

**KALİTE KONTROLÜNDE
BİRİKİMLİ TOPLAM KONTROL TEKNİĞİ
VE
BİR UYGULAMA DENEMESİ**

Günseli KURT

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ

Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
İstatistik Anabilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

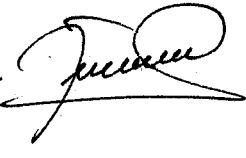
Danışman Doç. Dr. Ali Fuat YÜZER


**Anadolu Üniversitesi
Merkez Kütüphanesi**

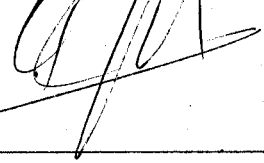
Mart - 1987

GÜNSELİ KURT'un YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı " KALİTE KONTROLÜNDE BİRİKİMLİ TOPLAM KONTROL TEKNİĞİ ve BİR UYGULAMA DENEMESİ" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisans üstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

..9./4./1987

Üye: Prof. Dr. Necla Gümlekçi 

Üye: Prof. Dr. Muna Senel 

Üye: Doç. Dr. Ali Fuat YÜZER 

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
15./4./1987 gün ve 145-2..... sayılı kararıyla
onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

Prof. Dr. Rüstem KAYA



SUNUŞ

Üretime yönelik işletmelerde kalite kontrolü, üretim sisteminin en önemli bileşenlerinden birini oluşturur, Çalışmanın izleyen bölümlerinde de değinildiği gibi, İkinci Dünya Savaşından günümüze kadar geçen süre içinde konuyla ilgili bir dizi teknik geliştirilmiştir. Öte yandan başarılı bir kalite kontrolü uygulaması ancak ilgili sürece en uygun tekniğin seçimiyle mümkün olur.

Gözlem değerlerinin normal dağıldığı varsayımına dayanan standart kontrol teknikleri, genelde üretim sürecinde ilgili istatistiğin kontrol sınırları dışına çıkıp çıkmadığının araştırılmasında yararlı olur. Ancak karar organı için süreçte ilgili parametreye ilişkin bir farklılaşma eğiliminin başladığı an önemli ise bu teknikler yeterli olmamaktadır. Öte yandan birikimli toplam kontrol grafikleri, uygulamada bu tür boşlukları doldurabilir görülmektedir. Bağlı olarak

"Kalite Kontrolünde Birikimli Toplam Kontrol Tekniği ve Bir Uygulama Denemesi" başlıklı çalışmamızda sözü edilen teknik ayrıntılarıyla incelenmiş ve dayanıklı tüketim malları üreten bir işletmeden derlenen verilerle uygulama denemesi yapılmıştır.

Çalışma üç bölümde tamamlanmıştır. Birinci bölümde standart kalite kontrolu çalışmaları ele alanmış, ikinci bölümde birikimli toplam kontrol tekniği ayrıntılarıyla incelenmiş ve son bölümde de ilgili uygulamalar yapılarak çalışma tamamlanmıştır.

ABSTRACT

Quality control in industrial business forms one of the most important components of the production system. As it will be mentioned in the following chapters, a lot of techniques have been developed since the Second World War. Consequently, a successful application of quality control is only achieved through choosing the most suitable technique for the process.

Standart control techniques which are based upon the supposition that observation values are normally distributed, are generally helpful in investigating wheter the control limits are within the statistic related to the process. However, when the point the parameter related with the process shows considerable variation, these techniques will not be sufficient for the decision maker. Such kind of deficiencies can be overcome by using cumulative sum control techniques in application. In this study entitled "Cumulative Sum Control Techniques in Quality Control and Application Practice" the technique mentioned has been investigated in detail and this technique has

been put into practice with the collected data from a company which produces the endurable consumer goods.

This study consists of three chapters. In the first chapter, the concepts of quality and quality control have been introduced and in the second chapter cumulative sum control techniques have been reviewed in detail and lastly the third chapter has been devoted to applications related with the cumulative sum control techniques stated in the second chapter.

Yüksek Lisans tezi olarak hazırlanan bu çalışmamın her safhasında değerli ilgi ve yardımlarıyla bana yol gösteren, benden hiç bir zaman desteklerini esirgemeyen hocalarım Sayın Prof.Dr.Neclâ ÇÖMLEKÇİ'ye, Sayın Doç.Dr. Ali Fuat YÜZER'e, tezimi titizlikle değerleyen jüri üyesi hocam Sayın Prof.Dr. Musa ŞENEL'e, tezimin yazımında gerekli özene gösteren Sayın Ayşen GELDİŞEN'e içtenlikle teşekkür ederim.

Günseli KURT

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
SUNUŞ	iv
ABSTRACT	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix

BÖLÜM I

GİRİŞ	1
-------------	---

BÖLÜM II

BİRİKİMLİ TOPLAM KONTROL

(BTK) TEKNİĞİ

II.1. ANA ÇİZGİLERİYLE BTK TEKNİĞİNİN YAPISI	9
II.1.1. Ardışık Olasılık Oran Testleri	10
II.1.2. Ardışık Olasılık Oran Testlerinden Hareketle BTK Grafiklerinin Oluş- turulması	14
II.1.2.1. Ortalama İçin BTK Grafiği..	16
II.1.2.2. Varyans İçin BTK Grafiği ..	20
II.1.2.3. Değişim Aralığı İçin BTK Grafiği	25
II.1.2.4. Kusur Sayısı İçin BTK Grafiği	28

İÇİNDEKİLER (Devam)

Sayfa

II.1.2.5. Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafığı	30
II.2. BTK GRAFİKLERİNİN ÖLÇEKLENDİRİLMESİ	35
II.2.1. Ortalama İçin BTK Grafığının Ölçeklendirilmesi	35
II.2.2. Varyans İçin BTK Grafığının Ölçeklendirilmesi	39
II.2.3. Değişim Aralığı İçin BTK Grafığının Ölçeklendirilmesi	42
II.2.4. Kusur Sayısı İçin BTK Grafığının Ölçeklendirilmesi	44
II.2.5. Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafığının Ölçeklendirilmesi	

BÖLÜM III

UYGULAMA DENEMESİ

III.1. Aritmetik Ortalama İçin BTK Grafığı	50
II.1.1. Gözlenen Verilerden Hareketle Aritmetik Ortalama İçin BTK Grafı- ğının Oluşturulması	52
II.1.2. Örnek İstatistiklerinin Son 6 sıra $0,6 \times 10^{-3}$ Değerinin Eklenmesiyle Oluşturulan BTK Grafığı	55

İÇİNDEKİLER (Devam)

	<u>Sayfa</u>
III.2. Varyans İçin BTK Grafiği	57
III.3. Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafiği	60
SONUÇ	64
KAYNAKLAR DİZİNİ	67
EKLER	
II.1. Örnek Ortalamaları İçin Birikimli Toplam Kontrol Sınırları	
II.2. Varyans ve Değişim Aralığı İçin BTK Sınırları	
II.3. Değişim Aralığı İçin BTK Sınırlarını Oluşturmada Kullanılan Faktörler	
II.4. Ardışık Olasılık Oran Testleri Yardımıyla Poisson Dağılımı Gösteren Değişkenlerin Ortalamasının Test Edilmesi	
II.5. Kusur Sayısı İçin BTK Sınırları (d değerleri)	
II.6. Kusur Sayısı İçin BTK Sınırları (θ değerleri)	
II.7. Ardışık Olasılık Oran Testleri Yardımıyla Binom Dağılımı Gösteren Değişkenlerin p Değerlerinin Test Edilmesi	
II.8. Kusurlu Sayısı İçin BTK Sınırları (θ değerleri)	
II.9. Kusurlu Sayısı İçin BTK Sınırları (d değerleri)	
II.10. Ortalama İçin BTK Grafiklerinin Ölçeklendirilmesi Halinde k Ölçek Faktörüne Bağlı Olarak d ve θ Değerlerinin Belirlenmesi	
III. Ortalama İçin Oluşturulan Standart ve BTK Grafiklerinde Ortalama Örnek Sayısı (ARL) Değerleri.	

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>		<u>Sayfa</u>
I.	Standart Kontrol Grafiğinin Temel Yapısı ..	4
II.1.	Ardışık Olasılık Oran Testleri Grafiği	14
II.2	Ortalama İçin BTK Grafiği (V Maskı)	17
II.3.	Varyans İçin BTK Grafiği (Tek Yönlü Değişiklik)	22
II.4.	Varyans İçin BTK Grafiği (İki Yönlü Değişiklik)	24
II.5.	Değişim Aralığı İçin BTK Grafiği	27
II.6.	Kusur Sayısı (c) için BTK Grafiği	30
II.7.	Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafiği	32
II.8.	Ortalama İçin BTK Grafiği	36
II.9.	Yatay Eksen Birim Uzunlukla, Dikey Eksen k Birim Uzunlukla Belirlendiğinde, Ortalama İçin BTK Grafiği	37
II.10.	Yatay Eksen Birim Uzunlukla, Dikey Eksen ($\sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \mu_0)$ Değerleri Olmak Üzere) k Birim Uzunlukla Belirlendiğinde, Ortalama İçin BTK Grafiği	38
II.11.	Yatay ve Dikey Eksen Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Varyans İçin BTK Grafiği	40

ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

<u>Şekil</u>		<u>Sayfa</u>
II.12.	Yatay Eksende $\sum v_i$, Dikey Eksende $\sum v_i V_i$ Olmak Üzere Eksenler Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Varyans İçin BTK Grafiği	41
II.13.	$\sum v_i$ Değerlerinin Bulunduğu Yatay Eksen Birim Uzunlukla, $\sum v_i V_i$ Değerlerinin Bulunduğu Dikey Eksen k Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Varyans için BTK Grafiği	42
II.14.	Eksenler Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Değişim Aralığı İçin BTK Grafiği	43
II.15.	Örnek Sıra Numaralarının Bulunduğu Yatay Eksen Birim Uzunlukla, $\sum R_i$ Değerlerinin Bulunduğu Dikey Eksen k Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Değişim Aralığı İçin BTK Grafiği	44
II.16.	Yatay ve Dikey Eksen Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafiği	45
II.17.	Yatay Eksen Birim Uzunlukla, Dikey Eksen k Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Kusurlu Sayısına İlişkin BTK Grafiği ..	47

ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

<u>Sekil</u>		<u>Sayfa</u>
III.1.	Ortalama İçin BTK Grafiği	55
III.2.	Ortalama İçin BTK ve Standart Kontrol Grafiği	56
III.3.	Varyans İçin BTK Grafiği	60
III.4.	Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafiği	63

BÖLÜM I

GİRİŞ

Günümüzde değişen teknik, ekonomik, sosyal, kültürel v.b. koşullar topluma bir yandan ihtiyaç giderici yeni ürünler sunarken, bir yandan da ihtiyaç gideren alışlagelmiş mal ve hizmetlerde bazı yeniliklere zemin hazırlamaktadır.

Bu koşullar altında işletmeler topluma hizmet, pazar payını korumak ve varlığını sürdürmek, uzun dönemde kâr etmek v.b. şekilde belirledikleri hedeflere ulaşabilmek için ürettikleri mal ve hizmetleri tüketiciye, tüketicinin istediği ölçüler (fiyat, ambalaj, kullanım uygunluğu gibi) içinde sunmak durumunda kalmaktadır. Konu bu açıdan ele alındığında, kaliteye bir yandan tüketicilerin istekleri, öte yandan da üreticilerin amaçlarına uygun bir denge ögesi olarak bakılabilir.

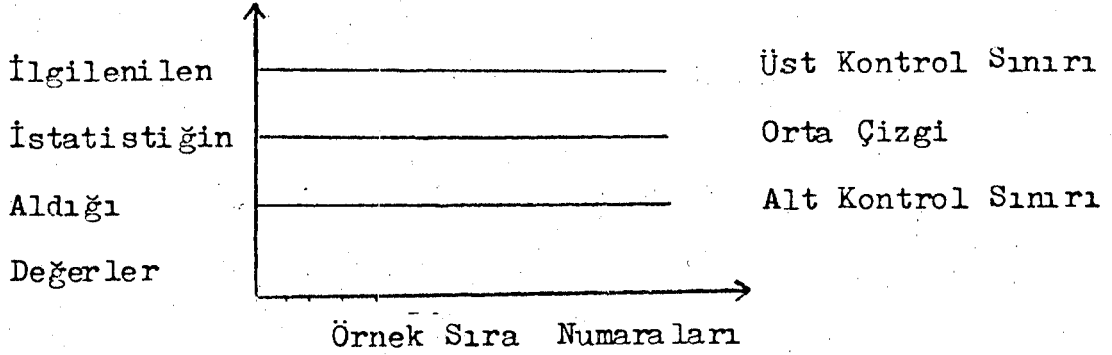
Bu durumda işletmelerin belirledikleri hedeflerine ulaşabilmelerinde öncelikle bu dengenin elde edilmesi, sonra da korunması büyük bir önem taşımaktadır. Öte yandan açıktır ki sağlıklı bir kalite kontrol sisteminin kurulması öncelikle bu konuda geliştirilmiş güncel tekniklerin kullanılmasıyla mümkündür. Özellikle günümüz koşulları seri üretimi zorlamaktadır. Bağlı olarak üretici, belirlediği kalite düzeyinin üretim süresince korunup-korunmadığını incelemek, diğer bir deyişle kalite kontrol çalışmalarını yapmak durumundadır.

Çalışmamızın temelini oluşturan kalite kontrolü, İkinci Dünya Savaşı Yıllarında, savaş koşullarının tüm üretim olanaklarından en iyi biçimde yararlanma yolundaki zorlayıcı etkileri, savaş sanayiine yönelik işletmelerden alışveriş yapan kuruluşların, özellikle devletin (Amerika ve İngiltere'de) kalite kontrolüne önem vermesi nedeniyle büyük işlerlik kazanmış, dolayısıyla bu konuda yeni çalışmalar yapılmasına zemin hazırlanmıştır.

Kalite kontrolünde istatistik tekniklerin kullanılması 1920'li yıllarda başlamıştır. Bu yıllarda ilk kez W.A. Shewhart istatistik teknikleri kalite kontrolüne uygulayarak "Shewhart kontrol grafikleri" ya da " standart kontrol grafikleri" adı verilen kontrol tekniğini geliştirmiştir. Sözü edilen grafikler \bar{x} (ortalama), R (değişim aralığı), s (standart sapma) gibi ölçülebilir değişkenlere, ya da p (kusurlu oranı)

c (kusur sayısı), u (birim başına kusur sayısı) gibi (ölçülemeyen değişkenlere) özelliklere göre oluşturulur.

İlgili kontrol grafiklerinin temel yapısı aşağıdaki şekilde gösterilir.



Şekil.I. Standart Kontrol Grafiğinin
Temel Yapısı

Şekildeki orta çizgi değeri ya önceden verilen standart değere göre, ya da ilgilenilen değişkenin geçmiş verilerinin ortalaması ile belirlenir. Üst ve alt kontrol sınırları ise ilgilenilen değişkenin orta çizgi değerine ± 3 defa ilgilenilen değişkenin standart sapması değerinin eklenmesiyle elde edilir. Uygulamada belirli tekniklere göre seçilen her bir örnek için ilgilenilen istatistiğin aldığı değer hesaplandıktan sonra oluşturulan kontrol grafiğinde işaretlenerek kontrol sınırlarına göre durumları incelenir. Eğer tüm örnek is-

tatistikleri kontrol sınırları arasında yer alıyorsa, ürünlerin kalite özelliği kontrol altındadır; bir ya da daha çok örnek istatistiği kontrol sınırları dışında ise kalitenin kontrol dışına çıktığı söylenir(1).

Shewhart'ın geliştirdiği kontrol grafikleri günümüzde hala gerek kuramda gerek uygulamalarda önemini sürdürmektedir. Ancak 3 sigma kontrol sınırlarına göre kontrol altında gözükken kalite özelliği belirli bir eğilim içinde olabileceği gibi orta çizginin kayması söz konusu olabilir. Karar organı için süreçte ilgili parametreye ilişkin bir farklılaşma eğiliminin başladığı an önemli ise, standart kontrol teknikleri yeterli olmamaktadır. Bu nedenle İkinci Dünya Savaşından sonra pek çok kalite kontrol tekniği geliştirilmiştir.

Bu çalışmaya konu oluşturan Birikimli Toplam Kontrol (BTK) tekniği İkinci Dünya Savaşı ve sonrası koşullara bağlı gelişmenin bir ürünü olup, yukarıda değinilen orta çizgi değerindeki çok küçük kaymayı, standart kontrol tekniklerine göre daha önce gösterebilmektedir(2).

Birikimli Toplam Kontrol Tekniği kalite kontrolunun yanısıra kabul örnekleme çalışmaları sıklıkla kullanılmak-

(1) Bu konuda ayrıntılı bilgi için bkz: IRWING W. BURR, Statistical Quality Control Methods, Marcel Dekker Inc., New York, 1976, p.23-225 EUGENE L. GRANT - RICHARD S. LEAVENWORTH, Statistical Quality Control, Mc.Graw-Hill International Book Co., Tokyo, 1980, p.75-145; A.V. FEIGENBAUM, Total Quality Control, Mc.Graw-Hill Book Co., New York, 1961, p.248-278.

(2) J.M. JURAN, Quality Control Handbook, Mc .Graw-Hill Book Co., New York, 1974, p.23-25; BURR, p.398.

tadır(3).

Çalışmamızın bundan sonraki bölümünde Birikimli Toplam Kontrol Tekniği ayrıntılarıyla incelenecektir. III. bölümde ise bir uygulama denemesi yapılacaktır.

(3) EDWARD G. SCHILLING, Acceptance Sampling in Quality Control, Marcel Dekker Inc., New York, 1982, p.186-189; BURR, p.353-375 ; 395-400

BÖLÜM II

BİRİKİMLİ TOPLAM KONTROL

(BTK) TEKNİĞİ

Shewhart'ın öncülük ettiği endüstriyel ürünlerin kalite kontrolünde istatistiksel tekniklerin kullanılması çalışmaları, günümüze kadar daha da geliştirilerek süregelmiştir. Hareketli ortalamalar grafikleri, medyan grafiği, hareketli değişim aralıkları grafiği ve çalışmamızın konusunu oluşturan birikimli toplam kontrol (BTK) grafikleri bunlara örnek olarak gösterilebilir.

Birikimli toplam kontrol grafiklerine ilişkin kuramda ilk çalışma 1954 yılında Page tarafından ortaya konmuştur. İzleyen yıllarda Avrupa'da G.A.Barnard, K.W.Kemp ve Amerika'da H.M.Truax ve Johnson-Leone yöntemin geliştirilmesinde önemli katkılarda bulunmuşlardır.

II.1 ANA ÇİZGİLERİYLE BTK TEKNİĞİNİN YAPISI

Birikimli toplam kontrol tekniği temelde ardışık olasılık oran testlerine dayanır. Tekniğin amacı, özellikle süregelen bir süreçte ilgili parametredeki ani değişimleri en kısa zamanda belirlemek ve ilgilileri uyarıdır.

Temelde kalite kontroluna ilişkin geliştirilen tüm tekniklerin amacı, sürecin seçilen parametre (ya da parametreler) yardımıyla kontrol altında olup olmadığının testidir. Ancak BTK tekniği yapısı gereği bu uyarıyı diğer tekniklere göre daha önce ortaya çıkarabilme olanağını getirmektedir. Uygulamalar göstermiştir ki standart tekniklerle BTK teknikleri aynı anda kullanıldığında, standart tekniklerde çoğu kez süreç kontrol altında görünürken, BTK teknikleriyle ilgili parametredeki ani değişiklikler öncelikle belirlenebilmiştir(1).

Bu bölümün izleyen kesimlerinde öncelikle tekniğin özünü oluşturan ardışık olasılık oran testleri özetlenecek, sonra da BTK teknikleri ayrıntılarıyla gözden geçirilecektir.

(1) N.L.JOHNSON-F.C.LEONE, "Cumulative Sum Control Charts Mathematical Principles Applied to Their Construction and Use "Part I, Industrial Quality Control, June 1962, p.15.

II.1.1. Ardışık Olasılık Oran Testleri: Ardışık Olasılık Oran Testleri (Sequential Probability Ratio tests), 1945 yılında Wald tarafından dağılımı bilinen tesadüfi değişkenler için tek parametrenin testi amacıyla geliştirilmiştir. Önceleri tıpta ve endüstrideki kalite kontrolü çalışmalarında binom ve normal dağılım gösteren değişkenlerin parametrelerini (oran, ortalama, standart sapma v.b. değerlerini) test etmede uygulanmıştır.

Çalışmanın izleyen paragraflarında, BTK tekniğinde V masklarının hazırlanmasına temel oluşturan ardışık olasılık oran testleri yöntemi, kısaca gözden geçirilecektir(2).

Ardışık olasılık oran testinin uygulanmasında dağılımı bilinen X tesadüfi değişkenin ilgilenilen parametre değerine ilişkin iki hipotez (H_0 ve H_1 hipotezleri) ortaya konur. Sırasıyla H_1 ya da H_0 doğru iken X_1, X_2, \dots, X_m değerlerinin benzerlik (likelihood) oranı aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$\frac{l_{1m}}{l_{0m}} = \prod_{i=1}^m \frac{f(X_i; H_1)}{f(X_i; H_0)}$$

Burada l_{1m} H_1 , l_{0m} ise H_0 hipotezlerine ilişkin benzerlik fonksiyonlarıdır. Öte yandan α_0 ve α_1 ,

(2) Bu konuda ayrıntılı bilgi için bkz: M.G.KENDALL-A.STUART, The Advanced Theory of Statistics, C. 2, (3B), Charles Griffin Co., Ltd., 1973 p.612-645; H.D.BRUNK, An Introduction to Mathematical Statistics (3B), Xerox College Pub., Toronto, 1975, p.410; ROBERT V.HOGG-ALLEN T.CRAIG, Introduction to Mathematical Statistics, (4B), MacMillan Pub., Co. Inc, New York, 1978, p.257-268.

$$P (H_1 \text{ kabul} / H_0 \text{ doğru}) = \alpha_0 ,$$

$$P (H_0 \text{ kabul} / H_1 \text{ doğru}) = \alpha_1$$

olarak tanımlanır. Bilindiği gibi bunlar I. ve II. tip hatalara karşı gelir. Testin uygulanmasında,

$$\text{Eğer, } l_{1m}/l_{0m} \leq \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} \text{ ise } H_0 \text{ kabul edilir (I)}$$

$$\text{Eğer, } l_{1m}/l_{0m} \geq \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0} \text{ ise } H_1 \text{ kabul edilir (II)}$$

$$\text{Eğer, } \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < l_{1m}/l_{0m} < \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0} \text{ (III)}$$

ise, eldeki örnek karar için yeterli değildir. Karar verebilmek için yeni bir X_{m+1} değeri alınır, tekrar $l_{1(m+1)}/l_{0(m+1)}$ oranı hesaplanır. İşlem karar verilinceye kadar tekrarlanır.

Burada dikkat edilmesi gereken bir konu da ardışık olasılık oran testleri yönteminde ilgilenilen değerlerin sayısının da giderek artan değerler alan bir tesadüfi değişken oluşudur(3).

(3) HÜYLA ÇINGİ , "Binom Dağılımı Gösteren Kitlelerde Kalite Kontrolü", MPM Verimlilik Dergisi, C.13, Sayı 1, 1984, s.109-110 , BURR, p.354.

Konunun çalışmamızın amaçları uyarınca yeterince açıklanabilmesi için, normal dağılmış ve sonlu varyanslı bir kütleden alınan m örnek için ortalama ile ilgili bir test uygulaması aşağıda verilmiştir.

x_1, x_2, \dots, x_m , normal dağılmış bir kütleden çekilmiş n birimlik m tane örneğin istatistiklerini göstersin ve ilgili hipotezler aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu = \mu_0 + \delta\sigma \quad (\delta > 0)$$

Benzerlik oranı ise

$$\begin{aligned} \frac{l_{1m}}{l_{0m}} &= \frac{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{-m} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^m (x_i - \mu_0 - \delta\sigma)^2 \right]}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{-m} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^m (x_i - \mu_0)^2 \right]} \\ &= \exp \left[\frac{1}{2\sigma^2} \left[2\delta\sigma \sum_{i=1}^m (x_i - \mu_0) - m\delta^2\sigma^2 \right] \right] \end{aligned}$$

olarak elde edilir.

$$\text{Eğer, } \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^m (x_i - \mu_0) \leq \frac{1}{\delta} \ln \left(\frac{\alpha_1}{1 - \alpha_0} \right) - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \delta$$

ise

(I) nolu eşitsizlik uyarınca $H_0 : \mu = \mu_0$ hipotezi kabul edilir.

$$\text{Eğer, } \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^m (X_i - \mu_0) \geq \frac{1}{\delta} \ln\left(\frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}\right) - \frac{1}{2} m \delta$$

ise

(II) nolu eşitsizlik uyarınca $H_1: \mu = \mu_0 + \delta\sigma$ hipotezi kabul edilir.

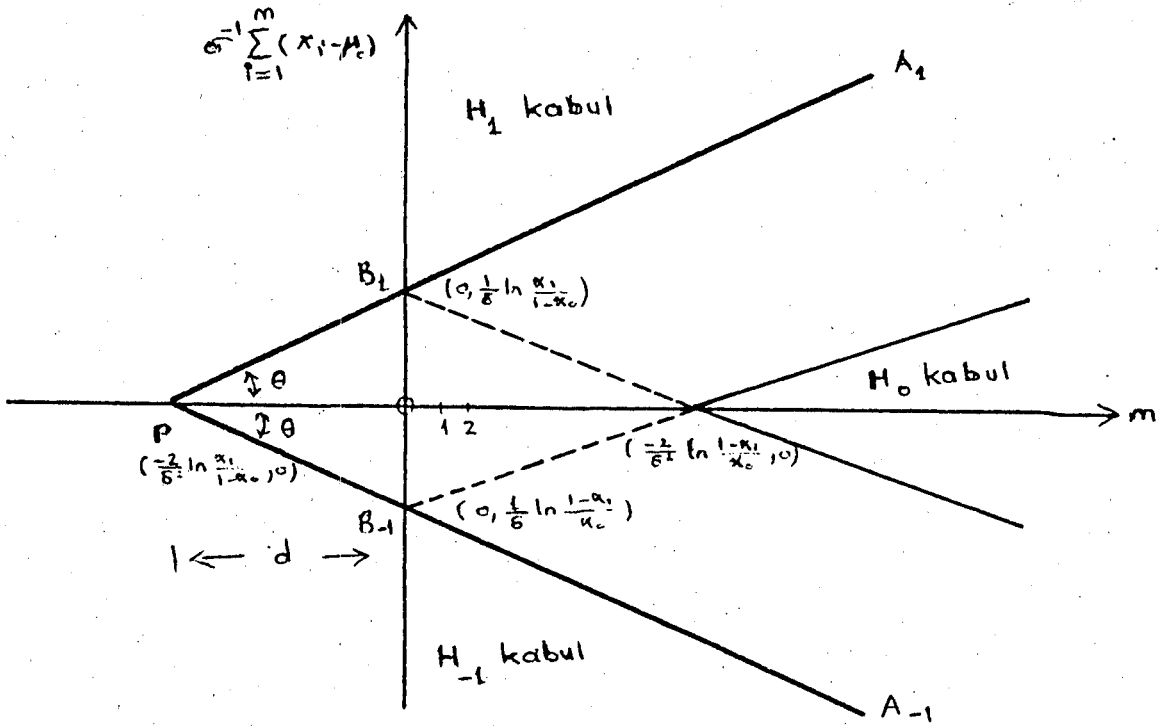
Eğer uygulama sonucu (III) nolu eşitsizliği sağlıyor ise, karar verilinceye kadar örnek sayısı arttırılacaktır(4).

Kuramda H_0 ve H_1 hipotezlerinin yanısıra $H_{-1}: \mu = \mu_0 - \delta\sigma$

($\delta > 0$) olacak şekilde (bu durumda $\alpha_1 = \alpha_{-1}$ olur) biri H_0 ile H_1 arasında, diğeri H_0 ile H_{-1} arasında olmak üzere, testlerin birleştirilerek uygulanmasının yararlı olacağı Armitage tarafından öne sürülmüş ve kabul görmüştür.

Birleştirilmiş testler aşağıdaki şekilde verilmiştir(5).

-
- (4) Kuramda III'nolu eşitsizliği sağlayan bölge kararsızlık-ya da teste devam bölgesi olarak isimlendirilmektedir.
- (5) N.L.JOHNSON, "A Simple Theoretical Approach to Cumulative Sum Control Charts", American Statistical Association Journal, December 1961, p.837-838; JOHNSON-LEONE, p.16.



Şekil II.1. Ardışık Olasılık Oran Testleri Grafiği

II.1.2 Ardışık Olasılık Oran Testlerinden Hareketle

BTK Grafiklerinin Oluşturulması: Temelde biri-

kimli toplam kontrol grafikleri, bir önceki kesimde değinilen ardışık olasılık oran testleriyle olan ilişkisi nedeniyle standart kontrol grafiklerinden ayrılır. BTK grafiklerinde verilen (ya da belirlenen) bir noktadan başlayarak işaretlenen noktalar, standart kontrol grafiklerindeki gibi sadece bir örnek için hesaplanmış olan istatistikleri ya da gözlem değerini değil, gözönüne alınmış olan örnek istatistiklerinin toplamını, bu nedenle de gözlemlerin tamamını gösterir. BTK grafiklerinin yatay ekseninde de standart kont-

rol grafiklerinde olduğu gibi örnek sıra numaraları vardır. Ancak dikey ekseninde, ilgilenilen bir T istatistiğinin hesaplanmış değerlerinin toplamı vardır. Tüm bunlardan hareketle;

yatay eksenindeki (m+1). örneğin gözlem değerinin ya da hesaplanmış istatistiğinin dikey eksenindeki değeri = m. örneğin dikey eksenindeki değeri + $T_{(m+1)}$

$$= (m-1). \text{ örneğin dikey eksenindeki değeri} + T_m + T_{m+1}$$

$$= \dots = \sum_{j=1}^{m+1} T_j$$

olarak hesaplanır.

Burada gözden kaçırılmaması gereken önemli bir noktada da, temelde (T_j) örnek istatistikleri aynı oranda artıp azalmadıklarından, bunların toplamını gösteren dikey eksenin, yatay eksen gibi sabit aralıklı olmayacağıdır.

BTK grafiklerinde de kalitenin kontrol altında olup olmadığının kontrolü, standart kontrol grafiklerinde olduğu gibi, kontrol sınırlarına göre yapılır.

Standart kontrol grafiklerinde kontrol sınırları yatay eksene paralel ve önceden belirlenen $\pm 3\sigma$ değerlerinin örnek istatistiklerinin ortalamasına ya da verilen standart değere eklenmesiyle elde edilen doğrulardır.

Öte yandan BTK grafiklerinde kontrol sınırları, ardışık olasılık oran testleri ilgilenilen T istatistiğinin almış

olduğu en son değerden hareketle $T_m, T_{m-1}, T_{m-2}, \dots$ değeri kullanılarak geriye doğru uygulanır ve son işaretlenen $O = (m, \sum_{j=1}^m T_j)$ noktası başlangıç noktası olmak üzere, önceki kesimde ardışık olasılık oran testleri için çizilen grafiğin ters yönde olanı elde edilir. Sözü edilen grafiğe V maskı adı verilmektedir. V maskını oluşturan doğrular, ardışık olasılık oran testlerinde hipotezlerin kabul ya da reddine karar vermede kullanılan doğrular olup, BTK grafiklerinin kontrol sınırlarını oluştururlar(6).

İzleyen paragraflarda ortalama, varyans, değişim aralığı, kusurlu ve kusur sayılarına ilişkin V masklarının oluşturulması gözden geçirilecektir.

II.1.2.1. Ortalama İçin BTK Grafiği: Ortalama için BTK grafiğinin oluşturulması için önceki kesimde sözü edilen T istatistiği, örnek ortalaması olarak alınacaktır. Kolaylıkla anlaşılabilceği gibi, \bar{X}_i , i. örneğin ortalaması ve $\sigma_{\bar{x}}$ da ortalamaların örnekleme dağılımı için hesaplanmış olan standart sapmadır. BTK grafiğinde örnekler için hesaplanan ortalamalar (m, X_m) koordinatlarıyla işaretlenir.

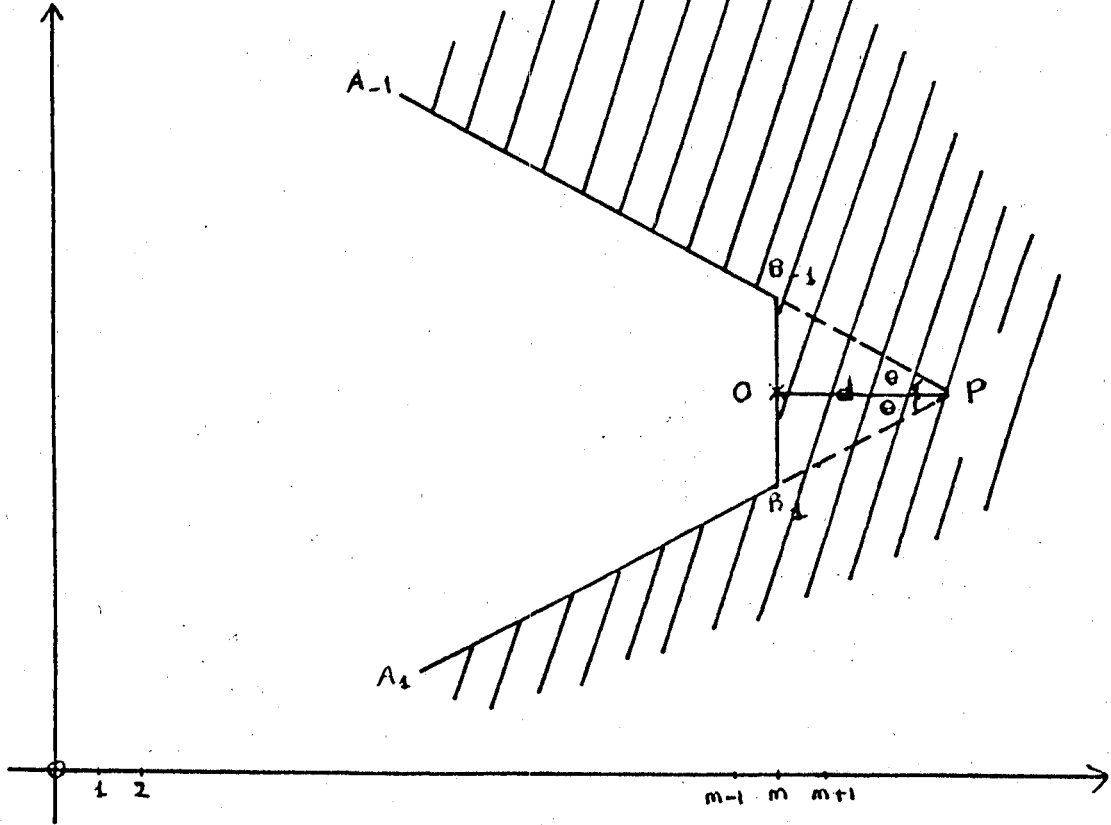
(6) N.L.JOHNSON, p.835-836, K.W.KEMP, "The Average Run Length of the Cumulative Sum Chart When a V-Mask is used", Journal of the Royal Statistical Society, B, C. 23, 1961, p.149-153.

Burada

$$\begin{aligned} X_m &= \frac{1}{\sigma_{\bar{x}}} \sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - \mu_0) \\ &= \frac{1}{\sigma_{\bar{x}}} \left[(\bar{X}_1 - \mu_0) + (\bar{X}_2 - \mu_0) + \dots + (\bar{X}_m - \mu_0) \right] \end{aligned}$$

dır. Ayrıca μ_0 , önceden belirlenen ya da örnek ortalamalarından hareketle elde edilen ortalamadır. İşaretlenen son noktadan hareketle geriye doğru ardışık olasılık oran testleri uygulanarak grafik çizilirse, aşağıdaki şekil elde edilir(7).

$$X_m = \sigma_{\bar{x}}^{-1} \sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - \mu)$$



Şekil II.2 Ortalama İçin BTK Grafiği (V Maskı)

(7) JOHNSON-LEONE, p.17; JOHNSON, p.836; A.J.DUNCAN, Quality Control and Industrial Statistics, Richard.D.Irwin, Inc., Homewood Illinois 1974, p.414.466; SCHILLING, p.187.

Şekil II.2'de son işaretlenen nokta O olmak üzere, $A_{-1} B_{-1}$, $B_{-1} B_1$ ve $A_1 B_1$ doğrularının oluşturduğu şekil, daha önce sözü edilen V maskıdır.

Eğer BTK grafiğinde son işaretlenen noktadan önce işaretlenmiş olan noktalar V maskı tarafından kapsanmışsa (taralı alanda değilse) kontrol işlemine devam edilir. Noktalardan herhangi biri $A_1 B_1$ doğrusunun altındaki taralı alanda ise ortalamada artma olduğu, $A_{-1} B_{-1}$ 'in üzerinde ise ortalamada azalma olduğu anlaşılır.

Uygulamada V maskının oluşturulabilmesi için öncelikle 2θ genişliğindeki $B_{-1} P B_1$ açısının ve son işaretlenen O noktasından başlayıp P tepe açısına kadar devam eden d uzunluğunun hesaplanması gerekir(8). Bunun için uygulamada, ardışık olasılık oran testleri kesiminde elde edilen sonuçlar kullanılarak;

$$\theta = \tan^{-1} (\delta / 2)$$

ve

$$d = \frac{2}{\delta^2} \ln \left(\frac{1 - \alpha_1}{\alpha_0} \right)$$

olarak alınır. θ açısı, izleyen paragraflarda açıklandığı gibi δ 'nin amaçlara uygun olarak belirlenmesiyle kolaylıkla hesaplanır. d uzunluğunun belirlenebilmesi için ayrıca α_0 ve α_1 değerlerine ihtiyaç vardır. Eğer ortalama

(8) JOHNSON, p.836.

gerçekte değişmiyor ise, her bir örnek için belirlenen ortalama değerlerinin maskın içinde yer alma olasılığı yaklaşık olarak $2 \alpha_0$ olacaktır. Eğer örnek parametresinde $\pm \delta \sigma$ kadar bir değişiklik olmuşsa, bunun ortaya çıkarılmama olasılığı ise yaklaşık olarak α_1 olacaktır(9). Açıktır ki α_1 'in küçük olması etkin bir kontrol sistemi için idealdir. Öte yandan uygulamada genellikle α_1 yeterince küçük seçileceğinden göz ardı edilebilir.

Böylece,

$$d = - \frac{2}{\delta^2} \ln \alpha_0$$

olarak yazılabilir.

Kuramda ortalama için V maskının oluşturulmasında aşağıdaki yolun izlenmesi önerilmektedir(10).

- Ortalamadaki en küçük değişiklik göz önüne alınarak (D) seçilir ve bu değişikliğe bağlı olarak,

$$\delta = \frac{D}{\sigma_{\bar{x}}}$$

olarak hesaplanır.

(9) JOHNSON-LEONE, p.18.

(10) A.g.k.

- $2 \alpha_0$ belirlenir. Ancak uygulamada eğer tek yönlü değişiklik önem kazanırsa, sadece α_0 'ın seçilmesi yeterli olacaktır.

- θ ve d değerleri ise,

$$\theta = \tan^{-1} (\delta / 2)$$

ve

$$d = - \frac{2}{\delta^2} \ln \alpha_0$$

esitliklerinden de örnek ortalamaları için BTK sınırları tablosu yardımıyla belirlenir. Sözü edilen tablo Ek II.1'de verilmiştir.

II.1.2.2 Varyans İçin BTK Grafiği: Varyans için BTK grafiğinin oluşturulmasında da ana çizgileriyle ortalama için BTK grafiğinin hazırlanmasında izlenen yol temel alınır.

Öncelikle sürecin kontrol altında olduğu ve varyansının σ_0^2 olduğu kabul edilir. Sonra varyansta σ_0^2 den σ_1^2 ($> \sigma_0^2$) ye artış olduğu varsayılarak ardışık olasılık oran testine uygun olarak işlemler sürdürülür. Burada varyanstaki gerçek bir artışın ortaya çıkarılmama olasılığı yaklaşık olarak α_1 ve varyanstaki gerçek bir değişimin ortaya çıkarılması olasılığı ise yaklaşık olarak α_0 .

olacaktır(11).

Sırasıyla örnek büyüklükleri N_1, N_2, \dots, N_m olan örneklerin varyansları

$$V_i = \sum_{j=1}^{N_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 / (N_i - 1), \quad i = 1, \dots, m$$

dir. Gerekli işlemler sonucu ardışık olasılık oran testinin devam bölgesi,

$$\frac{\alpha_1}{1 - \alpha_0} < \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \sum_{i=1}^m (N_i - 1) \cdot \exp \left[\frac{-1}{2} (1/\sigma_1^2 - 1/\sigma_0^2) \sum_{i=1}^m (N_i - 1) V_i \right]$$

$$\sum_{i=1}^m (N_i - 1) V_i < \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_0}$$

olarak belirlenir(12). $N_i - 1 = v_i$ olarak alınırsa,

$$\sum_{i=1}^m v_i V_i = \frac{2}{\sigma_0^{-2} - \sigma_1^{-2}} \ln \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_0} + \left[\frac{2 \ln \sigma_1 / \sigma_0}{\sigma_0^{-2} - \sigma_1^{-2}} \right] \left(\sum_{i=1}^m v_i \right)$$

eşitliği elde edilir. Buradan da,

(11) N.L.JOHNSON-F.C.LEONE, "Cumulative Sum Control Charts Mathematical Principles Applied to Their Construction and Use" Part.II, Industrial Quality Control, July 1962, p.29.

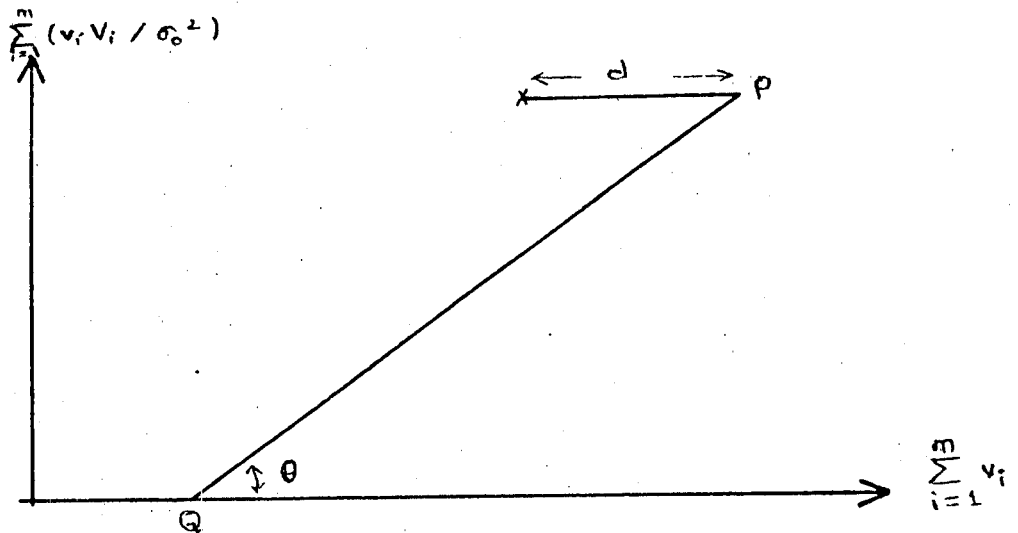
(12) A.g.k.

$$\frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^m v_i V_i = \frac{-2 \ln \alpha_0}{1 - (\sigma_0/\sigma_1)^2} + \left[\frac{2 \ln \sigma_1/\sigma_0}{1 - (\sigma_0/\sigma_1)^2} \cdot \left(\sum_{i=1}^m v_i \right) \right]$$

eşitliğine ulaşılır. $i = 1, 2, \dots, m$ değerleri için elde edilen

$$\left(v_1, \frac{v_1 V_1}{\sigma_0^2} \right), \left(v_1 + v_2, \frac{v_1 V_1 + v_2 V_2}{\sigma_0^2} \right), \left(v_1 + v_2 + v_3, \frac{v_1 V_1 + v_2 V_2 + v_3 V_3}{\sigma_0^2} \right), \dots$$

noktalarının BTK grafiğinde işaretlenmesiyle, sürecin varyansında bir artışın olduğuna (ya da olmadığına) karar şekil II.3 deki PQ doğrusuna göre verilir. Ancak burada değişikliğin tek yönlü olduğuna dikkat etmek gerekir.



Şekil II.3 Varyans İçin BTK Grafiği (Tek Yönlü Değişiklik)

PQ doğrusunun altındaki noktalar, üretimdeki değişkenlikte bir artışın olduğunu gösterir.

Sözü edilen kontrol grafiğinde,

$$d = \frac{-\ln \alpha_0}{\ln(\sigma_1 / \sigma_0)}$$

ve

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{2 \ln(\sigma_1 / \sigma_0)}{1 - (\sigma_0 / \sigma_1)^2} \right]$$

dir.

Gerçekte varyansın alabileceği en küçük değer sıfırdır. Bu nedenle, varyans için BTK grafiği hazırlanırken varyansta bir artış olabileceği gözönüne alınarak Şekil II.3 deki kontrol grafiği hazırlanır. Bununla birlikte, uygulamada gözlenen verilerden hareketle varyansın belirli bir değerden daha küçük olduğu öne sürülebilir. Bu son durum için ardışık olasılık oran testleri uyarınca H_0 , H_{-1} hipotezleri oluşturulursa

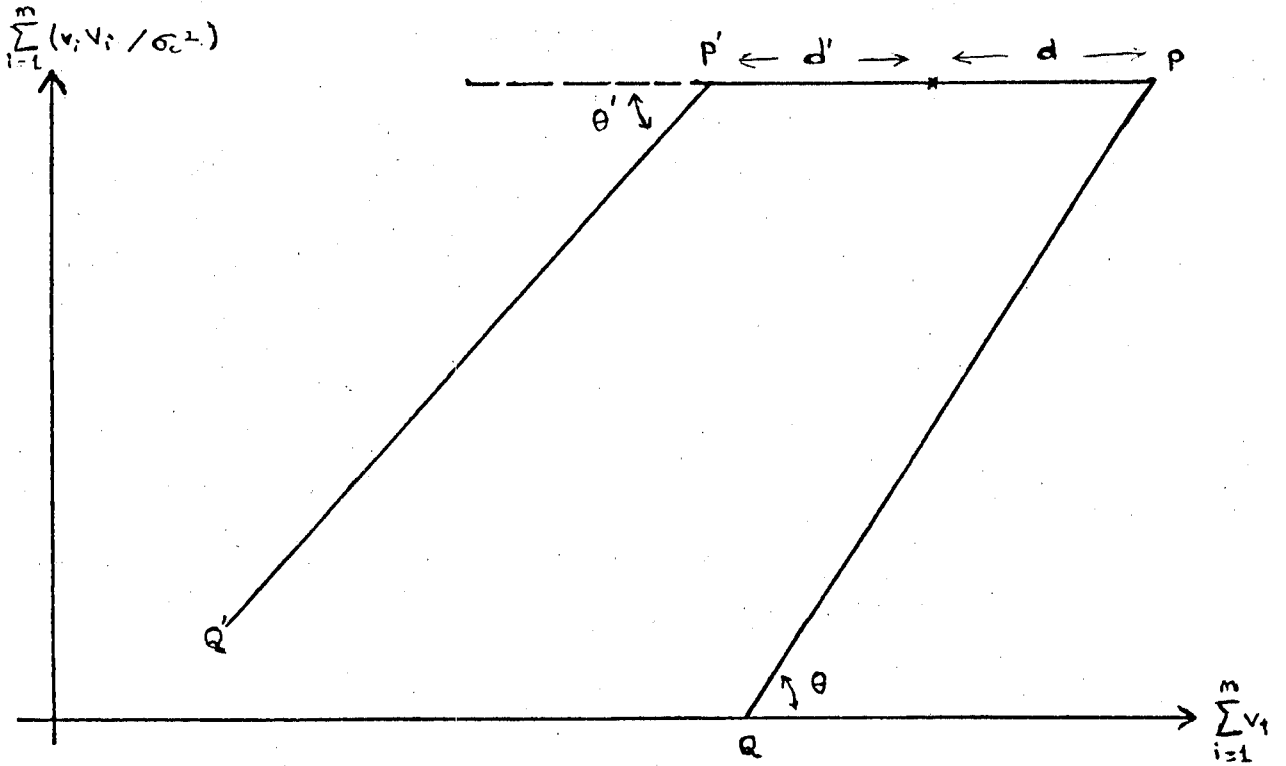
$$d' = \frac{-\ln \alpha_0}{\ln(\sigma_0 / \sigma_1')}$$

ve

$$\theta' = \tan^{-1} \left[\frac{2 \ln(\sigma_0 / \sigma_1')}{(\sigma_0 / \sigma_1')^2 - 1} \right]$$

olur.

- Ayrıca yukarıda değinilen varyanstaki artış ve azalış durumları aynı anda izlenebilir. Bu duruma ilişkin bir BTK grafiği Şekil II.4'deki gibidir. İlgili kontrol sınırları Şekil II.4'de üst kontrol sınırı PQ ve alt sınırı P'Q' doğrularıyla gösterilmiştir. Dikey eksendeki $(\frac{1}{\sigma_0^2}) \sum_{i=1}^m v_i \cdot V_i$ değerleri, m'nin artmasıyla arttığından kontrol sınırları pozitif eğilimlidir.



Şekil II.4 Varyans İçin BTK Grafiği (İki Yönlü Değişiklik)

$\frac{\sigma_1}{\sigma_0}$ değerleri için ilgili θ ve d değerleri EK II.2 de verilen tablodan bulunur. Bu değerler yardımıyla varyans için bir BTK grafiği oluşturulabilir.

II.1.2.3. Değişim Aralığı İçin BTK Grafiği: Değişim aralığı (R) için BTK grafiği oluşturmada pek çok zorlukla karşılaşılır. Bu nedenle uygulamada R için standart kontrol grafikleri tercih edilmelidir.

Karşılaşılan zorluklardan en önemlisi, BTK tekniğinin özünü oluşturan ardışık olasılık oran testinin uygulanabilmesi için R'lerin dağılımının belirlenmesi konusudur. Kuramda E.S. Pearson, standart sapması bir olan ve normal dağılmış bir ana kütlede çekilen N birimlik örneklerin, değişim aralıklarının dağılımı için iki yaklaşım ortaya koymuştur(13). Bu yaklaşımlara göre R'lerin dağılımı, (c ve c' N 'e bağlı faktörler olmak üzere) eğer $N \leq 10$ ise $c \cdot x$ 'e eşit olup v_1 serbestlik derecesiyle $\sqrt{\chi^2}$, eğer N için herhangi bir koşul yoksa $c' \cdot x$ olup v_1^2 serbestlik derecesiyle χ^2 dağılır. Dikkat edilirse standart sapması bir olan ve normal dağılmış bir ana kütlede çekilen örneklerin

(13) A.g.k., p.32; E.S. PEARSON, "Comparison of Two Approximations to the Distribution of Range in Small Samples from Normal Populations", Biometrika, Part 39, 1952, p.130.136.

hacmi sabit ve N ise yukarıdaki iki yaklaşımdan yararlanır. Ancak çekilen örneklerin hacimleri birbirine eşit değilse, R için BTK grafiğinin oluşturulması daha da zorlaşır. Ancak bu noktada çalışmanın bütünlüğünü korumak amacıyla kuramda Pearson'un ortaya koyduğu yaklaşımlar kullanılarak, R kontrol grafiklerine ana çizgileriyle değinilecektir.

Varyans için BTK grafiği oluşturmada yapılan varsayımlar, burada standart sapmalar için yapılacak olursa, öncelikle sürecin kontrolde olduğu ve standart sapmasının σ_0 olduğu, sonra da standart sapmada σ_0 dan σ_1 ($> \sigma_0$)'e artış olduğu varsayılarak, ardışık olasılık oran testi işlemleri yapılırsa;

$N \leq 10$ ise, $(mv_1, (\sigma_0/c)^{-2} \sum_{i=1}^m R_i^2)$ noktaları için d ve θ değerleri

$$d = - \frac{\ln \alpha_0}{\ln\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0}\right)}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{2 \ln(\sigma_1/\sigma_0)}{1 - (\sigma_0/\sigma_1)^2} \right]$$

olarak elde edilir(14). Dikkat edilecek olursa elde edilen sonuçlar varyans için BTK grafiğinin d ve θ değerleri ile

(14) JOHNSON-LEONE,(Part.II), p.32.

aynıdır. N için herhangi bir koşul yoksa,

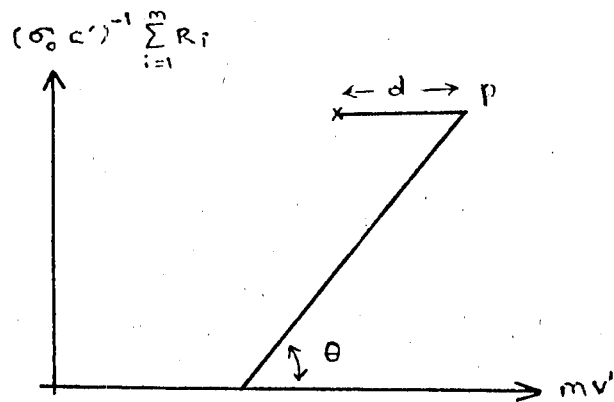
$$(mv'_1, (\sigma_0 c')^{-1} \sum_{i=1}^m R_i)$$

$$d = - \frac{2l n \alpha_0}{\ln (\sigma_1 / \sigma_0)}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\ln (\sigma_1 / \sigma_0)}{1 - (\sigma_0 / \sigma_1)} \right]$$

olur(15). Bu durumda d ve θ daki σ_1 / σ_0 yerine $\sqrt{\sigma_1 / \sigma_0}$ değerleri alınmış olur.

N \ll 10 için BTK grafiği, önceki kesimde verilen Şekil II.3 deki grafik ile aynı olur. Diğer durum için BTK grafiği, aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 11.5 Değişim Aralığı İçin BTK Grafiği (II.Durum)

(15) A.g.k.

Her iki durumda da d ve θ değerleri Ek II.2'de verilen tablo yardımıyla bulunur. Değişik N değerlerine ilişkin c_1 , c'_1 , v_1 ve v'_1 değerleri Ek II.3 deki tablolardan bulunarak kontrol sınırları oluşturulur.

II.1.2.4. Kusur Sayısı İçin BTK Grafiği: Önceki bölümde standart kontrol grafiklerinden c kontrol grafiği gözden geçirilirken de değinildiği gibi, kusur sayıları Poisson dağılır. Buradan hareketle, kusur sayısı için BTK grafiği oluşturabilmek için

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

ve

$$H_1 : \mu = \mu_1 (> \mu_0)$$

hipotezleri uyarınca ardışık olasılık oran testi uygulan-
dığında, teste devam bölgesi,

$$\frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < e^{-m(\mu_1 - \mu_0)} \prod_{i=1}^m \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right)^{x_i} < \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

($x_i = 0$ ya da 1 olur) olarak elde edilir. Buradan,

$$\frac{\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} + m(\mu_1 - \mu_0)}{\ln(\mu_1 / \mu_0)} < \sum_{i=1}^m x_i < \frac{\ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0} + m(\mu_1 - \mu_0)}{\ln(\mu_1 / \mu_0)}$$

elde edilir(16). Böylece yatay ekseninde m , dikey ekseninde

$$X_m = \sum_{i=1}^m X_i \quad \text{değerleri olmak üzere, teste devam bölgesi}$$

ile H_1 hipotezini kabul bölgesi arasındaki kontrol sınırı

$$X_m = \frac{\ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}}{\ln(\mu_1/\mu_0)} + \frac{\mu_1 - \mu_0}{\ln(\mu_1/\mu_0)} \cdot m$$

olarak ya da α_1 'in çok küçük olması varsayımı altında,

$$X_m = \frac{-\ln \alpha_0}{\ln(\mu_1/\mu_0)} + \frac{\mu_1 - \mu_0}{\ln(\mu_1/\mu_0)} \cdot m$$

olarak elde edilir.

Kusur sayısı için BTK grafiği oluşturmada kullanılan d ve θ değerleri yukarıdaki sonuçlar kullanılarak

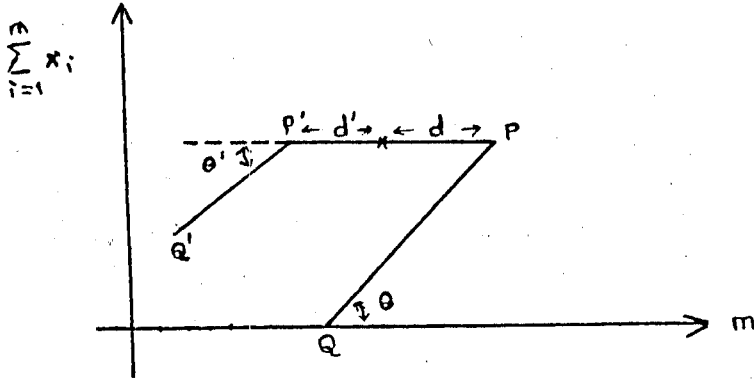
$$d = \frac{-\ln \alpha_0}{\mu_1 - \mu_0}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\mu_1 - \mu_0}{\ln(\mu_1/\mu_0)} \right]$$

olarak elde edilir. Eğer üçüncü bir hipotez $H_{-1}: \mu = \mu_{-1}$

(16) İlgili işlemler Ek II.4'de verilmiştir.

gerekirse, kontrol sınırı d' ve θ' değerleri benzer işlemlerle elde edilir. Kusur sayısı (c) için BTK grafiği Şekil II.6'da verilmiştir(17).



Şekil II.6 Kusur sayısı (c) İçin BTK Grafiği

Ek II.5 te verilen tablodan $\mu_1 - \mu_0$ ve α_0 (ya da $2\alpha_0$) için d değerleri, Ek II.6 daki tablodan ise μ_0 ve μ_1 değerleri ve sadece α_0 için θ değerleri bulunarak Poisson dağılmış kusur sayısı için bir BTK grafiği oluşturulabilir.

II.1.2.5. Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafiği: Standart p kontrol grafiğinde kullanılan p_i değerleri genelde binom dağılım değişkenleridir. Kusurlu sayısı için BTK grafiği oluşturmada ilgilenilen tesadüfi değişken X_i ($i = 1, 2, \dots$)'nin

(17) N.L.JOHNSON-F.C.LEONE, "Cumulative Sum Control Charts Mathematical Principles Applied to Their Construction and Use" Part III, Industrial Quality Control, August 1962, p22.

değerleri 0 ya da 1, ayrıca,

$$P(X_i = 1) = p \text{ ve } P(X_i = 0) = 1-p \quad (0 \leq p \leq 1)$$

olmak üzere ve

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p = p_1 \quad (> p_0)$$

hipotezleri altında ardışık olasılık oran testiyle belirlenen devam bölgesi;

$$\frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < \prod_{i=1}^m \left(\frac{p_1^{x_i} (1-p_1)^{1-x_i}}{p_0^{x_i} (1-p_0)^{1-x_i}} \right) < \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

$$\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < m \ln \frac{1-p_1}{1-p_0} + \sum_{i=1}^m x_i \cdot \ln \frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)} < \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

olarak elde edilir(18). Buradan dateste devam bölgesi ile

H_1 hipotezini kabul bölgesi arasındaki kontrol sınırı

(18) İlgili işlemler Ek.6'de verilmiştir.

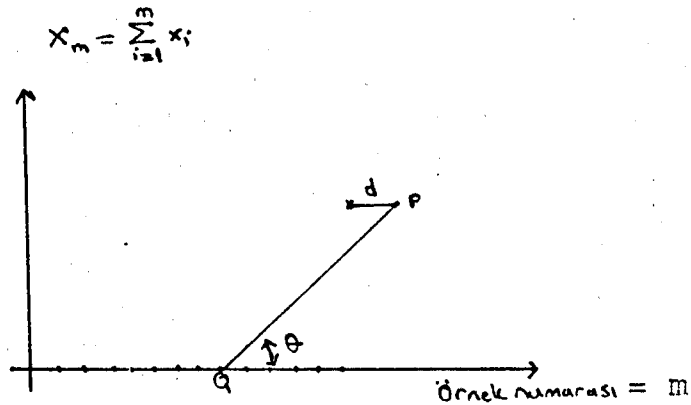
$$X_m = \frac{\ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0} - m \ln \frac{1-p_1}{1-p_0}}{\ln \frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}}$$

ya da

$$X_m = \frac{-\ln \alpha_0}{\ln \frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}} + \frac{\ln \frac{1-p_0}{1-p_1}}{\ln \frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}} \cdot m$$

şeklinde elde edilir. Grafikte yatay ekseninde m değerleri, dikey ekseninde ise $X_m = \sum_{i=1}^m X_i$ değerleri vardır.

Kusurlu sayısı için BTK grafiğinin şekli varyans, değişim aralığı ve kusur sayısı için elde edilen BTK grafiklerine benzer(19),



Şekil II.7 Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafiği

Bu grafikte son işaretlenen noktanın sağında P noktasına kadar olan d uzunluğu,

$$d = \frac{-\ln \alpha_0}{\ln \frac{1-p_0}{1-p_1}}$$

ve örnek sayılarının yer aldığı yatay eksen ile kontrol sınırı doğrusu (PQ) arasındaki açı, diğer bir anlatımla kontrol sınırı doğrusunun eğimi,

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\ln \frac{1-p_0}{1-p_1}}{\ln \frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}} \right]$$

olarak belirlenir. Eğer üçüncü bir hipotez; $H_{-1}: p = p_{-1} (< p_0)$ hipotezinin kurulması sözkonusu olursa, benzer işlemlerle kontrol sınırı, d' ve Q' değerleri elde edilir.

Ek II.8'de verilen tablodan θ ; Ek II.9'da verilen tablodan ise d değerleri p_0 , p_1 ve α_0 (ya da $2\alpha_0$) için kolaylıkla belirlenir.

Çalışmamızın buraya kadar olan kısmında Birikimli Toplam Kontrol tekniğinin temel yapısı kısaca açıklandıktan sonra uygulamada sık kullanılan istatistiklerden ortalama, varyans, değişim aralığı, kusurlu ve kusur sayısına ilişkin V masklarının oluşturulması konusu ayrıntılarıyla incelenmiştir.

Ancak BTK tekniğinde oluşturulan grafiklerde dikey ekseninde birikimli toplam değerleri yer aldığı için çizimde zorluklarla karşılaşılır. Böyle durumlarda grafiklerin normal bir çalışma kağıdına çizilebilmesi için ölçeklendirme yapılması gereklidir. Çalışmamızın izleyen kısmında ilgili istatistiklere göre ölçeklendirme konusu ayrıntılarıyla incelenecektir.

II.2 BTK GRAFİKLERİNİN ÖLÇEKLENDİRİLMESİ

Oluşturulan BTK grafiklerinde, daha önce de değinildiği gibi yatay ekseninde örnek sıra numaraları, dikey ekseninde ise ilgilenilen tesadüfi değişkenlerin birikimli toplam değerleri yer alır. Ayrıca BTK grafiğiyle ilgili maskı belirleyen d ve θ değerleri (belirli bir kural ya da ölçeğe göre) yatay ve dikey ekseninde işaretlenen değerlerle belirlenir. Bağlı olarak bir BTK grafiği oluşturulurken genelde maskın boyutları, bu boyutlarla ilişkilendirilmiş bir ölçek faktörü olmadan anlam kazanamaz. Eğer seçilen bir ölçek faktörü her iki ekseni de etkiliyor ise hem d hem de θ bundan etkilenecektir. Ancak ilgili faktör sadece dikey ekseni etkiliyor ise bundan sadece θ etkilenecektir.

Çalışmamızın izleyen kesimlerinde ele alınan BTK grafiklerinin aksenlere göre ölçeklendirilmesi konusu incelenecektir.

II.2.1. Ortalama İçin BTK Grafiğinin Ölçeklendirilmesi:

Ortalama için BTK grafiği oluşturulurken, seçilen ölçek faktörüne göre aşağıdaki üç durum söz konusu olur(20).

(20) JOHNSON-LEONE, (Part I), p.19.

- Eğer m değerleri yatay eksende birim uzunluklarla, X_m değerleri ise dikey eksende k (k , isteğe bağlı bir ölçek faktörüdür) birim uzunluğundaki aralıklarla alınırsa ,

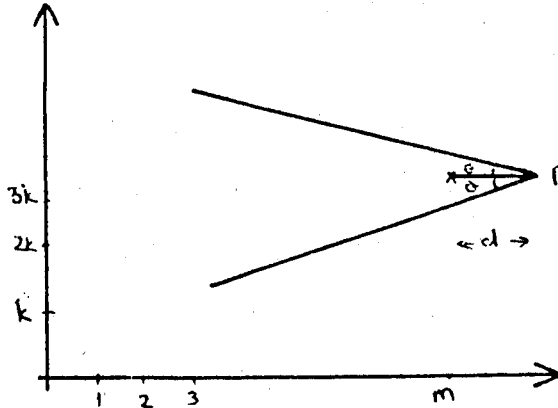
$$d' = \frac{-2}{\delta^2} \ln \alpha_0 = d$$

ve

$$\theta' = \tan^{-1} \left(\frac{\delta}{2k} \right)$$

olur(21). Durum Şekil II.9'da gösterilmiştir.

$$X_m = \sum (\bar{x}_i - \mu_0) / \sigma_x$$



Şekil II.9 Yatay Eksen Birim Uzunlukla, Dikey Eksen k Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Ortalama İçin BTK Grafiği

(21) Ek II.10'da k 'ya bağlı d ve θ değerlerinin bulunmasına ilişkin işlemler verilmiştir.

- Eğer, m değerleri yatay eksende birim uzunluktaki aralıklar ve dikey eksende $Y_m = \sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - M_0)$ olmak üzere k birim uzunluğundaki değerlerin birikimli toplamları alınırsa,

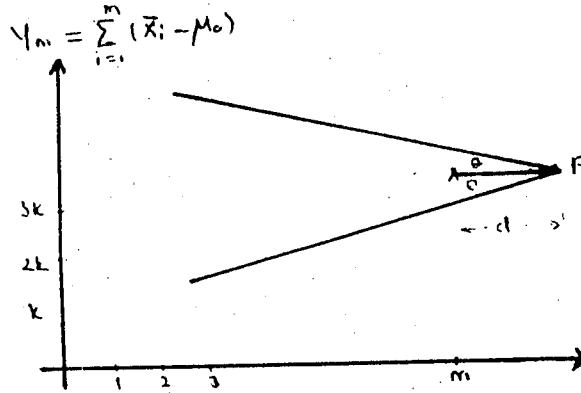
$$d^* = \frac{-2}{\delta^2} \ln \alpha_0 = d$$

ve

$$\theta^* = \tan^{-1} \left(\frac{\sigma_{\bar{x}} \cdot \delta}{2k} \right)$$

$$= \tan^{-1} (D/2k)$$

olur. İlgili V maskı Şekil II.10'da verilmiştir.



Şekil II.10 Yatay Eksen Birim Uzunlukla, Dikey Eksen $(\sum_{i=1}^m (\bar{X}_i - M_0))$ Değerleri Olmak Üzere) k Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Ortalama İçin BTK Grafiği

Uygulamada ortalama için BTK grafiklerinden en çok kullanılanı yukarıdaki III. durum için elde edilen grafik-tir.

II.2.2. Varyans İçin BTK Grafiğinin Ölçeklendiril-

mesi: Ortalama için BTK grafiklerinde olduğu gibi varyans için BTK grafiklerinde de yatay ve dikey ekseninde (özellikle dikey ekseninde) yer alan değerlerin işaretleniş aralıklarının büyüklüğü, çizimde grafik kağıdının boyutlarının yetersiz kalmasına ya da grafiğin çok küçük ve anlaşılmaz olmasına neden olur. Bu nedenle ölçeklendirme sorunu varyans için BTK grafiğinde de sözkonusu olur.

Varyans için BTK grafiğinde de ölçeklendirme genel olarak aşağıdaki üç durumda yapılır(22):

- Eğer yatay ekseninde $\sum v_i$ değerleri ve dikey ekseninde $\frac{\sum v_i V_i}{\sigma_0^2}$ değerleri birim uzunluklarla alınırsa,

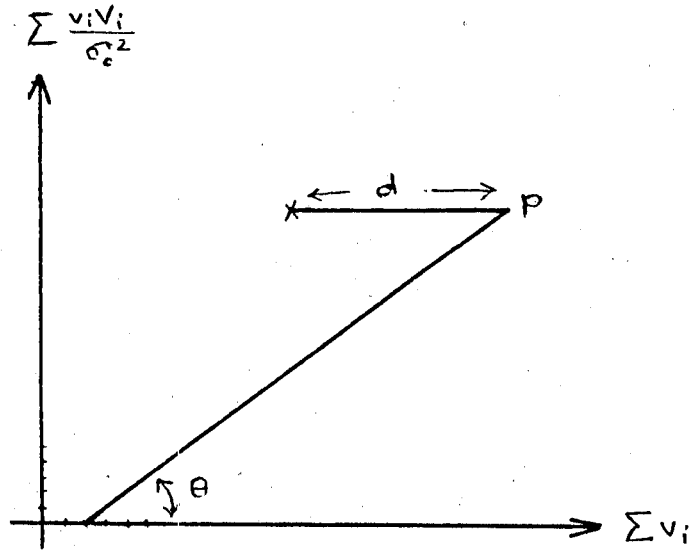
$$d = \frac{-\ln \alpha_0}{\ln(\sigma_1/\sigma_0)}$$

ve

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{2 \ln(\sigma_1/\sigma_0)}{1 - (\sigma_0/\sigma_1)^2} \right]$$

olur. Durum Şekil II.11'de gösterilmiştir.

(22) JOHNSON-LEONE, (Part. II), p.31.



Şekil II.11 Yatay ve Dikey Eksen Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Varyans İçin BTK Grafiği

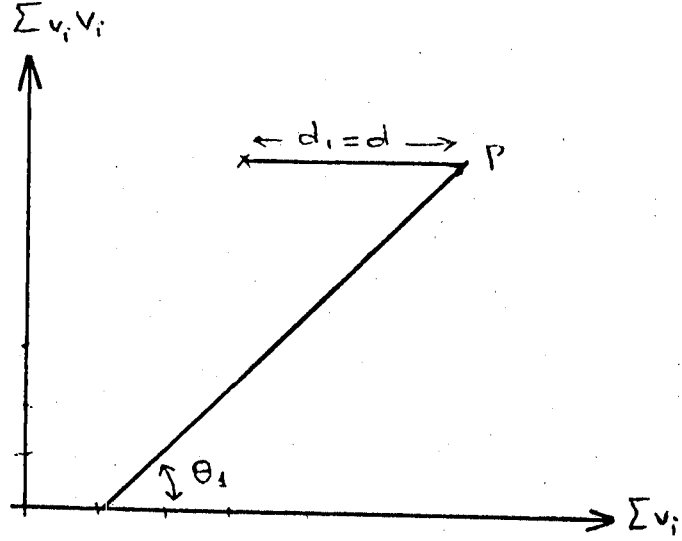
- Eğer $\sum v_i$ değerleri yatay eksen ve $\sum v_i v_i$ değerleri dikey eksen birim uzunluğundaki aralıklarla alınırsa,

$$d_1 = \frac{-\ln \alpha_0}{\ln(\sigma_1/\sigma_0)} = d$$

ve

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left[\frac{2 \sigma_0^2 \ln(\sigma_1/\sigma_0)}{1 - (\sigma_0/\sigma_1)^2} \right]$$

olacaktır. Bu durumda ilgili V maskı Şekil II.12'de verilmiştir.



Şekil II.12 Yatay Eksende $\sum v_i$, Dikey Eksende $\sum v_i v_i$ Olmak Üzere Eksenler Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Varyans İçin BTK Grafiği

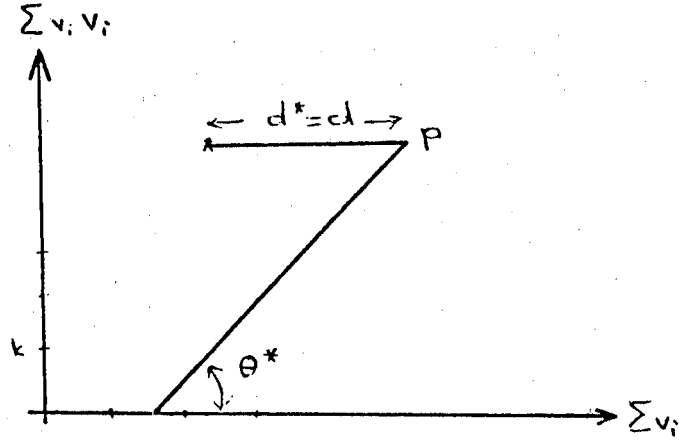
- Eğer $\sum v_i$ değerleri yatay ekseninde birim uzunluk-taki aralıklarla, $\sum v_i v_i$ değerleri ise dikey ekseninde k birim uzunluk-taki aralıklarla alınır

$$d^* = \frac{-\ln \alpha_0}{\ln(\sigma_1/\sigma_0)} = d$$

ve

$$\theta^* = \tan^{-1} \left[\frac{2(\sigma_0^2/k) \ln(\sigma_1/\sigma_0)}{1 - (\sigma_0/\sigma_1)^2} \right]$$

olur. Durum Şekil II.13'de gösterilmiştir.



Şekil II.13 $\sum v_i$ Değerlerinin Bulunduğu Yatay Eksen Birim Uzunlukla, $\sum v_i v_i$ Değerlerinin Bulunduğu Dikey Eksen k Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Varyans İçin BTK Grafiği

II.2.3. Değişim Aralığı İçin BTK Grafiğinin Ölçek-

lendirilmesi: Ortalama ve varyansta olduğu gibi,

değişim aralığında da, yatay ve dikey eksenlerde işaretlenecek değerlerin aralıklarının seçiminin d ve θ 'ya etkisinin olacağı açıktır. Burada N için herhangi bir koşulun olmadığı durum göz önünde bulundurularak R için bir BTK grafiği oluşturulmada ölçeklendirme sorunu ele alınmıştır(23).

- Eğer yatay ekseninde $m v'_1$, dikey ekseninde $(\sigma_0 c')^{-1} \sum R_i$ değerleri birim uzunluğundaki aralıklarla ele alı-

nırsa,

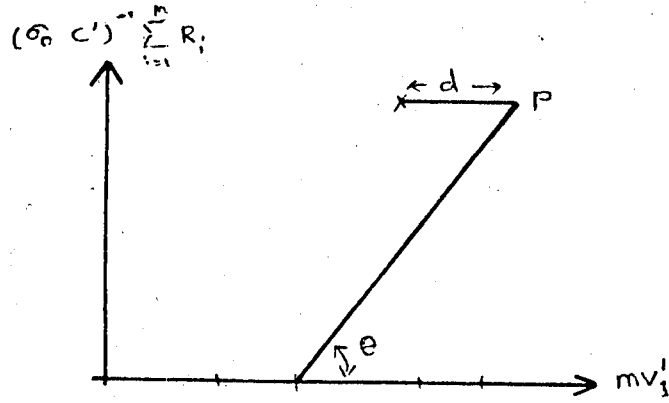
$$d = \frac{-2 \ln \alpha_0}{\ln(\sigma_1 / \sigma_0)}$$

(23) JOHNSON-LEONE, (Part. II), p. 34.

ve

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\ln(\sigma_1/\sigma_0)}{1-(\sigma_0/\sigma_1)} \right]$$

olur. İlgili grafik Şekil II.14'de verilmiştir.



Şekil II.14 Eksenler Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Değişim Aralığı İçin STK Grafiği

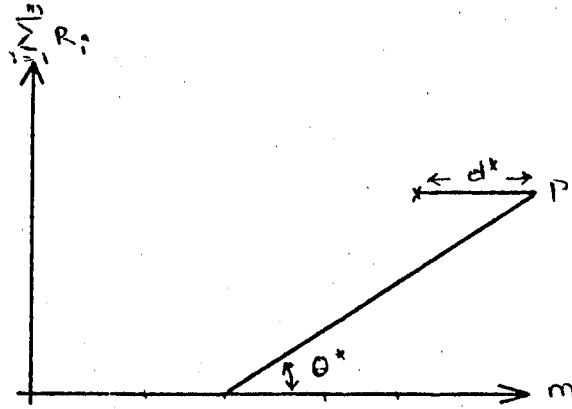
- Eğer örnek sıra numaraları yatay ekseninde birim uzunlukta, $\sum R_i$ değerleri dikey ekseninde k birim uzunlukta alınırsa,

$$d^* = \frac{-2 \ln \alpha_0}{v'_1 \ln(\sigma_1/\sigma_0)}$$

ve

$$\theta^* = \tan^{-1} \left(\frac{\sigma_0 c' v'_1}{k} \right) \left(\frac{\ln(\sigma_1/\sigma_0)}{1-(\sigma_0/\sigma_1)} \right)$$

olmak üzere ilgili V maskı Şekil II.15'deki gibi elde edilir.



Şekil II.15 Örnek Sıra Numaralarının Bulunduğu Yatay Eksen Birim Uzunlukla, $\sum R_i$ Değerlerinin Bulunduğu Dikey Eksen k Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Değişim Aralığı İçin BTK Grafiği

II.2.4. Kusur Sayısı İçin BTK Grafiğinin Ölçeklendirilmesi: Kusur sayısı için BTK grafiklerinde birim başına kusur sayısı gözönüne alındığı için, yatay ekseninde örnek sıra numaraları, dikey ekseninde ise her bir örnek için belirlenen kusur sayılarının toplamları sözkonusu olduğundan, noktalar eşit aralıklarla işaretlenir.

Bu nedenle kusur sayısı için BTK grafiklerinde, özel eksenler belirlenmesine gerek yoktur.

II.2.5. Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafiğinin Ölçeklendirilmesi: Kusurlu sayısı için BTK grafiği oluşturulurken seçilen ölçek faktörlerine göre aşağıdaki durumlar söz konusudur(24):

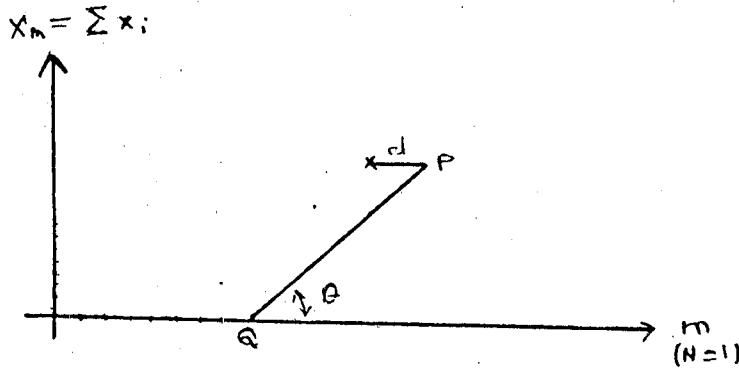
- Eğer yatay eksende gözlenen her birimin sıra numarası, dikey eksende ise $X_m = \sum_{i=1}^m X_i$ değerleri birer birim uzunluktaki aralıklarla alındığında,

$$d = \frac{-\ln \alpha_0}{\ln \frac{1-p_0}{1-p_1}}$$

ve

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\ln \frac{1-p_0}{1-p_1}}{\ln \frac{P_1(1-p_0)}{P_0(1-p_1)}} \right]$$

olur. İlgili grafik Şekil II.16'da verilmiştir.



Şekil II.16 Yatay ve Dikey Eksen Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafiği

(24) JOHNSON-LEONE, (Part. III), p.24-25.

- Uygulamada çoğu durumlarda gözlemler sadece bir birim için değil gruplar için yapılır. Örneğin, N büyüklüğünde örnekler alınabilir. Her örnek grubu için kusurlu sayısı

$\sum x_i$ ile gösterildiğinde kontrol grafiğinin yatay ekseninde N, 2N, 3N, ..., dikey ekseninde ise $\sum_{i=1}^N x_i$, $\sum_{i=N+1}^{2N} x_i$,

$\sum_{i=2N+1}^{3N} x_i$, ... değerleri olmak üzere.

$$d' = \frac{-\ln \alpha_0}{N \ln \frac{1-p_0}{1-p_1}} = \frac{d}{N}$$

ve

$$\theta' = \tan^{-1} \left[\frac{\ln \frac{1-p_0}{1-p_1}}{\ln \frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}} \right] = \theta$$

olur. Burada N yatay eksen için bir ölçek faktörü oluşturur. Öte yandan örnek büyüklüklerinin farklı olması durumunda, doğal olarak yatay eksen üzerinde işaretlenen noktalar, farklı uzunluktaki aralıkları içerecektir.

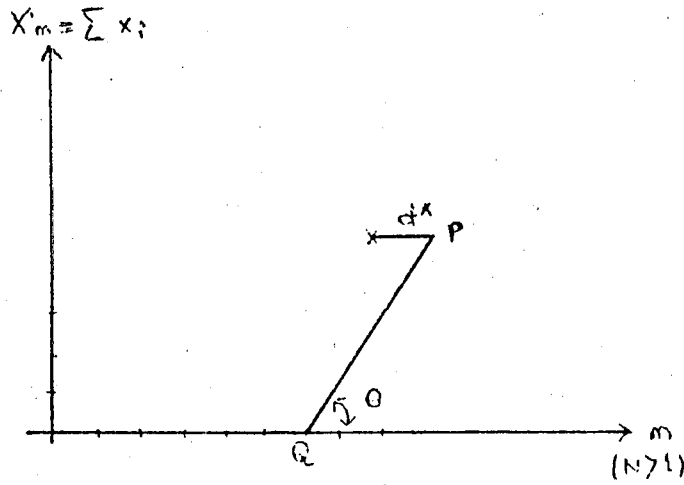
Eğer örnek büyüklüğü N (sabit) yatay ekseninde bir birim uzunlukta alınır ve dikey eksen için bir k ölçek faktörü söz konusu olursa,

$$d^* = d/N$$

ve

$$\theta^* = \tan^{-1} \left[\frac{\ln \frac{1-p_0}{1-p_1}}{k \ln \frac{P_1(1-p_0)}{P_0(1-p_1)}} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{N}{k} \tan \theta \right]$$

olur. Sözü edilen son durum Şekil II.17 de gösterilmiştir.



Şekil II.17 Yatay Eksen Birim Uzunlukla, Dikey Eksen k Birim Uzunlukla Belirlendiğinde Kusurlu Sayısına İlişkin BTK Grafiği

Uygulamada ilgili istatistiğe göre BTK grafiğinin çiziminde, elde edilen verilere ve verilerin çok küçük ya da çok büyük oluşu nedeniyle, ayrıntılarıyla incelenmiş olan ölçeklendirme durumlarından biri seçilerek gerekli çalışmalar yapılır.

BÖLÜM III
UYGULAMA DENEMESİ

BTK tekniğinin işlerliğini gerçek verilerle sınamak için Eskişehir'de dayanıklı tüketim malları üreten bir fabrikanın kalite kontrol bölümünden derlenen veriler kullanılmıştır.

Uygulama, derlenen verilerden hareketle sırasıyla aritmetik ortalama, varyans ve kusurlu sayısı için yapılmış ve sürecin kontrol altında olup olmadığının yanısıra tekniğin getirdikleri doğrultusunda süreçte ilgilenilen parametrede bir değişme eğiliminin olup olmadığı da araştırılmıştır.

III.1. Aritmetik Ortalama İçin BTK Grafiği:

Aritmetik ortalamaya ilişkin BTK grafiği oluşturmak için bölüm başında sözü edilen işletmeden alınan piston hattı kontrol formundan elde edilen dikliğe ilişkin veriler Tablo I'de verilmiştir.

TABLO III. 1

80 Gözleme İlişkin Ölçüm Değerleri
(1986 yılı Mayıs - Haziran aylarında derlenen)

<u>Gözlem No</u>	<u>Diklik (İnç)</u>	<u>Gözlem No</u>	<u>Diklik (İnç)</u>
1	0.0005	41	0.0015
2	0.0014	42	0.0005
3	0.0016	43	0.0016
4	0.0039	44	0.0009
5	0.0019	45	0.0024
6	0.0006	46	0.0005
7	0.0004	47	0.0030
8	0.0003	48	0.0001
9	0.0011	49	0.0036
10	0.0029	50	0.0017
11	0.0016	51	0.0006
12	0.0018	52	0.0027
13	0.0012	53	0.0018
14	0.0014	54	0.0019
15	0.0037	55	0.0005

16	0.0006	56	0.0034
17	0.0002	57	0.0016
18	0.0013	58	0.0013
19	0.0017	59	0.0008
20	0.0011	60	0.0014
21	0.0011	61	0.0024
22	0.0020	62	0.0013
23	0.0016	63	0.0008
24	0.0021	64	0.0002
25	0.0034	65	0.0001
26	0.0017	66	0.0032
27	0.0001	67	0.0023
28	0.0002	68	0.0014
29	0.0005	69	0.0013
30	0.0018	70	0.0015
31	0.0004	71	0.0015
32	0.0016	72	0.0021
33	0.0015	73	0.0013
34	0.0013	74	0.0014
35	0.0045	75	0.0018
36	0.0013	76	0.0005
37	0.0014	77	0.0008
38	0.0015	78	0.0049
39	0.0022	79	0.0016
40	0.0010	80	0.0035

Bu çalışmada BTK tekniğinin uygulamada etkinliğini gösterebilmek için, ortalamaya ilişkin iki uygulama yapılmıştır. İlkinde doğrudan gözlenen veriler kullanılmış, ikincisinde ise doğrudan gözlenen verilerden yararlanarak elde edilen örnek istatistiklerinin son altısına yaklaşık olarak bir standart hatalık bir değer eklenmiştir.

III.1.1. Gözlenen Verilerden Hareketle Aritmetik Ortalama İçin BTK Grafiğinin Oluşturulması

Tablo.I.'deki verilerden hareketle ortalama için BTK grafiği oluşturmada alınacak örnek sayısı, geliştirilmiş bulunan ARL (ortalama örnek sayısı) değerleri tablosundan yararlanılarak belirlenir. Söz konusu tablo EK.III.'te verilmiştir.

Daha önce de değinildiği gibi, bir BTK grafiği için oluşturulacak maskın boyutlarını belirleyebilmede öncelikle D ve α_0 değerlerinin seçilmesi gerekir. Uygulamamızda ortalamadaki en küçük değişiklik değerini gösteren \underline{D} , ortalamaların standart sapmasına eşit olarak alınır,

$$\delta = \frac{D}{\sigma_{\bar{x}}} \quad \text{dan} \quad \delta = 1 \quad \text{olarak belirlenir.}$$

Ayrıca

$$\alpha_0 = 0.00135$$

olarak alınır, EK.III.'ten ortalama örnek sayısının 13.2 olduğu görülür. Bu sonuçtan ve Tablo.I.'deki verilerden ha-

rekette $n = 5$ olmak üzere oluşturulan 16 örneğin ortalaması, ortalamaların ortalamasından olan sapmalar, birikimli toplam- lar ve değişim aralıkları Tablo.II.'de verilmiştir. Söz konu- su tablo yardımıyla

$$D = 0.46 \times 10^{-3}$$

olarak belirlenir.

TABLO III. 2

Ortalama İçin BTK Grafiği Oluşturmada

Örnek No	Kullanılan Değerler			
	\bar{x}_i	$\bar{x}_i - 1.5 \times 10^{-3}$	$Y_m = \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - 1.5 \times 10^{-3})$	R
1	1.86×10^{-3}	3.6×10^{-4}	0.36×10^{-3}	3.4×10^{-3}
2	1.06×10^{-3}	-4.4×10^{-4}	-0.08×10^{-3}	2.6×10^{-3}
3	1.94×10^{-3}	4.4×10^{-4}	0.36×10^{-3}	2.5×10^{-3}
4	0.98×10^{-3}	-5.2×10^{-4}	-0.16×10^{-3}	1.5×10^{-3}
5	2.04×10^{-3}	5.4×10^{-4}	0.38×10^{-3}	2.3×10^{-3}
6	0.86×10^{-3}	-6.4×10^{-4}	-0.26×10^{-3}	1.7×10^{-3}
7	1.86×10^{-3}	3.6×10^{-4}	0.10×10^{-3}	4.1×10^{-3}
8	1.44×10^{-3}	-0.6×10^{-4}	0.04×10^{-3}	0.9×10^{-3}
9	1.38×10^{-3}	-1.2×10^{-4}	-0.08×10^{-3}	1.9×10^{-3}
10	1.60×10^{-3}	1.0×10^{-4}	0.02×10^{-3}	3.5×10^{-3}
11	1.50×10^{-3}	0	0.02×10^{-3}	2.2×10^{-3}
12	1.70×10^{-3}	2.0×10^{-4}	0.22×10^{-3}	2.6×10^{-3}
13	0.96×10^{-3}	-5.4×10^{-4}	-0.32×10^{-3}	2.3×10^{-3}
14	1.94×10^{-3}	4.4×10^{-4}	0.12×10^{-3}	1.9×10^{-3}
15	1.62×10^{-3}	1.2×10^{-4}	0.24×10^{-3}	0.8×10^{-3}
16	2.26×10^{-3}	7.6×10^{-4}	1.00×10^{-3}	4.4×10^{-3}

Tablo.II.'deki verilerden hareketle ortalama için BTK grafiği oluşturulurken, ilgilenilen istatistiğe ilişkin birim kimli toplam değerleri (Y_m 'ler) çok küçük olduğundan, koordinat düzleminde anlaşılabilir büyüklükte işaretlenmesi için ölçeklendirme yapılması gereklidir. Bu durum gözönüne alınarak ölçek faktörü,

$$k = 0,25 \times 10^{-3}$$

olarak belirlendiğinde,

$$d = \frac{-2}{\delta^2} \ln \alpha_0 = 13.215$$

ve

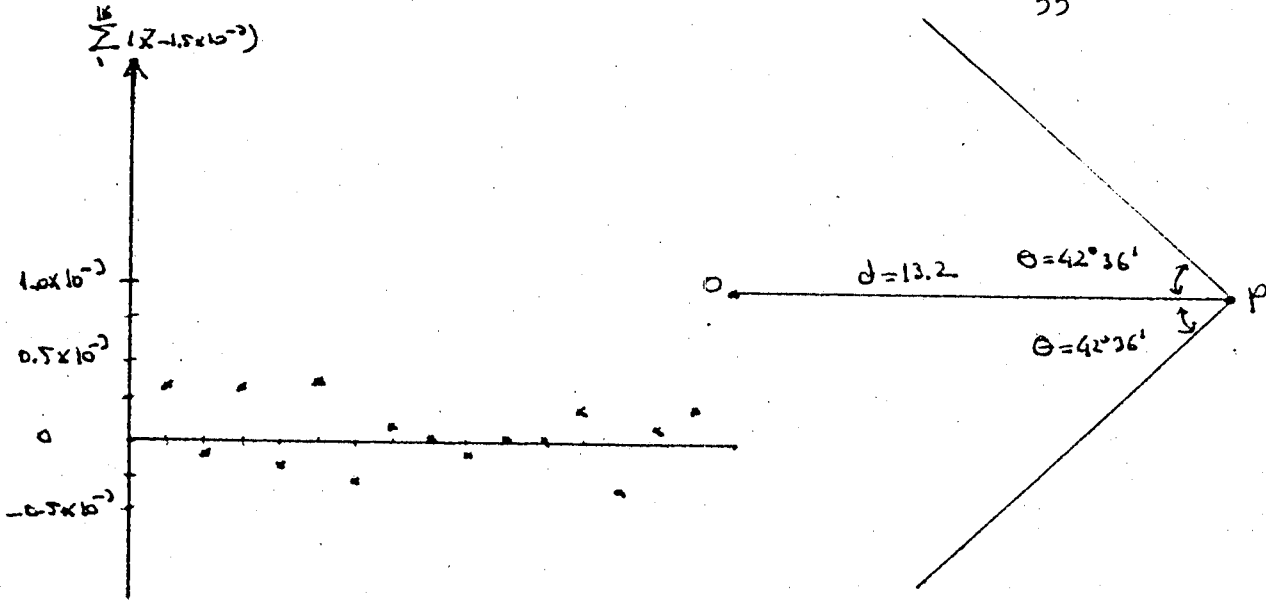
$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{D}{2k} \right) = 42^\circ 36'$$

olarak hesaplanır.

Bu değerler EK.II.1.'de verilen tablodan da $\delta = 1$ ve

$\alpha_0 = 0.00135$ için $d = 13.2$ ve örneğimize ilişkin $\frac{D}{k} \cong 1.8$ alındığında $\theta = 41^\circ 59'$ olarak bulunur. Ancak gerçek $\frac{D}{k} = 1.84$ olduğu için θ , $41^\circ 59'$ dan daha büyük olacaktır.

Eldeki veriler ve hesaplanan d ve θ değerleri kullanılarak çizilen BTK grafiği Şekil III.1 de verilmiştir.



Şekil: III.1 Ortalama İçin BTK Grafiği

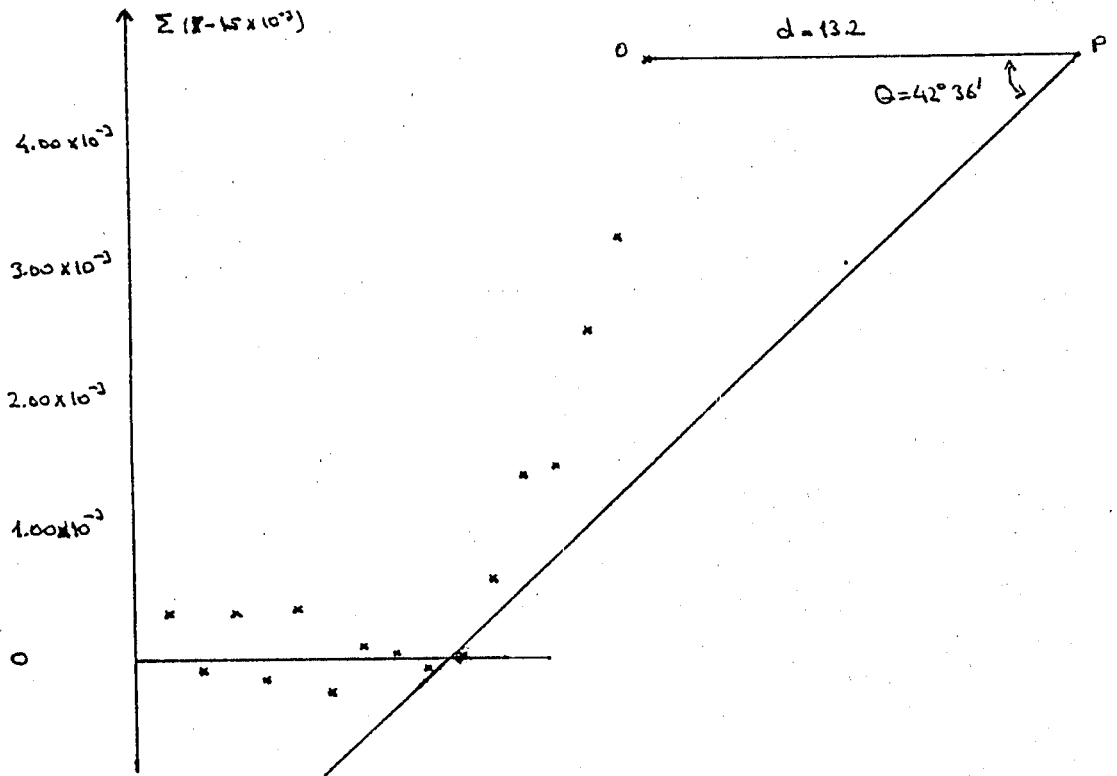
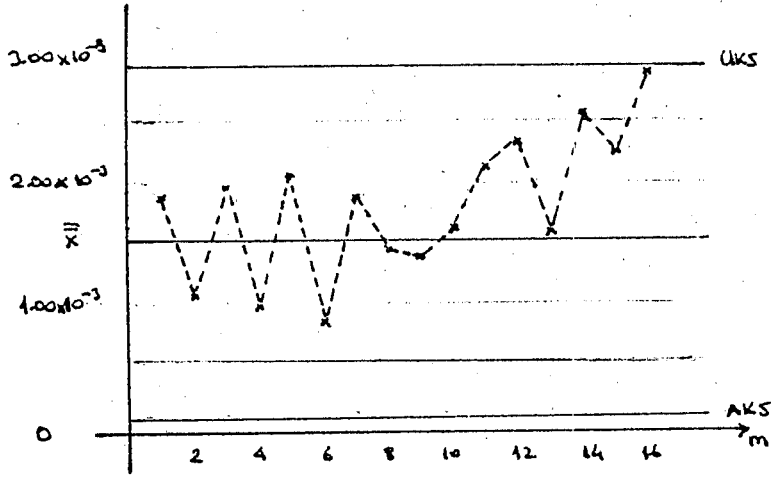
Grafikten de görüleceği gibi süreç kontrol altındadır ve X'da önemli bir artış ya da azalış eğilimi yoktur.

III.1.2. Örnek İstatistiklerinin Son 6 sına

0.6x10⁻³ Değerinin Eklenmesiyle Oluşturulan BTK Grafiği

BTK tekniğinin uygulamada etkinliğini gösterebilmek amacı ile Tablo II. ' deki X değerlerinin son altısına 0.6x10⁻³ değerleri eklenir ve 16. örnek noktası için yukarıdaki işlemler tekrarlanırsa, d ve θ değerleri değişmez. Ancak örnek noktaların birikimli toplam değerlerinin grafikteki konumları değişecektir.

Son duruma ilişkin BTK grafiği, karşılaştırma yapabilmek amacıyla standart kontrol grafiği ile birlikte Şekil III,2'de verilmiştir.



ŞEKİL III.2. Ortalama için BTK ve Standart Kontrol Grafiği

BTK grafiği incelendiğinde yatay eksendeki 10. örnek noktasına ilişkin birikimli toplam değerinin üst kontrol sınırı dışına çıktığı görülür. Bu sonuçtan hareketle 10. örnek noktadan itibaren ortalama bir artma eğiliminin başladığı gözlenmektedir. Eldeki uygulamaya ilişkin $S = 1$ olarak hesaplandığından, ortalamadaki artış eğiliminin ortalamaların bir standart sapması kadar olduğu % 99.73 güvenle söylenebilir. Öte yandan aynı sürece ilişkin standart kontrol grafiği incelendiğinde, sürecin kontrol altında olduğu görülmektedir. Burada ilgili parametrede bir artma eğilimi olduğu sezilse bile standart kontrol grafiği tekniğine göre ancak 17 örnek noktasından 14. ünün orta çizginin üstünde olması halinde ortalama bir artma olduğundan sözedilebilmekte ve artış miktarı da kuramsal olarak belirlenememektedir(1).

III.2. Varyans için BTK Grafiği: Burada da piston hattı kontrol formundan elde edilen dikliğe ilişkin ölçüm değerleri kullanılmıştır. Ancak grafiğin çizimine esas oluşturan değerler, $n=5$, $v_1 = 5-1=4$ ve ilgili örneğe ilişkin σ_0 , standart sapmaların ortalaması olmak üzere Tablo III'te verilmiştir.

(1) GRANT-LEAVENWORTH, p.91.

TABLO III. 3

Varyans için BTK Grafiği Oluşturmada
Kullanılan Değerler

Örnek No	V_i	$v_i V_i$	$v_i V_i / \sigma_0^2$	$\sum v_i$	$\sum [v_i V_i / \sigma_0^2]$
1	1.57×10^{-6}	6.29×10^{-6}	3.99	4	3.99
2	1.15×10^{-6}	4.61×10^{-6}	3.40	8	7.39
3	1.02×10^{-6}	4.07×10^{-6}	3.29	16	10.68
4	3.48×10^{-7}	1.39×10^{-6}	1.44	20	12.12
5	7.4×10^{-7}	2.96×10^{-6}	3.23	24	15.35
6	6.89×10^{-7}	2.76×10^{-6}	3.15	28	18.50
7	2.40×10^{-6}	9.61×10^{-6}	9.18	32	27.68
8	2.03×10^{-6}	8.10×10^{-6}	0.89	36	28.57
9	5.33×10^{-7}	2.13×10^{-6}	2.48	40	31.05
10	1.99×10^{-7}	7.96×10^{-6}	0.08	44	31.13
11	2.25×10^{-6}	9.00×10^{-6}	8.58	48	39.71
12	1.0×10^{-6}	4.00×10^{-6}	3.83	52	43.54
13	8.84×10^{-7}	3.53×10^{-6}	3.42	56	46.96
14	6.56×10^{-7}	2.62×10^{-6}	2.62	60	49.58
15	1.09×10^{-7}	4.36×10^{-6}	0.48	64	50.06
16	3.53×10^{-6}	1.41×10^{-5}	13.72	68	63.78

Bu uygulama denemesinde sürecin varyansında bir standart sapmalık artış olup olmadığı araştırılacaktır.

16. örnek noktası için,

$$\sigma_0 = 1.08 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_1 = 1.485 \times 10^{-3},$$

$$d = - \frac{\ln \alpha_0}{\ln (\sigma_1 / \sigma_0)} = 20.479$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{2 \ln (\sigma_1 / \sigma_0)}{1 - (\sigma_0 / \sigma_1)^2} \right] = 53^\circ 30'$$

olarak hesaplanır.

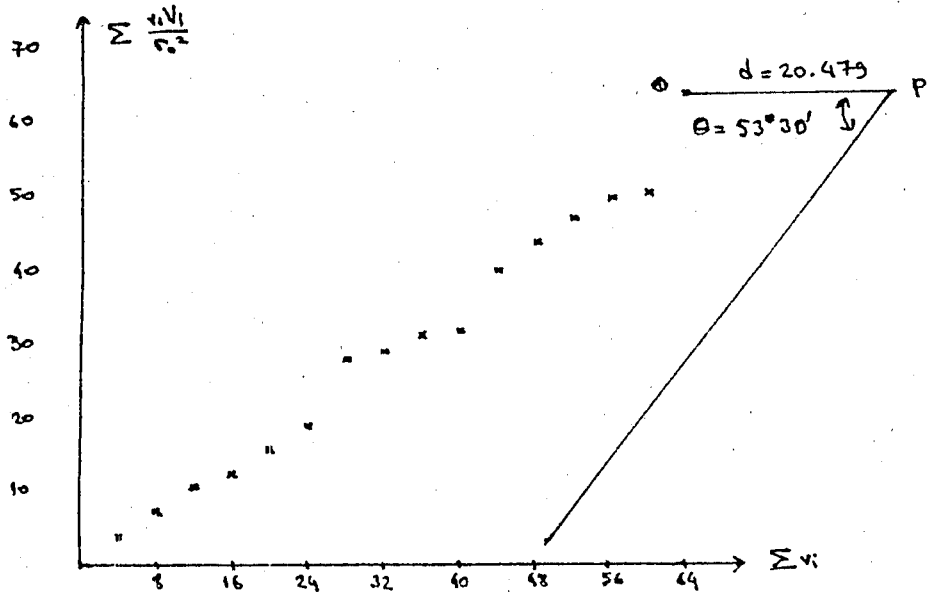
Tablo değerleri kullanılmak istenirse örneğimize ilişkin $\sigma_1 / \sigma_0 \cong 1.4$ olarak bulunur. Bu değer kullanılarak

$$d = 19.6$$

$$\theta = 52^\circ 37'$$

bulunur. Ancak aradaki fark gerçek $\sigma_1 / \sigma_0 = 1.375$ olmasından kaynaklanmaktadır.

Bu değerlerden yararlanarak çizilen ilgili grafik Şekil III.3 de verilmiştir.



ŞEKİL III.3. Varyans İçin BTK Grafiği

Grafiğin incelenmesinden de açıklıkla görüleceği gibi sürecin varyansında herhangi bir artma eğilimi yoktur.

II.3. Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafiği:

Kusurlu sayısına ilişkin bir BTK grafiği oluşturmak için, adı geçen işletmeden derlenen rotor girmemiş günlük kompresör üretimine ilişkin veriler kullanılmıştır. Sözü edilen veriler ve çizime esas oluşturacak $\sum N_i$ ve birikimli kusurlu sayısı ($\sum x_i$) ile birlikte Tablo IV'de verilmiştir .

TABLO III. 4

Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafiği Oluşturmada

Kullanılan Değerler

Örnek Sıra No	Örnek Büyüklüğü N_i	Kusurlu Sayısı x_i	Birikimli Örnek Bü- yükülüğü $\sum N_i$	Birikimli Kusurlu $\sum x_i$
1	1650	18	1650	18
2	1150	29	2800	47
3	350	1	3150	48
4	1650	24	4800	72
5	1400	17	6200	89
6	1300	18	7500	107
7	1650	24	9150	131
8	1700	15	10.850	146
9	1800	9	12.650	155
10	1500	12	14.150	167
11	1600	18	15.750	185
12	400	3	16.150	188
13	1300	8	17.450	196
14	1350	13	18.800	209
15	1450	18	20.250	227
16	1350	4	21.600	231
17	1350	8	22.950	239
18	1200	7	24.150	246
19	1400	13	25.550	259
20	1300	27	26.850	286
21	1300	28	28.150	314
22	1600	30	29.750	344

Kusurlu sayısına ilişkin BTK grafiğini çizebilmek için sırasıyla α_0 , p_1 , p_1' değerleri ve k ölçek faktörü seçilmelidir. Bu uygulamada

$$\alpha_0 = 0.005$$

$$p_0 = 0.0116$$

$$p_1 = 0.0203$$

$$p_1' = 0.0079$$

ve

$$k = 0.025$$

olarak alınmıştır.

Üst sınır için d ve θ değerleri;

$$p_0 = 0.0116$$

$$p_1 = 0.0203 \text{ için}$$

$$d_1^* = \frac{-\ln \alpha_0}{\ln \frac{1-p_1}{1-p_0}} = 599,28$$

$$\theta_1^* = \tan^{-1} \left[\frac{\ln \frac{1-p_1}{1-p_0}}{k \cdot \ln \frac{p_0(1-p_1)}{p_1(1-p_0)}} \right] = 31^\circ 53'$$

olarak hesaplanır.

Benzer işlemlerle alt sınır için d ve θ değerleri;

$$p_0 = 0.0116$$

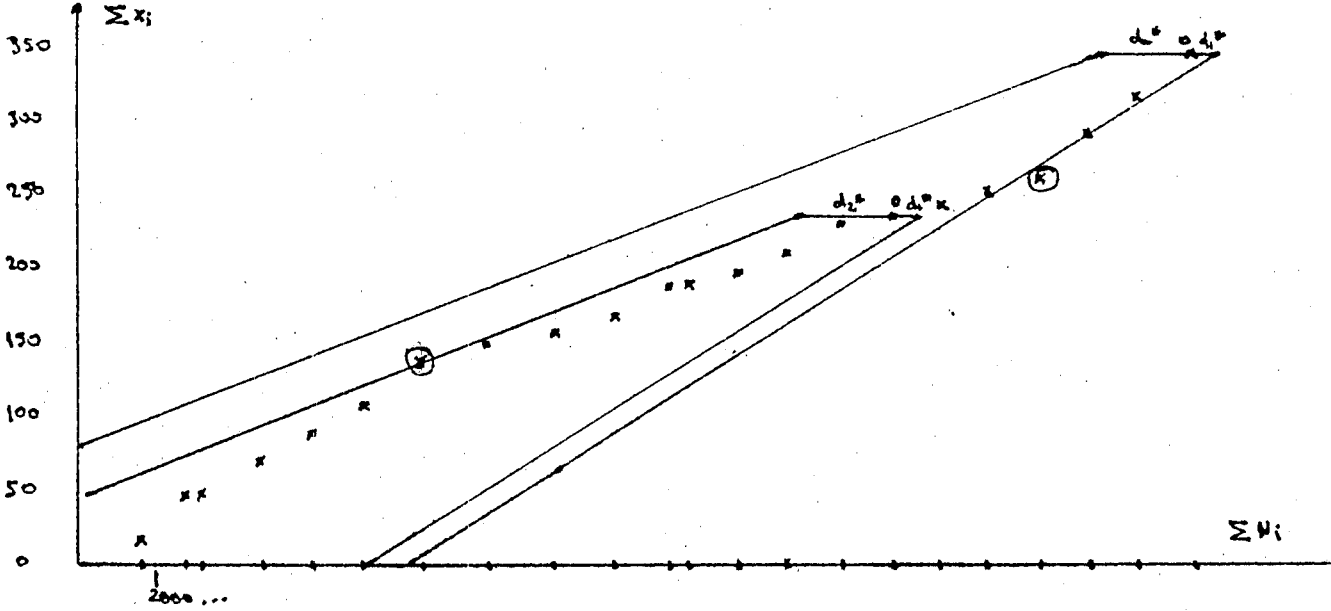
$$p_1' = 0.0079 \text{ için}$$

$$d_2^* = -1418.01$$

$$\theta_2^* = 21^\circ 41'$$

olarak bulunur.

Tablo IV'deki değerler ve yukarıdaki hesaplamalara bağlı olarak elde edilen grafik Şekil III.4'te verilmiştir.



ŞEKİL III.4 Kusurlu Sayısı İçin BTK Grafiği

Grafik incelendiğinde 7. örnek noktasının alt kontrol sınırı dışına çıktığı, başka bir anlatımla kusurlu sayısında bir azalma olduğu, ayrıca 19. örnek noktasının da üst kontrol sınırını aştığı kusurlu sayısında bir artış olduğu söylenebilir. Kusurlu sayısındaki azalma, üretimin ideal çalışma düzenine yaklaştığının göstergesidir.

SONUÇ

İkinci Dünya Savaşından günümüze kadar geçen süre içinde, kalite kontroluna ilişkin bir dizi tekniğin geliştirildiğine ve bu konudaki çalışmaların günümüzde de sürdürüldüğüne, konu işlenirken değinilmişti. Açıktır ki, her tekniğin kendi yapısından kaynaklanan üstünlük ve eksiklikleri vardır. Uygulamada önemli olan hangi tekniğin eldeki üretim sürecine uygun olduğunun belirlenmesidir.

Genel olarak BTK tekniği, ilgili kaynaklarda da vurgulandığı gibi, seri ve duyarlı üretim süreçlerinin kontrolunda başarıyla uygulanabilir bir tekniktir.

Kalite Kontrolunda Birikimli Toplam Kontrol Tekniği başlıklı çalışmamızda, seri ve yeterince duyarlı bir üretim sürecine ilişkin değişik parametreler için yapılan uygulama denemesi, BTK tekniğinin ele alınan süreç için uygun bir teknik olduğunu ortaya koymuştur.

Ortalama için yapılan uygulama denemesinde, önce özgün veriler kullanılarak sürecin kontrol altında olduğu, başka bir anlatımla örnek ortalamasında bir artma ya da azalma eğiliminin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ancak tekniğin işlerliğini daha iyi gösterebilmek amacıyla son 6 örnek noktasında yapılan uygun bir artış, standart kontrol grafiğinde yoruma yol açmadığı halde, BTK grafiği artma eğiliminin ve artış miktarının başarılı bir şekilde belirlenmesine yardımcı olmuştur.

Varyans için yapılan uygulama denemesinde, sürecin varyansında bir artış eğilimi olmadığı görülmüştür.

Kusurlu sayısı için yapılan uygulamada ise, kusurlu sayısında önce azalma, sonra da artma eğilimi zamanında gözlenmiştir.

BTK tekniğinin üstünlüğünün yanısıra sınırlayıcı bir özelliği, tekniğin ardışık olasılık oran testine dayanması nedeniyle, ilgili tesadüfi değişkenin olasılık dağılım fonksiyonunun bilinmesi zorunluluğudur. Uygulamada ortalama ve varyans için ilgili tesadüfi değişkenin normal, değişim aralığı için χ^2 , kusur sayısı için Poisson, kusurlu sayısı için de Binom dağıldığı varsayımından hareketle grafikler oluşturulmaktadır. Bağlı olarak bu varsayımlardan kaynaklanan hatalar, doğrudan sonuçları etkilemektedir. Bu nedenle BTK tekniği uygulanırken, yeterince dikkatli olma gereği gözden uzak tutulmamalıdır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- BRUNK, H.B. : An Introduction to Mathematical
Statistics (3B), Xerox College
Pub. Toronto, 1975.
- BURR, IRWING W. : Statistical Quality Control
Methods, Marcel Dekker Inc,
New York, 1976.
- ÇINGI, HÜLYA : "Binom Dağılımı Gösteren Kitleler-
de Kalite Kontrolü", MPM Verimli-
lik Dergisi, C.13, Sayı, 1, 1984.
- DUNCAN , A.J : Quality Control and Industrial
Statistics, Richard, D.Irwin, Inc..
Homewood Illinois, 1974
- FEIGENBAUM, A.V. : Total Quality Control, Mc.
Graw-Hill Book Co., New York,
1961.
- GRANT, EUGENE. L : Statistical Quality Control,
LEAVENWORTH, RICHARD.S Mc.Graw-Hill International
Book Co., Tokyo, 1980.
- HOGG, ROBERT.V. : Introduction to Mathematical
CRAIG, ALLEN.V Statistics, (4B), Mac Millan
Pub., Co.Inc., New York, 1978,

JOHNSON, N.L

:"A Simple Theoretical Approach
to Cumulative Sum Control Charts",
American Statistical Association
Journal, December 1961,

JOHNSON, N.L

LEONE, F.C

:"Cumulative Sum Control Charts
Mathematical Principles Applied
to Their Construction and Use"
Part I Industrial Quality Control,
Journal, June 1962.

JOHNSON, N.L

LEONE, F.C

:"Cumulative Sum Control Charts
Mathematical Principles Applied
to Their Construction and Use"
Part II Industrial Quality Control,
Journal, July 1962,

JOHNSON, N.L

LEONE, F.C

:"Cumulative Sum Control Charts
Mathematical Principles App-
lied to their Construction
and Use" Part III., Industrial
Quality Control, August 1962,

JURAN, JOSEPH.M

: Quality Control Handbook, Mc
Graw-Hill Book Co., New York,
1974.

KEMP, K.W

: "The Average Run Length of the Cumulative Sum Chart When a V-mask is Used", Journal of the Royal Statistical Society, Part .23, 1961,

KENDALL, M.G

STUART, A

: The Advanced Theory of Statistics, C.2, (3B), Charles Griffin Co., Ltd., 1973.

PEARSON, E.S

:"Comparison of Two Approximations to the Distribution of Range in Small Samples From Normal Populations" Biometrika, Part.39, 1952.

SCHILLING, EDWARD G.

: Acceptance Sampling in Quality Control, Marcel Dekker Inc., New York, 1982.

EKLER

EK.II.1 Örnek Ortalamaları İçin Birikimli Toplam Kontrol Sınırları(\bar{x}).

δ	θ	d Değerleri						
		$2\alpha_0=0.10$ $\alpha_0=0.05$	$2\alpha_0=0.05$ $\alpha_0=0.025$	$2\alpha_0=0.02$ $\alpha_0=0.01$	$2\alpha_0=0.01$ $\alpha_0=0.005$	$2\alpha_0=0.0027$ $\alpha_0=0.00135$	$2\alpha_0=0.002$ $\alpha_0=0.001$	$2\alpha_0=0.001$ $\alpha_0=0.0005$
0.2	5°43'	149.8	184.4	230.6	264.9	330.4	345.4	380.0
0.4	11°19'	37.4	46.1	57.6	66.2	82.6	86.3	95.0
0.6	16°42'	16.6	20.5	25.6	29.4	36.7	38.4	42.2
0.8	21°48'	9.36	11.5	14.4	16.6	20.6	21.6	23.8
1.0	26°34'	5.99	7.38	9.21	10.6	13.2	13.8	15.2
1.2	30°58'	4.16	5.12	6.40	7.36	9.18	9.59	10.6
1.4	35°0'	3.06	3.76	4.70	5.41	6.74	7.05	7.76
1.6	38°40'	2.34	2.88	3.60	4.14	5.16	5.40	5.94
1.8	41°59'	1.85	2.28	2.84	3.27	4.08	4.26	4.69
2.0	45° 0'	1.50	1.84	2.30	2.65	3.30	3.45	3.80
2.2	47°44'	1.24	1.52	1.90	2.19	2.73	2.85	3.14
2.4	50°12'	1.04	1.28	1.60	1.84	2.29	2.40	2.64
2.6	52°26'	0.89	1.09	1.36	1.57	1.95	2.04	2.25
2.8	54°28'	0.76	0.94	1.17	1.35	1.69	1.76	1.94
3.0	56°19'	0.67	0.82	1.02	1.18	1.47	1.54	1.69

EK II.2 Varyans ve Değişim Aralığı İçin Birikimli Toplam Kontrol Sınırları (ж)

		d değerleri						
σ_1/σ_0	θ	$2\alpha_0=0.10$	$2\alpha_0=0.05$	$2\alpha_0=0.02$	$2\alpha_0=0.01$	$2\alpha_0=0.0027$	$2\alpha_0=0.0027$	$2\alpha_0=0.0001$
		$\alpha_0=0.05$	$\alpha_0=0.025$	$\alpha_0=0.01$	$\alpha_0=0.005$	$\alpha_0=0.00135$	$\alpha_0=0.001$	$\alpha_0=0.0005$
0.25	10°28'	2.16	2.66	3.32	3.82	4.7	4.98	5.48
0.5	24°48'	4.32	5.32	6.64	7.64	9.53	9.97	11.0
0.75	36°31'	10.4	12.8	16.0	18.4	23.0	24.0	26.4
1.2	50° 2'	16.4	20.2	25.3	29.1	36.2	37.9	41.7
1.4	52°37'	8.90	11.0	13.7	15.7	19.6	20.5	22.6
1.6	57° 2'	6.37	7.85	9.80	11.3	14.1	14.7	16.2
1.8	59°32'	5.10	6.28	7.83	9.01	11.2	11.8	12.9
2.0	61°35'	4.32	5.32	6.64	7.64	9.53	9.97	11.0
2.5	65°23'	3.27	4.03	5.03	5.78	7.21	7.54	8.30
3.0	67°57'	2.73	3.36	4.19	4.82	6.01	6.29	6.92
3.5	69°52'	2.39	2.94	3.68	4.23	5.27	5.51	6.07
4.0	71°19'	2.16	2.66	3.32	3.82	4.77	4.98	5.48

(ж) JOHNSON-LEONE, Böl.II, s.32.

EK II.3 Değişim Aralığı İçin Birikimli Toplam Kontrol Sınırlarını Oluşturmada Kullanılan Faktörler (x),

Örnek Hacmi N	N ≤ 10 için		N için ön koşul yoksa	
	c	v ₁	c'	v' ₁
3	1.378	1.93	0.233	7.27
4	1.302	2.95	0.188	10.95
5	1.268	3.83	0.160	14.49
6	1.237	4.69	0.142	17.86
7	1.207	5.50	0.128	21.08
8	1.184	6.26	0.118	24.11
9	1.164	6.99	0.110	27.01
10	1.146	7.69	0.103	29.82

(*) JOHNSON-LEONE, Böl. II, s. 34.

EK II.4 Ardışık Olasılık Oran Testleri Yardımıyla
Poisson Dağılımı Gösteren Değişkenlerin Ortalama-
lamasının Test Edilmesi

$$X_1, X_2, \dots, X_m, \text{ olasılık fonksiyonu } P(X) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

$X = 0, 1, 2, \dots$ olan poisson dağılmış bir kütleden çekilen m birimlik bir örnek olsun. İlgili hipotezler aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu = \mu_1 (> \mu_0)$$

Benzerlik oranı ise

$$\begin{aligned} \frac{I_{1m}}{I_{0m}} &= \sum_{i=1}^m \frac{P(X_i; H_1)}{P(X_i; H_0)} \\ &= \sum_{i=1}^m \frac{e^{-\mu_1} \mu_1^{X_i}}{X_i!} \cdot \frac{X_i!}{e^{-\mu_0} \mu_0^{X_i}} \\ &= \sum_{i=1}^m e^{-\mu_1 - \mu_0} \cdot \frac{\mu_1^{X_i}}{\mu_0^{X_i}} \\ &= \sum_{i=1}^m e^{-(\mu_1 - \mu_0)} \cdot \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right)^{X_i} \\ &= e^{-m(\mu_1 - \mu_0)} \cdot \prod_{i=1}^m \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right)^{X_i} \end{aligned}$$

olarak elde edilir. Ardışık olasılık oran testlerindeki

(III) nolu eşitsizlik yardımıyla teste devam bölgesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < e^{-m(\mu_1-\mu_0)} \prod_{i=1}^m \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right)^{\bar{X}_i} < \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

$$\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < \ln e^{-m(\mu_1-\mu_0)} \prod_{i=1}^m \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right)^{X_i} < \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

$$\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < \ln e^{-m(\mu_1-\mu_0)} + \ln \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right)^{\sum_{i=1}^m X_i} < \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

$$\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < -m(\mu_1-\mu_0) + \sum_{i=1}^m X_i \ln \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right) < \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

$$\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} + m(\mu_1-\mu_0) < \sum_{i=1}^m X_i \cdot \ln \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right) < \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0} + m(\mu_1-\mu_0)$$

$$\frac{\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} + m(\mu_1-\mu_0)}{\ln \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right)} < \sum_{i=1}^m X_i < \frac{\ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0} + m(\mu_1-\mu_0)}{\ln \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right)}$$

EK II.5 Kusur Sayısı İçin Birikimli Toplam Kontrol Sınırları (d değerleri) (x)

$M_1 - M_0$	$2\alpha_0 = 0.10$	$2\alpha_0 = 0.05$	$2\alpha_0 = 0.02$	$2\alpha_0 = 0.01$	$2\alpha_0 = 0.0027$	$2\alpha_0 = 0.002$	$2\alpha_0 = 0.001$
	$\alpha_0 = 0.05$	$\alpha_0 = 0.025$	$\alpha_0 = 0.01$	$\alpha_0 = 0.005$	$\alpha_0 = 0.00135$	$\alpha_0 = 0.001$	$\alpha_0 = 0.005$
0.5	6.00	7.38	9.21	10.6	13.2	13.8	15.2
1.0	3.00	3.69	4.61	5.30	6.61	6.91	7.60
1.5	2.00	2.46	3.07	3.53	4.40	4.61	5.07
2.0	1.50	1.84	2.30	2.65	3.30	3.45	3.80
2.5	1.20	1.48	1.84	2.12	2.64	2.76	3.04
3.0	1.00	1.23	1.54	1.77	2.20	2.30	2.53
3.5	0.86	1.05	1.32	1.51	1.89	1.97	2.03
4.0	0.75	0.92	1.15	1.32	1.65	1.73	1.90
4.5	0.68	0.82	1.02	1.18	1.47	1.53	1.69
5	0.60	0.74	0.92	1.06	1.32	1.38	1.52
6	0.50	0.61	0.77	0.88	1.10	1.15	1.27
7	0.43	0.53	0.66	0.76	0.94	0.99	1.09
8	0.37	0.46	0.58	0.66	0.83	0.86	0.95
9	0.33	0.41	0.51	0.59	0.73	0.77	0.84
10	0.30	0.37	0.46	0.53	0.66	0.69	0.76

(x) JOHNSON-LEONE, Böl. III, s. 23.

EK II.6 Kusur Sayısı İçin Birikimli Toplam Kontrol Sınırları (θ Değerleri) (x).

M_0	M_1									
	1	2	3	4	5	6	8	10	12	15
0.5	35°48'	47°15'	54°22'	59°17'	62°54'	65°41'	69°43'	72°30'	74°33'	76°48'
1.0	-	55°16'	61°13'	65°12'	68°5'	70°17'	73°27'	75°39'	77°14'	79°3'
1.5	-	60°5'	65°12'	68°35'	71°1'	72°53'	75°33'	77°25'	78°48'	80°19'
2.0	-	-	67°56'	70°53'	73°1'	74°39'	76°59'	78°38'	79°51'	81°11'
2.5	-	-	60°58'	72°36'	74°30'	75°57'	78°4'	79°32'	80°37'	81°51'
3.0	-	-	-	73°57'	75°40'	76°59'	78°54'	80°14'	81°15'	82°22'
3.5	-	-	-	75°3'	76°37'	77°50'	79°35'	80°50'	81°45'	82°47'
4.0	-	-	-	-	77°25'	78°32'	80°10'	81°19'	82°11'	83°9'
4.5	-	-	-	-	78°6'	79°9'	80°40'	81°45'	82°33'	83°28'
5	-	-	-	-	-	79°40'	81°6'	82°6'	82°52'	83°44'
6	-	-	-	-	-	-	81°49'	82°43'	83°25'	84°11'
7	-	-	-	-	-	-	82°24'	83°13'	83°51'	84°33'
8	-	-	-	-	-	-	-	83°38'	84°13'	84°52'
9	-	-	-	-	-	-	-	83°59'	84°31'	85°8'
10	-	-	-	-	-	-	-	-	84°47'	85°22'

(x) JOHNSON-LEONE, Böl.III,s.23.

EK II.7 Ardışık Olasılık Orantı Testleri Yardımıyla Binom Dağılımı Gösteren Değişkenlerin p Değerlerinin Test Edilmesi .

Binom dağılımı gösteren x tesadüfi değişkenlerinin olasılık fonksiyonu

$$p(x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x} \quad x=0,1,\dots,n$$

$$= 0 \quad \text{dd}$$

ve ilgili hipotezler

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p = p_1 (> p_0)$$

olmak üzere benzerlik oranı

$$\frac{l_{1m}}{l_{0m}} = \frac{\prod_{i=1}^m p(x;H_1)}{\prod_{i=1}^m p(x;H_0)}$$

$$= \frac{\prod_{i=1}^m C_n^{x_i} p_1^{x_i} (1-p_1)^{n-x_i}}{\prod_{i=1}^m C_n^{x_i} p_0^{x_i} (1-p_0)^{n-x_i}}$$

çalışmanın amaçları doğrultusunda n = 1 alınır

$$= \frac{\prod_{i=1}^m p_1^{x_i} (1-p_1)^{1-x_i}}{\prod_{i=1}^m p_0^{x_i} (1-p_0)^{1-x_i}}$$

olarak elde edilir. Buradan teste devam bölgesi

$$\frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} \ll \prod_{i=1}^m \frac{p_1^{x_i} (1-p_1)^{1-x_i}}{p_0^{x_i} (1-p_0)^{1-x_i}} < \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

$$\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < \ln \prod_{i=1}^m \left(\frac{p_1^{x_i} (1-p_1)^1 (1-p_1)^{-x_i}}{p_0^{x_i} (1-p_0)^1 (1-p_0)^{-x_i}} \right) < \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

$$\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < \ln \prod_{i=1}^m \left(\frac{(1-p_1)}{(1-p_0)} \frac{p_1^{x_i} (1-p_0)^{x_i}}{p_0^{x_i} (1-p_1)^{x_i}} \right) < \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

$$\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < \ln \prod_{i=1}^m \left(\frac{1-p_1}{1-p_0} \left(\frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)} \right)^{x_i} \right) < \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

$$\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < \ln \left[\left(\frac{1-p_1}{1-p_0} \right)^m \left(\frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)} \right)^{\sum_{i=1}^m x_i} \right] < \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

$$\ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} < m \ln \frac{1-p_1}{1-p_0} + \sum_{i=1}^m x_i \ln \frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)} < \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}$$

olarak elde edilir.

EK II.8 Kusurlu Sayısı İçin Birikimli Toplam Kontrol Sınırları (θ değerleri) (α)

1					2					
P_0	P_1				P_0	P_1				
	0.025	0.05	0.075	0.10		0.15	0.20	0.25	0.30	0.35
0.005	0.43'	1° 8'	1°30'	1°51'	0.10	7° 3'	8°16'	9°25'	10°33'	11°39'
0.01	0.56'	1°26'	1°52'	2°17'	0.12	7°40'	8°56'	10° 8'	11°18'	12°26'
0.015	1° 7'	1°40'	2° 9'	2°36'	0.14	8°15'	9°34'	11° 49'	12° 0'	13°10'
0.02	1°17'	1°53'	2°24'	2°53'	0.16	-	10°10'	11°27'	12°40'	13°52'
0.025	-	2° 4'	2°37'	3° 8'	0.18	-	10°45'	12° 3'	13°18'	14°31'
0.03	-	2°15'	2°49'	3°21'	0.20	-	-	12°39'	13°55'	15° 9'
0.035	-	2°25'	3° 1'	3°34'	0.25	-	-	-	15°21'	16°38'
0.04	-	2°34'	3°12'	3°46'						
0.045	-	2°43'	3°22'	3°58'						
0.05	-	-	3°32'	4° 8'						
0.06	-	-	3°51'	4°29'						
0.07	-	-	4° 9'	4°49'						
0.08	-	-	-	5° 8'						
0.09	-	-	-	5°25'						

(α) JOHNSON-LEONE, Böl.III, s.25.

EK II.9 Kusurlu Sayısı İçin Birikimli Toplam Kontrol Sınırları (d değerleri) (x).

P_0	P_1	$2\alpha_0=0.10$	$2\alpha_0=0.05$	$2\alpha_0=0.02$	$2\alpha_0=0.01$	$2\alpha_0=0.0027$	$2\alpha_0=0.002$	$2\alpha_0=0.001$
		$\alpha_0=0.05$	$\alpha_0=0.025$	$\alpha_0=0.01$	$\alpha_0=0.005$	$\alpha_0=0.00135$	$\alpha_0=0.001$	$\alpha_0=0.0005$
0.02	0.05	96.3	119	148	170	212	222	244
0.04	0.05	286	352	440	506	631	659	726
0.04	0.075	80.7	99.3	124	143	178	186	205
0.06	0.10	186	229	286	329	411	429	472
0.08	0.10	136	168	209	241	300	314	346
0.10	0.15	52.3	64.4	80.4	92.5	115	121	133
0.15	0.20	49.4	60.8	76.0	87.4	109	114	125
0.15	0.25	23.9	29.5	36.8	42.3	52.8	55.2	60.7
0.20	0.25	46.4	57.2	71.4	82.1	102	107	118
0.20	0.30	22.4	27.6	34.5	39.7	49.5	51.7	56.9
0.25	0.30	43.4	53.5	66.8	86.9	95.8	100	110
0.30	0.35	40.4	49.8	62.1	71.5	89.1	93.2	103

(x) JOHNSON-LEONE, Böl. III, s.25.

EK II.10 Ortalama İçin BTKGrafiklerinin Ölçeklendirilmesi
Halinde k Ölçek Faktörüne Bağlı Olarak d ve θ
Değerlerinin Belirlenmesi

Ardışık olasılık oran testleri kesiminde verilen ortalamaya ilişkin bir test uygulamasında daha önce sözü edilen (I) ve (II) koşullarını sağlayan eşitsizlikler de birikimli toplam değerleri k (k > 0) ölçek faktörü ile çarpıldığında

$$\frac{k}{\sigma} \sum_{i=1}^m (X_i - \mu_0) \leq \frac{1}{\delta} \ln \frac{\alpha_1}{1-\alpha_0} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \delta$$

$$\frac{k}{\sigma} \sum_{i=1}^m (X_i - \mu_0) \geq \frac{1}{\delta} \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \delta$$

olur. Eşitsizliklerin her iki tarafı k ile bölüldüğünde

$$\frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^m (X_i - \mu_0) \leq \frac{1}{k \delta} \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0} + \frac{1}{2k} \cdot m \cdot \delta$$

$$\frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^m (X_i - \mu_0) \geq \frac{1}{k \delta} \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0} + \frac{1}{2k} \cdot m \cdot \delta$$

elde edilir. Buradan da

$$d = \frac{-2}{\delta^2} \ln \alpha_0$$

$$\tan \theta = \frac{\frac{1}{k \delta} \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}}{\frac{+2}{\delta^2} \ln \frac{1-\alpha_1}{\alpha_0}} = \frac{1}{k \delta} \cdot \frac{\delta^2}{\delta^2} = \frac{\delta}{2k}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\delta}{2k} \right)$$

elde edilir.

EK:III. Ortalama İçin Oluşturulan Standart ve Birikimli Toplam Kontrol Grafiklerinde Ortalama Örnek Sayısı (ARL) Değerleri

δ	α_0						
	0.05	0.025	0.01	0.005	3 σ grafiği 0.00135	0.001	0.0005
0,5	7.9 24.0	13.9 29.5	20.5 36.8	52.7 42.4	161 52.9	205 55.3	380 60.8
0,75	5.4 10.6	8.8 13.1	17.4 16.4	29.5 18.8	81.8 23.5	104 24.6	181 27.0
1.0	3.8 6.0	5.9 7.4	10.5 9.2	17.4 10.6	44.0 13.2	54.6 13.8	90.9 15.2
1.25	2.9 3.8	4.0 4.7	7.1 5.9	10.8 6.8	25.0 8.5	30.4 8.8	48.4 9.7
2.0	2.4 2.7	3.1 3.3	4.9 4.1	7.1 4.7	7.1 5.9	17.9 6.1	27.3 6.8

Tabloda belirli α_0 ve δ değerlerine karşı gelen kutucuktaki üstteki rakam standart kontrol grafiği oluşturmak için alınması gereken ortalama örnek sayısını, alttaki rakam ise BTK grafiği için alınması gereken ortalama örnek sayısı değerini vermektedir.

* JOHNSON-LEONE, (Part I), p.18.