \geq 0$ olmalıdır. Bu tanımdan yararlanarak problemi çözme τ_{10}: Paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirmek için eşleniği ile çarpma τ_{12}: $a, b, x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ şeklindeki ifadelerde $a = x + y$ ve $b = x \cdot y$ oluyorsa $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ ($x > y$) şeklinde ifade etme τ_{13}: Sözel olarak verilen gerçekteki yaşam durumu problemlerini köklü ifade ya da köklü ifade içeren denklem olarak ifade ederek matematiksel problem haline getirme τ_{14}: $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, a, b \in \mathbb{R}$ için $\sqrt[n]{ax + b} = c$ şeklinde tek köklü ifade varsa eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılarak, eşitliğin her iki tarafının kök derecesi kadar üssü alınarak $ax + b = c^n$ denkleminin köklerinden sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma τ_{15}: $n, m \in \mathbb{Z}^+, n, m > 1$ ve $x, a, b, c, d \in \mathbb{R}$ için $\sqrt[n]{ax + b} = \sqrt[m]{cx + d}$ şeklinde iki köklü ifade varsa m ve n'nin en küçük ortak katında kökün derecelerini eşitlemek ifadelerin ayrı ayrı üssü alınarak $\sqrt[n \cdot m]{(ax + b)^m} = \sqrt[n \cdot m]{(cx + d)^n}$ oluşan dereceleri eşit köklü ifadeler için $(ax + b)^m = (cx + d)^n$ denkleminin köklerinden $\sqrt[n]{ax + b} = \sqrt[m]{cx + d}$ sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma τ_{16}: $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri bilinmeyene sahip köklü ifade içeren üslü denklemler de tabanlar üslü ifade özellikleri kullanılarak $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = a^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde eşitlenerek $\sqrt[n]{cx + d} = \sqrt[m]{ex + f}$ denkleminin köklerinden çözüm kümesini bulma
Teknoloji (θ)	θ_1: $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $a, x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x değerlerine a'nın n. kuvvetten kökü denir. n tek ise $x = \sqrt[n]{a}$, n çift ise $x = \sqrt[n]{a}$ veya $x = -\sqrt[n]{a}$ tir. θ_2: $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[n]{x^n \cdot y} = (x^n \cdot y)^{\frac{1}{n}} = x^{n \cdot \frac{1}{n}} \cdot y^{\frac{1}{n}} = x \cdot y^{\frac{1}{n}} = x \cdot \sqrt[n]{y}$ tir. θ_3: $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = x^{\frac{1}{n}} \cdot y^{\frac{1}{n}} = (x \cdot y)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x \cdot y}$ tir. θ_4: $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için. $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \frac{x^{\frac{1}{n}}}{y^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$ tir. θ_5: $m, n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için $(\sqrt[n]{x})^m = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m = x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ tir. θ_6: $m, n \in \mathbb{Z}^+, m > 1, n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m]{x^{\frac{1}{n}}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = x^{\frac{1}{n \cdot m}} = \sqrt[n \cdot m]{x}$ tir. θ_7: $m \in \mathbb{Z}; n, k \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} = x^{\frac{m \cdot k}{n \cdot k}} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}}$ veya $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} = x^{\frac{\frac{m}{k}}{\frac{n}{k}}} = \sqrt[\frac{n}{k}]{x^{\frac{m}{k}}}$ tir. θ_8: $m, n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ tir.

Tablo 4.61. (Devam) *AL Matematik-9 kitabında MO6 için (T; τ ; θ ; Θ)*

Teknoloji (θ)	θ_9: $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere; $^{2n+1}\sqrt{a}$ ifadesinin tanımlı olması için $a \in \mathbb{R}$ olmalıdır. $^{2n}\sqrt{a}$ ifadesinin tanımlı olması için $a \geq 0$ olmalıdır. θ_{10}: Çarpımı rasyonel sayı olan iki ifade birbirinin eşleneğidir. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$; $(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$ dir. θ_{12}: $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ biçimindeki köklü ifadelerde $a = x + y$ ve $b = x \cdot y$ olmak üzere $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ ($x > y$) şeklinde yazılır. θ_{14}: $^n\sqrt{ax} + b = c \Rightarrow ^n\sqrt{ax} = c - b \Rightarrow (^n\sqrt{ax})^n = (c - b)^n \Rightarrow ax = (c - b)^n$ Köklü ifade içeren denklemlerin çözümünden elde edilen değerlerin başlangıçta denklemi sağlayıp sağlamadığı kontrol edilmelidir. θ_{15}: $^n\sqrt{ax + b} = ^n\sqrt{cx + d} \Rightarrow ax + b = cx + d$ θ_{16}: $a^{\frac{n}{\sqrt{cx+d}}} = a^{\frac{m}{\sqrt{ex+f}}} \Rightarrow ^n\sqrt{cx + d} = ^m\sqrt{ex + f}$
Teori (θ)	

AL Matematik-9 kitabında köklü ifadeleri içeren denklemler alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde $T_1, T_2, T_3, T_4, T_6, T_7, T_8, T_9$ ve T_{10} görev tipine ilişkin görevler bulunduğu görülmektedir. AL Matematik-9 kitabında yer alan görev tiplerine ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.62’de gösterilmiştir.

Tablo 4.62. *AL Matematik-9 kitabındaki MO6’da görev tiplerinin (T) frekans ve yüzde dağılımları*

Görev Tipi (T)	F	%
T₁	33	44,59
T₂	9	12,16
T₃	5	6,76
T₄	9	12,16
T₆	4	5,41
T₇	3	4,05
T₈	4	5,41
T₉	4	5,41
T₁₀	3	4,05
TOPLAM	74	100

AL Matematik-9 kitabında üslü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7, \tau_8, \tau_9, \tau_{10}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{14}, \tau_{15}$ ve τ_{16} olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. Bir görevde τ_3 ve τ_4 , üç görevde τ_3 ve τ_7 , bir görevde τ_6 ve τ_{15} ve iki görevde τ_7 ve τ_{15} tekniklerinin birlikte kullanılması istenmiştir. AL Matematik-9 kitabı

köklü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında tekniklere ilişkin görevlerin frekans ve yüzde dağılım tablosu Tablo 4.63'te gösterilmiştir.

Tablo 4.63. AL Matematik-9 kitabında MO6'da tekniklerin (τ) frekans yüzde dağılımları

Teknik (τ)	F	%
τ_1	15	18,53
τ_2	6	7,41
τ_3	5	6,17
τ_4	2	2,47
τ_5	1	1,23
τ_6	4	4,94
τ_7	7	8,64
τ_8	9	11,11
τ_9	5	6,17
τ_{10}	9	11,11
τ_{12}	4	4,94
τ_{13}	3	3,70
τ_{14}	4	4,94
τ_{15}	4	4,94
τ_{16}	3	3,70
TOPLAM	81	100

AL Matematik-9 kitabında köklü ifadeleri içeren denklemler alt başlığında “ T_1 : Köklü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma” görev tipine ilişkin görevler istenirken $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6$ ve τ_7 şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması, “ T_2 : $x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifadeleri $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifade olarak ve $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifadeleri $x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifade olarak yazma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_8 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_3 : Köklü ifadelerin gerçekte sayı olmasıyla ilgili problemler” görev tipine ilişkin görevlerde τ_9 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_4 : $x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $a \in \mathbb{R}$; $\frac{a}{\sqrt{x}}, \frac{a}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ şeklinde paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirerek problemleri çözme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{10} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_6 : $a, b, x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ ifadesini $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde ifade etme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{12} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ T_7 : Gerçek yaşam problemlerini köklü ifade ya da köklü ifade

içeren denklem olarak ifade ederek çözme” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{13} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ $T_8: \sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{14} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması, “ $T_9: \sqrt[n]{ax+b} = \sqrt[m]{cx+d}$ şeklinde iki köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_6, τ_7 ve τ_{15} şeklinde kodlanan tekniklerin kullanılması ve “ $T_{10}: a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri köklü ifade içeren üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipine ilişkin görevlerde τ_{16} şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması beklenmektedir.

Tablo 4.64. AL Matematik-9 kitabında MO6’da (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Köklü İfadeleri İçeren Denklemler	T_1	$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6, \tau_7$
	T_2	τ_8
	T_3	τ_9
	T_4	τ_{10}
	T_6	τ_{12}
	T_7	τ_{13}
	T_8	τ_{14}
	T_9	$\tau_6, \tau_7, \tau_{15}$
	T_{10}	τ_{16}
	TOPLAM	15

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde Açık Öğretim Lisesi Matematik-1 ve Anadolu Lisesi Ortaöğretim Matematik-9 ders kitaplarının; biçimsel özellikleri, öğretim programına uygunlukları ve denklemler ve eşitsizlikler ünitesinde yapılan prakseolojik analizlerin sonuçları karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar Açık Öğretim Lisesi matematik eğitimi açısından tartışılmış ve Açık Öğretim Lisesi matematik eğitimine yönelik önerilerde bulunulmuştur.

5.1. Sonuç

5.1.1. Biçimsel olarak karşılaştırma

AL Matematik-9 kitabı ve AÖL Matematik kitapları yazım formatı olarak karşılaştırıldığında AÖL kitapları toplamda 440 sayfadan oluşurken AL kitabı 374 sayfadan oluşmaktadır ancak AÖL kitaplarında başlıklar 18 punto, diğer yazılar 14 punto büyüklüğünde yazılırken AL kitabında başlıklar 14 punto, diğer yazılar 12 punto büyüklüğünde yazılmıştır. Kitaplar arasında ilk bakışta tespit edilen bu farklılığın nedeni AÖL öğrenci profilinin farklı yaş gruplarını içermesi olduğu düşünülebilir.

AL Matematik-9 kitabı ve AÖL Matematik kitapları içerik tasarımı olarak karşılaştırıldığında ortak bölümler çıkarıldığında AÖL kitaplarında “Bölüm Özeti”; AL kitabında ise “Konuyla ilgili bir gerçek hayat problemi”, “Nerelerde Karşımıza Çıkar”, “Sembol ve Gösterimler”, “Not”, “Örneklerin bilgisayar programları kullanımıyla çözümü”, “Sıra Sizde” bölümlerine yer verildiği görülmektedir.

AÖL kitaplarında tanımların kısa ve özet şeklinde verildiği, bilgi kutusu başlığında ezberletme amaçlı formüllerin ve soru çözümlerine yönelik kısa öz bilgilerin verildiği, örnekler başlığında çözümlü görevlerin etkili ve pratik şekilde nasıl çözümleneceğinin matematiksel bir dilden daha çok sözel olarak ifade edilerek verildiği, gerçek hayat durumları ile ilişkilendirmeyen görevlerin yer aldığı bir içerik tasarımına sahip olduğu söylenebilir.

AL kitabında ise her konu konuyla ilgili merak uyandırıcı bir gerçek hayat durum problemi ile başlamaktadır. Nerelerde karşımıza çıkar başlığı altında ise konunun gerçek hayat durumları ile ilişkisi gösterilmektedir. Sembol ve gösterimler başlığı altında matematiksel sembol ve gösterimlerin açıklaması yer almaktadır. Tanımların matematiksel olarak ayrıntılı olarak verildiği, tanımlardan sonra çözümsüz görev verilerek öğrencinin görev üzerinde düşünerek bilgi kutusunda yer alan ipucu ile çözüme kendisinin ulaşmasının amaçlandığı; çözümlü görevlerin yanı sıra görevlerin bilgisayar

programları ile nasıl çözümleneceğinin verildiği bir içerik tasarımına sahip olduğu tespit edilmiştir.

AÖL kitaplarının kısa özet ders notlarının yer aldığı ancak daha çok görev çözümleri ile ilgilenen bir sınava hazırlık kitabı gibi tasarlanırken, AL kitabı bilginin öğrencinin kendisi tarafından inşa edilmesi ve öğrencilerin konuları anlayarak ve kavrayarak öğrenmelerini amaçlayan bireysel öğretimine de uygun bir ders kitabı gibi tasarlandığını söyleyebiliriz.

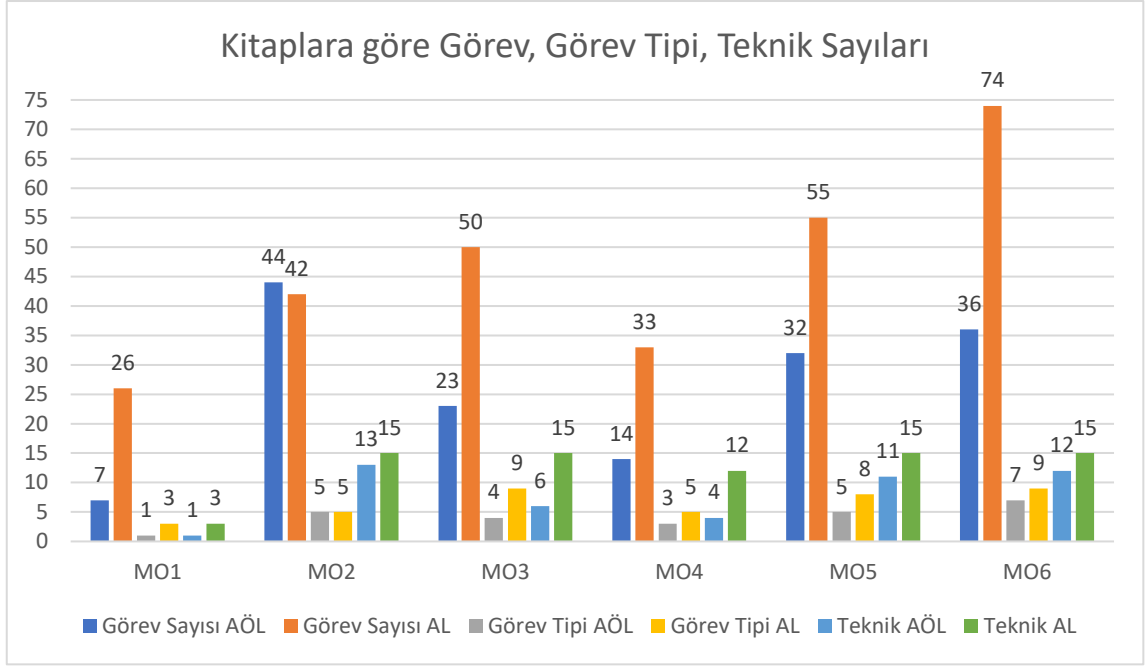
5.1.2. Programa uygunluk açısından karşılaştırma

AL Matematik-9 kitabı ve AÖL Matematik-1 kitabı öğretim programına uygunluğu karşılaştırıldığında her iki kitabında ünitelerinin yani bölümlerinin öğretim programına uygun olarak ayrıldığı ve sıralandığı görülmektedir. AL kitabında ünitelerde yer alan alt başlıklar doğrudan öğretim programında yer alan kazanımlara uygun ve aynı sırada oluşturulurken, AÖL kitabında bazı alt başlıklar kazanımlara uygun olarak seçilmemiştir. AÖL kitabı öğretim programında yer alan tüm kazanımların öğretimine uygun içeriğe sahip olmakla birlikte mevcut prakseolojileri ile öğretim programının beklentileri karşılaştırıldığında öğretim programı ile uyumlu olmadığı ifade edilebilir.

5.1.3. Prakseolojik analize göre karşılaştırma

Prakseolojik analiz sonuçlarına göre, analiz yapısının ilk bileşeni olan kitaplarda yer verilen görevlere bakıldığında AÖL Matematik-1 kitabında 87 çözümlü görev ve 69 çözümsüz görev olmak üzere toplam 156 görev bulunurken AL Matematik-9 kitabında ise denklemler ve eşitsizlikler konusuyla ilgili olarak 136 çözümlü görev ve 144 çözümsüz görev olmak üzere toplam 280 görev bulunmaktadır. AL kitabında hem çözümlü hem de çözümsüz görev sayısının daha fazla olduğu görülmektedir. Diğer taraftan AÖL kitabında çözümlü görevler daha fazla iken AL kitabında çözümsüz görevler az farkla da olsa fazladır. Prakseolojik analizlerde 156 görev bulunan AÖL kitabında 25 görev tipinde 47 farklı teknik kullanılması beklenirken, 280 görev bulunan AL kitabında 39 görev tipinde 75 farklı teknik kullanılması beklenmiştir.

Denklemler ve eşitsizlikler konusunda karşılaştırılan kitaplardaki matematiksel organizasyonlardaki görev sayısı; görev tipi ve teknikten oluşan prakseolojik yapının praxis yapısına ait genel dağılımları aşağıdaki grafikte (Şekil 4.67) görülmektedir..



Şekil 4.67. Matematiksel organizasyonlarda praksis yapısı

MO1. Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı matematiksel organizasyonunda AÖL ders kitabında 1 görev tipi, 7 görev bulunurken, AL ders kitabında 3 görev tipi, 26 görev bulunmaktadır. MO2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler matematiksel organizasyonunda AÖL ders kitabında 5 görev tipi 44 görev bulunurken, AL ders kitabında 5 görev tipi 42 görev bulunmaktadır. MO3. Mutlak değerli ifade içeren denklemler matematiksel organizasyonunda AÖL ders kitabında 4 görev tipi 23 görev bulunurken, AL ders kitabında 9 görev tipi 50 görev bulunmaktadır. Bu organizasyonda görev, görev tipi ve teknik sayısı olarak AL kitabı AÖL kitabına karşı çok üstün konumdadır. MO4. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler matematiksel organizasyonunda, AÖL ders kitabında 3 görev tipi 14 görev bulunurken, AL ders kitabında 5 görev tipi 33 görev bulunmaktadır. AL ders kitabı görev, görev tipi ve teknik sayısı olarak AÖL kitabından en az iki kat fazla durumdadır. MO5. Üslü ifadeleri içeren denklemler matematiksel organizasyonunda AÖL ders kitabında 5 görev tipi 32 görev bulunurken, AL ders kitabında 8 görev tipi 55 görev bulunmaktadır. AÖL kitabına göre AL kitabının 2 görev tipi ve 4 teknik fazla kullanılmıştır. MO6. Köklü ifadeleri içeren denklemler matematiksel organizasyonunda AÖL ders kitabında 7 görev tipi 36 görev bulunurken, AL ders kitabında 9 görev tipi 74 görev bulunmaktadır. AÖL kitabına göre AL kitabının 2 görev tipi ve 3 teknik fazla kullanılmıştır.

AÖL ve AL kitaplarında matematiksel organizasyonlar içinde hangi görev tiplerinin, tekniklerin ve teknolojilerin yer aldığını gösteren prakseolojik yapının detaylı olarak karşılaştırması Tablo 4.65’te gösterilmiştir.

Tablo 4.65. AÖL ve AL kitaplarının karşılaştırmalı prakseolojileri

	Görev tipi	AÖL	AL	Teknik	AÖL	AL	Teknoloji	AÖL	AL
MO1	$T_{1,1}$	✓	✓	τ_1	✓	✓	θ_1	✓	✓
	$T_{1,2}$	✓	✓	τ_2		✓	θ_2		✓
	$T_{1,3}$		✓	τ_3		✓	θ_3		
	T_2		✓						
	T_3		✓						
MO2	T_1	✓		τ_1	✓		θ_1	✓	
	$T_{2,1}$	✓	✓	τ_2	✓	✓	θ_2	✓	✓
	$T_{2,2}$	✓	✓	τ_3	✓	✓	θ_3	✓	
	$T_{2,3}$	✓	✓	τ_4	✓	✓	θ_4	✓	
	$T_{2,4}$	✓	✓	τ_5	✓	✓	θ_5	✓	
	T_3	✓		τ_6	✓	✓	θ_6	✓	✓
	$T_{4,1}$	✓	✓	τ_7	✓	✓	θ_7		✓
	$T_{4,2}$	✓	✓	τ_8	✓	✓	θ_8	✓	✓
	$T_{4,3}$	✓	✓	τ_9	✓	✓	θ_9	✓	
	T_5	✓	✓	τ_{10}		✓	θ_{10}		
	T_6		✓	τ_{11}	✓	✓	θ_{11}	✓	✓
	T_7		✓	τ_{12}		✓	θ_{12}		
				τ_{13}	✓	✓	θ_{13}	✓	
				τ_{14}	✓		θ_{14}	✓	
				τ_{15}		✓	θ_{15}		
				τ_{16}	✓	✓	θ_{16}	✓	✓
				τ_{17}		✓	θ_{17}		
				τ_{18}	✓	✓	θ_{18}		
MO3	T_1	✓	✓	τ_1	✓	✓	θ_1	✓	✓
	T_2		✓	τ_2		✓	θ_2		✓
	T_3		✓	τ_3		✓	θ_3		
	$T_{4,1}$	✓	✓	τ_4	✓	✓	θ_4	✓	✓
	$T_{4,2}$		✓	τ_5	✓	✓	θ_5	✓	✓
	T_5		✓	τ_6		✓	θ_6		✓
	T_6		✓	τ_7		✓	θ_7		✓
	T_7	✓	✓	τ_8		✓	θ_8		✓
	T_8	✓	✓	τ_9		✓	θ_9		✓
	T_9		✓	τ_{10}	✓	✓	θ_{10}	✓	✓
				τ_{11}	✓	✓	θ_{11}	✓	✓
				τ_{12}		✓	θ_{12}		✓
				τ_{13}		✓	θ_{13}		✓
				τ_{14}	✓	✓	θ_{14}	✓	✓
				τ_{15}		✓	θ_{15}		

Tablo 4.65. (Devam) *AÖL ve AL kitaplarının karşılaştırmalı prakseolojileri*

	<i>Görev tipi</i>	<i>AÖL</i>	<i>AL</i>	<i>Teknik</i>	<i>AÖL</i>	<i>AL</i>	<i>Teknoloji</i>	<i>AÖL</i>	<i>AL</i>
MO4	T_1	✓	✓	τ_1	✓	✓	θ_1	✓	✓
	T_2		✓	τ_2	✓	✓	θ_2	✓	✓
	T_3		✓	τ_3		✓	θ_3		✓
	T_4	✓	✓	τ_4		✓	θ_4		✓
	T_5	✓	✓	τ_5		✓	θ_5		✓
				τ_6		✓	θ_6		✓
				τ_7		✓	θ_7		✓
				τ_8		✓	θ_8		✓
				τ_9		✓	θ_9		
				τ_{10}	✓	✓	θ_{10}	✓	✓
				τ_{11}	✓	✓	θ_{11}	✓	✓
				τ_{12}		✓	θ_{12}		
MO5	T_1	✓	✓	τ_1	✓	✓	θ_1	✓	✓
	T_2	✓	✓	τ_2	✓	✓	θ_2	✓	✓
	T_3		✓	τ_3	✓	✓	θ_3	✓	✓
	T_4		✓	τ_4	✓	✓	θ_4	✓	✓
	T_5	✓	✓	τ_5	✓	✓	θ_5	✓	✓
	T_6	✓	✓	τ_6	✓	✓	θ_6	✓	✓
	T_7	✓	✓	τ_7	✓	✓	θ_7	✓	✓
	T_8		✓	τ_8	✓	✓	θ_8	✓	✓
				τ_9		✓	θ_9		
				τ_{10}		✓	θ_{10}		✓
				τ_{11}		✓	θ_{11}		✓
				τ_{12}	✓	✓	θ_{12}	✓	✓
				τ_{13}	✓	✓	θ_{13}	✓	✓
				τ_{14}	✓	✓	θ_{14}	✓	✓
				τ_{15}		✓	θ_{15}		✓
MO6	T_1	✓	✓	τ_1	✓	✓	θ_1	✓	✓
	T_2		✓	τ_2	✓	✓	θ_2	✓	✓
	$T_{3,1}$	✓	✓	τ_3	✓	✓	θ_3	✓	✓
	$T_{3,2}$	✓	✓	τ_4	✓	✓	θ_4	✓	✓
	T_4	✓	✓	τ_5	✓	✓	θ_5		✓
	T_5	✓		τ_6	✓	✓	θ_6	✓	✓
	T_6	✓	✓	τ_7	✓	✓	θ_7	✓	✓
	T_7		✓	τ_8		✓	θ_8		✓
	T_8	✓	✓	τ_9	✓	✓	θ_9	✓	✓
	T_9		✓	τ_{10}	✓	✓	θ_{10}	✓	✓
	T_{10}	✓	✓	τ_{11}	✓		θ_{11}	✓	
				τ_{12}	✓	✓	θ_{12}	✓	✓
				τ_{13}		✓	θ_{13}		
				τ_{14}	✓	✓	θ_{14}	✓	✓
				τ_{15}		✓	θ_{15}		✓
				τ_{16}	✓	✓	θ_{16}	✓	✓

MO1 Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı matematiksel organizasyonunda “ T_1 : Gerçek sayılar üzerinde verilen kümelerin/aralıkların sayı doğrusunda gösterimi” görev tipine ilişkin belirlenen alt görev tiplerinden “ $T_{1,3}$: Açık aralıkları sayı doğrusu üzerinde gösterme” alt görev tipine ilişkin AÖL ders kitabında hiç örnek bulunmazken, AL ders kitabında tüm alt görev tiplerine ilişkin örnekler yer almaktadır. Bunun dışında AL ders kitabında “ T_2 : Aralıkların küme olarak gösterimleri üzerinden birleşimlerini, kesişimlerini, farklarını, tümleyenlerini bulma ve sayı doğrusu üzerinde gösterme” ve “ T_3 : Sözel olarak ifade edilen gerçek yaşam durumlarını aralık olarak gösterme” görev tiplerinde görevler yer alırken AÖL kitabında bu görev tiplerine ilişkin hiçbir göreve rastlanmamaktadır.

Buna paralel olarak MO1’de AL kitabında 3 farklı teknik kullanılırken, AÖL kitabında 1 teknik kullanılmıştır. Her iki kitapta da görevler yerine getirilirken aynı anda farklı tekniklerden yararlanılmamıştır. T_2 görev tipi yerine getirilirken aralıkların birleşimi, kesişimi, farkı, tümleyeni gibi işlemler sayı doğrusu kullanılarak grafik tekniği kullanılarak görev yerine getirilebilirdi. Teknoloji bileşeni açısından incelendiğinde her iki kitapta da matematiksel açıklamalar yapılmış ancak bu bileşende teorik çerçeveyi oluşturma açısından yeterli açıklama yapılmamıştır.

MO2 Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler matematiksel organizasyonunda “ T_1 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanımlama ve özelliklerini bilme” ve “ T_3 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri tanımlama ve özelliklerini bilme” görev tipleri AÖL kitabında yer alırken AL kitabında yer almamaktadır. Ancak bu görev tipleri “ T_1 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma” ve “ T_4 : Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma” görev tiplerinin ön koşulu düzeyinde görev tipleridir. AL ders kitabında bu görev tipleri bilgi kutusu başlığı için tanım şeklinde yer almaktadır. AL ders kitabında “ T_6 : Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik olarak ifade ederek çözme” ve “ T_7 : “Birinci dereceden bir bilinmeyenli iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma” görev tiplerine ilişkin görevler yer alırken AÖL ders kitabında bu görev tiplerine ilişkin görev bulunmamaktadır.

AÖL kitabında MO2’de toplamda 13 farklı teknik kullanılırken, AL kitabında toplamda 15 farklı teknik kullanılmıştır. Her iki kitapta da birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin ve eşitsizliklerin çözüm kümesini bulmada cebirsel tekniğin

hakim olduğu görülmektedir. Analitik düzlemde doğrusal denklemlerin grafikleri çizilerek grafikte çözüm tekniği kullanılabilirdi. Böylelikle cebir ve analitik geometri bağlantısı kolayca kurulabilir, eşitsizlik sistemlerinde kullanılan grafikte çözme tekniği için zemin oluşturabilirdi. Cebirsel tekniğin etkili ve pratik olarak kullanılabilmesi daha çok tercih edilmesine sebep olmaktadır. AÖL ve AL kitabında kullanılan τ_3, τ_4 ve τ_5 şeklinde kodlanan teknikler standart $ax+b=c$ şeklinde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ifadesini elde etmeye yönelik tekniklerdir. Denklem çözümlerinde AÖL ve AL kitabında τ_2 ile kodlanan cebirsel teknik kullanılmıştır. Kökü verilen birinci dereceden denklemlerde kökü yerine yazarak oluşan yeni denklemi çözmeye yönelik görevlerde AÖL ve AL kitabında τ_6 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması istenmiştir. Denklemin katsayıları ile bağlantılı olarak çözüm kümesinin boş küme ya da sonsuz elemanlı küme olduğunu pratik bir şekilde ifade etmeye yönelik olarak ise AÖL ve AL kitabında τ_7 ve τ_8 teknikleri kullanılmıştır. Bunların dışında AL kitabında yer almayan ifadenin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik olup olmadığını anlamaya yönelik T_1 ve T_3 görev tiplerine ait görevlerde AÖL kitabında sırasıyla τ_1 ve τ_9 teknikleri kullanılmıştır. AÖL ve AL kitabında kullanılan τ_{16} şeklinde kodlanan teknik standart eşitsizlik ifadesini elde etme ile ilgili tekniktir. Eşitsizlik çözümlerinde AÖL ve AL kitabında τ_{11} olarak kodlanan cebirsel teknik kullanılmıştır. İki farklı bilinmeyene sahip iki eşitsizlik sisteminden ya da iki farklı bilinmeyene sahip bir denklem ve bir eşitsizlikten yararlanarak istenen yeni ifadenin bilinmeyenlerin tanımlı olduğu kümeye göre alabileceği değerleri bulmaya yönelik T_5 görev tipine ilişkin görevlerde AÖL ve AL kitabında aynı yönlü iki eşitsizliği taraf tarafa toplamaya yönelik τ_{13} tekniği ortak iken bunlardan farklı AÖL kitabında aynı yönlü iki eşitsizliği taraf tarafa çarpmaya yönelik τ_{14} tekniği kullanılırken; AL kitabında eşitsizliğin karesini almaya yönelik τ_{15} ve denklemden yararlanarak eşitsizlik aralığı bulmaya yönelik τ_{18} şeklinde kodlanan teknikler kullanılmıştır. AÖL kitabında yer almayıp AL kitabında yer alan birinci dereceden bir bilinmeyenli iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulmaya yönelik T_7 görev tipine ilişkin görevlerde AL kitabında τ_{17} olarak kodlanan teknik; gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik haline getirerek çözüm bulmaya yönelik T_6 görev tipine ilişkin görevlerde AL kitabında τ_{10} olarak kodlanan teknik kullanılmıştır. AÖL kitabında yer almayan denklem ve eşitsizliklerin doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar ve gerçek sayılar üzerindeki çözüm kümelerini değerlendirmeye yönelik görevlerde AL kitabında τ_{12} tekniği kullanılmıştır.

AÖL kitabında MO2 birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin ve eşitsizliklerin çözüm kümesini bulmaya yönelik görevlerin önerilen teknikler *“Bilinmeyenler bir tarafta, bilinenler bir tarafta toplanır. Terimler eşitliğin diğer tarafına geçerken işaret değiştirir.”*, *“İçler dışlar çarpımı yapılır.”*, *“1’in altına gizli 1 yazıp içler dışlar çarpımı yapılır.”* şeklindeki yönerge formatında verilirken tekniğin açıklanmadığı diğer bir deyişle teknolojilerine yönelik ifadelerin yer aldığı görülmektedir. Bunun sebebi ise tekniği basit ve kolayca kullanımını sağlamak olabilir. Ancak bu durum ekolojik ilişkiler genişledikçe çeşitli kavram yanılgılarına sebep olabilir. AÖL kitabında τ_7 tekniğine ilişkin teknoloji yer almamaktadır.

AL kitabında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler alt başlığında birçok teknik teknoloji bileşeninden yoksun durumdadır. $\tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_9, \tau_{10}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{15}, \tau_{17}$ ve τ_{18} tekniklerine ilişkin hiçbir açıklama yer almamaktadır. Bazı teknikler için öğrencilerin geçmiş bilgilerini hatırlayarak teknoloji bileşenini kendi oluşturabileceği düşünülmüş olabilir. Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik olarak ifade ederek çözme görev tipine yönelik görevler çözümsüz görevlerdir. Bu görev tipinde öncelikle τ_{10} olarak kodlanan *“Sözel olarak verilen gerçek yaşam durum probleminde alabileceği en büyük ve en küçük değer belirlenerek birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olarak yazma”* tekniğinin kullanılması beklenmektedir. AL kitabında bu tip gerçek yaşam durumları ile ilgili çözümsüz görevlerin teknik ve teknoloji bileşenlerine yer verilmemesinin sebebi muhtemelen ders esnasında öğretmen tarafından açıklanması istendiği için olabilir.

MO3 Mutlak değerli denklemlerde *“ $T_2: x, y, z \in \mathbb{R} \quad x > y > z$ şeklinde aralarındaki büyüklük ilişkisi verilen bilinmeyenleri içeren mutlak değerli ifadelerin en sade halini bulma”*, *“ $T_3: Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olarak ifade ederek çözme”$* , *“ $T_{4.2}: a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = cx + d$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma”*, *“ $T_5: a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|ax + b| = |cx + d|$ şeklinde birden çok mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma”*, *“ $T_6: a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|a + |bx + d|| = c$ şeklinde içi içe mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma”* ve *“ $T_9: Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olarak ifade ederek çözme”$* görev tiplerine ilişkin

görevler AÖL kitabında yer almazken AL kitabında yer almaktadır. AL kitabında yer almayıp AÖL kitabında yer alan görev tipi bulunmamaktadır.

MO3'de AÖL kitabında 6 farklı teknik kullanılırken, AL kitabında toplamda 15 farklı teknik kullanılmıştır. Mutlak değerli ifadelerle işlem yaparak sonucunu bulmaya yönelik görevlerde AÖL ve AL kitabında τ_1 olarak kodlanan tekniğin kullanılması beklenmektedir. Tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümünde AÖL ve AL kitabında ortak olarak τ_4 ve τ_5 şeklinde kodlanan teknikler önerilmektedir. AL kitabında bunlara ek olarak $|ax + b| = cx + d$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren denklemlerin çözümünde τ_6 tekniği önerilmektedir. AÖL kitabında birden çok mutlak değerli ifade içeren denklemlerin çözümüne yönelik görevlere yer verilmemiştir. AL kitabında ise $|ax + b| = |cx + d|$ şeklinde denklemlerin çözümüne yönelik τ_7 tekniği, $|ax + b| + |cx + d|$ ifadesinin alabileceği en küçük değerleri bulmaya yönelik τ_8 tekniği, $|a + |bx + d|| = c$ şeklinde iç içe mutlak değer içeren denklemlerin çözümünde τ_9 tekniği önerilmektedir. Mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözümünde AÖL ve AL kitabında ortak olarak τ_{10} ve τ_{11} teknikleri kullanılırken AL kitabında buna ek olarak eşitsizliğin bir tarafında sıfır yer alan mutlak değerli ifade içeren eşitsizlikler için pratik çözüm sunan τ_{11} ve τ_{12} teknikleri kullanılmıştır. Her iki kitapta da kullanılan teknikler cebirseldir. Öğrencilerin mutlak değerli denklem ve eşitsizlikler konusunu derinlemesine kavraması için gerekli olan görev tipleri ve görev tiplerinde kullanılacak teknikler AÖL kitabında yer almamaktadır. Bunların dışında AÖL kitabında yer almayan AL kitabındaki görevlerde yer alan aralarındaki büyüklük ilişkisi verilen bilinmeyenleri içeren mutlak değerli ifadelerin en sade halini bulmaya yönelik T_2 görev tipine ilişkin τ_2 şeklinde kodlanan tekniğin kullanılması; gerçek yaşam problemlerini mutlak değerli ifade içeren denklem haline getirme ile ilgili T_3 görev tipine ilişkin görevlerde τ_3 tekniğinin kullanılması; gerçek yaşam problemlerini mutlak değerli ifade içeren eşitsizlik haline getirme ile ilgili T_9 görev tipine ait görevlerde τ_{15} tekniğinin kullanılması istenmiştir.

AÖL kitabında öğretim programından da farklı olarak mutlak değerli denklemler konusundan önce mutlak değerli eşitsizlikler konusu yer almaktadır. Bu durum matematiksel organizasyonda sorunlara yol açmaktadır.

Her iki kitapta MO3 mutlak değerli denklem ve eşitsizliklerde teknoloji bileşeni matematiksel olarak ifade edilmiş olup yeterli düzeydedir. Ancak AÖL kitabında τ_4 tekniğinin teknolojisi " $|x| > a$ ise $x < -a$ veya $x > a$, $\mathbb{C} = (-a, a)$ dır." şeklinde

verilmektedir. Verilen teknolojinin ifadesinde ise verilen çözüm kümesi hatalıdır. Çözüm kümesi $\mathbb{C} = (-\infty, -a) \cup (a, \infty)$ ya da $\mathbb{C} = \mathbb{R} - (-a, a)$ şeklinde ifade edilmeliydi. AL kitabında ise τ_3 ve τ_{15} tekniklerinin teknolojilerine yer verilmemiştir. Benzer şekilde bu teknikler gerçek yaşam durumlarına ilişkin problemleri mutlak değerli denklem ve eşitsizlik haline getirmeye yönelik çözümsüz görevler kullanılması istenen tekniklerdir.

MO4 Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerde “ T_2 : Çözüm kümesi eleman sayısı verilen birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde katsayıları verilmeyen denklemin katsayılarını bulma” ve “ T_3 : Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik sistemi olarak ifade ederek çözme” görev tiplerine ilişkin görevler AL kitabında yer alırken AÖL kitabında yer almamaktadır.

AÖL kitabında MO4 birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizliklerde toplamda 4 farklı teknik kullanılırken, AL kitabında toplamda 12 farklı teknik kullanılmıştır.

AÖL kitabında birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözümleri ile ilgili yok etme yöntemi (τ_1), yerine koyma yöntemi (τ_2) olmak üzere iki farklı teknik verilirken, AL kitabında yok etme yöntemi (τ_1), yerine koyma yöntemi (τ_2) ve grafikte çözüm yöntemi (τ_3) olmak üzere üç farklı teknik verilmiştir. Her iki kitapta eşitsizlikler ve eşitsizlik sistemlerinin çözümlerinde ise grafik yöntemi kullanılmıştır. AL kitabında denklem sistemlerinin çözümünde grafikte çözüm yöntemi kullanılması eşitsizliklerde kullanılan yöntemle bağlantı kurulması açısından önemlidir. AÖL kitabında bu bağlantı oluşturulamamıştır. AL kitabında çözüm kümesi sonsuz elemanlı olan denklem sistemleri ve çözüm kümesi boş küme olan denklem sistemlerinin kısa yoldan pratik şekilde çözümleri için ilgili bölümde τ_4 ve τ_5 olarak kodlanan teknikler de kullanılmıştır. AÖL kitabında ise bu tekniklere yer verilmemiştir. Denklem sistemlerinin matrisler aracılığıyla cebirsel tekniklerle çözümleri öğretim programında yer almadığı için her iki kitapta da yer almamaktadır. AL kitabında yer alıp AÖL kitabında yer almayan “ T_2 : Çözüm kümesi eleman sayısı verilen birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde katsayıları verilmeyen denklemin katsayılarını bulma” görev tipiyle ilgili görevlerde AL kitabında τ_6 , τ_7 ve τ_8 şeklinde kodlanan teknikler kullanılırken “ T_3 : Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik sistemi olarak ifade ederek çözme” görev tipiyle ilgili görevlerde AL kitabında τ_9 olarak kodlanan teknik kullanılmıştır.

Birinci dereceden eşitsizliklerin çözümüne yönelik AÖL ve AL kitabında τ_{10} olarak kodlanan grafiksel teknik kullanılmıştır. Birinci dereceden eşitsizlik sistemlerinin çözümü için AÖL ve AL kitabında τ_{11} olarak kodlanan teknik kullanılmıştır. AL kitabında AÖL kitabından farklı olarak koordinat sisteminde çözüm kümesi verilen eşitsizlik sistemini bulmaya yönelik görevlerde τ_{12} tekniği kullanılmıştır.

Her iki kitapta da MO4 birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerde kullanılan tekniklerin teknolojilerinde tekniğin anlaşılması için yeterli düzeyde açıklama yapılmıştır. Ancak AL kitabında çözümsüz görevlerde kullanılması beklenen τ_9 ve τ_{12} tekniğinin teknolojisine yer verilmemiştir.

MO5 üslü ifadeleri içeren denklemlerde “ T_3 : Gerçek yaşam problemlerini üslü ifade veya denklem olarak yazarak çözme”, “ T_4 : Üslü sayıları sıralama” ve “ T_8 : $x, y, m, n \in \mathbb{R}$ için $x \neq y$ ve x ile y aralarında asal olmak üzere $x^m = y^n$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tipleri AL kitabında yer alırken AÖL kitabında yer almamaktadır.

MO5 üslü ifadeleri içeren denklemlerde AÖL kitabında toplamda 11 farklı teknik kullanılırken, AL kitabında toplamda 15 farklı teknik kullanılmıştır.

AÖL ve AL kitabında üslü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapmaya yönelik görevlerde $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6$ ve τ_7 şeklinde kodlanan teknikler kullanılmıştır. Bu teknikler ortaokulda üslü sayıların öğretiminde kullanılan tekniklerdir. Üslü ifadeleri içeren denklemlerin çözümüyle ilgili AÖL ve AL kitabında tabanları aynı olan üslü denklemler için τ_{12} , üsleri aynı olan üslü denklemler için τ_{13} ve $x^m = 1$ şeklindeki üslü denklemler için τ_{14} şeklinde kodlanan teknikler kullanılmıştır. Bunlardan farklı olarak AL kitabında T_8 görev tipinde belirtilen $x \neq y$ ve x ile y aralarında asal olmak üzere $x^m = y^n$ şeklindeki üslü denklemlerin çözümü için τ_{15} tekniği kullanılmıştır. AÖL kitabında ise T_8 görev tipine ilişkin herhangi bir göreve yer verilmemiştir. Bu denklem çözümlerinde üsleri ya da tabanları eşitlemek, üslü sayılarda istenen ifadeyi elde etmek için AÖL kitabında sadece τ_1 tekniğinden yararlanılırken AL kitabında $\tau_1, \tau_2, \tau_4, \tau_6$ ve τ_7 tekniklerinden yararlanılmıştır. Üslü sayıların birbiri türünden eşitini bulmaya yönelik görevlerde AL ve AÖL kitaplarında benzer şekilde τ_8 olarak kodlanan teknik kullanılmıştır. Bunların dışında AÖL kitabında yer almayan T_9 gerçek yaşam problemlerini üslü ifade veya denklem olarak yazarak çözme görev tipiyle ilgili AL kitabında τ_9 olarak kodlanan teknik ve T_{10} üslü sayıları sıralama görev tipiyle ilgili AL kitabında τ_{10} olarak kodlanan teknik kullanılmıştır.

MO5 üslü ifadeleri içeren denklemlerde AL Kitabında $\tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6$ ve τ_7 şeklinde kodlanan tekniklerin teknoloji bileşenleri matematiksel olarak ifade edilerek ispatlarına da yer verilmiştir. AÖL kitabında da aynı tekniklerin teknoloji bileşenlerinde ispatları yer almamakta, matematiksel ifadelerin sözel olarak okunuşları yer almaktadır. AL kitabında çözümsüz görevlerde istenen τ_9 tekniğinin teknoloji bileşeni bulunmamaktadır.

MO6 köklü ifadeleri içeren denklemlerde “ $T_2: x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifadeleri $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifade olarak ve $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifadeleri $x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifade olarak yazma”, “ $T_7: Gerçek yaşam problemlerini köklü ifade ya da köklü ifade içeren denklem olarak ifade ederek çözme$ ” ve “ $T_9: \sqrt[n]{ax+b} = \sqrt[m]{cx+d}$ şeklinde iki köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma” görev tiplerine ilişkin görevler AL kitabında yer alırken AÖL kitabında yer almamaktadır. “ $T_5: Köklü sayıları sıralama$ ” görev tipine ilişkin olarak görevler AÖL kitabında yer alırken AL kitabında yer almamaktadır.

Matematik Öğretim Programında (MEB, 2018a) “ $x \in \mathbb{R}^+$ ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $n > 1$ olmak üzere $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ olduğu vurgulanarak köklü ifadeler ve üslü ifadeler arasındaki ilişkiler üzerinde durulur.” açıklaması ile üslü sayılarla köklü sayılar arasında ilişki kurulması istenmiş olmasına rağmen AÖL kitabında ilgili “ $T_2: x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifadeleri $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifade olarak ve $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifadeleri $x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifade olarak yazma” görev tipine ait görevlere yer verilmemiştir.

MO6 köklü ifadeleri içeren denklemlerde AÖL kitabında toplamda 12 farklı teknik kullanılırken, AL kitabında toplamda 15 farklı teknik kullanılmıştır.

AÖL ve AL kitabında köklü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapmaya yönelik görevlerde ortak olarak $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_6$ ve τ_7 olarak kodlanan teknikler kullanılırken AL kitabında buna ek olarak τ_5 olarak kodlanan teknik de kullanılmıştır. AÖL kitabında τ_5 tekniğine ilişkin görev bulunmamaktadır. Bu teknikler köklü sayıların öğretiminde kullanılan tekniklerdir.

Köklü ifadelerin gerçek sayı olmasıyla ilgili problemlerde AÖL ve AL kitabında τ_9 olarak kodlanan aynı teknik kullanılmıştır. Paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirmeye yönelik görevlerde AÖL ve AL kitabında τ_{10} olarak kodlanan aynı teknik kullanılmıştır. $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ ifadesini $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde

yazmaya yönelik görevlerde AÖL ve AL kitabında τ_{12} olarak kodlanan aynı teknik kullanılmıştır. AL kitabında yer almayıp AÖL kitabında yer alan köklü sayıların sıralanmasıyla ilgili görevlerde AÖL kitabında τ_{11} olarak kodlanan teknik kullanılmıştır. AÖL kitabında yer almayıp AL kitabında yer alan üslü ifadeleri ve köklü ifadeleri birbiri cinsinden yazmaya yönelik görevlerde AL kitabında τ_8 olarak kodlanan teknik; gerçek yaşam problemlerini köklü ifade ya da köklü ifade içeren denklem olarak yazmaya yönelik görevlerde AL kitabında τ_{13} olarak kodlanan teknik kullanılmıştır. AÖL kitabında bu tekniklerin kullanımına yönelik görevler yer almamaktadır.

Köklü ifadeleri içeren denklemlerin çözümüyle ilgili AÖL ve AL kitabında ortak olarak τ_{14} ve τ_{16} şeklinde kodlanan teknikler kullanılırken AL kitabında buna ek olarak τ_{15} şeklinde kodlanan teknik de kullanılmıştır. $\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade içeren denklemlerin çözümlerinde AÖL ve AL kitabında τ_{14} olarak kodlanan aynı teknik; $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri köklü ifade içeren denklemlerin çözümlerinde AÖL ve AL kitabında τ_{16} olarak kodlanan aynı teknik kullanılmıştır. T_9 görev tipine ait $\sqrt[n]{ax+b} = \sqrt[m]{cx+d}$ şeklinde iki köklü ifade içeren denklemlerin çözümlerine ilişkin AÖL kitabında görev yer almazken AL kitabında var olan görevlerde τ_{15} olarak kodlanan teknik kullanılmıştır. Denklemlerin çözümlerinde köklerin derecelerini eşitlemek için AÖL ve AL kitabında τ_6 ve τ_7 olarak kodlanan aynı teknikler kullanılmıştır. Her iki kitapta da kullanılan tüm teknikler cebirseldir.

AL kitabında $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6$ ve τ_7 olarak kodlanan tekniklerin teknolojilerinde matematiksel ispatlara da yer verilmiştir. AÖL kitabında ise $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_6$ ve τ_7 tekniklerinin teknoloji bileşeni matematiksel ifadelerin yanında sözel olarak da ifade edilmiştir. AL kitabında rasyonelleştirme ile ilgili τ_{10} tekniğinin teknolojisi eşlenik ifadesinin genel bir formülasyonuna yer verilmemiş sadece kökün derecesi iki olanlar için tekniğin teknolojisi yer almaktadır. AL kitabında denklem çözümleri ile ilgili AÖL kitabına göre daha fazla teknik yer almasına rağmen bu tekniklerin teknolojilerinin ifadesi yetersizdir. AÖL kitabında köklü ifadeleri tanımlamaya ve değer bulmaya yönelik τ_1 tekniğinin θ_1 teknolojisi “ $x^n = a$ eşitliğinde n tek ise $x = \sqrt[n]{a}$; ne çift ise $x = \pm \sqrt[n]{a}$, ($a \geq 0$)” şeklindedir. Açıklamanın ikinci kısmının “n çift ise $x = \pm \sqrt[n]{a}$ ” şeklinde düzeltilmesi gerekmektedir. Benzer şekilde τ_{12} tekniğinin θ_{12} teknoloji “ $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}$, $\sqrt{a - 2\sqrt{b}} = |\sqrt{x} - \sqrt{y}|$ ” şeklindedir. İlk kısmı “ $\sqrt{a + 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ ” şeklinde değişmesi gerekmektedir.

Sonuç olarak denklemler ve eşitsizlikler konusu bağlamında AÖL kitabında bütün bir müfredatı kapsayacak şekilde bir organizasyondan ziyade belirli prakseolojilerin öğretimine odaklanılırken (görevler genellikle çözümleriyle birlikte sunulması buna işaret etmekte), AL kitaplarında daha farklı prakseolojilere yer verilmek istendiği (belki belli düzeyde öğretmenlerin didaktik prakseolojiler ortaya koymalarına izin verecek şekilde) görülmektedir. AL kitabının ekolojik açıdan daha iyi yapılandırıldığı ve konular arası ilişkilerin daha görünür olduğu, AÖL kitabının ise yapılandırmada eksiklikler olduğu ve bunun konuların ilişkilendirilmesinde sorun yaratma potansiyeli bulunmaktadır.

5.2. Tartışma

Açık Öğretim Lisesi sisteminde matematik öğretimin ders kitapları analizi aracılığıyla incelendiği bu çalışmanın ilk çıkış noktası örgün eğitime yakın öğrenci sayısı farklı profilde öğrencileri içinde barındırmasıyla matematik öğretiminde farklı bir yaklaşımın benimsenip benimsenmediğinin merak edilmesidir. Çuhadar Öncü (2017), Şahin (2017) ve Özdoğan (2019) 'ın yaptıkları çalışmalarda ortaya çıkan nokta AÖL öğrencilerinin ekonomik sıkıntılar, ailevi sorunlar gibi benzeri sebeplerle AÖL'ne katıldıkları, bir çoğunun da hem çalışma hem de eğitimlerine devam etmek zorunda olduklarıdır. AÖL eğitim sistemi incelendiğinde ise AÖL öğrencilerinin eğitimi için sadece ders kitabı dağıtımı yapıldığı, AÖL öğrencileri için başkaca bir eğitim ortamı oluşturulmadığı görülmektedir. Bu sebeple tek eğitim kaynağı ve materyali olarak ders kitaplarının tasarımı ve prakseolojik yapılandırması önem kazanmaktadır.

Yapılan bu çalışmanın sonuçlarına göre AÖL ders kitabında AL ders kitabına göre çok önemli eksiklikler söz konusudur. AL kitabında denklemler ve eşitsizlikler konusuyla ilgili olarak ilgili AÖL'nin neredeyse iki katı kadar görev bulunmaktadır. AÖL öğrencilerinin tek eğitim kaynağı ve materyalinin ders kitabı olduğu düşünüldüğünde AÖL ders kitaplarında daha çok görev bulunması, bu görevlerinde ağırlıklı olarak çözümlü görevler olmasının öğrencilere yardımcı olacağı düşünülmektedir. AÖL ders kitabı AL kitabına göre daha az görev tipi ve teknik içermektedir. Bununla birlikte kullanılan teknikler daha basit kalmakta, yönergeler genellikle tek adımlı olup teknolojiye neredeyse hiç ihtiyaç hissedilmemektedir. AÖL sınavlarında kitapta yer alan görevlere görev tiplerine, görevlerde kullanılan tekniklere uygun soruların yer almasından dolayı öğrenciler açısından herhangi bir sorun olmadığı izlenimi verdiğini düşünülebilir. Ancak

öğrenciler AÖL’yi bitirip üniversiteye giriş sınavına girmek istediğinde birçok görev tipi hakkında bilgisinin olmadığını, bildiği görev tiplerinde ise kullanacağı tekniklerin yetersiz kalacağı gerçeği ile karşılaşabilir. Bu sebeple AÖL kitaplarında da birçok görev tipine ve tekniklere yer verilmesinin öğrencilerin eğitimlerine devam etmelerine fırsat vermek açısından önemli olacaktır.

NCTM (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)’ne göre öğrenci çözdüğü matematik problemleriyle ilgili olduğu konuyu ve kavramları daha aktif bir şekilde öğrenebilir ve problem çözme yöntemlerinin öğrenilmesiyle yeni durumlara yani kendi yaşamına daha kolay katabilir (NCTM, 2000). Öğrenciler problem durumlarında çalışarak, yeni stratejiler oluşturmayı ve eski stratejileri düzenleyerek yeni tür problemleri çözmeyi öğrenirler. Bu tarz matematik öğretiminde, kavramsal ve işlemsel bilgilerin kaynaştırıldığı gözlenmiştir (Olkun ve Toluk 2004). Öğrencilerin karşılaştığı derslerde problem etkili olduğu görülmektedir. Bu nedenle, öğrencilerin problem çözme davranışlarını geliştirmek için bol sayıda örnek çözmenin gerekmektedir (Gelbal, 1991). AÖL kitabının görevlerle ilgili olduğu gibi teknikler açısından da yeterince zengin olmadığı yönündedir. Verilen tekniklerin cebirsel ağırlık olduğu grafik tekniğinin kullanılabileceği görev tiplerinde ise buna yer verilmediği görülmektedir. AÖL’nin farklı öğrenci profili düşünüldüğünde öğrencilere aynı görev tipi için birden fazla, çeşitli tekniklerin sunulmasının onların öğretimini desteklemenin farklı bir yolu olacağı düşünülmektedir. Öğrenciler kendileri için kolayca benimseyebilecekleri teknikleri seçebilmeli ve farklı tekniklerle çözülen örnekler aracılığıyla konunun farklı noktalarına dikkatlerinin çekilebileceği düşünülmektedir. Oysaki görev tipi ve teknik sayısı AL kitabında daha fazladır.

Örgün eğitimde kullanılan AL kitabında çözümsüz görevlerin prakseolojik bileşenleri ve eksik olan teknoloji bileşenleri derste öğretmen tarafından oluşturulabilir. Ancak Açık Öğretim sisteminde bir öğretmen bulunmadığı için prakseolojik bileşenlerin özellikle teknoloji bileşeninin varlığı ve doğru bir şekilde ifade edilmesi çok büyük önem taşımaktadır. Oysa AÖL kitabında yer alan teknolojiler ise açıklama ve ispattan yoksun tekniğin formül haline getirilmiş “hap bilgiler” şeklindedir. Bu haliyle öğrencilerin tekniği anlamasından çok tekniği ezberleyip görevleri yerine getirmesine odaklanmış olduğu görülmektedir.

Bu haliyle AÖL ders kitabı kısa özet ders notlarının yer aldığı daha çok görevlerin yerine getirilmesiyle ilgilenen bir sınava hazırlık kitabı tasarımına sahiptir. Bu sebeple

öğrencilerin konuları kavramasından çok dönem sonunda yapılan sınavlarda başarılı olmasının amaçlandığı düşünülmektedir. Yanlış cevapların doğruları etkilemediği, dört cevap şikkından oluşan 20 sorudan oluşan test şeklindeki dönem sonu sınavında başarılı olmak için ise 9 soruyu doğru cevaplamak yeterli görülmektedir. AÖL'nin eğitim sistemiyle ilgili henüz araştırma yapılmamış olması ve Milli Eğitim Bakanlığı'nın AÖL hakkında başarı sonuçlarını kamuoyu ile paylaşmamış olmaması sistemin başarısı hakkında bilgi edinmeyi güçleştirmektedir. Ancak eldeki bilgilerden en azından matematik öğretimi açısından AÖL eğitim sisteminin öğrencilere çok da katkı sağlamayacağı söylenebilir.

Özgenç (2012) çalışmasında örgün 9. Sınıf Matematik ders kitaplarında öngörülen kavramlar, fikirler ve becerilerle, programda öngörülen kavramların, fikirlerin ve becerilerin tam olarak örtüşmediğini ortaya koymuştur. Ancak çalışmamızda AÖL ve AL matematik ders kitaplarının her ikisinin de genel olarak öğretim programına uygun olarak yapılandırıldığı ancak AÖL kitabında mutlak değerli eşitsizliklere ait örneklerin mutlak değerli denklemlere ait örneklerden önce verilmesi ve öğretim programında köklü ifadeler ve üslü ifadeler arasındaki ilişkiler üzerinde durulmasının istenmesine rağmen buna ilişkin görevlerin yer almaması hataları bulunmaktadır.

Bütüner (2008) çalışmasında denklemlerin öğretiminde Eski Mısır, Babil ve Harezmi metotlarıyla denklemlerin çözümlerinin bugünkü çözümlerle ilişkilendirilmesinin faydalı olacağını belirtmiştir. Erdoğan, Eşmen ve Fındık (2015) çalışmalarında ortaokul matematik ders kitaplarında matematik tarihi öğelerinin sayıca yetersiz olduğunu ortaya koymuştur. Ortaöğretim matematik öğretim programında (MEB, 2018a) "Harezmi'nin denklemler konusundaki çalışmalarına yer verilir." şeklindeki açıklamasından dolayı AÖL ve AL kitaplarında Harezmi'nin yaşamından ve yaptığı çalışmalardan çok kısa bir şekilde bahsedilmiş ancak denklem çözüm metotlarından bahsedilmemiştir. Harezmi biyografisi dışında Erdoğan, Eşmen ve Fındık (2015) çalışmasına paralel olarak matematik tarihi öğelerine rastlanmamaktadır.

Literatürdeki çalışmalar denklem öğretiminde benimsenecek farklı yaklaşımların öğretim sürecini olumlu yönde etkilediği yönündedir. Örneğin Aktepe (2012) çalışmasında denklemlerin öğretiminde yapılandırmacı eğitimin geleneksel eğitime göre daha başarılı olduğunu tespit etmiştir. AÖL kitabında prakseolojilerin teknolojilerinin olmaması ya da yetersiz olmasından AÖL kitabının tekniklerin ezberlenmesi yoluyla

görevlerin yerine getirilmesine yönlendirdiği ve yapılandırmacı eğitim anlayışından uzak olduğu söylenebilir.

Eroğlu, Aydoğdu ve Tutak (2020) çalışmasında ise denklemlerin öğretiminde probleme dayalı öğrenmenin geleneksel öğretime göre daha başarılı olduğunu ortaya koymuştur. AL kitabında denklemler ve eşitsizlikler ile ilgili her alt başlıkta gerçek yaşam durumları problemlerine yer verilirken AÖL kitabında gerçek yaşam durumlarıyla ilişkili problemlere yer verilmemiştir.

AÖL öğrencilerinin tek eğitim kaynağının ders kitabı olduğu düşünüldüğünde ders kitabındaki görev sayısının özellikle çözümlü görev sayısının artırılması, farklı tekniklerin kullanılmasını ön gören görev tipi sayısı artırılması ve bireysel öğretime uygun birden çok eğitim materyali tasarlanması gerekmektedir.

5.3. Öneriler

AÖL kitabının bireysel öğretime uygun olmamasından, sadece belirli prakseolojilere yer verilmesinden ve mevcut prakseolojik bileşenlerde bulunan yetersizliklerden yola çıkarak bireysel öğretime uygun müfredattaki önemli başlıkları içerecek şekilde genişletilmiş prakseolojilere sahip yeni ders materyalleri tasarlanması önerilmektedir. Bunlardan ilki AÖL öğrencilerinin bir kısmının öğrenim çağı dışına çıkmış, ortaokul eğitiminden sonra uzun süre ara vermiş öğrenciler olduğu düşünülerek ilkokul ve ortaokul matematik eğitimindeki bilgileri hatırlatmak, eksikleri gidermek üzere tasarlanmış hazırlık kitabı olmalıdır. İkincisi öğrencilerin bireysel olarak matematik eğitimi almasına uygun üniversiteye devam edecek öğrenciler açısından farklı görev tiplerini ve tekniklerini içeren yeterli teknolojik açıklamaların yer aldığı bir ders kitabı tasarlanmalıdır. Üçüncüsü ise öğrencilerin ders materyallerine ulaşmada yaşadığı sıkıntılar düşünülerek konuları daha iyi kavramasına yönelik birçok ölçme değerlendirme etkinliğini içinde barındıran etkinlik kitabı tasarlanmalıdır.

Tüm bunların yanında MEB 2019 yılı idari faaliyet raporunda (MEB, 2019) belirtilen ancak henüz faaliyete geçirilemeyen canlı ders, tartışma, paylaşma, dersleri yönetme, materyal desteği sağlama, elektronik ortamda ölçme ve değerlendirme yaparak geribildirim verme, eğitim kayıtlarını tutma ve raporlama gibi imkanlar sunan Açık Öğretim Okulları Uzaktan Eğitim Platformunun faaliyete geçirilmesi önem arz etmektedir. Ancak açık öğretim öğrencilerin bir kısmının ilerleyen yaşlarda olduğu göz önünde bulundurularak basit bir tasarıma sahip olması, cep telefonu, tablet bilgisayar gibi

farklı bilişim aletlerinden de kullanılması, ölçme değerlendirme etkinliklerinin başarısız olunan kazanımlar hakkında ayrıntılı bir rapor vermesi, öğrencinin bireysel gelişimini takip edecek ve raporlayacak bir algorithmaya sahip olması önem arz etmektedir.

KAYNAKÇA

- Akkaya, G. (2016). *Ortaöğretim dokuzuncu sınıf matematik ders kitaplarının öğretim programına uygunluğu açısından incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Antalya: Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. Sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.
- Aktepe, E. (2012). *7. sınıflarda cebirsel denklemlerin yapılandırmacı öğretim yaklaşımına uygun hazırlanmış çalışma yapraklarıyla öğretiminin öğrenci başarısına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Erzurum: Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Alkan, C. (1999). Eğitim Teknolojisi ve Uzaktan Eğitimin Kavramsal Boyutları. *Uzaktan Eğitim Dergisi*, 2 (1),36-42.
- Altun, M. (2015). *Ortaokullarda (5,6,7ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi (10. baskı)*. Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Arcavi, A., Drijvers, P. and Stacey, K. (2017). *The teaching and learning of algebra: Ideas, insights and activities*. London/New York: Routledge.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. ve Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel Matematik Kavramlarının Künyesi*. Ankara:Gazi Kitabevi.
- Arsac, G., Chevallard, Y., Martinand, J.L. and Tiberghien, A. (1994). *La transposition didactique a lepreuve*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Artigue, M. and Winslow, C. (2010). International comparative studies on mathematics education: A viewpoint from the anthropological theory of didactics. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 30 (1), 47-82.
- Arslan, A. (2008). Didaktikte antropolojik kuram ve kullanımına yönelik örnekler. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28 (2), 19-36.
- Astolfi, J.P. (1997). *Mots-clés de la didactique des sciences*. Paris : De Boeck Université. Collection Pratiques pédagogiques.
- AÖİHL. (2020). *Açık öğretim imam hatip lisesi okulumuz*. <http://aoihl.meb.gov.tr/www/okulumuz/icerik/227> (Erişim Tarihi: 04.07.2020)
- AÖL. (2017). *Açık öğretim lisesi sayısal veriler*. <http://aol.meb.gov.tr/www/acik-ogretim-lisesi-sayisal-veriler/icerik/49> (Erişim tarihi: 05.07.2020)

- AÖL. (2020a). *Açık öğretim lisesi tarihçe*. <http://aol.meb.gov.tr/www/okulumuz/icerik/1> (Erişim tarihi:04.07.2020)
- AÖL. (2020b). *Açık öğretim lisesi 2019-2020 eğitim öğretim yılı II. dönem kayıt kılavuzu*, https://aol.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_01/07135400_20192020_2.donem_kayYt_kYlavuzu.pdf (Erişim Tarihi:04.07.2020)
- AÖL. (2020c). *Açık öğretim lisesi önemli duyuru*. <http://aol.meb.gov.tr/www/onetli-duyuru/icerik/261> (Erişim Tarihi:05.12.2020)
- Aycan, Ş., Kaynar, Ü.H., Türkoğuz, S. ve Arı, E. (2001). İlköğretimde kullanılan ders kitaplarının bazı kriterlere göre incelenmesi. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Manisa: Celal Bayar Üniversitesi, Eğitim Fakültesi.
- Aytar, H. (2019). *Ortaöğretim Matematik 9 ders kitabı*. Ankara: Eksen Yayıncılık.
- Baki, A. (2014). *Matematik Tarihi ve Felsefesi*. (2. Baskı). Ankara, Pegem Akademi.
- Baştürk, M. (2020). Ders kitaplarının tarihçesi. Ö. Demirel ve K. Kıroğlu (Editörler), *Ders kitabı incelemesi (dördüncü baskı)* içinde (15-36). Ankara: Pegem Akademi.
- Bingölbalı, E. ve Özmantar, M.F. (2010). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. (2. baskı). İstanbul, Pegem Akademi.
- Berisha, V., Thaçi, X., Jashari, H. and Klinaku, S. (2013). Assessment of mathematics textbooks potential in terms of student's motivation and comprehension.. *Journal of Education and Practice*, 4 (28), 33-37.
- Bosch, M., Chevallard, Y. and Gascon, J. (2005). Science or Magic? The use of models and theories in didactics of mathematics. *Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 1254-1263.
- Boyer, C.B. (1991). *A history of mathematics* (2nd ed.). Newyork.:Publiseher John Wiley & Sons.
- Burton, D.M. (1985). *The history of mathematics: An intorduction*. New York, NY: Allyn & Bacon.
- Bütüner, S.Ö. (2008). 8. Sınıf Denklemler konusunun Matematik Tarihi Kullanılarak Öğretimi. *Elementary Education Online*, 7 (3), 6-10.
- Cengiz, C. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin denklem çözmede ve kurmada yaşadıkları zorlukların incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné (2ème édition)*. Grenoble: La Pensée Sauvage Ed.
- Chevallard, Y. (1992). A theoretical approach to curricula. *Journal fuer Mathematik didaktik*, 13 (2-3), 215-230.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19 (2), 221-266.
- Chevallard, Y. (2002). *Organiser l'étude. 3. Écologie regulation*. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, and R. Floris (Eds.), *Actes de la 11e École d'Été de didactique des mathématiques* (pp. 41–56). Grenoble: La Pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. *Paper presented at the Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Barcelona.
- Chevallard, Y. (2007). *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. <http://yves.chevallard.free.fr/> (Erişim Tarihi:22.06.2020)
- Corbin, J. & Strauss, A. (2008). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. Thousand Oaks: Sage.
- Çalışkan, G. (2016). Türkçe Dersi Öğretim Programı ve Türkçe Ders Kitapları: 5.Sınıf Türkçe Ders Kitabına Yönelik Bir İnceleme. *Ana Dili Eğitim Dergisi*. 4 (2), 200-214.
- Çam Tosun, F. ve Bayram, A. (2015). Açık öğretim lisesinde artış: Kadın öğrenciler. *Eğitim Bilim Toplum Dergisi*. 13 (49), 84-89.
- Çelik, M.A. (2019). *10. sınıf matematik ders kitabının problem çözme stratejileri açısından incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Konya: Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Çepni, S. (2014). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Çuhadar Öncü, E. (2017). *Ortaöğretim öğrencilerinin açık öğretim lisesine geçiş nedenlerine ilişkin öğrenci, okul yöneticisi, öğretmen ve veli görüşleri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Demirel, Ö. ve Kıroğlu, K. (2006). *Eğitim ve Ders Kitapları (2. Baskı)*. Ankara: Pegem Yayıncılık.

- Eisenhart, M.A. and Howe, K.R. (1992). Validity in educational research. M. LeCompte, W. Millroy, ve J. Preissle (Ed.), *The Handbook of Qualitative Research in Education*. içinde, San Diego: Academic Press.
- Elçi, A.N., Güzel, E.B., Cantürk Günhan, B. ve Ev Çimen, E. (2016). *Temel Matematiksel Kavramlar ve Uygulamaları: öğrenenler ve öğretmenler için*. Ankara: Pegem Akademi.
- Erdoğan, A. (2006). *Le Diagnostic de l'aide A l'etude, en mathematiques: Analyse didactique des difficultés relatives à l'algèbre et aux fonctions en seconde*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Université Paris-Diderot. (<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00261943/document>)
- Erdoğan, A., Eşmen, E. ve Fındık, S. (2015). Ortaokul matematik ders kitaplarında matematik tarihinin yeri: ekolojik bir analiz. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*. 42, 239-259.
- Ergin, A., Alkan, C., Güngör, E., Teker, N. ve Aslan, Z. (1987). *Eğitim Teknolojisi*. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları (No:186 AÖF Yay No:87)
- Eroğlu, A., Aydoğdu, M. ve Tutak, T. (2020). Doğrusal denklemler ve eşitsizlikler konusunun öğretiminde probleme dayalı öğrenme yaklaşımının öğrenci başarısına ve tutumuna etkisi. *Electronic Journal of Education Sciences*, 9 (18) , 97-108.
- Ertekin, E. (2019). Denklem kavramı ve denklem kavramının öğretimi. G. Sarpkaya Aktaş (Ed.), *Uygulama Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi* (1.Baskı) içinde (s.191-219). Ankara: Pegem Akademi.
- Ertürk, S. (1997). *Eğitimde Program Geliştirme*. Ankara: Meteksan A.Ş.
- Euler, L. (1984). *Elements of Algebra*, translated by John Hewlett (reprinted from the 1840 edition), Springer-Verlag, New York.
- Fındık, E. (2019). *Türev konusunun matematiksel sit kavramı çerçevesinde ekolojik analiz, ve kavramsal ilişkilerinin didaktik yapılandırılması*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Gelbal, S. (1991). Problem Çözme. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 6, 167-173.
- Gök, M. (2018). *Matematik öğretim programında (2013) fonksiyon konusuyla ilgili ekolojik sorunlar ve öğretmenlerin pratikolojileri*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

- Gülersoy, A.E. (2013). İdeal ders kitabı arayışında sosyal bilgiler ders kitaplarının bazı özellikler açısından incelenmesi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports and Science Education*, 1 (2), 8-26.
- Gürefe, N. (2019). Cebirsel ifade ve değişken kavramının öğretimi. G. Sarpkaya Aktaş (Ed.), *Uygulama Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi* (1.Baskı) içinde (s.103-130). Ankara: Pegem Akademi.
- Gracin, D.G. (2018). Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49 (7).
- Hall, R.D.G. (2002). An analysis of errors made in the solution of simple linear equations. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 15, 70-79.
- Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra, E. Fennema and T. Romberg (Ed.), *Mathematics classrooms that promote understanding* içinde (133-155). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Karaaslan, K.G. (2018). *Problem kurma yaklaşımıyla desteklenen bir matematik sınıfında öğrencilerin cebir öğrenmelerinin ve problem kurma becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Karataş, Z. (2019). *11. ve 12. sınıf temel düzey ders kitaplarındaki örnek ve soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Zonguldak: Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Katz, V. and Barton, B. (2007). Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching. *Educational Studies in Mathematics*. 66, 185–201.
- Kılıç, A. ve Seven, S. (2008). *Konu alanı ders kitabı incelemesi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Kieran, C. (1984). Cognitive mechanisms underlying the equation-solving errors of algebra novices. In Southwell et al. (Ed.), *Proceedings of the 8th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (70- 77). Sydney: Australia.
- Kieran, C. (1992). The Learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (90- 419), New York: Macmillan.

- Kieran, C. (1996). The changing face of school algebra. Alsina C, Alvarez J, Hodgson B, Laborde C, Pérez A (Ed.) *Eighth international congress on mathematical education: selected lectures içinde* (271-290), Seville : S.A.E.M. Thales.
- Konak, Z.M. (2018). *LYS matematik sorularının ve 11-12. sınıf matematik ders kitaplarının dil-içerik açısından incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Kurnaz, M.A. (2007). *Enerji kavramının üniversite 1. sınıf seviyesinde öğrenim durumlarının analizi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Kösa, T. (2004). *8. sınıf öğrencilerinin sözel problemlerin çözümünde denklemlerden yararlanabilme becerileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Küçükahmet, L. (2000). *Öğretimde Planlama ve Değerlendirme (11. baskı)*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Küçükahmet, L. (2011). *Konu alanı ders kitabı inceleme kılavuzu*. Ankara: Nobel Yayınevi.
- Leung, L. (2015). Validity, reliability and generalizability in qualitative research. *Journal of Family Medicine and Primary Care*, 4 (3), 324-327.
- Leylek, R. (2020). *Türkiye, Finlandiya ve Kanada'da matematik ders kitaplarındaki bazı ortak konuların göstergebilimsel analizi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Li, Y., Zhang, J. and Ma, T. (2009). Approaches and practices in developing school mathematics textbooks in China. *ZDM Mathematics Education*, 41, 733- 748.
- MAÖL. (2016). *Mesleki açık öğretim lisesi okulumuz*. <http://maol.meb.gov.tr/www/okulumuz/icerik/12> (Erişim Tarihi:04.07.2020)
- MEB. (2005a). *Milli Eğitim Bakanlığı Açık Öğretim Lisesi Yönetmeliği*. T.C. Resmi Gazete, Sayı: 26023, 14 Aralık 2005.
- MEB. (2005b). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. <https://ttkb.meb.gov.tr> (Erişim Tarihi: 18.08.2020)
- MEB. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- MEB. (2018a). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

- MEB. (2018b).*Matematik-1 ders kitabı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- MEB. (2018c). *İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar Matematik Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- MEB SGB. (2019). *Milli Eğitim Bakanlığı 2019 yılı İdari Faaliyet Raporu*. http://sgb.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_03/12144540_28191618_Milli_EYitim_BakanlYYY_2019_YYIY_Ydare_Faaliyet_Raporu_28.02.2020.pdf (Erişim Tarihi:05.07.2020)
- MEB SGB. (2020). *Milli Eğitim Bakanlığı Strateji Geliştirme Başkanlığı Resmi Eğitim İstatistikleri*. <http://sgb.meb.gov.tr/www/resmi-istatistikler/icerik/64> (Erişim Tarihi:05.07.2020)
- MEB TTKB. (2018a). *19/02/2018 tarihli ve 56 sayılı Ortaöğretim Kurumları Haftalık Ders Çizelgesi Kararı*. MEB Tebliğler Dergisi, Mart 2018 - 2726, 1805-1814.
- MEB TTKB. (2018b). *14/09/2018 tarihli ve 128 sayılı Açık Öğretim Genel Lise (Dönemlere Göre) Haftalık Ders Çizelgesi Kararı*. MEB Tebliğler Dergisi, Eylül 2018 – 2732, 2198-2201.
- Merriam, S.B. (2013). Nitel vaka çalışması (Çev: E. Karadağ). S. Turan (Ed.), *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber* içinde, Ankara: Nobel.
- Miller, C.C. (2013). *Essentials of modern algebra*. ProQuest Ebook Central <https://ebookcentral.proquest.com> (Erişim Tarihi: 05.07.2020)
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standarts for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Olkun, S. ve Toluk, Z. (2004). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara:Anı Yayıncılık.
- Osborne, A. and Wilson, P.S. (1992). *Moving to Algebraic Thought*. Boston: Allyn and Bacon.
- Özcan, Ö. (2016). *10. sınıf Matematik ders kitaplarının öğretmen görüşlerine göre değerlendirilmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Özdoğan, Z. (2019). *Open Education High School in Turkey*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Özgenç, İ. (2012). *(MEB) 9. sınıf matematik ders kitabının öğrenci gelişimini değerlendirmesi açısından incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

- Özkahveci, Ö. (2001). *Mesleki açık öğretim programı öğrencileri ile kız meslek lisesi öğrencilerinin akademik başarılarının karşılaştırılması*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Özkan, S. (2008). *Türk Eğitim Tarihi*. Ankara: Nobel Kitap Dağıtım
- Powell, S.R. (2012). Equations and equal sign in elementary mathematics textbooks. *Elementary School Journal*. 112, 627-648.
- Radford, L. and Puig, L. (2007). Syntax and meaning as sensuous, visual, historical forms of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 145-164.
- Rajoson, L. (1988). *L'analyse écologique des conditions et des contraintes dans l'étude des phénomènes de transposition didactique: trois études de cas*. Université d'AixMarseille II, Faculte des Sciences de Luminy.
- Rock, D. ve Brumbaugh, D.K. (2013). *Lise matematik öğretimi*. (4. Basımdan Çeviri, Çeviri Editörleri: Yılmaz, Z., Baştürk, S. Ve Kılıç, H.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Sağlan Arslan, A. (2016). Didaktiğin Antropolojik Teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ.Ö. Zembat (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (1.Baskı) içinde (s.377-392). Ankara: Pegem Akademi.
- Sağlam, R. (2012). *A comparative analysis of quadratics in mathematics textbooks from Turkey, Singapore, and the International Baccalaureate Diploma Programme*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Sarpkaya Aktaş, G. (2019). Cebirin Tarihi. G. Sarpkaya Aktaş (Ed.), *Uygulama Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi* (1.Baskı) içinde (s.1-18). Ankara: Pegem Akademi.
- Schroeder, M. (1997). A brief history of the Notion of Boole's algebra. *Nordic Journal of Philosophical Logic*, 2 (1), 41-62.
- Schwartz, R. (2008). A Classic from China: The Nine chapters. *Schoolcraft College Department of Mathematics*. 16 (2).
- Semerci, Ç. (2004). İlköğretim Türkçe ve Matematik Ders Kitaplarını Genel Değerlendirme Ölçeği. *C.Ü. Sosyal Bilimler Dergisi*, 28 (1), 49-54.
- Seven, S. (2001). *İlköğretim sosyal bilgiler ders kitapları hakkında öğretmen ve öğrenci görüşleri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Manisa: Celal Bayar Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

- Star, J.R., Foegen, A., Larson, M.R., Mccallum, W.G., Porath, J. and Zbiek, R.M. (2015). *Teaching Strategies for Improving Algebra Knowledge in Middle and High School Students*.https://ies.ed.gov/ncee/wwc/Docs/PracticeGuide/wwc_algebra_040715.pdf. (Erişim Tarihi:15.07.2020)
- Stenhouse, L. (1988). Case study methods. J. P. Keeves (Ed.), *Educational Research, Methodology and Measurement: An International Handbook (1 ed.)* içinde. Oxford: Pergamon.
- şahin, B. (2017). *Açık öğretim lisesi öğrenci ve mezunlarının katılım örüntüleri (Ankara İli Çankaya İlçesi Örneği)*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
- şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. (2007). 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32, 274-281.
- TDK. (2020). *Türk Dil Kurumu Sözlüğü*. <https://sozluk.gov.tr> (Erişim tarihi:04.07.2020)
- Ünlü, M. (2019). Cebirsel Düşünme ve Cebirsel Düşünmenin Matematik Öğretimindeki Yeri. G. Sarpkaya Aktaş (Ed.), *Uygulama Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi* (1.Baskı) içinde (s.23-39). Ankara: Pegem Akademi.
- Ünlü, M. (2020). *Uygulama Örnekleriyle Matematik Öğretiminde Yeni Yaklaşımlar* (1.Baskı). Ankara:Pegem Akademi.
- Van De Walle, J., Karp, K. ve Bay-Williams, J. (2019). *İlkokul ve ortaokul matematiği. (7. Basımdan Çeviri)*, Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Vergnaud, G. (1992). *Questce que la didactique?*. Revue Education Permenante,
- Vergnaud, G. (1997). The nature of the mathematical concepts. T.Nunes & P. Bryant (Ed.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* içinde (5-28). Hove, England:Psychology Press/Erbaum (UK) Taylor & Fracis.
- Yavuz, A. (2009). Problem çözümlerine prakseolojik yaklaşım. *Türkiye Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 13 (2), 93- 106.
- Yavuz, A. ve Özdemir, G. (2009). Öğretim Elemanlarının Atwood Aleti Problemi Çözüm Stratejilerinin Prakseolojik Analizi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22 (2), 357-377.
- Yavuz, A. ve Temiz, B.K. (2014). Çok Parçalı Mekanik Sistemlerde İvme Hesaplama Problemlerinde Öğrenci Güçlükleri. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34 (1), 1-22.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (10. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

http-1: <https://www.eba.gov.tr> (Erişim Tarihi:15.06.2020)

http-2: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Al-Khwarizmi/> (Erişim Tarihi:18.12.2020)

http-3: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Record/> (Erişim Tarihi:18.12.2020)

http-4: <http://mufredat.meb.gov.tr/Programlar.aspx> (Erişim Tarihi:21.12.2020)

EKLER

EK-1. Ortaöğretim düzeyinde praksisler (T, τ) Tablosu

Matematiksel Organizasyon	MO1: Gerçek sayılar kümesinde aralık kavramı
Görev Tipi (T)	$T_{1.1}$: Kapalı aralıkları sayı doğrusunda gösterme $T_{1.2}$: Yarı Açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme $T_{1.3}$: Açık aralıkları sayı doğrusunda gösterme T_2:Aralıkların küme olarak gösterimleri üzerinden birleşimlerini, kesişimlerini, farklarını, tümleyenlerini bulma ve sayı doğrusu üzerinde gösterme T_3: Sözel olarak ifade edilen gerçek yaşam durumlarını aralık olarak gösterme
Teknik (τ)	τ_1: Matematiksel olarak ifade edilen bir aralığın uç noktası köşeli parantez ile gösteriliyorsa ya da eşitsizlik gösteriminde uç noktalarda eşitlik varsa; uç noktaları aralığa dahil edilerek aksi halde dahil edilmeyerek sayı doğrusunda geometrik olarak gösterme τ_2: Sayı aralıkları küme şeklinde yazılarak üzerinde birleşim, kesişim, fark işlemlerini yapmak ve oluşan yeni kümeyi aralık olarak ifade etmek τ_3: Gerçek yaşam durumlarında en az ve en fazla ifadeleri geçiyorsa matematiksel olarak aralık şeklinde ifade etme
Matematiksel Organizasyon	MO2: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T_1: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanımlama ve özelliklerini bilme $T_{2.1}$: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=c$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{2.2}$: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a(x+b)=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{2.3}$: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{e}{f}$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen denklemlerin çözüm kümesini bulma $T_{2.4}$: $a,b,c,d,e,f,g \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{e} + \frac{cx+d}{f} = g$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen denklemlerin çözüm kümesini bulma T_3: Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri tanımlama ve özelliklerini bilme $T_{4.1}$: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \lesseqgtr c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma $T_{4.2}$: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \lesseqgtr cx + d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma $T_{4.3}$: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} \lesseqgtr d$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma T_5: İki farklı bilinmeyene sahip iki eşitsizlik sisteminden ya da iki farklı bilinmeyene sahip bir denklem ve bir eşitsizlikten yararlanarak istenen yeni ifadenin bilinmeyenlerin tanımlı olduğu kümeye göre alabileceği değerleri bulma T_6: Gerçek yaşam problemlerini birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik olarak ifade ederek çözme T_7: Birinci dereceden bir bilinmeyenli iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma

EK-1. (Devam) Ortaöğretim düzeyinde praksisler (T, τ) Tablosu

Teknik (τ)	τ_1: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem tanımından yararlanarak ifadeyi $ax+b=c$ şekline getirmek için derecesi iki ve üzeri olan ifadelerin katsayılarını sıfıra eşitleyerek verilen ifadedeki bilinmeyen değerleri bulma τ_2: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde bilinmeyenleri eşitliğin bir tarafında bilinenleri eşitliğin diğer tarafına bırakarak denklemin çözüm kümesini bulma τ_3: $a(x+b)=cx+d$ şeklindeki ifadede çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanarak ifadeyi $ax+a.b=cx+d$ şekline getirme τ_4: $\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{e}{f}$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitlikte işler dışlar çarpımı yaparak eşitliği $ax+b=cx+d$ şekline getirme τ_5: $\frac{ax+b}{e} + \frac{cx+d}{f} = g$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitlikte paydaları eşitleyerek ifadeyi $ax+b=c$ şekline getirme τ_6: Kökü verilen birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde kökü yerine yazarak oluşan yeni denklemi çözüme ve istenen değeri bulma τ_7: Çözüm kümesi boş küme olan birinci derece bir bilinmeyenli denklemin özelliklerini kullanarak istenen değeri bulma τ_8: Çözüm kümesi tüm gerçekteki sayılar olan küme olan birinci derece bir bilinmeyenli denklemin özelliklerini kullanarak istenen değeri bulma τ_9: Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik tanımından yararlanarak verilen ifadenin birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olup olmadığını anlama τ_{10}: Sözel olarak verilen gerçekteki yaşam durum probleminde alabileceği en büyük ve en küçük değer belirlenerek birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olarak yazma τ_{11}: Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerde bilinmeyenleri eşitsizliğin bir tarafında, bilinenleri eşitsizliğin diğer tarafında bırakarak ve eşitsizlik özelliklerini kullanarak eşitsizliğin çözüm kümesini bulma τ_{12}: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ kümelerindeki çözüm kümelerini değerlendirme τ_{13}: İstenen ifadeyi oluşturmak için eşitsizliklerin özelliklerinden yararlanarak aynı yönlü iki eşitsizliği taraf tarafa toplayarak istenen ifadenin alabileceği değer aralığını bulma τ_{14}: İstenen ifadeyi oluşturmak için eşitsizliklerin özelliklerinden yararlanarak aynı yönlü iki eşitsizlik taraf tarafa çarpılarak istenen ifadenin alabileceği değer aralığını bulma τ_{15}: İstenen ifadeyi oluşturmak için eşitsizliklerin özelliklerinden yararlanarak eşitsizliğin karesini alarak istenen ifadenin alabileceği değer aralığını bulma τ_{16}: $\frac{ax+b}{c} \lesseqgtr d$ şeklinde kesirli olarak ifade edilen eşitsizliğin her iki tarafını c ile çarparak c'nin işareti pozitif ise yön değiştirmeden; negatif ise yön değiştirilerek ifadeyi $ax + b \lesseqgtr d$ şekline getirme τ_{17}: Aynı ifadede yer alan $ax+b \lesseqgtr cx+d \lesseqgtr ex+f$ şeklindeki iki eşitsizliği taraf tarafa toplama ve çıkarma yaparak çözüm kümesini bulma τ_{18}: İki bilinmeyenli bir denklemde verilen bir bilinmeyen aralığından yararlanarak ikinci bilinmeyen aralığını bulma
-----------------------------------	--

EK-1. (Devam) Ortaöğretim düzeyinde praksisler (T, τ) Tablosu

Matematiksel Organizasyon	MO3: Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T₁: Gerçek bir sayının mutlak değerini bulma ve mutlak değerli ifadelerle işlem yapma T₂: $x > y > z$ şeklinde aralarındaki büyüklük ilişkisi verilen x,y,z gibi bilinmeyenlerden oluşan mutlak değerli ifadelerde; büyüklük ilişkilerinden yararlanarak mutlak değer içinde yer alan ifadenin işareti bulunarak ve mutlak değer özelliğinden yararlanarak verilen ifadeyi en sade hale getirme T₃: Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olarak ifade ederek çözme T_{4.1}: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = c$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma T_{4.2}: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = cx + d$ şeklinde tek mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma T₅: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = cx + d$ şeklinde birden çok mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma T₆: $a,b,c,d,e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a + bx + d = c$ şeklinde içi içe mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma T₇: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq c$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli bir eşitsizliğin çözüm kümesini bulma T₈: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq bx + c \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesini bulma T₉: Gerçek yaşam problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik olarak ifade ederek çözme
Teknik (τ)	τ_1: Bir gerçek sayının sayı doğrusu üzerindeki görüntüsünün başlangıç noktasına olan uzaklığına sayının mutlak değer denir tanımından yararlanarak mutlak değer içeren ifadenin içinde ve dışında kalan işlemleri yaparak sonucu bulma. τ_2: $x > y > z$ şeklinde aralarındaki büyüklük ilişkisi verilen x,y,z gibi bilinmeyenlerden oluşan mutlak değerli ifadelerde; büyüklük ilişkilerinden yararlanarak mutlak değer içinde yer alan ifadenin işareti bulunarak ve $x \geq 0$ ise $x = x$ ve $x < 0$ ise $x = -x$ özelliğinden yararlanarak verilen ifadeyi en sade hale getirme τ_3: Sözel olarak verilen gerçek yaşam durumu problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem $ax + b = c$ şeklinde ifade ederek matematiksel problem haline getirme τ_4: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = c$ şeklindeki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler de c'nin işareti pozitif ise $ax + b = c$ ve $ax + b = -c$ denklemlerinin köklerinden $ax + b = c$ denklemini sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma τ_5: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = c$ şeklindeki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler de c'nin işareti negatif ise çözüm kümesinin boş küme olduğunu bulma

EK-1. (Devam) Ortaöğretim düzeyinde praksisler (T, τ) Tablosu

Teknik (τ)	τ_6: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = cx + d$ şeklindeki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler de $ax + b = cx + d$ ve $ax + b = -cx - d$ denklemlerinin köklerinden $ax + b = cx + d$ denklemini sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma τ_7: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b = cx + d$ şeklindeki iki mutlak değerli ifade içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler de çözüm kümesi $ax + b = cx + d$ ve $ax + b = -(cx + d)$ denklemlerinin çözüm kümelerinin birleşim kümesini bulma τ_8: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b + cx + d$ şeklindeki iki mutlak değerli ifade içeren ifadenin alabileceği en küçük değer bulunurken $ax + b = 0$ veya $cx + d = 0$ denklemlerinin köklerinden birinin ifadeyi en küçük yapacağını bulma τ_9: $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a + bx + d = c$ şeklinde içi içe mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin; $a + bx + d = c$ ve $a + bx + d = -c$ denklemlerinin τ_4 ve τ_5 teknikleriyle çözüm kümelerinin bulunmasıyla oluşan denklemi sağlayan çözüm kümesini bulma τ_{10}: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq c$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesi c'nin işareti pozitif ise $-c \leq ax + b \leq c$ eşitsizliğinin çözüm kümesi olduğunu bulma τ_{11}: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \geq c$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesi $ax + b \geq c$ ve $ax + b \leq -c$ eşitsizliklerinin çözüm kümesinin birleşimi olduğunu bulma τ_{12}: $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq 0$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesi $ax + b = 0$ yani $ax + b = 0$ denkleminin çözüm kümesi olduğunu bulma τ_{13}: $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b > 0$ şeklindeki mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin çözüm kümesi $ax + b = 0$ yani $ax + b = 0$ denkleminin çözüm kümesi dışında tüm gerçekte olduğunu bulma τ_{14}: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a \leq bx + c \leq d$ şeklinde mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli aynı ifadeye bağlı iki eşitsizliğin çözüm kümesi $a \leq bx + c \leq d$ ve $-d \leq bx + c \leq a$ eşitsizliklerinin çözüm kümesinin birleşimi olduğunu bulma. τ_{15}: Sözel olarak verilen gerçekte yaşam durumu problemlerini mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem $ax + b \leq c$ şeklinde ifade ederek matematiksel problem haline getirme
Matematiksel Organizasyon	MO4: Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T_1: $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulma T_2: Çözüm kümesi eleman sayısı verilen birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde katsayıları verilmeyen denklemin katsayılarını bulma T_3: Gerçekte yaşam problemlerini birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem veya eşitsizlik sistemi olarak ifade ederek çözme

EK-1. (Devam) Ortaöğretim düzeyinde praksisler (T, τ) Tablosu

Görev Tipi (T)	T₄: $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \lesseqgtr c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme T₅: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \lesseqgtr c$, $dx + ey \lesseqgtr f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini koordinat sisteminde gösterme
Teknik (τ)	τ_1: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise bilinmeyenlerden birini yok etmek için denklemlerde bilinmeyenlerden birinin katsayıları eşitlemek için her iki tarafını aynı sayıyla çarpmak, sonra taraf taraf toplayarak ya da çıkartarak bilinmeyen birini yok ederek denklemini $g,h \in \mathbb{R}$, $gy = h$ şekline getirerek oluşan yeni denklemde bilinmeyen değeri bulma, sonra denklemlerden birinde yerine yazarak $i,j \in \mathbb{R}$ $ix=j$ haline getirerek yok edilen bilinmeyen değeri bulma (Yok etme yöntemi) τ_2: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise herhangi bir denklemin bir bilinmeyen eşiti örneğin $x = \frac{c-by}{a}$ şeklinde bulunarak diğer denklemde x yerine ifadenin eşiti yazılarak oluşan denklemin çözümü ile önce bilinmeyen sonra yerine yazarak diğer bilinmeyen değeri bulma (Yerine yazma yöntemi) τ_3: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $ax + by = c$, $dx + ey = f$ doğrularının grafiklerini çizerek çözüm kümesini bulma (Grafikle çözüm yöntemi) τ_4: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ ise çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olduğunu bulma τ_5: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ ise çözüm kümesinin boş küme olduğunu bulma τ_6: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise çözüm kümesinin bir elemanlı olduğunu bilerek $a.e \neq b.d$ yararlanarak bilinmeyen katsayının hangi değeri alamayacağını bulma τ_7: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ ise çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olduğunu bilerek $a.e = b.d$ ve $a.f = c.d$ eşitliklerinden yararlanarak bilinmeyen katsayıları bulma τ_8: $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$, $dx + ey = f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ ise çözüm kümesinin boş küme olduğunu bilerek $a.e = b.d$ eşitliğinden yararlanarak bilinmeyen katsayıları bulma

EK-1. (Devam) Ortaöğretim düzeyinde praksisler (T, τ) Tablosu

Teknik (τ)	τ_9: Sözel olarak verilen gerçek yaşam durumu problemlerini birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem sistemi olarak ifade ederek matematiksel problem haline getirme τ_{10}: $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlikleri çözüm kümesini koordinat sisteminde göstermek için $ax + by = c$ doğrusunu çizerek doğru üzerinde olmayan bir nokta seçilerek eşitsizlikte yerine yazılır, önerme sağlarsa doğrunun ayırdığı bölgelerden noktanın olduğu taraf, sağlamazsa noktanın olmadığı tarafı eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirleme τ_{11}: $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by \leq c$, $dx + ey \leq f$ şeklinde birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümesini koordinat sisteminde göstermek için $ax + by = c$ ve $dx + ey = f$ doğrularını çizerek, doğru üzerinde olmayan bir nokta eşitsizlikte yerine yazılarak önerme sağlarsa doğrunun noktanın olduğu taraf, sağlamazsa noktanın olmadığı tarafı eşitsizliğin çözüm kümesi olarak belirlendikten sonra doğrularının kesişim kümesini eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi olarak belirleme τ_{12}: Koordinat sisteminde çözüm kümesi boyanarak gösterilen eşitsizlik sistemini koordinat sistemindeki değerlerden yararlanarak bulma
Matematiksel Organizasyon	MO5: Üslü ifadeleri içeren denklemler
Görev Tipi (T)	T_1: Üslü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma T_2: Üslü sayıların birbiri türünden eşitini bulmaya yönelik problem çözme T_3: Gerçek yaşam problemlerini üslü ifade veya denklem olarak yazarak çözme T_4: Üslü sayıları sıralama T_5: $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n$ şeklinde tabanları aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma T_6: $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$; $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ şeklinde üsleri aynı olan üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma T_7: $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma T_8: $x, y, m, n \in \mathbb{R}$ için $x \neq y$ ve x ile y aralarında asal olmak üzere $x^m = y^n$ şeklinde üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ_1: $x \in \mathbb{R}; m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ (m tane) tanımından üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_2: $x \in \mathbb{R}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_3: $x, y \in \mathbb{R}; m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m \cdot y^m = (x \cdot y)^m$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_4: $x \in \mathbb{R}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_5: $x \in \mathbb{R} - \{0\}; m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma τ_6: $x, y \in \mathbb{R} - \{0\}; m \in \mathbb{Z}^+$ için $\frac{x^m}{y^m} = (\frac{x}{y})^m$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma.

EK-1. (Devam) Ortaöğretim düzeyinde praksisler (T, τ) Tablosu

Teknik (τ)	τ_7: $x \in \mathbb{R} - \{0\}$; $m \in \mathbb{Z}^+$ için $x^{-m} = \frac{1}{x^m}$ ve $x^0 = 1$ özelliğinden üslü ifadelerin değerlerini bulma. τ_8: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$; $x, y, z \in \mathbb{Z}$ için $a^x = (b^y \cdot c^y)^z = b^{y \cdot z} \cdot c^{y \cdot z} = (b^z)^y \cdot (c^z)^y$ şeklinde üslü sayılardaki özellikleri kullanarak üslü sayıları birbiri türünden yazarak verilen problemi çözme τ_9: Sözel olarak verilen gerçek yaşam durumu problemlerini üslü ifade ya da üslü ifade içeren denklem olarak yazarak matematiksel problem haline getirme τ_{10}: Üslü sayıları sıralamak için tabanları ya da üsleri aynı hale getirerek; üsler aynı ise tabanı küçük olan daha küçüktür, tabanlar aynı ise taban 0 ile 1 arasında ise üssü büyük olan küçüktür diğer durumda üssü küçük olan küçüktür şeklinde yorumlayarak sıralama τ_{11}: $x, y, m, n \in \mathbb{R}$, $a, b \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $x^a = m$, $y^b = n$ şeklinde iki üslü eşitliği taraf tarafa çarparak $x^a \cdot y^b = m \cdot n$ eşitliğini elde etme τ_{12}: $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$; $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için $x^m = x^n \Leftrightarrow m = n$ gereği üstler eşitlenmesiyle oluşan $m=n$ denkleminin çözüm kümesini bulma τ_{13}: $x, y \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$; $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ için $x^m = y^m$ denkleminde m tek ise $x = y$ denkleminin; m çift ise $x = y$ denkleminin çözüm kümesini bulma τ_{14}: $x, m \in \mathbb{R}$ için $x^m = 1$ şeklinde üslü denklemlerde $x \neq 0$ ise $m = 0$; $m \in \mathbb{R}$ ise $x = 1$; m çift sayı ise $x = -1$ durumlarını değerlendirerek çözüm kümesini bulma τ_{15}: $x, y, m, n \in \mathbb{R}$ için $x \neq y$ ve x ile y aralarında asal olmak üzere $x^m = y^n$ ise $m=0$ ve $n=0$'dır
Matematiksel Organizasyon	MO6: Köklü ifadeleri içeren denklemler
Görev Tipi (T)	T_1: Köklü ifadelerin değerini bulma ve işlem yapma T_2: $x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifadeleri $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifade olarak ve $\sqrt[n]{x^m}$ şeklinde köklü ifadeleri $x^{\frac{m}{n}}$ şeklindeki üslü ifade olarak yazma $T_{3,1}$: Köklü ifadenin gerçek sayı olup olmadığını belirleme $T_{3,2}$: Gerçek sayı olduğu belirtilen köklü ifadelerde bilinmeyeni bulma T_4: $x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $a \in \mathbb{R}$; $\frac{a}{\sqrt{x}}, \frac{a}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ şeklinde paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirerek problemleri çözme T_5: Köklü sayıları sıralama T_6: $a, b, x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ ifadesini $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ şeklinde ifade etme T_7: Gerçek yaşam problemlerini köklü ifade ya da köklü ifade içeren denklem olarak ifade ederek çözme T_8: $\sqrt[n]{ax+b} = c$ şeklinde tek köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma T_9: $\sqrt[n]{ax+b} = \sqrt[m]{cx+d}$ şeklinde iki köklü ifade içeren denklemlerin çözüm kümesini bulma T_{10}: $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri köklü ifade içeren üslü denklemlerin çözüm kümesini bulma

EK-1. (Devam) Ortaöğretim düzeyinde praksisler (T, τ) Tablosu

Teknik (τ)	τ_1: $x \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için; n tek ise $\sqrt[n]{x^n} = x$, n çift ise $\sqrt[n]{x^n} = x$ tanımı kullanarak köklü ifadelerin değerini bulma τ_2: $x, y \in \mathbb{R}^+; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\sqrt[n]{x^n \cdot y} = x \cdot \sqrt[n]{y}$ eşitliğini kullanma τ_3: $x, y \in \mathbb{R}^+; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$ eşitliğini kullanma τ_4: $x, y \in \mathbb{R}^+; n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$ eşitliğini kullanma τ_5: $x \in \mathbb{R}^+; m, n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $(\sqrt[n]{x})^m = \sqrt[n]{x^m}$ eşitliğini kullanma τ_6: $x \in \mathbb{R}^+; m, n \in \mathbb{Z}^+, m > 1$ ve $n > 1$ için $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}$ eşitliğini kullanma τ_7: $x \in \mathbb{R}^+; m \in \mathbb{Z}; n, k \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ için $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}} = \sqrt[k]{x^{\frac{m}{n}}}$ eşitliğini kullanma τ_8: $m, n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ eşitliğinden yararlanarak üslü ve köklü ifadeleri birbiri türünden yazma τ_9: $n \in \mathbb{Z}^+$ için; $\sqrt[n]{a}$ köklü ifadesinin gerçekteki sayı belirtmesi için $a \in \mathbb{R}$ olmalı; $\sqrt[n]{a}$ köklü ifadesinin gerçekteki sayı belirtmesi için $a \geq 0$ olmalıdır. Bu tanımdan yararlanarak problemi çözme τ_{10}: Paydasında köklü ifadeler bulunan kesirli ifadelerin paydasını rasyonelleştirmek için eşleniği ile çarpma τ_{11}: Dereceleri aynı köklü sayıları kökün içindeki değere göre sıralama τ_{12}: $a, b, x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}}$ şeklindeki ifadelerde $a = x + y$ ve $b = x \cdot y$ oluyorsa $\sqrt{a \mp 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ ($x > y$) şeklinde ifade etme τ_{13}: Sözel olarak verilen gerçekteki yaşam durumu problemlerini köklü ifade ya da köklü ifade içeren denklem olarak ifade ederek matematiksel problem haline getirme τ_{14}: $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, a, b \in \mathbb{R}$ için $\sqrt[n]{ax + b} = c$ şeklinde tek köklü ifade varsa eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılarak, eşitliğin her iki tarafının kök derecesi kadar üssü alınarak $ax + b = c^n$ denkleminin köklerinden sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma τ_{15}: $n, m \in \mathbb{Z}^+, n, m > 1$ ve $x, a, b, c, d \in \mathbb{R}$ için $\sqrt[n]{ax + b} = \sqrt[m]{cx + d}$ şeklinde iki köklü ifade varsa m ve n'in en küçük ortak katında kökün derecelerini eşitlemek ifadelerin ayrı ayrı üssü alınarak $\sqrt[n \cdot m]{(ax + b)^m} = \sqrt[m \cdot n]{(cx + d)^n}$ oluşan dereceleri eşit köklü ifadeler için $(ax + b)^m = (cx + d)^n$ denkleminin köklerinden $\sqrt[n]{ax + b} = \sqrt[m]{cx + d}$ sağlayan değerleri bularak denklemin çözüm kümesini oluşturma τ_{16}: $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = b^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde üsleri bilinmeyene sahip köklü ifade içeren üslü denklemler de tabanlar üslü ifade özellikleri kullanılarak $a^{\sqrt[n]{cx+d}} = a^{\sqrt[m]{ex+f}}$ şeklinde eşitlenerek $\sqrt[n]{cx + d} = \sqrt[m]{ex + f}$ denkleminin köklerinden çözüm kümesini bulma
-------------------	---

EK-2. Etik Kurul İzin Belgesi

Evrak Kayıt Tarihi: 11.12.2020

Protokol No: 72270

Tarih: 30.12.2020



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Yüksek Lisans Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Açıköğretim Lisesi Matematik Ders Kitaplarının Prakseolojik Yaklaşımla İncelenmesi
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Doç. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN
TEZ YAZARI:	Abdullah DEMİRTAŞ
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu
Prof.Dr. Emel ŞIKLAR (Başkan-İkt. ve İdari Bil. Fak.)	
Prof.Dr. T. Volkan YÜZER (Başkan Yardımcısı-Açıköğretim Fak.)	Prof.Dr. Esra CEYHAN (Eğitim Fak.)
Prof. Hayri EŞMER (Güzel Sanatlar Fak.)	Prof.Dr. M. Erkan ÜYÜMEZ (İkt. ve İdari Bil. Fak.)
Prof.Dr. Handan DEVECİ (Eğitim Fak.)	Prof.Dr. Oktay Cem ADIGÜZEL (Eğitim Fak.)