ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNMELERİNİN GELİŞTİRİLMESİ: BİR DERS İMECESİ

DENİZ ÖZEN

(Doktora Tezi)

Nisan, 2015

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNMELERİNİN GELİŞTİRİLMESİ: BİR DERS İMECESİ

Deniz ÖZEN

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Danışman: Doç. Dr. Nilüfer Yavuzsoy Köse

ESKİŞEHİR

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NİSAN 2015

"Bu çalışma Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonunca kabul edilen 1308E325 nolu proje kapsamında desteklenmiştir."

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Deniz ÖZEN'in "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Geometrik Düşünmelerinin Geliştirilmesi: Bir Ders İmecesi" başlıklı tezi 04.03.2015 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Matematik Eğitimi Programında, Doktora tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Doç.Dr. Nilüfer KÖSE	
Üye	: Prof.Dr. Adnan BAKİ	
Üye	: Prof.Dr. Murat ALTUN	
Üye	: Doç.Dr. Dilek TANIŞLI	
Üye	: Yard.Doç.Dr. Tuba ADA	

Doç.Dr. Nazlı GÖKÇE
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Müdür Vekili

ÖZET

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNMELERİNİN GELİŞTİRİLMESİ: BİR DERS İMECESİ

Deniz ÖZEN

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Nisan 2015

Danışman: Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Bu araştırmanın genel amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerindeki gelişimi incelemektir. Bu amaçla araştırmanın modeli ders imecesi (lesson study) olarak belirlenmiştir.

Araştırmanın uygulama süreci, 2013-2014 öğretim yılında Aydın il merkezindeki bir ortaokulda, çeşitli okullarda görev yapan beş matematik öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte öncelikle öğretmenlerle beş hafta süren bir seminer süreci gerçekleştirilmiştir. Bu seminerde öğretmenlere Zihnin geometrik alışkanlıkları (Geometric Habits of Mind) teorik çerçevesi ile ders imecesi modeli açıklanmış ve ZGA temelli geometrik düşünmeyi geliştirici uygulamalar yapılmıştır. Ardından yaklaşık 3 ay süren ders imecesi çalışması gerçekleştirilmiştir. Ders imecesi sürecinden yaklaşık 2 ay sonra öğretmenlerin kendi okullarında gerçekleştirdikleri bireysel dersleri 2 hafta boyunca gözlemlenmiş ve geometrik alışkanlıkları kazanıp kazanmadıkları incelenmiştir. Araştırmanın verileri "video kayıtları", "öğretmen gözlem notları", "araştırmacı alan notları" ve "görüşme kayıtları" olmak üzere çeşitli veri toplama araçları ile toplanmıştır. Verilerin analizi veri toplama sürecinde ve veri toplandıktan sonra olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Video verilerinin analizinde Powell, Francisco ve Maher (2003) tarafından geliştirilmiş video analizi modeli kullanılmıştır.

Bu araştırma sonucunda öğretmenlerin geometrik düşünmelerinin ders imecesi aracılığıyla gelişme göstermiştir. İlk ders imecesinden yedinci ders imecesine kadar

olan süreçte öğretmenlerin kullandıkları matematik dili, temsiller, ders içi öğrenci sorgulamalarının geliştiği, ilgili kavramlara yönelik zihnin geometrik alışkanlıklarına dayalı etkinlik ve problemler ürettikleri, üretilen bu problemleri ve öğretim süreçlerini bu bileşenleri dikkate alarak değerlendirdikleri ve kendi geometri derslerini bu alışkanlıklar çerçevesinde planlayıp uyguladıkları saptanmıştır. Ayrıca öğretmenlerin ders imeceleri sonrasında kendi okul ortamlarında öğrencileriyle gerçekleştirdikleri bireysel derslerinde geometrik alışkanlıkları dikkate aldıkları ve öğretim sürecine hazırladıkları etkinlik ve problemler aracılığıyla yansıttıkları saptanmıştır.

Anahtar sözcükler: Zihnin geometrik alışkanlıkları, geometrik düşünme, ders imecesi, öğretmen mesleki gelişimi

ABSTRACT

DEVELOPMENT OF GEOMETRIC THINKING OF ELEMENTARY SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS: A LESSON STUDY

Deniz ÖZEN

Department of Mathematics Education, Ph.D. Program

Anadolu University Graduate School of Educational Sciences

April 2015

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

The general purpose of this study is to investigate the development of geometric thinking of elementary school mathematics teachers. For this purpose model of research is defined as lesson study.

The implementation process of the study, in the academic year of 2013-2014 and at elementary school in the city center of Aydın was carried out with five mathematics teachers from different schools. Firstly, a five-week seminar process was carried out with teachers within this process. In this seminar, lesson study was explained with Geometric Habits of Mind theoretical framework and practices about development of Geometric Habits of Mind were implemented. Then lesson study takes about 3-monts was performed. Two months after period of lesson study, individual lessons of teachers performed in their schools has been observed for 2 weeks and investigated whether they gain geometric habits or not. Data was collected by using multiple data collection tools, such as “video recordings”, “teacher observation notes”, “researcher field notes” and “interview records”. Data analysis was carried out in two stages as in the data collection process and after data collection process. In the analysis of the video data, video analysis model developed by Powell, Francisco and Maher (2003) was used.

As a result of this study, geometric thinking of teachers has improved through lesson study. In the process from first lesson study to seventh lesson study, that improvement of mathematical language used by teachers, representations, student inquires in class, activities and problems based on geometric habits of mind for the relevant concepts produced by teachers, produced these problems and instructional processes by considering these components assessed by teacher and their own geometry lessons in this framework planned and implemented by teachers was determined. After lesson studies, also that teachers considered geometric habits in their own school settings and they reflected on instructional process through prepared activities and problems was determined.

Key words: Geometric habits of mind, geometric thinking, lesson study, teacher professional development

ÖNSÖZ

Doktora öğrenimi boyunca herkes çeşitli zorluklar yaşamış ve bu zorluklara göğüs germede birçok insandan destek almıştır. Öncelikle araştırma sürecim boyunca gerek manevi desteğini, gerekse bilimsel katkılarını esirgemeyen, eleştirel bakış açısı, ılımlı yaklaşımı ve deneyimi ile gelişimime yön veren, çok sevdiğim hocam ve danışmanım Sayın Doç. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE'ye minnettarım. Ayrıca tez izleme komitemde bulunmasının yanında, yardıma ihtiyacım olduğu her zaman beni geri çevirmeyerek görüş ve önerileri ile hem araştırmama, hem de akademik gelişimime katkı sağlayan değerli hocam Sayın Doç. Dr. Dilek TANIŞLI'ya teşekkür ederim.

Tez önerim ve tez izleme komitelerime yoğun çalışmalarına rağmen katılarak araştırmama katkı sağlayan, desteğini hiçbir zaman esirgemeyen hocam Sayın Prof. Dr. Adnan BAKİ'ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Yine tez savunma jürime katılarak önerileriyle ufkumu açan Sayın Prof. Dr. Murat ALTUN ve Sayın Doç. Dr. Tuğba ADA hocalarıma da sonsuz teşekkürler.

Benden hiçbir konuda desteğini esirgemeyen, hem doktoramın ders aşamasında, hem de araştırma sürecinde yanımda olarak her ihtiyacım olduğunda yardımıma koşan, bana güç veren, yeri geldiğinde dertlerime ortak olup yeri geldiğinde heyecanımı paylaşan çalışma arkadaşlarım ve dostlarım Sayın Arş. Gör. Candaş UYGAN'a, Sayın Yrd. Doç. Dr. Çiğdem ALDAN KARADEMİR'e, Sayın Arş. Gör. Lütfi BUDAK'a ve Sayın Arş. Gör. Emrah HİĞDE'ye teşekkürü bir borç bilirim.

Doktora öğrenimim boyunca verdiği eğitim bursu ile bana destek sağlayan Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'na ve danışmanımın yürütücülüğündeki proje ile tezime teknik destek ve araştırma desteği sağlayan Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu'na da ayrıca teşkkürlerimi sunarım.

Araştırmamın uygulamalarında benimle birlikte gece gündüz demeden mesleki gelişimleri için çalışan emektar öğretmenlerle içtenlikle derse katılarak araştırmanın yürütülmesini kolaylaştıran öğrencilerine ve bu uygulamalara ev sahipliği yapan ve ders imecelerinin çalışma takvimini ayarlayabilmem için desteklerini esirgemeyerek defalarca ders programlarını değiştiren okul yöneticilerini teşekkür ederim.

Son olarak, beni yetiştiren, bugünlere gelmemi sağlayan, her koşulda bana güvendiğini ve arkamda olduğunu bildiğim, canım annem ve ilkokul öğretmenim Fatma YILDIZ’a ve babam Rıdvan ÖZEN’e, bana verdiği moral ve motivasyon için kardeşim Cem ÖZEN’e sonsuz teşekkürler.

Deniz ÖZEN

Eskişehir, 2015

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

KISALTMALAR LİSTESİ

AMAÇ: Amacı ön plana alma bileşeni

BŞO: Bağımsız şekillere odaklanma bileşeni

DD: Dinamik düşünme ve araştırma bileşeni

EARGED: Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı

EK: Etkilerin kanıtlarını kontrol etme bileşeni

KEŞİF: Keşfi ön plana alma bileşeni

ÖMB: Özel muhakeme becerilerini kullanma bileşeni

TÇK: Tam bir çözüm kümesi ya da genel bir kural arama bileşeni

TDY: Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan yararlanma bileşeni

TŞP: Tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma bileşeni

VSDY: Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma bileşeni

ZGA: Zihnin Geometrik Alışkanlıkları

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

Problem Durumu

Geometri bireylere fiziksel çevreyi yorumlama olanağı sunmakla birlikte matematiğin diğer konu alanları, fen ve ilgili diğer bilimler üzerine çalışılmasında da bir araç olarak düşünülebilir (Clements ve Battista, 1992). Bireylere kazandırdığı bakış açısı sayesinde onların problemleri analiz etmesini, çözmesini ve matematik ile yaşam arasında bağ kurmasını sağlayabilir (Dursun ve Çoban, 2006). Günlük hayatta geometrinin birçok alanda karşımıza çıktığı, özellikle bireylerin çözmek zorunda kaldıkları basit problemlerin çoğunun (çerçeve yapma, duvar kağıdı kaplama, boya yapma, depo yapma gibi) temelde geometrik düşünmeye dayandığı düşünüldüğünde, geometrinin etkisi daha net anlaşılabilir (Altun, 2012). Geometrik düşünme Van de Walle (2004) tarafından geometrik durumlar üzerine düşünme ve sonuç çıkarma yeteneği olarak tanımlanmıştır. Bu tanım incelendiğinde geometrik düşünmenin sadece geometrik düşüncelerle şekillenmediği, bu düşüncelere dayalı muhakemelere, ilişkilere ve genellemelere dayalı sonuç çıkarma yeteneği ile de geliştiği söylenebilir. Böylesi bir geometrik düşünme, günlük hayatta karşılaşılan birçok gerçek hayat problemi göz önünde bulundurulduğunda, bireylerin belli bir düzeyde geometri bilmesi ve geometrik ölçümleri rahatlıkla yapabilmesi için önemlidir ve bireylerin günlük hayatını kolaylaştıracaktır.

Ancak Türkiye'de öğrencilerin matematik ve geometrideki başarısını değerlendirmek için 1999 ve 2007 yıllarında sekizinci sınıf düzeyinde katıldıkları Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması'nın (The Trends in International Mathematics and Science Study- TIMMS) sonuçları incelendiğinde, matematik testi sonuçlarına göre 1999'da yapılan çalışmada Türkiye'nin 38 ülke arasında 31. Sırada, 2007'de yapılan çalışmada ise 59 ülke arasından 30. sırada yer aldığı görülmektedir.

Geometri alt testine ilişkin sonuçlar incelendiğinde ise her iki (1999, 2007) değerlendirmede de Türk öğrencilerin en çok geometri konularında zorlandıkları ve geometrinin matematik öğrenme alanı açısından Türkiye'nin en sorunlu alanını oluşturduğu görülmüştür (Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı EARGED, 2003; 2011). Bu sonuçlar Türkiye'de geometri öğretimine verilen önemin arttırılmasına duyulan gereksinimi açıkça göstermekte, matematik öğretim programının özellikle geometri boyutunun ve geometri öğretiminin yeniden gözden geçirilmesi gerektiği (EARGED, 2011) sonucunu ortaya koymaktadır. Bu durum öğretmenlerin katılımıyla geometri öğretiminin ve geometrik düşünmenin geliştirilmesi üzerine araştırmalar yapılmasının bir gereklilik olduğunu ortaya koymaktadır.

Dünyada ve Türkiye'de geometri öğretimine verilen önemin artmasına karşın ilgili çalışmaların sayısının oldukça az olduğu ve geometri konularının kavratılmasında büyük sıkıntılar yaşandığı görülmektedir (Yılmaz, Keşan ve Nizamoğlu, 2000). Geometri öğretimi *"bir yandan öğrencilerin programda yer alan geometri ile ilgili bilgi ve becerileri kazanmalarını amaçlarken, diğer yandan geometrik düşünmeyi geliştirici nitelikte olmalıdır"* (Baykul, 2009). Dolayısıyla öğretmenler programda yer alan bilgi ve becerileri kazandırırken, geometrik düşünmeyi geliştirmeyi de hedeflemelidirler. Bu süreçte öğretmenlere büyük görev ve sorumluluklar düşmektedir. Bu araştırmada geometri öğretiminin ve geometrik düşünmenin geliştirilmesinde anahtar rolün öğretmene düştüğü düşüncesinden yola çıkılarak, öğretmenlere yönelik geometrik düşünmeyi geliştirme seminerleri tasarlanması, ders imecesi modelinin uygulanması ve bu yolla öğretmenlerin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Geometri Öğretimi ve Geometrik Düşünme

Geometri öğretimi okul öncesinden başlayıp, ortaokul ve lisede de devam eden bir süreçtir. İlköğretim sınıflarında çocuklarda sezgisel olarak var olan geometri bilgilerinin anlamı, somut modeller yardımıyla kavramsallaştırılmalı ve geliştirilmelidir (Ersoy, 2006). Bu yolla çocuklar geometrik bilgileri gerçek dünyada karşılaştıkları problem durumlarıyla ilişkilendirebilir. Geometri öğretiminin genel amacı öğrencinin kendi fiziksel dünyasını, çevresini, evreni açıklamada ve problem çözme sürecinde geometriyi kullanabilmesi şeklinde ifade edilebilir (Baki, 2001). Ancak mevcut matematik programlarında okutulan Öklid (Euclid) geometrisi öğrencinin çevresini anlamasına, yaşadığı çevre ile ilişki kurmasına yeterince yardım edememektedir (Baki, 2001). Bu nedenle öğrencilerin ilgisini geometrik kavramlara çekmek ve bu kavramları anlamlı bulmalarını sağlamak için öğretim süreci üzerine araştırmalar yürütülmesi gerekmektedir (Clements ve Battista, 1992). Ayrıca Atiyah (2003) geometrinin, matematiğin diğer alanlara olan katkısı da göz önünde bulundurulduğunda, matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmenin yanı sıra matematiğin diğer alanlarını desteklemek için sınıf ortamları tasarlamaları ve uygulamaları gerektiğini belirtmiştir. Bu durumda geometri öğretiminin geliştirilmesinde eğitim sisteminin en önemli öğelerinden biri olan öğretmene büyük görev düşmektedir. Öğretmenlerin matematik programdaki geometri bilgi ve becerileri kazandırılması amacıyla yapacakları eğitim, yalnızca öğrencilere pür geometri bilgilerini vermekle kalmamalı, öğrencilerin geometrik muhakeme yapabilmelerini ve geometrik düşünebilmelerini geliştirmeyi sağlamalıdır (Baykul, 2014).

Geometri Öğretiminin Geliştirilmesinde Öğretmenin Rolü

Günümüzde matematik öğretimi anlayışında öğretmen merkezli modellerden uzaklaşma eğilimi olsa da, öğretmenler öğrenme ortamlarında öğrencilerle sürekli iletişim içerisinde olmaları nedeniyle oldukça önemli bir rol üstlenmektedirler (Khisty ve Chival, 2002). Matematik öğretmenlerinin iyi bir geometri öğretimi yapabilmeleri için, geometriye yönelik derin bir anlayışa sahip olmaları bir gerekliliktir (Jones, 2000). Bazı araştırma sonuçları (Fuys, Geddes ve Tischler, 1988; Swafford, Jones ve Thornton, 1997; Mayberry, 1983) ortaokul matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının geometri alan bilgilerinin yetersiz olduğunu da göstermektedir. Ayrıca matematik öğretmenlerinin yaptıkları hatalar ile öğrencilerinin yaptıkları hataların paralellik gösterdiği (Herskowitz and Vinner, 1984; Swafford, Jones ve Thornton, 1997) ve öğretmenlerin geometri alan bilgilerinin öğrencilerinin geometriyi öğrenmesinde oldukça etkili olduğu çeşitli araştırmalarla (Lenhart, 2010; Clements, 2003; Koç ve Bozkurt, 2012) ortaya konmuştur. Bu durumda geometri ancak öğretmenler tarafından iyi anlaşılırsa, öğrencilerin karşılaştıkları zorlukları anlamada ve öğretim sürecinde karşılaşılan zorluklara yönelik çözüm üretmede gelişme sağlanabilir (Durmuş, Toluk ve Olkun, 2002).

Öğretmenlerin geometriye yönelik alan bilgilerinin yanı sıra, yaptıkları geometri öğretiminin de geliştirilebilmesi için, bilgilerinin ve deneyimlerinin yeterli olması gerekmektedir (Toluk, Olkun ve Durmuş, 2002). Etkili öğrenme ortamlarının sadece deneyimli öğretmenlerle sağlanabileceği Putnam, Heaton, Prawat ve Remillard (1992) tarafından vurgulanmış olsa da, göreve yeni başlayan birçok matematik öğretmeniyle birlikte, deneyimli öğretmenlerin de geometri konularını öğretmelerini sağlayacak geometri alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi birikimine sahip olmadıkları (Jones, 2000) belirtilmiştir. Bu nedenle öğretmenlerin alan bilgilerinin, hizmet öncesi öğretmen eğitiminin yanı sıra hizmet içi eğitimlerinde de ele alınması gerektiği vurgulanmaktadır (Aslan-Tutak, 2011). Özellikle eğitim-öğretim sürecine bir reform ya da bir yenilik getirilmek isteniyorsa, öğretmenlerin buna inanmaları ve bu yenilikleri sınıflarına taşıyabilmeleri bir zorunluluktur (Baki, 2001).

Öğretmenin geometri bilgisi ve öğrencilerin bilişsel süreçleri hakkındaki bilgileri geliştikçe, neyi nasıl öğrettikleri gözlenebilir şekilde değişmektedir (Swafford, Jones ve Thornton, 1997; Mistretta, 2000). Öğretmenin bilgisinin, öğretim sürecinin iyileştirilmesinde etkili olduğu düşünüldüğünde, matematik öğretmenlerinin, hem geometride iyi bir alan bilgisine sahip olmaları, hem de öğrencilerin geometriye ilişkin bilişsel süreçlerini göz önünde bulundurarak öğretimlerini gerçekleştirmeleri gerekmektedir. (Toluk, Olkun ve Durmuş, 2002). İyi bir öğretmenin sahip olması gereken nitelikler arasında alan bilgisi ön planda (Tanışlı, 2013) olsa da, araştırmacılar matematik öğretmenlerinin iyi bir alan bilgisine sahip olmalarının, öğretimde de başarılı olacakları anlamına gelmediğini ve bireylerin matematiksel bilgileriyle öğretmenlik bilgilerini sentezlenmesi gerektiğini vurgulamışlardır (Kahan, Cooper ve Bethea, 2003; Türnüklü, 2005).

> *"Son yıllarda, yapılan araştırmalar ve yapılan öğretimlerden elde edilen deneyimler, öğrencilerin geometri ve geometrik akıl yürütme hakkında derinlemesine bilgiye sahip olduklarında matematiğin diğer alanlarını öğrenmede karşılaştıkları zorlukların üstesinden gelebildiğini göstermektedir. Bu nedenle, öğretmenler geometrinin matematik programındaki öneminin farkında olmalı ve araştırmacılar ise öğretmenlerin uygulamalarını geliştirmelerine yardımcı olacak bilgi ve araçları onlara sağlamalıdırlar (Gutiérrez, 2014)."*

Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics-NCTM) de öğretmenlerin geometrik akıl yürütmeyi desteklemede öğrencilere yardım etmesi ve kavramlara ilişkin bilgilerinin yanı sıra yöntemsel bilgilerini de arttırmaları gerektiğini vurgulamaktadırlar (NCTM, 2000).

Geometrik Düşünmenin Geliştirilmesi Üzerine Modeller

Bireylerde geometrik düşünmenin gelişimi ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde temelde 2 önemli teorinin öne çıktığı görülmektedir. Bunlar Piaget ve arkadaşlarının (Piaget ve Inhelder, 1956; Piaget, Inhelder ve Szeminska, 1964) ve van Hiele (1986)'nin yaptığı çalışmalarda ortaya attığı teorilerdir. Yapılan bu araştırmalar birçok araştırmacının da geometrik düşünme alanında çalışmalar yapmasına yol açmıştır. Öte yandan bazı araştırmacılar (Clements, 2003; Battista, 2009) içsel temsillerin, bazıları ise soyutlama (Battista, 1999; Battista ve Clements, 1996; Battista, 2009), kavram öğrenme (Battista, 2009) ve diyagramlar ve temsiller (Clements ve Battista, 1992; Battista, 2009) gibi çeşitli teorilerin de bireylerde geometrik düşünmeyi etkileyen teoriler olduğunu belirtmektedir.

Geometri ile ilgili çalışmalar çok eskilere dayanmakla birlikte bireylerin geometrik düşünmelerinin gelişimi hakkında bilinen ilk araştırmalar Piaget ve arkadaşlarının yaptığı çalışmalarla başlamıştır. İlk olarak 1948 yılında Piaget ve Inhelder (1956) tarafından yazılan *"The Child's Conception of Space"* adlı kitapta araştırmacılar çocukta uzay algısının gelişimini yaptıkları deneylerden elde ettikleri sonuçlarla açıklamışlardır. Buna göre Piaget ve Inhelder (1956) çocuğun uzay algısının gelişiminin matematikteki tarihsel gelişim sırasının aksine, mantıksal bir sıra izleyerek öncelikle topolojik, daha sonra ise projektif ve öklidyen ilişkilere dayalı olarak geliştiğini açıklamıştır (Piaget ve Inhelder, 1956; Clements, 2003). Bu kitapta çocukların ilk olarak bağlantılılık (Connectedness: komşuluk), çevreleme (enclosure), süreklilik (continuity) gibi topolojik ilişkileri yapılandırdığı, bunu izdüşümsel ilişkilerin ve Öklidyen (açılılık, paralellik ve uzaklık) ilişkilerin izlediği belirtilmiştir (Piaget ve Inhelder, 1956; Clements, 2003).

Piaget ve Inhelder'in bu çalışması ilgi çektiği kadar eleştiriye de maruz kalmıştır. Bu eleştirilerden ilki topolojik (topological), ayırma (separation), yakınlık (proximity), Öklidyen (Euclidean) gibi terimlerin hem kullanımının, hem de çalışmanın deseninde bu terimlerin ele alınma biçiminin matematiksel olarak doğru olmamasıdır

(Van Der Sandt, 2000; Clements ve Battista, 1992; Darke, 1982; Martin, 1976; Kapadia, 1974). Bununla ilgili olarak yapılan bir diğer eleştiri ise, araştırmada şekillerin topolojik veya Öklidyen sınıflandırılması üzerinedir. Her şekil eşit derecede bu özelliklere sahip olabilir (yani bir şekil tamamen Öklidyen olarak nitelendirilemez) ancak Piaget ve Inhelder'in deneylerinin şekilleri tamamen birbirinden ayıran 2 kategoride sınıflamaya dayandığı görülmektedir. Ayrıca deneylerinde kullandıkları birçok şeklin topolojik olarak birbirine eşdeğer olmasından dolayı, küçük çocukların seçimlerinin topolojik özelliklere dayanıp dayanmadığı kesin olarak söylenemez (Van Der Sandt, 2000; Martin 1976; Clements ve Battista, 1992). Bu teoriye yapılan üçüncü bir eleştiri ise çocukların şekillerin düzensizliklerini ele alış biçimiyle ilgilidir. Burada çocukların karenin kenarlarını düz çizebilmedeki yetersizlikleri çizim becerilerinin eksikliği olarak nitelendirilmezken, bireylerin seçimlerindeki düzensizliğin çizim becerilerindeki eksiklik olarak nitelendirilmesi örnek olarak verilebilir.

Bazı araştırmalar Piaget ve Inhelder'ın teorisinin oldukça eleştiri aldığını ve hatta büyük bir bölümünün tamamen yanlış olduğunu öne sürerek eleştiriyi özetlemiştir (Bjorklund, 1997). Ayrıca yapılan başka bir araştırmada ise küçük çocukların Öklidyen uzayı kavramasının Piaget ve Inhelder'in belirttiğinden çok daha önce ve hatta hayatlarının oldukça başlarında iyi bir şekilde anladıkları sonucu elde edilmiştir (Somerville ve Bryant, 1985). Daha sonra onların fikirlerini destekleyen (Laurendau ve Pinard, 1970), bu fikirleri kısmen destekleyen (Peel, 1959) ve bu fikirlere karşı çıkan (Darke, 1982; Geeslin ve Shar, 1979) çalışmalar yapılmıştır (akt. Fidan ve Türnüklü, 2010). Bu çalışmalar dışında 1957'de Hollandalı eğitimciler Pierre Marie van Hiele ve Dina van Hiele-Geldof çocukta geometrik kavramların oluşması ve geometrik düşünmenin gelişimi ile ilgili çalışmalar yapmış ve çalışmalar sonucunda kendi teorilerini oluşturmuşlardır.

Van Hiele modeli (1986) ise geometrik düşünme ile ilgili en bilinen modeldir. Bu model birbiriyle bağlantılı ve 0, 1, 2, 3, 4 olarak beş aşama ile tanımlanmıştır (Van Hiele, 1986). Bu aşamalar literatürde Görsel düzey (0 düzey), Analiz düzeyi (düzey 1), İnformal çıkarım düzeyi (düzey 2), Formal çıkarım düzeyi (düzey 3) ve En üst düzey (düzey 4) olarak kullanılmaktadır (Altun, 2012).

Görsel düzeyde bireyler geometrik şekilleri benzerlik farklılıkları ve görünüşlerine göre sınıflamakta, analiz düzeyinde ise şekillerin parçaları ve özelliklerinden yararlanılmaktadır. İnformal çıkarım düzeyinde ise bireyler şekil sınıfları arasındaki ilişkilere dayalı olarak anlam çıkarabilir ve şekillerin özelliklerini kullanabilirler. Formal çıkarım düzeyindeki bireylerin kanıt becerileri gelişmiştir ve aksiyomatik yapıları bu süreçte kullanabilirler. Bunun yanı sıra teoremi farklı şekilde görebilirler. En üst düzeyde ise bireyler çeşitli sistemler ve uzaylar arasında ilişkilendirme yapabilirler. (Van Hiele, 1986).

Van Hiele tarafından ortaya atılan modele göre bireylerin geometrik düşünme düzeylerinin tanımlanmasında Van Hiele testi kullanılır. Manizade (2006) ve Lenhart (2010) Van Hiele Testinin çeşitli versiyonlarının (Usiskin ve Senk, 1990; Wilson, 1990) öğretmenlerin geometri alan bilgilerini güvenilir bir şekilde değerlendirmek için kullanılsa da, bu testin öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi hakkında fikir vermediğini belirtmişlerdir. Bu nedenle bu araştırmada öğretmenlerin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi ve bu gelişimin analiz edilmesi sürecinde yukarıda bahsedilen yaklaşımlara göre oldukça yeni bir teorik çatı olan Zihnin Geometrik Alışkanlıkları kullanılmıştır.

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları

Driscoll, Wing DiMatteo, Nikula ve Egan (2007) tarafından ortaya atılan ve geometrik düşünmenin geliştirilmesinde önemli bir rolü olan zihnin geometrik alışkanlıkları (Geometric Habits of Mind-GHoM) çerçevesi zihnin matematiksel alışkanlıkları (Mathematical Habits of Mind-MHoM) çerçevesi (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996) üzerine geliştirilmiş bir kavramdır.

Zihnin matematiksel alışkanlıkları (ZMA) matematiksel problemleri çözüm yaklaşımlarında ve matematiksel kavramlar üzerine düşünmede matematikçilerin izlediği yollara benzeyen özel düşünme yolları olarak tanımlanmaktadır (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; 2010). Aynı zamanda zihnin matematiksel alışkanlıkları öğrenmeyi ve formal matematiğin uygulamasını ve anlaşılmasını destekleyen verimli düşünme yolları olarak da ifade edilmektedir (Driscoll vd., 2007). Ayrıca Goldenberg, Cuoco ve Mark (1998) matematiksel gücün en iyi matematiksel alışkanlıklar kümesi ile tanımlanabileceğini belirtirler. Bu kavram lise ve üniversite öğrencilerinin matematikçilerin izlediği yollar üzerine düşündüğü bir matematik programı için Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996) tarafından ortaya atılmış bir düzenleme ilkesidir. Zihnin matematiksel alışkanlıkları öğrencilerin matematikçilerin izlediği düşünme yollarını anlamalarını sağlayabilmek için ortaya atılmıştır (Lim ve Selden, 2009). Bu alışkanlıkların amacı öğrencilerin matematikçilerin problemleri düşünme yollarını öğrenmelerine ve benimsemelerine yardımcı olmak olarak belirlenmiştir (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996; Lim ve Selden, 2009).

Zihinsel Alışkanlıklar genel olarak (a) her disipline karşılık gelen genel zihinsel alışkanlıklar ve (b) matematik disiplinine özgü içeriğe özel zihinsel alışkanlıklar olmak üzere ikiye ayrılmaktadır (Cuoco, Goldenberg ve Mark, 1996). Genel zihinsel alışkanlıklar örüntü arama, deneyimleme, formüle etme, icat etme, görselleştirme ve varsayım oluşturmayı içerirken zihnin matematiksel alışkanlıkları küçük düşünüp büyük konuşma (örneğin örneklerle destekleme), büyük düşünüp küçük konuşma (örneğin genelleme, soyutlama), fonksiyonlar üzerinden düşünme, çoklu bakış açılarını kullanma, sonuç çıkarma ve deneyimlemeyi birleştirme, dili kabul ettirmeyi (örneğin en başından var olmasını istediğimiz şeylerin varlığını kabul etme, $2^0=1$ gibi) içerir.

Zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA) ise Driscoll ve arkadaşlarının zihnin matematiksel alışkanlıklarıyla ilgili önceki çalışmalarına dayandırılarak, geometrik düşünmenin geliştirilmesi projesi kapsamında geliştirilmiş ve özel olarak geometrik düşünmeye dayandırılan verimli düşünce yollarını vurgulayan bir çerçevedir. Bu çerçeve zihnin matematiksel alışkanlıkları çerçevesine kıyasla geometriye özel bileşenler içerir. Bu bileşenler ve hangi yollarla geometrik alışkanlıkların desteklendiği bir sonraki başlıkta açıklanmıştır.

Birbiriyle ilişkili dört geometrik alışkanlıktan oluşan bu çatı üzerinde çalışan araştırmacılar (Driscoll, Wing DiMatteo, Nikula, Egan, Mark ve Kelemanik, 2008) oluşturdukları çatının geometrik düşünmeye yönelik bir perspektif olduğunu ifade etmişlerdir.

ZGA teorik çatısı, geometrik problem çözmenin etkili yollarını içeren yapısı sayesinde öğretmenlerin geometri problemlerini çözme sürecinde öğrencilerin düşünmesini tahmin etmelerine yardımcı olur. Yapı, geometrik düşünmeye yönelik kanıtları belirleme üzerine odaklanmaktadır (Driscoll vd., 2008; Koç ve Bozkurt, 2012).

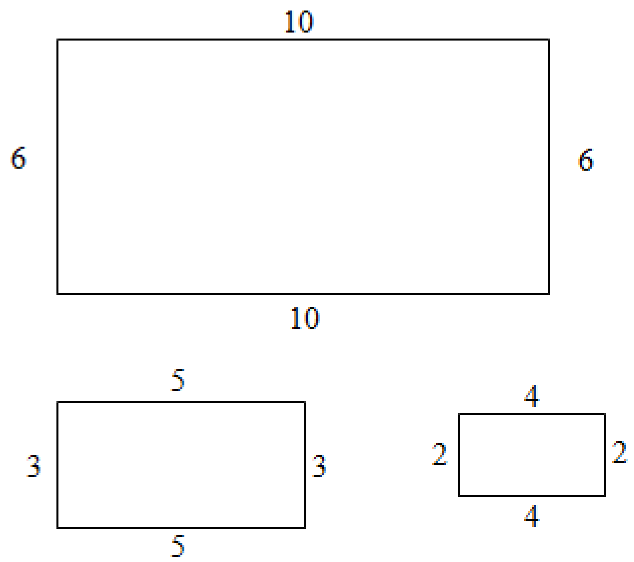
Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Bileşenleri ve Göstergeleri

Zihnin geometrik alışkanlıklarının 4 ana bileşeni *İlişkilendirme, Genelleme, Değişmezleri Araştırma* ve *Keşif ve Yansıtma* olarak belirlenmiştir (Driscoll vd., 2008). Bu bileşenler taşıdığı özellikler ve verilen örneklerle Driscoll ve arkadaşlarının (2008) çalışmasında verildiği şekilde tanımlanmıştır.

İlişkilendirme

Bu bileşen "geometrik şekillerde ve geometrik şekiller arasında etkin olarak bir ilişki (örneğin eşlik ve benzerlik) arama" şeklinde tanımlanabilir (Driscoll vd., 2008). Bu ilişkiler ayrık şekiller arasında, bir şeklin parçaları ve bütünü arasında ya da kavramlar (örneğin alan ve çevre gibi) arasında olabilmektedir (Driscoll vd., 2008). Bu bileşene ait içsel sorular "Bu şekiller birbirine benzer mi? Nasıl?", "Kaç farklı yolla birbirlerine benzerler?", "Bu şekiller birbirinden farklı mı? Nasıl?", "Bu nesneyi diğerine benzetmek için ne yapmalıydım?" şeklinde ifade edilmiştir.

> ***Örnek:*** *Zamanla, ilkokuldan ortaokula doğru gidildikçe, öğrencilerin düşüncesi "Hangi iki dikdörtgen en uygun ikiliyi oluşturur?" sorusunu cevaplamak konusunda gelişme gösterecektir. (bkz. Şekil 1). Bu gelişim özellikle ilişkiler ve ilişkilerle muhakeme yapma hakkında olacaktır. Daha küçük yaştaki öğrenciler iki küçük dikdörtgenin büyüklükleri birbirine daha yakın olduğu için, bu iki dikdörtgenin en uygun ikiliyi oluşturacağını belirtebilirler. Buna karşın, öğrenciler matematiksel ilişkilere karşı olan dikkatlerini geliştirdikçe, orta büyüklükteki dikdörtgenle ve büyük dikdörtgenin kenar uzunlukları arasındaki orantısal muhakeme gibi özelliklerin farkında olmaya başlayacaklardır.*



Şekil 1. İlişkilendirme Örneği

Öğretmenlerin öğrencilerinin zihinsel alışkanlıklarını geliştirmek ve problem çözmede etkin olarak kullanılan geometrik düşünme göstergelerini aramak için hazırlıklı olmaları gerekmektedir. Aşağıdaki göstergelerle belirtilen ***İlişkilendirme*** bileşeni farklı şekiller arasındaki ilişkilere, bir şekle ya da şeklin içindeki alt şekillere odaklanır. Ayrıca, özellikle orantı ve simetrinin kullanıldığı bazı özel muhakeme becerilerini de kapsar.

Bireyler İlişkilendirmeyi:

Bağımsız şekillere odaklandıklarında…

- İki ya da daha fazla geometrik şekli *bazı ortak özelliklerini sayarak* karşılaştırma yoluyla, (problemle ilgili ya da ilgisiz olan; örneğin, $a^2+b^2=c^2$ Pisagor Bağıntısı yoluyla 2 dik üçgeni ilişkilendirme)
- İki ya da daha fazla geometrik şeklin *tüm ortak özelliklerini sayarak* (problemle ilişkili) karşılaştırma yoluyla, (Örneğin, eş üçgenlerdeki eşit kenarlar ve açıların eşitliğinden yararlanma)

- İki ya da daha fazla geometrik şekli *ortak olmayan özelliklerini belirleyerek* karşılaştırma yoluyla, (örneğin, üçgenlerin kenarları arasında bulunan Pisagor Bağıntısının dik üçgene özgü olduğunu tanıma)
- İki ya da daha fazla geometrik şekli kendisine ait tek boyutlu, iki boyutlu ya da üç boyutlu bileşenlerinin ilişkilerini göz önünde bulundurarak karşılaştırma yoluyla yaparlar. (Örneğin, benzer üçgenlerin alanların yanı sıra kenar uzunluklarını da ilişkilendirme)

Tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklandıklarında…

- Geometrik şeklin içinde bulunan alt şekillerin farkına varma ve bunları ilişkilendirme yoluyla, (örneğin, bir geometrik yapboza bakma ve bu parçalar kümesinin bir dikdörtgen oluşturduğunu görme)
- Bir geometrik şeklin içindeki alt şekilleri oluşturma yoluyla, (bir çokgeni üçgenlere bölmek için köşe noktalarını birleştirme)
- Tek bir geometrik şeklin parçasıymış gibi görünen iki geometrik şekli fark ederek ilişkilendirme yoluyla yaparlar. (örneğin, "Eğer ben bu iki doğru parçasını uzatırsam, bir dikdörtgenin iki kenarı haline gelecek", "Eğer bu iki parçayı birleştirirsem, kare oluşturacaklar.")

İlişkilere odaklanmak için özel muhakeme becerilerini kullandıklarında…

- İki ya da daha fazla geometrik şekil hakkında orantısal muhakeme yapma yoluyla, (Örneğin; "Üçgenlerden birinin kenarı diğer üçgenin kenarının 1.5 katı kadar uzundur. Buradan, bu iki üçgenin alanları arasındaki ilişkiyi anladım.")
- Geometrik şekilleri ilişkilendirmek için simetriden yararlanma yoluyla yaparlar. (Örneğin, "Bir ikizkenar üçgenin yüksekliği üçgeni ayna simetrisi gerçekleştiren iki üçgene böler.")

Tablo 1'de ilişkilendirme bileşenine ait göstergeler örnekleriyle birlikte özetlenmiştir:

Tablo 1. İlişkilendirme Bileşenine Ait Göstergeler ve Örnekler

1. ZGA: İLİŞKİLENDİRME		***ÖRNEK***
Bağımsız şekillere odaklandıklarında	İki ya da daha fazla geometrik şekli ***bazı ortak özelliklerini sayarak*** karşılaştırma yoluyla (Problemle ilgili ya da ilgisiz olan)	*$a^2+b^2=c^2$ Pisagor Bağıntısı yoluyla 2 dik üçgeni ilişkilendirme*
	İki ya da daha fazla geometrik şeklin ***tüm ortak özelliklerini sayarak*** (problemle ilişkili) karşılaştırma yoluyla,	*Eş üçgenlerdeki eşit kenarlar ve açıların eşitliğinden yararlanma*
	İki ya da daha fazla geometrik şekli ***ortak olmayan özelliklerini belirleyerek*** karşılaştırma yoluyla,	*Üçgenlerin kenarları arasında bulunan Pisagor Bağıntısının dik üçgene özgü olduğunu tanıma*
	İki ya da daha fazla geometrik şekli kendisine ait tek boyutlu, iki boyutlu ya da üç boyutlu bileşenlerinin ilişkilerini göz önünde bulundurarak karşılaştırma yoluyla yaparlar.	*Benzer üçgenlerin alanların yanı sıra kenar uzunluklarını da ilişkilendirme*
Tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklandıklarında	Geometrik şeklin içinde bulunan alt şekillerin farkına varma ve bunları ilişkilendirme yoluyla	*Bir geometrik yapboza bakma ve bu parçalar kümesinin bir dikdörtgen oluşturduğunu görme*
	Bir geometrik şeklin içindeki alt şekilleri oluşturma yoluyla	*Bir çokgeni üçgenlere bölmek için köşe noktalarını birleştirme*
	Tek bir geometrik şeklin parçasıymış gibi görünen iki geometrik şekli fark ederek ilişkilendirme yoluyla yaparlar	*"Eğer ben bu iki doğru parçasını uzatırsam, bir dikdörtgenin iki kenarı haline gelecekler", "Eğer bu iki parçayı birleştirirsem, kare oluşturacaklar."*
İlişkilere odaklanmak için özel muhakeme becerilerini kullandıklarında	İki ya da daha fazla geometrik şekil hakkında orantısal muhakeme yapma yoluyla,	*"Üçgenlerden birinin kenarı diğer üçgenin kenarının 1.5 katı kadar uzundur. Buradan, bu iki üçgenin alanları arasındaki ilişkiyi anladım."*
	Geometrik şekilleri ilişkilendirmek için simetriden yararlanma yoluyla yaparlar.	*"Bir ikizkenar üçgenin yüksekliği üçgeni ayna simetrisi gerçekleştiren iki üçgene böler."*

Genelleme

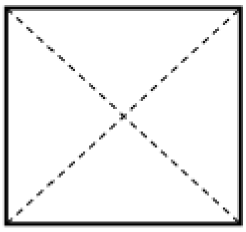
Zihnin geometrik alışkanlıklarının bir diğer bileşeni olan genelleme, "geometrik kavramlar ve işlemlerle ilgili *çoğu zaman* ve *her zaman* ifadelerini anlama ve açıklamayı isteme" şeklinde tanımlanabilir (Driscoll vd., 2008). Bu genelleme aşağıdaki aşamalar doğrultusunda gerçekleştirmektedir:

- *Çoğunlukla*, *her* ve *kaç durumu* ifadelerine ilişkin varsayımlar oluşturur,

- Bu varsayımları test eder,
- Bu varsayımlar hakkında sonuç çıkarır,
- Bu sonucu destekleyecek ikna edici bir savunma oluşturur.

Bu bileşene ait içsel sorular "Bu durum her zaman geçerli mi?", "Bu durum neden her zaman geçerli?", "Bu tanıma uyan durumların tamamını bulabilir miyim? [*tüm durumlar* vurgulanarak]", "Bunun geçerli olmadığı durumlar bulabilir miyim?", "Bunun doğru olmadığı durumlar bulabilir miyim ve eğer bulursam, genellememi yeniden düzenleyebilir miyim?", "Bu diğer boyutlara uygulanabilir mi?" biçiminde olabilir.

Örnek: *Çeşitli boyutlarda karelerin köşegenlerini çizdikten sonra, öğrenci tüm örneklere bakar ve "Karede köşegenler her zaman 90 derecelik açıyla kesişir" özelliğini fark edebilir. Bu çeşit bir genellemeye götüren anlayış geometrik problem çözme için oldukça önemlidir (Şekil 2).*



Şekil 2. Genelleme Örneği

Sonuç olarak, geometrik düşünmeyi geliştirme problemleri üzerinde çalışmalar yapılarak veri toplandıkça ve *Genelleme* bileşeninin göstergeleri gözlemlendikçe, problemi çözenlerin problemin "tamamını çözme" ya da bir işlemin, sonucun "her zaman geçerli" olduğunu belirlemede ne kadar ilerledikleri daha açıkça görülebilir.

Bireyler Genellemeyi;

Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler aradıklarında…

- Konuyla ilişkili özel durumları göz önünde bulundurma yoluyla (örneğin; dik üçgenler, eşkenar üçgenler, kenar uzunluklarının tam sayı olması),
- Uygun diğer bazı örnekler için özel durumların ilerisini görmeye çalışmak yoluyla (Örneğin; tam sayı olmayan bir kenar uzunluğu deneme),

- Henüz tanımlanmış bir durumdaki değişen özelliklerle yeni durumlar üretmek yoluyla (Örneğin, yansıma, öteleme yapma),
- Nasıl oluşturacağını bilmediği halde başka çözümler de olabileceğini sezme yoluyla yaparlar. (Örneğin, "bu durumu gerçekleyen başka noktalar da olmalı ancak bu noktaların koordinatları tam sayılar olmayacak.")

Varsayılan sadeleştirme durumlarını kullanarak çeşitli çözümler aradıklarında…

- Sınırlandırılmış bir küme göz önünde bulundurulduğunda verilen koşulların sonsuz bir kümede geçerli olduğunu fark etme yoluyla (Örneğin, sadece tamsayı koordinatları olan bir grafik üzerindeki noktaları kullanma),
- Sonsuz ve sürekli olarak çeşitlenen ancak kümeyi sınırlandıran durum kümelerini görme (örneğin; düzlemdeki sınırlı bir aralığa bakmak) ya da küme hakkında yanlış bir sonuca varma (örneğin; yanlış geometrik cisimle kümeyi temsil etme yoluyla) yoluyla,

Tam bir çözüm kümesi ya da genel kural aradıklarında…

- Çözüm kümesinin tamamını görme ve neden daha başka çözüm olmayacağını açıklama yoluyla,
- Bir geometrik şekil sınıfı için evrensel bir kural belirleme yoluyla (örneğin; "herhangi bir çokgenin tüm kenarlarını iki katına çıkarırsanız, alanını dört katına çıkarırsınız."),
- Geniş bağlamda problemleri ya da kuralları belirleme yoluyla yaparlar. (Örneğin, "Aynı şeyin olacağına iddiaya girerim- Eğer bir çokyüzlünün kenarlarını iki katına çıkarırsanız, bu çokyüzlünün hacmini sekiz katına çıkarmış olursunuz.")

Tablo 2'de bu bileşene ait göstergeler örnekleriyle birlikte özetlenmiştir:

Tablo 2. Genelleme Bileşenine Ait Göstergeler ve Örnekler

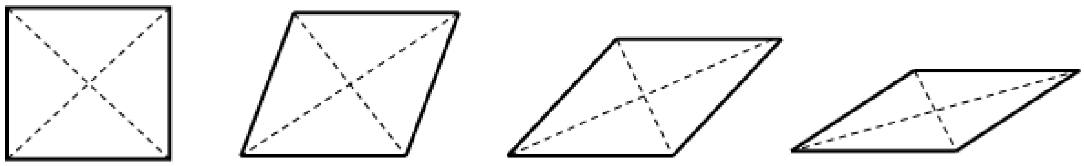
2. ZGA: GEOMETRİK FİKİRLERİ GENELLEME		*ÖRNEK*
Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler aradıklarında	Konuyla ilişkili özel durumları göz önünde bulundurma yoluyla	*Dik üçgenler, eşkenar üçgenler, kenar uzunluklarının tam sayı olması*
	Uygun diğer bazı örnekler için özel durumların ilerisini görmeye çalışmak yoluyla	*Tam sayı olmayan bir kenar uzunluğu deneme*
	Henüz tanımlanmış bir durumdaki değişen özelliklerle yeni durumlar üretmek yoluyla	*Yansıma, öteleme yapma*
	Nasıl oluşturacağını bilmediği halde başka çözümler de olabileceğini sezme yoluyla yaparlar.	*"Bu durumu gerçekleyen başka noktalar da olmalı ancak bu noktaların koordinatları tam sayılar olmayacak."*
Varsayılan sadeleştirme durumlarını kullanarak çeşitli çözümler aradıklarında	Sınırlandırılmış bir küme göz önünde bulundurulduğunda verilen koşulların sonsuz bir kümede geçerli olduğunu fark etme yoluyla	*Sadece tamsayı koordinatları olan bir grafik üzerindeki noktaları kullanma*
	Sonsuz ve sürekli olarak çeşitlenen ancak kümeyi sınırlandıran durum kümelerini görme ya da	*Düzlemdeki sınırlı bir aralığa bakmak*
	Küme hakkında yanlış bir sonuca varma yoluyla,	*Yanlış geometrik cisimle kümeyi temsil etme*
Tam bir çözüm kümesi ya da genel kural aradıklarında	Çözüm kümesinin tamamını görme ve neden daha başka çözüm olmayacağını açıklama yoluyla,	
	Bir geometrik şekil sınıfı için evrensel bir kural belirleme yoluyla	*"Herhangi bir çokgenin tüm kenarlarını iki katına çıkarırsanız, alanını dört katına çıkarırsınız."*
	Geniş bağlamda problemleri ya da kuralları belirleme yoluyla yaparlar.	*"Aynı şeyin olacağına bahse girerim- Eğer bir çokyüzlünün kenarlarını iki katına çıkarırsanız, bu çokyüzlünün hacmini sekiz katına çıkarmış olursunuz."*

Değişmezleri Araştırma

Zihnin geometrik alışkanlıklarının bileşenlerinden biri olan değişmezleri araştırma, *"bir dönüşüm (yansıma, öteleme, döndürme gibi) sonucunda bir geometrik şeklin hangi özelliklerinin etkilendiğini analiz etme"* şeklinde tanımlanabilir (Driscoll vd., 2008).

Değişmezler, bir şekildeki diğer durumlar değişse bile hep aynı kalan özelliklerdir. Bir şeklin bir dönüşüm esnasında değişmeyen özellikleri şeklin, alanını, çevresini, hacmini, kenar uzunluklarını, kenar uzunluklarının oranını ve açılarını içerir. Bu bileşene ait içsel sorular ise "Bunu oradan buraya nasıl taşırız?", "Neler değişti? Neden?", "Neler değişmedi? Neden?" şeklindedir.

Örnek: *Bir önceki örneğin genişletilmesiyle bazı öğrenciler problemde nelerin değişip nelerin değişmeyeceğini merak ederek, kare ve eşkenar dörtgen oluşturmayı keşfetme ya da hayal etme yoluyla gerçekleştirebilir. Şekil değiştikçe alan değişir ancak şeklin çevresi ve köşegenler arasındaki açı değişmez. (Şekil 3).*



Şekil 3. Değişmezleri Araştırma Örneği

Sonuç olarak, araştırmacılar bu geometrik zihinsel alışkanlığın yani Değişmezleri Araştırma'nın göstergelerini araştırdıkça, öğrencilerin değişmezleri araştırmayı düşündüğü durumları ve şekillerde yapılan dönüşümlerin etkisine dikkat ettiği durumları anladıklarını ifade etmişlerdir.

Bireyler değişmezleri araştırmayı;

Dinamik düşünmeyi kullandıklarında…

- Statik bir durum hakkında dinamik düşünme yoluyla (Örneğin; "Eğer ben bu şekli parçalarsam ve parçaların yerini değiştirirsem bu şeklin alanını hesaplamak kolaylaşacak mıdır?"),
- Bir dönüşüm uygulandığında nelerin değişeceği nelerin aynı kalacağını merak etme yoluyla (Örneğin; "Eğer bu doğru parçasını bu nokta etrafında döndürürsem orta noktasına ne olur? Hala ortada kalır, değil mi?"),

- Dönüşümün etkilendiği birçok durum oluşturma ve ortak özellikleri arama yoluyla (Örneğin; "Bu üçgenin 2 katı, 3 katı ve 0.5 katındaki üçgenleri oluşturalım ve nelerin değiştiğini, nelerin ise değişmediğini kaydedelim."),
- Bir noktayı ya da şekli sürekli olarak hareket ettirmenin yapacağı etkiyi düşünme ve bir noktadan diğerine gerçekleşen değişiklikleri tahmin etme yoluyla (Örneğin; "Çevresi 12 ve alanı 6 olan bir üçgenimiz ve çevresi 12 ve alanı 4 birim olan başka bir üçgenimiz var. Bu iki üçgen arasında bir yerde çevresi 12 ve alanı 5 olan bir üçgen daha olmalıdır."),
- Dönüşüm altındaki sınırlı durumları ve uç durumları göz önünde bulundurma yoluyla yapılır (Örneğin; "Eğer bu şekil bir doğru üzerinde daraltılırsa köşegenlerinin kesim noktası ne olur?", "Bu üçgenin tepedeki köşe noktasını diğer iki köşe noktasını hareket ettirmeksizin bir çember üzerinde hareket ettirdiğimizde, hangi noktada üçgenin alanının en büyük olduğunu tahmin edebiliriz.") yapılır.

Etkilerin kanıtlarını kontrol etmede…

- Dönüşüm uygulanan her şeyin değişmeyeceğini sezme yoluyla (Örneğin; "ne zaman bu üçgenlerden birini büyütsek, ilk üçgenin sadece büyüğünü gibi görünen üçgeni elde ederiz."),
- Belirli bir dönüşüm her uygulandığında aynı etkiyi gerçekleştireceğinin farkına varma yoluyla (Örneğin; "ne zaman bu üçgenlerden birini genişletsek, açılar aynı kalır."),
- Bir dönüşüm uygulandığında değişmezleri fark etme ve bunların neden değişmez olduğunu açıklama yoluyla (Örneğin, "bir doğru boyunca bir üçgenin yansımasını alma, ilk üçgene eş olan bir üçgen elde edersiniz. Bir şeklin yansımasını almak kağıt katlama gibidir ve kağıt katlama yoluyla şekilleri hareket ettirdiğinizde şekilleri ve şekillerin büyüklüklerini değiştirmezsiniz.") yapılır.

Tablo 3'te bu bileşene ait göstergeler örnekleriyle birlikte özetlenmiştir:

Tablo 3. Değişmezleri Araştırma Bileşenine Ait Göstergeler ve Örnekler

3. ZGA: DEĞİŞMEZLERİ ARAŞTIRMA		***ÖRNEK***
Dinamik düşünmeyi kullandıklarında	Statik bir durum hakkında dinamik düşünme yoluyla	*“Eğer ben bu şekli parçalarsam ve parçaların yerini değiştirirsem bu şeklin alanını hesaplamak kolaylaşacak mıdır?”*
	Bir dönüşüm uygulandığında nelerin değişeceği nelerin aynı kalacağını merak etme yoluyla	*“Eğer bu doğru parçasını bu nokta etrafında döndürürsem orta noktasına ne olur? Hala ortada kalır, değil mi?”*
	Dönüşümün etkilendiği birçok durum oluşturma ve ortak özellikleri arama yoluyla	*“Bu üçgenin 2 katı, 3 katı ve 0.5 katındaki üçgenleri oluşturalım ve nelerin değiştiğini, nelerin ise değişmediğini kaydedelim.”*
	Bir noktayı ya da şekli sürekli olarak hareket ettirmenin yapacağı etkiyi düşünme ve bir noktadan diğerine gerçekleşen değişiklikleri tahmin etme yoluyla	*“Çevresi 12 ve alanı 6 olan bir üçgenimiz ve çevresi 12 ve alanı 4 birim olan başka bir üçgenimiz var. Bu iki üçgen arasında bir yerde çevresi 12 ve alanı 5 olan bir üçgen daha olmalıdır.”*
	Dönüşüm altındaki sınırlı durumları ve uç durumları göz önünde bulundurma yoluyla yapılır	*“Eğer bu şekil bir doğru üzerinde daraltılırsa köşegenlerinin kesim noktası ne olur?”, “Bu üçgenin tepedeki köşe noktasını diğer iki köşe noktasını hareket ettirmeksizin bir çember üzerinde hareket ettirdiğimizde, hangi noktada üçgenin alanının en büyük olduğunu tahmin edebiliriz.”*
Etkilerin kanıtlarını kontrol etmede	Dönüşüm uygulanan her şeyin değişmeyeceğini sezme yoluyla	*“Ne zaman bu üçgenlerden birini büyütsek, ilk üçgenin sadece büyüğünü gibi görünen üçgeni elde ederiz.”*
	Belirli bir dönüşüm her uygulandığında aynı etkiyi gerçekleştireceğinin farkına varma yoluyla	*“Ne zaman bu üçgenlerden birini genişletsek, açılar aynı kalır.”*
	Bir dönüşüm uygulandığında değişmezleri fark etme ve bunların neden değişmez olduğunu açıklama yoluyla yapılır.	*“Bir doğru boyunca bir üçgenin yansımasını alma, ilk üçgene eş olan bir üçgen elde edersiniz. Bir şeklin yansımasını almak kağıt katlama gibidir ve kağıt katlama yoluyla şekilleri hareket ettirdiğinizde şekilleri ve şekillerin büyüklüklerini değiştirmezsiniz.”*

Keşif ve Yansıtma

Geometrik alışkanlıkların son bileşeni olan “Keşif ve Yansıtma” bileşeni “genellikle önerilen hipotezlerin sonucu olarak seçilen farklı yaklaşımları deneme ve düzenli olarak neler öğrenildiğini göz önünde bulundurmayı düşünme” şeklinde tanımlanabilir (Driscoll vd., 2008). Mümkün olduğunca hipotezlerle desteklenen keşifler ile bu keşiflerin sonucunda öğrenilenlerin yansıması arasında bir denge olması önemlidir.

Bu bileşene ait içsel sorular: "Eğer ben bir resim çizersem, bu resmi eklersem ya da çıkarırsam, sonuç noktasından yola çıkıp tersten düşünürsem, vb. ne olur?", " Bu eylem bana neyi ifade eder?", "Benim bu problemi çözmedeki ilk girişimlerim şu anki yaklaşımımı nasıl açıklayabilir?" şeklinde olabilir.

> ***Örnek****: "İki dik açısı olan ve hiçbir kenarı birbirine paralel olmayan bir dörtgen çiziniz. Eğer bunun mümkün olmadığını düşünüyorsanız nedenini açıklayınız." sorusunu ele alalım. Bu soruyu ele alan bir öğrenci şöyle düşünebilir: 'Tersten düşüneceğim ve şeklin çizilebildiğini hayal edeceğim. Bununla ilgili ne diyebilirim? Birincisi, bu iki dik açı birbirinin ardışığı olamaz. Aksi takdirde, birbirine paralel iki kenarı olurdu. Bu yüzden, iki dik açı çizer ve bunları bir araya getirirsem ne olur…' Bu şekilde bir "ne olur" ve "bunu denemekle ne öğrendim?" dengesi dördüncü zihinsel alışkanlık olan keşif ve yansıtmanın göstergesidir.*

Bu bileşen araştırmacılar tarafından belirlenen göstergeler doğrultusunda keşfin ya da sonuca ilişkin amaçların ön plana alınmasına göre iki gruba ayrılmaktadır:

Bireyler Keşif ve Yansıtmayı

Keşfi ön plana aldıklarında…

- Sezgiler ya da tahmin etme sayesinde çizme, oynama ve/veya keşfetme yoluyla, (Örneğin, "Bu işe yaramayacak gibi görünüyor. Farklı bir şeyler denemek lazım.")
- Düzenli durum değerlendirmeleri yaparak çizme, oynama ve/veya keşfetme yoluyla, (Örneğin, "Bu bana ne ifade ediyor")
- Önceki benzer durumları göz önünde bulundurma yoluyla (Örneğin "Daha önce neyi denemiştim?")

- Bir durum, bir koşul ya da bir geometrik şeklin bazı özelliklerini değiştirme ve değişiklikleri göz önünde bulundurma yoluyla (Örneğin, "Bu iki nokta yerine diğer iki noktayı birleştirsem ne olur?") yaparlar.

Amaçları ön plana aldıklarında…

- İlerlemenin önemli bir adımı olarak periyodik olarak büyük resme dönme yoluyla (Örneğin "Şimdi, bu bizim bulmaya çalıştığımız şeyle nasıl bağlantılıdır?),
- Hedefe ulaşmayı sağlayacak ara adımları belirleme yoluyla (Örneğin, "Bir paralelkenardan nasıl dikdörtgen oluşturabileceğimizi biliyoruz, bu yüzden eğer bu şekilden bir paralelkenar elde edebiliyorsak, dikdörtgen de oluşturabiliriz."),
- Final durumunun neye benzediğini açıklayabilme yoluyla (Örneğin geriye doğru sonuç çıkarmanın bir yolu olup olmadığını görme, "Sonuçta elde edeceğim noktalar kümesinin y eksenine göre simetrik olacağını biliyorum, öyleyse bu şekil neye benzeyebilir?"),
- Çözüm hakkında nedenleri bilinen varsayımlar yapma, varsayımları test edecek yollar yaratma (Örneğin "Bu durumu sağlayan bütün noktalar y eksenine göre simetrik olacaktır. Bence bu bir çember olabilir. Bunu test etmek için, bu çemberin merkezinin nerede olabileceğine karar vermemiz ve ardından çemberi çizmemiz ve üzerindeki noktaların durumu sağlayıp sağlamadığını ortaya çıkarmamız gerekir.") yoluyla yaparlar.

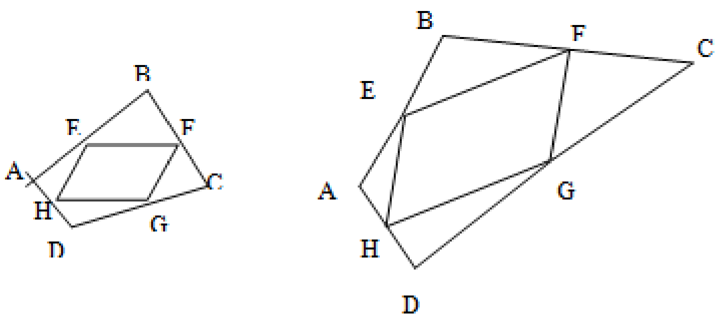
Tablo 4'te bu bileşene ait göstergeler örnekleriyle birlikte özetlenmiştir.

Tablo 4. Keşif ve Yansıtma Bileşenine Ait Göstergeler ve Örnekler

4. ZGA: KEŞİF VE YANSITMAYI DENGELEME		***ÖRNEK***
Keşfi ön plana aldıklarında	Sezgileri ya da tahmin etme sayesinde çizme, oynama ve/veya keşfetme yoluyla,	*"Bu işe yaramayacak gibi görünüyor. Farklı bir şeyler denemek lazım."*
	Düzenli durum değerlendirmeleri yaparak çizme, oynama ve/veya keşfetme yoluyla,	*"Bu bana ne ifade ediyor"*
	Önceki benzer durumları göz önünde bulundurma yoluyla,	*"Daha önce neyi denemiştim?*
	Bir durum, bir koşul ya da bir geometrik şeklin bazı özelliklerini değiştirme veya değişiklikleri göz önünde bulundurma yoluyla yaparlar.	*"Bu iki nokta yerine diğer iki noktayı birleştirirsem birleştirsem ne olur?"*
Amaçları ön plana aldıklarında	İlerlemenin bir kaldırım taşı olarak periyodik olarak büyük resme dönme yoluyla,	*"Şimdi, bu bizim bulmaya çalıştığımız şeyle nasıl bağlantılıdır?"*
	Hedefe ulaşmayı sağlayacak ara adımları belirleme yoluyla,	*"Bir paralelkenardan nasıl dikdörtgen oluşturabileceğimizi biliyoruz, bu yüzden eğer bu şekilden bir paralelkenar elde edebiliyorsak, dikdörtgen de oluşturabiliriz."*
	Final durumunun neye benzediğini açıklayabilme yoluyla,	*Geriye doğru sonuç çıkarmanın bir yolu olup olmadığını görme, "sonuçta elde edeceğim noktalar kümesinin y eksenine göre simetrik olacağını biliyorum, öyleyse bu şekil neye benzeyebilir?*
	Çözüm hakkında nedenleri bilinen varsayımlar yapma, varsayımları test edecek yollar yaratma yoluyla yaparlar.	*"Bu durumu sağlayan bütün noktalar y eksenine göre simetrik olacaktır. Bence bu bir çember olabilir. Bunu test etmek için, bu çemberin merkezinin nerede olabileceğine karar vermemiz ve ardından çemberi çizmemiz ve üzerindeki noktaların durumu sağlayıp sağlamadığını ortaya çıkarmamız gerekir."*

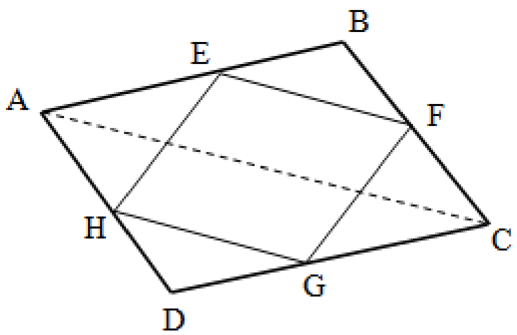
Driscoll ve arkadaşları (2008) tarafından tanımlanan bu dört zihinsel alışkanlığın birbirlerine katkısını göstermek için Şekil 4'te örnek bir geometrik durum göz önünde bulundurulmuş ve öğrenci düşünceleri şöyle açıklanmıştır:

A öğrencisi 2 dörtgenin her bir kenarının orta noktalarını birleştirmiş ve iki örnekte de elde edilen şeklin paralelkenar gibi göründüğünü fark etmiştir. Ardından *ilişkilendirme* yaparak, öğrenci bu ilişkinin diğer dörtgenlerde de olup olmadığını dener (bu iki örneği yamultmak için dinamik geometri yazılımı kullanma ve ardından yeni örneklerde deneme yoluyla). Öğrenci her seferinde açıkça görülen bu “paralelkenar olma durumunun” değişmez olduğunu dikkate alır. Bu doğrultuda düşünme ise *değişmezleri araştırma bileşeniyle* uyuşmaktadır. Her ne kadar bu durum öğrenciye gizemli gelse de, öğrencide bu durumun *her zaman* geçerli olup olmadığıyla ilgili merak uyanır (bu da *genelleme* bileşeninin bir işaretidir).



Şekil 4. ZGA Problemi

A öğrencisi B öğrencisine bu ilginç gözlemini anlatır. B öğrencisi de oldukça çeşitli ve birbirinden farklı dörtgenler üzerinde bazı keşifler yapmıştır ve şu sonuca varmıştır: “Farklı büyüklüklerde birçok dörtgende denedim ve orta noktalar paralelkenar oluşturmaya devam ediyormuş gibi görünüyor. Nedenini tahmin edebiliyorum. Üçgenlerin orta noktaları hakkında biraz bilgim vardı, eğer üçgenleri dahil edebilirsem…” Ardından B öğrencisi Şekil 5’te görüldüğü gibi ABCD dörtgeninin köşegeni olacak şekilde bir doğru parçası çizer. Ardından GDH, EFB, ADC ve ABC üçgenleri arasında bir ilişki arar ve benzerlik ilişkisini keşfederek kenarların paralelliği hakkında bir sonuç çıkarır. Bu durum ise keşif ve yansıtma alışkanlığının bir sonucudur.



Şekil 5. ZGA Probleminde Oluşturulan Şekil

Dört zihinsel alışkanlığın da her bir geometrik duruma uygulanması gerekmemekle birlikte, aynı zamanda bunlar herhangi bir sırayla da uygulanabilirler.

Bu model hem öğretmenlerin geometrik düşünmelerini geliştirmek için ders imeceleri öncesinde gerçekleştirilen öğretmen seminerlerine temel oluşturmuş hem de ders imecelerinde öğretmenlerin geometrik düşünmelerindeki gelişimi değerlendirmek üzere araştırmada kullanılmıştır.

İlgili Araştırmalar

Geometrik düşünmeyle ilgili olarak ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde Zihnin Geometrik Alışkanlıkları çerçevesinin kullanıldığı çalışmalar oldukça yeni ve sayıca azdır (Driscoll vd., 2008; Koç ve Bozkurt, 2012; Özen ve Köse, 2013, 2014, 2015; Köse ve Tanışlı, 2013, 2014).

Bu araştırmalardan ilki bu kavramı ortaya atan Driscoll ve arkadaşları (Driscoll vd., 2007) tarafından yapılmıştır. Ortaokullarda Geometrik Düşünmeyi Geliştirme (GDG) Projesi adındaki bu projeye, 2003 yılında yayımlanan Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (The Trends in International Mathematics and Science Study- TIMMS) Amerika'daki 8. sınıf öğrencilerinin en zayıf olduğu konuların geometri ve ölçme olduğunu göstermesi üzerine 2004 yılının ortalarında başlamıştır. Bu proje temelde ortaokullarda geometrik düşünme ve geometrik düşünmenin yeri ile ilgili araştırmaların arttırılması ve ortaokul öğretmenlerinin geometrik anlayışlarının ve öğrencilerin düşünce tarzlarına dikkat etmeye yönelik anlayışlarının geliştirilmesini amaçlamıştır. Proje kapsamında öğretmenlerin geometrik düşünmelerinin ve öğrencilerinin geometrik düşünmelerine yönelik algılarının gelişimine yönelik seminerler tasarlanmış ve uygulanmıştır.

Koç ve Bozkurt (2012) çalışmalarını matematik öğretmeni adaylarının performansları ve geometrik akıl yürütme becerileri üzerine yapmışlardır. Çalışmada katılımcılara aynı kağıttan yapılan silindir hacimlerini karşılaştırmalarının istendiği bir geometri görevi verilmiştir. Ayrıca katılımcılardan bu görevi tamamladıktan sonra, kullandıkları geometrik alışkanlıkları (ZGA) belirlemeleri istenmiştir. Katılımcıların yaklaşık yarısı silindir hacimlerini doğru şekilde karşılaştıramamış, silindir çapını belirlemede ve matematiksel dili kullanımlarında büyük sorunlar tespit edilmiştir. Ayrıca büyük bir bölümü çalışmayı tamamlamada kullandıkları geometrik alışkanlıkları belirleyememişlerdir. Araştırmacılar katılımcıların geometrik düşünme becerilerinin sınırlı olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcıların dörtte birinin herhangi bir ZGA ismi yazamadığı, çoğunun ise sadece ZGA adlarını yazarak bu ZGA'yı neden ve nasıl kullandıkları hakkında herhangi bir açıklama yapmadıkları görülmüştür. Araştırmanın sonucunda katılımcıların geometrik kavramlar arasında yeterince bağlantı kurmadığı ve geometrik alışkanlıkları belirleyemediği ifade edilmiştir.

Köse ve Tanışlı (2014) sınıf öğretmenleri adaylarının geometrik alışkanlıklarının belirlenmesi üzerine yaptıkları çalışmada, bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği programı 3. sınıfında öğrenim gören 57 öğretmen adayı ile çalışmıştır. Bu çalışmanın veri toplama sürecinde çevre ve alan kavramları ile ilgili dört açık uçlu geometri problemi kullanılmıştır. Toplanan verilerle ZGA teorik çatısına göre betimsel analiz yapılmış ve araştırmada, sınıf öğretmeni adaylarının geometrik alışkanlıklar bağlamında farklı düşünme yollarına sahip olmadıkları görülmüştür. Ayrıca sınıf öğretmeni adaylarının problemleri uygun biçimde analiz edemedikleri, akıllarına ilk gelen fikre dayalı davrandıkları ve bu eylemlerini bütüne taşıyamadıkları dolayısıyla geometrik alışkanlıklarının istenilen düzeyde olmadığı görülmüştür.

Swafford, Jones ve Thornton (1997) yaptıkları çalışmada öğretmenlerin geometri ve geometri öğretimi bilgilerini geliştirmenin öğretmenlerin neyi, nasıl öğrettikleri üzerine etkisini araştırmışlardır. Araştırmacılar eğitim programı kapsamında 4-8. sınıflarda görev yapan 49 ortaokul matematik öğretmeni ile geometri alan bilgisi ve van Hiele teorisine dayalı araştırma semineri gerçekleştirmişlerdir. Geometri alan bilgisi testi, Van Hiele Testi, sınıf içi gözlemler, ders planı hazırlama görevlerinden ve uygulama sonrası görüşmelerden elde ettikleri verilere dayalı olarak araştırmacılar hazırladıkları eğitim programının (intervention program) öğretmenlerin öğretimsel uygulamalarını etkilediğini belirtmişlerdir. Araştırmacılar öğretmenlerin geometri alan bilgilerindeki ve öğrencilerin geometrideki bilişsel anlayışlarına yönelik bilgilerindeki artışın neyi nasıl öğretecekleri konusunda açıkça görüldüğü sonucuna ulaşmışlardır. Araştırma sonucunda öğretmenlerin geometri öğretiminde geometrik açıdan zengin problemler ve geometrik görevler içerdiği görülmüştür. Ayrıca geometri öğretimlerinde, öğretmenlerin bakış açısının cevapları doğrudan vermek yerine, öğrencilerin düşüncelerini irdeleme ve geometrik kavramların anlamları ve özellikleri hakkında tartışmalarını sağlayacak tartışma ortamlarına yönlendirme yönünde değiştiği görülmüştür.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın genel amacı ders imecesi modeli ile ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerindeki gelişimi incelemektir.

Belirtilen bu genel amaç kapsamında aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. Ortaokul matematik öğretmenlerinin 8. sınıf geometri derslerinde ders imecesi modelini uygulama sürecinde geometrik düşünmeleri ZGA çerçevesinde nasıl gelişmektedir?
2. Ortaokul matematik öğretmenleri ders imeceleri sonrasında bireysel öğretimlerinde hangi geometrik alışkanlıkları desteklemektedirler?

Araştırmanın Önemi

Türkiye'de geometrik düşünmeyi geliştirme konusunda yapılan araştırmalar göz önünde bulundurulduğunda bu araştırmaların büyük çoğunluğunun bireylerde geometrik düşünmenin gelişimine vurgu yapan Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri teorisine ve Piaget ve Inhelder'ın teorisine dayalı olduğu görülmektedir. Bu araştırmada öğretmenlerin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi için kullanılan zihnin geometrik alışkanlıklarını modeli oldukça yeni bir model olup, hem geometrik düşünmenin geliştirilmesine hem de geometrik düşünmenin ortaya çıkarılmasında önemli bir modeldir. Bu modeli ele alan çalışmalarda araştırmacılar (Koç ve Bozkurt, 2012; Köse ve Tanışlı, 2014) öğretmen adaylarıyla çalışmıştır. Literatürde Driscoll ve arkadaşları (2008) tarafından yapılan çalışma haricinde öğretmenlerin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesinde zihnin geometrik alışkanlıkları modeline dayalı bir çalışma ile karşılaşılmamıştır. Gerek ulusal gerek uluslararası araştırmaların azlığı (Driscoll vd., 2008; Koç ve Bozkurt, 2012; Köse ve Tanışlı, 2014) bu alanda çalışmalar yapılmasının bir gereklilik olduğunu göstermektedir.

Araştırma kapsamında uygulanan ders imecesi modelinin tüm aşamalarında öğretmenlere kendilerini geliştirme fırsatı tanınmaktadır. Ayrıca ders imecelerinde öğretmenlerin mesleki gelişimlerini desteklemek için gerçek sınıf ortamında çekilmiş araştırma dersi video kayıtlarının kullanılmasıyla öğretmenlere kendi gelişimlerini izleme imkanı da verilmektedir. Öğretmenlerin geometriyi öğretme bilgilerinin geliştirilmesinin de önemi göz önünde bulundurulduğunda ders imecesi modelinin sağladığı ortamın öğretmenlerin birbirlerinin geometriye yönelik alan bilgilerinden ve pedagojik alan bilgilerinden yararlanma imkanı sağlaması öğretmenlerin mesleki gelişimleri açısından oldukça önemlidir.

Bu araştırmada kullanılan ders imecesi (lesson study) modeli, birçok ülkede araştırmacılar (Murata, 2011; Lewis, Perry ve Murata.,2006; Kranier, 2011; Corcoran, 2008; Elipane, 2011) tarafından öğretmenlerin hizmet öncesi ve hizmet içi mesleki gelişimlerinde kullanılan bir modeldir. Ülkemizde ise 2011 yılından itibaren birçok araştırmada (Budak, Budak, Bozkurt ve Kaygın, 2011a, 2011b; Baki, 2012; Erbilgin, 2013; Kartal, Öztürk ve Ekici, 2012) öğretmen adaylarının hizmet öncesi gelişiminde kullanılmış, hizmet içi eğitimlerinde ise bu modelin kullanıldığı çalışmaya rastlanmamıştır.

Ülkemizde birçok okulda görev yapan öğretmenlerin, yan yana sınıflarda derslere girmelerine rağmen, birbirinin hangi konuyu anlattığından, o konuyu nasıl ele aldığından habersiz olduğu bilinen bir gerçektir. Araştırmada öğretmenlerin birbirlerinin mesleki gelişimlerine katkı sağlayarak çalışmaları, öğretimin birlik beraberlik içinde gerçekleşmesini de sağlayacaktır. Daha önce ülkemizde öğretmenlerle birlikte bir hizmet içi gelişim araştırması olarak ders imecesi modeli ele alınmadığından, çalışmanın bu anlamda alandaki boşluğu doldurmaya çalışacağı ve gelecekteki araştırmalara öncülük edeceği düşünülmektedir.

Sınırlılıklar

Bu araştırma;

- 2013-2014 öğretim yılı güz ve bahar döneminde Aydın İl Merkezinde bulunan dört ortaokulda görev yapmakta olan beş matematik öğretmeninden elde edilen verilerle,
- Yöntemsel olarak araştırma sürecinde elde edilen nitel verilerin analizi ile sınırlıdır.

Tanımlar

Ders İmecesi (Lesson Study): Ders imecesi öğretmenlerin bir araya gelerek öğrencilerin öğrenmesini sağlayacak verimli bir dersi grupça planlanmasını, uygulanmasını ve değerlendirmesini içermektedir (Murata, 2011; Baki, Baki ve Arslan, 2011).

Geometrik Düşünme: Geometrik durumlar üzerine düşünme ve muhakeme yapma yeteneğidir.

Öğretmen Semineri: Araştırmacı tarafından öğretmenlere ders imecesi modelinin ve ZGA teorik çatısının öğretildiği, geometrik düşünmeyi geliştirme ve geometrik alışkanlıkları belirleme üzerine etkinliklerin yapıldığı seminerlerdir.

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları: Zihnin geometrik alışkanlıkları geometrik düşünmeye dayandırılan verimli düşünce yollarını vurgulayan, İlişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma olmak üzere birbiriyle ilişkili dört geometrik alışkanlıktan oluşan bir teorik çatıdır (Driscoll vd, 2008).

İKİNCİ BÖLÜM

YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın modeli, katılımcıları, uygulama süreci, ortam, araştırmacı, veri toplama araçları, veri analizi ve araştırmanın geçerlik ve güvenirliği ayrıntılı bir biçimde açıklanmıştır.

Araştırmanın Modeli

Nitel araştırma yaklaşımı "kuram oluşturmayı temel alan bir anlayışla sosyal olguları bağlı bulundukları çevre içerisinde araştırmayı ve anlamayı ön plana alan bir yaklaşımdır" (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu araştırmada ortaokullarda görev yapan öğretmenlerin geometrik düşünmelerini içerisinde bulundukları okul ortamında geliştirmek için nitel bir araştırma yaklaşımı olan eğitim araştırması modellerinden *ders imecesi (lesson study)* modeli kullanılmıştır.

Öğretmenlerin mesleki gelişimi üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde özellikle matematik öğretmenlerinin mesleki gelişiminde kullanılan popüler yaklaşımların arasında ders imecesinin (lesson study) olduğu görülmektedir (Stigler ve Hiebert, 1999; Lewis, Perry, Hurd ve O'Connell, 2006; Watanebe, 2002; Fernandez, 2002; Saito, 2012; Lewis, Perry, Friedkin ve Roth, 2012). Bu model sınıf içi uygulamalara farklı bir gözle bakmayı sağlayan bir mesleki gelişim modelidir (Stigler ve Hiebert, 1999). Araştırmacılar bu modeli öğretmenlere yönelik işbirliğine dayalı bir mesleki gelişim yaklaşımı olarak da tanımlamaktadırlar (Murata, 2011; Lewis ve Tsuchida, 1998; Stigler ve Hiebert, 1999). Bu yaklaşım öğretmenlerin bir araya gelerek öğrencilerin öğrenmesini sağlayacak verimli bir dersin grupça planlanmasını, uygulanmasını ve değerlendirmesini içermektedir (Murata, 2011; Baki, Baki ve Arslan, 2011).

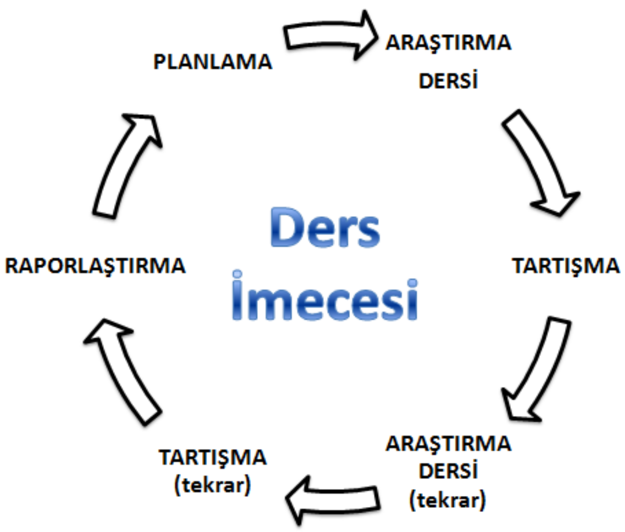
Ders imecesi öğretmenleri mesleki gelişim etkinliğinin odağına koymaktadır (Murata, 2011). Bu model öğrencilerin nasıl düşündüğü ve öğrendiği hakkında yapılan sınıf temelli bir araştırmadır ve küçük gruplar halinde ortak amaçlar üzerine çalışan öğretmenler tarafından gerçekleştirilir (Gorman, Mark ve Nikula, 2010). Ayrıca ders imecesi iyi ders uygulamaları geliştirmek ve paylaşmak için teoriler geliştirmeye çalışan öğretmenler için bilimsel bir etkinliktir (Isoda, 2010). Ders imecesi modeline göre öğretmenler, öğrencilere öğretilecek konuyla ilgili önceden paylaşılmış bir soruya yanıt aramak için bir araya gelirler, öğrencilerin ne öğrendiğini ortaya koymak için bir ders planlarlar ve gözlem sonuçlarını değerlendirip tartışırlar (Murata, 2011). Her bir grubun bir araştırma dersi içerisinde dersin içeriğine, öğretim yöntemlerine ve öğrencinin neler öğrendiği üzerine yoğunlaşması, hem okul içi hem de okullar arasında mesleki gelişime büyük ve sürekli bir katkı sağlamaktadır (Gorman, Mark ve Nikula, 2010).

Ders imecesi öğretmenlerin bir araya gelerek öğrencilerin öğrenmesini ve gelişimini sağlayacak amaçları belirlemesiyle başlar (Lewis, Perry ve Murata, 2006). Stigler ve Hiebert (1999) ders imecesinin aşamalarını; problemin tanımlanması, dersin planlanması, araştırma dersi, dersin yansımaları ve değerlendirilmesi, dersin revize edilmesi, revize edilen dersin tekrar işlenmesi, tekrar edilen dersin yansımaları, değerlendirilmesi ve sonuçların paylaşılması olarak tanımlanmıştır. Bu aşamalar arasında ders imecesinin en göze çarpan bölümünün, planlanan dersin gerçek sınıf ortamında işlendiği ve gözlemlendiği araştırma dersi (research lesson) olduğu görülmektedir. Bu dersler katılımcı öğretmenlerden birinin öğrencilerine sunulan, onların günlük sınıf ortamlarından ayrı tutulan ve kendine özgü özellikleri olan gerçek sınıf atmosferinde yapılan derslerdir (Lewis ve Tsuchida, 1998). Uygulama sürecinde dersin amaçları belirlendikten sonra, öğretmenler ders planını hazırlarlar. Dersin amaçları başlangıçta genel amaçlar şeklindedir ve ders imecesi süresince geliştirilir. Bu süreç sonucunda daha açık araştırma soruları elde edilir. Öğretmenler dersin amacını göz önünde bulundurarak derste öğrenilenleri ortaya koymak için bir öğretim yaklaşımı seçer ve/veya tasarlarlar. Bu aşamanın amacı iyi bir plana ulaşmaktan ziyade öğrencilerin nasıl öğrendiğini, uygulanan öğretim yaklaşımını değerlendirmek veya öğretim hakkında bir soruyu keşfetmektir (Murata, 2011).

Ders imecesi modeli araştırma dersini sürecin merkezine almaktadır (Murata, 2011). Araştırmalar Japon öğretmenlerin uygulama derslerinin mesleki gelişimlerine katkı sağlayan en önemli bileşen olduğunu ifade ettiklerini belirtmektedir (Murata, 2011; Murata ve Takahashi, 2002). Araştırma dersleri yoluyla öğretmenler öğretim modellerini ve bu modellerin öğrencinin öğrenmesini nasıl etkilediğini görürler (Murata, 2011). Araştırma dersleri sınıf uygulamalarını geliştirmeye, yeni içeriği ve yaklaşımlarını yaymaya, sınıf uygulamaları ile daha geniş kapsamlı kazanımlar arasında bağ kurmaya, çatışan fikirleri keşfetmeye ve bu yolla değişim, ulusal politikaları şekillendirmeye ve sınıfta verilen öğretimin rolünü kabul etmeye hizmet eder (Lewis ve Tsuchida, 1998).

Araştırma dersleri gerçek sınıf ortamında gerçekleştirilir ve öğretmenlere gelişen mesleki gelişim topluluğu içerisinde başka türlü elde edemeyecekleri özel bir öğrenme fırsatı tanır (Murata, 2011). Sınıf öğretim uygulamaları video kayıtlarının bir bölümünü izlemek veya kitaplardan öğretimle ilgili bir bölümü okumanın aksine, araştırma dersleri bir bütün olarak incelenir (Murata, 2011).

Tablo 5'te modelin Lewis (2009) tarafından belirlenen ve öğretmenlerin mesleki gelişimi için kullanılan diğer araştırma yaklaşımları ile benzerlik ve farklılıkları ele alınmıştır. Döngüsel bir yaklaşımla ilerleyen bu modelde, döngünün birkaç defa kendini tekrarlaması yoluyla öğretmenler öğrenmeyi ve yapılan öğretimin öğrenmeyi nasıl etkilediğini tartışmak için fırsatlar elde ederler (Murata, 2011). Bu döngüsel yapı aşağıdaki şekilde (Şekil 6) verilmiştir. Modelin öğretmenlerin geometrik düşünmelerini ortaya çıkaracak doğasının, birbirlerinin geometrik düşünmelerinden yararlanabilecekleri bir ortam yaratma olanağını sunması araştırmada ders imecesi modelinin tercih edilmesine sebep olmuştur.



Şekil 6. Modelin Döngüsel Yapısı

Tablo 5. Ders İmecesinin Mesleki Gelişim İçin Kullanılan Diğer Araştırma Yaklaşımları İle Benzerlik Ve Farklılıkları

Araştırma yaklaşımı	*Ders imecesi ile benzerlikleri*	*Ders imecesi ile farkı*
Öğretmen araştırması *(Teacher research, Cochran-Smith ve Lytle, 2001)*	*Uygulayıcıların ilgili sorununa odaklanır; uygulama yapılan sorgulamalara bağlam oluşturur.*	*Ders imecesinde, araştırma sorusu birlikte geliştirilir ve incelenir. İyi eğitim ile ilgili hipotezler bir araştırma dersinde ifade edilir; veri toplama araştırma dersi sırasında oluşur.*
Eylem araştırması *(Action Research Caro-Bruce, 2004)*	*Uygulayıcılar yeni bilgileri yine uygulayıcılar için üretir.*	*Eylem araştırması, birçok farklı araştırma tasarımlarını kapsar. Ders imecesi, her zaman uygulamayı ve iyi eğitim ile ilgili bir grup öğretmenin hipotezlerini somutlaştıran derslerin yürütülmesini merkezine alır.*
Tanıtım dersleri *(Demonstration Lessons, Loucks-Horsley vd., 2003)*	*Öğretmenler öğrencilerin eğitimini gözlemler.*	*Ders imecesinde, öğretmenler ders sırasında veri toplar, bunu paylaşır ve tartışır. Bunları "en iyi" uygulamalarla ilgili yeni fikirler geliştirmek için kullanır. Gözlenen dersler genellikle tek bir birey tarafından değil, işbirliği ile planlanmaktadır. Öğrenmenin, model olarak kabul edilen, ders ile olması şart değildir, dersin kritik tartışması ve öğrenci öğrenmesi yoluyla gerçekleşir.*
Yazılı vakalar, Video kaydı vakaları *(Written cases, video cases, video clubs, Shulman, 1992; Sherin, 2001)*	*Öğretim örneklerinin ortaklaşa analizi, kişinin kendisine ve başkalarına ait görüşlerin incelemesini desteklemek ve öğretim için bir sorgulama bakış açısı oluşturmak.*	*Ders imecesi gerçek sınıf ortamında ders yapılmasını gerektirdiğinden, öğretmenler video ya da örnek vakalar dışında çeşitli özelliklere katılabilir. Gerçek sınıf ortamındaki bir derste, farklı öğrencilerin gözlemlerine ve farklı öğretmenlerin gözlemsel beceri ve odaklarına dayalı olarak farklı bakış açıları ortaya çıkabilir. Bir dersin nasıl gözlemleneceği de araştırma konusu olabilir (örneğin ders boyunca bir tek öğrenciyi gözlemlemek ya da gözlemlememek)*
Kendi kendine çalışma	*Kendini ve öğrenciyi analiz etme. Uygulamada soruya odaklanma.*	*Ders imecesi sorusu genellikle öğretmenler arasında ortaklaşa müzakere edilir. Gerçek sınıf ortamında yapılan ders, öğretmenler ile gözlemlenir ve tartışılır.*

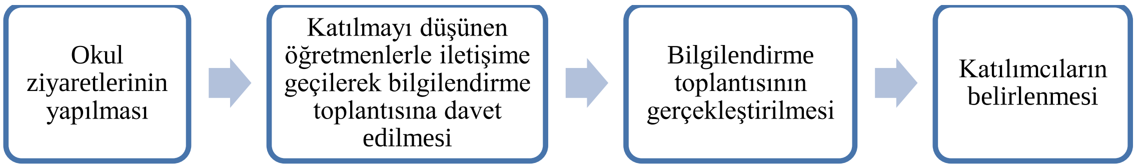
*Lewis (2009)'dan uyarlanmıştır.

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları, alınan izinler doğrultusunda (Ek 1) Aydın ili Merkez Ortaokullarında görev yapan ortaokul matematik öğretmenleri arasından çalışmaya gönüllü olarak katılmayı kabul eden öğretmenlerden oluşmaktadır.

Bu araştırmanın uygulama sürecinde pilot çalışmada üç, asıl uygulamada beş olmak üzere toplam sekiz öğretmenle çalışılmıştır. Pilot çalışmanın katılımcıları, haftalık ders programı uygulamanın çalışma takvimine uyabilecek öğretmenler arasından gönüllülük esasına dayanarak seçilmiş üç ortaokul matematik öğretmenidir. Bu öğretmenlerden ikisi uygulama yapılan ortaokulda biri ise farklı bir ortaokulda görev yapmaktadır. Pilot çalışmaya katılan öğretmenler asıl uygulamada katılımcıların belirlenmesinde kapsam dışı bırakılmıştır.

Asıl çalışmadaki katılımcıların seçilmesinde Şekil 7'de sunulan süreç izlenmiştir. Öncelikle araştırmacı tarafından 2013-2014 eğitim-öğretim yılı birinci yarıyılının seminer döneminde Aydın İli Efeler (Merkez) İlçesindeki tüm ortaokullara gidilerek öğretmenlerle toplantılar yapılmış ve araştırma süreci hakkında bilgi verilmiştir. Bu esnada araştırmaya gönüllü olarak katılmak isteyen öğretmenler belirlenmiş ve iletişim bilgileri alınmıştır.



Şekil 7. Araştırmada Katılımcıların Belirlenme Süreci

İletişim bilgileri alınan öğretmenler, araştırmacı tarafından belirlenen tarihte araştırmacının görev yaptığı üniversitenin konferans salonunda yapılan bilgilendirme toplantısına davet edilmiştir. Bu toplantıya katılan 14 öğretmene çalışmada öğretmenlerin mesleki gelişimi için kullanılacak model olan ders imecesi modeli ve geometrik düşünmeyi geliştirmek için temel alınan Zihnin Geometrik Alışkanlıkları teorik çatısı açıklanmıştır. Ayrıca pilot çalışmadan örnekler verilmiş ve araştırmanın taslak çalışma takvimi sunulmuştur. Toplantı sonrasında araştırmacı tarafından seçilen öğretmenler daha detaylı bilgilendirme yapılması için bir toplantıya daha çağırılmıştır. Araştırmanın katılımcısı olarak belirlenen beş öğretmene toplantıda araştırmanın amaçları doğrultusunda düzenlenen öğretmen seminerlerine ve yapılacak ders imecesi çalışmalarına katılmaları, grup içinde üzerlerine düşen görevleri verilen süre içinde yerine getirmeleri gerektiği açıklanmıştır. Katılımcıların uygulama hakkında bilgilendirilmesi, araştırma öncesinde ve süresince yapacakları görevler ile alacakları sorumlulukların önceden katılımcılara yazılı olarak bildirilmesi için öğretmenlerden ekte verilen öğretmen bilgilendirme ve izin formunu (Ek 2) imzalamaları istenmiştir.

Ardından bu sorumlulukları almayı kabul eden beş ortaokul matematik öğretmeni ve araştırmacı ders programları çerçevesinde daha detaylı bir çalışma takvimi hazırlamışlardır.

Araştırmaya katılan öğretmenlere gizlilik esasına dayalı olarak Öğretmen A, T, Ö, M ve S kod isimleri verilmiştir. Öğretmenlerden T ve S uygulamanın yapıldığı okulda; Ö, A ve M ise uygulamanın yapıldığı okuldan farklı okullarda görev yapmaktadır. Katılımcı öğretmenlerin cinsiyet, hizmet yılı ile mezun oldukları program ve fakülte/enstitüye ilişkin bilgiler Tablo 6'da verilmiştir. Araştırma derslerinde sınıf içi uygulamalar video kayıt altına alınacağından öğretmenlerden uygulamanın yapılacağı sınıftaki öğrencileri ve velilerini bilgilendirmek amacıyla Veli Bilgilendirme ve İzin formunu (Ek 3) velilere göndermeleri ve onlardan yazılı izinlerini almaları da istenmiştir.

Tablo 6. Katılımcı Öğretmenlerin Özellikleri

Katılımcılar	Cinsiyet	Hizmet Yılı	Mezuniyet	Mezun Olduğu Fakülte/ Enstitü
Öğretmen A	*Kadın*	*2*	*Lisans*	*Eğitim Fakültesi*
Öğretmen T	*Erkek*	*7*	*Lisans*	*Eğitim Fakültesi*
Öğretmen Ö	*Erkek*	*15*	*Lisans* *Yüksek Lisans*	*Fen Fakültesi* *Fen Bilimleri Enstitüsü*
Öğretmen M	*Kadın*	*2*	*Lisans*	*Eğitim Fakültesi*
Öğretmen S	*Kadın*	*5*	*Lisans*	*Eğitim Fakültesi*

Uygulama Süreci

Araştırmanın uygulama süreci pilot uygulama ve asıl uygulama olmak üzere iki aşamada sunulmuştur. Bu aşamaların her birinde gerçekleştirilen etkinlikler ve yapılan ders imecelerinin özeti ise uygulama sürecinin tamamına ilişkin bir akış şeması verilerek ortaya koyulmuştur (Şekil 8).

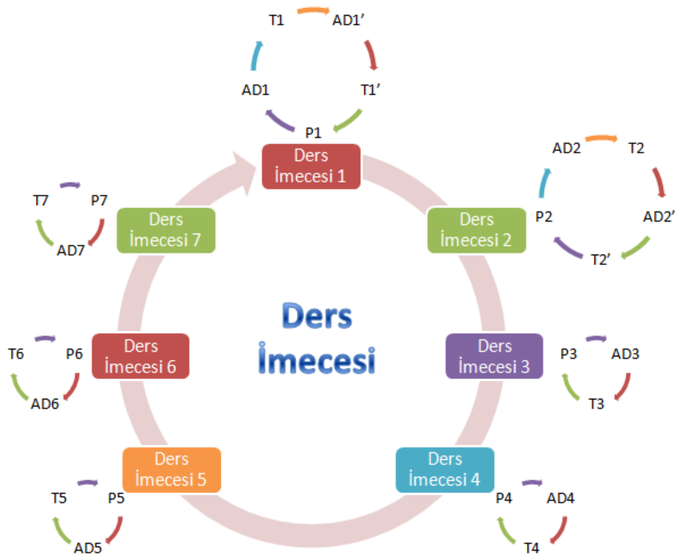
PİLOT ÇALIŞMA

Okul ziyaretleri yapılarak öğretmenlere pilot uygulama hakkında bilgi verilmesi

Gönüllü öğretmenlerin toplantıya davet edilerek bilgilendirilmesi

Pilot çalışmaya katılacak öğretmenlerin seçimi ve öğretmen seminerlerinin gerçekleştirilmesi

Ders imecesi çalışmalarının gerçekleştirilmesi (8. sınıf geometrik cisimler konusu)



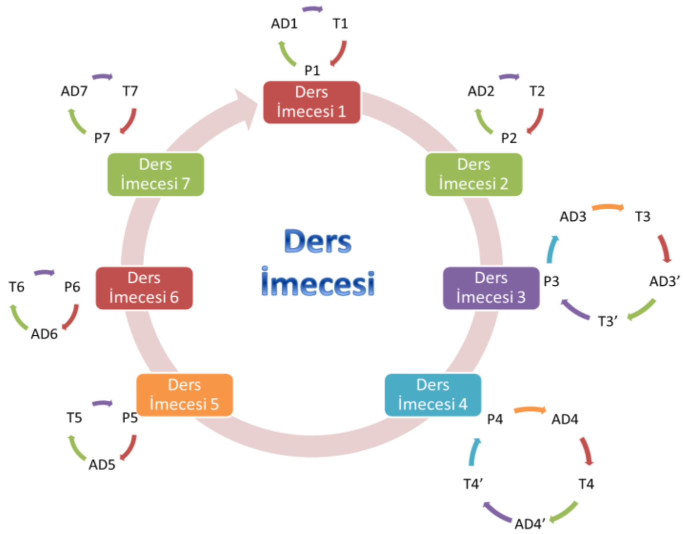
ASIL UYGULAMA

Okul ziyaretleri yapılarak öğretmenlere asıl uygulama hakkında bilgi verilmesi

Gönüllü öğretmenlerin toplantıya davet edilerek bilgilendirilmesi,

Asıl çalışmaya katılacak öğretmenlerin seçimi ve öğretmen seminerlerinin gerçekleştirilmesi,

Ders imecesi çalışmalarının gerçekleştirilmesi (8. sınıf üçgenler konusu),



Öğretmenlerin kendi okulları ziyaret edilerek bireysel öğretimlerinin incelenmesi

Şekil 8. Uygulama Sürecinin Tamamına İlişkin Akış Şeması

Pilot Çalışma

Araştırmanın pilot çalışması olarak 2012-2013 bahar döneminde Aydın ili Efeler (Merkez) ilçesindeki ortaokullarda görev yapan, çalışmaya gönüllü olarak katılan üç ortaokul matematik öğretmeni ile sekizinci sınıf geometri öğrenme alanında yer alan geometrik şekiller alt öğrenme alanına yönelik bir çalışma yapılmıştır. Katılımcı öğretmenler fakülteden mezun oldukları yıldan itibaren ders imecesi ve geometrik düşünmeye yönelik hiçbir hizmet içi eğitim almamış öğretmenlerdir.

Pilot çalışmada öğretmenlerin geometrik düşüncelerinin geliştirilmesi süreci iki aşamalı gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada öğretmenlerle beş hafta boyunca haftada iki kere yaklaşık üç saat süren öğretmen seminerleri (Ek 4) gerçekleştirilmiştir. Bu seminerlerde ilk olarak öğretmenlere araştırmanın amacı anlatılmış, ders imecesi modeli ve zihnin geometrik alışkanlıkları kavramsal çatısı tanıtılmıştır. Daha sonra öğretmenlerle geometrik düşünme üzerine tartışmalar yapılmış, geometri soruları çözülmüş, bu sorulara yönelik öğrenci düşüncelerini tahmin etmeleri istenerek öğretmenlerin tahminleri üzerine tartışılmıştır. Ayrıca daha önceden ortaokul öğrencilerine uygulanmış geometri problem çözümleri üzerinden geometrik düşünmenin bileşenlerini tahmin etme çalışmaları yapılarak öğrencilerin geometrik alışkanlıkları tartışılmıştır.

Öğretmen seminerlerinin sonunda öğretmenlere araştırmanın amacı ve ders imecesi çalışmalarının uygulanışı hakkında yeniden bilgilendirme yapılmış ve ardından ders imecesi çalışmalarına başlanmıştır. Bu aşamada ise öğretmenlerle sekiz hafta boyunca ders imecesi oturumları yapılmıştır. Bu oturumlarda öğretmenler 2012-2013 eğitim öğretim yılı ikinci döneminde ortaokul sekizinci sınıf matematik programında "geometrik cisimler" alt öğrenme alanında yer alan kazanımlara (Tablo 7) yönelik ders planlarını geliştirmiş, uygulamış ve değerlendirmişlerdir. Yapılan uygulamalar sekiz hafta devam etmiştir.

Tablo 7. Pilot Çalışmada Ele Alınan Kazanımlar Ve Pilot Çalışma Takvimi

Planlanan Ders İmecesi Uygulamaları Takvimi				
Hafta	*Planlama Toplantısı*	*Araştırma Dersi*	*Tartışma Toplantısı*	*Kazanım*
1	03.04.2013	05.04.2013	05.04.2013	** Prizmayı inşa eder, temel elemanlarını belirler ve yüzey açınımını çizer.*
2	10.04.2013	12.04.2013	12.04.2013	** Dik Prizmaların yüzey alanı bağıntılarını oluşturur.* ** Dik prizmaların hacim bağıntılarını oluşturur.*
3	17.04.2013	19.04.2013	19.04.2013	** Piramidi inşa eder, temel elemanlarını belirler ve yüzey açınımını çizer.*
4	24.04.2013	26.04.2013	26.04.2013	** Dik piramidin yüzey alanı bağıntısını oluşturur.* ** Dik piramidin hacim bağıntısını oluşturur.*
5	01.05.2013	03.05.2013	03.05.2013	** Koninin temel elemanlarını belirler, inşa eder ve yüzey açınımını çizer.*
6	08.05.2013	10.05.2013	10.05.2013	** Dik Dairesel koninin yüzey alanının bağıntısını oluşturur.* ** Dik Dairesel koninin hacim bağıntısını oluşturur.*
7	15.05.2013	17.05.2013	17.05.2013	** Kürenin temel elemanlarını belirler, inşa eder.*
8	22.05.2013	24.05.2013	24.05.2013	** Kürenin yüzey alanı bağıntısını oluşturur.* ** Kürenin hacim bağıntısını oluşturur.*

Araştırma sürecinde tüm seminer ve uygulamalar video kameralarla kayıt altına alınmış ve bu kayıtlar veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Ayrıca sınıf uygulamalarında öğretmenlerin düzenli not tutulabilmesi için araştırmacı tarafından kuramsal çerçevede ele alınan bileşenlere dayalı bir gözlem formu oluşturularak öğretmenlere verilmiştir (Ek 5). Aynı zamanda araştırmacı tarafından da alan notları tutulmuştur.

Pilot çalışma boyunca öğretmen seminerinde yapılan tüm etkinliklerin çalışıp çalışmadığı kontrol edilmiş ve aksayan yönler geliştirilmiştir. Ayrıca araştırmada öğretmenlerle yapılan çalışmalar araştırmacı ve bir matematik eğitimi alan uzmanı tarafından izlenmiş ve araştırma için önem taşıyan kısımların dökümleri yapılmıştır. Pilot çalışmadan elde edilen verilerin analizi kuramsal çerçeveye dayalı olarak uygulama devam ederken (ongoing analysis) ve uygulama bittikten sonra yapılan geriye dönük analizler (retrospective analysis) yapılarak tamamlanmıştır.

Pilot çalışma sonucunda öğretmenlerin, yapılan ders imecesinin planlama, araştırma dersi ve tartışma aşamalarında birbirlerinin geometrik düşünmelerinin gelişimine katkı sağladıkları görülmüştür. Ayrıca ders imecesi modelinin öğretmenlere geometri öğretiminde farklı bakış açılarını görme imkanı sağladığı da belirlenmiştir.

Araştırma sürecinde öğretmenlerin giderek daha güçlü geometrik ilişkiler kurduğu ve geometrik düşünmelerinin geliştiği görülmüştür.

Pilot çalışma sonrasında geometrik düşünme bağlamında asıl uygulama için önem taşıyan kısımların üzerine iki matematik eğitimcisinin görüşleri alınmış ve bu görüşlere dayalı olarak, asıl uygulamada ders imecelerinin tamamlanmasından sonra öğretmenlerin geometrik düşünmelerindeki gelişimin bireysel derslerine yansıyıp yansımadığını gözlemlemek amacıyla kendi okullarında gözlem yapılması kararı alınmıştır.

Asıl Uygulama

Araştırmada öğretmenlerin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi için yapılan çalışmalar pilot çalışmada olduğu gibi iki aşamadan oluşmaktadır. Ayrıca bu sürecin sonunda öğretmenlerin geometrik düşünmelerindeki gelişimin öğretimlerine etkilerini gözlemlemek için öğretmenlerin kendi okullarında bireysel olarak hazırladıkları dersler gözlemlenmiştir.

Araştırmanın uygulamalarının ilk aşamasında yapılan öğretmen seminerlerinde öğretmenlere öncelikle ders imecesi modeli ve zihnin geometrik alışkanlıkları kavramsal çerçevesi tanıtılmıştır. Ardından katılımcılarla geometrik düşünme ve geometrik düşünmenin geliştirilmesi üzerine tartışmalar yapılmış, geometri soruları çözülmüş, bu sorulara yönelik olası öğrenci cevapları tartışılmıştır. Ayrıca daha önceden ortaokul öğrencilerine uygulanmış geometri soru çözümleri üzerinden geometrik düşünmenin gelişimi üzerine tartışmalar da gerçekleştirilmiştir. Araştırma kapsamında yapılan öğretmen seminerlerinden sonra öğretmenlere araştırmanın amacı ve ders imecesi çalışmalarının uygulanışı hakkında yeniden bilgilendirme yapılarak ders imecesi uygulamalarına geçilmiştir.

Ders imecesi uygulamalarında öğretmenlerden 2013-2014 akademik yılı güz ve bahar döneminde ortaokul sekizinci sınıf matematik programı geometri öğrenme alanında bulunan "üçgenler" ve "üçgenlerde ölçme" (Tablo 8) alt öğrenme alanında yer alan kazanımlara yönelik çalışmaları Aydın Milli Eğitim Müdürlüğü tarafından okullara gönderilen çalışma takvimine paralel olarak gerçekleştirmeleri istenmiştir.

Tablo 8. 2013-2014 Öğretim Yılı I. Dönem Geometri Öğrenme Alanı "Üçgenler" Alt Öğrenme Alanı Kazanımlarına Yönelik Çalışma Takvimi

SÜRE			ÖĞRENME ALANI	ALT ÖĞRENME ALANI	KAZANIMLAR
AY	HAFTA	D. Saat			
ARALIK	4	4	GEOMETRİ	Üçgenler	*1. Atatürk'ün Matematik alanında yaptığı çalışmaların önemini açıklar.* *2. Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğu arasındaki ilişkiyi belirler.*
OCAK	1	4	GEOMETRİ	Üçgenler	*3. Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açıların ölçüleri arasındaki ilişkiyi belirler.* *4. Yeterli sayıda elemanının ölçüleri verilen bir üçgeni çizer.*
	2	1	GEOMETRİ	Üçgenler	**I. DÖNEM ÜÇÜNCÜ SINAV**
	2	3	GEOMETRİ	Üçgenler	*5. Üçgende kenarortay, kenar orta dikme, açıortay ve yüksekliği inşa eder.* *6. Üçgende eşlik şartlarını açıklar.*
	3	4	GEOMETRİ	Üçgenler	*7. Üçgende benzerlik şartlarını açıklar.* *8. Pythagoras (Pisagor) bağıntısını oluşturur.*
ŞUBAT	2	4	GEOMETRİ	Üçgenlerde Ölçme	*1.Üçgenlerde benzerlik şartlarını problemlerde uygular.* *2.Pythagoras (Pisagor) bağıntısını problemlerde uygular.*

Ders İmeceleri

Ders imecelerine başlanmadan önce çalışma takviminin belirlenmesi sürecinde modelin döngüsel yapısı ve öğretmenlerin görev yaptıkları okullarda uymak zorunda oldukları ders programları göz önüne alınmıştır. Araştırmacı tarafından dönemin başında katılımcı öğretmenlerden ders programları alınmış, ardından uygulama okulu idarecileri ile görüşülerek uygulama yapılacak olan sınıfın ders programı öğretmenlerin araştırma dersini gözlemlemeye gelebilecekleri gün ve saate uygun şekilde ayarlanmıştır. Ayrıca modelin yapısı gereği öğretmenlerin planlamada aldıkları kararlardan sonra araştırma dersinin verimli geçmemesi halinde yeni bir sınıfta uygulama yapılabilmesi için öğretmenlerin boş ders saatlerinin olduğu bir zaman dilimine de uygulama okulundaki sekizinci sınıflardan bir şubenin daha matematik dersi yerleştirilmiştir.

Çalışma takviminde (Tablo 9) görüldüğü şekilde öğretmenler 2013-2014 öğretim yılı birinci döneminde Çarşamba ve Perşembe günleri, ikinci dönemi ise ilk hafta Salı ve Perşembe günleri daha sonraki hafta ise öğretmenlerden birinin ders programı değişmesi dolayısıyla Cuma ve Pazartesi günleri uygulama okuluna gitmişlerdir. Modelin diğer aşamalarında bulunan planlama ve tartışma toplantıları ise bu ders programına uygun olacak şekilde diğer günlere yayılarak gerçekleştirilmiştir. Öğretmenler araştırma dersinin tekrarı veya devamına ihtiyaç duydukları haftalarda dört kez bir araya gelerek ders imecesinin gerekliliklerini yerine getirmişlerdir.

Öğretmenlerin ders imecesi sürecinde yaptığı çalışmalar ve aldıkları kararlar doğrultusunda birinci, ikinci, beşinci, altıncı ve yedinci ders imecelerinin yapısı planlama toplantısı, araştırma dersi ve tartışma toplantısı olmak üzere 3 aşamalı gerçekleştirilmiştir. Üçüncü ve dördüncü ders imecelerinde ise öğretmenler planlama toplantısı, araştırma dersi ve tartışma toplantısından sonra planlanan konuların yetişmemesi üzerine imecenin devamı niteliğindeki araştırma dersini ve bu dersin tartışma toplantısını gerçekleştirme ihtiyacı duymuşlardır. Her bir ders imecesinin içeriği öğretmenlerin geometrik alışkanlıklarının gelişiminin ortaya konulması için bulgular bölümünde verilmiştir.

Öğretmenlerin Bireysel Derslerinde Yapılan Gözlemler

Araştırmanın pilot çalışma sonrasında alınan karar doğrultusunda, asıl uygulamada ders imecelerinin tamamlanmasından yaklaşık iki ay sonra öğretmenlerin geometrik düşünmelerindeki gelişimin derslerine yansımalarının gözlemlenebilmesi için öğretmenlerin kendi çalıştıkları okullara gidilerek 2 hafta gözlem yapılmıştır.

Tablo 9. Ders İmecesi Çalışma Takvimi

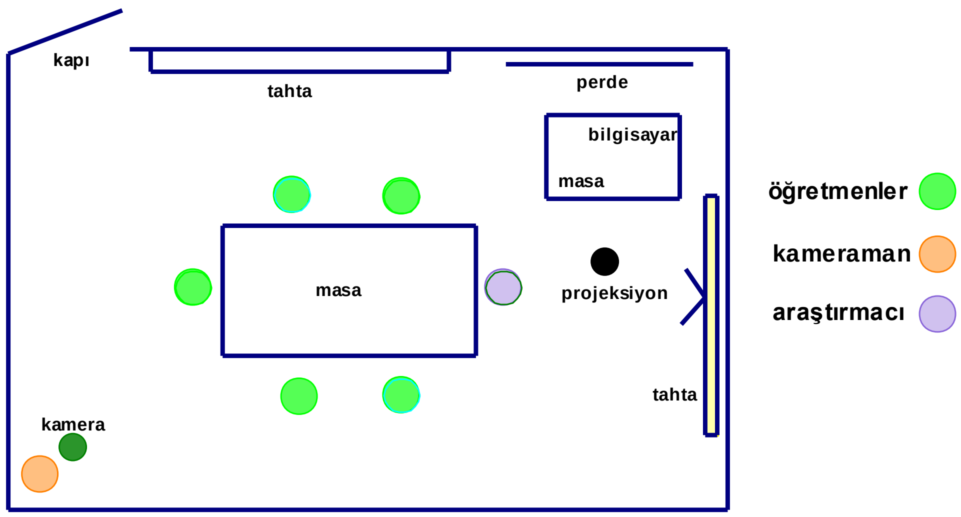
AY	HAFTA	D. SAAT	ÖĞRENME ALANI	ALT ÖĞRENME ALANI	Kazanımlar	No	Öğretmen	Planlama	Arş. Dersi	Değerlendirme	Arş. Dersi	Değerlendirme
ARALIK	4	2	Geometri	Üçgenler	1. Atatürk'ün Matematik alanında yaptığı çalışmaların önemini açıklar. 2. Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğu arasındaki ilişkiyi belirler.	*İmece 1*	T	23.12.2013	25.12.2013	25.12.2013		
OCAK	1	2			*Yeni Yıl Tatili*							
		2	Geometri	Üçgenler	3. Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açıların ölçüleri arasındaki ilişkiyi belirler. 4. Yeterli sayıda elemanının ölçüleri verilen bir üçgeni çizer.	*İmece 2*	S	30.12.2013	02.01.2014	06.01.2014		
	2	2	Geometri	Üçgenler	5. Üçgende kenarortay, kenar orta dikme, açıortay ve yüksekliği inşa eder.	*İmece 3*	Ö	06.01.2014	08.01.2014	08.01.2014		
		2	Geometri	Üçgenler			M			08.01.2014	09.01.2014	13.01.2014
	3	4	Geometri	Üçgenler	I. DÖNEM III. YAZILI							
	4	2	Geometri	Üçgenler	6. Üçgende eşlik şartlarını açıklar. 7. Üçgende benzerlik şartlarını açıklar.	*İmece 4*	A	20.01.2014	22.01.2014	23.01.2014		
							T (II)				23.01.2014	10.02.2014
ŞUBAT	**2**	2	Geometri	Üçgenler	8. Pythagoras (Pisagor) bağıntısını oluşturur.	*İmece 5*	M (II)	12.02.2014	13.02.2014	17.02.2014		
	3	2	Geometri	Üçgenlerde Ölçme	1. Pythagoras (Pisagor) bağıntısını problemlerde uygular.	*İmece 6*	Ö (II)	17.02.2014	18.02.2014	24.02.2014		
	3	2	Geometri	Üçgenlerde Ölçme	2. Üçgenlerde benzerlik şartlarını problemlerde uygular.	*İmece 7*	S (II)	19.02.2014	20.02.2014	24.02.2014		

Ortam

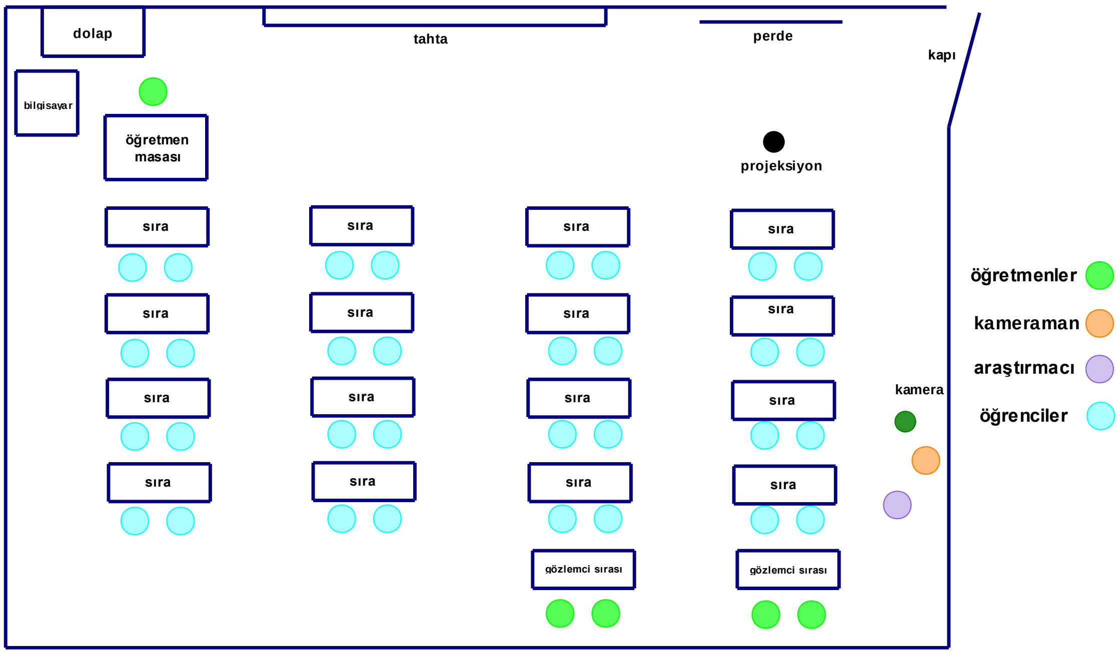
Araştırma sürecinde öğretmenler öğretmen seminerleri ile ders imecesinin planlama ve tartışma toplantılarını araştırmacının çalıştığı fakülteye giderek gerçekleştirmişlerdir.

Araştırmacı tarafından hazırlanan sınıfta biri taşınabilir olmak üzere iki adet beyaz tahta, çeşitli geometri yazılımlarının yüklü olduğu bir bilgisayar ve buna bağlı projeksiyon bulunmaktadır. Ayrıca öğretmenlerin seminer sürecinde ve ders imecesi toplantılarında kullanmaları için geometri dersine yönelik araç-gereçler (pergel, cetvel, açıölçer, geometri çubukları, birimküpler, tangram vs.) ve etkinlik hazırlama sürecinde kullanılabilecek diğer malzemeler (kağıt, makas, karton ve yapıştırıcı gibi) bulunmaktadır. Öğretmenlerin bu sınıfta dikdörtgen bir masada birbirlerini rahatlıkla görebilecek ve grup çalışmasını rahatlıkla yapabilecekleri bir konumda oturarak çalışmalarını yapmaları sağlanmıştır. Bu sınıfın yerleşim düzeni aşağıdaki şekilde (Şekil 9) verilmiştir.

Araştırma derslerinin yapıldığı uygulama okulunda ise sınıfın doğal ortamı bozulmaması göz önünde bulundurularak sınıftaki sıraların en arkasına fazladan iki sıra eklenmiş ve öğretmenlerin sınıf içi uygulamaları buradan izlemesi sağlanmıştır. Uygulamanın yapıldığı sınıfta bir adet bilgisayar ve buna bağlı bir projeksiyon bulunmaktadır. Araştırmacı tarafından ders imeceleri öncesinde bu sınıfta yapılacak uygulamalarda öğretmenlerin ihtiyaç duyabileceği geometri dersine yönelik araç-gereçler alınmıştır. Araştırma dersinin yapıldığı sınıfın yerleşim düzeni aşağıdaki şekilde (Şekil 10) verilmiştir.



Şekil 9. Planlama ve Tartışma Toplantılarının Yapıldığı Fakültedeki Sınıf Ortamı



Şekil 10. Uygulama Sınıfı

Ders imecesi uygulamalarından önce, öğrencilerin derslerinde video kamera ile çekim yapılmasına alışabilmesi için 4 ders saati uygulama sınıfında Öğretmen T'nin dersleri kameraya çekilmiştir.

Araştırmacı

Araştırmacı 2007 yılında Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği lisans programından mezun olmuştur. Aynı yıl Dokuz Eylül

Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi programında yüksek lisansa başlamış ve 2009 yılında yüksek lisansını tamamlamıştır. Aynı yıl Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi ABD'da araştırma görevlisi olarak çalışmaya başlamıştır. 2010 yılında Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne bağlı Matematik Eğitimi doktora programında doktora öğrenimine başlayan araştırmacı ders aşaması boyunca *"Nitel Araştırma Yöntemleri", "Matematik Öğretimi", "Matematik Eğitiminde Modeller ve Modelleme", "İlköğretim Geometri Öğretiminde Kullanılan Dinamik Geometri Yazılımları", "Bilim Etiği", "Matematik Eğitiminde Araştırma", "Ortaöğretim Geometri Öğretiminde Kullanılan Dinamik Geometri Yazılımları", "Matematiksel Kanıt" ve "Seminer"* derslerini almıştır. Halen Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak görev yapmaktadır.

Verilerin Toplanması

Bu araştırmada veriler, araştırma kapsamında yapılan öğretmen seminerlerine ve ders imecesi uygulamalarına ait video kayıtları (ve bunların dökümleri), araştırmacı alan notları, öğretmen gözlem formu, araştırmacı günlüğü, öğretmen günlükleri ile toplanmıştır.

Bu araştırmada *görüşme, gözlem, doküman incelemesinden* yararlanılarak veri toplama yöntemi bakımından veri çeşitlemesi yapılmıştır.

Video Kayıtları

Araştırmada öğretmenlerle birlikte gerçekleştirilen ders imecesi planlama toplantıları, araştırma dersleri, tartışma toplantıları ve ders imecesi çalışmalarından yaklaşık iki ay sonra öğretmenlerin bireysel olarak gerçekleştirdikleri dersler video kamera ile kayıt altına alınmıştır.

Bu kayıtların araştırma için önem taşıyan kısımları verilerin analizi başlığında verilen model çerçevesinde tespit edilmiş ve transkripsiyonları yapılarak analize hazırlanmıştır. Araştırmada elde edilen video kayıtları araştırmanın temel veri kaynağını oluşturmaktadır.

Gözlem Formu

Ders imecesi modelinin doğası gereği öğretmenler planladıkları araştırma dersini gerçek sınıf ortamında tüm ekiple birlikte tartışma toplantısında analiz etmek üzere gözlemlerler. Araştırmada öğretmenlerin gerçekleştirdiği araştırma dersleri esnasında geometrik düşünmeye odaklanarak gözlem yapabilmeleri ve bu gözlemlerinden elde ettikleri verileri tartışma oturumuna eksiksiz yansıtabilmeleri için araştırmacı tarafından kavramsal çerçeveyi yansıtan bir gözlem formu oluşturulmuştur (Ek 5). Bu gözlem formunda araştırmada ele alınan kavramsal çerçeve olan Zihnin Geometrik Alışkanlıkları modelinin bileşenleri ve alt bileşenleri yer almaktadır.

Bu form araştırmacı dışında iki matematik eğitimcisi tarafından incelenmiş ve pilot çalışma sürecinde yapılan ders imecelerinde de bu gözlem formu kullanılmıştır. Pilot çalışmanın sonunda formda kullanılan dilin açık ve anlaşılır olduğu saptanarak iç geçerliği sağlanmıştır.

Öğretmenlerden bu gözlem formundaki her bir hücreye o alt bileşene ait gözlemlerini ve problem ve etkinliklerde hangi gerekçeyle bu bileşeni tespit ettiklerini yazmaları istenmiştir. Bu formlardan elde edilen veriler video kayıtlarından elde edilen verileri doğrulamak amacıyla kullanılmıştır.

Alan Notları

Araştırmada ders imecesi kapsamında gerçekleştirilen araştırma derslerinde ve öğretmenlerin bireysel derslerinde dersin planlanması, ana hatları ve öğretmenlerin kullandıkları soruları kaydetmek amacıyla araştırmacı tarafından alan notları alınmıştır. Bu notlar video kayıtlarından elde edilen verileri desteklemek amacıyla kullanılmıştır.

Öğretmenlerin Yansıtıcı Raporları (Final Reports)

Ders imecesi modelinde öğretmenler dersi tamamladıktan sonra yapılanları ve gelecekteki uygulayıcılar için yapılması/yapılmaması gereken durumları, önerilerini bir rapor haline getirirler. Bu rapora yansıtıcı rapor veya sonuç raporu (final report) da denilmektedir. Bu raporlar sayesinde öğretmenlerin görüşleri ve revizyon kararları araştırmacı için daha gözlenebilir hale gelmiştir. Bu raporlardan beşinci ders imecesinin öğretmen tarafından hazırlanan ve Öğretmen M tarafından yazılan sonuç raporu Ek 6'da görülmektedir.

Günlükler

Araştırmada her bir planlama ve tartışma toplantısından kazanımlarını ve eksik kaldıkları yönleri yazmaları için her bir öğretmene bir günlük verilerek gelişimin takip edilmesi sağlanmıştır. Ayrıca araştırmacı tarafından da araştırmacı günlüğü tutularak çalışma için önem taşıyan notların düzenli bir şekilde toplanması sağlanmıştır. Bu günlükler de araştırmada destekleyici veri kaynağı olarak kullanılmıştır.

Görüşme Kayıtları

Araştırmada öğretmenlerle ders imecesi sürecinde her bir araştırma dersi ardından ve öğretmenlerin ders imecesi sürecinden 2 ay sonra gözlemlenen bireysel derslerinin ardından yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılarak, diğer kaynaklarla elde edilen verilerin doğrulanması sağlanmaya çalışılmıştır. Görüşmeler hem ses hem kamera kaydına alınmıştır. Bu görüşmelerde öğretmenlere araştırma dersinin/bireysel işlediği derslerin amacına ulaşıp ulaşmadığı, nelerin yolunda gittiği, nelerin planlandığı gibi gelişmediği, hangi geometrik alışkanlıkları desteklemeye çalıştığı, ders sürecinde hangi geometrik alışkanlıkların ortaya çıktığını gözlemlediği ve revize edilmesi gereken noktaları olup olmadığı sorulmuştur. Görüşmelerde kullanılan başlıca sorular Ek 7'de verilmiştir.

Verilerin Analizi

Araştırmada öğretmenlerin ders imecesi sürecinde yaptıkları toplantılar ve araştırma dersleri ile ders imecesi sürecinden sonra yaptıkları dersler video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Verilerin analizinde Powell, Francisco ve Maher (2003) tarafından eğitim bilimciler ve özelde matematik eğitimcilerinin kullanımına yönelik geliştirilmiş yedi aşamalı video analizi modeli kullanılmıştır (Şekil 11).

Bu araştırmadan elde edilen verilerin analizi uygulama devam ederken yapılan analizler ve uygulama bittikten sonra yapılan geriye dönük analizler olmak üzere 2 aşamada gerçekleştirilmiştir. Analiz sürecinde geriye dönük/geçmişe yönelik analiz (retrospective analysis) ve devam eden (ongoing analysis) süreci ve model geliştirme (model building) süreci bulunmaktadır (Steffe ve Thompson, 2000; Cobb, 2000; Simon, 2000).

Devam eden analizler bireylerle birlikte hazırlıksız ve planlanmış müdahalelere, ek bilgi elde etmeyi sağlayan etkileşimlere, hipotezleri test etmeye ve ileriye dönük gelişimi desteklemeye temel oluşturur (Simon, 2000). Bu analizin anahtar bileşeni bireylerin bilgisinin, hareketlerinin ve yapısının araştırmacı tarafından yapılmış modelinin geliştirilmesi ve değiştirilmesidir (Simon, 2000). Gelecekteki uygulamalar hakkında karar vermeye rehberlik eder ve araştırmacıların hipotezleri ve varsayımlarının düzenlemesini ve gelişimini kolaylaştırır (Molina, Castro ve Castro, 2007).

Şekil 11. Video Analizi Modelinin Aşamaları

Geriye dönük analiz ise verilerin büyük bir kısmının (ya o zamana kadarki tüm öğretim deneyinin ya da analizin yararlı bir parçası olarak düşünülen bu verilerin bir alt kümesinin) yeniden incelenmesini içerir (Simon, 2000). Bu analiz tüm ilgili kayıtların dikkatlice yapılandırılmış bir şekilde gözden geçirilmesini içerir. Bu analizin amacı matematiksel gelişimin açıklayıcı bir modelini geliştirmeye devam etmektir (Simon, 2000). Ayrıca araştırmacıların varsayımlarının gelişiminin ve sınıf uygulamaları boyunca bireylerin davranışlarının, düşüncelerinin ve performanslarının gelişiminin kayıtlarının oluşumuna rehberlik eder (Molina, Castro ve Castro, 2007).

Verilerin 2 aşamalı analizi gerçekleştirildikten sonra her bir toplantıya ait model oluşturularak süreç modellenmiştir. Verilerin analizinin geçerliği ve güvenirliğini sağlamak amacıyla araştırmacı çeşitlemesine gidilerek iki ayrı matematik eğitimi alan uzmanı tarafından veriler analiz edilmiş, bu yolla araştırmanın dış geçerliği sağlanmıştır.

Yapılan ders imecelerinde öğretmenlerle birlikte gerçekleştirilen toplantılar esnasında çeşitli (videolar, alan notları, öğretmen gözlem notları, öğretmen günlükleri ve ders imecesi yansıtıcı raporları) veri kaynaklarından elde edilen veriler öğretmenlerin geometrik düşünmelerindeki gelişimi ortaya koymak için Zihnin geometrik alışkanlıkları (ZGA) teorik çatısı çerçevesinde analiz edilmiştir.

ZGA çerçevesi 4 temek geometrik alışkanlıktan oluşmaktadır; ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma.

Bu 4 zihinsel alışkanlıklardan oluşan çerçeve ve her bir basamağına ait göstergeler Tablo 10’da özetlenmiştir.

Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmanda, nicel araştırmada kullanılan geçerlik ve güvenirliği yerine bazı kavramlar vardır. Bunlar iç geçerlik yerine inandırıcılık, dış geçerlik yerine aktarılabilirlik, iç güvenirlik yerine tutarlık, dış güvenirlik yerine teyit edilebilirlik kavramları nitel araştırmalarda tercih edilmektedir.

Araştırmanın inandırıcılığı için katılımcılarla uzun süreli etkileşim sağlanmış ve farklı veri toplama araçları ile çeşitleme (triangulation) yapılmıştır. Öğretmenlerin tartışma toplantısında ifade ettikleri geometrik alışkanlıkları gözlem notlarından kontrol etme yoluyla elde edilen verinin inandırıcılığı arttırılmıştır.

Araştırmada verinin doğasına sadık kalınarak ayrıntılı betimlemeler ve doğrudan alıntılarla aktarlabilirlik sağlanmıştır. Araştırma tutarlık ve teyit incelemesinin sağlanması için farklı iki matematik eğitimcisi tarafından veriler ve kodlamalar incelenmiştir. Ayrıca kullanılan etkinlikler için alan uzmanı görüşü alınmış, süreçte yapılan uygulamaların tamamı video kaydına alınmıştır.

Tablo 10. Verilerin analizinde kullanılan ZGA Teorik Çerçevesinin Özeti

	Tanım	*ZGA'yı Tanıma*
İLİŞKİLENDİRME	Geometrik şekillerde ve geometrik şekiller arasında etkin olarak geometrik bir ilişki (örneğin eşlik ve benzerlik) arama Bu ilişkiler • Farklı şekiller arasında • Bir şeklin parçaları ve bütünü arasında • Kavramlar (örneğin alan ve çevre) arasında olabilir.	İçsel Sorular • *Bu şekiller birbirine nasıl benzer?* • *Kaç farklı yolla birbirlerine benzerler?* • *Bu şekiller nasıl birbirinden farklıdır?* • *Bu nesneyi diğerine benzetmek için ne yapmalıydım?* Göstergeler • *Bir şekil kümesi tarafından paylaşılan özellikleri isimlendirme* • *Büyük bir şeklin içinde şekiller oluşturma* • *Simetri yoluyla neden açıklama*
GENELLEME	Geometrik kavramlar ve işlemlerle ilgili *çoğu zaman* ve *her zaman* ifadelerini anlama ve açıklamayı isteme. Aşağıdaki aşamalar doğrultusunda gelişimi genelleme • "çoğunlukla", "her" ve "kaç durumda" ifadelerine ilişkin varsayımlar oluşturur • Bu varsayımları test eder • Bu varsayımlar hakkında sonuç çıkarır • Bu sonucu destekleyecek ikna edici bir savunma oluşturur.	İçsel Sorular • *Bu durum her zaman geçerli mi?* • *Bu durum neden her zaman geçerli?* • *Bunun geçerli olmadığı durumlar bulabilir miyim?* • *Bu diğer boyutlara uygulanabilir mi?* Göstergeler • *Bir çözümü diğer bir çözümü elde etmek için kullanır (örneğin simetri alma ile)* • *Problemin içeriği değiştiğinde ne olacağını tahmin eder* • *Bir şeklin tüm sınıfı için geçerli olmayan kuralı tahmin eder*
DEĞİŞMEZLERİ ARAŞTIRMA	Bir geometrik şeklin hangi özelliklerinin bir dönüşümden (örneğin yansıma, öteleme, parçalara ayırma gibi) etkilendiğini analiz etme Değişmezler diğer şeyler değişse bile sabit olarak kalırlar; bir dönüşüm sırasında sabit olabilen bir şeklin özellikleri: • Oryantasyon/yönelim • Konum • Alan, çevre ve hacim • Kenar uzunlukları ya da kenar uzunluklarının oranı • Açılar	İçsel Sorular • *O buradan oraya nasıl gitti?* • *Neler değişti? Neden?* • *Neler aynı kaldı? Neden?* Göstergeler • *Sormadan dönüşümleri gerçekleştirme* • *Dönüşüm uygularken aykırı durumları göz önünde bulundurma* • *Dönüşüm esnasında tüm özelliklerin değişmediğini fark eder*
KEŞİF VE YANSITMA	Birçok yaklaşımı (çoğunlukla önerilen bir hipotezin sonucu olarak seçilmiş olan) deneme ve öğrenilen şeyler üzerinde düşünmek için düzenli olarak geriye dönme • Muhtemelen hipotezlerle desteklenen keşfetme süreci ile • Bu keşif sonucunda öğrenilen şeyleri yansıtma arasında bir denge olması önemlidir.	İçsel Sorular • *Eğer şekil çizersem, bir şekil ekler ya da çıkarırsam, sonuçtan yola çıkarak başa doğru çalışırsam vs. ne olur?* • *Bu eylem bana ne ifade ediyor?* Göstergeler • *Keşfettiği şeye rehberlik etmesi için bir savunma, tanım ya da hipotez kullanma,* • *Belirli aralıklarla bir hipotezin önemini değerlendirme,* • *Bir hipotezde değişiklik yapar ya da yeni bir hipotez oluşturur.*

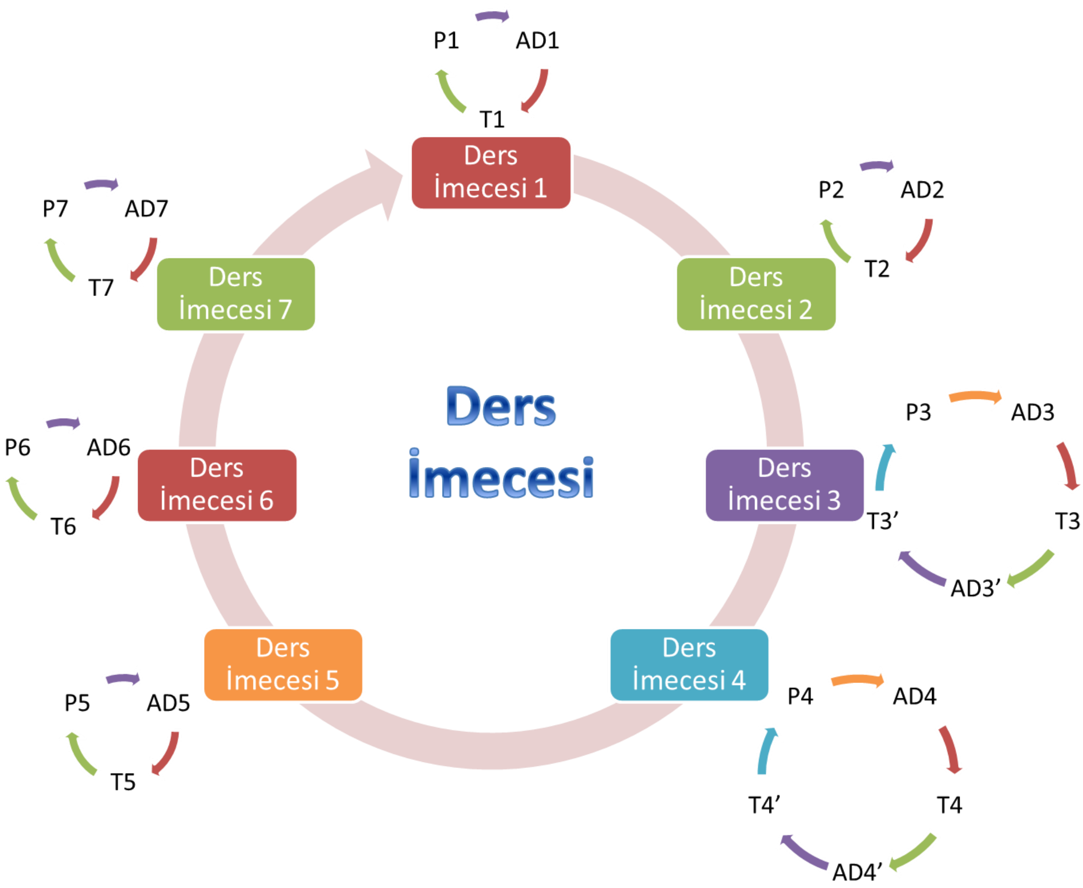
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın bulguları ders imecesi döngülerinde öğretmenlerin geometrik alışkanlıklarının desteklenmesine dayalı bulgular ve her bir öğretmenin geometrik düşünmesinin gelişimine ilişkin bulgular olmak üzere iki ana başlıkta sunulmaktadır. Birinci bölümde her bir ders imecesi döngüsünde öğretmenlerin birbirlerinin geometrik düşünmelerine olan katkıları planlama toplantısı, araştırma dersi ve tartışma toplantısı başlıkları altında açıklanmıştır. İkinci bölümde ise araştırma sürecinde ve sonrasında öğretmenlerin geometrik düşünmelerinin gelişimi geometrik alışkanlıkları çerçevesinde sunulmuştur.

DERS İMECELERİNDE ÖĞRETMENLERİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARININ DESTEKLENMESİNE DAYALI BULGULAR

Araştırmanın birinci alt problemi ortaokul matematik öğretmenlerinin ders imecesi modeli ile geometri derslerini planlama, uygulama ve tartışma sürecinde geometrik düşünmelerinin gelişimini ortaya koymaktır. Birinci, ikinci, beşinci, altıncı ve yedinci ders imeceleri planlama, araştırma dersi ve tartışma aşamasından oluşmaktadır. Üçüncü ve dördüncü ders imecelerinde ise ders imecesi ekibi planlama, araştırma dersi ve tartışma aşamasından sonra imecenin devamı niteliğindeki yeni bir araştırma dersini ve tartışma toplantısını gerçekleştirme ihtiyacı duymuşlardır. Araştırma sürecinde her bir ders imecesinin hangi aşamalardan oluştuğu Şekil 12’de görülmektedir. Araştırmanın bu bölümünde bulgular bu başlıkları takip edecek şekilde sunulacaktır.

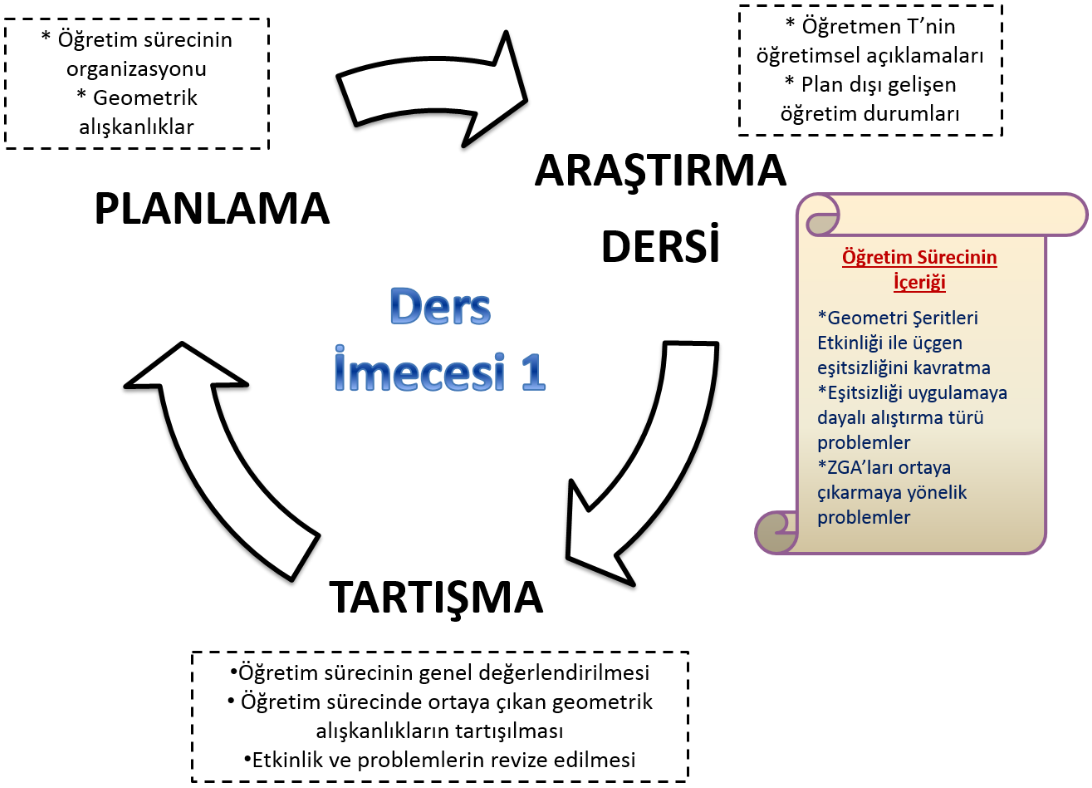


Şekil 12. Ders İmecesi Araştırma Süreci

(P: Planlama Toplantısı, AD: Araştırma Dersi, T: Tartışma Toplantısı, AD': Araştırma Dersinin Devamı, T': Tartışma Toplantısının Devamı)

Ders İmecesi 1

Birinci ders imecesi planlama aşaması, araştırma dersi ve tartışma aşamasından oluşmaktadır (Şekil 13). Bu aşamalardan ilkinde öğretmenlerin öğretim sürecini nasıl ve hangi geometrik alışkanlıkları destekleyecek şekilde planladıkları ifade edilmiştir. Ardından Öğretmen T'nin işlediği araştırma dersi süreci ayrıntılı bir şekilde betimlenerek, ders sürecinde öğretmenin yaptığı öğretimsel açıklamalar ve plan dışı (spontane) gelişen öğretim durumları vurgulanmıştır. Son olarak, tartışma oturumu irdelenerek, öğretim süreci ve bu esnada ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar ve ayrıca öğretmenlerin birinci ders imecesine ait planlamalarını revize ettiği noktalar açıklanmıştır.

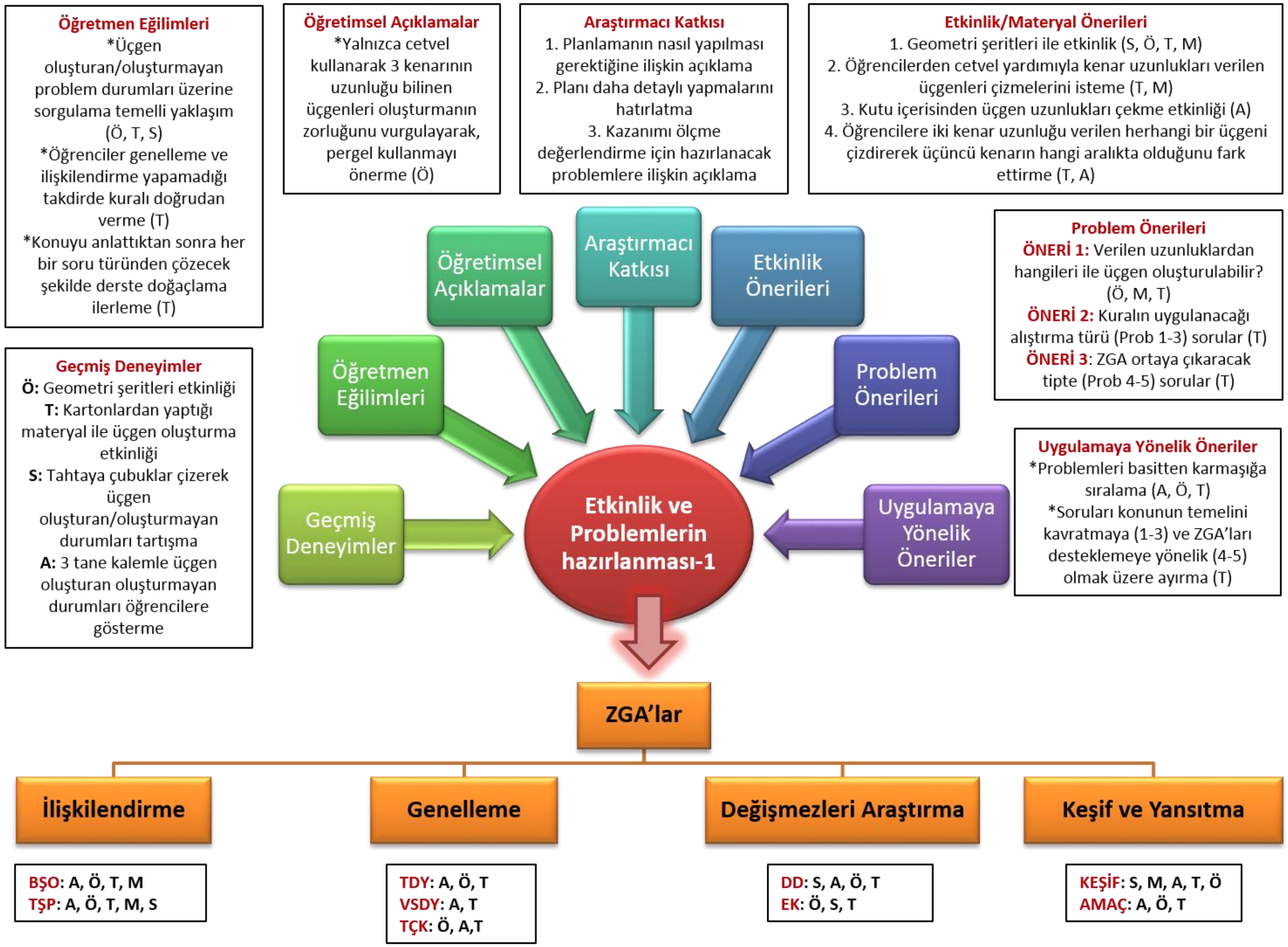


Şekil 13. Birinci Ders İmecesine Ait Organizasyon Şeması

Ders İmecesi 1 - Planlama Toplantısı

Birinci ders imecesinin planlama aşamasında ders imecesi ekibi tarafından Öğretmen T'nin anlatacağı dersin planlaması yapılmıştır. Öğretmenlerin "Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğu arasındaki ilişkiyi belirler." kazanımına yönelik dersi nasıl planladıklarına ilişkin organizasyon şeması Şekil 14'te sunulmuştur.

Öğretmenler planlama aşamasında öncelikle araştırmacının sorusu üzerine geçmiş yıllarda konuyu nasıl anlattıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen Ö derslerinde üçgen eşitsizliğini anlatmak için geometri şeritlerinden yararlandığını ve hangi renkteki şeritlerin üçgen oluşturup oluşturmayacağını öğrencilere sorduğunu ifade ederek dersinde sorgulama temelli bir tartışma ortamı hazırladığını belirtmiştir.



Şekil 14. Birinci Ders İmecesinin Planlama Aşamasına İlişkin Organizasyon Şeması

Benzer bir yaklaşımla Öğretmen T kartondan farklı uzunluklarda çubuklar oluşturduğunu ve öğrencilere üçgen oluşturan ve oluşturmayan uzunlukları bu çubuklarla göstererek dersini soru-cevap yöntemi ile işlediğini belirtmiştir. Öğretmen A ise üç farklı boyda kalem kullanarak üçgen eşitsizliğini göstermeye çalıştığını ancak bu yolla toplam ve farkları göstermede zorlandığını ifade etmiştir. Öğretmen S de önceden bu konuyu anlatırken materyal kullanmadığını ve tahtaya öğrencilerin kolaylıkla üçgen oluşturmayacağını anlayabileceği boyda (eliyle birinin diğer ikisinin toplamından çok büyük olduğunu gösterir) çubuklar çizerek konuyu anlattığını ifade etmiştir. Öğretmenlerin geçmiş deneyimlerine bakıldığında Öğretmen Ö, T ve S'nin üçgen eşitsizliğini keşfettirmeye yönelik sorgulama temelli bir yaklaşım izlediklerini ifade ettikleri görülmüştür. Öğretmen A konu anlatımında kullandığı etkinlikten verim alamadığını belirtirken, Öğretmen M bu konudaki deneyimsizliğini vurgulamıştır.

Öğretmenler geçmiş deneyimlerini paylaştıktan sonra öğretim sürecinde kullanacakları etkinlik ve problemlerin tasarlanmasına geçmişlerdir. Öğretmen Ö, T ve S bu aşamada Ö'nün geometri şeritleriyle gerçekleştirdiği etkinliği kullanmaya karar vermişlerdir. Öğretmen T bu etkinliğe başlamadan önce öğrencilerden defterlerine cetvel yardımıyla kenar uzunlukları öğretmen tarafından verilen üçgeni çizmelerini istemeyi önermiştir. Öğretmen Ö bu noktada gruba yalnızca cetvel kullanarak kenar uzunlukları verilen üçgeni çizmenin çok zor olduğunu anlatmaya çalışmış, Öğretmen T durumun zorluğuna ikna olduğunu ifade ederek yine de öğrencilerin denemesini istediğini belirtmiştir. Öğretmenlerin etkinlikleri nasıl uygulayacakları konusunda hemfikir olmamaları üzerine araştırmacı öğretmenlerden daha detaylı plan yapmalarını istemiştir. Öğretmenler daha sonra öğrencilerin üçgen eşitsizliği genellemeleri ve keşfetmeleri için neler yapacaklarını tartışmışlar ve Öğretmen Ö etkinliği nasıl gerçekleştirebileceklerini şöyle ifade etmiştir:

> ***Ö:*** *Şimdi ben nasıl işliyorum dersi? İşte "Bunlarla üçgen oluşturabilir miyiz?", oluştururuz veya oluşturamayız, neyse cevap önemli değil. Sonra bağlıyorum birbirine, olmadığını görüyor. Sonra diyorum "Acaba bu ikisinin daha uzun olmasını istesek olur mu?" Çıkartıyorum bu ikisini buraya bağlıyorum. Şimdi ikisinin toplamı bundan uzun, yine olmadı üçgen. Demek ki ıı ola da bilir, olmaya da bilir. Veya başka örnekte de gösteriyorum, hani olabilecek bir*

örnekte. İşte olabilir bir örnek seçiyorum, hani ikisinin toplamı üçüncüden büyük olacak şekilde ayarlayıp, olabilir bir örneği veriyorum. "Her zaman olur mu?" diye soruyorum. Sonra tekrar eski örneği veriyorum. İkisinin toplamı üçüncüden büyük ama üçgen oluşmuyor. Demek ki belli bir yere kadar şeyim var, yani insiyatifim var, yani hepsinde olmuyor. "Alt sınır veya üst sınır nedir?" şeklinde. Sonra da işte farkı, şu farkı yakalamalarını istiyorum. Şimdi şu ikisi şu olur herhalde [üçgen oluşturabilecek uzunlukta geometri şeritlerini eline alıyor]. *Bunun farkını aldığın zaman, tabii burada gösteremiyorsun ama farkını aldığın zaman, bunun farkında* [üçgen oluşturan çubukları eline alarak] *üçüncü kenar farktan uzun, ama burada* [üçgen oluşturmayan çubukları eline alarak] *üçüncü kenar farktan kısa deyip sonra tahtaya çizip üçgeni...*

A: *Farktan kısa olduğu için zaten olmadığını.*

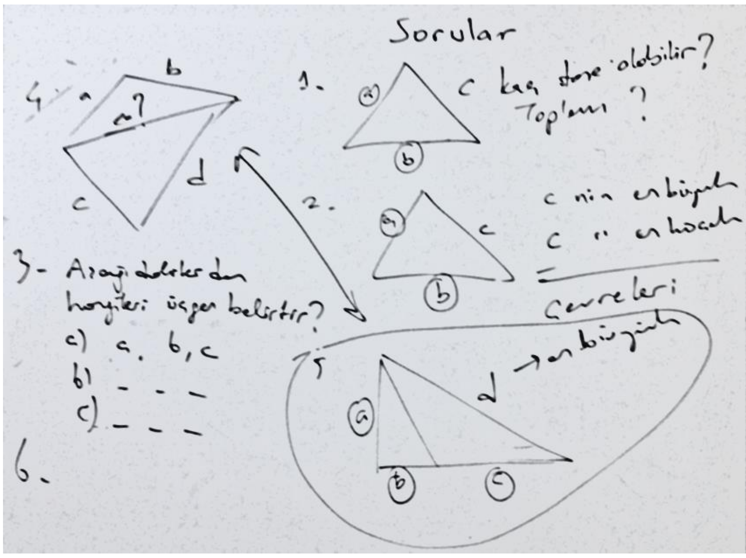
Ö: *Farktan işte büyük olmalı, demek ki. Ha "Eşit olursa olur mu?" onu da irdeliyorum.*

S: *O da çok gerekli.*

Ö: *Eşit olursa işte. Eşit olacak şekilde seçiyorum mesela şununla şunu* [üç geometri çubuğundan ikisinin farkı ile diğerinin uzunluğunu göstererek]. *Bununla değil de işte o arada ayarlarız artık onu. Eşit olduğu, eşit olmadığı zaman da olup olmadığını görüyorlar, ondan sonra tahtaya çiziyorum artık şu şu üçgen eşitsizliğidir diyorum…*

Birinci ders imecesinin planlama aşamasında öğretmenlerin tartıştıkları etkinliklerin geometrik alışkanlık potansiyelinin farkında olmadıkları görülmüştür. Bu nedenle bu etkinliklerin potansiyelleri araştırmacılar tarafından analiz edilerek sunulmuştur. Dolayısıyla geometri şeritleri ile üçgen oluşturma etkinliği "*bağımsız şekillere odaklanma"* ve "*tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma"* yoluyla ilişkilerle muhakeme yapma, "*tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama*" yoluyla geometrik fikirleri genelleme, "*dinamik düşünme" ve "etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* ve keşif ve yansıtma bileşeninin her iki boyutunu desteklemektedir.

Öğretmenler daha sonra öğretim sürecinde kullanacakları problemlerin tasarlanması üzerine çalışmaya başlamışlardır. Öğretmen M bu noktada Öğretmen T'nin önceden ifade etmiş olduğu öneriyi yeniden dile getirmiş ve kenar uzunlukları verilen üçgeni cetvel yardımıyla çizdirmeyi önermiştir. Öğretmen Ö bu noktada cetvelin yanı sıra pergel kullanmadan bu etkinliğin yapılamayacağını yeniden vurgulayınca, Öğretmen T etkinliği revize ederek iki kenarı verip üçüncü kenarı öğrencilerin istediği gibi seçerek üçgen oluşturmalarını istemeyi önermiştir. Ayrıca öğrencilerden gelen yanıtların belli bir aralıkta olacağına dikkat çekeceğini ifade etmiştir. Ardından Öğretmen Ö öğretim sürecinde kullanmak üzere "*Verilen uzunluklardan hangisi ile üçgen oluşturulabilir?"* şeklinde bir problem önermiş ve Öğretmen M, T ve A bu öneriyi kabul etmiştir. Öğretmen T ise üçgen eşitsizliğinin uygulanmasına yönelik vurguladığı üç problemi (Şekil 15 Problem 1, 2 ve 3) ve geometrik alışkanlıkların ortaya çıkarılmasına yönelik olduğunu vurguladığı iki problemi (Şekil 15'te problem 4 ve 5) tahtaya çizmiştir. Son olarak Öğretmen Ö, M ve A'nın da katkısı ile Öğretmen T problemleri basitten karmaşığa doğru sıralamıştır.



Şekil 15. Öğretmenlerin Planlama Aşamasında Hazırladıkları Sorular

Öğretim sürecinde kullanacakları problemleri tasarlandıktan sonra Öğretmen A'nın dersin zamanlamasını ayarlamaya yönelik uyarısı üzerine Öğretmen T konuyu anlatmadaki eğilimini şöyle ifade etmiştir:

***T**: Şimdi bana kalırsa birinci ders kural verilir. İkinci ders örnek çözülür.*

***Ö**: Şimdi bu tarz mı yapacağız? Yani kuralı, soruları verdiniz.*

***T**: Valla o son nokta o, son on dakikası o kuralı veririm ben. İlk yarım saat artık o arada ne yaparsak yaparız. Genelleme mi yapacağız ilişkilendirme mi yapacağız çizdireceğiz mi sildireceğiz mi ama son on dakikada kuralı veririm.*

Planlama sürecinde dikkat çeken bir diğer bulgu ise, Öğretmen T'nin problemleri tasarlarken üçgenin kenar uzunluklarını bilinmeyenlerle ifade etmesidir (Şekil 15). Öğretmen T planlama aşamasında tasarlanan problemde sayıların yazılmasının önemli olmadığını, öğrencinin öğretmenin vermek istediği mesajı almasının yeterli olacağını belirttiği görülmüştür. Ayrıca konuların öğretimindeki genel yaklaşımının konuyu anlattıktan sonra öğrencilere her problem türünden bir tane çözerek ilerlemek olduğunu belirtmiştir. Öğretmen T hazırladıkları sorulardan dördüncü ve beşincinin geometrik alışkanlıkları destekleyecek nitelikte olduğunu ifade etmesine rağmen bu soruların hangi alışkanlıkları desteklemeye yönelik olduğunu vurgulamamıştır.

Özetle öğretmenler planlama aşamasında özel olarak hiçbir geometrik alışkanlığa vurgu yapmazken, yalnızca etkinliği planlamaya ve konuyla ilişkili her problem türünden bir tane çözmeye odaklanırlar.

Ders İmecesi 1 - Araştırma Dersi

Öğretmen T derse öğrencilerden cetvel yardımıyla defterlerine bir üçgen çizmelerini isteyerek başlamış, daha sonra geometri şeritleri ile yaptığı etkinliğe geçmiştir. Öğretmenlerin planlama aşamasında sormak üzere beş problem hazırladıkları, Öğretmen T'nin ise ek olarak araştırma dersi için iki problem daha hazırladığı ancak bu problemlerden altı problem üzerinde durabildiği görülmektedir. Öğretmenin üçgen eşitsizliği etkinliğinde ve problemlerde desteklediği geometrik alışkanlıklar Tablo 11'de görülmektedir.

Öğretmen T üç farklı boyda (3, 7 ve 11 birim uzunluğunda) geometri şeridi alarak sınıftaki öğrencilere bunların üçgen oluşturup oluşturmayacağını sormuş, tahtaya kaldırdığı üç öğrenciye ise 3, 7 ve 11 birim uzunluğunda geometri şeridi vererek üçgen oluşturmayı denemelerini istemiştir. Öğrenciler bu uzunluklarla üçgen oluşturamamışlardır. Ardından Öğretmen T öğrencilerden birinin elindeki bir geometri şeridine parça eklemiş ve oluşturduğu 7-10-11 birim uzunluğunda geometri şeritleri ile üçgen oluşturup oluşturmayacağını öğrencilerin deneme-yanılma yoluyla belirlemesini istemiştir. Öğrenciler geometri şeritlerini üçgen oluşturacak biçimde birleştirmiş ve 7-10-11 birim uzunlukları için üçgen oluşturulduğunu görmüşlerdir. Daha sonra başka bir öğrenciye 3-8-9 birim çubuklarını vermiş ve yine öğrencinin denemesinden sonra üçgen oluşturduğu görülmüştür. Öğretmen bunun üzerine neden bazı uzunluklar ile üçgen oluşturulurken, bazıları ile oluşturulamadığını sorarak öğrencilerin genelleme sürecine girmelerine yardımcı olmuştur. Tahtaya kalkan öğrenci ilk durumda (3-7-11 birim ile üçgen oluşturmayı deneme) çubuklardan birinin üçgen oluşturmak için kısa kaldığını görmüş ve uzun çubuktan bir tane daha olması gerektiğini belirtmiştir. Araştırma dersi planlanırken Öğretmen T tarafından etkinliğin dinamik düşünme potansiyeli göz önünde bulundurulmadığı halde sınıf içi uygulamalarda etkinliği dinamik düşünmeyi destekleyecek hale getirmesi dikkat çekicidir. Yapılan tartışmalardan sonra öğrenciler *"iki kenar uzunluğu toplamı üçüncü kenardan büyük olmalı"* genellemesini yapmışlardır.

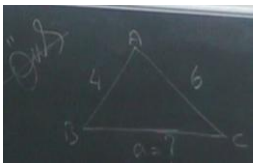
Öğretmen verdiği geometri şeritlerinin uzunluklarını tahtaya yazmış ve tüm bu uzunluklar için öğrencilerin genellemeyi incelemelerini istemiştir. Her üç durum için de üçgen oluşturup oluşturmayacağının üzerinde durmuştur. Öğretmen öğrencilerine 3+11> 7 olmasına karşın bu uzunluktaki çubuklar ile neden üçgen oluşturmadığını sormuş, bu kuralın tüm kenarlar için sağlanması gerektiğine vurgu yapmıştır. Özel üçgenler (ikizkenar ve eşkenar üçgen) için bu kuralın sağlanıp sağlanmayacağı öğrencilerle tartışılmıştır. Öğretmen dersin devamında keşif sürecine destek olmayacak şekilde kuralı öğrencilere sunmuştur. Öğretmen burada öğrencilere *"Buradaki uzunluklar, mutlak değer olarak düşünün. Yani her zaman hani c a'dan çıkacak çıkmayacak diye kafanıza takılmasın, hangisi büyükse diğerinden çıkarabilirsiniz tamam mı? Hani sonuçlar eksi çıkacak diye falan kafanıza takılmasın yani, bunları mutlak değermiş gibi düşünüp, pozitif olarak düşüneceksiniz."* ifadesini söylemiştir.

Tablo 11. Birinci Ders İmecesinin Araştırma Dersine Ait Ders İçeriği Ve Bu Derste Ortaya Çıkarılan Geometrik Alışkanlıklar

GİRİŞ-MOTİVASYON	Desteklenen Bileşenler (E)
• *Öğrencilerden kenar uzunluklarını kendilerinin seçeceği üçgenler çizmelerini isteme,* **ÜÇGEN EŞİTSİZLİĞİ ETKİNLİĞİ (E)** • *Öğrencilere 3 farklı boyda geometri şeridi vererek bunların üçgen oluşturup oluşturmayacağını sorgulatma,* • *Üçgen oluşturmayan uzunluklar için farklı uzunluklar vererek durumu tekrar sorgulama,* • *Tahtaya kaldırdığı 3 öğrenciye farklı uzunluklarda (3-7-11 birim, 7-10-11 birim, 3-8-9 birim) geometri şeritleri vererek üçgen oluşturup oluşturmayacağını deneme-yanılma yoluyla belirlemelerini isteme,* • *Neden bazı uzunluklar ile üçgen oluşturulurken, bazıları ile oluşturulamadığını sorgulatma,* • *Teoremi keşfettirme,* • *Teoremi tüm üçgen çeşitlerine genelleme,* • *En başta oluşturdukları üçgenin kenarlarını ölçerek teoremi sağlayıp sağlamadığını inceleme.*	-Bağımsız şekillere odaklanma -Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma - Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama - Tam bir çözüm kümesi arama - Dinamik düşünme - Keşfi ön plana alma - Amaca yönelik keşif

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

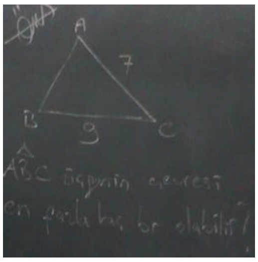
Problem 1



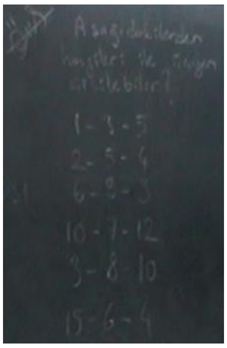
Desteklenen Bileşenler (P1)

- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma

Problem 2



Problem 3

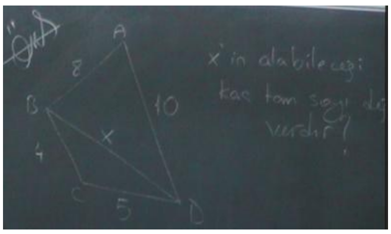


Desteklenen Bileşenler (P2-P3)

- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma

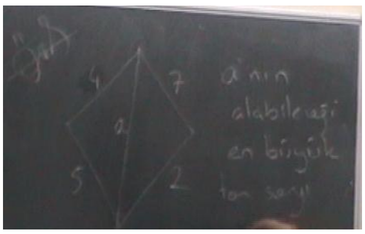
- Amaca yönelik keşif

Problem 4



Problem 6

Problem 5



Problem 7

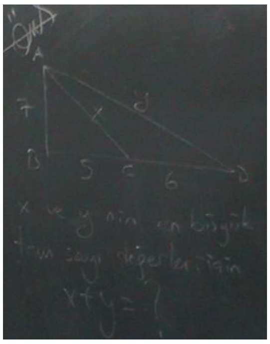
Desteklenen Bileşenler (P4-P7)

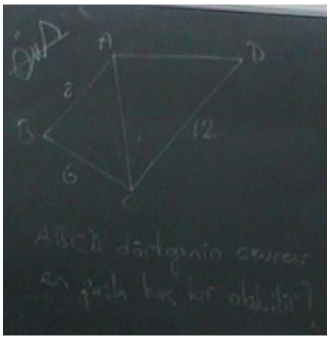
-Bağımsız şekillere odaklanma

-Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma

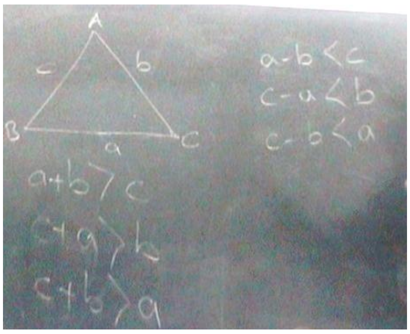
-Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma

-Amaca yönelik keşif





Öğretmen T’nin kuralı tahtaya yazarken eşitsizlikte üçgenin iki kenar uzunluğunun farkının mutlak değer içerisinde yazılması gerektiğini belirtmemesi çarpıcıdır (Şekil 16).



Şekil 16. Birinci Araştırma Dersinde Öğretmenin Üçgen Eşitsizliğini Tahtada İfade Etmesi

Bu sırada bir öğrencinin dersin başında yaptığı çizimde iki kenarın uzunlukları toplamını üçüncü kenarın uzunluğuna eşit bulduğunu ifade etmesi üzerine öğretmen ölçümde hata yapıldığını söylemiştir. Araştırma dersi sürecinde öğrencilerin kendi hataları üzerinde muhakeme ve sorgulama yapmaları sağlanmamış ve eşitsizliği keşfetme süreci desteklenmemiştir.

Üçgen eşitsizliğini öğrencilerin defterlerine yazdırmasının ardından Öğretmen T hazırladıkları problemleri sormaya başlamıştır. Öğretmen T ilk problemde, iki kenar uzunluğu verilen üçgende üçüncü kenarın alabileceği kaç tane tamsayı değer olduğunu sormuştur (Tablo 11 Problem 1). Tahtada soruyu çözen öğrenci eşitsizliği yazarken kenarların uzunlukları farkını mutlak değer içinde yazmış olmasına rağmen Öğretmen T diğer öğrencilere herhangi bir açıklama yapmamıştır.

İkinci problemde iki kenar uzunluğu verilen bir üçgenin çevresinin alabileceği en büyük değeri sormuş, (Tablo 11 Problem 2) ancak tahtada kenarların uzunluk birimlerini yazmamıştır. Problemin bir öğrenci tarafından çözülmesinden sonra öğrencilere "*Çevresinin en büyük değeri için buradaki en büyük sayıyı alırsınız; en küçük değeri derse bu aralıktaki en küçük sayıyı alırsınız*." diyerek öğrencilerin düşünme süreçlerini desteklememiş ve ezbere yöneltmiştir.

Üçüncü problemde Öğretmen T çeşitli kenar uzunlukları vererek bu uzunluklarla üçgen çizilip çizilemeyeceğini sormuştur (Tablo 11 Problem 3). Öğretmen T'nin tahtaya yazmış olduğu uzunluk grupları şöyledir; 1-3-5, 2-5-4, 6-9-3, 10-7-12, 3-8-10 ve 4-6-15. Öğretmenin bu problemi çözme stratejisi oldukça dikkat çekmektedir. Öğretmen T problemi çözerken eşitsizliğin sağ tarafını veya sol tarafını tüm kenarlar için uygulayarak verilen üç uzunluğun üçgen oluşturup oluşturmayacağına karar vermektedir. Öğrencilere de problemi bu şekilde çözebileceklerini söylemiştir. Örneğin; öğrencilerle birlikte problemi çözerek *"1+3>5 olmadığı için çizilemez", "2+5>4, 5+4>2, 2+4>5 olduğu için çizilebilir", "6+3 9'dan büyük olmadığından çizilemez", "10+7>12, 10+12>7, 12+7>10 oluyor"* şeklinde açıklamalar yapar. Ardından *"Hep toplamla yaptınız, hiç fark ile söylemediniz. Bu ikisini* [problemde verilen son iki uzunluk grubunu kastediyor] *fark ile söyleyin."* diyerek öğrencileri kenarlar farkından yararlanarak problemi çözmeye yönlendirir. *"8-3<10, 10-8<3, 10-3<8"* diyen öğrenciye *"oldu"* diye yanıt verirken, *"6-4<15, 15-6 4'ten küçük olmadı"* diyen öğrenciye *"bitti"* diyerek bu uzunluk grubunun üçgen oluşturmayacağını ima edecek şekilde üzerini çizer. Burada öğretmenin üçgen eşitsizliğini problemlerde uygulama stratejisinin planda yer almayan bir strateji olduğu görülmektedir. Ayrıca burada Öğretmen T'nin iki kenarın uzunlukları farkının üçüncü kenarın uzunluğundan büyük olacağını öğrencilerin keşfetmesine olanak vermeden kendisi söyleyerek öğrencilerin geometrik alışkanlıklarının desteklenmesine katkıda bulunmadığı ve yalnızca özel örnekler üzerinde eşitsizliğin informal doğrulamasını yaptığı görülmektedir.

Bir sonraki sorusunda Öğretmen T şekilde verdiği bir kenarları ortak olan iki üçgende (Tablo 11 Problem 4) ortak kenarın (x'in) alabileceği tamsayı değerlerini sormuş ve öğrencilere problem üzerinde düşünmeleri için yeterli süre vermiştir. Daha sonra öğrencilerden biri tahtada problemi çözmüş ve Öğretmen T öğrencilere ilk olarak iki üçgeni birbirinden ayrı değerlendirmeleri gerektiğini daha sonra aranan kenar ortak kenar olduğu için eşitsizliklerden elde ettikleri ortak değerleri seçmeleri gerektiğini vurgulamıştır.

Devam niteliğinde sorduğu bir sonraki problemde (Problem 5) ise bir kenarları ortak olan iki üçgende ortak kenarın (a'nın) alabileceği en büyük tamsayı değerini sormuştur (Tablo 11 Problem 5). Bu problem tahtaya kalkan bir öğrenci tarafından bir önceki probleme benzer şekilde çözüldükten sonra öğretmen *"en küçük değeri sorsaydı hangi değeri alacaktık?"* sorusunu sorarak öğrencilerin düşünme süreçlerini destekleyici bir yaklaşım sergilemiştir.

Bir sonraki problemde ise (Tablo 11 Problem 6) öğretmen bir üçgenin içine yerleştirilmiş başka bir üçgen vererek bu üçgenlerin kenar uzunlukları olan *"x ve y'nin en büyük tam sayı değeri için x+y nedir?"* sorusunu sormuş, problemin çözümü tahtada bir öğrenci tarafından yapıldıktan sonra Öğretmen T önce öğrencinin çözümünü sınıfa anlatmıştır. Ardından öğrencilerin *"Neden önce büyük üçgene göre yapmıyoruz?"* sorusu üzerine öğretmen önceki problemlerle (problem 4 ve problem 5) ilişki kurmalarını ve ortak kenarlar açısından şekli değerlendirerek tüm üçgenler için genelleyebilecekleri bir sonuç bulmalarını isteyerek ve aralıktaki ortak sayıları kabul etmeleri gerektiği şeklinde bir açıklama yapmıştır.

Derste çözdüğü son problemde Öğretmen T yine bir kenarları ortak olan iki üçgenden oluşan dörtgenin (Tablo 11 Problem 7) çevresinin alabileceği en büyük tamsayı değerini sormaktadır. Problemi öğrencilerin çözmeleri için beklerken zil çalması üzerine Öğretmen T bu soruyu öğrencilere ödev olarak vermiştir.

Ders İmecesi 1 - Tartışma Toplantısı

Birinci ders imecesinin tartışma toplantısında öğretmenler, Öğretmen T'nin işlemiş olduğu dersi değerlendirmişlerdir. Tartışma toplantısının organizasyon şeması Şekil 17'de verilmiştir. Her bir öğretmenin hangi geometrik alışkanlıklarda eksiklikleri olduğu modelin üst bölümünde, her bir geometrik alışkanlığın öğretmenlere göre hangi etkinlikte (E) veya problemlerde (P1-P6) ortaya çıktığı ise modelin alt bölümünde gösterilmiştir.

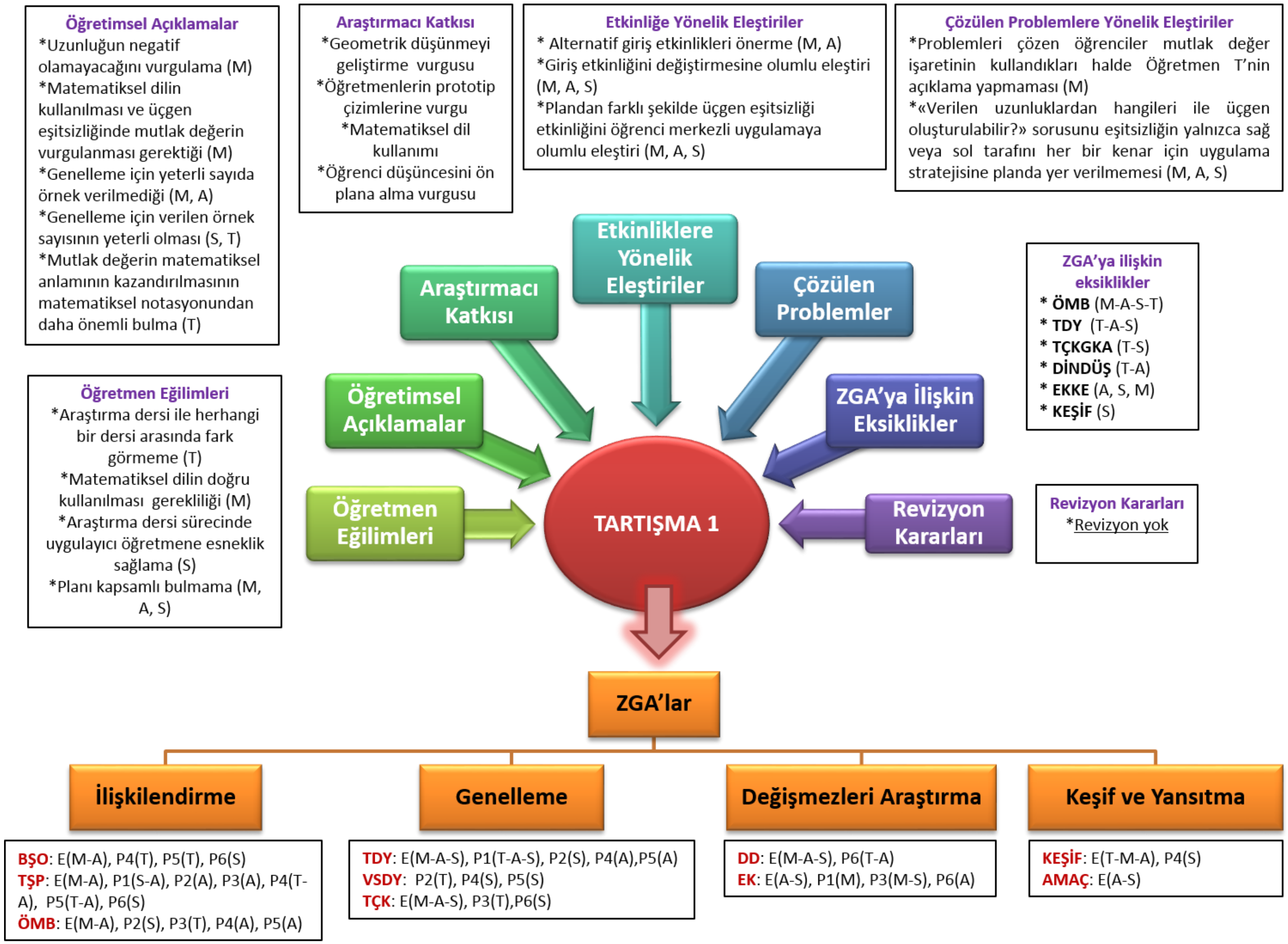
Birinci ders imecesinin tartışma toplantısında öğretmenler, üçgen eşitsizliği konulu araştırma dersi için öncelikle dersin genel çerçevede değerlendirmesini yapmışlardır. Öğretmen T uyguladığı dersin meslek hayatında işlediği derslerden bir farkı olmadığını ve derste yolunda gitmeyen bir durum olmadığını ifade etmiştir. Öğretmen M bunun üzerine tahtada üçgen eşitsizliğinin sol tarafının mutlak değer içerisine yazılarak öğretilmesi ve derste uzunluklar farkının negatif olamayacağının vurgulanmasının gerektiğini söylemiş, buna karşılık Öğretmen T uzunluklar farkının negatif olamayacağını söylediğini ifade etmiştir. Araştırmacı bu durumu dersi videodan izlediklerinde tekrar tartışmayı önermiştir.

Öğretmen M, A ve S derse giriş etkinliğini beğenmekle birlikte, Öğretmen T'nin plana sadık kalmadığını ve planda değişiklik yaptığını vurgulamışlardır.

> ***A***: *Şimdi dedi ki hoca şey vereceğim dedi. Bir çizmeyi deneyecek demişti. Hani uğraşacaktı, uğraşacaktı yapamayacaktı. Bu etkinliği değiştirmiş onun yerine bir tane üçgen çizin demiş daha düzenli bir şekilde…*

Giriş etkinliğini tartışmaları esnasında araştırmacı öğretmenlerden planladıkları etkinlikte yer aldığı şekilde cetvel kullanarak kenarları tamsayı olan üçgenleri çizmelerini istemiştir. Öğretmenler bir süre uğraştıktan sonra kenar uzunlukları 6-8-10, 7-24-25 birim olan prototip üçgenler oluşturmuşlardır. Bunun üzerine araştırmacı özel üçgen olmayan ve kenarları tamsayı olan çeşitkenar bir üçgen çizmelerini istemiştir. Öğretmenler bunu yalnızca cetvel kullanarak çizmenin zor oluğunu kabul ederek planlama aşamasında Öğretmen Ö'nün neden bu durumu eleştirdiğini, Öğretmen T'nin Öğretmen Ö'nün eleştirisini göz önünde bulundurarak araştırma dersinde bunu değiştirip öğrencilerden herhangi bir üçgen çizmelerini istemesinin nedenini anlamışlardır.

Araştırmacı ise öğretmenlere kendilerinin bile uygulamakta zorlandıkları etkinliklerin öğrenci tarafından doğru yapılmasının zorluğundan bahsederek gelecekteki planlama aşamalarında öğrenci düşüncesini ön plana almaları gerektiğini hatırlatmıştır.



Şekil 17. Birinci Ders İmecesinin Tartışma Toplantısına İlişkin Organizasyon Şeması

Derse giriş etkinliğinin tartışılması esnasında ayrıca Öğretmen S ders imecesinin araştırma dersinde öğretmenin esnek olabileceğini ve dersin gidişatına göre anlık kararlar alabileceğini vurgulamıştır. Bunun yanı sıra bu etkinliğin değerlendirilmesinde Öğretmen S'nin değişmezleri araştırma bileşeninin etkilerin kanıtlarını kontrol etme basamağı ile ilgili bir bilgi eksikliği olduğu da görülmektedir.

Öğretmen S'nin bu basamağı diğer bir geometrik alışkanlık olan keşif ve yansıtma bileşeninin keşif basamağı ile karıştırdığı aşağıdaki ifadelerinden anlaşılmaktadır:

> ***S:*** *Sonra ıı şu öğrencilerin ilk deftere çizdikleri üçgende de işte etkilerini yani şu değişmezleri araştırmada etkilerin kanıtlarını kontrol etme diye düşündüm. Ondan sonra…*
> ***Ar:*** *Üçgenleri kendileri çizdi diye mi öyle düşündünüz?*
> ***S:*** *Hı hı evet.*
> ***Ar:*** *Orada hangi şeyde hangi üçgenleri çizdiklerinde öyle dediniz?*
> ***S:*** *Ya hani kendileri çizmeye çalışıyorlar ya. Dedim herhalde kendi çizdiğinin nasıl etki yaratacağını yani onlar üstünde…*
> ***Ar:*** *Yani üç olsa olur mu dört olsa olur mu? "Üçüncü kenar mesela kaç olmalı?" gibi mi?*
> ***S:*** *Evet.*

Derse giriş etkinliğinden sonra öğretmenler üçgen eşitsizliği etkinliğini tartışmaya başlamışlardır. Burada Öğretmen A tarafından araştırma dersinde Öğretmen T'nin plandaki birçok şeyi değiştirdiğinin ifade edilmesi üzerine Öğretmen M planı yeterince detaylı oluşturmadıklarını vurgulamıştır. Ayrıca Öğretmen A, Öğretmen T'nin araştırma dersinde etkinliği öğrenci merkezli hale getirerek uyguladığını vurgulamış ve Öğretmen M de bu durumu onaylamıştır.

> ***A:*** *Hani biz nasıl o gün konuşmuştuk? Sanki hani hoca deneyecekti, kendisi deneyecekti, 'Oldu mu çocuklar, olmadı.' şeklinde falan. Hani biz o şekilde konuşmuştuk. İyi hatırlıyorum yan yana oturmuştuk çünkü. Bende bu arada size şey yapmıyorum yanlış anlamayın. T… Hocam şey amaan yanlış anlaşılma olmuş. Üç tane arkadaşı kaldırarak bu etkinliği gerçekleştirmiş yani.*
> ***M:*** *Kendini de kullanmış biraz.*

A: *Yöntem güzelleşmiş.*

M: *Yani evet bütünlemiş birbirini.*

A: *Yaşatmış. Yaparak yaşayarak öğrenme yapmış.*

Tartışma sürecinde araştırmacı öğretmenlere üçgen eşitsizliği teoreminin genellenmesi için öğrencilerin yaptığı deneysel uygulamaları yeterli bulup bulmadıklarını sormuştur. Bu aşamada Öğretmen T ve S genelleme için yapılan uygulamaları yeterli bulduklarını, Öğretmen M ve A ise etkinliğin bu haliyle öğrencinin genellemeye ulaşamayabileceğini ifade etmişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı etkinliğin uygulanmasında öğrencilere sorulacak *"Acaba aralarında bir ilişki olabilir mi? Bu üç uzunluk hangi durumda veya hangi konumda durduğunda üçgen oluşturuyor? Hangisinde oluşturmuyor?"* sorularının öğrencilerin genelleme yapmalarını destekleyici ortamlar oluşturulabileceğini vurgulamıştır.

Araştırma dersinin devamı izlendiğinde, araştırmacı öğretmenlerden Öğretmen T'nin uzunlukları tahtaya yazarak üçgen eşitsizliğini kenarlar toplamından ya da kenarlar farkından doğrulama üzerine kullandığı stratejisini tartışmalarını istemiştir. Araştırmacı öğretmenlere; *"Üç uzunluk verildiğinde üçgen oluşturup oluşturmadığına karar vermek için böyle bir strateji kullanılabilir mi?", "Sizce herhangi iki kenarının toplamı üçüncü kenardan büyük olduğu halde herhangi iki kenarının fakının üçüncü kenardan küçük olduğu bir durum ya da tam tersi bir durum bulunabilir mi?", "Yalnızca eşitsizliğin sol tarafını, ya da sağ tarafını kullanarak üçgen oluşturan-oluşturmayan durumlara karar verebilir miyiz?"* şeklinde sorular yöneltmiştir. Öğretmen T kendinden emin bir şekilde kullandığı stratejinin doğru olduğunu ifade etmiş, Öğretmen S ise T'ye katılarak ve şimdiye kadar bu durumun aksi bir örnekle karşılaşmadığını vurgulamış ve cebirsel olarak göstermeleri gerektiğini de ifade etmiştir. Öğretmen A, T'nin kullandığı stratejinin dığru olmadığını gösterebileceği bir örnek bulduğunu iddia etse de, bunu doğrulanması istendiğinde yaptığı açıklamaları yetersiz bulan Öğretmen T onun bu iddiasını çürütmüştür. Sonuç olarak yalnızca Öğretmen S, T'nin stratejisini kabul etmesine rağmen, hiçbir öğretmen bu durumun neden doğrulandığını matematiksel olarak ifade edememiştir. Araştırmacı öğretmenlerden bu durumu bir araştırma sorusu olarak ele alıp incelemelerini istemiştir.

Etkinliğin son aşamasına gelindiğinde Öğretmen T'nin öğrencilerin defterlerine kuralı mutlak değer içinde yazdırmadığını gören Öğretmen M, hem matematiksel dilin doğru kullanılmasını, hem de uzunluklar farkının negatif olamayacağının matematiksel açıklamasının yapılması gerektiğini vurgulamıştır. Öğretmen T'nin yalnızca uzunluklar farkının negatif olamayacağını vurguladığını ve genellemenin matematiksel bir dil kullanarak yazılmasını önemsemediğini ifade ettiği görülmüştür.

Öğretmenlerin hazırladıkları etkinliğin araştırma dersinde "bağımsız şekillere odaklanma", "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" ve "özel muhakeme becerilerini kullanma" yoluyla ilişkilendirme bileşenini, tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" ve "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" yoluyla genelleme bileşenini, "dinamik düşünme" ve "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" yoluyla değişmezleri araştırma bileşenini ve keşfi ve amacı ön plana alma yoluyla keşif ve yansıtma bileşenini desteklediklerini düşündükleri görülmektedir.

Bu etkinlikle ilgili olarak öğretmenlerin tartışma toplantısındaki ifadeleri ve gözlem notları incelendiğinde Öğretmen A ve Öğretmen M'nin ilişkilendirme bileşeninin tüm aşamalarını vurguladıkları gözlenmektedir. Oysa araştırma dersi incelendiğinde etkinlikte herhangi bir orantısal muhakeme ya da simetri kullanılmadığından etkinlikle "özel muhakeme becerilerini kullanma" basamağının gerçekleşmediği görülmektedir. Burada Öğretmen A ve M'nin ilişkilendirmenin ilk iki basamağında problem yaşamadıkları gözlenirken, üçüncü basamağı olan "özel muhakeme becerilerini kullanma" basamağında eksiklikleri olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle araştırmacı toplantıda "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini detaylı olarak açıklamıştır.

Genelleme bileşenine yönelik öğretmen ifadeleri incelendiğinde Öğretmen A, M ve S'nin bu etkinlik için "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" ve "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" basamaklarını doğru ifade ettikleri görülmektedir. Burada yalnızca Öğretmen A'nın bu bileşenleri herhangi bir açıklama yapmadan ifade etmiş olması göze çarpmaktadır.

Öğretmenlerin muhakeme yolları, değişmezleri araştırma bileşeni açısından incelendiğinde; Öğretmen A, M ve S'nin "dinamik düşünme" bileşeni ile ilgili yanlış açıklamalar yapmalarından dolayı bu bileşeni sezgisel olarak anlayıp ifade ettikleri düşünülmektedir. Ayrıca Öğretmen T'nin araştırma dersinde öğrencilerin dinamik düşünmelerini desteklediği halde, bunu tartışma toplantısında ve gözlem notlarında ifade etmemesi de öğretmenin bu alışkanlığı davranışa dönüştürdüğü halde ifade etmediği şeklinde yorumlanmaktadır. Araştırma dersinde "dinamik düşünme" bileşeninin yanı sıra "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenini destekleme niteliği olmadığı halde, Öğretmen A ve S'nin yine bu bileşene yönelik yanlış açıklamalarda bulundukları ve bu bileşene ilişkin yanlış algıları olduğu görülmektedir. Öğretmen S'nin etkinlikte "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" ile ilgili bilgi eksikliği olduğu aşağıdaki ifadesinden anlaşılmaktadır:

> ***S:*** *Sonra ı şu öğrencilerin ilk deftere çizdikleri üçgende de işte etkilerini yani şu değişmezleri araştırmada etkilerin kanıtlarını kontrol etme diye düşündüm. Ondan sonra…*
> ***Ar:*** *Üçgenleri kendileri çizdi diye mi öyle düşündünüz?*
> ***S:*** *Hı-hı evet.*
> ***Ar:*** *Orada hangi şeyde, hangi üçgenleri çizdiklerinde öyle dediniz?*
> ***S:*** *Ya hani kendileri çizmeye çalışıyorlar ya. Dedim herhalde kendi çizdiğini nasıl etki yaratacağını yani onlar üstünde…*
> ***Ar:*** *Yani üç olsa olur mu, dört olsa olur mu? Üçüncü kenar mesela kaç olmalı?*
> ***S:*** *Evet. Sonra bir de şey. 7-10-11, 8-9-3'lük üçgenleri çizdirmiş. O da başlarda herhalde.*

Öğretmenlerin etkinlik hakkındaki keşif ve yansıtma bileşenine yönelik açıklamaları incelendiğinde Öğretmen T ve M'nin bu etkinliğin "keşfi ön plana alma" basamağını, Öğretmen S'nin "amacı ön plana alma" basamağını, Öğretmen A'nın ise her iki basamağı desteklediğini ifade ettikleri ancak Öğretmen A ve S'nin "amacı ön plana alma" bileşenine yönelik hatalı açıklamalar yaptıkları görülmüştür. Etkinliğin geometrik düşünme açısından her iki basamağı da desteklediği göz önüne alındığında öğretmenlerin keşif ve yansıtma bileşeninde yeterli olmadıkları söylenebilir. Öğretmen T'nin bu etkinlikle ilgili olarak sadece "keşfi ön plana alma" bileşenine vurgu yapması da dikkat çekicidir.

Öğretmenler araştırma dersindeki etkinlikle ilgili tartışmalarından sonra, üçgen eşitsizliğinin problemlerde uygulanması aşamasını değerlendirmeye başlamışlardır. Öğretmenlerin problemler üzerine tartışırken geometrik alışkanlıklar dışında ele aldıkları ilk konu Öğretmen T'nin araştırma dersi işlenirken üçgen eşitsizliğinin genellemesinde bile mutlak değer işaretini kullanmamasına rağmen tahtaya kalkan öğrencilerin kullanmasıdır. Konuyla ilgili olarak Öğretmen M matematiksel dilin kesinlikle doğru kullanılmasıyla ilgili olarak Öğretmen T ile tartışmakta, Öğretmen T ise kavramsal öğrenme sağlandıktan sonra matematiksel dilin kullanımının kendisi için önemli olmadığını şöyle ifade etmektedir:

> ***T:*** *Mutlak değer dedi ya şimdi mutlak değeri alsa ne olur, almasa ne olur? (...) Zaten gene o* [öğrenci] *büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarıyor. Hep büyükten küçüğü çıkarırlar.*
> ***M:*** *Yine de kuralı verilirse olur, kuralı odur yani bence.*
> ***T:*** *Ben de kuraldan daha ziyade konuyu anlamaları daha önemli.*
> ***M:*** *Ya tabii ki anlamaları önemli. Kavratmışsınız ama tahtaya verilen kuralın o şekilde gösterilmesi lazım… Ama hani orda mutlak değer içinde kural verilirken belirtilmeliydi dedim yoksa yani anlamadılar diye değil.*
> ***T:*** *Yok yok hocam ben bunu farklı biçimde veriyorum. Ya hani bazen kullanılan formüller var.*
> ***M:*** *Tabii gereksiz görüyorsunuz.*
> ***T:*** *Tabii gereksiz gördüğüm için yani.*
> ***M:*** *Ben mesela gerekli olduğunu düşünüyorum. Bu direkt sorunun negatif olunca kavranması açısından. Hani ben öyle düşünüyorum. Tabii siz de öyle düşünebilirsiniz. Saygı duyarım.*

Bu tartışma derinleştikçe Öğretmen A ile S'nin, Öğretmen T'nin görüşüne katıldıkları ve konuyla ilgili olarak planda herhangi bir revizyon yapmadıkları görülmüştür.

Öğretmenlerin ele aldığı ikinci konu ise üçüncü problemin çözümünde üçgen eşitsizliği yerine eşitsizliğin sağ ya da sol tarafını tüm kenarlar için uygulayıp uygulamama durumu üzerine gerçekleşmiştir. Konuyu açıklığa kavuşturmak için öğretmenlere araştırmacı tarafından süre verilerek, araştırmaları sonucunda iddia ettikleri fikri ikna edici matematiksel bir açıklama ile savunmaları istenmiştir.

Öğretmenlerin birinci ders imecesinin tartışma toplantısındaki ifadeleri incelendiğinde hazırladıkları plandan ve Öğretmen T'nin plandan bağımsız bir şekilde araştırma dersinde yaptığı değişikliklerden memnun oldukları görülmektedir. Buna bağlı olarak öğretmenlerin herhangi bir revizyon kararı almadığı, sadece Öğretmen T'nin eşitsizliğin genellemesinde geometri şeritlerini biraz daha kullanabileceğini ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen S ve M ise revizyona gerek duymadıklarını belirterek daha sonraki dersler için önerilerde bulunmuşlardır. Öğretmen S'nin daha sonraki araştırma derslerinde geometrik düşünmenin geliştirilmesine yönelik öğrencilerin derste daha fazla materyal kullanmaya yönlendirilmesini, Öğretmen M'nin ise planlamanın daha detaylı yapılmasını önerdikleri görülmüştür.

Öğretmenlerin araştırma dersinde yer alan problemlerin çözümü üzerine tartışırken geometrik alışkanlıklar hakkında kullandıkları ifadeler incelendiğinde, "özel muhakeme becerilerini kullanma", "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama", "tam bir çözüm kümesi ya da genel bir kural arama", "dinamik düşünme", "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenlerinde bilgi eksiklikleri olduğu görülmüştür. Özellikle "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" basamağında, Öğretmen S ve M'nin, problemlerde öğrencilerin üçgen oluşturan-oluşturmayan örnekler üzerinde eşitsizliği doğrulama çalışmalarını ve keşif ve yansıtma bileşeninin "keşfi ön plana alma" basamağı ile "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" basamağını karıştırdıkları aşağıdaki ifadelerinden anlaşılmaktadır.

> ***Ar****: Burada* [Tablo 11 problem 1] *a'nın alabileceği değerleri sorduk. Bununla ilgili geometrik düşünme açısından eklemek istediğiniz bir şey var mı notlarınızda? Siz hocam? Burada geometrik düşünmeyle ilgili hangi bileşenleri kullandık?*
>
> ***M****: Etkilerin kanıtlarını kontrol etme hani.*
>
> ***Ar****: Olabilir mi? Olursa hangi yollarla olabilir mesela?*
>
> ***M****: Yine bağıntıyı örneklerde deniyorlar şu anda.*

Öğretmenlerin problemlerin çözümü üzerine tartışırken değerlendirdikleri geometrik alışkanlıklar hakkındaki bilgi eksikliklerinden bir diğeri ise genelleme geometrik alışkanlığının “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan yararlanma” bileşeni hakkındadır. Öğretmenlerin öğrencilerin problem çözümlerinde önceki öğrenmeleriyle ilişkilendirme yapmaları ile bu bileşeni karıştırdıkları da Öğretmen S’nin aşağıdaki söyleminden anlaşılmaktadır:

***S**: Şu öğrenciler kendileri üçgen çizdiklerinde hocam hani şey dedi kurala bakalım uyuyor mu falan dedi. Oradan bir öğrenci dedi ki hocam bunların hepsi dar açı. Öyle bir şey çıktı… Ona da dedim hani tanıdık durumlara bir benzetme yapmaya çalışmış oradan yararlanmaya çalıştı.*

Öğretmenlerin problem çözümlerini değerlendirmelerinde ortaya çıkan bir diğer bilgi eksikliği ise *“özel muhakeme becerilerini kullanma”* bileşeni hakkındadır. Örneğin dördüncü problemin (Tablo 1) çözümüne ilişkin ele aldığı muhakeme biçiminde Öğretmen A’nın bu bileşeni ilişkilendirme bileşeninin “bağımsız şekillere odaklanma” ile karıştırdığı ifadesinden anlaşılmaktadır.

***Ar:** Şimdi ben diğer örneğimize geçiyorum.[Tablo 1 Problem 4’ü kastediyor] Evet sizin o geçen seminerde zor dediğiniz örneklerden biri. X in alabileceği kaç tamsayı değeri vardır? Sorusu. bu soru öğrencide hangi geometrik düşünmenin bileşenlerini görebiliriz, neleri ölçülüyor bu soru?*

***A:** Tek bir şekil parçalar arası ilişkilere odaklanma*

***M:** Parçalar arası ilişki, evet.*

***Ar:** Evet, başka?*

***A:** Özel muhakeme becerilerini kullanıyor.*

***Ar:** Nasıl mesela özel muhakeme becerisi?*

***A:** İkisini ayırıyor sonra ikisini ayırıyor sonra ikisini birleştiriyor.*

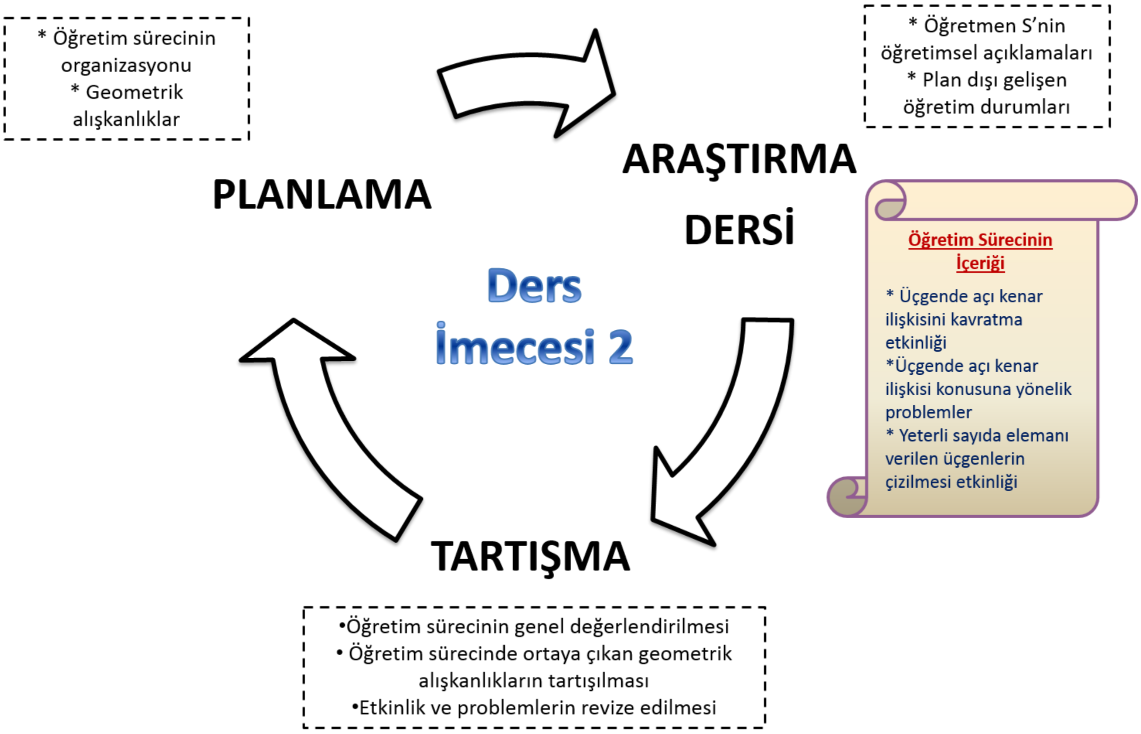
Birinci ders imecesinin tartışma toplantısında öğretmenlerin geometrik alışkanlıklar ile ilgili bilgi eksikliklerinin yanı sıra problemlerde ortaya çıkan bazı geometrik alışkanlıkların da farkına varamadıkları görülmektedir. Örneğin keşif ve yansıtma bileşeninin “amacı ön plana alma” ile muhakeme yapma basamağı araştırma dersinde çözülen ikinci, üçüncü, dördüncü, beşinci ve altıncı problemde bulunmasına rağmen öğretmenler tarafından fark edilememiştir. Bunun yanı sıra üçüncü problemde genelleme bileşenine ait “varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma” basamağının da aynı şekilde öğretmenler tarafından fark edilemediği görülmüştür. Bu duruma ise bu bileşene yönelik öğretmenlerin hatalı/eksik algılarının yol açtığı düşünülmektedir.

Birinci ders imecesinin tüm aşamaları incelendikten sonra öğretmenlerin planlamada özel olarak hiçbir geometrik alışkanlığı geliştirme üzerinde durmadıkları, yalnızca ima ettikleri geometrik alışkanlıklardan “özel muhakeme becerilerini kullanma” ve “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” alışkanlıklarını araştırma dersinde gerçekleştiremedikleri ve tartışma toplantısında da bu durumun farkında olmadıkları görülmektedir.

Ders İmecesi 2

İkinci ders imecesi planlama aşaması, araştırma dersi ve tartışma aşamasından oluşmaktadır (Şekil 18).

Bu aşamalardan ilki olan planlama aşamasında öğretmenlerin öğretim sürecini nasıl ve hangi geometrik alışkanlıkları destekleyecek şekilde planladıkları ifade edilmiş, daha sonra Öğretmen S’nin işlediği araştırma dersi öğretmenin öğretimsel açıklamaları ve plan dışı (spontane) gelişen durumlar çerçevesinde betimlenmiştir. Bu ders imecesinin tartışma oturumunda ise, öğretim süreci, bu süreçte ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar ve öğretmenlerin ikinci ders imecesine ait planlamalarını revize ettiği noktalar açıklanmıştır. Birinci ders imecesinde olduğu gibi öğretmenler bu ders imecesinde de ikinci bir araştırma dersine ve tartışma toplantısına gerek duymamışlardır.



Şekil 18. İkinci Ders İmecesine Ait Organizasyon Şeması

Ders İmecesi 2 - Planlama Toplantısı

İkinci ders imecesinin ilk aşamasında ders imecesi ekibi tarafından "Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açıların ölçüleri arasındaki ilişkiyi belirler." ve "Yeterli sayıda elemanının ölçüleri verilen bir üçgeni çizer." kazanımlarına yönelik Öğretmen S'nin anlatacağı dersin planlaması yapılmış, bu planlamaya ilişkin organizasyon şeması Şekil 19'da verilmiştir.

Öğretmenler planlama aşamasında öncelikle araştırmacının sorusu üzerine geçmiş yıllarda konuyu nasıl anlattıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen Ö derslerinde kartondan bir üçgen modeli kullandığını ifade ederek somut materyal kullanımına vurgu yapmış, diğer öğretmenler düz anlatım ile tahtaya çeşitli üçgenler çizerek dersi anlattıklarını belirtmişlerdir:

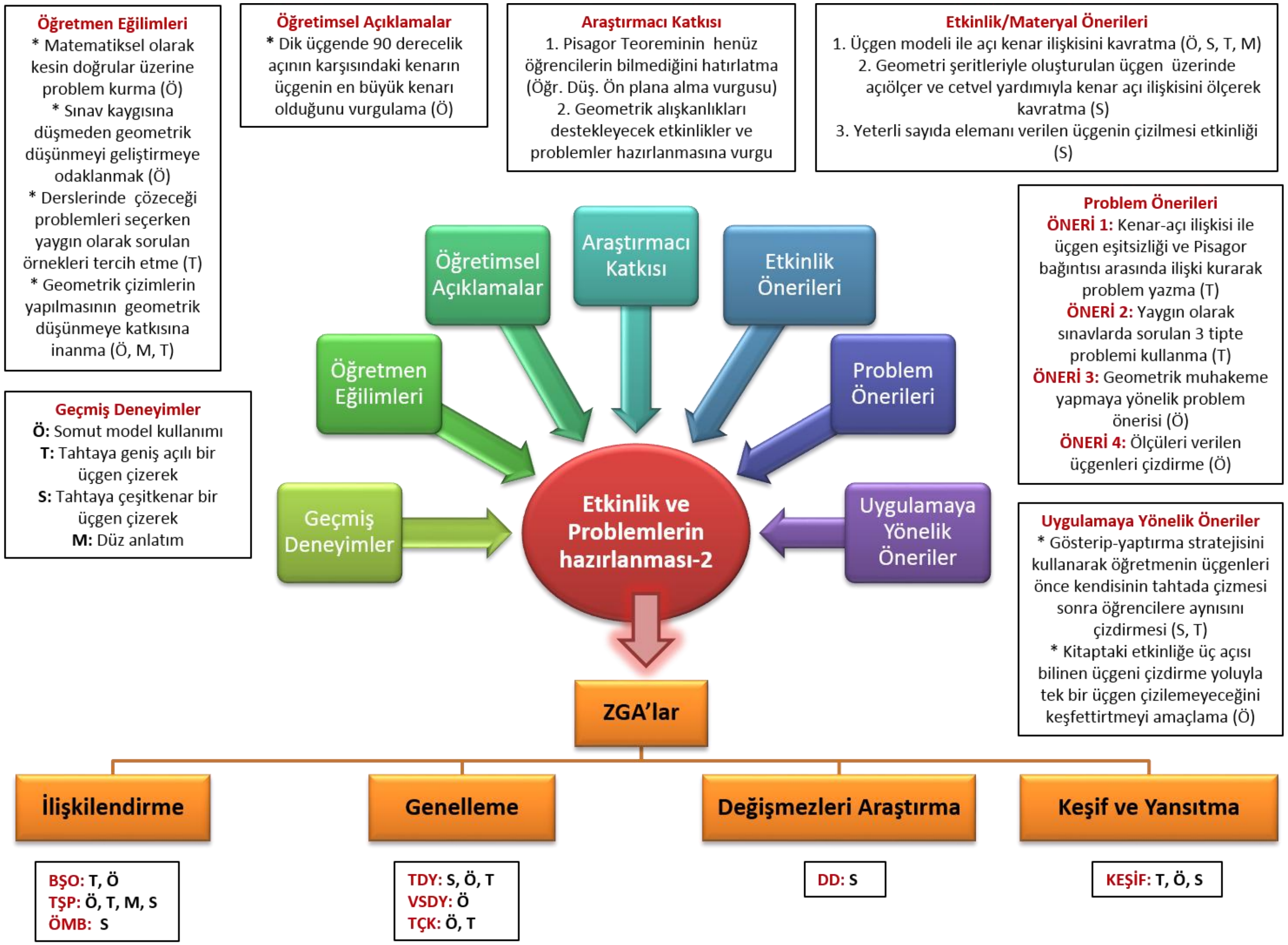
> ***Ö***: *Üçgen alıyorum bir tane. İşte açıları belirtiyorum, büyük açının karşısındaki kenar büyük, küçük açının karsısındaki kenar küçük diye işte gösteriyoruz. İşte açıları karşılaştırıyorum.*
>
> ***Ar***: *Tahta başında mı ölçüyorsunuz, defterde mi ölçtürüyorsunuz?*

***Ö**: Bir tane üçgen kesiyorum… Çeşitkenar… Bir küçük üçgen var elimde. Açı 1, karşısındaki kenar 1 [açıyı ve kenarı isimlendiriyor], 2-2, açıları karşılaştırıyorum.(...)*
***Ar**: Kağıdı katlayarak mı karşılaştırıyorsunuz?*
***Ö**: Katlayarak üst üste karşılaştırıyorum. Büyükten küçüğe doğru sıralıyorum… Sıralıyordum… Sonra kenarların sıralamasını yapıyoruz. (…) Açıların sıralaması ile kenarların sıralaması aynı gelince ondan sonra.*

Öğretim sürecinde kullanacakları etkinlik ve problemlerin tasarlanmasına geçen öğretmenlerden M, Öğretmen Ö'nün geçmiş yıllarda konuyu anlatırken kullandığı materyali kullanma fikrini önermiştir. Ardından Öğretmen S bir önceki hafta etkinlikte kullandıkları geometri şeritleri ile üçgen oluşturmayı ve açıölçer yardımıyla açılarını materyal üzerinde ölçmeyi önermiştir. Öğretmen Ö ve Öğretmen T materyalin ölçüm esnasında kayacağından açıların sürekli değişeceğini ve sağlıklı bir ölçüm yapılamayacağını vurgulayarak etkinlik önerisini kabul etmemişlerdir.

Sınıfa tahtada çizime uygun cetvel ve pergel getirmeyi kararlaştıran öğretmenlere Öğretmen Ö öğrencilerin her birinin üçgenleri kendisinin keserek oluşturmasını ve açılarını, kenarlarını ölçerek bir sonuç çıkarmasını önermiştir. Bu sırada Öğretmen T'nin "Birinci ders pergelle üçgen çizimini anlatırım, ikinci ders hangi elemanlar gerekli onu veririm." söylemiyle dersin akışında takip edilecek konu sıralamasına vurgu yaptığı görülmektedir. Etkinliğin detayları üzerine tartışmalarını sürdüren öğretmenler, Öğretmen S'nin sadece bir üçgen materyali üzerinde kazanımları vermesine karar vermişlerdir.

Öğretmenlerin materyale karar vermelerinin ardından, araştırmacı öğretmenlerden planladıkları etkinliği geometrik düşünme açısından tartışmalarını istemiştir. Öğretmen M etkinliğin "*tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma"* yoluyla öğrencilerin ilişkilendirme yapmalarını sağlayacağını ifade etmiş, öğrencilerin "*tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama"* yoluyla genelleme yapmalarının bu etkinlikle sağlanamayacağını vurgulamıştır.



Şekil 19. İkinci Ders İmecesinin Planlama Aşamasına İlişkin Organizasyon Şeması

Buna rağmen Öğretmen S "*tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama*" bileşenini desteklediklerini düşündüğünü şu şekilde ifade etmiştir:

> ***S:*** *Evet, bilinen durumları kullanıyor aslında ya… Çünkü hani çocuk sonuçta geniş açıyı biliyor. Geniş açının karşısında da yani büyük olacağını tahmin edecektir yani bence bilinen durumlardan yararlanıyor.*

Burada Öğretmen S'nin öğrencinin geniş açıyı bilmesini yani ön öğrenmeleri ile ilişki kurmasını "*tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama*" bileşeni sandığı ve birinci ders imecesinde de var olan "*tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama*" bileşenine yönelik bilgi eksikliğinin devam ettiği görülmektedir. Ardından Öğretmen T'nin öğrencilerin bu konuda çok zorlanmayacaklarını öngördüğünü ifade etmesi üzerine Öğretmen S etkinlikte öğrencilerden hem kenar ölçülerini hem de açı ölçülerini tahmin etmelerini isteyip istemeyeceğini sormuştur. Öğretmen T burada, verilen üçgenin açılarını ve kenarlarını sıralamalarını ve ardından da bunlar arasındaki ilişkiyi öğrencilerin söylemesini önermiştir. Öğretmen T'nin bu önerisiyle "*tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma*" yoluyla öğrencilerin ilişkilendirme bileşenini desteklediği görülmüştür.

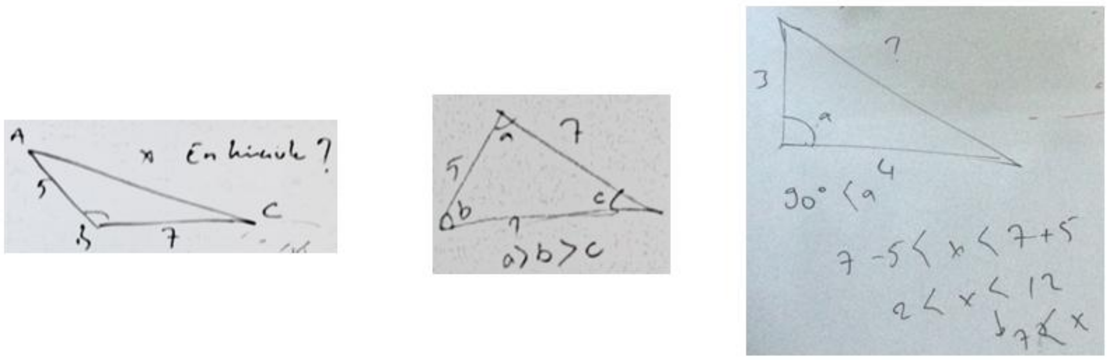
Öğretmen T, öğrencilerin büyük açının karşısında büyük kenar olacağını tahmin edebileceklerini göz önünde bulundurmayı önerirken, Öğretmen Ö dik üçgende 90°lik açının karşısındaki kenarın üçgenin en büyük kenarı olduğunu vurgulamaları gerektiğini hatırlatır. Bunun üzerine Öğretmen T açı kenar ilişkisi ile üçgen eşitsizliği arasında ilişki kurarak problem yazmalarını önermiştir:

> ***T****: Bak bu konuda örnek çözerken mesela şuna dikkat edebilirsiniz. Iı geniş açının karşısındaki kenarın diğer kenarlardan büyük olmak zorunda olduğu, mesela farkından büyük oluyor ya. 90° nin karşısındaki kenarın diğerlerine göre durumu nasıl olabilir, bununla ilgili örnek çözerken ona dikkat edelim. Onu da diyelim. Yani niye, bunu niye söyledim, mesela geniş açılı bir üçgen verildi, dendi ki bir kenarı verilmedi geniş açının karşısındaki kenarı vermedik çocuklara. Dedik ki üçgenin çevresi en az kaç olabilir diye bir sorduk.*
> ***Ar****: Bir önceki kazanımla ilişkilendirme yaptınız.*

__T__: Bir öncekiyle şimdi şey yaptı, çocuk direk farkından bir büyük alacak çıkardı 4, 5 diyor şimdi aha soru gitti. Ne olması lazım, geniş açının karşısındakinin diğer kenarlardan büyük olması lazım. Onun üstüne basmamız lazım.

Öğretmen T'nin öğrencilerin hem üçgen eşitsizliğini hem de açı kenar ilişkisini kullanmalarını gerektirecek problem yazma önerisi üzerine Öğretmen Ö, Öğretmen T'ye bu problemde kenarın alabileceği en büyük değeri sorabileceğini söylemiştir. Öğretmen T'ye büyük değerin bu durumda değişmeyeceğini, ancak küçük değeri sormaları halinde öğrencilerin problemi üçgen eşitsizliğini geniş açı olması durumu ile ilişkilendirerek çözebilecekleri bir problem durumu oluşturacaklarını ifade etmiştir.

Bu sırada Öğretmen T'nin çizdiği problem durumunda (Şekil 20 a) geniş açı çizmesine rağmen üçgenin kenar uzunluğunun alabileceği değeri ararken Pisagor teoremini göz önünde bulundurmadan problem yazması üzerine Öğretmen Ö soruda matematiksel bir hata olduğunu söyler ancak araştırmacının öğrencilerin henüz Pisagor teoremini öğrenmedikleri konusunda hatırlatması üzerine problemi düzenlerler.



a b c

Şekil 20. Öğretmen T'nin Planlama Aşamasında Açı-Kenar İlişkisi İle Üçgen Eşitsizliğini İlişkilendirmek İçin Önerdiği Problem Üzerine Yapılan Çalışmalar

__T__: En küçüğünü sor, en büyüğü zaten değişmiyor, en küçüğünü soracaksın geniş açının karşısında küçüğü soracaksın. Büyükte fark eden bir şey yok büyük en büyüktür.(…)

__Ö__: O zaman… A açısı B den büyüktür diyeceksin.

__T__: Niye?

__Ö__: Şimdi 3, 4, 5 üçgeninde, 5 büyük

Ar: *Hocam çizebilirsiniz.*

T: *Hocam tamam bak, ben ne demek istediğini anladım. Geniş açı da olsa, en büyük açı da olsa, en büyük açı bile olsa dahi üç kenardan büyük olacaktır. Bunların dışında…*

Ö: *Orada işte, ben şimdi soruda merkezi sınavlarda düşülen hataya düşmemek için, hani geniş açının karşısında olan büyüktür ama mesela 3, 4, 5 üçgeninde 5 büyüktür ama 5 olan açı geniş açı değildir. O zaman o yanılgıya düşmemek için biz diyelim ki A, B den büyüktür.*

T: *Bence hepsi verilsin. A'nın B den büyük olduğu da verilsin, geniş açı olduğu da verilsin, 90 da olduğu verilsin.*

Ö: *Ağabey çocuk bulamaz ki, o zaman en azından (...)*

T: *Tamam, sen kendi dediğinde şimdi bak çizdiğim gibi yapamıyor mu çocuk şimdi? Birinciyi ben böyle çizdim* [Şekil 20 a'yı kastediyor].

Ö: *Ya soruyu yaparsın ki sorudaki ifade hatalı olur.*

T: *Bir dakika, bak bir böyle vereyim. Fark etmez, yani ben şimdi açı [Şekil 20 a'daki B açısını kastediyor] otomatik olarak büyük olacak zaten. Diyelim ki burası [AB] 5, buraya [BC] 7 verdik. Buranın [AC] en küçüğünü sorduk. En küçük kaçtır dedik.(…) 8 diyecek.*

Ö: *B açısı geniş açı mı?*

T: *Evet geniş açı.*

Ö: *Olmaz hocam hatalı olur o zaman soru. 8 olduğu zaman orası geniş mi, nereden biliyorsun?*

T: *Ya hocam onun mantığını anlıyorum, ben senin demek istediğini yani, bu üçgen pergel ve cetvel olayına girince gerçekten 8 çıkmayabilir.*

Ö: *Hayır öyle demeyelim işte biz hataya düşmeyelim.*

T: *Bu açı mesela a açısı, b açısı, c açısı verdik* [Şekil 20 b'yi çizerek]. *Dedik ki işte; a büyüktür b'den, o da büyüktür c'den dedikten sonra, sen bunu demek istiyorsun değil mi? Böyle verelim diyorsun.*

Ö: *Tamam, hı hı.*

T: *Böyle verelim, kenarları o dediğin 5'i 7'yi böyle verelim, böyle soralım diyorsun. Bunu mu demek istiyorsun?(…).*

Ö: *a, b den büyüktür de…*

***T**: Şimdi bu diyelim ki üç, dört değil mi* [Şekil 20 c'yi çizmeye başlar]*? Bunun şimdi 90° olduğunu düşünürsek, bunun alacağı bir tane değer var zaten. Ama 90'dan büyük dersen, 90° den büyük dersen? O zaman beşten de büyük olduğunu* [Şekil 20 c'de geniş açının karşısındaki kenarı kastediyor] *söylemek zorunda.*

***Ö**: Tamam onu nasıl vereceğiz?*

***AR**: Ama arkadaşlar Pisagor'u öğrenmedi daha bu çocuklar.*

***T**: Tamam hocam 90 vermiyoruz zaten.(…)*

***Ö**:Mesela şu soruda* [Şekil 20 a'yı göstererek] *a, b, c sıralaması yapmaya gerek yok ki a, b den büyük de. Şu soruda, bitti.*

***T**: c?*

***Ö**: c zaten küçük olacak 5 ya karşısında ki.*

***T**: İkisi yeter diyorsun.*

***Ö**: Yeter a, b den büyüktür.(…) Geniş açı dediğimiz zaman iş tehlikeye girer, orası 8 olduğu zaman b'nin geniş açı olduğunu nereden bileceğiz, bilmiyoruz ki. Belki işte atıyorum 30, 40 ne yaptı, ya da 50, 60, 70 üçgeni mesela.*

***T**: Ama işte o çizilebilme olayına giriyor artık orada dediğin.*

***Ö**: Hayır, şimdi sen geniş açı dersin ona, orası 8 olduğu zaman b geniş olmuyorsa soru hatalı oluyor yani çocuk anlamaz oradan. Matematiksel olarak bir hata olur.*

***T**: Hatalı olur.*

***Ö**: Şimdi sen onu* [Şekil 20 a'daki problemi göstererek]*, bu hatayı nasıl yapacaksın, B açısı en büyük açı veya işte B açısı A açısından büyüktür dediğin zaman o geniş açı yaparsan olur yani, soruda bir şey yok.*

***T**: Tamam. 7-5<x<7+5, 2<x<12. Bu arada alacağı değerin 7'den büyük olması gerektiğini şey yapsın, bu verilsin yani bu önemli bir şey.*

Burada Öğretmen T'nin önerdiği problem üzerinde Öğretmen Ö'nün yapmayı önerdiği değişiklikler kabul edilmiş ve şekilde görülen (Şekil 20 a) probleme "$\hat{B} > \hat{A}$" eklenerek, öğretmenler araştırma dersinde çözülecek diğer problemler üzerinde çalışmaya başlamışlardır. Öğretmen T açı kenar ilişkisine yönelik üç tip problem çözme önerisinde bulunmuştur.

***T**: Evet bir tane bir tane normal, açıları verir, kenar sıralaması ister. Bak üç tip soru çözsün, ben söyleyeyim. Bir tane normal bir basitten alalım, bir tane üçgen versin, açılarının ölçüsünü versin, ikisini verip üçüncü açıyı vermezsin, kendileri bulurlar, biraz şey yaparsın… İki açıyı, üçüncüsünü vermezsin, kenar sıralamasını istersin, bir de ikincisi ıı şey var ya hani, dörtgen çizip ortadaki köşegen veriyorsun, o, orada açıları verip hani bir üçgene göre büyük olan diğer bir üçgene göre büyük olmayabiliyor onu verebilirsin.*

***S**: Hıı.*

***T**: Üçüncü olarak da*

***Ar**: Bu üç şekil de en uzun kenar hangisi sorabilir soruları mı?*

M: Evet.

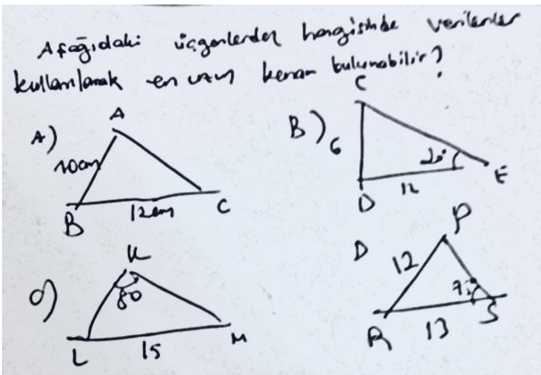
***T**: Üçüncü olarak da bunu verebilirsin* [üzerinde tartışılan Şekil 20 a'daki soruyu kastediyor] *ıı açı ölçülerini verip en küçük ıı kenar uzunluğunun en küçük değerini verebilirsin. Bu üç tip örneği bence çöz.*

Ardından Öğretmen Ö de bu sorulara ek olarak Şekil 21'de verilen bir problem önermiş, bu problemin özellikle D şıkkında verilen örneğin öğrencilerin üçgenin iç açılarının alabileceği değerleri düşündüreceğinden ilişkilendirme yapmalarını geliştireceğini de vurguladığı görülmüştür.

***Ö**: Hani üçgenin iç açılar toplamını kullanması lazım mesela D şıkkına hani ulaşması için, diğerleri basit zaten bulamayacağı belli de. En uzun kenar hangisi? Tamam A'yı anladı hani, B'yi bulamayız dedi C'yi de bulamayız dedi, D de hemen bulabiliriz diyemeyecek. Üçgenin iç açıları toplamını kullanması lazım.*

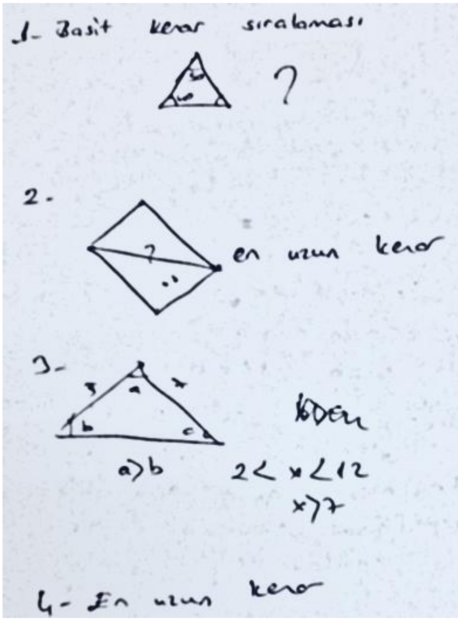
***Ar**: Hıhı.*

***Ö**: Hani şuranın 30'dan küçük olduğunu bilmesi lazım R açısının. P açısının 75'den büyük olduğunu düşünecek orada tabii. Basit sorular yani.*



Şekil 21. Öğretmen Ö'nün Planlama Aşamasında Açı Kenar İlişkisi İle Üçgen Eşitsizliğini İlişkilendirmek İçin Önerdiği Problem

Öğretmen T ve Ö'nün önerilerinden sonra Öğretmen S araştırma dersinde çözeceği problemleri özetleyerek şekildeki gibi not almıştır (Şekil 22).



Şekil 22. Araştırma Dersinde Sorulacak Problemlerin Öğretmen S Tarafından Yazılan Özeti

Buna ek olarak Öğretmen T araştırma dersini yürütecek olan Öğretmen S'ye kullandığı kaynak kitaplardan da problemler seçerek eklemesini önermiştir. Ayrıca burada Öğretmen T'nin derslerinde çözeceği problemleri seçerken yaygın olarak ders kitaplarında ve kaynak kitaplarda bulunan prototip örnekleri tercih etme eğiliminde olduğu görülmüştür. Öğretmen T'nin Öğretmen S'ye hazırlanan etkinlikte kullanılan materyalle açı kenar ilişkisini kazandırdıktan sonra öğrencilerin bu durumdan çıkardıkları sonucu deftere yazdırmasını önermiştir.

Öğretmenlerin planlama toplantısındaki problem hazırlama sürecinde "*bağımsız şekillere odaklanma*" ve "*tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma*" yoluyla ilişkilerle muhakeme yaptıkları, "*varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma*" *ve* "*tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma*" yoluyla genelleme yaptıkları ve "*keşfi ön plana alarak*" keşif ve yansıtma bileşenini destekledikleri görülmektedir.

Öğretmenler dersin devamında araştırma dersinde kazandırmak istedikleri ikinci kazanıma yönelik bir etkinlik üzerinde çalışmışlardır. Öncelikle Öğretmen S geçmiş yıllarda yeterli sayıda elemanı verilen üçgeni çizme konusunun öğretiminde öğrencilere cetvel ve pergelle çizimler yaptırdığından bahsetmiş ve konuya ilişkin kitaptaki klasik üçgen inşası etkinliğini kullanmayı önermiştir.

Ardından Öğretmen S öğrencilere pergelle çizimler yaptırmanın zaman alacağını belirtmiş ve öğrencilerin kitaptaki etkinliği takip etmelerinin işlerini kolaylaştıracağını belirtmiştir. Bu sırada Öğretmen T bu uygulamayı önceki derslerle ilişkilendirmelerini ve üç kenarı bilinen üçgeni çizmekte öğrencilerin zorlandıklarını hatırlatarak neden pergel kullanmaları gerektiğinin farkına varmalarını sağlamayı önermiştir. Etkinlik üzerine tartışmalar sürerken Öğretmen Ö'nün ve T'nin de zaman sıkıntısından bahsetmesi üzerine Öğretmen S, öğretmen merkezli bir yaklaşımla, öğrencilere çizim yaptırmamayı sadece kendisinin tahtada çizmesini önermiştir. Öğretmen T de bu konunun sınavda çıkmayacağını vurgulayarak Öğretmen S'nin fikrine katılmıştır. Öğretmen Ö bu yaklaşıma karşı çıkarak kazanımın *"çizer"* ifadesini içerdiğini belirtmiş, sınav kaygısına düşmemeleri gerektiğini vurgulayarak *"Derdimiz geometrik alışkanlık kazandırmak"* ifadesini kullanmıştır. Burada Öğretmen Ö'nün öğretmenlere öncü olduğu ve ilk kez planlama aşamasında geometrik alışkanlıkları desteklemeye teşvik ettiği görülmektedir. Öğretmen Ö'nün kazanımla ilgili yorumlarına ve öğrencilerin çizimleri yapması fikrine Öğretmen M de destek vermiştir. Öğretmenlerin etkinlikte son aldıkları karar zamandan kazanmak amacıyla Öğretmen S'nin gösterip yaptırma stratejisini kullanması, üçgenleri önce kendisinin tahtada çizmesi, sonra öğrencilere aynısını çizdirmesi şeklinde olmuştur. Kitaptaki etkinlikte önce üç kenarının uzunluğu bilinen üçgeni çizme, sonra iki kenarının uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açının ölçüsü bilinen üçgeni çizme ve son olarak da bir kenarının uzunluğu ve iki açısının ölçüsü bilinen üçgeni çizme adımları bulunmaktadır. Öğretmenler kendi aralarında etkinliği tartışırlarken Öğretmen Ö öğrencilerden üç açısının ölçüsü bilinen üçgeni çizmelerini önermiştir. Öğretmen T de üç kenarının uzunluğu bilinen üçgenin çizilme aşamalarından sonra *"Kenarlardan birinin uzunluğu verilmese onun yerine açının ölçüsü verilse, üçgen çizilebilir mi?"* sorusunu sormayı önerir.

Öğretmenlerin inşa etkinlikleri ile "*tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma"* yoluyla ilişkilerle muhakeme yaptıkları ve *"keşfi ön plana alma"* yoluyla keşif ve yansıtma bileşenini destekledikleri görülmüştür.

Etkinliğin ardından Öğretmen S kitapta alıştırma tipinde problemler olduğunu belirtmiş ve bu konuda ne tür problemler çözeceklerini sormuştur. Öğretmen Ö, öğrencilerden bir kenarı 6 cm olan eşkenar üçgeni ve çeşitli ölçülerde verilen üçgenleri çizmelerini istemeyi önermiştir. Öğretmen S, M ve T bu öneriyi kabul etmiş, Öğretmenler araştırmacıdan araştırma dersine sınıf mevcudu kadar açıölçer ve pergel getirilmesini kararlaştırmışlardır.

Problemlere karar verildikten sonra araştırmacı öğretmenlere geometrik alışkanlıklardan hangilerini desteklediklerini sormuştur. Öğretmen M burada "*bağımsız şekillere odaklanma"* ve "*tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma"* yoluyla ilişkilerle muhakeme yaptıkları ancak *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* yolunu kullanmadıklarını ifade etmiştir. Öğretmen S'nin ise buna karşı çıkarak Öğretmen T'nin önerdiği Şekil 20 a'da olan soruda *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşenini kullandıklarını ifade etmesi bu konudaki bilgi eksikliğini ortaya koymaktadır. Öğretmen Ö'nün de dersin başında materyal üzerinde açıların ölçülerini ve kenarların uzunluklarını kıyaslama etkinliği ile *"keşfi ön plana alma"* yoluyla keşif ve yansıtma bileşenini destekleyeceklerini ifade ettiği görülmüştür. Ayrıca Öğretmen S'nin özellikle tüm bileşenleri destekleyecek bir ders olduğunu ifade etmesi üzerine Öğretmen M değişmezleri araştırma bileşenine vurgu yapmadıklarını söylemiştir. Öğretmen S bunun üzerine *"dinamik düşünme"* bileşenini içerdiğini düşündüğünü ifade etmiştir.

Ders İmecesi 2 - Araştırma Dersi

İkinci ders imecesinin araştırma dersinde Öğretmen S açı kenar ilişkisini kavratma ve yeterli sayıda elemanı verilen üçgeni çizme konularına ilişkin bir ders işlemiştir. Dersin özet içeriği, bu derste yapılan etkinlikler ve çözülen problemlerde ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar Tablo 12'de verilmiştir.

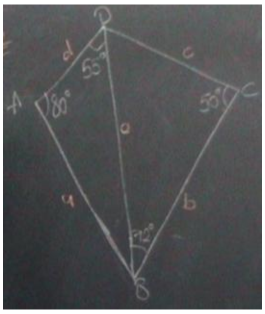
Tablo 12. İkinci Ders İmecesinin Araştırma Dersine Ait Ders İçeriği Ve Bu Derste Ortaya Çıkarılan Geometrik Alışkanlıklar

AÇI KENAR İLİŞKİSİ ETKİNLİĞİ (E1)	Desteklenen Bileşenler (E)
• *Kartondan kesilmiş çeşitkenar bir üçgen modeli üzerinde kenarları ve açıları kendi içlerinde kıyaslama,*	- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
• *Öğrencilerin açı-kenar ilişkisi ile ilgili bir genellemeye varmalarını sağlama,*	- "Özel muhakeme becerilerini kullanma" (simetriğini alma) - Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama
• *Öğrencilere açıları ve kenarları kendi aralarında sıralatarak tahtaya yazma,*	- Tam bir çözüm kümesi arama
• *Açı-kenar ilişkisi ile ilgili öğrencilerin elde ettiği genellemeyi tahtaya yazma.*	-Dinamik Düşünme - Keşfi ön plana alma

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Problem 1	Desteklenen Bileşenler (P1)
Dar açılı bir çeşitkenar üçgende kenar uzunluklarının sıralanması	- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma

Problem 2



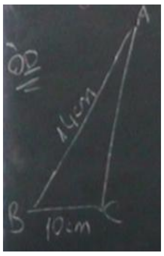
Yandaki şekilde verilenlere göre en uzun kenar hangisidir?

Desteklenen Bileşenler (P2)

-Bağımsız şekillere odaklanma

- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma

Problem 3



Yukarıdaki şekilde s(A)<s(B) olduğuna göre [AC] uzunluğunun alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

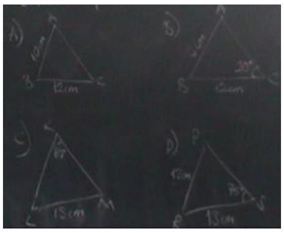
Desteklenen Bileşenler (P3)

- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma

-Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama

Problem 4

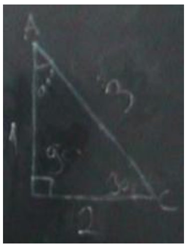
Aşağıdaki üçgenlerden hangisiyle verilenler kullanılarak <u>en uzun</u> kenar bulunabilir?



Desteklenen Bileşenler (P4)

- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama

Problem 5



Yandaki dik üçgenin kenar uzunluklarını karşılaştırınız. (3<2<1)

Desteklenen Bileşenler (P5)

- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama
- Tam bir çözüm kümesi arama

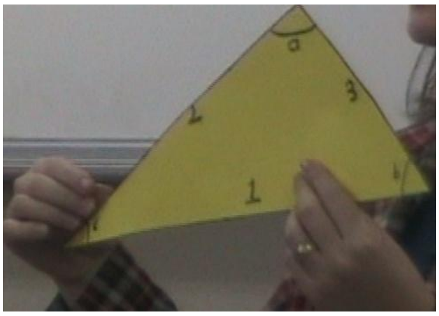
ÜÇGEN İNŞA ETME ETKİNLİĞİ

- *Öğrencilerden sadece cetvel yardımıyla kenar uzunlukları 3-5-10 cm olan bir üçgen çizmelerinin istenmesi ve öğrencilerin üçgenin çizilemediğini fark etmesi,*
- *Öğrencilere "Peki ölçüleri değiştirsem çizilebilir mi?" sorusunun sorulması ve 10 sayısını 7 yaparak 3-5-7 üçgenini çizmelerinin istemesi,*
- *"İki kenarının uzunluğu 5 ve 7 cm olan sadece bir üçgen mi vardır?" sorusunun sorulması.*
- *Öğretmenin çizilenleri kontrol ettikten sonra neden çizemediklerini/zorlanarak çizdiklerini sorması ve pergel ve cetvel yardımıyla üçgen çizimini öğrencilerle birlikte gerçekleştirmesi. Pergel ve cetvel ile üçgen oluşumunun adım adım yapılması.*
- *Öğrencilerin arkadaşlarının oluşturdukları üçgenlerin kenarlarını cetvelle ölçerek kendi oluşturdukları üçgenlerle kıyaslamaları,*
- *"3 kenarının uzunluğu değil de sadece 2 kenarının uzunluğu verilseydi üçgen oluşturabilir miydiniz?" sorusu üzerine tartışma,*
- *"Neden çiziyoruz/çizemiyoruz?" üzerine tartışma sonucunda diğer kenarın kaç olduğunu nereden bilebiliriz sorusunu sorulması ve öğrencilerin yanıtlarının tartışılması,*
- *"Üçgenin 3 kenar uzunluğundan, 1 ya da 2 tane kenar uzunluğu yerine açılarının ölçüsü verilseydi üçgeni nasıl inşa ederdiniz?" sorusunun öğrencilere sorulması,*
- *a=3cm, b=2cm ve m(C)=40^0 olan ABC üçgenini oluşturma/inşa etme,*
- *c=2 cm, m(A)=70^0, m(B)=60^0 elemanları ile verilen üçgeni inşa etme,*
- *Birinci üçgende 3 kenar (kenar-kenar-kenar) verildiği, ikinci üçgende 2 kenar ve aralarındaki 1 açı (kenar-açı-kenar) verildiği, üçüncü üçgende ise 2 açı ve 1 kenar (açı-kenar-açı) verildiğinin vurgulanması,*
- *Üçgen çizebilme ile ilgili olarak hangi elemanlara ihtiyaç duyulduğunun tartışılması.*
- *Öğretmenin öğrencilerden 30-60-90 üçgeni çizmelerini ve oluşturdukları üçgenleri birbirleriyle karşılaştırmalarının istenmesi,*
- *Öğrencilerin oluşturdukları üçgenlerin kenar uzunluklarının birbirleriyle aynı olmadığını fark ederek en azından bir kenarının uzunluğu olsaydı aynı üçgeni çizebilirdik cevabını vermeleri..*

Desteklenen Bileşenler (E2)

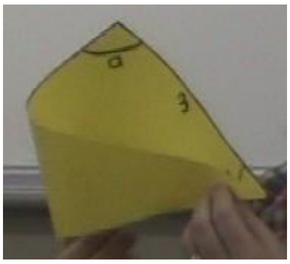
- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma,
- Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama,
- Tam bir çözüm kümesi arama,
-Dinamik Düşünme,
- Keşfi ön plana alma,
- Amacı ön plana alma.

Öğretmen S araştırma dersine kenarlarını ve açılarını isimlendirdiği bir üçgen modeli ile başlamış, sınıfa getirdiği üçgen modeli (Şekil 23) yardımıyla açı büyüklüğü ve kenar uzunluklarının ilişkilendirilmesine geçmiştir.



Şekil 23. Öğretmen S'nin Dersinde Kullandığı Üçgen Modeli

Açı ölçülerinden hangisinin en büyük olduğunu öğrencilere fark ettirmeye odaklanan (Şekil 24 a) Öğretmen S kartondan yapılmış materyalin önce köşeleri çakışacak şekilde açılarını karşılaştırmıştır. En uzun kenarın hangisi olduğuna yönelik sınıftan farklı yanıtlar gelmesiyle birlikte Öğretmen S, şekli katlayarak öğrencilerin açı kenar ilişkilendirmesini yapmalarına yardımcı olmuştur. Son olarak materyal üzerinde kenarları çakıştırarak kenar uzunluklarının karşılaştırılması üzerinde durulmuştur (Şekil 24 b).



a. Açıların büyüklüklerinin karşılaştırılması

b. Kenar uzunluklarının karşılaştırılması

Şekil 24. Öğretmen S'nin Kullandığı Üçgen Modelindeki Açıları Ve Kenarları Büyüklükleri Karşılaştırılması

Bir sonraki adımda ise Öğretmen S öğrencilerin açı kenar ilişkisine yönelik bir genelleme yapmasını istemiş, genellemeyi uygun matematiksel bir dille yazmıştır. Öğretmen S öğrencilerin elde ettiği bu genellemeyi "Üçgende Açı Kenar ilişkisi" başlığı altında ve "Kural: Üçgende büyük açının karşısında uzun kenar, küçük açının karşısında kısa kenar bulunur." şeklinde yazmalarını istemiştir. Etkinlikte Öğretmen S'nin ortaya çıkardığı geometrik alışkanlıklar Tablo 12'de verilmiştir.

Ardından Öğretmen S problem çözümlerine geçmiştir. İlk problemde (Tablo 12 problem 1) tahtaya çizdiği ABC üçgeninin kenar uzunluklarını küçükten büyüğe sıralamayı sormuştur. Problemin çözümünü bir öğrenci tahtada yapmış ve üçgende iç açıların ölçüleri toplamının 180° olduğu bilgisinden hareket ederek $\widehat{ACB}$ ölçüsünü 80° olarak hesaplamıştır. Öğrenci, A köşesinin karşısındaki kenarı 1, C köşesinin karşısındaki kenar 2, B köşesinin karşısındaki kenar 3 olarak isimlendirerek “3<1<2” yanıtını tahtaya yazmıştır.

Öğretmen S tahtaya yazdığı ikinci problem (Tablo 12 problem 2) ile en uzun kenarı sormuştur. Öğretmen S çözüm sürecinde öncelikle öğrencilere zaman tanımış, daha sonra bazı öğrencilere yanıtlarının hatalı oluğuna yönelik dönütler vermiştir. Ardından soruyu çözmek için tahtaya kalkan bir öğrenci *“En büyük açının karşısında en büyük kenar vardır ama iki üçgene de bakmak zorundayız. 80’in karşısında* [Tablo 12 P2’deki soldaki üçgeni kastediyor] *e açısı* [e kenarını kastediyor] *var. Ama burada bu üçgene baktığımızda* [sağdaki üçgeni kastediyor] *e açısına 50 kenarı oluyor* [açıyı kastediyor]*, ıı 50 açısı bakıyor. 50 açısından büyük olan 72 açısı var. En büyük kenar bunun baktığı kenar olacak. O yüzden en uzun C”* yanıtını vermiştir. Öğretmen S bu yanıtın doğruluğunu incelerken üçgenlerin bilinmeyen açılarının ölçülerinin hesaplanması gerektiğini vurgulamıştır. Eşitsizlikler yazıldıktan sonra iki eşitsizlik arasında ilişkilendirme yapılmıştır. Bunun yanı sıra yeni bir strateji uygulanmış ve dörtgen içerisindeki üçgenlerin kenarlarının uzunluklularının nasıl sıralanacağı keşfedilmiştir.

Dersin devamında Öğretmen S tahtaya üçgende açı-kenar ilişkisine yönelik yeni bir problem (Tablo 12 problem 3) yazmıştır. Bu problemde ise açılar arasındaki ilişki verilen şekilde bir kenarın alabileceği en küçük tamsayı değeri sorulmuş, bir öğrenci doğru bir çıkarımda bulunmuştur. Bu sırada Öğretmen S öğrencinin çıkarımını doğrulamış, bunun yanında eşitsizliği 10<x<24 biçimde yazarak kenar uzunluğunun hangi aralıkta alması gerektiğini hem üçgen eşitsizliği, hem de açı kenar ilişkisiyle ortaya koymuştur.

Ders sürecinde Öğretmen S tahtaya yeni bir problem (Tablo 12 problem 4) yazarak, verilen üçgenlerden hangisinde verilenler kullanılarak en uzun kenarın bulunabileceği sorulmuştur. Bu problemin çözümünde bir öğrenci tahtaya çıkmış ve

"D" seçeneğindeki üçgende P açısının ölçüsünün 75° den büyük olması gerektiğini, çünkü P açısının karşısındaki kenarın, S açısının karşısındaki kenardan daha uzun olduğunu açıklanmış ve diğer seçeneklerde böyle bir durumun gerçekleşmediğini ifade etmiştir.

Öğrencinin çözümünden sonra Öğretmen S son bir problem yazmıştır (Tablo 12 Problem 5). Bu problemde öğretmen verdiği dik üçgenin kenar uzunluklarını öğrencilerden karşılaştırmalarını istemiştir. Problemi çözmek üzere tahtaya kalkan bir öğrenci dik açının 90° olduğunu söylemiş ve kenarları numaralandırarak "3>2>1" şeklinde sıralamıştır. Öğretmen S öğrencinin yanıtını onaylamış ve 90° olan açının karşısındaki kenarın adını öğrencilerine sormuştur. Öğrencilerden "hipotenüs" yanıtı gelmesi üzerine Öğretmen S dik ve geniş açılı üçgenlerde kenar uzunluklarının sıralanmasına yönelik bir genellemeyi sınıfa yaptırmış, açı kenar ilişkisi ile dik üçgeni ilişkilendirerek öğrencilere dik üçgende 90° nin karşısındaki kenarın en uzun kenar olduğu vurgusunu yaptırmıştır.

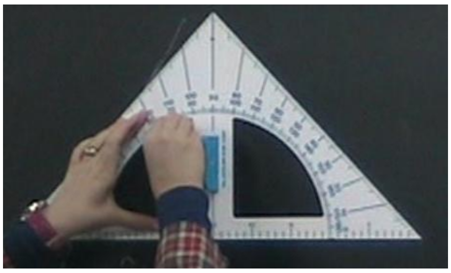
Problem çözümlerinden sonra Öğretmen S üçgen inşa etme konusuna geçmiştir. Öğretmen S ilk olarak kenar uzunlukları 3 cm, 6 cm ve 10 cm olan bir üçgenin çizilmesi üzerinde durmuştur. Öğrenciler üçgende iki kenar uzunluğunun toplamının üçüncü kenarın uzunluğundan küçük olamayacağını belirtmişlerdir. Öğretmen S'nin burada üçgen oluşturmayacak üç uzunluğu sorgulatması öğretmenlerin planda yer vermediği bir yaklaşım olarak göze çarpmıştır. Ardından Öğretmen S uzun kenarın uzunluğunu 7 cm olarak değiştirerek öğrencilere tekrar sormuştur. Öğretmen S öğrencilere cetvel ve pergel dağıtarak bu üçgeni cetvelle çizmelerini istemiştir. Öğrencilerin çizimlerinde zorlanmasının ardından Öğretmen S kenar uzunlukları bilinen bir üçgenin sadece cetvel yardımıyla çizilemeyeceğini öğrencilere söylemiştir. Bunun devamında bir öğrenci açıölçere ihtiyaçları olduğunu söylemesi üzerine Öğretmen S verilen örnekte açıya ilişkin herhangi bir bilgi olup olmadığını öğrenciye sormuştur. Öğretmen S üçgen inşasının pergelle yapılması gerektiğini vurguladıktan sonra kitaptaki etkinliği öğrencilere adım adım okutmuş, tahtada üç kenar uzunluğu verilen bir üçgenin pergel ve cetvelle inşasını gerçekleştirmiştir (Şekil 25).

Şekil 25. Öğretmen S’nin Araştırma Dersinde Üç Kenarının Uzunluğu Bilinen Üçgeni Çizme Aşamaları

Ardından Öğretmen S öğrencilere “üç değil de, iki kenarının uzunluğu biliniyor olsaydı bu üçgeni çizebilir miydik?” sorusunu sormuş, gelen yanıtlar üzerine öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarını istemiştir. Öğrencilerden birisi üçgen çiziminde üç kural olduğunu ve 2 kenar uzunluğunun bilinmesi yoluyla üçgen çizilmesinin üç kural arasında olmadığını söylemiştir. Öğretmen S bu kuralları bilmediklerini göz önüne alarak öğrencilere tekrardan aynı soruyu yöneltmiş ve 5 cm ve 7 cm uzunluğunda iki kenar uzunluğu vermiştir. Öğrencilerden birisi üçgen eşitsizliğinden yararlanarak 2 ile 12 cm arasında $(2<x<12)$ bir uzunluğa sahip olan üçüncü kenar belirlenerek üçgenin çizilebileceğini açıklamıştır. Öğretmen tarafından bu aralıkta çeşitli üçgenlerin çizilebileceği, tek bir üçgenin çizilemeyeceği vurgulanmıştır. Ardından üçgenin kenar uzunluklarından bir veya iki tanesi yerine açılarının ölçüleri verilirse üçgenin inşa edilip edilemeyeceğini öğrencilere sorulmuştur. Böylece etkinliğin bir sonraki adımında iki kenar uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açısının ölçüsü bilinen bir ABC üçgeni inşa edilmiştir (Şekil 26).

Şekil 26. Öğretmen S’nin Araştırma Dersinde İki Kenarının Uzunluğu Ve Bu Kenarlar Aralarındaki Açısının Ölçüsü Bilinen Üçgeni Çizme Aşamaları

Etkinliğin son aşamasında ise öğrencilerden bir kenarının uzunluğu ve iki açısının ölçüsü verilen şekilde üçgen inşa etmelerini istemiştir (Şekil 27). Öğrencilerden bir tanesinin kenar yatay mı yoksa dikey mi çizeceklerini sorması üzerine Öğretmen S bu durumun oluşumu etkilemeyeceğini açıklamıştır.



Şekil 27. Öğretmen S'nin Araştırma Dersinde Bir Kenarının Uzunluğu Ve İki Açısının Ölçüsü Bilinen Üçgeni Çizme Aşamaları

Ders İmecesi 2 - Tartışma Toplantısı

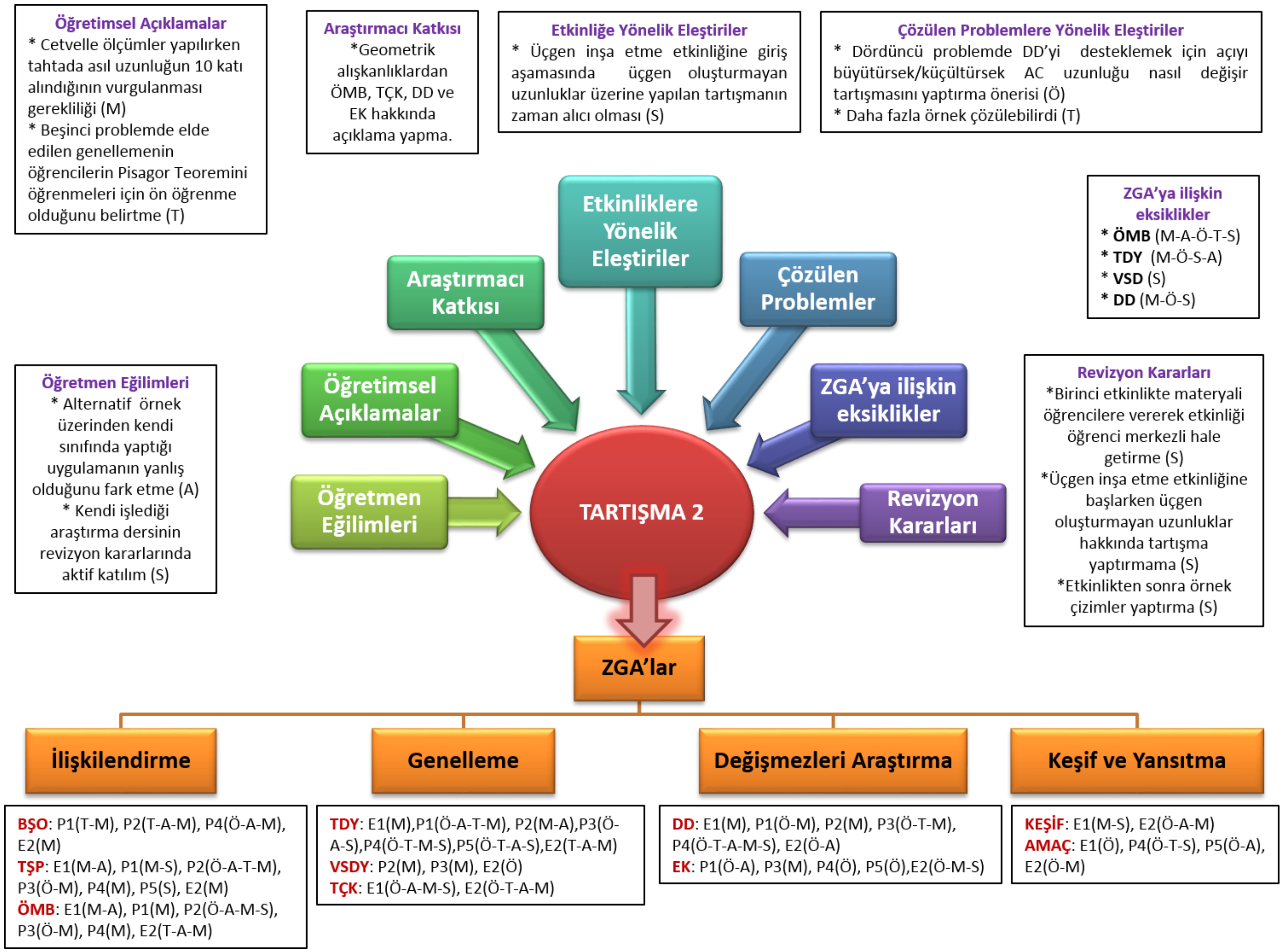
İkinci ders imecesinin tartışma toplantısında Öğretmen S'nin işlemiş olduğu araştırma dersi üzerine tartışan öğretmenlerin odaklandıkları konular ve bu konulara ilişkin alışkanlıkları Şekil 28'de verilmiştir. Her bir öğretmenin hangi geometrik alışkanlıklarda eksiklikleri olduğu modelin üst bölümünde, her bir geometrik alışkanlığın öğretmenlere göre hangi etkinliklerde (E1-E2) veya problemlerde (P1-P5) ortaya çıktığı ise modelin alt bölümünde gösterilmiştir.

Toplantıda öncelikle açı kenar ilişkisini keşfettirmeye yönelik etkinliğin, hangi geometrik alışkanlıkları desteklediği üzerine tartışılmıştır. Öğretmenlerin tartışma sürecinde "tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma" ve "özel muhakeme becerilerini kullanma" yoluyla ilişkilerle muhakeme yapma, "tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma" ve "tam bir çözüm kümesi ya da genel bir kural arama" yoluyla genelleme yapma, "dinamik düşünme" yoluyla değişmezleri araştırma ve "keşfi ön plana alarak" keşif ve yansıtma bileşenini desteklediklerini ifade ettikleri görülmektedir. Öğretmen Ö'nün burada "özel muhakeme becerilerini kullanma" alt bileşenine ilişkin söylemi incelendiğinde, bu bileşen için orantısal muhakeme yoluyla bir genelleme yapılması gerektiğini bildiği ancak bu orantıyı nerede kullandığını açıklayamadığı görülmüştür.

Etkinlikle ilgili tartışmalarda araştırma dersini anlatan Öğretmen S'nin öz değerlendirmesinde açılar ve kenarlar arasında karşılaştırma yapmaları açısından materyali öğrencilere vermenin etkinliği öğrenci merkezli hale getirme ve öğrenciye keşfetme ve sorgulama ortamı sağlama açısından daha etkili olacağını vurguladığı görülmüştür.

Öğretmenlerin açı kenar ilişkisine yönelik problemlerde ortaya çıkan geometrik alışkanlıkları tartıştıkları görülmüştür. Öğretmenlerin ilk problemi tartışma sürecinde "*tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma"* yoluyla ilişkilerle muhakeme yapma ve "*tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* yoluyla genelleme yapma bileşenini desteklediğini ifade ettikleri görülmüştür. Ancak Öğretmen Ö ve Öğretmen M'nin söylemlerinden ilk problemde öğrencilerin üçgenin iç açıları toplamının 180° olması kuralından yararlanmalarını "*tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* olarak değerlendirdiği ve bu bileşenine ilişkin bilgi eksikliği olduğu görülmüştür.

Araştırma dersinde işlenen ikinci problemi tartışmalarında öğretmenlerin *"bağımsız şekillere odaklanma"* ve *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* yoluyla ilişkilendirme bileşenini, *"tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama"* yoluyla genelleme bileşenini, *"dinamik düşünme"* yoluyla değişmezleri araştırma bileşenini desteklediklerini ifade ettikleri görülmektedir. Öğretmenlerin söylemleri incelendiğinde, bu problemin çözümünde öğrencinin önce soldaki üçgendeki en uzun kenara karar verip, daha sonra sağdaki üçgende yeniden en uzun kenarı belirlemeye çalışmasını Öğretmen M'nin *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* olarak, Öğretmen Ö'nün ise *"dinamik düşünme"* olarak değerlendirdiği görülmektedir. Oysaki burada öğrencinin kullandığı herhangi bir orantısal muhakeme ya da simetriden yararlanma durumu yoktur. Öğretmen M'nin ve Ö'nün problemin çözümünde herhangi bir dönüşüme ver verilmediğinden bu konuda bilgi eksiğinin olduğu düşünülmektedir.



Şekil 28. İkinci Ders İmecesinin Tartışma Toplantısına İlişkin Organizasyon Şeması

Ayrıca Öğretmen Ö ve S'nin iki eşitsizliğin ortak çözümünü yaparak problemin çözümünü yapmasını *"varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma"* olarak değerlendirdiği görülmüştür. Yine aynı problemde Öğretmen Ö ve Öğretmen M'nin *"dinamik düşünme"* bileşenine ilişkin bilgi eksikliklerinden dolayı bu bileşeni desteklediklerinin ifade ettikleri düşünüldüğünden, tartışma esnasında araştırmacının bileşeni tekrar açıklama gereği duymadıkları görülmüştür.

Öğretmenlerin gözlem notları incelendiğinde yine ikinci probleme yönelik tartışma toplantısında vurgulamadıkları bazı bileşenleri sınıf ortamında belirledikleri ve gözlem formlarına not aldıkları görülmektedir. Öğretmen T ve A'nın *"bağımsız şekillere odaklanma"* ve Öğretmen Ö, T ve M'nin *"tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma"* yoluyla ilişkilendirme bileşenini desteklediklerini düşündükleri görülmüştür. Ayrıca Öğretmen Ö, A ve S'nin *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşenini, Öğretmen A ve M'nin "*tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama"* ve Öğretmen M'nin *"varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma"* bileşenini desteklediklerini düşündükleri görülmüştür.

Ardından üçüncü problemin tartışılmasına geçen öğretmenlerin "*tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma"* yoluyla ilişkilerle muhakeme yapma, *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* ve *"varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma"* yoluyla genelleme yapma, "*dinamik düşünme"* ve *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* yoluyla değişmezleri araştırma bileşenlerini vurguladıkları görülmüştür.

Üçüncü problemin çözümünün tartışılmasında Öğretmen Ö ve Öğretmen S'nin öğrencilerin eşitsizlikler konusundan yararlanarak çözüm yapmasını *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* olarak belirlediği görülmüştür. Ayrıca bu probleme yönelik Öğretmen Ö ve Öğretmen S'nin aşağıdaki açıklamalarında üçgen eşitsizliğini uygularken açı kenar ilişkisini yani s(A)<s(B) göz önünde bulundurmayı *"dinamik düşünme"* bileşeni olarak gördükleri de saptanmıştır.

Ö: *Açıları dara sınırlandırıyoruz ya.*

S*: Burada en küçük demiş, küçükleri sınırlamış oldu aslında.*

Ö*: Şimdi üçgen eşitsizliğine göre bir şeyler değişecek.*

Ar: *Hıhı.*

Ö: *Yani üçgen eşitsizliği bir durum. Kısıtlanma var burada değil mi? Hani A açısı B açısına göre değişiyor hani. Orada da işte bu. Hani neler değişiyor, bir şeyler değişiyor.*

Bunun üzerine araştırmacı *"dinamik düşünme"* bileşenine yönelik bir açıklama yapmıştır. Ayrıca öğretmenlerin gözlem notları incelendiğinde ise Öğretmen Ö ve Öğretmen M'nin herhangi bir açıklama yapmaksızın bu problemde *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşenini gördüklerini gözlem notlarına yazdıkları görülmüştür.

Öğretmenlerin dördüncü problemde ise *"bağımsız şekillere odaklanma"*, "*tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma"* ve *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* yoluyla ilişkilerle muhakeme yapma, *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* yoluyla genelleme yapma, "*dinamik düşünme"* ve *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* yoluyla değişmezleri araştırma, *"amacı ön plana alma"* yoluyla keşif ve yansıtma bileşenlerini desteklediklerini ifade ettikleri görülmüştür.

Bu problemin tartışılmasında Öğretmen S'nin aşağıdaki ifadesinden "*dinamik düşünme"* bileşenine ilişkin bilgi eksikliği görülmektedir:

Ar: *Dinamik düşünmeyi hangisini yaparken diye düşünmüşsün hocam?*

S: *Yani ben biraz hani ıı bu dinamik düşünmeyi birazcık zihnini zorlaması gibi düşündüm.*

Ar: *Evet, bu biraz daha zor bir soru gibi mi geldi size?*

S: *Yani..*

Ar: *üst düzey mi geldi?*

S: *Yani biraz daha evet bağlantı kurması ya da bir üst şeyi düşünmesi gerekli hani direk orada ki bir büyük açı, ya da bir küçük kenar gibi bir şey yok. Sadece 180° den işte başta 75 den fazla açının bir tane bulunabileceği, yani orada hani dinamik düşünmesi gerektiğini düşünüyorum.*

Tartışılan problemin yapısında *"dinamik düşünme"* potansiyeli olmamasına rağmen Öğretmen Ö'nün problemde bu bileşeni nasıl destekleyebileceklerini ifade etmeye yönelik önerisi ise şöyledir:

***Ö**: D şıkkında biraz tırmanıyor işte bir açı var karşısında var. Hani A şıkkında mesela hocamın demin anlattığı dersin içinde ki örneği A şıkkında bir öğrenci A şıkkında şu kenardır dese hani o örneği verebilir değil mi. İşte şöyle olursa şu açı büyüse şöyle olur (...) Ha mesela senin örneğin burada güzel. Mesela A şıkkı dese çocuk o zaman sen dersin B açısını biz daha da büyütseydik AC büyür, küçültsek AC küçülür falan. Buradan anlayabiliriz şeklinde.*

***Ar**: Yani A şıkkının niye olamayacağını anlatmak için örnek olarak verebiliriz diyorsunuz.*

***Ö**: Evet.*

Problemin tartışılmasında Öğretmen S ve Öğretmen M'nin üçgenin iç açıları toplamının 180° olması kuralından yararlanılmasını *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* bileşeni olarak gördüğü ve bu bileşene ilişkin de bilgi eksikliği olduğu aşağıdaki ifadelerinden anlaşılmaktadır:

***Ar**: Hangi tanıdık durumlardan yararlanıyor bu sorunun çözümünde?*

***M**: Vallahi sorunun tamamını hatırlamıyorum da.*

***S**: İç açının 180° oluşu.*

***M**: Oluşunu kullanıyor yani.*

Beşinci problemin çözümü üzerine yapılan tartışmada, Öğretmen T'nin bu problem ile Pisagor Teoremi konusu için ön öğrenmeleri sağladıkları konusunda bir öğretimsel açıklaması olmuştur. Ardından öğretmenlerin bu problemde ise *"tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma"* yoluyla ilişkilerle muhakeme yapma, *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* yoluyla genelleme yapma, *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* yoluyla değişmezleri araştırma ve *"amacı ön plana alma"* yoluyla keşif ve yansıtma bileşenlerini desteklediklerini ifade ettikleri görülmüştür.

Öğretmenlerin bu problemde *"tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"* bileşenine ilişkin bir yorum yapmadıkları ve gözlem notlarında da bu bileşene yer vermedikleri görülmüştür. Ayrıca Öğretmen Ö ve Öğretmen S'nin gözlem notlarında bu probleme ilişkin *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* ve *"amacı ön plana alma"* bileşenlerine neden yer verdiklerine dair bir açıklamaya rastlanmamıştır.

Bu problemin de tartışılması üzerine öğretmenler araştırma dersinde yapılmış ikinci etkinlik olan üçgen inşa etme etkinliği üzerine tartışmaya başlamışlardır. Araştırmacı öğretmenlerden öncelikle planda yer almayan ve Öğretmen S'nin girişte verdiği üçgen oluşturmayan uzunlukları üzerine yaptırdığı tartışma üzerine konuşmalarını istemiştir. Bunun üzerine Öğretmen S derse girişte yaptığı bu etkinliği şöyle açıklamıştır:

> ***S**: Şimdi burada büyük bir gafımı söylemek istiyorum. Aslında şöyle, ders kitabında böyle bir giriş vardı. Yani, hani kılavuz kitapta işte diyor ki öğrencileri artık motive etmeyi amaçlı dersin başında 3,5,10 üçgeninin çizilip çizilmeyeceği hakkında yapılabilir mi? Bende öyle hani motive amaçlı yani dikkat etme, çok çabuk es geçecektim aslında ben bunu, hani çizilebilir mi? Tamam çizilir, çizilmez. Bir deneyelim şu bu deyip geçecektim işin aslı burada üçgen eşitsizliğine uymadığının farkında değildim. Yani ben aslında uysun üçgen eşitsizliğine bir kaç denesinler olmasın geçeyim diyordum. Sonra yazdıktan sonra 3, 5, 10 olduğunu fark ettim. Ondan sonra Allah'ım ben bunu nasıl toplayacağım dedim. Neyse aferin tamam bu üçgen eşitsizliğinden hatırlamış olduk deyip hani 7'ye çevirdim.*

Öğretmen S'nin açıklamasından sonra öğretmenler bu etkinlikte ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar üzerine konuşarak tartışmaya devam etmişlerdir. Bu etkinlikte öğretmenlerin *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* yoluyla ilişkilerle muhakeme yapma, *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* ve *"tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"* yoluyla genelleme yapma, "*dinamik düşünme"* ve *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* yoluyla değişmezleri araştırma, *"keşfi ön plana alma"* ve *"amacı ön plana alma"* yoluyla keşif ve yansıtma bileşenlerini desteklediklerini ifade ettikleri görülmüştür.

Ayrıca üçgen inşa etme etkinliğine yönelik öğretmenlerin tartışmaları incelendiğinde, Öğretmen A'nın araştırma dersini gözlemlerken etkinliğin *"amacı ön plana alma"* bileşenini desteklediğini düşündüğünü, tartışma toplantısı esnasında ise *"keşfi ön plana alma"* bileşenini desteklediği şeklinde fikrini değiştirdiğini ifade ettiği görülmüştür.

Öğretmenlerin bu etkinlikte herhangi bir orantısal muhakeme ya da simetri kullanımı olmamasına rağmen *“özel muhakeme becerilerini kullanma”* bileşenini desteklediklerini ifade etmesi de bu konuda bilgi eksikleri olduğunu göstermektedir. Tartışma toplantısı esnasında öğretmenlerin *“özel muhakeme becerilerini kullanma”* bileşenine ilişkin söylemleri ve Öğretmen Ö’nün bu geometrik alışkanlığın etkinlikte yer olmadığına dair açıklamaları aşağıdaki gibidir:

> ***A***: *Aslında özel muhakeme becerileri kullanmada var mı burada ya, hocam?*
> ***Ar***: *Var mı, siz söyleyin?*
> ***A***: *Bilemedim şimdi.*
> ***M***: *Ben var demişim.*
> ***A***: *Sanki varmış gibi bana da şuan gördüm.*
> ***Ar***: *Hangi mesela özel muhakeme derken, hangi yolla muhakemeden bahsediyorsunuz?*
> ***A***: *O bana his verdi yani, orada varmış gibi, burada var dedi yani.*
> ***Ö***: *Özel muhakeme becerileri mi?*
> ***A***: *Burada varmış dedi gibi yani.*
> ***Ö***: *Özel muhakeme… İki veya daha fazla geometrik şekil arasında orantısal muhakeme yapma yoluyla.*
> ***A***: *Evet yapıyor, yapmıyor mu?*
> ***Ö***: *İki veya daha fazla?*
> ***A***: *Tamam üç tane işte şekil işte. Bir üç kenarlı verilen, bir iki kenarı verilen, bir de tek kenarı verilen.*
> ***Ö***: *Ama bu ikisi, ikisinin arasında orantısal muhakeme yapacak.*
> ***A***: *Birde tek kenarlılar var.*
> ***Ö***: *Üçgenlerden birinin kenarı diğer üçgenlerin kenarının 1,5 katı. Biz burada üçgenleri karşılaştırmıyoruz ki.*

Yine aynı etkinliği tartışmaları esnasında Öğretmen A’nın, *“özel muhakeme becerilerini kullanma”, “dinamik düşünme”* ve *“etkilerin kanıtlarını kontrol etme”* bileşenlerini, adından dolayı kendi anlamından farklı bir şekilde anlamasına neden olduğunu ifade ettiği görülmüştür:

A: *Sanki bu özel muhakeme deyince, Allah aşkına aklınıza şey gelmiyor mu sizin, sanki biraz da zekâ kullanmaymış gibi. Bana hep, hep o hissi verdiği için sanki her şeyde onu yazmam gerekiyormuş gibi geliyor.*

Ar: *Ya aslında ilişkilendirme dediğinizde de muhakeme, genelleme yapmak da bir muhakeme, aslında hepsi bir muhakeme. Dolayısıyla yani özel muhakeme yapmak deyince, muhakeme yapmak gibi aklınıza gelmesin.*

A: *İşte yani, belki de ondan sanki bir şey kullanıyor diyorum.*

Ar: *Genelleme yapmak da aslında bir muhakeme yapmaktır. Muhakeme yapmak demek akıl yürütme demek. Genelleme yapmak da bir akıl yürütmektir, ilişkilendirme yapmak da akıl yürütmektir.*

A: *İşte o yüzden direk hocam burada hep aynı şey varmış gibi geliyor bize. Hani orada bir becerisini kullandığını düşündüğümüz için. Halbuki adından dolayı bizi yanıltıyor değil mi hocam? Adından dolayı.*

Ar: *Oradaki özel muhakemeyle kastettiği simetri, iki şekil arasında bir oran kurma falan gibi mesela.*

A: *Yani farklı pencereden bakıyor.*

Ar: *Bir benzerlik oranı.*

T: *Onlar nereye giriyor?*

Ar: *Bunun alt bileşeni.*

A: *Şimdi mesela dinamik düşünmede x aklınıza ne geliyor? Benim aklıma böyle hani olayla bir şeyleri kuruyor çözüyormuş gibi geliyor bana. Ama burada dinamik düşünme çok farklı.*

Ö: *İki ya da daha fazla geometrik şekil deyince hepsi aynı anda olması gerekmiyor mu şimdi ben onu anlamadım?*

Ar: *Hıhı.*

A: *Yani hani bir şeyi yansıtıyor gibi.*

M: *Biz öyle dememişiz.*

Ö: *Hepsi aynı anda olacak.*

Ar: *Onların arasında mesela bir benzerlik oranı bulma gibi, şekiller arasında.*

Ö: Hıı, evet, evet.

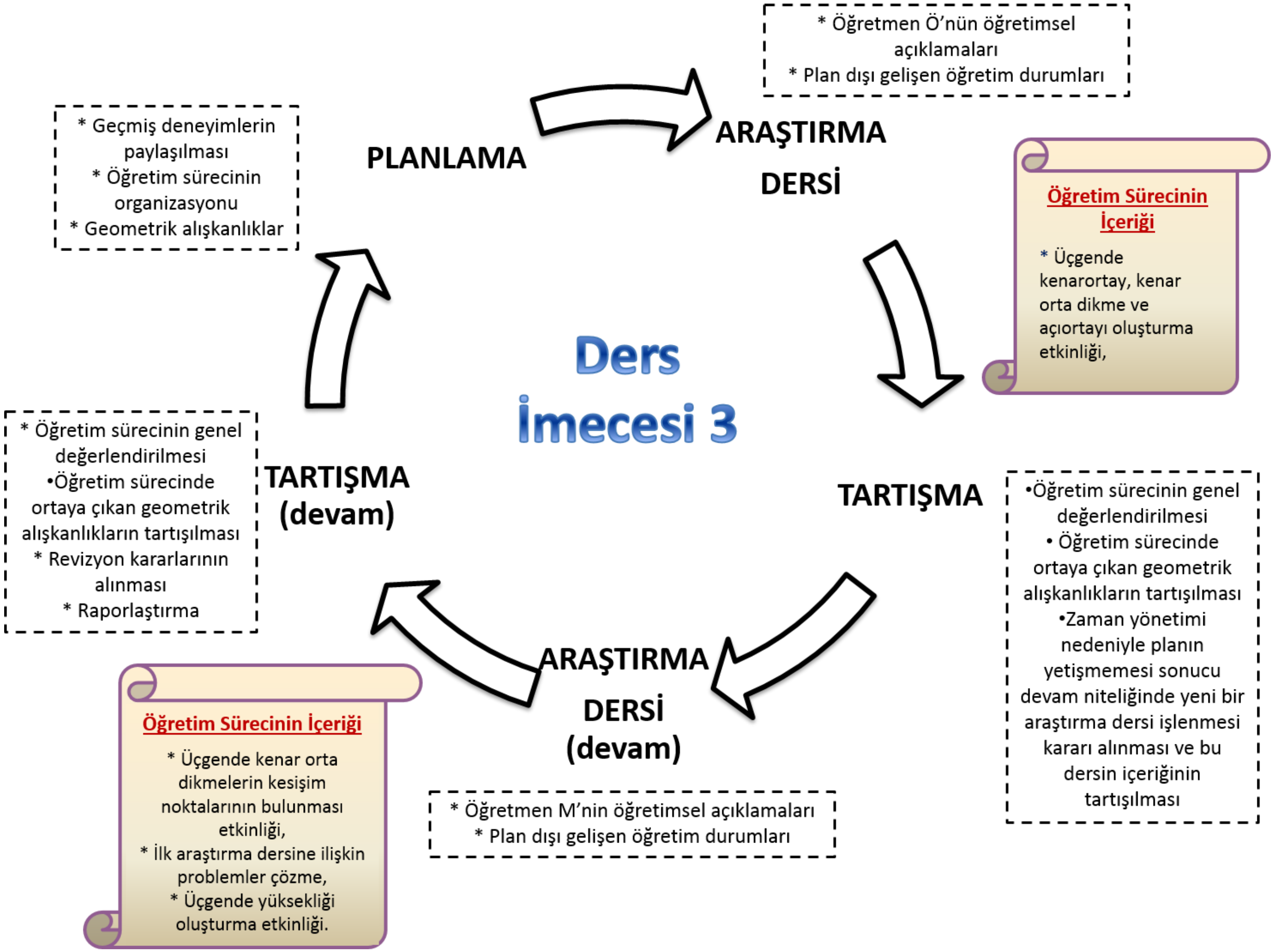
A: *Hocam şeyde de bak aynı hata var, mesela ben kendime düşünüyorum. Mesela dinamik düşünmeyle ben her şeyi yapacakmış gibi geliyor. Etkilerin*

kanıtlarını kontrol etmede de sanki her örnekte bunu söylemem gerekiyormuş gibi geliyor. Ama bizim işte kelimelerin anlamlarıyla alakalı ilişki kurmaktan kaynaklanıyor. Olayın içeriğiyle değil de. Kelime anlamıyla ilişki kuruyoruz.
***Ar**: Evet aslında bunları yanınızda getirip bakarak da yorum yapabiliriz yani daha sağlıklı tartışma yapabilmek için.*

Ayrıca yukarıdaki tartışma incelendiğinde araştırmacının öğretmenlerin *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşenine yönelik kafa karışıklığını gidermek için bu geometrik alışkanlığı açıkladığı görülmüştür. Toplantıda kullandıkları ifadelere ek olarak öğretmenlerin probleme ilişkin gözlem notlarında, Öğretmen M'nin tartışma toplantısında ifade etmemesine rağmen problemin *"bağımsız şekillere odaklanma"* ve *"tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma"* bileşenlerini desteklediğini düşündüğü anlaşılmaktadır.

Etkinliğin geometrik alışkanlıklar açısından tartışılması esnasında öğretmenlerin bilgi eksiklerini giderebilmek amacıyla araştırmacı tarafından öğretmenlere *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* ve *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* alt bileşenine ve ilişkilerle muhakeme ile genelleme bileşenine yönelik açıklamalar yapmıştır. Öğretmenlerin araştırma dersinin genelinde geometrik alışkanlıklar hakkında kullandıkları ifadeler incelendiğinde, "özel muhakeme becerilerini kullanma", "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama", "Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" ve "dinamik düşünme" bileşenlerine yönelik bilgi eksiklikleri olduğu görülmüştür.

Öğretmenlerin ikinci ders imecesinin tartışma toplantısında, işledikleri araştırma dersine yönelik aldıkları revizyon kararları incelendiğinde Öğretmen S'nin dersi geliştirmeye yönelik karar alma sürecinde oldukça aktif katıldığı göze çarpmaktadır. Öğretmen S ilk olarak açı kenar ilişkisini keşfettirme etkinliğinde materyali öğrencilere vererek etkinliği öğrenci merkezli hale getirmeyi önermiştir. Ardından, yaptığı özeleştiri ile bağlantılı olarak, araştırma dersinde plan dışı bir şekilde uyguladığı ve üçgen inşa etme etkinliğine giriş niteliğindeki üçgen oluşturmayan uzunluklar hakkında yaptırdığı tartışma ile dikkat çekme bölümünü plandan kaldırmayı önermiştir. Ayrıca etkinlikten sonra örnek çizimler yaptırma önerisinde de bulunmuştur. Öğretmen S'nin önerdiği bu revizyonlara diğer öğretmenlerin herhangi bir müdahalede bulunmadığı görülmüştür.



Şekil 29. Üçüncü Ders İmecesine Ait Organizasyon Şeması

Ders İmecesi 3

Üçüncü ders imecesi planlama aşaması, araştırma dersi ve tartışma aşamasından sonra devam niteliğinde bir araştırma dersi ve yeniden yapılan tartışma toplantısından oluşmaktadır (Şekil 29).

Üçüncü ders imecesinde, ilk iki ders imecesinden farklı olarak öğretmenler ikinci bir araştırma dersi ve bu derse ait bir tartışma toplantısı daha gerçekleştirmişlerdir. Bu aşamalardan ilki olan planlama aşamasında öğretmenlerin öğretim sürecini nasıl ve hangi geometrik alışkanlıkları destekleyecek şekilde planladıkları ifade edilmiş, daha sonra Öğretmen Ö'nün işlediği araştırma dersi öğretmenin öğretimsel açıklamaları ve plan dışı (spontane) gelişen durumlar çerçevesinde betimlenmiştir. Bu ders imecesinde yapılan ilk tartışma oturumunda ise, öğretim süreci, bu süreçte ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar çerçevesinde tartışılmış ve öğretmenlerin araştırma dersine ait planlamalarını yetiştiremedikleri gerekçesiyle yeni bir araştırma dersi gerçekleştirme kararı aldıkları görülmüştür. Ardından Öğretmen M devam niteliğindeki araştırma dersini gerçekleştirmiş ve bu ders Öğretmen M'nin öğretimsel açıklamaları ve plan dışı gelişen durumlar çerçevesinde açıklanmıştır. Son olarak bu araştırma dersi ve desteklenen geometrik alışkanlıklara ilişkin tartışma toplantısı öğretmenlerin etkinlik ve problemlere yaptıkları eleştiriler çerçevesinde gerçekleştirilmiş ve öğretmenlerin üçüncü ders imecesinde revize ettiği noktalar açıklanmıştır.

Ders İmecesi 3 – Planlama Toplantısı

Üçüncü ders imecesinin planlama aşamasında ders imecesi ekibi tarafından *"Üçgende kenarortay, kenar orta dikme, açıortay ve yüksekliği inşa eder."* kazanımına yönelik Öğretmen Ö'nün anlatacağı dersin planlaması yapılmış, bu dersin planlanmasına ilişkin organizasyon şeması Şekil 30'da verilmiştir.

Öğretmenler planlama aşamasında öncelikle araştırmacının sorusu üzerine geçmiş yıllarda konuyu nasıl anlattıklarını açıklamışlardır. Öğretmen T geçmiş yıllarda konuyu anlatırken öncelikle yardımcı elemanlardan açıortaydan ile derse başladığını ifade etmiştir.

Burada Öğretmen Ö'nün *"Yüksekliği anlatmıyor musun önce?"* sorusu üzerine Öğretmen T geçmiş derslerinde basitten karmaşığa bir yaklaşım izlediğini ve öğrenci düşüncesini ön plana alarak öncelikle kendince öğrencilerin en kolay öğrendiğini düşündüğü eleman açıortay olduğu için ondan başladığını şöyle vurgulamıştır:

***A**: Neden önce açıortayı anlatıyorsun hocam?*

***T**: Ben basitten zora doğru gitmeyi düşündüğüm için.*

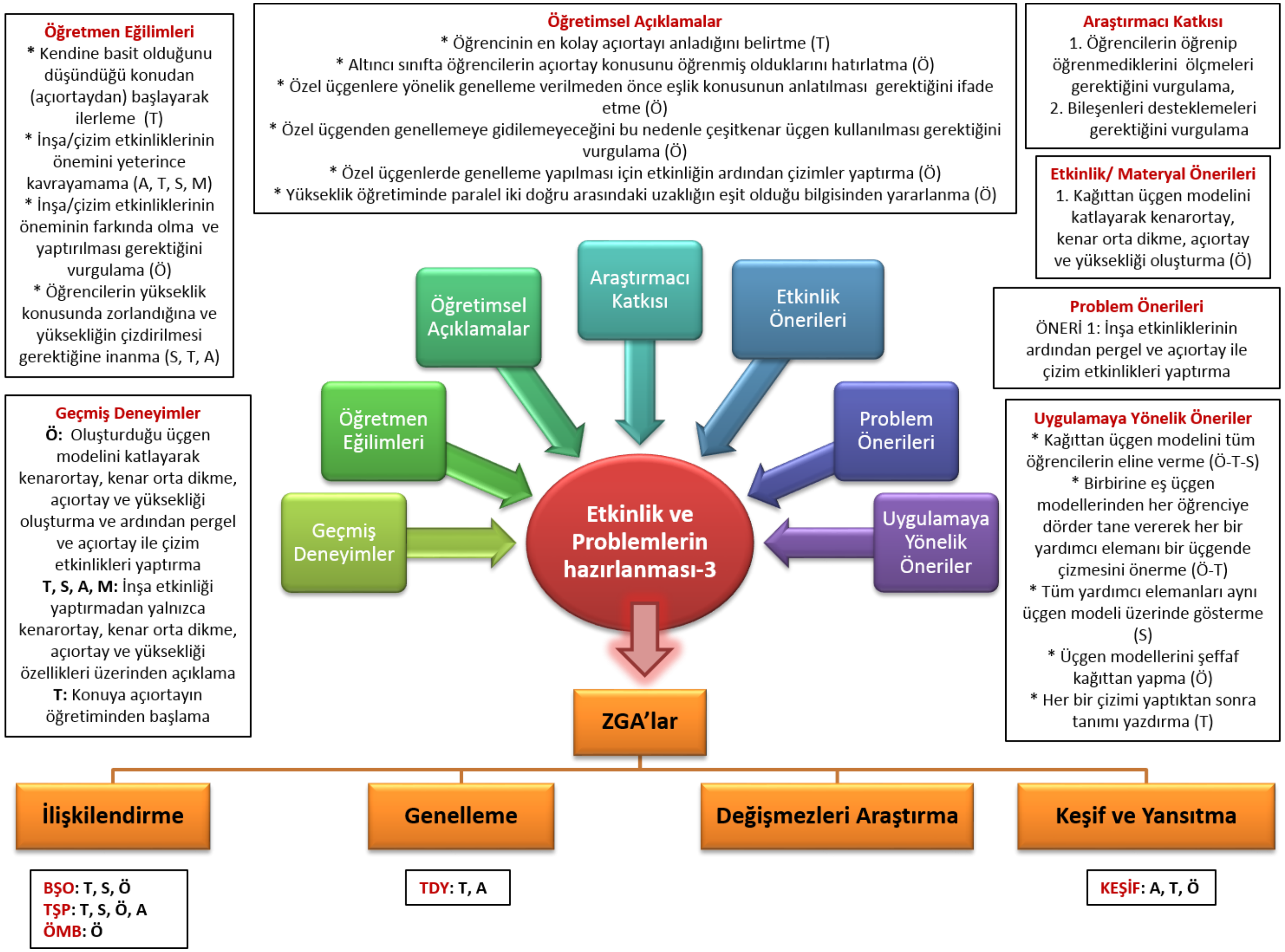
***Ar**: Hıhı.*

***T**: Açıortay basit geliyor benim gözüme, kenarortay da basit. Açıortay, kenarortay, kenar orta dikme hepsi üçgenin içinde kesişiyor. Ama bazen geniş açılı üçgende yükseklikler dışarıda kesişiyor. O kafa karışıklığına neden olmasın diye ben en son veriyorum aslında bir yerde. Yükseklik ıı, o geniş açılı üçgende yükseklik çizerken çocuklar biraz bocalayabiliyor yani haliyle falan.*

***Ar**: İçine çizme eğilimi oluyor değil mi?*

***T**: Yani içine çizme çok meydana geliyor orada. Onu göstermek için şey yapıyor. En sona aldım onu. Tabii daha zor olduğunu düşündüğüm için.*

Ardından tartışmaya devam edilmiş ve Öğretmen A açıortay konusunu anlatırken çizimleri geometrik araçlar yardımıyla yaptırıp yaptırmama konusunda kararsız olduğunu belirtmiştir. Ayrıca Öğretmen A geçmiş yıllarda öğrencilere açıortayı inşa ettirmeden, yalnızca özelliklerini verdiğini ifade etmiş ve diğer öğretmenlere konunun anlatımında açıölçer kullanıp kullanmayacağını sormuştur.



Şekil 30. Üçüncü Ders İmecesinin Planlama Aşamasına İlişkin Organizasyon Şeması

Burada öğretmenlerin üçgenin yardımcı elemanlarını çizdirip çizdirmemeye ilişkin yaptıkları tartışma şöyledir:

***A**: Açıortayı anlatırken şey kullanmalı mıyım diye düşünüyorum ben de, Açıölçer kullanmalı mıyım diye düşünüyorum. Hani hep biz klasik çiz, ortadan ikiye böl falan yapıyoruz ya.*

***T**: Kullanılabilir. Şimdi…*

***A**: Kullanmak gerekiyormuş yani.*

***T**: …Şuna bakmak lazım yani biz kazanıma bakıyorum ne? Kazanım orada ne çıkmış, ne istiyor ona göre.*

***Ar**: Hıhı.*

***Ö**: Hocam ona bakarsan çizmek lazım. İnşa eder diyor.*

***A**: Şu anda ben çizebiliyorum ya, çizilebilir gibi geliyor, eskiden öyle miydi? Şeyini verirdim, mantığını veririm, çiz, böl mantığını veririm. Ama şimdi çizebiliyorum artık böyle yapıyorum yani.*

***T**: Bak hocam çizdirmedim ya ben. Her zaman için çizdirmiyorum. Çizmeden de veririm.*

***A**: Ben de çizdirmiyorum.*

***Ar**: Hıhı. Siz hocam* [Öğretmen S'yi kastediyor] *çizdirdiniz mi geçen yıl?*

***S**: Hayır.*

***Ar**: Çizdirmediniz, sadece özelliklerini mi verdiniz?*

***S**: Hıhı.*

***Ar**: Siz?* [Öğretmen M'yi kastediyor]

***M**: Ben bu yıl böyle yaptım özelliklerini verdim.*

***A**: Çok kolay olduğu için hocam zaten gereksiz geliyor çocuğa yani.*

***M**: Bir saatte bitti iki saatlik konum ama direk verdim yani.*

***T**: Açıortay, kenarortay, şeyi kenar orta dikmeyi bir ders, yüksekliği ikinci dersimizde, bir ders.*

***M**: Yani iki derste halletmişsiniz.*

***T**: Yüksekliğe daha çok, yüksekliği 40 dakikada diğer üçünü 40 dakikada verdim.*

***A**: Ya bir sürü özelliği var.*

***S**: Yükseklik çizdirilmeli.*

***T**: Ha?*

***S**: Yükseklik çizdirilmeli yani çünkü çocuklar hani*

***T**: Evet yüksekliğin gösterilmesi şart. Ama arkadaşlar kenarortay basit geliyor, kenarortay kenarın ortası çocuklar, yani birleştireceksiniz. Açıortay, açının ortası. Hani söyleyince anlayacağını düşündüğümüz için çizdirmiyoruz. Anlıyorlar genelde ya, %90 anlıyorlar. %90 anlıyorlar.*

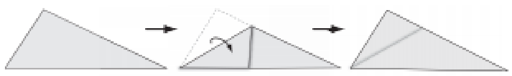
***A**: Çünkü hocam mesela hani şeyden dolayı bu böyle oluyor. Şimdi mesela şeydeyken lisedeyken kenarortay için çok uzun bir zaman ayırmak gerekiyordu. Neden işte, ikiye bir birim bilmem ne.*

***T**: Ha orada alan var.*

***A**: Açıortay şunla şu falan. Yani şimdi öyle gerekli mi ki sadece temelini atıyoruz yani. Bak bu şu anlama gelir. Bu bu anlama gelir. Hani deşebileceğimiz bir şey yok yani. Konuyu deşemiyoruz ki? Yani sadece bilmiyorum ben mi öyle düşünüyorum yani. Sadece kenarortay, kenarortay işte yani. Ne anlama geldiğini kafalarında sezdirecek kadar bırakın demek anlamı geliyor gibi geliyor bana bu konu. Hani konuyu anlatın demiyor bize. Konu ne anlama geliyor bunu öğrensin.*

Bu tartışma incelendiğinde Öğretmen A, T, S ve M'nin üçgenin yardımcı elemanlarından açıortay, kenarortay ve kenar orta dikmeyi inşa etme etkinliklerinin öneminin farkında olmadıkları ve geçmiş derslerinde bu etkinliklere yer vermedikleri görülmektedir. Ayrıca Öğretmen A'nın açıortayı nasıl inşa edeceğini bilmediği ve önceki derslerinde rastgele çizimler yaparak, açıortayın özelliklerini bu çizim üzerinden anlattığı görülmüştür. Burada öğretmenlerin yalnızca yüksekliğin özelliklerinin kavranabilmesi için öğrenci tarafından inşa edilmesi gerektiğine inandıkları anlaşılmaktadır. Özellikle Öğretmen T'nin öğrencilere açıortay ve kenarortay kavramlarının söylediğinde anlaşılması gerektiğini ifade etmesi ve Öğretmen A'nın öğretmen merkezli kavram öğretimi yaklaşımı bu öğretmenlerin konunun öğretimine yönelik eğilimlerini göstermektedir. Bu tartışmalar esnasında Öğretmen Ö üçgenin yardımcı elemanlarının mutlaka çizdirilmesi gerektiğini savunmuş ve derslerinde bu tarz etkinliklere yer verdiğini ifade etmiştir. Tartışmanın devamında Öğretmen Ö'nün öğretmenleri ikna etmek için; üçgenin yardımcı elemanlarını inşa etme konusunun merkezi sınavlarda çıkmış soruları incelemelerini önerdiği görülmüştür. Öğretmen

Ö'nün diğer öğretmenlere gösterdiği ilk sorunun açıortay çizimine yönelik 2010 yılında yapılan sınavda çıkan bir soru (Şekil 31a), ikinci ve üçüncü sorunun kenar orta dikmenin çizimine yönelik 2011 ve 2013 yılında yapılan sınavda çıkan sorular (Şekil 31 b ve c) olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin bu soruları inceledikten sonra üçgenin yardımcı elemanlarını oluşturma etkinliklerini planlamaya ikna oldukları gözlemlenmiştir.

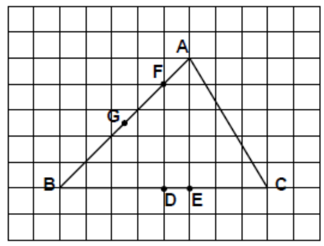


Çeşitkenar üçgensel bölge şeklindeki bir kâğıdın, yukarıdaki gibi katlanıp açılmasıyla elde edilen katlama çizgisi, üçgenin hangi elemanını gösterir?

A) Açıortayını
B) Kenarortayını
C) Kenar orta dikmesini
D) Yüksekliğini

a

Verilen ABC üçgeninde hangi iki noktadan geçen doğru, üçgenin bir kenarının orta dikmesidir?



A) A ile E
B) F ile E
C) A ile D
D) F ile D

b

Aşağıda, AEN çeşitkenar üçgeni üzerinde yapılan bir çizim anlatılmaktadır:

1. **Pergel, EN doğru parçasının uzunluğu kadar açılır.**
2. **E ve N merkezli çemberler çizilir.**
3. **Çemberlerin kesiştiği noktalardan geçen bir doğru parçası çizilir.**

Yukarıdaki işlemler sonucunda, AEN üçgeninde hangi çizim yapılmış olur?

A) Kenar orta dikme
B) Kenarortay
C) Açıortay
D) Yükseklik

c

Şekil 31. Üçgenin Yardımcı Elemanlarının İnşa Edilmesi İle İlgili Geçmiş Yıllarda Merkezi Sınavlarda Çıkmış Sorular

Öğretmenlerin geçmiş deneyimleri üzerine öğretmenlerin yaptıkları açıklamalar incelendiğinde, Öğretmen Ö'nün derslerinde üçgende yardımcı elemanlarını kağıttan yaptığı bir üçgen modelini katlama yoluyla oluşturduğunu ifade ettiği görülmüştür.

Daha sonra öğretmenler araştırma dersinde bu çizimleri nasıl yaptıracaklarına odaklanmışlardır. Öğretmen Ö'nün burada öğrencilere altıncı sınıfta açıortay çizmeyi öğretmiş olduklarını vurguladığı, ancak Öğretmen A'nın altıncı sınıf konuları arasında açıortay olduğunu bilmediği belirlenmiştir. Öğretmen Ö derslerinde bu konunun anlatımında kağıttan bir üçgen modelini kullandığını ve yardımcı elemanların her birini bu materyali katlayarak çizdirdiğini anlatmıştır. Öğretmen T ise araştırma dersinde bu materyalden tüm öğrencilere vererek etkinliği gerçekleştirmeyi önermiştir. Öğretmen Ö ile Öğretmen T, bir süre öğrencilere her bir yardımcı eleman için bir tane model verme ya da tek bir model üzerinde tüm yardımcı elemanları oluşturma üzerine tartışmışlardır. Öğretmen S tek bir üçgen modeli üzerinde tüm yardımcı elemanları göstermeyi, Öğretmen Ö ise aynı üçgeni dört farklı şeffaf kağıttan oluşturup üçgenleri üst üste koyarak yardımcı elemanların birbirinden farkını hissettirmeyi önermiştir. Öğretmenlerin bu etkinliği planlamada son olarak her bir öğrenciye dört tane üçgen modeli vermeye karar verdikleri görülmüştür.

Etkinliğin tartışılmasında Öğretmen T'nin yüksekliklerin çizimi ve tek bir noktada kesişmesini vurgulaması hakkındaki ifadelerinden bu etkinlik yardımıyla öğrencilerde "bağımsız şekillere odaklanma" ve "tek bir şekildeki parçalar arasında ilişki kurma" yoluyla ilişkilerle muhakeme yapma ve "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan yararlanma" yoluyla genelleme bileşenini desteklemeye çalıştığı görülmüştür. Ayrıca Öğretmen Ö'nün önerdiği bu katlama etkinliğinde simetri doğrusundan yararlanmasından dolayı geometrik alışkanlıklardan "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini desteklediği görülmüştür.

Etkinliğin ana hatlarını tartıştıktan sonra Öğretmen Ö'nün ve Öğretmen A'nın öğrencilerin üçgenin yardımcı elemanları ile genelleme yapmalarını destekleyecek durumları destekleyip desteklemediklerine dair aralarında bir tartışma geçmiştir:

> ***A**: Mesela sıradan herhangi bir üçgen vereceksiniz değil mi? Onu işte dört tane işte anladığım kadarıyla yüksekliği bunun üzerinde, hani arkadaşımızın söylediği kadarıyla, işte kenarortayı da bunun üzerinde. Şimdi, hani, üç dört tane üçgende de açıortayı kendisi yapabilmesini, ben ona takıldım mesela. Çeşitkenarda gösterince, ikizkenarda da gösterebilmeli, eşkenar da gösterebilmeli hani.*

***Ö**: Biz çeşitkenar üzerine çalışacağız, onlar özel durum. Sonra dersin mesela, eşkenar üçgende hepsi aynı mı, bakın yapalım veya işte…*

***A**: Ya mesela çocuklara hep ikizkenar üçgende ne diyoruz?*

***Ö**: Üçgen çizimi mesela ben devamını getirebilirim hocanın. Eğer ben anlatacaksam eşkenar üçgeni çizeriz…*

***A**: Çünkü hani neden diyorum?*

***Ö**: bir boş kâğıda.*

***A**: Şundan dolayı özel durum olduğunu göstereceğiz ya, yükseklik bak aynı zamanda nedir? İşte açıortaydır, aynı zamanda kenarortaydır hani bunları yaparken.*

***Ar**: Yani hocamın dediği, bir öğrenciye 4 ya da 5 tane üçgen vereceksiniz. Bu üçgenlerin hepsi aynı üçgen mi olacak?*

***Ö**: Aynı üçgen olacak.*

***Ar**: Yoksa biri çeşitkenar, biri ikizkenar, biri eşkenar mı olacak diyor.*

***A**: Hepsini ayrı ayrı, açıortayı da gösterebilmeli mi, kenarortayı da gösterebilmeli mi yani?*

***Ö**: Bunu şimdi biz ilk etapta bu 3 doğru parçasının birbirinden farklı olduğunu anlatmamız lazım aslında bence. O da çeşitkenar üçgenle mümkün. Ya eşkenar üçgenle alırsan o zaman bin tane şey yapacaksın. O zaman yanlış bir yolda olur çocuk.*

***S**: Evet, evet.*

***T**: Hiç ikizkenarı eşkenarı karıştırmayalım.*

Öğretmen Ö'nün burada Öğretmen A'ya, öğrencilerin üçgenin yardımcı elemanları hakkında genelleme yapmalarını sağlamak için kullanacakları materyalin özel bir üçgen olması durumunda genellemeye varılamayacağını ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen Ö bu nedenle seçecekleri modeli çeşitkenar üçgen olarak hazırlamaları gerektiğini vurgulamıştır. Öğretmen T'nin de Öğretmen Ö'nün bu fikrini desteklediği ifadelerinden anlaşılmıştır. Ayrıca Öğretmen Ö'nün araştırma dersinde öğrenci düşüncesini ön plana alarak, öğrencinin ikizkenar ve eşkenar üçgendeki özel durumları görmesi için etkinliğin ardından çizimler yaptıracağını belirttiği görülmüştür. Öğretmenlerin bu yaklaşımla araştırma dersinde öğrencilerde "bağımsız şekillere odaklanma" ve "tek bir şekildeki parçalar arasında ilişki kurma" yoluyla ilişkilerle muhakeme yapma, “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan yararlanma” yoluyla genelleme yapma ve “keşfi ön plana alma” yoluyla keşif ve yansıtma bileşenini desteklemeye çalıştığı görülmüştür.

Ardından öğretmenler arasında kitaptaki konu sıralaması hakkında kısa bir tartışma geçmiştir. Burada Öğretmen Ö’nün öğrencilere bir sonraki konu olarak Pisagor Teoremini anlatmak yerine üçgenin yardımcı elemanlarını çizme konusuyla yakından ilişkili olduğunu düşündüğü eşlik konusunu işlemeleri gerektiğini ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen Ö’nün bu yolla özel üçgenlerde açıortay, kenarortay, kenar orta dikme ve yüksekliğin aynı olduğunu hemen eşlik konusunun ardından keşfettirmenin daha anlamlı öğrenmelerin gerçekleşmesini sağlayacağına inandığı görülmektedir. Öğretmen Ö’nün ifadelerinden konular arası ilişkilendirme yapılması ile “tek bir şekildeki parçalar arasında ilişki kurma” ve “özel muhakeme becerilerini kullanma” bileşenlerini desteklediği anlaşılmaktadır.

Etkinliğin bir sonraki aşamasını planlamaya devam eden öğretmenler, öğrencilerin genellemeye ulaşamaması durumunda öğretmenin kural şeklinde genellemeyi verme konusu üzerine tartışmışlardır. Öğretmenler burada zaman sıkıntısıyla karşılaştıkları takdirde, öğretmen merkezli bir genelleme yapmayı planlayarak, kuralı yazdırmaya karar vermiştir. Öğretmen T’nin burada katlama etkinliğini yaptıktan sonra öğrencilere pergel yardımıyla kenar orta dikmeyi ve açıortayı çizdirmeyi de önerdiği görülmüştür. Öğretmen Ö burada kenar orta dikmeyi çizerken kenarların orta noktası öğrencilere zaten buldurulacağından, kenarortayı da aynı zamanda çizdirebileceklerini vurgulamıştır. Ayrıca Öğretmen Ö geniş açılı üçgende yükseklik öğretiminin yedinci sınıfta verilen paralel iki doğru arasındaki uzaklığın her noktada aynı olduğu konusu ile ilişkilendirerek verilmesi gerektiğini söylediği görülmüştür.

Genel olarak planlama toplantısında Öğretmen M, A ve S’nin etkinliği planlamaya çok katılmadıkları ancak yine de tüm öğretmenlerin planladıkları araştırma dersinin zamanında yetişip yetişmeyeceği konusunda kaygıları olduğunu vurguladıkları görülmüştür.

Daha sonra araştırmacı öğretmenlere etkinlik sonrasında öğrencilerin bu konuyu öğrenip öğrenmediklerini anlamak üzere dersin ölçme değerlendirmesini nasıl yapacaklarını sormuştur. Öğretmen S'nin burada yeniden örnek çözmeye vakit kalmayacağını vurguladığı görülmüştür. Öğretmen Ö'nün ise araştırma dersinde "*Tekrar ederiz, şöyle desek olmaz mı? Bir kenarı diğer kenarın üzerine katladığımız zaman ne elde ederiz? ... Yani aynı şeyi tekrar edeceğiz çocuklar düşünecekler, katlayacaklar tekrar falan… Veya işte açıyı kendi üstüne katladığımız zaman ne elde ederiz? Olmaz mı öyle?"* şeklinde sorularla ölçme değerlendirme yapmayı önerdiği ifadesinden, öğrencilerin "tek bir şekildeki parçalar arasında ilişki kurma" ve "özel muhakeme becerilerini kullanma" geometrik alışkanlıklarını desteklemeye çalıştığı görülmüştür. Öğretmen T'nin burada etkinliğe geri dönerek her bir çizimi yaptırdıktan sonra tanımın verilmesi gerektiğini vurguladığı görülmüştür. Son olarak araştırmacı eklemek ya da değiştirmek istedikleri bir şey olup olmadığını sormuş ve öğretmenlerin daha fazla değişiklik yapmak istemediklerini ifade ettikleri görülmüştür.

Ders İmecesi 3 - Araştırma Dersi

Üçüncü ders imecesinin araştırma dersinde Öğretmen Ö açıortay, kenarortay ve kenar orta dikme konularına ilişkin bir ders işlemiştir. Dersin özet içeriği, bu derste yapılan etkinlikler ve çözülen problemlerde ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar Tablo 13'te verilmiştir.

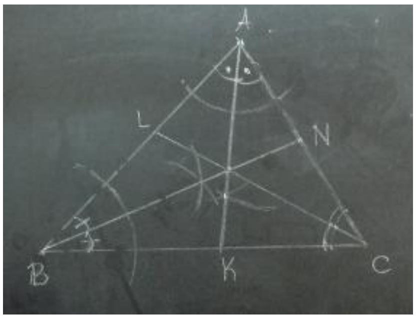
Araştırma dersinin başında Öğretmen Ö etkinliğe başlamadan önce sınıfa hazır getirdiği birbirine eş üçgen modellerini öğrencilere dağıtmıştır. Öğretmen bir üçgen modelini eline alarak öğrencilere *"Açıortay nedir?"*, *"Kenarortay nedir?"* ve *"Kenar orta dikme nedir?"* sorularını sormuş, ancak yanıtını kendisi vermiştir. Ardından üçgen modeli üzerinden iki kenarı üst üste çakıştırarak açıortay oluşumunu göstermiştir. Öğrenciler öğretmenin işlemlerini izlemiş ve tekrar etmiştir.

Tablo 13. Üçüncü Ders İmecesinin Araştırma Dersine Ait Ders İçeriği Ve Bu Derste Ortaya Çıkarılan Geometrik Alışkanlıklar

AÇIORTAY-KENARORTAY-KENAR ORTA DİKME ETKİNLİĞİ (E)	Desteklenen Bileşenler (E)
• *Pergel, açıölçer ve etkinlik için hazırlanan kağıttan üçgen modellerini dağıtarak temel elemanları inşa etme etkinliğine giriş yapma,* **AÇIORTAY (E1)** • *Öğrencilerden tüm açıları ikiye bölecek şekilde üçgeni katlamalarını isteme,* • *Öğrencilere sorular sorarak tüm açıortayların bir noktada kesiştiğini keşfettirme (Oluşum etkinliği),* • *Daha sonra bu keşfi pergelle çizdirdiği açıortaylar üzerinde gösterme ve genelleme (hepsinin aynı noktada kesişmesine vurgu)* **KENARORTAY (E2)** • *Öğrencilerden dağıttığı üçgen modeli üzerinde tüm kenarları katlayarak orta noktalarını bulmalarını ve bu noktayı karşı köşe ile birleştirmelerini isteme,* • *Öğrencilerin defterlerine çizdirdiği bir üçgen üzerinde 2 kenara ait orta noktaları buldurarak, karşı köşe ile birleştiren doğruları oluşturdu,* • *Üçüncüsünü oluşturmaya gerek duymadığını belirtti (hepsinin aynı noktada kesişmesine vurgu).* **KENAR ORTA DİKME (E3)** • *Daha sonra yine sınıfa getirdiği model üçgeni kenar orta dikmeyi oluşturmak üzere katladı ve öğrencilere de aynısını yaptırdı,* • *Defterlerinde de kenar orta dikmenin çizimini yaptırdı.* • *Öğrencilerden defterlerine dik kenarları 3 cm ve 4 cm olacak şekilde bir dik üçgen çizmelerini istedi,* • *Her iki dik kenarın kenar orta dikmelerini oluşturduktan sonra ne fark ettiklerini sordu,* • *Öğrenciler oluşturdukları orta dikmelerin hipotenüs üzerinde kesiştiğini fark ettiler.*	- Bağımsız şekillere odaklanma - Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma - Özel muhakeme becerilerini kullanma - Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama - Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma - Tam bir çözüm kümesi arama - Keşfi ön plana alma

Daha sonra öğrenciler diğer açıortayları kendileri oluşturmuş ve öğretmenin yönergesi ile üçgen modelindeki kat izleri üzerinden cetvel yardımıyla açıortayları çizmişlerdir. Ardından Öğretmen Ö tüm açıortayların çizilmesiyle ortaya nasıl bir durum çıkacağını öğrencilere sormuştur. Öğretmen Ö tahtaya açıortay tanımını yazarken bir öğrencinin öğretmene sözlü olarak eşlik ettiği de görülmüştür. Ardından öğrencilerden pergel yardımıyla kâğıt üzerinde açıortay oluşumunu inşa etmeleri istenmiştir.

Açıortay oluşumunda adım adım ilerleyen Öğretmen Ö yayları belirlemiş ve etkinliğin öğrenci merkezli olarak devam etmesini sağlamıştır. Öğretmen Ö tahtada tüm açıortayları oluşturmuş ve bu açıortayların kesişim noktalarını belirlemiştir (Şekil 32). Sınıfta açıortayların bir noktada kesiştiği genellemesi yapılmış, öğretmen 'not' başlığı altında bu durumun tüm üçgenler için geçerli olduğunu öğrencilerin defterlerine yazmalarını istemiştir.



Şekil 32. Öğretmen Ö'nün Araştırma Dersinde Açıortay İnşa Etme Aşamaları

Açıortay inşasından sonra Öğretmen Ö kenarortayın inşa edilmesi etkinliğine geçmiştir. Öğretmen Ö model üzerinde kenarortayın nasıl oluşturulacağını öğrencilere sormuş ve katlayarak göstermiştir. Öğrenciler öğretmenin uygulama adımlarını takip ederek kendi modellerinde kenarortayı oluşturmaya çalışmışlardır. Bu esnada Öğretmen Ö'nün öğrencilerin uygulamalarını izleyerek onlara geri dönüt verdiği görülmüştür. Öğretmen Ö katlama işleminin yapılması sırasında köşe noktası ve bu köşeyi gören kenarın orta noktasının dikkate alınması gerektiğini vurgulamıştır. Öğrenciler kağıt katlama ile kenarortayın nasıl oluşturulduğunu gördükten sonra Öğretmen Ö kenarortay için yapılan işlemi özetlemiştir. Öğretmenin işlemi özetlemesine öğrencilerin de eşlik ettiği görülmüştür.

Kenarortayın inşa edilmesinden sonra Öğretmen Ö öğrencilere kenar orta dikmenin ne olduğunu açıklamıştır. Ardından öğrenciler kağıt katlama etkinliği ile kenar orta dikmeyi oluşturmuşlardır. Daha sonra ise öğrencilerden kenar orta dikmenin tanımını yapmaları istenmiştir. Öğrenciler özellikleri üzerinden kenar orta dikmeyi tanımlamaya çalışırken bu tanım tahtaya yazılmıştır. Öğretmen bu sırada hangi elemanın açıortay ve kenarortay çizimlerinde kullanıp da kenar orta dikmenin inşasında kullanılmadığını öğrencilere sormuştur. Öğrenciler de köşeyi kullanmadıkları cevabını vermiştir. Ardından iki kenarının uzunluğu bilinen (6cm ve 4cm) ve üçüncü kenarı herhangi bir uzunlukta olan bir üçgen çizmiş ve üçgenin tüm kenar orta dikmelerinin çizmelerini öğrencilerden istemiştir. Burada öğretmene yine aynı üçgeni mi çizeceğiz diye soran öğrencilere, Öğretmen Ö aynı üçgeni elde etmenin sadece cetvel kullanarak zor olduğunu vurguladığı görülmüştür.

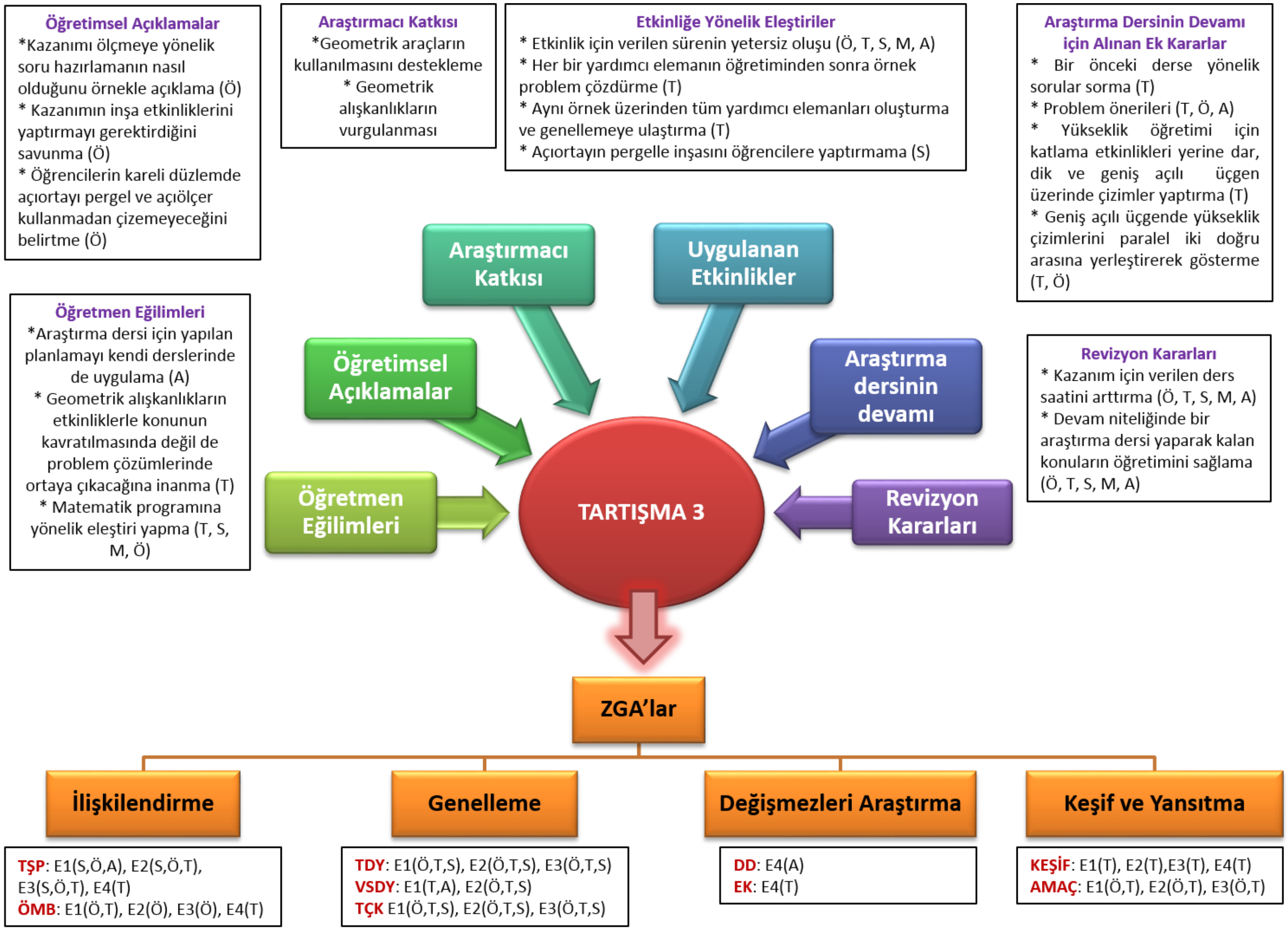
a b c

Şekil 33. Öğretmen Ö'nün Araştırma Dersinde Kenar Orta Dikmeyi İnşa Etme Aşamaları

Daha sonra tahtaya kenar uzunlukları 3, 4, 5 cm olan dik üçgen çizilmiş ve öğrencilerin bu üçgenin kenar orta dikmelerini çizmeleri istenmiştir. Bu örnek üzerinde kesişim noktasının hipotenüs üzerinde olduğu öğrenciler tarafından görülmüştür. Öğretmen Ö'nün planlama toplantısında işlenmesi öngörülen konuları araştırma dersinde yetiştiremediği görülmüştür.

Ders İmecesi 3 – Tartışma Toplantısı

Üçüncü ders imecesinin tartışma toplantısında öğretmenler Öğretmen Ö'nün işlediği araştırma dersini tartışmak üzere toplanmışlardır. Öğretmenlerin bu toplantıda tartıştıkları konuların özeti ve hem toplantıda hem de gözlem notlarında üzerinde durdukları geometrik alışkanlıklar Şekil 34'te görülmektedir.



Şekil 34. Üçüncü Ders İmecesinin Tartışma Toplantısına İlişkin Organizasyon Şeması

Her bir geometrik alışkanlığın öğretmenlere göre hangi etkinliklerde (E1-E2-E3-E4) ortaya çıktığı ise modelin alt bölümünde gösterilmiştir.

Tartışma toplantısının başında Öğretmen Ö'nün araştırma dersinde planlanan konuları yetiştiremediğini ve "*planın kavramsal kısmında başarılı olduğunu ancak uygulamalı kısmında başarısız olduğunu*" belirttiği görülmüştür. Öğretmen T'nin de araştırma dersinin yetişmediğini vurgulaması üzerine Öğretmen Ö ve T planladıkları etkinliklerin iki ders saatinde yetiştirilemeyeceğini düşündüklerini ifade etmişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı öğretmenlere dersin saatinin mi arttırılmasını yoksa içeriğin mi değiştirilmesini uygun gördükleri sormuştur. Öğretmen Ö ve T'nin içeriğin değişmesindense sürenin arttırılmasının daha uygun olacağını belirttiği, Öğretmen S'nin ise kendi dersinde inşa etkinliklerini yaptırmamasına rağmen sürenin ancak yetiştiğini vurguladığı görülmüştür. Öğretmen Ö'nün kazanımı hatırlattığı ve bu kazanım için mutlaka inşa etkinliklerinin yapılması gerektiğini vurguladığı belirlenmiştir.

Öğretmenlerin zaman yetmemesi konusunda gerçekleştirdiği tartışmalar incelendiğinde, planlamaya yönelik yaptıkları ilk revizyonun ders saatini arttırmak olduğu görülmektedir. Ardından Öğretmen T her bir yardımcı elemanı inşa etmeyi keşfettirdikten sonra, öğrenciye bir problem çözdürülmesini uygun olacağını belirtmiş, ancak; Öğretmen Ö'nün kazanımın problem çözmeye değil inşa etmeye yönelik olduğunu ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen T'nin matematik programına bir eleştiri yaparak programın hatalı bir yaklaşım uyguladığını ve kendisinin derslerinde her bir yardımcı elemanı öğrettikten sonra problemlerle desteklediğini ifade ettiği görülmüştür. Daha sonra araştırmacı öğretmenlere geometrik düşünmeyi geliştirmek için neler yapılabileceğini sormuştur. Öğretmen Ö öğrencilerin hazır bulunuşluğunun yetersiz olduğunu ve öğrencilerin önceki sınıflarda verilen açı ve açıortay kavramını hatırlamadıklarını ifade etmiştir. Ayrıca bu durumun işlerini zorlaştırdığını ve zaman alıcı olduğunu vurguladığı ve programın konu sıralamasına bir eleştiri yaptığı görülmüştür. Öğretmen T, S ve M de programa yönelik eleştirilerini ifade etmişlerdir.

Araştırmacının yeniden araştırma dersine yönelik tartışmaya dönmeyi hatırlatması üzerine Öğretmen M, işledikleri dersin ancak 4 saate sığdırılabileceğini ifade etmiştir. Öğretmen A da planlama toplantısında hazırladıkları dersi kendi okulunda işlediğini ve iki saat içerisinde ancak açıortayı ve kenar orta dikmeyi anlatmasına zaman yettiğini söylemiştir.

Öğretmenlerin ders saatinde yapacakları değişikliklere odaklanması üzerine araştırmacı, dersin işlenen kısmında hangi geometrik alışkanlıkları desteklediklerini sorarak toplantıya bu yönde devam etmeleri için öğretmenleri yönlendirmiştir. Burada Öğretmen T'nin öğrencilerin kenarortayların, açıortayların kesişim noktalarının bulunması ve dik üçgende kenar orta dikmelerin kesişim noktasının sorulması aşamasında (Tablo 13) *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma" ve "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"* geometrik alışkanlıklarını desteklediklerini ifade etmiştir. Ayrıca burada Öğretmen T'nin öğrencilerin derste iki açıortay ya da iki kenarortay çizdikten sonra üçüncüyü katlamadan kesişim noktalarının üstünden geçecek şekilde çizim yapmayı *"varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma"* bileşeni olarak değerlendirdiğini belirtmiştir. Öğretmen T'nin ifadelerinden *"keşfi ön plana alma"* bileşenini de içerdiğini düşündüğü ancak verdiği örneğin bu bileşeni desteklediğinin farkında olmadığı görülmüştür.

Burada Öğretmen S'nin de, Öğretmen T'nin ifade ettiği bileşenlere katıldığı buna ek olarak verdiği örnekte "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenini ima ettiği ifadesinden anlaşılmıştır:

> ***S**: Kesinlikle aynen katıldığım şeyleri hocam söyledi. Bir tek şeyde, hani ortada olduklarında, genel kural dedi ya hocam, belki orada kesişiyor yani, ikisi arasındaki ilişkiyi gördü. Küçük bir noktada kesiştiğini gördü. Ama diğer türlü kesinlikle tüm düşündüklerim aynıydı.*

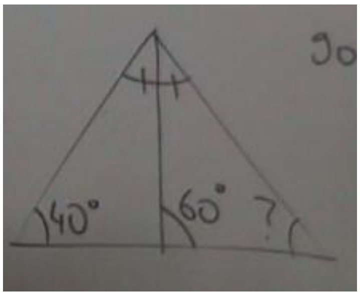
Öğretmen Ö'nün ise tüm bunlara katıldığı, ayrıca araştırma dersinde *"Açıortaydan ne anlıyorsunuz?"* ve *"Kenarortaydan ne anlıyorsunuz?"* soruları ile *"amacı ön plana alma"* bileşenini desteklediklerini düşündüğünü söylediği görülmüştür. Öğretmen T'nin de Öğretmen Ö'nün ifadelerine katıldığı ve bu yolla keşif ve yansıtma bileşenini desteklediğini ifade ettiği belirlenmiştir. Öğretmen S'nin ise etkinlikte tanımları öğretmenin yapmasından dolayı bu bileşenin desteklendiğini düşünmediğini ifade etmiştir.

Araştırmacı daha sonra öğretmenlere *“özel muhakeme becerilerini kullanma”* bileşenini destekleyip desteklemediklerini sormuştur. Öğretmen T’nin bu bileşene ilişkin ikna edici bir açıklama yapmaması üzerine araştırmacı bu bileşeni açıklama gereği duymuştur. Bunun üzerine Öğretmen Ö katlama yoluyla bu bileşeni desteklediklerini ifade etmiştir. Öğretmen S’nin katlama etkinliklerini tüm öğrencilere yaptırmanın zorluğunu vurgulaması üzerine, Öğretmen Ö araştırma dersinde, Öğretmen A ise kendi okulunda yaptığı uygulamalarda yaşadığı zorluklardan ve uygulamadaki aksaklıklardan bahsetmişlerdir. Bunun yanı sıra Öğretmen A sınıf içi uygulamalarında yaşanan aksaklıklarını ve aynı zamanda uygulamanın avantajlarını şöyle açıklamıştır:

> *Ama şimdi hocam çocuklar böyle bir işleme tarzına alışık değiller yani. Buna da böyle girince ben böyle düşündüm. Ben hepsini kıyaslıyorum artık. Ya o kadar eğlendi ki sınıf, hani böyle hocam beynim ağrıdı diyor çocuk. Ben bir sevindim, dedim bak çalıştığının ilk işareti. Belki ilk denediğinde yapamadı. İlgimi çeken ne, çok zeki olanlar yapamadı, normal olanlar yapıyor. Hani derse çok iyi katılanlar yapamıyor, yapamadılar, şekil oluşturamadılar. Derste hani böyle arada konuşanlar olur ya, hocam bakın yaptım falan. Sonra gittim baktım, derste bu kâğıt katlama yaptım ya ben, orada şunu fark ettim. Ben kâğıtla öğretmeyi önceden niye denemedim? Tahta öğretmeni olarak çok iyiyim ben ama şimdi yaptıklarımla daha matematiksel bir şeyler yaptığımı hissediyorum ya ben. Bu bana mutluluk veriyor, hani matematik yapıyoruz. Belki en azından hani mesela çizip de geçmedik yani. Hani ezber mantığı olmadı bence. Uğraştık mı kâğıtla, uğraştık ben öyle düşünüyorum hocam tabii belki doğru, belki yanlış ama.*

Öğretmen T etkinlik üzerine yapılan tartışmalardan sonra zamandan kazanmak için sürekli aynı örnek üzerinden yardımcı elemanları oluşturmayı önerdiği ancak bu yolla genelleme bileşenini desteklemeyi engelleyici bir yaklaşım sergilediği görülmektedir.

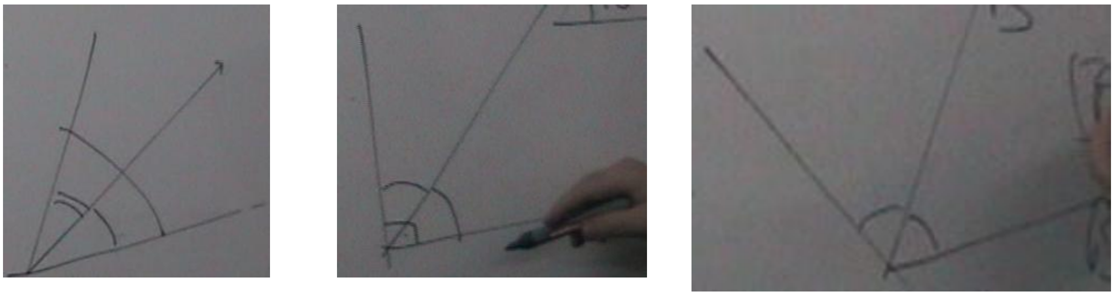
Araştırmacının araştırma dersinin planlanmasına yönelik revizyonların ne olması gerektiğini sorması ile Öğretmen A ısrarlı bir şekilde kendi sınıfında pergelle açıortay çizimini yapmadığı için zaman kazandığını söylemiş, diğer öğretmenler de planda böyle bir revizyon yapma konusunda herhangi bir yorum yapmamışlardır. Buna ek olarak Öğretmen T'nin etkinlikte her bir yardımcı elemanın öğretiminden sonra bir örnek çözmeyi önerdiği görülmüştür. Öğretmen T, Ö, A ve S arasında geçen tartışmada önerilen problem (Şekil 35) tahtaya çizilmiştir.



Şekil 35. Öğretmen T'nin Açıortayın Öğretilmesi Sonrasında Çözülmesini Önerdiği Problem

Öğretmen T'nin açıortay konusunda Şekil 36'daki problemi önerdiği, Öğretmen Ö'nün ise bu problemde ölçülmek istenen kazanımın üçgenin yardımcı elemanlarını inşa etmeye yönelik olmadığını belirttiği görülmüştür. Öğretmen Ö derste çözülmesi planlanan problemlerin kazandırılması amaçlanan kazanımı ölçmeye yönelik olması gerektiğini ifade ettiğini ve beşinci sınıf programından verdiği bir örnekle bu durumu netleştirmeye çalıştığı öğretimsel açıklamasından anlaşılmaktadır:

> ***Ö****: Şimdi mesela beşinci sınıfta şey vardı, bilmiyorum, şey kitabı biliyorsunuzdur herhalde şey diyor. İşte iki dar açının toplamı geniş açı olur mu? Ben mesela ölçü vermeden yapmıştım onu. İşte şu dar açıdır dedim* [Şekil 36 a'yı çizer], *şöyle böl ikiye, şunları topla, ikisinin toplamı ne oluyor? Yine bir dar açı oluyor, evet tamam. Dik açı olur mu* [Şekil 36 b'yi çizer] *dedim. Bunu böl, şunları topla, ikisinin toplamı ne oldu, dik açı oldu. Şimdi geniş açı, şunları böldük* [Şekil 36 c'yi çizer], *bakıyoruz, gösteriyoruz işte, demek ki ne, ikisinin toplamı her zaman geniş açı olmuyor. Dar da oluyor, dik de oluyor, geniş de oluyor diye geçtim. Yani örnek vermedim yani kazanım böyle istiyor diye düşündüm.*

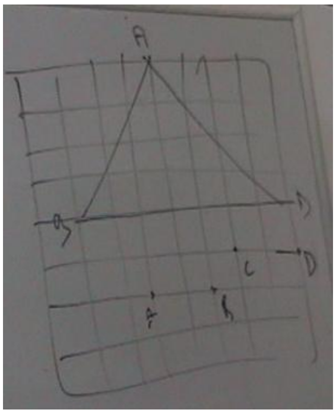


a b c

Şekil 36. Öğretmen Ö'nün Öğretimsel Açıklamasında Verdiği Örnek

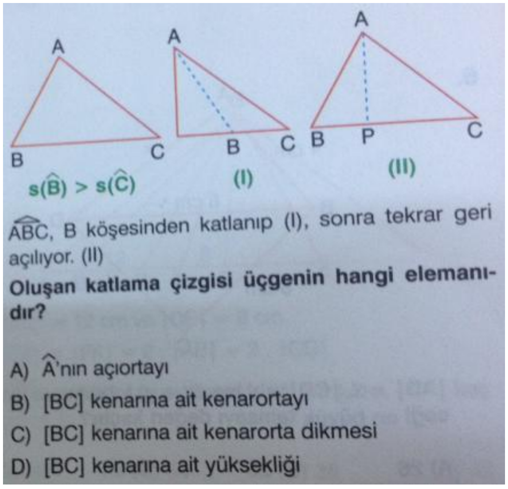
Öğretmen Ö'nün yaptığı bu öğretimsel açıklamanın üzerine Öğretmen T'nin yeni bir problem önerdiği ve Öğretmen Ö ile Öğretmen A'nın bu örneği beğendiği görülmüştür. Öğretmen T, A ve Ö arasında geçen konuşma şöyledir:

> ***T**: Şöyle bir soru daha size* [Şekil 37'yı çizer]. *İzometrik kâğıt verdik, dedik ki işte, şurada bir üçgen var. İşte şurada A noktası, B noktası, C noktası, D noktası. A noktasından şuraya çizilen kenarortay, bunların hangisinden geçer?*
>
> ***Ö**: Şimdi güzel oldu hocam.*
>
> ***A**: Şimdi güzel oldu hocam işte.*
>
> ***T**: Soru geliştirilebilir yani bence, yani bunu kenarortayı anlattıktan sonra çocuğa direk vermek lazım.*
>
> ***Ö**: BC, BC kenarının kenarortayı nereden geçer veya...*
>
> ***T**: Veya noktasından geçmez? Bununla bunun arasından…*
>
> ***Ö**: Şey de olabilir. Yüksekliğini nereden geçer?*
>
> ***T**: Burada A'dan dersin, B ile C arasından dersin bununla bunun arasından dersin.*
>
> ***Ö**: Kenar orta dikme dersin.*
>
> ***T**: Açıortay için de olabilir, yükseklik için de olabilir, yani bu tarz soruyor soruluyor.*



Şekil 37. Öğretmen Ö'nün Açıklamalarından Sonra Öğretmen T'nin Verdiği Örnek

Öğretmenler araştırma dersine ekledikleri süre içerisinde, Öğretmen T'nin yükseklik için yukarıdaki diyalogda önerdiği problemi (Şekil 37) derse eklemeye karar vermişlerdir. Ardından Öğretmen T'nin elindeki kaynak kitaptaki soruları incelemeye başlayan Öğretmen A ve Öğretmen Ö bu kitapta yer alan başka bir problemin (Şekil 38) de derse eklenmesini önermiştir.



Şekil 38. Öğretmen T'nin Kitaptan Gösterdiği Örnek

Daha sonra yüksekliğin bir önceki derste diğer elemanları oluşturdukları gibi kağıt katlama ile öğretimi üzerine tartışmaya başlayan öğretmenlere Öğretmen T şöyle bir öneride bulunmuştur:

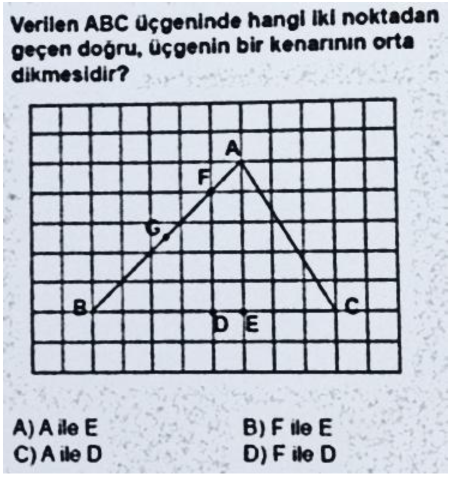
> ***T****: Bakın bana kalırsa bu yüksekliği böyle göstermeyelim… Siz bunu böyle, yüksekliği böyle gösterdiniz ya. Bu geniş açılı bir üçgen tabii ki. Hadi o zaman bunu* [üçgenin konumunu tabana ait yüksekliği dış bölgesine gelecek şekilde çevirerek bu yüksekliği kastediyor] *da çiz bakalım, yap bakalım aynı yüksekliği,*

> *kafa karışacak. Bence yüksekliği hiiiiç kâğıt katlamayın. Bak buradan* [köşeyi kastediyor] *bu dik mi? Şu köşeden dimdik bir şey indirin bitti… Ha ben nasıl verdim? Yüksekliği verirken üç tip gösterdim; dar açılı üçgen, dik üçgen, geniş açılı üçgen hocam. Üç tip gösterdim üçgeni yüksekliği verirken. Hepsini ayrı ayrı gösterdim. Hatta dik üçgeni gösterirken soru sordum. Bunun dedim yüksekliğini çizin, dar açılı üçgenin yüksekliğini verdim ya kesişti ya dik üçgen çizdim. Örnek; bunun* [dik üçgenin] *yüksekliklerini çizin dedim. Acayip yükseklikler çıktı dik üçgen için. Vermedim ya daha hani dik üçgeni, nasıl üçgen? Dedim bakın çocuklar dedim; ıı şey hipotenüse diki çizdim, dedim bak bu 1, dik kenarları gösterdim bu iki, bu üç. Aaaa hocam ceza sorusu gibiymiş biz bunu nasıl görmedik? Yani ayrıyeten dik üçgeni vermeden soruyla beraber gitti o arada kaynadı gitti.*

Öğretmen T yükseklik çizimlerinin farklı tür üçgen modelleri kullanılarak ancak kağıt katlama etkinliği ile öğretilmemesi gerektiğini düşündüğünü vurgulamıştır. Yüksekliğin kağıttan üçgen modelini katlama yoluyla oluşturup oluşturmama konusunda tartışan öğretmenlerden Öğretmen M'nin bu konuda kararsız kaldığı, Öğretmen A'nın ise Öğretmen T'ye katıldığı görülmüştür. Geniş açılı üçgende yüksekliğin her zaman üçgenin iç bölgesinde bulunmayacağını planlama toplantısında göz önünde bulunduran öğretmenlerin, kartondan oluşturulmuş dar açılı üçgen modeli üzerinde yüksekliği inşa etmeyi yeniden gündeme getirdikleri, Öğretmen T'nin katlama etkinliğinin yükseklik inşasında kullanılmamasının gerekçesini de şöyle yaptığı görülmüştür:

> ***T****: Bak hocam bu dar açılı üçgende de aynı. Yüksekliği çizeyim katlayayım derken onu eğri de katlayabilir, yani dik de katlayamayabilir, garantisi yok. Düşün katları üst üste getirmeyecek, kenarları üst üste getirmeyecek eğri de katlayabilir.*

Ardından araştırma dersinin devamını anlatacak olan Öğretmen M'nin yüksekliği mi önce işlemesi gerektiğini yoksa bir önceki derse yönelik problemler çözmesi mi gerektiğini öğretmenlere sorduğu görülmüştür. Öğretmen T, Öğretmen M'ye ilk olarak bir kenarortay, bir açıortay ve bir de kenar orta dikme konusunda olmak üzere üç problem çözmesini önermiştir. Bunun üzerine Öğretmen Ö kendi sınıfında merkezi sınavda çıkan açıortay sorusunu çözdüğünü ifade etmiş, açıortay konusunun öğretiminin ardından sorunun çözülmesini önermiştir. Ardından kenar orta dikme için de merkezi sınavlarda çıkmış sorulardan bir problem önermiştir (Şekil 39).



Şekil 39. Öğretmen Ö'nün Kenar Orta Dikme Konusuna Yönelik Merkezi Sınavlarda Çıkmış Sorular Arasından Seçtiği Problem

Daha sonra Öğretmen T Şekil 39'da görülen ve toplantının önceki dakikalarında önerdiği problemi revize ederek Öğretmen M'ye kenarortay, açıortay ve kenar orta dikme konularının üçünü birden yoklayabilecekleri, çoktan seçmeli bir problem önermiştir. Burada Öğretmen T önerisini şöyle ifade etmiştir:

> ***T**: Bak hocam diyor ya, bu soruda* [Şekil 37'de tahtaya kareli düzlemde çizdiği problem] *hepsini verebilirsin. Bak M hocam bu soruyu mesela bunu üç buçuk değil de, mesela 3 olur tamamı* [üçgenin taban uzunluğunu kastediyor] *altı kareden meydana gelir. Yükseklik isteğe göre 4, 5 çizdin. Şunu sorabilirsin; altına noktaları sırayla ver istersen. A, B, C, D de tamam mı? Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır? Açıortay A'dan geçer. Kenarortay şuradan geçer. Kenar orta dikme buradan geçer, başka bir şey de buradan geçer gibi yanlış bir şık ver. Üçünü birden tekrar etmiş olursun.*

Öğretmen T'nin önerdiği bu soru üzerinde diğer öğretmenler ufak tefek değişiklikler önerirken, Öğretmen Ö öğrencilerin kareli bir düzlemde açıortayı inşa etmeden hangi nokta veya noktadan geçeceğinin tahmin edilemeyeceği gerekçesiyle bu şıkkı değiştirmeyi önermiştir. Öğretmenler kendi aralarında bu durumu da tartışmış ve soruyu revize etmişlerdir. Ardından Öğretmen T'nin yükseklik konusunun nasıl anlatacağına yönelik önerilerde bulunduğu görülmüş, günlük hayatla ilişkilendirme yapılması ve çizimin nasıl yapılacağının kavratılması gerektiğini belirttiği görülmüştür:

> ***T****: Şimdi hocam sen bunu büyüt* [elindeki üçgen modelini kastediyor]*, derse geniş açılı bir üçgenle gel tamam mı? Şimdi arkadaşlar yükseklik nedir? Kelime olarak; bir şeyin yerden yüksekliği, değil mi? Yani kime deseniz bir şeyin yüksekliğini söyle, yerden yüksekliğini söyler. Bizim aradığımız da herhangi bir şeyin yerden yüksekliği, bir noktanın yerden yüksekliği… Şimdi bu sınıfın yüksekliğini ölçün desen, kimse bu duvarı* [toplantı yapılan sınıfın yan duvarlarını gösteriyor] *ölçmez. Tavanla yer arasını ölçer değil mi, mantık bu. Şimdi şöyle düşünelim. Bu* [tahtaya çizdiği doğru parçasını göstererek] *yer, tahtaya çizdik. Bu üçgeni koyduk. Bunun tepe noktası şimdi burası. Bunun yüksekliğini nasıl ölçersiniz? Burayla burayı* [tepe noktası ile taban düzlemini gösteriyor] *birleştirirsiniz değil mi, yüksekliğini çizerken. Doğru mu? Doğru. Şimdi diyelim ki bu üçgen böyle* [üçgenin konumunu bir diğer kenarını taban olacak şekilde değiştiriyor]. *Şimdi bunun yüksekliğini çizin dese, tepe noktası neresi? Burası. Böyle çizer misin yüksekliği? Yani bu sınıfın yüksekliğini çizin desem, böyle* [tabana dik olmayan bir doğru parçasını kastediyor] *çizer misin? Nasıl çizersin? Dümdüz çizersin. İşte size yer, işte tepe noktası, birleştireceksin, bu kadar. Sonra çevirdin bak* [üçgenin konumunu üçüncü kenarı taban olacak şekilde değiştiriyor] *bu sefer buranın yüksekliğini bulmak istiyorsun bu sefer bu köşeden aşağı indirdin. Sonra bunu aynı üçgen üstünde gösterebilirsin yani… Çocuklar şimdi bunu her zaman çevirerek hepsi bunu görmedi ama çevirdikleri zaman bunun yükseklik olduğunu anlayabilir. Kimse buranın yükseklik olduğunu iddia etmez.*

Konunun öğretimi üzerine bir süre daha tartışan öğretmenler, yüksekliği inşa etmeyi öğrettikten sonra birkaç problem çözüp ardından ikizkenar ve eşkenar üçgende açıortay, kenarortay, kenar orta dikme ve yüksekliğe ilişkin genellemeyi keşfettirmeye yönelik problem durumlarına yer vermeyi planlamışlardır. Öğretmen T'nin tartışmada öğrencilerin kareli bir kağıt üzerinde açıortay, kenarortay, kenar orta dikme ve yüksekliği çizmesi önerisine Öğretmen Ö 'nün karşı çıktığı ve öğrencilerin kareli kağıt üzerinde bu oluşumları pergel ve açıölçer olmadan oluşturamayacağını vurguladığı görülmüştür. Öğretmen S'nin de öğrencilerin noktalı kağıt üzerinde bunu belirtebileceklerini söylemesi üzerine, Öğretmen M'nin kafasının karıştığını gören Öğretmen T bu konuyla ilgili genellemenin, öğretmen tarafından öğrencilerin defterlerine not olarak yazdırılması gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca açıortay, kenarortay ve kenar orta dikmenin üçgenin iç bölgesinde kesişirken, yüksekliklerin geniş açılı üçgende dışarıda, dik açılı üçgende köşede, dar açılı üçgende ise üçgenin iç bölgesinde kesiştiğini vurgulaması gerektiğini belirttiği görülmüştür. Öğretmen Ö'nün ise rastgele noktalar verildiğinde öğrencilerin çizimleri ile kesişim noktalarını bulamayacaklarını ve bu yolla üç yüksekliği kesiştiremeyeceklerini vurguladığı görülmüştür. Bunun üzerine Öğretmen T önerdiği problemi "*hangi noktalar arasında olacağı*" şeklinde düzeltmiştir.

Araştırmacının öğretmenlere araştırma dersinin devamına ilişkin bu toplantıda alınan kararlar hakkındaki düşüncelerini sorması ile Öğretmen T geometrik alışkanları ortaya çıkarmada etkinliklerden ziyade problemlerin etkili olduğuna inandığını şöyle ifade etmiştir;

> ***T**: Şimdi bak ders anlatırken biz bu geometrik alışkanlıkların çok fazla şey olmadığını gördük. Örnek çözerken en çok şey oluyor bunlar. Kenarortayı bulacaklar orda açıortayı bulacak, onları ayrı ayrı görürken onu yapacak mesela. Tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkiye bakacak. Her örnekte iki üç tane olacak yani. Benim için öyle yani keşfetmeyi kullanacak, özel muhakemeyi kullanacak, onu oradan taşıyacak.*

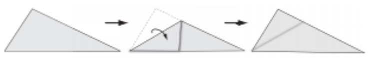
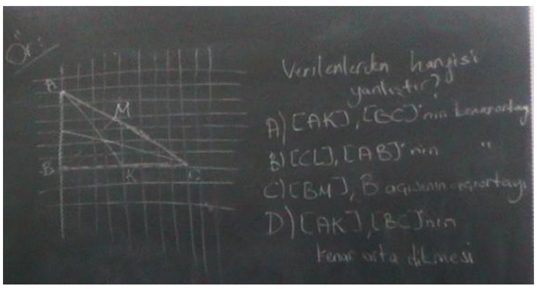
Öğretmen T'nin kullandığı ifadelerden problemler aracılığıyla geometrik alışkanlıklarından *"özel muhakeme becerilerini kullanma", "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkiye odaklanma"* ve *"keşfi ön plana alma"* bileşenlerini destekleyeceklerini düşündüğü görülmektedir. Konunun açılması üzerine Öğretmen A da bu problemde *"dinamik düşünme"* bileşenini destekleyeceklerini düşündüğünü ifade etmiştir. Öğretmen T ek olarak öğrencilerin üçgenin yardımcı elemanlarının hangi noktadan geçtiklerine karar verme etkinliğinde *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* bileşenini, tüm üçgen çeşitlerinde yükseklikleri inşa etme ve kesişim noktalarını bulmaları ile *"keşfi ön plana alma"* bileşeninin desteklendiğini ifade etmiştir.

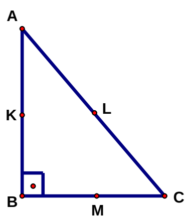
Öğretmenlerin tartışma toplantısının başında Öğretmen Ö'nün dersini süre ve desteklenen geometrik alışkanlıklar açısından değerlendirdiği, ardından süreyi arttırma kararı alarak bu araştırma dersine devam niteliğinde bir araştırma dersi planlayarak yükseklik öğretimi ile ikizkenar ve eşkenar üçgende yardımcı elemanların çizimi yoluyla genelleme yaptırmaya odaklandıkları görülmüştür.

Ders İmecesi 3 - Araştırma Dersi (Devam)

Revize edilen araştırma dersi Öğretmen M tarafından yürütülmüştür. Bu dersin özet içeriği ile derste problemler ve etkinlikler yoluyla desteklenen geometrik alışkanlıklar Tablo 14'te verilmiştir.

Tablo 14. Üçüncü Ders İmecesinin Araştırma Dersine Ait Ders İçeriğinin Devamı Ve Bu Derste Ortaya Çıkarılan Geometrik Alışkanlıklar

<table>
<tr>
<td>DERSE GİRİŞ VE ÖNCEKİ DERSLE İLİŞKİ KURMA (E1)
• Tahtaya bir geniş açılı üçgen öğrencilerin defterlerinde bunu çizerek kenar orta dikmelerinin nerede kesişeceğini tahmin etmelerini ve daha sonra bunları oluşturmasını isteme,
• Kenar orta dikmelerin hangi üçgende nerede birleşeceğine vurgu yapma</td>
<td>Desteklenen Geometrik Alışkanlıklar (E1)
- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama
- Keşfi ön plana alma (hepsinin aynı noktada kesiştiği)</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2"><u>ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME</u></td>
</tr>
<tr>
<td>Problem 1
Yanda verilen sorunun model üzerinden öğrencilere sorulması
Desteklenen Geometrik Alışkanlıklar (P1)
- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- "özel muhakeme becerilerini kullanma" (simetriğini alma)</td>
<td>
Çeşitkenar üçgensel bölge şeklindeki bir kâğıdın, yukarıdaki gibi katlanıp açılma-sıyla elde edilen katlama çizgisi, üçgenin hangi elemanını gösterir?
A) Açıortayını
B) Kenarortayını
C) Kenar orta dikmesini
D) Yüksekliğini</td>
</tr>
<tr>
<td>Problem 2


Kenarortay, açıortay ve kenar orta dikme hakkında hangisi yanlıştır?
Desteklenen Geometrik Alışkanlıklar (P2)</td>
<td>Problem 3


Yukarıdaki şekilde verilen üçgenin kenar orta noktaları ve köşeleri kullanılarak aşağıdaki şekillerden hangisi oluşturulamaz?
A)İkizkenar dik üçgen</td>
</tr>
</table>

- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma

B) Kare
C) Paralelkenar
D) Eşkenar Dörtgen

Desteklenen Geometrik Alışkanlıklar (P3)

- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- özel muhakeme becerilerini kullanma
- Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama
- Keşfi ön plana alma
- Amacı ön plana alma

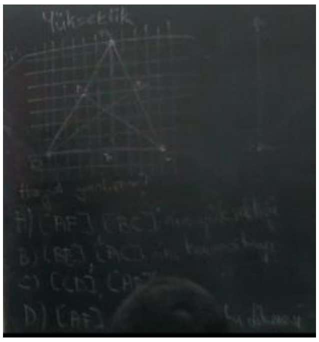
YÜKSEKLİK ETKİNLİĞİ (E2)

- *Dar açılı bir üçgende adım adım yükseklikleri oluşturma,*
- *Dar açılı çeşitkenar bir üçgende yüksekliği öğrencilere çizdirme ve yüksekliğin nerede kesiştiğini belirlemelerini isteme,*
- *Dik açılı bir üçgende yüksekliği öğrencilere çizdirme ve yüksekliğin nerede kesiştiğini belirlemelerini isteme,*
- *Dik açılı bir üçgende dik kenarların aynı zamanda yükseklik olduğunu keşfettirme,*
- *Geniş açılı bir üçgende yüksekliği öğrencilere çizdirme ve yüksekliğin nerede kesiştiğini belirlemelerini isteme,*
- *Geniş açılı bir üçgende yüksekliklerin üçgenin dış bölgesinde kesiştiğini keşfettirme, (uzantıları nerede kesişiyor onu inceleyin yönergesiyle)*
- *Sonucu genelleme ve deftere yazdırma.*

Desteklenen Geometrik Alışkanlıklar (E2)

- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- “özel muhakeme becerilerini kullanma” (simetriğini alma)
- Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama
- Tam bir çözüm kümesi arama

Problem 4



Yükseklik, kenarortay, kenar orta dikme ile ilgili hangisi yanlıştır sorusu.

Desteklenen Geometrik Alışkanlıklar (P4)

- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma

Problem 5

Bir kenarı 6 cm olan eşkenar üçgen çizme ve açıortayını, kenarortayını ve yüksekliğini oluşturma (eşkenar üçgende açıortay, kenarortay, yükseklik aynı doğru olduğunu fark ettirme)

Desteklenen Geometrik Alışkanlıklar (P5)

- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- özel muhakeme becerilerini kullanma
- Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma

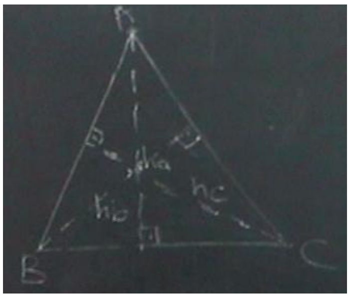
Öğretmen M öncelikle bir önceki derste işlenen konuları öğrencilere sorarak ve süre yetmediği için çözülemeyen problemi çözerek derse başlamıştır. Bir önceki dersi hatırlatan öğretmen öğrencilere dar açılı ve dik açılı üçgenlerde kenar orta dikmelerin üçgenin hangi bölgesinde kesiştiklerini sormuştur. Öğrencilerden doğru yanıtlar almış ve bunun üzerine geniş açılı üçgende kenar orta dikmelerin nerede kesişebileceğini sormuştur. Öğrencilerden kenarları 4 ve 6 cm uzunluğunda olan geniş açılı bir ABC üçgeninin kenar orta dikmelerinin nerede kesişeceğini bulmalarını istemiştir. Öğrenci çizimi tamamladıktan sonra Öğretmen M dar, dik ve geniş açılı üçgenler için kenarortayların üçgenin hangi bölgesinde kesiştiğini not olarak deftere yazdırmıştır.

Dersin devamında Öğretmen M kağıt katlama ile ilişkili geçmiş yıllarda çıkmış bir merkezi sınavda çıkan soruyu (Tablo 14 Problem 1) öğrencilere sormuş ve öğrenciler yanıtın açıortay olduğunu hemen söylemişlerdir. Ardından problem çözümlerine devam eden öğretmen tahtaya kareli düzlem çizerek örnek bir problem yazmıştır (Tablo 14 Problem 2). Bu problemi çözmesi için Öğretmen M bir öğrenciyi tahtaya kaldırmış ve çözüm üzerinde öğrencilerin tartışmalarını sağlayarak problemin anlaşılmasını sağlamıştır.

Ardından yeni bir problem (Tablo 14 Problem 3) yazan Öğretmen M bir ikizkenar dik üçgen çizmiş ve kenarların orta noktalarını K, L, M olarak isimlendirmiştir. Öğretmen M bu problemde öğrencilere üç nokta ve üçgenin köşelerini kullanarak şıklarda verilen şekillerden hangisinin oluşturulamayacağını sormuştur. Problemin çözümü için bir öğrenciyi tahtaya kaldırmış ve sınıftan gelen yanıtlar üzerinde tartışma yaptırarak gerekçeleri açıklamıştır.

Dersin devamında Öğretmen M'nin öğrencilerin yükseklik kavramı üzerinde tartışmalarını sağlayacak sorular sorduğu gözlenmiştir. Tahtaya çizdiği üçgende yüksekliğin nasıl çizilebileceği hakkında sorular sormuş, yüksekliğin orta dikmeden farkını açıklayarak üçgendeki tüm yükseklikleri çizmiştir. Ardından yüksekliğin tanımını öğrencilere yazdırmış, üçgende yüksekliklerin bir noktada kesiştiklerini, öğrencilere göstermiş ve dik üçgende yüksekliklerin nerede kesiştiğini öğrencilere sormuştur. Öğrencilerin yükseklik ve kenar orta dikmeyi karıştırdıkları fark eden Öğretmen M'nin öğrencilere dönütler verdiği de görülmüştür. Yükseklik çizimini (Şekil 40) tahtada aşama aşama yapan öğretmen yüksekliğin tanımını öğrencilerin defterlerine yazdırmıştır.

a b



c d

Şekil 40. Öğretmen M’nin Tahtada Yükseklikleri İnşa Etme Aşamaları

Hazırlamış olduğu üçgen modelini eline alan öğretmen M, öncelikle bu üçgenin ne tür bir üçgen olduğunu sormuş, öğrencilerden dar açılı üçgen yanıtını alması üzerine tahtaya çizdiği doğru parçasını yer kabul etmelerini söyleyerek, üçgeni tabanı bu doğru parçası ile çakışacak şekildeki gibi yerleştirmiştir (Şekil 41.a). Sonra üçgenin konumunu değiştirerek (Şekil 41.b) yeniden yüksekliğin nasıl çizileceğini öğrencilerle tartışmıştır. Ardından üçgenin konumunu son kez değiştirerek (Şekil 41.c) yine yüksekliğin nasıl çizileceğini öğrencilerle tartışmıştır. Son olarak dar açılı üçgende yüksekliklerin üçgenin iç bölgesinde kesiştiğini vurgulamıştır.

a b c

Şekil 41. Öğretmen M'nin Tahtaya Çizdiği Düzlemde Elindeki Dar Açılı Üçgen Modeli Yardımıyla Yükseklik Oluşumunu Göstermesi

Araştırma dersinin devamında öğretmen dik açılı üçgende yüksekliklerin nerede kesiştiğini öğrencilere sormuştur. Öğrencilere defterlerine çizmeleri için süre tanımış ve bu esnada sıraların arasında dolaşarak çizimlerine yönelik geri dönütler vermiştir. Ardından bir öğrenciyi tahtaya kaldırmış ve çizimi yaptırmış, şekil üzerinde açıklamalar yaparak yüksekliklerin dik kenarların kesişim noktası ile çakıştığını söylemiştir.

Ardından Öğretmen M geniş açılı üçgende yüksekliklerin nerede kesiştiğini öğrencilere sormuştur. Yüksekliğin tanımını öğrencilere hatırlatmış olan Öğretmen M, kağıttan kestiği üçgen modelini tahtaya çizdiği doğru üzerine taşımış (Şekil 42) ve öğrencilerin üçgendeki yüksekliklerin özellikleri üzerine düşünmelerini sağlamıştır.

a b c

Şekil 42. Öğretmen M'nin Tahtaya Çizdiği Düzlemde Elindeki Geniş Açılı Üçgen Modeli Yardımıyla Yükseklik Oluşumunu Göstermesi

Geniş açılı üçgende yükseklik çizimi için bir öğrenciyi tahtaya kaldırmış ve yüksekliklerin üçgenin dış bölgesinde kesiştiğini gösteren öğretmen dar açılı üçgen, dik açılı üçgen ve geniş açılı üçgen için yüksekliklerin kesiştiği yerleri "not" olarak öğrencilerin defterlerine yazdırmıştır.

Öğretmen M'nin tahtaya yeni bir problem (Tablo 14 problem 4) yazması ile üçgendeki yardımcı elemanların özellikleri üzerine bir tartışma gerçekleşmiştir. Öğretmen M araştırma dersinde son olarak öğrencilerden bir kenarının uzunluğu 6 cm olan bir eşkenar üçgen çizmelerini ve bu üçgenin kenarlarına ait açıortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini oluşturmalarını istemiştir (Tablo 14 Problem 5). Öğretmen burada dört eşkenar üçgen modeli üzerinden yardımcı elemanları sınıfa göstermiş ve yardımcı elemanların çakışık olduğunu vurgulamıştır. Öğretmenin bir eşkenar üçgende açıortayların, kenarortayların ve yüksekliklerin aynı doğru parçaları olduğunu ve noktadaş olduklarını not olarak yazdırdığı görülmüştür.

Ders İmecesi 3 – Tartışma Toplantısı (Devam)

Üçüncü ders imecesinin yenilenen araştırma dersinin tartışma toplantısında öğretmenler, Öğretmen M'nin işlediği ders üzerine bir tartışma gerçekleştirmişlerdir. Bu toplantıya ilişkin organizasyon şeması Şekil 43'te verilmiştir.

Her bir öğretmenin hangi geometrik alışkanlıklarda eksiklikleri olduğu modelin üst bölümünde, her bir geometrik alışkanlığın öğretmenler tarafından hangi etkinliklerde (E1-E2) veya problemlerde (P1-P5) ortaya çıktığı ise modelin alt bölümünde gösterilmiştir.

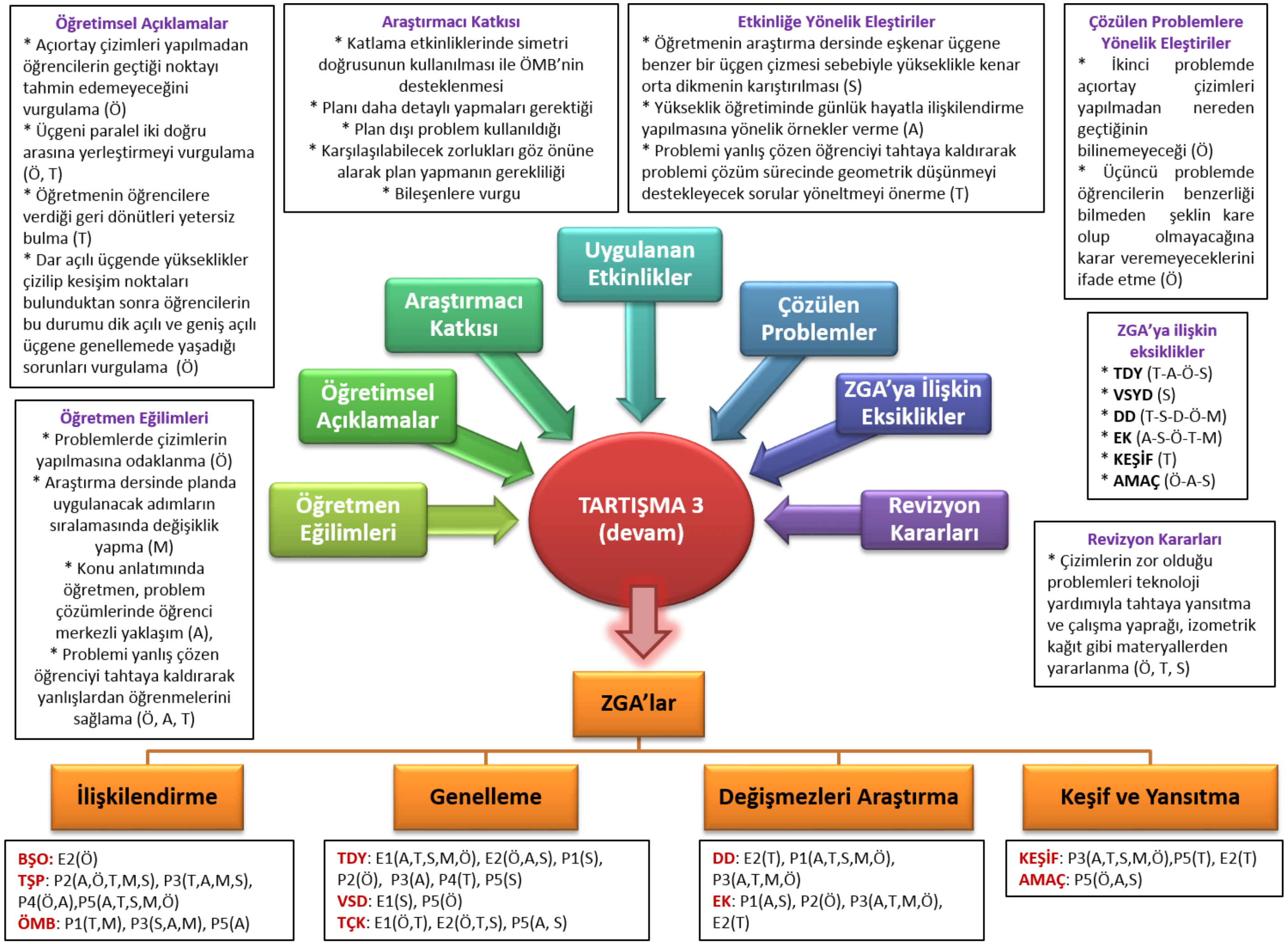
Öğretmen M bu derste öncelikle bir önceki araştırma dersine yönelik hatırlatmalar ile başladığını ve yükseklik konusuna giriş yaptığını ifade etmiştir. Giriş etkinliği üzerine tartışan öğretmenlerden ilk olarak Öğretmen S'nin söz alarak bu kısımda "*tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama"* ve "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" bileşeninin desteklendiğini ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen S'nin bu bileşenlere ilişkin açıklaması şöyledir:

Ar*: Tanıdık durumlardan hangi yoldan yararlanılır?*

S*: Yani önceki üçgenleri araştırmış gelmiş, yani dik üçgenin ne anlama geldiğini biliyor. Yani bu üçgenleri de ondan yararlanarak tanıdık durumlardan yararlanarak çizdi.*

Ar*: Bir de biraz önce varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma demiştiniz. Orayı biraz açar mısınız?*

S*: Geçen derste öğrenciler mesela bu kenarortayı çizerken iki tanesini çizip üçüncüyü orta noktayı bulmadan çiziyorlardı. Burada öğrenci onun deyimiyle o kenarı üçüncü noktasını bularak çizmeyi tercih etti.*



Şekil 43. Üçüncü Ders İmecesinin Tartışma Toplantısının Devamında İlişkin Organizasyon Şeması

Burada Öğretmen S'nin *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* ve *"varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma"* bileşenlerine ilişkin hatalı açıklamalarından öğretmenin bu bileşenlere ilişkin bilgi eksikliği olduğu görülmektedir. Buna ek olarak diğer öğretmenlerin giriş etkinliğine yönelik fazla yorum yapmadığı ve *"tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma"* ve *"keşfi ön plana alma"* bileşenlerini göz ardı ettikleri görülmüştür. Öğretmenlerin gözlem notları incelendiğinde ise tüm öğretmenlerin "*tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* bileşenini desteklediklerini düşündüğü, ayrıca Öğretmen Ö ve Öğretmen T'nin problem çözümünde desteklenmediği halde *"tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"* bileşenini desteklediklerini aldıkları notlardan görülmektedir.

Daha sonra öğretmenler Öğretmen M'nin sorduğu sınav sorusu (Tablo 14 Problem 1) üzerine tartışmış, Öğretmen S'nin bu soru ile "*dinamik düşünme"* bileşenini, Öğretmen A'nın ise *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* bileşenini desteklediğini düşündüğü görülmüştür. Bu bileşenlerin problem çözümünde yer almaması üzerine araştırmacı; katlama yoluyla simetriyi kullanmalarından dolayı *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşenini desteklediklerini ifade etmiştir. Öğretmenlerin üçüncü ders imecesine ait ilk tartışma oturumunda katlama etkinliklerinin *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşenini desteklediğini vurgulamasına rağmen bu soruda bu bileşene ait farkındalık oluşmadığı belirlenmiştir. Öğretmen T ve M'nin tartışma oturumunda ele almamalarına rağmen gözlem notlarında birinci probleme ilişkin *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşenini desteklediklerini not aldıkları görülmüştür. Öğretmen S'nin ise problem çözümünde desteklenmediği halde "*tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* bileşenini ifade ettiği de gözlem notlarında görülmüştür. Ayrıca tüm öğretmenlerin birinci problemin çözümüne ilişkin "*dinamik düşünme"* bileşeninin desteklendiğini vurguladıkları ancak bu bileşene ilişkin yeterli bir açıklama yapmadıkları ve Öğretmen A ile S'nin *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* bileşenine gözlem notlarında yer verdikleri görülmüştür.

Öğretmenler araştırma dersinde sorulan ikinci problem (Tablo 14 Problem 2) üzerine tartışmaya başladıklarında, Öğretmen M aslında problem kökünde "hangisi doğrudur" diye sormayı planlamış olduklarını, ancak; kendisinin problemin kökünü "hangisi yanlıştır" şeklinde değiştirerek sorduğunu ifade etmiştir. Öğretmen Ö çoktan seçmeli bu probleme ilişkin ilk olarak, C şıkkında bir yanlışlık olduğunu ve öğrencilerin ölçmeden açıortayın yerini bilemeyeceklerini belirtmiştir. Öğretmen M ise o noktanın kesinlikle açıortay olamayacağını düşündüğü için şıklara bu ifadeyi yazdığını açıklamıştır. Öğretmen Ö bu konuyu önceki toplantılarda da vurguladığını belirtmiştir. Öğretmen M ve Öğretmen A, Öğretmen Ö'nün üçüncü ders imecesine ilişkin önceki toplantılarda yaptığı uyarıyı dikkate alarak düzenleme yapmaları gerektiğini ve problemi bu şekilde hazırlamış olsalardı, uygulamada sorun yaşamayacaklarını ifade etmiştir. Bunun üzerine araştırmacının sonraki ders imecelerinde planlamayı daha detaylı yapmaları konusunu vurguladığı görülmüştür. Ardından araştırmacı bu problemde hangi geometrik alışkanlıkların desteklendiğini düşündüklerini öğretmenlere sormuştur. İlk olarak Öğretmen Ö ve Öğretmen A *"tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma"* bileşenini desteklediklerini ifade etmiştir. Ardından Öğretmen Ö'nün *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* bileşenini de söylediği ancak bu bileşene ilişkin bir açıklama yapmadığı görülürken, Öğretmen S'nin de herhangi bir alt bileşen belirtmeksizin genelleme bileşenini desteklediklerini ifade ettikleri görülmüştür.

Bir sonraki problem (Tablo 14 Problem 3) ile tartışma toplantısına devam eden öğretmenlerden Ö bu problemin çözümünde bir dönüşüm olup olmadığını ve *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* bileşeninin desteklenip desteklenmediğini diğer öğretmenlere sormuştur. Öğretmen A'nın bu bileşeni desteklediklerini ifade etmesi üzerine araştırmacı başka bir bileşeni vurgulamayan öğretmenlere çözümlerinde *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* ve *"keşfi ön plana alma"* bileşenlerini destekledikleri bilgisini vermiştir. Ayrıca araştırmacı bu problemin plan dışı bir problem olduğunu da vurgulamıştır. Öğretmen Ö öncelikle bu problemde verilen üçgenin hem ikizkenar hem de dik üçgen olup olmadığını sormuştur. Ardından bu soruda öğrencilerin kare cevabını verebilmesi için benzerlik konusunu bilmeleri gerektiğini ve öğrencilerin burada kesin cevabı bilmeden şekli kareye benzeterek fikir yürüttüklerini düşündüğünü söylemiştir. Öğretmen Ö'nün buradaki öğretimsel açıklaması ile problemde verilen üçgendeki orta noktaların birleştirilmesiyle oluşan doğru parçalarının paralelliğinin ancak benzerlik ile anlaşılabileceği vurgusunu yaptığı görülmüştür. Öğretmen M ise bu problemde üçgenin ikizkenar dik üçgen olduğunu sınıfta söylediğini ve problemi "*dinamik düşünme"* bileşenini desteklemek için plana eklediğini ifade etmiştir. Öğretmen A ise aynı problemde öğrencilerin paralelkenar elde edebileceklerini ve bu yolla *“tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma”* bileşenini destekleyeceklerini düşündüğünü ancak öğrencilerin bunu göremediğini ifade etmiştir. Öğretmen S *“özel muhakeme becerilerini kullanma”* bileşenini desteklediklerini, Öğretmen Ö *“keşfi ön plana alma”* bileşenini, Öğretmen T *“tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma”* bileşeni ile “*dinamik düşünme”* bileşenini desteklediklerini düşündüğünü ifade etmişlerdir. Araştırmacı burada dinamik düşünmeye vurgu yaparak öğrencilerin hangi yollarla ve hangi zihinsel süreçlerden geçerek bu geometrik alışkanlığı gösterebileceğini açıklamıştır. Bu açıklamanın üzerine Öğretmen T *“etkilerin kanıtlarını kontrol etme”* bileşenini de desteklediklerini düşündüğünü ifade etmiştir. Öğretmen A ise Öğretmen T’ye *“etkilerin kanıtlarını kontrol etme”* bileşenini destekleme konusunda Öğretmen Ö’ye ise *“keşfi ön plana alma”* bileşenini destekleme konusunda katıldığını vurgulamıştır. Öğretmenlerin gözlem notları incelendiğinde, değerlendirme toplantısında değinmemelerine rağmen Öğretmen A, M ve S’nin *“tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma”* bileşenini; Öğretmen Ö ve A’nın “*dinamik düşünme”* bileşenini; Öğretmen Ö ve M’nin *“etkilerin kanıtlarını kontrol etme”* bileşenini; Öğretmen T, M ve S’nin de *“keşfi ön plana alma”* bileşenini desteklediklerini not aldıkları görülmüştür. Öğretmenlerin burada “*dinamik düşünme”* ve *“etkilerin kanıtlarını kontrol etme”* bileşenine yönelik bilgi eksikliklerinin bulunduğu, yanı sıra problemin çözümünde desteklenmesine rağmen *“amacı ön plana alma”* bileşenini ele almadıkları görülmüştür.

Yükseklik etkinliği ile tartışmaya başlayan öğretmenlerin araştırmacının da vurgulaması ile Öğretmen M’nin tahtaya eşkenar üçgene benzer bir üçgen çizmesinden dolayı öğrencilerin sezgisel bir yaklaşımla hareket ettikleri ve kenar orta dikme ile yüksekliği karıştırdıklarını söyledikleri görülmüştür. Araştırmacı öğretmenlere araştırma dersini planlarken karşılaşılabilecek zorlukları göz önünde bulundurarak planlama yapılması gerektiğini vurgulamıştır. Öğretmen A da yükseklik öğretiminde günlük hayatla ilişkilendirme yapılmasının öğretime katkısına yönelik kendi derslerinden örnekler vermiştir. Araştırmacı öğretmenlere yeniden bu karışıklığı önlemek için ne yapılabileceğini sormuştur. Öğretmen Ö yükseklik öğretiminde üçgeni bir kenarı doğrulardan biri ile çakışacak şekilde paralel iki doğru arasına yerleştirerek öğretim yapmanın uygun olduğunu yeniden ifade etmiştir. Öğretmen M ise bunun üzerine bir özeleştiri yaparak araştırma dersinde kafasının karıştığını ve yüksekliği bu şekilde vermesi gerektiğini ders esnasında kafasında oturtamadığını belirtmiştir.

Araştırma dersinde dik açılı üçgende yüksekliklerin inşa edilmesi üzerine tartışan öğretmenlere araştırmacının derste herhangi bir geometrik araç kullanmadan çizim yapan öğrencilerin kazanımı kazanıp kazanmadıklarını nasıl ölçeceklerini sorduğu görülmüştür. Öğretmen Ö ve Öğretmen T yeniden bu çizimin dik kenarlarından biri doğrulardan birinin üzerinde olacak şekilde paralel iki doğru arasına dik üçgeni yerleştirerek yapılırsa problem yaşanmayacağını vurgulamıştır. Ayrıca Öğretmen T dik üçgende yüksekliklerin bir örnek problemde de öğrencilere fark ettirilebileceğini belirtmiş, Öğretmen M'nin problem tahtada bir öğrenci tarafından çözüldükten sonra diğer öğrencilere çözümü anlayıp anlamadıklarını sormadığı ve öğrenci yanıtlarına yeterli geri dönüt vermediğini eklemiştir. Öğretmen her problemin çözümünden sonra öğrencilere anlamadıkları yerleri sorarak çözümü tekrar anlatması gerektiğini vurgulamıştır. Ardından Öğretmen T, Öğretmen M'ye dik üçgende yüksekliklerin nerede kesiştiğini bu bölümde öğretmediğini söylemiştir. Öğretmen M ise etkinlikle ilgili burada yaptığı karışıklığı şöyle ifade etmiştir:

> ***Ar****: Şimdi hocam sen gidişatın nasıl gidecektin nerde karışıklık oldu ben onu o konuya tekrar açıklık getirmek istiyorum.*
> ***M****: Hani çeşit dar açılı, geniş açılı, dik açılı önce özelliklerini verecektim. Sonra kesim noktalarını işleyecektim. Ama bir baktım dar açılıda kesim noktasını söyleyekoydum. Sonra bu sefer gitti artık tekrar o noktaya değinmek zorunda kaldım. Ama normalde en sonra bunların nerde kesiştiklerine bakacaktım. Notu öyle verecektim. Ama dar açılıda ben fark etmeden öğrencilere verince…*
> ***Ar****: Anladım. Yani vermek istediğinizi vermiş oldunuz sadece sıralamada bir karışıklık oldu.*
> ***M****: Yani planlamasını yapamadım.*

Öğretmen M'nin yaptığı açıklamalardan araştırma dersinde planın içeriğine sadık kaldığı, ancak; etkinlik adımlarının sıralamasında değişiklik yapmış olduğu görülmüştür.

Daha sonra araştırmacı tahtaya kalkan öğrencinin verilen geniş açılı üçgende yükseklikleri çizmesine yönelik öğretmenlerin ne düşündüğünü sormuştur. Öğretmen M ve Öğretmen A öğrencilerin bunu çizmekte zorlanacaklarını vurgularken, Öğretmen T'nin öğrencilerin bu çizimi yapmasını beklediğini ifade ettiği görülmüştür.

Öğretmen A'nın etkinlik üzerine yapılan tartışmada aynı konuyu kendi sınıfında işlediğini ve konu anlatımlarında öğretmen merkezli, problem çözümlerinde ise öğrenci merkezli bir yaklaşım izlediğini ifade ettiği görülmüştür.

Öğrencilerin birbirlerinin yanlışlarından öğrenmeleri için Öğretmen Ö, A ve T'nin hatalı çizim yapan öğrencinin tahtaya kaldırılması gerektiğini düşündükleri belirlenmiştir. Öğretmen T'nin bu süreçte öğrenciye *"tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"*, *"keşif ve yansıtma"*, "*dinamik düşünme"*, *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* bileşenlerini destekleyecek problemler sorulmasını da önerdiği görülmüştür. Öğretmen M ise bu durumun planlama sürecinden kaynaklanabileceğinden bahsetmiş, bunun üzerine araştırmacı bazı durumlarda sınıf içi uygulamaları yapmadan eksikliklerin görülemeyeceği yorumunu yapmıştır. Öğretmen Ö'nün ise öğrencilerin dar açılı üçgende çizilen yüksekliklerin kesişim noktasını bulduktan sonra bu durumu geniş açılı üçgene genelleyemeyecekleri dolayısıyla öğrencilerin bu çizimi yapamayacaklarını belirttiği, bu süreçte mutlaka öğretmenin yönlendirme yapması gerektiğini vurguladığı görülmüştür.

Öğretmenlerin yükseklik etkinliğini tartışmaları esnasında etkinlikte ortaya çıkan *"bağımsız şekillere odaklanma", "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma", "tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma" ve "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"* bileşenlerine ifadelerinde yer vermedikleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin gözlem notları incelendiğinde ise Öğretmen Ö'nün *"bağımsız şekillere odaklanma"* bileşenini; Öğretmen Ö, A ve S'nin *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* bileşenini; Öğretmen Ö, T ve S'nin *"tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"* bileşenini; Öğretmen T'nin ise "*dinamik düşünme"*, *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* ve *"keşif ve yansıtma"* bileşenlerini desteklediklerini not aldıkları görülmüştür. Burada aldıkları notlardan Öğretmen T'nin "*dinamik düşünme"*, *"etkilerin kanıtlarını kontrol etme"* ve *"keşif ve yansıtma"* bileşenlerine ilişkin bilgi eksiklikleri olduğu saptanmıştır.

Dördüncü problemin (Tablo 14 Problem 4) çözümü üzerine tartışmaya devam eden öğretmenler problemde verilen şeklin tahtada çizilmesinin öğretmenin işini zorlaştırdığını ve şeklin tahtada çok net görülmediğini, teknoloji yardımıyla bu problemin tahtaya yansıtılmasının daha iyi olacağını vurguladıkları görülmüştür. Öğretmen M'nin öğrencilerin deftere çizmekte yine de zorlanacağını vurgulaması üzerine araştırmacı öğrencilere soracakları problemleri çalışma yaprağı şeklinde dağıtmalarını önermiştir.

Öğretmenlerin problemde desteklenen *"tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma"* bileşenine değinmedikleri görülmüştür. Ancak öğretmen gözlem notları incelendiğinde Öğretmen Ö ve A'nın bu bileşeni araştırma dersi esnasında desteklediklerini fark ettiği, yanı sıra problemde desteklenmediği halde Öğretmen T'nin *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* bileşenini desteklediklerini düşündüğü görülmüştür.

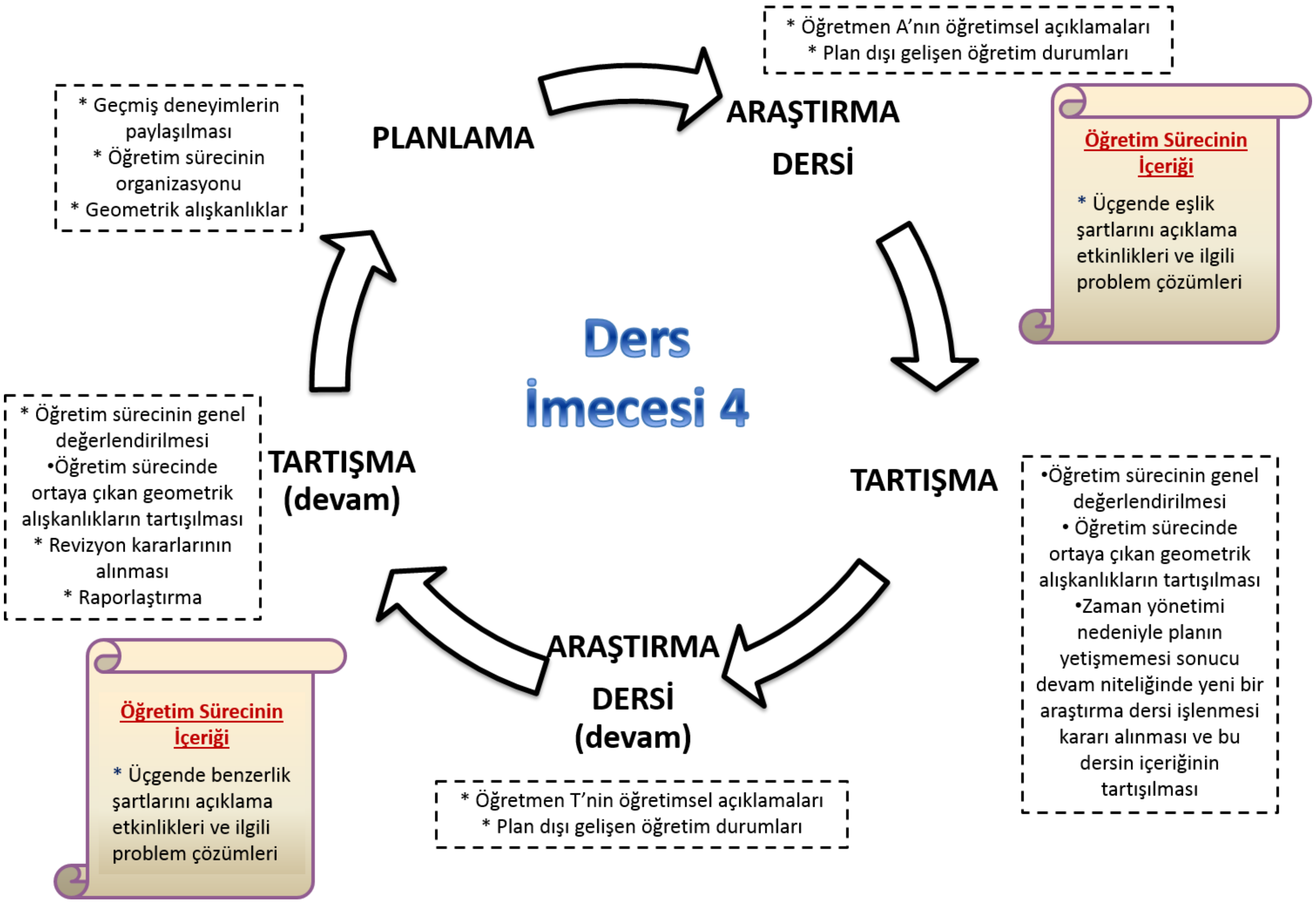
Araştırma dersinde çözülmüş olan beşinci problem (Tablo 14 Problem 5) üzerine tartışmaya başlayan öğretmenler ilk olarak bu problemde *"tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma"* bileşenini desteklediklerini vurgulamışlardır. Daha sonra Öğretmen Ö problemin çözümünde dönüşüm kullanılıp kullanılmadığını sorarak bir fikir ortaya atsa da, öğretmenlerin bunun üzerine tatmin edici bir yorum yapamadıkları görülmüştür. Öğretmen Ö'nün bu problemle ilgili diğer bir önerisinin ise bu problemde öğrencilere yaptırılacak çizimlerin izometrik kağıt üzerinde yapılması olmuştur. Öğretmen bu yolla hem diğer konularla ilişkilendirme yapılabileceğini hem de *"tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma"* bileşeninin desteklenebileceğini ima edecek açıklamalar yapmıştır. Öğretmenlerin beşinci problemin çözümüne ilişkin olarak *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* ve *"varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma"* bileşenlerini desteklediklerini ifade etmedikleri görülmüştür. Öğretmenlerin beşinci probleme ilişkin aldıkları gözlem notları incelendiğinde Öğretmen A'nın *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşenini; Öğretmen S'nin *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* bileşenini; Öğretmen Ö'nün *"varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma"* bileşenini; Öğretmen A ve S'nin *"tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"* bileşenini; Öğretmen T'nin *"keşfi ön plana alma"* bileşenini; Öğretmen Ö, A ve S'nin de *"amacı ön plana alma"* bileşenini not aldıkları görülmüştür. Burada öğretmenlerin gözlem notlarından *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma", "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama", "keşfi ön plana alma"* ve *"amacı ön plana alma"* bileşenlerine ilişkin doğru kararlar alamadıkları görülmüştür.

Son olarak araştırmacı öğretmenlerden üçüncü ders imecesini genel olarak değerlendirmelerini istemiştir. Öğretmen Ö ilk olarak kenarortayın dersin girişinde verilmesini önermiştir. Öğretmen T ise öğrencilere çalışma yaprağı dağıtmayı önermiştir. Öğretmenlerin bu önerilerinden sonra aldıkları revize kararları ile planı yeniden uygulamaya karar verip vermediklerini sormuştur. Öğretmen M yaptıkları değişikliğin ilk dersi etkilemediğini ve yalnızca süre eklendiğini vurgulayarak yeniden uygulama yapmamaları gerektiğini savunmuştur. Ardından Öğretmen Ö de kendi anlattığı kısımda öğrencilere keşfettirebilmek için zaman kaybettiği üzerine bir özeleştiri yapmış, bunun yanı sıra Öğretmen T kendi sınıfta yaptığı etkinliği öğretmen merkezli uyguladığı için zaman kazandığını vurgulamıştır.

Ders İmecesi 4

Dördüncü ders imecesi planlama aşaması, araştırma dersi ve tartışma aşamasından sonra devam niteliğinde bir araştırma dersi ve bu dersin ardından yapılan tartışma toplantısından oluşmaktadır (Şekil 44). Dördüncü ders imecesinde, üçüncü ders imecesinde olduğu gibi öğretmenler ikinci bir araştırma dersi ve bu derse ait bir tartışma toplantısı gerçekleştirmişlerdir. İlk olarak planlama aşamasında öğretmenlerin öğretim sürecini nasıl ve hangi geometrik alışkanlıkları destekleyecek şekilde planladıkları ifade edilmiştir.

Ardından araştırma dersi Öğretmen A'nın öğretimsel açıklamaları ve plan dışı gelişen durumlar çerçevesinde betimlenmiştir. Bu ders imecesinde yapılan ilk tartışma oturumunda, öğretim süreci, bu süreçte ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar çerçevesinde tartışılmış ve öğretmenlerin araştırma dersine ait planlamalarını yetiştiremedikleri gerekçesiyle yeni bir araştırma dersi gerçekleştirme kararı aldıkları görülmüştür.

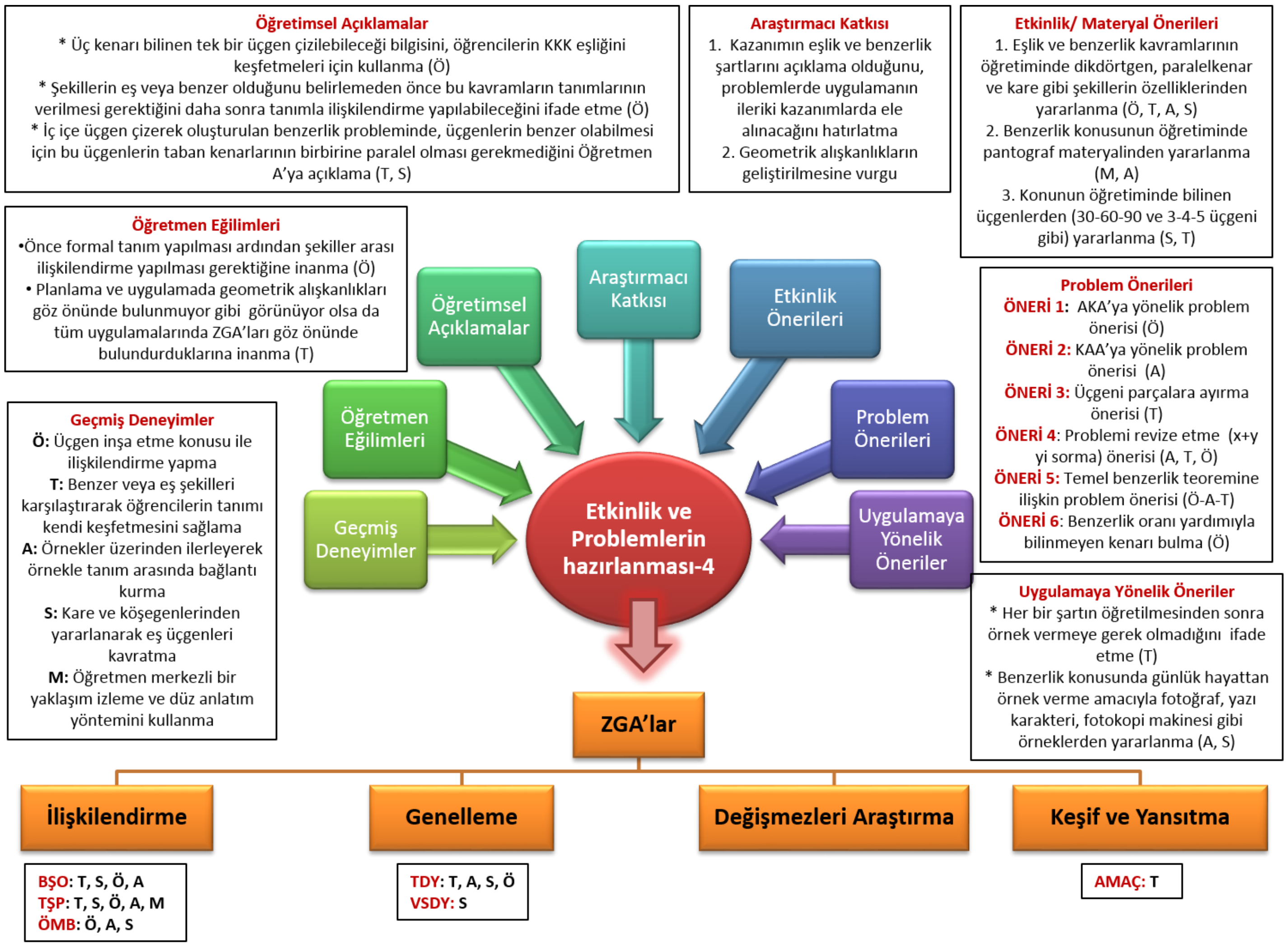


Şekil 44. Dördüncü Ders İmecesine Ait Organizasyon Şeması

Alınan karar doğrultusunda Öğretmen T devam niteliğindeki araştırma dersini gerçekleştirmiş ve bu ders Öğretmen T'nin öğretimsel açıklamaları ve plan dışı gelişen durumlar çerçevesinde açıklanmıştır. Bu araştırma dersi sonrasında yapılan tartışma oturumunda, derste desteklenen geometrik alışkanlıklar, öğretmenlerin etkinlik ve problemlere yaptıkları eleştiriler ele alınmış ve planda revize edilen noktalar belirtilmiştir.

Ders İmecesi 4 – Planlama Toplantısı

Dördüncü ders imecesinin planlama aşamasında öğretmenler Öğretmen A'nın anlatacağı dersin planlamasını "Üçgende eşlik şartlarını açıklar." ve "Üçgende benzerlik şartlarını açıklar." kazanımları doğrultusunda yapmışlardır. Öğretmenlerin belirtilen kazanıma yönelik dersi nasıl planladıklarına ilişkin organizasyon şeması Şekil 45'te verilmiştir. Araştırmacı planlama toplantısında öncelikle öğretmenlere geçmiş yıllarda konuyu nasıl anlattıklarını sormuştur. İlk olarak söz alan Öğretmen Ö ve bu konuyu üçgen eşitsizliği konusu ile ilişkilendirerek anlattığını belirtmiş, ardından eşlik kavramını tanımlayarak devam ettiğini belirtmiştir. Öğretmen A ise çeşitli örnekler üzerinden ilerlediğini ardından da örneklerle tanım arasında bağlantı kurarak eşliğin tanımına geçtiğini ifade etmiştir.



Şekil 45. Dördüncü Ders İmecesinin Planlama Aşamasına İlişkin Organizasyon Şeması

Öğretmen Ö ile Öğretmen A arasında geçmiş deneyimlerine dayalı geçen diyalog şöyledir:

Ö*: Ya ben şeyle ilişki kurarak işte üçgen eşitsizliği ile ilişki kurarak. 16 da işte şu şartları mesela.*

A*: Nasıl yani?*

Ö*: Mesela "üç kenarı bilinen üçgeni kaç farklı türlü çiziyorsun?" diye soruyorsun çocuğa…*

M*: Tek türlü.*

Ö*: Kenar açı kenar ilişkin kurallara bakacaksın. Kenar uzunlukları eşit mi, eşitse o zaman üçgenler eş üçgenlerdir gibi. Ya da kenar açı kenarı çiziyorlar demi? İki kenar ve bir açısı verilen üçgen…*

A*: Yani siz diyorsunuz ki; kenar açı kenarda şey oluyor. Görüntülüyü çiziyor eee…*

Ö*: Bu üçgen için uyması gereken şart bir tane o zaman bu şartlarda üçgen birbirine eştir.*

A*: Yani diyorsun ki kenar kenar kenar özelliği kullanarak bir tane çizilebilir.*

Ö*: Üç kenarını bildiğiniz bir üçgeni kaç tür çizersiniz? Bir tür eee?*

A*: Söyle çizeyim 7, 6, 5 böyle üçgen de sen şimdi kenar kenar kenardan gidip...*

Ö*: Benzerlik kuralını bilmesi lazım hepsini görmesek de bütün kriteri görmeksek de, onun eşit olduğunu anlayabilir miyiz? Eşitlikten gitmen lazım böyle böyle sonra eşitliğin kurallarını verecek bütün alt kriteri görmesek de üçgenlerin birbirine eş olduğunu anlayabilir miyiz? Tabii cevap veremeyecek geriye döneceksiniz üçgen çizerken falan.*

A*: Bir dakika hocam sen şimdi derse girdin. Eşlik konusuna başlayacaksın. Dedin ki. Bu konu eşlik konusu dedin sonra direk eşliğin tanımını mı verdin yoksa?*

Ö*: Eşliğin tanımını verdim. Bence vermek zorundayız eşliğin tanımını.*

A*: Ben işte şey düşündüm girerken fotoğraf örneği üzerinden gidilmesi olarak görmüştüm. Sonra orada bağlantı kurup eşitliğinin tanımına geçtim yani.*

Ö*: Öyle de olabilir alt kriteri verip gösterebilirsiniz.*

A*: Bakın burada alt kriter vermeden direk kenar kenar diye başlamış.*

Ö*: Bence eşliğin tanımını vermek lazım.*

A: *E nasıl vereceğiz hocam?*

Ö: *Karşılıklı açıları ve kenarları eşit olan üçgenlere eş üçgen denir. Ben bu işin kurallarını genelde böyle düşünüyorum yani. Üçgen içinde ilişki kurarak falan.*

Öğretmenlerin geçmiş deneyimleri üzerine yapılan bu konuşmada Öğretmen A'nın diğer öğretmenlere geçmiş derslerinde yaptıklarını anlatarak olumlu geri dönüt beklemesi, Öğretmen Ö'nün ne yaptığını ve kendisinin araştırma dersinde ne yapması gerektiğini sorması gibi çeşitli yollarla Öğretmen Ö'nün alan bilgisinden yararlandığı görülmüştür. Ayrıca öğretmenlerin toplantıda vurgulamamış oldukları halde iki şeklin açılarına ve kenarlarına odaklanma yoluyla bu şekiller arasında eşlik ve benzerlik ilişkisi kurarak *"tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma"* bileşeni üzerinde tartıştıkları görülmüştür.

Öğretmen Ö bu konunun işlenmesinde öğrencilerin önceki bilgileriyle ilişki kurabileceklerini söylemiştir. Öğretmen Ö üçgen inşa etme konusunu işlerken üç kenarı bilinen tek bir üçgen çizilebileceğini vurguladıklarından dolayı, öğrencilerin tüm kenarlarının uzunlukları verilen üçgenlerin eşliğini açılarını bilmeden de söyleyebileceklerini belirtmiştir.

Daha sonra araştırmacı Öğretmen S, Öğretmen T ve M'ye konuyu geçmiş derslerinde nasıl işlediklerini sormuş, Öğretmen M kitaplarda verildiği gibi anlattığını ve kendisinden bir şey katmadığını ifade etmiştir. Öğretmen M'nin ifadelerinden öğretmen merkezli bir yaklaşım izlediği ve eşlik ve benzerlik konularını düz anlatım yoluyla anlattığı anlaşılmıştır. Öğretmen S ise konuya ilişkin geçmiş deneyimini şöyle açıklamıştır:

S: *Geçmiş yıllarda ben kareden şey yapıyordum, yani öyle bir giriş yapıyordum benzerlikte. Karenin köşegenini çizip, işte karenin köşegeninin ayırdığı üçgenler sizce nasıl üçgenlerdir? Eş midir? Yani onlar zaten eş diyor sonuç olarak. Onlar çıkarımlar yapıp, aynı üçgenler, işte kenarları birbirine eşit, açılarının hepsi birbirine eşit, kenar uzunlukları… İşte o zaman bu üçgenler eş, o zaman da eş üçgenin tanımını yapalım gibi. Bunları yapıyorduk sonra kuralları yazıyorduk.*

Öğretmen T ise derslerinde benzer veya eş şekilleri karşılaştırma yoluna gittiğini ve öğrencilerin tanıma kendilerinin ulaşmasını sağladığını söylemiştir. Araştırma dersinde konuyu anlatacak olan Öğretmen A'ya, Öğretmen Ö'nün önce kavramın tanımını vermesi gerektiğini daha sonra şekilleri birbiri ile ilişkilendirerek benzer veya eş olup olmadığını araştırmaları gerektiğini açıkladığı görülmüştür. Öğretmen Ö'nün ifadelerinden önce formal tanım daha sonra şekiller arası ilişkilendirme yapılması gerektiğine dayalı bir öğretimsel yaklaşıma sahip olduğu görülmektedir. Öğretmen T ise burada dikdörtgen ya da paralelkenar çizilerek konuyu bu şekillerin özelliklerinden yararlanarak anlatmaya başlamayı önermiştir. Bu yolla öğretmen *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* bileşeni de desteklenecek olmasına rağmen öğretmenin bileşene vurgu yapmadığı görülmüştür. Öğretmen A bu öneriyi not almış ve Kenar Kenar Kenar (KKK) benzerliğinde bunu kullanabileceğini söylemiştir. Ayrıca derse girişinde de kareden yararlanacağını eklemiştir. Öğretmen Ö'nün burada Öğretmen A'ya kareden değil de dikdörtgenden yararlanması gerektiğini vurguladığı görülmüştür. Öğretmen A burada kareden yararlanmasının işini kolaylaştıracağını vurgulamış ancak Öğretmen Ö öğrencilerin çizimlerinin dikdörtgen olmasına rağmen kare üzerinde çalıştıklarını sanabildiklerini vurgulamıştır. Öğretmenler temsil biçimleri üzerine bir süre tartıştıktan sonra Öğretmen T giriş etkinliği ve dersin devamı için önerilerde bulunmuştur. Öğretmen T, Ö ve A arasında geçen konuşma şöyledir:

> ***Ö****: hayır ben şunu diyorum dikdörtgen diye çizdiği malzemeye kare demesin mesela. Ha 8. Sınıf demez belki de*
> ***T****:şimdi hocam ben tahtaya eş üçgen çiziyorum. Elbette ki çizimde hatalarımız olacaktır. Ben oraya çizdiğime kare diyorsam karedir bitti. (...) burada öğrenciler bunu benziyor mu diyecekler yoksa aynı mı diyecekler. Aynı mı derken neler daha diyoruz. Ondan sonra konuya giriş yap.*
> ***A****: bunları kenar kenardan bu vereyim.*
> ***T****: bunun tanımını yaptın ya hadi bu eş üçgendir başla artık. Yazınız örnek bunu verirsin sonra bir örnek daha yapalım. Şimdi hocam bak bu güzel soru buraya ABC yazdığın zaman bu iki üçgenin eşliğini yazıyorsun, sen burada yazacaksın, vereceksin eşliğini, vermek zorundasın.*
> ***A****: tamam bunu vereceğim.*
> ***T****: şimdi ABC üçgeni hangi üçgene diyorsan eştir. Bunun eşliği neyden dolayı bunların açıları aynı. Sıraladığımız zaman bunlarda aynı diye verebiliriz. Sonra altta ki bunu sorabilirsiniz. Hadi bu üçgenler eşse bunun eşliğini yazın. Orada*

ABC = BFC yazmak önemli bir şey yani. Zaten eş üçgenlerle ilgili çok soru geliyor.

***A**: burada açıların aynı olduğunu şimdi burada dikdörtgeni vermek mi daha iyi kafam karıştı. Bunu dikdörtgen de anlatmak daha mantıklı.*

***T**: bunu eşlettirirsin sonra tanım yazdırırsın tanım yazdırdıktan sonra….*

***A**: şimdi hocam ben bunu yazdım üçgeni vereceğim sonra tanımını yapacağım tamam. Bunu vereceği burada…*

***Ö**: kenar kenar ilişkisini*

***T**: evet.*

***Ö**: iki tane üçgen çizsin o zaman.*

***A**: şimdi burada çocuk ne yapacak bunun yerine bu olur mesela.*

***T**: sadece bunu eş olduğunu söyletmeye çalışacaksın.*

***A**: tamam bunu sadece eş demeye çalışacağım tek amacımız o zaman. Bu kenar bunla bu kenar bu açı buda açı. Sonra üç tanedir demem gerekmez mi. Kenar kenardan başlayalım diyeceğim.*

***T**: sonra dikdörtgende üçgen eşliğini vereceksin. Çocuklara fark ettireceğim. Güdülüyecek ondan sonra dikkat çektirecek.*

Öğretmenlerin tartışmaları esnasında *"bağımsız şekillere odaklanma"* ve *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* bileşenlerini destekleyecek etkinliklere odaklandıkları ancak yine bileşenleri vurgulamadıkları görülmüştür.

Öğretmen A problemi plana ekleyip eklememe konusunda tereddüt etmiş, bunun üzerine Öğretmen T zamanı yetiştirememeye yönelik kaygıları olduğunu vurgulayarak her tanımın ardından örnek vermelerine gerek olmadığını ifade etmiştir.

Daha sonra öğretmen KKK benzerliğini işlerken göstermeyi planladıkları örnek problemin öğrenciler tarafından paralel iki doğru arasındaki açıyı bulmak için geçmiş yıllarda kullandıkları Z kuralı ile aynı görülebileceğini söylemiştir. Öğretmen T ise benzerlik şartı için bu doğruların paralel olması gerekmediğini Öğretmen A'ya açıklayarak alan bilgisi açısından katkı sağlamıştır. Öğretmen A, bu esnada konuyu kendilerine verilen Öğretmen Kılavuz Kitabında verildiği gibi işlediği takdirde zamanın yetmeyeceğini söylemiştir. Araştırmacı burada öğretmenlere kazanımlarının eşlik ve benzerlik şartlarını açıklama olduğunu ve konunun problemlerde uygulanmasına yönelik kazanımın gelecek dönem içerisinde olduğunu hatırlatmıştır. Daha sonra Öğretmen Ö de bir örnek önermiştir. Bu problem üzerinde bir süre tartışıldıktan sonra, Öğretmen A da KAA için bir örnek önermiştir. Öğretmen T bu örneğin de sınıfta işlenmesinden sonra birinci dersin biteceğini öngörmüştür.

Öğretmen A toplantının devamında diğer öğretmenlere araştırma dersinde benzerlik konusu için günlük hayattan örnek olarak fotoğraf kullanıp kullanamayacağını sormuştur. Ayrıca ifadesinin devamında, geçmiş derslerinde günlük hayattan örnek olarak vesikalık fotoğraflar verdiğini ve ardından bunların konuyla ilişkilendirilmesini gerçekleştirip konu anlatımını bitirdiğini söylemiştir. Öğretmen S ise bu konuda on punto büyüklüğündeki yazı karakteri ile on altı punto büyüklüğündeki yazı karakteri arasında da aynı ilişkinin kurulabileceğini söylemiştir. Öğretmen A, Öğretmen S'nin örneği üzerinden fotokopi çekilmesi esnasında çekim oranının düşürülmesini de aynı konuya ilişkin günlük hayattan örnek olabileceğini söylemiştir. Öğretmenlerin benzerlik konusunu tartışmaları esnasında şekiller arasında orantısal muhakeme yapma yoluyla farkında olmadan *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşeni üzerine tartıştıkları görülmüştür.

Daha sonra Öğretmen A konunun öğretimine yönelik materyal olarak pantograf kullanımını önermiş Öğretmen M de bunu onaylayarak örnek olarak benzerlik oranı 1/5 olan şekil çizimleri yapılabileceğini söylemiştir. Öğretmen T'nin ise bu materyali kullanmanın zaman kaybına yol açacağını ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen A en azından tanımın yapılması esnasında bu materyalden bahsetmek istediğini söylese de, Öğretmen T öğrencilerin hiç görmedikleri bir şey olduğu düşündüğünü ifade ederek eleştiri getirmiştir. Öğretmen M kendisinin de pantografı hiç görmediğini yalnızca üniversitede okurken fotoğrafını gördüğünü söylemiştir. Öğretmenler bu materyal üzerine bir tartışma yapsalar da araştırma dersinde pantografın kullanımına yönelik bir karar almamışlardır.

Daha sonra Öğretmen S 30-60-90 üçgeninden, Öğretmen T de 3-4-5 üçgeninden yararlanmayı önermiştir. Öğretmenler; derste bu üçgenler yardımıyla ilişkilendirme yapıldıktan sonra benzerliğin tanımının verilmesi gerektiği konusunda hemfikir olmuşlardır. Öğretmen Ö ve Öğretmen T burada Öğretmen A'ya öncelikle KKK benzerliğinden başlamasını söylemiş ve çeşitli önerilerde bulunmuştur. Öğretmen A'nın burada 1/2 oranında benzer iki şekil üzerinden ilerleyeceğini ifade ettiği görülmüştür.

Öğretmen S burada kural gereği başa alması gerektiğini Öğretmen A'ya söylemiş, Öğretmen A da bunu onaylayarak örneğe geçtiğini söylemiştir.

Araştırma dersinde çözülecek örnek problemler üzerine tartışan öğretmenlere, Öğretmen T problem önererek *"bağımsız şekillere odaklanma"*, *"tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma"* ve *"amacı ön plana alma"* bileşenlerini destekleyici bir yaklaşım sergilemiştir. Ardından Öğretmen A, Öğretmen T ve Öğretme Ö araştırma dersinde çözülecek problemler üzerine tartışmaya devam etmiş ve da verilen problemi hazırlamışlardır.

Planlanan dersin genel içeriği hakkında Öğretmen A diğer öğretmenlere sorular sormaya başlamış, hazırlanan içeriğin verilen süre içerisinde yetişmeyeceği konusundaki endişesini dile getirmiştir. Araştırmacı burada öğretmenlere araştırma dersinde yapmak üzere planladıkları içeriği hatırlatmış ve değiştirmek istedikleri bir şey olup olmadığını sormuştur. Bunun üzerine Öğretmen A aslında üç ders saati gibi bir sürede işlenebilecek bir konuyu, iki saate sıkıştırmaya çalıştıklarını ve bunun kendisini sıkıntıya soktuğunu ifade etmiştir. Diğer öğretmenlerin içerikte bir değişiklik yapma konusunda herhangi bir öneride bulunmadıkları görülmüştür.

Ardından Öğretmen A, öğrencilerin AAA şartını öğrenip öğrenmediklerini yoklamaya yönelik ve içinde 30-60-90 üçgeninin olduğu bir soru önererek öğrencilerin bu özel üçgenin özelliklerinden yararlanma yoluyla *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* bileşenini destekleyecek bir yaklaşım sergilemiştir. Öğretmen T bu örnekte paralellik özelliği olduğunun öğrencilere soruda verilmesi gerektiğini söylemiş, Öğretmen S de bu bilgiyi doğrular şekilde paralellik özelliğini vermeden öğrencilerin açıları bulamayacağı açıklamasını yapmıştır. Daha sonra Öğretmen T araştırma dersini işleyecek olan Öğretmen A'ya temel benzerlik teoremine ilişkin de soru sorması gerektiğini söylemiştir. Bunun üzerine Öğretmen Ö, Öğretmen A ve Öğretmen T bu konuya eğilerek tartışmaya başlamışlardır. Öğretmen A hazırlamaya çalıştıkları problem durumunu öğrencilere bir kuralmış gibi değil de iç içe iki üçgenin benzerliği şeklinde anlatmak istediğini ifade etmiştir. Öğretmenlerin bu soruyu hazırlama sürecinde ise *"bağımsız şekillere odaklanma"* ve *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* bileşenleri üzerine odaklandıkları görülmüştür.

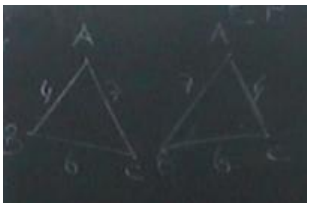
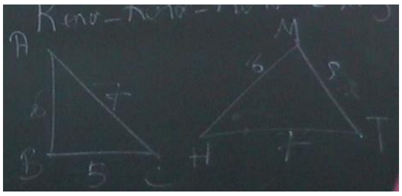
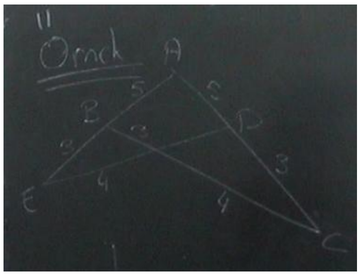
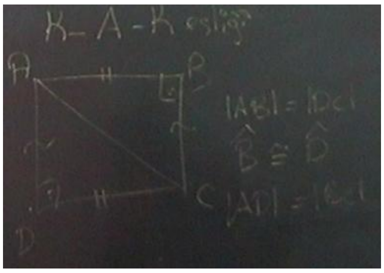
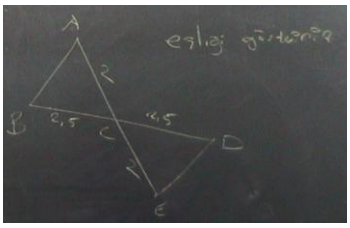
Daha sonra öğretmenler Öğretmen Ö'nün önerisiyle KAK üzerine bir problem durumu üzerinde daha çalışmışlardır. Öğretmenler bu öneri üzerine bir süre tartışmışlar ve önce öğrencinin benzerliği keşfetmesini sonra da benzerlik oranını hesaplayarak bilinmeyen uzunluğun bulunabileceği bir problem durumu oluşturmuşlardır. Öğretmenlerin öğrencilerin çözüm yolları üzerine tartışmaları esnasında öğrenci düşüncesini ön plana aldıkları ve farklı şekiller ve bu şekillerin parçaları üzerine odaklanarak *"bağımsız şekillere odaklanma"* ile *"tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma"* ve benzerlik oranı ile şekillerin kenar uzunlukları arasında orantısal muhakeme yapma yoluyla *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşenleri üzerinde çalıştıkları görülmüştür.

Araştırmacı burada öğretmenlere, ders imecelerine başlamadan önceki seminer sürecinde birlikte yaptıkları etkinlikler ve bu süreçte geometrik düşünmeyi geliştirmek üzere öğretmenlerin kendi hazırladıkları soruların niteliğini kısaca hatırlatmıştır. Ayrıca geometrik düşünmeyi geliştirme açısından bu etkinliklerin nitelikleri ile ders imecelerinde hazırladıkları etkinliklerin yapısını karşılaştırmalarını istemiştir. Öğretmen T bu durumu göz önünde bulundurduğunda, planlama toplantısında ve araştırma dersinde geometrik alışkanlıkları göz önüne almıyor gibi görünebildiklerini ancak tüm uygulamalarında geometrik alışkanlıkların var olduğu açıklamasını yapmıştır. Araştırmacı öğretmenlere ders imeceleri yoluyla kazanımları kazandırmaya çalışmanın yanı sıra geometrik düşünmeyi geliştirmeyi de amaçladıklarını hatırlatmıştır.

Ders İmecesi 4 – Araştırma Dersi

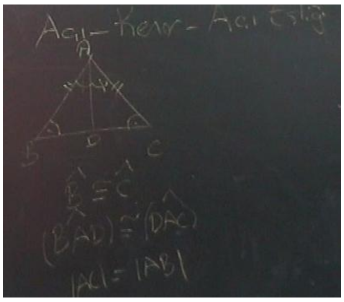
Dördüncü ders imecesinin araştırma dersini Öğretmen A işlemiştir. Bu dersin özet içeriği ve bu derste desteklenen geometrik alışkanlıklar Tablo 15'te verilmiştir.

Tablo 15. Dördüncü Ders İmecesinin Araştırma Dersine Ait Ders İçeriği Ve Bu Derste Ortaya Çıkarılan Geometrik Alışkanlıklar

ÜÇGENDE EŞLİK KONUSU ETKİNLİĞİ (E)	**Desteklenen Bileşenler (E)**
• *Tahtaya bir kare ve köşegenini çizerek, bu karenin hangi elemanlarının eş olduğunu tartıştırma,* • *Öğrenciler kenarların eşliğini keşfettikten sonra açıların eşliğini tartıştırma,* • *Tahtaya bir kare çizerek, bu karenin hangi elemanlarının eş olduğunu tartıştırma,* • *Tahtaya bir dikdörtgen çizerek, bu dikdörtgenin hangi elemanlarının eş olduğunu sorgulama.* • *Eşliğin tanımı sezdirme ve uygun matematiksel dili kullanarak göstermeyi vurgulama.*	-bağımsız şekillere odaklanma, -tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma, -özel muhakeme becerilerini kullanma, -tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma.
KKK EŞLİĞİ (E) *Farklı konumda yerleştirilmiş 2 eş üçgen üzerinden KKK eşliğini gösterme.*   **Desteklenen Bileşenler (KKK):** -bağımsız şekillere odaklanma, -özel muhakeme becerilerini kullanma.	**<u>Problem 1:</u>** Verilen şekilde eşliğin hangi üçgenler arasında olduğunu gösteriniz.  **Desteklenen Bileşenler (P1):** -bağımsız şekillere odaklanma, -tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma, -özel muhakeme becerilerini kullanma, -amacı ön plana alma.
KAK EŞLİĞİ (E) • *Tahtaya bir dikdörtgen çizerek KAK eşliğini örnek üzerinden anlatma,*  **Desteklenen Bileşenler (KAK):** -bağımsız şekillere odaklanma, -tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma, -tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma, -özel muhakeme becerilerini kullanma.	**<u>Problem 2:</u>** Eşliği gösteriniz.  **Desteklenen Bileşenler (P2)** -bağımsız şekillere odaklanma, -özel muhakeme becerilerini kullanma, -amacı ön plana alma.

AKA EŞLİĞİ (E)

- *İkizkenar bir üçgende tepe açısına ait açıortayı çizerek AKA eşliği oluşturarak AKA'yı gösterme,*



Desteklenen Bileşenler (AKA):

-bağımsız şekillere odaklanma,

-tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma,

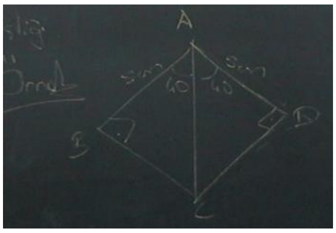
-özel muhakeme becerilerini kullanma,

-tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma.

Problem 3:

Eşliği gösteriniz.

(Cevap BAC ile CAD)



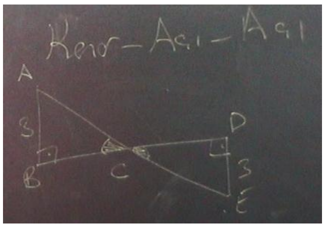
Desteklenen Bileşenler (P3)

-bağımsız şekillere odaklanma,

-özel muhakeme becerilerini kullanma.

KAA EŞLİĞİ (E)

- Şekildeki dik üçgende KAA eşliğini gösterme



Desteklenen Bileşenler (KAA)

-bağımsız şekillere odaklanma,

-özel muhakeme becerilerini kullanma,

-tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma.

Problem 4:

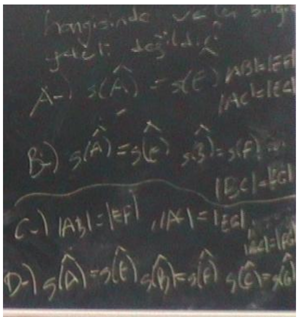
ABC üçgenin ile EFB üçgeninin eş olduğunu söylemek için aşağıdakilerden hangisinde verilen bilgi yeterli değildir?

A-) s(A) =s(B) , AB = EF, AC= EC

B-) s(A)=s(E) , s(B) =s(F)

C-)AB= EF, AC = EG, BC= FG

D-) s(A) = s(E) , s(B) = s(F), s(C)=s(G)



Desteklenen Bileşenler (P4)

-bağımsız şekillere odaklanma,

-özel muhakeme becerilerini kullanma,

-amacı ön plana alma.

BENZERLİK ORANI: Günlük hayattan örnekler, fraktallar ve üçgendeki benzerlik ilişkisi, iki şeklin benzerliği arasındaki matematiksel oranın tartışılması

Öğretmen öncelikle üçgenlerle ilgili öğrencilerin neler bildiğini sorarak derse başlamıştır. Ardından bir kare çizmiş ve bu karenin köşegenini çizerek iki üçgen oluşturmuş, bu üçgenlerden hangisinin diğerinden büyük olduğunu öğrencilere sormuştur. Öğrenciler "eşittirler" yanıtını vermiş, öğretmen öğrencilere hangi kenarların eş olduğunu sormuştur.

Öğrenciler tarafından AC kenarının ortak kenar olduğunun vurgulanması ile iki üçgenin ne zaman eş olacağı açıklanmıştır. Bu esnada öğretmen karşılıklı kenarların eş olması gerektiğini vurgulamıştır. Öğrenciler açıların kıyaslanması gerektiği üzerinde dururken, öğretmen ise şekil içinde hangi açıların eş olduğunu öğrencilere sormuştur.

Ardından $\hat{A}$ açısı ile $\widehat{D}$ açısının eş olduğu vurgulanmıştır. Sonra çizilen şeklin kare olmasından dolayı diğer açıların 45^0 ölçüye sahip olacakları öğrenciler tarafından fark edilmiş ve öğretmen bir dikdörtgen çizerek öğrencilerin üçgenlerin açıları üzerinde yeniden düşünmelerini istemiştir.

Öğretmen öğrencilerin yanıtlarından yola çıkarak tahtaya "$\widehat{B} = \widehat{D}$" yazmıştır. Ayrıca elindeki dikdörtgen modeli üzerinde açılarla ilgili açıklama yapmış ve hangi açıların eş olacağını kendisi söylemiş, konunun bu kısmını öğretmen merkezli bir şekilde açıklamıştır. Öğretmen eş üçgenlerde hangi özelliklere dikkat edilmesi gerektiğini de öğrencilere söylemiştir. Öğrencilerin eş üçgenler tanımlamalarına fırsat verilmemiş ve genelleme öğretmen merkezli bir yaklaşımla yapılmıştır. Öğretmen üçgende eşliği "üçgenlerin karşılıklı kenar uzunlukluları eşit ve karşılıklı açıları eş işe buna eş üçgen denir." şeklinde yapmıştır. Ardından tahtaya ABC≈CDA yazmıştır. Açılar bu eşlikte öğretmen tarafından ABC≈CDA biçimde karşılaştırılmış ve eş olmaları gerektiği belirtilmiştir. Tahtaya bir problem durumu yazan öğretmen üçgenlerin eş olup olmadığını öğrencilerin açıklamasını istemiş ancak daha sonra eş kenar tahtaya kendisi yazarak eşliği açıklamıştır. Öğretmen bazı problem durumlarında üçgenlerin tüm kenar uzunluklarının verilmeyebileceğini, kenar uzunluklarının dışında açı ölçülerinin de verilebileceğini söylemiştir. Bu açıklamasının ardından öğretmen tahtaya " kenar – kenar – kenar eşliği" başlığını yazmıştır. Öğretmen tek bir gönye ile farklı üçgenlerin oluşturulabileceğini ve bu üçgenlerin birbirilerine eş olacağını açıklamıştır.

Öğretmen gönye kullanmadan tahtaya iki üçgen çizmiştir ve bunların aynı gönye ile çizildiğini düşünmelerini istemiştir. Daha sonra üçgenlerin karşılıklı kenar uzunluklarını göstermiştir. Ardından üçgen inşa etme konusuyla ilişki kurarak üç kenar uzunluğu verilen tek bir üçgen çizilebileceğini öğrencilere açıklayarak farklı konular arasında ilişkilendirme yapmıştır. Araştırma dersinin devamında tahtaya yeni bir örnek yazan öğretmen öğrencilerden şekildeki eş üçgenleri bulmalarını istemiştir. Problemin çözümü için tahtaya kalkan öğrenci DBE≈ODC yazmış, öğretmen de bu eşliği doğru kabul etmiştir. Ayrıca başka eşlik olup olmadığını öğrencilere sorarak öğrencilerin hangi kenarların eş olduğunu göstermesini istemiştir. Daha sonra öğretmen "K-A-K eşliği" başlığını tahtaya yazmıştır. Öğretmen eline aldığı dikdörtgen modeli üzerinde açıklamalar yaptıktan sonra tahtaya bu modeli temsil eden bir çizim yapmıştır.

Öğretmen bu problemi kendisi çözmüş ve açıklamaları kendisi yapmıştır. Daha sonra öğretmen tahtaya bir şekil çizerek “eşliği gösteriniz” biçiminde bir problem durumunu tahtaya yazmıştır. Öğretmen burada “karşılıklı iki kenar ve bu kenarların dahil ettikleri açıların ölçüleri eş ise, bu eşlik şartına ‘K-A-K’ denir” ifadesini öğrencilere söylemiştir. Öğretmen burada verdiği problem durumunun çözümünü kendisi yaptığından dolayı geometrik alışkanlıkları destekleyici bir yaklaşım sergilemediği görülmüştür.

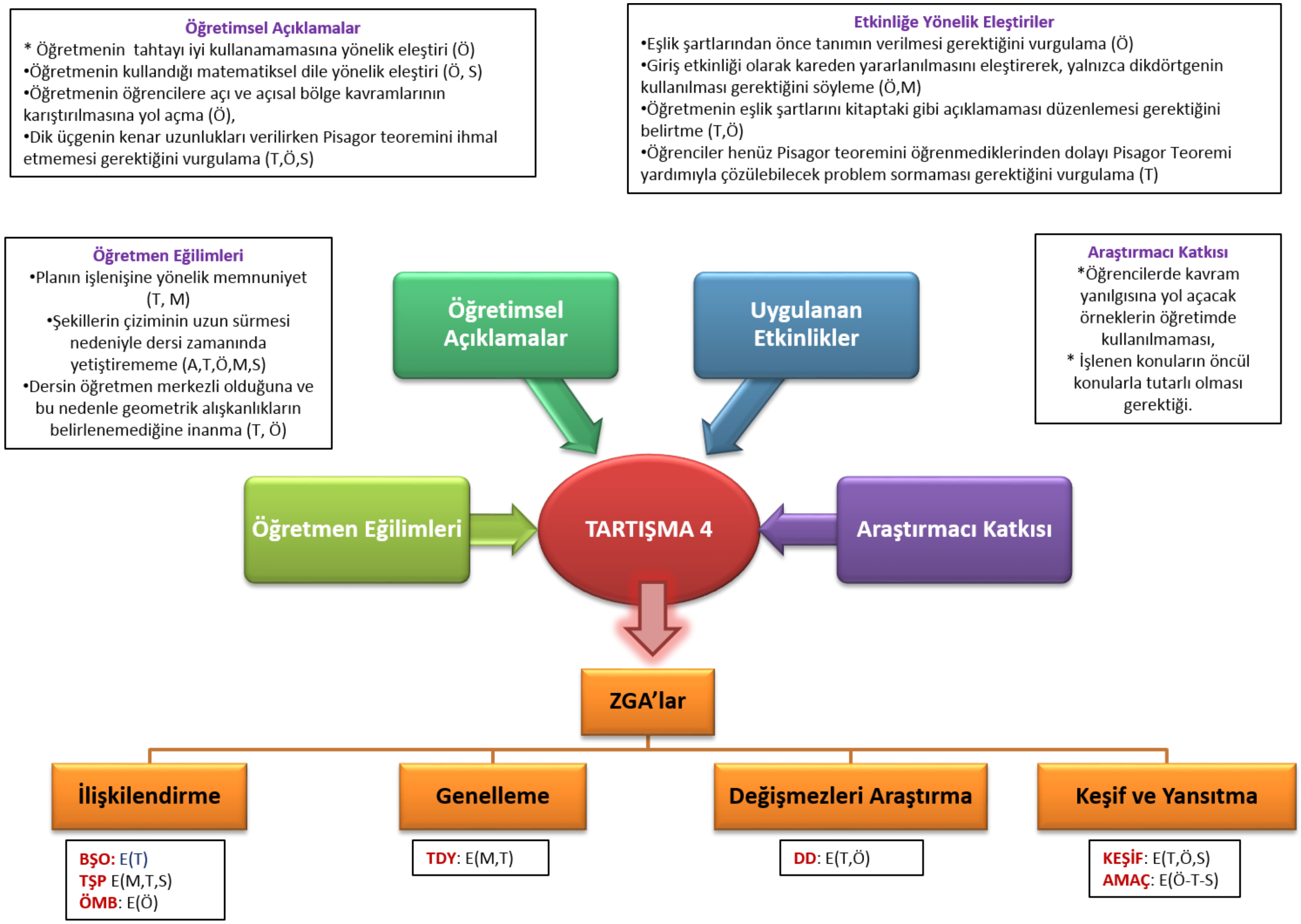
Öğretmen dersin devamında bir ikizkenar üçgen çizmiş ve üçgenin yüksekliğini oluşturarak şekli iki üçgene ayırmıştır. Ardından şekil üzerinde üçgenlerin eşliğini AKA şeklinde açıklayarak dersin bu kısmında öğretmen merkezli bir yaklaşım sergilemiştir. Ardından tahtaya yeni bir problem durumu yazan öğretmen öğrencilerden verilen şekilde eş üçgenleri bulmalarını ve neden eş olduklarını göstermelerini istemiştir. Ardından tahtada eş kenarları, eş açıları ve BAC ile CAD üçgenlerin eş olduğunu yazmıştır. Öğretmen “kenar–açı –açı” başlığı yazarak derse devam etmiştir. Tahtaya bir üçgen üzerinde KAA eşliğini açıklayan öğretmen bunun deneme sınavında çıkan bir problemi öğrencilere sormuştur. KAA eşlik şartının tanımını yazdırarak devam eden öğretmen sonrasında problem durumundaki seçenekler üzerinde açıklamalar yaparak problemi yanıtlamıştır. Öğretmenin burada öğrencilerin fikirlerini açıklamalarına, tartışmalarına, çıkarım yapmalarına ve bunu savunmalarına fırsat vermediği gözlemlenmiştir. Dersin sonunda öğretmen öğrencilere A4 kâğıdını katlayarak oluşan üçgenlerin eş olup olmadığını ödev olarak incelemelerini istemiştir. Son olarak “Benzerlik” başlığını yazdırarak günlük hayattan benzer şekillere örnekler vermiş ve tanım yazdırmıştır. Öğretmen A planlanan diğer konuları işlemek için süreyi yetiştirememiştir.

Ders İmecesi 4 – Tartışma Toplantısı

Dördüncü ders imecesinin tartışma toplantısında Öğretmen A’nın işlediği araştırma dersini tartışan öğretmenlerin açıklamalarına yönelik organizasyon şeması Şekil 46’da verilmiştir.

Araştırma dersinde işlenmesi planlanan konuların yetiştirilememesi üzerine tartışma toplantısının başında Öğretmen T konunun zaman alıcı olduğunu ifade etmiştir. Bununla birlikte Öğretmen T’nin planın içeriği ve işlenişinden memnun olduğunu da vurguladığı görülmüştür. Bunun ardından araştırmacının dersi nasıl bulduğunu sorması üzerine Öğretmen Ö'nün ilk olarak Öğretmen A'nın tahtayı iyi kullanamadığını düşündüğünü söylediği görülmüştür. Daha sonra Öğretmen A'nın kullandığı matematiksel dile vurgu yapan Öğretmen Ö, araştırma dersinde öğretmenin "üçgenler eştir" ifadesini kullanmak yerine "üçgenler eşittir" ifadesini kullanmasına eleştiri getirmiştir. Ayrıca Öğretmen Ö açıklamalarında konunun zamanlamasında problem yaşandığını eklemiş ve planlama toplantısında formal bir bakış açısı ile vurguladığı eşlik tanımının eşlik şartlarından önce verilmesi gerektiği konusunu yeniden dile getirmiştir. Öğretmen S ise matematiksel dil ile ilgili Öğretmen Ö'nün eleştirisine katılmış ancak öğretmenin derste vermek istediği kazanımı kazandırdığı görüşünde olduğunu da belirtmiştir. Ayrıca Öğretmen M de dersten memnuniyetini ve derste yapılan uygulamaları beğendiğini ve pekiştirici bulduğunu belirtmiştir.

Araştırmacı öğretmenlerin plandan memnuniyetlerini dile getirmesi üzerine, dersin planlanan süre içerisinde bitmemiş olmasını neye bağladıklarını sormuştur. Öğretmenlerin, konu içeriğinde yer alan şekillerin çiziminin uzun sürmesi ve her bir eşlik şartı için yeni şekiller çizmek zorunda kalınmasından dolayı dersin yetişmediği konusunda hemfikir olduğu görülmüştür. Burada Öğretmen T dersin öğretmen merkezli geçtiğini ve öğrencilere sorulan problemlerde yeterli süre verilmediğini ifade etmiştir. Ayrıca planlama toplantısında belirttiği şekilde geometrik alışkanlıkların problem çözme sürecinde ortaya çıkmadığını ve bu derse ilişkin en büyük eksikliğin öğrencilerin hangi yollarla ilişkilendirme ve genelleme yaptığının anlaşılmaması olduğunu vurgulayarak öğrenci düşüncesini ön plana aldığı görülmüştür.



Şekil 46. Dördüncü Ders İmecesinin Tartışma Toplantısı İçeriği

Öğretmenlerin araştırma dersi hakkındaki genel yorumlarından sonra Öğretmen Ö giriş etkinliği olarak karenin kullanılmasına eleştiri getirdiği, eşliğin öğretiminde karenin özelliklerinden yararlanmanın öğrencileri kavram yanılgısına sürükleyebileceğini belirttiği görülmüştür. Öğretmen M de bu eleştiriye katılarak dikdörtgeni zaten kullandıklarını ifade etmiştir.

Öğretmenin dersin girişinde dikdörtgenin özelliklerinden yararlanması ile *"tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma"* ve "*tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* gibi geometrik alışkanlıkları desteklemeye çalıştıklarını ifade eden öğretmen M, yaşanan zaman sıkıntısından dolayı öğretmenin sorduğu sorulara öğrencilerin yanıt vermesini beklemediği ve hemen cevabı söylediğini belirtmiştir. Öğretmen T de aynı geometrik alışkanlıkları desteklemeye çalıştıklarını ifade etse de, Öğretmen Ö bu geometrik alışkanlıkların aslında derste ortaya çıkmadığını vurgulamıştır. Öğretmen T ayrıca *"bağımsız şekillere odaklanma"* bileşeninin de desteklendiğini vurgulamıştır. Bu esnada Öğretmen S de "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşeninin desteklendiğini ifade etmiştir. Daha sonra Öğretmen Ö katlama yapıldığından dolayı "*özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşeninin de desteklendiğini ifade etmiştir. Öğretmen T burada kare ve dikdörtgenleri kullanması esnasında öğretmenin *"keşfi ön plana alma"* bileşenini ve *"dinamik düşünme"* bileşenini de desteklemesini beklediğini söylemiştir. Öğretmen S ve Öğretmen Ö de burada "keşfi ön plana alma" bileşeninin desteklenebileceği fikrini onaylamışlardır. Ardından Öğretmen Ö'nün burada katlama yapılmasına yeninden vurgu yaptığı ve bu yolla *"dinamik düşünme" bileşeninin* desteklendiğini ifade ettiği görülmüştür. Ayrıca Öğretmen Ö, T ve S derste *"amacı ön plana alma"* bileşeninin de desteklendiğini belirtmişlerdir.

Tartışma toplantısının devamında Öğretmen Ö'nün, Öğretmen A'nın araştırma dersinde kullandığı matematiksel dil kullanımında yaptığı tüm hataları tek tek dile getirdiği görülmüştür. Öğretmen Ö, Öğretmen A'nın tahtaya yazımı esnasında ele aldığı açıyı parantez içine alıp almaması ile açı ve açısal bölge kavramlarının karışabileceğini vurguladığı görülmüştür. Öğretmen Ö'nün bu fikrine Öğretmen S de katılmıştır. Araştırmacı burada öğretmenin derste bu hatasını fark ettiğini ve düzelttiğini vurgulamıştır.

Daha sonra Öğretmen T, Öğretmen A'nın derste KAK eşlik şartının tanımını kitapta olduğu şekliyle vermesine bir eleştiri getirmiş ve bu tanımda bir mantık hatası olduğunu söylediği görülmüştür. Öğretmenin derste verdiği KAK eşlik şartı tanımı şöyledir: *"Karşılıklı iki kenarının uzunlukları ve bu kenarların dahil ettikleri açısının ölçüleri eşit olan iki üçgen birbirine eştir. Buna Kenar-Açı-Kenar (KAK) eşlik şartı adı verilir."* Daha sonra Öğretmen T bu tanımda geçen *"dahil"* kelimesini kullanmamasını onun yerine *"arada kalan"* kelimesini kullanması gerektiğini söylemiştir. Öğretmen Ö de tanımı beğenmediğini ifade etmiş ve Açı-Kenar-Açı (AKA) eşlik şartı için de aynı durumun söz konusu olduğunu vurgulamıştır. Öğretmen A ise üç kitaptan baktığını ancak bu tanım ders kitabında olduğu için bunu vermesi gerektiğini düşündüğünü belirtmiştir. Öğretmen Ö, AKA eşliği için de *"bu açıların ortak kenarı"* ifadesinin kullanılabileceğini söylemiş ve kullanılan terminolojiye değinerek kitaptaki bilgilere eleştirel yaklaşılması ve her şeyin aynen alınmaması gerektiğini savunmuştur. Öğretmen T de Öğretmen A'ya kitapta yer alan bilgileri öğrencilerin anlayabileceği şekilde yeniden yorumlayabileceğini söyleyerek öğrenci düşüncesini ön plana alan bir yaklaşım izlemiştir.

Toplantının devamında eşlik kavramının öğretimi üzerine tartışan öğretmenler, Öğretmen A'ya öğretmen merkezli bir öğretim yaptığını çeşitli şekillerde açıklamışlardır. Özellikle Öğretmen T araştırma dersinde desteklenmeye çalışılan geometrik alışkanlıkların ortaya çıkarılabilmesi için öğrencilerin aktif olmalarını sağlayacak bir ders işlemesi gerektiğini belirtmiştir. Öğretmen A bunun üzerine eşlik şartlarını öğrencilere öğretmeyi konu anlatımı olarak gördüğü için öğretmen merkezli yaklaştığını ancak problem çözümlerinde öğrenci merkezli olmaya çalıştığını ifade etmiştir. Öğretmen Ö burada ayrıca kenarlarla ilgili ilişkilendirme yaptığını ancak açılarla ilgili ilişkilendirmeyi yapmadan eşlik şartlarına geçtiğini de ifade etmiştir.

Dersin devamında öğretmenin gönye aradığını hatırlatan Öğretmen T, Öğretmen A'ya gönye ile ne yapacağını sormuştur. Bunun üzerine Öğretmen A evde kaynak kitaplarını karıştırırken, gönye yardımıyla yapılacak bir etkinlik gördüğünü söylemiştir. Bu etkinliği öğrencilerden önce gönye ile iki farklı konumda üçgen çizmelerinin, daha sonra ise bu üçgenleri keserek karşılaştırmalarının istenmesi şeklinde açıklamıştır. Öğretmen T, Ö ve S, Öğretmen A'nın bu etkinliği örnek alarak tahtaya çizdiği şekilde yazdığı uzunlukların (5-6-7cm) Pisagor Teoremine uymamasını eleştirmişlerdir. Öğretmen A kendisine planlama toplantısında özel bir dik üçgen verilmemesi söylendiğinden dolayı sayıları bu şekilde verdiğini açıklamıştır. Öğretmen T bunun üzerine neden özel dik üçgen kullanmamasını istemiş olduğunu şöyle açıklamıştır:

> ***T**: Örnek şu; birine 6, 8, 10 verirsin. Öbürkünde 3, 4, soru işareti verirsin. Çocuk orayı Pisagor'dan yaparsa diye, ben o anlamda vermeyelim dedim. Sen üç kenarı birden verdikten sonra orada problem yok ki.*

Öğretmen T, Öğretmen A'ya öğrenciler Pisagor Teoremini öğrenmedikleri için bu teoremden yararlanarak çözülebilecek problem sorulmasının yanlış olduğunu, benzerlik yardımıyla çözülebilecek problemlerde sorun yaşanmayacağını açıklamıştır. Bununla birlikte bir dik üçgenin kenar uzunlukları yazılırken bu kurala aykırı bir yazımın da yanlış olacağını belirtmiştir. Araştırmacı da öğrenciler henüz teoremi bilmeseler de ileride öğrendikleri zaman öğretmenin verdiği örnekle teoremde öğrendiği bilgi arasında tutarlılık olmadığını fark edebileceklerini, bu yüzden işlenen konuların öncül konularla tutarlı olması gerektiğini vurgulamıştır.

Tartışma toplantısının devamında Öğretmen Ö, tanımı öğrencilere herhangi bir keşif süreci yaşatmadan vermesi üzerine öğrencilerin öğretmene eşliğin neden olduğunu veya neden bazı durumlarda kenarlardan yararlanırken, bazı durumlarda açılardan yararlanıldığını sorabileceğini açıklamıştır. Öğretmen Ö ayrıca öğretmene iki kenarı ve bir açısının aynı olduğu bilinen tüm üçgenlerin eş olmadığını, eş olabilmeleri için verilen kenarlar arasındaki açının eşit olması gerektiğini vurguladığı ve öğretmenin sorduğu soruları daha zor hale getirmesini önerdiği görülmüştür.

Ders İmecesi 4 – Araştırma Dersi (Devam)

Dördüncü ders imecesinde yapılan araştırma dersinin devamını Öğretmen T yürütmüş, bu dersin özet içeriği ve desteklenen geometrik alışkanlıklar Tablo 16'da verilmiştir.

Tablo 16. Dördüncü Ders İmecesinin Araştırma Dersinin Devamına Ait Ders İçeriği Ve Bu Derste Ortaya Çıkarılan Geometrik Alışkanlıklar

EŞLİK: *Eşliğin tanımı ve eşlik şartları konusunu tekrar ederek derse giriş yapma,*

Problem 1:

Aşağıda verilenlerden hangileri doğrudur?

I. Eş üçgenlerde eş açılar karşısında eş kenarlar bulunur.

II. İki kenarı ve bir iç açısı eş olan üçgenler eştir.

III. Üç açısı da eş olan üçgenler eştir.

IV. "Karşılıklı 2 kenarı ve bu kenarlar arasında kalan açıları eş olan üçgenler eş üçgenlerdir." tanımına karşılık gelen kural KAK'dır.

V. Eş üçgenlerde eş kenarlara ait yükseklikler de eştir.

A) III, IV, V B) I, II, V C) I, IV, V D) I, II, V

Desteklenen Bileşenler (P1)

-bağımsız şekillere odaklanma

-tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma

-amacı ön plana alma

-dinamik düşünme

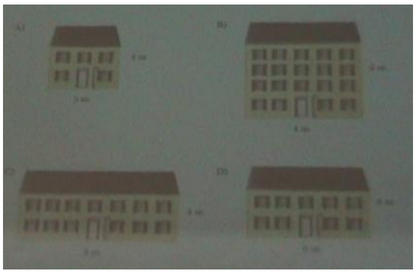
-etkilerin kanıtlarını kontrol etme

BENZERLİK: *Benzerlik tanımı, benzer üçgenlerde hangi açıların eş ve hangi kenarların orantılı olduğu ile benzerlik oranını hesaplanmasının hatırlatılması ve benzerliğin matematiksel bir dil ile yazımı,*

Problem 2:

Benzerlik oranı sorusu (ölçek ile ilişkilendirme)

"Taban uzunluğu 80 m ve yüksekliği 40 m olan bir binanın fotoğrafı çekiliyor. Aşağıdaki resimlerden hangisi bu binanın resmidir? Nedeniyle açıklayınız."



Desteklenen Bileşenler (P2)

-bağımsız şekillere odaklanma
-özel muhakeme becerilerini kullanma
-dinamik düşünme

AAA BENZERLİĞİ (E)

- *AA benzerliğinden bahsetme ve neden AAA da üçgenler eş değil de benzer oluyor sorusunu tartışması,*
- *Her eşkenar üçgenin eş olup olmadığını sorgulaması*

Desteklenen Bileşenler (E)

-bağımsız şekillere odaklanma,

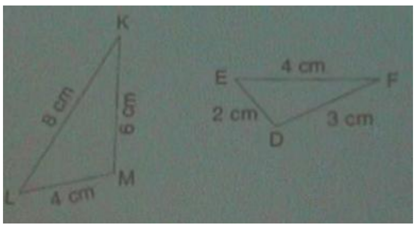
-tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma,

-tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma.

KKK BENZERLİĞİ

Problem 3:

Farklı konumlarda çizilmiş üçgenlerde KKK benzerliğini ve benzerlik oranını yazdırma



Desteklenen Bileşenler (P3)

-bağımsız şekillere odaklanma,

-özel muhakeme becerilerini kullanma.

KAK BENZERLİĞİ

Problem 4:

İç içe çizilmiş 2 üçgen üzerinde KAK benzerliğine göre soru çözümü

Şekilde verilenlere göre m(DEF)=m(DGH)'dir. Buna göre |ED|=?

Desteklenen Bileşenler (P4)

-bağımsız şekillere odaklanma,

-tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma,

-amacı ön plana alma,

-özel muhakeme becerilerini kullanma.

Problem 5:

Bir kenarı ortak çizilmiş 2 üçgen üzerinde KAK benzerliğine göre soru çözümü

Şekilde m(LKN)=m(KMN) olduğuna göre aşağıda verilen hangi iki üçgen kesinlikle benzerdir?

A) KNM ve KLM B) KLN ve MLK

C) KLN ve KNM D) NLK ve NMK

Desteklenen Bileşenler (P5)

-bağımsız şekillere odaklanma,

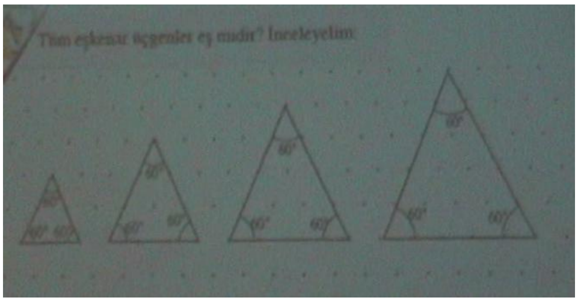
-tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma,

-amacı ön plana alma,

Öğretmen T öncelikle araştırma dersinin yapıldığı sınıfa bilgisayarını getirerek projeksiyona bağlamıştır. Planda değinilmediği halde teknoloji destekli bir ders anlatımını tercih eden Öğretmen T öncelikle bir önceki derste anlatılmış olan konuları ele alarak derse başlamıştır. İlk olarak eş üçgenlerle ilgili bir problem (Tablo 16 Problem 1) soran Öğretmen T, bu problemin çözümünün her bir adımında eşlik tanımını ve şartlarını tekrar etmiştir.

Daha sonra, bir önceki ders benzerliği işlediklerini hatırlatarak benzerlik tanımını öğrencilere sormuştur. Ardından bireysel olarak hazırladığı sunuyu açmış, benzerlik tanımını bu sunu üzerinden anlatmış, hangi açıların eş ve hangi kenarların orantılı olduğu ile benzerlik oranını sunuda verdiği boyutları farklı iki üçgen üzerinde belirtmiştir.

Ardından benzerliğin matematiksel bir dil ile yazılmasına vurgu yapan Öğretmen T nasıl bir orantı kurmaları gerektiğini öğrencilere açıklamıştır. Öğretmen benzerlik ile ilgili açıklamalar yaptıktan sonra benzerliğin tanımını yapmış ve benzerlik oranı ile ilgili yeni bir problem (Tablo 16 Problem 2) sormuştur. Bu problemin çözümü için bir kız öğrenciyi tahtaya kaldırmış ve öğrenci çözümü açıkladıktan sonra kendisi de benzerlik oranı ve ölçek arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklamıştır. Ardından AA benzerliğinin koşullarına geçen öğretmen, öğrencilere önce bu benzerlik şartını yazdırmış üçüncü açının neden eş olması gerektiğini sormuştur. Bu sorunun devamında ise AA şartının neden benzerlik şartı olup eşlik şartları arasında olmadığı sorusunu sormuştur. Öğrencilerdin yanıtlamasından sonra Öğretmen T, planda yer vermedikleri (Şekil 47) birbirine eş dört tane eşkenar üçgen vermiş, *"Tüm eşkenar üçgenler eş midir?"* sorusu ile öğrencilerin genelleme sürecini desteklemeye çalışmıştır. Öğrencilerden gelen yanıtlardan sonra kendisi de açıklamalar yaparak *"3 açısı eş iki üçgen gördüğünüzde, bu üçgenlere her durumda eş diyemeyiz ancak her durumda* *benzerdir diyebiliriz."* ifadesini vurgulamıştır. Ayrıca hem eş hem de benzer üçgenlerin açılarının eş olduğunu söylemiştir.

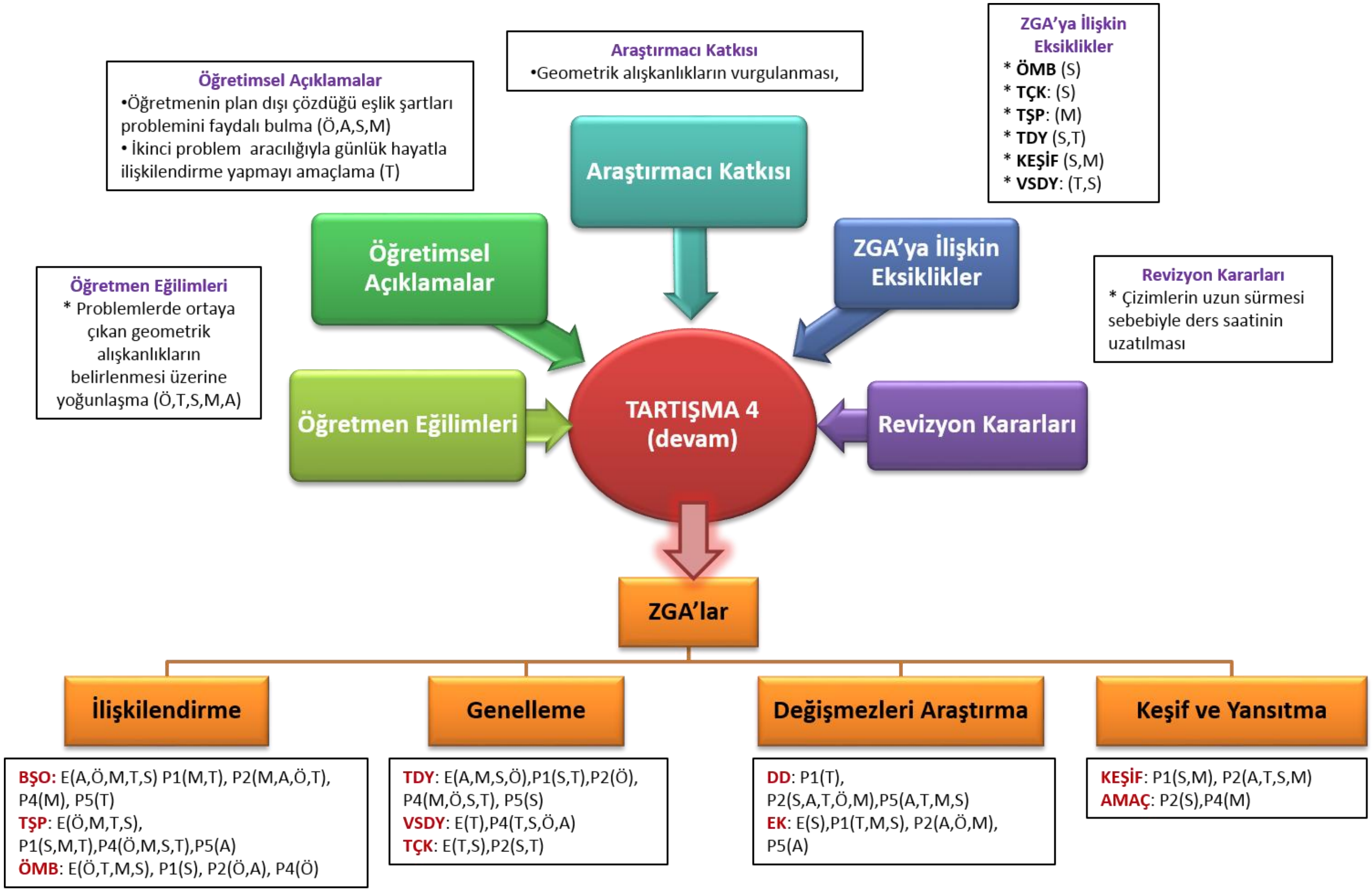


Şekil 47. Öğretmen T'nin AAA Benzerliğinde Eşkenar Üçgenlerle İlgili Sorusu

Ardından KKK benzerliğine geçen öğretmen, kuralı öğrencilerin defterlerine de not aldırdıktan sonra üçgenlerin benzerliğini yazmalarını istediği yeni problem durumu (Tablo 16 Problem 3) vermiş, uygun matematiksel dil ile sınıftaki öğrencilere hangi açıların eş olduğunu sorarak tartışma başlatmıştır. Son olarak öğretmen KAK benzerlik şartını işlemeye başlamıştır. Bu benzerlik şartını da söyledikten sonra öğretmen, hazırladığı slayt üzerinden tüm benzerlik şartlarını tekrar etmiştir. Daha sonra yeni bir problem durumu (Tablo 16 Problem 4) üzerinde duran öğretmen öğrencilerden benzerlik şartlarından yararlanarak bilinmeyen uzunluğu hesaplamalarını istemiştir. Bu problemin çözümünü kendisi yapan öğretmen bir problem (Tablo 16 Problem 5) daha yazmıştır. Bu problemde de öğretmen verilen şekilde hangi üçgenler arasında benzerlik olduğunu öğrencilere sormuştur. Öğretmen burada ayrıca öğrencilere şekilde kaç tane üçgen olduğunu sormuştur. Öğrencilere problemi çözmesi için biraz süre veren öğretmen çözümü kendisi yapmıştır.

Ders İmecesi 4 – Tartışma Toplantısı (Devam)

Dördüncü ders imecesinde; Öğretmen T'nin işlediği araştırma dersinden sonra öğretmenler bu dersi tartışmak için yeniden bir tartışma toplantısı yapmışlardır. Bu toplantıya ilişkin organizasyon şeması Şekil 48'de verilmiştir. Her bir öğretmenin hangi geometrik alışkanlıklarda eksiklikleri olduğu modelin üst bölümünde, her bir geometrik alışkanlığın öğretmenler tarafından hangi etkinlikte (E1-E2) veya hangi problemlerde (P1-P5) ortaya çıktığı ise modelin alt bölümünde gösterilmiştir.



Şekil 48. Dördüncü Ders İmecesinin Tartışma Toplantısının Devamına İlişkin Organizasyon Şeması

Bu tartışma oturumunda öğretmenler ilk olarak öğretmenin plan dışı olarak sorduğu birinci problem olan eşlik problemi üzerine tartışmışlardır. Öğretmen S tüm eşlik şartlarına değinmesinden dolayı problemin kapsamlı olduğunu belirtmiştir. Aynı zamanda başta “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama” olmak üzere problemin “tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma” ve “keşfi ön plana alma” gibi birçok geometrik alışkanlığı desteklemeye yönelik olduğunu düşündüğünü belirtmiştir.

Ardından Öğretmen T de “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” bileşenini desteklediklerini düşündüğünü söylemiştir. Problemde geçen iki kenarı ile bu kenarların arasında kalan açısı eş olan üçgenlerden bahseden Öğretmen T, bu yolla “dinamik düşünme” bileşenini de destekleyip desteklemediklerini öğretmenlere sormuştur. Öğretmen S ise bu maddeyi incelerken “özel muhakeme becerilerini kullanma” bileşenini desteklediklerini düşündüğünü belirtmiştir. Diğer öğretmenler Öğretmen S’nin bu düşüncesine karşı bir yorum yapmazken, Öğretmen T, “tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma” bileşenini desteklediklerini de düşündüğünü söylemiştir. Araştırmacı bu esnada öğretmenlere iki geometrik şekil arasında ilişkilendirme yaptıklarından dolayı “bağımsız şekillere odaklanma” bileşenini desteklediklerini belirtmiştir. Ardından Öğretmen T, öğrencilerin dördüncü maddenin doğruluğunu araştırırken problemi çözüm sürecinde zihinlerinde geometrik şekilleri çevirmeleri gerektiğinden “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” bileşenini desteklediklerini düşündüğünü söylemiştir. Öğretmen T’nin Öğretmen S ile bir süre bu bileşenin desteklenip desteklenmediğini tartışması üzerine, araştırmacı, öğretmenlere seminer sürecinde verdikleri bir örneği hatırlatarak, öğretmenin açıklamasında dönüşüm uygulandığında değişmeyen şeyleri fark etme yoluyla bu bileşeni desteklemeyi kastettiğini söylemiştir. Örnek olarak ise farklı konumlarda duran eş üçgenleri aynı konuma getirdiklerinde öğrencilerin yüksekliğin değişmediğini fark edebilecekleri örneğini vermiştir.

Öğretmen M ise konuşulan bileşenlere ek olarak “keşfi ön plana alma” bileşeninin de desteklendiğini ifade etmiştir. Bir süre Öğretmen T ile S de bu konuda tartışmış ve “amacı ön plana alma” ve “keşfi ön plana alma” bileşenleri arasında kararsız kalmışlardır. Araştırmacı da bunun üzerine "keşfi ön plana alma" bileşenine yönelik açıklamalar yapmıştır.

Öğretmenlerin ifadeleri gözlem notları ile birlikte değerlendirildiğinde ilişkilendirme geometrik alışkanlığına ilişkin Öğretmen M ve T'nin "bağımsız şekillere odaklanma", Öğretmen S, M ve T'nin "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" ve Öğretmen S'nin "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenlerini desteklediklerini ifade ettikleri görülmüştür. Bu problemi çözme sürecinde "bağımsız şekillere odaklanma" ve "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşeni desteklenmesine rağmen "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşeninin desteklenmemiş olması Öğretmen S'nin bu bileşene ilişkin bir bilgi eksikliği olduğunu göstermektedir. Problemde geometrik alışkanlıklardan genellemeye bir vurgu olmadığı halde Öğretmen S ve T'nin "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenini desteklediklerini ifade etmelerinden dolayı öğretmenlerin bu bileşene ilişkin bilgi eksikliklerinin devam ettiği söylenebilir. Değişmezleri araştırma geometrik alışkanlığında ise Öğretmen T'nin "dinamik düşünme" bileşenini; Öğretmen M, T ve S'nin "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenlerini doğru tespit ederek not aldıkları görülmüştür. Geometrik alışkanlıklardan keşif ve yansıtmaya ilişkin Öğretmen M ve S "keşfi ön plana alma" bileşenini desteklediklerini ifade etmiş ancak problem çözme sürecinde "amacı ön plana alma" bileşeni desteklendiğinden öğretmenlerin bu bileşenleri karıştırdıkları görülmüştür.

Daha sonra araştırma dersinde çözülen ikinci problemin değerlendirilmesine geçen öğretmenler öncelikle bu problemin de plan dışı bir problem olduğunu vurgulamışlardır. Öğretmen T ise benzerlik oranının günlük hayatla ilişkisine vurgu yapmak için bu probleme derste yer verdiğini ifade etmiştir. Araştırmacı bunun üzerine öğretmenlere bu problem aracılığıyla hangi geometrik alışkanlıkların desteklenebileceği sorusunu sormuştur. Öğretmen M *"bağımsız şekillere odaklanma"* bileşeninin, Öğretmen S ise *"amacı ön plana alma"* bileşeninin desteklendiğini söyledikten sonra araştırmacı her iki bileşene ilişkin bilgi vermiştir. Bu esnada Öğretmen T'nin "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenini desteklediklerini düşündüğünü söylemesi üzerine araştırmacı Öğretmen T'den bunun nedenini açıklamasını istemiştir. Öğretmen T şekli öğrencilerin şekli zihinde büyütüp küçültme şeklindeki zihinsel sürecini örnek vermesi üzerine, Öğretmen S bu durumun “dinamik düşünme” bileşenini desteklediğini vurgulamıştır. Toplantıya bu esnada katılan Öğretmen A ise problem aracılığıyla “bağımsız şekillere odaklanma”, “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” ve “dinamik düşünme” bileşenlerini desteklediklerini düşündüğünü ifade etmiştir. Öğretmen T, Öğretmen A’nın da “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” bileşenini desteklediklerini düşündüğünü ifade etmesi üzerine bunun olmadığını söylemiştir. Bunun üzerine araştırmacı “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” bileşeni hakkında bilgi vermiştir. Daha sonra Öğretmen S ve Öğretmen T’nin benzerlik oranı üzerine bir süre tartışması üzerine Öğretmen S bununla ilgili olarak “tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama” bileşeninin de desteklenmiş olabileceğini ifade etmiştir.

Öğretmenlerin bu problemin çözümünde desteklenen geometrik alışkanlıklara ilişkin yaptıkları tartışma gözlem notlarıyla birlikte değerlendirildiğinde, ilişkilendirme geometrik alışkanlığında Öğretmen M, Ö, T ve A’nın “bağımsız şekillere odaklanma” bileşenini, Öğretmen A ve Ö’nün ise “özel muhakeme becerilerini kullanma” bileşenini doğru belirledikleri görülmüştür. Genelleme alışkanlığına ilişkin bir bileşenin desteklenmemesine rağmen Öğretmen Ö’nün “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama”, Öğretmen S ve T’nin “tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama” bileşenini desteklediklerini ifade etmelerinden dolayı bu konuda bilgi eksiklikleri olduğu anlaşılmıştır. Değişmezleri araştırma geometrik alışkanlığının “dinamik düşünme” bileşenini tüm öğretmenlerin doğru tespit ettiği ancak süreçte “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” bileşeni desteklenmediği halde Öğretmen Ö, A ve M’nin bu bileşene ilişkin bilgi eksikliklerinden dolayı desteklediklerini zannettikleri görülmüştür. Problemde Keşif ve Yansıtma geometrik alışkanlığı desteklenmediği halde Öğretmen Ö haricindeki tüm öğretmenlerin “amacı ön plana alma” bileşenini desteklediklerini ifade etmelerinden de bu bileşene ilişkin bilgi eksikliklerinin devam ettiği görülmüştür.

Derste ikinci problemin çözümünden sonra öğretmen AAA benzerliğinden bahsetmiştir. Öğretmenler toplantının devamında bu tartışma üzerine konuşmaya başlamışlar ve araştırmacı da bu tartışmayla hangi geometrik alışkanlıkları destekleyebileceklerini sormuştur. Öğretmen S’nin “özel muhakeme becerilerini kullanma” bileşenini desteklediklerini düşündüğünü ifade etmesi üzerine araştırmacı bunun hangi yolla olduğunu sormuştur. Öğretmen S bunun gerekçesini *"üçüncü açının da mutlaka eşit olacağının olması gibi yani"* şeklinde açıklamıştır. Burada Öğretmen S'nin öğrencilerin açı ölçüsü üzerine akıl yürütmesini "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini destekleme olarak algılama ile karıştırdığı görülmüştür. Bunun üzerine araştırmacı "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşeni ile ilgili açıklamalar yapmış ve örnekler vermiştir. Açıklamaların ardından Öğretmen M burada öyle bir durum olmadığını ve "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşeninin olamayacağını belirttiği görülmüştür. Daha sonra öğretmenler araştırma dersinde Öğretmen T'nin *"neden AAA eşliği olmazken AAA benzerliği oluyor?"* sorusuna değinmişlerdir. Araştırma dersini yürüten Öğretmen T bu kısma geçmiş konuları pekiştirme amacıyla yer verdiğini söylemiştir. Bu esnada araştırmacı bu sorunun da plan dışı olarak derste işlendiğini vurgulamıştır.

Öğretmen A'nın *"Tüm eşkenar üçgenler eş midir?"* sorusuyla öğretmenin öğrencilerin eşlik konusu ile ilişkilendirme yapmalarını sağlamasından dolayı "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenini desteklediklerini düşündüğü görülmüştür. Öğretmen S'nin ise dersin önceki bölümünde çeşitli boyutlarda eşkenar üçgen çiziminden yararlanılmasından dolayı "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenini desteklediklerini düşündüğünü ifade ettiği görülmüştür. Ardından Öğretmen A da "bağımsız şekillere odaklanma" bileşenini desteklediklerini düşündüğünü belirtmiştir. Daha sonra Öğretmen T, öğrencilerin derste, benzer olan her üçgenin açılarının eş olduğu çıkarımının bir kural olarak görülebileceği ve bu nedenle "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" bileşenini desteklediklerini düşündüğünü söylemiştir. Diğer öğretmenlerin de bu fikre katılması üzerine araştırmacı geometrik alışkanlıklardan "değişmezleri araştırma" alışkanlığı hakkında açıklamalar yapmıştır.

Öğretmenlerin dersin bu kısmında desteklenen geometrik alışkanlıklardan "bağımsız şekillere odaklanma" ve "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenlerini doğru belirledikleri ancak "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenine yönelik bir açıklama yapmadıkları görülmüştür. Bu bileşenlere ilişkin gözlem notları incelendiğinde Öğretmen Ö, A ve M'nin "bağımsız şekillere odaklanma", Öğretmen Ö, M, S ve T'nin "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" ve Öğretmen A, M, S ve Ö'nün "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenlerini desteklediklerini doğru ifade etikleri görülmüştür.

Bunun yanı sıra öğretmenlerin probleme ilişkin toplantıdaki ifadeleri gözlem notlarıyla beraber incelendiğinde, öğretmenlerin genel olarak genellemede, ilişkilendirme dışındaki tüm bileşenlerde bilgi eksikliklerinin olduğu belirlenmiştir.

Tartışmanın devamında öğretmenler araştırma dersinde tahtaya farklı konumlarda çizilmiş benzer üçgenlerde benzerlik oranını yazdırma üzerine çözülmüş olan üçüncü probleme değinmişlerdir. KKK benzerliği olan iki üçgeni karşılaştırma problemi üzerine tartışmaya başlayan öğretmenlerden ilk olarak Öğretmen M "bağımsız şekillere odaklanma" bileşenini, Öğretmen S ise "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" bileşenini desteklediklerini ifade etmiştir. Daha sonra araştırmacı çözüm sürecinde benzerlik oranını hesaplama esnasında öğrencilerin orantısal muhakeme yapıp yapmadıklarını öğretmenlere sormuştur. Öğretmen T, M ve S'nin bu fikri onaylaması üzerine araştırmacı bu yolla "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini desteklediklerini belirtmiştir. Bununla birlikte Öğretmen M ise "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenini desteklediklerini ifade etmiştir.

Öğretmenlerin probleme ilişkin toplantıdaki ifadeleri gözlem notlarıyla beraber incelendiğinde, Öğretmen M, Ö, T ve S'nin "bağımsız şekillere odaklanma" ve "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenlerinin desteklendiğini doğru tespit ettikleri görülmüştür. Ancak, Öğretmen S'nin "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" ve Öğretmen M'nin de "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşeni desteklenmediği halde gözlem notlarında yer verdiğinden bu konuda bilgi eksiklikleri olduğu görülmüştür.

Toplantının devamında öğretmenler dördüncü problemin çözümü ve desteklenen geometrik alışkanlıklar üzerine tartışmışlardır. Burada Öğretmen A'nın yapılan çözüme dayanarak öğrencilerin problemi ezbere değil de genelleme yapmaya çalışarak çözdüklerini ifade ettiği görülmüştür. Geometrik alışkanlıklara yönelik ise ilk olarak Öğretmen T'nin bu problem yoluyla "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenini desteklediklerini düşündüğünü ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen M'nin ise "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenini desteklediklerini düşündüğünü belirtmesi üzerine Öğretmen T de buna katıldığını ifade etmiştir. Öğretmen M'nin bu problemde "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenine gerekçe olarak öğrencilerin AAA benzerliği kullanarak çözüme ulaşmalarını öne sürdüğü görülmektedir. Öğretmen T ise bu problemde "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" bileşenini desteklediklerini belirtmiş ve Öğretmen S de bu fikre katılmıştır. Araştırmacının Öğretmen T'ye bunun nedenini sorması üzerine, bu problemde öğrencilerin üçgenlerin ortak açılarını yazmaya gerek duymadan çözümü yapmalarını "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" bileşeni olarak algıladığını ifade ettiği görülmüştür. Çözümde bu bileşenin ortaya çıkmamasına rağmen Öğretmen T'nin bu açıklamayı yapması üzerine araştırmacı, Öğretmen T'nin "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" yönelik bilgi eksiklerini gidermek amacıyla bu bileşeni açıklamıştır. Tartışmanın devamında Öğretmen M "amacı ön plana alma" bileşenini desteklediklerini düşündüğünü belirtmiştir. Bunun üzerine araştırmacı bu bileşenle ilgili de açıklamalar yapmıştır.

Dördüncü probleme ilişkin geometrik alışkanlıkları belirleme sürecinde yapılan tartışmalar gözlem notları ile birlikte değerlendirildiğinde, Öğretmen Ö, T, M ve S'nin "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma"; Öğretmen Ö'nün "özel muhakeme becerilerini kullanma" ve Öğretmen M'nin "amacı ön plana alma" bileşenlerinin desteklendiğini doğru tespit ettiği görülmüştür. Buna karşın, problem çözme sürecinde desteklenmediği halde Öğretmen M'nin "bağımsız şekillere odaklanma", Öğretmen Ö, M ve S'nin "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama"; Öğretmen Ö, T, A ve S'nin "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" bileşenine gözlem notlarında yer vermelerinden dolayı bu bileşenlere ilişkin bilgi eksiklikleri olduğu görülmüştür.

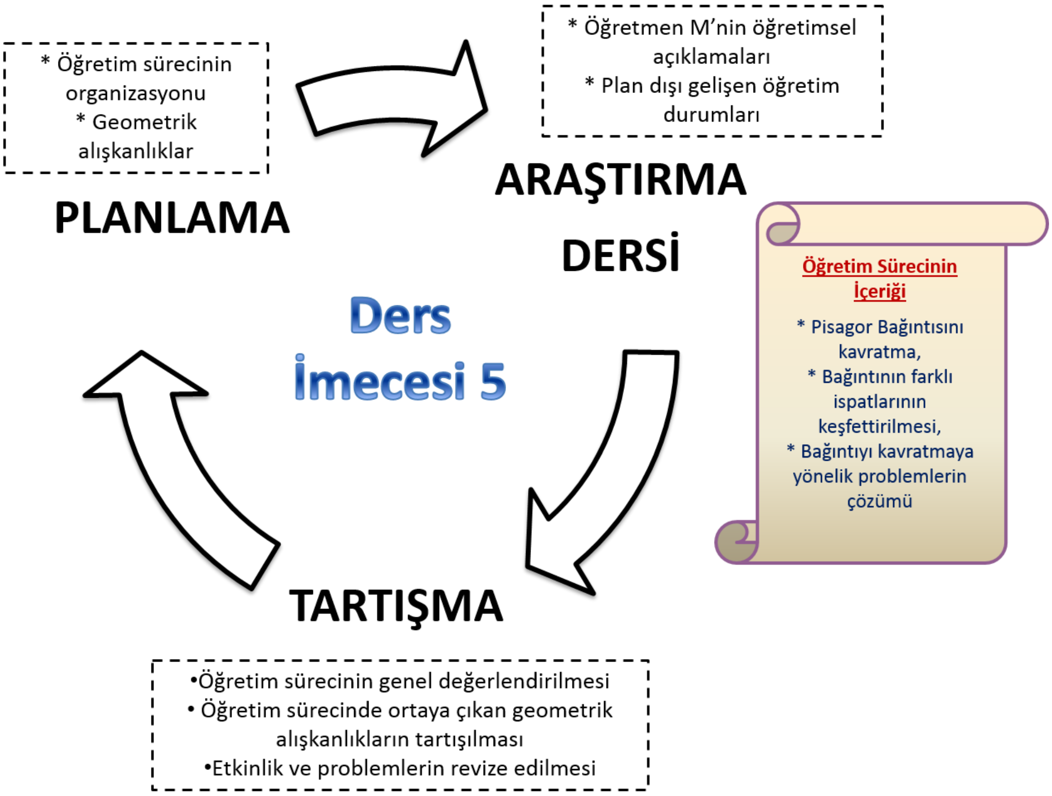
Beşinci problemin çözümü üzerine tartışmaya başlayan öğretmenlere araştırmacı öncelikle derste öğretmenin bu problemi soru-cevap yöntemi kullanarak çözdüğünden bahsetmiştir. İlk olarak söz alan Öğretmen S öğrencilerin bu şekli döndürerek önceden çözülen AAA benzerliği problemlerine dönüştürebileceğinden bahsetmiştir. Öğretmen S bu yolla "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenini desteklediklerini de ifade etmiştir. Öğretmenin burada "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenine ait bilgi eksikliği olduğu görülmektedir. Tartışmanın devamında Öğretmen T "bağımsız şekillere odaklanma" bileşenini, Öğretmen A ise “tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma” ve “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” bileşenini desteklediklerini ifade etmiştir. Bunun üzerine araştırmacı Öğretmen A’ya “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” bileşenini hangi yolla desteklediklerini sormuştur. Öğretmen A burada öğrencilerin önceki sorularda verilen şekillerle ilişkilendirme yaptıklarını ve şekilleri anlayabilmek için yan yatırma, çevirme gibi eylemlerle çeşitli şekillere dönüştürdükleri bu yolla “dinamik düşünme” ve “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” bileşenini desteklediklerini ifade etmiştir. Öğretmen A’nın bu açıklamasına karşılık Öğretmen T, M ve S problem durumunda “dinamik düşünme” ve “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” bileşenlerinin desteklenmediğini Öğretmen A’ya açıklamış ve onu ikna etmişlerdir.

Beşinci problemin çözüm sürecindeki tartışmalar gözlem notlarıyla beraber değerlendirildiğinde, Öğretmen Ö, T, S ve A’nın “tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma” bileşenini desteklediklerini doğru bir şekilde tespit ettikleri görülmüştür. Buna karşılık Öğretmen Ö’nün “özel muhakeme becerilerini kullanma” ve “varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma”, Öğretmen Ö ve Öğretmen T’nin “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama” bileşenlerini problem çözme sürecinde desteklenmemesine rağmen ifade etmesinden bu bileşenlere yönelik bilgi eksiklikleri olduğu görülmüştür. Ayrıca bu problemde desteklenen “amacı ön plana alma” bileşenine hiçbir öğretmenin vurgu yapmadığı görülmüştür.

Araştırmacı derste yapılan etkinlikler ve çözülen problemler tartışıldıktan sonra öğretmenlere dersi daha iyi hale getirmek için bir değişiklik yapmayı düşünüp düşünmediklerini sormuştur. Öğretmen T ve Öğretmen A öncelikle konuyu çok zor bulmamalarına rağmen, öğrencilerin bu konuda çok zorlandıklarını düşündüklerinden bahsetmişlerdir. Bunun üzerine Öğretmen M öğrencilerin anlamalarını kolaylaştırmak için konuyu somutlaştırmak gerektiğini ifade etmiştir. Öğretmen T derste öğrencilerin problemleri çözmesi için ipuçları vererek tartışma ve soru-cevap süreçlerine yer vermesine rağmen öğrencilerin yanıtlara geç ulaştığına ve bu durumun daha fazla örnek çözülmesini engellediğini belirtmiştir. Bunun üzerine araştırmacı öğretmenlere çözüm önerilerini sormuştur. Öğretmenler burada ortak bir kararla konu içeriğinden memnun olduklarını ancak öğrencilerin düşünme süreçlerini ortaya çıkarmak için onlara problem çözümlerinde daha uzun süre verilebileceği önerisini getirmiş ve bu önerilerini raporlarına eklemişlerdir.

Ders İmecesi 5

Beşinci ders imecesi planlama aşaması, araştırma dersi ve tartışma aşamasından oluşmaktadır (Şekil 49).



Şekil 49. Beşinci Ders İmecesine Ait Organizasyon Şeması

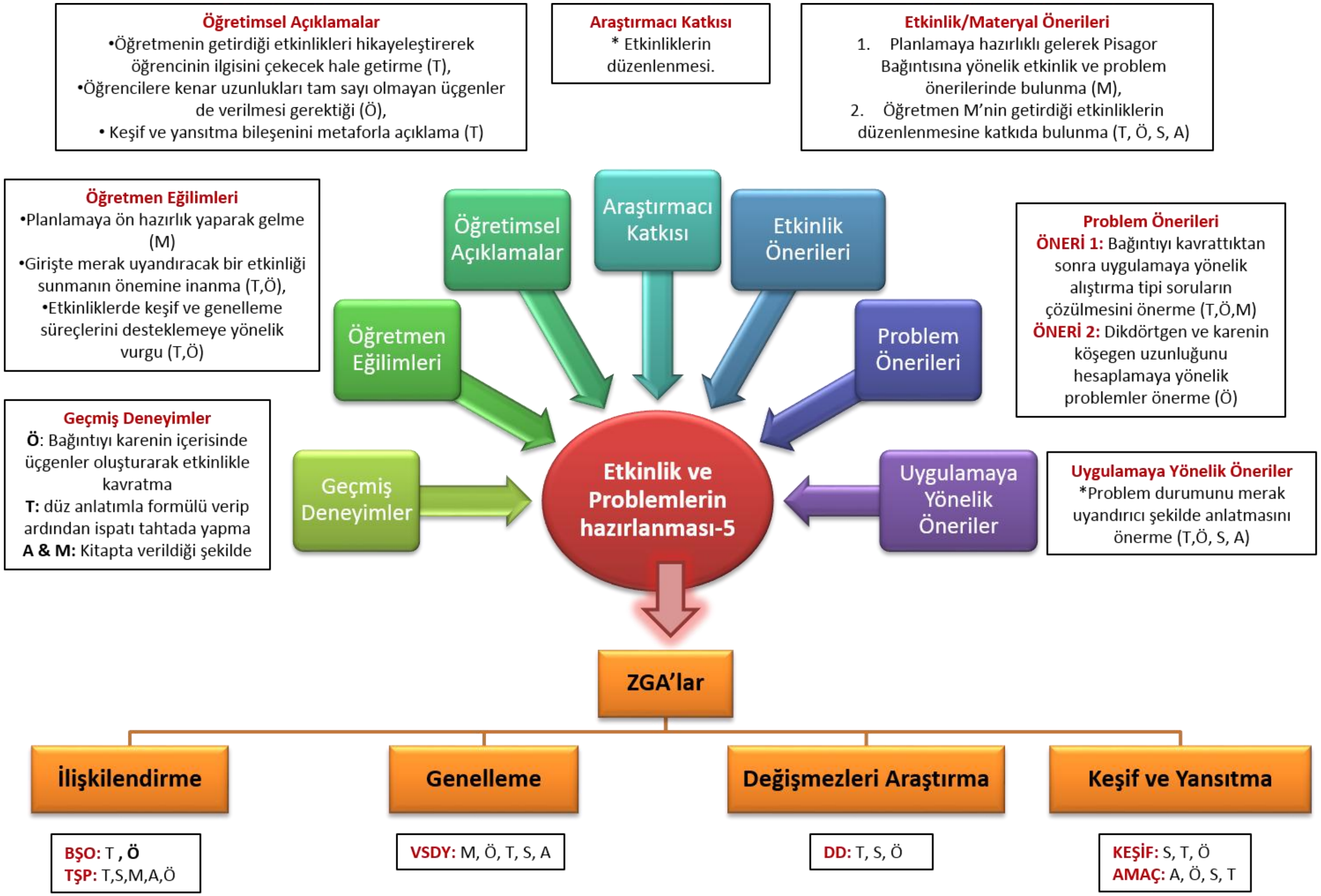
Bu aşamalardan ilki olan planlama aşamasında öğretmenlerin öğretim sürecini nasıl ve hangi geometrik alışkanlıkları destekleyecek şekilde planladıkları ifade edilmiştir. Ardından Öğretmen M'nin işlediği araştırma dersi süreci ayrıntılı bir şekilde betimlenerek, ders esnasında öğretmenin yaptığı öğretimsel açıklamalar ve plan dışı (spontane) gelişen öğretim durumları vurgulanmıştır. Son olarak, tartışma oturumu detaylı olarak incelenmiş, öğretim süreci ve bu esnada ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar ve ayrıca öğretmenlerin beşinci ders imecesine ait planlamalarını revize ettiği noktalara değinilmiştir.

Ders İmecesi 5 – Planlama Toplantısı

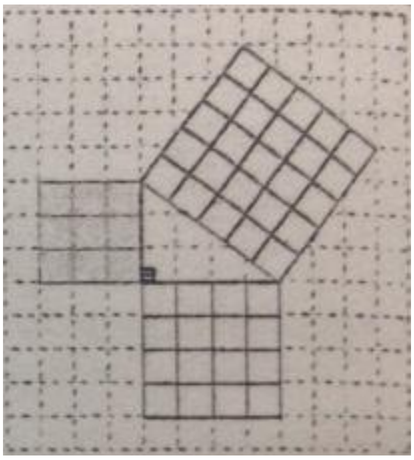
Beşinci ders imecesinde öğretmenler Pisagor bağıntısını kavratmaya yönelik bir ders tasarlamışlardır. Öğretim programında Pisagor bağıntısını keşfettirmeye ve Pisagor bağıntısını problemlerde uygulamaya yönelik iki ayrı kazanım bulunmakta ve öğretmenlere bu kazanımların verilmesi için tanınan süre 2 ders saatidir. Öğretmenlerin belirtilen kazanıma yönelik dersi nasıl planladıklarına ilişkin organizasyon şeması Şekil 50'de verilmiştir.

Toplantıda ilk olarak araştırmacı kazanımların matematik programındaki yerinden bahsetmiştir. Öğretmen Ö ilk olarak matematik programında Pisagor bağıntısını keşfettirmeye yönelik kazanım için verilen iki ders saatinin araştırma dersinde bağıntıyı kavratmak için yeterli olup olmadığını tartışan öğretmenler bu sürenin yeterli olduğuna karar vermişlerdir. Ardından öğretmenlerin bu konuyu geçmiş yıllarda nasıl anlattığı üzerine bir tartışma yapılmıştır. Araştırmacı sorusu üzerine Öğretmen Ö ilk olarak söz almıştır. Öğretmen Ö derslerinde karenin kenarlarında üçgenler oluşturarak Pisagor bağıntısını elde ettirdiğini söylemiştir.

Öğretmen T ise derslerinde formülü öğrencilere düz anlatımla verdiğini daha sonra kendisi ispatladığından bahsetmiştir. Ardından araştırmacının Öğretmen A'ya konuyu nasıl işlediğini sorması üzerine diğer öğretmenlerden Ö ve T kadar deneyimi olmadığını vurgulayarak konuyu kitapta verildiği şekilde (Ek 8) işlediğini ve farklı bir yöntem izlemediğini ifade etmiştir. Öğretmen M de bir önceki yıl konuyu kitapta verildiği şekilde işlediğini ve üç kez anlatmasına rağmen öğrencilerinin konuyu anlamadıklarını ifade etmiştir.



Şekil 50. Beşinci Ders İmecesinin Planlama Aşamasına İlişkin Organizasyon Şeması



Şekil 51. Miras Etkinliği İçin Kitaptan Alınan Şekil

Öğretmen M'nin öğrencilerin dersi anlamadığını söylemesi üzerine Öğretmen T ders kitabında yer alan kareli şekli (Şekil 51) göstererek bu şeklin kullanılabileceği bir etkinlik önermiştir. Öğretmenler arasında etkinlik hazırlama sürecinde şöyle bir tartışma gerçekleşmiştir:

> ***T**: Şunları* [ders kitabı sf. 75'te yer alan etkinliği kastediyor] *karşılaştırın. Bence de ben olsam şunu veririm.... Çok eskiden bir adam yaşıyor. Şu dik üçgen şeklinde bir bahçesi var. Bu bahçede adamın evi var. Adamın bahçesinin etrafında kare şeklinde üç tane tarlası var. Bu adamın da bir tane oğlu var. İki tane oğlu oldu. Adam ölmeden önce çocuklarına şöyle vasiyet ediyor. Diyor ki biriniz işte A, B, C, D olsun köşeler. Biriniz A ile B'yi alsın. Diğeriniz de C ile D'yi alsın diyor. Ölüyor. Sonra çocuklar kendi aralarında kavgaya başlıyor. Büyük olan diyor ki buralar ötekilerden daha küçük ben bunu almam diyor. (...) Aralarında kavga ediyorlar şu tarlayı bölüşme konusunda. Bu sırada bilge bir adama gidiyorlar kendi problemlerini halletmesi için. Diyorlar işte bizim bir miras konumuz var yardım edebilir misin? Oluruz diyor adam. O adamın adı da işte Pisagor... Sonra adam diyor ki madem bu tarla kare. Bu kareyi burada birim karelere bölelim. Bunu da bölelim. Bunu da bölelim. Sonra bu birim kareleri sayalım. Hangisi eksik veya fazlaysa öbürüne o kadar pay versin. Eşit şekilde paylaşın diyor. Sonra sayıyorlar. Bakıyorlar burada 16 tane. Burayı sayıyorlar 9 tane. Burayı sayıyorlar 25 tane. Sonra bu ikisini*

topluyorlar bir bakıyorlar 25 tane kare var bunlar birbirine eşit. (…)Üçgen şeklinde bahçe var, bahçenin içinde ev var.

***Ö**: Kareler ne?*

***T**: Üçgenin etrafında da her kenarına birleşik kare şeklinde tarlalar var. (…) Baştan kaça kaç olduğunu Pisagor sorsun. Burası kaç metre ölçüyor. Burayı ölçüyorlar bu kadar burayı ölçüyorlar bu kadar burayı ölçüyorlar bu kadar. Şurası kaçsa burası da böyle mi olur diyor çocuk. Ölçüyü en sonda veriyorsun. Baştan vermeyebilirim.*

***M**: Direkt koymadan…*

***T**: Evet direkt koymadan paylaştırma sırasında…*

…

***D**: Şimdi hocam bunu böyle anlattık öğrenci gördü. Sonra neye geçecek?*

***T**: Daha sonra şu belirecek. Gerçekten büyük kare eşit mi diğerlerinin toplamı kadar mı şüphesi uyandıracağız çocuğun zihninde. Onun hikâyesini uydurmuş olduk.*

***D**: Daha sonra baktığınız bu hikâyenin sonu şöyle mi bitecek yani gidin ölçün gelin parçalara ayırın bakalım o zaman bunu parçalara ayırdıktan sonra karar verin mi diyecek Pisagor? Yoksa parçalara ayırdığımız zaman…*

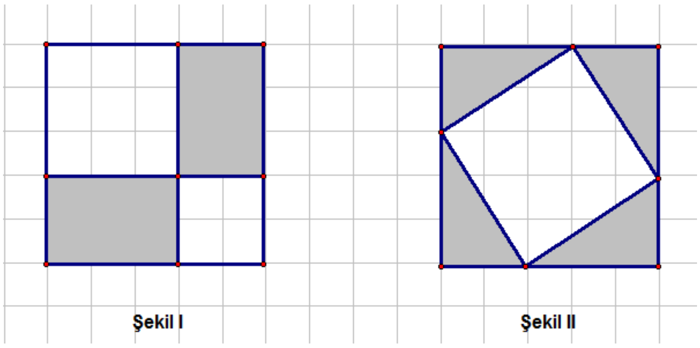
***T**: Kendisi de ayırdığı zaman...*

***D**: Pisagor toplamları ayırdı bakın bu çıkıyor dediğimiz zaman biraz daha öğretmen merkezli. Pisagor size bunu parçalara ayırıp işte bu adam da mirasçılara yardım etmenizi söyledi. Hadi siz yapın mı diyeceğiz?*

***T**: Hayır öyle demiyorum. Bu kenarları ne kadar oluyor gelin bir ölçelim, ölçerler. Hadi bu ölçtüğümüzü karelere bölelim küçük küçük karelere. Bu ölçülere göre karelere bölelim. Siz de bunu defterinize çizin desek, çizemezler. Ama bu şekilde dağıtabiliriz… Burada çizilmiş hazır var. Bakın bakalım. Küçük karelerle büyük kareleri karşılaştırın nasıl oluyor diyebilirsin.*

Etkinliğin tartışılmasından sonra araştırmacı öğretmenlere hikayeye uygun çalışma yaprağı hazırladıkları takdirde çoğaltıp sınıfa getirebileceğini söylemiştir. Toplantının devamında, Öğretmen M diğer öğretmenlere kılavuz kitapta Pisagor teoreminin farklı ispatlarını göstermelerini önermiştir. Daha sonra evde araştırıp çeşitli internet sitelerinden seçtiği Pisagor teoreminin ispatlarına yönelik materyal ve öğretim videolarını ve getirdiği çalışma yaprağını bilgisayarda çalıştırıp diğer öğretmenlere göstermesi için araştırmacıya vermiştir. Öğretmenler, Öğretmen M'nin getirdiği tüm çalışmaları incelemişlerdir.

Öğretmen M'nin getirdiği çalışma yaprağını beğenen öğretmenler bu etkinliğin üzerinde çalışmaya başlamışlardır. İlk olarak Öğretmen T çalışma yaprağındaki şekilde (Şekil 52) verilen boyalı dikdörtgen ve üçgenlerin kenarlarını a, b ve c diye isimlendirmiş ve bunlar arasında ilişki olup olmadığını sormayı önermiştir. Öğretmen T'nin burada *"tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma"* bileşenini destekleyecek bir öneride bulunduğu görülmüştür. Öğretmen M ise burada öğrencilerden I. şekilde yer alan boyalı dikdörtgenlerin alanları toplamı ile II. şekilde yer alan boyalı üçgenlerin alanları toplamını kıyaslamalarını istemeyi önermiştir. Bu önerisiyle *"bağımsız şekillere odaklanma"* bileşenini desteklemeye katkıda bulunmuştur. Ancak Öğretmen Ö ve Öğretmen S'nin de tartışmaya katılmasıyla öğretmenler bir süre hangi alanların karşılaştırılacağını tartışmışlardır.



Şekil 52. Beşinci Ders İmecesinin Planlama Toplantısında Öğretmenlerin Pisagor Teoreminin İspatı Etkinliği İçin Üzerinde Çalıştıkları Şekil

Öğretmen T burada *"kenar uzunlukları a+b olan kare yukarıdaki gibi verilmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız. 1) aynı boyalı yerleri karşılaştırınız."* şeklinde bir açıklama önermiştir. Bunun üzerine Öğretmen Ö bu alanların eşit olduğunun açıkça belli olduğunu söylemiştir. Öğretmen M ise burada önce iki şekildeki boyalı alanları, sonra iki şekildeki boyalı olmayan alanları son olarak ise boyalı olmayan alanları karşılaştıracaklarını söylemiştir.

Daha sonra Öğretmen T'nin söylediği soruya ek olarak Öğretmen Ö'nün de *"boyalı olmayan yerlerin alanlarının toplanmasını sorabilirsin"* şeklinde bir önerisi olmuştur. Öğretmen T kendisinin de bu öneride bulunacağını söylemiş ve *"Dediğim gibi ben de onu diyecektim zaten. Bu boyalı yerler eşit çıktığına göre boyalı olmayan yerler hakkında ne söylenebilir?"* şeklinde açıklamasını yapmıştır. Aralarında bir süre yönergeler üzerine tartışan öğretmenler ilk adımından başlayarak düzenlemeye karar vermişlerdir. Öğretmenler ilk adımı *"Birinci şekildeki boyalı alanların toplamı ile ikinci şekildeki boyalı alanların toplamlarını karşılaştırınız."* şeklinde belirlemişlerdir. İkinci adımı *"Birinci şekilde ve ikinci şekilde boyalı olmayan alanlar için ne söyleyebiliriz?"* şeklinde ve üçüncü adımı ise *"Boyalı ve boyalı olmayan bölgelerin alanlarını karşılaştırdığımızda nasıl bir sonuca ulaşırız?"* şeklinde belirlemişlerdir. Öğretmen T burada öğrenci $a^2+b^2=c^2$ bağıntısını cebirsel işlemler sonucunda elde etse bile etkinlikte üçgen, kare ve dikdörtgen gibi şekiller olduğundan, öğrencinin bağ kurmakta zorlanabileceğini ve doğrudan dik üçgenle ilişkilendirmeyebileceğini söylemiştir.

Öğretmenler bir süre bu ilişkilendirmeyi etkinlikte nasıl gerçekleştireceklerini tartıştıktan sonra Öğretmen Ö, bir önceki etkinlik olan miras hikayesiyle giriş yapacaklarından dolayı bu etkinlikte öğrencinin bağıntıyı keşfetmiş olacağını belirtmiştir. Öğretmen T de burada öğrencinin miras hikayesinde keşif sürecine gireceğini ve ilk etkinliği tam anlamıyla gerçekleştirdikleri takdirde ikincisinde sorun yaşamayacaklarını söylemiştir. Bunun üzerine öğretmenler ilk etkinliğe tekrar odaklanmış ve iki etkinliğin derste nasıl uygulanacağı üzerine tartışmaya başlamışlardır. Öğretmenler ilk olarak Pisagor'un kim olduğundan bahsederek derse dikkat çekici giriş yapmaya karar vermişlerdir. Öğretmen T miras hikayesiyle öğrencilerin bir genellemeye ulaşacaklarını, ardından yapacakları etkinlikle ise bu genellemeyi ispatlayacaklarını belirtmiştir. Ayrıca Öğretmen T ikinci etkinlik olan teoremi ispatlama etkinliği için yazdıkları üçüncü adımın gereksiz olduğunu ve öğrencinin ikinci adımda ilişkiyi keşfedeceğini söylemiştir. Bunun üzerine Öğretmen M bu soruya çalışma yaprağında yer vermeyip sadece derste sözel olarak sorabileceklerini de söylemiştir. Kısa bir tartışmadan sonra öğretmenler bu soruyu çalışma yaprağından çıkarmamaya karar vermişlerdir. Bu tartışmalar esnasında araştırma dersini yürütecek olan Öğretmen M'nin diğer öğretmenlere sürekli olarak etkinliğin sınıf içerisinde uygulanmasına yönelik sorular sorduğu görülmüştür. Öğretmen M ilk olarak ispat etkinliğindeki ikinci şekilde üçgenlerin eşliğini vurgulayıp vurgulamayacağını sormuştur. Öğretmen T ve Öğretmen Ö bunu gerektiği takdirde öğrencilere sözel olarak söylemesini önermişlerdir. Ardından Öğretmen T bu etkinlikte öğrenciler ilişkiyi kavrayamadıkları takdirde, ikinci şekildeki iki üçgeni birleştirdiklerinde birinci şekildeki dikdörtgenlerden birini elde edebilecekleri gibi bazı ipuçlarını da verebileceğini söylemiştir. Bu yaklaşımıyla Öğretmen T'nin *"bağımsız şekillere odaklanma"* ve *"tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma"* bileşenlerini desteklediği ve statik bir durum hakkında dinamik düşünme yoluyla *"dinamik düşünme"* bileşenini destekleyici bir yaklaşım sergilediği görülmüştür.

Öğretmenler etkinliğe son olarak sonuç adında bir bölüm eklemişler ve öğrencilerin etkinlikten elde ettikleri sonucu burada verilen boşluğa yazmalarını planlamışlardır. Daha sonra derste çözecekleri problemler üzerine tartışmaya başlayan öğretmenlere ilk olarak Öğretmen T basit birkaç üçgen üzerinde alıştırma tipi problem sormayı önermiştir. Ardından Öğretmen Ö dikdörtgen ve karenin köşegen uzunluğunu ve eşkenar üçgende yüksekliği hesaplamaya dayalı problemler çözmeyi önermiştir. Öğretmen M'nin sadece Pisagor bağıntısını oluşturmaya dayalı problemlere yer vermeleri gerektiğini söylemesi üzerine Öğretmen T ilk iki örnekte dik kenarlarının uzunlukları verilen dik üçgende hipotenüsü hesaplamaya yönelik, ardından da hipotenüsü ve dik kenarlarından birinin uzunluğu verilen dik üçgende verilmeyen dik kenarın uzunluğunu hesaplamaya yönelik problemler çözülebileceğini söylemiştir. Öğretmenlerin önerdikleri bu problemlerle *"tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma"* bileşenini desteklemeye yönelik bir planlama yaptıkları görülmüştür.

Daha sonra Öğretmen T toplantı esnasında önceden derslerinde çözdüğü bir problemi çözmeyi önermiş ve diğer öğretmenlere şöyle açıklamıştır:

> ***T**: Ben kendi oluşturduğumu, sınıfta oluşturduğumu söylüyorum... Ben iki tane hipotenüs oluşturdum, iki defa dik üçgen alıyorsun. Bir de şuradaki etkinlikteki soruyu* [Şekil 53'ü kastediyor] *kenarlarını verip, şu hipotenüsü* [Şekil 53'teki [DC]'yi kastediyor] *soruyorsun mesela. Önce şunlardan, sen bunu öyle mi verirsin tam sayı çıkacak şekilde mi? Sayılarını sen kendin ayarlarsın. Mesela birini 3-4-5 versen, birini 5-12-13. Ona göre ayarlarsın yani. Sen kendin kenarlarını ayarlarsın, tam çıkartırsın. Sonra hocamın dediği her zaman ne*

yapacak bu çocuklar dersi... Tam sayı çıkmayan bir dik üçgen sorarsın. Tam sayı çıkmayan bir dik kenar sorarsın.

S*: Bu tam sayı çıkmaz yalnız. c, c diyor.*

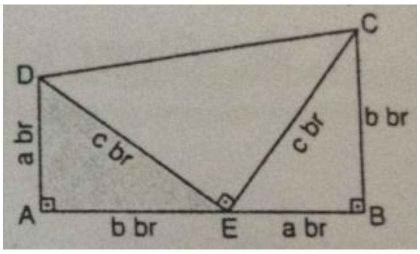
T*: Hı?*

S*: Şu* [[DC]'yi kastediyor] *tam sayı çıkmaz.*

T*: Hayır hayır orda sayıları vermeyeceksin illa ki kenarlarını a, b, a, b vermeyecek ki?*

S*: E burada eşit vermiş.*

T*: Ben diyorum ki şekli alsın eşit almasın. Sadece şekli örnek alsın. Hani değişik şekillerde de olabileceğine istinaden.*

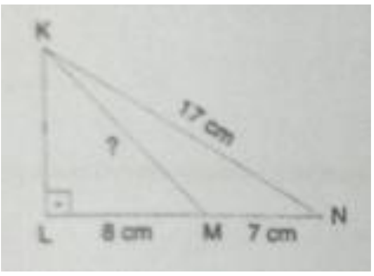


Şekil 53. Öğretmen T'nin Ders Kitabından Gösterdiği Şekil

Öğretmen T'nin önerdiği problem üzerinde bir süre çalışan öğretmenler kitapta gördükleri şekli Öğretmen T'nin önerisine göre DAE ve EBC üçgenleri eş üçgen olmayacak şekilde değiştirmişlerdir. Yeni şekilde verilen üçgenlerin kenar uzunluklarını belirlemeyi ise araştırma dersini yürütecek olan Öğretmen M'ye bırakmışlardır. Öğretmen M'ye kenarları tam sayı olacak şekilde ya da tam sayı olmayacak şekilde yerleştirebileceğini, hatta [DC] tam sayı çıkacak şekilde de kenar uzunluklarını ayarlayabileceğini söylemişlerdir.

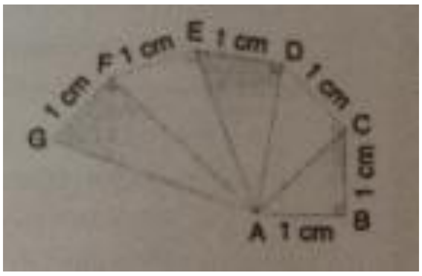
Ardından öğretmen kılavuz kitabını tekrar inceleyen öğretmenler bazı soruları (Şekil 54) araştırma dersinde çözmeye karar vermişlerdir. Daha sonra Öğretmen M'ye Pisagor Bağıntısını uygulamaya dayalı problemlerin tümünde hipotenüs uzunluğunu tam sayı olacak şekilde kenar uzunluklarını ayarlamaması gerektiğini ve böylece öğrencilerin kenar uzunluklarının köklü sayı da olabileceğini görmelerini sağlayabileceklerini söylemişlerdir.

Soru 2



KM=?

Soru 4



AG=?

Şekil 54. Öğrenci Çalışma Kitabında Yer Alan İkinci Ve Dördüncü Sorular

Bir süre öğretmenler Öğretmen M’nin hikayeyi nasıl anlatacağını tartıştıktan sonra, problem durumunu öğrencilere masal gibi değil de merak uyandırıcı şekilde anlatmasını tavsiye etmişlerdir. Öğretmen M de şekil çizerek çalışma yaprağı halinde öğrencilere dağıtabileceğini söylemiştir.

Toplantının devamında araştırmacı öğretmenlere bu dersi hangi geometrik alışkanlıkları destekleyecek şekilde planladıklarını sormuştur. Öğretmen A, T ve Ö’nün *“tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma”*, Öğretmen A ve Ö’nün *“amacı ön plana alma”* bileşenlerini, Öğretmen S ve T’nin *“keşfi ön plana alma”* bileşenini, Öğretmen Ö ve T’nin *“bağımsız şekillere odaklanma”* bileşenlerini desteklediklerini ifade etmişlerdir. Öğretmen S *“genelleme”* geometrik alışkanlığına değinse de bunun hangi bileşeni olduğundan bahsetmemiştir. Ayrıca Öğretmen T, S ve Ö boyalı alanlar etkinliğinde öğrenciler üçgenleri birleştirip dikdörtgen oluşturabilirse “*dinamik düşünme”* bileşeninin de desteklenmiş olacağını ifade etmişlerdir.

Ardından Öğretmen T ve S ise arasında *“keşif ve yansıtma”* geometrik alışkanlığına yönelik bir tartışma gerçekleşmiştir. Öğretmen S ve T boyalı alanlar etkinliğinin *“amacı ön plana alma”*, miras etkinliğinin *“keşfi ön plana alma”* bileşenini desteklemeye yönelik olduğunu iddia etmiştir. Öğretmen Ö ise ilk etkinlik olan miras etkinliğinde öğrencinin Pisagor bağıntısını keşfettiğini, dolayısıyla ikinci etkinlik olan bağıntıyı ispatlama etkinliğinde öğrencilerin farklı yolla yapılmış bir ispat görmüş olacağını ve *“keşif ve yansıtma”* bileşenine değil *“amacı ön plana alma”* bileşenine yönelik olduğunu belirtmiştir. Bunun üzerine araştırmacı öğretmenlere *“amacı ön plana alma”* bileşeninin hangi yollarla desteklenebileceğini açıklamıştır. Araştırmacının bu açıklamasının üzerine Öğretmen T *"amacı ön plana alma"* ile *"keşfi ön plana alma"* bileşeni arasındaki farkı metafor yardımıyla şöyle açıklamıştır:

> *"Şimdi hocam bak denizin dibine bir gemi batmış. Geminin içini arama keşif. Geminin içinde az önce bulduğu bir daha daldığında denizin dibinde gemi var dediğimizde direkt denizin dibindeki altın arıyorlar."*

Son olarak araştırmacı eklemek ya da değiştirmek istedikleri bir şey olup olmadığını sormuş ve öğretmenlerin plana ekleyecek bir şeyleri olmadığını ifade ettikleri görülmüştür.

Beşinci ders imecesinin planlama aşamasını önceki planlamalardan ayıran önemli özellikleri; araştırma dersini yürütecek öğretmenin planlamaya ön hazırlık yaparak gelmesi ve öğretmenlerin bu aşamada ilk kez geometrik alışkanlıkları göz önünde bulundurarak öğretim sürecinde kullanacakları etkinlik ve problemleri hazırlamaya başlamalarıdır.

Ders İmecesi 5 – Araştırma Dersi

Beşinci ders imecesinin araştırma dersinde Öğretmen M Pisagor bağıntısını kavratmaya yönelik bir ders işlemiştir. Dersin özet içeriği, yapılan etkinliklerde ve çözülen problemlerde desteklenen geometrik alışkanlıklar Tablo 17'de verilmiştir.

Öğretmen M dersin başında öğrencilere öncelikle hipotenüsü öğrenip öğrenmediklerini sormuş ve dik üçgende kenarlara verilen isimleri hatırlatmıştır. Ardından öğrencilere Miras Etkinliği çalışma yaprağını dağıtmış ve tahtaya da çalışma yaprağındaki şekli (Şekil 55) çizmiştir. Çalışma yaprağında şöyle bir hikaye geçmektedir:

> *"Bir baba öldükten sonra dik üçgen şeklindeki bahçesini çevreleyen üç tarlanın iki oğlu arasında paylaşılmasını vasiyet eder. Büyük oğluna büyük tarlayı, küçük oğluna diğer iki tarlayı miras bırakır. Çocuklar tarlaların eşit paylaştırılmadığını iddia ederek bu duruma itiraz ederler. Bunun üzerine köyün bilge kişisi Pisagor' a danışmaya karar verirler."*

Tablo 17. Beşinci Ders İmecesinin Araştırma Dersi İçeriği Ve Bu Derste Desteklenen Geometrik Alışkanlıklar

GİRİŞ: Derse giriş, hatırlatmalar, çalışma yaprağı dağıtma

MİRAS ETKİNLİĞİ (E1)

- Bir dik üçgen şeklindeki bahçenin her bir kenarında bulunan ve bir kenarı üçgenin yerleştirildiği kenarına eşit olan kare şekildeki 3 tarlayı oluşturma,
- 3 tarladan büyük çocuğa miras bırakılan büyük tarla (büyük kare) ile küçük çocuğa miras bırakılan diğer iki tarlanın alanlarının karşılaştırılması üzerine tartışma,
- Hangi tarlanın alanının büyük olduğunu yani mirasın eşit dağıtılıp dağıtılmadığının sorgulatılması süreci (karenin alanını hesaplamada birim karelerden yararlanma),
- Alanların karşılaştırılmasından dik üçgende kenarlar arasındaki ilişkiye *(Pisagor Teoremine)* geçiş süreci.

Desteklenen Bileşenler (E1)

- Bağımsız şekillere odaklanma
- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama
-Tam bir çözüm kümesi arama
-Keşfi ön plana alma
-Amacı ön plana alma

BOYALI ALANLARI KARŞILAŞTIRMA ETKİNLİĞİ (E2)

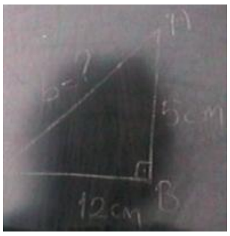
- Bir kenarı (a+b) birim uzunlukta olan 2 kare oluşturuluyor.
- Bu karelerden birincisi üzerinde bir kenarı a ve bir kenarı b olan kareler belirlenerek kalan alanlar boyanıyor.
- İkinci karenin ise her bir köşesine yerleştirilecek şekilde dik kenarları a ve b birim uzunlukta 4 tane dik üçgen çiziliyor ve boyanıyor.
- 2 şekildeki boyalı alanların kıyaslanması isteniyor.
  - ✓ Öğrencilerden birinin 2. Şekildeki boyalı üçgenleri 2şerli birleştirerek 1. Şekildeki dikdörtgenleri elde etmesi sonucu alanların eş olduğunu ifade etmesi,
  - ✓ Başka bir öğrencinin kenar uzunluklarını birim cinsinden yazarak alanları hesaplaması ve kıyaslaması sonucu alanların eş olduğunu ifade etmesi,
- 2 şekildeki boyalı olmayan alanların karşılaştırılmasının istenmesi,.
  - ✓ Öğrencilerden birinin bir önceki sonuca dayanarak boyalı olmayan alanların da eş olacağını ifade etmesi,
  - ✓ Başka bir öğrenci de birim kareleri sayarak eşit olduğunu ifade etmesi,
- 2. Şekildeki boyalı olan ve olmayan alanların kıyaslanması sonucu bağıntının elde edilmesi ve öğretmenin (a+b)2'nin açılımını öğrencilere açıklaması

Desteklenen Bileşenler (E2)

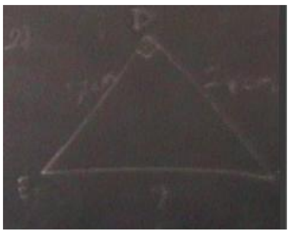
-Bağımsız şekillere odaklanma
- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- Amacı ön plana alma
- Keşfi ön plana alma
- Dinamik düşünme
-Etkilerin kanıtlarını kontrol etme
- tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Problem 1



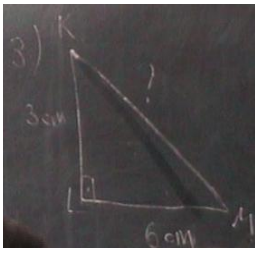
Problem 2



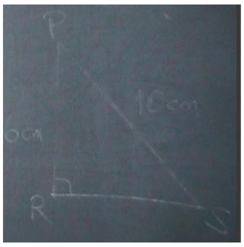
Desteklenen Bileşenler (P1-4)

Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma

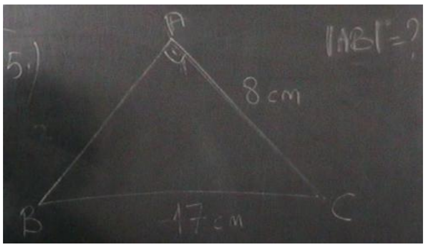
Problem 3



Problem 4



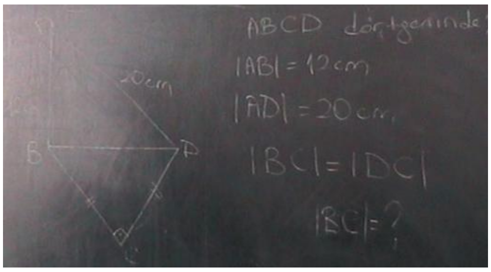
Problem 5



Desteklenen Bileşenler (P5)

Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma

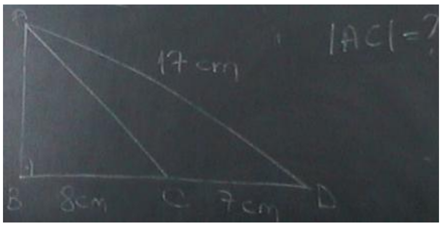
Problem 6



Desteklenen Bileşenler (P6)

- Bağımsız şekillere odaklanma
- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama

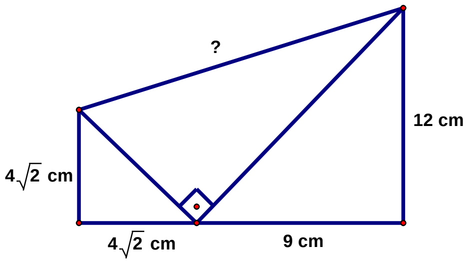
Problem 7



Desteklenen Bileşenler (P7)

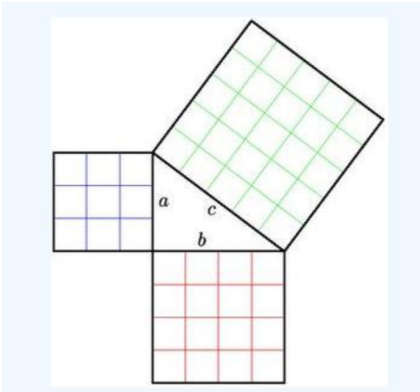
- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama
- Amacı ön plana alma

Problem 8



Desteklenen Bileşenler (P8)

- Bağımsız şekillere odaklanma
- Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma
- Amacı ön plana alma

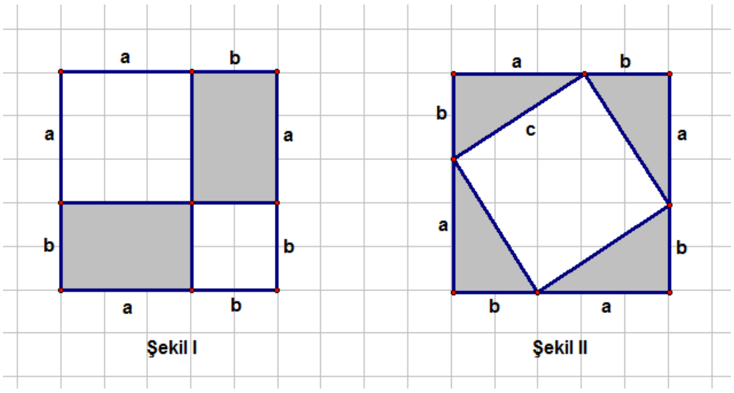


Şekil 55. Beşinci Araştırma Dersinde Dağıtılan Çalışma Yaprağındaki Hikayede Verilen Şekil

Öğretmen önce öğrencilere çalışma yaprağında yer alan hikayeyi okutmuş ve öğrencilere sorular yönelterek konuyla ilgili fikir yürütmelerini istemiştir. Ardından verilen şekilde karelerin ortasında yer alan dik üçgenin kenar uzunluklarını belirlemelerini istemiştir. Öğrenciler şekle bakarak bu uzunlukları "a=3, b=4, c= 5" birim şeklinde belirlemişlerdir. Öğretmen burada öğrencilere arazilerin büyüklüklerini kıyaslamak için hangi bilgiyi kullanmaları gerektiği sormuştur. Öğrencilerden bazıları "alan" yanıtını vermişlerdir. Bu sırada öğrenciler karelerin alanlarını hesaplamış ve öğretmen de öğrencilerden aldığı bu alan ölçülerini tahtaya yazmıştır.

Öğretmen tahtadaki şekil üzerinde önceden çizmiş olduğu kare şeklindeki tarlaları birim karelere ayırmıştır. Ardından öğrencilerden karelerin alan ölçülerine odaklanmalarını istemiştir. Öğretmen burada öğrencilere hikayede verilen kardeşlerin tarlalarının dağıtılmasında babalarının haksızlık yapıp yapmadığını sorarak öğrencilerden alanları karşılaştırmalarını ve aralarındaki ilişkiyi keşfetmelerini istemiştir. Öğrencilerin kare şeklindeki iki küçük tarlanın alanları toplamının, kare şeklindeki büyük tarlanın alanına eşit olduğunu söylemeleri üzerine Öğretmen M bağıntıyı açıklamış ve bu bağıntıya Pisagor bağıntısı adı verildiğini söylemiştir. Tahtaya bir ABC dik üçgeni çizerek $b^2=a^2+c^2$ yazan Öğretmen M, ardından 'Pisagor bağıntısı' başlığı altında *"Bir dik üçgende dik kenarların uzunluklarının karelerinin toplamı hipotenüsün karesine eşittir."* şeklinde bağıntının tanımını öğrencilerin defterlerine yazdırmıştır.

Ardından çalışma yaprağının arka sayfasında bulunan etkinliğe geçen öğretmen öğrencilerden etkinliği okumalarını istemiştir. Bu etkinlikte kenar uzunlukları (a+b) birim olan iki kare şekildeki (Şekil 56) gibi verilmiş ve öğrencilerden etkinlikte verilen soruları yanıtlamaları istenmiştir.



Şekil 56. Beşinci Araştırma Dersinde Dağıtılan Çalışma Yaprağında Verilen Etkinliğe Ait Şekiller

Öğrencilerden etkinlikte ilk olarak problem durumunda verilen iki şekildeki boyalı alanların ölçülerinin karşılaştırılması istenmiştir. Öğrencilerden bazıları alan ölçüleri toplamının eşit olduğunu söylemişlerdir. Öğretmen bunun nedenini öğrencilere sormuş ve öğrencilerden birisi sağdaki şekildeki üçgenleri bir araya getirerek, soldaki şekilde yer alan dikdörtgenleri oluşturabileceğini söylemiştir. Öğretmen, bu işlemi tahtadaki şekiller üzerinde göstermiş ve doğruluğunu ispatlamıştır. Ardından öğretmen bir öğrenciyi tahtaya kaldırmış, öğrenci de örnekte verilen kareli düzlemdeki özel duruma dayalı olarak a=3 birim ve b=2 birim olduğunu ve alan bağıntısından yararlanarak alan ölçülerin eşitliğini doğrulamıştır. Burada öğretmen öğrenciden boyalı olmayan alanları karşılaştırmasını da istemiştir. Bir öğrencinin boyalı olmayan alanların ölçülerinin de eşit olacağını söylemesi üzerine öğretmen bunun nedeni öğrenciye sormuştur. Öğrenci eş şekillerden alan ölçüleri eş parçaların çıkarılması durumunda kalan parçaların alan ölçülerinin eşit olacağını ifade etmiştir. Ayrıca diğer öğrenciler de verilen kenar uzunlukları üzerinden alan hesaplamaları yaparak alanların ölçülerinin eşit olduğunu göstermişlerdir. Öğretmen buradan hareketle Pisagor bağlantısını tahtaya yazmış ve sağdaki şekilde yer alan karenin alan bağıntısından yararlanarak cebirsel ispatını yapmıştır.

Daha sonra öğretmen Pisagor teoreminin uygulamasına yönelik çeşitli örnekler (Tablo 17 Problem 1-5) yazmaya başlamıştır. Bu örneklerde öğrencilere ikişer kenar uzunluğu bilinen çeşitli dik üçgenlerde bilinmeyen kenar uzunluğunu hesaplamaları istenmiştir. Öğrenciler verilen ilk beş problemde Pisagor bağıntısını uygulamışlardır. Verilen problemler yoluyla öğrencilerin özel üçgenleri de tanıması sağlanmıştır.

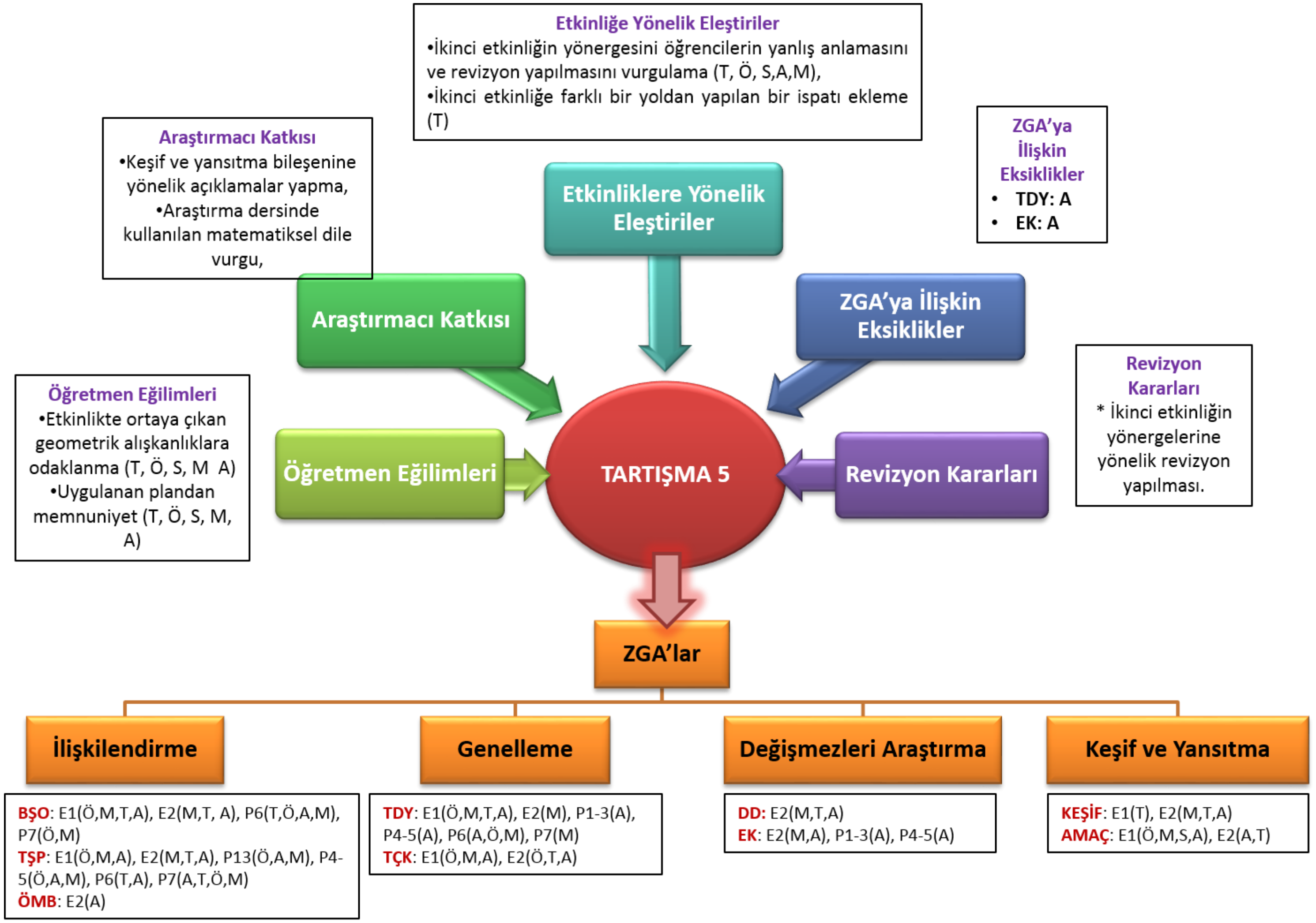
Ardından altıncı probleme (Tablo 17 Problem 6) geçen öğretmen burada öğrencilerin bir kenarları çakışık iki dik üçgende verilmeyen uzunluğu bulmalarını istemiştir. Öğrenciler çözümü yaptıktan sonra yedinci probleme (Tablo 17 Problem 7) geçen öğretmen bu problemi kendisi çözerek öğretmen merkezli bir yaklaşım izlemiştir. Son olarak tahtaya yazdığı sekizinci örneği çözmeye vakti yetmeyen öğretmen, öğrencilerden bu soruyu evde çözmelerini isteyerek ödev olarak vermiştir.

Ders İmecesi 5 – Tartışma Toplantısı

Beşinci ders imecesinin tartışma toplantısında öğretmenler, Öğretmen M’nin işlediği araştırma dersi üzerine tartışmışlardır. Yapılan tartışmalara ilişkin organizasyon şeması Şekil 57’de görülmektedir. Her bir öğretmenin hangi geometrik alışkanlıklarda eksiklikleri olduğu modelin üst bölümünde, her bir geometrik alışkanlığın öğretmenler tarafından hangi etkinlikte (E1-E2) veya hangi problemde (P1-P7) ortaya çıktığı ise modelin alt bölümünde gösterilmiştir.

Araştırmacının dersi genel olarak nasıl bulduklarını sorması üzerine ilk olarak söz alan Öğretmen M, dersin öğrenciler için oldukça ilgi çekici olduğundan bahsetmiştir. Ardından öğretmenler ilk etkinliği tartışmaya başlamışlardır.

Öğretmen M miras etkinliğine yönelik ilk olarak “bağımsız şekillere odaklanma”, “tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma”, “tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama” bileşenlerini desteklediklerini söylemiştir. Daha sonra Öğretmen A da “bağımsız şekillere odaklanma” bileşenini desteklediklerini ifade etmiştir. Ardından Öğretmen S ve A “amacı ön plana alma” bileşenini desteklediklerini söylemiştir. Tartışmanın devamında araştırmacının hangi geometrik alışkanlıkları belirlediğini sorması üzerine Öğretmen T “bağımsız şekillere odaklanma” ve “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama” bileşenlerini desteklediklerini söylemiştir.



Şekil 57. Beşinci Ders İmecesinin Tartışma Aşamasına İlişkin Organizasyon Şeması

Araştırmacının “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama” bileşenini hangi yolla desteklediğini sorması üzerine Öğretmen T öğrencilerin karenin alanından yararlanmaları yoluyla “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama” bileşeninin ortaya çıktığını ve ayrıca “keşfi ön plana alma” bileşenini desteklediklerini de söylemiştir. Öğretmen A bunun üzerine öğrencilerin pisagor teoremini keşfetmelerinin “amacı ön plana alma” bileşenini destekleme anlamına gelip gelmediğini sormuştur. Araştırmacı burada “keşfi ön plana alma” ve “amacı ön plana alma” bileşenlerini örnek üzerinden açıklamıştır.

Öğretmenlerin tartışma toplantısındaki ifadeleri ve gözlem notları incelendiğinde öğretmen Ö, M, T ve A’nın “bağımsız şekillere odaklanma”; Öğretmen Ö, A ve M’nin “tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma”; Öğretmen Ö, T, A ve M’nin “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama”; Öğretmen M, Ö ve A’nın “tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama” ; Öğretmen T’nin “keşfi ön plana alma” ve Öğretmen Ö, S, M ve A’nın “amacı ön plana alma” bileşenlerini desteklediklerini düşündükleri görülmüştür. Öğretmenlerin araştırma dersinin bu bölümünde geçen tüm geometrik alışkanlıkları doğru bir şekilde ele aldıkları görülmüştür.

Tartışma toplantısının devamında öğretmenler boyalı alanlar etkinliğinde ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar üzerine tartışmaya başlamışlardır. İlk olarak söz alan Öğretmen M öğrencinin verdiği yanıtta üçgenleri taşıyarak birleştirmesi yoluyla dikdörtgenleri elde etmesi sayesinde “dinamik düşünme” bileşeninin ortaya çıktığından bahsetmiştir. Öğretmen m ayrıca “bağımsız şekillere odaklanma”, “tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma” ve “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama” bileşenlerini de desteklediklerini söylemiştir. Araştırmacı bunun üzerine “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama” bileşenini hangi yollarla desteklediklerini Öğretmen M’ye sormuştur. Bunun üzerine Öğretmen M öğrencilerin üçgenin alanı ile dikdörtgenin alanını ilişkilendirmelerini “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama” olarak ele aldığını ifade etmiştir. Daha sonra etkinliğin ikinci aşamasını inceleyen öğretmenler, bir öğrencinin boyalı alanlar eşitse, kareler eş olduğundan dolayı boyalı olmayan alanlar da eştir açıklamasına vurgu yapmışlardır. Öğretmen Ö burada öğrencinin bu muhakemeyi öğretmen yönlendirmesi olmadan gerçekleştirmesinden dolayı "keşfi ön plana alma" bileşenini desteklediklerini söylemiştir. Araştırmacının bu açıklamayı yapan öğrencinin önceki araştırma derslerinde söz almayan bir öğrenci olduğunu vurgulaması üzerine Öğretmen Ö ilk defa bu ders imecesinin planlama aşamasında önceki planlamalarına göre daha az kitaba bağlı kaldıklarını ifade etmiştir. Öğretmen M ise başka bir öğrenci cevabına odaklanmış ve bu öğrencinin bir önceki adımda bir öğrencinin boyalı üçgenleri taşıyarak boyalı dikdörtgenleri elde etme stratejisini boyalı olmayan alanlar için de uygulamasına ve başarısız olmasına değinmiştir.

Öğretmenler toplantıya etkinliğin üçüncü aşamasını tartışarak devam etmişlerdir. Öğretmenler dersin bu kısmını tartışma toplantısında videodan tekrar izlemiş ve bu adımda öğrencilere verdikleri yönergenin hatalı olduğuna dair özeleştiri yapmışlardır. Öğretmen M araştırma dersinde yönergenin yanlış olduğunu fark ettiğini ve bundan dolayı teoremi öğrencilerin ispatlamasının yerine ikinci şekil üzerinde farklı bir yoldan kendisi farklı bir ispatı gösterdiğini belirtmiştir. Bunun üzerine Öğretmen Ö araştırma dersinde Öğretmen M'nin yaptığı uygulamadan memnun olduğunu dile getirmiştir. Bir süre üçüncü adımda verdikleri yönerge üzerine tartıştıktan sonra Öğretmen Ö bu yönergeyi aşağıdaki şekilde düzenlemiştir:

> *"Benim demek istediğim birinci şekilde boyalı olmayan alanla ikinci şekildeki boyalı olmayan alanların arasındaki ilişki. Zaten burada kare var öğrendi bunu. Boyasızların eşit olduğunu öğrendi mi o zaman üçte ne diyeceğiz yukarıdaki ilişkiyi matematiksel ifadelerle anlatın şeklinde."*

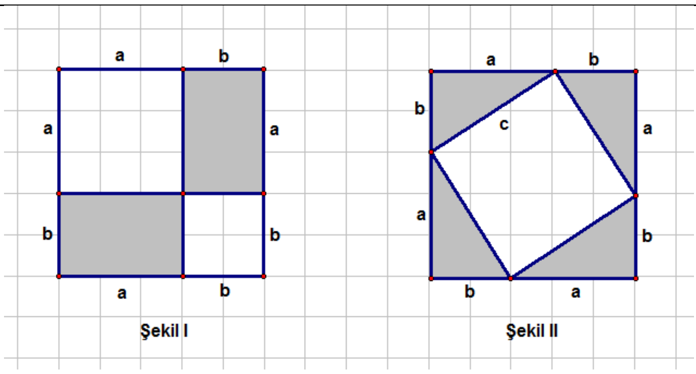
Öğretmen Ö'nün bu açıklaması ile boyasız alanların ilişkilendirmesinden bağıntıya yönelik genelleme yapılması gerektiğini vurguladığı görülmüştür. Daha sonra Öğretmen T başka bir öneride bulunmuştur:

> *"Üçüncü soruda* [Etkinliğin üçüncü adımını kastediyor] *diyeceğiz ki bir ve ikide bir bağıntı elde edebilir miyiz, bunu sorgulayacağız. Dördüncü soruda aynı bağıntı sadece ikinci şekilden elde edilebilir mi?"*

Öğretmen T bu önerisiyle Öğretmen M'nin derste yaptığı ispatı da etkinliğe eklemiştir. Ayrıca bu önerisiyle "bağımsız şekillere odaklanma", "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" ve "keşfi ön plana alma" bileşenlerini destekleyici bir öneride bulunmuştur. Öğretmen A'nın da etkinliğin bu haliyle "bağımsız şekillere odaklanma", "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma", "özel muhakeme becerilerini kullanma" ve "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenlerini desteklemeye yönelik olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen A'nın "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini vurgulaması üzerine Öğretmen Ö ve Öğretmen T buna karşı çıkmış ve Öğretmen A'ya bu bileşenin hangi durumlarda desteklenmiş olacağını Öğretmen Ö "*Yani orantısal muhakeme yok orada. Diğerinde de kısmen var."* ifadesiyle açıklamıştır.

Öğretmenlerin bu etkinliğe yönelik toplantıda tartıştıkları geometrik alışkanlıklar araştırma dersinde aldıkları gözlem notları ile birlikte değerlendirildiğinde öğretmen ö, Öğretmen T, A ve M'nin "bağımsız şekillere odaklanma", "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma", "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama", "dinamik düşünme" ve "keşfi ön plana alma" ; Öğretmen Ö, T ve A'nın "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" ; Öğretmen A ve M "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" ; Öğretmen A ve T "amacı ön plana alma" bileşenini desteklediklerini ifade ettikleri görülmüştür. Öğretmen A'nın ise "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini desteklediğini gözlem notlarına yazdığı ve toplantı esnasında dile getirdiği ancak Öğretmen T ve Ö sayesinde "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşeninin ortaya çıkmadığına ikna olduğu görülmüştür. Ayrıca benzerlik konusunda bu geometrik alışkanlığın ortaya çıkacağını keşfettikleri ve Öğretmen A'ya doğru bir şekilde açıkladıkları da görülmüştür.

Toplantının devamında boyalı alanlar etkinliğinin adımlarını düzenleme üzerine çalışmaya devam eden öğretmenler etkinliğin yönergelerini değiştirmiş ve son halini şekildeki gibi vermişlerdir (Şekil 58).



Kenar uzunlukları a+b olan iki kare yukarıdaki gibi verilmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

1.) Birinci şekildeki boyalı alanların toplamı ile ikinci şekildeki boyalı alanların toplamını karşılaştırınız.

2.) Birinci ve ikinci şekildeki boyalı olmayan alanlar için ne söylenebilir?

3.) İkinci yönergedeki ulaştığınız sonucu matematiksel olarak ifade ediniz.

4.) Sadece ikinci şekli kullanarak aynı bağıntıyı elde edebilir miyiz?

Şekil 58. Öğretmenlerin Beşinci Ders İmecesinde Kullandıkları Boyalı Alanlar Etkinliğinin Tartışma Toplantısı Sonucunda Revize Edilmiş Hali

Etkinliklerin tartışılmasının ve düzenlenmesinin ardından öğretmenler araştırma dersinde çözülen problemler üzerine tartışarak toplantıya devam etmişlerdir. Öğretmenler öncelikle ilk üç problem de dik kenar uzunlukları verilen dik üçgende hipotenüs uzunluğunun bulunmasına dayalı olduğundan dolayı öğrencilerin bu üç probleme verdikleri yanıtları video kayıtlarından izlemiştir. Ardından araştırmacı bu problemlerde hangi geometrik alışkanlıkları desteklediklerini sormuştur. Öğretmen A bir problemden diğer probleme geçişte, aynı üçgeni farklı konumlarda çizmesinden dolayı bir döndürme işlemi yapıldığını ve bu yolla “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” bileşenini desteklediklerini şöyle ifade etmiştir:

> *"iki üçgeni çeviriyoruz* [konum değiştirmeyi kastediyor] *ya hocam sürekli bir böyle yapıyoruz, bir böyle yapıyoruz yani şekli döndürüyoruz* [konum değiştirmeyi kastediyor] *etrafında hani direk etkilerin kanıtlarını kontrol ediyor. Yani her türlü Pisagor'u gösteriyor."*

Buradan Öğretmen A'nın farklı konumlarda çizilmiş üçgenlerde Pisagor bağıntısını uygulamasını "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşeni olarak görme şeklinde algıladığı ve bu bileşene ilişkin bilgi eksikliği olduğu anlaşılmaktadır.

Ardından söz alan Öğretmen M ise ilk çözülen problemler için şu yorumu yapmıştır:

> *"Geometrik bileşenleri incelemede zayıf ama konuyu kavratma açısından gerekli örneklerdi. Yani bu örnekleri vermek zorundaydım. Ama geometrik bileşenler açısından çok zayıf sorular."*

Dördüncü ve beşinci problemde öğrencilerden dik kenarlarından biri ve hipotenüsünün uzunluğu verilen dik üçgenlerde uzunluğu verilmeyen dik kenarın hesaplanması istenmiştir. Öğretmenler bu iki probleme öğrencilerin verdikleri yanıtları inceledikten sonra, Öğretmen A ilk beş problemde yalnızca "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" ve "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenlerini desteklediklerini ifade etmiştir. Gözlem notları incelendiğinde Öğretmen M'nin de "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenini desteklediklerini ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen Ö ise ilk beş problemin tümünde dik kenar ve hipotenüsün belirlenmesi ve aralarında ilişki kurularak pisagor bağıntısının kullanılması sebebiyle "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşeninin desteklendiğini söylemiştir. Gözlem notları incelendiğinde ise Öğretmen A ve M'nin de bu bileşenin desteklendiğini ifade ettikleri görülmüştür. İlk beş problemde yalnızca "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşeninin desteklenmesinden dolayı Öğretmen A'nın ve Öğretmen M'nin "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" ayrıca Öğretmen A'nın "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenine yönelik bilgi eksiklikleri olduğu da görülmüştür.

Tartışma toplantısına altıncı problemin tartışılmasıyla devam eden öğretmenlerden Öğretmen T'nin bu problemin çözümünde "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" ve "bağımsız şekillere odaklanma", Öğretmen A'nın ise "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenlerinin desteklendiğini ifade ettiği görülmüştür. Öğretmenlerin gözlem notları incelendiğinde ise Öğretmen T'nin yanı sıra Öğretmen Ö, M ve A'nın "bağımsız şekillere odaklanma" ve "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenlerini; Öğretmen A, Ö ve M'nin "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenlerinin desteklediğini ifade ettiği görülmüştür. Öğretmenlerin bu problemde ortaya çıkan tüm geometrik alışkanlıklara yönelik farkındalık geliştirdikleri görülmüştür.

Yedinci problemin tartışılmasına gelindiğinde araştırmacı öncelikle Öğretmen M'nin sınıfta öğrencilerin matematiksel dil kullanımına vurgu yapmasını ele almıştır. Bunun üzerine Öğretmen M ve öğretmenler bir önceki araştırma dersindeki anlatımına göre geliştirdiği noktalardan şöyle bahsetmişlerdir:

> ***M****: T hoca genelde sorulardan sonra geçiş yapıyordun dedi. Hani sorulardan sonra "Anladınız mı, tamam." deyip geçiyordum. Hatta "Anladınız mı?" diye bile pek sormuyordum. Hani çözdüğüm sorularında bir daha, tekrardan, üstünden geçmiyordum. Yani o zaman ben de fark etmiştim de, hani T hocam da söylemişti "Hocam biraz dikkat edin, birazcık daha." diye. Bu sefer hani daha dikkat etmeye çalıştım. Biraz daha hazırdım.*
>
> ***A****: Daha kendine güvenli burada, hani daha rahat. Güzeldi.*
>
> ***M****: Evet rahattım.*

Toplantıda son olarak öğretmenin sorduğu son problem olan sekizinci problem ele alınmıştır. Öğretmen bu problemi tahtaya yazdıktan sonra öğrencilere çözmeleri için süre verdiğini ancak zilin çalmasına az bir süre kalmasından dolayı yalnızca birkaç öğrencinin bu problemi defterinde çözebildiğini söylemiştir. Öğretmen M'nin bu problemi ödev olarak verdiğini söylemesine rağmen öğretmenler bu problemde ortaya çıkarılabilecek geometrik alışkanlıklar üzerine de tartışmışlardır.

Tartışma toplantısının sonunda araştırmacı öğretmenlere dersin amacına ulaşıp ulaşmadığını sormuştur. Öğretmen A, M ve Ö işlenen derse yönelik olumlu yorumlar yapmışlardır. Araştırmacının "dersi daha iyi hale nasıl getiririz?", "geometrik düşünmenin diğer bileşenlerini de destekleyebilir miydik?" sorularını sorması üzerine Öğretmen T, M ve Ö "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini, Öğretmen T ile M "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" bileşenlerini, Öğretmen Ö ise "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenini destekleyemediklerinden bahsetmişlerdir. Buradan Öğretmen T, Öğretmen M ve Öğretmen Ö'de hangi geometrik alışkanlıkları desteklemediklerine yönelik farkındalık oluştuğu görülmüştür. Bu sırada Öğretmen A ikinci problemde "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini destekleyip desteklemediklerini sormuştur. Bunun üzerine araştırmacı "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşeni hakkında Öğretmen A'ya açıklama yapmış ve ikinci problemde bu bileşenin görülmediğini söylemiştir.

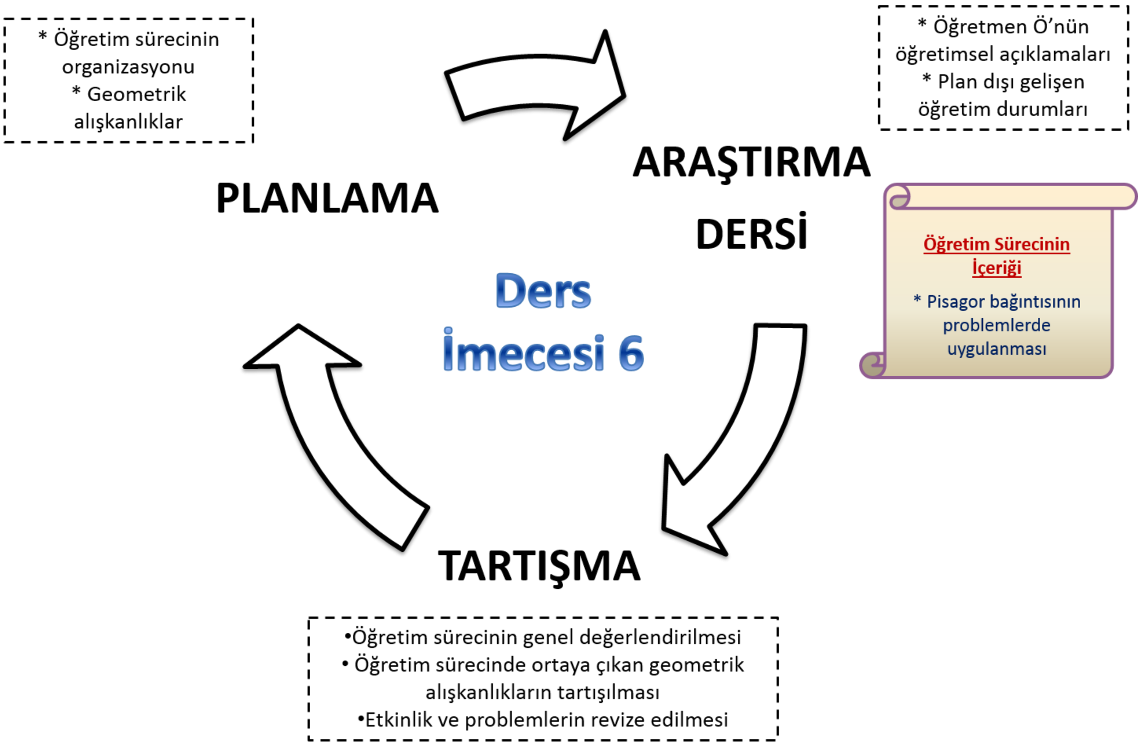
Öğretmenler ikinci etkinliği revize etmeleri dışında herhangi bir değişiklik yapmayacaklarını söylemiştir. Araştırmacı bu ders imecesi hakkında öğretmenlerin olumlu yorumlar yapması üzerine bu durumun araştırma dersini yürütmüş olan Öğretmen M'nin planlama toplantısına hazırlıklı gelmiş olmasına bağlı olduğunu hatırlatmış ve sonraki haftalarda da aynı performansı beklediğini söylemiştir. Öğretmenlerin günlüklerini doldurmasından sonra toplantı bitirilmiştir.

Beşinci ders imecesinin tartışma toplantısında öğretmenlerin büyük ölçüde boyalı alanlar etkinliğinin revize edilmesi üzerinde çalıştıkları görülmüştür. Ayrıca öğretmenlerin önceki ders imecelerinden farklı olarak araştırma dersinde desteklenen geometrik alışkanlıkları doğru bir şekilde belirledikleri ve ayrıca geometrik alışkanlıklara yönelik bilgi eksiklerinin de azaldığı görülmüştür. Özellikle boyalı alanlar etkinliğinin tartışılmasında öğretmenlerin "dinamik düşünme" bileşeni üzerine diğer bileşenlere nazaran daha fazla tartıştıkları görülmüştür. Beşinci ders imecesinin tartışma toplantısının bir diğer farklı özelliği ise öğretmenlerin ilk kez hangi geometrik alışkanlıkları desteklemedikleri üzerine tartışarak bu eksik yönlerinin farkında olduklarını raporlarına ve günlüklerine yazmış olmalarıdır. Ayrıca öğretmen günlükleri incelendiğinde dersi anlatan Öğretmen M'nin günlüğünde özellikle ikinci etkinlikte "özel muhakeme becerilerini kullanma" ve "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" bileşenine vurgu yapılmadığını belirttiği görülmüştür.

Ders İmecesi 6

Altıncı ders imecesi planlama aşaması, araştırma dersi ve tartışma aşaması olmak üzere olmak üzere 3 aşamadan oluşmaktadır (Şekil 59).

Bu aşamalardan ilki olan planlama aşamasında öğretmenlerin öğretim sürecini nasıl ve hangi geometrik alışkanlıkları destekleyecek şekilde planladıkları açıklanmıştır. Ardından Öğretmen Ö'nün yürüttüğü araştırma dersi süreci ayrıntılı bir şekilde betimlenerek, ders esnasında öğretmenin yaptığı öğretimsel açıklamalar ve plan dışı (spontane) gelişen öğretim durumları vurgulanmıştır. Son olarak, tartışma oturumu detaylı olarak incelenmiş, öğretim süreci ve bu esnada ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar ve ayrıca öğretmenlerin altıncı ders imecesine ait planlamalarını revize ettiği noktalardan bahsedilmiştir.



Şekil 59. Altıncı Ders İmecesine Ait Organizasyon Şeması

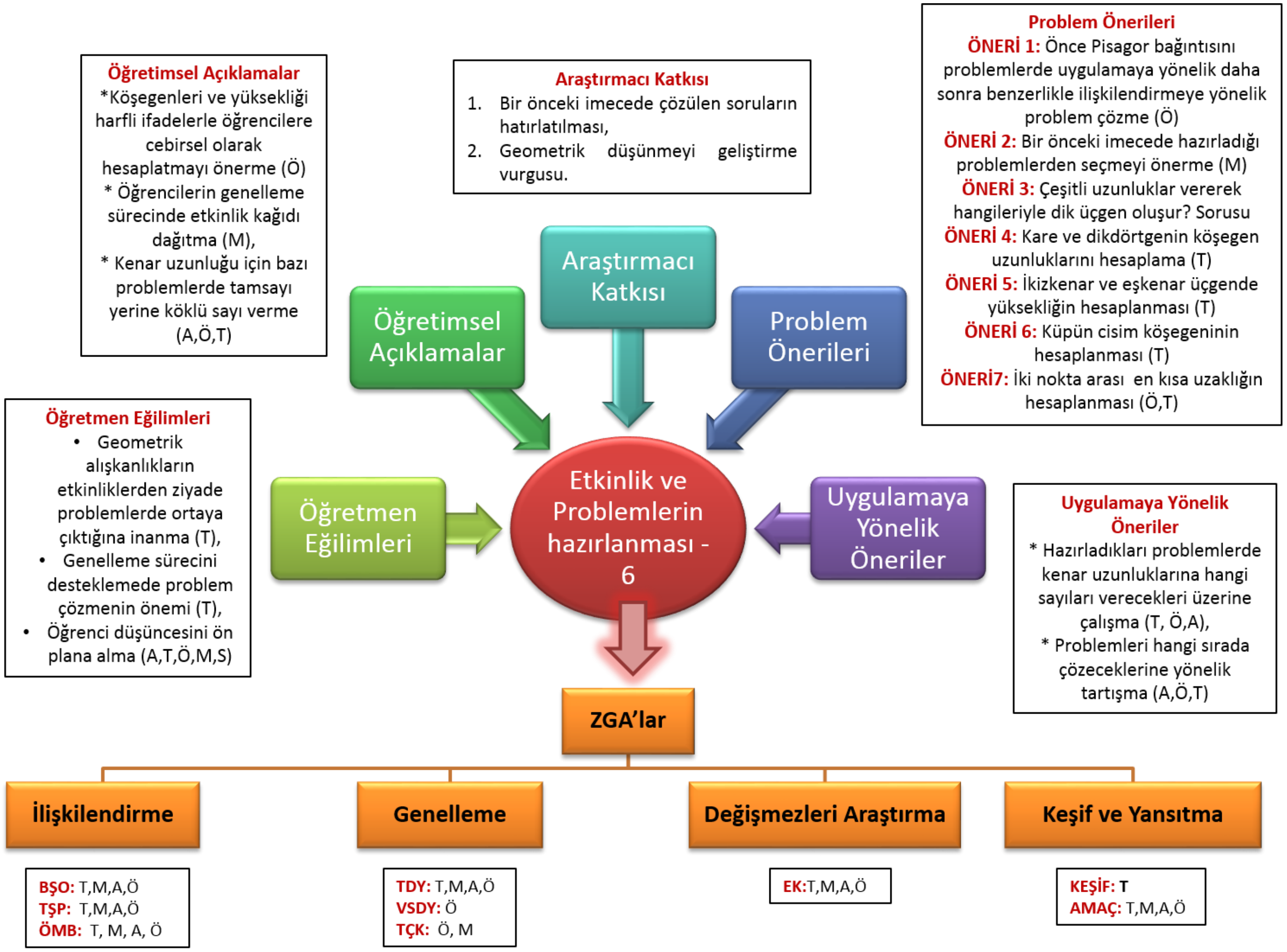
Ders İmecesi 6 – Planlama Toplantısı

Altıncı ders imecesinin planlama aşamasında ders imecesi ekibi tarafından "Pisagor bağıntısını problemlerde uygular." kazanımına yönelik Öğretmen Ö'nün anlatacağı dersin planlaması yapılmıştır. Öğretmenlerin bu kazanıma yönelik araştırma dersini nasıl planladıklarına ilişkin organizasyon şeması Şekil 60'da verilmiştir.

Planlama aşamasında öncelikle öğretmenler kitapta konunun nasıl ele alındığı üzerine tartışmışlardır. Öğretmenler buraya kadar gerçekleştirilen ders imecelerinde hem benzerlik konusunun hem de Pisagor bağıntısı konusunun kavratılmasına yönelik dersi işlenmiş olduğundan bu iki konuyu ilişkilendirerek "Pisagor bağıntısını problemlerde uygular." kazanımına yönelik ders planlama üzerine tartışmışlardır. İlk olarak araştırmacı benzerlik konusu işlendiğinde hangi problemlerin çözüldüğünü önceki haftanın notlarından öğretmenlere göstermiş, çoğunun uygulama basamağında problemler olduğunu söyleyerek, her bir kuralın ardından o kuralı uygulamaya yönelik sorular çözüldüğünden bahsetmiştir.

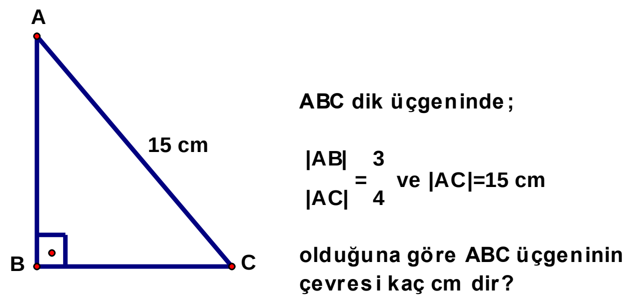
Öğretmen Ö ilk olarak dersle ilgili fikrini söylemiş ve Pisagor bağıntısına yönelik problemlerle başlayıp devamında öğrencilerin bu konuyu benzerlikle ilişkilendireceği problemler çözmeyi önermiştir.

Beşinci ders imecesinde Pisagor Bağıntısını kavratmaya yönelik araştırma dersini işlemiş olan Öğretmen M anlattığı dersin planlama aşaması için yaptığı ön hazırlıkta toplantıya getirdiği problemleri bu araştırma dersinde kullanmak üzere inceleyebileceklerini söylemiştir. Bir süre bu problemleri inceleyen öğretmenler Öğretmen T'nin önerisiyle ellerindeki sorulardan yirmi altıncı soruyu (Şekil 48) sınıfta çözmek üzere seçmişlerdir. Ayrıca Öğretmen T, Öğretmen M'nin hazırladığı problem arşivini sınıfta öğrencilere dağıtmayı ve dersi yürütecek Öğretmen Ö'nün istediği problemleri fotokopi üzerinden öğrencilere çözdürmesini önermiştir. Öğretmen M ise buna karşın bazı durumlarda öğrencilerin çözümü zor gelen bir problemle karşılaştıklarında öğretmenin sorduğu problemi değil de çözümü daha kolay bir problem üzerine odaklandıklarını belirtmiştir. Ardından araştırmacı buradan seçtikleri problemlerin geometrik düşünmeyi geliştirmeye etkili olup olmayacağını öğretmenlere sormuştur.



Şekil 60. Altıncı Ders İmecesinin Planlama Aşamasına İlişkin Organizasyon Şeması

Öğretmen T araştırmacıya problemleri geometrik alışkanlıkları destekleyecek şekilde seçeceklerini söylemiştir. Araştırmacı bunun öğretmenlere sürekli olarak geometrik alışkanlıkların konuyu kavratmaya yönelik etkinliklerden ziyade problem uygulamalarında ortaya çıktığını söylediklerini ve o nedenle problemlerin seçiminin önemini hatırlatmıştır. Bunun üzerine Öğretmen T geometrik alışkanlıkların kendiliğinden ortaya çıktığını ve genellikle problemlerde *"ilişkilendirme"* geometrik alışkanlığının yer aldığını ve *"keşif ve yansıtma"* alışkanlığının ise daha az yer aldığını vurgulamıştır.



Şekil 61. Altıncı Ders İmecesinin Planlama Aşamasında Önceden Hazırlanmış Sorulardan Seçilen Problem

Araştırma dersinde hangi problemleri soracaklarını tartışmaya devam eden öğretmenler Pisagor bağıntısını uygulamaya yönelik bir problem daha yazmaya yönelmişlerdir. Öğretmen Ö bu problemde öğrencilere çeşitli uzunluklar vererek bunlardan hangilerinin dik üçgen oluşturacağını keşfettirmeyi önermiştir. Öğretmen Ö *"Şöyle yapsak mesela; uzunluk* [kenar uzunluklarını kastediyor] *ölçülerini versek 'Hangisi dik üçgendir?' falan… Mesela 6-8-10 verdik, 3-5-7 verdik falan…"* şeklinde önerisini açıklamıştır. Öğretmen T, M ve A bu öneriyi kabul etmiştir. Öğretmen T'nin burada "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşeninin destekleneceğini söylemesi üzerine Öğretmen M öğrencilerin bu yolla hangi kenarın hipotenüs olacağını belirleyeceğini ve Pisagor bağıntısına uyup uymadığını denemeye çalışacağını belirtmiştir. Öğretmenlerin planladıkları bu problem yardımıyla "bağımsız şekillere odaklanma", "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma", "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" ve "amacı ön plana alma" bileşenlerini desteklemeye çalıştıkları görülmüştür.

Toplantının devamında Öğretmen T'nin kare ve dikdörtgenin köşegen uzunluklarını bulma üzerine bir problem yazmayı önererek hem dörtgenler konusu ile ilişkilendirme yapmaya çalıştığı hem de "bağımsız şekillere odaklanma" ve "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenlerini desteklemeye yönelik bir yaklaşım izlediği görülmüştür. Öğretmen Ö'nün bu problemi onaylaması üzerine Öğretmen T eşkenar ve ikizkenar üçgende yüksekliğin ve küpün cisim köşegeninin hesaplanmasına yönelik bir problem önerisinde daha bulunmuştur. Öğretmen T'nin bir önceki önerisiyle ilişkilendirme yaparak "keşfi ön plana alma" ve "amacı ön plana alma" bileşenini desteklemeye yönelik bir planlama yapmaya çalıştığı görülmüştür. Tartışmanın devamında Öğretmen Ö ve T öğrencilere problemlerin nasıl sunulacağına yönelik bir tartışma yapmışlardır. Ardından Öğretmen Ö köşegenleri ve yükseklikleri öğrencilere cebirsel olarak hesaplatmayı önererek "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" bileşenini desteklemeye çalışmıştır. Öğretmenler bu öneriyi onayladıktan sonra, Öğretmen Ö öğrencilerin buradan sonuç çıkarmasının zor olacağını düşündüğünü söylemiştir. Bunun üzerine Öğretmen T öğrencilerin genelleme sürecinde Öğretmen Ö'nün öğrencilere "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" bileşenini desteklemeye ilişkin yönlendirmeler yapmasını önermiştir. Ayrıca Öğretmen M de cebirsel çözüm yaptırmayı desteklemiş ve bu konuda etkinlik kağıdı oluşturmayı önermiştir. Ancak öğretmenler bu öneriyi göz ardı etmiştir. Genelleme geometrik alışkanlığını destekleme üzerine öğretmenler şöyle bir tartışma yapmışlardır:

> ***T***: *Şöyle yapabilirsin hocam bak dediğim gibi mesela eğer bir kural buldurmak istiyorsan, o zaman aynı tipten iki üç tane çözdürmen lazım genelleme yaptırmayla, yani genelleme yapmalarını şey yapmak istiyorsan. Mesela…*
> ***Ö***: *Ya bir tanesini veririm… Bir kenarı 4 cm olan karenin köşegenini bulun derim. Sonra hiç bir şey demeden bütün karelerde nasıl gibi...*
> ***T***: *Veya bir soru daha sorabilirsin. Mesela 5 verdin kareninkisini,* $5\sqrt{2}$ *buldular.*
> ***Ö***: *Bu sefer şey mi vereyim, köşegeni vereyim* $5\sqrt{2}$ *veya neyse işte, kenarı bulun, iyi mi?*
> ***T***: *Yok genelleme yapmaları zor olabilir oradan. Senin amacın genelleme yaptırmaksa, aynı tip iki üç tane vermen lazım… Bir tane 5 verdin* $5\sqrt{2}$ *buldu. Sonra 7 olsaydı ne olurdu? Bir de öyle* $7\sqrt{2}$ *oldu. Hiç hesap yapmadan kenar*

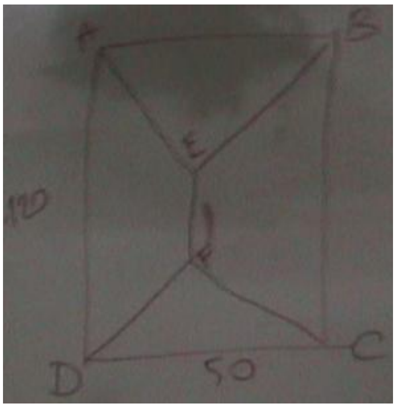
uzunluğu şu olsa, her hangi bir köşegenin uzunluğunu hemen söyleyebilir misiniz? Bakalım söyleyebilecekler mi? Hocam her zaman $\sqrt{2}$ katı diyebilecek mi acaba? Zaten bir ikisini yaptıktan sonra artık genelleme yaparsa hepsini tak tak söylemesi lazım çocuğun.

***A**: Evet genelleme yöntemiyle olur.*

Öğretmen T'nin bu tartışmada öğrencilerin genelleme sürecini desteklemede problem çözmenin önemini vurguladığı görülmüştür. Ayrıca Öğretmen A, Öğretmen T'nin bu önerisini onaylamış ve Öğretmen Ö'nün de katılımıyla üç öğretmen hangi değerleri verecekleri ve kenar uzunluklarının tamsayı değerlerin dışında köklü sayı olması gerektiği üzerine de detaylı bir şekilde tartışmışlardır. Ardından öğretmenler dikdörtgen ve karenin köşegen uzunluklarının hesaplanması için hazırladıkları problemleri hangi sırada çözecekleri üzerine tartışmışlar ve Öğretmen Ö'nün önerisiyle dikdörtgenden başlamaya karar vermişlerdir. Ayrıca buraya kadar planladıkları problemleri çözmenin bir ders saati alacağını düşündüklerini söylemişlerdir.

Eşkenar ve ikizkenar üçgende yüksekliğin hesaplanması konusuna gelindiğinde ise Öğretmen Ö ikizkenar üçgen ile devam edeceğini söylemiş ve ikizkenar üçgen probleminde yüksekliği mi yoksa alanı mı sormasını istediklerini diğer öğretmenlere sormuştur. Öğretmen T ve M yüksekliği sormasını önermişlerdir. İkizkenar üçgende yüksekliği hesaplatma probleminden sonra öğretmenler eşkenar üçgende de yüksekliğin hesaplanmasına yönelik bir problem yazmış ve öğrencilerin burada da kenar uzunluğunun $\sqrt{3}$ katını alma şeklindeki genellemeyi yapmalarını sağlama üzerine tartışmışlardır. Problemin detayları üzerine tartışan öğretmenlerin "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma", "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama", "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" ve "amacı ön plana alma" bileşenlerini desteklemeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Burada ayrıca öğretmenler küpün cisim köşegenini hesaplatmak için bir problem daha çözdürmeyi planlamışlardır.

İlk ders için hazırlanan problemlere yönelik tartışmalardan sonra Öğretmen M bir problem önererek telefonundan Öğretmen Ö ve A'ya göstermiştir. Bu sırada Öğretmen T süre yettiği takdirde Pisagor Bağıntısı konusuyla ilgili geçmiş yıllarda sınavlarda çıkmış soruları da araştırma dersinde öğrencilere sormayı önermiştir. Bu yaklaşımıyla öğretmenin geometrik düşünmeyi geliştirmeye çalışsa da sınav odaklı bakış açısını tamamen bırakamadığı görülmektedir. Öğretmen T'nin bu önerisi üzerine Öğretmen M bir problem (Şekil 62) önermiştir. Bu problemde Öğretmen M verilen dikdörtgenin kenar uzunluklarını 120 ve 50 birim olduğunu ve |EF| uzunluğunun sorulduğunu belirtmiştir. Ancak sorunun devamını hatırlamadığını ancak başka bir meslektaşına sorabileceğini söylemiştir.

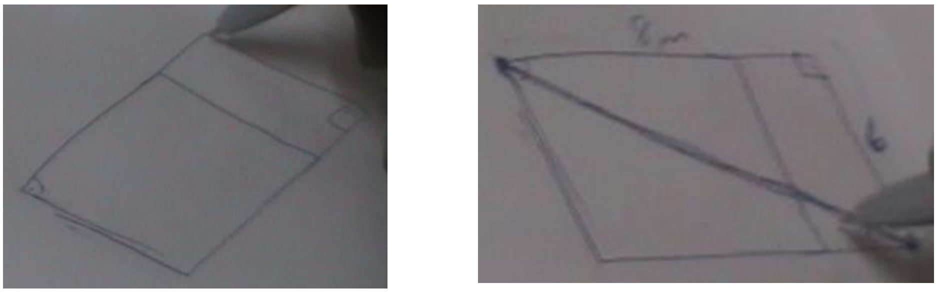


Şekil 62. Öğretmen M'nin Altıncı Ders İmecesinin Planlama Aşamasında Önerdiği Problem

Öğretmen M ve Ö bu problem üzerine tartışırken, Öğretmen T Pisagor teoreminde hipotenüsü bulmaya merak uyandıracak bir fikri olduğundan bahsetmiştir. Öğretmen T'nin bir günlük hayat problemini hikayeleştirerek öğrencilere anlatmayı önerdiği görülmüştür. Öğretmen T'nin önerisi üzerine şöyle bir tartışma geçmiştir:

> ***T****: Adamın bir tarlası var. Dikdörtgen şeklinde… Adamın evi burada* [Şekil 63. a'da sol üst köşeyi kastediyor], *burada* [Şekil 63. a'da sağ alt köşeyi kastediyor] *da su var açıyor tarlayı suluyor. Her gün bu şekilde* [bir uzun kenar ile bir kısa kenar toplamını gösteriyor] *gidiyor. Bir gün daha kısa yoldan gidebilir miyim diye tarlasına, şu mesafeyi yani bir kestirme yol yapacak olsa suya, herkes herhalde buradan* [Şekil 63. b'de çizdiği köşegeni kastediyor] *gider.*
>
> ***Ö****: Doğrusal yol diyorsun.*
>
> ***T****: Gider değil mi, yani herkes herhalde.*
>
> ***M****: En kısa mesafe.*

***T**: Peki diyelim bu adam buraya* [uzun kenarı kastediyor] *8 m… Buraya* [kısa kenarı kastediyor] *bunu* [6 m] *verdik. Bu adam bu yolu böyle giderse ne kadar metreden, ne kadar vakit, veya bunu vakte de dökebilirsin.*
***M**: Tasarruf.*
***T**: Ne kadar tasarruf eder dedik, bunun* [köşegeni gösteriyor] *uzunluğunu bilmemiz lazım diyecek o zaman çocuklar. Burası* [köşegeni gösteriyor] *kaç? Nasıl bulacağız burayı? Hadi bulun bakalım.*



a. b.

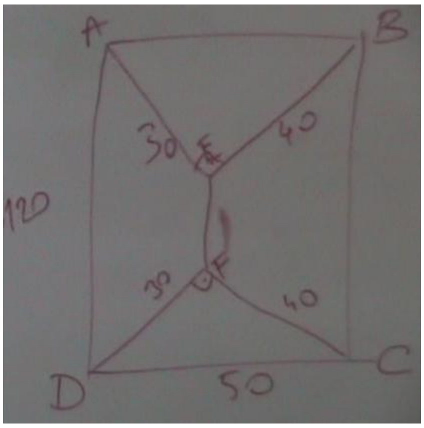
Şekil 63. Öğretmen T'nin Altıncı Ders İmecesinin Planlama Aşamasında Önerdiği Problem

Öğretmen T, Ö ve M'nin üzerinde tartıştığı problem durumunda Öğretmen T'nin "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma", "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama", "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" ve "amacı ön plana alma" bileşenlerini desteklemeye çalıştığı görülmüştür.

Toplantının devamında Öğretmen T'nin bu önerisi üzerine Öğretmen Ö bir problem daha önermiştir. Öğretmen Ö not defterine çizdiği şekil üzerinde *"A ile B arasındaki mesafe kaç metredir?"* şeklinde bir problem oluşturmuştur. Bu problemi beğenen Öğretmen M bu problemin geometrik düşünmeyi geliştirmeye de katkısı olduğunu söylerken, Öğretmen T ise geçmiş yıllarda merkezi bir sınavda çıkmış bir soru olduğundan bahsetmiştir. Tartışmaya devam ederken Öğretmen T ve Ö de geometrik alışkanlıkları ortaya çıkarmak için bu iki problemin bileşenler açısından zengin olduğunu vurgulamışlardır.

Şekil 64. Öğretmen Ö'nün Altıncı Ders İmecesinin Planlama Aşamasında Önerdiği Problem

Ardından Öğretmen M'nin tahtaya çizdiği (Şekil 62) problemi tartışmaya dönen öğretmenlere, Öğretmen Ö problemde sorulan uzunluk olan EF uzunluğunun hesaplanmasının kolay olmadığını belirtmiştir. Öğretmen M de problemin Pisagor bağıntısından yararlanarak çözüldüğünde uzun sürdüğünü ancak üçgenin alan bağıntısından çözüldüğünde kısa sürdüğünü vurgulamıştır. Öğretmen Ö'nün Öğretmen M'ye verilen şekilde yüksekliğin nasıl bulunduğunu sorması üzerine araştırmacı problemde eksik veri olduğunu düşündüğünü söylemiştir. Ardından bunu onaylayan Öğretmen M tahtaya kalkarak sorudaki eksik verileri tamamlamıştır (Şekil 65).



Şekil 65. Öğretmen M'nin Altıncı Ders İmecesinin Planlama Aşamasında Önerdiği Problemin Eksiklerinin Giderilmiş Hali

Öğretmen A'nın da katılımıyla öğretmenler çözüm üzerine bir süre tartışmışlardır. Burada Öğretmen A kendi yaptığı çözümü öğretmenlere açıklamıştır. Öğretmen Ö'nün, A ile M'nin alan bağıntısından yararlanarak açıkladıkları çözümü anlamadığını belirtmesi üzerine, araştırmacı tahtada problemi çözmüş ve açıklamıştır.

Toplantının devamında öğretmenler araştırma dersi için hazırladıkları problemlerin tamamını gözden geçirmiş ve başka ne yapabilecekleri üzerine tartışmışlardır. Araştırmacı bu esnada öğretmenlere, hazırladıkları problemlerde öğrencinin doğrudan Pisagor bağıntısını kullanması gerektiğini anlamayacağı problemler yazma ve bu yolla "keşif ve yansıtma" alışkanlığını destekleyecek problemler kurma tavsiyesi üzerine Öğretmen Ö eşkenar üçgen problemini kastederek bu üçgende yükseklik yerine üçgenin alanını sormayı önermiştir. Böylece öğrencilerin alanı bulmak için yüksekliği bulmaları gerektiği konusunda akıl yürüterek, dolaylı yoldan Pisagor bağıntısını kullanmaları gerekeceğini vurgulamıştır. Tartışmanın devamında araştırmacı öğretmenlere seminer sürecinde geometrik düşünmeyi geliştirmek için kendi hazırladıkları bir problemi hatırlatmıştır. Ardından problemin detayları üzerinde tartışan öğretmenlere, araştırmacı dikdörtgen ve karenin köşegenleri ve cisim köşegeni arasında ilişki kurarak ve belli bir hiyerarşide ilerleyecek şekilde problem kurmalarını önermiştir. Araştırmacının geometrik düşünmeyi geliştirmede öğrenci merkezli bir öğrenme ortamını nasıl geliştireceklerini sorması üzerine öğretmenler hazırladıkları problemleri düzenlemişlerdir. Ayrıca Öğretmen T, dersi yürüten öğretmenin genelleme sürecinde öğrencileri yönlendirmesinin de bu sürece katkı sağlayacağını ifade etmiştir.

Daha sonra araştırmacı dersin geneline yönelik tartışmaya geçen öğretmenlere, Pisagor bağıntısının problemlerde uygulanmasında genellikle benzerlik konusu ile ilişkilendirme yapıldığını ancak öğretmenlerin planlamalarında böyle bir ilişkilendirmeye yer vermediklerini belirtmiştir. Araştırmacının bu önerisini göz ardı eden öğretmenler başka bir problem üzerine tartışmaya başlamışlardır. Hazırladıkları problemde Öklid Teoremini kullanmaları üzerine araştırmacı, bu teoremin mevcut matematik programında yer almadığını öğretmenlere hatırlatmıştır.

Ardından öğretmenler Öğretmen M'nin araştırıp getirdiği problemler arasından seçtikleri bir probleme odaklanmışlardır. Bir küpün cisim köşegeninin hesaplandığı problem durumu üzerine tartışan öğretmenlere, Öğretmen T bunu günlük hayat problemi şekline getirmeyi önermiştir. Bunun üzerine Öğretmen A *"Bir karınca şuradan şuraya yürüyecek…"* şeklinde öneride bulunmuştur.

Araştırmacı beşinci ders imecesine ait araştırma dersinde uygulanan boyalı alanlar etkinliğinde öğretmenlerin öğrenci düşüncesini ön plana alarak yaptığı planlamadan dolayı öğrencilerin ikinci şekildeki üçgenleri birleştirip birinci şekildeki alanlarla kıyaslamalarının sağladıklarını ve bu yolla farklı geometrik alışkanlıkların gelişmesini de desteklediklerini ifade etmiştir. Ayrıca bu derste de çeşitli geometrik alışkanlıkları desteklemelerini tavsiye etmiştir. Bunun üzerine Öğretmen Ö hiçbir kitapta bu tarz etkinlikler olmadığını ifade ederek bu tarz etkinlikleri hazırlamada karşılaştıkları zorluklardan bahsetmiştir.

Planlama toplantısının sonunda araştırmacı öğretmenlere eklemek istedikleri bir şeyler olup olmadığını sormuştur. Bunun üzerine Öğretmen T yolunda gitmeyen şeyleri uygulama esnasında daha rahat görebildiklerini söyleyerek ders imecesinin yeniden yapılan uygulamalarla öğretim kalitesini iyileştirme özelliğine vurgu yaptığı görülmüştür. Araştırmacı Öğretmen T'ye katıldığını belirtmiş ve bazı durumlarda planlamada göz önünde bulundurulmayan olumsuz durumlarla uygulama esnasında karşılaşılabildiğini ifade etmiş ve uygulamada bir eksiklik veya hatalarını fark ettiklerinde dersi revize ederek Öğretmen A'nın sınıfında yeni bir uygulama yapabileceklerini hatırlatmıştır. Öğretmenlerin planda değiştirmek istedikleri bir şey olmaması üzerine öğretmenlerin bu toplantıdan elde ettikleri kazanımları yazmaları için günlükler dağıtılmıştır.

Ders İmecesi 6 – Araştırma Dersi

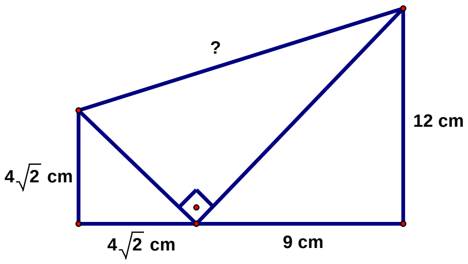
Altıncı ders imecesinin araştırma dersi Öğretmen Ö tarafından yürütülmüştür. Dersin özet içeriği ve derste yer verilen problemler yoluyla desteklenen geometrik alışkanlıklar Tablo 18'de verilmiştir.

Öğretmen derse beşinci araştırma dersinde zaman sıkıntısı nedeniyle çözümü yetişmemiş olan problemi (Tablo 18 Problem 1) çözmekle başlamıştır. Öncelikle öğrencilere problemi evde çözüp çözmediklerini sormuş ve bir öğrenciyi tahtaya kaldırmıştır.

Tablo 18. Altıncı Ders İmecesinin Araştırma Dersi İçeriği Ve Bu Derste Desteklenen Geometrik Alışkanlıklar

Problem 1

Bir önceki ders çözümü yetiştirilememiş olan sorunun çözülmesi



Desteklenen Bileşenler (P1)

-Bağımsız şekillere odaklanma

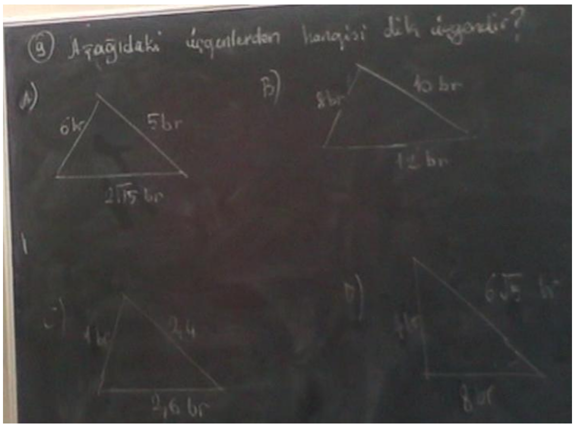
-Tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma

-Tanıdık durumlardan yararlanma

-Amacı ön plana alma

Problem 2

Hangisi dik üçgendir sorusu ve öğrenci yanıtlarını tartışılması



Desteklenen Bileşenler (P2)

-Bağımsız şekillere odaklanma

-Tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma

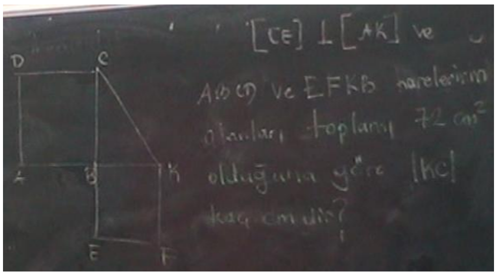
-Özel muhakeme becerilerini kullanma

-Tanıdık durumlardan yararlanma

-Amacı ön plana alma

Problem 3

[CE]┴[AK] ve ABCD ve EFKB karelerinin alanların toplamı 72 cm^2 oluğuna göre KC uzunluğu kaç cm dir?



Desteklenen Bileşenler (P3)

-Bağımsız şekillere odaklanma

-Tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma

-Özel muhakeme becerilerini kullanma

-Tanıdık durumlardan yararlanma

-Amacı ön plana alma

Problem 4

Bir kenarının uzunluğu 5 cm olarak verilen bir karenin köşegen uzunluğu kaç cm dir?

Desteklenen Bileşenler (P4)

-Tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma

-Özel muhakeme becerilerini kullanma

-Tanıdık durumlardan yararlanma

-Tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama

-Amacı ön plana alma

Problem 5

Kenar uzunlukları 4 cm ve 8 cm olan dikdörtgenin köşegen uzunluğu kaç cm dir?

Desteklenen Bileşenler (P5)

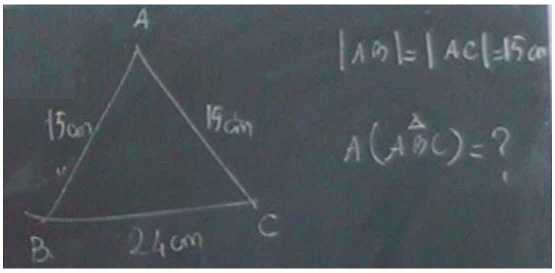
-Tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma

-Tanıdık durumlardan yararlanma

-Amacı ön plana alma

Problem 6

|AB|=|AC|=15 cm ve |BC|=24 cm ise A(ABC)=?



Desteklenen Bileşenler (P6)

-Tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma

-Özel muhakeme becerilerini kullanma

-Tanıdık durumlardan yararlanma

-Amacı ön plana alma

Problem 7

Bir kenarının uzunluğu verilen eşkenar üçgenin yüksekliğinin hesaplanması

Desteklenen Bileşenler (P7)

-Tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma

-Tanıdık durumlardan yararlanma

-Tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama

-Amacı ön plana alma

-Keşfi ön plana alma

Öğrenci çözümünü yaptıktan sonra çözümü öğrencilere tekrar anlatmıştır. Ardından öğrencilere *"Bir dik üçgenin dik açısı verilmediğinde dik üçgen olduğunu nasıl anlarsınız?"* diye sormuş ve tahtaya yeni bir problem (Tablo 18 Problem 2) yazmıştır. Bu esnada öğrencilerden biri hangi kenarın hipotenüs olduğunu nasıl anlayacaklarını öğretmene sormuştur. Öğretmen öğrencilere düşünmeleri için biraz daha süre vermiş ve bu sürenin sonunda bir öğrenci hipotenüsün en uzun kenar olması gerektiğini açı-kenar ilişkisine dayandırarak söylemiştir.

Öğretmen öncelikle A şıkkında verilen üçgende Pisagor Teoremini uygulamıştır. Çözüm sırasında öğretmen $2\sqrt{15}$ sayısının diğer sayılardan büyük olduğunu öğrencilere kendisi söylemiş ve onlara bunu düşünmeleri için fırsat vermemiştir. Buraya kadar öğrencilere örnek teşkil etmesi için A şıkkındaki üçgen üzerinde Pisagor teoremini uygulayan öğretmen, öğrencilerin yanıtın C şıkkı olduğunu söylemeleri üzerine bu öğrenciyi tahtaya kaldırmıştır. C şıkkında çizilmiş olan üçgenin dik üçgen olacağını söyleyen öğrenciye öğretmen hangi açının dik olacağını sormuştur. Öğrencilerin en uzun kenar karşısındaki açının dik olacağını söylemişlerdir. Öğrencinin çözümünden sonra ek açıklamalar yapan öğretmen, öğrencilere hem dik üçgen gördüklerinde Pisagor Teoremini kullanmaları, hem de dik üçgen olduğu verilmeyen üçgenlerde kenar uzunlukları Pisagor teoremine uyuyor mu diye bakmaları gerektiğini vurgulamıştır.

Problemin çözümünden sonra yeni bir problem yazan öğretmen, bu problemde (Tablo 18 Problem 3) de öğrencilerin verilen karelerin alan ölçüsünden ve Pisagor teoreminden yararlanarak kenar uzunluğunu bulmalarını istemiştir. Sınıftaki öğrencilerden birisi doğru yanıtı söylemiş ancak gerekçe olarak 72'yi 2'ye böldüğünü söylemiştir. Öğrencinin hatalı gerekçesi üzerine öğretmen problemde iki karenin eş olup olmadığı bilgisinin verilmediğini söylemiştir. Bu esnada bir diğer öğrenci CBK açısının dik açı olduğu çıkarımını yapmış ve sonrasında CBK dik üçgenindeki dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamının belirtilen karelerin alanları toplamını vereceğini söylemiştir. Öğretmen öğrencilerden bu problemi bir önceki ders çözülen Miras Etkinliği ile ilişkilendirerek düşünmelerini istemiştir. Bunun üzerine bir öğrenci tahtaya kalkmış ve sadece 72'nin karekökünün alınması gerektiğini söylemiş ancak yeterli bir açıklama yapmamıştır. Öğretmen öğrencinin ifadesini sınıfa açıklamış ve alan ilişkilendirmelerini yapmaları gerektiğini söylemiştir. Ardından karelerin alanları ile dik üçgen arasında nasıl bir ilişki olduğunu öğrencilere sormuştur. Bunun üzerine çözüm Pisagor Teoremi kullanılarak yapılmıştır.

İkinci derse öğretmen tahtaya yeni bir problem (Tablo 18 Problem 4) yazarak devam etmiştir. Problemde bir kenar 5 cm olan karenin köşegen uzunluğu sorulmaktadır. Bu problemde "köşegen" terimi geçtiğinden dolayı öğretmen öğrencilere önce köşegenin ne olduğunu sormuş ve daha sonra da bu kavramı hatırlatmıştır. Öğretmen köşegenin kareyi iki eş üçgene ayırdığını belirtmiş ve şekildeki eş üçgenlerden birisi tahtaya çizerek kenar uzunlukları göstermiştir. Ardından bir öğrenciyi daha tahtaya kaldırmış ve bu öğrenci Pisagor bağıntısından yararlanarak $e=5\sqrt{2}$ birim olduğunu hesaplamıştır. Öğretmen bu öğrenciye dik kenarlardan birisinin uzunluğu 7 cm olsaydı hipotenüs uzunluğunun ne olacağını da sormuştur. Öğrencilerden birisinin bu soruya $7\sqrt{2}$ birim yanıtını vermesi üzerine öğretmen öğrenciye bu sonucu nasıl bulduğunu sormuştur. Öğrencinin burada *"ikizkenar dik üçgende hipotenüs uzunluğu dik kenar uzunluğunun $\sqrt{2}$ katıdır"* genellemesini yapmıştır. Öğretmen bu genellemeyi yaparken öğrencilerden biri öğretmene sözlü olarak eşlik etmiştir.

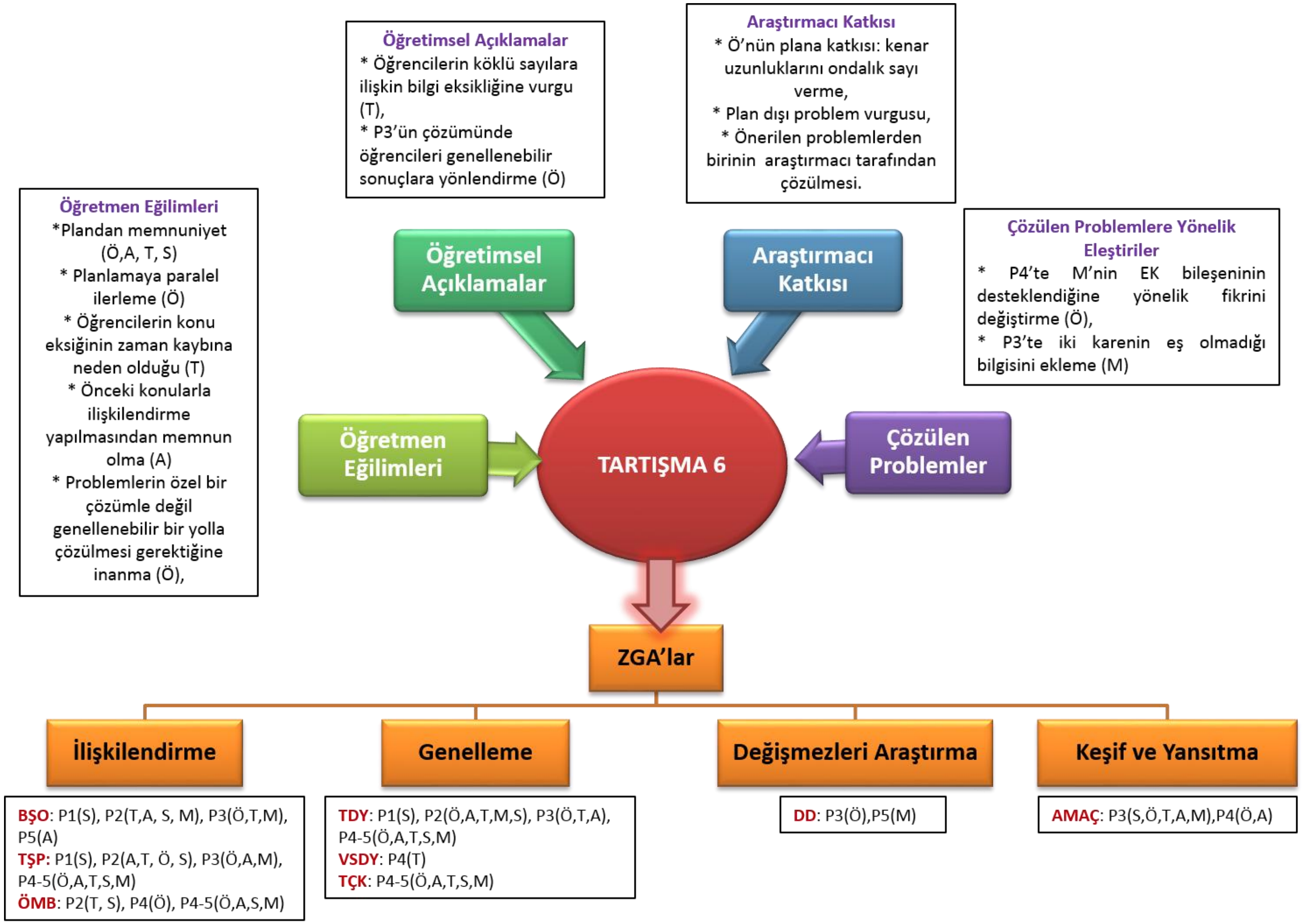
Daha sonra öğretmen konuyu pekiştirme amacıyla alıştırma sorusu olarak dik kenar uzunlukları $5\sqrt{3}$ birim olan ikizkenar dik üçgen çizmiş ve öğrencilere hipotenüsün uzunluğunu sormuştur. Burada öğrenciler hipotenüs uzunluğunun $5\sqrt{6}$ birim olacağını söylemişler ve bir öğrenci tahtaya kalkıp problemi çözmüştür. Başka bir öğrencinin çözümü anlamadığını söylemesi üzerine öğretmen çözümü öğrencilere tekrar açıklamıştır.

Tahtaya kenar uzunlukları 4 cm ve 8 cm olan bir dikdörtgenin köşegen uzunluğunun sorulduğu bir problem (Tablo 8 Problem 5) yazan öğretmen problemi bir öğrenciye çözdürmüştür. Dersin devamında öğretmen öğrencilere kenar uzunlukları bilinen bir ikizkenar üçgenin alanını bulmalarını istediği bir problem (Tablo 8 Problem 6) yöneltmiştir. Öğretmen şekli tahtaya çizerken ikizkenarların uzunluğunu 15'er cm vermiş, öğrencilerin BC kenarının $15\sqrt{2}$ olduğunu söylemesi üzerine Öğretmen Ö, $\hat{A}$ açısının dik olup olmadığının bilinmediğini öğrencilere hatırlatmıştır. Ardından [BC] kenarının uzunluğunu 24 cm olarak yazmış ve üçgenin alanını hesaplamalarını istemiştir. Öğrencilere çözüm için verdiği süre içerisinde öğretmen yüksekliği nasıl çizeceklerini sınıfa sormuştur. Öğrencilerden yanıt gelmeyince soru–cevap tekniğiyle öğrencilerin ilişkilendirme yapmaları sağlayarak yüksekliğin nasıl hesaplanacağını ifade etmiştir. İkizkenar üçgende tabana ait yüksekliğin üçgeni birbirine eş iki dik üçgene ayırdığı vurgulamış ve bu eş üçgenlerden birisi yardımıyla yüksekliği hesaplayabileceklerini açıklamıştır. Öğrenciler bu esnada ikizkenar üçgende yüksekliğin aynı zamanda kenarortay ve açıortay olduğu söylemişlerdir. Çözüm sürecinde elde edilen dik üçgen üzerinde Pisagor Teoremi uygulanarak yükseklik 9 cm olarak hesaplanmıştır.

Son olarak öğretmen öğrencilere bir kenar uzunluğu 10 cm olan eşkenar üçgenin yüksekliğini bulmalarını istediği bir problem (Tablo 18 Problem 7) yöneltmiştir. Öğrencilerin ikizkenar üçgende yaptıkları çözümü bu üçgene uyarladıkları ve yüksekliği aynı yöntemle hesapladıkları görülmüştür.

Ders İmecesi 6 – Tartışma Toplantısı

Altıncı ders imecesinin tartışma toplantısında öğretmenler, Öğretmen Ö'nün işlediği araştırma dersi üzerine tartışmışlardır. Tartışma toplantısının organizasyon şeması Şekil 66'da verilmiştir.



Şekil 66. Öğretmenlerin Altıncı Ders İmecesinin Tartışma Toplantısına İlişkin Organizasyon Şeması

Öğretmenler tarafından belirlenen geometrik alışkanlıkların hangi etkinlikte (E1-E2) veya hangi problemde (P1-P7) ortaya çıktığı modelin ZGA'lar bölümünde gösterilmiştir.

Araştırmacı ilk olarak dersi anlatan Öğretmen Ö'ye dersin nasıl geçtiğini sormuştur. Öğretmen Ö dersin planlamaya paralel geliştiğini ve iyi olduğunu düşündüğünü söylemiştir. Burada söz alan Öğretmen T ise öğretmenin dersi iyi anlattığını ancak öğrencilerin performanslarının düşük olmasından dolayı başta köklü sayılar olmak üzere önceki konuları tekrar etmek zorunda kaldığını ifade etmiştir. Ayrıca bu durumun öğretmene zaman kaybettirdiğini ve daha fazla problem çözmesine engel olduğunu vurgulamıştır. Öğretmen A ise derste önceki konularla ilişkilendirme yapılmasından memnun olduğunu söylemiş, S ise araştırma dersini beğendiğini belirtmiştir.

Araştırma dersine yönelik genel değerlendirmeleri aldıktan sonra araştırmacı derste çözülen ilk problem ve bir önceki haftanın araştırma dersinde çözümüne vakit kalmayan problemin tartışılması ile derse başlamıştır. İlk olarak söz alan Öğretmen S "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşeninin ve Öğretmen M ve T ise "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma", "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" ve "bağımsız şekillere odaklanma" bileşenlerinin desteklendiğini ifade etmiştir. Öğretmenler bir önceki ders imecesinde zaten bu problemde desteklenen geometrik alışkanlıkları tartışmış olduğundan tartışmayı kısa tutarak bir sonraki problem üzerine tartışmaya geçmişlerdir.

Öğretmenlerin bu probleme ilişkin ifadeleri, gözlem notlarıyla birlikte incelendiğinde, tüm öğretmenlerin "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşeninin desteklendiğini ifade ettiği görülmüştür. Ayrıca Öğretmen S hariç tüm öğretmenlerin "bağımsız şekillere odaklanma" ve "tanıdık durumlardan yararlanma" bileşenlerini desteklediklerini belirttikleri de görülmektedir. Toplantıda öğretmenlerin problemde desteklenen bileşenleri doğru bir şekilde tespit edebildiği ancak sadece "amacı ön plana alma" bileşenini vurgulamadıkları görülmüştür.

Öğretmenler toplantıya ikinci problem üzerine tartışarak devam etmişlerdir. Öncelikle araştırmacı öğretmenlere bu problemde verilen üçgenlerin kenar uzunluklarının bazılarının tam sayı olmamasını planlamadıklarını ve Öğretmen Ö'nün problemi bu yönde revize ettiğini söylemiştir. Öğretmen Ö ise öğrencilerin çözüm sürecinde tam sayı olmayan bir kenar uzunluğu deneme yardımıyla uygun diğer bazı örnekler için özel durumların ilerisini görmeye çalıştığını ve bu yolla "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenini desteklemek için bunu yaptığını şöyle ifade etmiştir:

> *"Ya burada ben tam sayı olmayan bir kenar uzunluğu versek olur mu diye düşündüm, aklıma geldi o akşam… Hani şeyde tanıdık durumlar ve bilinen sonuçlardan çözümler aramada bir şey vardı. Farklı örnekler için özel durumların ötesini görmeye çalışmak diye bir şey var… Tam sayı olmayan bir kenar uzunluğunu deneme orada örnek olarak verilmişti. Aklıma o gelmişti benim, onun için değiştirdim ben onu, o da olsun dedim."*

Ardından Öğretmen T'nin "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenini desteklediklerini ifade etmesi üzerine Öğretmen Ö'nün de Öğretmen T'ye katılarak şekillerin her birinin kendi içerisinde ilişkilendirildiğini, farklı iki şekil arasında ilişkilendirilme yapılmadığını ve "bağımsız şekillere odaklanma" bileşeninin desteklenmediğini vurgulayarak "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşeninin gerekçesini açıkladığı görülmüştür. Öğretmen Ö'nün burada bileşenin tanımını seminer notlarından diğer öğretmenlere sesli olarak okuduğu ve her durumda karşılaştırmaya dayandığını vurguladığı görülmüştür. Öğretmen T ise burada öğrencilerin şıklarda verilen kenar uzunluklarının, özel üçgenlerin kenar uzunluklarının katı olup olmadığını ilişkilendirmeleri durumunda "bağımsız şekillere odaklanma" bileşeninin var olabileceğini ancak öğrencilerin böyle bir akıl yürütme yapmadığını aşağıdaki ifadeleriyle açıklamıştır:

> ***T**: Tamam dediğiniz gibi çocuk 3-4-5'i biliyordur burada 3-4-5'in katı var mı? Yok, ama başka bir özel üçgenin katı var. Var mı?*
> ***Ö**: Var.*
> ***T**: Şu virgüllü olan* [kenar uzunlukları 1- 2,4- 2,6 birim olan üçgeni kastediyor] *neydi?*
> ***M**: 5-12-13.*

***T**: Var, eğer onu karşılaştırarak yaptığını düşünürsek oluyor o zaman. Sorunun içinde değil de… 3-4-5'i verdiniz. 6-8-10 verdiniz. E 3-4-5 var biliyorum ben 6-8-10 da var bitti dedi oldu. Doğru karşılaştırma var aslında ama çocuk yapmış mıdır, yapmamıştır o ayrı konu. Yani sorunun içinde karşılaştırma var.*

Öğrencilerin Öğretmen T'nin belirttiği gibi şıklarda verilen bir üçgen ile özel bir üçgeni kıyaslama yoluyla bir ilişki kurması aynı zamanda orantısal muhakeme yapmayı da gerektirdiğinden "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşeni de desteklendiği halde öğretmenlerin bu bileşene vurgu yapmadığı görülmüştür. Daha sonra Öğretmen S de "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenine yönelik ilişkilendirmeyi onayladığını ifade etmiştir. Öğretmen A ise "bağımsız şekillere odaklanma", "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" ve "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenlerinin tümünü desteklediklerini derste not aldığını ifade etmişlerdir.

Öğretmenlerin ikinci probleme ilişkin ifadeleri, gözlem notlarıyla birlikte incelendiğinde, tüm öğretmenlerin problemde desteklenen "tanıdık durumlardan yararlanma" bileşenini desteklediklerini ifade ettikleri görülmüştür. Ayrıca Öğretmen S, T ve M'nin "bağımsız şekillere odaklanma", Öğretmen Ö, T, S ve A'nın "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenini desteklediklerini belirtirken, problemde desteklenen "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini yalnızca Öğretmen S'nin desteklediklerini düşündüğü görülmüştür. Öğretmenlerin toplantı ve gözlem notları birlikte incelendiğinde öğretmenlerin bu problemde de desteklenen tüm bileşenleri ele aldıkları belirlenmiştir.

Araştırmacı üçüncü problemin değerlendirilmesine geçildiğinde öncelikle problemin planlanmamış ve Öğretmen Ö'nün plana eklediği bir problem olduğunu açıklamıştır. İlk olarak Öğretmen S "amacı ön plana alma" bileşeninin desteklendiğini söylemiştir. Öğretmen Ö ise öğrencilerin Öğretmen M'nin işlediği derste yapılan ispat ile ilişkilendirme yapıp yapamayacağını görme amacıyla bu problemi sorduğunu ve "bağımsız şekillere odaklanma", "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma", "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" ve "keşfi ön plana alma" bileşenlerini desteklediklerini ifade etmiştir. Ardından Öğretmen T da "amacı ön plana alma" bileşenini desteklediklerini söylemiştir. Tartışmanın devamında öğretmenler öğrenci çözümünü videodan izlemişlerdir. Öğretmen Ö öğrencinin *"eğer ben bu şekli parçalarsam parçaları birleştirirsem falan"* diye düşünmüş olabileceğini ve bu yolla "dinamik düşünme" olabileceğini ifade etmiştir. Sonra araştırmacı öğretmenlerden, öğrencinin çözümde *"iki kare olduğu için alanı ikiye böldüm"* cevabında iki kareyi eş kabul ederek çözüm yapmasını yorumlamalarını istemiştir. İlk olarak yorum yapan Öğretmen M probleme iki karenin eş olmadığı bilgisini eklemeleri gerektiğini söylemiştir. Ardından araştırmacı bu karelerin eş kareler olup olamayacağını öğretmenlere sormuştur. Öğretmen S karelerin eş olabileceğini ve öğrencinin söylediği cevabı kabul etmeleri gerektiğini söylemiştir. Öğretmen Ö ise bu çözümün asıl çözümün özel bir durumu olduğunu vurgulayarak sadece karelerin birbirine eş olduğu durumda doğru olacağını söylemiştir. Araştırmacının karelerin eş olmayabileceğini ancak her durumda alanlar toplamı 72 cm olacağını vurgulaması üzerine Öğretmen S tekrar öğrenci çözümünü kabul etmeleri gerektiğini vurgulamıştır. Öğretmen Ö'nün ise öğrencinin çözümünün hatalı olduğunu söylemesi üzerine Öğretmen T de çözümün doğru olduğunu düşündüğünü ifade etmiştir. Bunun üzerine araştırmacı öğretmenlere çözümü tekrar izletmiştir. Öğretmen A dersteyken bu durumu hiç fark etmediğini vurgulamıştır. Araştırmacı öğrenciyi burada nasıl yönlendirebileceklerini sorarak yeniden bir tartışma konusu açmıştır. Öğretmen A bu soruya *"Kareler eş değildir derdik."* cevabını verirken Öğretmen M ise bunların eş olmayan kareler olduğunu söylemek yerine kenar uzunlukları farklı olan kareler olduğunu söylemeyi önermiştir. Öğretmen S ise *"Mesela iki kenar uzunluğu verelim. Birinci karenin |AB| gibi bir uzunluk, ikinci karenin |CD| gibi bir uzunluk |AB|≥|CD| yazalım."* şeklinde bir öneride bulunmuştur. Üç öğretmen de aynı doğrultuda yanıtlar verirken, Öğretmen Ö öğrencinin burada çözüme ilişkin özel bir durumdan yararlanarak problemi çözdüğünü hatırlatmış ve bunu öğrencinin "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" alışkanlığına bağlamıştır.

Öğretmenlerin öğrenci çözümünün doğru olup olmadığını tartışmaya devam etmesi üzerine araştırmacı tahtaya problemde verilen şekli (Şekil 67) çizerek öğrenci çözümünü şöyle yorumlamıştır:

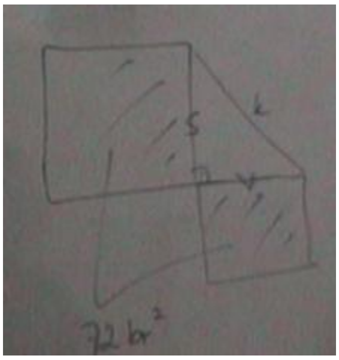
> ***Ar****: Burada aslında çözüm kümesinden biri de, bu kenarların eşit olduğu durumdur. Hani biz şekil olarak belki eşit çizmedik kareleri ama soruda eşit*

olamayacağına dair bir şey söylemediğimize göre aslında o da bir sürü doğru çözümden birisidir. Ve şunların [iki karenin alanını kastediyor] *kareleri toplamı değişmediği sürece, şu uzunluk da, k diyelim, k uzunluğu değişmeyecektir. Zaten bunun karesini soruyor bize, sonuçta doğru çözümlerden bir tanesi aslında. Ama…*

***A**: Her zaman kullanılabilen bir çözüm değil bence.*

***Ö**: Her zaman kullanılabilen bir çözüm bence. Her çocuğun aklına ilk bu gelir herhalde.*

***Ar**: Sadece öğrenciye böyle çizmek yerine geometrik ve cebirsel olarak aslında neden bunun doğru çıktığını, böyle yaptığında neden doğru çıktığını hissettirmek lazım. Bazen öğrenciler direk iki kare var diye iki düşünmeden böler, hani eş olup olmadığını düşünmeden…*



Şekil 67. Tartışma Toplantısında Araştırmacının Üçüncü Problemi Açıklamak İçin Tahtaya Çizdiği Şekil

Üçüncü probleme ilişkin öğretmenlerin toplantıda ele aldıkları bileşenler gözlem notları ile beraber değerlendirildiğinde Ö, T ve M'nin "bağımsız şekillere odaklanma"; Ö, A ve M'nin "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma"; Ö, T, A ve M'nin "tanıdık durumlardan yararlanma"; A, M, S ve T'nin "amacı ön plana alma" bileşenlerini desteklediklerini ifade ettikleri belirlenmiştir. Bu problemde öğretmenlerin yalnızca "özel muhakeme becerilerini kullanma" ele almadıkları görülmüştür.

Ardından dördüncü problemin değerlendirilmesinde öğretmenler bir kenarı 5 cm olan bir karenin köşegen uzunluğunu hesaplama probleminin çözümü üzerine bir değerlendirme yapmışlardır. Araştırmacı öncelikle problemin çözümünde karenin köşegen uzunluğunun ikizkenar dik üçgen ile ilişkilendirerek hesaplanması üzerine yorum yapmalarını istemiştir. Öğretmen Ö öğrencilerin karenin içerisinde bir dik üçgen oluşturarak Pisagor Bağıntısını kullanacaklarını fark etmeleri için üçgeni karenin içinden çıkararak yeniden çizdiğini söylemiştir. Ayrıca öğrencilerin birçok karede deneyerek orantısal muhakeme yapma yoluyla *"kenar uzunluğu ne olursa olsun karenin köşegen uzunluğu kenar uzunluğunun* $\sqrt{2}$ *katıdır."* sonucuna ulaşması sayesinde "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini desteklediklerini belirtmiştir. Öğretmen M ise bu problemde "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenini desteklediklerini ifade etmiştir. Araştırmacının bunun nedenini sorması üzerine ikna edici bir açıklama yapamayan Öğretmen M, Ö ile birlikte "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenini incelemiştir. "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenini incelemeye ilişkin tartışma şöyle gelişmiştir:

Ar*: Niye etkilerin kanıtlarını kontrol etme dediniz hocam?*
M*: Neden öyle dedim, çünkü öyle büyüklü küçüklü alan yoktu aslında. Ama yine de parçayı aldık çektik. (...) Yani ben böyle düşündüm ya. Sanki öyle aklımda kalmış yani. Etkilerin kanıtlarında var mı hocam* [Öğretmen Ö'ye soruyor]*?*
Ö*: Etkilerin kanıtlarını açıklayıvereyim. Etkilerin kanıtlarında dönüşüm var ya. Bir dönüşüm uygulandığında falan…*
M*: Hıı. Alakası yok yani.*

Verilen konuşmada görüldüğü gibi; Öğretmen Ö'nün "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşeninin desteklenmesi için bir dönüşüm olması gerektiğini açıklaması üzerine Öğretmen M'nin fikrini değiştirerek durumun bu bileşenle alakalı olmadığına karar verdiğini söylediği görülmüştür.

Ardından öğretmenler öğrenci çözümünü videodan izlemiş ve Öğretmen Ö öğrencinin sınıfta tahtaya ikizkenar dik üçgen çizmesinde ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar üzerine bir bileşene daha şöyle vurgu yapmıştır:

Ö*: Şey bu işte. Tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma işte.*
Ar*: Nasıl odaklandılar, hangi yolla?*
Ö*: Bir geometrik şeklin içindeki alt şekilleri oluşturma yoluyla.*

Öğretmen Ö'nün bu bileşene gerekçesiyle birlikte vurgu yapması üzerine Öğretmen S'nin bu bileşeni gözlem notlarına eklediği, Öğretmen M'nin ise bunu sınıfta önceden fark ederek not almış olduğunu vurguladığı görülmüştür.

Araştırmacı daha sonra, problem çözümünde öğrencilerin genellemeye ulaştığı bölümü videodan öğretmenlere izletmiş ve bu genelleme sürecine ulaşırken hangi bileşenlerin desteklendiğini öğretmenlere sormuştur. Öğretmen T "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama", "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" ve "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" bileşenlerini desteklediklerini ifade etmiştir. Öğretmen Ö ise öğrencilerin farklı kenar uzunluklarına sahip karelerde köşegen uzunluklarını orantısal muhakeme yoluyla karşılaştırmaları sürecine vurgu yaparak "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini yazdığını tekrar vurgulamıştır. Ayrıca Öğretmen Ö "amacı ön plana alma" , "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" ve "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" bileşeninin desteklendiğini söylemiştir. Daha sonra söz alan Öğretmen A da "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma", "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" ve "amacı ön plana alma" bileşenlerini desteklediklerini söylemiştir.

Tartışma toplantısına öğretmenler beşinci problemi tartışarak devam etmişlerdir. İlk olarak söz alan Öğretmen Ö bu problemde de geometrik alışkanlıklardan ilişkilendirme yapıldığı ve bu ilişkilendirmenin "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" yoluyla yapıldığını vurgulamıştır. Aynı anda Öğretmen Ö de bu bileşeni vurgulamıştır. Öğretmen A ise "bağımsız şekillere odaklanma", "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" ve "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenlerini, Öğretmen M ise "dinamik düşünme" bileşenini desteklediklerini söylemiştir. Araştırmacının neden "dinamik düşünme" bileşenini desteklediklerini düşündüğünü sorması üzerine yaptığı açıklamalardan Öğretmen M'nin "dinamik düşünme" bileşenini bildiği ancak araştırma dersinde hangi gerekçeyle gözlem notlarına bu bileşeni yazdığını hatırlayamadığı görülmüştür. Bunun üzerine öğretmenler arasında dinamik düşünmeye ilişkin şöyle bir tartışma geçmiştir;

***Ar**: Bu soru ile ilgili başka söylemek istediğiniz bir şey var mı? M hocam sen farklı bir şey buldun mu?*

M: *Ben yine dinamik düşünmeyi falan da almışım da neye dayanarak aldım.*

Ar: *Hocam okuyalım mı notlarınızdan?*

Ö: *Statik bir durum hakkında dinamik düşünme demiş. "Eğer ben bu şekli parçalarsam ve parçaların yerini değiştirirsem bu şeklin alanını hesaplamak kolaylaşacak mıdır?"*

Ar: *O şekilde akıl yürütme yani.*

A: *Aslında biraz öncekinde vardı o zaman.*

Ö: *Bir dönüşüm uygulandığında nelerin değişeceği nelerin aynı kalacağını merak etme. Bunu geçelim bu olmaz herhalde.*

Ar: *Dönüşüm dediği yansıma, simetri, öteleme dönüşümü…*

Ö: *Dönüşümün etkilendiği birçok durum oluşturma ve ortak özellikleri arama yoluyla. Bir de "Bir noktayı veya şekli sürekli olarak hareket ettirmenin yapacağı etkiyi düşünme ve bir noktadan diğerine gerçekleşen değişiklikleri tahmin etme yoluyla." "Dönüşüm altındaki sınırlı durumları ve uç durumları göz önünde bulundurma yoluyla" yapılır.*

A: *Bir var ama bak, ne yaptık? Aldık o tarafa taşıdık. Köşegen değişir mi, değişmedi. Evet dinamik yok mu burada. Hani aldık içinden, hani köşegeni üçgeni koyduk köşegenler aynı değişmedi.*

Ö: *Hareket ettirtiyor.*

A: *İçinden parçayı çekme yöntemiyle. Alan değişir mi diyor ya, biz o zaman köşegen kelimesini koyacağız oraya. Köşegen değişir mi, değişmez içinden parçayı aldığımızda.*

M: *Ya bunu düşünmediniz. Onda da hani ben bu yaptığımız hareket.*

Ar: *Şimdi dinamik kelimesi size dönüşümü çağrıştırmalı eğer böyle düşünecekseniz. Dönüşümü çağrıştırmalı. Dönüşüm dediğinizde ne var: yansıma, simetri, öteleme en başta değil mi? ... Karenin içinden üçgeni çıkardık diyorsunuz. Peki, o zaman buna dinamik düşünme diyeceksek, o zaman şununla da karışıyor: tek bir şeklin parçalarına odaklanma. Orada bir şeklin parçasına odaklandınız aslında.*

A: *Ben alan kelimesine takıldım orada.*

***Ö**: Değişmezleri araştırmada bir hareket yapacağız. Bu harekete göre farklı olup olmadığına bakacağız. Ama burada hareket yok. Parçayı herhangi bir yere taşımadık.*

***A**: Ama şimdi yapmıyor muyuz? Bak şimdi biz ne yapıyoruz, o parçayı hareket ettiriyoruz. Köşegen değiştiriyoruz bir hareket o da aslında.*

***Ö**: Değişmez ki zaten!*

***A**: Tamam işte değişmezleri araştırıyoruz, değişmiyor.*

***M**: Ama biz oradan söküyorduk diğer tarafa taşıyorduk ya* [ötelemeyi kastediyor], *o gerekiyor.*

***A**: İçinden almamız mı sıkıntı burada o zaman?*

***M**: Yani aldık ama gene aynı şey o ya bir parça.*

***A**: Şekli değiştirmediğimiz için değil mi?*

***M**: Hani bir yere ötelemedik, kaydırmadık, bir şey yapmadık, bir yere eklemedik. Hani o açıdan.*

***A**: Tamam.*

Bu tartışma sonucunda, toplantıda her ne kadar "dinamik düşünme" bileşeni ve hangi yollardan desteklenebileceği konusuna değinilse de, Öğretmen A'nın bu bileşenin desteklendiğine ve anlamına ilişkin algısının değişmediği, ancak; konuyu ortaya atan Öğretmen M'nin ve diğer öğretmenlerin bileşeni doğru anladığı ve yorumladığı görülmektedir.

Dört ve beşinci probleme ilişkin toplantı kayıtları, gözlem notlarıyla birlikte incelendiğinde öğretmenlerin tümünün "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma", "tanıdık durumlardan yararlanma" ve "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" bileşenlerini desteklediklerini ifade ettiği görülmüştür. Ayrıca Öğretmen T hariç tüm öğretmenlerin "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini desteklediklerini ifade ettikleri belirlenmiş ancak öğretmenlerin bu toplantıda dördüncü problemde desteklenen "amacı ön plana alma" bileşenini ele almadıkları da görülmüştür.

Altıncı problemin tartışılması ile toplantıya devam eden öğretmenlerden ilk olarak Öğretmen T, problemde "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" ve "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenlerinin, ardından Öğretmen S "amacı ön plana alma" bileşeninin desteklendiğini söylemiştir. Öğretmen Ö'nün de Öğretmen T'nin ifade ettiği "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşeninin desteklendiği fikrine katıldığını ve bunun şeklin içerisindeki alt şekillere odaklanma yoluyla olduğunu ifade etmiştir. Araştırmacı daha sonra söz almayan öğretmenlerden düşüncelerini söylemelerini istemiştir. Bunun üzerine Öğretmen S "amacı ön plana alma" bileşenini hangi yolla desteklediklerini şöyle açıklamıştır:

> *"Amaca yönelik keşif dedim. Yani amacı alanı bulmak, o yüzden oraya bir yükseklik çizebileceğini keşfetmesi var orada. O yüzden amaca yönelik keşif diyorum."*

Öğretmen S'nin bu açıklamasıyla yükseklik çizimini alana ulaşmada bir ara adım kabul ederek hedefe ulaşmayı sağlayacak ara adımları belirleme yoluyla "amacı ön plana alma" bileşenini desteklediklerini ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen M ise yalnızca "tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenini desteklediklerini söylemiş ancak keşif bileşeninin desteklenip desteklenmediği konusunda kararsız olduğunu söylemiştir. Tekrar söz alan Öğretmen Ö "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" ve "amacı ön plana alma" bileşenlerinin de desteklendiğini düşündüğünü söylemiştir.

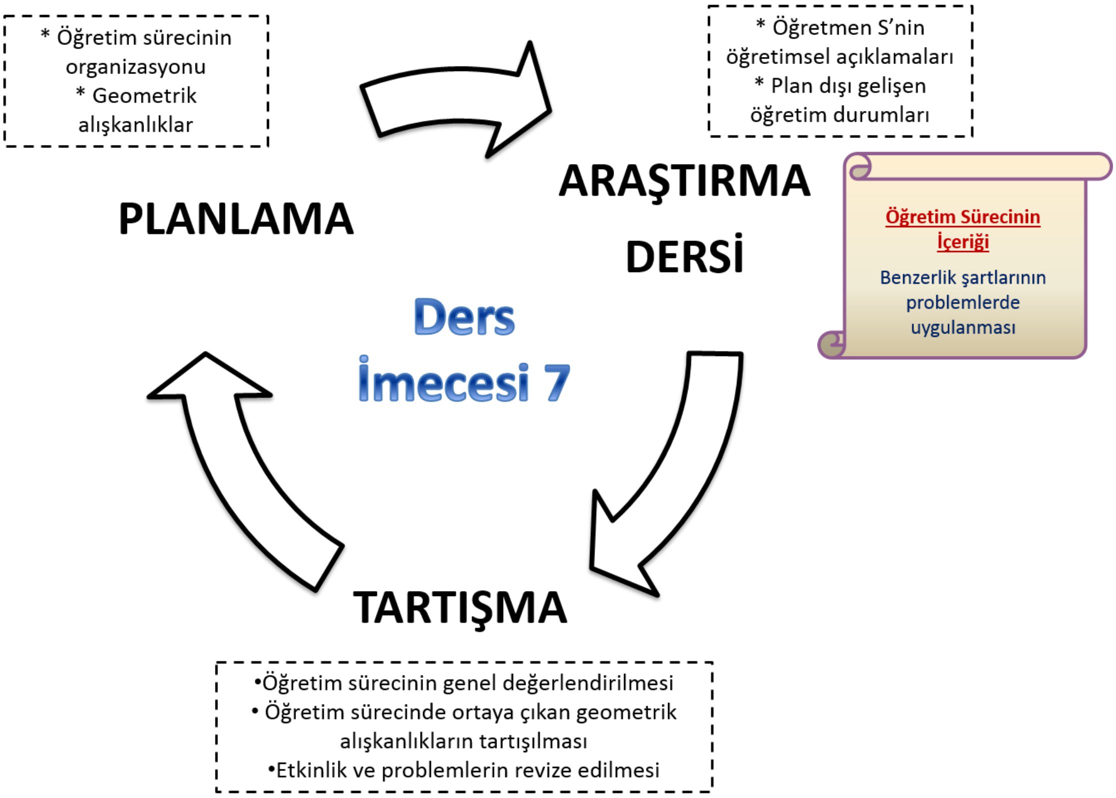
Son olarak araştırma dersinde ele alınan son problemi ele alan öğretmenler, ilk olarak öğrencilerin bir önceki problemi çözmelerinin bu problemi çözmelerini kolaylaştıracağını belirtmişlerdir. Öğretmenler problemde öğrencilerin genelleme sürecine ulaştıkları anda zil çalmasından dolayı probleme yönelik öğrenci çözümünün öğretmen tarafından tekrar anlatılamadığını da ifade etmişlerdir.

Öğretmenlerin tartışma toplantısında altıncı ve yedinci soruya ilişkin ifadeleri ve gözlem notları incelendiğinde tüm öğretmenlerin "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma", Öğretmen T, Ö, M ve A'nın "tanıdık durumlardan yararlanma" ve Öğretmen T, A ve S'nin "amacı ön plana alma" bileşenlerini desteklediklerini ifade ettiği görülmüştür.

Toplantının sonunda araştırmacının planlamaya yönelik herhangi bir revizyon kararı alıp almadıklarını sorması üzerine, Öğretmen Ö yalnızca gelecekte bu planı uygulayacak öğretmenlere öğrencilerin özel örnekler üzerinden doğru sonuca ulaşmaya yönelik çözüm yollarını desteklemeyip, genelleme süreçlerini geliştirmeyi ve matematiksel olarak kesin doğru sonuçlara ulaşmalarını öğretmeyi önermiştir. Araştırmacı öğretmenin bu önerisine katıldığını ifade etmiş ve öğretmenlerin kazanımlarını gözlem günlüklerine yazmaları ile toplantı bitirilmiştir.

Ders İmecesi 7

Yedinci ders imecesi planlama aşaması, araştırma dersi ve tartışma aşaması olmak üzere 3 aşamadan oluşmaktadır (Şekil 68).



Şekil 68. Yedinci Ders İmecesine Ait Organizasyon Şeması

Bu aşamalardan ilki olan planlama aşamasında öğretmenlerin öğretim sürecini nasıl ve hangi geometrik alışkanlıkları destekleyecek şekilde planladıkları açıklanmıştır. Ardından Öğretmen S'nin işlediği araştırma dersi süreci ayrıntılı bir şekilde betimlenerek, ders esnasında öğretmenin yaptığı öğretimsel açıklamalara ve plan dışı (spontane) gelişen öğretim durumlarına değinilmiştir. Son olarak, tartışma oturumu detaylı olarak incelenmiş, öğretim süreci ve bu esnada ortaya çıkan geometrik alışkanlıklar ve öğretmenlerin yedinci ders imecesine ait planlamalarını revize ettiği noktalar vurgulanmıştır.

Ders İmecesi 7 – Planlama Toplantısı

Yedinci ders imecesinin planlama aşamasında ders imecesi ekibi "Üçgenlerde benzerlik şartlarını problemlerde uygular." kazanımına yönelik Öğretmen S'nin anlatacağı dersin planlamasını yapmışlardır. Öğretmenlerin bu kazanıma yönelik araştırma dersini nasıl planladıklarına ilişkin organizasyon şeması Şekil 69'da verilmiştir.

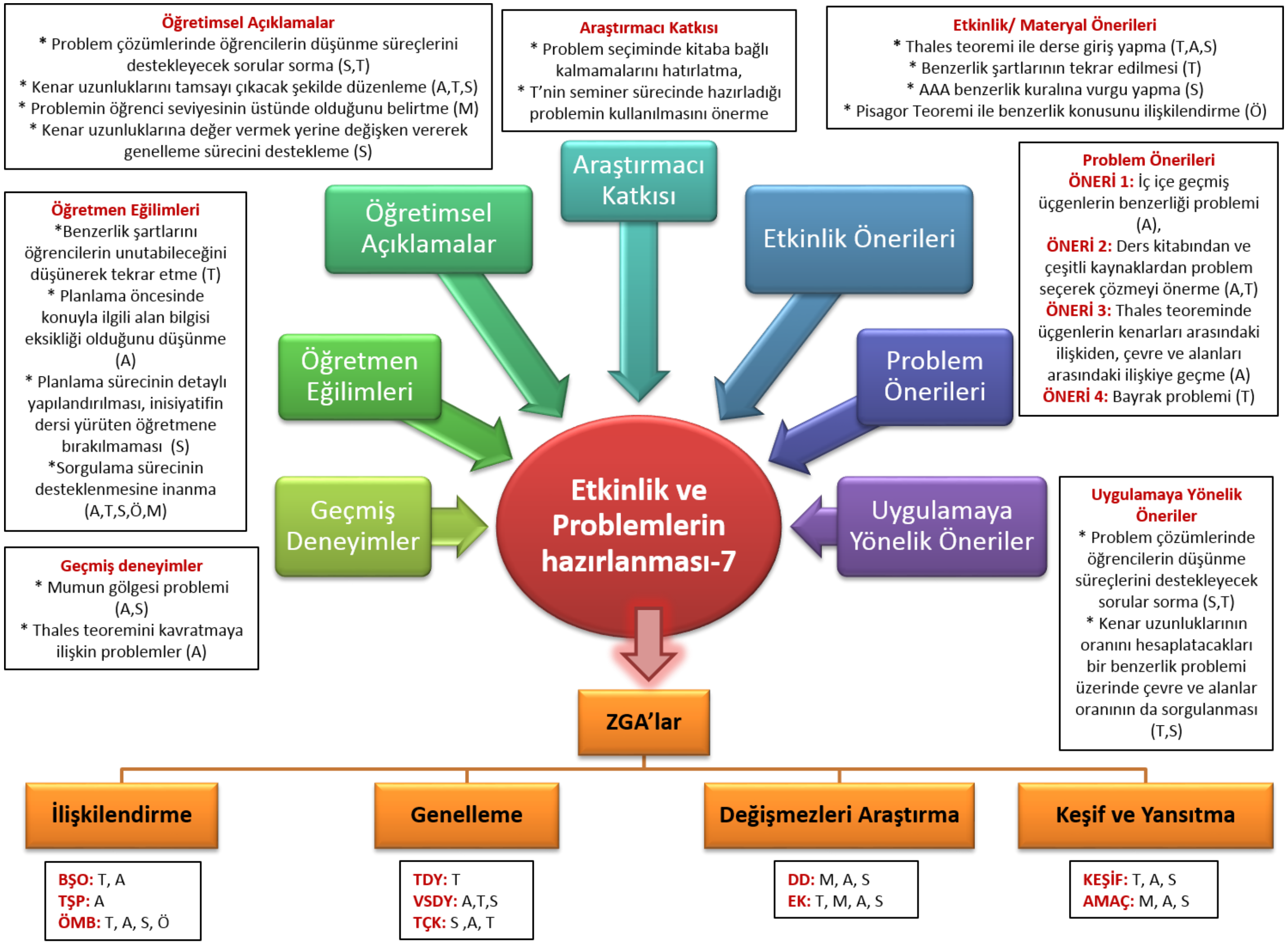
Planlama aşamasında öncelikle öğretmenler geçmiş yıllarda konuyla ilgili ne tür problemler çözdüklerine yönelik paylaşımda bulunmuşlardır. İlk olarak söz alan Öğretmen A'nın mum örneğine kesinlikle yer verdiğini söylemesi üzerine Öğretmen S de gölge örneğine yer verdiğini ifade etmiştir. Öğretmen A ise Tales (Thales) Teoremi ile ilgili kolay olarak nitelendirdiği üç tane problem çözdüğünü söylemiştir. Öğretmenler geçmiş deneyimlerini paylaştıktan sonra planlamaya yönelik ilk olarak öneride bulunan Öğretmen T öncelikle Tales Teoreminin verilmesi gerektiğini söylemiş, Öğretmen A ve S de bu düşünceye katıldıklarını ifade etmişlerdir.

Öğretmen T daha sonra benzerlik şartlarının tekrar edilmesini ve öğrencilere çeşitli şekillerin benzer olup olmadıklarını soracakları örnekler vermelerini önermiştir. Ayrıca süreçte öğrencilerin benzerliği keşfetmesi durumunda "hangi üçgenlerin benzer olduğu, hangi kenarlar arasında orantı kurulabileceği ve benzerlik oranının keşfedilmesi üzerine tartışma ortamı yaratarak sorgulayıcı bir yaklaşım" sergilemelerini söylemiştir. Bu önerisiyle öğretmenin "bağımsız şekillere odaklanma", "özel muhakeme becerilerini kullanma" ve "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenlerini desteklemeye çalıştığı gözlemlenmiştir.

Daha sonra Öğretmen A öğrencilerin iç içe geçmiş üçgenlerin benzerliğini keşfetmelerini içeren bir problem önermiştir. Bu yolla da hem "bağımsız şekillere odaklanma" hem de "tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma" bileşenlerini destekleyebileceklerini açıkça söylemiştir. Problemde iç içe çizilmiş üçgenleri içeren şekilde, taban kenarlarını paralel vermemelerini öneren Öğretmen T bu yolla öğrencilerin keşfetme sürecini desteklemeye çalışmıştır. Öğretmen A burada kendi alan bilgisi eksikliğini de vurgulayarak önceden sadece paralel olduğu durumlarda üçgenlerin benzer olduğunu sandığını söylemiştir.

Öğretmen S ise bu problemi tahtaya yazdıktan sonra üçgenlerin benzerliği hakkında ne söyleyebileceklerini ve bu üçgenlerin benzer olduklarına nasıl karar vereceklerini öğrencilere soracağını söylemiştir. Öğretmen T bu yolla öğrencilerin benzerlik şartlarını da öğrenip öğrenmediklerini yoklayacaklarını ifade ederek öğrenci düşüncesini ön plana alan bir yaklaşım sergilemiştir. Öğretmen T bunu gerçekleştirebilmeleri için öğrencilere *"Hangi özelliği olsa bu kenarı bulabiliriz? Bir tane açı verip, diğerlerinin eşit olup olmadıklarını nerden biliyoruz diyebiliriz."* şeklinde sorular sormayı önermiştir. Öğretmen T'nin önerileri ve sorularıyla "bağımsız şekillere odaklanma" ve "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama" bileşenlerini desteklediği görülmüştür. Öğretmen T'nin önerilerinden sonra Öğretmen S de AAA benzerliği kuralını vurgulamaları gerektiğini söylemiş ve "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" destekleyici önerilerde bulunmuştur.

Ardından Öğretmen A kitaptan bir örneği göstererek araştırma dersinde çözmeyi önermiştir. Öğretmenler bu problem üzerine tartışmışlar ve öğrenciler Pisagor teoremini de öğrenmiş olduğundan bu problem üzerinde değişiklikler yaparak benzerlikten çözülmesi için revize etmişlerdir. Ardından öğretmenler çeşitli kaynaklardan birkaç örnek üzerinde daha tartışmışlar ve Öğretmen T araştırma dersini yürütecek olan Öğretmen S'ye içlerinden birini seçerek sınıfta çözebileceğini söylemiştir. Bunun üzerine Öğretmen S kararın yalnızca kendine bırakılmamasını söylemiş ve toplantıda seçilmesi için diğer öğretmenlerden yardım istemiştir. Burada Öğretmen S'nin ders imecesi sürecinde planlamayı daha detaylı yapmanın önemini fark ettiği görülmüştür. Bunun üzerine Öğretmen T kitaptan iki problem daha seçmiş ve bu problemi sorabileceklerini söylemiştir. Öğretmen A bu esnada öğrencilerin "keşfi ön plana alma" sürecini destekleyebilecek türden sorular seçebileceklerini söylemiştir. Öğretmen T'nin çeşitli kaynaklardan örnekleri araştırma dersi için önermesi üzerine araştırmacı örnekleri neye göre seçtiklerini ve hangi geometrik alışkanlıkları desteklemeye çalıştıklarını sormuştur.



Şekil 69. Yedinci Ders İmecesinin Planlama Aşamasına İlişkin Organizasyon Şeması

Öğretmen T bu soruyu şöyle yanıtlamıştır:

> *"Şey hocam birinci örnekte geçmiş konular üzerinde duruyoruz zaten. Bütün benzerlik özelliklerini tekrar ediyoruz. Benzerliği söyleyebilirlerse keşfetmiş oluyorlar. Keşfetmesi lazım. Şöyle bir soru sorabilir miyim? Bir tane üçgen. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme açısından sordum. Diyelim ki burada bayrak var bunu koyuyorsun. Diyelim ki burası altı metre. Burası sekiz metre diyelim gölgesi. Bir adam var burada nerede durmalı ki gölgesinin uç noktası tam buraya gelsin. Adamın boyunu veririz. Böyle bir soru sorarsak. Zor olur değil mi böyle bir soru? (...)Ya da şöyle olacak bayrak direğinin önündeki adamın tam direğin gölgesine rast gelebilmesi için adam boyu ne kadar olmalı veya nerede durmalı. Tam bu şekilde bir soru yapılabilir. Olabilir mi böyle bir soru?"*

Bu ifadesinden de görüldüğü gibi öğretmen önerdiği bu problem yardımıyla "keşfi ön plana alma" ve "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenlerini destekleyeceğini söylemiş bunun yanı sıra iki şekil arasında benzerlik ilişkisi kurmasıyla "bağımsız şekillere odaklanma" ve orantısal muhakeme yapmasıyla "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenlerini desteklemiştir. Öğretmen M, A ve S ile birlikte problem üzerine yapılan tartışmalarda, öğretmenlerin "dinamik düşünme", "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" ve "amacı ön plana alma" bileşenlerini de desteklemeye çalıştıkları görülmüştür. Öğretmen A'nın problemin sonucunun tam sayı çıkmadığını söylemesi üzerine Öğretmen T, Öğretmen S'ye kenar uzunluklarını isterse değiştirebileceğini söylemiştir.

Daha sonra Öğretmen T, ellerindeki kaynağı göstererek çember problemi olarak adlandırdıkları bir problemi çözmelerini önermiştir. Öğretmen M ise öğrenci düşüncesini ön plana alan bir yaklaşımla bu problemin öğrencilerin seviyelerinin üstünde olduğunu söylemiştir. Ardından araştırmacı öğretmenlere problem hazırlama konusunda kitaba bağlı kalmak zorunda olmadıklarını hatırlatmış ve Öğretmen T'nin imece öncesi seminer sürecinde hazırladığı problemi uyarlayıp kullanabileceklerini söylemiştir. Öğretmenler bu önerinin üzerinde durmamış ve bu sırada Öğretmen A'nın önerdiği bir problem üzerine tartışmaya başlamışlardır. Öğretmen A bu önerisinde Tales teoreminin uygulanacağı şekilde ancak öğrencilerin üçgenlerin açıları, çevreleri ve alanları arasındaki ilişkiyi kavratabilecekleri bir problem yazabileceklerini söylemiş, ardından öğretmenlerle problemi yapılandırmıştır. Öğretmen A'nın önerisi ve T'nin de katkılarıyla öğretmenlerin iki üçgen arası benzerlik ilişkisi kurma yoluyla "tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma" ve orantısal muhakeme yapmaları yoluyla da "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini destekleyici bir yaklaşım sergiledikleri görülmüştür.

Toplantının devamında Öğretmen S de kullandıkları kaynaktan bir problemi araştırma dersinde sormak üzere önermiştir. Araştırmacı öğretmenlere bu problemi düzenleyerek üçgenlerle dikdörtgenler arasında ilişki kurabileceklerini söylemiştir. Öğretmenler bir süre problemin üzerinde çalıştıktan sonra, sınavlarda çıkmış olan benzerlik problemlerini de incelemişlerdir. Bu problemler üzerine tartışmaya başladıklarında, Öğretmen T problemlerden birini revize ederek öğrencilerin yalnızca benzerliği keşfetmelerini değil alanlar oranını da keşfetmelerini istemeyi önermiş ve "özel muhakeme becerilerini kullanma" destekleyici bir yaklaşım izlemiştir. Öğretmen S bu problemi öğrencilerin üçgenlerde yükseklikten yararlanarak çözebileceğini söylemiştir. Öğretmen A ise problemi beğendiğini ve öğrencilerin verilen 3 üçgenin alanları arasındaki ilişkiyi bu yolla fark edebileceklerini söylemiştir. Bu problemin çözümüne ilişkin Öğretmen T ve A, öğrencilerin üçgenlerin alanları arasındaki örüntüyü orantısal muhakemeyi nasıl keşfedebileceklerine yönelik tartışarak öğrenci düşüncesini ön plana alan bir yaklaşım sergilemişlerdir. Ayrıca bu tartışma esnasında Öğretmen A ve T'nin orantısal muhakemeyi vurgulamaları ile "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini ve geometrik şekil sınıfına yönelik kuralı belirleme yoluyla "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" bileşenini destekleyici bir yaklaşım sergilemişlerdir. Öğretmenlerin bu yaklaşımı doğrultusunda Öğretmen S de ders esnasında öğrencilerin genellemeye ulaşmasını sağlayabileceğini ifade etmiştir.

Toplantının devamında öğretmenler, toplantının başından itibaren kaç tane problem yazdıklarını gözden geçirmiş ve aynı türden olan bazı problemleri revize etmişlerdir. Araştırmacı bu sırada planladıkları ilk iki problem yardımıyla desteklenebilecek geometrik alışkanlıkları tartıştıklarını ancak diğer problemlerdeki geometrik alışkanlıkları henüz tartışmadıklarını hatırlatmıştır. Bunun üzerine Öğretmen A, T ve S problemleri inceleyerek "keşfi ön plana alma", "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" ve "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" bileşenlerine vurgu yaptıklarını ifade etmişlerdir. Problemlerin incelenmesi üzerine araştırmacı öğretmenlere benzerlik konusunda kenar uzunlukları ilişkilendirmesi, çevre ilişkilendirmesi ve alan ilişkilendirmesi için ayrı ayrı problemler çözmek yerine tek bir problem üzerinden bu ilişkilendirmelerin incelenmesi hakkında ne düşündüklerini öğretmenlere sormuştur. Burada Öğretmen T problemi araştırmacının bu sorusu doğrultusunda revize etmeye çalışırken, Öğretmen S'nin de kenar uzunluklarına belirlemeye çalışmıştır. Ancak Öğretmen T'nin burada Öğretmen S'ye kenar uzunluklarına değer vermek yerine değişken vermeyi önerdiği ve bu yolla genelleme sürecini desteklemeye çalıştığı görülmüştür.

Planlama sürecinin devamında Öğretmen T açık uçlu bir problemi çoktan seçmeli bir soruya dönüştürerek *"Şekilde verilen bilgilere dayanarak hangi şıkta verilen oran elde edilemez?"* şeklinde ve şıklarında benzerlik oranı, kenar uzunlukları oranı, alanlar oranı gibi yanıtların yer alacağı bir soru önermiştir. Bu önerisiyle "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini desteklemeye çalışan Öğretmen T'ye, Öğretmen S bu problemin çözümünde sıkıntılar yaşanabileceğini ve öğrencilere zor gelebileceğini söylemiştir. Bunun üzerine Öğretmen T sorunun zor olmadığını iddia ederken, araştırmacı da sorunun zor olmasından ziyade açık ve net olmadığı ve anlaşılması zor olduğunu söylemiştir. Öğretmen T bu problemi araştırmacının tek bir problemde bu ilişkileri kurmaları hakkında düşüncelerini sorması üzerine söylediğini ifade eden Öğretmen T, bu önerisinden vazgeçerek çözecekleri her bir problemde çevreler ve alanlar arasındaki ilişkiyi öğrencilere sorarak genelleme bileşenini destekleyici bir yaklaşım önermiştir. Öğretmen T ilk problem üzerinde çalışmaya devam etmiş ve çeşitli önerilerde bulunarak Öğretmen S ile birlikte öğrencileri kenar uzunluklarını ilişkilendirdikten sonra, çevreleri ve alanları arasında da bir ilişki kurmaya yönlendirecek şekilde bir revizyon yapmışlardır.

Bu sırada toplantıya katılan Öğretmen Ö araştırma dersi için günlük hayatla ilişkilendirme içeren bir problem örneği vermiş, Öğretmen T ise benzer bir problemi zaten ders planlamasına eklediklerini belirtmiştir. Araştırmacı toplantıya yeni katılan Öğretmen Ö'ye toplantının başından beri öğretmenlerin araştırma dersini planlamaya yönelik aldıkları kararları açıklamıştır. Öğretmenlerin derse benzerlik şartlarını açıklayarak başlamayı, ardından bir problem durumu içerisinde temel benzerlik teoremini vermeyi, daha sonra ise çeşitli problem durumları üzerinde öğrencilerin üçgenlerin benzerliğini sorgulayacakları tartışma ortamları yaratmayı düşündüklerini söylemiştir. Ayrıca öğretmen kitabında ek uygulama başlığı altında verilen problemlerden çözmeyi de düşündüklerini söyleyerek, planlama aşamasını özetlemiştir. Bu sırada Öğretmen T önceden tasarladığı bayrak problemini dersin bu aşamasında çözmeyi tekrar önermiştir. Ardından kelebek sorusu olarak adlandırdığı bir benzerlik problemini daha önermiş, ancak Öğretmen Ö bu problemin de AAA benzerlik şartından çözüleceğini ifade ederek bu öneriyi kabul etmemiş ve bir yamuk şekli çizilerek benzerlik yardımıyla kenar uzunluğunun bulunması sürecini içeren bir problem durumu önermiştir.

Toplantının sonunda öğretmenler problemlerin sıralaması üzerine tartışarak plana son halini vermeye çalışmışlardır. Öğretmen M bu tartışma esnasında dersin Tales teoremi ile ilgili kısımda özellikle genelleme bileşenini destekleyici bir yaklaşım olarak sorgulama sürecinin yer alması gerektiğini belirtmiştir. Öğretmen T ise araştırma dersi için benzerlik konusunu günlük hayatla ilişkilendirme vurgusu yapılması gerektiğini söylemiştir. Öğretmen S ise derse ilişkin çevreler ve alanlar arasında ilişki kurulmasının önemli olduğunu söylemiş, öğrencilerin orantısal muhakeme yapmalarına imkan sağlanması yoluyla “özel muhakeme becerilerini kullanma” bileşenini desteklemeye vurgu yapmıştır. Öğretmen Ö ise öğrencilerin Pisagor teoremini bildiklerini hatırlatmış, problem durumunda benzerlik konusu ile Pisagor teoremini ilişkilendirmelerini söylemiştir. Ayrıca öğrencilerin problemi çözme sürecinde yapacakları alanlar arası orantısal muhakemeye vurgu yaparak “özel muhakeme becerilerini kullanma” bileşenini destekleyici bir yaklaşım olarak problem durumunda verilen Tales teoreminde arada kalan dörtgenin alanını sorgulayabileceklerini belirtmiştir. Öğretmenlerin planlama sürecinde 6 problem üzerine odaklandıkları ancak ders esnasında süreleri yettiği takdirde çözmek üzere 2 problem hazırlayarak toplantıyı tamamlamışlardır.

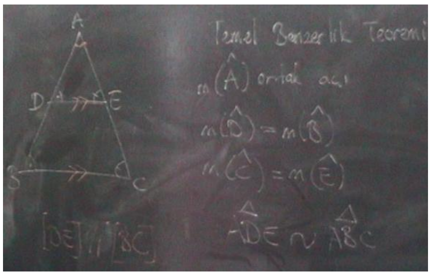
Ders İmecesi 7 – Araştırma Dersi

Yedinci ders imecesinde Temel Benzerlik Teoremi etkinliği ve benzerlik şartlarını problemlerde uygulama konularına ilişkin araştırma dersi Öğretmen S tarafından yürütülmüştür. Ders içeriğinin özeti ve bu derste desteklenen geometrik alışkanlıklar Tablo 19’da görülmektedir.

Tablo 19. Yedinci Ders İmecesinin Araştırma Dersi İçeriği Ve Bu Derste Desteklenen Geometrik Alışkanlıklar

TEMEL BENZERLİK TEOREMİ ETKİNLİĞİ (E)

- *"İki üçgenin birbirine benzer olduğunu nasıl anlıyoruz?" sorusunu sorarak öğrencilerin ön bilgilerini yoklama,*
  - ➢ *Öğrencilerden biri üçgenin diğerine göre büyütülmüş ve küçültülmüş olması gerektiğini vurgulama,*
- *Tahtaya iç içe geçmiş iki üçgen çizerek, benzerlik şartlarını taşıyıp taşımadığını ve açıların eşliğini (yöndeş açıları) tartışmalarını isteme,*
  - ➢ *Öğrencilerden biri soruda verilen bilgilere yönelik soru sorar (İki üçgen arasında bir benzerlik kurulup kurulamayacağına karar vermek için [DE]//[BC] mi diye sorma*
- *Öğretmen [DE] ve [BC] kenarlarının paralel olması durumunda belirtilen açıların eş olacağını söyler,*
- *Benzerliği matematiksel olarak ifade etmelerini isteme,*
- *Benzerliğin türünü belirlemelerini isteme, Benzerliğin neden AAA olduğunu açıklama.*



Desteklenen Bileşenler (E)

-bağımsız şekillere odaklanma,

-tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma,

-tanıdık durumlardan yararlanma,

-tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama,

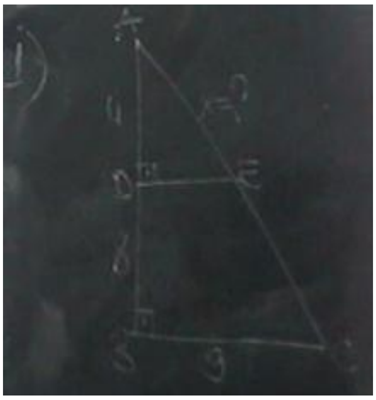
-dinamik düşünme,

-amacı ön plana alma,

Problem 1

İç içe 2 dik üçgenden küçüğün hipotenüsünü hesaplama

- ➢ Benzerlik oranı yardımıyla kenarı hesapladıktan sonra öğretmen çevreler oranını sorar,
- ➢ Çevreler oranını söyleyen öğrenciye her bir kenarı hesaba katmadan bulabilir miydik diye sorar ("tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" bağlamında)
- ➢ Daha sonra alanlar oranını sordu,
- ➢ Öğrencilerden alanlar oranı çevreler oranının iki katıdır cevabı gelince öğretmen diğer öğrencilere "öyle midir?" diye sorarak cevabı sorgulamaya yöneltti,
- ➢ Daha sonra karesidir cevabı gelmesi üzerine öğretmen öğrencilere düşünmeleri için fırsat verir,
- ➢ Son olarak bu oranın ½ olması gerektiği cevabı gelince öğretmen yanıt üzerinde tartışma açar ve öğrencilerin düşünme yollarını irdeler,
- ➢ Bir öğrencinin soruda 4 ve 8 cm lik kenar uzunluklarına odaklandıklarını fark eden öğretmen büyük üçgenin kenar uzunluğu olan 12 cm ile karşılaştırma yapmaları gerektiğini söyler,
- ➢ Son olarak matematiksel karşılaştırmalar yapılır ve alanlar oranı bulunur.



Desteklenen Bileşenler (P1)

-bağımsız şekillere odaklanma,

-tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma,

-özel muhakeme becerilerini kullanma,

-varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma,

-tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama,

-keşfi ön plana alma,

-amacı ön plana alma.

Problem 2

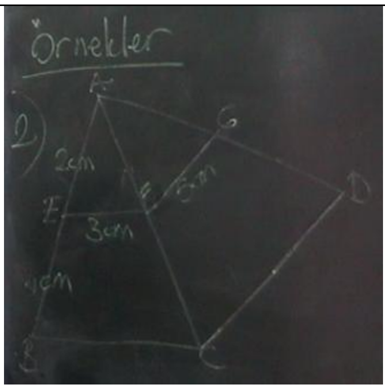
Bir kenarı ortak iki üçgende benzerlikten yararlanarak kenarlar toplamını bulma

"Yandaki şekilde [EF]//[BC] , [FG]//[CD] olduğuna göre |BC|+|CD| kaçtır?"

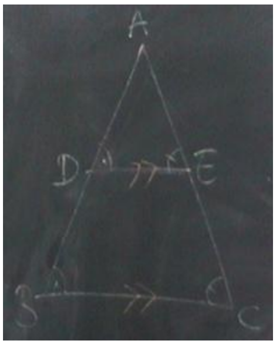
Desteklenen Bileşenler (P2)

-bağımsız şekillere odaklanma,

-tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere

	odaklanma, -özel muhakeme becerilerini kullanma, -amacı ön plana alma.
Problem 3 *İç içe çizilmiş üçgende benzerliği keşfetme ve kenar uzunluğunu bulma* (3-5-15 örneği)	**Desteklenen Bileşenler (P3)** "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma" -"özel muhakeme becerilerini kullanma" "amacı ön plana alma"
Problem 4 *Bir yamukta kenar uzunluğu bulmak için üçgende benzerlikten yararlanma (üçgene tamamlama)*	**Desteklenen Bileşenler (P4)** -tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma, -özel muhakeme becerilerini kullanma, -tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma, -amacı ön plana alma, -"keşfi ön plana alma.

Dersin başında öğretmen öğrencilere önceden işledikleri benzerlik konusu hakkında problemler çözeceklerini söylemiştir. Ardından öğrencilere *"İki üçgenin birbirine benzer olduğu nasıl anlıyoruz?"* sorusunu yöneltmiştir. Bir öğrenci benzer olabilmeleri için üçgenlerden birinin diğerine göre büyültülmüş ya da küçültülmüş olması gerektiğini ifade etmiştir. Bu sorusuyla öğrencilerin ön bilgilerini yokladıktan sonra öğretmen tahtaya bir şekil çizerek (Şekil 70) öğrencilerden bu şekildeki üçgenlerin benzer olup olmayacaklarını tartışmalarını istemiştir.



Şekil 70. Öğretmen S'nin Temel Benzerlik Teoremini Anlatırken Tahtaya Çizdiği Şekil

Öğretmen daha sonra öğrencilerden şekildeki yöndeş açıları ve benzer üçgenleri belirlemelerini istemiştir. Bir öğrencinin D ve B açılarının eş olabileceğini söylemesi üzerine öğretmen bu açıların eş olduğunun nasıl bilineceğini sormuştur. Başka bir öğrenci ise bu esnada [DE] ve [BC] kenarlarının paralel olup olmadığını sormuştur. Bunun üzerine öğretmen [DE] ve [BC] kenarlarının paralel alması durumunda belirtilen açıların eş olacağını söylemiştir. Öğretmen belirtilen eş açıların isimlerini sormuş ve aldığı bazı hatalı yanıtlardan sonra bir öğrenci bu açıların yöndeş açılar olduklarını söylemiştir. Ardından tahtaya "Temel Benzerlik Teoremi" başlığını yazarak eş açıları, hangi üçgenlerin (ADE ile ABC üçgenleri) benzer olduğunu ve benzerlik oranını matematiksel bir dille tahtaya yazmıştır. Bunları yazdıktan sonra bu üçgenler arasında hangi tür bir benzerlik olduğunu öğrencilere sormuştur. Öğrencilerden AAA ve AKA benzerliği yanıtları gelmesi üzerine öğretmen AAA benzerliği diyenlerin haklı olduğunu söyleyerek sınıfa nedenini açıklamıştır.

Dersin devamında benzerlik konusunun problemlerde uygulanmasına geçen öğretmen tahtaya bir problem (Tablo 19 Problem 1) yazmıştır. Öğrencilere soru üzerinde düşünmeleri ve çözüm geliştirmeleri için belirli bir süre vermiştir. Daha sonra öğretmen öğrencilerden birini tahtaya kaldırmış ve öğrenci üçgenlerin benzerliğinden yararlanarak problemi çözmeye başlamıştır. Öğrenci tahtaya öncelikle hangi üçgenler arasında benzerlik olduğunu yazmış, sonra karşılıklı kenarların uzunluklarından yararlanarak orantıyı kurmuş ve ardından Pisagor bağıntısından yararlanarak da sonucu bulabileceklerini söylemiştir. Öğretmen öğrencinin çözümünden sonra sınıfa *"Eğer size çevrelerin oranını sorsaydım ne derdiniz?"* diye sormuştur. Bir öğrencinin kısa süre içerisinde *"üç"* yanıtını vermesi üzerine öğretmen bu yanıtın gerekçesini öğrenciye sormuştur. Öğrenci üçgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları oranını açıklamış sonra kenar uzunlukları toplamlarının oranının da üç olacağını belirtmiştir. Öğretmen bu yanıtın üzerine benzer üçgenlerde çevre uzunluklarının arasında nasıl bir ilişki olduğunu öğrencilere sormuştur. Öğrenciler çevre uzunlukları oranının benzerlik oranına eşit çıktığını söylemişlerdir. Burada öğretmenin öğrencilere çözüm kümesi üzerinde genelleme yapma fırsatı verdiği görülmüştür.

Daha sonra öğretmen iki üçgenin alanları oranı hakkında ne düşündüklerini öğrencilere sormuştur. Bir öğrencinin benzerlik oranının iki katı olacağını söylemesi üzerine öğretmen diğer öğrencilerin de bu yanıtın üzerine tartışmalarını istemiştir. Başka bir öğrenci benzerlik oranının karesi olacağını söyledikten sonra ise öğretmen öğrencilerin bu yanıt üzerine de düşünmelerini istemiştir. Başka bir öğrenci ise benzerlik oranının ½ olması gerektiğini söylemiştir. Öğretmen diğer öğrencilerin de bu yanıt ve gerekçeleri üzerine tartışmalarını istemiştir. Bir öğrenci söz alarak yanıt veren öğrencinin benzerlik oranını hesaplamada 4 cm ve 8 cm uzunluklarının oranını göz önünde bulundurduğunu, oysa 4 cm ile 12 cm uzunluklarını oranlayarak benzerlik oranını bulması gerektiğini söylemiştir. Öğretmenin burada tartışma yoluyla öğrencilerin birbirlerinin hatalarından ve farklı yanıtlarından öğrenmelerini sağladığı görülmüştür. Öğretmen tahtaya çizilen şekil üzerinde öğrencilerin gerekçelerini açıkladıktan sonra öğrenciler ilgili şekilde hangi uzunlukların oranlanması gerektiğini ve benzer üçgenlerin alanları oranını tahtada incelemiştir. Öğretmen öğrencilere üçgenin alanının nasıl hesaplandığını öğrencilere sorar ve hatırlamalarını sağlamıştır. Alanların ölçüleri hesaplayan öğrenciler bu oranı "dokuz" olarak bulmuşlardır. Öğretmen burada alanların oranlarının benzerlik oranının karesine eşit olduğunu genellemesini öğrencilere söylemiştir.

Dersin devamında öğretmen tahtaya yeni bir problem (Tablo 19 Problem 2) yazmıştır. Problemi çözmek üzere tahtaya kalkan öğrenci öncelikle üçgenlerdeki eş açıları göstermiş ve benzerlik oranından yola çıkarak orantıyı yazmıştır. Çözüm sürecinde öğretmen öğrenci tarafından yapılan işlemlerin gerekçelerini diğer öğrencilere anlatmıştır. Ayrıca öğretmen öğrenci tarafından yapılan çözümü sınıfa tekrar açıklamıştır. Ardından öğretmen tahtaya yeni bir problem (Tablo 19 Problem 3) yazmıştır. Öğrencilere çözümü yapması için belli bir süre bekledikten sonra öğretmen, şekil üzerinde üçgenlerin benzerliği ile ilgili açıklamalar yaparak öğrencilere ipucu vermiştir. Daha sonra öğrencilerden birini tahtaya kaldırmıştır. Öğrenci üçgenlerin benzerliğini matematiksel bir dil kullanarak AED≈ABC biçiminde göstermiştir. Öğretmen öğrencinin yaptığı çözümün doğru olup olmadığını sınıfa sormuş ve sınıfta tartışma ortamı yaratmıştır. Ancak bu tartışma sonucunda öğretmen gerekçeleri kendisi açıklayarak çözümün doğru olduğunu söylemiştir. Ardından öğretmen tahtaya yeni bir problem (Tablo 19 Problem 4) yazarak derse devam etmiştir. Çözüm için öğrencilere yeterli zaman verildikten sonra bir öğrenci şeklin içerisine üçgen çizilebileceğini söylemiş ancak yaptığı ek çizim yoluyla (Şekil 58) problemi çözüme götürmemiştir.

Ardından tahtaya kalkan başka bir öğrenci tüm şekli bir üçgene tamamlama yoluyla üçgenlerin benzerliğinden yararlanarak problemi çözmeye başlamıştır. Ara adımda öğrencinin [EF]//[CD] yazması üzerine öğretmen öğrenciye bunu neye göre yazdığını sormuştur. Öğrencinin nedenini açıklayamaması üzerine öğretmen öğrencinin çizimini tahtadan silmiş ve kendi çizimini (Şekil 58) yapmıştır. Öğretmen bu çizimde AKFE paralelkenarını oluşturduğu vurgulamıştır. Öğretmen öğrenciden yaptığı çözümde [EF]//[CD] ifadesinin gerekçesini söylemesini istemesine rağmen bu özellikten yararlanmış ve bunun nedenini kendi çözümünde açıklamamıştır. Öğretmen, oluşan paralelkenar ve üçgenin parçaları arasında ilişkilendirme yaparak şeklin sağında kalan üçgen içinde benzerliği göstermiştir. Ardından aynı öğrenciyi tekrar tahtaya kaldırmıştır. Öğrenci problemin çözümünde orantıyı doğru bir şekilde oluşturarak çözüme ulaşmıştır.

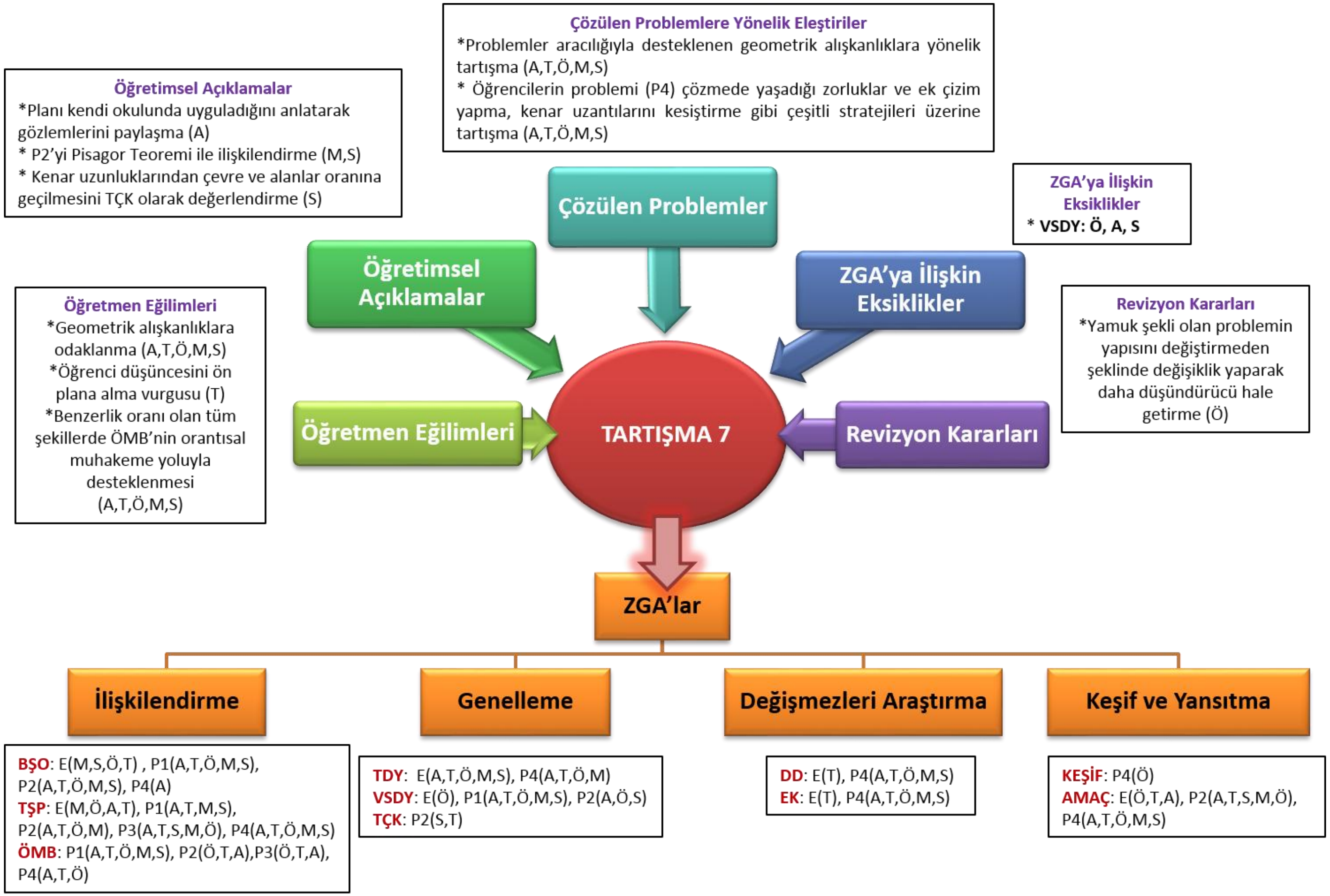
Ders İmecesi 7 – Tartışma Toplantısı

Yedinci ders imecesinin tartışma toplantısında öğretmenler, Öğretmen S’nin işlediği araştırma dersi üzerine tartışmışlardır. Tartışma toplantısının organizasyon şeması Şekil 71’de verilmiştir. Yedinci tartışma toplantısında öğretmenler ilk olarak Öğretmen S’nin işlediği temel benzerlik teoremi etkinliği üzerine tartışmışlardır. Öğretmenlerin bu toplantıda etkinliğin yapılması sürecindeki uygulamalar, öğretimsel açıklamalar ya da etkinliğin revizyonu üzerine tartışmadıkları yalnızca etkinlikle desteklenen geometrik alışkanlıklar üzerine odaklandıkları görülmüştür. İlk olarak söz alan Öğretmen T bu etkinlikte “keşfi ön plana alma” yoluyla keşif ve yansıtma bileşeninin desteklendiğini söylemiştir. Öğretmen Ö ise bu etkinlikte “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan yararlanma” ve “varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma” yoluyla genelleme bileşeninin desteklendiğini gerekçesiyle ifade etmiştir. Ardından Öğretmen A da “keşfi ön plana alma” yoluyla keşif ve yansıtma bileşeninin desteklendiğini söylemiştir. Daha sonra kalan analizine devam eden Öğretmen T bu etkinlikte “bağımsız şekillere odaklanma”, “tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma”, “dinamik düşünme” ve “etkilerin kanıtlarını kontrol etme” bileşenlerini desteklediklerini ifade etmiştir. Öğretmen Ö ise bu etkinliğin keşif ve yansıtma bileşenini destekleyici nitelikte olduğunu ancak “keşfi ön plana alma” yerine etkinlikteki ara adımları belirleme yoluyla “amacı ön plana alma” bileşenine yönelik olduğunu öğretmenlere açıklamıştır. Öğretmenlerin temel benzerlik teoremine ilişkin gözlem notları tartışma toplantılarındaki ifadeleriyle birlikte incelendiğinde, Öğretmen A hariç tüm öğretmenlerin etkinlikte desteklenen "bağımsız şekillere odaklanma" bileşeni, Öğretmen S hariç tüm öğretmenlerin ise "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşeni yoluyla ilişkilendirme bileşenini desteklediklerini doğru bir şekilde ifade ettikleri görülmüştür.

Genelleme bileşenine yönelik ise öğretmenlerin tümünün "tanıdık durumlardan yararlanma" bileşeni desteklediklerini ifade ettikleri görülmüştür. Keşif ve yansıtma bileşeni ele alındığında ise Öğretmen T ve A'nın "keşfi ön plana alma" bileşenini gözlem notlarında belirttikleri ancak tartışma sürecinde Öğretmen Ö'nün "amacı ön plana alma" bileşenine yönelik açıklamalarını doğru bularak fikir değiştirdikleri görülmüştür.

Toplantının devamında araştırma dersinde ele alınan ilk problemi (P1) tartışmaya başladıklarında, Öğretmen A ilk olarak söz almış ve "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" yoluyla genelleme bileşeninin desteklendiğini söylemiştir. Öğretmen Ö de bu ifadeye katılmış ve öğrencilerin dik üçgenin 3-4-5 özel üçgeninin katı olduğu konusunda da ilişkilendirme yapmış olabileceklerini söylemiştir. Öğretmen Ö ayrıca "bağımsız şekillere odaklanma" bileşeninin de desteklendiğini gerekçesiyle açıklamıştır.

Öğretmenlerin birinci probleme ilişkin toplantıdaki ifadeleri aldıkları gözlem notlarıyla birlikte değerlendirildiğinde tüm öğretmenlerin "bağımsız şekillere odaklanma", "özel muhakeme becerilerini kullanma", "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" ve "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" bileşenlerini desteklediklerini ifade etmişlerdir. Ayrıca Öğretmen Ö hariç tüm öğretmenlerin "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenlerini desteklediklerini söylemiştir.



Şekil 71. Yedinci Ders İmecesinin Tartışma Toplantısına İlişkin Organizasyon Şeması

İkinci problem (Tablo 19 P2) tartışılırken, Öğretmen A'nın aynı planı kendi okulunda kendi öğrencileriyle işlediğini söylemesi üzerine Öğretmen T'nin bu planın herhangi bir 8. sınıfta uygulanabilecek düzeyde olduğunu ancak öğretmenlerin herhangi bir sınıfta öğretimsel uygulamalarını yapmadan önce sınıf seviyesini ve öğrenci düşüncesini ön plana alma konusunda diğer öğretmenlere açıklamalar yaptığı görülmüştür. Bu konuşmanın üzerine öğretmenler problem çözümünün devamını videodan izlemiş, Öğretmen A, Ö ve S öğrencilerin çözüm sürecinde "varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma" bileşenini desteklediklerini ifade etmiştir. Çözüm sürecini daha ayrıntılı izlemeleriyle birlikte Öğretmen Ö orantısal muhakemeden yararlanıldığını diğer öğretmenlere hatırlatmış ve "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşeninin desteklendiğini ifade etmiştir. Problemle ilgili Öğretmen M ise, Öğretmen S'nin Pisagor Teoremi ile ilişkilendirme de yapabileceğini söylemiştir. Son olarak Öğretmen S'nin öğrencilerin bu problemde kenar uzunluklarından yola çıkıp, çevre ve alan ilişkilendirmesine geçme sürecine vurgu yaparak "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama" bileşenini desteklediklerini söylemiştir.

Toplantıya ikinci problemi tartışarak devam eden öğretmenlerden ilk olarak Öğretmen Ö'nün orantısal muhakeme yoluyla "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini desteklediklerini doğru bir şekilde ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen T ise "tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama", özel muhakeme becerilerini kullanma" ve "amacı ön plana alma" bileşenlerini desteklediklerini ifade etmiştir. Öğretmen Ö bu problemde bir revizyon önerisinde bulunmuş ve şeklin sağ tarafında kalan üçgeni baş aşağı konumlandıracak şekilde vermelerini, bu yolla öğrencinin 2 üçgen arasında ilişkilendirme yapması ve iki kere benzerlik oranı hesaplaması yoluyla problem çözümünü zorlaştırma yoluna gitmiştir.

İkinci problemin çözümüne yönelik tartışmada öğretmenlerin "*benzerlik oranı hesaplanan tüm şekillerde orantısal muhakeme yapılmaktadır"* genellemesine ulaşmasıyla özellikle "özel muhakeme becerilerinden yararlanma" bileşenine yönelik farkındalıklarının geliştiği görülmüştür. Öğretmenlerin toplantıdaki ikinci probleme ilişkin ifadeleri gözlem notlarıyla birlikte değerlendirildiğinde tüm öğretmenlerin "bağımsız şekillere odaklanma" ve Öğretmen S hariç tüm öğretmenlerin ise "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşeninin desteklendiğini belirttiği gözlenmiştir. Ayrıca Öğretmen Ö, T ve A'nın "özel muhakeme becerilerini kullanma" ve Öğretmen T hariç tüm öğretmenlerin "amacı ön plana alma" bileşenini vurguladıkları görülmüştür.

Daha sonra araştırma dersinde çözülen üçüncü problem (Tablo 19 P3) üzerine tartışmaya başlayan öğretmenlerden ilk olarak Öğretmen Ö "orantısal muhakeme yapıyor" ifadesiyle "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini desteklediklerini ve bir şekildeki alt şekilleri oluşturma yoluyla "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenini desteklediklerini belirtmiştir. Öğretmenlerin gözlem notları incelendiğinde tüm öğretmenlerin tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma" bileşenini, Öğretmen Ö, T ve A'nın "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini desteklediklerini ifade ettiği görülmüştür.

Toplantıda son olarak dördüncü problemin (Tablo 19 P4) çözümü üzerine tartışan öğretmenler, ilk olarak öğrencilerin problemi çözmede yaşadığı zorluklardan bahsetmişlerdir. Öğrencilerin ek çizimler yapma ve kenar uzunluklarını uzatarak yamuğun üst kısmında üçgenler oluşturma gibi çeşitli çözümleri üzerinde tartıştıktan sonra, bu çözümlerde değişmezleri araştırma bileşeninin olup olmadığına yönelik bir tartışma yapmışlardır. Özellikle bu bağlamda "dinamik düşünme" ve "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenleri üzerine tartışıldıktan sonra, Öğretmen A ile Ö öğrencilerin yaptığı keşif ve yansıtma sürecine odaklanmışlardır. Öğretmen Ö "keşfi ön plana alma" bileşeninin desteklendiğini ifade ettikten sonra, Öğretmen A "bağımsız şekillere odaklanma" ve "amacı ön plana alma" bileşenini vurgulamıştır. Bu tartışmalar yapılırken Öğretmen S benzerlik şartlarını kavratmaya ve problemlerde uygulamaya yönelik olan iki ayrı kazanımdan ilkinin birinci dönem, ikincisinin ise yarıyıl tatilinden sonra işlenmesinden dolayı öğrencilerin konuyu yeniden hatırlama ihtiyacı duyabileceklerini ifade ederek matematik programına yönelik bir eleştiri yapmıştır.

Öğretmenlerin dördüncü probleme ilişkin gözlem notları incelendiğinde tüm öğretmenlerin "tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma" ve "amacı ön plana alma" bileşenini ifade ettiği, Öğretmen Ö, T ve A'nın "özel muhakeme becerilerini kullanma" ve Öğretmen S hariç tüm öğretmenlerin "tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma" bileşenini desteklediklerini gözlemlerinde aldıkları notlardan görülmektedir.

HER BİR ÖĞRETMENİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARININ GELİŞİMİNE İLİŞKİN BULGULAR

Araştırmanın ikinci alt problemi ortaokul matematik öğretmenlerinin ders imeceleri sonrasında öğretimlerinde hangi geometrik alışkanlıkları desteklediklerini ortaya koymaktır. Bu bölümde ders imecesi modelini uygulamalarından itibaren öğretmenlerde gözlenen gelişim, öğretmenlerin kendi okul ortamlarında ve sınıflarındaki rutin derslerinin gözlemlenmesiyle elde edilen bulguların geometrik alışkanlıklar bağlamında analiz edilmesiyle birlikte sunulmuştur.

Araştırma sürecinde ders imecelerinden yaklaşık iki ay sonra her bir öğretmenin dersi ikişer hafta gözlemlenmiş ve yapılan her iki gözlemde de öğretmenlerin desteklediği geometrik alışkanlıklar belirlenerek Tablo 20'de sunulmuştur.

Tablo 20. Öğretmenlerin Bireysel Derslerinin ZGA Analizi

		A		***T***		***Ö***		***M***		***S***	
ZGA'lar	***Bileşenler***	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
İlişkilendirme	***BŞO***	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	TŞP	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	ÖMB	✓	✓	x	x	x	x	✓	✓	✓	x
Genelleme	***TDY***	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	VSDY	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x	x	x	✓
	TÇK	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x
Değişmezleri Araştırma	***DD***	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	EK	✓	x	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Keşif ve Yansıtma	***KEŞİF***	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	AMAÇ	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x

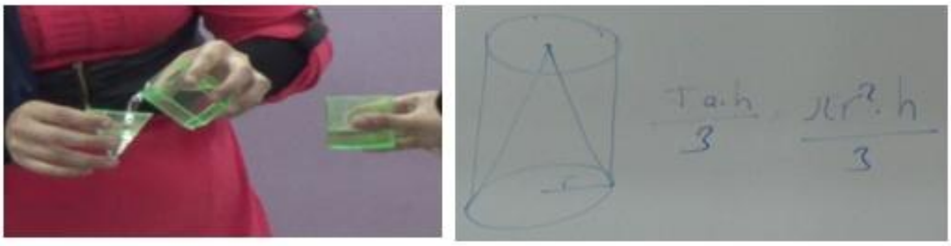
Öğretmen A

Öğretmen A ders imecesi sürecinde bir ders imecesinin (dördüncü) araştırma dersini yürütmüş, ancak bu derste öğretmen merkezli bir şekilde, matematiksel dilini hatalı kullanarak ve öğrencilerde kavram yanılgısı doğuracak hatalar ile dersini tamamlamıştır. Öğretmenin bu araştırma dersinde ders kitabında yer alan problemleri sorgulamadan uyguladığı görülmüş, sahip olduğu alan bilgisi eksikleri dikkat çekmiştir.

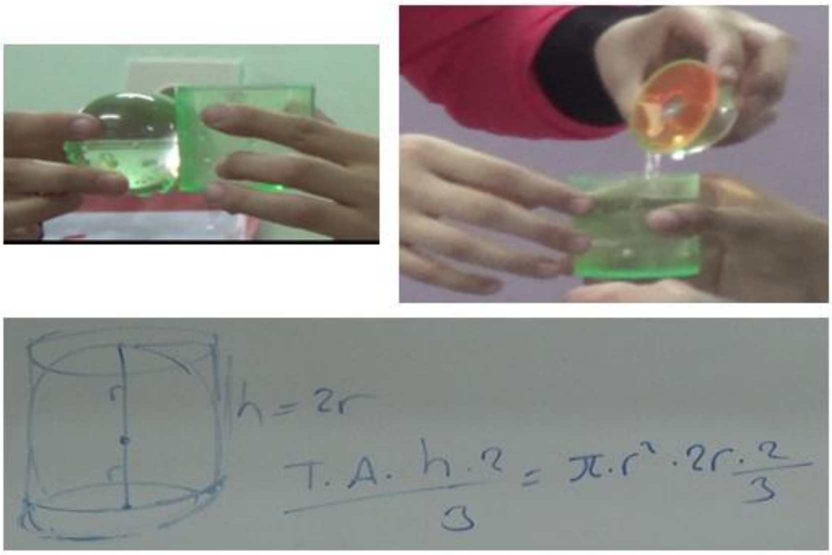
Ders imeceleri sürecinde Öğretmen A, deneyimsiz bir öğretmen olduğunu vurgulamış, bu deneyimsizliğine dayalı olarak konuyla ilgili tüm problem çeşitlerinin çözdürülmesi gerektiğine inandığını ifade etmiştir. Bu doğrultuda Öğretmen A kavramsal bilgiden ziyade işlemsel bilgi odaklı olduğu izlenimini bırakmış, ders imeceleri sürecinde özellikle de planlama toplantılarında pasif kaldığı gözlemlenmiştir. Ders imecelerinin ardından gerçekleştirilen öğretimlerde ise ders planlama, uygulama ve değerlendirme süreçlerinde zihnin geometrik alışkanlıklarını dikkate aldığı ve kavramsal anlamaya yönelik etkinlikler seçtiği görülmüştür.

Ders imeceleri sonrasında bireysel derslerinde yapılan gözlemin ilk haftasında Öğretmen A küp, dikdörtgenler prizması, üçgen dik prizma, kare dik prizma, altıgen dik prizma gibi geometrik cisimlerin hacim ve yüzey alanı bağıntılarının elde edilmesi ve problemlerde uygulanması konularına yönelik bir ders işlemiştir. İkinci hafta ise, piramitlerin, koni ve kürenin hacim ve yüzey alanı bağıntılarının elde edilmesini ve problemlerde uygulanmasına yönelik bir ders ele almıştır. Aşağıdaki tabloda (Tablo 21) Öğretmen A’nın işlediği derste yaptığı etkinliklere örnekler verilmiştir.

Tablo 21. Öğretmen A'nın Bireysel Derslerin Uyguladığı Etkinliklerden Örnekler



Öğretmen A’nın silindir ile koninin hacimleri arasındaki ilişkiyi keşfettirme süreci



Öğretmenin silindir ile kürenin hacmi arasındaki ilişkiyi keşfettirme süreci

Öğretmenin kürenin yüzey alanı ile en büyük dairesi arasındaki ilişkiyi keşfettirme süreci

Tablo 20'de görüldüğü gibi Öğretmen A'nın iki hafta boyunca gözlemlenmesi sonunda ilk hafta gözlemlenen dersinde tüm bileşenleri desteklediği ancak ikinci hafta "etkilerin kanıtlarını kontrol etme" bileşenine vurgu yapmadığı görülmüştür. Öğretmen A gözlemlenen ders sonrasında yapılan görüşmelerinde desteklediği tüm bileşenleri dersinden örnekler vererek açıklamıştır.

Öğretmen T

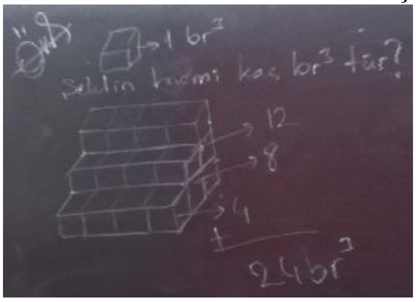
Ders imecesi sürecinde Öğretmen T ilk anlatımı olan birinci ders imecesinin araştırma dersinde üçgen eşitsizliği ile ilgili etkinliği farkında olmadan dinamik düşünme bağlamında geliştirmiş olsa da öğrencilerinin hataları üzerinde muhakeme ve sorgulama yapmalarını destekleyememiştir. Dolayısıyla öğrenci düşüncesini dikkate almamış, öğrencileri genelleme yapmaya tam olarak yönlendiremediği gibi üçgen eşitsizliğinde mutlak değerin rolünü sözel olarak, sembol ile göstermeden ifade etmiştir. Üstelik kendince kullanılan matematik dilinin ise önemli olmadığını belirtmiştir. Öğretmen T'nin ikinci anlatımı olan beşinci ders imecesindeki araştırma dersinde ise öğretim sürecinde plan dışı etkinlik ve problemler uyguladığı, bu problemlerde öğrencilerdeki genelleme ve değişmezleri araştırma alışkanlığını destekleyecek bir yaklaşım sergilediği de görülmüştür.

Ders imeceleri sürecinde Öğretmen T'nin planlama toplantılarında özellikle uygulanacak problemlerin tasarlanmasında etkin bir rol aldığı söylenebilir. Öğretmen T'nin öğretmenlik deneyimi ile tasarlanan problemlerde öğrenci düşüncesini ön plana aldığı, öğrencilerden gelecek yanıtları doğru tahmin ettiği ve öğretmenleri bu yönde yönlendirdiği görülmüştür. Buna karşın kavramsal bilgiden ziyade işlemsel bilgiye de odaklandığı belirlenmiştir. Ders imecelerinin ardından gerçekleştirilen öğretimlerinde zihnin geometrik alışkanlıklarını dikkate aldığı, özellikle de bu alışkanlıklardan genelleme bileşenine yönelik etkinlikler tasarladığı görülmüştür.

Öğretmen T ilk hafta gözlemlenen dersinde prizmaların hacim ve yüzey alanı bağıntılarını problemlerde uygulama ve piramitler konularına yönelik bir ders işlemiştir. İkinci hafta ise, geometrik cisimlerden dik koni, koninin özellikleri, açınımı, yüzey alanı ve eğik koni konularına yönelik bir ders işlemiştir. Öğretmen T'nin işlediği derste yaptığı etkinlik ve problemlere Tablo 22'de örnekler verilmiştir.

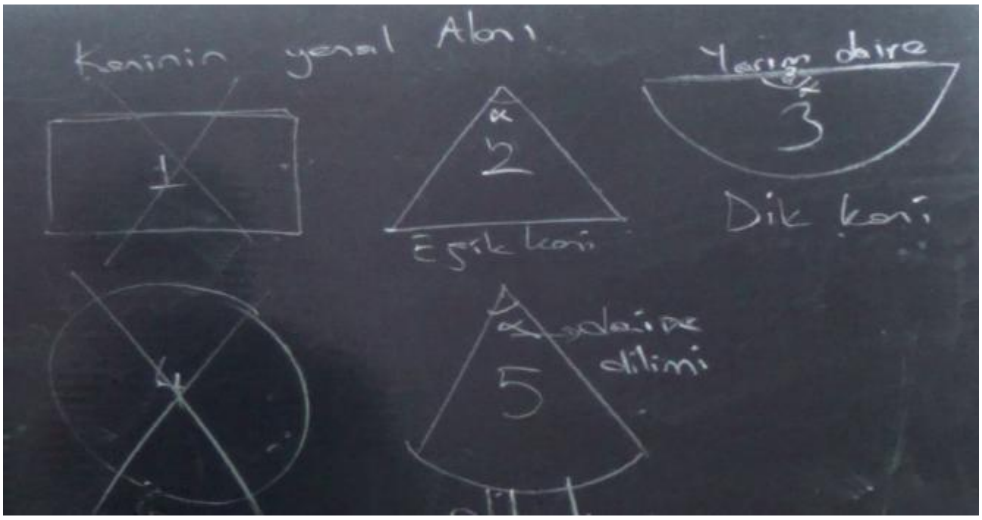
Tablo 22. Öğretmen T'nin Dersinde Yaptığı Etkinlikler ve Çözdürdüğü Problemlerden Örnekler

Problem: *"Geometrik cisimlerin hacimleri ile ilişkili bir problem"*



.

Problem: *"Hangisi bir koninin yanal alanı olabilir? Gerekçeleriyle açıklayınız."*



.

Öğretmen T'nin Euler bağıntısını keşfettirme sürecinde kullandığı çalışma yaprağı

	Köşe Sayısı	Yüz Sayısı	Ayrıt Sayısı	Açınımı
Üçgen Piramit				
Kare Piramit				
Dikdörtgen Piramit				
Beşgen Piramit				
Altıgen Piramit				

.

Öğretmen T'nin her iki hafta da gözlemlenen derslerinde konunun *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşeni ile ilişkili olmamasından dolayı, bu bileşen hariç tüm bileşenleri desteklemeye yönelik bir ders işlediği görülmüştür (Tablo 20). Öğretmen T ders sonrası görüşmelerinde ise ilk hafta geometrik düşünmenin *"bağımsız şekillere odaklanma"* yoluyla ilişkilendirme, *"tanıdık durumlar ve bilinen sonuçlardan yararlanma"* ve *"tam bir çözüm kümesi genel kural arama"* yoluyla genelleme, *"keşfi ön plana alma"* ve değişmezleri araştırma bileşenlerini desteklediğini, ikinci hafta ise *"keşfi ön plana alma"*, değişmezleri araştırma, *"tanıdık durumlar ve bilinen sonuçlardan yararlanma"*, *"tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"* bileşenlerini desteklediğini ifade etmiştir.

Öğretmen Ö

Ders imecesi sürecinde yürüttüğü ilk araştırma dersinde (3. ders imecesine ait araştırma dersi) Öğretmen Ö'nün inşa etkinliklerini kavramsal anlamaya katkı sağlayacak şekilde kullandığı, genelleme bileşenini desteklemeye çalıştığı görülmüştür. Ayrıca üçgenin yardımcı elemanlarından kenarortay, açıortay ve kenar orta dikme oluşturma etkinliklerinde üçgen modellerini öğrencilerle birlikte katlama yoluyla oluşturduğu ve oluşum sürecini sorgulattığı, böylelikle geometrik alışkanlıklardan ilişkilendirme, genelleme ile keşif ve yansıtma bileşenlerini desteklediği görülmüştür.

Öğretmenin yürüttüğü ikinci araştırma dersinde (6. ders imecesine ait araştırma dersi) ise Öğretmen Ö'nün Pisagor Bağıntısını problemlerde uygulamada öğrencilerin genelleme ve keşif sürecine rehberlik etmede doğru ve yönlendirici sorular sorduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmenin planlama toplantısında alınan kararlara paralel şekilde problem çözdüğü ve bu problemlerden bazılarında genelleme alışkanlığını desteklemek için üçgenin kenar uzunluklarını planlamada yer almadığı halde tamsayı yerine ondalık sayı tercih ettiği görülmüştür.

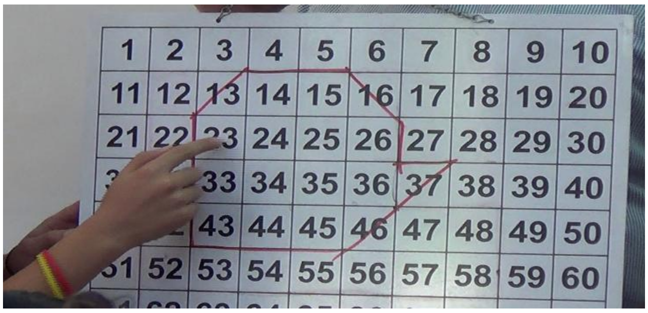
Ders imeceleri sürecinde Öğretmen Ö'nün kavramsal anlamaya vurgu yaparken, işlemsel anlamayı da göz ardı etmediği görülmektedir. Bu öğretmenin hem mesleki deneyimi, hem de öğretim sürecinin yapılandırılması gerekliliğine ilişkin bakış açısı, toplantılardaki tartışmaların matematiksel anlam ve dil üzerinde yoğunlaşmasına katkı sağlamıştır. Ayrıca Öğretmen Ö'nün hem diğer öğretmenlerin alan bilgisi ile ilgili eksikliklerini düzelttiği, hem de tasarlanan problemlerdeki matematiksel hataların ve eksiklerin farkına vardığı görülmüştür. Öğretmen Ö’nün geometri problemlerine ve teoremlerine cebirsel yaklaşmasıyla diğer öğretmenlere farklı bir bakış açısı kazandırdığı da belirlenmiştir. Bu öğretmenin öğrenci düşüncesini ön plana alma ve matematiksel kavramları öğrencilere gerekçeleriyle açıklama alışkanlığı, toplantılara kanıt ve sorgulama süreçlerinin desteklenmesi şeklinde yansımıştır. Ders imecesi sonunda gerçekleştirilen bireysel öğretimlerinde Öğretmen Ö’nün hazırladığı etkinlik ve problemlerde zihnin geometrik alışkanlıklarının tamamını dikkate aldığı görülmüştür.

Öğretmen Ö ortaokul beşinci sınıflarda ilk hafta gözlemlenen dersinde dörtgende açılar konusuna yönelik öğrencilere problem çözdürmüş, devamında ise kareli düzlemde dikdörtgenlerden ve üçgenlerden oluşan şekillerin alanlarına yönelik problem çözdürmüş ve birim karelerden yararlanarak dikdörtgenin alanını anlatmıştır. İkinci hafta ise, dikdörtgenin alanı ve karenin alanı konularını anlatmış ve problemlerde uygulanmasını yapmıştır.

Tablo 23. Öğretmen Ö’nün Gözlemlenen Derste Yer Verdiği Problemlere Örnekler

<u>Problem:</u>

Şeklin alanı kaç birim karedir?



Problem:	Problem:
Alanı 12 m^2 ve kenar uzunlukları doğal sayı olan farklı dikdörtgenleri oluşturunuz. (…) Bu dikdörtgenlerden sizce hangisinin çevresi en büyüktür? Ne zaman çevre en büyük değerine ulaşır? (…) Bu durumu genelleyebilir miyiz?	*Bir kenarının uzunluğu 12 cm olan karenin alanı, kısa kenarı 9 cm olan dikdörtgenin alanına eşittir. Buna göre dikdörtgenin çevresi kaç cm dir?*

Tablo 20’de görüldüğü şekilde, Öğretmen Ö’nün işlediği dersler incelendiğinde, her iki hafta da *“özel muhakeme becerilerini kullanma”* bileşeni hariç tüm bileşenleri desteklendiği dersler işlediği gözlemlenmiştir. *“özel muhakeme becerilerini kullanma”* bileşenine ise yaptığı etkinlik ve problem çözümlerine uygun olmadığı için yer vermediği görülmüştür.

Öğretmen Ö ile gözlemlenen dersler sonrası yapılan görüşmelerde ilk haftaki derslerinde *“tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma”* ve *“amacı ön plana alma”* bileşenlerine özellikle odaklandığını belirtmiştir. İkinci hafta ise “*tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma”, “etkilerin kanıtlarını kontrol etme”, “amacı ön plana alma”, “tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama”, “varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma”* bileşenlerini desteklediğini dersinden verdiği örneklerle açıklamıştır.

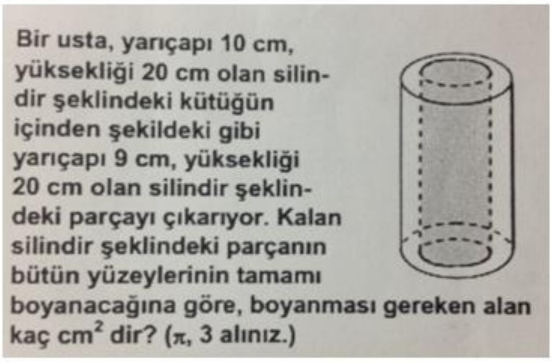
Öğretmen M

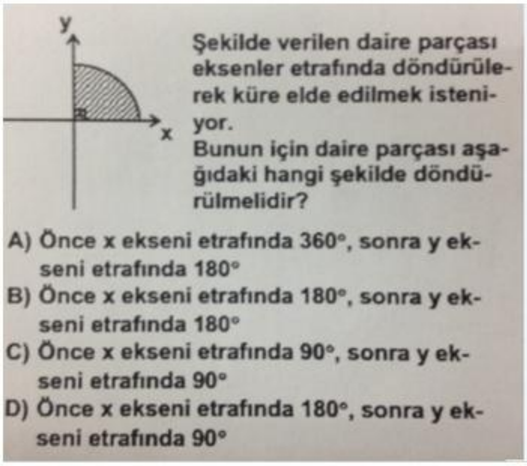
Ders imecesi sürecinde ilk ders anlatımında (3. ders imecesine ait araştırma dersi) Öğretmen M’nin üçgende yükseklik çizimi ve çizilen yüksekliklerin üçgenin hangi bölgesinde kesiştiğinin sorgulanması üzerinde durduğu, özellikle geniş açılı bir üçgende yüksekliklerin kesişim noktasını bulma sürecinde öğrencilere yüksekliklerin uzantılarını kesiştirmelerine yönlendirdiği görülse de plan dışı sorduğu problemlerde bazı hataları olduğu belirlenmiştir.

İkinci ders anlatımı olan beşinci ders imecesine ait araştırma dersinde ise Öğretmen M’nin uyguladığı Pisagor ve uygulamaları ile ilgili etkinliklerde kavramları sorgulatarak verdiği, kavramsal anlamayı işlemsel anlamayı dengede tutmaya çalıştığı ve yaptığı etkinliklerde ve çözdürdüğü problemlerde, genelleme ile keşif ve yansıtma bileşeni başta olmak üzere zihnin geometrik alışkanlıklarının birçok bileşenini desteklediği görülmüştür.

Yapılan ilk ders imecelerinde Öğretmen M deneyimsizliğini vurgulamış, planlamadan ziyade tartışma toplantılardaki geometrik alışkanlıkları tespit etme sürecinde daha etkin rol aldığı görülmüştür. Deneyimsiz olmasına rağmen Öğretmen M’nin ders imeceleri sürecinde kavramsal anlamaya önem verdiği, araştırma derslerinde matematiksel dilin hatalı kullanıldığı durumları tespit ederek diğer öğretmenlere katkı sağladığı görülmüştür. Öğretmen M'nin ikinci kez araştırma dersini yürüttüğü derse (5. ders imecesine ait araştırma dersi) ilişkin planlama sürecine hazırlıklı gelmesi ve bu sürece etkin katılımı, sonraki imecelerde de planlama sürecine katılımını olumlu yönde etkilemiştir. Ders imecesi sonunda gerçekleştirilen bireysel öğretimlerinde ise Öğretmen M'nin hazırladığı etkinlik ve problemlerde zihnin geometrik alışkanlıklarının tamamını dikkate aldığı ve oldukça özgün, geometrik düşünmeyi destekleyici etkinlikler tasarladığı görülmüştür.

Öğretmen M ilk hafta gözlemlenen derslerinde dik prizma, dik piramit ve dik koninin inşası, açınımları, yanal ve yüzey alanları bağıntıları ile bu bağıntıların problemlerde uygulanmasına yönelik bir ders işlemiştir. İkinci hafta gözlemlenen derslerinde ise çeşitli geometrik cisimlerin yüzey alanlarını ilişkilendirmeye ve inşasına ilişkin iki etkinlik yapmıştır. Aşağıdaki şekilde (Şekil 72) Öğretmen M'nin gözlemlenen dersinde çözdürdüğü problemler verilmiş, Ek 9'da ise dağıttığı çalışma yaprağında yer alan etkinliklerden örnekler sunulmuştur.


Bir usta, yarıçapı 10 cm, yüksekliği 20 cm olan silindir şeklindeki kütüğün içinden şekildeki gibi yarıçapı 9 cm, yüksekliği 20 cm olan silindir şeklindeki parçayı çıkarıyor. Kalan silindir şeklindeki parçanın bütün yüzeylerinin tamamı boyanacağına göre, boyanması gereken alan kaç cm^2 dir? (π, 3 alınız.)



Şekilde verilen daire parçası eksenler etrafında döndürülerek küre elde edilmek isteniyor.
Bunun için daire parçası aşağıdaki hangi şekilde döndürülmelidir?

A) Önce x ekseni etrafında 360°, sonra y ekseni etrafında 180°
B) Önce x ekseni etrafında 180°, sonra y ekseni etrafında 180°
C) Önce x ekseni etrafında 90°, sonra y ekseni etrafında 90°
D) Önce x ekseni etrafında 180°, sonra y ekseni etrafında 90°

Şekil 72. Öğretmen M'nin Dersinde Çözdürdüğü Problemlerden Örnekler

Tablo 20 incelendiğinde Öğretmen M'nin geometrik alışkanlıklar açısından oldukça zengin bir ders işlediği görülmektedir. Öğretmen M'nin her iki haftada da *"varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma"* bileşeni hariç tüm bileşenleri desteklemiştir. Ayrıca gözlemlenen ders sonrası yapılan görüşmelerde Öğretmen M'nin bu bileni desteklemediğini ifade ettiği görülmüştür. Sonuç olarak öğretmenin *"tam bir* *çözüm kümesi ya da genel bir kural arama"* bileşenini desteklemesinden dolayı genelleme bileşenini desteklediği belirlenmiştir.

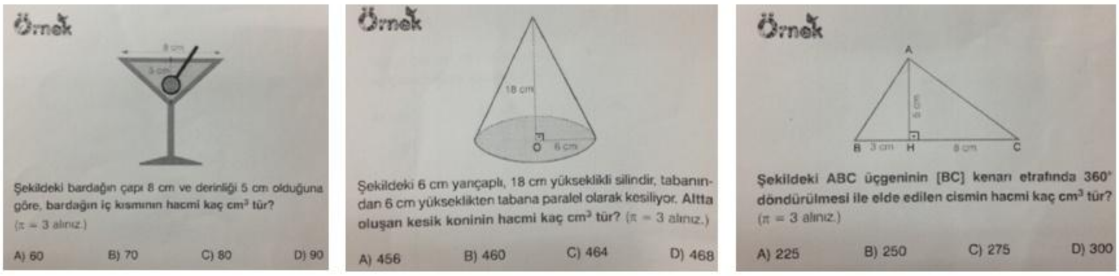
Öğretmen S

Ders imecesi sürecinde Öğretmen S'nin ilk olarak yürüttüğü araştırma dersinde (2. ders imecesine ait araştırma dersi) üçgen oluşturmayı amaçlayan inşa etkinliklerinde, farkında olmadan üçgen oluşturmayacak 3 uzunluğu öğrencilere sorduğu görülmüş, üçgen eşitsizliğine uymayan değerler verdiğini fark etmediğini tartışma toplantısında söyleyerek alan bilgisi eksikliğini vurguladığı belirlenmiştir.

İkinci anlatımında (7. ders imecesine ait araştırma dersi) ise Öğretmen S'nin temel benzerlik problemi ve benzerlik şartlarını problemlerde uygulama konularında, öğrencilere hem etkinliği keşfetme hem de problem çözme adımlarında ilişkilendirme, genelleme, keşif ve yansıtma bileşenlerini destekleyecek sorular yönlendirdiği görülmüştür. Öğretmenin özellikle sorduğu benzerlik problemlerini çözme sürecinde kenar uzunlukları arasındaki orandan, çevreler arasındaki ve alanlar arasındaki oranlara geçiş sürecinde ağırlıklı olarak "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini desteklediği görülmüştür.

Ders imecelerinin planlama toplantılarında Öğretmen S'nin problemlerin hazırlanması sürecinden ziyade etkinliklerin hazırlanma sürecine daha etkin katılmıştır. Öğretmenin ders imecesi sürecinde yürüttüğü ilk araştırma dersinde alan bilgisi eksikliğine bağlı hatalar yaptığı ancak ikinci araştırma dersinin planlama aşamasında planın detaylı yapılmasının da katkısıyla geometrik alışkanlıkları destekleyecek bir ders gerçekleştirdiği saptanmıştır. Ders imeceleri sonrasında gözlemlenen derslerinde ise Öğretmen S'nin geometrik alışkanlıkları desteklemeye çalıştığı belirlenmiştir.

Öğretmen S yapılan gözlemlerin ilk haftasında işlenen derste prizma ve piramitleri, bu cisimlerin hacim bağıntılarının elde edilmesi ve hacim bağıntılarının problemlerde uygulanmasına yönelik bir ders işlemiştir. İkinci hafta ise perspektif (izdüşüm) konusunu tek nokta ve iki nokta perspektifi bağlamında işlemiştir. Aşağıdaki şekilde öğretmenin dersinde dağıttığı çalışma yaprağında yer alan problemlerden örnekler verilmiştir (Şekil 73).



Şekil 73. Öğretmen S'nin Derslerinde Çözdüğü Problemlere Örnekler

Öğretmen S'nin iki hafta boyunca gözlemlenmesi sonucunda; ilk hafta dersinde *"varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma"* bileşeni hariç tüm bileşenleri desteklediği belirlenmiştir. Öğretmenin ilk hafta gözlemlenen dersi sonrasında yapılan görüşmesinde *"tanıdık durumlardan ve bilinen sonuçlardan yararlanma",* genelleme, değişmezleri araştırma ve özellikle *"keşfi ön plana alma"* bileşenini desteklediğini ifade ettiği görülmüştür.

İkinci hafta olan perspektif çizimlere yönelik dersinde ise Öğretmen S'nin ÖMB, *"tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"* ve *"amacı ön plana alma"* dışındaki bileşenlerini destekleyecek bir ders işlediği görülmüştür. Bununla birlikte öğretmenin ikinci hafta gözlemlenen dersi sonrasında yapılan görüşmesinde konunun ilişkili olmasından dolayı *"dinamik düşünme", "etkilerin kanıtlarını kontrol etme*" ve *"amacı ön plana alma"* bileşenlerini özellikle desteklemeye çalıştığını belirtmiştir.

TARTIŞMA

Ders imeceleri aracılığıyla öğretmenlerin geometrik düşünmelerinin gelişiminin incelendiği bu araştırmada, Driscoll ve arkadaşlarının (2008) zihnin geometrik alışkanlıkları çerçevesi temel alınmıştır. Bu temel çerçeve doğrultusunda öğretmenlerin gelişimi her bir ders imecesi döngüsüne dayalı olarak tartışılacaktır.

Zihnin geometrik alışkanlıkları (Driscoll vd., 2007) hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin başarılı birer geometrik problem çözücüler olmaları için düşünme yollarının tanımlanmasını ve açıklanmasını içerir. Bu model ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma ile keşif ve yansıtma olmak üzere 4 temel bileşeni ve alt bileşenlerini kapsamaktadır. Öğretmenlerin iyi birer geometrik problem çözücü olup olmadıklarının belirlenmesi çok da kolay bir süreç değildir. Bu doğrultuda gerçekleştirilen birinci ders imecesinin planlama aşamasından elde edilen en önemli sonuç bu süreçte öğretmenlerin hiçbir geometrik alışkanlığa doğrudan yer vermediğidir. Üstelik planlama toplantısında Öğretmen Ö dışındaki tüm öğretmenlerin kenar uzunlukları verilen bir üçgeni yalnızca cetvel kullanarak kolaylıkla çizebileceklerini düşündükleri, çizilecek üçgenler için kenar uzunluklarına da tam olarak karar vermedikleri ve harfli sembollerle gösterdikleri görülmüştür. Ders imecesinin planlama sürecinde öğretmenler öğrencilerin olası yanıtlarını tahmin etmeli ve dersin ayrıntılarını göz önünde bulundurmalıdır (Murata, 2011). Ancak araştırma dersinin tamamı incelendiğinde Öğretmen T'nin öğrencilerinin hataları üzerinde muhakeme ve sorgulama yapmalarını destekleyemediği, dolayısıyla öğrenci düşüncesini dikkate almadığı görülmüştür. Ayrıca öğretmen üçgen eşitsizliğinin kazandırılması sürecinde, öğrencileri genelleme yapmaya da doğru bir şekilde yönlendirememiştir. Bu durum planlama sürecinde araştırma dersinin Murata (2011)'nın vurguladığı gibi detaylı ve öğrenci düşüncesini ön plana alarak yapılandırılmamasından kaynaklanmış olabilir. Bu ders imecesinin tartışma toplantısında ise öğretmenler, genel olarak Öğretmen T'nin kullandığı matematiksel dil ve öğretimsel açıklamaları ile planlama sürecini ele almışlardır. Öğretmen T'nin araştırma dersinde üçgen eşitsizliğinde mutlak değerin rolünü sadece sözel olarak söylemesi ve sembol ile göstermemesi üzerine, kullanılan matematiksel dilin kavramsal anlama üzerindeki etkisi dile getirilmiştir. Öğrencilerin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesinde öğretmen tarafından kullanılan dilin önemli olduğu çeşitli araştırmalarda da vurgulanmaktadır (Driscoll vd., 2007; Khisty ve Chval, 2002). Çünkü geometride her öğrenme aşamasının kendine özgü bir dili vardır (van Hiele, 1999) ve farklı aşamalardaki öğrencilerin kullandıkları matematik dili birbirlerini anlamayı zorlaştırabilir. Dolayısıyla öğretmenlerin geometri dilini kullanmada öğrencilerine rol model olmaları önemlidir. Böylesi önemli bir durumun tartışma toplantısında gündeme getirilmesi sonraki ders imecelerinde öğretmenlerin uygun dil kullanımı yönünde bir farkındalık geliştirebilmeleri açısından önemli bir bulgudur. Ayrıca öğretmenlerin geometrik alışkanlıklar bağlamında özel muhakeme becerilerini kullanma, dinamik düşünme ve keşif ve yansıtmanın her iki bileşenine dayalı yanılgıları olduğu gibi, bazı geometrik alışkanlıklara yönelik farkındalıkları olmadığı belirlenmiştir. Bu durum araştırma dersinde Öğretmen T'nin üçgen eşitsizliği ile ilgili etkinliği farkında olmadan dinamik düşünme bağlamında geliştirmesinden de görülmektedir.

İkinci ders imecesinin planlama toplantısında öğretmenlerin özellikle yeterli sayıda elemanı verilen üçgeni çizme konusunda tartıştıkları ve öğretmenlerden bazılarının inşa etkinliklerinin zaman kaybı olacağını vurguladıkları görülmüştür. İnşa etkinlikleri matematik derslerinde kullanılabilecek doğal problem durumları oluşturma yönünden önemlidir (Erduran ve Yeşildere, 2010). Öğrencilerin pergel yardımıyla geometrik yapıları inşa etmelerinin ve bu süreçte kullandıkları kavramları ilişkilendirmelerinin geometrik düşünmeyi desteklediği söylenebilir (Napitupulu, 2001). Ancak bu inşa etkinliklerinin geometrik düşünmeyi desteklemesi için geometrik yapıların öğretmen yönergeleri ile ilerlememesi ve öğrencilerin ne yaptıklarını sorgulamaları bir gerekliliktir. Nitekim Erduran ve Yeşildere'nin (2010) öğretmenlerin pergel ve çizgeçle geometrik yapıların inşasına yönelik çalışmasında öğretmen merkezli ders işlendiği ve ezbere bir anlayışla öğrencilerin öğretmen yönergelerini takip etmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Ders imecesinin planlama aşamasında sadece Öğretmen Ö inşa etkinliklerinin geometrik düşünmeyi geliştirmeye olan katkısını dile getirmiş, diğer öğretmenleri en azından bu etkinlikleri gösterip-yaptırma stratejisiyle kazandırmaya ikna etmiştir. Elbette geometrik inşa etkinliklerinin gösterip-yaptırma stratejisi ile kazandırılması, yukarıda ifade edilen araştırma sonuçları doğrultusunda kabul edilebilir değildir. Tartışma toplantısında araştırma dersini anlatan Öğretmen S'nin öz değerlendirme yaparak etkinliği öğrenci merkezli hale getirme ve etkinlikten sonra öğrencilere örnek çizimler yaptırma konusundaki revizyon yapma önerisi bu durumu destekler niteliktedir. Dersi yürüten Öğretmen S'nin araştırma dersinde üçgen oluşturmayı amaçlayan inşa etkinliklerinde, üçgen eşitsizliğine uymayan üç uzunluğu öğrencilere vererek üçgen oluşturmalarını istediği görülmüştür. Bu durum Öğretmen S'nin alan bilgisi eksikliğinden kaynaklanmış olabilir. Öğretmenlerin geometri alan bilgilerinin öğrencilerinin geometriyi öğrenmesinde oldukça etkili olduğu düşünüldüğünde (Lenhart, 2010; Clements, 2003) bu durum kritiktir. Üstelik tartışma toplantısında Öğretmen S'nin kendi hatasına ilişkin öz değerlendirmesinde, üçgen eşitsizliğine uymayan değerler verdiğini fark etmediğini söylediği de görülmüştür. Ayrıca bu ders imecesi incelendiğinde öğretmenlerin çoğunda "özel muhakeme becerilerini kullanma" dışındaki ilişkilendirme alışkanlığının kazanıldığı, "dinamik düşünme", "tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan yararlanma" bileşenlerine yönelik bilgi eksikliklerinin ise devam ettiği görülmüştür. Üstelik öğretmenlerden birinin geometrik inşa etkinliklerinin gerekliliğini savunurken *"Derdimiz geometrik alışkanlık kazandırmak."* ifadesini kullanması öğretmenlerde geometrik düşünmenin geliştirilmesi yönünde bir farkındalık oluşmaya başladığının da bir göstergesidir.

Üçüncü ders imecesinin planlama toplantısında bir önceki ders imecesinde olduğu gibi dört öğretmenin yükseklik oluşturma haricindeki inşa etkinliklerini yaptırmanın öneminin farkında olmadıkları, hatta Öğretmen A'nın inşa etkinliklerine ilişkin kendi alan bilgisindeki eksikliği vurguladığı görülmüştür. Bir geometrik yapının inşa edilmesi geometrik özelliklerin anlaşılmasına yardımcı olmanın yanı sıra çizimlerin nasıl yapılacağı üzerine düşünülmesini de sağlamaktadır (Karakuş, 2014). Bu doğrultuda Öğretmen A'nın geometrik inşa etkinliklerini gerçekleştirememesine yönelik alan bilgisi eksikliğinin, geometrik şekillerin özelliklerine ilişkin bilgisindeki eksikliğinden kaynaklandığı söylenebilir. Ders imecesinin planlama toplantısından elde edilen bulgular Wong'un (2005) çalışmasında elde ettiği geometrik inşa etkinliklerinde öğretmenlerin geometrik yapıların anlamı ve amacı hakkında net bir bilgiye sahip olmadıkları ve oldukça az sayıda öğretmenin öğrencilerine geometrik yapıları nasıl inşa edeceklerini öğrettiği (akt. Leung, 2011) bulgusuyla paralellik göstermektedir. Bu toplantıda Öğretmen Ö'nün yönlendirmesiyle araştırma dersinde inşa etkinliklerine yer vermeye ikna oldukları belirlenmiştir. Araştırma dersinde Öğretmen Ö'nün bu araçları kavramsal anlamaya katkı sağlayacak şekilde kullandığı ve farkında olmadan genelleme bileşenini destekleyici önerilerde (özel üçgen yerine çeşitkenar üçgen kullanılması vurgusu) bulunduğu da saptanmıştır. Ayrıca Öğretmen Ö'nün araştırma dersinde kenarortay, açıortay ve kenar orta dikme oluşturma etkinliklerinde üçgen modellerini öğrencilerle birlikte katlama yoluyla oluşturduğu ve oluşum sürecini sorgulattığı, böylelikle geometrik alışkanlıklardan ilişkilendirme, genelleme ve keşif ve yansıtma bileşenlerini desteklediği görülmüştür. Geometrik düşünmenin geliştirilmesi ve geometri öğretiminde katlama etkinliklerinin önemli bir yeri olduğu düşünüldüğünde (Haydar ve Zolkower, 2010), öğretmenin bu uygulamasının etkili bir öğretim uygulaması olduğu düşünülebilir. Üçüncü ders imecesinin tartışma toplantısında öğretmenler öncelikle planlama aşamasında hazırlanan etkinliklerin aslında iki ders saati içerisinde anlatılamayacağının farkına varmışlardır. Bu doğrultuda öğretmenler araştırma dersinde planda yer aldığı halde zaman sıkıntısı nedeniyle işlenemeyen konuların (yüksekliğin oluşturulması) öğretimini gerçekleştirmek üzere bir araştırma dersi daha yapılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğretmenler bu derse yönelik üçgenlerde yüksekliğin çizilmesi ile ilgili kağıt katlamanın geniş açılı bir üçgende yüksekliğin belirlenmesine uygun olmadığı düşüncesiyle yeni öğretimsel kararlar almışlardır. Kağıt katlama çalışmalarının yerine, üçgeni paralel iki doğru arasına yerleştirerek çeşitli üçgenlerdeki yüksekliği belirleme ile ilgili kararlar alarak, genelleme bileşenini destekleyici bir tutum içinde olmuşlardır. Keşif ve yansıtma bir problem durumunda çözüm için çeşitli yollar deneme ve her durumda değerlendirme yapma, çeşitli matematiksel kavramların açıklamalarını ve savunmalarını gerektiren problemler kurma sonucunda belirginleşir (Köse ve Tanışlı, 2014). Bu doğrultuda tartışma toplantısında Öğretmen T'nin geometrik alışkanlıkları ortaya çıkarmada etkinliklerden ziyade problemlerin etkili olduğuna inandığını belirttiği görülmüştür. Geometrideki zihinsel alışkanlıkların gelişimi için düzenli problem çözme çalışmalarına ve sınıf tartışmalarına gereksinim (Köse ve Tanışlı, 2014) olduğu düşünüldüğünde, öğretmenin önerisinin oldukça önemli olduğu söylenebilir. Bununla birlikte öğretmenlerin genel olarak tüm geometrik alışkanlıklarda eksikliklerinin var olduğu/devam ettiği görülmüştür. Üçüncü ders imecesinin Öğretmen M tarafından işlenen araştırma dersinde üçgende yükseklik çizimi ve çizilen yüksekliklerin üçgenin hangi bölgesinde kesiştiğinin sorgulanması geometrik düşünme bağlamında incelendiğinde kritiktir. Çünkü yükseklik ile ilişkili kavramlar öğrencilerin hatta öğretmen adaylarının bile oluşturmada/çizmede en çok zorlandıkları kavramlardan biridir (Hızarcı, Ada ve Elmas, 2006; Gutiérrez ve Jaime, 1999). Bu doğrultuda geniş açılı bir üçgende yüksekliklerin bu kesişim noktasını verirken Öğretmen M'nin öğrencilerin yüksekliklerin uzantılarını kesiştirmelerine yönlendirmesi, dinamik düşünme bileşenini destekleyici önemli bir uygulama olarak görülebilir. Deneyimli öğretmenler bir araya gelip bir araştırma dersini gözlemlediklerinde, dersin etkililiğini yorumlamaları ve sorgulamaları yoluyla daha az deneyimli öğretmenler, deneyimli öğretmenlerin uzmanlık bilgilerinden yararlanarak mesleki bilgilerini geliştirirler (Murata, 2011). Bu doğrultuda öğretmenlerin bu ders imecesinde gerçekleştirdikleri ikinci araştırma dersine yönelik tartışmada Öğretmen M'nin plan dışı sorduğu problemlere ilişkin de yorumlamaların yapıldığı, problemlerdeki bazı hatalar üzerine tartışıldığı ve bu hataların diğerlerine göre daha deneyimli olan Öğretmen Ö tarafından düzeltildiği görülmüştür. Öğretmenler bu toplantıda sonraki ders imecelerinde planı daha detaylı hazırlamaları gerektiğinin farkına varmıştır. Ayrıca öğrencilerin araştırma dersinde yükseklik ile kenar orta dikmeyi karıştırmaları üzerine araştırmacı, öğretim sürecinin planlanmasında öğrenci düşüncesinin ön plana alınması gerektiğini yeniden vurgulamıştır. Öğrencilerin yükseklik ile kenar orta dikmeyi karıştırmalarına öğretmenin tahtaya çizdiği üçgenin eşkenar üçgene benzer prototip bir üçgen olması neden olmuş olabilir. Gerçekten de kavramların prototiplerine odaklanma ve öğretmenlerin derslerinde bu prototiplerin dışına çıkmaması öğrencilerin kavramları içselleştirmelerinde engel oluşturabilmektedir. Tartışma toplantısı sürecinde öğretmenlerin dersi yürüten öğretmenin sınıf içi öğretimsel uygulamalarına yönelik dönüt verdiği de görülmüştür. Bu ders imecesine ilişkin yapılan araştırma dersleri sonrasında öğretmenler planlamalarında çizim etkinliklerinde çeşitli materyallerin (izometrik kağıt, vb.) ve teknolojinin kullanımı (dinamik geometri yazılımları, çeşitli sunum araçları, vb.) gibi revizyon kararları almışlardır. Öğretmen adaylarının geometrik oluşumlarda var olan geometrik ilişkilerin farkına vararak oluşumun nasıl gerçekleştirildiği ve bu süreçte hangi stratejilerin kullanıldığının araştırıldığı bir çalışmada da (Köse, Tanışlı, Erdoğan, Ada, 2012) öğretim sürecinde teknoloji kullanımının geometrik düşünmeyi geliştirdiği ve ilişkilendirme yapmalarını sağladığı sonucu da bu durumu destekler niteliktedir. Bununla birlikte Driscoll ve arkadaşlarının (2007) da teknolojik araçlardan özellikle dinamik geometrinin geometrik düşünmeyi desteklemeye katkısını vurgulaması öğretmenlerin bu revizyon kararını destekler niteliktedir.

Dördüncü ders imecesinin planlama toplantısında öğretmenlerin eşlik ve benzerlik konularına ilişkin genel bir yol haritası çizdikleri, bu süreçte kullanacakları problemleri detaylı olarak hazırlamadıkları görülmüştür. Bununla birlikte araştırmacının etkinliklerde geometrik alışkanlıkların desteklenmesi gerektiğine yönelik katkısı doğrultusunda, bir öğretmenin aslında tüm etkinliklerde zihnin geometrik alışkanlıklarının var olduğunu ifade ettiği saptanmıştır. Bu ders imecesine ilişkin araştırma dersinde Öğretmen A öğretmen merkezli bir ders işlemiş, matematiksel dilini hatalı kullanmış ve öğrencilerde kavram yanılgısı doğuracak hatalar yapmıştır. Bu ders imecesine ilişkin tartışma toplantısında öğretmenlerin araştırma dersini yürüten Öğretmen A'ya öğretim sürecinde kullandığı yöntem ve stratejileri ve kendi alan bilgisinin sınıfta yansımalarına ilişkin eleştirilerde bulundukları görülmüştür. Öğretmenin planlamada eksik bırakılan yerleri ders kitaplarından yararlanarak sorgulamadan uygulaması hakkında da öğretmenlerin uyarılarda bulundukları saptanmıştır. Ayrıca öğretmenlerin derste öğretmenin zihnin geometrik alışkanlıklarının bileşenlerini dikkate almadığını ve dersi öğretmen merkezli yürüttüğünü söyledikleri belirlenmiştir. Öğretmenin araştırma dersinde yetiştiremediği konular göz önünde bulundurularak tartışmada bir araştırma dersi daha gerçekleştirilmesi kararı alınmış ancak bu dersin planlanmasına yönelik herhangi bir öneride bulunulmamıştır. Dolayısıyla yeni araştırma dersini yürüten Öğretmen T'nin öğretim sürecinde plan dışı etkinlik ve problemler uyguladığı saptanmıştır. Özellikle öğretmenin bu etkinlik bağlamında sorduğu bir soru geometrik alışkanlıklardan değişmezleri araştırma bileşenini desteklemektedir. Değişmezleri araştırmada statik bir durumla ilgili genişletme ve açımlama gibi dinamik eylemler sonucunda hangi özelliklerin değişmez kaldığı, hangi özelliklerin değiştiği önemlidir (Driscoll vd., 2007; Köse ve Tanışlı, 2014). Bu doğrultuda öğretmenin benzerlik konusu ile ilgili plan dışı uyguladığı *"Tüm eşkenar üçgenler eş midir?"* sorusu ile öğretmenin öğrencilere AAA'nın bir benzerlik şartı olmasına rağmen eşlik şartı olmadığını kavratmada ve benzerliği öğretme sürecinde genelleme ve değişmezleri araştırma alışkanlığını desteklediği görülmektedir. Devam eden araştırma dersinin tartışma toplantısında öncelikle öğretmenler dersi yürüten öğretmenin plan dışı etkinlik ve problemlerini eleştirmişler, bu etkinlik ve problemlerin hangi geometrik alışkanlıkları desteklediği üzerine tartışmışlardır. Ancak bu tartışma süreçlerinde öğretmenlerin problemleri kendileri hazırlamadıklarından dolayı geometrik alışkanlıkları tespit etmede zorluklar yaşadıkları ve ilişkilendirme geometrik alışkanlığı dışındaki bileşenlerde eksiklikleri olduğu görülmüştür. Bu sonuçlar Koç ve Bozkurt'un (2012) problemlerde öğretmen adaylarının silindir problemini çözme sürecinde kullandıkları geometrik alışkanlıkları belirlemede yaşadıkları zorluklara ilişkin sonuçlarla paralellik göstermektedir.

İlk dört ders imecesi döngüsü öğretmenlerin geometrik alışkanlıklara yönelik eksiklikleri bağlamında incelendiğinde, öğretmenlerin problem çözmelerinde öğrencilerin önceki konularla ilişkilendirme yapmalarını *"tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama"* bileşeni, bu süreçte akıl yürütmelerini ise *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşeni ile karıştırmaya yönelik eksiklikleri olduğu saptanmıştır.

Öğretmenlerin üçüncü ve dördüncü ders imecesinde fazladan araştırma dersi ve değerlendirme toplantısı yapmak zorunda kalmaları ve araştırmacının öğretmenlere ön hazırlık yaparak gelmelerini önermesi, beşinci ders imecesinde araştırma dersini anlatmış olan Öğretmen M'nin planlama aşamasına hazırlıklı gelmesine ve tüm öğretmenlerin planlama sürecinde daha detaylı planlama yapmalarına sebep olmuştur.

Beşinci ders imecesinin planlama toplantısında araştırma dersini yürütecek olan öğretmenin toplantıya hazırlıklı gelmesi üzerine planlama toplantısının oldukça verimli geçtiği saptanmıştır. Ders imecesinin planlama aşamasında öğretmenler alan bilgilerinin gelişmesine yardımcı olabilecek programa ilişkin materyalleri inceleme fırsatı bulurken, yapılan tartışmalar yoluyla da farklı bilgi türlerinin (örneğin, alan bilgisi, program ve öğrenme sürecine yönelik bilgi) etkileşmesi yoluyla dolayı mesleki gelişim sağlarlar (Fernandez, 2005; Murata, 2011). Bu doğrultuda öğretmenlerin, derste kullanacakları öğrenme yol haritasını belirledikleri gibi, etkinlikleri ve problemleri de yönergelerine kadar detaylı olarak hazırladıkları öğretmenin ders sürecinde yapacağı öğretimsel açıklamalara ilişkin önerilerde bulundukları belirlenmiştir. Başarılı bir şekilde problem çözen bireylerin önemli bir özelliği de yaptıkları keşfin verimliliğini kendilerinin değerlendirmesi ve ardından keşfi nereye götüreceklerine yönelik çıkarımlar yapmalarıyla keşfi dengeleme süreçlerindeki üst bilişsel kapasiteye sahip olmalarıdır

(Driscoll vd., 2007). Keşif ve yansıtma bileşenine yönelik planlama toplantısında bir öğretmenin diğer öğretmenlere bu bileşeni metafor yardımıyla doğru bir biçimde açıklaması öğretmenlerin bileşenleri içselleştirmeye başladıklarının bir göstergesi olarak düşünülebilir. Ayrıca planlama toplantısında verilen problemlerin kenar uzunluklarının ondalıklı ve köklü sayıları da içermesi gerektiği iki öğretmen tarafından dile getirilmiştir. Bu durum özel örneklerden genel kurala doğru yönlendirme içerdiğinden geometrik düşünmenin genelleme bileşenini destekleyici önemli bir karardır. Beşinci ders imecesinin araştırma dersinde Öğretmen M'nin uyguladığı Pisagor ve uygulamaları ile ilgili etkinliklerde kavramların sorgulanarak verildiği görülmüştür. Öğretmenlerin öğrencilerin öğrenmelerini değerlendirmelerinde ve derslerini gözden geçirmelerinde sorgulama önemli bir süreçtir (Tanışlı, 2013). Bu bağlamda öğretmen sorgulaması öğrencilerin geometrik kavramları anlamalarını, geometrik düşünmelerini ve geometrik problemleri çözmelerini sağlamada güçlü bir araç olarak kullanılabildiğinden (Driscoll vd., 2007), Öğretmen M'nin bu yaklaşımı değerlidir. Ayrıca bu araştırma dersinde öğretmenin Pisagor teoremini kavratmaya yönelik iki etkinlik ve işlemsel bilginin gelişimine yönelik çeşitli problemler uyguladığı görülmüştür. Baki (2008) matematikte kalıcı ve işlevsel bir öğrenmenin yalnızca kavramsal ve işlemsel bilginin dengelenmesi ile mümkün olacağını vurgulamıştır. Öğretmenin yaklaşımı bu çerçevede incelendiğinde, öğretmenlerin bu araştırma dersinden itibaren araştırma dersinde bu dengeyi sağlamaya başladığı söylenebilir. Tartışma toplantısında yürütülen araştırma dersinin öğrenciler açısından oldukça etkili geçtiği, öğretmenlerin özellikle hazırlanan etkinlikleri geometrik alışkanlıkları destekleyecek biçimde tasarladıkları, hatta hangi alışkanlığı desteklemediği üzerine tartıştıkları gözlenmiştir. Üstelik tartışma toplantısında revize ettikleri boyalı alanları karşılaştırma etkinliğinin geometrik düşünme açısından zengin ve alt soruları bağlamında orijinal bir etkinlik olduğu görülmüştür. Bu etkinlik ile öğretmenlerin zihnin geometrik alışkanlıklarının tamamını destekledikleri söylenebilir. Boyalı ve boyalı olmayan alanların karşılaştırılması ve bu süreçte öğrenci düşüncesine yapılan vurgu öğrencilerdeki özellikle ilişkilendirme ve genelleme alışkanlıklarının gelişimi açısından son derece önemlidir.

Altıncı ders imecesinin planlama toplantısında öğretmenlerin detaylı olarak hazırladıkları etkinlik ve problemlerde zihnin geometrik alışkanlıklarının ilişkilendirme, genelleme ile keşif ve yansıtma bileşenlerini desteklemeye çalıştıkları saptanmıştır.

Özellikle planlanma toplantısında hazırlanan "kenar uzunlukları verilen üçgenlerin dik olup olmadığının tartışılması" probleminin geometrik alışkanlıklardan ilişkilendirme ile keşif ve yansıtma bileşenlerini destekleyici bir problem olduğu söylenebilir. Ayrıca kare ve dikdörtgende köşegen uzunluklarının belirlenmesi ile ikizkenar ve eşkenar üçgende yüksekliklerin hesaplanması problemleri hem genelleme hem de değişmezleri araştırma bileşenlerini destekleme bağlamında önemlidir. Altıncı ders imecesinde gerçekleştirilen araştırma dersinde Öğretmen Ö planlama doğrultusunda dik üçgende Pisagor bağıntısının problemlerde uygulanmasına odaklanmış, bağıntının kare, dik üçgen ve hipotenüs gibi akla gelen ilk ilgili kavramların yanı sıra köşegen, yükseklik, kare, dikdörtgen ve eşlik gibi diğer kavramlar ile de ilişkilendirilmesi üzerinde durmuştur. Ayrıca öğretmenin planlama toplantısında alınan kararlara paralel şekilde problem çözdüğü görülmüştür. Bu doğrultuda problemlerden bazılarında genelleme geometrik alışkanlığını desteklemek için üçgenin kenar uzunluklarını planlamada yer almadığı halde tamsayı yerine ondalık sayıyı tercih etmesi değerlidir. Bu ders imecesinin tartışma toplantısında ise öğretmenlerin genelleme ve dinamik düşünme bileşenleri üzerinde diğer bileşenlere göre daha çok durduğu belirlenmiştir. Bu tartışma sürecinde dersi yürüten öğretmenin genelleme geometrik alışkanlığını hangi yollarla desteklediğini ayrıntılı bir şekilde açıklayabildiği görülmüştür. Ayrıca öğretmenlerin dinamik düşünme bileşenini nasıl tespit ettiklerini ve hangi durumlarda desteklendiğini birbirlerine açıklayabildikleri saptanmıştır.

Yedinci ders imecesinin planlama toplantısında öğretmenlerin planlamayı detaylı bir şekilde yaptıkları ve bu süreçte başta *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* ve *"tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"* bileşenleri başta olmak üzere geometrik alışkanlıkları göz önünde bulundurdukları belirlenmiştir. Yedinci ders imecesinde gerçekleştirilen araştırma dersinde Öğretmen S'nin öğrencilere hem etkinliği keşfetme hem de problem çözme adımlarında ilişkilendirme, genelleme ve keşif ve yansıtma bileşenlerini destekleyecek şekilde sorular yönlendirdiği görülmüştür. Ayrıca öğretmenin sorduğu benzerlik problemlerini çözme sürecinde kenar uzunlukları arasındaki orandan, çevreler arasındaki ve alanlar arasındaki oranlara geçiş sürecinde ağırlıklı olarak "özel muhakeme becerilerini kullanma" bileşenini desteklediği görülmüştür. Bu ders imecesine ilişkin tartışma toplantısında ise öğretmenlerin geometrik alışkanlıklara dayalı bir tartışma süreci geçirdiği görülmüştür. Ayrıca önceki ders imecelerinde eksikliklerinin olduğu *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* gibi bileşenlere ilişkin doğru çıkarımlar yaparak *"benzerlik oranı hesaplanan tüm şekillerde orantısal muhakeme yapılmaktadır*" genellemesine ulaştıkları ve keşif ve yansıtma geometrik alışkanlığını da vurguladıkları saptanmıştır.

Beşinci ders imecesinden itibaren öğretmenlerin geometrik alışkanlıklara ilişkin eksikliklerinin ve yanılgılarının belirgin şekilde azaldığı belirlenmiştir. Öğretmenler farklı geometrik alışkanlıklara ilişkin göstergeleri tanımada ustalaştıkça, öğrencilerin geometrik düşünmelerini geliştirebilecek soruları, karşılaşabilecekleri zorlukları ve diğer öğretimsel hamlelerin gücünü daha rahat görebilirler (Driscoll vd., 2007). Ayrıca öğretmenlerin etkinlik ve problemlerde tespit ettikleri geometrik alışkanlığın hangi yollarla desteklendiğini gerekçeleriyle doğru bir biçimde açıkladıkları saptanmıştır.

Öğretmenlerin ders imeceleri sonrasında geometrik alışkanlıklarındaki ve dolayısıyla geometrik düşünmelerindeki gelişimi, kendi okul ortamlarında kendi öğrencileriyle işledikleri bireysel derslerine ilişkin öğretim sürecine yansıttıkları saptanmış, değişmezleri araştırma ve keşif ve yansıtma bileşenlerine kıyasla ilişkilendirme ve genelleme bileşenlerini derslerinde daha fazla vurguladıkları görülmüştür.

Ders imeceleri uygulamalarından iki ay sonra gözlemlenen bireysel olarak planladıkları derslerinde tüm öğretmenlerin ZGA'ları destekleyecek şekilde derslerini tasarladıkları belirlenmiştir. ZGA'nın bağımsız şekillere odaklanma, tek bir şeklin parçaları arasındaki ilişkilere odaklanma, dinamik düşünme ve araştırma, keşif ve yansıtma gibi birçok bileşenini destekleyici etkinlik ve problemleri tüm öğretmenlerin her iki hafta gözlemlenen derslerinde ele aldıkları görülmüştür. Bunun yanında tüm öğretmenlerin ders imecesi sürecinin başında doğru tespit edemedikleri ya da karıştırdıkları tanıdık durumlardan yararlanma bileşenini gözlemlenen derslerinde kullanmaları da çarpıcı bir bulgudur. Bu gözlemlere dayalı olarak öğretmenlerin süreç içerisinde bileşenleri içselleştirdiği söylenebilir. Bununla birlikte yine gözlemlenen bu derslerde öğretmenlerin özel muhakeme becerilerinden yararlanma bileşenini diğer bileşenlere göre daha az kullandıkları da belirlenmiştir. Bu bileşenin yalnızca simetriden yararlanma ve orantısal akıl yürütme yoluyla desteklenmesi, gözlemlerin yapıldığı derslerde öğretmenlerin konunun yapısından dolayı işledikleri etkinliklere bu bileşeni entegre edememiş olmasından kaynaklanabilir.

Araştırmacının anlaşılmayan ya da karıştırılan bileşenleri her bir imecede açıklamasına rağmen öğretmenlerin bileşenlere ilişkin yanılgılarının ilk dört ders imecesinde devam ettiği görülmüştür. Bu süreçte her bir döngüye ilişkin oluşturulan modeller incelendiğinde, Öğretmen S başta olmak üzere Öğretmen A ve T'nin geometrik alışkanlıkların bileşenlerine ilişkin bilgi eksikliklerini gidermede, Öğretmen Ö ve Öğretmen M'ye göre daha dirençli oldukları saptanmıştır.

Ders imecelerinin başında Öğretmen A ve M deneyimsiz olduklarını vurgulamışlar ve araştırma dersinin planlanma sürecinde çoğunlukla pasif kalmışlardır. Bununla birlikte öğretmenlerin ilk iki ders imecesinde planlama sürecinden ziyade tartışma toplantısında dersi analiz etme ve geometrik alışkanlıkları tespit etme sürecine daha aktif katıldıkları görülmüştür. Bu süreç ilk dört ders imecesi boyunca devam etmiş, beşinci ders imecesinde bu durumu aşabildikleri belirlenmiştir. Bu durum öğretmenlerin mesleki deneyimlerine ilişkin henüz birikimleri olmadığı düşünüldüğünde, planlamaya ilişkin düşüncelerini paylaşmada daha deneyimli öğretmenlere kıyasla çekingen davranmalarını açıklayabilir. Süreç içerisinde özellikle Öğretmen M'nin ikinci anlatımına ilişkin ders imecesinde ilkine göre ön hazırlık yaparak gelmesi, daha yapılandırmacı, öğrencilerdeki keşif ve sorgulama süreçlerini geliştirici, ZGA açısından zengin etkinlikler önermesi süreçte deneyimsiz öğretmenlerin deneyimli öğretmenlerin alan bilgisi ve alanı öğretme bilgisinden yararlandığının bir göstergesi olarak düşünülebilir.

Araştırmada Öğretmen Ö'nün hem deneyimli olması, hem de alan bilgisi ve alanı öğretme bilgisindeki hakimiyeti ders imecesi sürecini oldukça zenginleştirmiştir. Öğretmen Ö'nün toplantılarda sürekli öğrencilerin kavramsal anlamaları üzerinde vurgu yapması, geometrik alışkanlıklar bağlamında öğretmenlerin planladıkları etkinlik ve problemlere yansımış, öğretmenlerin öğrencilerinin geometrik kavramları genellemeleri ve keşfetmeleri sürecinde uygun ve yönlendirici soruları tasarlamalarına katkı sağlamıştır.

SONUÇ

Öğretmenlerin ders imeceleri aracılığıyla geometrik düşünmelerindeki gelişimlerine ilişkin elde edilen sonuçlar şunlardır:

- ✓ Birinci ders imecesinin planlama toplantısında öğretmenlerin hiçbir geometrik alışkanlığa doğrudan yer vermediği belirlenmiş, araştırmacılar tarafından öğretmenlerin planladığı etkinlikler geometrik alışkanlıklar bağlamında değerlendirilmiştir. Tartışma toplantısında ise öğretmenlerin kullanılan matematiksel dilin öğrencilerin kavramsal anlamalarını etkilediğini belirttikleri, ayrıca öğretmenlerin planlama sürecinde öğrenci düşüncesini dikkate alma üzerine tartıştıkları belirlenmiştir. Öğretmenlerin; özel muhakeme becerilerini kullanma, dinamik düşünme ve keşif ve yansıtmanın her iki bileşenine dayalı bilgi eksiklikleri olduğu da saptanmıştır. Ayrıca birinci ders imecesinin sonunda öğretmenler planı geliştirmeye yönelik herhangi bir revizyon kararı almamışlardır.
- ✓ İkinci ders imecesinin planlama toplantısında öğretmenlerden bazılarının inşa etme etkinliklerinin zaman kaybı olacağını vurguladıkları saptanmıştır. Ancak bir öğretmenin inşa etkinliklerinin geometrik düşünmeyi geliştirmeye olan katkısını dile getirmesi, diğer öğretmenleri bu etkinlikleri gösterip-yaptırma stratejisiyle kazandırmaya ikna ettiği belirlenmiştir. İkinci ders imecesinin tartışma toplantısında ise dersin öğrenci merkezli hale getirilmesi önerisinde bulunmuşlardır. Buna dayalı olarak ikinci ders imecesi sonunda öğretmenler etkinlikte revizyon kararı almışlardır. Ayrıca öğretmenlerin çoğunda özel muhakeme becerilerini kullanma, dinamik düşünme, tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan yararlanma bileşenlerine yönelik bilgi eksikliği görülmüştür.
- ✓ Üçüncü ders imecesinin planlama toplantısında öğretmenlerin çoğunluğunun geometrik yapıların inşa edilmesinin geometrik düşünme üzerindeki etkisinin hala farkında olmadıkları, bir öğretmenin yönlendirmesiyle araştırma dersinde inşa etkinliklerine yer vermeye ikna oldukları saptanmıştır. Üçüncü ders imecesinin tartışma toplantısında hazırlanan etkinliklerin planlanan süre içerisinde yetiştirilememesinden dolayı bir araştırma dersi daha yapılması kararını almışlardır. Ayrıca öğretmenlerin genel olarak tüm geometrik alışkanlıklara yönelik bilgi eksiklikleri olduğu da saptanmıştır. Öğretmenlerin sonraki ders imecelerinde planı daha detaylı hazırlamaları gerektiğinin farkına vardıkları ve dersi yürüten öğretmenin

öğretimsel uygulamalarına yönelik dönüt verdikleri de görülmüştür. Bu ders imecesine ilişkin yapılan araştırma dersleri sonrasında öğretmenlerin inşa etkinliklerinde çeşitli materyallerin ve teknolojinin kullanımı gibi revizyon kararları aldıkları belirlenmiştir.

- ✓ Dördüncü ders imecesinin planlama toplantısında öğretmenlerin eşlik ve benzerlik konularına ilişkin genel bir yol haritası çizdikleri, bu süreçte kullanacakları problemleri detaylı olarak hazırlamadıkları görülmüştür. Bu ders imecesine ilişkin tartışma toplantısında öğretmenlerin araştırma dersini yürüten öğretmene öğretim sürecinde kullandığı yöntem ve stratejileri ile kendi alan bilgisinin sınıfta yansımalarına ilişkin eleştirilerde bulundukları, öğretmenin zihnin geometrik alışkanlıklarının bileşenlerini dikkate almadığını ve dersi öğretmen merkezli yürüttüğünü söyledikleri görülmüştür. Öğretmenin araştırma dersinde yetiştiremediği konular göz önünde bulundurularak tartışmada bir araştırma dersi daha gerçekleştirilmesi kararı alınmış ancak bu dersin planlanmasına yönelik herhangi bir öneride de bulunmadıkları saptanmıştır. Devam eden araştırma dersinin tartışma toplantısında öncelikle öğretmenler dersi yürüten öğretmenin plan dışı etkinlik ve problemlerini eleştirmişlerdir. Öğretmenlerin problemleri kendileri hazırlamadıklarından dolayı geometrik alışkanlıkları tespit etmede zorluklar yaşadıkları ve ilişkilendirme geometrik alışkanlığı dışındaki bileşenlerde eksiklikleri olduğu da görülmüştür.
- ✓ Öğretmenlerin üçüncü ve dördüncü ders imecesinde fazladan araştırma dersi ve değerlendirme toplantısı yapmak zorunda kalmaları ve araştırmacının öğretmenlere ön hazırlık yaparak gelmelerini önermesi, öğretmenleri sonraki ders imecelerini planlamaya hazırlıklı gelmeleri yönünde etkilemiş ve daha detaylı bir ders planı hazırlamalarına neden olmuştur.
- ✓ Öğretmenlerin dördüncü ders imecesinin sonuna kadar geçirdikleri uygulama süreci göz önünde bulundurulduğunda; önceki konularla ilişkilendirme yaparak problem çözmeyi *"tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler arama"* bileşeni, problem çözme sürecinde akıl yürütmeyi ise *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* bileşeni ile karıştırdıkları görülmüştür.
- ✓ Beşinci ders imecesinin planlama toplantısında öğretmenlerin derste kullanacakları öğrenme yol haritasını belirledikleri gibi, etkinlikleri ve problemleri de yönergelerine

kadar detaylı olarak hazırladıkları saptanmıştır. Ayrıca dersi yürütecek öğretmenin ders sürecinde yapacağı öğretimsel açıklamalara ilişkin önerilerde de bulundukları belirlenmiştir. Bu ders imecesi araştırma süreci için bir dönüm noktası olarak düşünülebilir. Tartışma toplantısında yürütülen araştırma dersinin öğrenciler açısından oldukça etkili geçtiği, öğretmenlerin özellikle hazırlanan etkinlikleri geometrik alışkanlıkları destekleyecek biçimde tasarladıkları, hatta hangi alışkanlığı desteklemediği üzerine tartıştıkları saptanmıştır.

- ✓ Altıncı ders imecesinin planlama toplantısında öğretmenlerin detaylı olarak hazırladıkları etkinlik ve problemler aracılığıyla zihnin geometrik alışkanlıklarının genelleme ile keşif ve yansıtma bileşenlerini desteklemeye çalıştıkları saptanmıştır. Bu ders imecesinin tartışma toplantısında ise öğretmenlerin genelleme ve dinamik düşünme bileşenleri üzerinde diğer bileşenlere göre daha çok durduğu belirlenmiştir. Bu tartışma sürecinde dersi yürüten öğretmen genelleme geometrik alışkanlığını hangi yollarla desteklediğini ayrıntılı bir şekilde açıklayabildiği görülmüştür. Ayrıca öğretmenlerin dinamik düşünme bileşenini nasıl tespit ettiklerini ve hangi durumlarda desteklendiğini birbirlerine açıkladıkları saptanmıştır.
- ✓ Yedinci ders imecesinin planlama toplantısında öğretmenlerin planlamayı detaylı bir şekilde yaptıkları ve bu süreçte başta *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* ve *"tam bir çözüm kümesi ya da genel kural arama"* bileşenleri başta olmak üzere geometrik alışkanlıkları göz önünde bulundurdukları saptanmıştır. Bu ders imecesine ilişkin tartışma toplantısında ise öğretmenlerin geometrik alışkanlıklara dayalı zengin bir tartışma süreci geçirdiği görülmüştür. Ayrıca önceki ders imecelerinde eksik bilgiye sahip oldukları *"özel muhakeme becerilerini kullanma"* gibi bileşenlere ilişkin doğru çıkarımlar yaparak *"benzerlik oranı hesaplanan tüm şekillerde orantısal muhakeme yapılmaktadır*" genellemesine ulaştıkları ve keşif ve yansıtma geometrik alışkanlığını da vurguladıkları saptanmıştır.
- ✓ Beşinci ders imecesinden itibaren öğretmenlerin geometrik alışkanlıklara ilişkin yanılgılarının ve bilgi eksikliklerinin belirgin şekilde azaldığı belirlenmiştir. Ayrıca etkinlik ve problemlerde tespit ettikleri geometrik alışkanlığın hangi yollarla desteklendiğini gerekçeleriyle doğru bir biçimde açıkladıkları saptanmıştır.
- ✓ Öğretmenlerin ders imeceleri sonrasında kendi okul ortamlarında öğrencileriyle gerçekleştirdikleri bireysel derslerinde geometrik alışkanlıkları dikkate aldıkları ve

öğretim sürecine hazırladıkları etkinlik ve problemler aracılığıyla yansıttıkları saptanmıştır.

- ✓ Araştırmadan elde edilen en belirgin sonuç öğretmenlerin geometrik düşünmelerinin ders imecesi aracılığıyla gelişme gösterdiğidir. Birinci ders imecesinden yedinci ders imecesine kadar olan süreçte öğretmenlerin kullandıkları matematik dili, temsiller, ders içi öğrenci sorgulamalarının geliştiği, ilgili kavramlara yönelik zihnin geometrik alışkanlıklarına dayalı etkinlik ve problemler ürettikleri, üretilen bu problemleri ve öğretim süreçlerini bu bileşenleri dikkate alarak değerlendirdikleri ve kendi geometri derslerini bu alışkanlıklar çerçevesinde planlayıp uyguladıkları saptanmıştır.

ÖNERİLER

Araştırma sonuçlarına dayalı olarak geliştirilen öneriler "Uygulamaya Yönelik Öneriler" ve "Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler" şeklinde iki başlık altında toplanmıştır.

Uygulamaya Yönelik Öneriler

- ✓ Öğretmenlerin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi için ders imecesi modelinin etkili olduğu görüldüğünden, bu modelin yaygınlaştırılması için öğretmenlere hizmet içi eğitimler verilebilir. Ders imecelerinin dönüm noktasının beşinci ders imecesi olduğu düşünüldüğünde bu eğitimlerin en az beş hafta sürmesi önerilmektedir. Ayrıca bu eğitimleri alan öğretmenlerin kendi okullarında ders imecesi modelini gerçekleştirmeye çalışan öğretmenlere rehberlik ederek kendi okullarında ders imecesi çalışmaları yürütmeleri de sağlanabilir.
- ✓ Öğretmenlerin geometrik düşünmeleri, geometrik alışkanlıkların temel alındığı çalışmalarla gelişme gösterdiğinden, zihnin geometrik alışkanlıkları modeli lisans derslerinde öğretmen adaylarına öğretilebilir ve bu yolla öğretmen adaylarının geometrik düşünmeleri lisans eğitimleri içerisinde geliştirilebilir. Dolayısıyla Eğitim Fakültelerinin Matematik Öğretmenliği Programlarında geometrik düşünmeyi geliştirmeye yönelik seçmeli derslerin açılması önerilmektedir.
- ✓ Öğretmenlerin geometrik alışkanlıkları geliştirmede teknolojinin katkı sağlayabileceğinin farkında olduğu ancak bu teknolojiyi derslerinde kullanamadıkları görülmüştür. Bu durum göz önünde bulundurulduğunda, özellikle geometrik bir durumdaki değişen/değişmeyen durumları anlayabilmeleri ve bu yolla değişmezleri araştırma geometrik alışkanlığını geliştirebilmeleri için dinamik geometri ortamında etkinlikler hazırlamalarına yönelik öğretmen seminerlerinin düzenlenmesi, öğretmenlerin teknolojiyi geometrik düşünmeyi geliştirmede bir araç olarak kullanabilecekleri ortamlar tasarlanması önerilebilir.

Araştırmacılara Öneriler

- ✓ Ders imecesi sürecinde öğretmenlerin kullandıkları matematik dili, temsiller, ders içi öğrenci sorgulamalarının geliştiği, ilgili kavramlara yönelik zihnin geometrik alışkanlıklarına dayalı etkinlik ve problemler ürettikleri, üretilen bu problemleri ve öğretim süreçlerini bu bileşenleri dikkate alarak değerlendirdikleri ve kendi geometri derslerini bu alışkanlıklar çerçevesinde planlayıp uyguladıkları saptanmıştır. Bu doğrultuda öğretmenlerin alan bilgileri ve alanı öğretme bilgileri bağlamındaki diğer becerilerini geliştirmek için yeni araştırmalar tasarlanabilir.
- ✓ Ders imeceleri aracılığıyla öğretmenlerin mesleki gelişimine yönelik bu araştırma, hizmet öncesi dönemde öğretmen adaylarının yetiştirilmesini sağlayacak şekilde desenlenebilir.
- ✓ Öğretmenlerin ders imeceleri sonrasında kendi okul ortamlarında öğrencileriyle gerçekleştirdikleri bireysel derslerinde geometrik alışkanlıkları dikkate aldıkları ve öğretim sürecine hazırladıkları etkinlik ve problemler aracılığıyla yansıttıkları görüldüğünden, geometrik alışkanlıklar çerçevesini içselleştirmiş öğretmenlerle akademisyenler arasında işbirliği yapılarak öğrencilerin geometrik alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik araştırmalar desenlenebilir.
- ✓ Öğretmenlerin mesleki gelişimlerini desteklemek amacıyla, Türkçe kaynak sıkıntısı göz önüne alınarak, zihnin geometrik alışkanlıklarını temel alan etkinlikleri içeren kaynak kitap, iyi uygulama örneklerinin yer aldığı bir web sitesi ve çeşitli materyaller hazırlanabilir.

EKLER

Ek 1. Aydın Milli Eğitim Müdürlüğü'nden alınan izin belgesi

T.C
AYDIN VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 86174507-605 05.03.2013 07644
Konu: Araştırma İzni.

ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
AYDIN

Üniversiteniz. Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Araştırma Görevlisi ve Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora Programı Öğrencisi Deniz ÖZEN'in "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Geometrik Düşünmelerinin Geliştirilmesi: Bir Ders İmecesi " konulu tez çalışmasını. İlimiz ortaokullarında 2012-2013 eğitim öğretim yılı ile 2013-2014 eğitim öğretim yılında uygulama yapma isteğini uygun gören Valilik Makamının 01.03.2013 tarihli ve 7250 sayılı Onayı ekte gönderilmiştir

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim

Pervin TÖRE
Milli Eğitim Müdürü

ASLI gibidir.
18.03.2013
Naciye KARAKÖSE
ŞEF

Ek :
1- Valilik Onayı (1 Sayfa)

13-03-2013
605-01
4165
Eğitim Fak. Dek.
Yazı İşl.

18.03.13
Sn. E. BEHTİOĞLU
15.03.13

13.03.2013

Meşrutiyet Mah.Kültür Cad. No:20 AYDIN Telefon:0-256-2151028 Faks:0-256-2251268
e-posta: aydinmem@meb.gov.tr Elektronik Ağ : aydin.meb.gov.tr

Ek 1. Aydın Milli Eğitim Müdürlüğü'nden alınan izin belgesi (Devam)

T.C.
AYDIN VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı :66329276-806.01.03/ 12.03.2013 08386

Konu: Araştırma İzni (Tez).

ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
(Eğitim Fakültesi Dekanlığı)

İlgi : 19/02/2013 tarihli ve 57629817/804-200 sayılı yazınız.

İlgi yazınız ve ekleri Komisyonumuzca incelenmiş olup; Milli Eğitim Bakanlığı'nın 2012/13 sayılı Genelgeleri gereği; Fakülteniz İlköğretim Bölümü Araştırma Görevlisi ve aynı zamanda Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora Programı Öğrencisi Deniz ÖZEN'in, "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Düşünmelerinin Geliştirilmesi" tezini uygulaması uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Pervin TÖRE

İl Milli Eğitim Müdürü

EKLER :
Komisyon Değerlendirme Formu

19.03.2013

Naciye KARAKÖSE
ŞEF

19.03.2013
716
716

Meşrutiyet Mah.Kültür Cad.No:20 09100 AYDIN
Yazılara verilecek cevaplarda yazı ilgisi mutlaka tutulmalı

EĞİTİMDE REFORM

Ek 2. Öğretmen Bilgilendirme ve İzin Formu

Katılımcı Bilgilendirme

Sayın Matematik Öğretmeni,

Bu araştırma, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Programı'nda yürütmekte olduğum doktora tezimin uygulama çalışmasıdır. Araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi amaçlanmaktadır.

Daha önceden bilgilendirildiğiniz üzere, araştırmanın pilot çalışması 2012-2013 öğretim yılı bahar döneminde sekizinci sınıf matematik programında yer alan geometri öğrenme alanına ait geometrik cisimler konusu ile ilişkili kazanımları içine alan dersleri kapsayacak şekilde yapılmıştır. Araştırmanın asıl uygulaması da 2013-2014 öğretim yılı güz ve bahar yarıyıllarında sekizinci sınıf matematik programında yer alan üçgenler konusu ile ilişkili kazanımları içine alan dersleri kapsayacak şekilde yapılacaktır. Araştırma kapsamındaki uygulamaların yaklaşık 3 ay süreceği tahmin edilmektedir.

Bu süreçte katılımcılar, öncelikle araştırmacı tarafından geometrik düşünmenin bileşenleri ve göstergeleri hakkında bilgilendirilecektir. Daha sonra katılımcılardan bunları göz önünde bulundurarak ders imecesi modeli ile geometri derslerini diğer katılımcılarla birlikte yürütmeleri istenecektir. Ders imecesi modelinde öğretmenler grup çalışmaları yaparak dersleri birlikte planlayacak, bu dersleri uygulayacak ve gözlemleyecek, son olarak da bu dersler üzerine tartışmalar yaparak yansıtıcı bir rapor hazırlayacaklardır.

Katılımcılarla yapılacak her türlü görüşme ve bilgilendirme, ders planlama, uygulama ve değerlendirme oturumları video kamera ile kayıt altına alınacaktır. Bu kayıtlar yalnızca araştırmadan elde edilen verileri analiz etme ve raporlaştırma aşamasında kullanılacaktır. Ayrıca bu kayıtlar araştırma kapsamı dışında hiç kimseyle veya kurumla paylaşılmayacaktır.

Araştırmaya katılmak istiyorsanız lütfen aşağıdaki izin belgesini doldurunuz. İlginize teşekkür ederim.

Arş. Gör. Deniz ÖZEN
Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi
İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi ABD

İzin Belgesi

Yukarıda açıklanan araştırma kapsamında gerçekleştirilecek oturumlarda katılımcı olarak bulunmak istediğimi ve araştırmanın gereklilikleri doğrultusunda etkinlikleri yapacağımı beyan ederim.

Ayrıca araştırma kapsamında gerçekleştirilecek uygulamaların ve derslerin video kamera ile kayıt altına alınmasında sakınca yoktur.

Matematik Öğretmeni:

………..…………………………………

EK 3. Veli Bilgilendirme ve İzin Belgesi

Sayın Veli,

Bu belge sizleri velisi olduğunuz öğrencinin matematik öğretmeninin katılmakta olduğu bir mesleki gelişim araştırmasından haberdar etmek üzere hazırlanmıştır.

Araştırma kapsamında öğretmeniniz Aydın İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nün izinleri alınarak düzenlenen araştırmaya katılan diğer öğretmenlerle birlikte Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde eğitim almış ve …………………………….…… Ortaokulu'nda çalışmalar yapılmıştır.

Bu nedenle bu araştırmaya katılan öğretmenler sınıf içi uygulamaları gözlemlemek üzere öğrencinizin bulunduğu sınıfta derslere katılacaklardır. Bu gözlemlerde kamera çekimi yapılacak ve öğretmenin ders anlatımı video kayıt altına alınacaktır. Öğrencilerin yapılacak video kayıtlarında görünmesi ihtimali olduğundan bu bilgilendirme sizinle paylaşılmıştır. Bu video kayıtları yalnızca araştırma raporunu yazma aşamasında kullanılacaktır. Ayrıca bu kayıtlar araştırma kapsamı dışında hiç kimseyle veya kurumla, hiçbir ortamda (herhangi bir sosyal paylaşım sitesinde vs.) paylaşılmayacaktır.

Araştırmanın yapılacağı derste öğrencinizin de kamera kaydının alınmasında tarafınızca sakınca yoksa lütfen aşağıdaki izin belgesini imzalayınız. İlginize teşekkür ederim.

Arş. Gör. Deniz ÖZEN
Adnan Menderes Üniversitesi
Eğitim Fakültesi

VELİ İZİN FORMU

Araştırma kapsamında gerçekleştirilecek derslerde velisi bulunduğum öğrencinin video kamera ile kayıt altına alınmasında sakınca yoktur.

Öğrencinin Adı-Soyadı: **Öğrenci Velisinin Adı-Soyadı ve İmzası:**

Ek 4. Ders imeceleri öncesinde yapılan öğretmen seminerlerinin içerikleri

Hafta		*Seminerin İçeriği*
Birinci Hafta	1	*Birinci seminerde araştırmacı toplantıya katılan öğretmenlere araştırmanın çıkış noktası, amacı, geometri öğretiminin önemi, Türkiye'nin uluslararası değerlendirmelerdeki geometri başarısı üzerine bir sunum yapmıştır. Daha sonra öğretmenlerin mesleki gelişimine yönelik bir model olan ders imecesi modelinin uygulanışı ve aşamalarını anlatmıştır. Ayrıca ders imecesi modelinin mesleki gelişime olan katkıları ile bazı araştırma sonuçlarını paylaşmıştır. Seminerin ikinci yarısında araştırmacı öğretmenlere pilot çalışmada yaptığı uygulamalara ilişkin açıklamalar yapmış ve örnekler sunmuştur. Son olarak öğretmenlerin uygulama sürecine ilişkin kafalarına takılan soruları yanıtlamıştır.*
	2	*İkinci seminerin ilk yarısında araştırmacı öncelikle araştırmaya katılmaya karar veren öğretmenlere, araştırma sürecini anlatan ve yapılacak çalışmalara yönelik öğretmenlerin yazılı izinlerini almak amacıyla hazırlanmış araştırma protokolü dağıtmıştır. Ardından yaptığı sunumda öğretmenlere geometrinin günlük hayatımızdaki yeri ve geometrik düşünmenin öneminden bahsetmiştir. Sunumun devamında araştırmaya teorik çatı oluşturan ZGA çatısını ve bileşenlerini tanıtmıştır. Seminerin ikinci yarısında ise araştırmacı ZGA çerçevesine ait bileşenleri örnekler üzerinde göstermiştir. Ardından Zihnin Geometrik Alışkanlıkları çerçevesine yönelik öğretmenlerden gelen soruları yanıtlamıştır.*
İkinci Hafta	3	*Üçüncü seminerde araştırmacı öğretmenlere Zihnin Geometrik Alışkanlıkları çerçevesine ait her bir bileşen ve göstergelerini tanımlamış ve bunları örneklendirmiştir. İlk yarıda ilişkilendirme ve genelleme bileşeni, ikinci yarıda ise değişmezleri araştırma ve keşif ve yansıtma bileşeni üzerinde durulmuştur. Seminerin sonunda öğretmenlere "Otlak Problemi" (Driscoll, 2007) dağıtılmış ve bir sonraki seminere kadar bu problemi çözmeleri, öğrencilerin düşünme ve çözüm yolları, öğrencilerin verebileceği yanlış cevaplar ve kavram yanılgıları üzerine ve bu sorunun geometrik düşünmeyi hangi yönlerden desteklediği üzerine düşünmeleri istenmiştir. Bir sonraki seminerde bu problem üzerinde ZGA'nın bileşenleri ve göstergeleri tartışılmıştır.*
	4	*Dördüncü seminerde araştırmacı öğretmenlere öncelikle bu tarihten itibaren tutacakları öğretmen günlüklerini dağıtmış ve onlardan şimdiye kadar yapılan çalışmaları özetlemelerini istemiştir. Ardından bir önceki seminerde dağıttığı "Otlak Problemi" (Driscoll, 2007) etkinliği ile seminere başlamıştır. Seminerde öğretmenlerin etkinliğe yönelik görüşleri alındıktan sonra etkinlikteki problemlerin farklı yollardan çözümleri ve olası öğrenci cevapları, bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları üzerinde durulmuştur. Daha sonra araştırmacı tarafından hazırlanan ve içinde öğrenci çözümlerinden kesitler yer alan seminer notları öğretmenlere dağıtılmıştır. Bu notlarda otlak problemine yönelik çeşitli geometrik alışkanlıkların tespit edilebileceği öğrenci çözümleri bulunmaktadır. Öğretmenlerden bu çözümler üzerinde hangi geometrik alışkanlıkları gözlemlediklerine dair basit analizler yapmaları istenmiştir. Birkaç çözüm üzerinde konuşulduktan sonra diğer öğrenci çözümleri öğretmenlere analiz etmeleri için verilmiştir. Seminerin sonunda öğretmenlerden öğretmen günlüklerine bu seminerdeki kazanımlarını yazmaları istenmiş ve sonraki seminere hazırlık yapmaları için "Farklı yol ile alan hesabı etkinliği" dağıtılmıştır.*
Üçüncü hafta	5	*Beşinci seminerde araştırmacı öğretmenlerin bir önceki seminerde dağıttığı "Farklı yol ile alan hesabı" (Driscoll, 2007) etkinliği üzerinde tartışmalarını sağlamıştır. Öncelikle problemin zorluk düzeyi ve öğrencilerine göre çözülebilirliği üzerinde tartışan öğretmenler, daha sonra problemi çözüm yollarını tartışmışlardır. Özellikle etkinliğin ikinci ve üçüncü sayfasındaki adımlara geldiklerinde iki öğretmen çözümlerinin yanlış olduğunu görmüştür. Diğer iki öğretmen ise problemi nasıl çözdüklerini diğer öğretmenlere anlatmıştır. Öğretmenler arasındaki etkileşimin arttığı bu seminer, oldukça verimli geçmiştir. Seminerin ardından öğretmenlerden öğretmen günlüklerine bu seminerdeki kazanımlarını yazmaları istenmiş ve bir sonraki seminere hazırlıklı gelmeleri için "Köşegen üzerinde kayma" (Driscoll, 2007) etkinliği verilmiştir.*
	6	*Altıncı seminerde öğretmenlerin bir önceki seminerde araştırmacının verdiği "Köşegen üzerinde kayma" (Driscoll, 2007) etkinliği üzerinde tartışmaları istenmiştir. Öğretmenler öncelikle bu problemi çözüm yaklaşımları üzerine tartışmış ardından çözüme ulaşmak için nasıl bir strateji ile ilerleyeceklerini konuşmuşlardır. Kağıt kalem ortamında çeşitli çözümler denemeleri üzerine öğretmenlerden biri dinamik geometri kullanmayı önermiş ve dinamik ortamda problemde değişen değişmeyen durumları daha rahat görebileceklerini söylemiştir. Araştırmacı yardımıyla dinamik ortamda problemde verilen şekil oluşturulur ve bu şekil üzerinde açı ölçüleri, kenar uzunlukları, çevre uzunlukları ve alan ölçüleri belirlenerek değişen değişmeyen durumlar üzerinde tartışılmıştır. Öğretmenler dinamik geometri ortamında ilişkileri kavrayarak problemde istenen sonuçları ulaşmışlardır. Seminerin ardından öğretmenlerden öğretmen günlüklerine bu seminerdeki kazanımlarını yazmaları istenmiş ve bir sonraki seminere hazırlıklı gelmeleri için "Üçgenleri karşılaştıralım"(Driscoll, 2007) etkinliği verilmiştir.*

Ek 4. Ders imeceleri öncesinde yapılan öğretmen seminerlerinin içerikleri

Hafta		***Seminerin İçeriği***
Dördüncü Hafta	7	*Yedinci seminerde öğretmenlerden önceki seminerde dağıtılan "Üçgenleri karşılaştıralım" (Driscoll, 2007) etkinliği üzerine tartışmaları istenmiştir. Öğretmenler burada kendi çözüm stratejilerini tartıştıktan sonra kağıt katlama yoluyla birbirlerine probleme yönelik varsayımlarını açıklamışlardır. Ardından öğrenci düşünceleri üzerine tahminlerde bulunmuşlardır. Araştırmacının sorusu üzerine olası öğrenci çözümlerinde hangi geometrik alışkanlıkların yer alacağı üzerine de tartışan öğretmenler daha sonra araştırmacının dinamik ortamda hazırladığı etkileşimli çalışma yaprağı üzerinde oluşturdukları varsayımları test etmişlerdir. Dinamik ortamda probleme ilişkin çıkarımlar yapan öğretmenler etkinliği sonunda kazanımlarını günlüklerine yazmışlardır. Araştırmacı seminerin sonunda öğretmenlere "Benzer parçalar"(Driscoll, 2007) etkinliğini dağıtmış ve bir sonraki seminere inceleyerek gelmelerini istemiştir.*
	8	*Sekizinci seminerde öğretmenlere ders imecelerinde kullanabilecekleri geometrik araçlar ve materyaller tanıtılmış ardından tangram etkinliği yapılmıştır. Bu etkinlikte öğretmenlere birer tangram seti verilmiş ve altı tane oluşumu yapmaları istenmiştir. Öğretmenler farklı yollardan bu oluşumları yapmış ve oluşumun aşamalarını birbirleriyle paylaşmışlardır. Tangram etkinliklerinin öğrencilerde geliştireceği bileşenler üzerine tartıştıktan sonra, bir önceki seminerde dağıtılan "Benzer parçalar"(Driscoll, 2007) etkinliğine geçmişlerdir. Seminerde tüm öğretmenlerin bu etkinliği çözebildiği gözlemlenmiştir. Seminerin sonunda öğretmenlerden kazanımlarını günlüklerine yazmaları ve bir sonraki seminere ZGA'yı ortaya çıkaracak ve geliştirecek nitelikte bir problem yazarak gelmeleri istenmiştir.*
Beşinci Hafta	9	*Yapılan son seminerde öğretmenler hazırladıkları problemleri sırayla sunmuşlardır. Her bir öğretmen problemini sunduktan sonra diğer öğretmenlerden problemi çözmeleri istenmiştir. Öğretmenler problemi çözdükten veya üzerinde bir süre uğraştıktan sonra problemi hazırlayan öğretmene söz verilerek, olası öğrenci yanıtlarına göre problemi hangi geometrik alışkanlıkları destekleyecek nitelikte hazırladığını açıklaması ve çözümü yapması istenmiştir. Tüm öğretmenler sunumlarını yaptıktan sonra ilk ders imecesinin planlama aşamasında yapılacaklar üzerine konuşularak seminer süreci tamamlanmıştır.*

Ek 5. Öğretmen gözlem formu

PLANI ZİHNİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARI AÇISINDAN DEĞERLENDİRME
İLİŞKİLENDİRME
<u>Bağımsız şekillere</u> odaklandıklarında
Tek bir şekildeki <u>parçalar arasındaki ilişkilere</u> odaklandıklarında
İlişkilere odaklanmak için <u>özel muhakeme becerilerini</u> kullandıklarında
GENELLEME
<u>Tanıdık durumlar</u> ya da <u>bilinen sonuçlardan</u> çözümler aradıklarında
<u>Varsayılan sadeleştirme durumlarını kullanarak</u> çeşitli çözümler aradıklarında
<u>Tam bir çözüm kümesi</u> ya da <u>genel kural</u> aradıklarında

Ek 5. Öğretmen gözlem formu (Arka sayfası)

DEĞİŞMEZLERİ ARAŞTIRMA
Dinamik düşünme ve araştırmayı kullandıklarında
Etkilerin kanıtlarını kontrol etmede
KEŞİF VE YANSITMA
Keşfi ön plana aldıklarında
Amaçları ön plana aldıklarında

Ek 6. Öğretmen M'nin yazdığı sonuç raporu

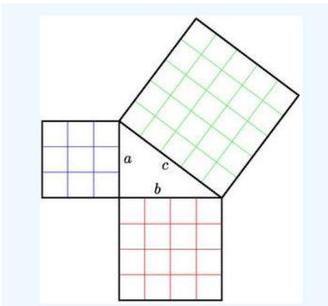
<table>
<tr><td colspan="2" align="center">Bölüm I.
Ders İmecesi Hakkında Genel Bilgiler</td></tr>
<tr><td>Ders İmecesi No:</td><td align="center">5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Uygulama Dersini İşleyen Öğretmenin;</td></tr>
<tr><td><u>Adı-Soyadı:</u></td><td align="center">Öğretmen M</td></tr>
<tr><td><u>E-Posta Adresi:</u></td><td align="center">……</td></tr>
<tr><td colspan="2">Uygulama Dersini Gözlemleyen Öğretmenler:
…………………………………………………………………………………………</td></tr>
<tr><td colspan="2">Uygulama Dersinin;</td></tr>
<tr><td>Adı:</td><td align="center">Matematik</td></tr>
<tr><td>Planlama/ İşleniş/ Değerlendirme Tarihi:</td><td align="center">12.02.2014 / 13.02.2014 / 17.02.2014</td></tr>
<tr><td>Amacı:</td><td>Bu dersin amacı öğrencilerin Pisagor bağıntısını oluşturmalarını sağlamaktır.</td></tr>
<tr><td>Dersin Kazanımları:</td><td>8. Pythagoras (Pisagor) bağıntısını oluşturur.</td></tr>
<tr><td>İşlenişe Ayrılan Süre:</td><td align="center">2 ders saati</td></tr>
<tr><td colspan="2">Uygulamanın Özeti:
Derse hikayeleştirmeye dayalı bir etkinlikle başladık. Öğrencilere Pisagor bağıntısını sezdirdik ve derse yine bir etkinlikle devam ettik. Öğrencilerin farklı Pisagor bağıntısı ispatlarını da keşfetmelerini sağladık. Ardından Pisagor' la ilgili kısa bilgi verdik ve bağıntıyı kavratmaya yönelik örneklere yer verdik. Tüm öğrencilerin sorular üzerinde düşünmelerini ve bağıntıyı sorularda uygulayabilmelerini sağlamaya çalıştık.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Bu çalışmadan kimler, ne şekilde yararlanabilir?
Bu çalışmadan öncelikle ortaokul matematik öğretmeni meslektaşlarım yararlanabilir. Bilgi paylaşım günleri, vb. etkinliklerde sunumlar yapılarak paylaşımda bulunulabilir. İlköğretim matematik öğretmenliğinde okuyan üniversite öğrencileri ve öğretmen adayları yararlanabilir. Kendi hazırlayacakları ders sunumlarında fikir oluşturmalarına yardımcı olabilir. Matematik üzerine çalışan akademik personelin de Türkiye' deki matematik eğitimi, okul koşulları, öğretmen yeterlilikleri, öğrenci profilleri üzerine fikir edinmelerini ve çeşitli çalışmalarında yararlanmalarını sağlayabilir.</td></tr>
</table>

Ek 6. Öğretmen M'nin yazdığı sonuç raporu (devam)

BÖLÜM II. DERSİN İŞLENİŞİ
Öğrencilerin Konuya İlişkin Ön Bilgileri: Öğrencilere dik üçgende en uzun kenarın hipotenüs olarak adlandırıldığı hatırlatıldı.
Ders için gerekli araç-gereçler: Ders kitabı, cetvel
2.1 Dersi Nasıl İşliyoruz?

- Derse dik üçgende en uzun kenarın hipotenüs olarak adlandırıldığı hatırlatılarak başlandı ve aşağıdaki hikayenin yer aldığı etkinlik kağıdı dağıtıldı.

MİRAS



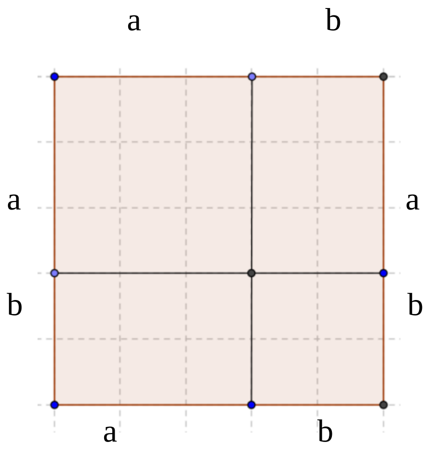
Bir baba öldükten sonra dik üçgen şeklindeki bahçesini çevreleyen üç tarlanın iki oğlu arasında paylaşılmasını vasiyet eder. Büyük oğluna büyük tarlayı, küçük oğluna diğer iki tarlayı miras bırakır. Çocuklar tarlaların eşit paylaştırılmadığını iddia ederek bu duruma itiraz ederler. Bunun üzerine köyün bilge kişisi Pisagor' a danışmaya karar verirler.

- Öğrencilere Pisagor' un nasıl bir yol izleyeceği soruldu ve kare şeklindeki tarlanın kenar uzunluklarını ölçmeye, tarlaların alanlarını bulmaya yönlendirildiler.
- Öğrenciler büyük karenin alanının diğer iki karenin alanları toplamına eşit olduğunu(birim kareleri sayarak) ve babanın oğulları arasında eşit bir paylaşım yaptığını gördüler.($3^2 + 4^2 = 5^2$)
- Elde ettiğimiz sonucuna göre üçgende iki dik kenarın karelerinin toplamı, hipotenüsün karesine eşittir ve bunu Pisagor bağıntısı olarak adlandırırız.(10 dk)

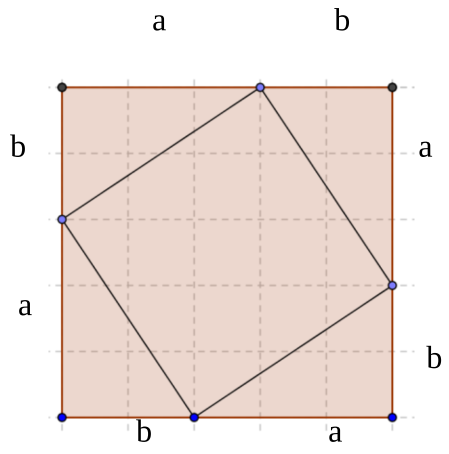
Daha sonra 2. Etkinliğe geçildi.

Ek 6. Öğretmen M'nin yazdığı sonuç raporu (devam)

ETKİNLİK



ŞEKİL I



ŞEKİL II

Kenar uzunlukları a+b olan iki kare yukarıdaki gibi verilmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

1.) Birinci şekildeki boyalı alanların toplamı ile ikinci şekildeki boyalı alanların toplamını karşılaştırınız.

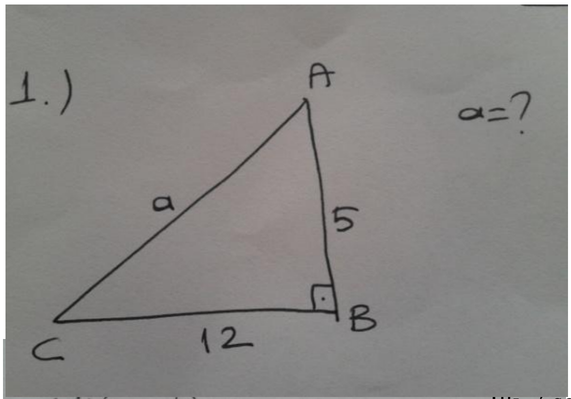
2.) Birinci ve ikinci şekildeki boyalı olmayan alanlar için ne söylenebilir?

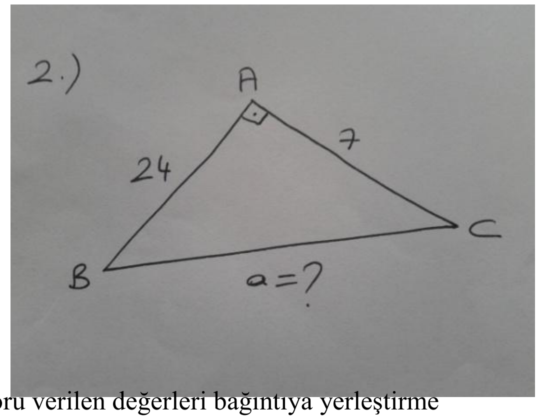
3.) Boyalı ve boyalı olmayan bölgelerin alanlarını karşılaştırdığımızda nasıl bir sonuca ulaşırız?

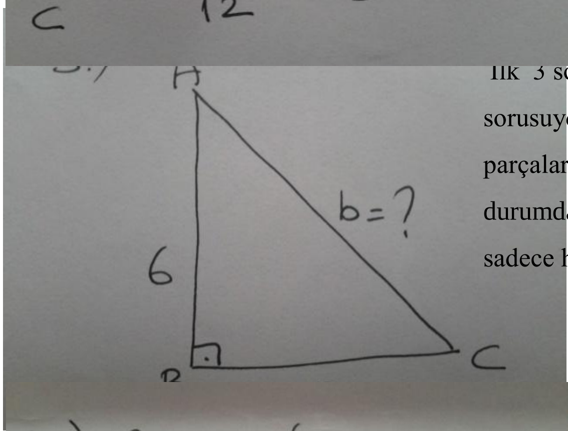
SONUÇ:

Ek 6. Öğretmen M'nin yazdığı sonuç raporu (devam)

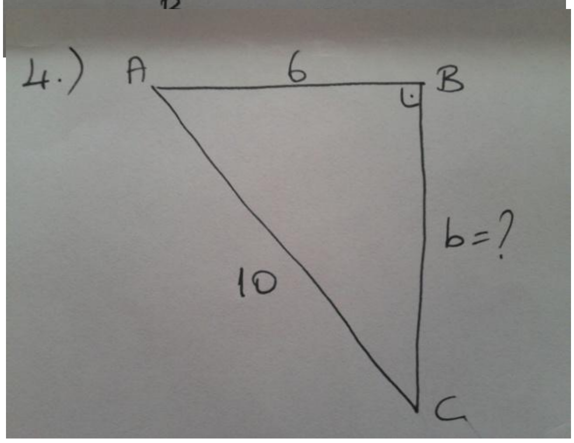
- Öğrencilerden Şekil 1 ve 2 ' yi incelemeleri istenerek ilk soru yöneltildi. Tahtaya kalkan öğrenci boyalı alanları, birimleri sayarak elde etti.
- 2. Soru yöneltildi. Öğrencilerden biri karelerin alanlarının eşit, boyalı alanların da eşit dolayısıyla boyalı olmayan alanların da birbirine eşit olacağını söyledi. Hesaplayarak bulan öğrenciler de oldu. Öğrencilerin çoğu $a^2 + b^2 = c^2$ bağıntısına ulaştı.
- 3. Soruya geçildi. 3. Soruyu yönelttikten sonra sorunun pek bir amacı olmadığını fark ettim. Sadece 2. Şekle yöneltmeye çalıştım ve farklı bir Pisagor bağıntısı ispatı görmüş olduk.
- Öğrencilere Pisagor' un hayatı hakkında kısaca bilgi verilir. (30 dk)
- Pisagor bağıntısının 100' den fazla ispatı olduğu söylenir.
- Kazanımı kavratmaya yönelik sorulara geçilir. (2. Dersin başlangıcı)

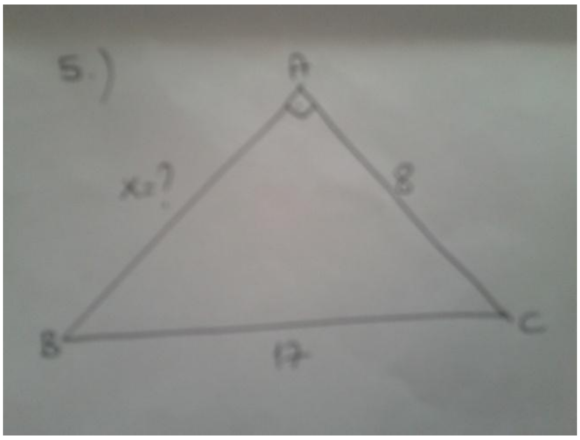




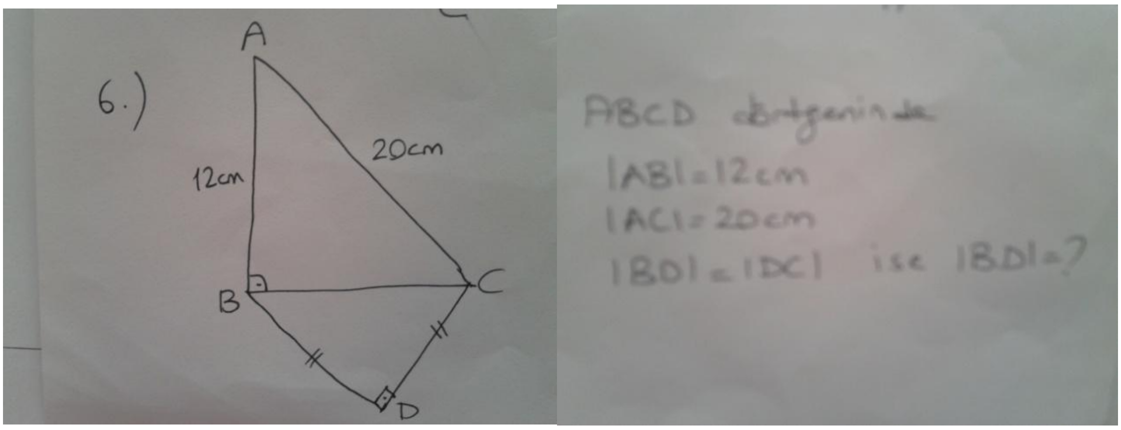


İlk 3 soru verilen değerleri bağıntıya yerleştirme sorusuydu. ZGA açısından; tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklanma, tanıdık durumdan yararlanmaya yer verildi. Sorularda sadece hipotenüs uzunluğu bulduruldu.

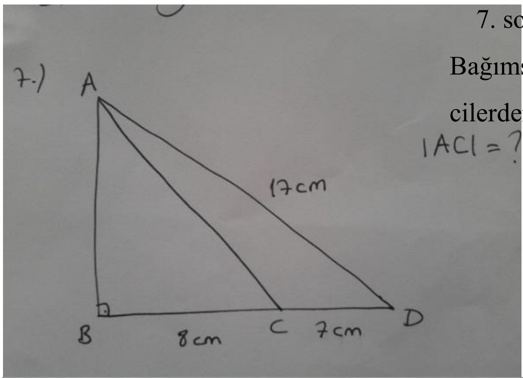




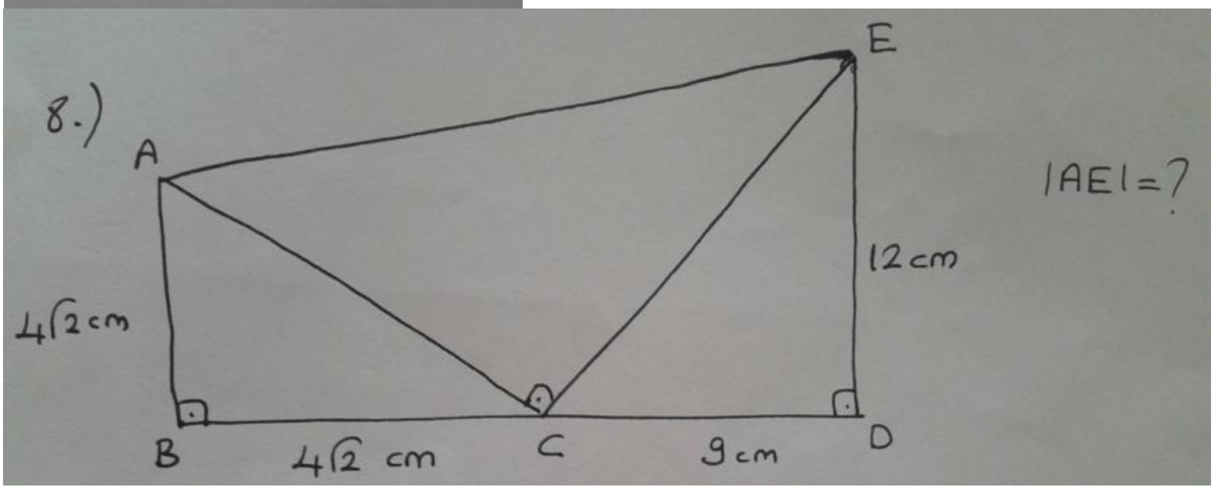
Ek 6. Öğretmen M’nin yazdığı sonuç raporu (devam)



6. soruda bağımsız şekillere odaklanma, tanıdık durumlardan yararlanmaya yer verildi.



7. soruda tek bir şekildeki ilişkilere odaklanma ve Bağımsız şekillere odaklanmaya yer verildi. Öğrencilerden yalnızca birinin çözüme ulaştığı gözlendi.



8. soru zil çaldığından dolayı öğrencilere ödev olarak verildi. ZGA açısından; bağımsız şekillere odaklanma, tek bir şekildeki parçalara odaklanma, tanıdık durumlardan yararlanmaya yer verildi. (40 dk)

Ek 6. Öğretmen M'nin yazdığı sonuç raporu (devam)

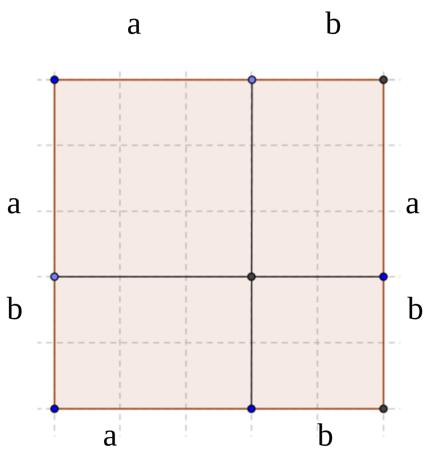
2.2 Öğrenme-Öğretme Yaklaşımları
Buluş yoluyla öğretim, düz anlatım, tartışma, problem çözme, soru-cevap
2.3 Dersten Elde Edilen Gözlemler
Derse bir hikayeleştirmeyle başlamamız öğrencilerin ilgisini çekti. Dersaneye giden öğrenciler konuyu gördükleri için direk Pisagor bağıntısını ifade ettiler. Bunun yanında söylediğim yönergeleri takip edip uygulayan öğrenciler sınıfın çoğunluğuydu. 2. Etkinliğe geçtiğimizde öğrencilerin geometrik düşünmelerinin daha çok kullanıldığını gördüm. İlişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtma bileşenlerine de yer verildi. Öğrenciler etkinliğin ilk iki yönergesinde zorlanmadan çıkarımlarda bulunabildiler fakat 3. Yönergede problem oluştu. Yani öğrenciler ne yapacaklarını tam olarak anlayamadılar. Ben de öğrencileri sadece 2. Şekle yönlendirdim. Sınıftaki öğrencilerin hiçbiri Pisagor bağıntısının diğer ispatına ulaşamadı dolayısıyla ispatı tahtada ben yaptım. Bu ispatı anlamlandıramayan öğrenciler yanında anlayan öğrenciler de oldu. Bağımsız şekillere odaklanma ve tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma sınıftaki öğrencilerin genelinde gözlemlediğim bir durumdu. Etkilerin kanıtlarını kontrol etme bileşenini her öğrenci kullanamadı. (dik üçgeni farklı konumlandırdığımızda hipotenüsü dik kenar olarak algılama gibi) 2. Yönergedeki soruyu yöneltir yöneltmez sınıfta çok da katılımcı olmayan bir öğrenci direk yanıt verdi. Bu beklemediğim bir durumdu. Dersi etkinlik temelli işlediğimiz için daha önce derse aktif katılımda bulunmayan öğrencilerin de derse istekli olmaları ve tahtaya kalkmaları güzeldi. Soru çözümlerinde dersaneye giden öğrencilerde Pisagor kullanmadan direk özel üçgenlerin ezberlendiğini fark ettim.
2.4 Ölçme ve Değerlendirme
Derste sorduğum soruları öğrencilerin bağıntıyı oluşturmalarında keşfi ve dinamik düşünmeyi kullanabilecekleri şekilde tasarlamaya çalıştık. İlk örnekler direk uygulama basamağındaki sorulardı. İlerleyen sorularda geometrik bileşenlere daha fazla yer verdik. Öğrenciler tek bir şekildeki parçalar arası ilişkilere odaklanma, bağımsız şekillere odaklanma ve tanıdık durumlardan yararlanmayı sıklıkla kullandılar. Dinamik düşünme ve keşfi ön plana alma bileşenlerini her öğrencide gözlemleyemedim. Beklemediğim bir bileşenle karşılaşmadım.
2.5 Tartışma
Öğrencilerin derse ilgili olduklarını gözlemledim. Hikayeleştirmenin bağıntının akılda kalıcılığını ve derse ilgiyi artırdığını düşünüyorum. Etkinliklere ve üçgenden farklı olarak karesel bölgelerden yararlanarak yapılan ispatların öğrencilerdeki geometrik düşünmeyi geliştirdiğini düşünüyorum. Biz dersi planlarken iki ispata yer vermeyi düşünmüştük ama etkinlikteki hatadan dolayı dersi öğrencilere sezdirmeden kurtarma adına bir ispat daha vermiş oldum. Öğrencilerde herhangi bir kavram yanılgısıyla karşılaşmadım. Bazı öğrencilerde dik kenarla hipotenüsü karıştırma durumu söz konusu oldu. Bu sebeple hemen hemen her soruda üçgenin dik açısını değiştirerek sormaya çalıştık. Yaşanılan karışıklığın önlenmesi ve ezbere dayalı soru çözmeme adına etkili ve faydalı olduğunu düşünüyorum.

Ek 6. Öğretmen M’nin yazdığı sonuç raporu (devam)

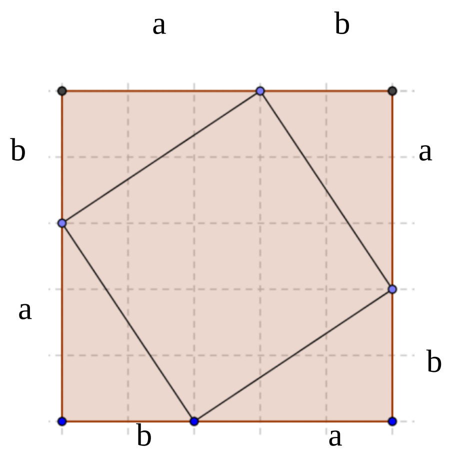
2.6 Öneriler

Hazırladığımız etkinlik tekrar aşağıdaki gibi revize edilmelidir.

ETKİNLİK



ŞEKİL I



ŞEKİL II

Kenar uzunlukları a+b olan iki kare yukarıdaki gibi verilmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

1.) Birinci şekildeki boyalı alanların toplamı ile ikinci şekildeki boyalı alanların toplamını karşılaştırınız.

2.) Birinci ve ikinci şekildeki boyalı olmayan alanlar için ne söylenebilir?

3.) Boyalı ve boyalı olmayan bölgelerin alanlarını karşılaştırdığımızda nasıl bir sonuca ulaşırız?

SONUÇ:

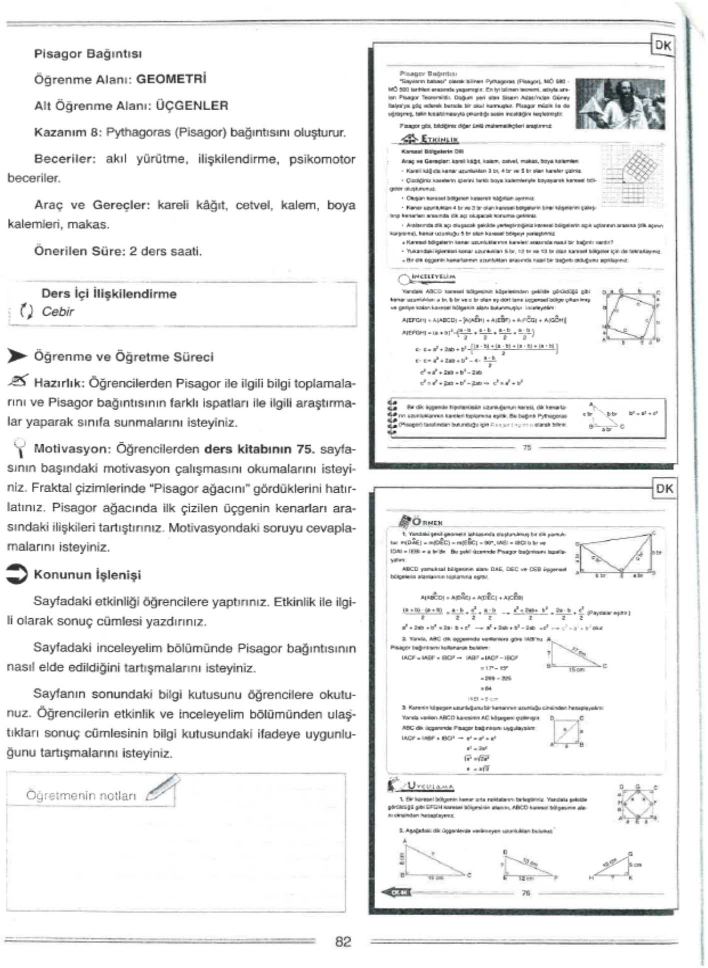
Ek 6. Öğretmen M'nin yazdığı sonuç raporu (devam)

2.7 Kullanılan Kaynaklar
• Meb 8. Sınıf ders kitabı • 8. Sınıf ders kitabı • 8. Sınıf zambak yayınları soru bankası • http://www.eba.gov.tr/

Ek 7. Görüşme Soruları

1. Dersiniz genel olarak nasıl geçti? Deneyimlerinizi paylaşır mısınız?
2. Vermek istediğiniz kazanımlara ulaştığınızı düşünüyor musunuz? Dersinizde yolunda gitmeyen bir şeyler oldu mu?
3. Zihnin geometrik alışkanlıkları modeline göre dersinizi genel olarak değerlendirir misiniz?
4. Bu derste zihnin geometrik alışkanlıklarının hangi bileşenlerine vurgu yaptığınızı düşünüyorsunuz?
5. Bu dersi ilişkin planlamada revize etmek/iyileştirmek istediğiniz noktalar var mı? Nelerdir (varsa)?

Ek 8. Öğretmen Kılavuz kitabında Pisagor Bağıntısı Konusunun işlenişi



Pisagor Bağıntısı

Öğrenme Alanı: **GEOMETRİ**

Alt Öğrenme Alanı: **ÜÇGENLER**

Kazanım 8: Pythagoras (Pisagor) bağıntısını oluşturur.

Beceriler: akıl yürütme, ilişkilendirme, psikomotor beceriler.

Araç ve Gereçler: kareli kâğıt, cetvel, kalem, boya kalemleri, makas.

Önerilen Süre: 2 ders saati.

Ders İçi İlişkilendirme

Cebir

Öğrenme ve Öğretme Süreci

Hazırlık: Öğrencilerden Pisagor ile ilgili bilgi toplamaları ve Pisagor bağıntısının farklı ispatları ile ilgili araştırmalar yaparak sınıfa sunmalarını isteyiniz.

Motivasyon: Öğrencilerden **ders kitabının 75.** sayfasının başındaki motivasyon çalışmasını okumalarını isteyiniz. Fraktal çizimlerinde "Pisagor ağacını" gördüklerini hatırlatınız. Pisagor ağacında ilk çizilen üçgenin kenarları arasındaki ilişkileri tartıştırınız. Motivasyondaki soruyu cevaplamalarını isteyiniz.

Konunun İşlenişi

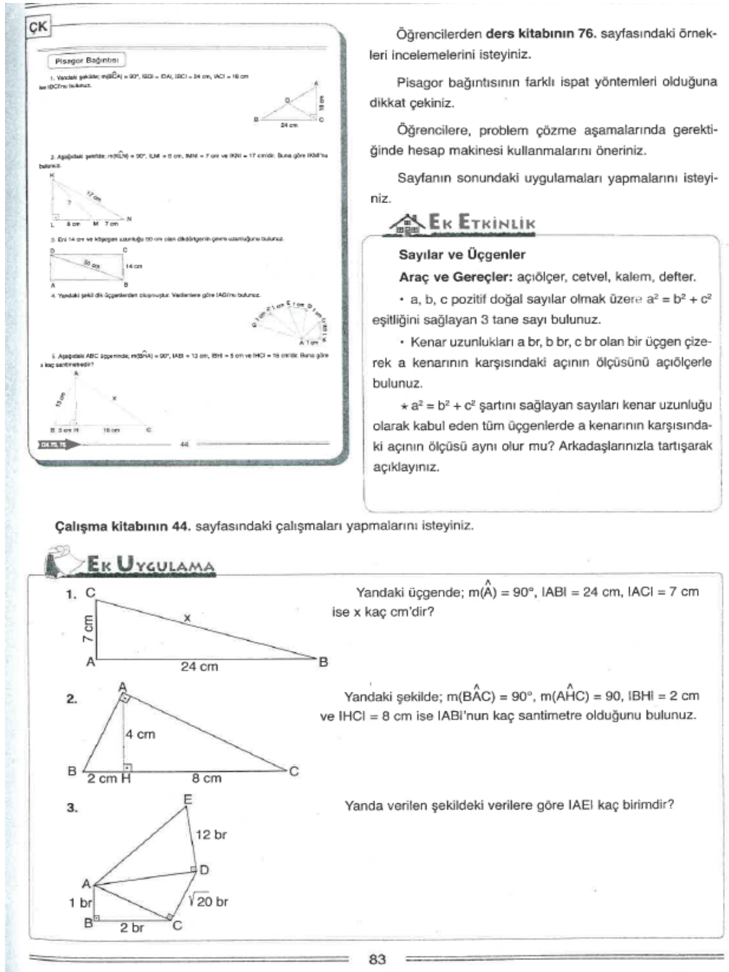
Sayfadaki etkinliği öğrencilere yaptırınız. Etkinlik ile ilgili olarak sonuç cümlesi yazdırınız.

Sayfadaki inceleyelim bölümünde Pisagor bağıntısının nasıl elde edildiğini tartışmalarını isteyiniz.

Sayfanın sonundaki bilgi kutusunu öğrencilere okutunuz. Öğrencilerin etkinlik ve inceleyelim bölümünden ulaştıkları sonuç cümlesinin bilgi kutusundaki ifadeye uygunluğunu tartışmalarını isteyiniz.

Öğretmenin notları

82



Öğrencilerden **ders kitabının 76.** sayfasındaki örnekleri incelemelerini isteyiniz.

Pisagor bağıntısının farklı ispat yöntemleri olduğuna dikkat çekiniz.

Öğrencilere, problem çözme aşamalarında gerektiğinde hesap makinesi kullanmalarını öneriniz.

Sayfanın sonundaki uygulamaları yapmalarını isteyiniz.

Ek Etkinlik

Sayılar ve Üçgenler

Araç ve Gereçler: açıölçer, cetvel, kalem, defter.

- a, b, c pozitif doğal sayılar olmak üzere $a^2 = b^2 + c^2$ eşitliğini sağlayan 3 tane sayı bulunuz.
- Kenar uzunlukları a br, b br, c br olan bir üçgen çizerek a kenarının karşısındaki açının ölçüsünü açıölçerle bulunuz.

$\star$ $a^2 = b^2 + c^2$ şartını sağlayan sayıları kenar uzunluğu olarak kabul eden tüm üçgenlerde a kenarının karşısındaki açının ölçüsü aynı olur mu? Arkadaşlarınızla tartışarak açıklayınız.

Çalışma kitabının 44. sayfasındaki çalışmaları yapmalarını isteyiniz.

Ek Uygulama

1. Yandaki üçgende; $m(\hat{A}) = 90°$, $|AB| = 24$ cm, $|AC| = 7$ cm ise x kaç cm'dir?

2. Yandaki şekilde; $m(B\hat{A}C) = 90°$, $m(A\hat{H}C) = 90$, $|BH| = 2$ cm ve $|HC| = 8$ cm ise $|AB|$'nun kaç santimetre olduğunu bulunuz.

3. Yanda verilen şekildeki verilere göre $|AE|$ kaç birimdir?

83

Ek 9. Öğretmen M'nin gözlemlenen derste öğrencilere yaptırdığı etkinlik I

ETKİNLİK

Kümbet, Selçuklular zamanında yapılan kendine özgü yapısı olan anıtmezarlardır. Genellikle büyük devlet ve din adamları için yapılmıştır.

Şekilde gördüğünüz kümbet , Niğde ' de bulunan Hüdavend Hatun Kümbeti' dir. Turizm ve Kültür Bakanlığı bünyesindeki proje kapsamında restore edilecektir.

- Restorasyon çalışmasının başlatılması için öncelikle kümbetin hangi geometrik cisimlerden oluştuğu belirlenecektir? Sizce kümbet hangi geometrik cisimlerden oluşmuştur?

  ....

- Kümbetin sadece dış yüzeyi restore edileceğine göre geometrik cisimlerin hangi elemanlarını bilmemiz gerekir?

  ....

- Restoratörler tarafından yapılan ölçümler sonucunda kümbetin çapının 6 m, yüksekliğinin 8 m olduğu gözlenmiştir. Kümbetin kubbe yüksekliği cisim yüksekliğinin yarısı olduğuna göre, restore edilecek toplam alan kaç m^2' dir? (π= 3 alınız.)

- Kümbetin restorasyonunu yapan restoratöre m^2' si 30 TL ' den kaç TL ödenir?

- Kümbetin gövdesi kare olarak tasarlansaydı, kubbesini nasıl tasarlardınız? Tasarladığınız şekli çiziniz ve yüzey alanını hesaplayınız.

- Silindirik ve karesel kümbetleri kapladıkları alan ve maliyet açısından karşılaştırınız.

- Siz mimar olsaydınız hangi kümbeti inşa ederdiniz. Neden?

  ....

  ....

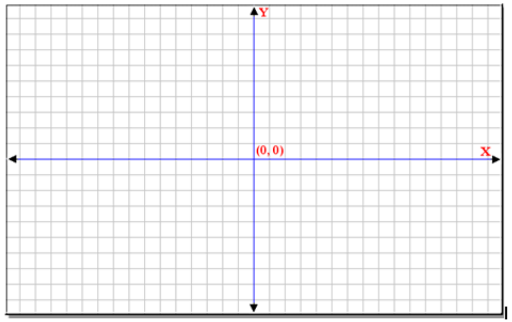
Ek 9. Öğretmen M’nin gözlemlenen derste öğrencilere yaptırdığı etkinlik II

ETKİNLİK

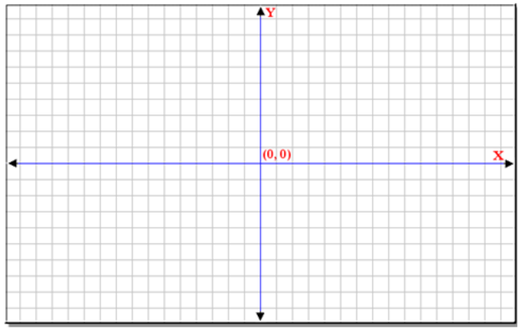
Keloğlan ve Bilgecan Dede, Çirkin Cadı tarafından kaçırılan Balkız’ ı kurtarmak istemektedirler. Balkız’ ı kurtarmanın yolu,

Cadının çözemediği probleme ulaşmaları ve bu problemi ondan önce çözmeleridir. Keloğlan probleme ulaşmıştır ancak çözüm için sizin yardımınıza ihtiyacı vardır. Aşağıdaki yönergeleri takip ederek çözüme ulaşabilirsiniz.

- Koordinatları A (5,8) , B (- 10, 0) ve C (11, 0) olarak verilen şekli oluşturunuz.

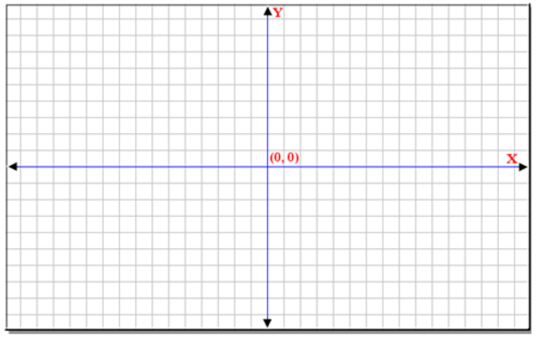


- Oluşan şeklin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle nasıl bir şekil oluşur? Şeklin yüzey alanını bulunuz.(π=3 alınız.)



ETKİNLİK

- Oluşan şeklin x ekseni etrafında 180° döndürülmesiyle nasıl bir şekil oluşur? Şeklin yüzey alanını bulunuz. (π= 3 alınız.)



- Şeklin 360° ve 180° döndürülmesiyle oluşan şekilleri ve yüzey alanlarını karşılaştırınız.

- Dönme açıları ve yüzey alanları arasında belirli bir ilişki ya da oran var mıdır?

KAYNAKÇA

Altun, M. (2012). *İlköğretim ikinci kademede (6,7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Aktüel. (8. Baskı)

Aslan-Tutak, Fatma. (2011). Preservice elementary teachers' geometry content knowledge in methods course. Paper presented at *The Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. 9-13th February 2011. Rzeszów, Poland.

Atiyah, M. (2003). What is geometry? *The Changing Shape of Geometry: Celebrating a Century of Geometry and Geometry Teaching*, 24-30.

Baki, A. (2001). Bilişim Teknolojisi Işığı Altında Matematik Eğitiminin Değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, *149*, 26–31.

Baki, A. (2008). Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimş. Ankara: Alfa Yayınları.

Baki, M. (2012). *Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematiği Öğretme Bilgilerinin Gelişiminin İncelenmesi: Bir Ders İmecesi (Lesson Study) Çalışması*, Yayımlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi, Trabzon.

Baki, M., Baki, A. ve Arslan, S. (2011). Prospective Primary School Teachers' Knowledge of Their Students: The Case of Mathematics, In *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol.2, pp.* 89-96.

Battista, M. T. (1999). The Mathematical Miseducation of America's Youth: Ignoring Research and Scientific Study in Education, *Phi Delta Kappan, Vol. 80, No. 6*, February 1999, pp. 425-433.

Battista, M. T. (2009). Highlights of research on learning school geometry. In Craine, T.V. ve Rubenstein, R. (Eds.), *Understanding geometry for a changing world* (pp. 91-108). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Battista, M. T. ve Clements, D. H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*, 258-292.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi (6-8. Sınıflar)*. Ankara: Pegem Akademi.

Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda Matematik Öğretimi* (5-8 Sınıflar). (2. Baskı) Pegem Akademi, Ankara.

Bjorklund, D. F. (1997). In Search of a Metatheory for Cognitive Development (or, Piaget Is Dead and I Don't Feel So Good Myself). *Child development*, 68(1), 144-148.

Budak, İ., Budak, A., Bozkurt, I. ve Kaygın, B. (2011a). Matematik öğretmen adaylarıyla bir ders araştırması uygulaması. *e-Journal of New World Sciences Academy, 6(2), 1606-1617.*

Budak, İ., Budak, A., Bozkurt, I. ve Kaygın, B. (2011b). Ders Araştırması Uygulama Örneği. *e-Journal of New World Sciences Academy, 6(2).*

Clements, D. H. (2003). Teaching and learning geometry. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 151-178). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Clements, D. H., Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.420-464) New York: Macmillan.

Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307–333). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Corcoran, D. (2008). *Developing mathematical knowlege for teaching: A three-tiered study of Irish pre-service primary teachers*. Unpublished doctoral dissertation, University of Cambridge, England.

Cuoco, A., Goldenberg, E. ve Mark, J. (1996). Habits of mind: An organizing principle for mathematics curricula. *Journal of Mathematical Behavior, 15*(4), 375–402.

Cuoco, A., Goldenberg, E. ve Mark, J. (2010). Contemporary curriculum issues: Organizing a curriculum around mathematical habits of mind. *Mathematics Teacher*, *103*(9), 682–688.

Darke, I. (1982). A review of research related to the topological primacy thesis. *Educational Studies in Mathematics*, *13*(2), 119-142.

Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J. ve Egan, M. (2007). *Fostering geometric thinking: A guide for teachers grades 5-10*. Portsmouth, NH: Heineman.

Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J., Egan, M., Mark, J. ve Kelemanik, G. (2008). *The fostering geometric thinking toolkit*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Durmuş, S., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2002). Matematik Öğretmenliği 1. Sınıf Öğrencilerinin Geometri Alan Bilgi Düzeylerinin Tespiti, Düzeylerin Geliştirilmesi için Yapılan Araştırma ve Sonuçları. Beşinci Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi (UFBMEK-5) 16 - 18 Eylül 2002.

Dursun, Ş. ve Çoban, A. (2006). Geometri Dersinin Lise Programları ve ÖSS Soruları Açısından Değerlendirilmesi. *Cumhuriyet Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 30(2), 213-221.

Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı- EARGED, (2003). TIMSS 1999 Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışması Ulusal Rapor, Haziran, 2003.

Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı- EARGED, (2011). TIMSS 2007 Ulusal Matematik ve Fen Raporu 8. Sınıflar, Ankara.

Elipane, L. (2011). Incorporating Lesson Study in pre-service mathematics teacher education. In *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 305-312).

Erbilgin, E. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının ders araştırması hakkındaki görüşleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *21,* 69-83.

Erduran, A. ve Yeşildere, S. (2010). Geometrik yapıların inşasında pergel ve çizgecin kullanımı. *İlköğretim Online*, *9*(1), 331-345.

Ersoy, Y. (2006). İlköğretim Matematik Öğretim Programındaki Yenilikler-I: Amaç, İçerik Ve Kazanımlar, *İlköğretim Online,* 5(1), 30-44.

Fernandez, C. (2002). Learning from Japanese approaches to professional development: The case of lesson study. *Journal of Teacher Education, 53(5),* 393-405.

Fernandez, C. (2005). Lesson study: A means for elementary teachers to develop the knowledge of mathematics needed for reform-minded teaching? *Mathematical thinking and learning*, *7(4),* 265-289.

Fidan, Y. ve Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi1. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(27), 185-197.

Fuys, D., Geddes, D. ve Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, i-196.

Geeslin, W. E. ve Shar, A. O. (1979). An alternative model describing children's spatial preferences. *Journal for research in mathematics education*, 57-68.

Goldenberg, E. P., Cuoco, A. A. ve Mark, J. (1998). A role for geometry in general education. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.) *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 3-44.

Gorman, J., Mark, J., & Nikula, J. (2010). A mathematics leader's guide to lesson study in practice. NH: Heinemann.

Gutiérrez, A. (2014). Geometry. In Andrews, P., Rowland, T. (eds.), *MasterClass in mathematics education. International perspectives on teaching and learning* (pp. 151-164). London: Bloomsbury.

Gutiérrez, A. ve Jaime, A. (1999). Preservice Primary Teachers' Understanding of the Concept of Altitude of a Triangle. *Journal of Mathematics Teacher Education, 2(3)*, 253-275.

Haydar, H. ve Zolkower, B. (2010). Making Non Routine Problem Solving A Mathematics Classroom Routine: A Lesson Study Group For Beginning Secondary School Teachers. *IJSME – International Journal for Studies in Mathematics Education*, *2,* 24-57.

Hershkowitz, R. ve Vinner, S. (1984). Children's concepts in elementary geometry. A reflection of teacher's concepts. In *Proceedings of the 8th PME International Conference* (pp. 63-69).

Hızarcı, S., Ada, Ş. ve Elmas, S. (2006). Geometride temel kavramların öğretilmesi ve öğrenilmesindeki hatalar. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 13,* 337-342.

Hiebert, J. ve Stigler, J. W. (2000). A proposal for improving classroom teaching: Lessons from the TIMSS video study. *The Elementary School Journal,* 101(1), 3-20.

Isoda, M. (2010). Lesson Study: problem solving approaches in mathematics education as a Japanese Experience. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *8*, 17-27.

Jones, K. (2000). Teacher knowledge and professional development in geometry. *Proceedings of the British society for research into learning mathematics, 20*(3), 109-114.

Kahan, J., Cooper, D. ve Bethea, K. (2003). The role of mathematics teachers' content knowledge in their teaching: a framework for research applied to a study of student teachers. *Journal of mathematics teacher education, 6,* 223-252.

Kapadia, R. (1973). A critical examination of Piaget-Inhelder's view on topology. *Educational Studies in mathematics, 5(1),* 419-424.

Karakuş, F. (2014). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının İnşa etkinliklerine yönelik görüşleri. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, *7(4),* 408-435.

Kartal, T., Öztürk, N. ve Ekici, G. (2012). Developing pedagogical content knowledge in preservice science teachers through microteaching lesson study. *Procedia - Social and Behavioral Sciences 46,* 2753 – 2758.

Khisty, L. L. ve Chval, K. B. (2002). Pedagogic discourse and equity in mathematics: When teachers' talk matters. *Mathematics Education Research Journal*, *14*(3), 154-168.

Koç, Y. ve Bozkurt, A. (2012). Investigating prospective mathematics teachers' knowledge of volume of cylinders. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies, Volume: Special Issue*, 148-153.

Köse, N. Y. ve Tanışlı, D. (2013). Geometrik düşünme = Geometrik zihinsel alışkanlık "Nasıl kazandırılır?", *Eğitimci Öğretmen Dergisi*, *18*, 17-21.

Köse, N. Y. ve Tanışlı, D. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrideki zihinsel alışkanlıkları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri (KUYEB)*, *14(3),* 1-28.

Köse, N. Y., Tanışlı, D., Erdoğan, E. Ö. ve Ada, T. Y. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Teknoloji Destekli Geometri Dersindeki Geometrik Oluşum Edinimleri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *8*(3), 102-121.

Kranier, K. (2011). Teachers as stakeholders in mathematics education reseacrh. In B. Ubuz (Ed.), Proceedings of the 35th Conference of the International for the Psychology of Mathematics Education, Vol: 1, pp. 47-62. Ankara, Turkey: PME.

Laurendeau, M. ve Pinard, A. (1970). *The development of the concept of space in the child*. New York: International Universities Press.

Lenhart, S. T. (2010). The effect of teacher pedagogical content knowledge and the instruction of middle school geometry. Unpublished Doctoral dissertation, Liberty University.

Leung, A. (2011). An Epistemic Model Of Task Design İn Dynamic Geometry Environment. *ZDM*, *43*(3), 325-336.

Leung, H. C. (2011). Enhancing Students' Ability and Interest in Geometry Learning through Geometric Constructions. Unpublished Master Thesis, The University of Hong Kong.

Lewis, C. (2009). What is the nature of knowledge development in lesson study? *Educational Action Resarch*, *17(1),* 95-110.

Lewis, C. ve Tsuchida, I. (1998). A lesson is like a swiftly flowing river. *American Educator, 22(4)*, 12-17; 50-52.

Lewis, C., Perry, R. ve Murata, A. (2006). How should research contribute to instructional improvement? The case of lesson study. *Educational researcher*, *35*(3), 3-14.

Lewis, C., Perry, R., Friedkin, S. ve Roth, J. (2012). Improving Teaching Does Improve Teachers: Evidence from Lesson Study. *Journal of Teacher Education,*63(5), 368-375.

Lewis, C., Perry, R., Hurd, J. ve O'Connell, P. (2006). Lesson study comes of age in North America. *Phi Delta Kappan,* 88(4), 273-81.

Lim, K. H. ve Selden, A. (2009). Mathematical habits of mind. In S.L. Swars, D.W. Stinson ve S. Lemons-Smith (Eds.). *Proceedings of the Thirty-first Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1576-1583). Atlanta: Georgia State University.

Manizade, A. (2006) Designing measures for assessing teachers' pedagogical content 2 knowledge of geometry and measurement at the middle school level. (Ph.D. dissertation, University of Virginia).

Martin, J. L. (1976). An analysis of some of Piaget's topological tasks from a mathematical point of view. *Journal for research in mathematics education*,*7*(1), 8-24.

Mayberry, J. (1983). The Van Hiele levels of geometric thought in undergraduate pre-service teachers. *Journal for Research in Mathematics Education, 14,* 58-69.

Molina, M., Castro, E. ve Castro, E. (2007). *Teaching Experiments within Design Research. The International Journal of Interdisciplinary Social Sciences*, 2(4), 435-440.

Murata, A. (2011). Introduction: Conceptual Overview of Lesson Study. L. C. Hart, A. S. Alston & A. Murata (Ed.), *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education* (s.1-12). Dordrecht: Springer.

Murata, A. ve Takahashi, A. (2002). Vehicle to connect theory, research, and practice: how teacher thinking changes in district-level lesson study in Japan. Paper presented at the Twenty-fourth annual meeting of the North American chapter of the international group of the Psychology of Mathematics Education, Columbus, Ohio.

Napitupulu, B. (2001). *An Exploration of Students' Understanding and Van Hiele Levels of Thinking on Geometric Constructions*, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Simon Fraser University, Kanada.

National Council of the Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA.

Nizamoğlu, Ş., Yılmaz, S. ve Keşan, C. (2000). İlköğretimde ve ortaöğretimde geometri öğretimi-öğreniminde öğretmenler-öğrencilerin karşılaştıkları sorunlar ve çözüm önerileri. IV. *Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi Bildiriler*, 569-573.

Özen, D. ve Köse, N. (2014). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Geometrik Düşünmeyi Geliştirme Üzerine Gerçekleştirdikleri Ders İmecesinin Bireysel Öğretimlerine Yansımaları. XI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi. Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Adana, 11-14 Eylül 2014.

Özen, D. ve Köse, N. (2015). Implications from Elementary Mathematics Teachers' Lesson Study Experience. Paper presented at 9th Congress of European Research In Mathematics Education. Charles University Faculty of Education, Prague, Czech Republic, 4-8 February 2015.

Özen, D. ve Köse, N. Y. (2014). Fostering geometric thinking of elementary mathematics teachers through lesson study, In Oesterle, S., Nicol, S., Liljedahl, P., & Allan, D. (Eds.). Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36 (15-20 July 2014), Vol. 6, p. 192, Vancouver, Canada.

Özen, D.ve Köse, N. (2013). Geometrik cisimler konusunda bir ders imecesi örneği. 1. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu. 20-22 Haziran 2013. Trabzon.

Peel, E. A. (1959). Experimental Examination of Some of Piaget's Schemata Concerning Children's Perception and Thinking, and a Discussion of Their

Educational Significance. *British Journal of Educational Psychology, 29*(2), 89-103.

Piaget, J. ve Inhelder, B. (1956). *The Child's Conception of Space.* Translated by F. J. Langdon & J. L. Lunzer. The Norton Library: New York.

Piaget, J., Inhelder, B. ve Szeminska, A. (1964). *The Child's Conception of Geometry.* Translated by E. A. Lunzer. Harper Torchbooks: New York.

Powell, A. B., Francisco, J. M. ve Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *Journal of mathematical behavior, 22*, 405-435.

Putnam, R., Heaton, R. Prawat, R. ve Remillard, J. (1992). Teaching mathematics for understanding: Discussing case studies for four fifth grade teachers. *The Elementary School Journal, (93)2*, 213-228.

Saito, E. (2012). Key issues of lesson study in Japan and the United States: A literature review. *Professional Development in Education, 38(5)*, 777-789.

Simon, M. A. (2000). Research on the development of mathematics teachers: The teacher development experiment. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 335–359). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Somerville, S. C. ve Bryant, P. E., (1985). Young children's use of spatial coordinates. *Child Development*, 56(3), 604-613.

Steffe, L. P. ve Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In A. E. Kelly, & R. A. Lesh (Eds.), Handbook of research design in mathematics and science education (pp. 267–307). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Stigler, J. W. ve Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press/Simon & Schuster.

Swafford, J. O., Jones, G. A., Thornton, C. A. (1997). Increased Knowledge in Geometry and Instructional Practice. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(4), 467-483.

Tanışlı, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgisi bağlamında sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri. *Eğitim ve Bilim, 38(169),* 80-95.

Toluk, Z., Olkun, S. ve Durmuş, S. (2002). Problem Merkezli Ve Görsel Modellerle Destekli Geometri Öğretiminin Sınıf Öğretmenliği Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Gelişimine Etkisi. Beşinci Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi (UFBMEK-5) 16 - 18 Eylül 2002.

Türnüklü, E. B. (2005). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişki. *Eurasian Journal of Educational Research*, *21*, 234-247.

Usiskin, Z. ve Griffin, J. (2008). The classification of quadrilaterals: A study of definition. Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Usiskin, Z. ve Senk, S. (1990). Evaluating a test of van Hiele levels: A response to Crowley and Wilson. *Journal for Research in Mathematics Education*, 242-245.

Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. New York: Pearson Education, Inc.

Van der Sandt, S. (2000). *An analysis of geometry learning in a problem solving context from a social cognitive perspective*, Unpublished Doctoral dissertation, Potchefstroom University for Christian Higher Education.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Academic Pr.

Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching children mathematics*, *6*, 310-316.

Watanabe, T. (2002). Learning from Japanese Lesson Study. *Educational Leadership, 59*, 36-39.

Wilson, M. (1990). Measuring a van Hiele geometry sequence: A reanalysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 230-237.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri, Seçkin Yayıncılık: Ankara.

Yılmaz, S. Keşan, C. ve Nizamoğlu, Ş. (2000). İlköğretimde ve ortaöğretimde geometri öğretimi-öğreniminde öğretmenler-öğrencilerin karşılaştıkları sorunlar ve çözüm önerileri, IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi Bildirileri içinde (ss. 569-573). Ankara: Hacettepe Üniversitesi.