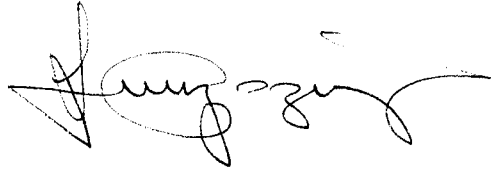


T. C.
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
MERKEZ KÜTÜPHANESİ

Mustafa Onur Koçoğlu'nun YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırladığı "Çeşitli Kemerlerin Hesap Metotları" başlıklı bu çalışma, jürimizce Lisansüstü Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

18./3./1987

Üye : Doç. Sacit OĞUZ



Üye : Doç. Ömer Rıza AKGÜN

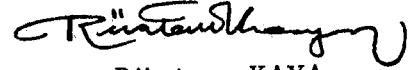


Üye : Doç. Gündüz ÖZİŞİK



✓

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 18.3.1987
gün ve143-8..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.



Rüstem KAYA
Enstitü Müdürü

ÇEŞİTLİ KEMERLERİN
HESAP METOTLARI

Mustafa Onur Koçoğlu

Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç. Sacit Oğuz

Mart-1987

T. C.
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
MÜHÜRÜ

ÖZET

Bir kemer yapının analizinde yüklerin kemer üzerine uygulanışı ve dağılımı bilinmelidir.

Kemer köprü yapılarında çok çeşitli kemerler mevcuttur.

Bunlar:

1. Üç mafsallı kemerler (izostatik),
2. İki mafsallı kemerler (1. derece hiperstatik),
3. Bir mafsallı kemerler (2. derece hiperstatik),
4. Ankastre kemerler dir.

Tezde, birinci bölümde genel kaideler ve mukavemet kuralları (teorileri) takdim edilmiştir.

İkinci kısımda grafik ve analitik metotlar izostatik sistemler için verilmiştir.

Diğer bölümlerde diğer kemerler için analitik metotlar verilmiştir. Tezin sonunda bir uygulama takdim edilmiştir.

SUMMARY

In general loads applied on arch structures and their distribution are known. There are many different types of arches are used in bridge constructions,

Those are:

1. Three hinged arches (statically determinate)
2. Two hinged arches (1. degree statically indeterminate)
3. One hinged arches (2. degree statically indeterminate)
4. Arches without hinges (3. degree statically indeterminate)

In the first part of this thesis, the theoretical background of arches from the point of structural analysis is presented.

The graphical and analytical methods of analysis of statically determinate three hinged arches were given in the second part of this study. the method of analysis of the other types of arches are given at the other parts of this thesis. At the end a representative example is added.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET.....	iv
SUMMARY.....	v
SİMGELER DİZİNİ.....	viii
 BÖLÜM 1.....	 1
GENEL BİLGİLER.....	1
1. Eksenel Tesir Eden Kuvvetlerden Meydana	
Gelen Gerilmeler.....	1
1.1. Kuvvet esas eksenlerin kesiştiği noktadan	
tesir ediyor.....	1
1.2. Kuvvet esas eksenlerin biri üzerinde	
tesir ediyor.....	1
1.3. Kuvvet herhangi bir yerden tesir ediyor.....	1
1.4. Sonuçlar.....	4
1.5.1. Dikdörtgen kesitte çekirdek noktaları.....	4
1.5.2. Kesit kenar gerilmelerini çekirdek nokta-	
larına göre moment almak yoluyla	
tayin etmek.....	5
1.5.3. Eksantrik tesir eden N kuvvetinin A	
tatbik noktası kesitte gelişşi güzel	
bir yerdedir.....	6
1.5.4. Çekirdek noktalarına göre alınan momentler.	8
1.7. Maksimum Basınç Gerilmelerinin Eşit Hale	
Getirilmesi.....	10
BÖLÜM 2.....	12
2. İZOSTATİK KEMERLER.....	12
2.2. Kargir ve Beton Köprüler.....	17
2.2.1. Kemerlerin boyutlandırılması.....	17
2.2.2. Kemerlerin stabilitesi.....	18
2.2.3. Mery Epürü.....	19
2.3. Üç Mafsallı Kemer Köprüler.....	20

	<u>Sayfa</u>
BÖLÜM 3	30
3. HİPERSTATİK KEMER SİSTEMLERİ.....	30
3.1. İki Mafsallı Dolu Kemerler.....	30
3.1.1. Eksen eğrisi 2 ^o . parabol olduğu zaman.....	30
3.1.2. İzostatik esas sistemin ve bilinmeyenlerin seçimi.....	31
3.1.3. Süreklilik denklemi.....	32
3.1.4. Yüklerin düşey olması halinde.....	33
3.1.5. Kemerin eksen eğrisinin seçilmesi.....	34
3.2. ANKASTRE KEMERLER.....	36
3.2.1. Simetrik olmayan ankastre kemerler.....	37
BÖLÜM 4.....	48
4. FİNİKÜLER EĞRİ.....	48
4.1. Açıklamalar.....	48
4.2. Kullanılacak bağıntılar ve hesapta izlenen yol	49
4.3. Sabit yük hali.....	49
4.4. Yükün 2 ^o . parabol olması hali.....	50
4.5. g üniform yayılı yük etkisinde finiküler eğrinin denklemi.....	51
4.6. Lineer değişkenli yayılı yük etkisinde finiküler eğrinin denklemi.....	52
4.7. 2 ^o parabol yayılı yük etkisinde finiküler eğrinin denklemi.....	54
4.8. Üniform yayılı yük ve tekil kuvvet etkisindeki kemerde finiküler eğrinin denklemi.....	55
BÖLÜM 5.....	57
5.1. Verilenler.....	57
5.2. İstenenler.....	57
5.3. Çözüm.....	58
SONUÇ.....	63
KAYNAKLAR DİZİNİ.....	64

SİMGELER DİZİNİ

BÖLÜM 1

F	Alan
N	Normal kuvvet
σ	Gerilme
e_x	Kuvvetin etkidiği noktanın X eksenine mesafesi
e_y	Kuvvetin etkidiği noktanın Y eksenine mesafesi
M_y	Normal kuvvetin Y eksenine göre momenti
I_y	Y eksenine göre atalet momenti
i_y	Y eksenine göre atalet yarıçapı
σ_s	Ağırlık merkezindeki gerilme
n	Gerilmelerin sıfır olduğu doğrunun X eksenini kestiği noktanın apsisi
k_1, k_2	X ekseninde çekirdek noktaları sınırı
k_o, k_u	X ekseninde çekirdek noktaları sınırı
m	Gerilmelerin sıfır olduğu doğrunun Y eksenini kestiği noktanın ordinatı
c	Normal kuvvetin etkidiği noktanın kesit eksenine mesafesi
y_o	Normal kuvvetin üst çekirdek noktasına mesafesi
y_u	Normal kuvvetin alt çekirdek noktasına mesafesi
M_{ku}	Alt çekirdek noktasına göre moment
M_{ko}	Üst çekirdek noktasına göre moment
W_o	Üst çekirdek noktasına göre mukavemet momenti
W_u	Alt çekirdek noktasına göre mukavemet momenti
Δy	Finiküler eğri ile eksen eğrisi arasındaki mesafe
H_{go}	Finiküler eğri durumuna göre yatay kuvvet
H_g	Eksen eğrisi durumuna göre yatay kuvvet
V	Düşey mesnet reaksiyonu
N_{go}	Finiküler eğri üzerinde normal kuvvet
N_g	Eksen eğrisi üzerinde normal kuvvet
M_D	Finiküler eğri üzerinde D kesitine göre moment
$\mathcal{M}_D$	Finiküler eğriye göre Dkesitinin solundaki kuvvetlerden dolayı D de oluşan moment
M'_D	Eksen eğrisi üzerinde D' kesitine göre y den oluşan moment

BÖLÜM 2

H	Yatay mesnet reaksiyonları
A,B	Düşey mesnet reaksiyonları
m_G	G kesitinin solunda kalan kuvvetlerin G ye göre momenti
m_D	D kesitinin solunda kalan kuvvetlerin D ye göre momenti
n	Finiküler eğri ile eksen eğrisi arasındaki mesafe
α	Kemerin basıklık oranı
e_o	Anahtardaki kalınlık
μ	Şekil katsayısı
α	Yük katsayısı
e_1	Üzengideki kalınlık
λ	e_o ile e_1 arasındaki oran katsayısı
t	(+,-) sıcaklık
ρ	Rötre
Δl	Boy değişimi
M	Basit kirişte moment alanı
H _{go}	Yeni durumdaki yatay kuvvet
ΔH_g	Yatay kuvvet artışı
M'	Deforme olmuş sistemde moment
H _g	Eski durumdaki yatay kuvvet
f	Kemerin oku
Δf	Kemerin okundaki değişme
N'	Deforme olmuş sistemde normal kuvvet
V'	Deforme olmuş sistemde düşey mesnet reaksiyonu
H'	Deforme olmuş sistemde yatay mesnet reaksiyonu
u	Yatay deplasman
v	Düşey deplasman
ω	Dönme
α	Basıklık oranı

BÖLÜM 3

Z	Basit kirişte meydana gelen kesme kuvveti
M	Basit kirişte meydana gelen eğilme momenti
X _o	Elastik merkezin Y eksenine mesafesi
Y _o	Elastik merkezin X eksenine mesafesi
X _a ,X _b ,X _c	Seçilen yatay, düşey, moment bilinmeyenleri
k	Atalet momenti değişken kesitlerde bir katsayı
$\frac{x}{a}$	x/a oranı
E	Elastisite modülü

BÖLÜM 4

$g(x)$	Yük ifadesi
y''	y nin x e göre türevi
C_1, C_2	İntegral sabitleri
H	Yatay mesnet reaksiyonları
Y	Finiküler eğrinin denklemi
V	Düşey mesnet reaksiyonları
$\ddot{y}$	y e göre ikinci türev
$\dot{y}$	y e göre birinci türev

BÖLÜM 1

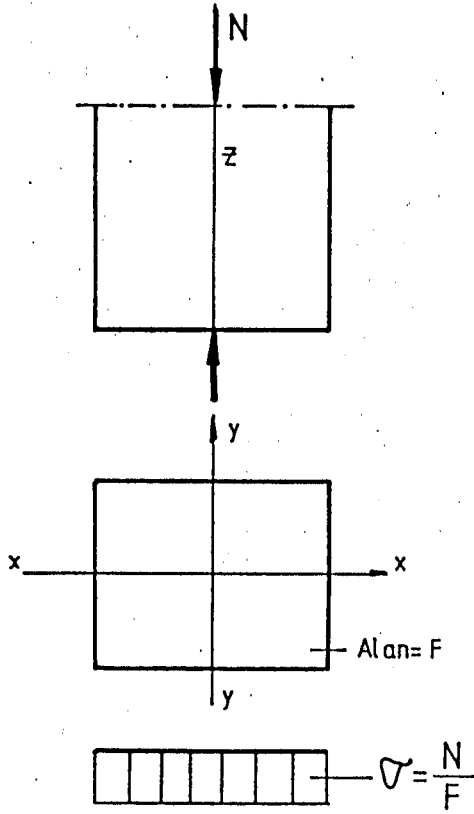
GENEL BİLGİLER

1- EKSANTRİK TESİR EDEN KUVVETLERDEN MEYDANA GELEN GERİLMELER :

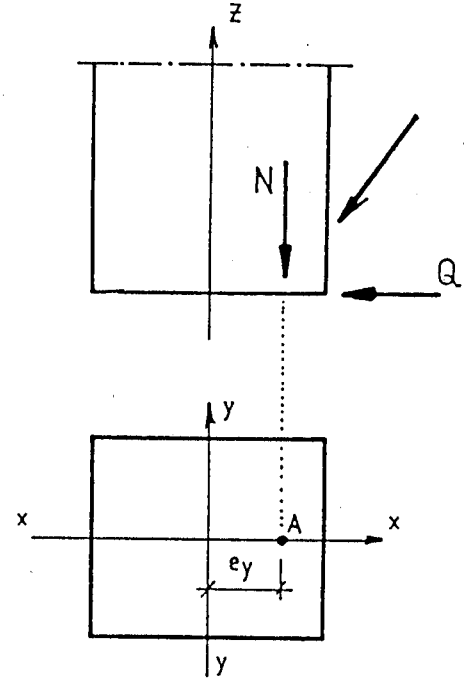
Normal kuvvetin eksen dışında tesir ettiği bütün durumlar için eksantrisite sözkonusudur.

1-1 Kuvvet esas eksenlerin kesiştiği noktadan tesir ediyor.(Şekil 1-1)

1-2 Kuvvet esas eksenlerden biri üzerinde tesir ediyor.(Şekil 1-2)

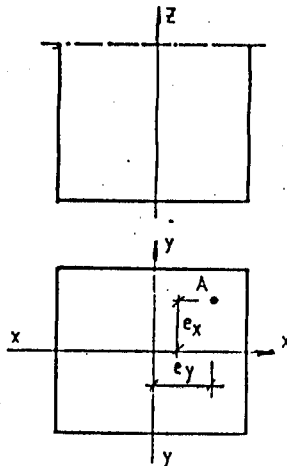


Şekil 1-1

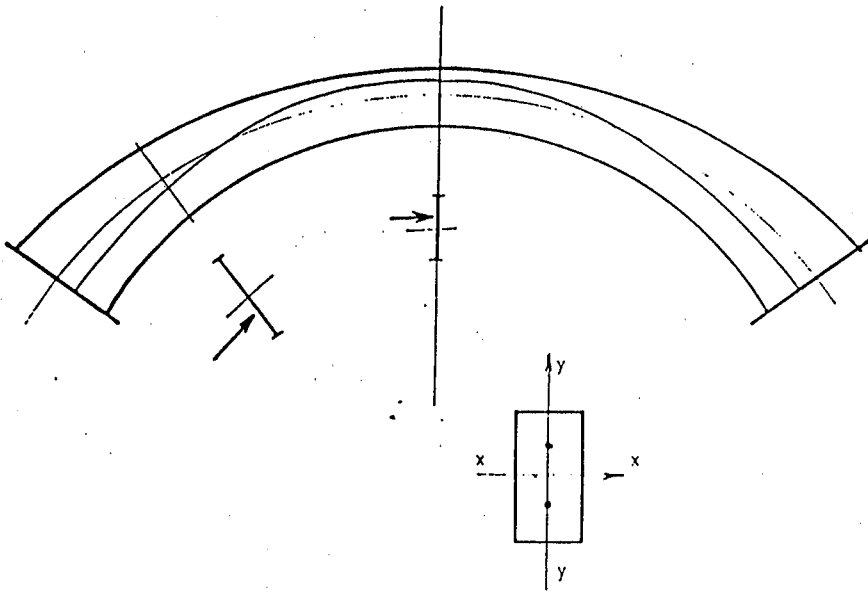


Şekil 1-2

1-3 Kuvvet herhangi bir yerden tesir ediyor.(Şekil 1-3)



Şekil 1-3



Şekil 1-2-a

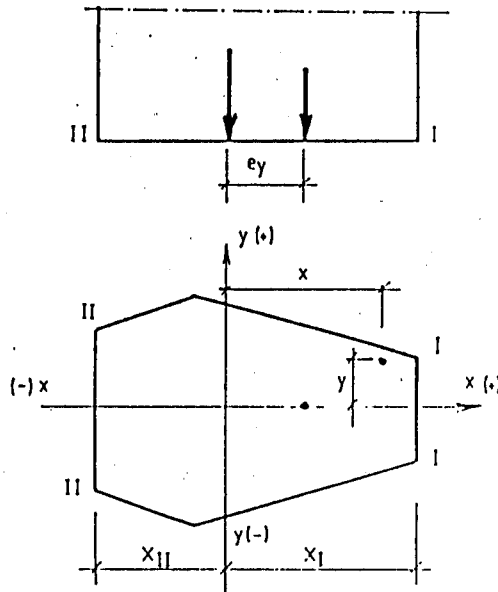
1.2.1-N Kuvvetinin x-x eksenine üzerine tesir etmesi durumu; (Şekil 1-2-a)

- a)-Kesit boyutları büyüktür. Burkulma tesiri söz konusu değildir,
- b)-Kesit basınç ve çekme gerilmelerini karşılayacak bir malzemeden yapılmıştır.

1.2.2-X-X eksenine kesitin simetri eksenine olduğunu kabul ediyoruz. (Şekil 1-2-b)

- a)-Normal kuvvet tesiri (Eksenel),
- b)-Normal kuvvetten oluşan moment tesiri

$$M_y = N x_{ey}$$



Şekil 1-2-b

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_y}{I_y} \cdot x = \frac{N}{F} + \frac{N \cdot e_y}{I_y} \cdot x$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{F}} \rightarrow (i_y)^2 = \frac{I_y}{F} \rightarrow I_y = (i_y)^2 \cdot F$$

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{N \cdot e_y}{I_y} \cdot x = \frac{N}{F} + \frac{N \cdot e_y}{F \cdot (i_y)^2} \cdot x$$

$$\sigma = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e_y}{(i_y)^2} \cdot x \right) \quad (1.1)$$

Burada brimler:

$$\sigma - \text{t/m}^2$$

$$N - \text{ton}$$

$$x - \text{m}$$

$$I - \text{m}^4$$

$$(i_y)^2 - \text{m}^2 \text{ boyutundadır.}$$

1.2.3- Kenar gerilmeler :

$$\sigma_I = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e_y}{i_y^2} \cdot x_I \right)$$

$$\sigma_{II} = \frac{N}{F} \left(1 - \frac{e_y}{i_y^2} \cdot x_{II} \right)$$

1.2.4- Kesitin ağırlık merkezine tesir eden gerilmeler;

$$\sigma_s = \frac{N}{F} \quad x=0$$

Gerilmelerin sıfır olduğu doğrunun yerinin tayini;

(0-0) doğrusu y eksenine paraleldir. Bu doğrunun x eksenini kesmiş olduğu noktanın apsisini (η) ile gösterelim.

(0-0) doğrusunun denklemi:

$$\sigma = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e_y}{(i_y)^2} \cdot x \right) = 0 \text{ denkleminde elde edilir.}$$

$$\frac{N}{F} \neq 0 \text{ olduğundan,}$$

$$1 + \frac{e_y}{i_y^2} \cdot x = 0, \quad x = \eta$$

$$1 + \frac{e}{i_y^2} \cdot \eta = 0 \rightarrow \frac{e_y}{i_y^2} \cdot \eta = -1$$

$$\eta = -\frac{i_y^2}{e_y}$$

(1.2)

1.4-Sonuçlar:

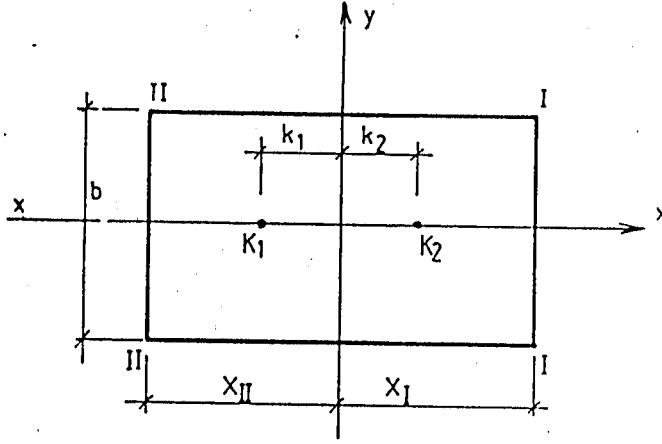
1.4.a- $(-e_y \cdot \eta = i_y^2)$ bağıntısına göre e_y eksantrikliği ve η apsisi ters işaretli olmalıdırlar. 0 halde kuvvet tatbik noktası ile (0-0) çizgisi y ekseninin ayrı iki tarafında bulunurlar.

1.4.b- e_y ile η in çarpımı i_y^2 ye eşittir. Buna göre biri büyürse diğeri küçülür.

Mesela $e_y=0$ ise $\eta \rightarrow \infty$ (eksenel tesir halinde) gerilmeler kesit içinde eşit dağılır.

$e_y \rightarrow \infty \rightarrow \eta=0$ olur. (Bu durum sıfır çizgisinin y ağırlık eksenine intibak etmesidir. Kesite sadece bir momentin tesir etmesi haline karşı gelir. Yani $N=0$ halidir.

1.5.1 Dikdörtgen kesitte çekirdek noktaları (Şekil 1.5.1)



Şekil 1.5.1

$$i_y^2 = -e_y \cdot n$$

$$e_y = x_1, n = k_1$$

$$i_y^2 = -x_1 \cdot k_1 \rightarrow k_1 = -\frac{i_y^2}{x_1}$$

$$x_1 = \frac{d}{2}$$

$$I_y = \frac{b \cdot d^3}{12}, F = b \cdot d$$

$$i_y = \frac{I_y}{F} = \frac{b \cdot d^3}{12 \cdot b \cdot d} = \frac{d^2}{12}$$

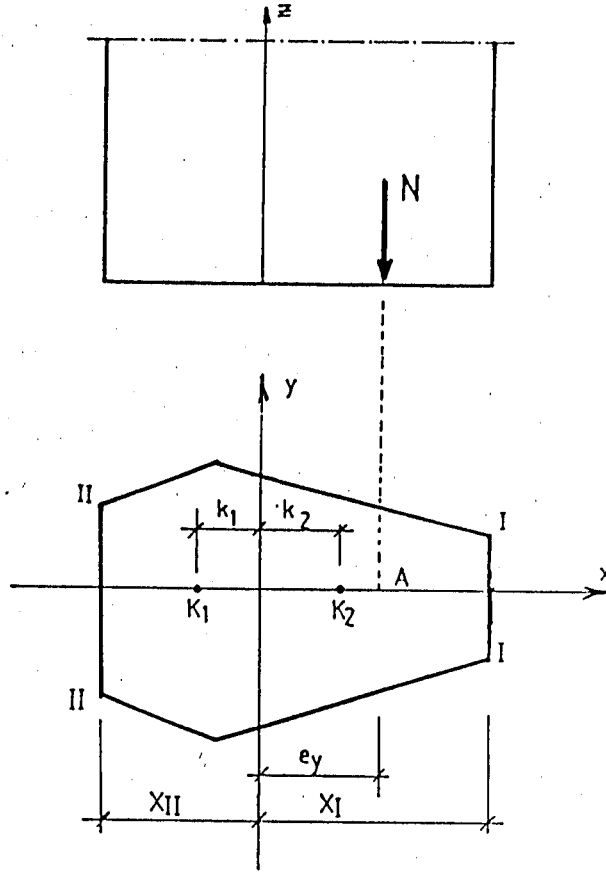
$$k_1 = -\frac{d^2 \cdot 2}{12 \cdot d}$$

$$k_1 = -\frac{d}{6}$$

(1.3)

Buna göre kesitin çekirdek noktaları arasında kalan alanın dışına basınç çizgisi çıkmıyorsa kesitte çekme gerilmesi yoktur. Eğer basınç çizgisi çekirdek noktaları sınırının dışına çıkıyorsa kesitte çekme gerilmesi vardır.

1.5.2- Kesit kenar gerilmelerini çekirdek noktalarına göre moment almak yoluyla tayin etmek.(Şekil 1.5.2)



Şekil 1.5.2

$$\sigma_I = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e_y \cdot x_I}{i_y^2} \right)$$

$$i_y^2 = x_I \cdot k_1$$

$$F \cdot k_1 = \frac{F \cdot i_y^2}{x_I} = \frac{I_x}{x_I} = W_I$$

$$\sigma_I = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e_y}{k_1} \right) = \frac{N}{F} \left(\frac{k_1 + e_y}{k_1} \right)$$

$$\sigma_{II} = \frac{N}{F} \left(1 - \frac{e_y}{k_2} \right) = \frac{N}{F} \left(\frac{k_2 - e_y}{k_2} \right)$$

$$i_y^2 = x_{II} \cdot k_2$$

$$\sigma_I = \frac{M k_I}{W_I}$$

(1-4)

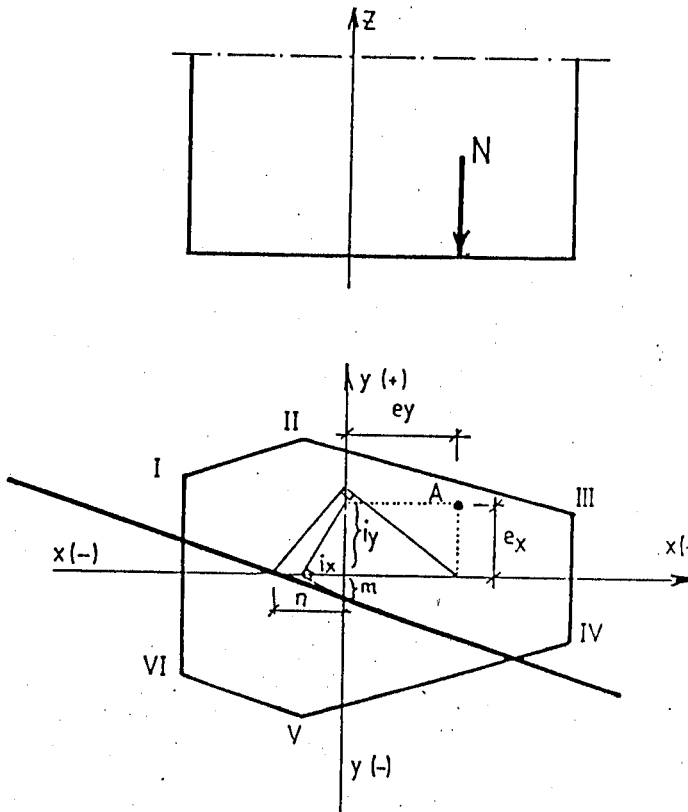
$$F \cdot k_2 = F \cdot \frac{i_y^2}{x_{II}} = - \frac{I_y}{x_{II}} = W_{II}$$

$$\sigma_{II} = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e_y}{k_2} \right) = - \frac{N}{F} \cdot \frac{e_y - k_2}{k_2} \rightarrow \boxed{\sigma_{II} = - \frac{M k_{II}}{W_{II}}} \quad (1.5)$$

$$\sigma_I = \frac{N}{F} \left(\frac{k_1 + e_y}{k_1} \right) \quad \boxed{\sigma_I = \sigma_s \cdot \frac{k_1 + e_y}{k_1}} \quad (1.7)$$

$$\sigma_{II} = - \frac{N}{F} \left(\frac{e_y - k_2}{k_2} \right) \quad \boxed{\sigma_{II} = - \sigma_s \cdot \frac{e_y - k_2}{k_2}} \quad (1.8)$$

1.5.3- Eksantrik tesir eden N kuvvetinin A tatbik noktası kesitte geliş güzel biryerdedir. (Şekil 1.5.3.)



Şekil 1.5.3

Tesirler :

a)-eksenel tesir eden N normal kuvveti,

b)-y-y ağırlık eksenine göre, $M_y = N \cdot e_y$

c)-x-x ağırlık eksenine göre, $M_x = N \cdot e_x$

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_y}{I_y} \cdot x + \frac{M_x}{I_x} \cdot y$$

$$i_y^2 = -e \cdot n$$

$$M_y = N \cdot e_y, \quad M_x = N \cdot e_x, \quad I_y = F \cdot i_y^2, \quad I_x = F \cdot i_x^2$$

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{N \cdot e_y}{F \cdot i_y^2} \cdot x + \frac{N \cdot e_x}{F \cdot i_x^2} \cdot y$$

$$\sigma = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e_y}{i_y^2} \cdot x + \frac{e_x}{i_x^2} \cdot y \right)$$

Gerilmelerin sıfır olduğu doğrunun (0-0 doğrusu) denklemi.

$$\sigma = 0 = \frac{N}{F} \left(1 + \frac{e_y}{i_y^2} x + \frac{e_x}{i_x^2} y \right) \quad \frac{N}{F} \neq 0 \text{ olduğundan}$$

$$1 + \frac{e_y}{i_y^2} x + \frac{e_x}{i_x^2} y = 0 \quad (1.9)$$

Bu doğrunun x eksenini kestiği noktanın apsisini n ile gösterelim. Bunu bulmak için doğru denkleminde $y=0$ koyarsak,

$$\frac{e_y}{i_y^2} \cdot x = -1 \quad \boxed{n = -\frac{i_y^2}{e_y}} \quad (1.10)$$

(0-0) doğrusunun y ağırlık eksenini kesmiş olduğu noktayı bulalım.

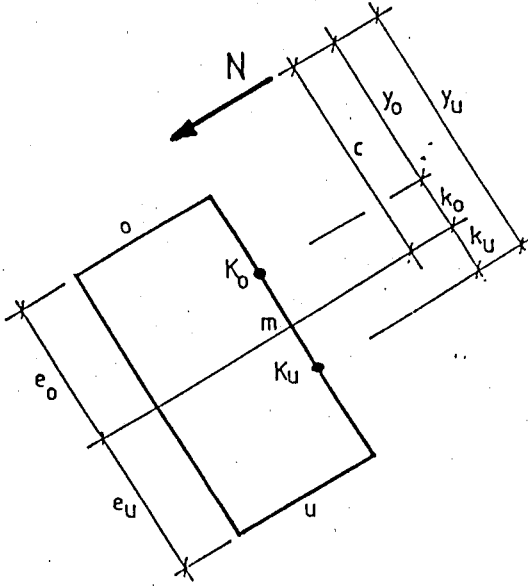
Bu noktanın ordinatını m ile gösterelim. Doğru denkleminde $x=0$ koyarsak,

$$-\frac{e_x}{i_x^2} y = -1 \quad \boxed{m = -\frac{i_x^2}{e_x}} \quad (1.11)$$

1.5.4- Çekirdek noktalarına göre alınan momentler,

basınç (+)

Çekme (-)



Şekil 1.5

$$\sigma_o = \frac{N}{F} + \frac{N \cdot c}{I} \cdot e_o$$

$$\sigma_u = \frac{N}{F} - \frac{N \cdot c}{I} \cdot e_u$$

$$c + k_u = y_u, \quad Mk_u = N \cdot y_u, \quad k_u = I/F \cdot e_o$$

$$\sigma_o = \frac{N \cdot e_o}{I} \left(c + \frac{I}{F \cdot e_o} \right) = \frac{N \cdot y_u}{I} \cdot e_o$$

$$\sigma_o = \frac{Mk_u}{I} \cdot e_o, \quad W_o = \frac{I}{e_o}$$

$$\sigma_o = \frac{Mk_u}{W_o}$$

(1.12)

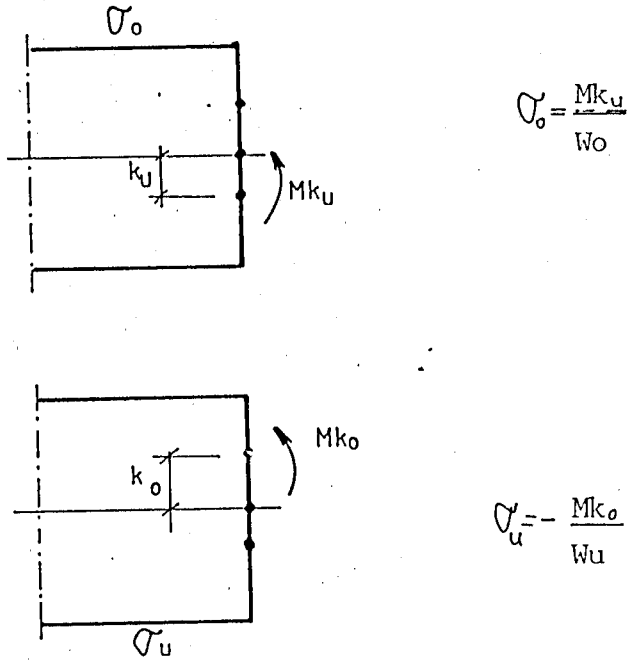
✓ Kenar gerilmesi doğrudan doğruya çekirdek noktalarına bağlıdır.

$$\sigma_u = - \frac{N \cdot e_u}{I} \left(c - \frac{I}{F \cdot e_u} \right) = - \frac{N \cdot y_o}{I} \cdot e_u$$

$$Mk_o = N \cdot y_o, \quad W_u = I/e_u, \quad k_o = I/F \cdot e_u,$$

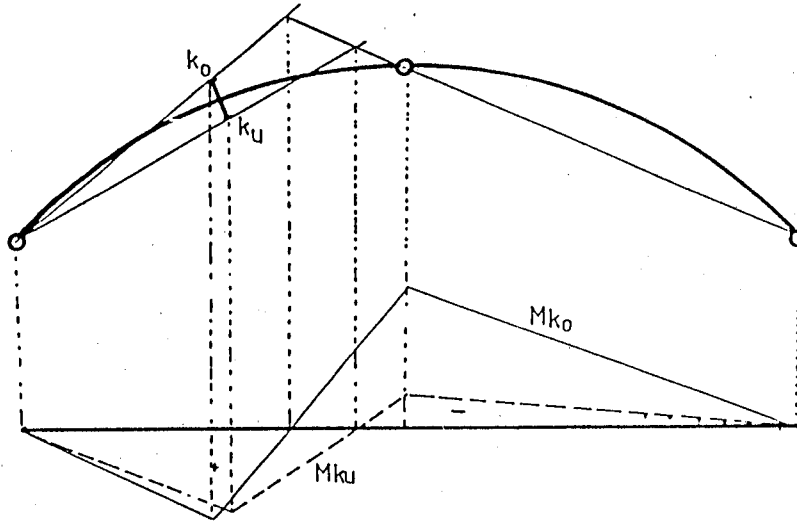
$$\sigma_u = - \frac{Mk_o}{W_u}$$

(1.13)



Şekil 1.5.b

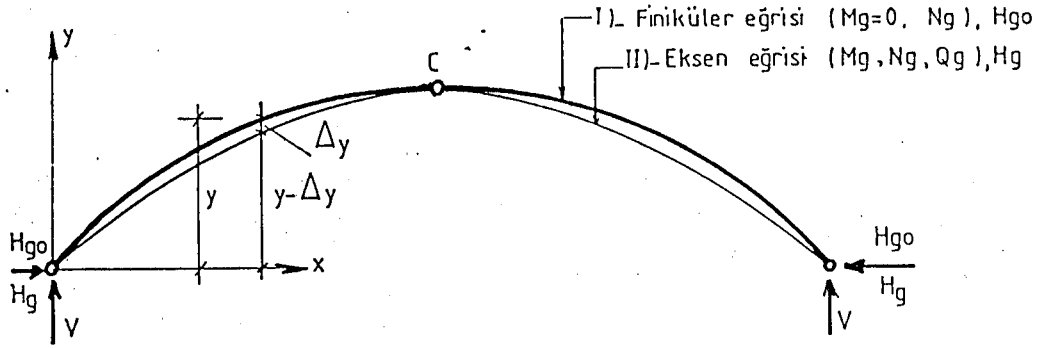
1.6- Moment tesir çizgileri ağırlık merkezleri için değil çekirdek merkezlerine göre moment tesir çizgileri gerekir. (Şekil 1.6)



Şekil 1.6

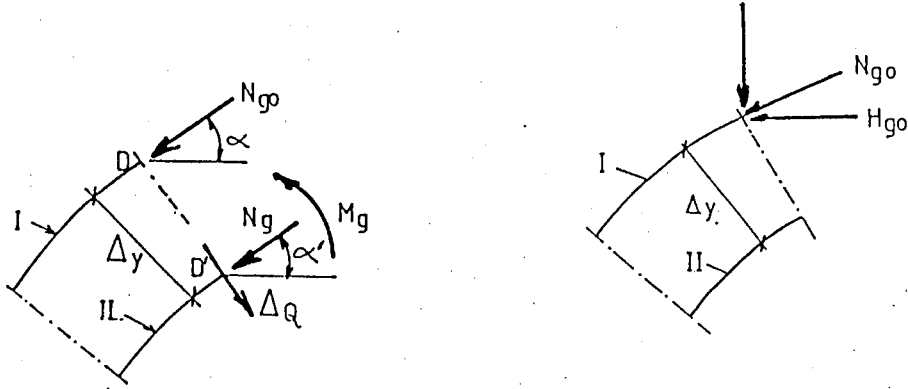
1.7- Maksimum basınç gerilmelerinin eşit hale getirilmesi :

Kalınlık değiştirilmeden (y) değiştirilerek maksimum basınç gerilmeleri eşit hale getirilir. (Şekil 1.7)



Şekil 1.7

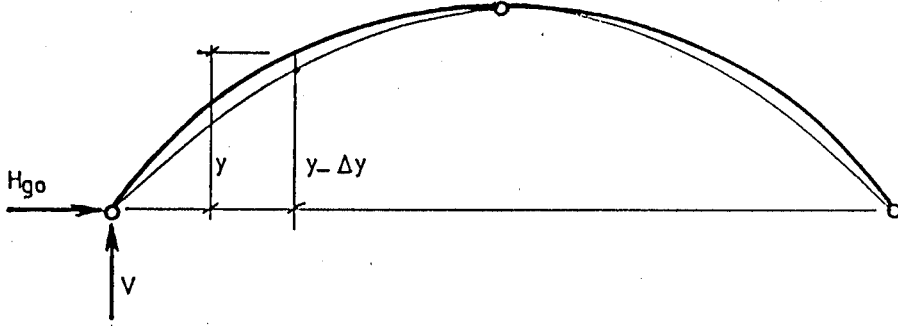
$$\begin{array}{ll}
 \text{I)}- & M_c = 0 = \mathcal{M}_c - H_{g_0} \cdot f = 0 \quad \longrightarrow \quad H_{g_0} = \mathcal{M}_c / f \\
 \text{II)}- & M_c = 0 = \mathcal{M}_c - H_g \cdot f = 0 \quad \longrightarrow \quad H_g = \mathcal{M}_c / f
 \end{array}
 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{I)}- \\ \text{II)}- \end{array}} \right\} \quad H_g = H_{g_0}$$



Şekil 1.8

$$\begin{array}{ll}
 \text{I)}- & M_D = 0 = \mathcal{M}_D - H_{g_0} \cdot y \\
 \text{II)}- & M'_D = \mathcal{M}_D - H_{g_0} \cdot (y - \Delta y) = \mathcal{M}_D - H_{g_0} \cdot y + H_{g_0} \cdot \Delta y \\
 & M'_D = H_{g_0} \cdot \Delta y \quad , \quad \alpha \cong \alpha' \quad , \quad N_g = N_{g_0}
 \end{array}$$

Finiküler eğrisinden Δy kadar aşağı ve yukarı gidildiğinde meydana gelen moment $2.Hg_o . \Delta y$ dir.



Şekil 1.9

1.7.1- Basınç gerilmeleri,

$$\max \sigma_o = \underbrace{\frac{Ng_o}{F} + \frac{Hg_o \cdot \Delta y}{W}}_{\sigma_o(q)} + \frac{\max M_{ku}}{W}$$

$$\max \sigma_u = \underbrace{\frac{Ng_o}{F} - \frac{Hg_o \cdot \Delta y}{W}}_{\sigma_u(q)} + \frac{|\min M_{ko}|}{W}$$

$\max \sigma_o = \max \sigma_u$ Olmasını istiyoruz.

$$\frac{Ng_o}{F} + \frac{Hg_o \cdot \Delta y}{W} + \frac{\max M_{ku}}{W} = \frac{Ng_o}{F} - \frac{Hg_o \cdot \Delta y}{W} + \frac{|\min M_{ko}|}{W}$$

$$2.Hg_o \cdot \Delta y = |\min M_{ko}| - \max M_{ku}$$

$$\downarrow \Delta y = \frac{|\min M_{ko}| - \max M_{ku}}{2Hg_o}$$

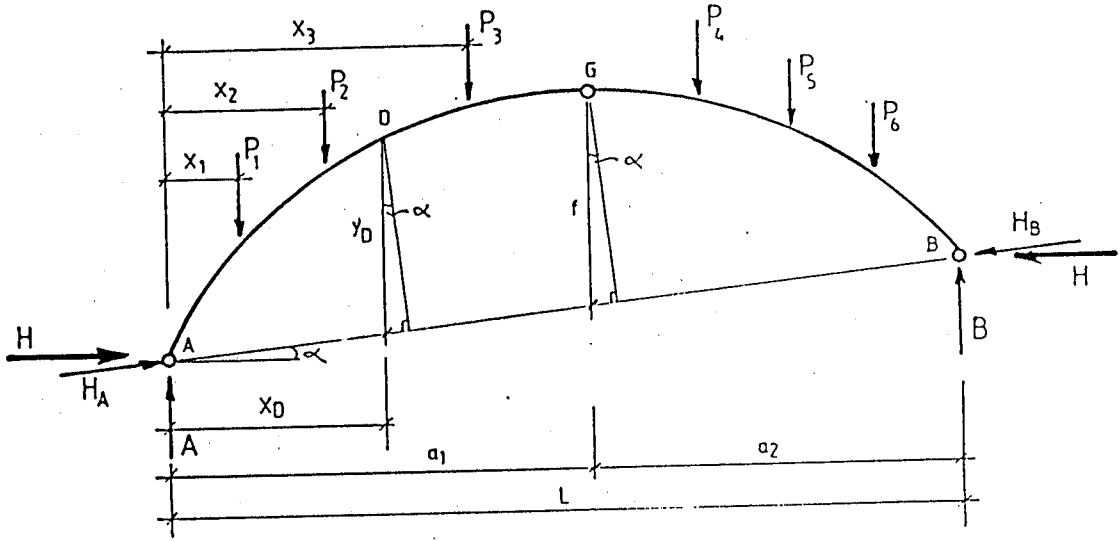
(1.14)

BÖLÜM 2

İZOSTATİK KEMERLER

2.1.1- Hiperstatik kemerlerde bilmeyenlerin çözebilmek için izostatik duruma getirirken en uygun mafsıl yeri kemerin tepesinde tertip edilmesidir.

2.1.2- İzostatik kemerlerde basınç eğrisi ile kemer ekseninin çakışması en uygun durumdur. (Şekil 2.2.a.) Hareketli yüklerin etkisindeki kemerde bulunan çekme gerilmeleri aynı noktalardaki zati ağırlıktan dolayı oluşan basınç gerilmelerinden mutlak değerce büyük olmadıkça, sabit ve hareketli yüklerden doğan basınç gerilmeleri toplamı emniyet gerilmesini aşmadıkça kemer durumu uygundur.



Şekil 2.1

$$\sum M_B = 0, \quad A = \frac{P_1 \cdot (L - x_1) + P_2 \cdot (L - x_2) + \dots}{L} = \frac{1}{L} \sum P \cdot (L - x)$$

$$\sum M_A = 0, \quad B = \frac{1}{L} \sum P \cdot x$$

Anahtarın sol kısmında (G'nin sol kısmında),

$$\sum M_G = 0, \quad M_G = A \cdot a_1 - P_1 \cdot (a_1 - x_1) - P_2 \cdot (a_1 - x_2) - P_3 \cdot (a_1 - x_3) - A \cdot f \cdot \cos \alpha = 0$$

$$H_A = \frac{A \cdot a_1 - \sum_{x=0}^{a_1} P \cdot (a_1 - x)}{f \cdot \cos \alpha}$$

$$V_A \cdot a_1 - \sum_{x=0}^{a_1} P \cdot (a_1 - x) = m_G \quad \text{dersek,}$$

$$H_A = \frac{m \cdot G}{f \cdot \cos \alpha} \text{ olur,}$$

$H = H_A \cdot \cos \alpha$ olduğundan

$$H = \frac{m \cdot G}{f} \text{ bulunur.}$$

(2.1.)

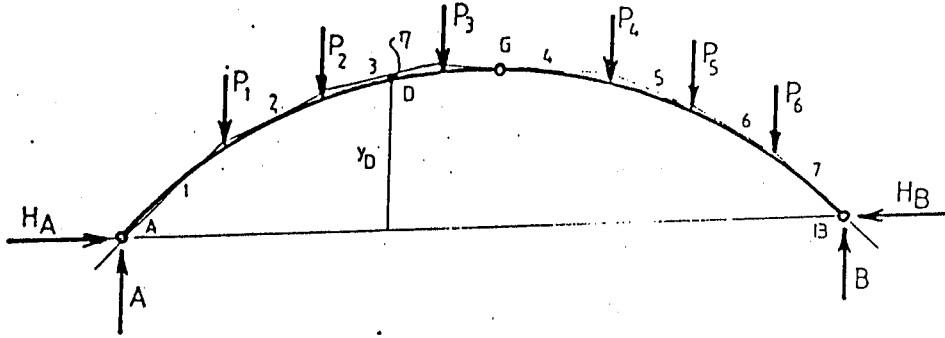
2.1.2.a- D kesitine tesir eden moment ;

$$M_D = A \cdot x_D - P_1 \cdot (x_D - x_1) - P_2 \cdot (x_D - x_2) - H_A \cdot Y_D \cdot \cos \alpha$$

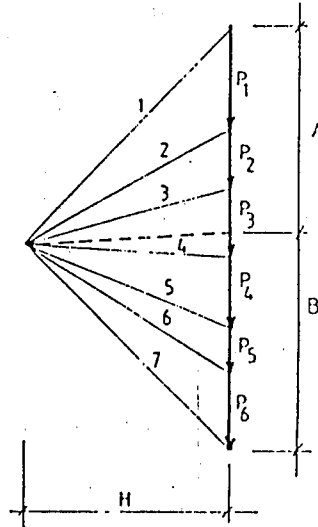
$$m_D = A \cdot x_D - P_1 \cdot (x_D - x_1) - P_2 \cdot (x_D - x_2)$$

$$H_A \cdot \cos \alpha = H$$

$$M_D = m_D - H \cdot Y_D$$



Şekil 2.2.a



Şekil 2.2.b

Yatay ve düşey mesnet reaksiyonları bulunduktan sonra mevcut kuvvetler yardımı ile çizilen şekil 2.2.b diyagramından yararlanılarak kemer üzerinden basınç çizgisi çizilir. M_D momentini bulmak istersek D kesitinin solunda kalan kuvvetlerin bileşkesinin D ye göre momentin alınarak bulunur.

M_D Momentini bulmak için 3 nolu bileşke kuvvetini bileşkelerini ayırıp moment alırsak düşey bileşen D den geçtiği için momenti sıfırdır. Sadece yatay bileşenin etkisi söz konusudur. Buna göre,

$$\boxed{M_D = H \cdot \eta} \quad \text{bulunur.} \quad (2.2)$$

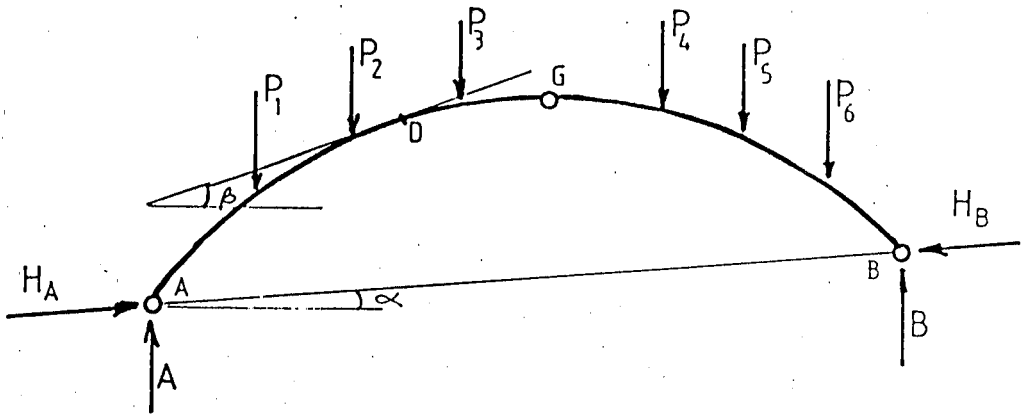
D kesitinde momentin sıfır olması için basınç eğrisinin (finiküler eğri) D kesitinin ağırlık eksenini ile yani kemer eksen eğrisi ile çakışması gerekir. Bu çakışma bütün noktalar için geçerli ise,

$$M_D = m_D - H \cdot Y_D = 0 \quad \boxed{Y_D = \frac{m_D}{H}} \quad \text{bulunur.} \quad (2.3.)$$

Y_D değerleri m_D/H değerlerine eşit alınan kemerde her kesitte moment sıfıra eşit olur. Bu şekilde eksen eğrisi seçilen kemerde yalnız hareketli yükler moment meydana getirir,

2.1.2.b- D kesitine tesir eden N_D ve Q_D kuvvetleri,

Kesitin soldaki kuvvetleri A ve $q_D = V_A, P_1, P_2$ ile gösterelim.



Şekil 2.2.c

$$N_D = H_A \cdot \cos(\beta - \alpha) + q_D \cdot \sin \beta$$

$$Q_D = q_D \cdot \cos \beta - H_A \cdot \sin(\beta - \alpha)$$

$$H_A / H = \cos \alpha \text{ olduğundan}$$

$$N_D = H \cdot \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\cos \alpha} + q_D \cdot \sin \beta$$

$$Q_D = q_D \cdot \cos \beta - H \cdot \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\cos \alpha} \text{ bulunur.}$$

2.1.3.- İşaret kuralı

a) - D deki teğet sağa doğru yükseliyorsa (+)

b) - Özengi mafsallarını birleştiren doğru sağa doğru yükseliyorsa (+)

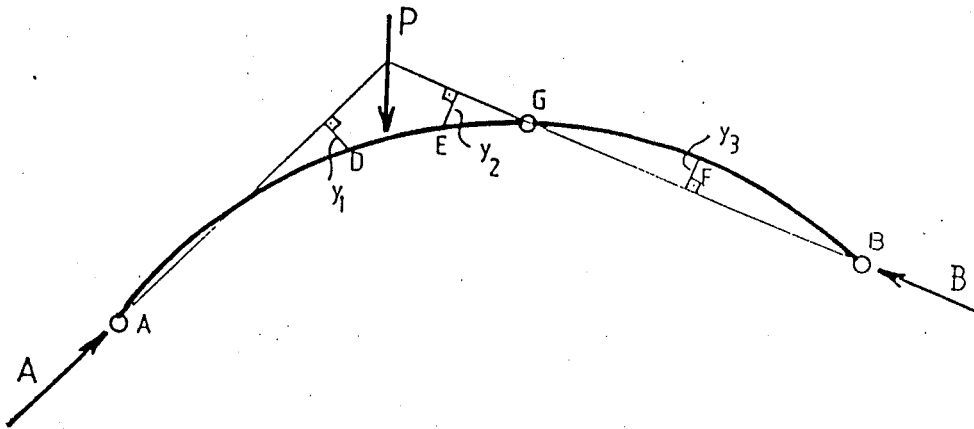
2.1.4.- A ve B mesnetleri aynı yükseklikte ise yani,

$\alpha = 0$ olacağından $H_A = H$ olur. Buradan

$$N_D = H \cdot \cos \beta + q_D \cdot \sin \beta$$

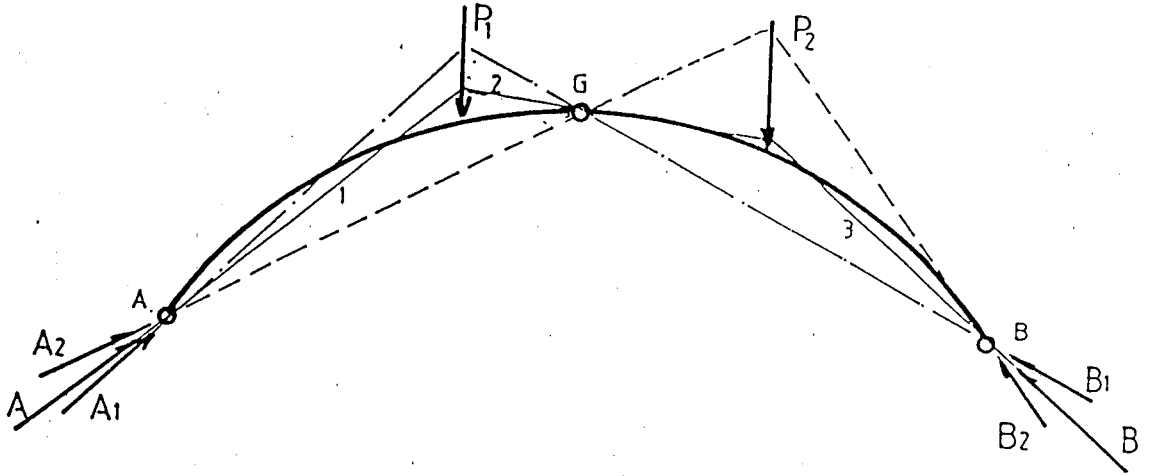
$$Q_D = q_D \cdot \cos \beta - H \cdot \sin \beta$$

2.1.5.- Çeşitli tekil kuvvet durumları için kemerdeki basınç çizgisinin (Finiküler eğrisi) incelenmesi:

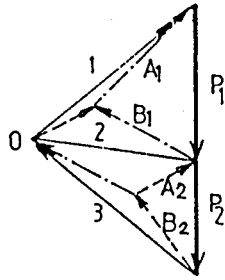


Şekil 2,5.a

$$\begin{aligned} M_D &= A \cdot y_1 \\ M_E &= B \cdot y_2 \\ M_F &= B \cdot y_3 \end{aligned}$$



Şekil 2.5.b



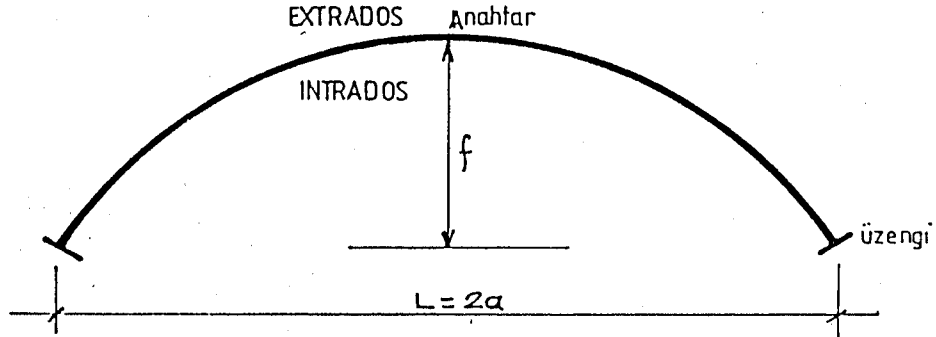
Şekil 2.5.c

Şekil 2.5.b de A-2-B nin oluşturdukları kemer üzerindeki bu eğriler kemerin funikuler eğrisidir.

2.2.- Kargir ve Beton Kemer Köprüler;

Kargirin basınca karşı mukameti iyi fakat çekmeye karşı mukameti zayıftır. Bundan dolayı kargir kemerlerin mesnetleri rijit olduğu takdirde kendi ağırlıkları altında ön gerilmeye maruz olup, kesitlerinde normal basınç kuvvetinin etkisi altında bulunur.

Kargir ve beton kemerler boyutlandırılırken kemerin eksen eğrisi ile dış yüklerin basınç eğrisi mümkün mertebe bütün kesitlerde çakışmalıdır.



Şekil 2.2.a

Kemerin basıklığı $\varnothing = f/2.a$ oranı ile belirlenir.

Basıklık değerleri;

Tam kemer : $1/2 = \varnothing$

Sivri kemer : $1/2 < \varnothing$

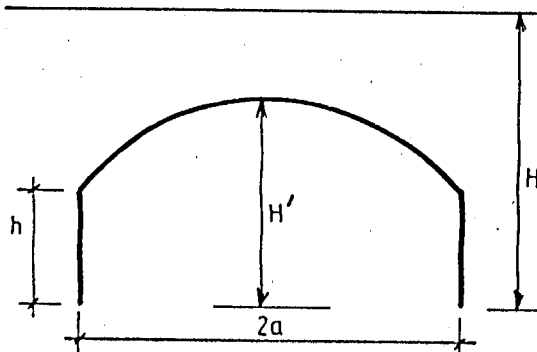
Basık kemer : $1/2 > \varnothing$

Az basık kemer : $0.30 < \varnothing$

Çok basık kemer: $0.15 > \varnothing$

2.2.1- Kemerlerin Boyutlandırılması;

2.2.1.a- Zemin durumu ve güzergah durumuna göre belirlenen $2a, H, H'$ ve h boyutları arasında aşağıdaki şartlara mümkün mertebe bağlı kalmak gerekir.



$$2a = (2,5 \sim 3,5) \cdot H$$

$$h = (0,5 \sim 0,6) \cdot H'$$

Şekil 2.2.b

Kemere verilecek şekil ve boyutlar hesaplanırken kemer muhtelif yükleme durumlarına göre basınç eğrisi çizilir. Bunun yanında eksen eğrisi ile basınç eğrisinin uygunluğu tesbit edildikten sonra intrados eğrisi tayin edilip kemere anahtar ve üzengilerde verilecek kalınlık tesbit edilir.

2.2.1.b- Anahtardaki kalınlık (e_o)

$$e_o = \alpha \cdot (1 + \sqrt{2a}) \cdot \mu \quad (2.4)$$

α : yük katsayısı (şose köprülerde = 0.12 ~ 0.18)

(Demir yolu köprülerinde 0.15 ~ 0.21)

μ : Şekil kat sayısı Tam kemer : $\mu = 1$

Elips $\mu = 4 / (3 + 2\omega)$

Daire $\mu = 4(1 - \omega - \omega^2) / 3$

2.2.1.c- Üzengideki kalınlık (e_1)

$$e_1 = \lambda \cdot e_o \quad (2.5)$$

Tam kemer için $\lambda = 2$ } Sehimin orta noktası

Elips için $\lambda = 1 + 2\omega$ } seviyesindeki kesitlerde

Az basık daire kavsi için $\lambda = 2$

Çok basık daire kavsi için $\lambda = 1 + 12\omega^3$

2.2.2. - Kemerin stabilitesi ;

Kemere etki eden dış kuvvetlerin tatbik noktası olan basınç merkezleri kemerin her kesitinde çekirdeğin içinde ise kesitin tamamı basınç etkisi altındadır. Daha öncede belirtildiği gibi basınç eğrisinin mümkün merteye kemer eksenini ile çakışması en uygun kemer halini verir. Basınç eğrisi ile kemer eksen eğrisi arasındaki mesafe moment manivela kolunu verir. İki eğri arasında kalan alan moment diyagramının kendisidir.

Sonuç olarak,

a- Basınç eğrisi (Finiküler eğri) kemer eksen eğrisi ile mümkün mertebe çakışmalı veya kemerin her kesitindeki alt ve üst çekirdek noktaları ile sınırlandırılmış alan içersinde kalmalıdır.

b- Bunun yanında hiç bir kesitte basınç emniyet gerinmesi aşılmalıdır.

c- Bileşke kuvvetin kesit normaline göre eğimi hiç bir kesitte kargirin iç sürtünme açısından büyük olmamalıdır.

2.2.3.- Mery Epürü,

Kemerde e_0 , e_1 kalınlıkları ile intrados ve extrados eğrileri kemer eksen eğrisine bağlı olarak seçildikten sonra verilen yükleme durumu için kargirde çekme olmayacağını ispat için mery epürü çizilir. Bunun için şüsıra takip edilir.

a- Kemer ekseni çizilir,

b- Kemer kesitlerz ayrılır,

c- Kemer kesitlerine etki eden sabit ve hareketli dış yüklerin etkisi kemer yoğunluğuna dönüştürülerek kemerin kendi yük alanı ile birlikte çizilir.

d- Sabit ve hareketli yükün kesitteki ağırlık merkezi ile kesitin ağırlık merkezi koordine edilerek bulunur.

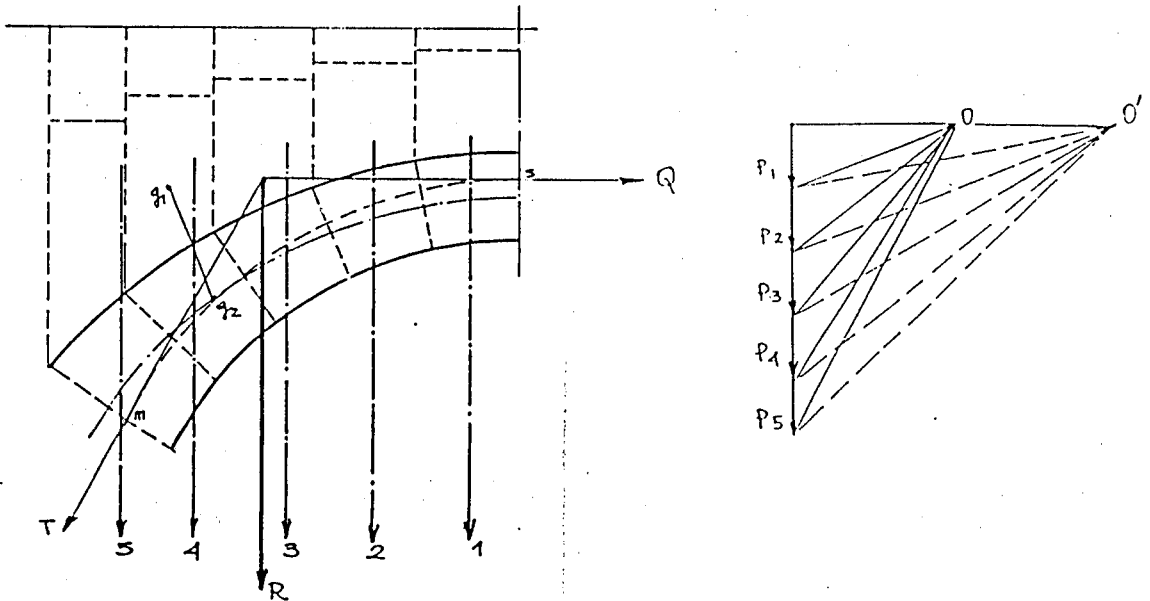
e- Geçici bir kutup noktası alınarak kestlere tesir eden bileşke kuvvetlere ait kuvvet poligonu çizilir.

f- Kemer - dış yük düşey ağırlık merkezi ip poligonu yardımı ile bulunur.

g- Bu bileşke kuvvetin anahtar üst çekirdek noktası ve üzengi alt çekirdek noktasından geçen bileşenleri çizilir.

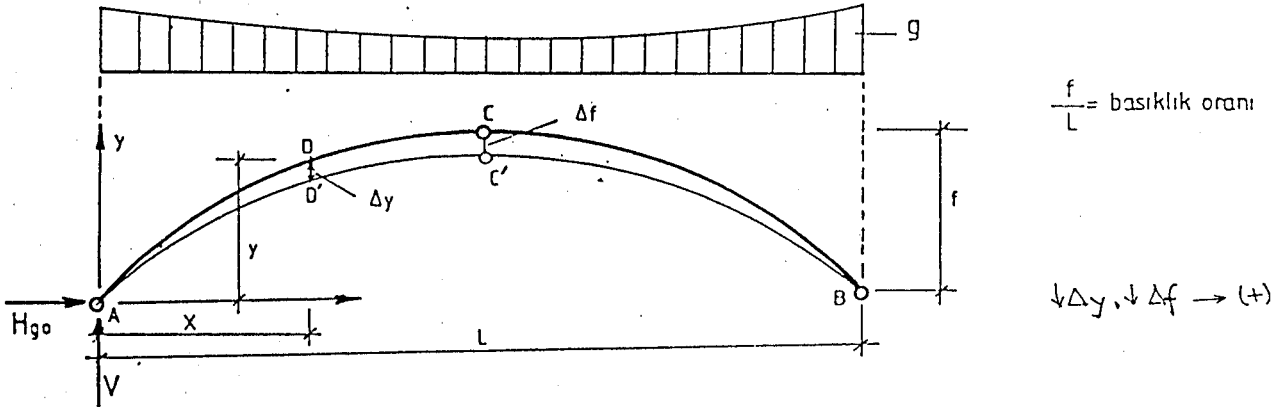
h- Kuvvet poligonunda son kuvvetin ucundan üzengiden bileşke kuvvete çizilen doğruya paralel çizilir ve anahtar üst çekirdek noktasından başlanarak kemerin basınç eğrisi çizilir.

Mery Epürü gözününe alınacak bütün yük durumları için çizilir.



Şekil 2.2.3

2.3.- Üç Mafsallı Kemer Köprüler ;



Şekil 2.3

Basıklık oranı küçük olan kemer köprüler üç mafsallı yapılıdır. Sıcaklık değişmesi, rötreden, mesnet açılmasından, finiküler bozulmasından hiperstatik sistemlerde iç kuvvetler büyük olur. Bunun için izostatik sistem seçilir.

2.3.1- Köprü eks en eğrisinin seçimi;

$$y \rightarrow M_c = 0$$

Kalıp söküldükten sonra eksen eğrisi değişmektedir.

Kalıp Sökülmeden

y
 f
 H_{g0}
 V_{AB}
 $M \equiv 0$
 (Q, N)

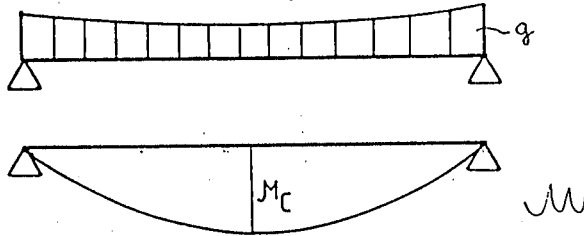
Kalıp söküldükten sonra

$y - \Delta y$
 $f - \Delta f$
 $H_{g0} + \Delta H_{g0}$
 V_{AB}
 $M \equiv ?$
 $(Q, N) \equiv ?$

2.3.2- Dış kuvvetlere göre kestlerde meydana gelen iç kuvvetler'n hesabı ;

$$y = \mathcal{U}/H_{g0} \longrightarrow M \equiv 0$$

$$H_{g0} = \mathcal{U}/f$$



Şekil 2.3.2

(Deforme olmuş sistemde) $M'_c = 0$

Deforme olmuş sistemde yanal deplasmanları ihmal ediyoruz.

$$M'_c = 0 = \mathcal{U}c - \underbrace{(H_{g0} + \Delta H_g)}_{H_{g1}} \cdot (f - \Delta f)$$

$$H_g = \frac{\mathcal{U}c}{f - \Delta f} = \frac{\mathcal{U}c/f}{1 - \Delta f/f} = H_{g0} \left(\frac{1}{1 - \Delta f/f} \right)$$

$H_g = H_{g0} + \Delta H_g$ Yeni durumdaki yatay kuvvet

$$H_g = H_{g0} \cdot (1 + \Delta f/f) = H_{g0} + H_{g0} \cdot \Delta f/f = H_{g0} + \Delta H_g$$

$$H_g = H_{g0} + \Delta H_g$$

(2.6)

$$\Delta H_g = (\Delta f/f) \cdot H_{g0}$$

(2.7)

2.3.3- İç kuvvetler ;

$$M'_D = \mathcal{U}_D - (H_{g0} + \Delta H_g) (y - \Delta y)$$

$$M'_D = \underbrace{\mathcal{U}_D - H_{g0} \cdot y}_{M_D} + H_{g0} \cdot \Delta y - \Delta H_g \cdot y + \Delta H_g \cdot \Delta y$$

$M_D \equiv 0$ y'lerin seçimi $M_D \equiv 0$ olacak şekilde olduğundan ,

$$M'_D = -\Delta H_g \left(y - \frac{H_{g0}}{\Delta H_g} \cdot \Delta y \right)$$

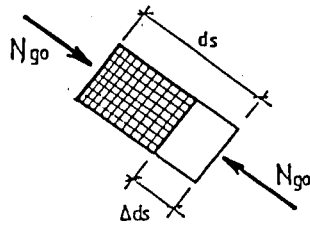
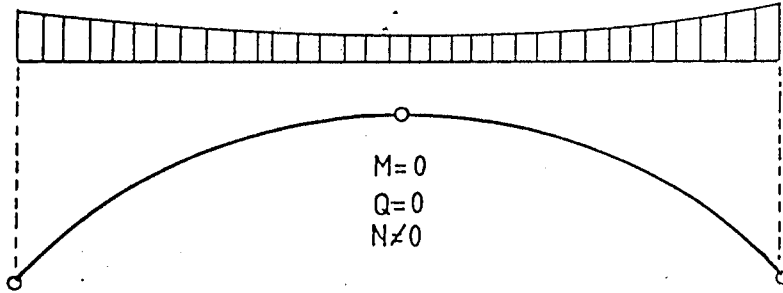
$$\frac{H_{g0}}{\Delta H_g} = \frac{f}{\Delta f}$$

$$M'_D = -\Delta Hg \cdot \left(y - \frac{f}{\Delta f} \cdot \Delta y \right) = -\Delta Hg \left(y - \frac{\Delta y}{\Delta f} \cdot f \right)$$

$$M'_D = -\Delta Hg \cdot \left(y - \frac{\Delta y}{\Delta f} \cdot f \right)$$

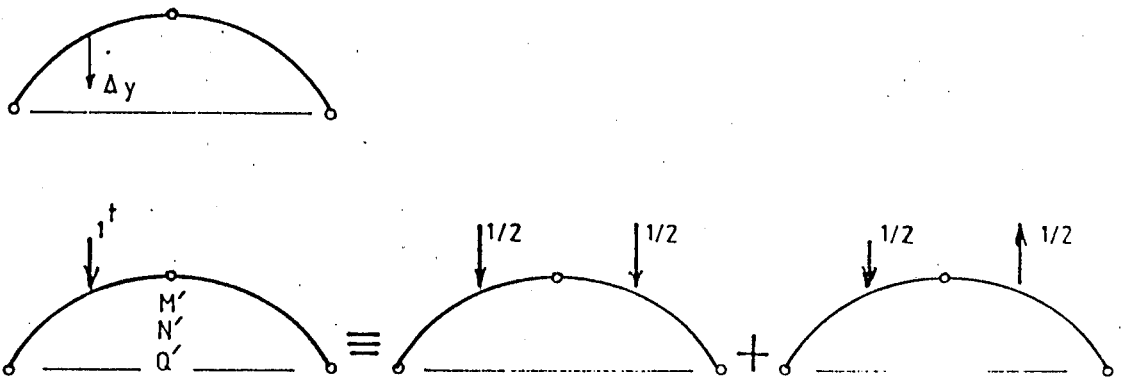
(2.8)

Kesitlerdeki Δy 'ler bulunursa deforme olmuş sistemdeki iç kuvvetler bulunur.

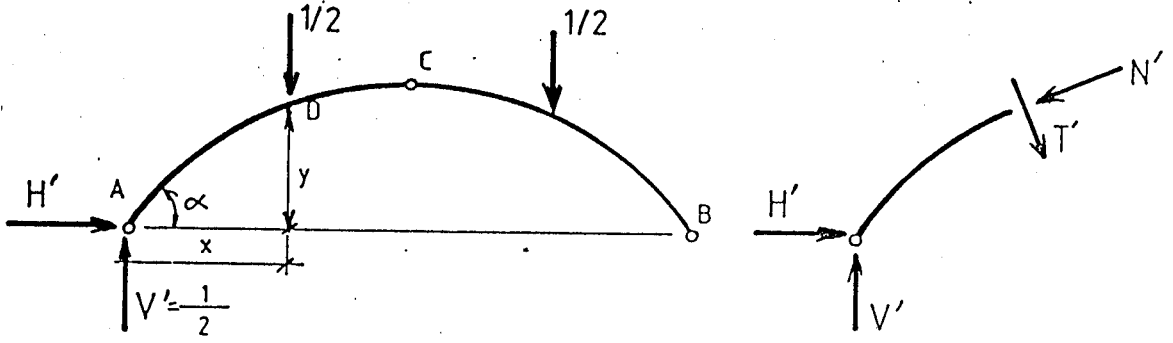


$$\Delta ds = \frac{N_{go}}{EF} ds$$

2.3.3.1- Virtüel i teoremi uygulanırsa,



Şekil 2.3.3.c



Şekil 2.3.3.d

$$\frac{1}{2} \cdot (a-x) + H' \cdot f - \frac{1}{2} \cdot a = 0 \quad \rightarrow \quad -x/2 + H' \cdot f = 0 \quad \boxed{H' = x/2 \cdot f} \quad (2.9)$$

$$(A \dots D) \quad N' = H' \cdot \cos \alpha + V' \cdot \sin \alpha$$

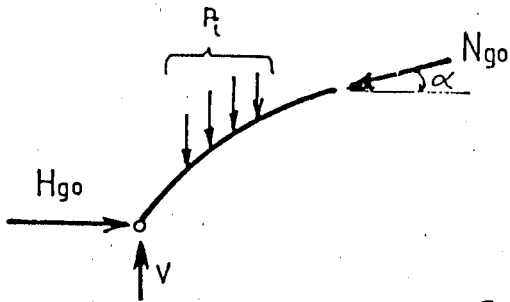
$$(D \dots C) \quad N' = H' \cdot \cos \alpha \quad (V' \text{ yok çünkü } 1/2 \text{ ile dengeliyor.})$$

$$1 \cdot \Delta y = \left[\int_A^D (H' \cdot \cos \alpha + V' \cdot \sin \alpha) \cdot \Delta ds + \int_D^C H' \cdot \cos \alpha \cdot \Delta ds \right] \cdot 2$$

$$(1/2) \cdot \Delta y = \int_A^C H' \cdot \cos \alpha \cdot \Delta ds + \int_A^D V' \cdot \sin \alpha \cdot \Delta ds$$

$$(1/2) \cdot \Delta y = H' \cdot \int_A^C \cos \alpha \cdot \Delta ds + V' \cdot \int_A^D \sin \alpha \cdot \Delta ds$$

$$(1/2) \cdot \Delta y = (x/2f) \int_A^C (Ng_0/EF) ds \cdot \cos \alpha + (1/2) \int_A^D (Ng_0/EF) ds \cdot \sin \alpha$$



$$\begin{aligned} \frac{ds}{dx} &= \frac{1}{\cos \alpha} \quad \frac{ds}{dy} = \frac{1}{\sin \alpha} \\ ds \cdot \cos \alpha &= dx \\ ds \cdot \sin \alpha &= dy \end{aligned}$$

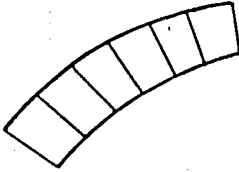
$$H_{go} - N_{go} \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\boxed{N_{go} = H_{go} / \cos \alpha}$$

(2.10)

$$\Delta y = (H_{go}/E) \left[(x/f) \int_A^C (1/F \cdot \cos \alpha) dx + \int_A^D (1/F \cdot \cos \alpha) dy \right]$$

2.3.3.2- Kemer köprü dilimleri ayrılmak suretiyle her dilimin deplasmanı toplanarak mevcut deplasman bulunur.



Δx
 Δy
 F
 $\cos \alpha$

$$\frac{\Delta x}{F \cdot \cos \alpha}, \quad \frac{\Delta y}{F \cdot \cos \alpha}$$

$$\Delta y = \frac{Hg_0}{E} \left[\frac{x}{f} \sum_A^C \frac{\Delta x}{F \cdot \cos \alpha} + \sum_A^D \frac{\Delta y}{F \cdot \cos \alpha} \right] \quad (2.11)$$

$x \rightarrow a$

$$\Delta f = \frac{Hg_0}{E} \left[\frac{a}{f} \sum_A^C \frac{\Delta x}{F \cdot \cos \alpha} + \sum_A^D \frac{\Delta y}{F \cdot \cos \alpha} \right] \quad (2.12.)$$

$F \cdot \cos \alpha = F_0$ dersek,

$$\Delta y = \frac{Hg_0}{E} \left[\frac{x}{f} \cdot \frac{a}{F_0} + \frac{y}{F_0} \right] = \frac{Hg_0}{EF_0} \left(\frac{x}{f} \cdot a + y \right)$$

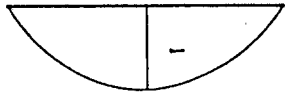
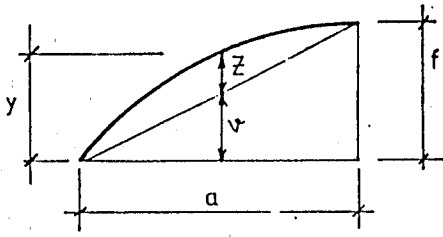
$x \rightarrow a$

$$\Delta f = \frac{Hg_0}{E} \left[\frac{a}{f} \cdot \frac{a}{F_0} + \frac{f}{F_0} \right] = \frac{Hg_0}{EF_0} \cdot \left(f + \frac{a^2}{f} \right)$$

$$\phi = y - \frac{\Delta y}{\Delta f} \cdot f$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta f} = \frac{Hg_0}{EF_0} \left(\frac{yf+ax}{f} \right) / \frac{Hg_0}{EF_0} \left(\frac{a^2+f^2}{f} \right) \quad \frac{\Delta y}{\Delta f} = \frac{yf+ax}{a^2+f^2}$$

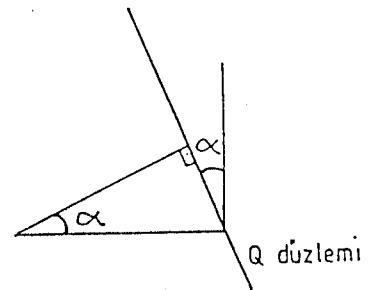
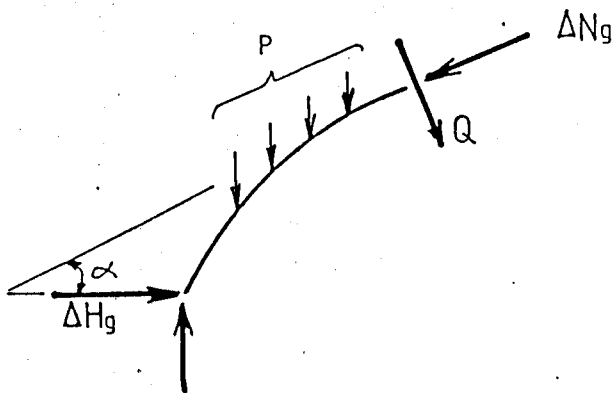
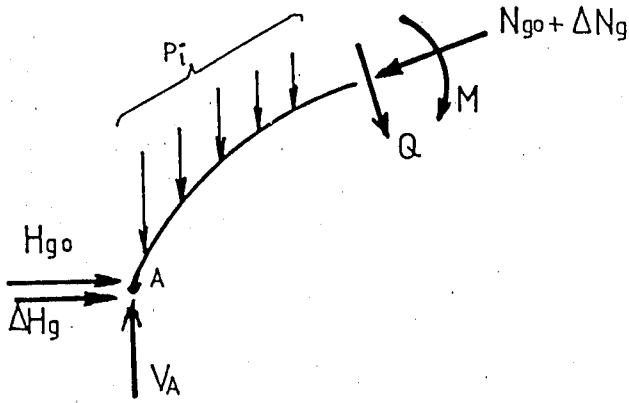
$$\phi = y - \left(\frac{yf+ax}{a^2+f^2} \right) \cdot f \quad \phi = \frac{a^2 \cdot y + f^2 \cdot y - yf^2 - axf}{a^2+f^2} = \frac{a^2}{a^2+f^2} \left(y - \underbrace{\frac{x}{a} \cdot f}_v \right)$$



$M(g)$:

$$M = - \Delta H_g \cdot \bar{x} = - \Delta H_g \cdot \bar{z} \cdot \frac{a^2}{a^2 + f^2}$$

Finiküler bozulmasında meydana gelen (M) ler $\bar{z}$ lerle orantılıdır.



Q düzlemine göre yazalım.

$$- (V_A - \sum P_i) \cdot \cos \alpha + H_{g0} \cdot \sin \alpha + \Delta H_{g0} \cdot \sin \alpha + Q = 0$$

$$Q = -\Delta H_{g0} \cdot \sin \alpha$$

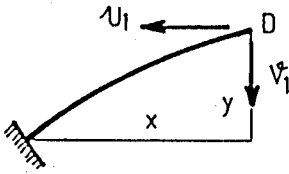
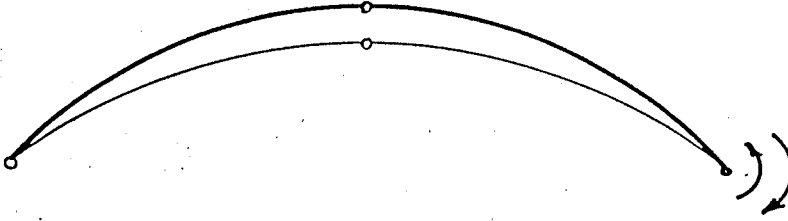
y ler hangi sebepten bozulursa bozulsun moment meydana gelir.
(sıcaklık değişmesi, rötire, uzma-kısalma)

2.3.4- Rötreden meydana gelen iç kuvvetler,

(2.7) ve (2.8) denklemlerinden

$$\Delta H_g = (\Delta f/f) \cdot H_{g0} \quad M = -\Delta H_g \cdot (y - \frac{\Delta y}{\Delta f} f) \quad \text{idi}$$

Kinematik metot ile deplasmanları bulalım.



(U, V) deplasmanlar:

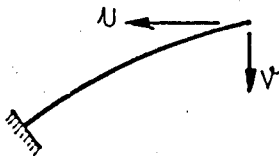
$$(U)_1 = \rho \cdot x$$

$$(U_c)_1 = \rho \cdot a$$

$$(V)_1 = \rho \cdot y$$

$$(V_c)_1 = \rho \cdot f$$

$$(U_c)_2 = \widehat{\omega} \cdot f = (U_c)_1 = \rho \cdot a \rightarrow \widehat{\omega} = \frac{a \cdot \rho}{f}$$

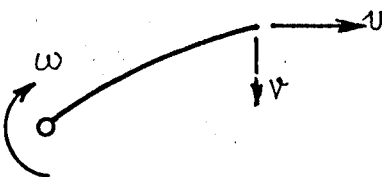


$$(U)_2 = \frac{a \cdot \rho}{f} \cdot y$$

$$(U_c)_1 = (U_c)_2$$

$$(V)_2 = \frac{a \cdot \rho}{f} \cdot x$$

$$(V_c)_1 = \frac{a \cdot \rho}{f} \cdot x$$



$$\Phi = \frac{a^2}{a^2 + f^2} \cdot \underbrace{(y \cdot x \cdot f/a)}_{\bar{z}}$$

$$f/2a = \alpha$$

$$\Phi = \frac{1}{1 + 4\alpha^2} \cdot \bar{z}$$

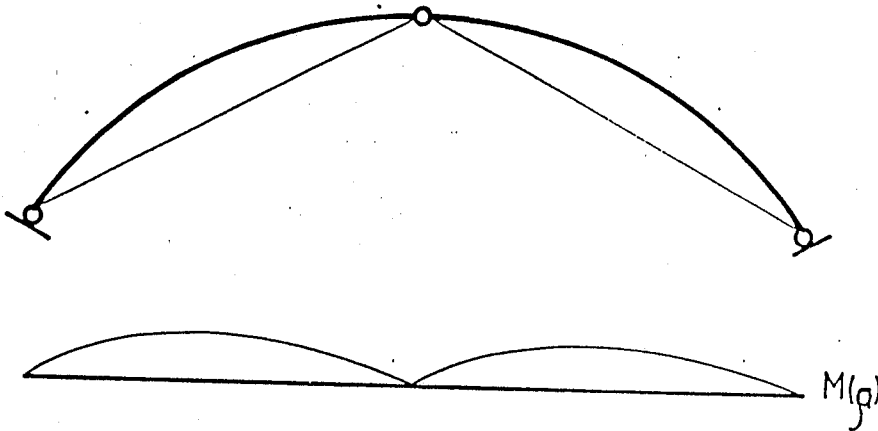
(2.15)

Bu değerleri M formülünde yerine koyarsak

$$M(\rho) = -\Delta Hg \cdot \Phi = -\frac{a^2 + f^2}{f^2} \cdot (\rho \cdot Hg_o) \cdot \frac{1}{1 + 4\alpha^2} \cdot \bar{z}$$

$$M(\rho) = -\frac{1}{4\alpha^2} (\rho \cdot Hg_o) \cdot \bar{z} \quad \text{bulunur}$$

(2.16)

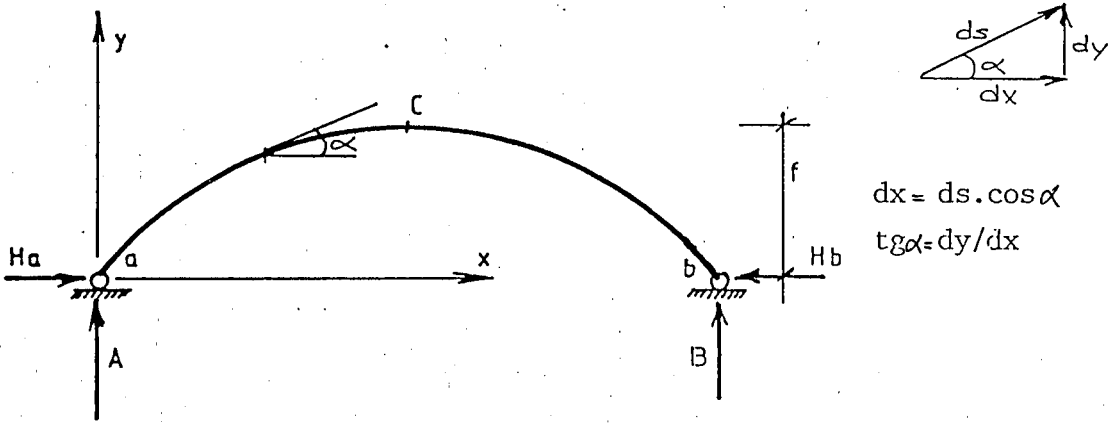


BÖLÜM 3

HİPERSTATİK KEMER SİSTEMLERİ

3.1 - İki Mafsallı Dolu Kemerler;

Sabit iki mesnede oturan eğri eksenli sistemlere iki mafsallı dolu kemerler adı verilir.



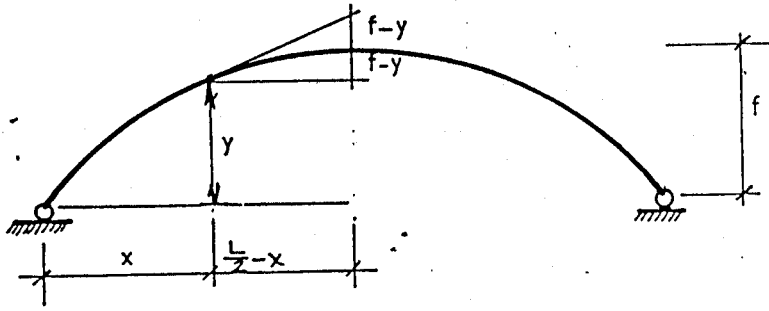
Şekil 3.1.a

3.1.1- Eksen eğrisi 2° parabol olduğu zaman

$$y = \frac{4f}{L^2} \cdot x (L-x)$$

(3.1)

$$\text{tg} \alpha = dy/dx = (L-2x) \times 4f/L^2 = \frac{2(f-y)}{\frac{L}{2} - x}$$



Şekil 3.1.b

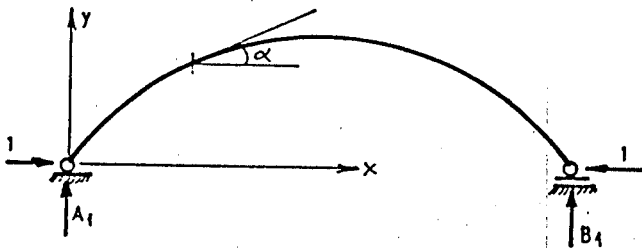
3.1.2- İzostatik esas sistemin ve bilinmeyenlerin seçimi :

Şekil 3.1.b deki sistem birinci derecede hiperstatik olduğundan bilinmeyenlerden birini seçip izostatik hale getirilir. (Şekil 3.1.c)

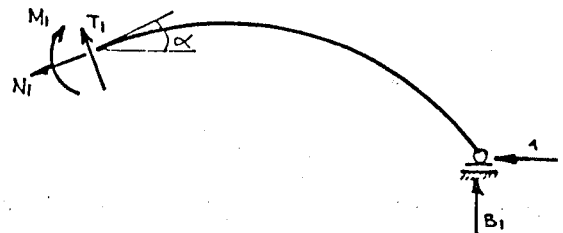


Şekil 3.1.c

$x_1=1$ yüklemesinden dolağı oluşan mesnit reaksiyonları ve kesit tesirleri ;



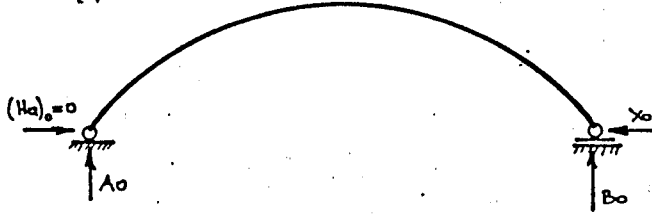
Şekil 3.1.d



Şekil 3.1.e

$$A_1=B_1=0, \quad H_a=1, \quad M_1=-y \quad N_1=-1.\cos\alpha \quad T_1=-1.\sin\alpha$$

$x=0$ Yüklemesinden dolayı oluşan mesnet reaksiyonları ve kesit tesirleri



$$\begin{aligned} A &= A_o, & B &= B_o, \\ H_a &= (H_a)_o, & H_b &= 0 \\ M_o, N_o, T_o & \end{aligned}$$

Şekil 3.1.f

3.1.3. Süreklilik denklemi ;

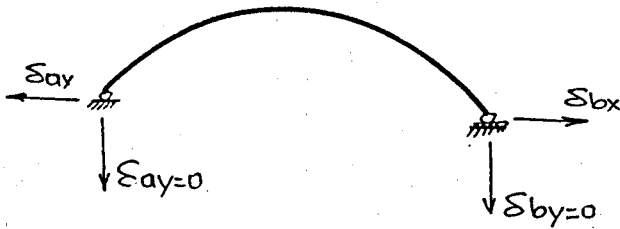
$$\delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{10} + \delta_{1t} = \Delta X \quad (3.2)$$

$$\delta_{11} = \int M_1^2 \cdot \frac{ds}{EI} + \int N_1^2 \cdot \frac{ds}{EF} + 0 = \dots \quad (3.3)$$

$$\delta_{10} = \int M_1 \cdot M_o \cdot \frac{ds}{EI} + \int N_1 \cdot N_o \cdot \frac{ds}{EF} + 0 = \dots \quad (3.4)$$

$$\delta_{1t} = \int N_1 \cdot \epsilon \cdot t \cdot ds + \int M_1 \cdot \frac{\Delta t}{d} \cdot \epsilon \cdot ds = \dots \quad (3.5)$$

$$\Delta X = -\delta_{ax} - \delta_{bx}$$



Bu değerler süreklilik denkleminde yerine konur X bulunur. Yalnız yüklerin bulunması durumunda ise çökme ve sıcaklık değeri 0 alınır.

$$\frac{\int M_o \cdot y \cdot ds / EI}{\int y^2 \cdot ds / EI} = X_1$$

Şekil 3.1.3

$$A = A_0 + A_1 \cdot X_1 = A_0$$

$$B = B_0 + B_1 \cdot X_1 = B_0$$

$$H_a = (H_a)_0 + (H_a)_1 \cdot X_1 = (H_a)_0 + X_1, \quad H_b = X_1$$

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 = M_0 - y \cdot x_1$$

$$N = N_0 + N_1 \cdot X_1 = N_0 - \cos \alpha \cdot x_1$$

$$T = T_0 + T_1 \cdot X_1 = T_0 - \sin \alpha \cdot x_1$$

3.1.4- Yüklerin düşey olması halinde,

$$H_a = H_b = H$$

$$M_0 = \mathcal{M}$$

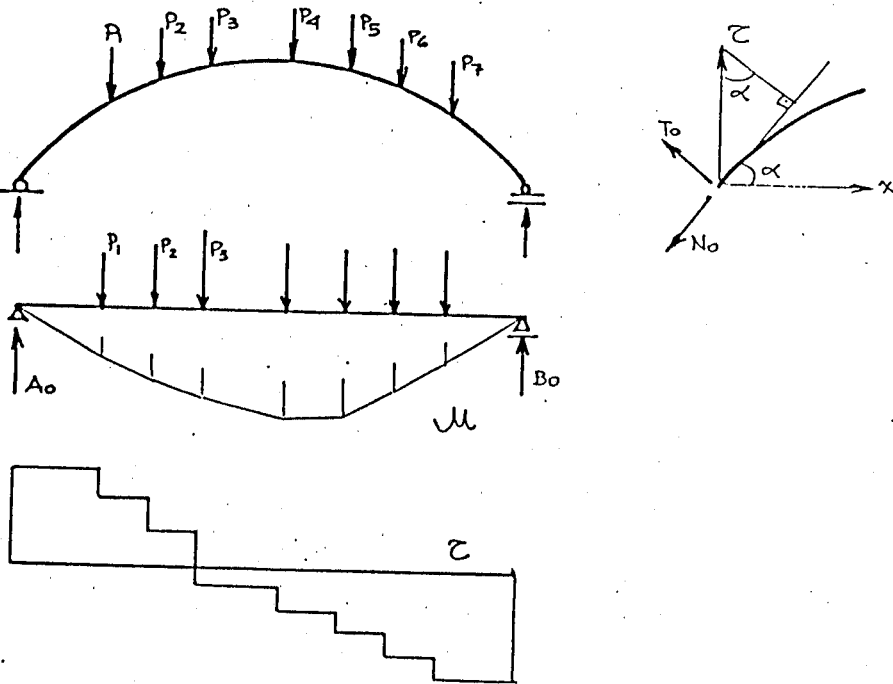
$$N_0 = -\mathcal{Z} \sin \alpha$$

$$T_0 = \mathcal{Z} \cos \alpha$$

$\mathcal{M}, \mathcal{Z}$ aynı açıklıklı basit kirişe ait aynı yüklerden meydana gelen eğilme momenti ve kesme kuvvetidir.

Buna göre ;

$$X_1 = \frac{\int y \cdot \mathcal{M} \cdot (ds/EI) - \int \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \mathcal{Z} \cdot (ds/EI)}{\int y^2 \cdot (ds/EI) + \int \cos^2 \alpha \cdot (ds/EF)} \quad (3.6)$$



Şekil 3.1

$$M = \mathcal{M} - y \cdot X_1$$

$$N = -Z \cdot \sin \alpha - X_1 \cdot \cos \alpha$$

$$T = Z \cos \alpha - X_1 \sin \alpha$$

3.1.5- Kemerlerin eksen eğrişinin seçilmesi;

Kemerin açıklığı, oku verilmiş, g sabit yükü tahmin edilmiş, eğilme momenti ve kesme kuvvetinin her kesitte sıfır olması için;

$$M_{(x)} = \mathcal{M}_{(x)} - y \cdot X_1 = 0$$

Bu ifade anahtar kesitinde sağlandığı yazılırsa ;

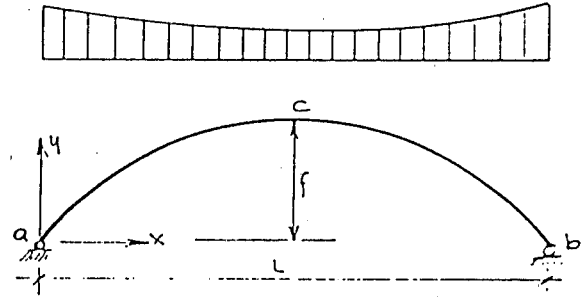
$$x = L/2 \rightarrow y = f.$$

Buna göre

$$\mathcal{M}_{(x)} - y \cdot X_1 = 0 \rightarrow X_1 = \mathcal{M}_{(x)} / f$$

$$\mathcal{M}_{(x)} - y \cdot \mathcal{M}_{(x)} / f = 0$$

$$y = \mathcal{M}_{(x)} \cdot f / \mathcal{M}_{(x)} \quad (3.7.)$$



Şekil 3.1.5

Budurumda eğilme momenti sıfır olduğundan, uzama deformasyonları ihmal edilirse b ucunun a ya göre rölatif dönmesi sıfır olacaktır.

g yükü üniform $\rightarrow \mathcal{M}_{(x)} \rightarrow 2^o$ parabol
 eksenini 2^o parabol olan kemerde üniform yayılı yükten meydana gelen $\mathcal{M}_{(x)}$ ve $Z_{(x)} = 0$

$\mathcal{M}_{(x)}$ in tayini,

a) Analitik yol, $\frac{d^2 \mathcal{M}_{(x)}}{dx^2} = -g_{(x)} \rightarrow \mathcal{M}_{(x)}$ bulunur.

b) $g_{(x)}$ analitik yolla ifade edilemediği ve nokta nokta ordinatların verildiği durumda,

$$P_k = \frac{\Delta}{12} (g_{k-1} + 10g_k + g_{k+1})$$

ANİTİK YOLLA İFADE EDİLEMEYEN YÜKLERİN
 NOKTA NOKTA ORDİNATLARIN VERİLDİĞİ DURUMDA

Bu tekil kuvvetlerden kendi hizalarında meydana gelen eğilme momentleri

$M_{(x)}$ değerlerine eşit olmaktadır.

$y = M_c \cdot f / M_c$ kemerin eksen eğrisi ordinatları elde edilir.

(3.8)

Eksen eğrisi bu şekilde seçildiği zaman terkedilmiş olan uzama defarmasyonlarından meydana gelen kesit teşirleri,

$$y = M_{(x)} \cdot f / M_c \rightarrow M_{(x)} = M_c \cdot y / f$$

$$X_1 = \frac{\int y \cdot M \cdot ds / EI - \int \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot Z \cdot ds / EF}{\int y^2 \cdot ds / EI + \int \cos^2 \alpha \cdot ds / EF}$$

$$X_1 = \frac{M_c / f \int y^2 \cdot ds / EI - \int (1/2) \cdot \sin 2\alpha \cdot Z \cdot ds / EF}{\int y^2 \cdot ds / EI + \int \cos^2 \alpha \cdot ds / EF}$$

$$X_1 = \frac{\frac{M_c}{f} \int y^2 \cdot ds / EI - f / M_c \int (1/2) \sin 2\alpha \cdot Z \cdot ds / EF}{\int y^2 \cdot ds / EI + \int \cos^2 \alpha \cdot ds / EF}$$

$$H = X_1 = \frac{M_c}{f} \cdot \omega$$

(3.9)

$$M = M - y \cdot X_1 \rightarrow M_{(x)} = M_{(x)} - M_{(x)} \cdot (f / M_c) \cdot \omega \cdot M_c / f = M_{(x)} \cdot (1 - \omega)$$

$$N = - Z \sin \alpha - X_1 \cdot \cos \alpha \rightarrow N_{(x)} = - Z \cdot \sin \alpha - (M_c / f) \cdot \omega \cdot \cos \alpha$$

$$T = Z \cos \alpha - X_1 \cdot \sin \alpha \quad T_{(x)} = Z \cos \alpha - (M_c / f) \cdot \omega \cdot \sin \alpha$$

Uzama deformasyonları terk edilirse

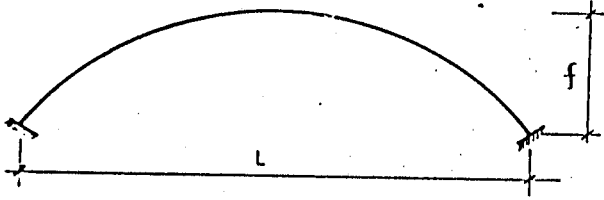
$$\omega = 1, \quad X_1 = H = M_c / f, \quad M_{(x)} = 0$$

$$T_{(x)} = 0 = Z \cdot \cos \alpha - X_1 \cdot \sin \alpha$$

$$N_{(x)} = (\tan \alpha \cdot \sin \alpha + \cos \alpha) \cdot X_1 = - X_1 / \cos \alpha$$

3.2 - Ankastre Kemerler ;

Zeminin sağlam olduğu yerlerde ayrıca yüksek kemerlerde ankastre kemer sistemi uygulanır.



(X_a, X_b, X_c)

Şekil 3.2.1

$$a) - X_a \cdot \delta_{aa} + X_b \cdot \delta_{ba} + X_c \cdot \delta_{ca} + \delta_{ao} = 0$$

$$b) - X_a \cdot \delta_{ab} + X_b \cdot \delta_{bb} + X_c \cdot \delta_{cb} + \delta_{bo} = 0$$

$$c) - X_a \cdot \delta_{ac} + X_b \cdot \delta_{bc} + X_c \cdot \delta_{cc} + \delta_{co} = 0$$

$$M = M_o + M_a \cdot X_a + M_b \cdot X_b + M_c \cdot X_c$$

$$N = N_o + N_a \cdot X_a + N_b \cdot X_b + N_c \cdot X_c$$

$$Q = Q_o + Q_a \cdot X_a + Q_b \cdot X_b + Q_c \cdot X_c$$

$$\delta = \delta_o + \delta_a \cdot X_a + \delta_b \cdot X_b + \delta_c \cdot X_c$$

$$\delta_{ik} \begin{cases} \delta_{aa}, \delta_{bb}, \delta_{cc} \\ \delta_{ab} = \delta_{ba}, \delta_{ac} = \delta_{ca}, \delta_{bc} = \delta_{cb} \end{cases}$$

$$\delta_{io} \rightarrow \delta_{ao}, \delta_{bo}, \delta_{co}$$

$$X_a \cdot \delta_{aa} + \dots + \delta_{ao} = 0$$

$$\dots + X_b \cdot \delta_{bb} + \dots + \delta_{bo} = 0$$

$$\dots + \dots + X_c \cdot \delta_{cc} + \delta_{co} = 0$$

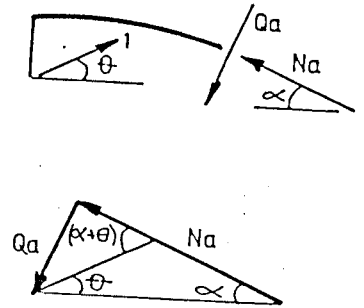
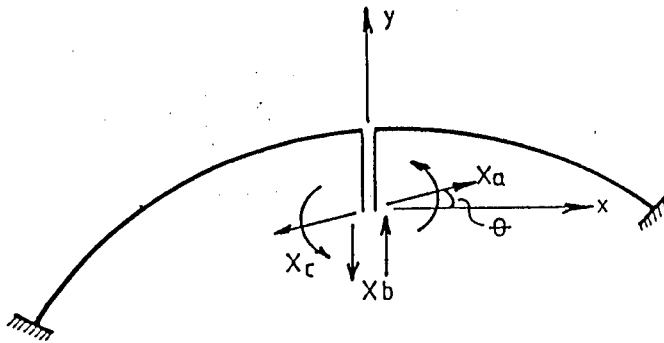
$$X_a = -\delta_{ao} / \delta_{aa}$$

$$X_b = -\delta_{bo} / \delta_{bb}$$

$$X_c = -\delta_{co} / \delta_{cc}$$

$$U=X_0 \text{ dan, } U=X_0 = \frac{\int_A^B X \cdot ds/I}{\int_A^B ds/I}$$

$$V=Y_0 \text{ dan, } V=Y_0 = \frac{\int_A^B Y \cdot ds/I}{\int_A^B ds/I}, \quad \int_A^B (ds/I) \cdot Y = R \cdot \nabla$$



Şekil 3.2.1.c

$$X_a=1 \quad M_a = -\cos\theta \cdot y + \sin\theta \cdot x$$

$$N_a = 1 \cdot \cos(\theta - \alpha)$$

$$X_b=1 \quad M_b = x, \quad N_b = \sin\alpha$$

$$\delta_{ab} = \delta_{ba} = 0 \rightarrow \int M_b \cdot M_a \cdot ds/EI + \int N_b \cdot N_a \cdot ds/EF = 0$$

$$\int X \cdot (-\cos\theta \cdot y + \sin\theta \cdot x) ds/EI + \int (-\sin\alpha) \cdot \cos(\theta + \alpha) \cdot ds/EF = 0$$

$$-\cos\theta \int xy \cdot ds/I + \sin\theta \int x^2 \cdot ds/I - \cos\theta \int \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot ds/F + \sin\theta \int \sin^2\alpha \cdot ds/F = 0$$

$$\cos\theta \left[\int xy \cdot ds/I + \int \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot ds/F \right] = \sin\theta \left[\int x^2 \cdot ds/I + \int \sin^2\alpha \cdot ds/F \right]$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\int xy \cdot ds/I + \int \sin\alpha \cos\alpha \cdot ds/F}{\int x^2 \cdot ds/I + \int \sin^2\alpha \cdot ds/F} \quad (3.14)$$

$$\int x^2 \cdot ds/I + \int \sin^2\alpha \cdot ds/F$$

$$E \cdot \delta_{aa} = \int M_a^2 \cdot ds/I + \int N_a^2 \cdot ds/F$$

$$= \int (\cos^2\theta \cdot y^2 + \sin^2\theta \cdot x^2 - 2\cos\theta \cdot \sin\theta \cdot x \cdot y) \cdot ds/I + \int (\cos^2\theta \cdot \cos^2\alpha + \sin^2\theta \cdot \sin^2\alpha - 2\sin\alpha \cdot \cos\theta \cdot \cos\alpha \cdot \sin\theta) \cdot ds/F$$

$$= \cos^2\theta \int y^2 \cdot ds/I + \sin^2\theta \int x^2 \cdot ds/I - \sin 2\theta \int xy \cdot ds/I + \cos^2\theta \int \cos^2\alpha \cdot ds/F + \sin^2\theta \int \sin^2\alpha \cdot ds/F - \sin 2\theta \int \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot ds/F$$

$$= \cos^2\theta \left[\int y^2 \cdot ds/I + \int \cos^2\alpha \cdot ds/F \right] + \sin^2\theta \left[\int x^2 \cdot ds/I + \int \sin^2\alpha \cdot ds/F \right] - \sin 2\theta \left[\int xy \cdot ds/I + \int \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot ds/F \right]$$

$$E.\delta_{aa} = E.\delta_{aa}^* \cos^2\theta + E.\delta_{bb}^* (\sin^2\theta - \sin 2\theta \cdot \tan\theta)$$

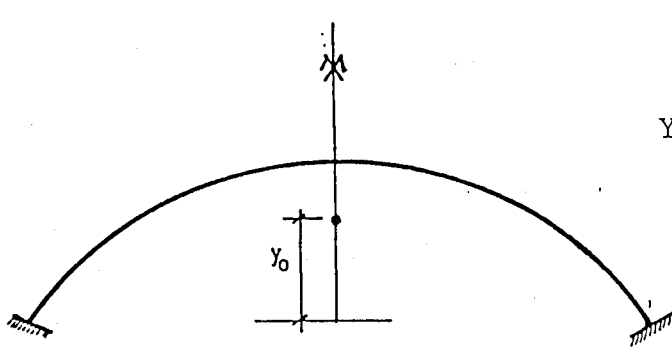
$$\delta_{aa} = \delta_{aa}^* \cos^2\theta - \delta_{bb}^* \sin^2\theta \quad (3.15)$$

$$\delta_{bb} = \int x^2 \cdot ds/EI + \int \sin^2 \cdot ds/EF$$

$$\delta_{bb} = \delta_{bb}^* \quad (3.16)$$

$$\delta_{cc} = \int ds/EI = \delta_{cc}^* \quad (3.17)$$

3.2.2- Ankastre simetrik kemerler,



$$X_0 = L/2, \quad \theta = 0$$

$$Y_0 = \frac{\int y \cdot ds/I}{\int ds/I}$$

Şekil 3.2.2

$$\delta_{aa} = \delta_{aa}^* = \int y^2 \cdot ds/EI + \int \cos^2 \alpha \cdot ds/EF = \delta_{aa}^M + \delta_{aa}^N$$

$$\delta_{bb} = \delta_{bb}^* = \int x^2 \cdot ds/EI + \int \sin^2 \alpha \cdot ds/EF$$

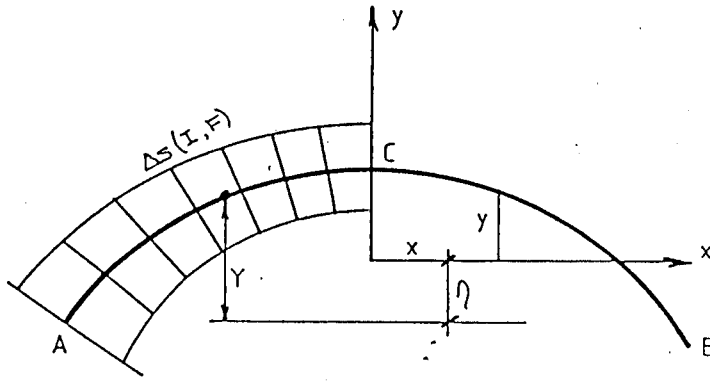
$$\delta_{cc} = \delta_{cc}^* = \int ds/EI$$

$$\epsilon = \frac{\delta_{aa}^N}{\delta_{aa}^M} = \frac{\int \cos^2 \alpha \cdot ds/EF}{\int y^2 \cdot ds/EF}$$

$$\delta_{aa} = \delta_{aa}^* \cdot (1 + \delta_{aa}^N / \delta_{aa}^M) = (1 + \epsilon) \int y^2 \cdot ds/EI$$

$$\delta_{bb} \approx \int x^2 \cdot ds/EI$$

$$\delta_{cc} = \int ds/EI$$



Şekil 3.2.2.b

$$\Delta s/I = \omega$$

$$y \cdot \Delta s/I = \omega_y$$

$$y^2 \cdot \Delta s/I = \omega_{yy}$$

$$x \cdot \Delta s/I = \omega_x$$

$$x^2 \cdot \Delta s/I = \omega_{xx}$$

$$\Delta s/F = \omega_F$$

$$\eta = y_0 = \frac{\sum Y \cdot \omega_y}{\sum \omega_y}$$

$$E. \delta_{aa} = \int y^2 \cdot ds/I + \int \cos^2 \alpha \cdot ds/F = 2 \left[\sum_A \omega_{yy} + \sum_A \omega_F \right]$$

$$E. \delta_{bb} = \int x^2 \cdot ds/I = 2 \sum_A \omega_{xx}$$

$$E. \delta_{cc} = \int ds/I = 2 \sum_A \omega$$

$$E. \delta_{ao} = \int M_o \cdot M_a \cdot ds/I + \int N_o \cdot N_a \cdot ds/F = - \int M_o \cdot y \cdot ds/I + \int N_o \cdot \cos \alpha \cdot ds/F$$

$$= - \sum M_o \cdot \omega_y + \sum (N_o \cdot \cos \alpha) \omega_F$$

$$E. \delta_{bo} = \int M_o \cdot M_b \cdot ds/I + \int N_o \cdot N_b \cdot ds/F = \int M_o \cdot x \cdot ds/I + \int N_o \cdot (-\sin \alpha) \cdot ds/F$$

$$= \sum M_o \cdot \omega_x - \sum (N_o \cdot \sin \alpha) \omega_F$$

$$E. \delta_{co} = \int M_o \cdot M_c \cdot ds/I = \int M_o \cdot ds/I = \sum M_o \cdot \omega$$

$$M = M_o + \sum M_i \cdot X_i$$

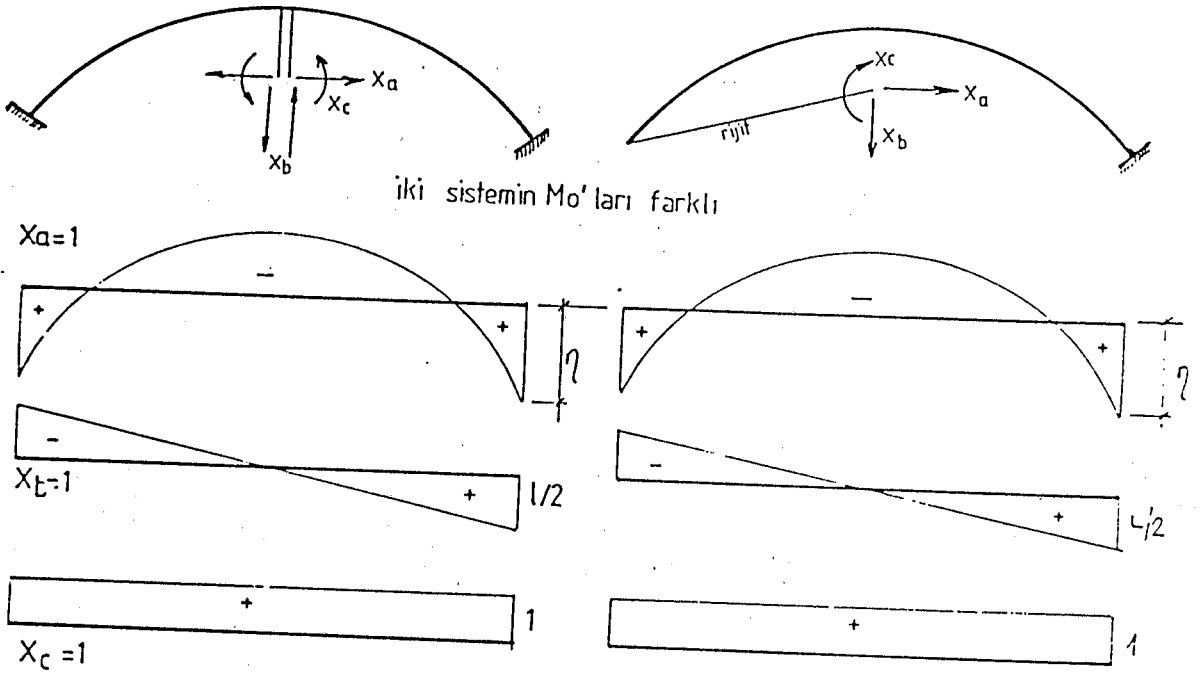
$$N = N_o + \sum N_i \cdot X_i$$

$$X_a = -\delta_{ao} / \delta_{aa} \quad (3.18)$$

$$X_b = -\delta_{bo} / \delta_{bb} \quad (3.19)$$

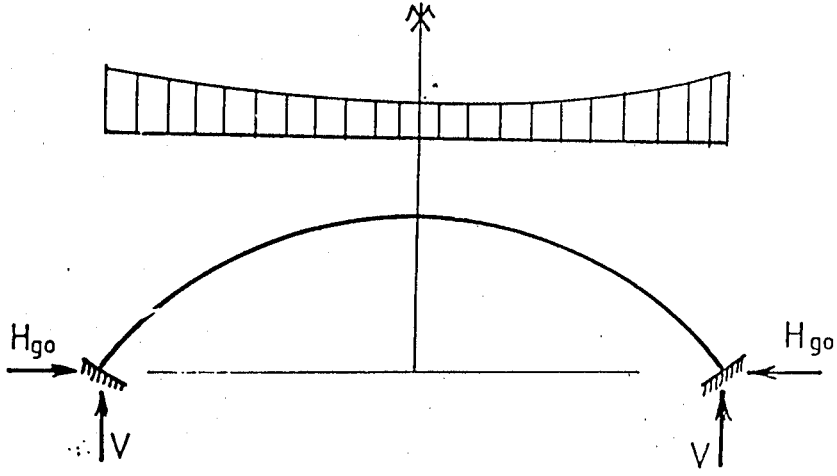
$$X_c = -\delta_{co} / \delta_{cc} \quad (3.20)$$

Öyle bir izostatik sistem seçilmelidir'ki izostatik moment ile hiperstatik moment birbirine yakın olsun.



Şekil 3.2.2.c

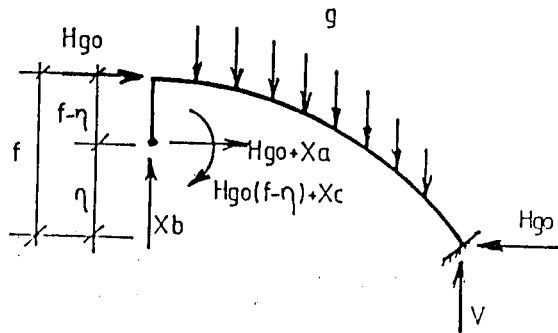
3.2.2.a- Yükin (g) Hesabı



Şekil 3.2.2.d

(δ_{aa} , δ_{bb} , δ_{cc})

Dış yük $\longrightarrow$ (δ_{ao} , δ_{bo} , δ_{co})



Şekil 3.2.2.e

$$M_{(g)}=0 \longrightarrow Y=?$$

$$M=0,$$

$$Q=0,$$

$$N_0=N_{g0}=H_{g0}/\cos \alpha$$

Sistem simetrik olduğundan;

$$\delta b_0=0 \longrightarrow Xb=0$$

$$Xa=?$$

$$Xc=?$$

$$1) \text{Dış yük var, } x_a=0, Xc=0$$

Finiküler eğri

$$M_0=0$$

$$Q_0=0$$

$$N_0=H_{g0}/\cos \alpha$$

$$2) Xa=1 \longrightarrow Ma=-y, \quad Na=\cos \alpha, \quad Qa=\sin \alpha$$

$$3) Xc=1 \longrightarrow Mc=1, \quad Nc=0, \quad Qc=0$$

$$\delta a_0 = \int M_0 \cdot M_a \cdot ds/EI + \int N_0 \cdot N_a \cdot ds/EF + X \cdot \int Q_0 \cdot Q_a \cdot ds/GF$$

$$\delta a_0 = 0 + \int (H_{g0}/\cos \alpha) \cdot \cos \alpha \cdot ds/EF + 0 \pm H_{g0}/E \int ds/F$$

$$\delta c_0 = \int M_0 \cdot M_c \cdot ds/EI + \int N_0 \cdot N_c \cdot ds/EF + X \int Q_0 \cdot Q_c \cdot ds/GF$$

$$\delta c_0 = 0 + 0 + 0 \Rightarrow 0 \quad Xc=0$$

$$Xa = - \frac{\delta a_0}{\delta a_a} = - \frac{H_{g0}/E \int ds/F}{\int y^2 \cdot ds/EI + \int ds/EF}$$

$$Xa = \frac{-(\int ds/F) / \int y^2 \cdot ds/I}{1 + (\int ds/F) / \int y^2 \cdot ds/I} \cdot H_{g0}$$

$$\epsilon = \delta a_a^N / \delta a_a^M = \int (ds/F) / \int y^2 \cdot ds/I$$

$$-\Delta H_{g0} = Xa = - \epsilon \cdot H_{g0} / (1 + \epsilon) \quad (3.21)$$

$$\Delta H_{g0} = \epsilon \cdot H_{g0} / (1 + \epsilon) \stackrel{N}{=} \epsilon \cdot H_{g0} \quad (3.22)$$

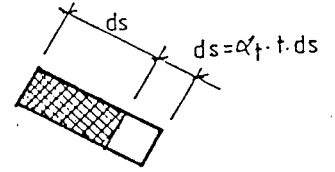
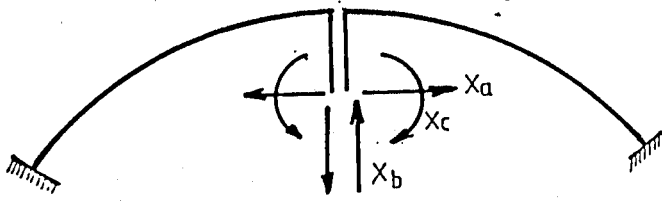
$$M = Mo + Mo.Xa + 0 + 0 = Ma.Xa = (-y).(-\Delta Hg)$$

$$M = y. \Delta Hg$$

(3.23)

3.2.2.b- Sıcaklık değişimi (t),

(t)



Şekil 3.2.2.f

$$\delta_{ao} = \int Mo. \Delta \varphi + \int Na. \Delta ds + \int Qo. \Delta \delta = 0 - \int \cos \alpha. \alpha_t. t. ds + 0$$

$$\delta_{ao} = -\alpha_t. t. \int ds. \cos \alpha = -\alpha_t. t. L$$

$$\delta_{bo} = 0 \text{ (antimetrik)} \longrightarrow X_b = 0$$

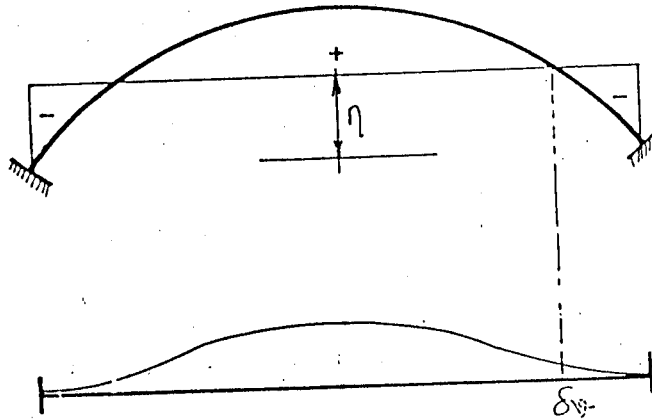
$$\delta_{co} = \int Mc. \Delta d\varphi + \int Nc. \Delta ds + \int Qc. \Delta d = 0 + 0 + 0 = 0$$

$$X_c = 0$$

$$X_a = \frac{-\alpha_t. t. L}{(1-\epsilon). \int (y^2/EI) ds} = \frac{E. \alpha_t. t. L}{(1-\epsilon). \int (y^2/I) ds} = Ht$$

(3.24)

$$M = (-y).Ht = -y.Ht$$



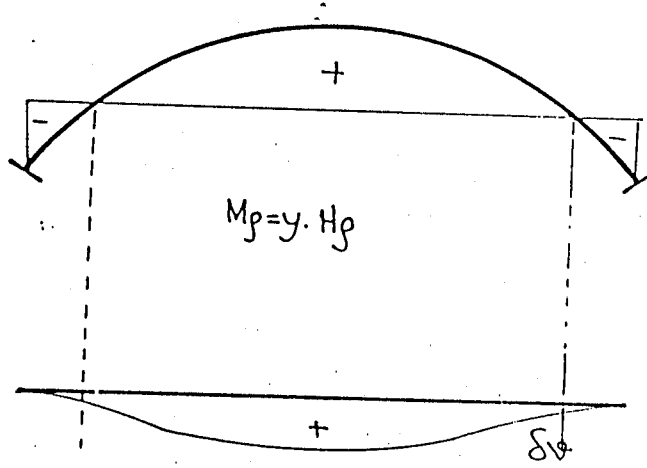
Şekil 3.2.g

3.2.2.c- Rötire (ρ),

$$\alpha t \cdot t = -\rho$$

$$H_{\rho} = \frac{E \cdot \alpha t \cdot L \cdot t}{(1+\epsilon) \cdot \int (y^2/I) ds} = -H_{\rho} \quad (3.25)$$

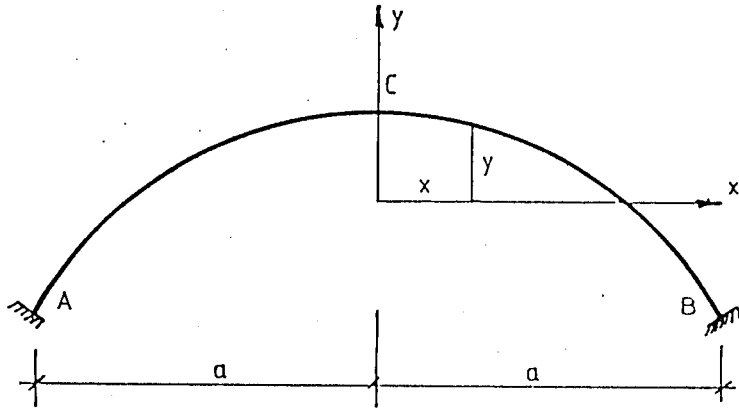
$$M = (-y) \cdot (-H_{\rho}) = y \cdot H_{\rho} \quad (3.26)$$



Şekil 3.2.2. h

Basık ve kalın köprülerde sıcaklıktan, finiküler bozulmasından rötreden dolayı itki büyür.

3.2.3- Atalet momenti değişken kemerler,



Şekil 3.2.3.a

3.2.3.a- Atalet momenti değişken,

$$I \cdot \cos \alpha = I_0 / (1 - k \cdot \xi^n)$$

$$\xi = 0 \rightarrow I_0 = I_c$$

$$\xi = 1 \rightarrow I_B \cdot \cos \alpha_B = I_0 / (1 - k)$$

$$1 - k = I_0 / (I_B \cdot \cos \alpha_B)$$

$$k = 1 - I_0 / (I_B \cdot \cos \alpha_B)$$

(3.27)

$$0 < k < 1.$$

Pratikte, $n=2$, $k \approx 0.75 \sim 0.70$ arasında seçilir.

3.2.3.b- Eksen eğrisi parabolik,

$$Y = f (1 - \xi^2) \quad \text{Parabolik kemer}$$

$$X_0 = L/2 = a$$

$$Y_0 = \eta = \int (Y/I) ds / \int ds/I$$

$$ds \cdot \cos \alpha = dx = a \cdot d\xi$$

$$ds = a \cdot d\xi / \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} \int_C^B Y \cdot ds / I &= \int_0^1 f \cdot (1 - \xi^2) (a \cdot d\xi / \cos \alpha) \cdot \frac{(1 - k \xi^n) \cdot \cos \alpha}{I_0} \\ &= (a \cdot f / I_0) \cdot \int_0^1 (1 - \xi^2 - k \cdot \xi^{n+2} - k \cdot \xi^{n+2}) \cdot d\xi = (a \cdot f / I_0) \cdot (2/3) \left[1 - \frac{3k}{(n+1) \cdot (n+3)} \right] \end{aligned}$$

İntegralden $\left[\xi - (\xi^3/3) - k \cdot (\xi^{n+1}/(n+1)) + k \cdot (\xi^{n+3}/(n+3)) \right]_0^1$

$$\int \frac{ds}{I} = \int_0^1 \frac{a \cdot d\xi}{\cos \alpha} \cdot \frac{(1 - k \cdot \xi^n) \cdot d\xi \cdot \cos \alpha}{I_0}$$

İntegre edip $\xi = 1$ koyalım

$$\int (ds/I) = (a/I_0) \int (1 - k \cdot \xi^n) \cdot d\xi = (a/I_0) (1 - k/(n+1))$$

$$\eta = \frac{\int Y \cdot ds / I}{\int ds / I} = \frac{(a \cdot f / I_0) \cdot (2/3) \left[1 - \frac{3k}{(n+1) \cdot (n+3)} \right]}{(a/I_0) (1 - k/(n+1))}$$

$$\eta = (2/3) \cdot f \cdot \frac{1-3k/(n+1) \cdot (n+3)}{1-k/(n+1)} = \Phi(n, k) f$$

$$\eta = \begin{cases} k=0 \rightarrow I \cdot \cos \alpha = I_0 & \text{sabit} \\ & \eta = (2/3) \cdot f \\ n=2 \rightarrow \eta = (2/3) f \cdot \frac{1-3k/15}{1-k/3} = (2/3) \cdot f \cdot \frac{1-k/5}{1-k/3} \end{cases}$$

$$\eta = [(2/3) \cdot f \cdot (5-k)/(3-k)] \cdot (3/5) = (2/5) \cdot (5-k)/(3-k)$$

$$\boxed{\eta = (0.40) \cdot f \cdot (5-k)/(3-k)} \quad (3.28)$$

$$\eta = (2/3) \cdot f \rightarrow I \cdot \cos \alpha = I_0$$

$$\boxed{y = f \left(\frac{1}{3} - \xi^2 \right)}$$

(3.29)

$$E. \delta_{aa}^M = \int y^2 \cdot ds / I = 2 \cdot \int_0^1 \left[f \left(\frac{1}{3} - \xi^2 \right) \right]^2 \frac{a \cdot d\xi}{\cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{I_0}$$

$$E. \delta_{aa}^M = (2af^2/I_0) \int_0^1 (1/9 - \xi^2 \cdot 2/3 + \xi^4) \cdot d\xi = 8af^2/45 \cdot I_0$$

$$\delta_{aa}^M = (8/45) \cdot af^2/EI_0$$

$$E. \delta_{aa}^N \approx \int ds / F = 2 \int_0^1 a \cdot d\xi / \cos \alpha \cdot F = 2a/F_0$$

$$F_0 = \cos \alpha \cdot F, \quad i^2 = I/F$$

$$\varepsilon = \delta_{aa}^N / \delta_{aa}^M = (2a/EF_0) \cdot (45/8) \cdot (I_0 E / af^2) = (45/4) \cdot (I_0 / F_0 f^2)$$

$$= (45/4) \cdot (i_0^2 / f^2) = (45/4) \cdot (i_0 / f)$$

$$\varepsilon = (45/4) \cdot (i_0 / f)^2$$

$$\boxed{\delta_{aa} = (8/45) \cdot (af^2/EI_0) \cdot (1 + \varepsilon)}$$

(3.30)

$$E. \delta_{bb} = \int x^2 ds / I = 2 \int_0^1 (a \cdot \xi)^2 \cdot (a \cdot d\xi / \cos \alpha) \cdot (\cos \alpha / I_0)$$

$$= (2a^3/I_0) \int_0^1 \xi^2 \cdot d\xi = 2a^3/3I_0$$

$$\boxed{\delta_{bb} = 2a^3/3I_0 E}$$

(3.31)

$$E. \delta_{cc} = \int 1 \cdot ds / I = 2 \int_0^1 (a \cdot d\xi / \cos \alpha) \cdot (\cos \alpha / I_0) = 2 \int_0^1 a \cdot d\xi = 2a/I_0$$

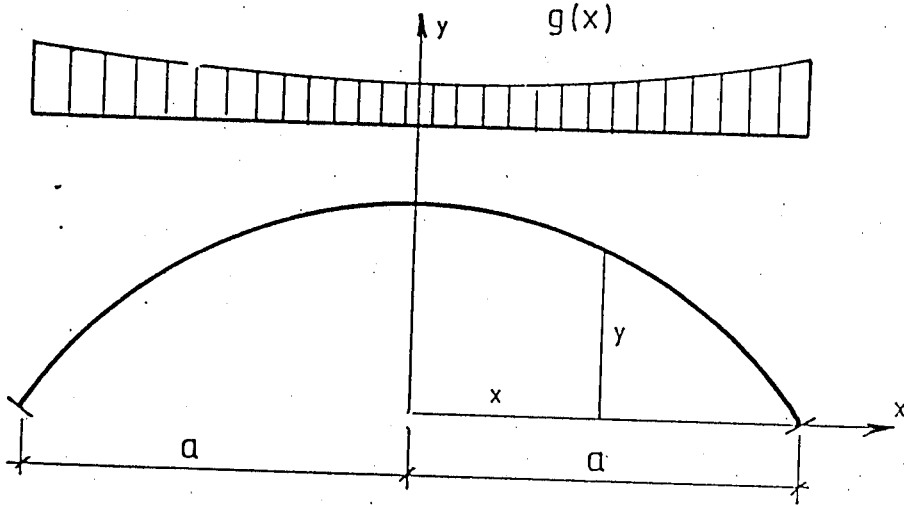
$$\boxed{\delta_{cc} = 2a/EI_0}$$

(3.32)

BÖLÜM 4

FİNİKÜLER EĞRİ

- 4.1.1- Kemerin her kesitinde dış kuvvetler bileşkesinin tatbik noktası olan basınç merkezi çekirdeğin içinde ise kesitin tamamı basınca maruzdur.
- 4.1.2- Basınç eğrisinin yani finiküler eğrinin mümkün merteye kemer eksenine ile çakışması en uygun durumdur.
- 4.1.3- Eksen eğrisi ile finiküler eğri arasında kalan mesafe moment manivela kolunu verir.
- 4.1.4- Bu iki eğri arasındaki alan moment diyagramını verir.
- 4.1.5- Finiküler eğrisinde mesnetlerin önemi yoktur.
- 4.1.6- Kemerin kendi ağırlığından dolacağı söz konusu olan yükler için verilir.



Şekil 4.1 . '

4.2.1-Kullanılacak bağıntılar,

a)-İntegre edilebilir yük halinde

$$y = \frac{g(x)}{H}$$

(4.1)

b)-Tekil yük halinde

$$-y = \frac{U}{H}$$

(4.2)

4.2.2-Hesapta izlenen yol,

a)- Yük ifadesi bulunur,

b)- Temel denklem yazılarak integrasyon yapılır,

$$H.y' = - \int g(x).dx + C_1$$

(4.3.)

$$H.y = - \int dx \int g(x)dx + C_1.x + C_2$$

(4.4)

c)- Uç şartları yazılır, $y = f(\frac{1}{H})$

$$1- \quad x=0 \rightarrow y'=0 \rightarrow 0 = -0 + C_1 \rightarrow C_1=0$$

$$2- \quad x=0 \rightarrow y=f \rightarrow H.f = 0 - 0 + C_2 \quad C_2 = H.f$$

$$3- \quad x=a \rightarrow y=0 \rightarrow 0 = - \left| \int dx \int g(x) dx \right|_{x=a} + C_2$$

$$C_2 = \left| \int dx \int g(x) dx \right|_{x=a} = H.f$$

$$H.y = - \int dx \int g(x) dx + H.f$$

$$y = f \left[1 - \frac{\int dx \int g_x dx}{H.f} \right] = f \cdot \left[1 - \frac{\int dx \int g_x dx}{\left| \int dx \int g_x dx \right|_{x=a}} \right]$$

$$y = \left[1 - \frac{\int dx \int g_x dx}{\left| \int dx \int g_x dx \right|_{x=a}} \right]$$

(4.5)

4.3- Sabit Yük Hali,



$$g = g_0 \text{ sabit}$$

$$4.3.1- \quad \int g.x dx = g_0.x^2$$

$$4.3.2- \quad \int dx \int g.x dx = (1/2)g_0.x^2$$

4.3.3- Uç Şartlarından,

$$\left| \int dx \int g.x dx \right|_{x=a} = (1/2).g_0.a^2$$

$$y = \left[1 - \frac{(1/2).g_0.x^2}{(1/2).g_0.a^2} \right].f$$

(4.6)

$$x/a = \xi$$

$$y = (1 - \xi^2) \cdot f$$

$$H \cdot y = - \int dx \int g \cdot dx + C_1 \cdot x + C_2 \text{ den}$$

$$x = 0 \rightarrow y = f \rightarrow C_2 = H \cdot f$$

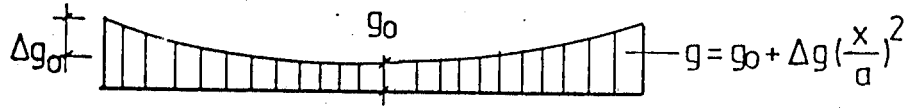
$$x = a \rightarrow y = 0 \rightarrow C_2 = \left| \int dx \int g \cdot dx \right|_{x=a} = H \cdot f$$

$$0 = (1/2) g_0 \cdot a^2 = H \cdot f$$

$$H = g_0 \cdot a^2 / 2f$$

(4.7)

4.4. Yükin 2° parabol olması hali,



$$g = A \cdot x^2 + B \cdot x + C$$

$$4.4.1- \int g \cdot dx = g_0 \cdot x + \Delta g \cdot (x^3 / 3a^2)$$

$$4.4.2- \int dx \int g \cdot dx = g_0 \cdot (x^2 / 2) + (\Delta g / a^2) \cdot (x^4 / 12)$$

4.4.3- Sınır Şartlarından,

$$x = a \rightarrow y = 0$$

$$\left| \int dx \int g \cdot dx \right|_{x=a} = g_0 \cdot (a^2 / 2) + \Delta g \cdot (a^4 / 12)$$

Formülde yerine koyalım

$$y = \left[1 - \frac{(1/2) \cdot g_0 \cdot x^2 + (1/12) \Delta g \cdot (x^4 / a^2)}{(1/2) \cdot g_0 \cdot a^2 + (1/12) \Delta g \cdot a^2} \right] \cdot f$$

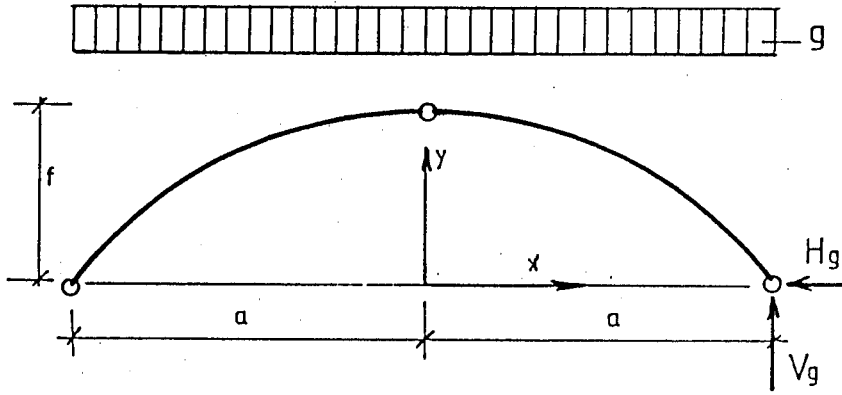
$x/a = \xi$ yerine koyarsak,

$$y = \left[1 - \frac{6g_0 \cdot \xi^2 + \Delta g \cdot \xi^4}{6g_0 + \Delta g} \cdot f \right] \cdot f$$

(4.8)

$$H = \frac{(1/2) \cdot g_0 \cdot a^2 + (1/12) \cdot \Delta g \cdot a^2}{f} = \frac{6g_0 \cdot a^2 + \Delta g \cdot a^2}{12 \cdot f} = H \quad (4.9)$$

4.5- Şekilde görülen kemerde g üniform yayılı yükünden dolayı finiküler eğrisinin denklemi $y = f(\xi)$ formunda bulunup ve H_g , V_g , mesnet reaksiyonlarının hesaplanması.



Şekil 4.5

4.5.1- $g(x) = g$ (sabit)

$$\xi = x/a \rightarrow x = a \cdot \xi$$

$$dx = a \cdot d\xi$$

$$dx^2 = a^2 \cdot d\xi^2$$

(4.1) denkleminde,

$$y'' = g(x)/H$$

$$d^2y/dx^2 = -g/H$$

dx^2 yerine $a^2 d\xi^2$ yazalım ;

$$(d^2y/a^2 \cdot d\xi^2) = -g/H \rightarrow (1/a^2) \cdot \ddot{y} = -g/H$$

4.5.2- İntegre edersek,

$$(1/a^2) \cdot \dot{y} = -(g/H) \cdot \xi + C_1$$

Tekrar integre edelim,

$$(1/a^2) \cdot y = -(g/H) \cdot (\xi^2/2) + C_1 \cdot \xi + C_2$$

4.5.3 - Sınır şartlarından,

a)- $x = 0$ için yani $\xi = 0$ için $\dot{y} = 0 \longrightarrow C_1 = 0$

b)- $x = 0$ " " $\xi = 0$ " $\longrightarrow y = f$

$$(1/a^2) \cdot f = C_2 \longrightarrow C_2 = (1/a) \cdot f$$

c)- $\xi = 1$ için $y = 0$ $0 = -(g/H) \cdot (1/2) + 0 + C_2 \longrightarrow C_2 = g/2H$

$$g/2H = (1/a^2) \cdot f$$

Buradan,

$$(1/a^2) \cdot y = -(g/2H) \cdot \xi^2 + 0 + g/2H$$

$$(1/a^2) \cdot y = (g/2H) \cdot (1 - \xi^2)$$

$$(1/a^2) \cdot y = (f/a^2) \cdot (1 - \xi^2)$$

$$y = f \cdot (1 - \xi^2)$$

finiküler eğrinin
denklemini

(4.10)

4.5.4 - Hg yatay itkisi,

$$g/2H = f/a^2$$

$$H = g \cdot a^2 / 2f$$

(4.11)

4.5.5 - Vg düşey itkisi,

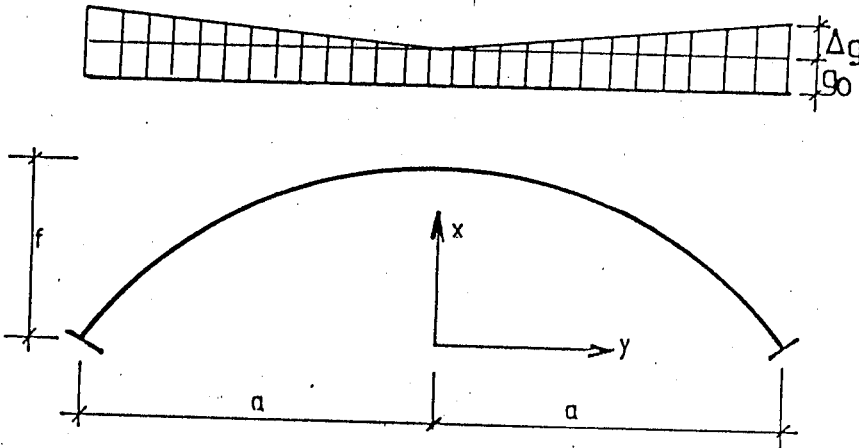
Sistem simetrik, yük simetrik olduğundan $Vg = a \cdot g$

$$Vg = \int_0^a g(x) \cdot dx = \int_0^a g \cdot dx = g \cdot dx \Big|_0^a$$

$$Vg = g \cdot a$$

(4.12)

4.6- Şekilde görülen kemerde lineer değişkenli yayılı yükten dolayı finiküler eğrisinin denklemini $y = f(\xi)$ formunda bulalım.



Şekil 4.6

$$g(x) = Ax + B$$

$$x=0 \quad \text{için} \quad g(x) = g_0 \neq B$$

$$x=a \quad \text{için} \quad g(x) = g_0 + \Delta g \rightarrow A = \Delta g/a$$

Buna göre,

$$4.6.1- \quad g(x) = (\Delta g/a) \cdot x + g_0$$

$\xi = x/a$ olduğundan ξ formunda yazalım.

$$g(\xi) = \Delta g \cdot \xi + g_0 \quad \xi = x/a, \quad dx^2 = a^2 \cdot d\xi^2$$

$$d^2y/dx^2 = y'' = -g(\xi)/H$$

$$4.6.2- \quad (1/a^2) \cdot \ddot{y} = -(1/H) \cdot (\Delta g \cdot \xi + g_0)$$

$$(1/a^2) \cdot \dot{y} = -(1/H) \cdot (\Delta g \cdot \xi^2/2 + g_0 \cdot \xi) + C_1$$

$$(1/a^2) \cdot y = -(1/H) \cdot (\Delta g \cdot \xi^3/6 + g_0 \cdot \xi^2/2) + C_1 \cdot \xi + C_2$$

4.6.3- sınır şartlarından,

$$a)- \quad x=0 \rightarrow \xi=0 \rightarrow \dot{y}=0 \rightarrow C_1=0$$

$$b)- \quad x=0 \rightarrow \xi=0 \rightarrow y=f \rightarrow C_2 = f/a^2$$

$$c), \quad x=a \rightarrow \xi=1 \rightarrow y=0 \rightarrow C_2 = (1/H) \cdot (\Delta g/6 + g_0/2)$$

(4.6.3.b) ve (4.6.3.c) eşitliğinden,

$$f/a^2 = (1/H) \cdot (\Delta g/6 + g_0/2)$$

Bu ifadeyi (4.6.2) de bulunan ifadede yerine koyalım,

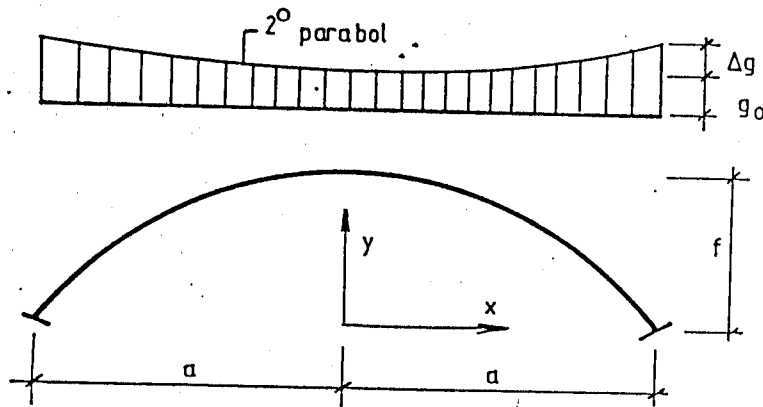
$$(1/a^2) \cdot y = -(1/H) \cdot (\Delta g \cdot \xi^3/6 + g_0 \cdot \xi^2/2) + \cancel{C_1 \cdot \xi} + C_2 \cdot \xi = f/a^2$$

$$(1/a^2) \cdot y = -(1/H) \cdot (\Delta g \cdot \xi^3/6 + g_0 \cdot \xi^2/2) + f/a^2$$

$$(1/a^2) \cdot y = -(f/a^2) \left[\frac{\Delta g \cdot \xi^3/6 + g_0 \cdot \xi^2/2}{\Delta g/6 + g_0/2} \right] + (f/a^2)$$

$$y = f \cdot \left[1 - \frac{\Delta g \cdot \xi^3/6 + g_0 \cdot \xi^2/2}{\Delta g/6 + g_0/2} \right] \quad (4.13)$$

4.7- Şekildeki yük etkisinde bulunan kemerin finiküler eğrisinin denklemini $y = f(\xi)$ formunda bulalım.



Şekil 4.7

$$g(x) = a_1 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + c$$

$$4.7.1- g(x) = g_0 + \Delta g(x/a)^2$$

$$\xi = x/a, \quad x = \xi \cdot a, \quad dx^2 = a^2 \cdot d\xi^2$$

$$y'' = -g(x)/H$$

$$4.7.2- (1/a^2) \cdot \ddot{y} = -g(\xi)/H = -(1/H) \cdot (g_0 + \Delta g \cdot \xi^2)$$

$$(1/a^2) \cdot \dot{y} = -(1/H) \cdot (g_0 \cdot \xi + \Delta g \cdot \xi^3/3) + C_1$$

$$(1/a^2) \cdot y = -(1/H) \cdot (g_0 \cdot \xi^2/2 + \Delta g \cdot \xi^4/12) + C_1 \cdot \xi + C_2$$

4.7.3- Uç Şartları,

$$a)- \xi = 0 \rightarrow \dot{y} = 0 \rightarrow C_1 = 0$$

$$b)- \xi = 0 \rightarrow y = f \rightarrow C_2 = (1/a^2) \cdot f$$

$$c)- \xi = 1 \rightarrow y = 0 \rightarrow C_2 = (1/H) \cdot (g_0/2 + \Delta g/12)$$

$$(1/a^2) \cdot f = (1/H) \cdot (g_0/2 + \Delta g/12)$$

$$H = (a^2/f) \cdot (g_0/2 + \Delta g/12)$$

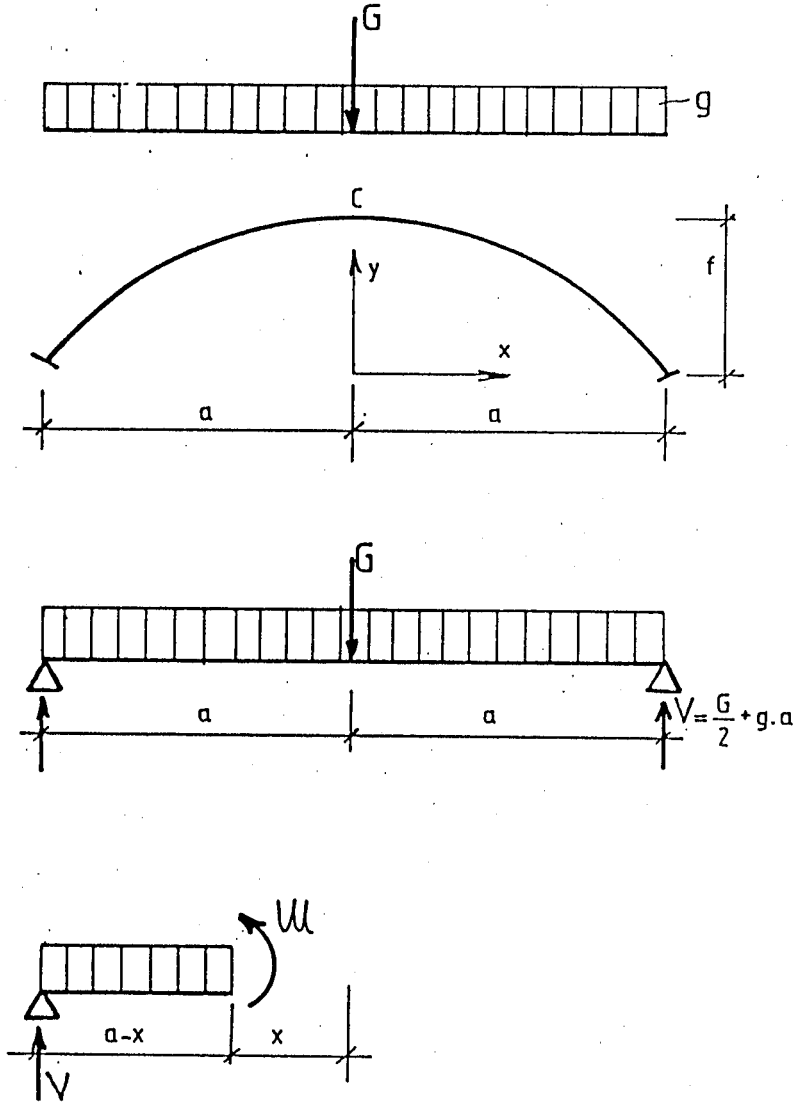
(4.14)

(4.14) Denklemini (4.7.2)'de bulunan y denkleminde yerine koyalım.

$$(1/a^2).y = - (f/a^2). \left[\frac{g_0 \cdot \frac{x^2}{2} + \Delta g \cdot \frac{x^4}{12}}{g_0/2 + \Delta g/12} \right] + (1/a^2).f$$

$$y = f \cdot \left[1 - \frac{g_0 \cdot \frac{x^2}{2} + \Delta g \cdot \frac{x^4}{12}}{g_0/2 + \Delta g/12} \right] \quad (4.15)$$

4.8-Şekilde görülen yükleme durumuna göre kemerde finiküler eğrinin denklemini $y=f(x)$ formunda yazalım.



Şekil 4.8

Verilen yükleri aynı açıklıklı basit kirişe etkitererek moment ifadesini yazıp $y = \mathcal{W}/H$ formülünden çözüme ulaşacağız.

$$\mathcal{W} \rightarrow 0 \leq x \leq a$$

$$0 \leq \xi \leq 1 \quad .$$

$$\mathcal{W} = (g \cdot a + G/2) \cdot (a+x) - g \cdot (a-x)^2/2 \quad \text{Bunu } \xi \text{ li yazmak için}$$

$$\mathcal{W} = (g \cdot a + G/2) \cdot a(1-x/a) - (g \cdot a^2/2) \cdot (1-x/a)^2$$

$$x/a = \xi \text{ yazalım,}$$

$$\mathcal{W} = (g \cdot a + G/2) \cdot a(1-\xi) - (g \cdot a^2/2) \cdot (1-\xi)^2$$

$$\xi = 0 \rightarrow y = f$$

$$\mathcal{W}_c \Big|_{\xi=0} = (g \cdot a + G/2) \cdot a - g \cdot a^2/2 = g \cdot a^2 + G \cdot a^2/2 - g \cdot a^2/2 = G \cdot a/2 + g \cdot a^2/2$$

$$\mathcal{W}_c = (a^2/2) \cdot (G/a + g) \quad (4.16)$$

Finiküler eğrinin denklemi,

$$y = \mathcal{W}/H \rightarrow \mathcal{W}_c = f \cdot H \rightarrow H = \mathcal{W}_c/f$$

$$H = (a^2/2f) \cdot (G/a + g)$$

Bunu ve moment değerini eğri denkleminde yerine koyarsak

$$y = \mathcal{W}/H$$

$$y = 2f/a^2(G/a + g) \cdot \left[(g \cdot a + G/2) \cdot a(1-\xi) - (g \cdot a^2/2) \cdot (1-\xi)^2 \right]$$

$$y = 2f \cdot (1-\xi) \cdot a^2 / a^2 \cdot (G/a + g) \cdot \left[(G/2a + g - g/2 + \xi g/2) \right]$$

$$y = -f \cdot (1-\xi) / (G/a + g) \cdot \left[(G/a + g) \cdot (1-\xi) \right] \quad 0 \leq \xi < 1 \quad (4.17)$$

BÖLÜM 5.

5.1- Verilenler :

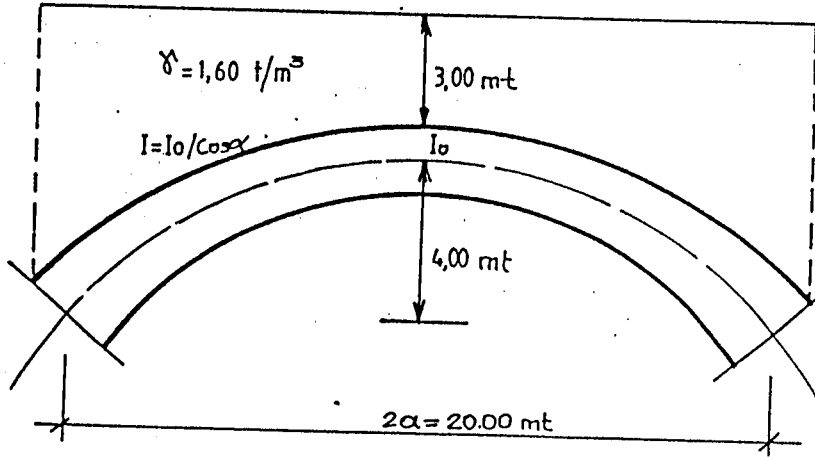
Kemer daire yayı,

 $L = 20.00 \text{ mt.}$ $f = 4.00 \text{ mt.}$ $\gamma_{\text{beton}} = 2.40 \text{ t/m}^3$ $\gamma_{\text{dolgu}} = 1.60 \text{ t/m}^3$

Anahtarda dolgu yüksekliği 3 mt.

5.2- İstenenler :

Kemerin anahtar ve üzengilerde kalınlığı,
İntrados, extrados ve kemer eksen eğrisinin tayini,
dolgu ve kemer zati ağırlığından dolayı kemerde
meydana gelen kesit tesirlerinin bulunması.



Şekil 5.1

5.3 - Çözüm :

5.3.1- Kemer kalınlığı,

$$e_o = \alpha(1 - \sqrt{2a}) \cdot \mu \quad (\text{Anahtarda})$$

$$f = 4.00 \text{ mt.}$$

$$2a = 20.00 \text{ mt.}$$

$$\text{Basıklık } \mathcal{O} = f/2a = 4/20 = 0.20$$

$$\alpha = 0.15 \quad (\text{Şose köprülerinde } 0.12 \sim 0.18)$$

$$\mu = (4/3) \cdot (1 - \mathcal{O} + \mathcal{O}^2) = (4/3) \cdot (1 - 0.20 + 0.20^2) = 1.12$$

$$e_o = 0.15(1 + \sqrt{20}) \cdot 1.12 = 0.92 \rightarrow e_o = 0.90 \text{ mt.}$$

$$e_1 = \lambda \cdot e_o \quad (\text{Üzengilerde})$$

$$\text{Az basık daire kavsi } \lambda = 2$$

$$\text{Çok basık daire kavsi } \lambda = 1 - 12 \cdot \mathcal{O}^2 = 1.48 \quad \left. \begin{array}{l} \lambda_{\text{ort}} = 1.75 \text{ alalım.} \end{array} \right\}$$

$$e_1 = 1.75 \times 0.92 = 1.61 \quad e_1 = 1.60 \text{ mt.}$$

5.3.2- Kemer eksen eğrisinin denklemi,

$$r_1 = (f/2) \cdot [1 + (L/2f)^2] = (4/2) \cdot [1 + (20/2 \cdot 4)^2] = 14.50 \text{ mt.}$$

$$e_1 = r_1 - f = 14.50 - 4.00 = 10.50 \text{ mt.}$$

$$y = r_1 \cdot \cos \alpha - e_1$$

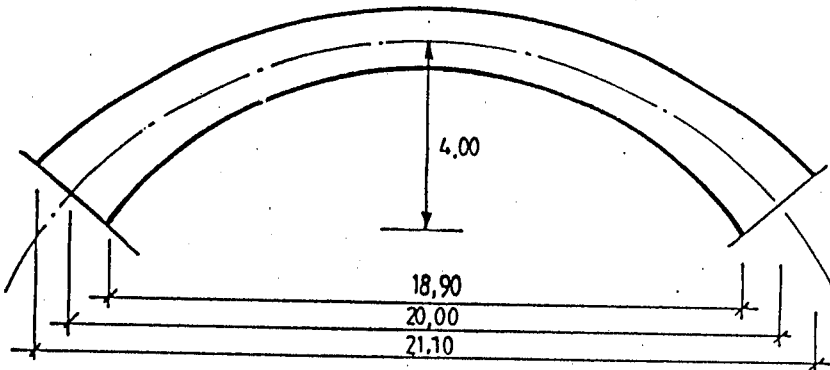
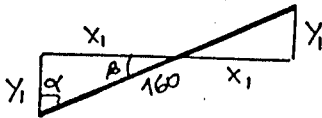
5.3.3- İntradosta daire parçasının yarı çapı ve daire parçasının denklemi,

$$\sin \alpha = 10/14.50 = 0.69 \quad \alpha = 43^\circ 60'$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 46^\circ 40'$$

$$\sin \beta = y_1 / 0.80 \rightarrow y_1 = 0.58 \text{ mt.}$$

$$\cos \beta = x_1 / 0.80 \rightarrow x_1 = 0.55 \text{ mt.}$$



Şekil 5.2

$$f_i = 4 - 0,45 + 0,58 = 4,13 \text{ mt.}, \quad L_i = 18,90 \text{ mt.}$$

$$r_i = (4,13/2) \left[1 + (18,90/2 \times 4,13)^2 \right] = 12,88 \text{ mt.}$$

$$e_i = r_i - f_i = 12,88 - 4,13 = 8,75 \text{ mt.}$$

$$y = 12,88 \times \cos \alpha - 8,75$$

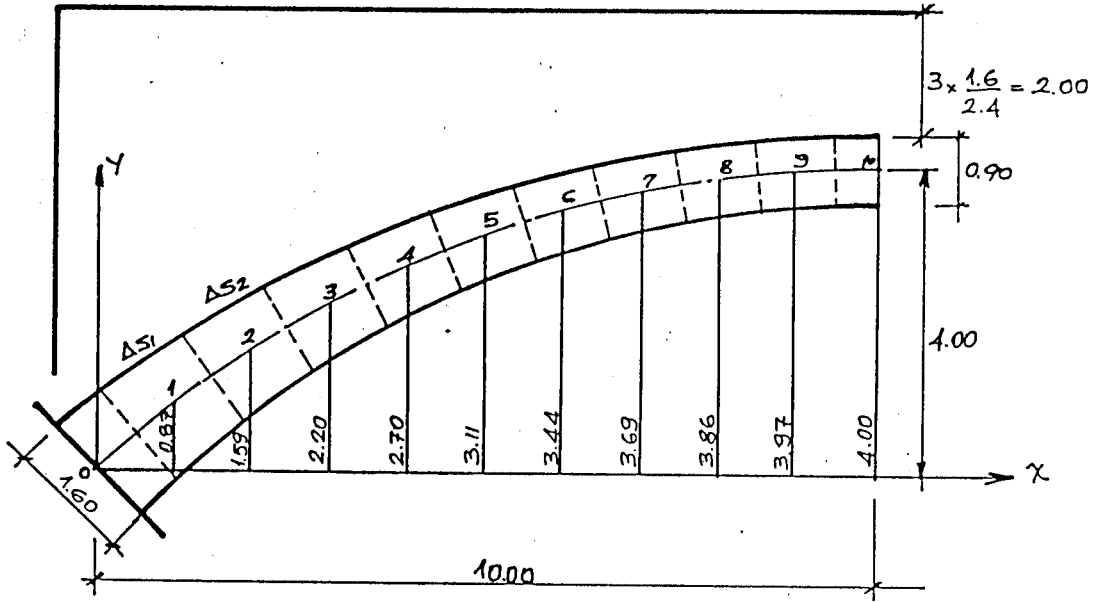
5.3.4- Extradosta daire parçasının yarı çapı ve daire parçasının denklemi :

$$f_e = 4,00 + 0,45 - 0,58 = 3,87 \text{ mt.} \quad L_e = 21,10 \text{ mt.}$$

$$r_e = (3,87/2) \left[1 + (21,10/2 \times 3,87)^2 \right] = 16,32 \text{ mt.}$$

$$e_e = r_e - f_e = 16,32 - 3,87 = 12,45 \text{ mt.}$$

$$y_e = 16,32 \times \cos \alpha - 12,45$$



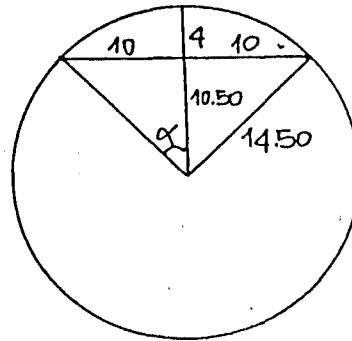
Şekil 5.3

5.3.5- Elastik merkezin yeri :

$$\sum_0^{20} Y \cdot \Delta S / I = 2 \times 277,08 - 65,84 = 488,32$$

$$\sum_0^{20} \Delta S / I = 2 \times 85,22 - 16,46 = 153,98$$

$$Y_g = 488,32 / 153,98 = 3,17 \text{ mt.}$$



NO	Y	$Y \cdot \frac{\Delta S}{I}$	$x^2 \frac{\Delta S}{I}$	$\frac{\Delta S}{F}$	$Y \cdot \frac{\Delta S}{I}$	Mo	$Mo \cdot Y \frac{\Delta S}{I}$	$Mo \cdot \frac{\Delta S}{I}$
0	-3,17	-19,80	197,-	0,42	-6,25	0	0	0
1	-2,30	22,69	347,49	0,84	-9,87	95,68	-944,36	410,47
2	-1,58	11,53	295,68	0,82	-7,30	175,54	-1281,44	810,99
3	-0,97	4,80	249,90	0,82	-4,95	241,71	-1196,46	1232,72
4	-0,47	1,27	206,64	0,83	-2,70	295,92	-798,98	1698,58
5	-0,06	0,02	163,25	0,85	-0,33	339,58	-112,06	2217,46
6	0,27	0,55	121,60	0,88	2,04	373,84	762,63	2841,18
7	0,52	2,43	80,73	0,92	4,67	399,60	1866,13	3584,41
8	0,69	5,13	43,08	0,97	7,43	417,53	3102,25	4496,80
9	0,80	8,43	13,17	1,03	10,54	428,10	4512,17	5638,08
10	0,83	11,34	0	1,11	13,66	431,59	5895,52	7103,97
		87,99	1718,54	9,49			11805,40	30034,66

5.3.6 - δ ların hesabı :

$$E.\delta_{11} = \int M_1^2 \cdot ds / I = \sum l^2 \cdot \Delta s / I = 2 \times 85,22 - 16,46 = 153,98$$

$$E.\delta_{22} = \sum y^2 \cdot \Delta s / I - \sum \cos^2 \alpha \cdot \Delta s / F = 2 \times 87,99 - 11,34 + 2 \times 9,43 - 1,11 = 182,39$$

$$E.\delta_{33} = \sum x^2 \cdot \Delta s / I + \sum \sin^2 \alpha \cdot \Delta s / F = 2 \times 1718,54 - 0 = 3437,08$$

$$E.\delta_{10} = \sum i \cdot Mo \cdot \Delta s / I = 2 \times 30034,66 - 7103,97 = 52965,35$$

$$E.\delta_{20} = \sum (-y) \cdot Mo \cdot \Delta s / I = -(2 \times 11805,40 - 5895,52) = -17715,28$$

$$E.\delta_{30} = 0$$

5.3.7 - Hiperstatik bilinmeyenler :

$$X_1 = -(52965,35 / 153,98) = -343,98 \text{ tm.}$$

$$X_2 = -(-17715,28 / 182,39) = 97,13 \text{ t.}$$

$$X_3 = 0$$

5.3.8 - Kesit Tesirleri :

$$M = Mo + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2 = Mo - 343,98 \times 1 - 97,13 \times y$$

$$Mo = -36,078 \text{ tm.}$$

$$M_1 = -24,901 \text{ tm.}$$

$$M_2 = -14,975 \text{ tm.}$$

$$M_3 = -8,054 \text{ tm.}$$

$$M_4 = -2,409 \text{ tm.}$$

$$M_5 = 1,428 \text{ tm.}$$

$$M_6 = 3,635 \text{ tm.}$$

$$M_7 = 5,112 \text{ tm.}$$

$$M_8 = 6,53 \text{ tm.}$$

$$M_9 = 6,65 \text{ tm.}$$

$$M_{10} = 6,99 \text{ tm.}$$

SONUÇ

"Çeşitli kemerlerin Hesap Metotları" konulu bu inceleme tezinde genel olarak herhangi bir eksen eğrisine sahip kemerler incelenmiş ve çözüm metotları araştırılmıştır.

Çeşitli kemerlerin çözümleri izostatik kemerler için grafik ve analitik yollarla yapılabilir. Grafik metotlar analitik metotlara göre daha kullanışlı ve daha kolaydır. Ancak birinci dereceden hiperstatik iki mafsallı, ikinci dereceden hiperstatik tek mafsallı veya üçüncü dereceden hiperstatik ankastre kemerlerin çözümleri analitik yolların kullanılmasını zaruret haline getirmektedir.

Analitik metotlar kullanıldığında zorunlu olarak değişen kemer kalınlığı ve yükler problemi daha da zorlaştırmakta pratik çözümlere gidilmesini ön plana çıkarmaktadır. Kemere etkiyen hareketli yükün dikkate alınmasına gerek olmamakla birlikte ısı değişimi, rötire, mesnet çökmeleri problemi oldukça zorlaştırmaktadır.

Bu çalışmada genel esaslar incelenmiş ve yukardaki sonuçlara varılmıştır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Çakıroğlu, A. ve Çetmeli, E., 1979, Yapı Statiği, Matbaa Teknisyenler Basımevi, Cilt 1, 299 s.
- Çakıroğlu, A. ve Çetmeli, E., 1983, Yapı Statiği, Matbaa Teknisyenler Basımevi, Cilt 2, 411 s.
- Celasun, H., 1974, Betonarme Köprüler, Çağlayan Kitabevi, 459 s.
- Aykurt, V., 1976, Yapı Statiği, Eskişehir DMMA, Cilt 1, 299 s.
- Strassner, A., 1957, Yeni Metotlar Kemer ve Kemerli Köprü Statiği, (Çev. A.F.Berkmen), İstanbul Teknik Üniversitesi Kütüphanesi, 222s.

