

T. C.
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

UZAY ÇERÇEVE SİSTEMLERİN
SONLU ELEMANLAR METODU İLE ÇÖZÜMÜ
(Deplasman Metodu)

(Lisansüstü Tezi)

Hazırlayan :
İnş Müh. Canan Ardalı

Yöneten
Doç Y. Müh. M. RUHİ AYDIN

ESKİŞEHİR-1984

İ Ç İ N D E K İ L E R

	<u>Sayfa</u>
A. Ö Z E T	iii
B. Ö N S Ö Z	iv
 B Ö L Ü M . I - SONLU ELEMANLAR METODUNA GİRİŞ	 1
1.1-Sonlu Elemanlar Metodu ile Sistemin	
Analizi	2
 B Ö L Ü M .II- KOORDİNAT EKSENLERİ	 4
2.1-Eksen Takımları	4
2.1.1-Çubuk Eksenleri	4
2.1.2-Sistem Eksenleri	5
2.2-İşaret Kabulleri	5
2.3-Çubuk Taşıyıcı Sistemlerin Sınıflandırılması	7
2.3.1-Uzay Çerçeveler	7
 B Ö L Ü M .III- ÇUBUK TRANSFORMASYON MATRİSİ	 9
3.1-Doğrultu Kesinüslerinin Uç Koordinatla-	
rından Elde Edilişi	9
 B Ö L Ü M .IV- UZAY ÇERÇEVE ÇUBUĞUNUN RİJTLİK MATRİSİNİN	 14
HESAPLANMASI	
4.1-Eksenel Kuvvetler (P_{x1} , P_{x2})	18
4.2-Burulma Momentleri(M_{x1} , M_{x2})	20
4.3-Kesme Kuvvetleri (P_{y1} , P_{y2})	21
4.4-Eğilme Momentleri (M_{z1} , M_{z2})	23
4.5-Kesme Kuvvetleri (P_{z1} , P_{z2})	25
4.6-Eğilme Momentleri (M_{y1} , M_{y2})	26
4.7-Uzay Çerçeve Çubuğunun Rijitlik Denk.	28

	<u>Sayfa</u>
4.8-Üçlü Çarpım Transformasyon Formülü	30
B Ö L Ü M. V -STİFNES DENKLEM TAKIMININ ÇÖZÜMÜ	32
5.1-Sistem Rijitlik Matrisinin Yarım Bant Genişliği	32
5.2-Mesnet Şartlarının İşlenmesi	34
5.3-Gauss Eliminasyon Metodu ile Lineer Denklem Takımı Çözümü-Simetrik ve Değişken Bant Genişliği Hali	35
5.3.1-Gauss Eliminasyon Metodu	35
5.3.2-Simetrik Katsayılı Denklem Takımının Çözümü	39
B Ö L Ü M. VI -ÇUBUK UÇ KUVVETLERİNİN HESABI	40
B Ö L Ü M. VII-PROGRAMIN GİRDİ VE ÇIKTILARI	41
7.1-Girdi Organizasyonu	41
7.2-Çıktıların Değerlendirilmesi	42
7.3-Uzay Çerçeveler için Programda Önemli Değ.	43
B Ö L Ü M. VIII-PROGRAMI TEST ETMEK İÇİN ÖRNEK PROBLEM-1	44
PROGRAMI TEST ETMEK İÇİN ÖRNEK PROBLEM-2	51
" " " " " "	-3
B Ö L Ü M. IX- PROGRAMIN LİSTESİ	68
B.Ö L Ü M . X- SONUÇ	78
B Ö L Ü M .XI- KAYNAKLAR	79

Ö Z E T

Bu çalışmada Sonlu Elemanlar Metodu ile Uzay Çerçeve sistemleri çözen bir bilgisayar programı hazırlandı.Çeşitli kaynaklardan yararlanılarak,metod yardımı ile sistem analiz edildi.

Hesap işlemlerini kısaltmak için sistemin Stifness matrisinin band ve simetrik olmasından faydalanıldı.Proqramın girdi ve çıktıları detaylı olarak belirtildi.Sayısal örnekler çözüldü ve programın listesi ek olarak verildi.

S U M M A R Y

In This study a computer program has been prepared to solve Space Frames using the Finite Element Method.By means of the method the system has been analysed there by considering various references.

Since the Stiffness matrix is Symmetrical and a bandet, it has enabled to shorten computations.The inputs and outputs of the program has been presented in detail.Numerical examples are solved and the list of the program is given as appendix.

Ö N S Ö Z

Yapı Mühendisliğinin amacı kısaca, belli bir hizmet için tasarlanan konstrüksiyonu gerçekleştirmektir. Bir konstrüksiyon, yüklendiği dış etkileri taşıyan ve daima idealize edilen bir taşıyıcı sistemle karakterize edilir. Bu amaçla sonlu elemanlar metodu geliştirilmiştir.

Sonlu elemanlar gibi analiz metodlarının uygulamalarının ve neticelerinin değerlendirilmesinde daima matematik metodlar kullanılmıştır. Bu nedenle, bir çok mühendislik probleminin kesin çözümündeki zorluk sebebiyle yaklaşık çözümlere ve bilgisayar kullanılmasına gidilmiş, bu sayede mühendislik mesleğinde büyük bir ilerleme temin edilmiştir.

Çözüm tekniklerine hız ve etkinlik katmamızda bilgisayarın tartışılmaz bir yeri vardır.

Uzay çerçevelerin çözümü, inşaat mühendislerinin uygulama alanında karşılaştığı konulardan biridir. Konunun uygulama alanındaki önemi, çalışmanın bu konuda yapılmasına neden olmuştur.

Metodun bilgisayar programı hazırlanmış ve bir çok örnek üzerinde denenerek en son şekli verilmiştir. Sonuç olarak bir uzay çerçevenin hem yükleme, hem de çökmeler altında çubuk uç kuvvetleri hesaplanmıştır.

Program İnşaat Bölümü bilgisayarlarında Basic programlama dilinde yazılmış ve denenmiştir.

Bu çalışmada bana sürekli yardımlarını esirgemeyen sayın hocam Doç.Y.Müh.M.Ruhi AYDIN'a ve değerli meslekdaşlarıma sonsuz şükranlarımı sunarım.

C.ARDALI

B Ö L U M -I-

I.SONLU ELEMANLAR METODUNA GİRİŞ(K.3)

Sonlu elemanlar metodu çubuk,kafes,levha,plak veya kabuklardan oluşan yapı sistemlerinin statik ve dinamik yükler altında hesabı için geliştirilmiş olan nümerik bir hesap metodudur.

Çubuk elemanların hesabında uygulanan klasik yöntemlerin iki ve üç boyutlu ortamın gerilme ve yer değiştirme problemlerine de uygulanması sonucu ortaya çıkmıştır.

1960'lı yıllardan bu yana bilgisayarların gelişimine paralel olarak,başta yapı mekânîği olmak üzere diğer bilim dallarında da uygulama alanı bulmuştur.Metodun esasında yapının sonlu sayıda elemandan oluştuğu düşüncesi vardır(Sistemin idealize edilmesi).

Bu elemanların sonlu sayıdaki düğüm noktalarında bir birine bağlandığı kabul edilir.Sistemin denge denklemlerini kurarken karşılaşılan rijitlik matrisi direkt olarak düğüm noktalarının sayısı ile ilgilidir.

Metodun getirdiği en önemli gelişme özellikle bizim çalışmamız açısından üç boyutlu yapılar için de kullanılabilmesidir.

Bir çerçeveden oluşan yapının idealize edilmesinde yapılacak tek kabul,deplasman fonksiyonunun iki düğüm noktası arasında ve elastik eksen boyunca sürekli olduğudur.

Yapı analizinde en önemli gelişme,sonlu elemanlar metodunun sürekli ortam problemlerini de çözebilmesidir.

İki boyutlu elemanların birleşimi teşkil edildiği gibi,üç boyutlu elemanların birleşimiyle de elastik bir ortam teşkil edilebilir.

Bu durumda idealize edilmiş sistem, gerçek sistem yerine kullanılır. Çubukların farklı malzemelerden oluşması halinde bile metot geçerlidir. Bu sonlu elemanlar metodunun en büyük üstünlüğüdür.

I-1. SONLU ELEMANLAR METODU İLE SİSTEM ANALİZİ(k.3)

Sonlu elemanlar metodu ile bir ortamın analizi genelde üç bölümden oluşur:

- 1.Yapının idealize edilmesi
- 2.Yapı içindeki elemanların özelliklerinin belirlenmesi
- 3.İdealize edilmiş yapının analizi.

Herhangi bir sürekle ortam çok değişik olabilir, ama bilinen özelliklere sahip elemanlara ayrılarak idealize edilir. Daha sonra sadece idealize edilmiş sistemin analizi ile uğraşılır. Çözümün iyi sonuçlar vermesi, sistemin sürekli ortamı ne derece hassasiyetle temsil ettiğine bağlıdır. Burada en önemli problem sistemi oluşturan elemanların elastik özelliklerinin (rijistik matrisi) belirlenmesidir.

Düğüm noktalarına etkiyen kuvvetler ile bunların oluşturduğu deplasman, deformasyon ve uç kuvvetleri arasındaki bağı (denge denklemi) kurulması, dolayısıyla elemanın rijitlik matrisinin kurulması esas problemlerdir.

Elemanın özelliklerinin belirlenmesi, sistemin geometrisine bağlı değildir.

Yapı analizinde şu işlemlerin yapılması gerekir:

1. DENGİ DENKLEMLERİNİN KURULMASI : Bir düğüm noktasında birleşen çubukların iç kuvvetleri sistemin aynı düğümü etkiyen dış kuvvetlerle dengede olmalıdır. ($P \leftrightarrow R$)

2. UYGUNLUK ŞARTININ SAĞLANMASI : Bir düğüm noktasında birleşen

Çubukların aynı düğümdeki deplasmanları eşit olmalıdır. ($U \leftrightarrow E$)

3.HOOK KANUNUNUN GEÇERLİ OLMASI :Gerilmeler ile deformasyonlar arasında malzemenin özelliğine bağlı olan bu kanun geçerli olmalıdır. ($\sigma \leftrightarrow \epsilon$)

Yapıların deplasman metodu ile analizinde temel işlemler şunlardır:

1. Her bir çubuk için uygun bir çubuk eksen takımı (lokal koordinat) seçilir ve elemanın rijitlik özellikleri hesaplanarak K_i rijitlik matrisi kurulur, denge denklemleri yazılır.

2. Sistem için uygun bir sistem eksen kakımı (global koordinat) seçilir ve lokal koordinat sistemindeki rijitlik matrisi K_i global koordinat sistemindeki K_i' rijitlik matrisine trasforme edilir.

3. Sınır şartları değerlendirilerek ve çubuk rijitlik matrisleri toplanarak global koordinatlardaki gerçek K_i' rijitlik matrisi elde edilir. Tüm çubukların rijitlik matrisleri aynı global koordinatlarda yer aldığından bu basit bir toplama işlemidir.

Elde edilen matris bant şeklindedir, simetrik ve çözümü mümkündür.

4. Denge denklemlerinin kurulması: : Denge denkleminin kurulması ve çözümü, dış yükler etkisi ile düğümlere etkiyen P dış yükleri ile aynı noktalardaki deplasmanlar yardımıyla kurulan

$$\underline{P} = \underline{K'} \underline{U}$$

ve ankastre uç kuvvetlerin ilavesi ile tamamlanan denklemin çözümü ile olur.

5. Hesaplanan düğüm noktası deplasmanlarından uygunluk şartı yardımıyla çubuklara ait deplasmanlar, sonra da çubuk rijitlik matrisleri yardımı ile çubuk deplasmanlarından çubuk uç kuvvetleri bulunur.

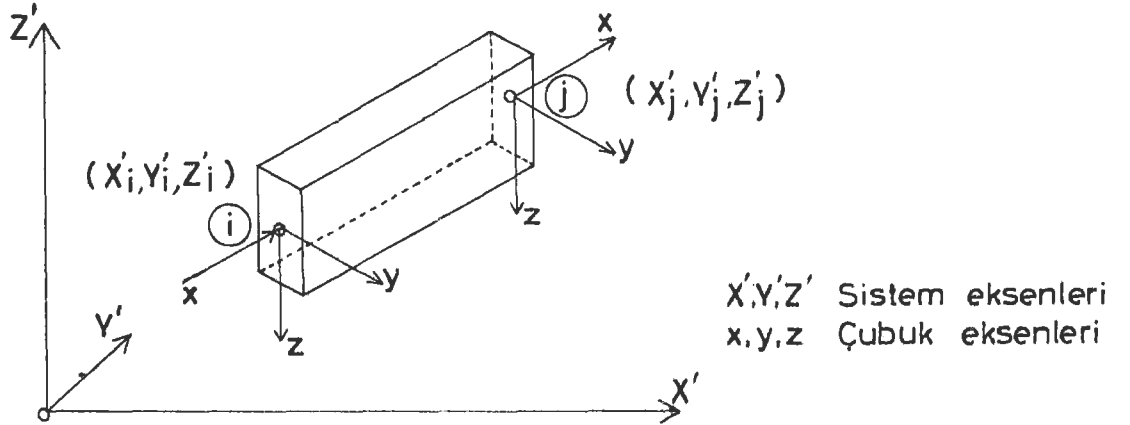
B Ö L Ü M II.

K O O R D İ N A T E K S E N L E R İ :

2-1.EKSEN TAKIMLARI (K.2.6.8)

2-1-1.ÇUBUK EKSENLERİ + Çubuğun kendi boyuna eksenini ile bu eksene dik en kesitleri asal atalet momenti eksenlerinden oluşan ve sağıl kaidesine uyan X Y Z Kartezyen koordinatlarına çubuk eksen takımı (lokal koordinatlar) denir.

Çubuğun en kesit ağırlık merkezlerini birleştiren boyuna eksen X ,asal atalet eksenleri y ve z ile gösterilir.



Şekil 1 : Eksen takımları

Bir uzay çerçevesinde çubuğunda hangi atalet ekseninin y veya z olarak seçileceğine dair bir kural yoktur. Yalnız tüm eksen takımları arasında sağıl kuralı uygulanarak iki eksen belli iken, üçüncü eksen bulunabilir. Örneğin: x ekseninden y eksenine giderken z eksenin veya y ekseninden z eksenine giderken x eksenin ve z ekseninden x eksenine giderken y eksenin bulunması gibi.

Asal atalet eksenlerinin seçimi yapıldıktan sonra, tabiatıyla, hesaplarda seçilen atalet eksenine tekabül eden atalet momenti kullanılmalıdır. Çubuk eksenleri adeta çubuğun fizikî bünyesine işaretlenmiş olarak farzedilmelidir.

Bu eksenler çubuğun ötelenmesi ile ötelenir ve çubuğun dönmesi ile dönerler. Bir çubuğun eksen takımı ile diğer bir çubuğun eksen takımı arasında hiç bir beraberlik yoktur. Sistem içinde herhangi bir konumda bulunabilirler.

2.1-2. S İ S T E M E K S E N L E R İ : Taşıyıcı sistemin denge denklemlerini yazabilmek ve bir düğüm noktasında birleşen çubukların uç kuvvet ve deplasmanlarını tek bir koordinat takımında döndürebilmek maksadiyle, bütün sisteme hakim olmak üzere sağel kuralına uygun olarak seçilen karşılıklı birbirine dik X', Y' ve Z' eksenine sistem eksen takımı (global koordinatlar) denir.

Sistem eksenlerinin doğrultuları çubuk eksenlerinden tamamen bağımsızdır, çubuğun konumu ile ilgileri yoktur, daima sabit bir doğrultuları vardır. Bazen çubuk eksenini ile çakışır ve adeta bu eksenler, analizi yapılan taşıyıcı sistemin üzerine çizilmiş gibidir.

2-2. İ Ş A R E T K A B U L L E R İ : (K.2-6)

Hangi eksen takımında çalışılırsa çalışılsın, koordinat eksenlerinin pozitif yönlerinde elde edilmiş uç kuvvetleri ve uç ötelenmeleri pozitifdir. Momentlerin ve dönmelerin işaretleri sağel kuralına göre tayin edilir.

Şu noktayı belirtmek gerekir ki, ^{gerek} çubuk eksen takımında ve

gerekse sistem eksen takımında her doğrultuda bir kuvvet ve aynı zamanda bir deplasmana tekabül eder.Yani,bir okun gösterdiği doğrultuda sadece deplasman vardır,buraya kuvvet etkimez,veya sadece kuvvet vardır,burada deplasman olmaz demek doğru değildir.

Numaralanmış her hangi bir ok, o doğrultuda hem bir deplasman,hemde bir kuvvet gösterir.

Taşıyıcı elemanın kabul edilen bütün serbetlik dereceleri birer okla ve okun başı,kabul edilen işaret kaidesine göre pozitif yönü göstermek üzere bir şekil üzerinde gösterilir.

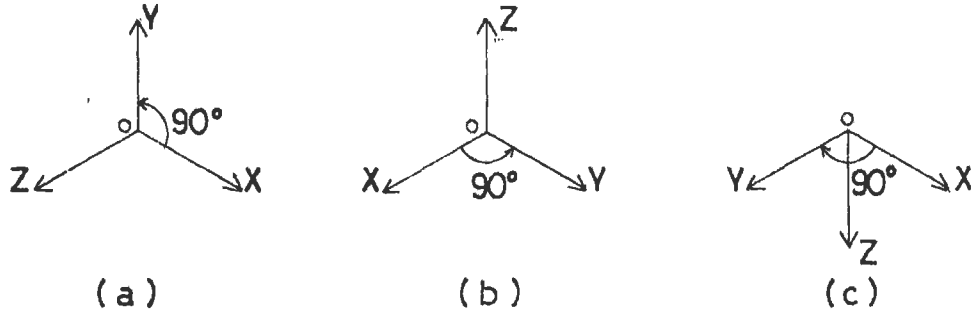
Doğru kuvvetler ve ötelenmeler için doğru,momentler ve dönmeler için ise eğri bir ok kullanılır,ve oklar eksen yönleri ile numaralanır.
($P_{x1}, P_{y1}, P_{z1}, M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}$ gibi)

Okun numarası ve şekil üzerindeki yeri,o kuvvet veya deplasmanın tatbik noktasını,okun ekseni ve başlığının yönü ise söz konusu kuvvet veya deplasmanın doğrultu ve yönünü açık olarak belli eder.

Okların yönü daima bir ucundan 2 ucuna doğrudur,veya 2.ci ucun numarası daima büyük seçilir.

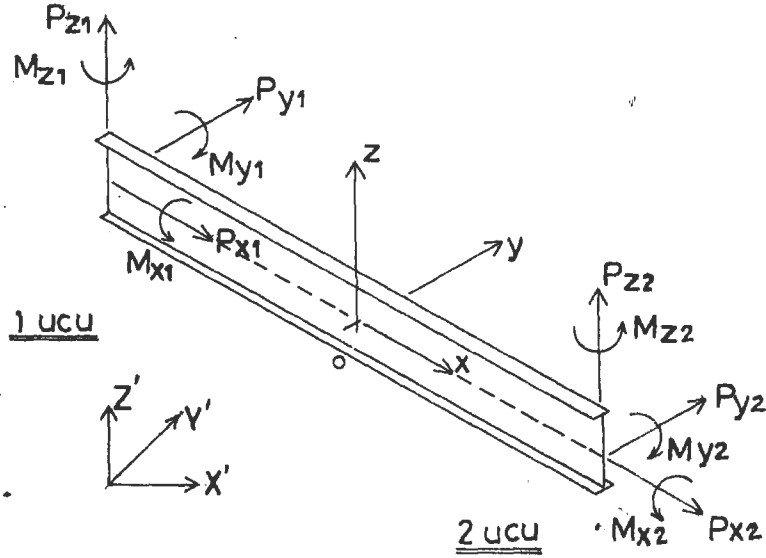
Bütün yön seçimlerinde soldan sağa doğru dönen sistemler kullanılacaktır.

X ve Y eksenlerinin herhangi iki için pozitif yönler seçilmesi durumunda Z ekseni için pozitif yön,bu iki eksenin pozitif yönleri arasındaki sağ açıya bağlı olarak X ekseninden Y eksenine döndüğünden soldan sağa dönüşle bulunacaktır.



Şekil 2 :Sağ el işaret kaidesinin değişik biçimleri

Bununla beraber verilen yada hesaplanan uç kuvvetlerinde artı değerler basınç eksi değerler çekmeyi ifade etmektedir.



Şekil 3 : Çubuk uç kuvvetleri ve yönleri.

2-3 ÇUBUK TAŞIYICI SİSTEMLERİN SINIFLANDIRILMASI(K1.6.8)

2-3-1. U Z A Y Ç E R Ç E V E L E R :

Düğüm noktalarındaki serbestlik derecesi sayısı ve uzayda işgal ettiği geometrik konum bakımından, çubuklardan oluşan taşıyıcı sistemler içinde yer alan uzay çerçevelerde, çubuklar birbirine rijit olarak bağlanmışlardır. Yükler her hangi bir doğrultuda düğümlere veya

çubuklara etkiyebilir. Bir düğüm noktasında birbirine dik doğrultularda üç ötelenme ve üç dönmeden ibaret altı serbestlik derecesi vardır.

En kesitlerin atalet eksen doğrultuları istenilen her hangi bir konumda bulunabilir. Çubuklarda eksenel kuvvet, kesme kuvveti ve burulma tesirlerine ilaveten, her iki atalet ekseninde eğilme olabilir.

Çubuk stifnesleri y ve z asal atalet eksenlerindeki eğilme rijiteleri $E I_y$ ve $E I_z$ ve diğer eksen X deki AE , GJ dir

Her uçtaki yükün ve deplasmanın altı komponenti vardır ki, bunların tamamı 12 tanedir. xy ve xz eğilme düzlemlerinin her biri kesme kuvveti komponenti ve moment komponenti gerektirir. xy düzleminde bir araya getirilen q_y ve M_z dir. Bu böyleyken xy düzleminde q_z, m_y bir araya getirilir. Ayrıca x doğrultusunda m_x torku mevcuttur.

Tork gerilme, kesme kuvveti gibidir ve çubuk uzunluğu boyunca sabittir. Yalnız basit bir durum için eğilme etkilerini yok farzederiz ve x eksenini boyunca kirişte bir burulmanın olduğu varsayılır ve $m_x = (GJ/L) \theta_x$ olarak gösterilir.

Uzay çerçevelerin rijitlik (stifnes) matrisleri (12×12) büyüklüğündedir (6×6) rijitlik matrislerinden oluşurlar.

Uzay çerçeveler çubuk taşıyıcı sistemler içinde bütün diğer grupları içine alan genel bir sınıfı teşkil ederler. Bu sistemlerin analizi, uzay çerçeveler için yazılmış bir bilgisayar programı ile diğer bütün taşıyıcı sistemleri çözmek mümkündür. İşe yaramayan serbestlik derecelerini daha verişte mesnetli gibi göstermekle bu halledilebilir, Fakat tecrübeler göstermiştir ki genel maksatlar için yazılmış bir programla özel bir problemi çözmek ekseriya, hem zaman kaybına hem de karışıklığa sebep olmaktadır. Bu nedenle her sınıf taşıyıcı için

ayrı bir program yazılması ve kullanılması daha iyi olacaktır.

B Ö L Ü M III

ÇUBUK TRANSFORMASYON MATRİSİ : $[T]$

3-1. DOĞRULTU KOSİNÜSLERİNİN UÇ KOORDİNATLARINDAN ELDE EDİLiŞİ

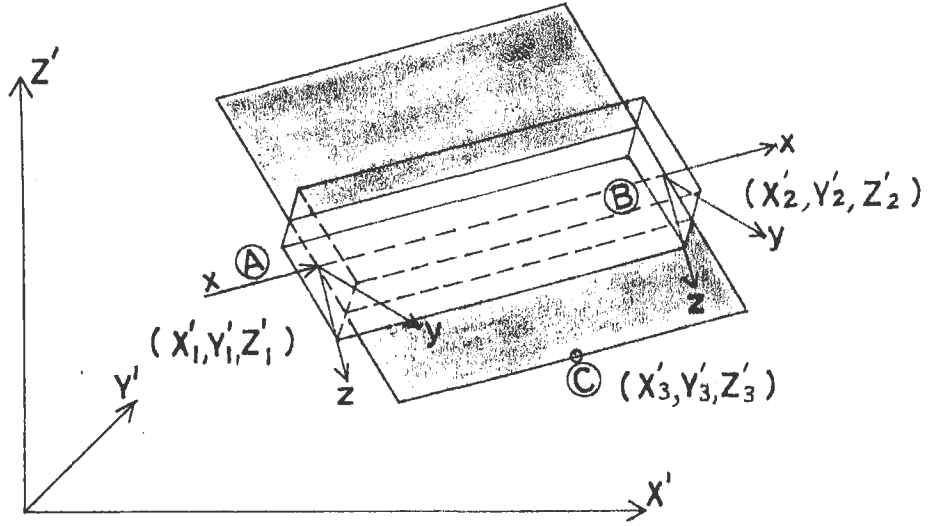
(K.4.6)

Eksen takımlarını birbirine dönüştürebilmek için eksenlerin doğrultu kosinüslerini bilmek gereklidir. Doğrultu kosinüsleri bir doğrultunun, verilen bir eksen takımına göre eğişikliğini en iyi şekilde ifade eden sayılar, o doğrultunun verilen eksen takımına göre yazılmış doğrultu kosinüsleridir.

Stifnes metodu ile analiz yaparken genellikle $X'Y'Z'$ eksenleri sistem eksenleri olarak alınır ve her çubuk için farklı doğrultular da olabilecek XYZ çubuk eksenlerinin doğrultu kosinüsleri hesap edilir. Çubuk eksenlerinin doğrultu kosinüsleri, çubuğun boyu, atalet momenti yükü v.s.gibi ilk bakışta bilinen değerlerden değildir. Doğrultu kosinüsleri, çubuk uç koordinatları kullanılarak yapılan hesaplar neticesinde elde edilir.

Bir uzay çubuğunun dokuz doğrultu kosinüsü vardır ve bunlar birbirinden bağımsız değildir.

Bir uzay çerçeve çubuğunun doğrultu kosinüslerini bulurken 1 ve 2 ucundaki koordinatlardan başka, çubuğun ekseninden geçen bir düzlem üzerindeki C noktasının koordinatları da gereklidir. Bu C noktasının koordinatları her zaman için çubuğun x, z düzleminin pozitif yönündedir ve değerleri sistem koordinatlarına göre verilir.



Şekil 4 : C Noktasının gösterilmesi (K.4)

Çubuğun boyuna x ekseninin Q_1, Q_2, Q_3 doğrultu kosinüsleri çubuğun A ve B uçların koordinatları vasıtasıyla

$$L = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2} \quad (3.1.1)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \frac{x_2' - x_1'}{L} \\ Q_2 &= \frac{y_2' - y_1'}{L} \\ Q_3 &= \frac{z_2' - z_1'}{L} \end{aligned} \right] \quad (3.1.1) \quad (K.4)$$

İfadelerinden kolayca elde edilebilir.

Y ve Z eksenindeki doğrultu kosinüsleri için

$$q = \vec{AB} \cdot \vec{AB} = (x_3' - x_1')(x_2' - x_1') + (y_3' - y_1')(y_2' - y_1') + (z_3' - z_1')(z_2' - z_1') \quad (3.1.3)$$

denklemleri yardımıyla

$$U_1 = q (x_2' - x_1') - L^2 (x_3' - x_1')$$

$$U_2 = q (y_2' - y_1') - L^2 (y_3' - y_1')$$

$$U_3 = q (z_2' - z_1') - L^2 (z_3' - z_1')$$

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2} \quad (3.1.5)$$

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= U_1/U \\ b_2 &= U_2/U \\ b_3 &= U_3/U \end{aligned} \right] \quad (3.1.6)$$

Olarak Z ekseninin doğrultu kosinüsleri

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= a_3.b_2 - a_2.b_3 \\ C_2 &= a_1.b_3 - a_3.b_1 \\ C_3 &= a_2.b_1 - a_1.b_2 \end{aligned} \right] \quad (3.1.7)$$

Olarakta Y ekseninin doğrultu kosinüslerini buluruz. Buna

göre [T] trasformasyon matrisi

$$[T] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \widehat{Xx'} & \widehat{Xy'} & \widehat{Xz'} & 0 & 0 & 0 \\ \widehat{Yx'} & \widehat{Yy'} & \widehat{Yz'} & 0 & 0 & 0 \\ \widehat{Zx'} & \widehat{Zy'} & \widehat{Zz'} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \widehat{Xx'} & \widehat{Xy'} & \widehat{Xz'} \\ 0 & 0 & 0 & \widehat{Yx'} & \widehat{Yy'} & \widehat{Yz'} \\ 0 & 0 & 0 & \widehat{Zx'} & \widehat{Zy'} & \widehat{Zz'} \end{array} \right] \quad (3.1.8) \quad (K.6)$$

Doğrultu kosinüsleri cinsinden yada hesaplanan değerleri ile

$$[T] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} a_1 & -C_1 & -b_1 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & -C_2 & -b_2 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & -C_3 & -b_3 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & a_1 - C_1 & -b_1 \\ 0 & 0 & 0 & a_2 - C_2 & -b_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 - C_3 & -b_3 \end{array} \right] \quad (3.1.9) \quad (K.4)$$

Olarak bulunur.

$$[T] = \left[\begin{array}{c|c} T_o & 0 \\ \hline 0 & T_o \end{array} \right] \quad \text{Haline dönüşmüştür.} \quad (3.1.10)$$

Bu transformasyon matrisinin yardımıyla çubuk koordinatlarındaki uç kuvvetlerini, uç deplasmanları ve rijitlik matrisleri kolayca sistem koordinatlarına çevirebiliriz.

Örneğin: Bir düğüm noktasında uç deplasman ve uç dönme

olan,altı serbestlik derecesine sahip uzay çerçeve çubuğunun kuvvet vektörünün transformasyonu için (1 ucunun)

$$\begin{bmatrix} P'_{x1} \\ P'_{y1} \\ P'_{z1} \end{bmatrix}_{XYZ'} = [T] \begin{bmatrix} P_{x1} \\ P_{y1} \\ P_{z1} \end{bmatrix}_{xyz} \quad (3.1.11) \quad (k.6)$$

Momentlerin transformasyonu için aynı şekilde

$$\begin{bmatrix} M'_{x1} \\ M'_{y1} \\ M'_{z1} \end{bmatrix}_{XYZ'} = [T] \begin{bmatrix} M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \end{bmatrix}_{xyz} \quad (3.1.12)$$

Olarak yazılır.

Bu iki ayrı transformasyon işlemi tek bir denklem takımı halinde yazılmak istenirse,köşegen dışı blokları sıfır yazmak sureti ile

$$\begin{bmatrix} P'_{x1} \\ P'_{y1} \\ P'_{z1} \\ M'_{x1} \\ M'_{y1} \\ M'_{z1} \end{bmatrix}_{XYZ'} = \begin{bmatrix} T_{01} & 0 \\ 0 & T_{02} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{x1} \\ P_{y1} \\ P_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \end{bmatrix}_{xyz} \quad (3.1.13)$$

(6x1) (6 x 6) (6 x 1)

Bulunur.

Uzay bir çerçeve çubuğunun uçlarındaki oniki adet bilinmeyenin hepsini birden toplu bir şekilde transforme edebilmek için

$$\begin{bmatrix} P' \end{bmatrix}_{XYZ} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \end{bmatrix}_{xyz} \quad (3.1.14)$$

(12 x 1) (12 x 12) (12 x 1)

yazmak lazımdır.

Bunun yanında ters yönde bir transformasyon, yani sistem eksenlerini, çubuk eksenlerine transforme etmekte mümkündür.

Bunun için $\begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^T$ Bağıntısı kullanılarak

$$\begin{bmatrix} P \end{bmatrix}_{xyz} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P' \end{bmatrix}_{XYZ} \quad (3.1.15)$$

yazılır.

Çubuk koordinatlarında verilen deplasmanlar $\begin{bmatrix} U \end{bmatrix}$ ve çubuk uçlarındaki $\begin{bmatrix} P \end{bmatrix}$ ankastrelik reaksiyonlarda kolayca sistem koordinatlarına çevrilebilir.

$$\begin{bmatrix} U' \end{bmatrix}_{XYZ} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \end{bmatrix}_{xyz} \quad \begin{bmatrix} P' \end{bmatrix}_{XYZ} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \end{bmatrix}_{xyz} \quad (3.1.16)$$

$$\begin{bmatrix} U \end{bmatrix}_{xyz} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} U' \end{bmatrix}_{XYZ} \quad \begin{bmatrix} P \end{bmatrix}_{xyz} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P' \end{bmatrix}_{XYZ} \quad (3.1.17)$$

B Ö L Ü M IV

UZAY ÇERÇEVE ÇUBUĞUNUN RİJİTLİK(STİFNESS)MATRİSİNİN

HESAPLANMASI: (K.2.6.7.8)

Uzay çerçeve çubuklarının stifnes tesir sayılarını bulmak için uçlarında altı serbestlik derecesi tarif edilmiş L uzunluğunda bir çubuk gösterilmiştir.(Şekil:5)

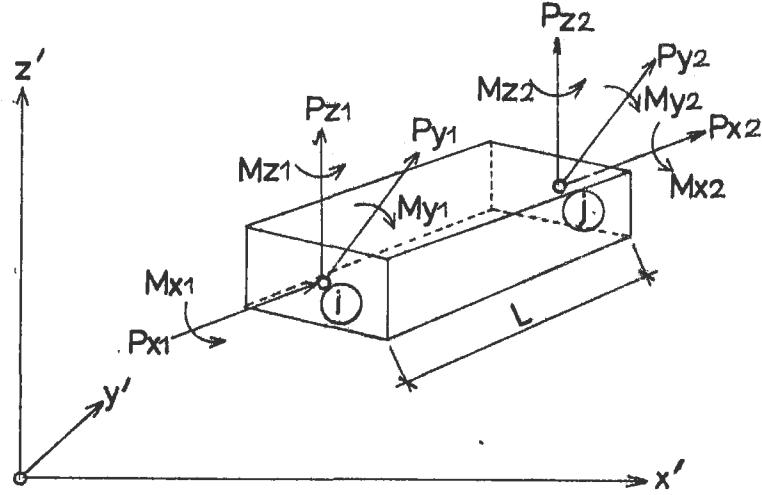
Stifnes tesir sayılarının tarifine göre kuvvetin tatbik edildiği yerdeki okun numarası i ile ve birim deplasmanın bulunduğu yerdeki okun numarasını da j ile gösterirsek,bir taşıyıcı elemanın k_{ij} stifnes sayısını şu şekilde belirtebiliriz:

k_{ij} : Taşıyıcı elemanın tarif edilmiş bütün serbestlik dereceleri doğrultusundaki deplasmanlar sıfır iken,yalnız j oku doğrultusunda birim bir deplasman meydana getirebilmek için i doğrultusundaki elemana dıştan tatbiki gereken kuvvet olur.

Eğer $i = j$ ise yani k_{ii} sayısı için,yukarıdaki tarifi biraz değiştirerek şöyle ifade etmek gerekir.

k_{ii} : taşıyıcı elemanın tarif edilmiş bütün serbestlik dereceleri doğrultusundaki deplasmanlar sıfır iken,yalnız i oku doğrultusunda birim deplasman meydana getirebilmek için,gene i doğrultusunda elemana dıştan tatbiki gereken kuvvet olur.

k_{ij} Stifnes kat sayıları tamamen bir birinden bağımsızdır. Aralarında statik denge denklemlerini sağladıkları gibi Maxwell prensibine uygun olarak $k_{ij} = k_{ji}$ dir.



(Şekil: 5) Eğilmeye ve burulmaya maruz uzay çerçeve çubuğunun genel gösterimi.

Burada denklemlerin çıkarılmasında kolaylık sağlamak amacıyla bir ucundaki kuvvet ve momentler $P_{x1}, P_{y1}, P_{z1}, M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}$ olarak gösterilerek aynı işlem çubuğunun iki ucu içinde $P_{x2}, P_{y2}, P_{z2}, M_{x2}, M_{y2}, M_{z2}$ ile gösterilecektir.

Deplasman ve dönmelerde 1 ve 2 ucu için

$\delta_x, \delta_y, \delta_z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ ve alt 1, 2 indisleri ile gösterilecektir.

Bu amaçla tüm deformasyon doğrultuları teker teker ele alınacak ve her seferinde birim deformasyon vererek uç kuvvetleri bulunacaktır.

Uzay çerçeve çubukları merkez eksenindeki burulma momentlerine ve iki asal eksenindeki eğilme momentlerine, eksenel kuvvetlere karşı koyacak biçimde doğru üniform bir çubuk olarak kabul edilecektir.

Çubuğa etkiyen kuvvetler şunlardır :

P_{x1}, P_{x2} Eksenel kuvvetler;

$P_{y1}, P_{z1}, P_{y2}, P_{z2}$ kesme kuvvetleri

$M_{y1}, M_{z1}, M_{y2}, M_{z2}$ Eğilme momentleri

M_{x1}, M_{x2} Burulma momentleri (terklerdir).

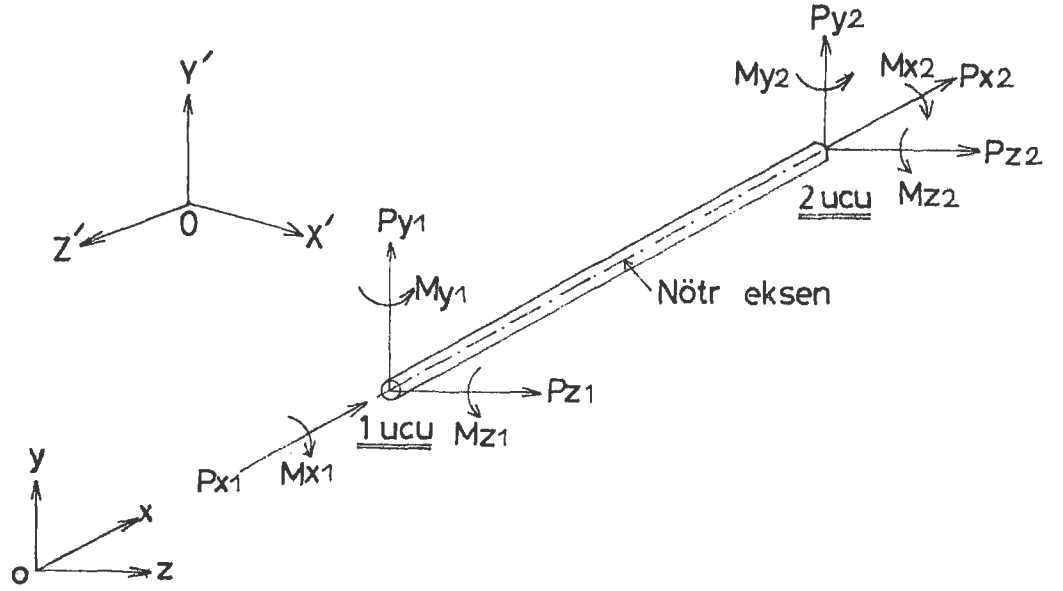
(Şekil : 6) da bu kuvvetlerin yerleşimi ve pozitif yönleri gösterilmektedir. Kuvvetlere tekabül eden $U_1 \dots U_{12}$ deplasmanları kuvvetlerin pozitif yönlerinde daha önce olduğu gibi pozitif işaret alacaklardır.

Daha önceden de bilindiği gibi bir çubuk elemanın yeri ve eğimi, i ucunun koordinatları ve x eksenini (i, j doğrultusu) ile y ekseninin tüm sistem için seçilen uygun bir koordinat sistemine göre bulunan doğrulu kosinüsleriyle belirtilecektir. Daha sonra yapılması gereken kesitin asal eksen istikametlerinin yerleştirilmesidir.

Uzay çerçeve çubuğunun stifnes matrisi 12×12 boyutundadır. Fakat sistem eksenleri, kesitin asal eksenleri ile çakışacak şekilde 3×3 ve 6×6 boyutları alt matrislerden oluşan 12×12 lik Stifnes matrisini elde etmek mümkündür.

Mühendislikte, kirişlerin eğilme ve burulma teorisinde açıkça bilinmektedir ki, P_{x1} ve P_{x2} kuvvetleri sadece tekabül eden deplasmanlara bağımlıdır, aynı şey M_{x1} ve M_{x2} burulma momentleri için de doğrudur.

Bununla beraber, eğilme düzlemleri rasgele seçilirse $x - y$ düzlemlerindeki eğilme momentleri ve kesme kuvvetleri sadece tekabül eden deplasmanlara bağlı değildir, aynı zamanda xz düzlemi kuvvetlerine tekabül eden deplasmanlara da bağlıdır.



(Şekil : 6)

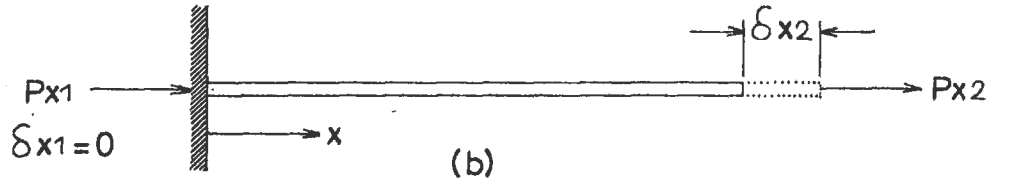
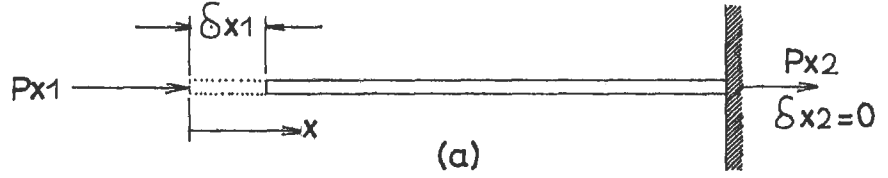
Sadece ve sadece xy ve xz düzlemleri kesitin asal eksenleri ile çakışırsa, her iki düzlamdeki kesme ve eğilme birbirinden bağımsız olarak düşünülebilir.

Kuvvet-deplasman denklemlerinin elde edilmesinde üniform bir kiriş elemanın stifnes özellikleri, mühendislikte kiriş teorisi içindeki kiriş deplasmanlarının differansiyel denklemlerinden doğrudan bulunacaktır.

Bu denklemlerden çıkarılan stifnes katsayıları yüklere maruz kirişlerin genel mühendislik teorisinde yapılan kabullerin tam limitleri içinde kalacaktır.

Eğilme düzlemleri xy ve xz , kesitin asal eksenleriyle ve Ox eksenini de kirişin merkez eksenini ile çakıştığı için, tüm kuvvetler birbirinden bağımsız olarak düşünülebilen 6 grupta toplanabilir. Bu gruplar şimdi incelenecek ve her grup için differansiyel denklemler türetililecektir.

4-1 E K S E N E L K U V V E T L E R : (Px1 ve Px2)



(Şekil:7) Eksenel kuvvetler Px1 ve Px2 (K.7)

Şekil: 7/a da gösterilen Uniform kirişin eksenel deplasmanı δ için differansiyel denklem

$$Px_1 = -\left(\frac{d\delta_{x_1}}{dx}\right) E.A \quad (4.1.1)$$

(4.1.1) eşitliğinin direkt integrasyonu ile

$$\int Px_1 dx = -EA \int \frac{d\delta_{x_1}}{dx} \quad (4.1.2)$$

$$Px_1 x = -\delta_{x_1} EA + C_1 \quad (4.1.3)$$

C_1 integrasyonu sabittir. Kirişin sol ucunda $X = 0$ için deplasman δ_{x_1} olarak gösterilirken $X = l$ için deplasman sıfırdır.

Buradan $C_1 = Px_1 l$ (4.1.4) bulunur.

(4.1.3) ve (4.1.4) eşitlikleri kullanılarak $X = 0$ da

$$Px_1 = \frac{EA}{l} \delta_{x_1} \quad (4.1.5)$$

ve aynı zamanda X yönündeki denge şartından

$$Px_1 = -Px_2 \quad (4.1.6) \text{ bulunur.}$$

$P = K.U$ Kuvvet-deplasman bağıntısının cebrik anlamı,

tekil stifnes katsayısı k_{ij} nin tanımında kullanılabilir.

Örneğin : k_{ij} , tüm diğer deplasmanlar sıfır olduğunda, U_j birim deplasmanın oluşturduğu P_i eleman kuvvetine tekabül eder.

Buradan

$$K_{11} = \left(\frac{P_{X_1}}{\delta_{X_1}} \right)_{T=0} = \frac{EA}{L} \quad (4.1.7)$$

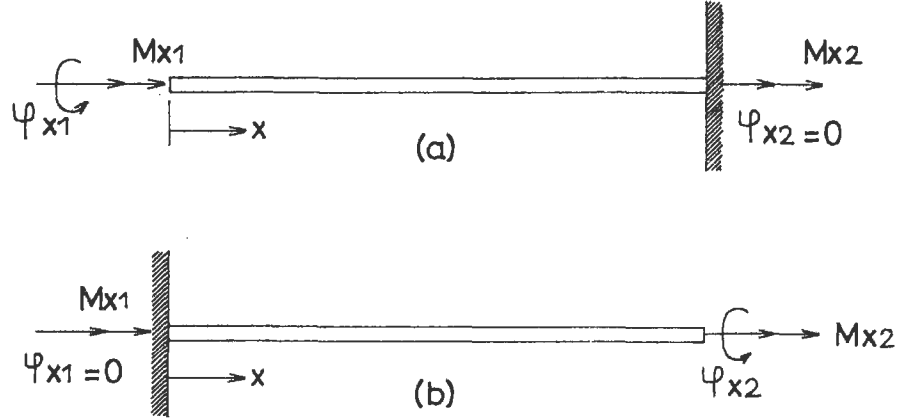
$$\text{ve } K_{21} = \left(\frac{P_{X_2}}{\delta_{X_1}} \right)_{T=0} = - \frac{EA}{L} \quad (4.1.8)$$

dir. Tüm birinci kolonda K katsayıları sıfıra eşittir. Bunun gibi eğer $\delta_{X_1} = 0$ ise δ_{X_2} sıfırdan farklıdır. (Şekil: 7/b ye bakınız)

Simetriden yada δ' nun çözümünden gösterilebilir ki ,

$$K_{77} = \frac{EA}{L} \quad (4.1.9)$$

4-2. BURULMA MOMENTLERİ (M_{x1} ve M_{x2}) (K.7)



(Şekil:8) Burulma momentleri (M_{x1} ve M_{x2}) (K.7)

Burulma açısı θ etkisinde differansiyel eşitliği (bakınız şekil: 8/a)

$$M_{x1} = -GJ \frac{d\theta}{dx} \quad (4.2.1)$$

GJ giriş kesitinin burulma rijitlidir.

(4.2.1) integre edilirse

$$\int M_{x1} dx = -GJ \int \frac{d\theta}{dx} \quad (4.2.2)$$

$$M_{x1} \cdot x = -GJ \theta + C_1 \quad (4.2.3)$$

0 zaman, $x = L$ için $\theta = 0$ sınır şartı kullanılarak C_1 integrasyon sabiti $C_1 = M_{x1} L$ (4.2.4) dir.

$x = 0$ da $\theta = \phi_{x1}$ olduğu için

$$M_{x1} = \frac{GJ}{L} \phi_{x1} \quad \text{Olur.} \quad (4.2.5)$$

Burulma momentlerinin denge şartı kullanılarak

$$M_{x2} = -M_{x1} \quad (4.2.6)$$

$$\text{Buradan } K_{4,4} = \left(\frac{M_{x1}}{\phi_{x1}} \right)_{T=0} = \frac{GJ}{L} \quad (4.2.7)$$

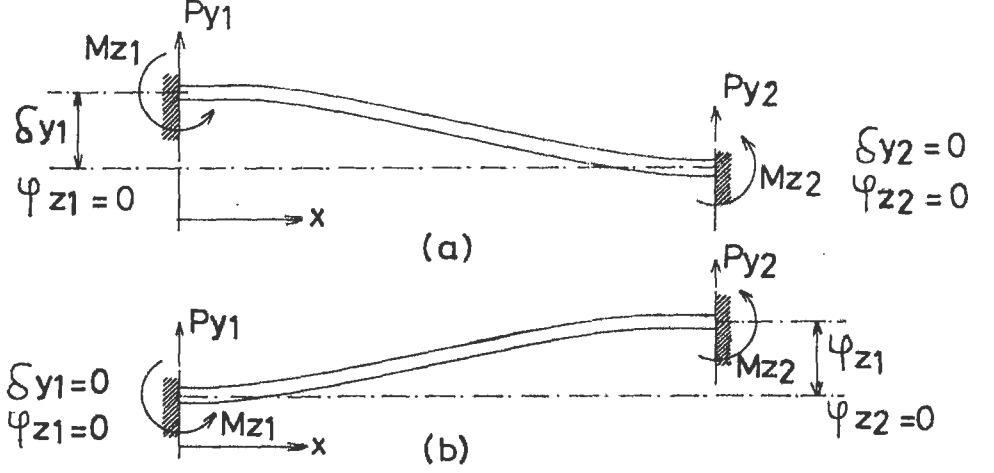
$$\text{Ve } K_{10,4} = \left(\frac{M_{x2}}{\phi_{x1}} \right)_{T=0} = -\frac{GJ}{L} \quad (4.2.8)$$

Bununla beraber dördüncü kolondaki tüm katsayıları (k) sıfıra eşittir.

Bunun gibi eğer $\phi_{x1} = 0$ ise (şekil:8/b) de görüldüğü gibi

$$K_{10,10} = \frac{GJ}{L} \quad (4.2.9) \quad \text{dir.}$$

4.3. KESME KUVVETLERİ : (P_{y1} ve P_{y2}) (K.7)



(Şekil : 9) Kesme kuvvetleri(P_{y1} ve P_{y2})

Kesme kuvvetleri ve ilgili momentlere maruz kirişte, yatay deplasman v , şekil:9/a da görüldüğü gibi

$$v = v_b + v_s \quad (4.3.1) \text{ ile verilir.}$$

v_b = Eğilme birim şekil değiştirmelerinden meydana gelen deplasman, v_s = kayma birim şekil değiştirmelerin meydana gelen ilave deplasmandır,

$$\text{Öyleki : } \frac{dv_s}{dx} = - \frac{P_{y1}}{G A_s} \quad (4.3.2)$$

A_s , kaymada etkili giriş alanıdır.

Şekil:9/a da gösterilen kiriş için eğilme deplasmanı şu differansiyel denklem ile ifade edilir.

$$E I_z \frac{d^2 v_b}{dx^2} = P_{y1} x - M_{z1} \quad (4.3.3)$$

(4.3.2) ve (4.3.3) eşitliklerin integrasyonu ile

$$E I_z v = \frac{P_{y1} x^3}{6} - \frac{M_{z1} x^2}{2} + \left(C_1 - \frac{P_{y1} E I_z}{G A_s} \right) x + C_2 \quad (4.3.4)$$

C_1 ve C_2 integrasyon sabitleridir. (Şekil:9/a daki sınır şartları kullanılarak

$$\frac{dv}{dx} = \frac{dv_s}{dx} = -\frac{P_{y1}}{GA_s} \quad x=0, x=l \text{ de} \quad (4.3.5)$$

$$x=l \text{ için } v=0 \quad (4.3.6)$$

(4.3.4) eşitliğinden

$$EI_z v = \frac{P_{y1} x^3}{6} - \frac{M_{z1} x^2}{2} - \frac{P_{y1} x l^2}{12} + \frac{l^3 P_{y1}}{12} \quad (4.3.7)$$

$$M_{z1} = \frac{P_{y1} l}{2} \quad (4.3.8)$$

Burada belirtilmelidir ki, kayma deformasyonu v_s ihvva edildiğinde, mühendislik eğilme teorisi içinde bitmiş uçtaki sınır şartı $dv/dx = 0$ olarak alınabilir, bu eğilme deformasyonundan gelen eğimin sıfır olması demektir.

Kirişe etkiyen diğer kuvvetler denge denklemlerinden belirlenebilir. Böylece :

$$P_{y2} = -P_{y1} \quad (4.3.9)$$

$$\text{ve } M_{z1} = -M_{z1} + P_{y1} l \quad (4.3.10)$$

Şimdi $x=0$ da $v = \delta_{y1}$ ve buradan eşitlik (4.3.7) den

$$\delta_{y1} = \frac{l^3 P_{y1}}{12EI_z} \quad (4.3.11)$$

Eşitlik (4.3.8) ve (4.3.9) un (4.3.11)'re uygulanması ile

$$K_{2,2} = \left(\frac{P_{y1}}{\delta_{y1}} \right)_{T=0} = \frac{12EI_z}{l^3} \quad (4.3.12)$$

$$K_{6,2} = \left(\frac{M_{z1}}{\delta_{y1}} \right)_{T=0} = \left(\frac{P_{y1} l}{2\delta_{y1}} \right)_{T=0} = \frac{6EI_z}{l^2} \quad (4.3.13)$$

$$K_{8,2} = \left(\frac{P_{y2}}{\delta_{y1}} \right)_{T=0} = -\frac{12EI_z}{l^3} \quad (4.3.14)$$

$$K_{12,2} = \left(\frac{M_{z2}}{\delta_{y1}} \right)_{T=0} = \left(\frac{-M_{z1} + P_{y1} l}{\delta_{y1}} \right)_{T=0} = \frac{6EI_z}{l^2} \quad (4.3.15)$$

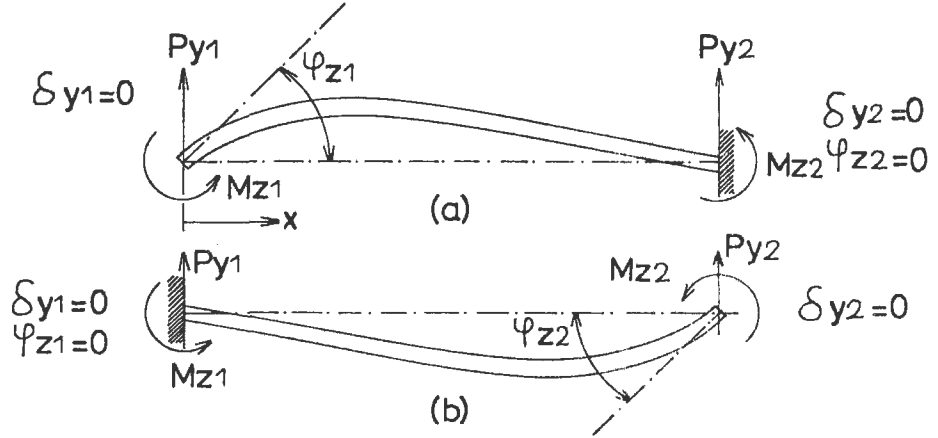
İkinci kolondaki diğer K katsayıları sıfıra eşittir.

Benzer şekilde, kirişin sol ucu eksen doğrultusunda alınırsa şekil:9/b de gösterildiği gibi, o zaman ,kiriş deplasmanlarının differansiyel denklemleri veya simetri durumu kullanılarak

$$K_{8,8} = K_{2,2} = \frac{12EI_z}{\ell^3} \quad (4.3.16)$$

$$K_{12,8} = -K_{6,2} = -\frac{6EI_z}{\ell^2} \quad (4.3.17)$$

4.4.E Ğ İ L M E M O M E N T L E R İ : (Mz1 ve Mz2)(k.7)



(Şekil : 10) Eğilme momentleri (Mz1 ve Mz2)

φ_{z1} ve φ_{z2} dönmeleri ile ilgili stifnes katsayılarını belirlemek için,şekil 10/a ve 10/b de gösterildiği gibi eğilme momentlerine ve ilgili kesme kuvvetlerine maruzdur.

Deplasmanlar(4.3.4) eşitliğinden belirlenebilir,fakat bu denklemlerdeki C1 ve C2 sabitleri,farklı bir sınır şartları setinden şimdi elde edilmelidir,

Sınır şartları ile (şekil:10/a)

$$x = 0 \text{ ve } x = \ell \text{ için } v = 0 \quad (4.4.1)$$

$$\text{ve } \frac{dv}{dx} = \frac{dv_s}{dx} = -\frac{Py_1}{GA_s} \text{ , } x = \ell \text{ için} \quad (4.4.2)$$

Eşitlik(4.3.4) şu şekle girerse

$$EI_z v = \frac{Py_1}{6} (x^3 - \ell^2 x) + \frac{M_{z1}}{2} (\ell x - x^2) \quad (4.4.3)$$

Daha önce olduğu gibi,kirişe etkiyen diğer kuvvetler denge denklemlerinden elde edilebilir.

Eşitlik (4.3.9) ve (4.3.10) daki gibi

Şimdi $x = 0$ da

$$\frac{dy_b}{dx} = \frac{dy}{dx} - \frac{dy_s}{dx} = \varphi_{z1}$$

Öyle ise

$$\varphi_{z1} = \frac{M_{z1} \ell}{EI_z} \quad (4.4.5)$$

Buradan eşitlikler (4.3.9), (4.3.10), (4.4.4) ve

(4.4.5) den

$$k_{6,6} = \left(\frac{M_{z1}}{\varphi_{z1}} \right)_{T=0} = \frac{4EI_z}{\ell} \quad (4.4.6)$$

$$k_{8,6} = \left(\frac{Py_2}{\varphi_{z1}} \right)_{T=0} = \left(\frac{-Py_1}{\varphi_{z1}} \right)_{T=0} = -\frac{6EI_z}{\ell^2} \quad (4.4.7)$$

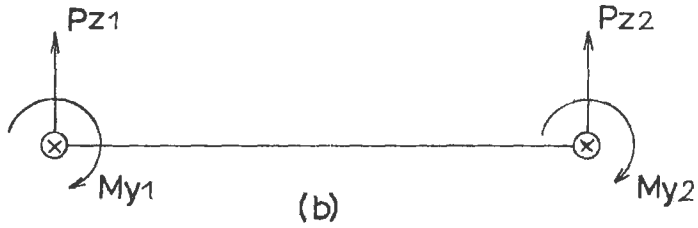
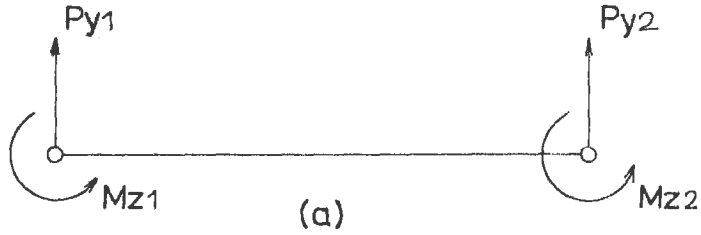
$$k_{12,6} = \left(\frac{M_{z2}}{\varphi_{z1}} \right)_{T=0} = \left(\frac{-M_{z1} + Py_1 \ell}{\varphi_{z1}} \right)_{T=0} = \frac{2EI_z}{\ell} \quad (4.4.8)$$

Şekil : 10/b de gösterildiği gibi, kirişin sol başındaki

deplasman sifıra eşit ise simetriden açıktır ki :

$$k_{12,12} = k_{6,6} = \frac{4EI_z}{\ell} \quad (4.4.9)$$

4.5. KESME KUVVETLERİ : / P_{z1} ve P_{z2} (K.7)



(Şekil:11) Kesme kuvvetleri ve eğilme momentlerinin işaret yönleri: δ_{z1} ve δ_{z2} yerdeğiştirmeleri ile ilgili Stifnes katsayıları daha önceki neticelerden kolayca türetilebilir. Gözlenebilir ki, şekil 6 da uygulanan işaret kabulü ile y_x ve z_x düzlemlerindeki pozitif eğilme momentleri farklıdır. Bu şekil 11 de açıklanmaktadır.

My_1 ve My_2 eğilme momentlerinin pozitif yönü M_{z1} ve M_{z2} ninkilere zıttır, dolayısıyla açıktırki :

$$K.3,3 = K.2,2 \quad (4.5.1)$$

$$K.5,3 = -K.6,2 \quad (4.5.2)$$

$$K.9,3 = K.8,2 \quad (4.5.3)$$

$$K.11,3 = -K.12,2 \quad (4.5.4)$$

$$K.9,9 = K.8,8 \quad (4.5.5)$$

$$K.11,9 = -K.12,8 \quad (4.5.6)$$

Eşitlik (4.5.1) ve (4.5.6) da kesitin z ve y eksenleri için özellikleri aynı kabul edilmiştir, öyleki, 12 X 12 lik stifnes matrisi kurulduğunda, iki eğilme düzleminde I ve A_s in farklı değerleri hesaba katılmalıdır.

4.6.E Ğ İ L M E M O M E N T L E R İ :(My₁ ve My₂) (K.7)

Burada bir önceki kısımlardaki ayrı notlar düşülecektir.

Böylece: $K.5,5 = K.6,6$ (4.6.1)

$K.9,5 = -K.8,6$ (4.6.2)

$K.11,5 = K.12,6$ (4.6.3)

$$[P] = \begin{bmatrix} P_{x1} \\ P_{y1} \\ P_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \\ P_{x2} \\ P_{y2} \\ P_{z2} \\ M_{x2} \\ M_{y2} \\ M_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{12EI_y}{L^3} & \frac{GJ}{L} & \frac{4EI_y}{L} & \frac{4EI_z}{L} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{12EI_y}{L^3} & \frac{GJ}{L} & \frac{4EI_y}{L} & \frac{4EI_z}{L} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & \frac{GJ}{L} & \frac{4EI_y}{L} & \frac{4EI_z}{L} & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & \frac{GJ}{L} & \frac{4EI_y}{L} & \frac{4EI_z}{L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & \frac{4EI_y}{L} & \frac{4EI_z}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & \frac{4EI_z}{L} & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & \frac{12EI_z}{L^3} \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_z}{L} & \frac{4EI_y}{L} & \frac{EA}{L} & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{12EI_y}{L^3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & \frac{2EI_z}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_y}{L} & \frac{4EI_z}{L} \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

S İ M E T R İ K

$$[U] = \begin{bmatrix} \delta_{x1} \\ \delta_{y1} \\ \delta_{z1} \\ \varphi_{x1} \\ \varphi_{y1} \\ \varphi_{z1} \\ \delta_{x2} \\ \delta_{y2} \\ \delta_{z2} \\ \varphi_{x2} \\ \varphi_{y2} \\ \varphi_{z2} \end{bmatrix}$$

SİMETRİK

Sonuçta stajines matrisi su şekli alır.

4.7. UZAY ÇERÇEVE ÇUBUĞUNUN RİJİTLİK(STİFNES)DENKLEMİ :

(K.6.8)

Bundan önceki bölümde bulunan stifnes tesir katsayıları içeren $N \times N$ boyutlu kare matrise (Stifnes) rijitlik matrisi denir ve $[K]$ ile gösterilir.

Yukarıda uçlarında birim deformasyonlar bulunan bir uzay çerçeve çubuğunun uç kuvvetleri ,her birim deformasyon için ayrı ayrı hesaplanmıştır.Aslında bir çubuk,taşıyıcı sistemin yüklenmesinden sonra,birim deformasyonlara değil, $U_1, U_2, U_3, \dots$ gibi bir takım sıfır olmayan sonlu uç deformasyonlara maruz kalır.

Bütün bu deformasyonların hepsinin aynı anda tesirlerini içine alan $P_1, P_2, P_3, \dots$ Kuvvetlerini bulmak için superposiyon kaidesine başvurmak ve her deformasyon hali için meydana gelen kuvvetlerin cebrik olarak toplamak gerekir.Her hangi bir doğrultudaki kuvveti bulmak için bütün deformasyonlara tatbik edelir ve ayrı doğrultudaki kuvvetlerin birleşenleri superpoze edilerek çubuk uç kuvvetleri için

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= K_{11}U_1 + K_{12}U_2 + K_{13}U_3 + \dots + K_{1,n}U_n \\ P_2 &= K_{21}U_1 + K_{22}U_2 + K_{23}U_3 + \dots + K_{2,n}U_n \\ P_i &= K_{i1}U_1 + K_{i2}U_2 + K_{i3}U_3 + \dots + K_{i,n}U_n \end{aligned} \right\} \quad (4.7.1)$$

yazılır.Burada Stifnes tesir sayılarının ne kadar işe yarar terim olduğu ortaya çıkmaktadır.Stifnes tesir sayıları,çubuğun uç deformasyonlarının uçlardaki kesit tesirlerine bağlayan,malzemenin geometrisi ve elastik özellikleri ile ilgili çok kullanışlı sayılardır.

Denklemler (4.7.1) verilen ifadelere,çubuğun stifnes denklem takımı denir.Bu denklem takımı matris formunda yazılmak istenirse :

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (4.7.2)$$

$12 \times 1 \qquad \qquad \qquad 12 \times 12 \qquad \qquad \qquad 12 \times 1$

$$[P] = [K] [U]$$

Burada :

$[P]$ = Ankastre uç kuvvetlerin kolon matrisi

$[U]$ = Uç deformasyonların kolon matrisi

$[K]$ = Çubuk stifnes matrisidir.

Dış yükler biliniyorsa $[P]$ ankastrelik uç kuvvetleri uygun formüllerden hesap edilir.

4.8. ÜÇLÜ ÇARPIM TRANSFORMASYON FORMÜLÜ :

$$K'_{ij} = T.K_{ij}.T^t \quad (K.6)$$

Bir düğüm noktasında birleşen çubukların Stifnes terimlerini cebirik olarak toplayabilmek için ,o çubukların Stifnes matrislerinin sistem eksen takımına göre yazılmış olması lazımdır.Yani,çubuk stifneslerinin superpoze edebilmek için ,bütün stifnes matrisleri hep aynı doğrultulardaki serbestlik derecelerine tekabül etmelidir.O halde, çubuk uçlarında farklı doğrultularda olan deformasyon ve kuvvet vektörlerini,sistem eksen takımına transforme etmek lazımdır.Transforme edilecek şey,kuvvet veya deformasyon değil,Stifnes matrisleridir.

Bu üçlü çarpım transformasyon formülü çıkarmak için enerji prensibinden istifade edilecektir.Bir çubuğun uç kuvvetlerin mütekabil deplasman üzerinde yaptıkları harici işin toplamı sabittir,eksen takımı ne olursa olsun bu değer değişmez.Dolayısıyla,sistem eksenlerinde verilen çubuk kuvvetlerinin,kendi doğrultularındaki deplasmanlar üzerinde yaptığı iş,çubuk eksenlerine göre verilmiş eşdeğer kuvvet takımın deplasmanları üzerinde yaptığı işe eşittir.Yani,

$$I/2 (P'_1U'_1 + P'_2U'_2 +)_{XYZ} = I/2 (P_1U_1 + P_2U_2 +)_{xyz} \quad (4.8.1)$$

Matris notasyonu kullanılır ve I/2 leri kısaltılırsa

$$\begin{bmatrix} P' \\ \end{bmatrix}_{XYZ} \begin{bmatrix} U' \\ \end{bmatrix}_{XYZ} = \begin{bmatrix} P \\ \end{bmatrix}_{xyz} \begin{bmatrix} U \\ \end{bmatrix}_{xyz} \quad \text{yazılır.} \quad (4.8.2)$$

Burada $[P] = \begin{bmatrix} P' \\ \end{bmatrix}_{XYZ}$ sistem eksen takımına göre verilmiş kuvvetlerin kolon matrisidir.

Daha önce denklem (4.7.3) verilen stifnes denklemlerini bir kere sistem eksenlerde $\begin{bmatrix} P' \\ \end{bmatrix}_{xyz} = \begin{bmatrix} K' \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U' \\ \end{bmatrix}$ (4.8.3)

Bir kere de çubuk eksenlerinde yazar.

$$\begin{bmatrix} P \\ \end{bmatrix}_{xyz} = \begin{bmatrix} K \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ \end{bmatrix} \quad (4.8.4)$$

Her iki denklemde (4.8.3) U ile ve (4.8.4) U' soldan çarpar ve (4.8.2) yük vektöründe yerine koyarsak :

$$\begin{bmatrix} U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \end{bmatrix} \quad (4.8.5) \text{Bulunur.}$$

$\begin{bmatrix} U' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \end{bmatrix}$ ve $\begin{bmatrix} U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U' \end{bmatrix}$ denklemlerinden yararlanarak (4.8.5) denklemlerinden düzenlersek

$$U' . k' U' = T . U K . T^t U' \quad (4.8.6)$$

$\begin{bmatrix} K' \end{bmatrix} XYZ = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^T$ (4.8.7) şeklindeki üçlü çarpım transformasyon formülü bulunmuş olur.

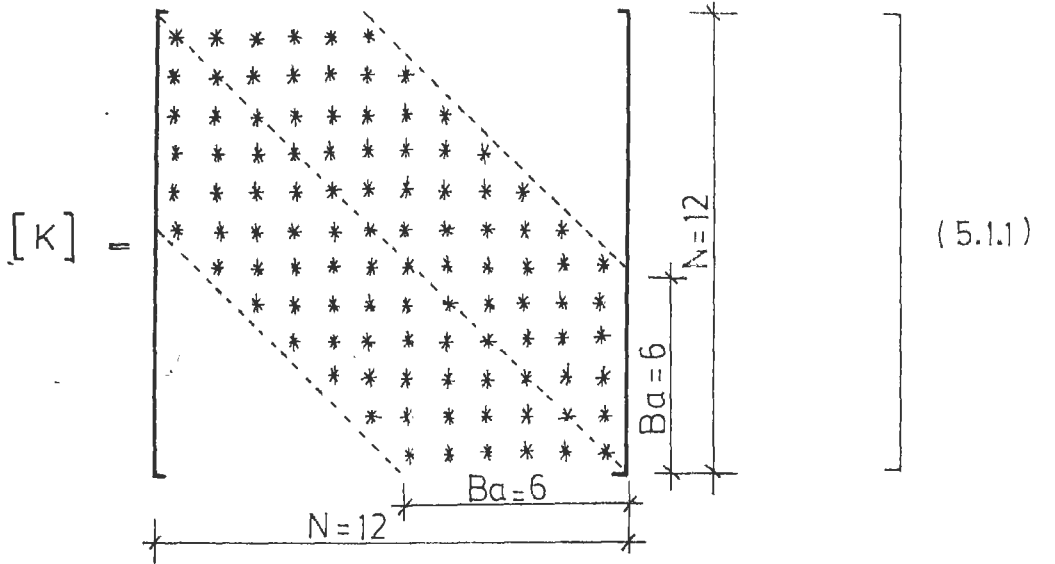
Artık bu formülle, çubuk eksenleri doğrultusunda verilmiş bir stifnes matrisini, sistem eksenlerine çevirmek mümkündür.

B Ö L Ü M . V

STİFNES DEKLEM TAKIMININ ÇÖZÜMÜ

5.1. SİSTEM RİJİTLİK (STİFNES) MATRİSİNİN YARIM BANT GENİŞLİĞİ

Taşıyıcı sistemin $[K]$ stifnes matrisi daima simetriktir, ve bundan daha mühim olmak üzere şerit şeklindedir. Yani, sıfırdan farklı terimler esas köşegen boyunca dar bir şerit içinde kalırlar, bu şeridin dışında kalan bütün terimler sıfırdır. Tipik bir $[K]$ matrisi



The diagram illustrates a sparse matrix $[K]$ with a band structure. The matrix is square, with a dashed diagonal line indicating the main diagonal. The width of the band, which contains non-zero elements, is labeled as $Ba=6$. The total size of the matrix is labeled as $N=12$. The matrix is represented as $[K] =$ followed by a large bracketed expression (5.1.1).

şeklindedir. Köşegen üzerindeki bir terimden başlayarak bu terim dahil, sağa veya sola doğru bir satır üzerinde sıfır olmayan en uzak terime kadar olan terimlerin maksimum adedine yarım bant genişliği denir ve Ba ile gösterilmiştir. Bu şerit ne kadar dar olursa çözüm o kadar çabuklaşır.

Yarım şerit genişliği, sistemin düğüm noktalarının numaralanması ile ilgilidir. Bir taşıyıcı sistemde, çubuk uçlarındaki deplasman numaraları arasında bulunan maksimum fark yarım şerit genişliğine eşittir.

Deplasman numaraları arasındaki fark ne kadar küçük tutulursa, yarım şerit genişliği de o kadar küçük olur.

Bu fark minimum olacak demek, düğüm noktaları numaraları arasındaki fark minimum olacak demektir. Bundan da şu kuralı çıkarabiliriz:

Bir taşıyıcı sistemin stifnes matrisini mümkün olduğu kadar dar bir şerit halinde elde etmek için, çubukların iki ucundaki düğüm noktası numaraları arasındaki fark minimum tutulmalıdır.

Eğer taşıyıcı sistem dar boyutu doğrultusunda hiç düğüm atlamadan tamamen taranmak suretiyle, daima en uzun boyutu doğrultusunda numaralanmaya tabi tutulursa yukarıdaki kurala uyulmuş olur.

Düğüm noktaları numaralarına bakarak bir taşıyıcı sistemin stifnes matrisinin bu yarı şerit genişliğini tayin etmek mümkündür.

Elde mevcut taşıyıcı sistemin tipik bir düğüm noktasındaki serbestlik derecesi sayısına S ve birbirine bir çubukla bağlı iki komşu düğüm noktası numarası arasındaki en büyük cebrik farka F dersek, o taşıyıcı sistemin maksimum yarı bant genişliği (4.1.2)

$$B_a = (F + 1) \times S \quad \text{şeklinde hesaplanır.}$$

Uzay çerçeve çubuklarında $S = 6$ alınır F değeri de bilgisayar programında tanımlanan B matrisi içinde yer alan düğüm noktalarının farkı yoluyla

$$B_a = 6 * [B(I,3) - B(I,2) + 1] \quad (4.1.3) \text{ olarak belirtilir.}$$

Uzay çerçevelerde en küçük bant genişliği 6 dır.

5.2. MESNET ŞARTLARININ İŞLENMESİ :

Uzay çerçeve çubuklarının düğüm noktaları içinde mesnetlenmiş elemanları da vardır. Bunlar farklı harfler ile program içinde belirtilmişlerdir. Bu mesnetler ankastre, sabit veya kayıcı mesnetli olabilirler. Program içinde tanımlanan bir C matrisi ile mesnet şartları belirtilmiştir. Bu matriste hangi düğümde mesnetin bulunduğu ve mesnetin hangi yönde dönme veya deplasman yaptığı belirtilmiştir.

Mesnet deplasman veya dönme yapıyorsa, yaptığı yönde 1 değeri vardır, ve bu dönme ve deplasman hesaplanacak demektir.

Eğer 0 değeri varsa mesnet tutulmuştur dönme ve deplasman yapılmamaktadır.

Mesnetin çökme ve dönme yapması durumunda, yönüne bağlı olarak 0 ve 1 den farklı değerler verilerek hesaplama yapılır,

Mesnetler incelenirse :

Ankastre mesnetlerde hiç bir yönde deplasman ve dönme yoktur. Kayıcı mesnet konumuna göre bir yönde δ deplasman ve φ dönmesi yapmaktadır. Sabit mesnet yine konumuna göre sadece φ dönmesi yapmaktadır.

Mesnet şartlarının belirlenmesi ile $[K]$ stifnes matrisindeki bazı satır ve sütunlar sıfırlanmakta ve gereksiz zaman kaybı önlenmektedir.

5.3.GAUSS ELİMİNASYON METODU İLE LİNEER DENKLEM TAKIMI
ÇÖZÜMÜ-SİMETRİK VE DEĞİŞKEN BANT GENİŞLİĞİ HALİ

5.3.1. GAUSS ELİMİNASYON METODU :

Yapı statığında problemler çoğu kere lineer ve her zaman bir denklem takımının çözümüne indirgenmektedir.Katsayılar determinantı,en güzel hali ile,simetrik olmayan böyle bir deklemler takımını topluca ;

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (i=1,2,\dots,n)$$

Şeklinde veya açık olarak:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots & \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \quad (5.3.1)$$

yazabiliriz.

Burada katsayıları içeren matrise $[A]$ (kare matris),Bilinmeyenler vektörüne $[X]$ ve denklemin sağ tarafındaki sabitleri içine alan vektöre de $[B]$ dersek, aynı denklem takımı :

$$[A] [X] = [B] \quad (5.3.2)$$

Veya:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (5.3.3)$$

olarak yazabiliriz.

Böyle bir denklem takımının çözümünde kullanılan en önemli metotlardan biri GAUSS ELİMİNASYON METODUDUR.Bu eliminasyon metodunu üç ayrı adımda şöyle açıklayabiliriz :

ELİMİNASYONUN ADIM ADIM AÇIKLANMASI :

Adım 1 ——— X_1 bilinmeyenini ikinci, üçüncü,n inci denklemden elenmesi : Denklem takımının katsayılar determinantı içinde, hiç bir köşegenel terimin sıfır olmaması lazımdır. Dolayısıyla :

$a_{11} \neq 0$ dan ve X_1 bilinmeyeni ikinci, üçüncün inci denklemden elde etmek için, birinci denklemin :

a_{21} / a_{11} katını ikinci denklemden

a_{31} / a_{11} katını üçüncü denklemden

 a_{n1} / a_{11} katını n..inci denklemden çıkarmak lazımdır.

Aynı işlemler B nin satırları için de aynen yapılır.

i nin bütün değerleri için aynı işlem tekrarlanırsa , birinci denklem diğer n-1 denklem ile Lineer kombine edilmiş olurlar. Lineer kombinasyon iki büyüklüğün iki sayı ile çarpıp toplanmasıdır.

$$\text{Örneğin : } a_{21} - a_{11} \left(\frac{a_{21}}{a_{11}} \right) = 0$$

Bu çıkarma işlemleri sonunda, denklem takımı :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}^* & a_{23}^* & \dots & a_{2n}^* \\ 0 & a_{32}^* & a_{33}^* & \dots & a_{3n}^* \\ 0 & . & . & \dots & . \\ 0 & a_{n2}^* & a_{n3}^* & \dots & a_{nn}^* \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2^* \\ b_3^* \\ . \\ b_n^* \end{bmatrix}$$

haline girer ve birinci sütunun a_{11} altında kalan bütün terimleri sıfır yapılmıştır. Burada :

Burada : $a_{22}^* = a_{12} - a_{22} (a_{21} / a_{11})$
 $a_{23}^* = a_{13} - a_{23} (a_{21} / a_{11})$
 $b_2^* = b_1 - b_2 (a_{21} / a_{11})$
.....
 $a_{n2}^* = a_{12} - a_{n2} (a_{21} / a_{11})$ V.b.

Adım 2 - X_2 bilinmeyeninin üçüncü, dördüncü,n inci denklemlenmesi :Denklek takımının bir çözümünün olabilmesi için, adım 1 de elde edilen katsayılar determinantının da köşegenel terimlerinin sıfırdan farklı olması lazımdır.

Dolayısıyla : $a_{22}^* \neq 0$ ve X_2 bilinmiyenini üçüncü, dördüncü,n inci denklemlerden elemek için ikinci denklemin a_{32}^* / a_{22}^* katını üçüncü denklemden,
 a_{42}^* / a_{22}^* katı dördüncü denklemden,
.....
 a_{n2}^* / a_{22}^* katını n.inci denklemden çıkarmak lazımdır.

Aynı işlemler B nin satırları için de yapılır.Böylece, ikinci sütunun a_{22}^* altında kalan bütün terimleri sıfır olur.

Diğer sütunları da sıfır yapmak için gerekli işlem artık açıktır.Sırası ile üçüncü, dördüncü ve diğer sütunlar sıfır yapılır.Köşegen altında kalan bütün terimler sıfır oluncaya kadar bu işleme devam edilir. n ci adım sonra katsayılar matrisi üst üçgen olan ve daha önce verilmiş olan denklem sistemi elde edilir.

Denklem takımı şu hale girer :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}^* & a_{23}^* & \dots & a_{2n}^* \\ 0 & 0 & c_{33} & \dots & c_{3n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{nn} \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2^* \\ c_3 \\ \cdot \\ k_n \end{bmatrix}$$

Adım 3 -GERİYE DOĞRU ÇÖZME İŞLEMİ :

En son denklemlerde sadece X_n bilinmeyeni kalmıştır ve buradan : $X_n = K_n / K_{nn}$ çözülür. Bu X_n değeri, sonradan bir evvelki denklemden yerine konursa, sonradan bir evvelki X_{n-1} bilinmeyeni bulunur, ve bu yerine koyma işlemi, aşağıdan yukarı doğru birinci denkleme kadar geriye doğru devam ettirilerek bütün bilinmeyenler elde edilirler.

5.3.2. SİMETRİK KATSAYILI DENKLEM TAKIMININ ÇÖZÜMÜ :

(Değişken Bant Genişliği Hali) (K8)

Gauss eliminasyon metodu kullanılarak simetrik katsayılı denklem takımının çözümü için yazılmış bir program esas program içinde denklem çözümü başlığı altında yer almaktadır. Bu programın en ilgi çeki- ci özelliği, katsayılar matrisinin bant şeklinde oluşundan faydalanılma- sı ve bu bantın içinde kalan sıfırlı bölgelerle iş yapmayarak, çözüm zamanını minimuma indirmesidir. Program içersinde ilk önce bilinmeyen sayısı, yarı bant genişliği okutulur.

Gerçekte bant genişliğini program bulmaktadır. Programda her satır köşegen elemanından başlamak ve satır sonundaki yük vektörü terimi de içine almak üzere, katsayılar determinantı ve yük vektörleri satır satır okutulur. Data verirken yarı bant genişliği Ba sabit kabul edilir, sıfırlı bölgeyi program kendisi tayin eder.

Burada :

N1 = Bilinmeyen sayısı

Ba = Yarı bant genişliğinin maksimum değeri

A1 = Şerit vektör

A5 = A1 şeritinin hafızadaki büyüklüğüdür.

A5 değeri: $A5 = \left[N1 (Ba + 1) - \frac{Ba (Ba - 1)}{2} \right]$ olarak

belirlenmiştir. (İTÜ Dr. Muzaffer İpek'in bir çalışmasından alınmıştır.)

B Ö L Ü M .VI

ÇUBUK UÇ KUVVETLERİNİN HESABI : (K.6)

Gauss eliminasyonu ile simetrik katsayılı Lineer denklem takımının çözümü sonucu bilinmeyenler olan deplasmanlar, yani $[U]$ değerleri bulunmuş olur. Sıra uç kuvvetlerinin hesabına gelmiştir. Bunun için her çubuğun stines matrisi $[K]$ Bilinmeyenler matrisi $[U]$ ile çarpılır.

$$[P'] = [K] [U'] \quad (6.1.1)$$

ve bu değerlere çubuk düğüm noktalarında bulunan ankastrelik reaksiyonlar ilave edilir.

$$[P'] = [K'] [U'] \quad (6.1.2)$$

denklemini şeklinde.

Bütün bu değerler sistem koordinatlarında yer almaktadırlar. Bunları çubuk koordinatlarına çevirmek için $[P]$ matrisi transformasmatrisi $[T]$ nin transpozunu $[T]^t$ ile çarpılır.

$$[P] = [T]^t [P'] \quad (6.1.3)$$

Sonuçta bulunan uç kuvvetleri çubuk koordinatlarındandır, ve şu değerleri içerirler :

$N = X$ yönündeki normal kuvvet (t)

$Q_y = Y$ yönündeki kesme kuvveti (t)

$Q_z = Z$ yönündeki kesme kuvveti (t)

$M_t = X$ yönündeki burulma momenti (t m)

$M_y = Y$ yönündeki eğilme momenti (t m)

$M_z = Z$ yönündeki eğilme momenti (t m)

Bu işlem her yükleme durumu için çubuğun 1 ucu ve 2 ucu için ayrı ayrı yapılır.

B Ö L Ü M . VII

PROGRAMIN GİRDİ VE ÇIKTILARI :

7.1.G İ R D İ O R G A N İ Z A S Y O N U :

Ekte verilen program uzay çerçeve sistemlerde çubuk uç kuvvetlerini vermektedir.Sisteme yük olarak dış yüklerden oluşan kuvvet ve momentler düğüm noktalarına etkiyen tekil kuvvetler veya momentler olarak verilmektedir.Sisteme ait bilgiler programdaki DATA satırlarında aşağıdaki sıraya göre verilir,boyutlar ton ve metre cinsindendir.

DATA mesnetsiz düğüm noktası sayısı,mesnetli düğüm noktası,

E modülü

DATA	düğüm no	,x- koordinatı	y-koordinatı	Z-koordinatı
DATA	"	"	"	"
DATA	"	"	"	"

her düğüm noktası için bir satır

DATA Çubuk no ,başlangıç,bitiş,Iy atalet momenti,Iz atalet momenti,

Jl burulma-atalet momenti,kesit alanı,C noktası,X koordinatı,y koordinatı,z koordinatı.

her çubuk için bir satır

DATA çubuk no,başlangıç,bitiş,Iy atalet momenti,Iz atalet momenti,

Jl burulma momenti,kesit alanı,C noktası,X-koordinatı,Y-koordinatı,Z-koordinatı

DATA mesnetli düğüm no- δx - δy - δz , φx , φy , φz deplasmanları

DATA mesnetli düğüm no δx , δy , δz , φx , φy , φz

her mesnetli düğüm noktası için bir satır

DATA Her çubuk için ankastre çubuk uç kuvvetlerinin
değeri 1 ucu için $P_x, P_y, P_z, M_x, M_y, M_z$

DATA Her çubuk için ankastre çubuk uç kuvvetlerinin
değeri 2 ucu için $P_x, P_y, P_z, M_x, M_y, M_z$

sıra ile ilk çubuk-
tan başlayarak
bir satır, 1 ucu
için, bir satır
2 ucu için

7.2 Ç I K T I L A R :

Çıktılar şu şekilde olmaktadır.

1. Mesnetsiz düğüm noktası sayısı, çubuk sayısı, Mesnetli
düğüm noktası sayısı , E modülü

<u>M</u>	<u>N</u>	<u>Z</u>	<u>E (t/m²)</u>
.	.	.	.

2. Düğüm noktalarının koordinatları

<u>D.N</u>	<u>X(m)</u>	<u>Y(m)</u>	<u>Z(m)</u>
:	:	:	:

3. Çubuk yönleri ve çubuk özellikleri

<u>Ç.N</u>	<u>i</u>	<u>j</u>	<u>I_y(m⁴)</u>	<u>I_z(m⁴)</u>	<u>J_I(m⁴)</u>	<u>A(m²)</u>	<u>X(m)</u>	<u>Y(m)</u>	<u>Z(m)</u>
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

4. Mesnet şartları

<u>M.N</u>	<u>dx</u>	<u>dy</u>	<u>dz</u>	<u>Ø_x</u>	<u>Ø_y</u>	<u>Ø_z</u>
.	.	.	.	.	.	.

(5.2)

5. Ankastre çubuk uç kuvvetleri

<u>P_x(t)</u>	<u>P_y(t)</u>	<u>P_z(t)</u>	<u>M_x(tm)</u>	<u>M_y(tm)</u>	<u>M_z(tm)</u>
-------------------------	-------------------------	-------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

1 çubuğu	.	.	.	.	.
2 çubuğu	.	.	.	.	.

6. Çubuk uç kuvvetleri

	<u>N(t)</u>	<u>Q_y(t)</u>	<u>Q_z(t)</u>	<u>M_t(tm)</u>	<u>M_y(tm)</u>	<u>M_z(tm)</u>
1 ucu	.	.	.	.	.	.
2 ucu	.	.	.	.	.	.

7.3. UZAY ÇERÇEVELER İÇİN PROGRAMDA ÖNEMLİ DEĞİŞKENLER,

M = Mesnetsiz düğüm noktası sayısı.

N = Çubuk sayısı.

Z = Mesnetli çubuk sayısı.

N₁ = Bilinmeyen sayısı. ($6 \times (M + Z)$)

A = (MxZ.4) Düğüm noktalarının koordinatlarını içeren matris.

B = (N,10) Çubuk yönlerini ve çubuk özelliklerini içeren matris.

K = (12,12) Sistemin rijitlik matrisi.

D = (12,12) $K' = T.KT^t$ sistem rijitlik matrisinin dönüşümündeki kullanılan matris.

T = (12,12) Transformasyon matrisi.

T^t = (12,12) Transformasyon matrisinin transpoze matrisi.

P₁ = (12) Ankastre çubuk uç kuvvetleri.

P₂(12) $P_2 = T.P_1$ Transforme edilmiş ankastre uç kuvvetleri matrisi

C (Z,7) mesnet şartlarının işlendiği matris.

P₃ (12) $P = K.U$ Global koordinatlarda elde edilen çubuk uç kuvvetleri matrisi.

U (6*(M+z)) Deplasman matrisi.

U₂ (12 * N) Ankastre uç kuvvetlerini aktarma matrisi.

P₄ (12) $P_4 = T P_3$ çubuk koordinatlarında elde edilen çubuk uç kuvvetleri matrisi.

B_a = Bant genişliği (diagonal dahil)

A₁(A_S) = Şerit vektör (Bant matrisi ve yük terimlerini içine alan)

Diğer harf (çift)indisi ile verilen değerler,

Örneğin :

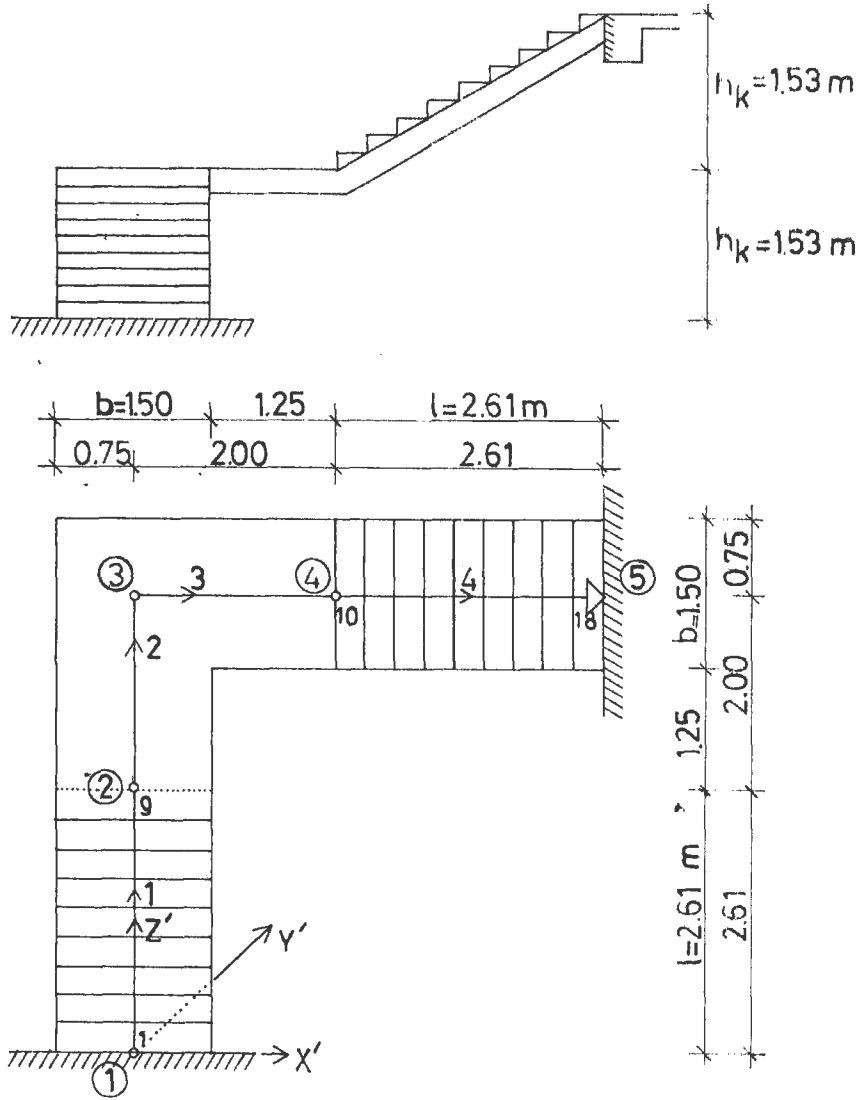
C_f, C_g, C_e, A_a, C_l ve bunun gibiler A₁ hesabı ve satır,sütun

sıfırlanması,çökme veya bilinmeyen deplasmanların hesabı için

denklemler takımının çözümünde kullanılmıştır.

B Ö L Ü M . VIII

PROGRAMI TEST ETMEK İÇİN ÖRNEK PROBLEM=1 (K.5)



Yukarıdaki Uzay taşıyıcı düz kollu merdivenin çubuk uç kuvvet-
lerinin hesabı :

V E R İ L E R :

Kat yüksekliği : $2h_k = 3.06 \text{ m}$

Basamak yüksekliği = 17 cm.

Basamak genişliği = 29 cm.

Merdiven genişliği = 1.50 m.

Sahanlık genişliği = 1.50 m.

Kol açıklığı : $\ell = 9 \times 0.29 = 2.61 \text{ m}$.

Plak kalınlıkları ,merdiven kolu ve sahanlıklarda $d = 25 \text{ cm}$.

Merdiven kolları eğimi $\tan \alpha = \frac{1.53}{2.61} = 0.586$
 $\cos \alpha = 0.862$
 $\sin \alpha = 0.505$

Y Ü K L E R :

1. Sahanlıkta :

Plak kendi ağırlığından = $0.25 \times 2.4 = 0.600 \text{ ton/m}^2$

Siva + Kaplama = $\frac{0.100}{\text{m}^2}$

Sabit yük $g = 0.700 \text{ t/m}^2$

h . yük $p = 0.500 \text{ m}^2$

$q_s = 1.200 \text{ t/m}^2$

Toplam şerit yük $q_s = b \cdot q = 1.50 \times 1.200 = 1.800 \text{ t/m}$.

2. Merdiven kollarında :

Plak kendi ağırlığından = $\frac{0.25}{0.862} \times 2.4 = 0.696 \text{ t/m}^2$

Siva + kaplama = $\frac{0.100}{\text{m}^2}$

Basamaklardan = $\frac{0.17}{2} \times 2.2 = 0.187 \text{ m}^2$

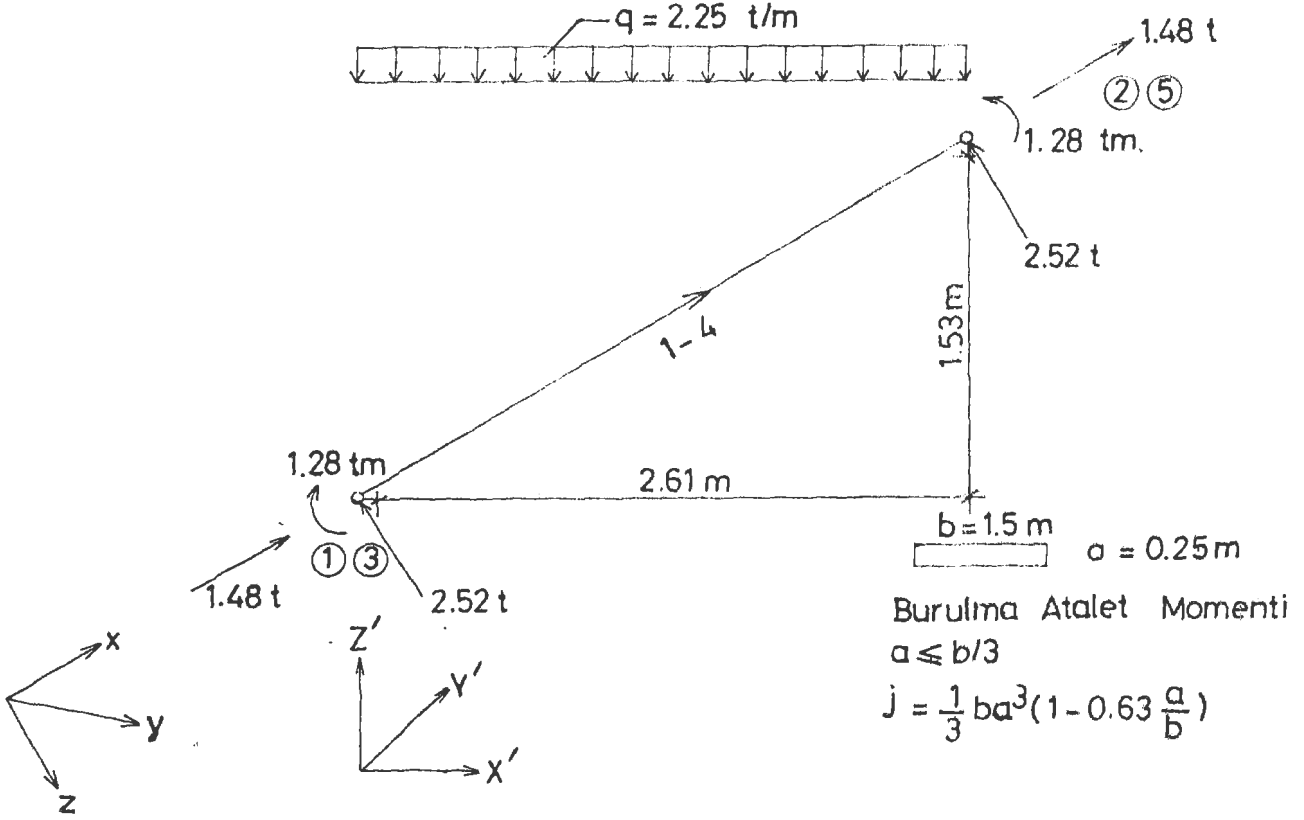
Sabit yük $g = 0.983 \text{ t/m}^2$

h . yük $p = 0.500 \text{ m}^2$
 $q_k = 1.483 \text{ t/m}^2$

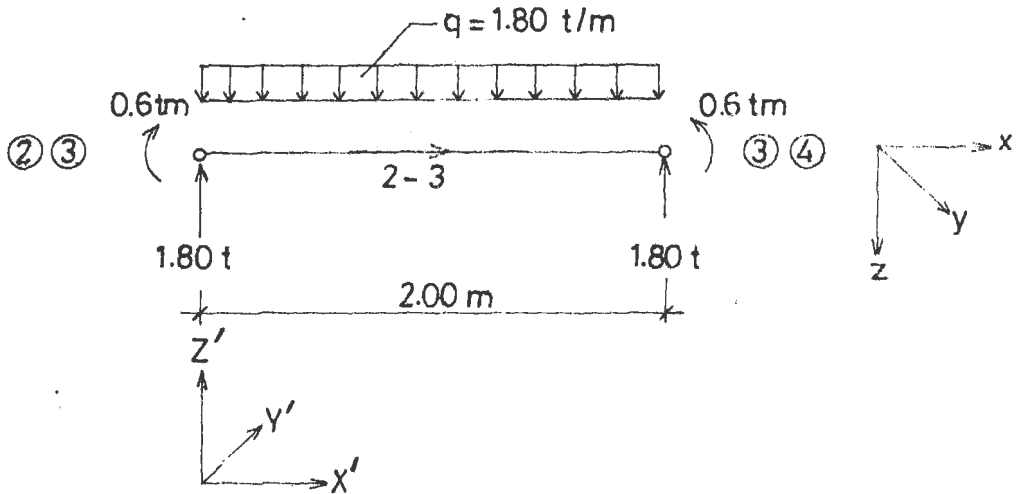
Toplam şerit yük $q_k = b \cdot q = 1.50 \times 1.483 = 2.25 \text{ t/m}$.

ANKASTRE ÇUBUK UÇ KUVVETLERİ :

1 ve 4 çubukları için ankastre çubuk uç kuvvetleri :



2 ve 3 çubukları için ankastre çubuk uç kuvvetleri :



VERİLERİN HAZIRLANMASI :

<u>M</u>	<u>N</u>	<u>Z</u>	<u>E(t/m²)</u>
3	4	2	2,1 x 10 ⁶

M= Mesnetsiz d.n. sayısı
N= Çubuk sayısı
Z= Mesnetli d.n. sayısı
E= Elastisite modülü

Düğüm Noktalarının Koordinatları :

<u>D.N</u>	<u>X(m)</u>	<u>Y(m)</u>	<u>Z(m)</u>
1	0	0	0
2	0	2,61	1,53
3	0	4,61	1,53
4	2	4,61	1,53
5	4,61	4,61	3,06

ÇUBUK YÖNLERİ- ÇUBUK ÖZELLİKLERİ :

<u>Ç.N</u>	<u>i</u>	<u>j</u>	<u>I_y(m⁴)</u>	<u>I_z(m⁴)</u>	<u>J_t(m⁴)</u>	<u>A(m²)</u>	<u>X(m)</u>	<u>Y(m)</u>	<u>Z(m)</u>
1	1	2	1,953.10 ⁻³	0,0703	6,99.10 ⁻³	0,375	0	1,30	0,50
2	2	3	1,953.10 ⁻³	0,0703	6,99.10 ⁻³	0,375	0	3,60	0,75
3	3	4	1,953.10 ⁻³	0,0703	6,99.10 ⁻³	0,375	1	4,61	0,75
4	4	5	1,953.10 ⁻³	0,0703	6,99.10 ⁻³	0,375	3,30	4,61	2,25

MESNET ŞARTLARI :

<u>MN</u>	<u>dx</u>	<u>dy</u>	<u>dz</u>	<u>Øx</u>	<u>Øy</u>	<u>Øz</u>
1	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0

(0' deplasman ve dönme yok)
(1' " " " " var)
(0 ve 1' den farklı ise
mesnet çökme, dönmesi)

ANKASTRE ÇUBUK UÇ KUVVETLERİ :

	<u>P_x(t)</u>	<u>P_y(t)</u>	<u>P_z(t)</u>	<u>M_x(tm)</u>	<u>M_y(tm)</u>	<u>M_z(tm)</u>
1. çubuğu	1,48	0	-2,52	0	-1,28	0
	1,48	0	-2,52	0	1,28	0
2. çubuğu	0	0	-1,8	0	-0,6	0
	0	0	-1,8	0	0,6	0
3. çubuğu	0	0	-1,8	0	-0,6	0
	0	0	-1,8	0	0,6	0
4. çubuğu	1,48	0	-2,52	0	-1,28	0
	1,48	0	-2,52	0	1,28	0

SONLU ELEMENLAR METODU ILE
UZAY CERCEVELERIN COZUMU

M	N	Z	E(t/m ²)
3	4	2	2.1E+06

M=Mesnetsiz Dugum Noktasi Sayisi
N=Cubuk Sayisi
Z=Mesnetli Dugum Noktasi Sayisi
E=Elastisite Modulu

DUGUM NOKTALARININ KOORDINATLARI

D.N	X(m)	Y(m)	Z(m)
1	0.00	0.00	0.00
2	0.00	2.61	1.53
3	0.00	4.61	1.53
4	2.00	4.61	1.53
5	4.61	4.61	3.06

CUBUK YONLARI & CUBUK OZELLIKLERI

C.N	i	j	Iy(m ⁴)	Iz(m ⁴)	Ji(m ⁴)	A(m ²)	X(m)	Y(m)	Z(m)
1	1	2	0.001953	0.070300	0.006990	0.375	0.00	1.30	0.50
2	2	3	0.001953	0.070300	0.006990	0.375	0.00	3.60	0.75
3	3	4	0.001953	0.070300	0.006990	0.375	1.00	4.61	0.75
4	4	5	0.001953	0.070300	0.006990	0.375	3.31	4.61	2.25

MESNET SARTLARI

(0 deplasman ve donme tutulmus)
(1 deplasman ve donme serbest)
(0 ve 1'den farkli ise mesnet cokme ve donmesi)

M.N	dx	dy	dz	Ox	Oy	Oz
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

ANKASTRE CUBUK UC KUVVETLERİ

	<u>Px(t)</u>	<u>Py(t)</u>	<u>Pz(t)</u>	<u>Mx(tm)</u>	<u>My(tm)</u>	<u>Mz(tm)</u>
1. CUBUGU	+1.48	+0.00	-2.52	+0.00	-1.28	+0.00
	+1.48	+0.00	-2.52	+0.00	+1.28	+0.00
2. CUBUGU	+0.00	+0.00	-1.80	+0.00	-0.60	+0.00
	+0.00	+0.00	-1.80	+0.00	+0.60	+0.00
3. CUBUGU	+0.00	+0.00	-1.80	+0.00	-0.60	+0.00
	+0.00	+0.00	-1.80	+0.00	+0.60	+0.00
4. CUBUGU	+1.48	+0.00	-2.52	+0.00	-1.28	+0.00
	+1.48	+0.00	-2.52	+0.00	+1.28	+0.00

CUBUK UC KUVVETLERİ

1. CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1. UCU	+8.38	-4.17	-6.04	+7.29	+10.68	-18.00
2. UCU	-5.42	+4.17	+1.00	-7.29	-0.04	+5.39

2. CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1. UCU	+4.17	-4.17	-3.60	+3.56	+0.04	-8.34
2. UCU	-4.17	+4.17	+0.00	-3.56	+3.56	+0.00

3. CUBUGU

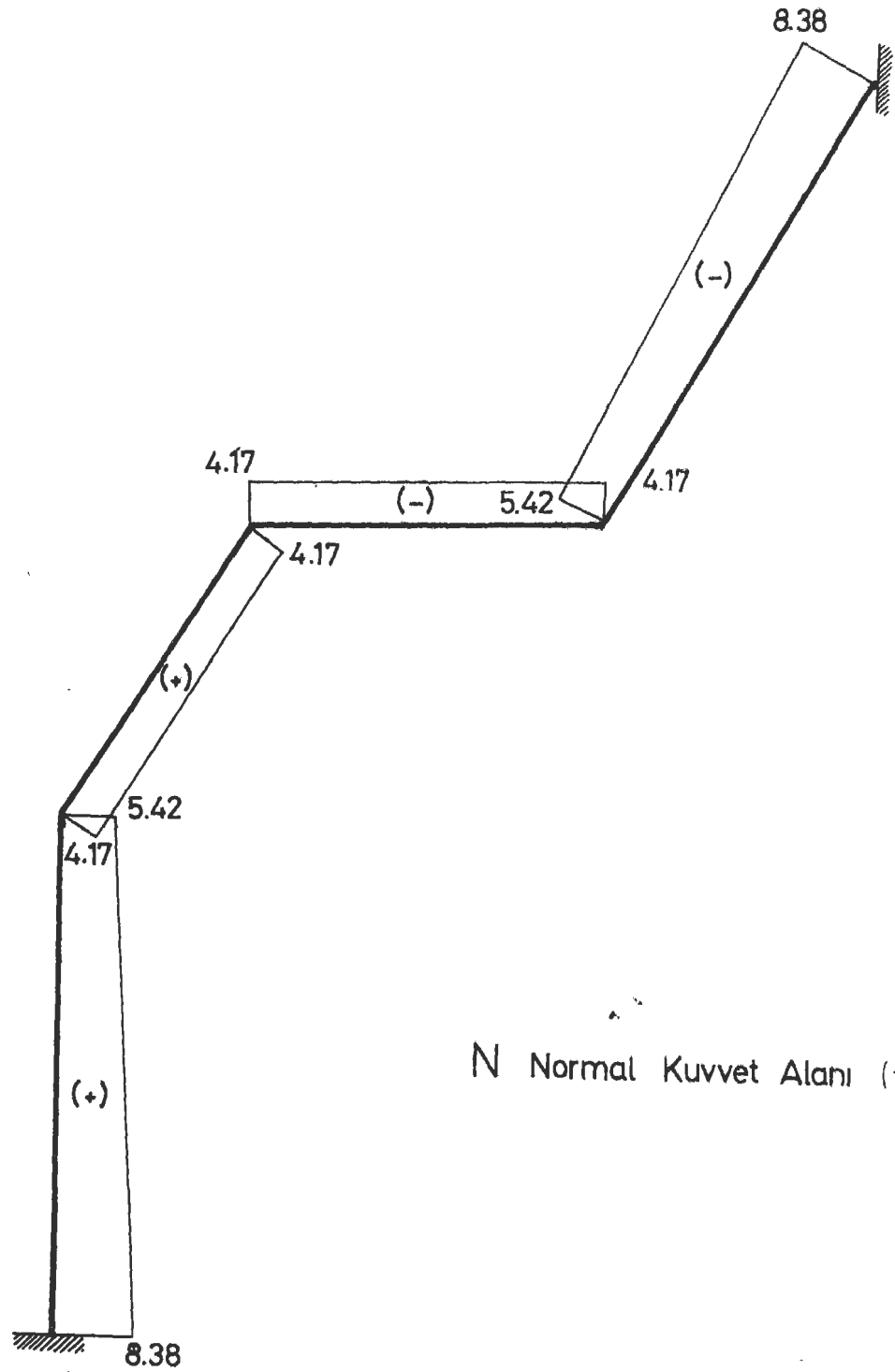
	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1. UCU	-4.17	-4.17	+0.00	-3.56	-3.56	+0.00
2. UCU	+4.17	+4.17	-3.60	+3.56	-0.04	-8.34

4. CUBUGU

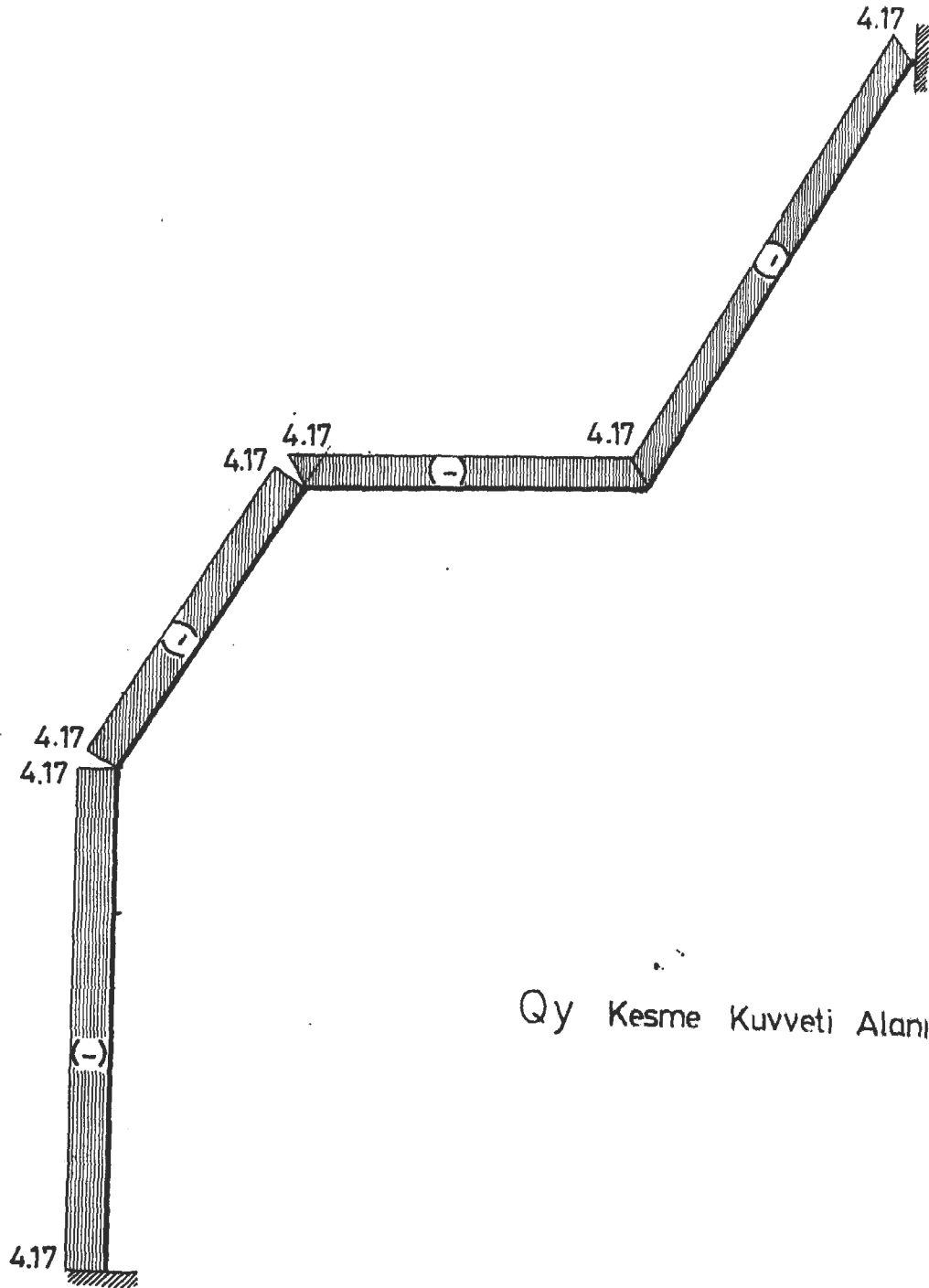
	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1. UCU	-5.42	-4.17	+1.00	-7.29	+0.04	+5.39
2. UCU	+8.38	+4.17	-6.04	+7.29	-10.68	-18.00

N NORMAL KUVVET
 Q_y KESME KUVVETİ
 Q_z KESME KUVVETİ
 M_t BURULMA MOMENTİ
 M_y EĞİLME MOMENTİ
 M_z EĞİLME MOMENTİ

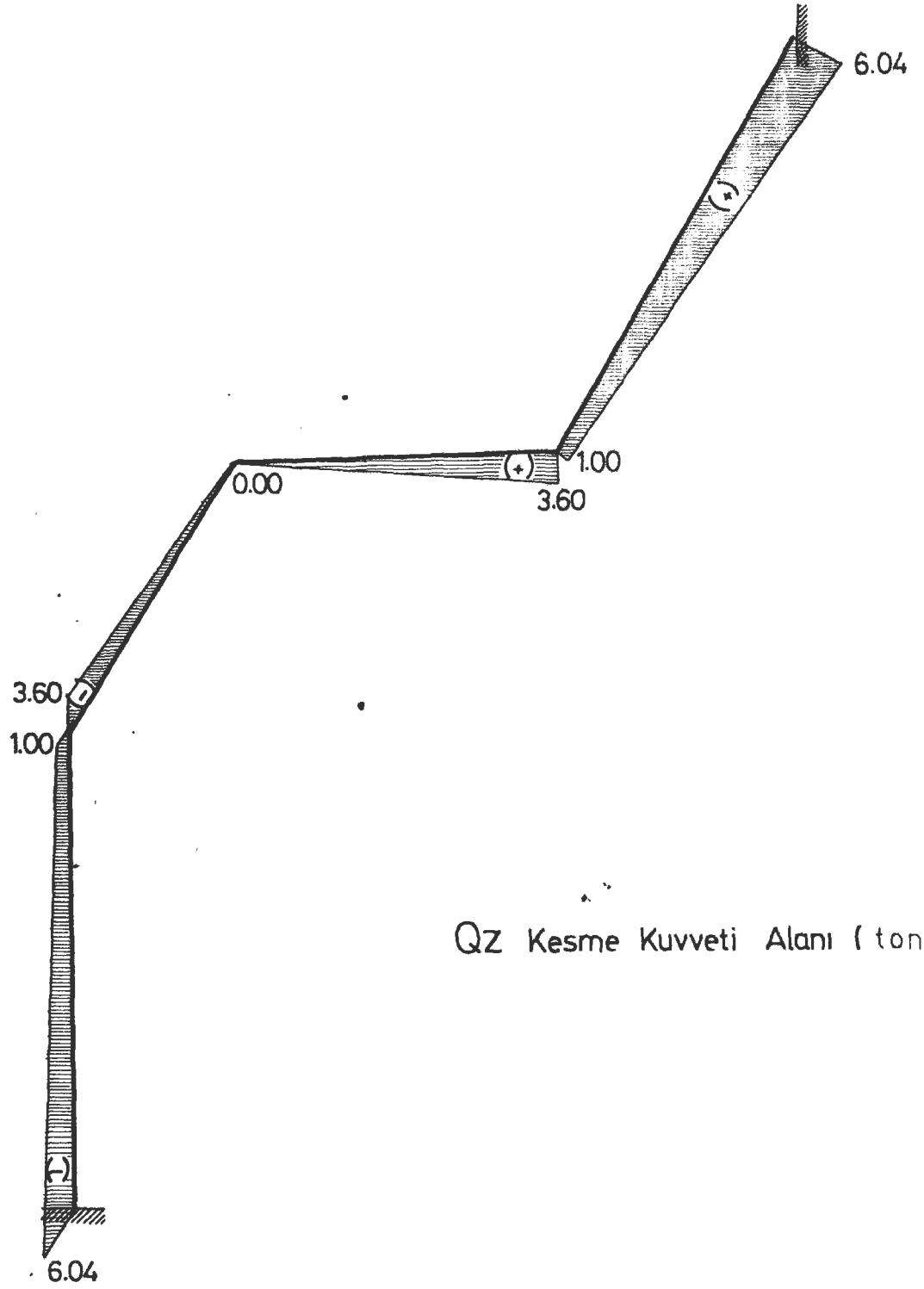
ALANLARI.

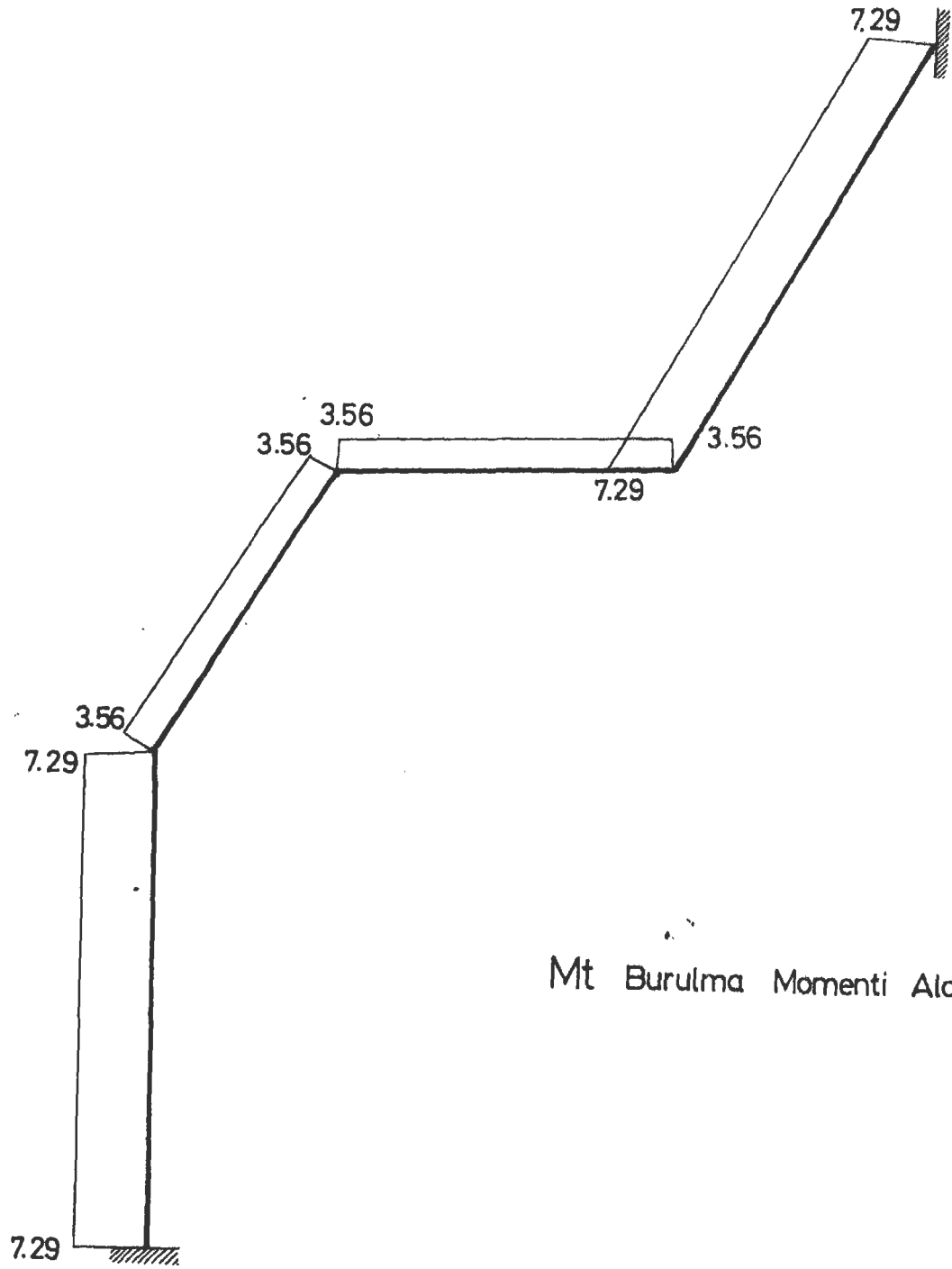


N Normal Kuvvet Alanı (ton)

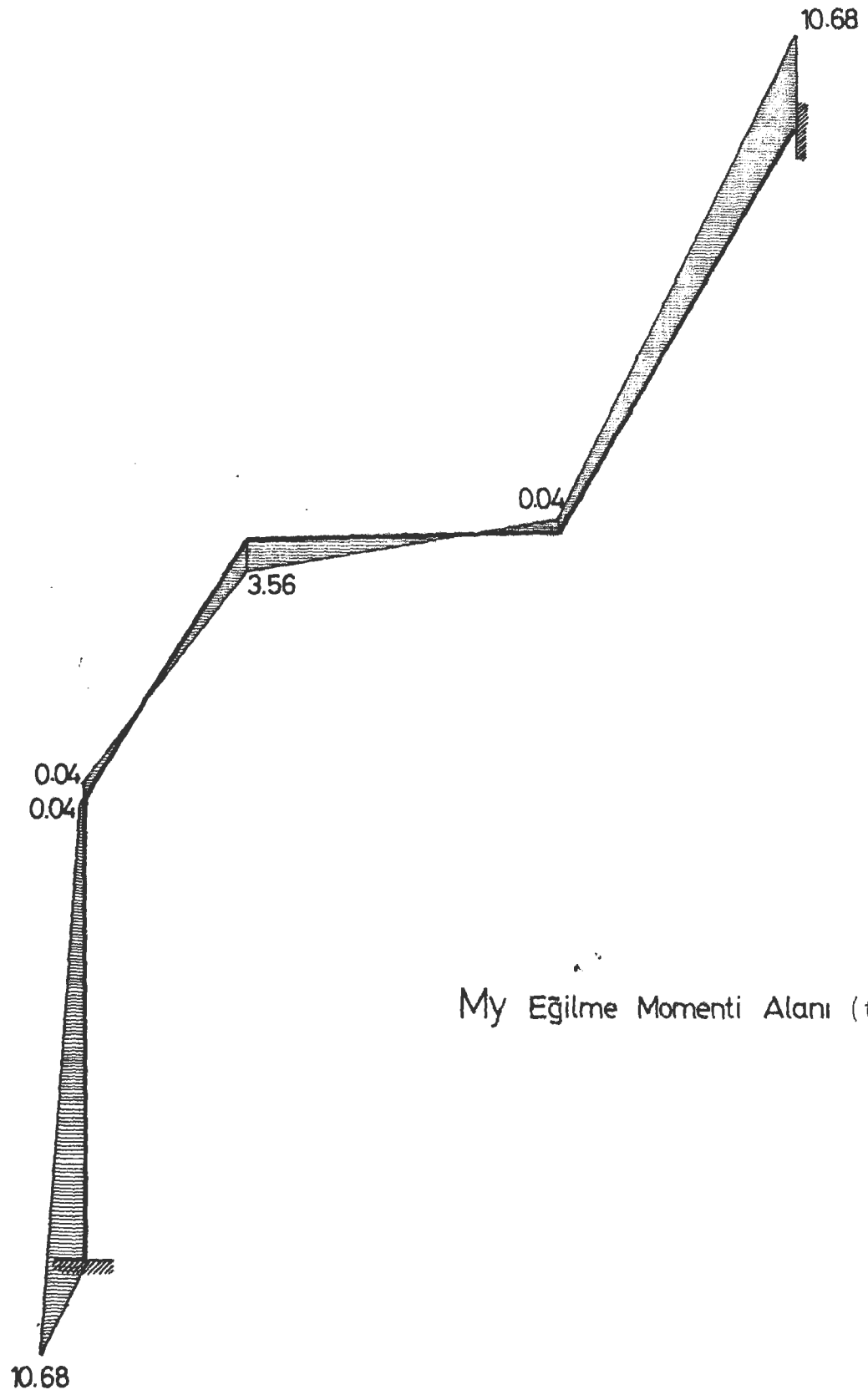


Q_y Kesme Kuvveti Alanı (ton)

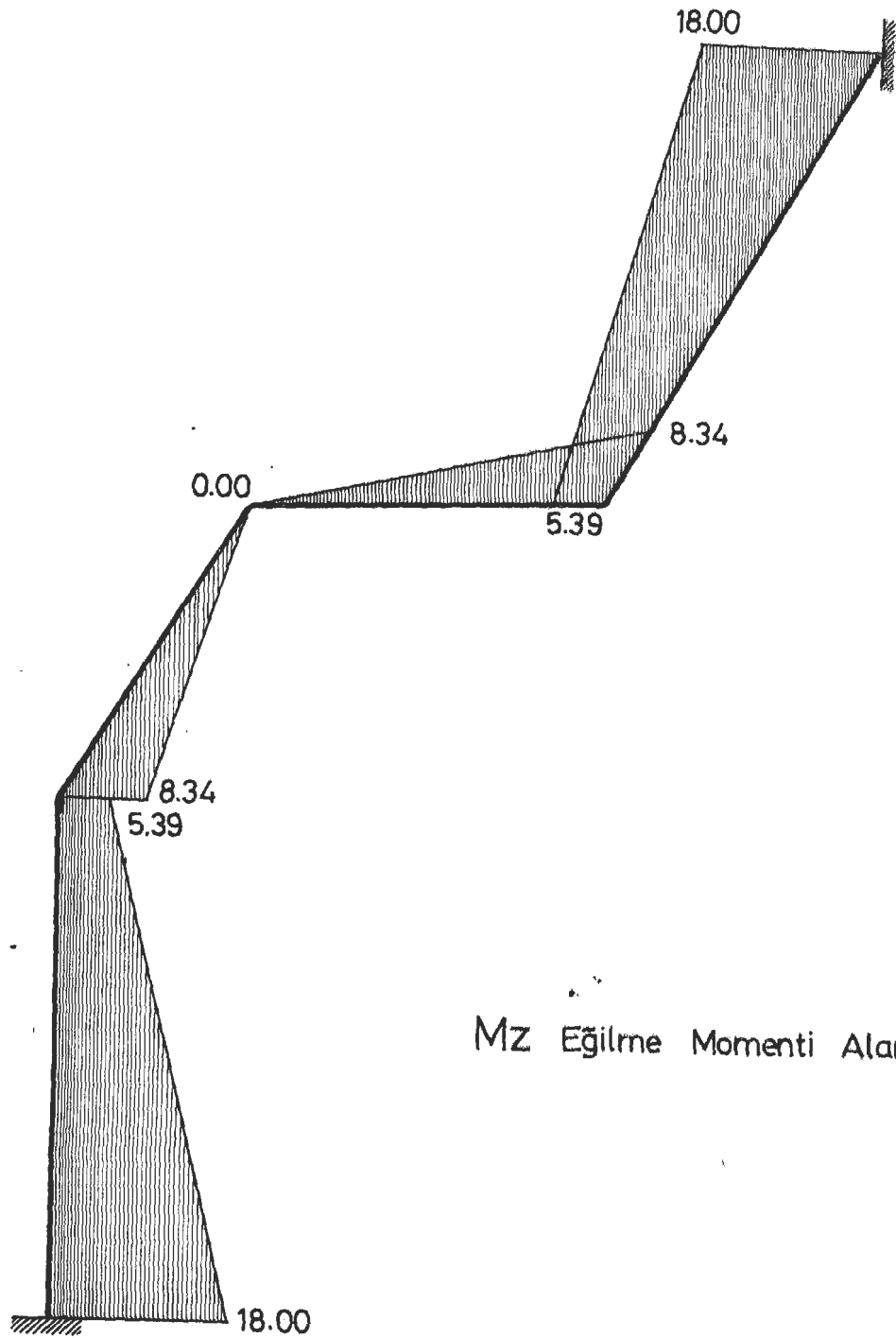




M_t Burulma Momenti Alanı (tm)

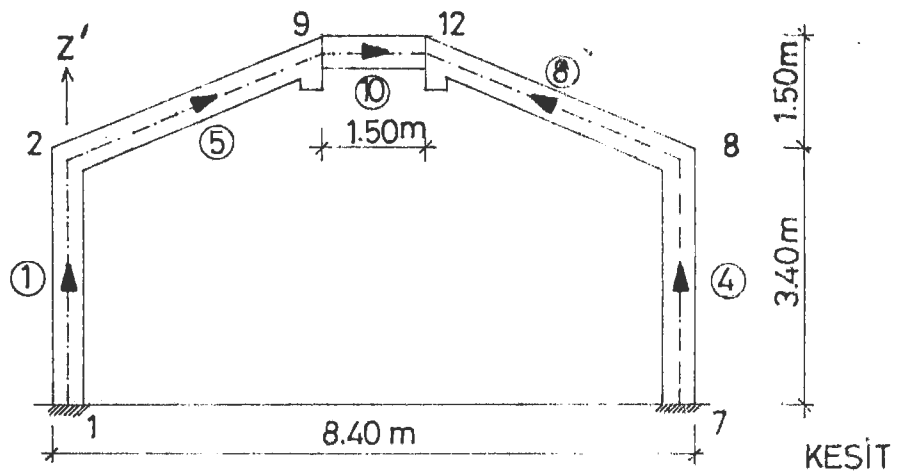
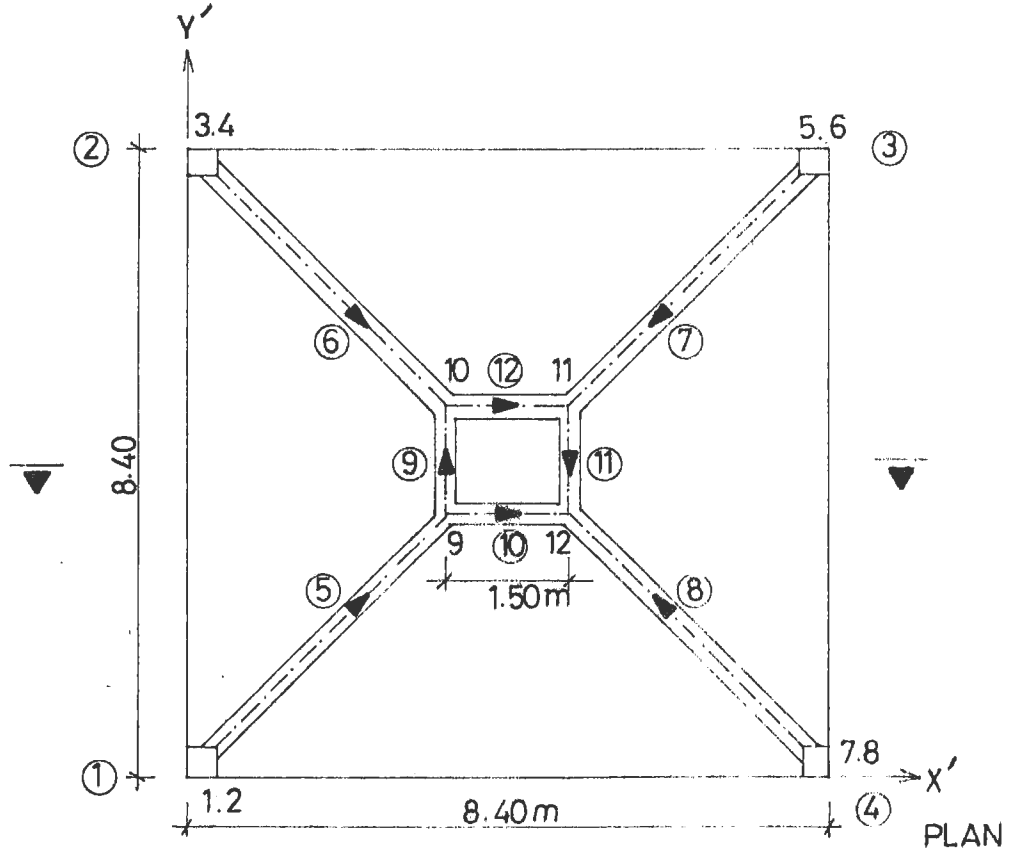


My Eğilme Momenti Alanı (tm)



MZ Eğilme Momenti Alanı (tm)

PROGRAMI TEST ETMEK İÇİN ÖRNEK PROBLEM :: 2



Yukarıdaki uzay çerçevenin çubuk uç kuvvetlerinin hesabı ;

Çatı kaplaması brüt betondur.

SEÇİLEN KESİTLER :

Kolonlar 40/40

Taşıyıcı kirişler 25/50

Ara kirişler 20/30

BURULMA ATALET MOMENTLERİ :

$$\begin{array}{l} \boxed{} \quad a \quad J = 0.141 a^4 \\ \quad \quad \quad a \\ h \quad \boxed{} \quad h < b \quad J = \frac{bh^3}{3} \left[1 - 0.63 \frac{h}{b} - 0.052 \left(\frac{h}{b} \right)^2 \right] \\ \quad \quad \quad b \end{array}$$

ÇATI YÜKLERİ :

(d = 10 cm.)

1-Döşeme zati ağırlığı = 0.10 x 2.4 = 0.240 t/m²

2-Kar yükü = 0.075 " "

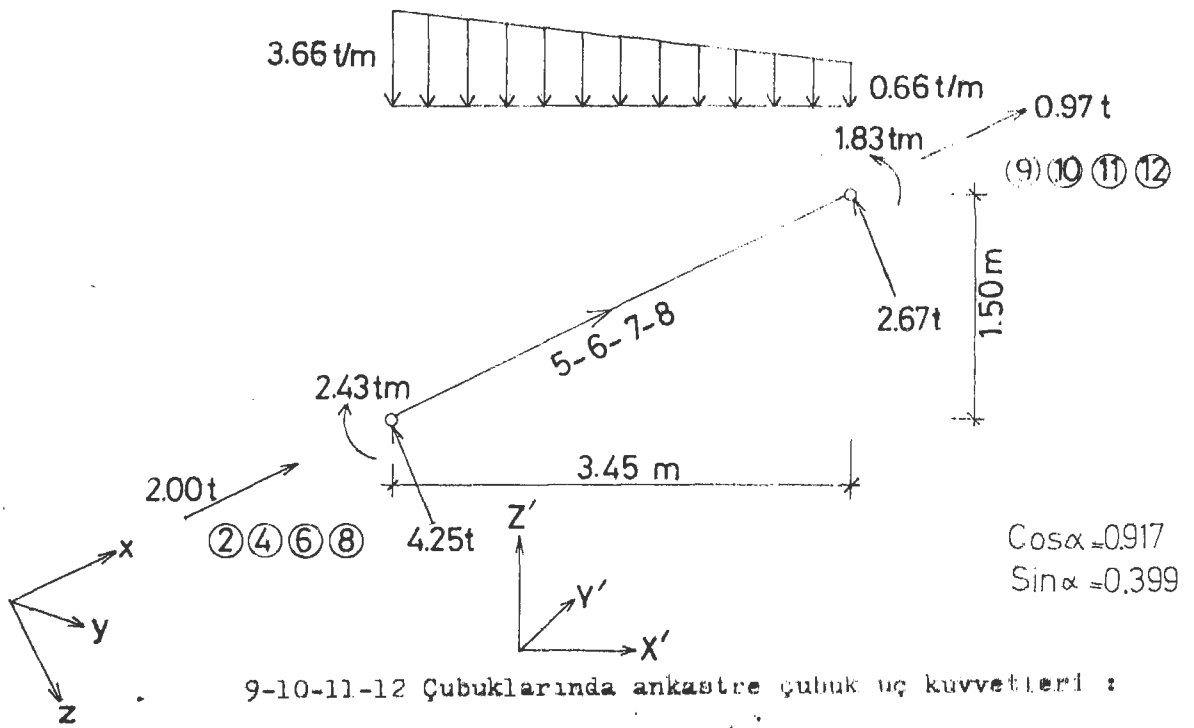
3-Sıva + Yalıtım = 0.085 " "

q=0.400 t/m².

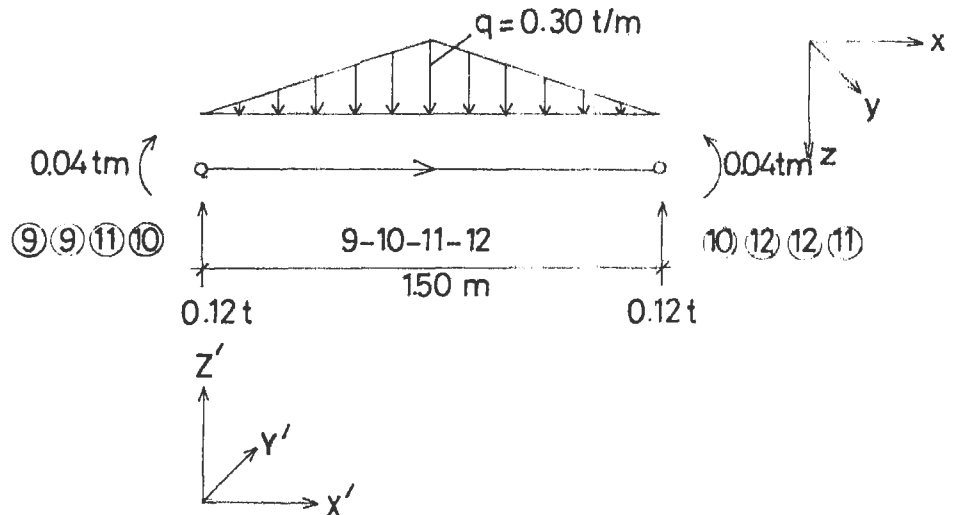
ANKASTRE ÇUBUK UÇ KUVVETLERİ :

1-2,3-4 Çubuklarında ankastre çubuk uç kuvvetlerinin değeri sıfırdır.

5-6,7-8 Çubuklarında ankastre çubuk uç kuvvetleri :



9-10-11-12 Çubuklarında ankastre çubuk uç kuvvetleri :



VERİLERİN HAZIRLANMASI :

<u>M</u>	<u>N</u>	<u>Z</u>	<u>E(t/m²)</u>
8	12	4	2,1 x 10 ⁶

M= Mesnetsiz d.n. sayısı

N= Çubuk sayısı

Z= Mesnetli d.n. sayısı

E= Elastisite modülü

DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI :

<u>D.N</u>	<u>X(m)</u>	<u>Y(m)</u>	<u>Z(m)</u>
1	0	0	0
2	0	0	3.40
3	0	8.40	0
4	0	8.40	3.40
5	8.40	8.40	0
6	8.40	8.40	3.40
7	8.40	0	0
8	8.40	0	3.40
9	3.45	3.45	4.90
10	3.45	4.95	4.90
11	4.95	4.95	4.90
12	4.95	3.45	4.90

ÇUBUK YÖNLERİ-- ÇUBUK ÖZELLİKLERİ :

<u>Ç.N</u>	<u>i</u>	<u>j</u>	<u>I_y(m⁴)</u>	<u>I_z(m⁴)</u>	<u>J₁(m⁴)</u>	<u>A(m²)</u>	<u>X(m)</u>	<u>Y(m)</u>	<u>Z(m)</u>
1	1	2	2.13.10 ⁻³	2.13.10 ⁻³	3.601.10 ⁻³	0.16	0	4.2	1.7
2	3	4	2.13.10 ⁻³	2.13.10 ⁻³	3.601.10 ⁻³	0.16	0	10	1.7
3	5	6	2.13.10 ⁻³	2.13.10 ⁻³	3.601.10 ⁻³	0.16	8.4	10	1.7
4	7	8	2.13.10 ⁻³	2.13.10 ⁻³	3.601.10 ⁻³	0.16	8.4	4.2	1.7
5	2	9	2.604.10 ⁻³	6.51.10 ⁻⁴	2.556.10 ⁻³	0.125	2	2	2
6	4	10	2.604.10 ⁻³	6.51.10 ⁻⁴	2.556.10 ⁻³	0.125	2	6.4	2
7	6	11	2.604.10 ⁻³	6.51.10 ⁻⁴	2.556.10 ⁻³	0.125	6.4	6.4	2
8	8	12	2.604.10 ⁻³	6.51.10 ⁻⁴	2.556.10 ⁻³	0.125	6.4	2	2
9	9	10	4.5.10 ⁻⁴	2.0.10 ⁻⁴	7.85.10 ⁻⁴	0.06	3.45	4.20	3
10	9	12	4.5.10 ⁻⁴	2.0.10 ⁻⁴	7.85.10 ⁻⁴	0.06	4.20	3.45	3
11	11	12	4.5.10 ⁻⁴	2.0.10 ⁻⁴	7.85.10 ⁻⁴	0.06	4.95	4.20	3
12	10	11	4.5.10 ⁻⁴	2.0.10 ⁻⁴	7.85.10 ⁻⁴	0.06	4.20	4.95	3

MESNET ŞARTLARI :

M.N	dx	dy	dz	Øx	Øy	Øz
1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0

ANKASTRE ÇUBUK UÇ KUVVETLERİ :

	Px(t)	Py(t)	Pz(t)	Mx(tm)	My(tm)	Mz(tm)
1.çubuğu	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
2.çubuğu	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
3.çubuğu	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
4.çubuğu	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
5.çubuğu	2.00	0	-4.25	0	-2.43	0
	0.97	0	-2.67	0	1.83	0
6.çubuğu	2.00	0	-4.25	0	-2.43	0
	0.97	0	-2.67	0	1.83	0
7.çubuğu	2.00	0	-4.25	0	-2.43	0
	0.97	0	-2.67	0	1.83	0
8.çubuğu	2.00	0	-4.25	0	-2.43	0
	0.97	0	-2.67	0	1.83	0
9.çubuğu	0	0	-0.12	0	-0.04	0
	0	0	-0.12	0	0.04	0
10.çubuğu	0	0	-0.12	0	-0.04	0
	0	0	-0.12	0	0.04	0
11.çubuğu	0	0	-0.12	0	-0.04	0
	0	0	-0.12	0	0.04	0
12.çubuğu	0	0	-0.12	0	-0.04	0
	0	0	-0.12	0	0.04	0

SONLU ELEMENLAR METODU ILE
UZAY CERCEVELERIN COZUMU

M	N	Z	E(t/m^2)
8	12	4	2.1E+06

M=Mesnetsiz Dugum Noktasi Sayisi
N=Cubuk Sayisi
Z=Mesnetli Dugum Noktasi Sayisi
E=Elastisite Modulu

DUGUM NOKTALARININ KOORDINATLARI

D.N	X(m)	Y(m)	Z(m)
1	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	3.40
3	0.00	8.40	0.00
4	0.00	8.40	3.40
5	8.40	8.40	0.00
6	8.40	8.40	3.40
7	8.40	0.00	0.00
8	8.40	0.00	3.40
9	3.45	3.45	4.90
10	3.45	4.95	4.90
11	4.95	4.95	4.90
12	4.95	3.45	4.90

CUBUK YONLERI & CUBUK OZELLIKLERI

C.N	i	j	Iy(m^4)	Iz(m^4)	J1(m^4)	A(m^2)	X(m)	Y(m)	Z(m)
1	1	2	0.002130	0.002130	0.003601	0.160	0.00	4.20	1.70
2	3	4	0.002130	0.002130	0.003601	0.160	0.00	10.00	1.70
3	5	6	0.002130	0.002130	0.003601	0.160	8.40	10.00	1.70
4	7	8	0.002130	0.002130	0.003601	0.160	8.40	4.20	1.70
5	2	9	0.002604	0.000651	0.002556	0.125	2.00	2.00	2.00
6	4	10	0.002604	0.000651	0.002556	0.125	2.00	6.40	2.00
7	6	11	0.002604	0.000651	0.002556	0.125	6.40	6.40	2.00
8	8	12	0.002604	0.000651	0.002556	0.125	6.40	2.00	2.00
9	9	10	0.000450	0.000200	0.000785	0.060	3.45	4.20	3.00
10	9	12	0.000450	0.000200	0.000785	0.060	4.20	3.45	3.00
11	11	12	0.000450	0.000200	0.000785	0.060	4.95	4.20	3.00
12	10	11	0.000450	0.000200	0.000785	0.060	4.20	4.95	3.00

MESNET SARTLARI

(0 deplasman ve donme tutulmus)
(1 deplasman ve donme serbest)
(0 ve 1'den farklı ise mesnet cokme ve donmesi)

M.N	dx	dy	dz	Ox	Oy	Oz
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

ANKASTRE CUBUK UC KUVVETLERI

	Px(t)	Py(t)	Pz(t)	Mx(tm)	My(tm)	Mz(tm)
1. CUBUK	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
2. CUBUK	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
3. CUBUK	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
4. CUBUK	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
5. CUBUK	+2.00 +0.97	+0.00 +0.00	-4.25 -2.67	+0.00 +0.00	-2.43 +1.83	+0.00 +0.00
6. CUBUK	+2.00 +0.97	+0.00 +0.00	-4.25 -2.67	+0.00 +0.00	-2.43 +1.83	+0.00 +0.00
7. CUBUK	+2.00 +0.97	+0.00 +0.00	-4.25 -2.67	+0.00 +0.00	-2.43 +1.83	+0.00 +0.00
8. CUBUK	+2.00 +0.97	+0.00 +0.00	-4.25 -2.67	+0.00 +0.00	-2.43 +1.83	+0.00 +0.00
9. CUBUK	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	-0.12 -0.12	+0.00 +0.00	-0.04 +0.04	+0.00 +0.00
10. CUBUK	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	-0.12 -0.12	+0.00 +0.00	-0.04 +0.04	+0.00 +0.00

11. CUBUGU	+0.00	+0.00	-0.12	+0.00	-0.04	+0.00
	+0.00	+0.00	-0.12	+0.00	+0.04	+0.00
12. CUBUGU	+0.00	+0.00	-0.12	+0.00	-0.04	+0.00
	+0.00	+0.00	-0.12	+0.00	+0.04	+0.00

CUBUK UC KUVVETLERİ

1 . CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1. UCU	+7.73	+2.65	+2.65	+0.00	-4.71	+4.71
2. UCU	-7.73	-2.65	-2.65	+0.00	-4.30	+4.30

2 . CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1. UCU	+7.73	+2.65	-2.65	+0.00	+4.71	+4.71
2. UCU	-7.73	-2.65	+2.65	+0.00	+4.30	+4.30

3 . CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1. UCU	+7.73	-2.65	-2.65	+0.00	+4.71	-4.71
2. UCU	-7.73	+2.65	+2.65	+0.00	+4.30	-4.30

4 . CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1. UCU	+7.73	-2.65	+2.65	+0.00	-4.71	-4.71
2. UCU	-7.73	+2.65	-2.65	+0.00	-4.30	-4.30

5 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+5.86	+0.00	-6.28	+0.00	+6.09	+0.00
2.UCU	-2.89	+0.00	-0.64	+0.00	+3.69	+0.00

6 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+5.86	+0.00	-6.28	+0.00	+6.09	+0.00
2.UCU	-2.89	+0.00	-0.64	+0.00	+3.69	+0.00

7 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+5.86	+0.00	-6.28	+0.00	+6.09	+0.00
2.UCU	-2.89	+0.00	-0.64	+0.00	+3.69	+0.00

8 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+5.86	+0.00	-6.28	+0.00	+6.09	+0.00
2.UCU	-2.89	+0.00	-0.64	+0.00	+3.69	+0.00

9 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+2.08	+0.00	-0.12	+0.00	-2.61	+0.00
2.UCU	-2.08	+0.00	-0.12	+0.00	+2.61	+0.00

10 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+2.08	+0.00	-0.12	+0.00	-2.61	+0.00
2.UCU	-2.08	+0.00	-0.12	+0.00	+2.61	+0.00

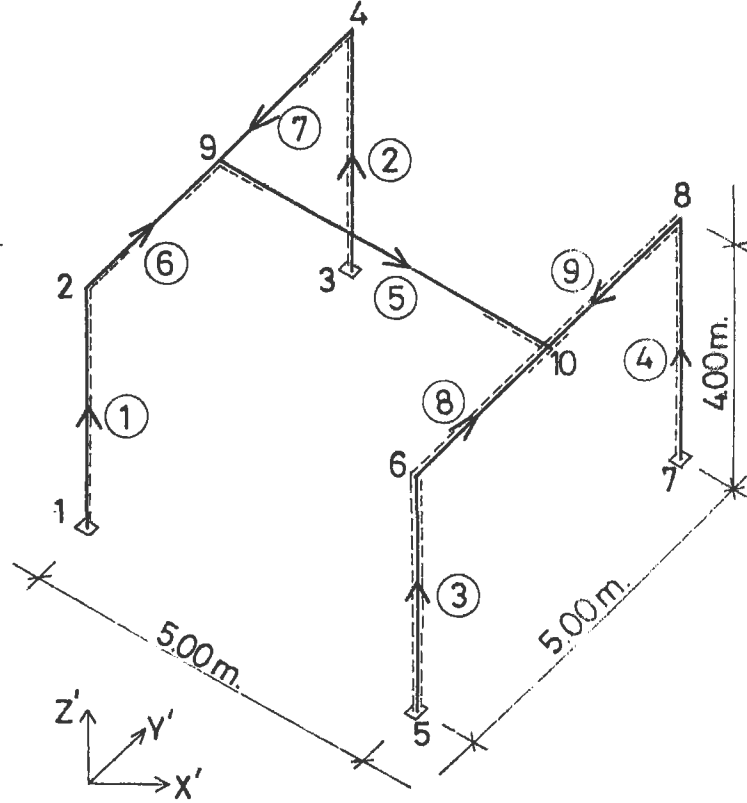
11 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+2.08	+0.00	-0.12	+0.00	-2.61	+0.00
2.UCU	-2.08	+0.00	-0.12	+0.00	+2.61	+0.00

12 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+2.08	+0.00	-0.12	+0.00	-2.61	+0.00
2.UCU	-2.08	+0.00	-0.12	+0.00	+2.61	+0.00

PROGRAMI TEST ETMEK İÇİN ÖRNEK PROBLEM= 3



Yukarıdaki uzay çerçevenin 1 mesnetinin 2cm çökmesi halinde, çubuk uç kuvvetlerinin hesabı :

KESİTLER

KOLONLAR 30/50

KİRİŞLER 25/50, 30/60

VERİLERİN HAZIRLANMASI :

$\frac{M}{6}$	$\frac{N}{9}$	$\frac{Z}{4}$	$\frac{E(t/m^2)}{2.1 \times 10^6}$	M = Mesnetsiz d.n sayısı N = Çubuk sayısı Z = Mesnetli d.n sayısı E = Elastisite modülü
---------------	---------------	---------------	------------------------------------	--

DÜĞÜM NOKTALARININ KOORDİNATLARI

D.N	X(m)	Y(m)	Z (m)
1	0	0	0
2	0	0	4
3	0	5	0
4	0	5	4
5	5	0	0
6	5	0	4
7	5	5	0
8	5	5	4
9	0	2.5	4
10	5	2.5	4

ÇUBUK YÖNLERİ - ÇUBUK ÖZELLİKLERİ

Ç.N	i	j	I _y (m ⁴)	I _z (m ⁴)	J ₁ (m ⁴)	A(m ²)	X (m)	Y(m)	Z(m)
1	1	2	3.125.10 ⁻³	1.125.10 ⁻³	2.817.10 ⁻³	0.15	0	2	0
2	3	4	3.125.10 ⁻³	1.125.10 ⁻³	2.817.10 ⁻³	0.15	0	6	0
3	5	6	3.125.10 ⁻³	1.125.10 ⁻³	2.817.10 ⁻³	0.15	5	2	0
4	7	8	3.125.10 ⁻³	1.125.10 ⁻³	2.817.10 ⁻³	0.15	5	6	0
5	9	10	2.604.10 ⁻³	0.0	0.0	0.125	2.5	2.5	0
6	2	9	5.4.10 ⁻³	1.35.10 ⁻³	3.708.10 ⁻³	0.18	0	1.25	0
7	4	9	5.4.10 ⁻³	1.35.10 ⁻³	3.708.10 ⁻³	0.18	0	3	0
8	6	10	5.4.10 ⁻³	1.35.10 ⁻³	3.708.10 ⁻³	0.18	5	1.25	0
9	8	10	5.4.10 ⁻³	1.35.10 ⁻³	3.708.10 ⁻³	0.18	5	3	0

MESNET ŞARTLARI

M.N	dx	dy	dz	Øx	Øy	Øz
1	0	0	0.02	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0

ANKASTRE ÇUBUK UÇ KUVVETLERİ

	<u>Px(t)</u>	<u>Py(t)</u>	<u>Px(t)</u>	<u>Mx(tm)</u>	<u>My(tm)</u>	<u>Mz(tm)</u>
1. çubuğu	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
2. çubuğu	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
3. çubuğu	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
4. çubuğu	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
5. çubuğu	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
6. çubuğu	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
7. çubuğu	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
8. çubuğu	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
9. çubuğu	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0

SONLU ELEMANLAR METODU İLE UZAY CERCEVELERİN ÇÖZÜMÜ

M	N	Z	E(t/m ²)
6	9	4	2.1E+06

M=Mesnetsiz Dugum Noktasi Sayisi

N=Cubuk Sayisi

Z=Mesnetli Dugum Noktasi Sayisi

E=Elastisite Modulu

DUGUM NOKTALARININ KOORDINATLARI

D.N	X(m)	Y(m)	Z(m)
1	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	4.00
3	0.00	5.00	0.00
4	0.00	5.00	4.00
5	5.00	0.00	0.00
6	5.00	0.00	4.00
7	5.00	5.00	0.00
8	5.00	5.00	4.00
9	0.00	2.50	4.00
10	5.00	2.50	4.00

CUBUK YONLERİ & CUBUK ÖZELLİKLERİ

C.N	i	j	Iy(m ⁴)	Iz(m ⁴)	J1(m ⁴)	A(m ²)	X(m)	Y(m)	Z(m)
1	1	2	0.003125	0.001125	0.002817	0.150	0.00	2.00	2.00
2	3	4	0.003125	0.001125	0.002817	0.150	0.00	6.00	2.00
3	5	6	0.003125	0.001125	0.002817	0.150	5.00	2.00	2.00
4	7	8	0.003125	0.001125	0.002817	0.150	5.00	6.00	2.00
5	9	10	0.002604	0.000000	0.000000	0.125	2.50	2.50	2.00
6	2	9	0.005400	0.001350	0.003708	0.180	0.00	1.25	2.00
7	4	9	0.005400	0.001350	0.003708	0.180	0.00	3.00	2.00
8	6	10	0.005400	0.001350	0.003708	0.180	5.00	1.25	2.00
9	8	10	0.005400	0.001350	0.003708	0.180	5.00	3.00	2.00

MESNET SARTLARI

(0 deplasman ve donme tutulmus)
(1 deplasman ve donme serbest)
(0 ve 1'den farkli ise mesnet cokme ve donmesi)

M.N	dx	dy	dz	Ox	Oy	Oz
1	0.000	0.000	0.020	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

ANKASTRE CUBLUK UC KUVVETLERI

	Px(t)	Py(t)	Pz(t)	Mx(tm)	My(tm)	Mz(tm)
1. CUBUKU	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
2. CUBUKU	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
3. CUBUKU	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
4. CUBUKU	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
5. CUBUKU	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
6. CUBUKU	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
7. CUBUKU	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
8. CUBUKU	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00
9. CUBUKU	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00	+0.00 +0.00

CUBUK UC KUVVETLERİ

1 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+2.62	+0.00	+0.00	+0.00	+5.74	-0.70
2.UCU	-2.62	+0.00	-0.00	+0.00	-6.05	+0.70

2 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	-2.05	+0.00	-0.00	+0.00	+5.94	-0.70
2.UCU	+2.05	+0.00	+0.00	+0.00	-5.63	+0.70

3 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	-0.28	+0.00	-0.00	+0.00	+0.10	-0.70
2.UCU	+0.28	+0.00	+0.00	+0.00	+0.21	+0.70

4 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	-0.28	+0.00	+0.00	+0.00	-0.10	-0.70
2.UCU	+0.28	+0.00	-0.00	+0.00	-0.21	+0.70

5 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+0.00	+0.00	-0.56	+0.00	+1.41	+0.00
2.UCU	+0.00	+0.00	+0.56	+0.00	+1.41	+0.00

6 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+0.08	+0.00	-2.62	-0.70	+6.05	+0.00
2.UCU	-0.08	+0.00	+2.62	+0.70	+0.50	+0.00

7 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	+0.08	+0.00	+2.05	+0.70	-5.63	+0.00
2.UCU	-0.08	+0.00	-2.05	-0.70	+0.50	+0.00

8 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	-0.08	+0.00	+0.28	-0.70	-0.21	+0.00
2.UCU	+0.08	+0.00	-0.28	+0.70	-0.50	+0.00

9 .CUBUGU

	<u>N(t)</u>	<u>QY(t)</u>	<u>QZ(t)</u>	<u>Mt(tm)</u>	<u>MY(tm)</u>	<u>MZ(tm)</u>
1.UCU	-0.08	+0.00	+0.28	+0.70	-0.21	+0.00
2.UCU	+0.08	+0.00	-0.28	-0.70	-0.50	+0.00

B Ö L Ü M . IX

PROGRAMIN LİSTESİ : (K.4.6.7.8)

```
10 OPEN "pr:" AS FILE 1
20 : #1 CHR$(29%)
30 EXTEND
40 REM
50 REM SONLU ELEMANLAR METODU İLE
60 REM UZAY CERCEVELERİN COZUMU
70 REM
80 REM M=MESNETSİZ DUGUM NOKTASI SAYISI
90 REM N=CUBUK SAYISI
100 REM Z=MESNETLİ DUGUM NOKTASI SAYISI
110 REM E=ELASTİSİTE MODULU
120 : #1 CHR$(31%)
130 : #1 'SONLU ELEMANLAR METODU İLE'
140 : #1 'UZAY CERCEVELERİN COZUMU'
150 : #1 CHR$(29)
160 : #1
170 : #1
180 READ M,N,Z,E
190 : #1 ' M N Z E(t/m^2)'
200 : #1 ' _ _ _ _ _'
210 : #1 USING '### ## #' M,N,Z;
220 : #1 E
230 : #1
240 : #1 TAB(10) 'M=Mesnetsiz Dugum Noktasi Sayisi'
250 : #1 TAB(10) 'N=Cubuk Sayisi'
260 : #1 TAB(10) 'Z=Mesnetli Dugum Noktasi Sayisi'
270 : #1 TAB(10) 'E=Elastisite Modulu'
280 N1=5*(M+Z) : J4=1
290 DIM A(M+Z,4),B(N,10),K(12,12),D(12,12),T(12,12),N(12),Tb(12,12)
300 DIM P1(12),P2(12),C(Z,7),P3(12),U(5*(M+Z)),U2(12*N),P4(12)
310 REM A MATRİSİ=Dugum noktalarının koordinatları
320 : #1
330 : #1
340 : #1 'DUGUM NOKTALARININ KOORDİNATLARI'
350 : #1 ' _ _ _ _ _'
360 : #1
370 FOR I=1 TO M+Z : FOR J=1 TO 4
380 READ A(I,J)
390 NEXT J : NEXT I
400 : #1 'D.N X(m) Y(m) Z(m)'
410 : #1 ' _ _ _ _ _'
420 FOR I=1 TO M+Z
430 : #1 USING '### ## ## ## #' A(I,1),A(I,2),A(I,3),A(I,4)
440 NEXT I
450 : #1
```

```
460 : #1
470 REM B MATRISI=Cubuk yonleri & Cubuk ozellikleri
480 : #1 'CUBUK YONLERI & CUBUK OZELLIKLERI'
490 : #1 '-----'
500 FOR I=1 TO N : FOR J=1 TO 10
510   READ B(I,J)
520 NEXT J : NEXT I
530 : #1 ' C.N      i      j      Iy(m^4)   Iz(m^4)      Ji(m^4)      A(m^2)      X(m)      Y(m)      Z(m)'
540 : #1 ' -----'
550 FOR I=1 TO N
560   : #1 USING '###   ###   ### ' B(I,1),B(I,2),B(I,3):
570   : #1 USING '      #.##### #.##### #.#####' B(I,4),B(I,5),B(I,6):
580   : #1 USING '      #.###   ##.##   ##.##   ##.##' B(I,7),B(I,8),B(I,9),B(I,10)
590 NEXT I
600 : #1
610 : #1
620 REM C MATRISI=Mesnet sartlari
630 : #1 'MESNET SARTLARI'
640 : #1 '-----'
650 : #1 TAB(10) '(0 deplasman ve donme tutulmus)'
660 : #1 TAB(10) '(1 deplasman ve donme serbest)'
670 : #1 TAB(10) '(0 ve 1'den farkli ise mesnet cokme ve donmesi)'
680 : #1
690 FOR I1=1 TO Z : FOR J1=1 TO 7
700   READ C(I1,J1)
710 NEXT J1 : NEXT I1
720 : #1 'N      dx      dy      dz      Ox      Oy      Oz'
730 : #1 '-----'
740 FOR I1=1 TO Z
750   : #1 USING '### #.### #.### #.### #.### #.### #.###' C(I1,1),C(I1,2),C(I1,3),C(I1,4),C(I1,5),C(I1,6),C(I1,7)
760 NEXT I1
770 : #1
780 : #1
790 Ba=6
800 FOR I=1 TO N
810   M2=6*((B(I,3)-B(I,2))+1)
820   IF M2>Ba Ba=M2
830 NEXT I
840 A5=N1*(Ba+1)-(Ba-1)*Ba/2
850 DIM A1(A5)
860 Cf=Ba : Cc=N1-Ba+1 : Cd=Cc+1 : Cp=Ba+1
870 A1=0
880 : #1 'ANKASTRE CUBUK UC KUVVETLERI'
890 : #1 '-----'
900 : #1 TAB(13) ' Px(t)      Py(t)      Pz(t)      Mx(tm)      My(tm)      Mz(tm)'
```

```
910 : #1 TAB(13) ' -----
920 FOR I=1 TO N
930   FOR Y1=1 TO 12 : FOR Y2=1 TO 12
940     T(Y1,Y2)=0 : Tt(Y1,Y2)=0 : K(Y1,Y2)=0 : D(Y1,Y2)=0
950   NEXT Y2 : NEXT Y1
960   X1=A(B(I,2),2) : Y1=A(B(I,2),3) : Z1=A(B(I,2),4)
970   FOR I2=1 TO 12 : P2(I2)=0 : NEXT I2
980   X2=A(B(I,3),2) : Y2=A(B(I,3),3) : Z2=A(B(I,3),4)
990   X3=B(I,8) : Y3=B(I,9) : Z3=B(I,10)
1000  Iy=B(I,4) : Iz=B(I,5) : J1=B(I,6) : A=B(I,7)
1010  IF A$="UC KUVVETI" 1160
1020  REM P1 MATRISI=Dubuk uc kuvvetleri
1030  FOR K1=1 TO 12
1040    READ P1(K1)
1050    P1(K1)=-P1(K1)
1060  NEXT K1
1070  : #1 USING '##.DUBUSU' I:
1080  FOR K1=1 TO 6
1090    Fg=-P1(K1)
1100    : #1 USING ' +###.## ' Fg:
1110  NEXT K1 : #1 : : #1 TAB(12):
1120  FOR K1=7 TO 12
1130    Fg=-P1(K1)
1140    : #1 USING '+###.## ' Fg: : : #1 " " : : NEXT K1 : : #1 : : #1
1150  GOSUB 1370
1160  N(1)=6*B(I,2)-5 : N(7)=6*B(I,3)-5
1170  FOR K2=2 TO 6 : N(K2)=N(1)+K2-1 : NEXT K2
1180  FOR K2=8 TO 12 : N(K2)=N(7)+K2-7 : NEXT K2
1190  IF A$="UC KUVVETI" 1370
1200  GOSUB 1660
1210  FOR J1=1 TO 12
1220    K=N(I1)
1230    A1=0 : Ce=K-Cd : A2=0
1240    IF K)Cd A1=(Ce*(Ce+1))/2 : A2=(Ce+1)*(Ce+2)/2
1250    FOR J1=1 TO 12
1260      L1=N(J1)
1270      IF K)L1 1300
1280      T2=Cf*(K-1)+L1-A1
1290      A1(T2)=A1(T2)+K(I1,J1)
1300    NEXT J1
1310    T3=(Ba+1)*K-1-A2+1
1320    A1(T3)=A1(T3)+P2(I1)
1330  NEXT I1
1340 NEXT I
1350 GOTO 1990
```

```
1360 REM TRANSFORMASYON MATRISI
1370 L=SQR((X2-X1)^2+(Y2-Y1)^2+(Z2-Z1)^2)
1380 A1=(X2-X1)/L : A2=(Y2-Y1)/L : A3=(Z2-Z1)/L
1390 Q=(X3*X2-X3*X1-X1*X2+X1^2)+(Y3*Y2-Y3*Y1-Y1*Y2+Y1^2)+(Z3*Z2-Z3*Z1-Z1*Z2+Z1^2)
1400 U1=Q*(X2-X1)-L^2*(X3-X1)
1410 U2=Q*(Y2-Y1)-L^2*(Y3-Y1)
1420 U3=Q*(Z2-Z1)-L^2*(Z3-Z1)
1430 U=SQR(U1^2+U2^2+U3^2)
1440 B1=U1/U : B2=U2/U : B3=U3/U
1450 C1=(A3*B2)-(A2*B3)
1460 C2=(A1*B3)-(A3*B1)
1470 C3=(A2*B1)-(A1*B2)
1480 T(1,1)=A1 : T(4,4)=A1 : T(2,1)=A2 : T(5,4)=A2 : T(3,1)=A3 : T(6,4)=A3
1490 T(1,2)=-C1 : T(4,5)=-C1 : T(2,2)=-C2 : T(5,5)=-C2 : T(3,2)=-C3 : T(6,5)=-C3
1500 T(1,3)=-B1 : T(4,6)=-B1 : T(2,3)=-B2 : T(5,6)=-B2 : T(3,3)=-B3 : T(6,6)=-B3
1510 FOR I2=1 TO 6 : FOR J=1 TO 6
1520     T(I2+6,J+6)=T(I2,J)
1530     T(I2,J)=T(I2,J) : T(J+6,I2+6)=T(I2+6,J+6)
1540 NEXT J : NEXT I2
1550 IF A$="UC KUVVETI" GOTO 1660
1560 FOR J2=1 TO 12
1570     FOR K3=1 TO 12
1580         P2(J2)=P2(J2)+T(J2,K3)*P1(K3)
1590     NEXT K3
1600     U2(J4)=P2(J2)
1610     J4=J4+1
1620 NEXT J2
1630 J4=I*12+1
1640 RETURN
1650 REM RIJITLIK MATRISLERI
1660 G1=4*E : B=E*A/L : C=12*E*Iz/L^3 : D1=12*E*Iy/L^3 : F1=G1*J1/L
1670 H1=4*E*Iy/L : X=4*E*Iz/L : M1=6*E*Iz/L^2 : O=6*E*Iy/L^2 : R1=2*E*Iz/L : R=2*E*Iy/L
1680 FOR J1=1 TO 12 : FOR J=1 TO 12
1690     D(J1,J)=0 : K(J1,J)=0
1700 NEXT J : NEXT J1
1710 K(1,1)=B : K(2,2)=C : K(2,6)=M1
1720 K(3,3)=D1 : K(3,5)=-O : K(4,4)=F1
1730 K(5,3)=-O : K(5,5)=H1 : K(6,2)=M1 : K(6,6)=X
1740 K(1,7)=-B : K(2,8)=-C : K(2,12)=M1
1750 K(3,9)=-D1 : K(3,11)=-O : K(4,10)=-F1
1760 K(5,9)=O : K(5,11)=R : K(6,8)=-M1 : K(6,12)=R1
1770 K(7,7)=B : K(8,8)=C : K(8,12)=-M1
1780 K(9,9)=D1 : K(9,11)=O : K(10,10)=F1
1790 K(11,9)=O : K(11,11)=H1 : K(12,8)=-M1 : K(12,12)=X
1800 K(7,1)=-B : K(8,2)=-C : K(12,2)=M1
```

```
1810 K(9,3)=-D1 : K(11,3)=-D : K(10,4)=-F1
1820 K(9,5)=0 : K(11,5)=R : K(8,6)=-M1 : K(12,6)=R1
1830 FOR N2=1 TO 12
1840   FOR J=1 TO 12
1850     FOR K2=1 TO 12
1860       D(N2,J)=D(N2,J)+T(N2,K2)*K(K2,J)
1870 NEXT K2 : NEXT J : NEXT N2
1880 FOR N2=1 TO 12 : FOR J=1 TO 12
1890   K(N2,J)=0
1900 NEXT J : NEXT N2
1910 FOR N2=1 TO 12
1920   FOR J=1 TO 12
1930     FOR K3=1 TO 12
1940       K(N2,J)=K(N2,J)+D(N2,K3)*Tt(K3,J)
1950 NEXT K3 : NEXT J : NEXT N2
1960 IF A$="UC KUVVETI" GOTO 3550
1970 RETURN
1980 REM MESNET SARTLARININ ISLENMESI
1990 FOR I=1 TO Z
2000   FOR J=2 TO 7
2010     IF C(I,J)=1 GOTO 2310
2020     A1=0
2030     Aa=6*C(I,1)+J-8
2040     A2=N1-Aa-1
2050     IF A2=Ba-1 A2=Ba-1
2060     Ca=Aa-Cc
2070     Bc=0
2080     Bb=6*C(I,1)+J-Cc-7
2090     IF Bb=0 Bc=Bb
2100     IF Aa>Cc A1=Cc*(Cc+1)/2
2110     D=Aa*Cc+1-A1
2120     A1(D)=A1(D)+1.E+10
2130     IF C(I,J)=0 GOTO 2300
2140     IF Aa=0 GOTO 2260
2150     Be=Ba-1
2160     IF Ba>Aa+1 Be=Aa
2170     C1=N1-Aa+1
2180     IF C1=Ba C1=Ba
2190     Ck=C1
2200     FOR K=1 TO Be
2210       Ck=Ck+1
2220       IF Ck>Ba Ck=Ba
2230       A1(D-C1)=0
2240       C1=C1+Ck
2250     NEXT K
```

```
2260 IF Ba-Bc<2 GOTO 2300
2270 FOR K=2 TO Ba-Bc
2280 A1(Aa+Cg+K-A1)=0
2290 NEXT K
2300 A1(D+1+A2)=C(I,J)*A1(D)
2310 NEXT J
2320 NEXT I
2330 REM DENKLEM SISTEMININ COZUMU
2340 DIM L(101)
2350 Na=N1-1 : N2=N1+1 : N3=N1+1 : Nm=0
2360 Jbe=Ba-1 : Nj=N1-Jbe : Nd=Jbe+1
2370 L(1)=0 : J2=0
2380 C=1
2390 FOR I=1 TO N1
2400 J1=J2+1
2410 IF I>Nj 2440
2420 J2=J1+Nd
2430 GOTO 2450
2440 J2=J1+N3-I
2450 FOR J=J1 TO J2
2460 A1(J)=A1(C)
2470 C=C+1
2480 NEXT J
2490 J3=J2-1 : Ja=J3+J1
2500 FOR K=J1 TO J3
2510 J=Ja-K
2520 IF A1(J)<>0 GOTO 2540
2530 NEXT K
2540 Lx=J-J1+1
2550 IF (Lx+1-L(I))=0 GOTO 2570
2560 Lx=L(I)-1
2570 Jt=J3-J1-Lx+1
2580 IF Jt<=0 GOTO 2650
2590 Jo=J3+1
2600 FOR J=Jo TO J2
2610 K=J-Jt
2620 A1(K)=A1(J)
2630 NEXT J
2640 J2=J2-Jt
2650 L(I+1)=Lx
2660 NEXT I
2670 Nx=0
2680 FOR I=1 TO N1
2690 Nx=Nx+L(I+1)+1
2700 L(I+1)=Nx-I
```

```
2710 NEXT I
2720 Nx=L(N1)+N1 : Ny=N1*1 : Nz=Nx+1 : Nt=Nz-Nv
2730 REM NZ=TOPLAM TERIM SAYISI (SIFIRLI BOLGE HARIC)
2740 REM ELEMINASYON
2750 FOR K=1 TO Ne
2760   Nbk=L(K) : Kk=Nbk+K
2770   P=1/A1(Kk)
2780   A1(Kk)=P
2790   Ib=K+1
2800   K2=L(Ib)+K
2810   Is=K2-Nbk-1
2820   IF Is(N1) GOTO 2850
2830   Ie=N1 : Is=N3
2840   GOTO 2880
2850   Ie=Is
2860   IF Ib>Ie GOTO 3060
2870   K1=K2-Nm
2880   J2=Nbk+Is
2890   In=Is-Ie
2900   FOR I=Ib TO Ie
2910     Ki=Nbk+I
2920     IF A1(Ki)=0 GOTO 3050
2930     Ta=P*A1(Ki)
2940     Ih=L(I)-Nbk
2950     FOR Kj=K1 TO J2
2960       Ij=Kj+Ih
2970       A1(Ij)=A1(Ij)-Ta*A1(Kj)
2980     NEXT Kj
2990     IF In=0 GOTO 3050
3000     Ih=L(I+1)+I-K2
3010     FOR Kj=K1 TO K2
3020       Ij=Kj+Ih
3030       A1(Ij)=A1(Ij)-Ta*A1(Kj)
3040     NEXT Kj
3050   NEXT I
3060 NEXT K
3070 REM YERINE KOYMA
3080 Ki=Nx+1
3090 P=1/A1(Nx)
3100 FOR J=Ki TO Nz
3110   A1(J)=P*A1(J)
3120 NEXT J
3130 FOR Ix=1 TO Ne
3140   I=N1-Ix
3150   Ib=I+1
```

```
3160 Nbi=L(I)
3170 Ii=Nbi+I
3180 Ic=L(Ib)+I
3190 P=A1(Ii)
3200 Is=Ic-Nbi-1
3210 Nk=0
3220 Ik=Ic-Nk
3230 S=A1(Ik)
3240 IF Ib)Is GOTO 3300
3250 FOR J=Ib TO Is
3260   Ij=Nbi+J
3270   Jk=L(J+1)+J-Nk
3280   S=S-A1(Ij)*A1(Jk)
3290 NEXT J
3300 A1(Ik)=S*P
3310 NEXT Ik
3320 REM BILINMIYENLERIN DEGERLERI
3330 FOR I=1 TO N1
3340   K2=L(I+1)+I
3350   K1=K2-Nm
3360   FOR J=K1 TO K2
3370     U(I)=A1(J)
3380   NEXT J
3390 NEXT I
3400 : #1 : : #1
3410 REM CUBUK UC KUVVETLERININ HESABI
3420 : #1 CHR$(29%) 'CUBUK UC KUVVETLERI'
3430 : #1 CHR$(29%) '-----'
3440 : #1 : : #1
3450 A$="UC KUVVETI"
3460 FOR I=1 TO 12
3470   P3(I)=0
3480 NEXT I
3490 J5=1
3500 FOR I=1 TO N
3510 : #1 I 'CUBUGU' : : #1
3520 : #1 TAB(8) ' N(t) QY(t) QZ(t) Mt(tm) MY(tm) MZ(tm)'
3530 : #1 TAB(8) ' -----'
3540 GOTO 960
3550 FOR J1=1 TO 12
3560   FOR J2=1 TO 12
3570     L2=N(J2)
3580     P3(J1)=P3(J1)+X(J1,J2)*U(L2)
3590   NEXT J2
3600   P3(J1)=P3(J1)-U2(J5)
```

```
3610 J5=J5+1
3620 NEXT J1
3630 FOR K=1 TO 12
3640   FOR K2=1 TO 12
3650     P4(K2)=P4(K2)+Tt(K2,K)*P3(K)
3660   NEXT K2 : P3(K)=0 : NEXT K
3670 FOR K2=1 TO 12
3680   IF K2=1 : #1 ' 1.UCU';
3690   IF K2=7 : #1
3700   IF K2=7 : #1 ' 2.UCU';
3710   : #1 USING "+####.##" P4(K2);
3720   P4(K2)=0
3730 NEXT K2
3740 : #1 : : #1 : : #1 : : #1
3750 J5=(I*12)+1
3760 NEXT I
3770 : #1 : : #1 : : #1 : : #1
3780 END
3790 DATA 8,12,4,2.1e+06
3800 DATA 1,0,0,0
3810 DATA 2,0,0,3.40
3820 DATA 3,0,8.4,0
3830 DATA 4,0,8.4,3.4
3840 DATA 5,8.4,8.4,0
3850 DATA 6,8.4,8.4,3.4
3860 DATA 7,8.4,0,0
3870 DATA 8,8.4,0,3.4
3880 DATA 9,3.45,3.45,4.9
3890 DATA 10,3.45,4.95,4.9
3900 DATA 11,4.95,4.95,4.9
3910 DATA 12,4.95,3.45,4.9
3920 DATA 1,1,2,2.13e-03,2.13e-03,3.601e-03,.16,0,4.2,1.7
3930 DATA 2,3,4,2.13e-03,2.13e-03,3.601e-03,.16,0,10,1.7
3940 DATA 3,5,6,2.13e-03,2.13e-03,3.601e-03,.16,8.4,10,1.7
3950 DATA 4,7,8,2.13e-03,2.13e-03,3.601e-03,.16,8.4,4.2,1.7
3960 DATA 5,2,9,2.604e-03,6.51e-04,2.556e-03,.125,2,2,2
3970 DATA 6,4,10,2.604e-03,6.51e-04,2.556e-03,.125,2,6.4,2
3980 DATA 7,6,11,2.604e-03,6.51e-04,2.556e-03,.125,6.4,6.4,2
3990 DATA 8,8,12,2.604e-03,6.51e-04,2.556e-03,.125,6.4,2,2
4000 DATA 9,9,10,4.5e-04,2e-04,7.85e-04,.06,3.45,4.2,3
4010 DATA 10,9,12,4.5e-04,2e-04,7.85e-04,.06,4.20,3.45,3
4020 DATA 11,11,12,4.5e-04,2e-04,7.85e-04,.06,4.95,4.20,3
4030 DATA 12,10,11,4.5e-04,2e-04,7.85e-04,.06,4.20,4.95,3
4040 DATA 1,0,0,0,0,0,0
4050 DATA 3,0,0,0,0,0,0
```

4060 DATA 5.0,0.0,0.0,0
4070 DATA 7.0,0.0,0.0,0
4080 DATA 0.0,0.0,0.0,0
4090 DATA 0.0,0.0,0.0,0
4100 DATA 0.0,0.0,0.0,0
4110 DATA 0.0,0.0,0.0,0
4120 DATA 0.0,0.0,0.0,0
4130 DATA 0.0,0.0,0.0,0
4140 DATA 0.0,0.0,0.0,0
4150 DATA 0.0,0.0,0.0,0
4160 DATA 2.0,-4.25,0,-2.43,0
4170 DATA .97,0,-2.67,0,1.83,0
4180 DATA 2.0,-4.25,0,-2.43,0
4190 DATA .97,0,-2.67,0,1.83,0
4200 DATA 2.0,-4.25,0,-2.43,0
4210 DATA .97,0,-2.67,0,1.83,0
4220 DATA 2.0,-4.25,0,-2.43,0
4230 DATA .97,0,-2.67,0,1.83,0
4240 DATA 0.0,-.12,0,-.04,0
4250 DATA 0.0,-.12,0,-.04,0
4260 DATA 0.0,-.12,0,-.04,0
4270 DATA 0.0,-.12,0,-.04,0
4280 DATA 0.0,-.12,0,-.04,0
4290 DATA 0.0,-.12,0,-.04,0
4300 DATA 0.0,-.12,0,-.04,0
4310 DATA 0.0,-.12,0,-.04,0

B Ö L Ü M . X

SONUÇ :

İnşaat mühendisliğinde zaman alıcı işlemlerden biri de uzay çerçeve sistemlerin çubuk uç kuvvetlerinin hesabıdır.

Sistemin hiperstatik olması, dolayısıyla bilinmeyenlerin ve çubuk sayısının fazla olması, zaman kaybını daha da artırmaktadır. Bilgisayarların kullanılması bu bakımdan büyük önem taşımaktadır.

Bu çalışmada uzay çerçeve çubuklarının kesit ve donatı tayinine esas teşkil edecek, çubuk uç kuvvetlerini hesaplayan bir senli elemanlar bilgisayar programı sunulmuştur. Program her ne kadar uçay çerçeveler için hazırlanmış ise de düzlem izostatik ve hiperstatik tüm çerçeveleri de çözebilmektedir. Rijitlik matrisinin bant özelliğinden yararlanılarak çözüm zamanı minimuma indirilmeye çalışılmıştır.

Programın girdi datalarının hazırlanması, karışık gibi görünse de örnek problemlerden yararlanılarak kolayca bilgisayara verilebilmektedir.

Sistemde dış yükler etkisi ile düğümlere etkiyen kuvvet ve momentlerden oluşan çubuk uç kuvvetleri ve deplasmanlar hesaplanmaktadır. Ayrıca hiperstatik sistemlerde mesnet çökmelelerinden, dönmelelerinden meydana gelen çubuk uç kuvvetlerinin de bulunması mümkündür.

B Ö L Ü M . XI

K A Y N A K L A R :

- 1-ÇAKIROĞLU.A., ÖZDEN.E., ÖZMEN.G., "Yapı sistemlerinin hesabı için matris metotları ve elektronik hesap makinası programları."
Cilt: II İTÜ.İnşaat Fakültesi-1974.
- 2- COATES.C.R., COUTIE.G.M., KONG.K.F., " Structural Analysis"
Second Edition, Nottingham-Cambridge 1972-1980.
- 3- CLOUGH.RAY.W., " The Finite Element Method In Structural Mechanics."
- 4- DURAN.M., HAUSMANN.C., KLINGMÜLLER.O., LAWÖ.M., PAPE.G.,
THIERAUF.G.,TOPÇU.A., " Kram' 76 " " Ein Fortran-Programm Zur
Beruchnung "Allgemeiner Tragwerke Teil I - 1977.
- 5- KÖSEOĞLU.S., "Merdivenler, Statik ve Betonarme Hesapları "
Bölüm.5. Uzay Taşıyıcı Sistemli Merdivenler. Antalya-1977.
- 6- LIVESLEY.R.K., "Matrix Methods of Structural Analysis "
2.nd Edition Cambridge-1975.
- 7- PREZEMİENIECKI.S.J., " Theory of Matrix Structural Analysis "
Mc Graw Hill Book Co.inc. 1968.
- 8- TEZCAN.S., "Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makineleri
ile Çözümü " İSTANBUL-1970.