

VERİ İLETİŞİM AĞLARINDA
GÜRBÜZ AKIŞ KONTROLÜ

Banu ATAŞLAR

Doktora Tezi

Elektrik-Elektronik Mühendisliği

Anabilim Dalı

Eylül 2004

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Banu ATAŞLAR'ın Veri İletişim Ağlarında Gürbüz Akış Kontrolü başlıklı Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı Kontrol ve Kumanda Sistemleri Bilim Dalındaki Doktora tezi 06/08/2004 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Adı-Soyadı

İmza

Üye (Tez Danışmanı): Prof. Dr. Altuğ İFTAR

Üye (Tez İkinci Danışmanı): Prof. Dr. Hitay ÖZBAY

Üye: Prof. Dr. Hüseyin AKÇAY

Üye: Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU

Üye: Yard. Doç. Dr. Emin GERMEN

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 17.09.2004 tarih ve 30/20 sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

Prof. Dr. Altuğ İFTAR
Fen Bilimleri Enstitüsü
Müdürü

ÖZET

Doktora Tezi

VERİ İLETİŞİM AĞLARINDA GÜRBÜZ AKIŞ KONTROLÜ

BANU ATAŞLAR

Anadolu Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Altuğ İFTAR

İkinci Danışman: Prof. Dr. Hitay ÖZBAY

2004, 115 sayfa

Bu çalışmada, belirsiz ve zamanla değişen birden fazla zaman gecikmesine sahip veri iletişim ağları ele alınmış ve debi tabanlı akış kontrolü probleminin çözümü için μ kontrolör tasarımı üzerine çalışmalar yapılmıştır. Öncelikle ele alınan sonsuz boyutlu sistemde var olan gecikmeler yerine yaklaşıklık kullanılması ile sistem sonlu boyuta indirgenerek bilinen $D-K$ iterasyon yöntemi ile μ kontrolörler tasarlanmıştır. Elde edilen μ kontrolörlerin performanslarını gözlemek amacıyla simulasyon çalışmaları da yapılmıştır. Ardından, sonsuz boyutlu sistem için μ sentezi çözümünün bulunması amacıyla çalışmalar yapılmıştır. Bu amaçla, iki farklı $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi ele alınarak sonsuz boyutlu sistemler için $D-K$ iterasyon algoritması geliştirilmesi üzerine çalışmalar yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Veri iletişim ağları; akış kontrolü; zaman gecikmeli sistemler; gürbüz kontrol; μ sentezi.

ABSTRACT

Ph.D. Dissertation

ROBUST FLOW CONTROL FOR DATA COMMUNICATION NETWORKS

BANU ATAŞLAR

Anadolu University

Graduate School of Sciences

Electrical and Electronics Engineering Program

Supervisor: Prof. Altuğ İFTAR

Co-Supervisor: Prof. Hitay ÖZBAY

2004, 115 pages

This study is about μ controller design for the solution of a flow control problem for data communication networks which have uncertain time varying multiple time delays. After the statement of the problem, the time delays in the model are approximated in order to have a finite dimensional model. By applying the known D - K iteration method to the finite dimensional model, μ controllers are obtained. In order to illustrate the performance of the μ controllers, some simulation studies are done. Then, μ -synthesis for the infinite dimensional model is studied. For this purpose, two different $\mathcal{H}^\infty$ controller design methods are used for developing the D - K iteration method for an infinite dimensional system.

Keywords: Data communication networks; flow control; time-delay systems; robust control; μ synthesis.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans ve doktora çalışmalarımı kapsayan süre boyunca bilgi ve tecrübeleriyle beraber bitmeyen desteği ile çalışmalarımı yönlendiren danışman hocam Prof. Dr. Altuğ İftar'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Engin tecrübelerinden yararlanmam için değerli zamanını harcayan ve çalışmalarımı yönlendiren Prof. Dr. Hitay Özbay'a da sonsuz teşekkürlerimi iletmek istiyorum.

Annem ve babamın, kardeşlerim Ebru ve Bengü Ataslar'ın ve sevgili Murat Ayyıldız'ın sevgileri ve tükenmeyen sabır ve destekleri olmasa bu çalışma olmazdı. Minnettarlığımın kelimelerle ifadesi mümkün olamaz.

Fikirleri ile kafamdaki soru işaretlerini azaltan arkadaşlarım Atakan Doğan ve Hakkı Ulaş Ünal'a da desteklerinden dolayı teşekkür etmek istiyorum.

A.B.D.'nde Ohio State University'ye yapmış olduğum araştırma gezisi için sağlanan maddi destekten dolayı TÜBİTAK Münir Bırsel Vakfı'na teşekkür ederim.

Bu çalışma TÜBİTAK ve A.B.D. Ulusal Bilim Vakfı (National Science Foundation - NSF) tarafından ortaklaşa desteklenen "Routing and flow control for high-speed communication networks" başlıklı araştırma projesi çerçevesinde kısmen desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ	vi
TABLolar DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ	1
2. BELİRSİZ VE ZAMANLA DEĞİŞEN ZAMAN GECİKME- LERİNE SAHİP VERİ İLETİŞİM AĞLARI İÇİN DEBİ TABANLI $\mathcal{H}^\infty$ AKIŞ KONTROLÖRÜ TASARIMI	5
3. SONLU BOYUTLU SİSTEM İÇİN μ SENTEZİ ÇALIŞ- MASI.....	12
3.1 μ Kontrolörlerin Frekans Tepkilerinin İncelenmesi	17
3.2 Zaman Bölgesinde Simulasyon Çalışmaları	29
3.3 Zaman Gecikmesi Yerine Yaklaşıklık Kullanmanın Güvenirliğinin Araştırılması.....	31
4. SONSUZ BOYUTLU SİSTEM İÇİN μ SENTEZİ ÇALIŞ- MASI I	62
5. SONSUZ BOYUTLU SİSTEM İÇİN μ SENTEZİ ÇALIŞ- MASI II	68

5.1 Akış problemin Yeniden Tanımlanması	69
5.2 Birden Fazla Giriş/Çıkış Gecikmesine Sahip Sistemler İçin $\mathcal{H}^\infty$ Kontrolör Tasarım Yöntemi	75
5.3 Birden Fazla Giriş/Çıkış Gecikmesine Sahip Sistemler İçin $\mathcal{H}^\infty$ Kontrolör Tasarım Yönteminin Akış Kontrolü Problemine Uygulanması.....	83
6. SONUÇLAR.....	93
KAYNAKLAR	95
EK-1.....	99
EK-2.....	104

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

2.1 Akış kontrolü problemi.....	5
2.2 Akış kontrolü problemi için eşdeğer sistem	7
2.3 Kontrolörün gerçekleştirilmesi	11
3.1 Standart μ kontrolörü problemi yapısı.....	13
3.2 Akış kontrolü için μ sentezi problemi	13
3.3 $W_3(s)$ 'nin gerçekleştirilmesi.....	14
3.4 μ sentezi problemi için eşdeğer sistem	16
3.5 Durum 1 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi	18
3.6 Durum 2 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi	19
3.7 Durum 3 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi	20
3.8 Durum 4 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi	21
3.9 Durum 5 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi	22
3.10 Durum 6 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	

c) μ kontrolörün frekans tepkisi	23
3.11 Durum 7 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolörün frekans tepkisi	24
3.12 Durum 8 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolörün frekans tepkisi	25
3.13 Durum 9 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolörün frekans tepkisi	26
3.14 Durum 10 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolörün frekans tepkisi	27
3.15 Durum 1 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu.....	32
3.16 Durum 1 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi	33
3.17 Durum 2 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu.....	34
3.18 Durum 2 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi	35
3.19 Durum 3 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu.....	36

3.20 Durum 3 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi	37
3.21 Durum 4 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu.....	38
3.22 Durum 4 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi	39
3.23 Durum 5 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu.....	40
3.24 Durum 5 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi	41
3.25 Durum 6 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu.....	42
3.26 Durum 6 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi	43
3.27 Durum 7 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu.....	44
3.28 Durum 7 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi	45
3.29 Durum 8 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	

b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu.....	46
3.30 Durum 8 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi	47
3.31 Durum 9 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu.....	48
3.32 Durum 9 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi	49
3.33 Durum 10 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu.....	50
3.34 Durum 10 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi	51
3.35 Durum 4.b için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu.....	52
3.36 Durum 4.b için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$,	
c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi	53
3.37 3. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için kontrolörün	
frekans tepkisi	55
3.38 4. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için kontrolörün	
frekans tepkisi	55
3.39 5. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için kontrolörün	

frekans tepkisi	55
3.40 6. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için kontrolörün frekans tepkisi	56
3.41 7. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için kontrolörün frekans tepkisi	56
3.42 8. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için kontrolörün frekans tepkisi	56
3.43 12. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için kontrolörün frekans tepkisi	57
3.44 3. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için sim. sonuçları ...	58
3.45 4. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için sim. sonuçları ...	58
3.46 5. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için sim. sonuçları ...	59
3.47 6. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için sim. sonuçları ...	59
3.48 7. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için sim. sonuçları ...	60
3.49 8. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için sim. sonuçları ...	60
3.50 12. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için sim. sonuçları ..	61
4.1 Sonsuz boyutlu μ sentezi problemi	63
4.2 $D-K$ iterasyonunda K adımı	64
5.1 Geribesleme sistemi (Gecikmeler kontrolörün çıkışında)	70
5.2 Sistemin belirsiz olan kısmının modeli	73
5.3 Akış kontrolü probleminin matematiksel modeli	75
5.4 Standart $\mathcal{H}^\infty$ problemi	76
5.5 1-blok problemi	78
5.6 Bir zincir dağıtma gösterimi	79
5.7 Akış kontrolü problemi	83

5.8	$\Pi_{1,b1}$, $\Pi_{1,b2}$, $\Pi_{2,f}$ ve $\Pi_{2,b}$ FIR bloklarına ait darbe yanıtları.....	91
5.9	Kontrolörün yapısı.....	91
5.10	Kontrolörün frekans tepkisi.....	92

TABLÖLAR DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
3.1 Tasarım parametreleri.....	17
3.2 Gerçek zaman gecikmeleri.....	30
3.3 Gerçek zaman gecikmeleri.....	31
3.4 Tasarım parametreleri.....	54
3.5 Gerçek zaman gecikmeleri.....	57
3.6 Kazanç ve faz aralıkları	61

1. GİRİŞ

Veri iletişim ağlarının etkin şekilde kullanılabilmesi için kaynak yönetimi yöntemlerine gereksinim vardır. Kaynak yönetimi yöntemlerinin en önemlilerinden biri akış kontrolüdür. Akış kontrolü, trafik sıkışıklığını önlemek amacıyla, veri paketlerinin ağa giriş debilerini belirleme problemidir. Etkin bir akış kontrolü için ise geri besleme gereklidir. Bu amaçla iki tür geri besleme kullanılmaktadır: pencere tabanlı ve debi tabanlı geri besleme. Pencere tabanlı geri besleme Internet protokolünün bir parçası olduğundan günümüzde önemini korumaktadır. Ancak, son yıllarda debi tabanlı geri beslemenin daha etkin olabileceği ortaya çıkmış ve bu tür geri besleme Asenkron Transfer Modu (ATM) ağlarının standardı olarak da kabul görmüştür [1]. Bugüne kadar veri iletişim ağlarında akış kontrolü üzerine pek çok çalışma yapılmış ve çeşitli algoritmalar önerilmiştir [2]–[10].

Ağdaki sıkışıklığın en aza indirilmesi anlamında en iyi akış kontrolünün bulunması sırasında karşılaşılan en önemli problem, geri besleme döngüsünde bulunan gecikmelerdir. Eğer kaynakların ağa göndereceği veri debisini belirleyen kontrolörler darboğaz nodunda gerçekleştiriliyorsa, böyle sistemlerde veri debisini belirleyen komutun kontrolörde belirlenmesi ile kaynak tarafından kabul edilmesi arasında bir zaman gecikmesi ortaya çıkmaktadır. Benzer şekilde, kaynağın yeni veri debisini göndermesi ile bu debinin darboğaz noduna gelmesi arasında da bir zaman gecikmesi söz konusudur. Bu iki durumda ortaya çıkan gecikmelerin toplamı veri döngü-gecikmesi olarak düşünülebilir. Veri iletişim ağları için bahsedilmiş olan bu gecikmelerin büyüklüğü genellikle önceden bilinmemekte ve dahası bunlar her kanalda farklılık göstermekte ve zaman içinde değişebilmektedirler. Bu durumda sistemdeki belirsizliklere karşı gürbüz kararlılık gösterebilen gürbüz kontrolörlere gereksinim duyulmaktadır. Ayrıca, zaman gecikmesinin varlığı akış kontrolü problemini sonsuz boyutlu yapmaktadır. Zaman gecikmesine sahip sonsuz boyutlu sistemlerin gürbüz kontrolü için günümüze kadar çok sayıda $\mathcal{H}^\infty$ kontrol tasarımı çalışması

yapılmıştır (bkz. [11] ve oradaki referanslar). Frekans düzleminde yapılan ilk çalışmalarda ([12] ve oradaki referanslar) zaman gecikmeli sistemler sonsuz boyutlu olarak ele alınmıştır. Son yıllarda yapılan çalışmalarda bu konuda oldukça önemli yol alınmıştır. Örneğin, [13]'de zaman gecikmeli sistemlere ait karma hassasiyet probleminin (mixed sensitivity problem) bir rasyonel fonksiyon ile bir FIR filtre içeren blokun geribeslemeli yapısından oluşan basit bir formda çözümü bulunmuştur. Ancak yapılan çalışmalar çoğunlukla tek kanal gecikme problemleri ile sınırlı kalmıştır. Bundan çok kısa bir zaman öncesinde [14]'de yapılan bir çalışmada ise, birden fazla giriş/çıkış gecikmesine sahip sistemlerde gürbüz tasarım için bir yöntem geliştirilmiştir.

Gürbüz kontrol tasarım çalışmalarında eğer ele alınan problemdeki belirsizliğin (uncertainty) yapısı hakkında da hiç bir şey bilinmemekte (unstructured uncertainty) ise, $\mathcal{H}^\infty$ kontrol tasarım yöntemi gürbüz kontrol açısından olabilecek en iyi sonucu vermektedir. Ancak, eğer sistemde yer alan belirsizlik yapısal ise yani belirsizliğin yapısı biliniyor (structured uncertainty) ise, $\mathcal{H}^\infty$ kontrol tasarımı yöntemi ile elde edilen kontrolör tutucu (conservative) kalmaktadır. Sistemde yapısal belirsizliğin yer aldığı bu problemlerde μ sentezi yöntemi [15] daha etkin olmaktadır. μ sentezi kullanılarak geliştirilmiş olan kontrolörler son yıllarda özellikle uçaklar için uçuş kontrolünde oldukça fazla kullanılmaktadır (Örneğin bkz. [16]).

Bu tez çalışmasında, belirsiz ve zamanla değişen birden fazla zaman gecikmesine sahip veri iletişim ağları için debi tabanlı akış kontrolörü tasarımı üzerine çalışmalar yapılmıştır. Bunun için temel olarak [9, 10] ve [17, 18]'de yapılan çalışmalar ele alınmıştır. [9]'da gecikmelerin zaman içinde değişmediği kabul edilerek $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarlanmış ve ardından da [10]'da yapılan çalışmada kontrolörün kararlı bir şekilde gerçeklemesi üzerine çalışılmıştır. Bu iki çalışmada yukarıda bahsedildiği gibi zaman gecikmelerinin zamanla değişmediği kabul edilmiş ve ayrıca kanallardaki nominal zaman gecikmeleri eşitlenmiştir. Ardından [18]'de yapılan çalışmada ise, kanallarında zamanla değişen ve birbirinden farklı zaman gecikmesine sahip veri iletişim ağları için

gürbüz $\mathcal{H}^\infty$ kontrol tasarımı yapılmıştır. Tasarlanan kontrolör darboğazdaki kuyruk uzunluğunu istenen yatışkın değere asimtotik olarak yaklaştırmaktadır. Ayrıca, geliştirilen kontrolör ağırlıklı eşitlik olarak tanımlanan mevcut kapasitenin yatışkın durumda farklı kaynaklara önceden belirlenen ağırlıklarla paylaştırılabilmesi ilkesini sağlamaktadır. Kontrolör her bir kanal için zamanla değişen zaman gecikmelerine karşı kararlı gürbüzlük göstermektedir. Ancak, yapılmış olan bu çalışmada, sistemdeki gecikmelere ait belirsiz kısım yapısal olmasına rağmen yapısal olmadığı varsayılarak gürbüz kararlılık için $\mathcal{H}^\infty$ kontrol tasarım yöntemi kullanılmıştır. Dolayısıyla da, elde edilen kontrolörün tutucu olduğu söylenebilir.

Bu tez çalışmasında ise, yukarıda bahsedilmiş olan kanallarında zamanla değişen, belirsiz ve birbirinden farklı zaman gecikmesine sahip veri iletişim ağları için tanımlanmış olan akış problemi ele alınmıştır. Sistemdeki zaman gecikmelerine ait belirsizliğin yapısal olduğu dikkate alınarak μ sentezi yöntemi yardımıyla kontrolör tasarlama çalışmaları yapılmıştır. Yapılan çalışmada μ sentezi kullanılarak kontrolör tasarımının günümüzdeki en yaygın yöntemi olan $D-K$ iterasyon algoritması kullanılmıştır. $D-K$ iterasyon algoritmasının uygulaması halen sadece sonlu boyutlu sistemler için bulunmakta olduğundan yapılmış olan bu çalışmada gecikmeler yerine sonlu boyutlu yaklaşıklıkları kullanılmıştır. Elde edilmiş olan μ kontrolörler için simulasyon çalışmaları da yapılmıştır. Bu çalışmalarda da μ kontrolörlerin darboğazdaki kuyruk uzunluğunu istenen yatışkın değere asimtotik olarak yaklaştırdığı ve yukarıda bahsedilmiş olan ağırlıklı eşitlik ilkesini de sağladığı görülmüştür. Ayrıca, kontrolörlerin zamanla değişen zaman gecikmelerine karşı kararlı gürbüzlük gösterdikleri ve birbirlerinden farklı zaman gecikmelerine sahip her kanal için ayrı seçilmiş olan ağırlıklar dikkate alınarak tasarlanmış olmalarının performanslarındaki etkileri gözlemlenmiştir.

Yapılmış olan bu çalışmanın ardından sonsuz boyutlu sistemler için $D-K$ iterasyon algoritması geliştirilmesi üzerine çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışma için öncelikle iterasyonun $\mathcal{H}^\infty$ kontrol tasarımı adımlarında [19]'da

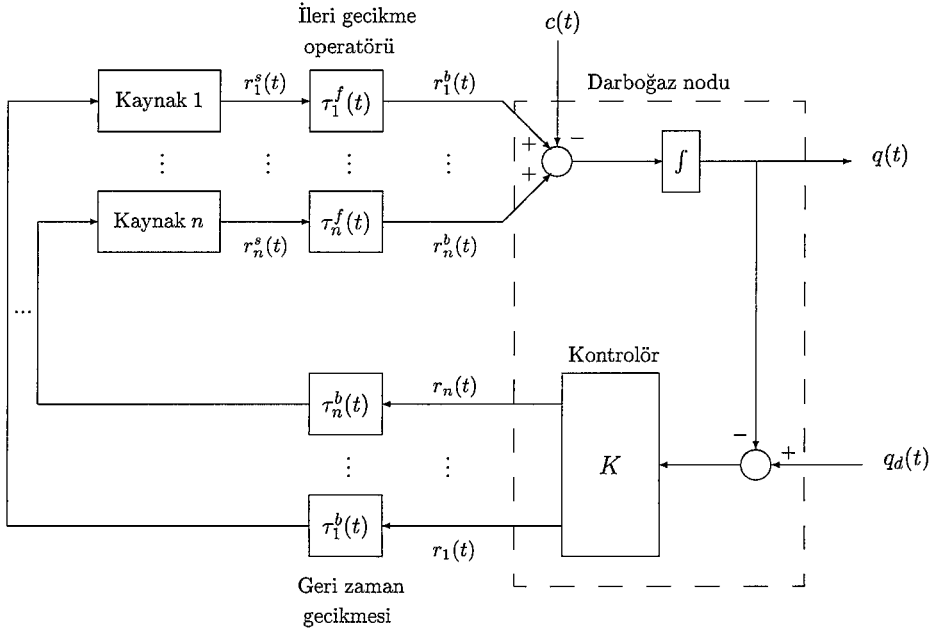
önerilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi kullanılarak sonsuz boyutlu sistemler için $D-K$ iterasyon algoritması geliştirilmiştir. Ancak, bu çalışmada kullanılan $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi probleme doğrudan uygulanamadığı için üzerinde bazı değişiklikler yapılması gerekmiştir. Yapılmış olan bu değişiklikler ise μ değerinin yakınsamaması sonucunu doğurmuştur. Dolayısıyla, [19]'daki yöntem kullanılarak sonsuz boyutlu sistemler için $D-K$ iterasyon algoritması geliştirilmesi yapılamamıştır.

Bunun üzerine çok yakın bir zaman önce [14]'de geliştirilmiş olan birden fazla giriş/çıkış zaman gecikmesine sahip sistemler için $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi incelenmiş ve bu yöntemin sonsuz boyutlu sistemler için tasarlanacak olan $D-K$ iterasyon algoritması içinde kullanılmasının olumlu sonuç vereceği düşünülmüştür. Bu çalışma için [14]'de geliştirilmiş olan kontrolör tasarım yöntemini doğrudan μ kontrolörü tasarımı amacıyla $D-K$ iterasyon algoritması içine almadan önce, bu tez çalışması kapsamında, sonsuz boyutlu akış problemine uygulanarak $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler elde edilmesi üzerine çalışmalar yapılmıştır.

Tezin bundan sonraki ilk bölümünde yukarıda bahsedilmiş olan [18]'de yapılmış olan çalışma ile ilgili daha detaylı bilgiler sunulmuştur. Ardından gelen 3. Bölüm'de, kanallarında zamanla değişen, belirsiz ve birbirinden farklı zaman gecikmesine sahip veri iletişim ağları için μ sentezi problemi tanımlanmış ve zaman gecikmeleri yerine yaklaşıklıklar kullanılarak problemin sonlu boyutlu hale getirilmesi ve ardından da $D-K$ iterasyonu yardımıyla μ kontrolörlerin elde edilmesine yer verilmiştir. Sonsuz boyutlu sistemler için $D-K$ iterasyon algoritması geliştirme çalışmaları ise 4. Bölüm'de anlatılmaktadır. Burada anlatılan yöntemde [19]'da önerilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrol tasarım yönteminden yararlanılmıştır. Sonsuz boyutlu sistemler için $D-K$ iterasyon yöntemi için [14]'de önerilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrol tasarım yönteminden yararlanılması ile ilgili çalışmalar ise 5. Bölüm'de sunulmuştur.

2. BELİRSİZ VE ZAMANLA DEĞİŞEN ZAMAN GECİKME- LERİNE SAHİP VERİ İLETİŞİM AĞLARI İÇİN DEBİ TA- BANLI $\mathcal{H}^\infty$ AKIŞ KONTROLÖRÜ TASARIMI

Birden çok kanala sahip tek darboğazlı, kanallarında birbirinden farklı, belirsiz ve zamanla değişen zaman gecikmelerine sahip veri iletişim ağları için $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarımı [18]'de yapılmıştır. Yapılan çalışmada, akış problemi Şekil 2.1'deki gibi tanımlanmıştır.



Şekil 2.1: Akış kontrolü problemi [18]

Bu modelde darboğazdaki kuyruk uzunluğunun dinamiği,

$$\dot{q}(t) = \sum_{i=1}^n r_i^b(t) - c(t) \quad (2.1)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada,

$q(t)$: t anında darboğazdaki kuyruk uzunluğunu,

$r_i^b(t)$: t anında i inci kaynaktan darboğaza gelen veri debisini,

$c(t)$: t anında darboğazdan ayrılan veri debisini

göstermektedir. Kanallardaki zaman gecikmeleri ileri (forward) ve geri (backward) yönde olmak üzere ikiye ayrılmıştır. İleri yöndeki gecikmeler verinin kaynaklardan ayrılması ile darboğaza varışı arasında geçen süredir. Geri yöndeki gecikmeler ise, darboğazda veri debisi komutunun kontrolör tarafından hesaplanması ile bu komutun kaynaklara ulaşması arasında geçen süredir. h_i^f ve h_i^b sırasıyla i kanalı için ileri ve geri yöndeki sabit değerli nominal zaman gecikmesini, $\delta_i^f(t)$ ve $\delta_i^b(t)$ sırasıyla i kanalı için ileri ve geri yöndeki zaman gecikmelerine ait belirsizliği göstermek üzere, i kanalı için ileri ve geri yöndeki zaman gecikmeleri sırasıyla $\tau_i^f(t) := h_i^f + \delta_i^f(t)$ ve $\tau_i^b(t) := h_i^b + \delta_i^b(t)$ şeklinde tanımlanmıştır. Bu tanımlardan yararlanılarak i kanalı için nominal zaman gecikmesi $h_i := h_i^b + h_i^f$, zaman gecikmesi belirsizliği $\delta_i(t) := \delta_i^b(t) + \delta_i^f(t)$ ve son olarak toplam zaman gecikmesi $\tau_i(t) := \tau_i^b(t) + \tau_i^f(t)$ olmaktadır.

Şekil 2.1'den de görülebileceği gibi $r_i(t)$ t zamanında kontrolör tarafından hesaplanmış olan veri debisi komutu olmak üzere, [18]'de

$$r_i^b(t) = \begin{cases} (1 - \dot{\delta}_i^f(t))r_i(t - \tau_i(t)), & t - \tau_i^f(t) \geq 0 \\ 0, & t - \tau_i^f(t) < 0, \end{cases} \quad (2.2)$$

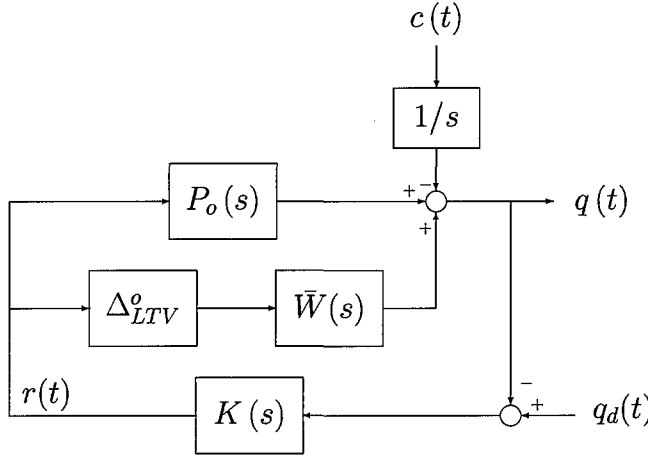
olduğu gösterilmiştir. Ayrıca, yapılan çalışmada, $\dot{\delta}_i^f(t) < 1$ olarak kabul edilmiştir (Bkz. [18]).

Yukarıda tanımlanan akış kontrolü problemine karşılık gelen sistem [18]'de Şekil 2.2'deki gibi tanımlanmıştır. Burada, $K(s)$ tasarlanacak kontrolörü göstermektedir. $P_0(s) = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} e^{-h_1 s} & \dots & e^{-h_n s} \end{bmatrix}$ nominal sisteme ait transfer fonksiyonu matrisidir. $\|\Delta_{i,j}^o\| < 1$ ($i = 1, \dots, n$ ve $j = 1, 2$) olmak üzere,

$$\Delta_{LTV}^o = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{1,1}^o \\ \Delta_{1,2}^o \end{bmatrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{bmatrix} \Delta_{n,1}^o \\ \Delta_{n,2}^o \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

ise zaman gecikmesi belirsizliğine ait matristir. Δ_{LTV}^o 'nin yaptırılmış (induced) $\mathcal{L}^2$ -normu $\sqrt{2}$ 'den küçük olmaktadır. Bu belirsizliklere ait ağırlık vektörü $\bar{W}(s) = [\bar{W}_1(s) \cdots \bar{W}_n(s)]$, $\bar{W}_i(s) = \begin{bmatrix} \frac{\varphi_{i,1}}{s} & \varphi_{i,2} \end{bmatrix}$ olarak tanımlanmıştır. Bu ifadedeki $\varphi_{i,1} := \frac{\beta_i + \beta_i^f}{\sqrt{1 - \beta_i}}$ ve $\varphi_{i,2} := 2\delta_i^+$ gecikme belirsizlikleri ile ilgili tasarım parametreleridir. β_i ve β_i^f , sırasıyla toplam gecikme belirsizliği $\delta_i(t)$ ve ileri yöndeki gecikme belirsizliği olan $\delta_i^f(t)$ 'nin zamanla değişimi için birer sınır değeridir. δ_i^+ ise, $\delta_i(t)$ 'nin büyüklüğü için bir sınır göstermektedir (Bkz. [18]):

$$|\delta_i(t)| < \delta_i^+ , \quad |\dot{\delta}_i(t)| < \beta_i , \quad |\dot{\delta}_i^f(t)| < \beta_i^f .$$



Şekil 2.2: Akış kontrolü problemi için eşdeğer sistem [18]

Yukarıda tanımlanmış olan zaman gecikmesi belirsizliği yapısal olmasına rağmen, [18]'de belli oranda tutuculuk (conservatism) göze alınarak belirsizliğin yapısal olmadığı kabul edilmiş ve bir $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarımı yapılmıştır. Yukarıdaki bu sistem için eğer K , P_o 'yu kararlı kılıyorsa ve $\|K S \bar{W}\|_\infty \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ için yeterli bir şart olan

$$\|W K S\|_\infty \leq 1$$

sağlanıyorsa, Küçük Kazanç Teoremi (Small Gain Theorem [20]) kullanılarak yapılmış olan kabullenmeleri sağlayan zaman gecikmelerindeki tüm değişimler için kapalı döngü sistemin gürbüz kararlı olduğu gösterilebilir. Yukarıdaki

eşitsizlikte

$$S(s) = (I + P_o(s)K(s))^{-1}$$

ve

$$w(s) = \sqrt{2} \left(\frac{1}{s} \sqrt{\sum_{i=1}^n \varphi_{i,1}^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^n \varphi_{i,2}^2} \right)$$

olmak üzere

$$W(s) = w(s)I_n$$

şeklinde tanımlanmıştır.

$\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarımı amaçlı problemde performans kriterleri aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

- *Takip etme:* $q(t)$ 'yi istenen değeri olan q_d 'ye yaklaştırmak.
- *Ağırlıklı eşitlik:* Farklı kaynaklara farklı yatışkın durum ağırlıkları $(\kappa_1, \dots, \kappa_n)$ atamak:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_i(t) = \kappa_i \lim_{t \rightarrow \infty} c(t)$$

- *İyi geçici durum tepkisi:* Bunu sağlamak için, ağırlıklı hassasiyet fonksiyonu $W_s(s) = \frac{1}{s^2}$ olmak üzere, P_o 'ı kararlı kılan tüm K denetleyicileri üzerinden:

$$\min \|W_s S\|_\infty$$

şeklinde *nominal performans* problemi tanımlanmıştır.

Yapılan bu çalışmada yukarıda tanımlanmış olan *gülbüz kararlılık* ve *nominal performans* problemleri birleştirildiğinde, ağırlıklı eşitlik kısıtı altında, aşağıdaki $\mathcal{H}^\infty$ optimizasyon problemi

$$\inf_{K \text{ stabilizing } P_o} \left\| \begin{bmatrix} W_s S \\ W K S \end{bmatrix} \right\|_\infty =: \gamma_{\text{opt}} \quad (2.3)$$

elde edilmiştir.

Tanımlanmış olan bu $\mathcal{H}^\infty$ optimizasyon probleminin çözümü zordur. Ancak [19]'da geliştirilmiş olan ve bir altoptimal çözüm veren aşağıdaki skalar $\mathcal{H}^\infty$ probleminin çözümü kullanılarak kontrolör tasarımı yapılmıştır. $P_i(s) := \frac{1}{\alpha_i s} e^{-h_i s}$ olmak üzere, tanımlanmış olan skalar $\mathcal{H}^\infty$ problemi

$$\inf_{C_i \text{ stabilizing } P_i} \left\| \begin{bmatrix} n^{-1} W_s [1 + P_i C_i]^{-1} \\ (n\alpha_i)^{-1} w C_i [1 + P_i C_i]^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty =: \gamma_i \quad (2.4)$$

şeklindedir. Her bir kanal için bulunacak olan γ_i 'ler kullanılarak (2.3)'teki problem için bir altoptimal çözüm bulunmaktadır:

$$\gamma_{\text{opt}} \leq \sum_{i=1}^n n\alpha_i \gamma_i =: \gamma.$$

Buradaki α_i 'ler $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ şartını sağlayan pozitif tasarım parametreleridir ve $\alpha_i = \kappa_i$ seçildiğinde, *ağırlıklı eşitlik* şartının sağlandığı gösterilebilmektedir [18].

Her bir kanal için ayrı olarak ortaya konmuş olan (2.4)'teki $\mathcal{H}^\infty$ probleminin çözümü sonucunda elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör

$$C_i(s) = \frac{\alpha_i \hat{\gamma}_i}{h_i \hat{\delta}_i} \left(\frac{sh_i - k_i}{sh_i} \right) \frac{1}{1 + F_i(sh_i)} \quad (2.5)$$

şeklindedir. Burada,

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_i &:= \frac{1}{h_i^2} \sqrt{2 \sum_{i=1}^n \varphi_{i,1}^2}, & \hat{\delta}_i &:= \frac{1}{h_i^3} \sqrt{2 \sum_{i=1}^n \varphi_{i,2}^2}, \\ F_i(\zeta) &= \frac{(\zeta + k_i)(\zeta + a_i)(\zeta^2 + b_i \zeta + c_i) - (\zeta^4 - \hat{\gamma}_i^{-2})}{\zeta^4 - \hat{\gamma}_i^{-2}} \\ &\quad - \frac{\frac{\hat{\gamma}_i}{\hat{\delta}_i} e^{-\zeta} \zeta^2 (\zeta - k_i)}{\zeta^4 - \hat{\gamma}_i^{-2}}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

ve $x_i > 0$ aşağıdaki polinomun tek pozitif kökü olmak üzere

$$x_i^3 + \frac{1}{\hat{\gamma}_i^2} x_i^2 + \left(1 - \frac{\hat{\beta}_i^2}{\hat{\gamma}_i^2}\right) \frac{\hat{\beta}_i^2}{\hat{\delta}_i^4} x_i - \frac{\left(1 - \frac{\hat{\beta}_i^2}{\hat{\gamma}_i^2}\right)^2}{\hat{\delta}_i^4} = 0,$$

$$c_i := \sqrt{x_i} \ , \quad a_i := \frac{1}{c_i \hat{\delta}_i} \sqrt{1 - \frac{\hat{\beta}_i^2}{\hat{\gamma}_i^2}} \ ,$$

$$b_i := \sqrt{\frac{\hat{\beta}_i^2}{\hat{\delta}_i^2} + 2c_i - a_i^2} \ , \quad \rho_i := \frac{e^{-\frac{1}{\sqrt{\hat{\gamma}_i}}}}{\hat{\delta}_i \left(\frac{1}{\sqrt{\hat{\gamma}_i}} + a_i\right) \left(\frac{1}{\hat{\gamma}_i} + c_i + \frac{b_i}{\sqrt{\hat{\gamma}_i}}\right)},$$

$$k_i := \frac{\rho_i - 1}{\sqrt{\hat{\gamma}_i}(\rho_i + 1)}$$

olarak elde edilmektedir. Optimal $\mathcal{H}^\infty$ performans maliyeti γ_i ise, aşağıdaki denklemin en büyük kökü olan $\hat{\gamma}_i$ kullanılarak $\gamma_i := \frac{h_i^2 \hat{\gamma}_i}{n}$ 'den bulunmaktadır:

$$1 - \frac{\hat{\gamma}_i}{\hat{\delta}_i} e^{-s^2} s^2 \frac{(s - k_i)}{(s + k_i)(s + a_i)(s^2 + b_i s + c_i)} \Big|_{s=j/\sqrt{\hat{\gamma}_i}} = 0. \quad (2.7)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hat{\gamma}_i^{-2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad E_i = \frac{\hat{\gamma}_i}{\hat{\delta}_i} \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_i & -1 \end{bmatrix}$$

olmak üzere (2.6)'daki $F_i(\zeta)$ aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$F_i(\zeta) = E_i \left(e^{-\zeta} I - e^{-A_i} \right) (\zeta I - A_i)^{-1} B_i. \quad (2.8)$$

$F_i(\zeta)$ 'nın darbe yanıtı $[0, 1]$ zaman aralığında sınırlıdır ve böylece $F_i(h_i s)$ darbe yanıtı fonksiyonu aşağıda görülen bir FIR filtre olarak gerçekleştirilebilmektedir:

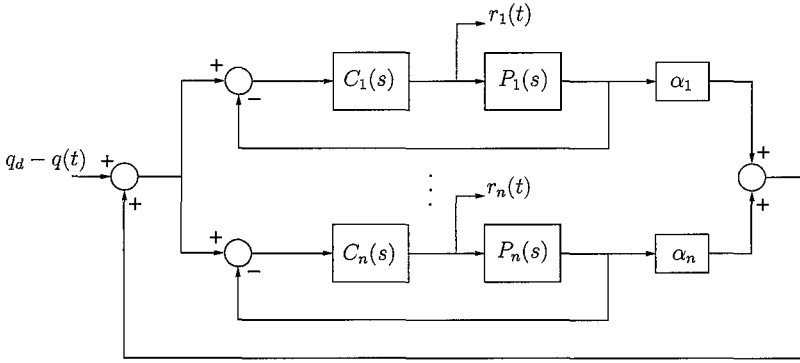
$$f_i(t) = \begin{cases} -\frac{1}{h_i} E_i e^{\frac{1}{h_i} A_i(t-h_i)} B_i, & 0 \leq t < h_i \\ 0, & \text{d.d.} \end{cases}$$

Her bir kanal için ayrıık olarak yukarıdaki $\mathcal{H}^\infty$ çözümünün bulunmasının ardından (2.3)'deki problemin bir altoptimal çözümü için elde edilmiş olan tek girdili ve çok çıktılı (TGÇÇ) denetleyici aşağıdaki formda yazılabilir:

$$K(s) = [K_1(s) \ \cdots \ K_n(s)]^T,$$

$$K_i(s) = \frac{C_i(s)}{1 + C_i(s)P_i(s)} \left(1 - \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{P_j(s)C_j(s)}{1 + P_j(s)C_j(s)} \right)^{-1}.$$

Ayrıca, kontrolörün gerçektelemesi Şekil 2.3'de görölmektedir.



Şekil 2.3: Kontrolörün gerçektelemesi [18]

(2.5)'den göröldüğü gibi elde edilmiş olan kontrolör temelde bir PI kontrolör ile beraber FIR filtre üzerinden bir geribesleme yapısından oluşmaktadır. Dolayısıyla da gerçektelemesi oldukça kolaydır. [18]'de tasarlanmış olan ve yukarıda özetle sunulan bu kontrolör darboğazdaki kuyruk uzunluğu değerini istenen yatışkın durum değerine asimptotik olarak yaklaştırmaktadır. Ayrıca, geliştirilen kontrolör *ağırlıklı eşitlik* olarak tanımlanan mevcut kapasitenin farklı kaynaklara farklı debilerde paylaştırılabilmesi ilkesini sağlamaktadır. Kontrolör her bir kanal için zaman içinde değişen zaman gecikmelerinde ortaya çıkan belirsizliklere karşı gürbüz kararlılık göstermektedir. Ancak, daha önce de bahsedildiği gibi [18]'de yapılmış olan ve bu bölümde yer verilen çalışmada kanallardaki zaman gecikmelerine ait belirsizliklerin yapısal olmadığı var sayılmıştır.

3. SONLU BOYUTLU SİSTEM İÇİN μ SENTEZİ ÇALIŞMASI

Bir önceki bölümde bahsedildiği gibi [18]'de tanımlanmış olan debi tabanlı akış kontrolü problemi için sistemdeki gecikmelerin yapısal olduğu göz ardı edilerek $\mathcal{H}^\infty$ çözümü bulunmuştur. Yapılmış olan bu çalışmada ise [18]'de tanımlanmış olan bu akış kontrolü probleminin çözümü için sistemdeki belirsizliklerin yapısal olduğu dikkate alınarak μ sentezi yöntemi ile kontrolör tasarım yöntemi önerilmiştir.

[18]'de tanımlanmış olan ve bir önceki bölümde özetlenmiş olan birden fazla kaynak noduna ve tek bir dar boğaza sahip iletişim ağlarındaki akış kontrolü problemi Şekil 2.2'deki belirsiz geribesleme sistemi ile ifade edilmiştir. Sistemde yer alan tanımlar bir önceki bölümde ayrıntılı olarak verilmiştir. Bunlardan belirsizlik bloğu $\|\Delta_{i,j}^o\| < 1$ ($i = 1, \dots, n$ ve $j = 1, 2$) olmak üzere,

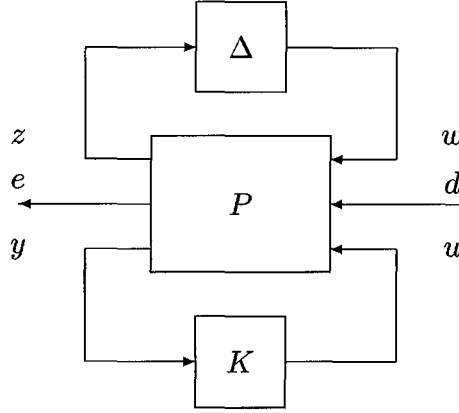
$$\Delta_{LTV}^o = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{1,1}^o \\ \Delta_{1,2}^o \end{bmatrix} & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \begin{bmatrix} \Delta_{n,1}^o \\ \Delta_{n,2}^o \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

olarak tanımlıdır. Tanımından anlaşıldığı üzere bu bir yapısal belirsizliktir.

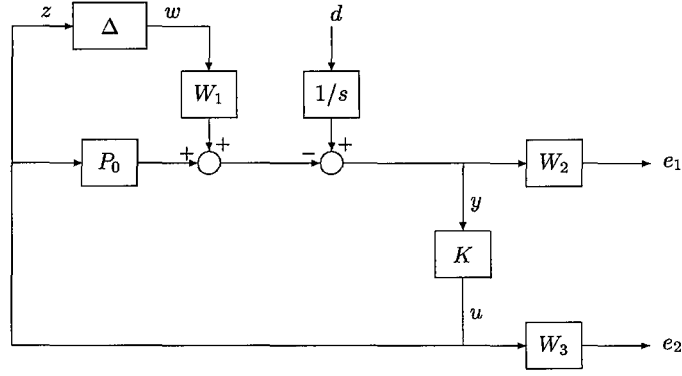
Sistemdeki bu belirsizliklerin yapısal olduğu dikkate alınarak akış kontrolü problemine ait sistemin yapısı standart μ kontrolörü problemi yapısına (Şekil 3.1) uygun olacak şekilde Şekil 3.2'deki yapıya dönüştürülmüştür. Burada,

- $q_d(s) = \frac{1}{s}\hat{q}(s)$ olmak üzere, harici giriş sinyali $d(s) = c(s) + \hat{q}(s)$ olarak seçilmiştir. Sistemdeki diğer giriş/çıkış sinyalleri ise:

- çıkış sinyali: $y(t) = q_d(t) - q(t)$,



Şekil 3.1: Standart μ kontrolörü problemi yapısı

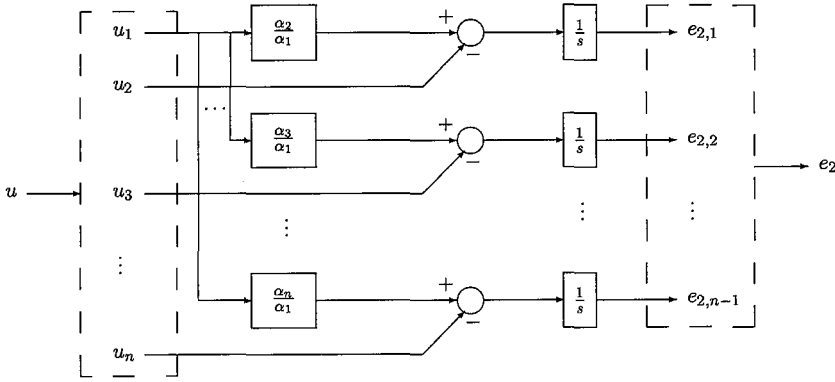


Şekil 3.2: Akış kontrolü için μ sentezi problemi

- kontrol giriş sinyali: $u(t) = r(t) = [r_1(t) \cdots r_n(t)]^T$,
- takip etme hata sinyali: $e_1(t)$,
- yatışkın durumda kanallar arası eşitliğin sağlanması için tanımlanmış olan hata sinyali: $e_2(t)$. Bu hata sinyali için ağırlık fonksiyonu olan $W_3(s)$ 'nin seçimi aşağıda sunulacaktır.
- Belirsizliğe ait blok yapısı $\Delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta_{LTV}^o$ şeklinde tanımlanmıştır.
- Şekil 3.2'deki sistemde Δ belirsizlik bloğu ve K kontrolörü dışında kalan blok yapıların tamamı P genelleştirilmiş sistemi oluşturur. Genelleştirilmiş sistemde yer alan ağırlık fonksiyonları ise aşağıdaki gibi seçilmiştir:

- $W_1(s) = \sqrt{2\overline{W}}(s) = \sqrt{2} [\overline{W}_1(s) \cdots \overline{W}_n(s)]$, $\overline{W}_i(s) = \begin{bmatrix} \frac{\varphi_{i,1}}{s} & \varphi_{i,2} \end{bmatrix}$,
- $W_2(s) = \frac{1}{s}$ ([18]'de ortaya konan problemde nominal performans için $W_s(s) = \frac{1}{s^2}$ olarak belirlenmiş olan hassasiyet ağırlık fonksiyonu buradaki problemde $\frac{1}{s}W_2(s)$ 'e karşılık geldiğinden $W_2(s)$ ağırlık fonksiyonu $\frac{1}{s}$ olarak seçilmiştir.),
- $W_3(s)$ 'nin yapısı ise Şekil 3.3'de sunulmuştur. Yatışkın durumda kanallar arası eşitliği sağlayan ağırlık olan $W_3(s)$ ayrıca aşağıdaki ifade ile özetlenebilir:

$$W_3(s) = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} & -1 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_3}{\alpha_1} & 0 & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots \\ \frac{\alpha_n}{\alpha_1} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$



Şekil 3.3: $W_3(s)$ 'in gerçekteşmesi

Şekil 3.2'de tanımlanmış olan bu μ sentezi problemi aşağıdaki ifadeye karşılık gelmektedir:

$$\min_{K \text{ stab.}} \max_{\omega} \mu_{\Delta}(\mathcal{F}_l(P, K)(j\omega)) \quad (3.1)$$

μ 'nün üst sınırının ve D ölçekleme matrisinin kullanılması ile (3.1)'e karşılık gelen problem

$$\min_{K \text{ stab.}} \min_{D \in D \text{ stable, min-phase}} \|D\mathcal{F}_l(P, K)D^{-1}\|_{\infty} \quad (3.2)$$

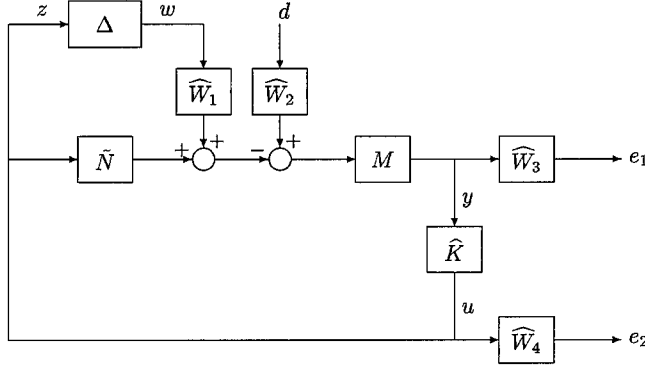
şeklindedir [20]. Burada $\mathcal{F}_l(P, K)$, P 'nin K üzerinden alt yöndeki *doğrusal ve oransal dönüşümünü* (Lower Linear Fractional Transformation (lower LFT)) göstermektedir ve yukarıdaki sistem için $S := (1 + PK)^{-1}$ olmak üzere aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$$\mathcal{F}_l(P, K) = \begin{bmatrix} KSW_1 & KS\frac{1}{s} \\ W_2SW_1 & W_2S\frac{1}{s} \\ W_3KSW_1 & W_3KS\frac{1}{s} \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Tanımlanmış olan bu probleme D - K iterasyon algoritması uygulanırken iterasyonun $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarımı yapılan K adımlarında sistem yapısının sağlanması gereken bazı kabullenmeler bulunmaktadır [20]. Bu kabullenmelerin sağlanması için gerçekleştirilen basit blok şema işlemleri ile sistem Şekil 3.4'deki yapıya dönüştürülmüştür. Buradaki giriş/çıkış sinyalleri ve belirsizlik bloğu tanımları bir önceki yapıdaki ile aynıdır. Sistemdeki diğer değişkenler ise,

- Kontrolör: $\widehat{K}(s) = \frac{s}{s+\epsilon}K(s)$,
- Genelleştirilmiş sistemde (P) yer alan fonksiyonlar:
 - $\tilde{N}(s) = \tilde{M}(s)P_0(s) = \frac{1}{s+\epsilon} \left[e^{-h_1s} \dots e^{-h_ns} \right]$, $(\tilde{M}(s) := \frac{s}{s+\epsilon})$
bkz. [18])
 - $M(s) = \frac{(s+\epsilon)^2}{s^2}$,
 - $\widehat{W}_1(s) = W_1(s)\tilde{M}(s) =: [\widehat{W}_1(s) \dots \widehat{W}_n(s)]$, $\widehat{W}_i(s) = \left[\frac{\varphi_{i,1}}{s+\epsilon} \quad \frac{\varphi_{i,2}s}{s+\epsilon} \right]$,
 - $\widehat{W}_2(s) = \frac{1}{s+\epsilon}$,
 - $\widehat{W}_3(s) = \frac{1}{s+\epsilon}$,
 - $\widehat{W}_4(s) = W_3(s)$ (Yapısı Şekil 3.3'de sunulmuştur.)

Optimal μ sentezi probleminin kesin çözümü bulunmadığından [21], bir alt-optimal çözüm bulmak amacıyla tanımlanmış olan probleme MATLAB “ μ Analysis and Synthesis Toolbox” [22]'de yer alan D - K iterasyonu (D - K iteration) yöntemi uygulanmıştır.



Şekil 3.4: μ sentezi problemi için eşdeğer sistem

Ancak, [22]'deki D - K iterasyonu prosedürünün uygulanabilirliği sonlu boyutlu sistemler için mümkün olmaktadır. Bu sebeple yapılan bu çalışmada öncelikle tanımlanmış olan problemde var olan sonsuz boyutlu gecikmeler yerine onlara karşılık gelen sonlu boyutlu yaklaşıklıklar kullanılmıştır. Bu çalışmada sistemdeki gecikmeler yerine Padé yaklaşıklığı (Padé approximation) kullanılmıştır. Çalışmalar sırasında beşten daha küçük dereceli yaklaşıklıklar kullanıldığında elde edilen kontrolörler üzerinde önemli değişiklik olduğu, beşten daha büyük dereceli yaklaşıklıklar kullanıldığında ise farkedilebilir bir değişiklik olmadığı gözlemlendiği için, beşinci dereceden bir yaklaşıklığın uygun olduğuna karar verilmiştir.

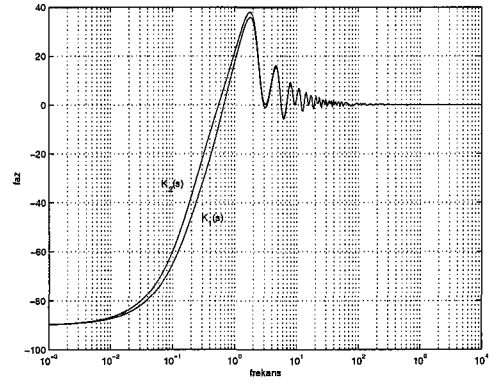
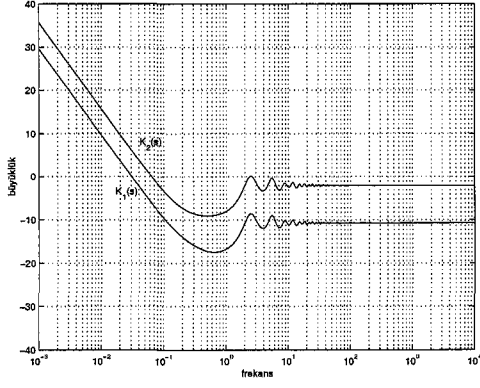
Kontrolör tasarım yönteminin geliştirilmesinin ardından elde edilen kontrolörlerin performansını gözlemlemek için simulasyon çalışmaları yapılmıştır. Öncelikle elde edilen kontrolörlerin frekans tepkileri incelenmiş ve elde edilen sonuçlar [18]'deki yöntem ile elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler ve ayrıca Padé yaklaşıklığı kullanılmış sonlu boyutlu sistem için [23]'teki yöntem ile elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler ile karşılaştırılmıştır. Ardından ise elde edilen μ kontrolörler kullanılarak problem için zaman bölgesinde simulasyon çalışmaları yapılmış ve bu çalışmalardan da elde edilen sonuçlar da yukarıda bahsedilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörlerden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır ([24, 25]).

3.1 μ Kontrolörlerin Frekans Tepkilerinin İncelenmesi

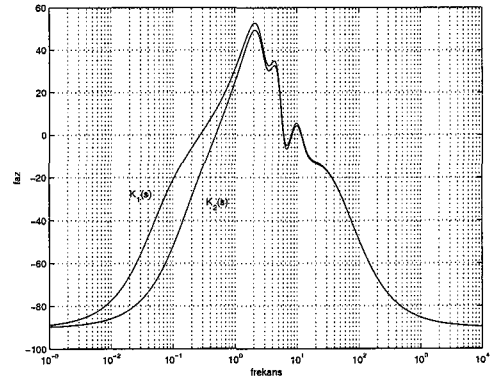
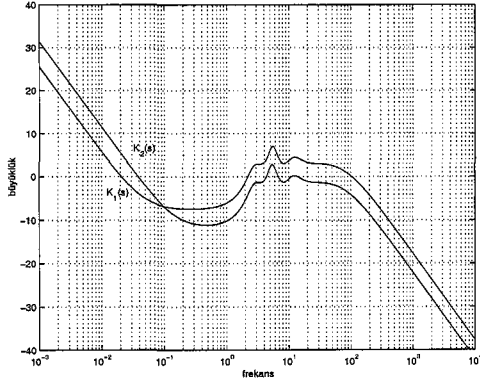
Bu bölümde, tasarım parametreleri açısından farklı durumlar için elde edilmiş μ kontrolörlerin frekans tepkileri incelenmiştir. İncelemeler için Tablo 3.1’de sunulmuş olan 10 farklı durum ele alınmıştır. Her bir durum seçilen tasarım parametrelerinin kontrolörler üzerindeki etkisini göstermesi açısından anlamlıdır. Sonlu boyutlu sistemler için elde edilmiş olan bu μ kontrolörlerin frekans tepkileri aynı durumlar için elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörlerin frekans tepkileri ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma yapmak amacıyla hem [18]’de önerilen yöntem kullanılarak sonsuz boyutlu sistem (Şekil 2.2’deki yapı) için elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler ve hem de [23]’deki standart $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi kullanılarak Padé yaklaşıklığı ile sonlu boyuta indirgenmiş sistem (Şekil 3.4’deki yapı) için elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler ele alınmıştır. Tablo 3.1’deki her bir durum için elde edilen μ ve $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörlere ait Bode grafikleri sırasıyla Şekil 3.5–3.14’de yer almaktadır. Sunulmuş olan Bode grafiklerinde büyüklük birimi dB, faz birimi derece ve frekans birimi rad/sn’dir.

	h_1	h_2	α_1	α_2	δ_1^+	δ_2^+	$\varphi_{1,1}$	$\varphi_{2,1}$
Durum 1	1	2	1/3	2/3	2	3	0.116	0.116
Durum 2	1	3	1/2	1/2	1	1	0.116	0.116
Durum 3	1	1	1/5	4/5	1	1	0.116	0.116
Durum 4	2	2	1/2	1/2	4	1	0.116	0.116
Durum 5	1	1	1/2	1/2	1	1	0.116	1.406
Durum 6	1	2	1/2	1/2	2	3	0.116	0.116
Durum 7	1	3	1/3	2/3	1	1	0.116	0.116
Durum 8	1	1	1/2	1/2	1	1	0.116	0.116
Durum 9	2	2	1/3	2/3	4	1	0.116	0.116
Durum 10	1	1	1/3	2/3	1	1	0.116	1.406

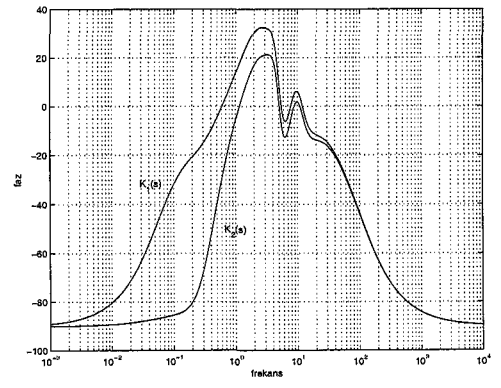
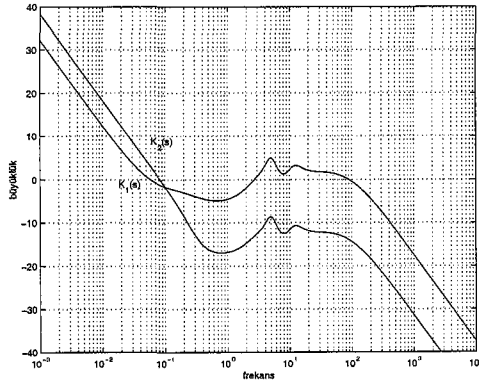
Tablo 3.1: Tasarım parametreleri



(a)

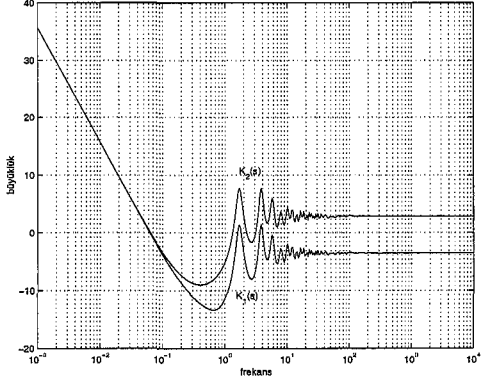


(b)

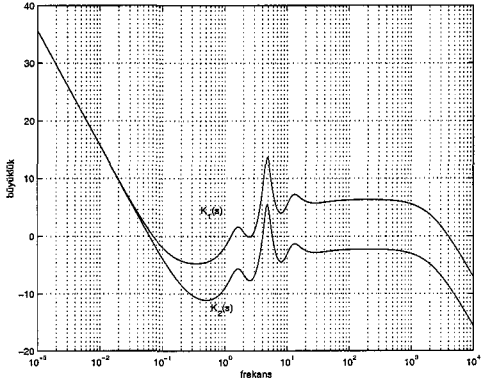
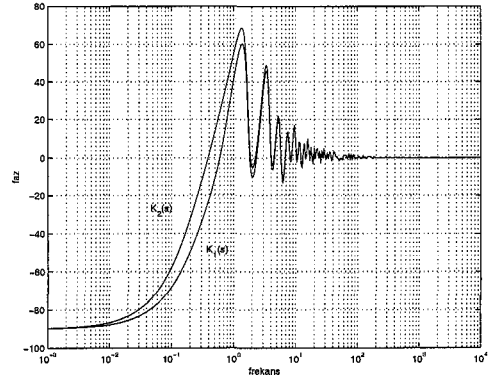


(c)

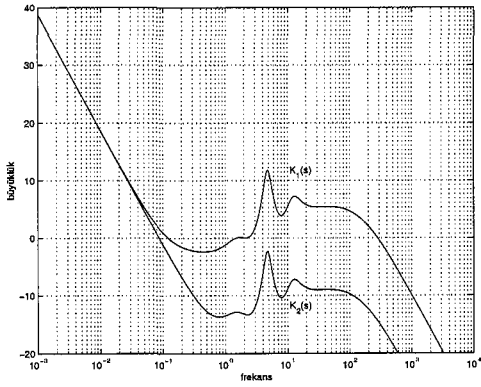
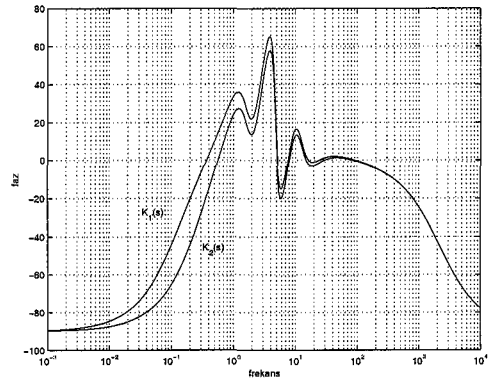
Şekil 3.5: Durum 1 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşımlığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi



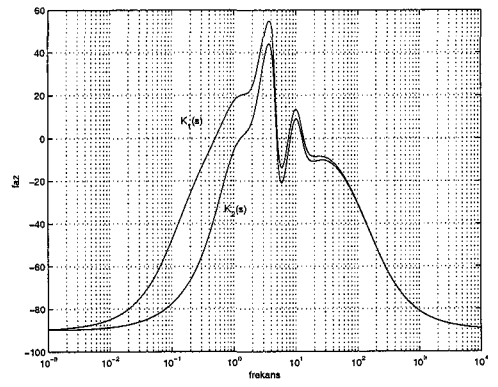
(a)



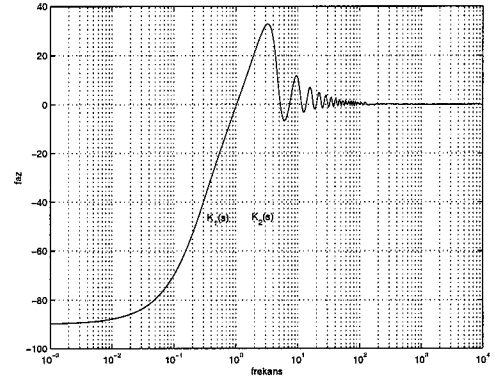
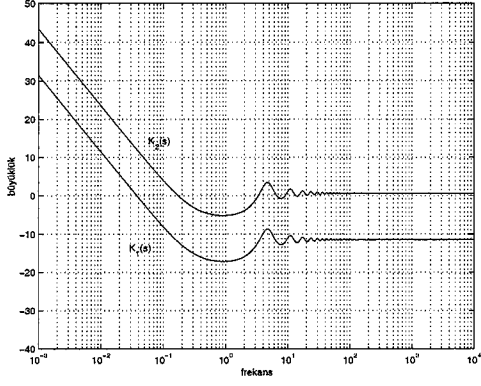
(b)



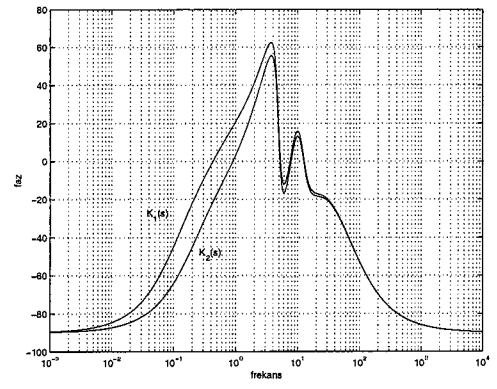
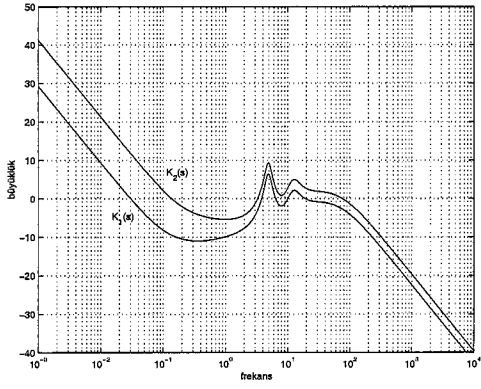
(c)



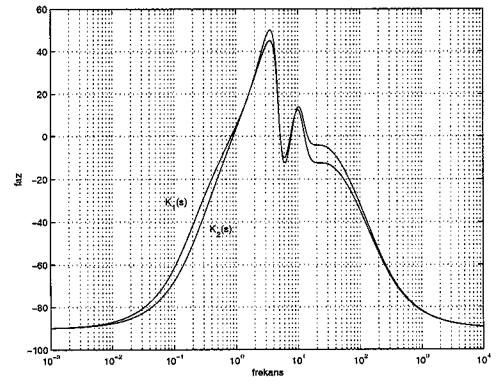
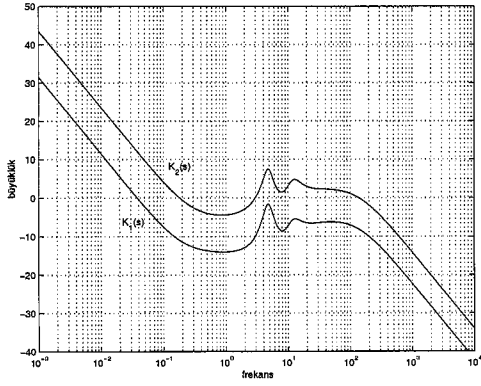
Şekil 3.6: Durum 2 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi



(a)

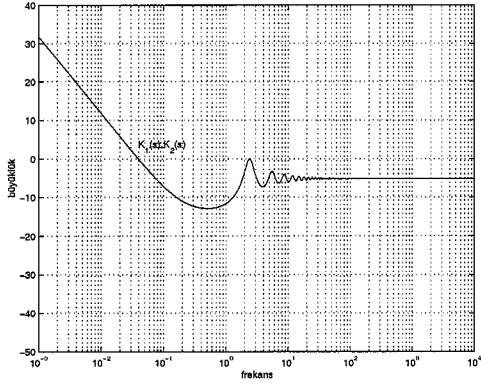


(b)

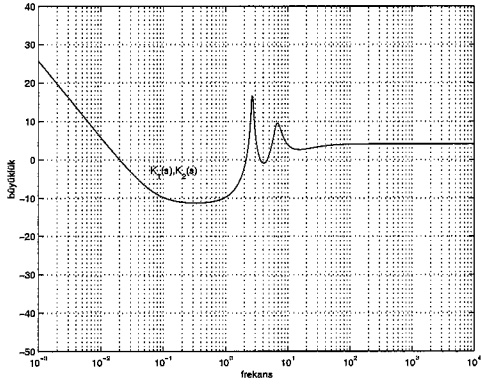
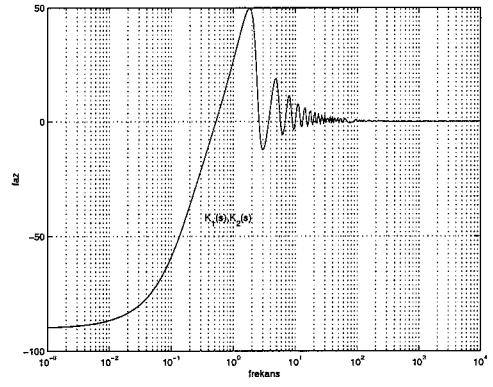


(c)

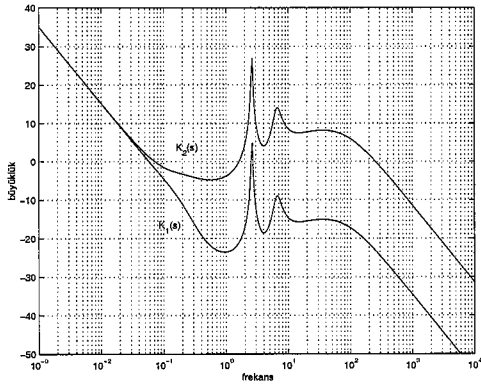
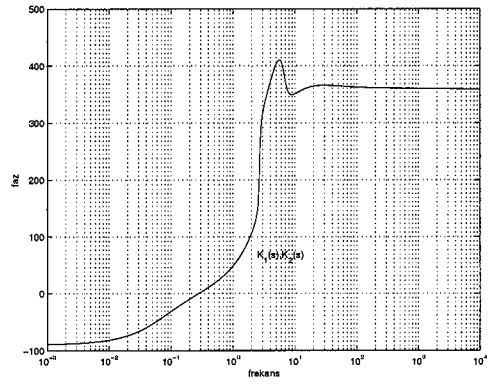
Şekil 3.7: Durum 3 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşımlığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi



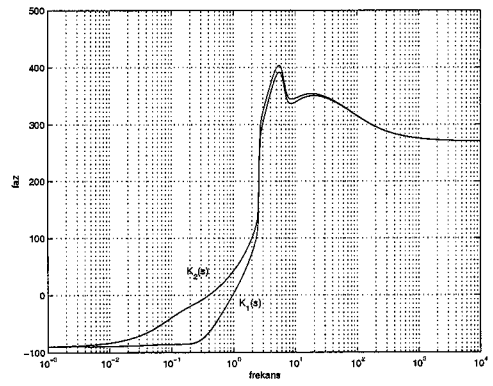
(a)



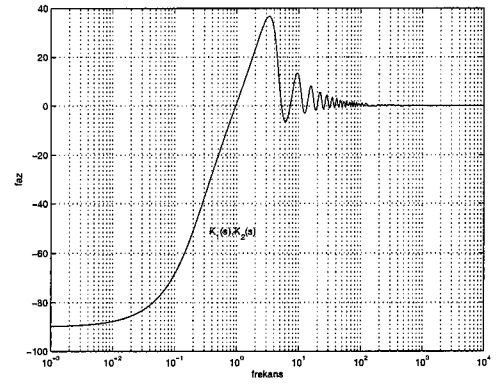
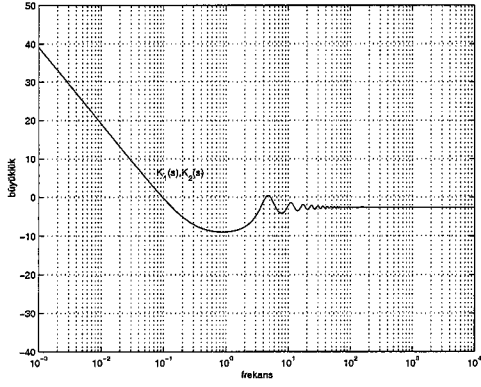
(b)



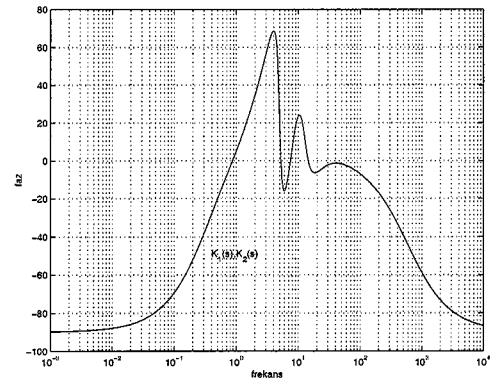
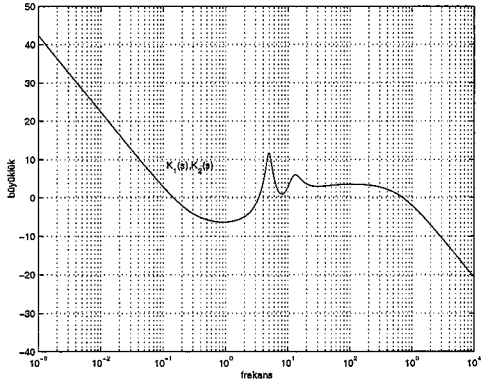
(a)



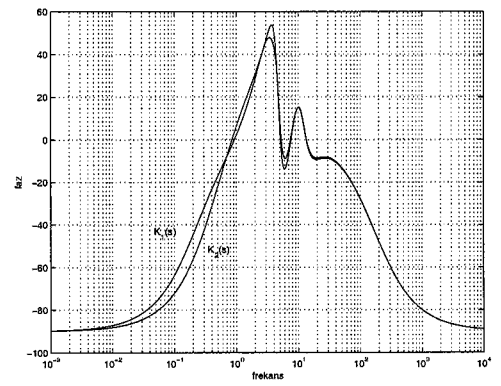
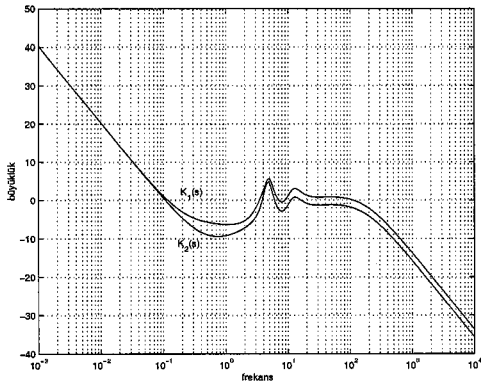
Şekil 3.8: Durum 4 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi



(a)

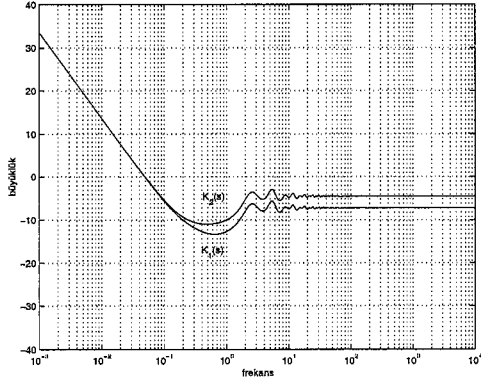


(b)

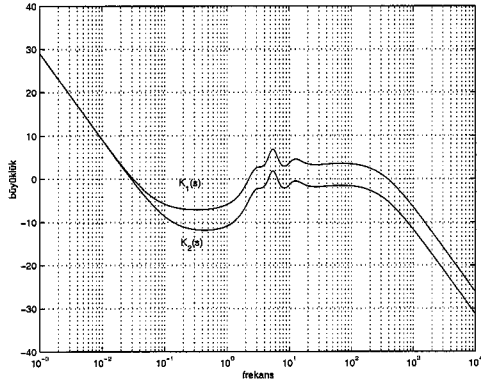
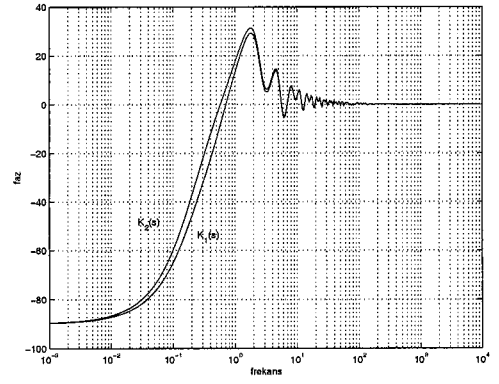


(c)

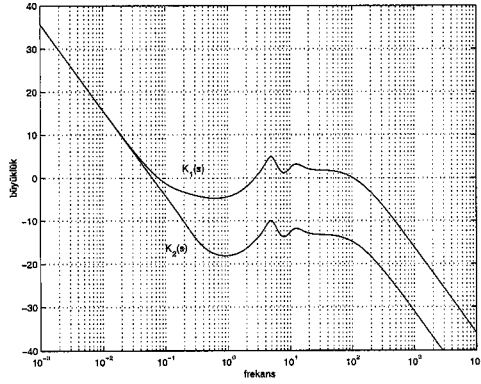
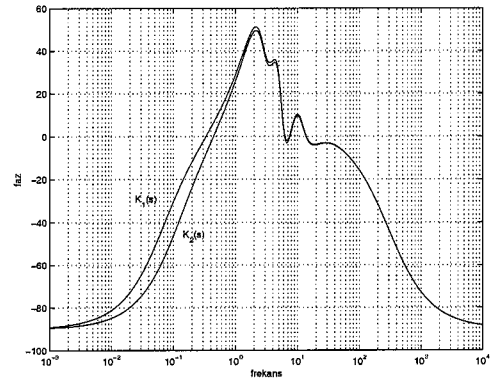
Şekil 3.9: Durum 5 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi



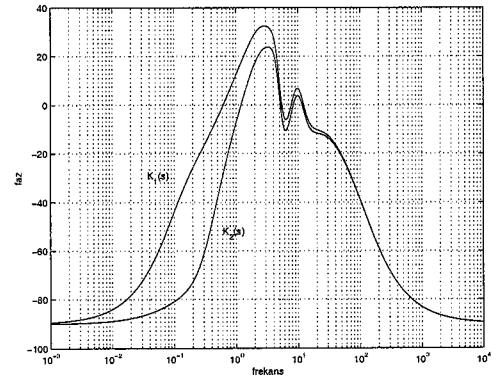
(a)



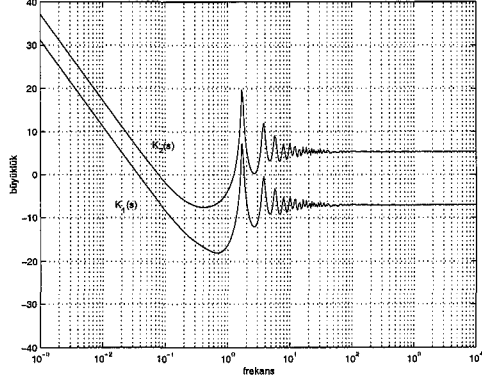
(b)



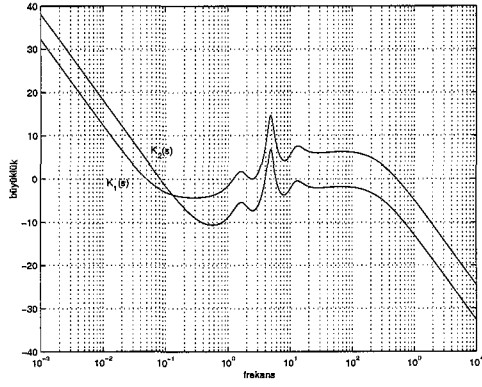
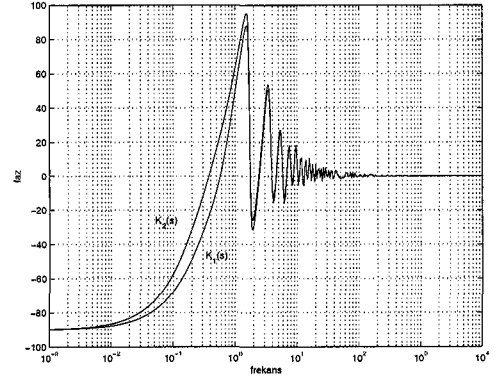
(c)



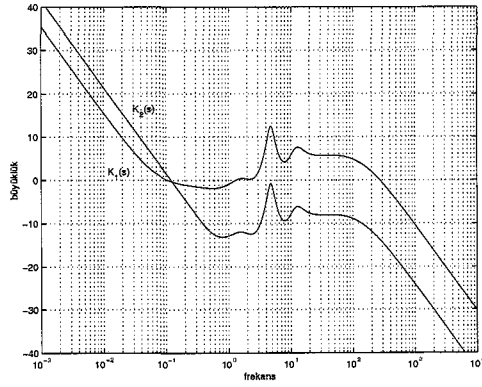
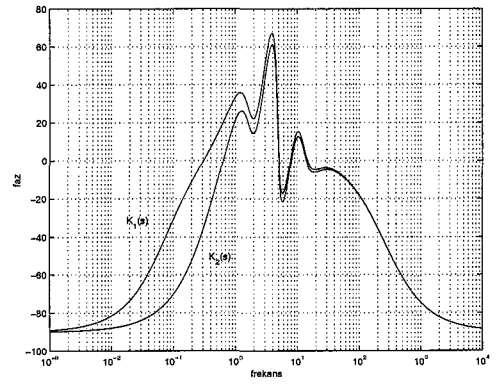
Şekil 3.10: Durum 6 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşımlığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi



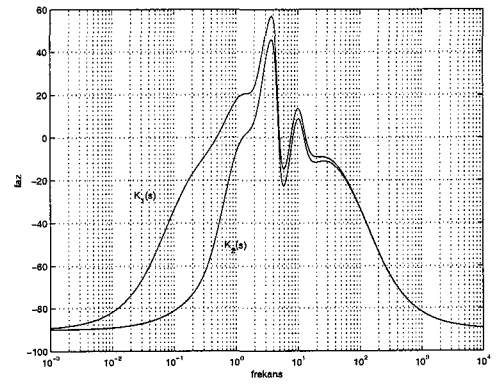
(a)



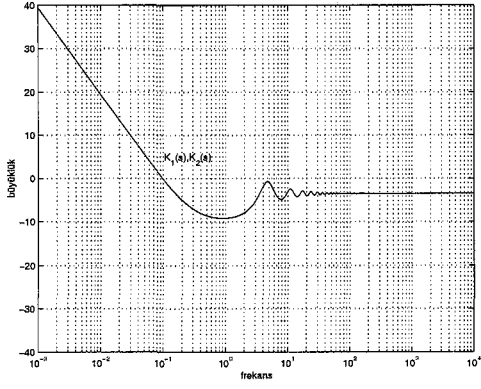
(b)



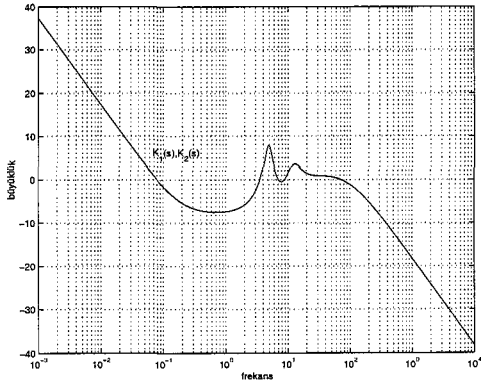
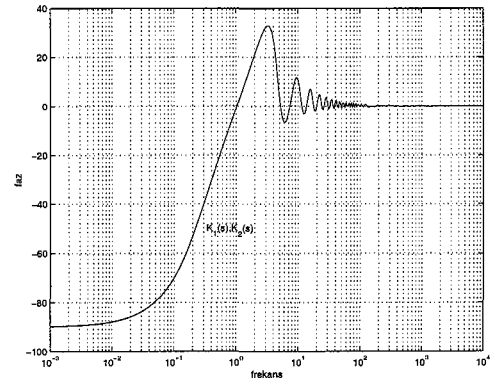
(c)



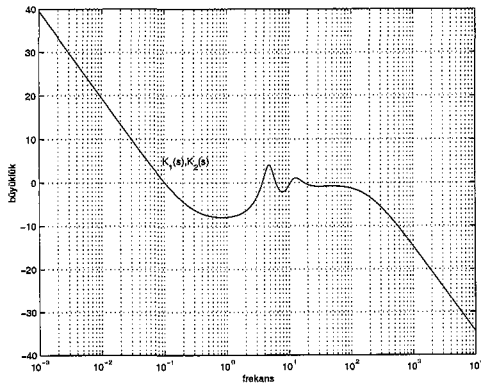
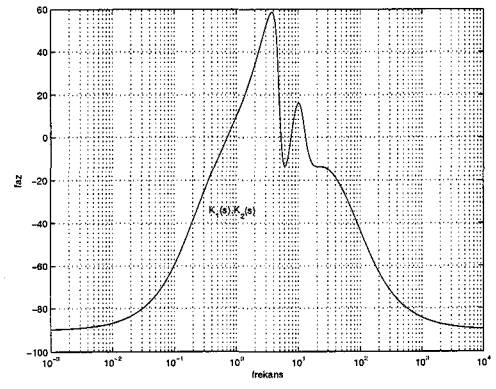
Şekil 3.11: Durum 7 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşımlığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi



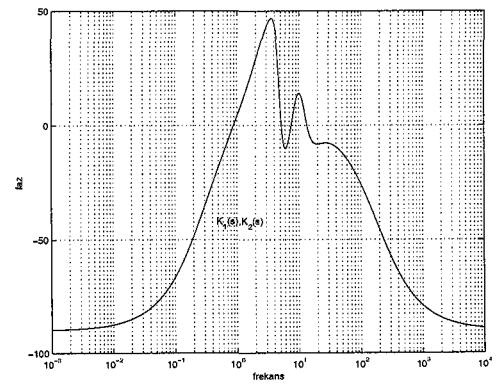
(a)



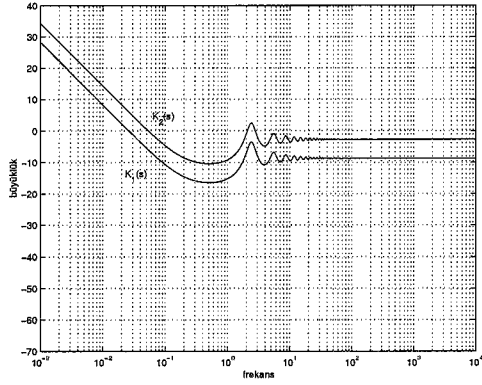
(b)



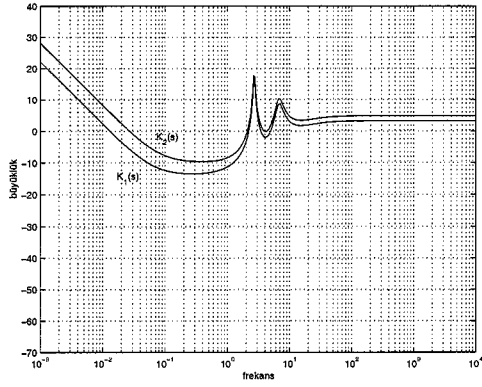
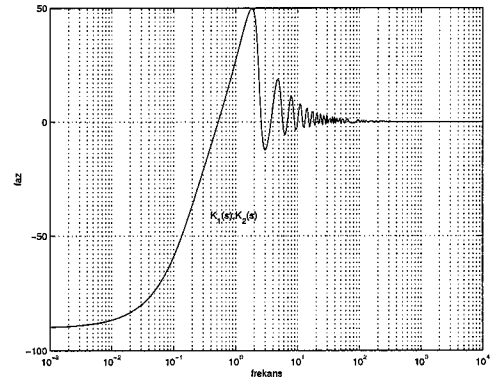
(c)



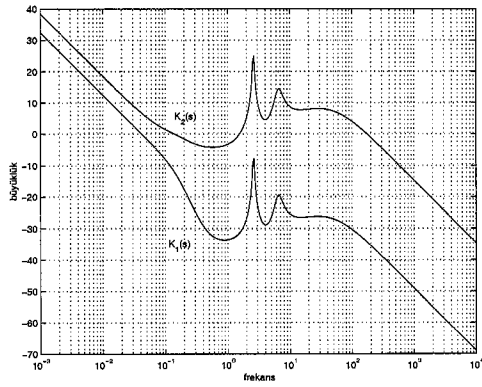
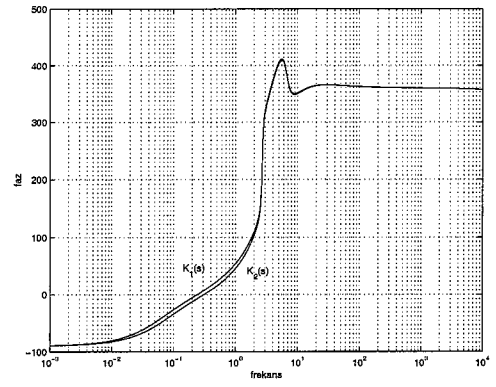
Şekil 3.12: Durum 8 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşımlığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi



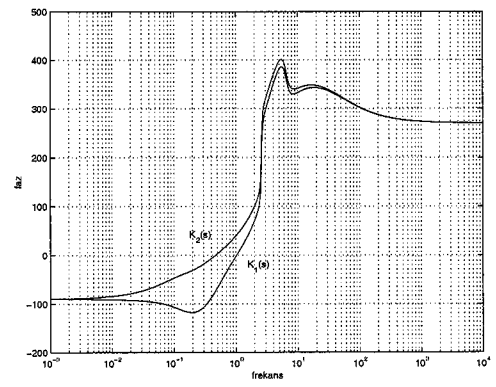
(a)



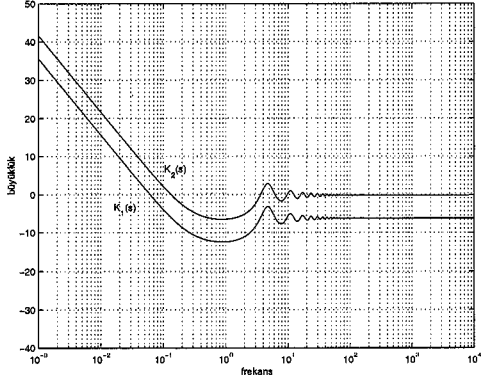
(b)



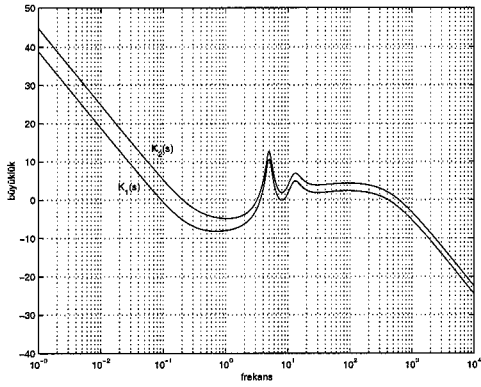
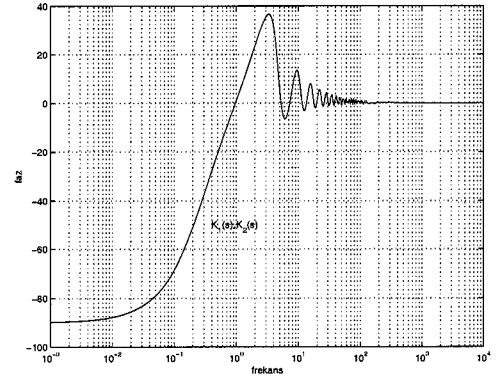
(c)



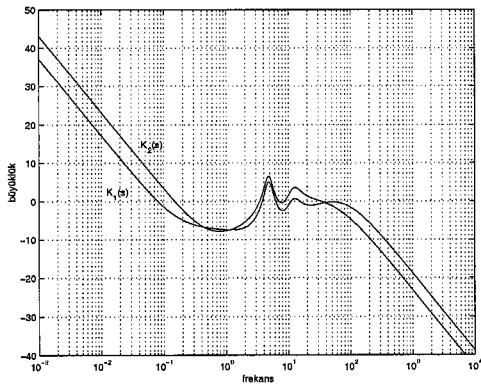
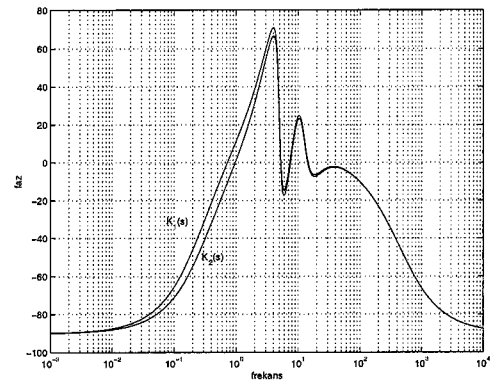
Şekil 3.13: Durum 9 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi



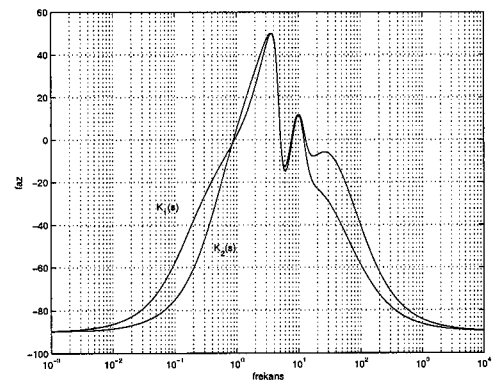
(a)



(b)



(c)



Şekil 3.14: Durum 10 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşımlığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolörün frekans tepkisi

Şekil 3.5, 3.6, 3.10 ve 3.11 incelendiğinde, farklı kanallardaki farklı zaman gecikmelerinden elde edilen $K(s) = \begin{bmatrix} K_1(s) & K_2(s) \end{bmatrix}^T$ kontrolörlerin birinci ve ikinci kısımları olan $K_1(s)$ ve $K_2(s)$ 'de yüksek frekanslarda farklı davranışlara sebep olduğu gözlemlenmektedir. μ kontrolörlerde bahsedilen bu dört durumda yüksek zaman gecikmesinden dolayı $K_2(s)$ 'nin frekans kazancı $K_1(s)$ 'ninkinden daha düşüktür. Benzer şekilde sonlu boyutlu sistem için Şekil 3.4'de tanımlanmış olan problemin çözümünden elde edilen kontrolörlerde de $K_2(s)$ 'nin frekans kazancı $K_1(s)$ 'ninkinden daha düşüktür. Öte yandan, [18]'de önerilen yöntem ile elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörlerin yüksek frekans tepkisi anlatılanın tam tersi olarak görülmektedir.

Tasarım parametrelerinden biri olan α_i 'lerin elde edilen kontrolörlerin frekans tepkilerine olan etkisi Şekil 3.5, 3.7, 3.11, 3.13 ve 3.14'de gözlemlenebilmektedir. Hem μ ve hem de $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörlerde $\lim_{s \rightarrow 0} \alpha_1^{-1} K_1(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \alpha_2^{-1} K_2(s)$ eşitliğinin sağlandığı görülmektedir. Bu da, yatışkın durum ağırlıklı eşitlik ilkesinin sağlandığını göstermektedir.

Belirsizlik ağırlıkları δ_i^+ ve $\varphi_{i,1}$ 'lerin etkileri incelendiğinde ise μ kontrolörlerin $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörlere göre önemi belirgin olmaktadır. μ sentezi yönteminde sistemdeki belirsizliğin yapısı dikkate alınmakta olduğu için elde edilmiş olan kontrolörler belirsizlik ağırlığındaki farklılıklara tepkili olmaktadır. Oysa diğer taraftan $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler belirsizlik ağırlıkları δ_i^+ ve $\varphi_{i,1}$ değerlerindeki farklılıklara karşı tepkisiz kalmaktadır. Bunun da sebebi, $\mathcal{H}^\infty$ kontrol tasarımı yönteminde sistemde yer alan belirsizliklerin yapılarının bilinmediği kabul edildiğinden belirsizliğe ait ağırlıklar ayrı ayrı ele alınmamaktadır. Benzer şekilde, [18]'de yapılan $\mathcal{H}^\infty$ kontrol tasarımı çalışmasında tüm kanallardaki δ_i^+ ve $\varphi_{i,1}$ tasarım parametreleri gürbüzlük ağırlığındaki tek bir parametrede birleştirilmişlerdir. δ_i^+ 'lerin etkisi Şekil 3.5, 3.8, 3.10 ve 3.13'de görülmektedir. Şekil 3.5 ve 3.10'da μ kontrolörlerin orta-ve-yüksek frekans kazançları incelendiğinde $K_2(s)$ 'ninki $K_1(s)$ 'ninkine göre oldukça düşüktür. Bu beklenen sonucun sebebi ise Durum 1 ve 6'da $\delta_2^+ > \delta_1^+$ olmasıdır. Ayrıca, $\delta_1^+ > \delta_2^+$ olan Durum 4 ve 9'da $K_2(s)$ 'nin kazancı $K_1(s)$ 'ninkinden yüksek olduğu Şekil 3.8 ve

3.13'den görülmektedir. Benzer olarak, Durum 5 ve 10'da, $\varphi_{2,1} > \varphi_{1,1}$ olduğu için, μ kontrolörlerde $K_2(s)$ 'nin orta-ve-yüksek frekans kazancı $K_1(s)$ 'ninkinden daha düşük olduğu Şekil 3.9 ve 3.14'de görülmektedir. Yapılan incelemelerde, yukarıda bahsedildiği gibi $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler açısından, farklı δ_i^+ veya $\varphi_{i,1}$ değerlerine sahip olmanın $K_1(s)$ ve $K_2(s)$ için bir farklılık yaratmadığı görülmüştür.

3.2 Zaman Bölgesinde Simulasyon Çalışmaları

Bu alt-bölümde elde edilmiş olan μ kontrolörler kullanılarak yapılmış olan zaman bölgesi simulasyon sonuçları sunulacak ve elde edilen sonuçlar bir önceki alt-bölümde olduğu gibi hem [18]'de önerilen yöntem kullanılarak sonsuz boyutlu sistem için elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler ve hem de [23]'teki standart $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi kullanılarak Padé yaklaşıklığı ile sonlu boyuta indirgenmiş sistem için elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörlerin zaman bölgesi simulasyon sonuçları ile karşılaştırılacaktır. Simulasyon çalışmaları bir önceki bölümde frekans tepkileri incelenmiş olan ve tasarım parametreleri Tablo 3.1'de görülen 10 farklı durum için sunulacaktır. Simulasyonlarda uygulanan gerçek zaman gecikmelerinin belirsiz kısımlarına ait ifadeler ise Tablo 3.2'de yer almaktadır. Durum 1'den 10'a kadar olan zaman bölgesi simulasyon sonuçları sırasıyla Şekil 3.15–3.34 arasında görülmektedir. Her bir durumda 3 farklı kontrolör tipi için hem kuyruk uzunluğu grafikleri ve hem de kanallardaki akış debisi grafikleri sunulmuştur.

Kanallardaki gecikmelere ait tasarım parametreleri olan h_i , δ_i^+ ve $\varphi_{i,1}$ 'lerin birbirinden farklı olduğu durumlar incelendiğinde her bir kanalı ayrı olarak ele alan μ kontrolörün önemi ortaya çıkmaktadır. Durum 1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, ve 10'dan elde edilen sonuçlar incelendiğinde genel olarak μ kontrolörün $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörlere göre daha hızlı olduğu söylenebilir. Kanallardaki farklı tasarım parametrelerini kontrolör sentezi sırasında dikkate alınması sonucu

	i	$\delta_i^b(t)$	$\delta_i^f(t)$
Durum 1, 6	1, 2	$0.8 + 0.5 \sin(\frac{2\pi}{50}t)$	$0.1 + 0.1 \sin(\frac{\pi}{50}t)$
Durum 2, 7	1, 2	$0.1 + 0.5 \sin(\frac{2\pi}{50}t)$	$0.1 + 0.1 \sin(\frac{\pi}{50}t)$
Durum 3, 8	1, 2	$0.5 + 0.1 \sin(\frac{2\pi}{50}t)$	$0.1 \sin(\frac{\pi}{50}t)$
Durum 4, 9	1, 2	$0.2 + 0.25 \sin(\frac{2\pi}{50}t)$	$0.05 \sin(\frac{\pi}{50}t)$
Durum 5, 10	1	$0.1 + 0.01 \sin(\frac{2\pi}{50}t)$	$0.01 \sin(\frac{\pi}{50}t)$
	2	$1.2 + 0.12 \sin(\frac{2\pi}{50}t)$	$0.12 \sin(\frac{\pi}{50}t)$

Tablo 3.2: Gerçek zaman gecikmeleri

elde edilmiş olan μ kontrolörler farklı gerçek gecikmelere karşı daha etkili tepkiler vermektedir. Örneğin, Durum 4'den elde edilen sonuçlar incelendiğinde μ kontrolörün kararsızlığı çağrıştıracak kadar salınımlı olduğu görülmektedir. Bu duruma ait tasarım parametreleri dikkate alınırsa aslında kontrolörlerin tasarım sırasında tasarım parametreleri sebebiyle birinci kanalda ikinciye göre dört kat daha fazla ($\delta_1^+ = 4\delta_2^+$) belirsizlik beklentisi ile tasarlanmış olduğu görülmektedir. Ancak ardından simulasyon sırasında uygulanmış olan değerler incelenirse gerçek $\delta_i^b(t)$ ve $\delta_i^f(t)$ her iki kanalda da eşittir. Bu durumun ne kadar etkili olduğunu daha iyi görebilmek için $\delta_i^b(t)$ ve $\delta_i^f(t)$ değerlerini Tablo 3.3'deki gibi değiştirerek yeni bir Durum 4.b oluşturulmuştur. Bu yeni durumda gerçek gecikmelerin belirsizlik kısımları birinci kanalda ikincinin 4 katı kadardır. Bu durumda, kanallardaki belirsizliklerin toplamı Durum 4'e göre artmasına rağmen, yeni durum için elde edilen Şekil 3.35–3.36'daki sonuçlar incelendiğinde μ kontrolör sonucunun Durum 4'dekine göre daha iyileştiği görülmektedir. Öte yandan, $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörlerin sonucu Durum 4'e göre kayda değer bir değişiklik olmamıştır. Bölüm 3.1'de de belirtildiği gibi $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarımında tüm kanallardaki toplam belirsizlik için tasarım yapıldığı için bu beklenen bir sonuçtur. Öte yandan μ kontrolör tasarımında ise her bir kanal ayrı ayrı ele alınmaktadır.

Durum 3 ve 8'deki sonuçlar incelendiğinde ise tasarım parametrelerin-

	i	$\delta_i^b(t)$	$\delta_i^f(t)$
Durum 4.b	1	$0.4 + 0.5 \sin(\frac{2\pi}{50}t)$	$0.1 \sin(\frac{\pi}{50}t)$
	2	$0.1 + 0.125 \sin(\frac{2\pi}{50}t)$	$0.025 \sin(\frac{\pi}{50}t)$

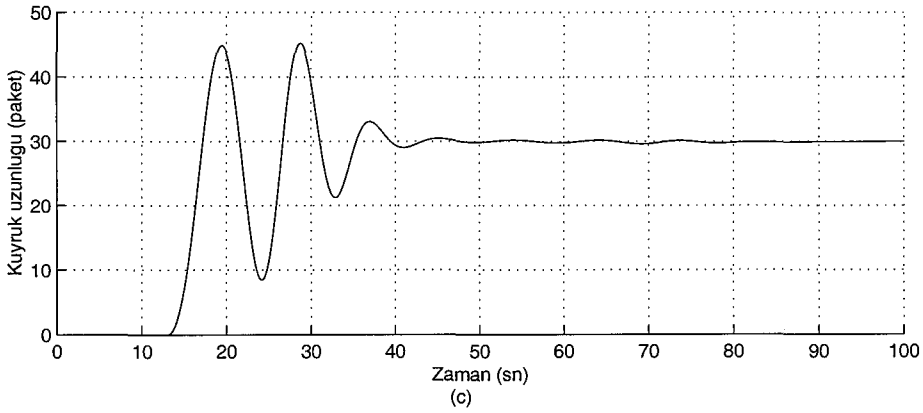
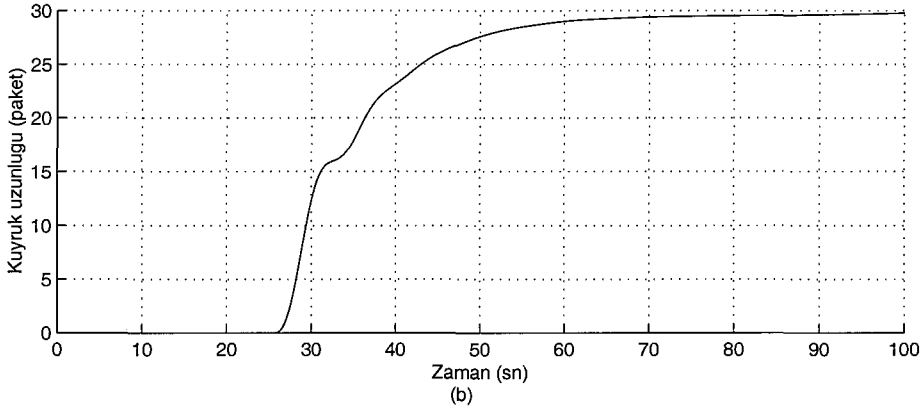
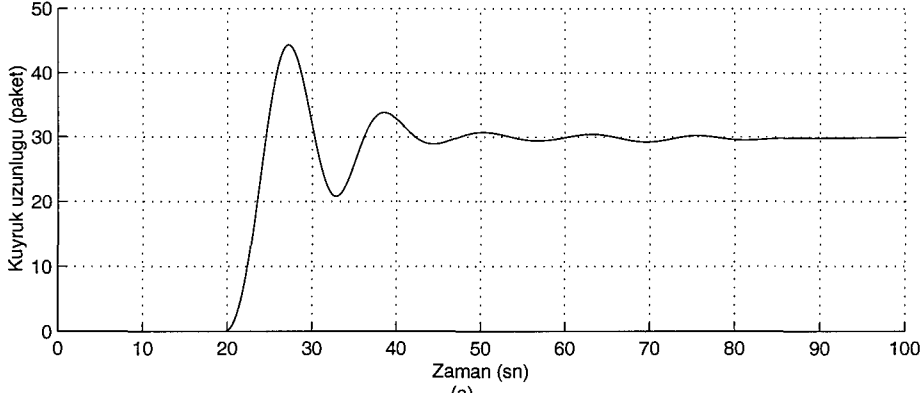
Tablo 3.3: Gerçek zaman gecikmeleri

den biri olan ve kanallar arasında ağırlıklı eşitlik ilkesini sağlayan α_i parametresinin etkisi her üç kontrolör tipi için de görülmektedir. Beklenildiği gibi değişik α_i 'lerden kaynaklanan farklılık kanallardaki akış debilerine ait grafiklerde ortaya çıkmakta ve kapasite yatışkın durumunda önceden belirlenmiş oranlarda kaynaklara paylaştırılmaktadır.

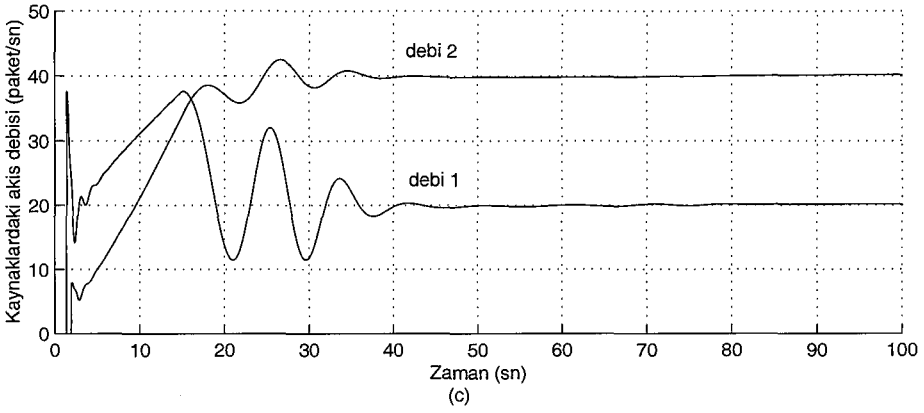
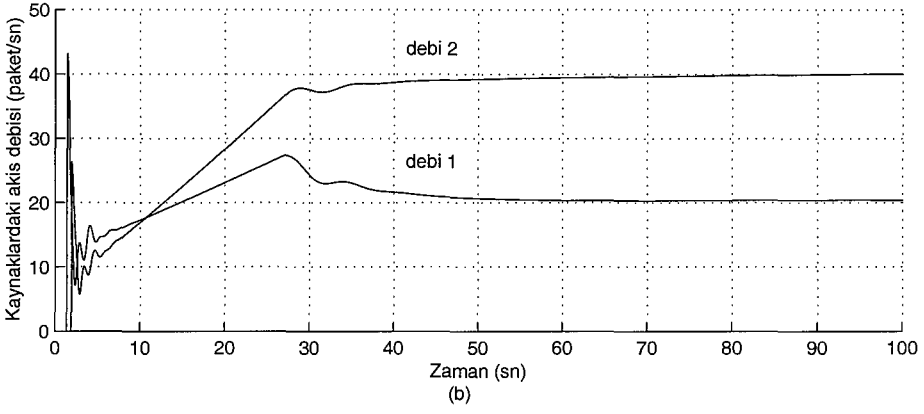
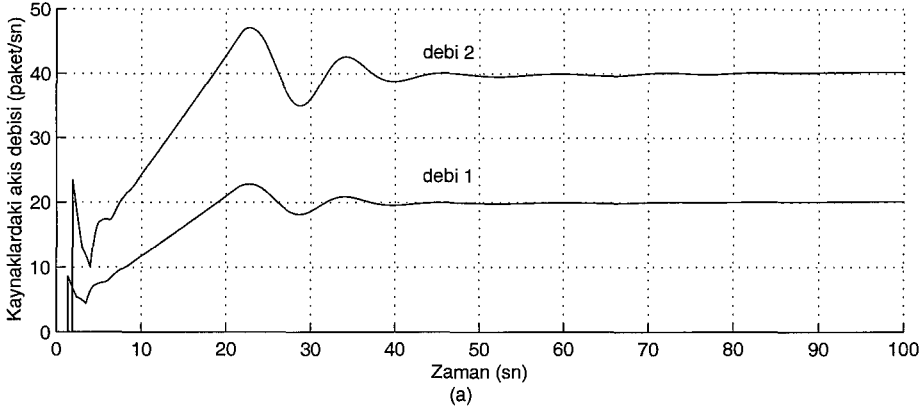
3.3 Zaman Gecikmesi Yerine Yaklaşıklık Kullanmanın Güvenirliğinin Araştırılması

Daha önce bahsedildiği gibi önerilen μ kontrolörü tasarım yönteminde sistemdeki zaman gecikmesi yerine Padé yaklaşıklığı kullanılmıştır. Kullanılan Padé yaklaşıklığının derecesine karar verirken frekans bölgesinde yapılmış olan çalışmalar etkili olmuştur. Zaman bölgesi çalışmalarının yapılmasının ardından kullanılan Padé yaklaşıklığının derecesinin yeterli olup olmadığının ve/veya gecikme yerine yaklaşıklık kullanmanın güvenirliğinin araştırılması için çalışmalar yapılmıştır. Kontrolör tasarımı aşamasında her bir sistem için Padé yaklaşıklığının derecesi değiştirilerek birden fazla sayıda kontrolör elde edilmiş ve ardından yapılan simulasyon çalışmaları ile kontrolörlerin hem frekans tepkileri ve hem de performansları incelenmiştir.

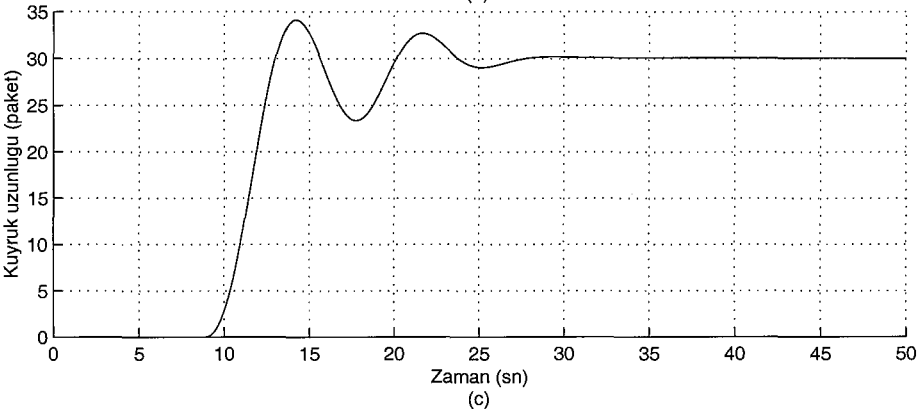
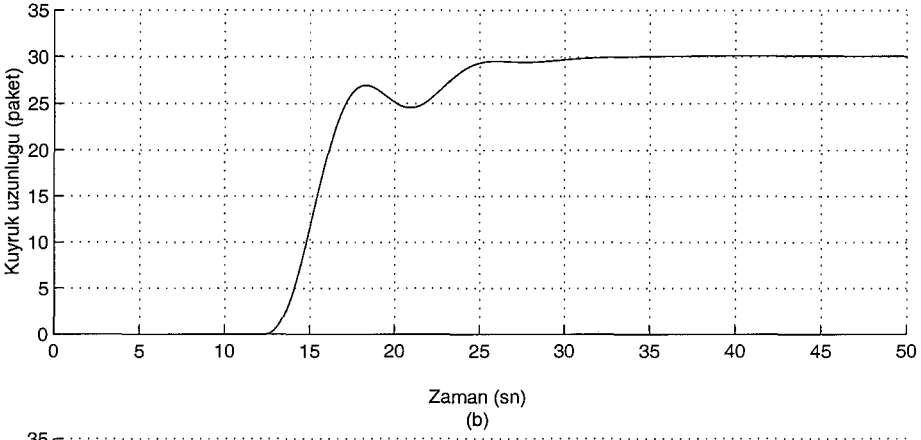
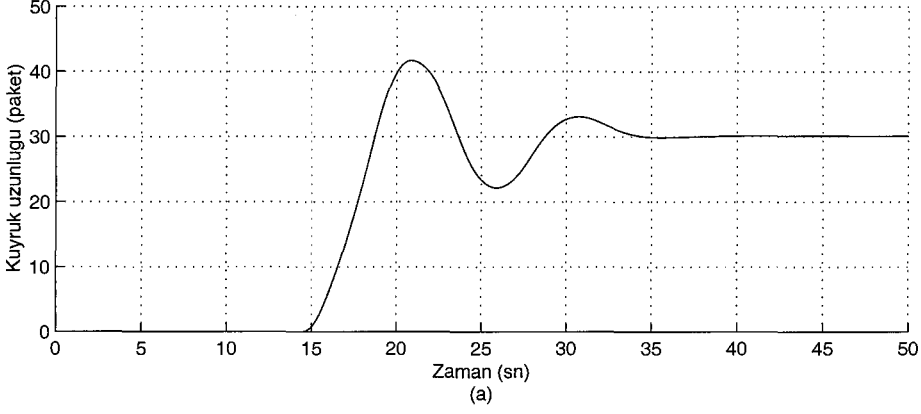
Yapılan çalışmalarda bazı durumlar için beklenenden farklı sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca kullanılması gereken uygun Padé yaklaşıklığı derecesi için bir sonuca ve/veya bir alt/üst limite ulaşamamıştır. Bu bölümde elde edilmiş olan beklenenin dışında elde edilen sonuçlardan biri sunulacaktır.



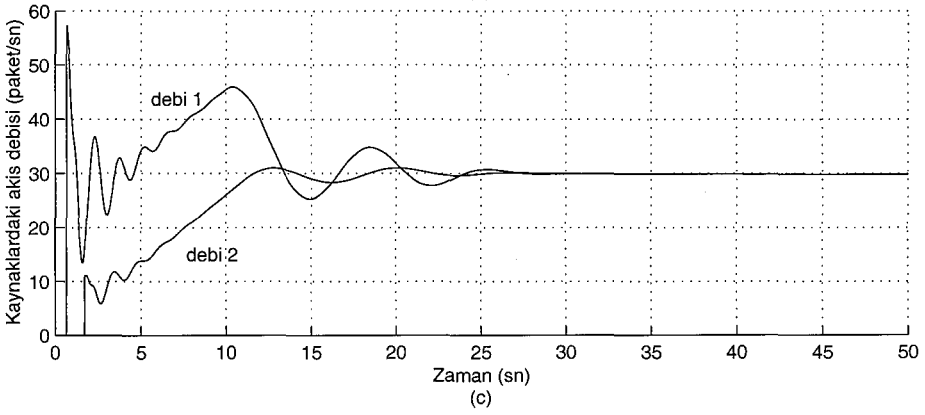
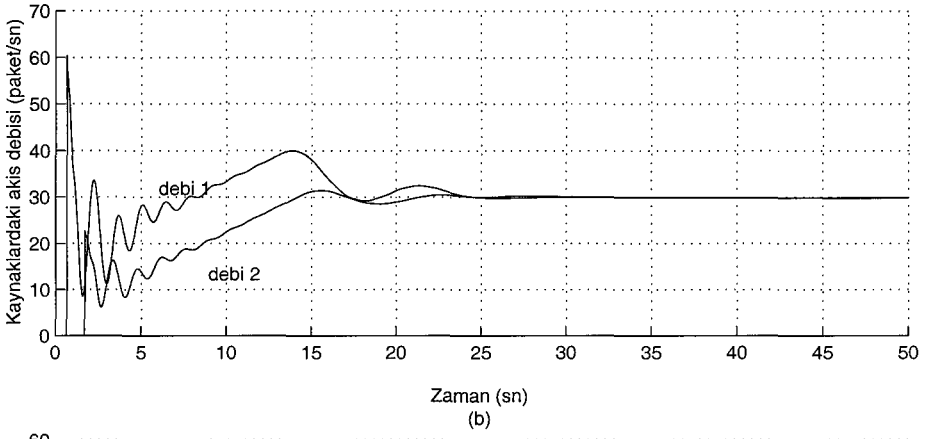
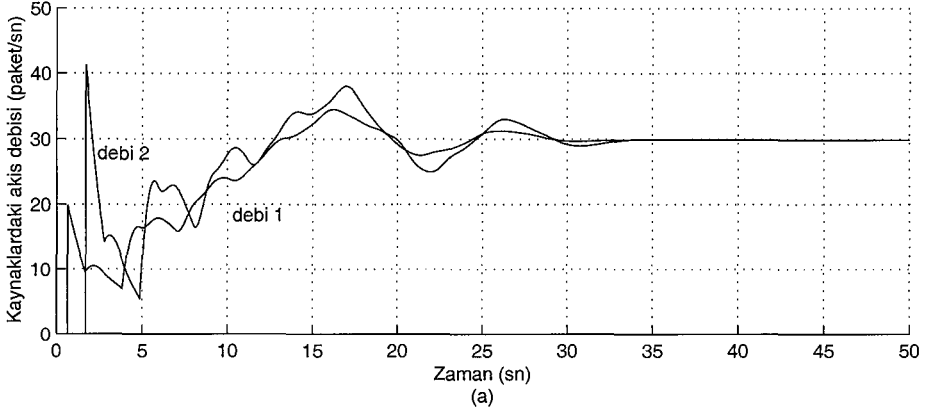
Şekil 3.15: Durum 1 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu



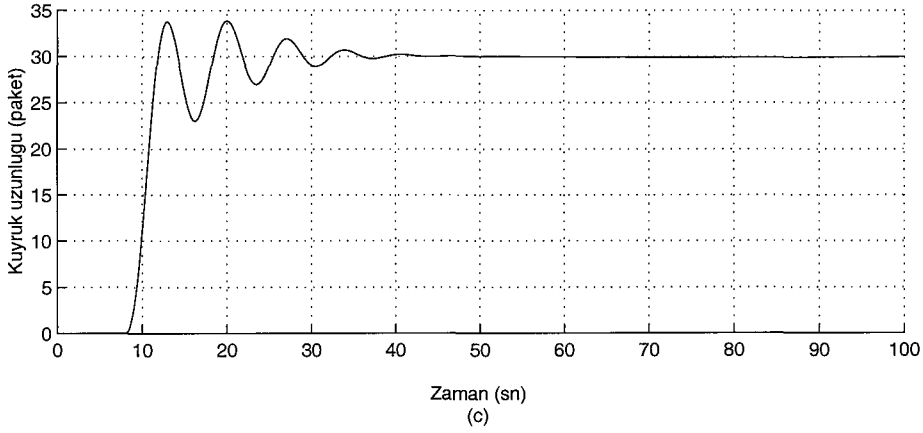
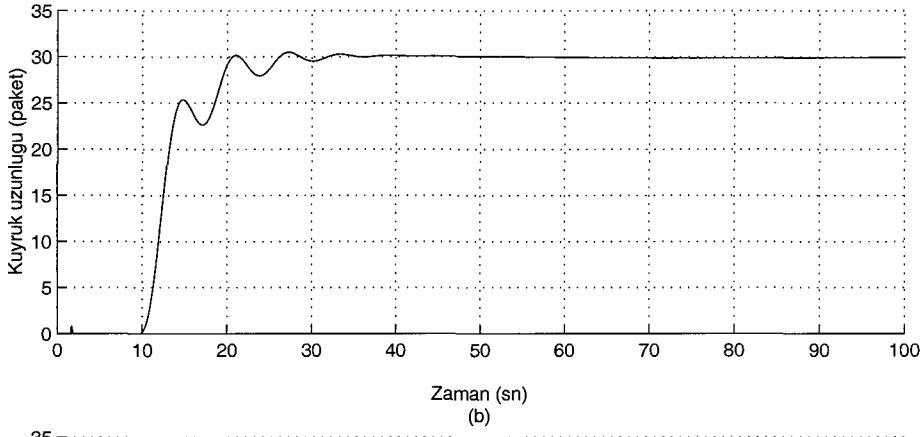
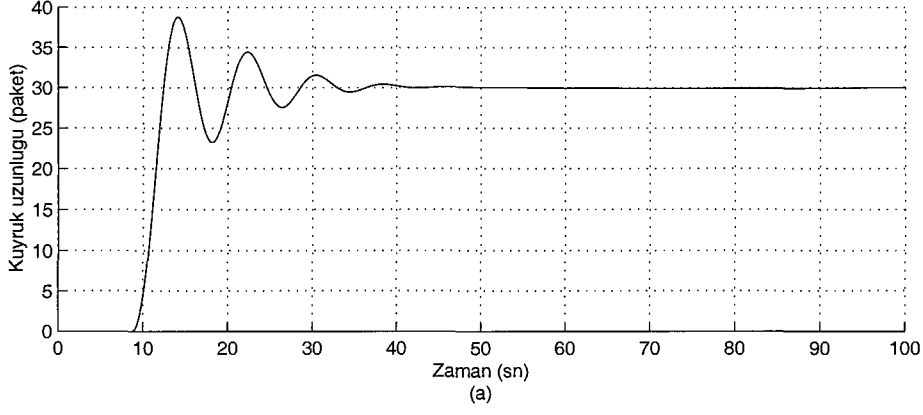
Şekil 3.16: Durum 1 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi



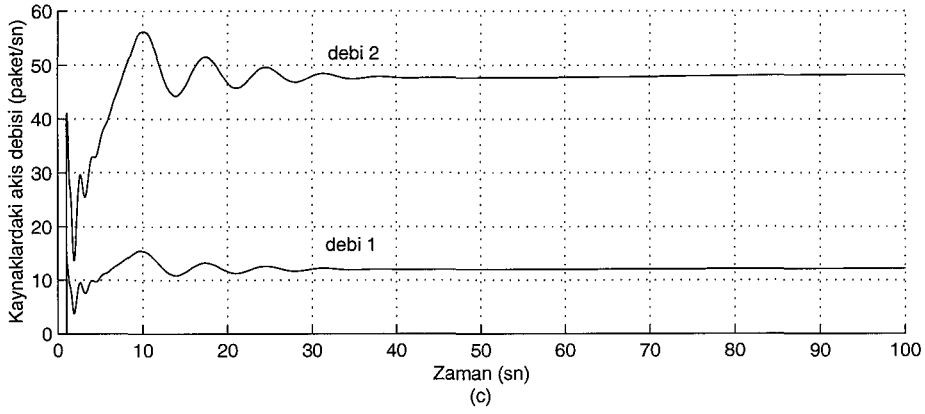
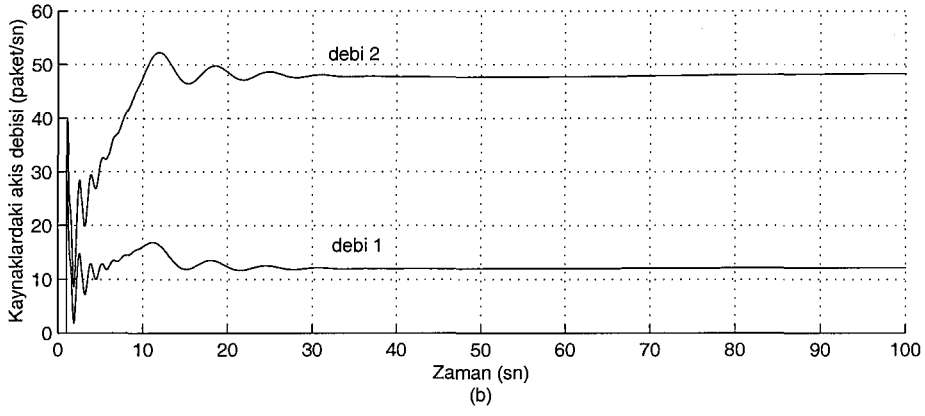
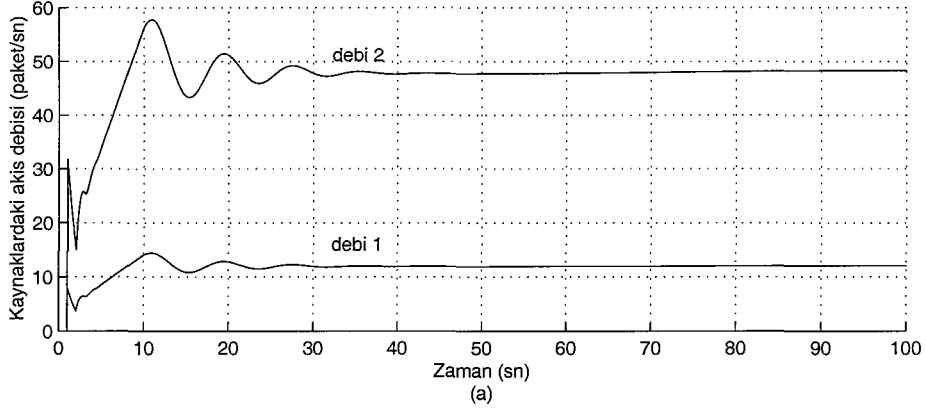
Şekil 3.17: Durum 2 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu



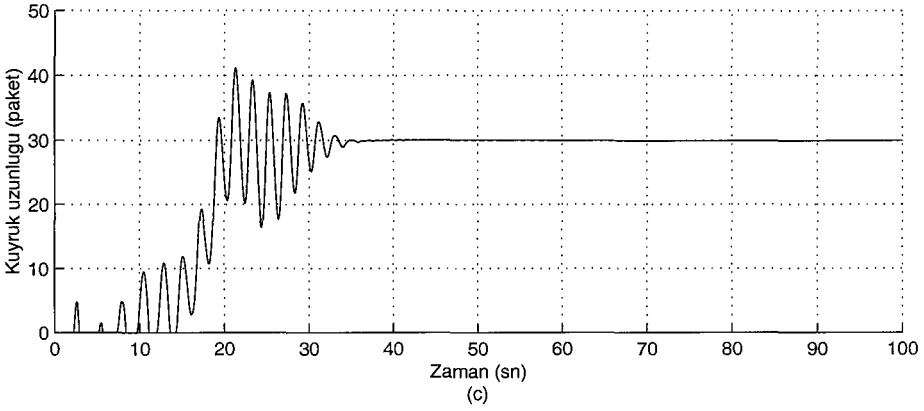
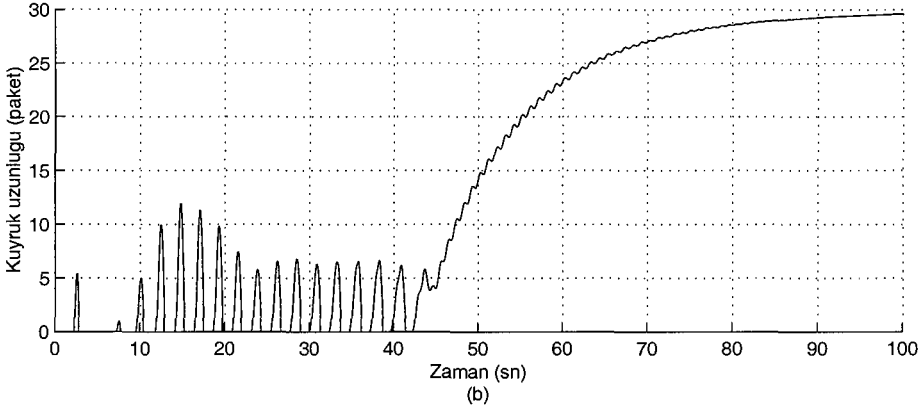
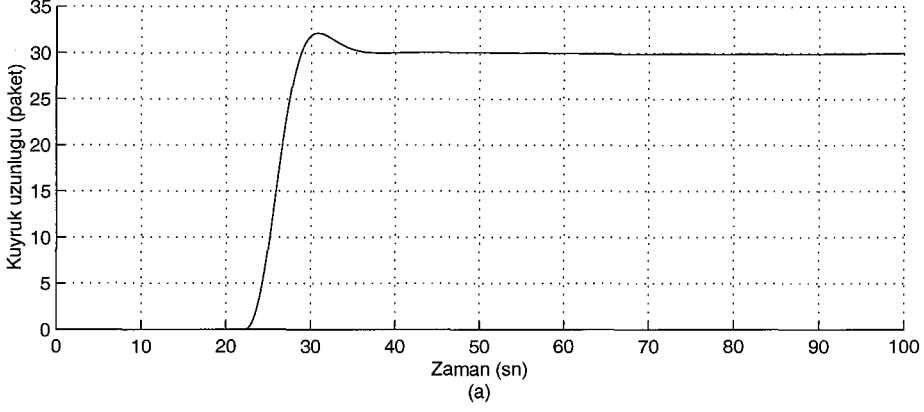
Şekil 3.18: Durum 2 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi



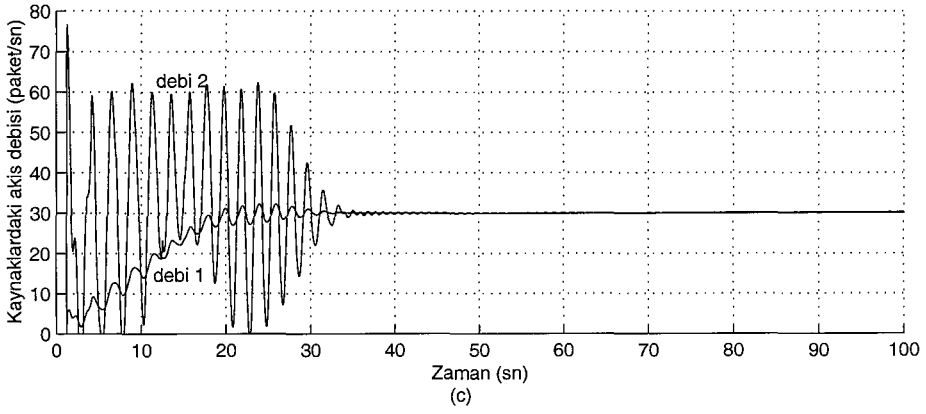
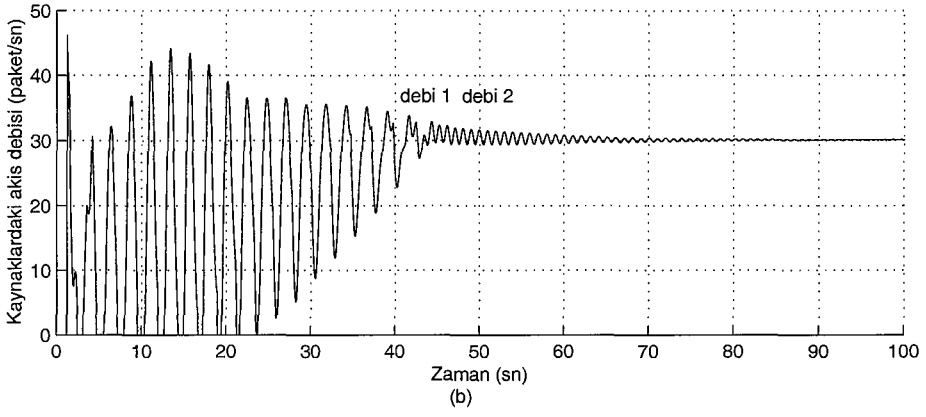
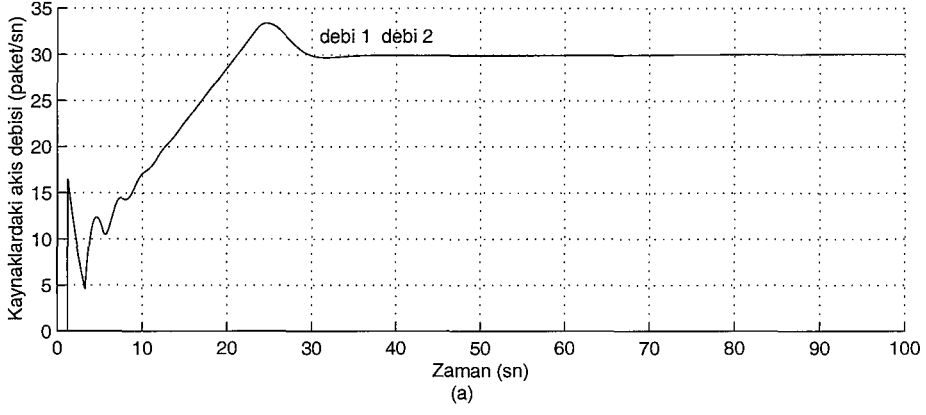
Şekil 3.19: Durum 3 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşımlığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu



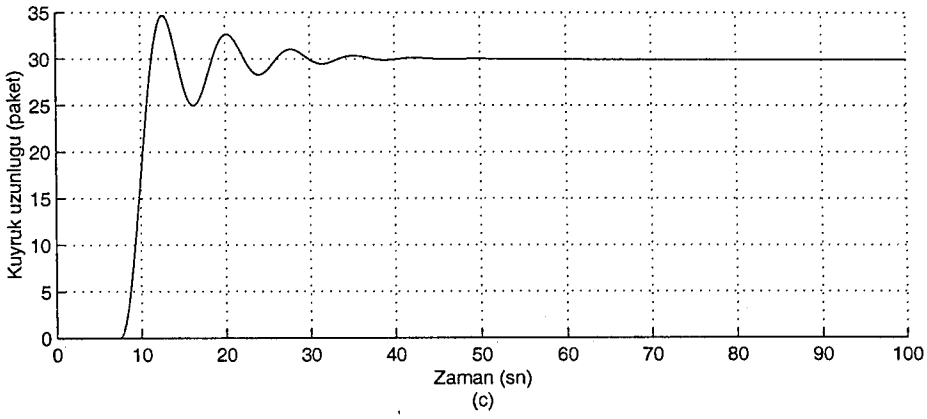
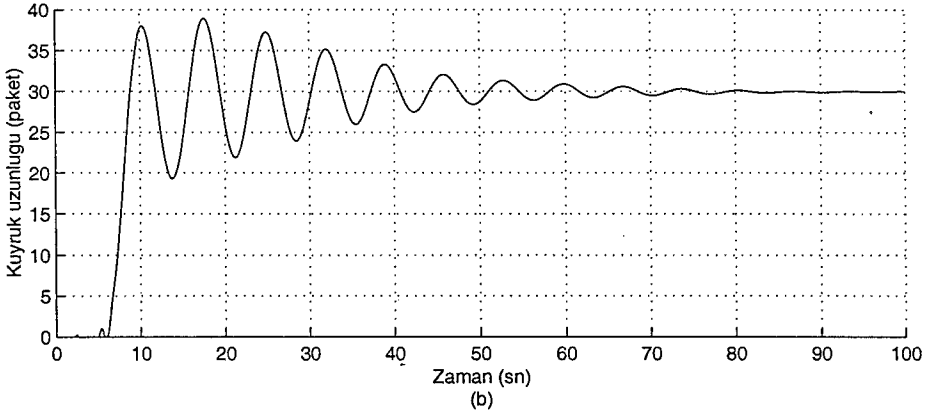
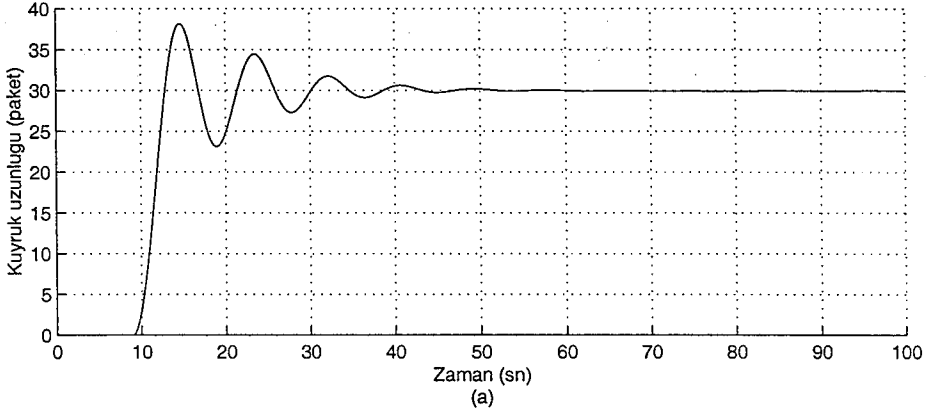
Şekil 3.20: Durum 3 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşımı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi



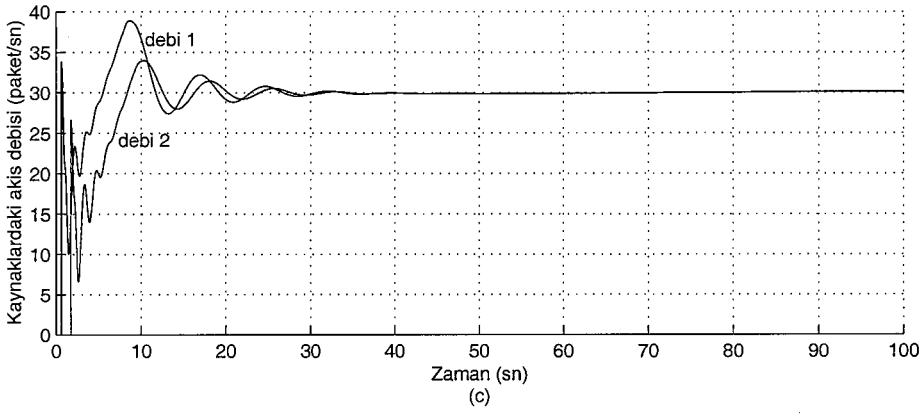
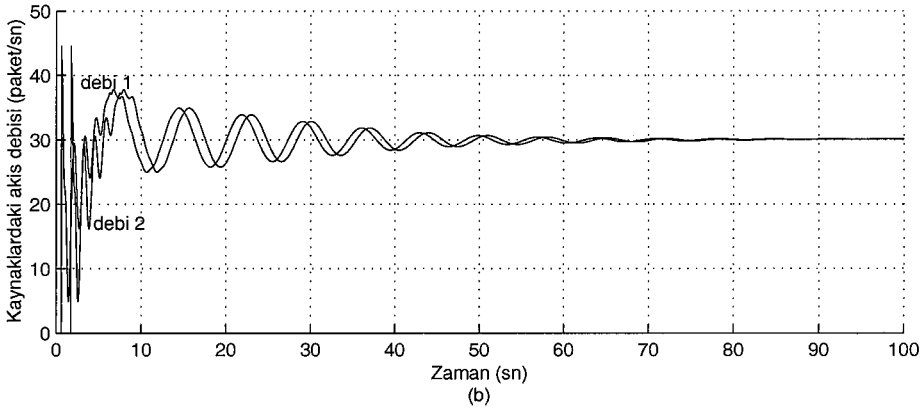
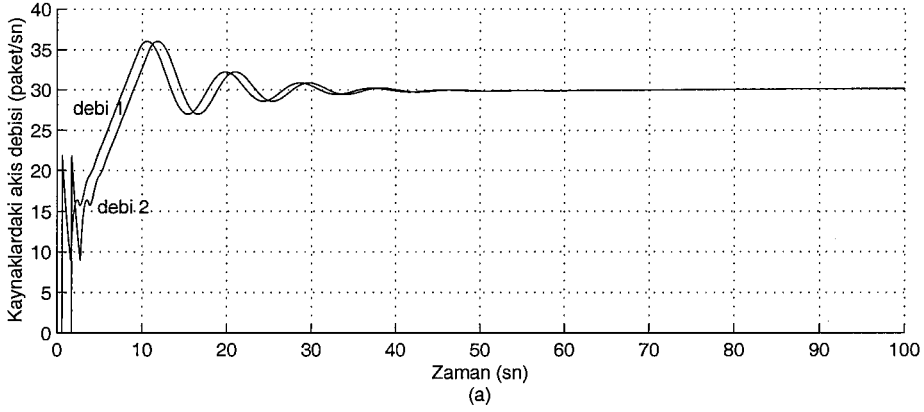
Şekil 3.21: Durum 4 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu



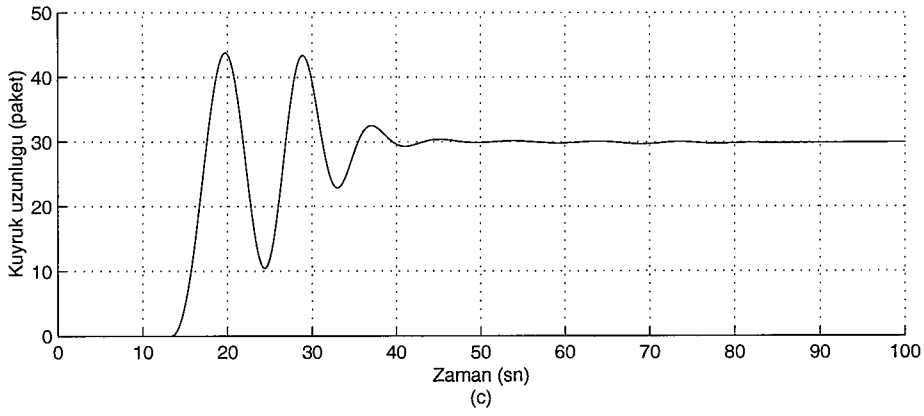
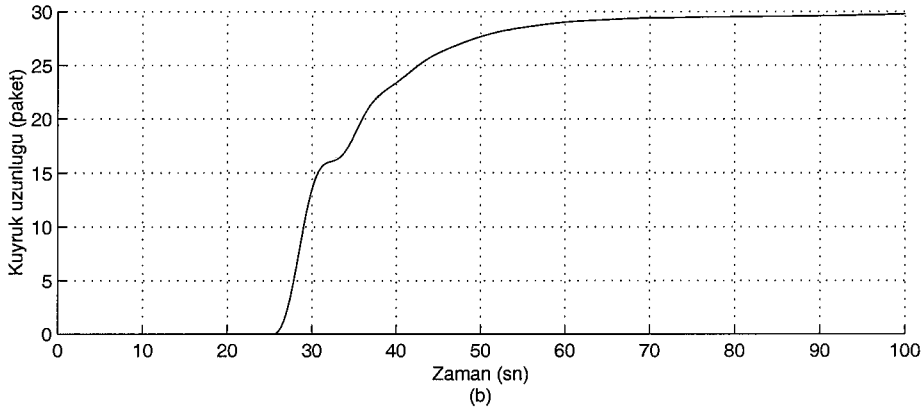
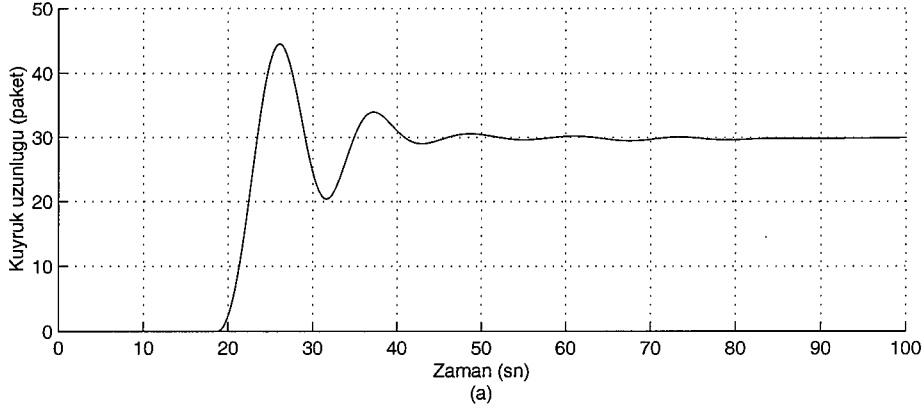
Şekil 3.22: Durum 4 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi



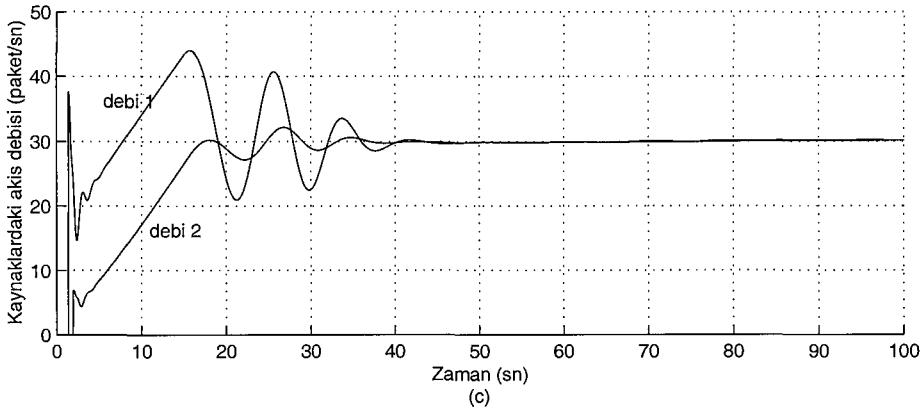
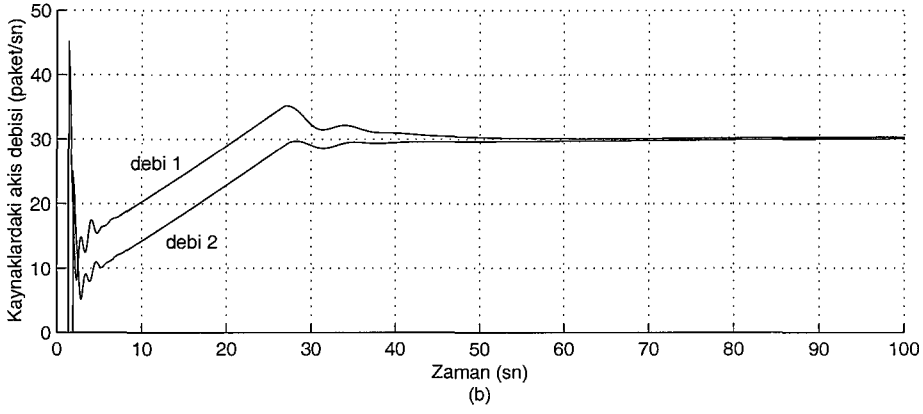
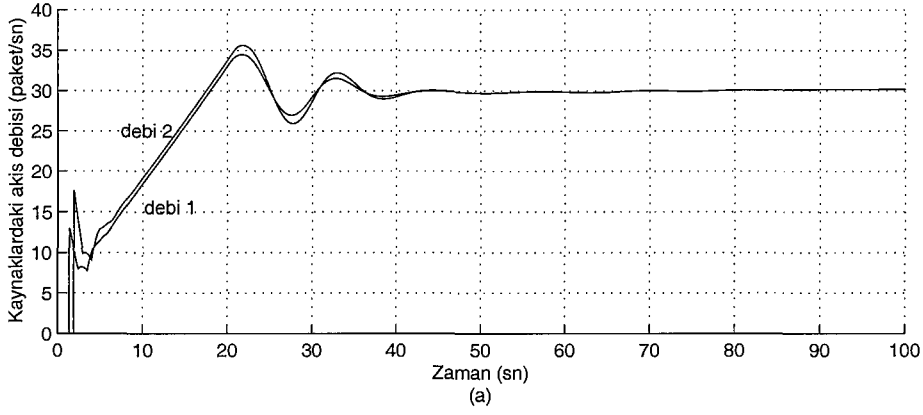
Şekil 3.23: Durum 5 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu



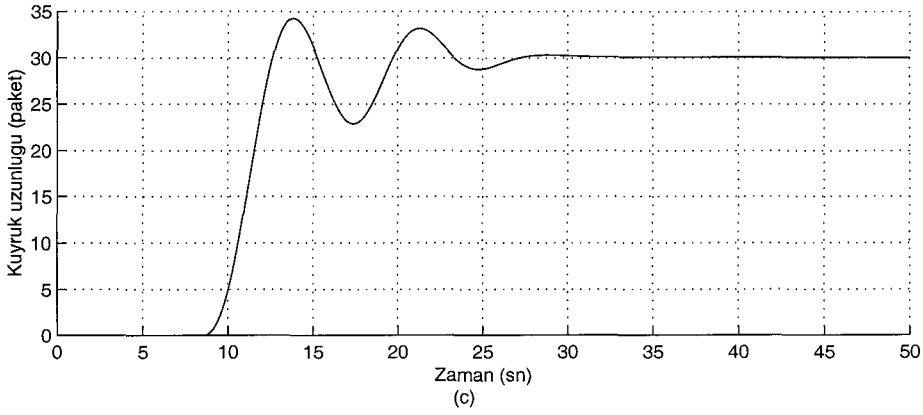
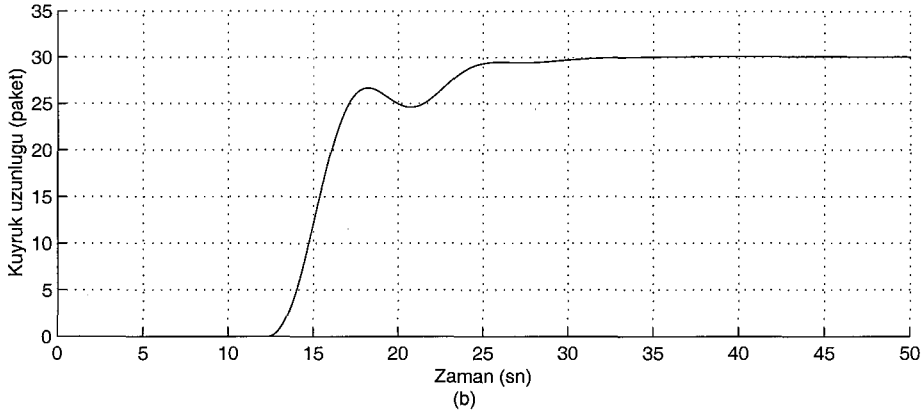
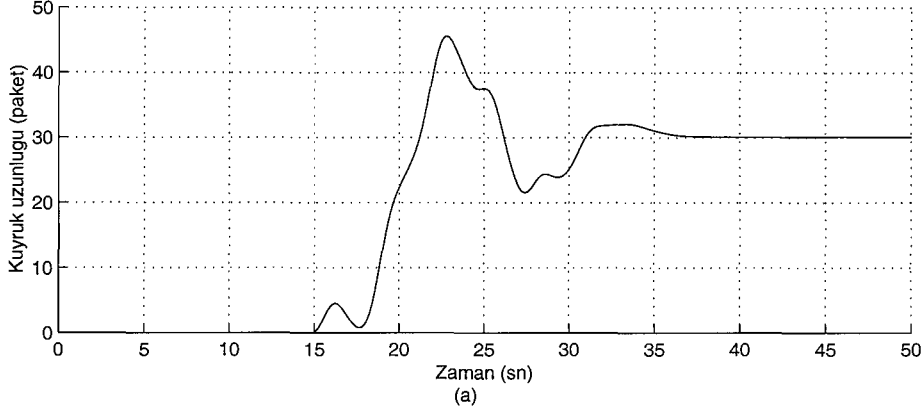
Şekil 3.24: Durum 5 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi



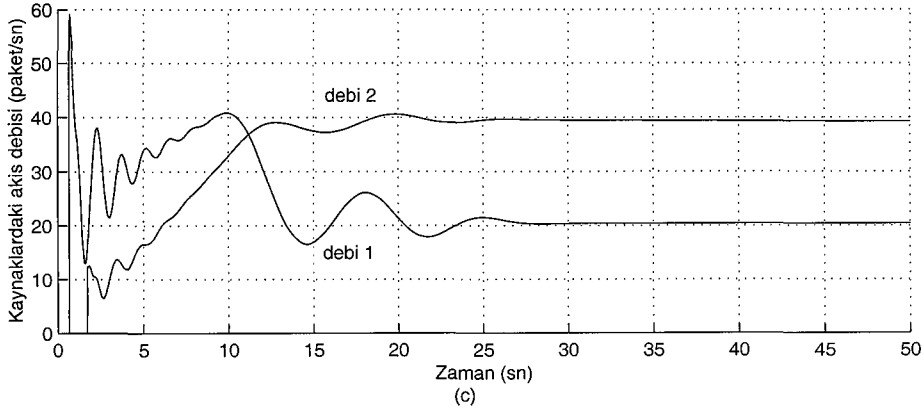
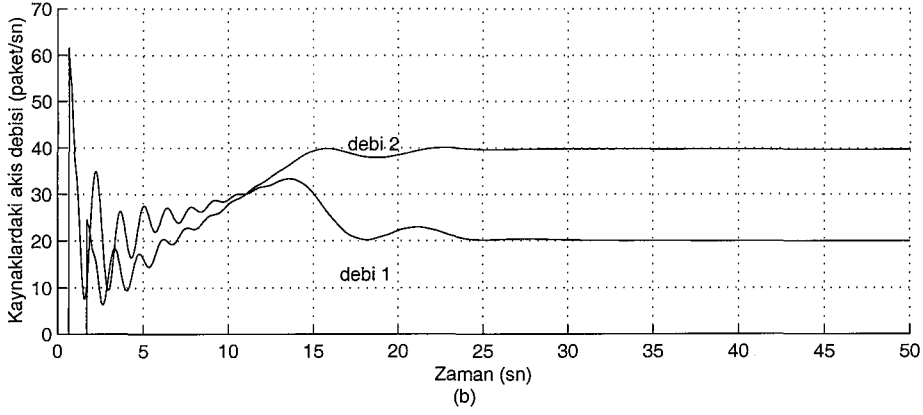
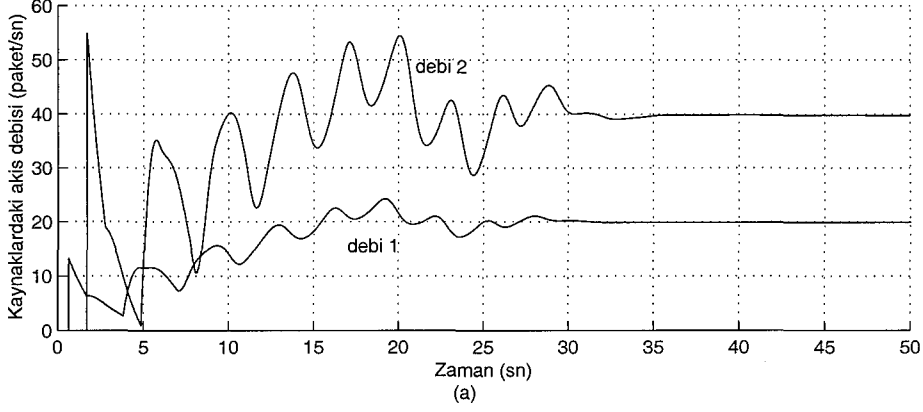
Şekil 3.25: Durum 6 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu



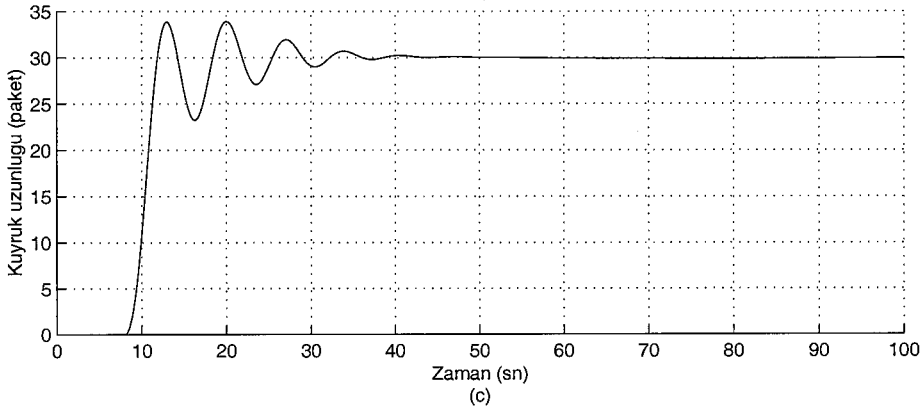
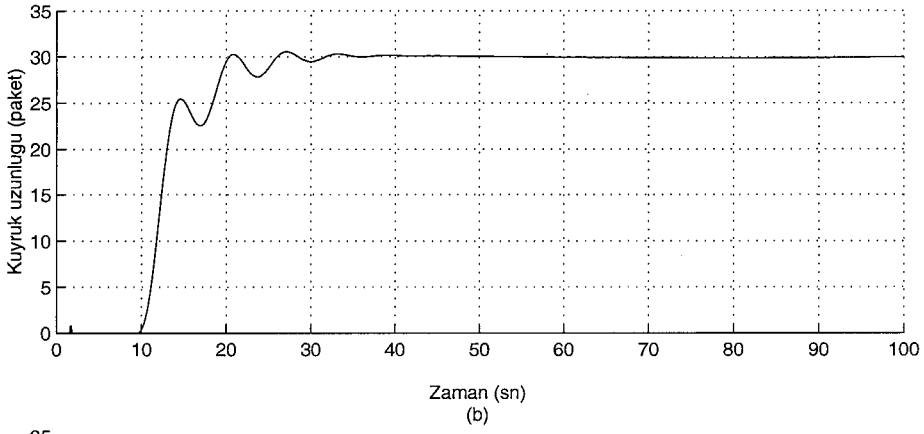
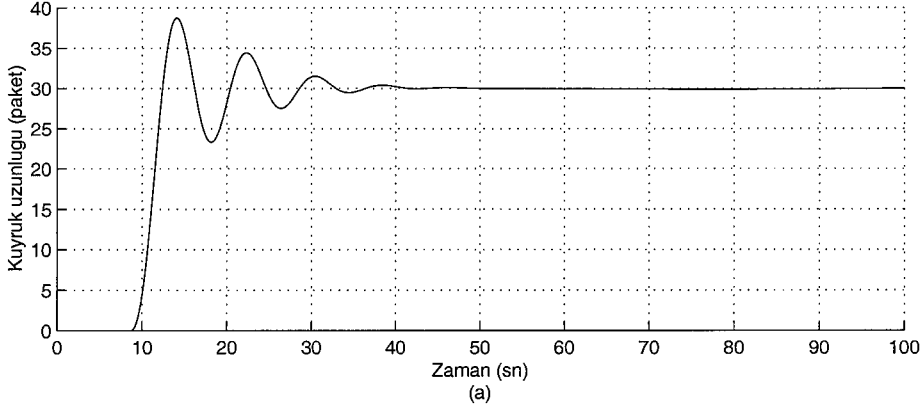
Şekil 3.26: Durum 6 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi



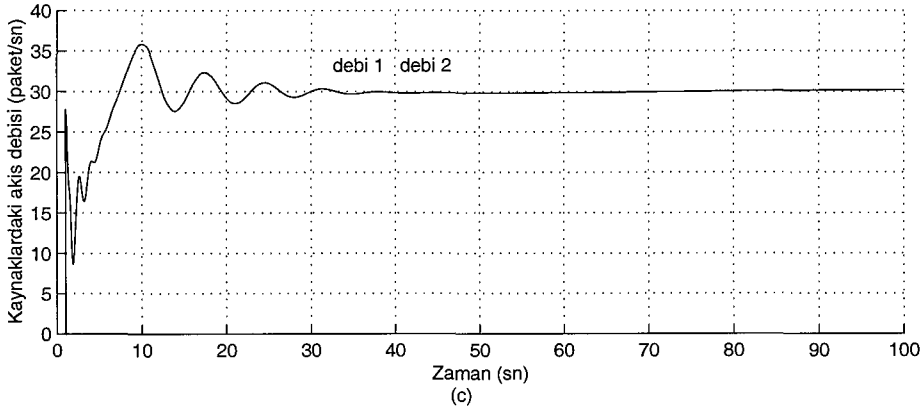
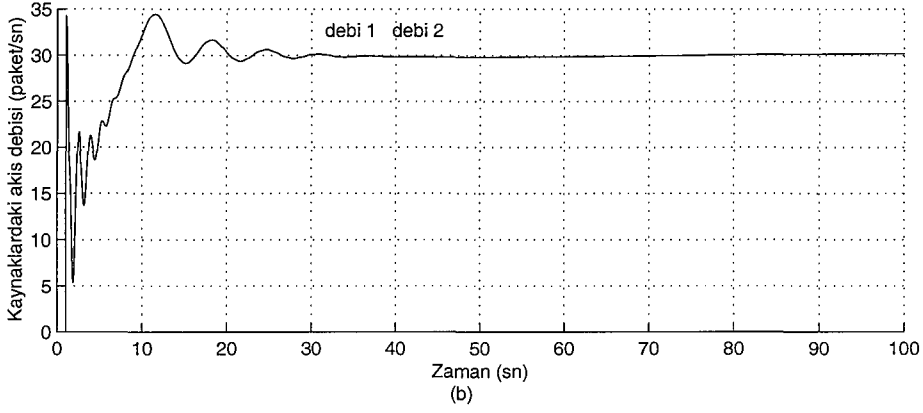
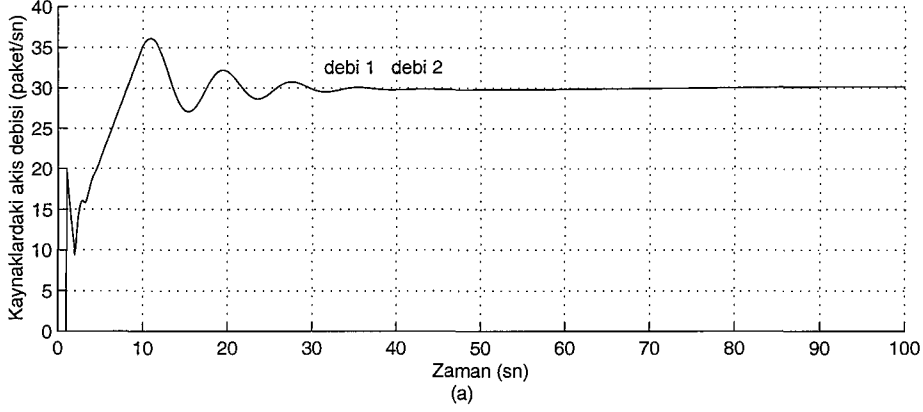
Şekil 3.27: Durum 7 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu



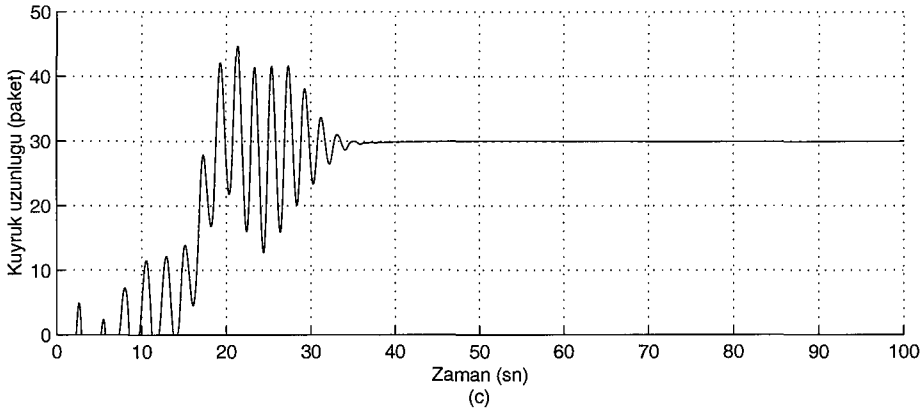
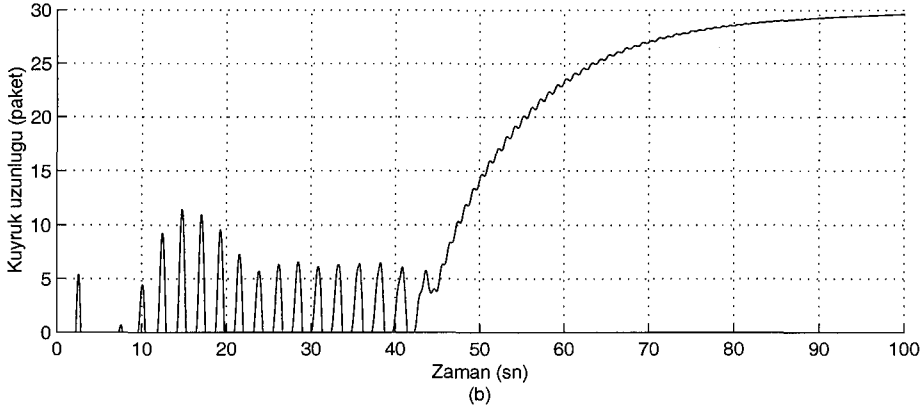
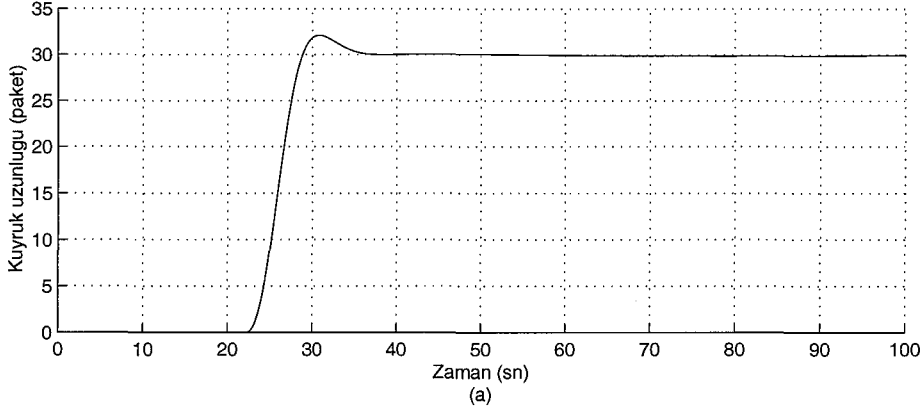
Şekil 3.28: Durum 7 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi



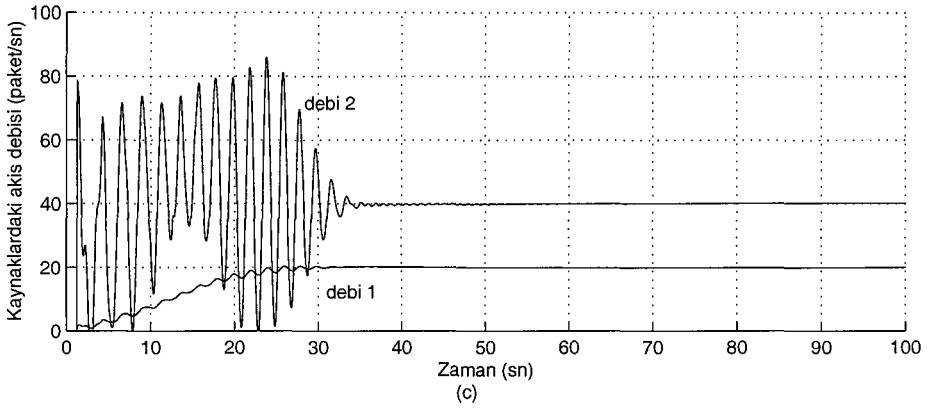
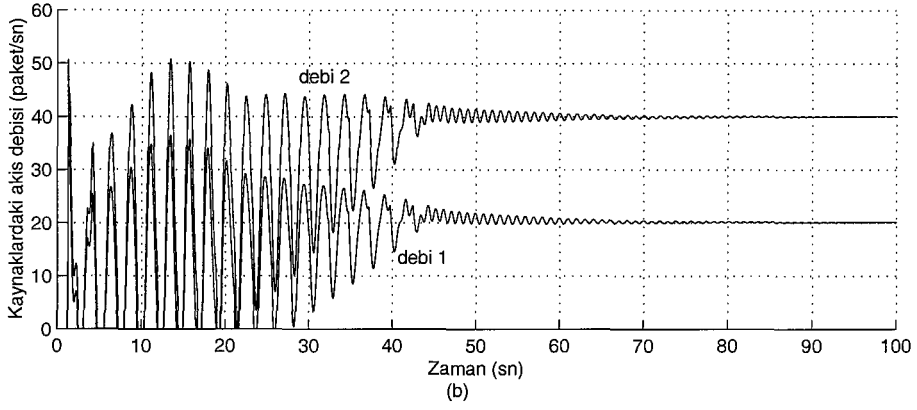
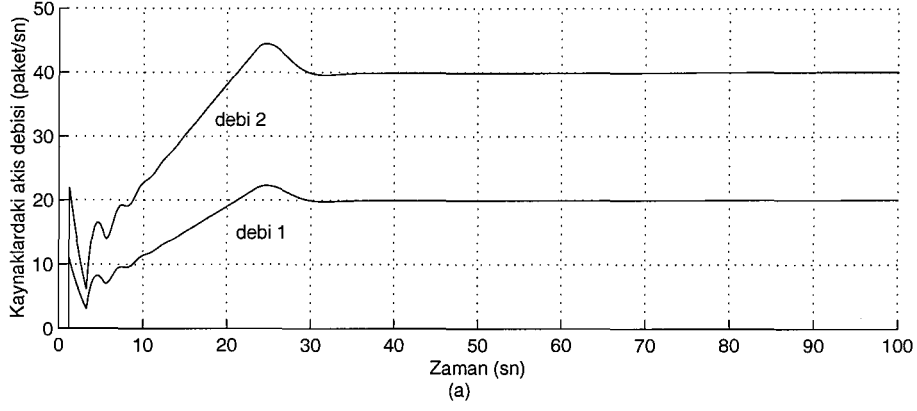
Şekil 3.29: Durum 8 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşımlığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu



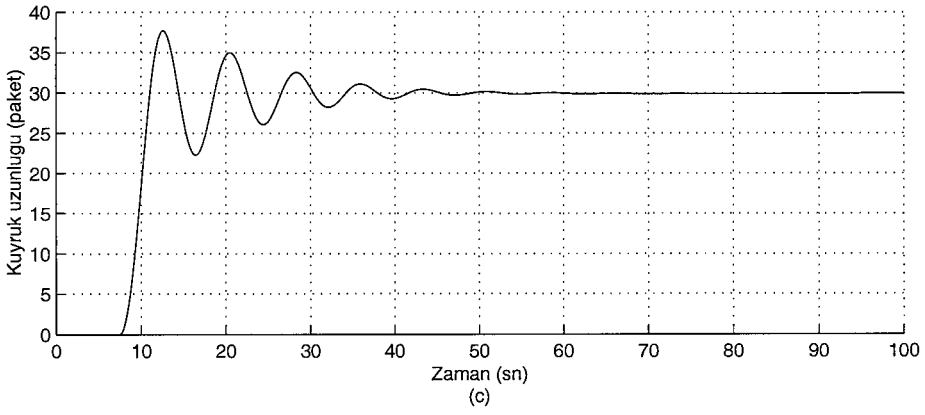
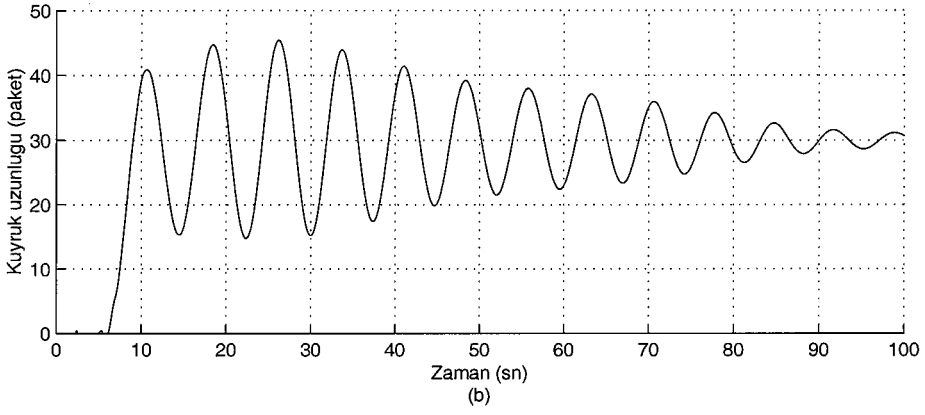
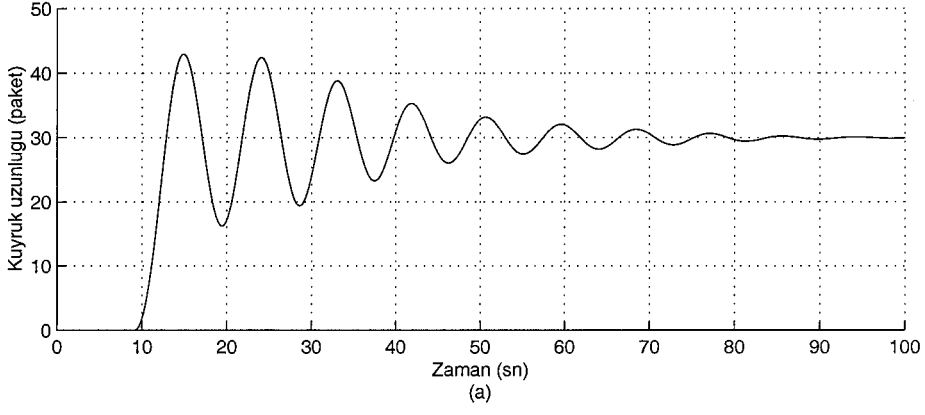
Şekil 3.30: Durum 8 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşımı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi



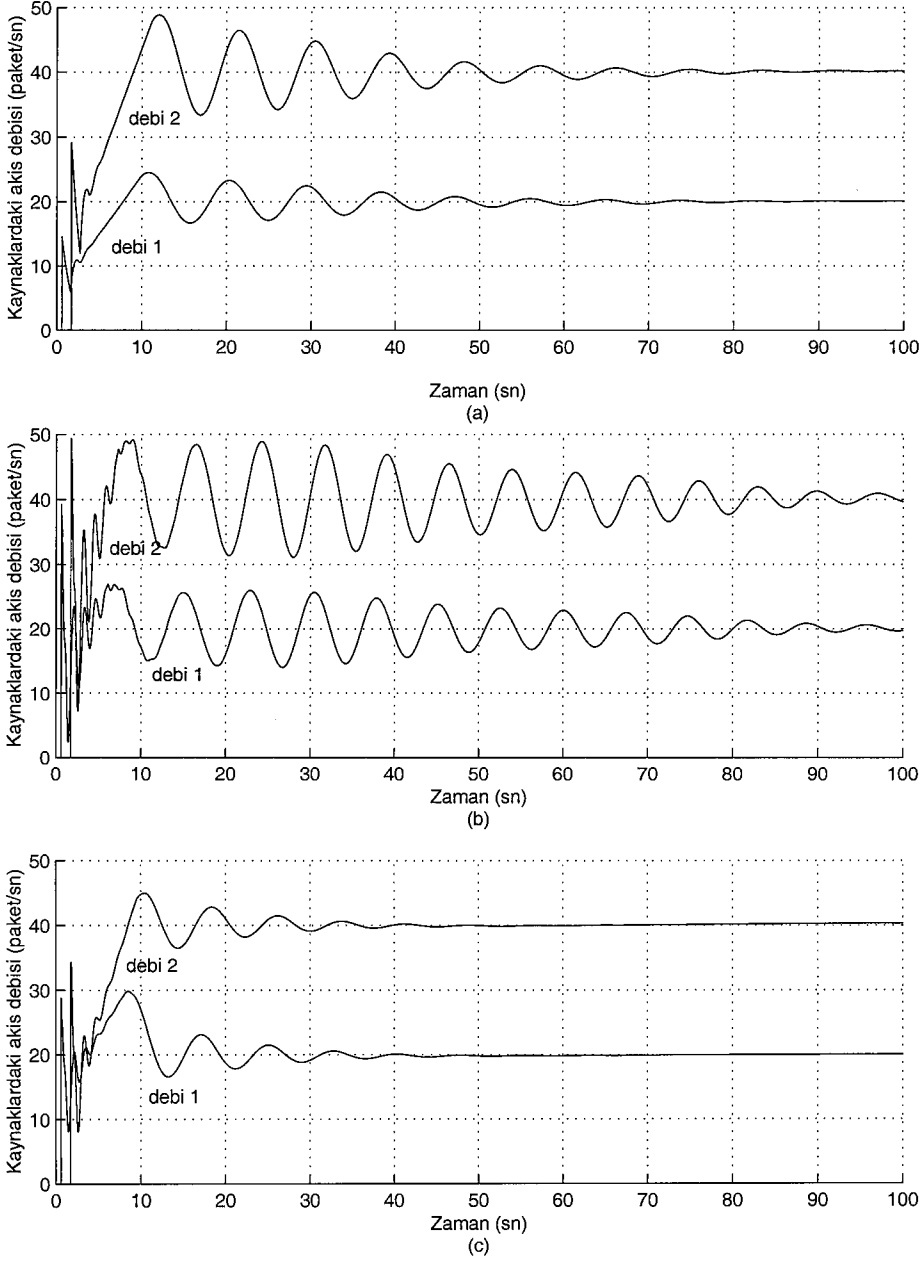
Şekil 3.31: Durum 9 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu



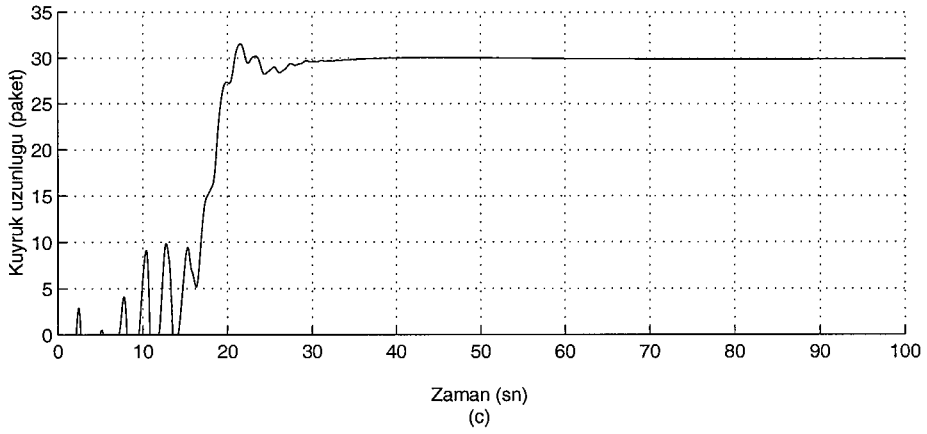
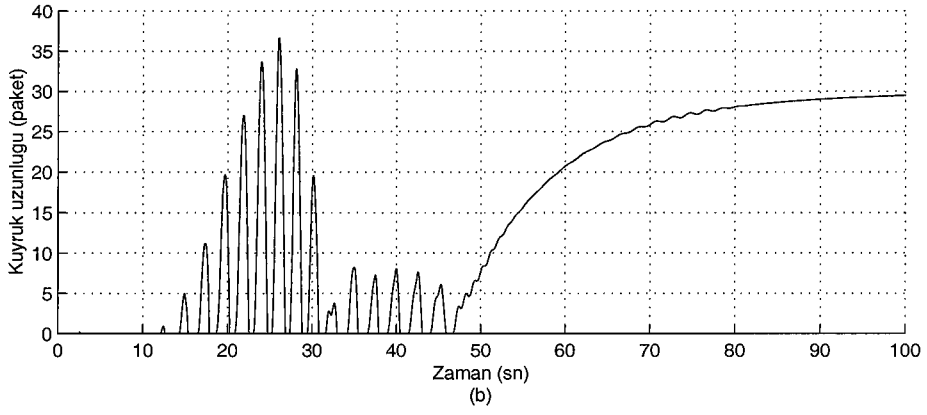
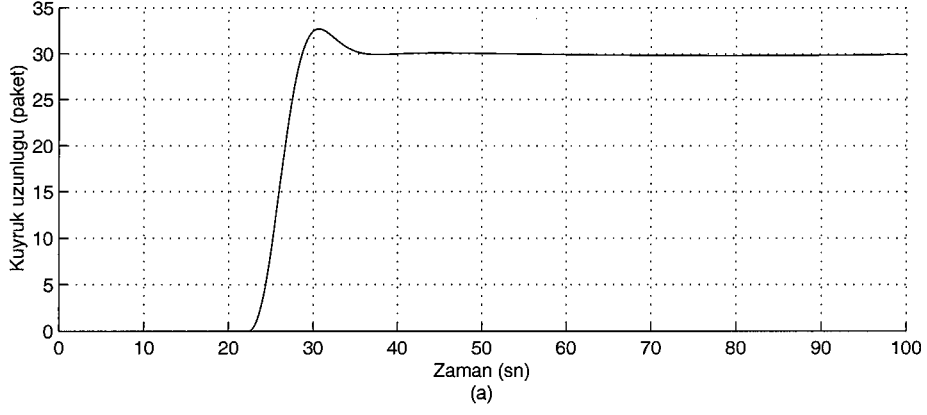
Şekil 3.32: Durum 9 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi



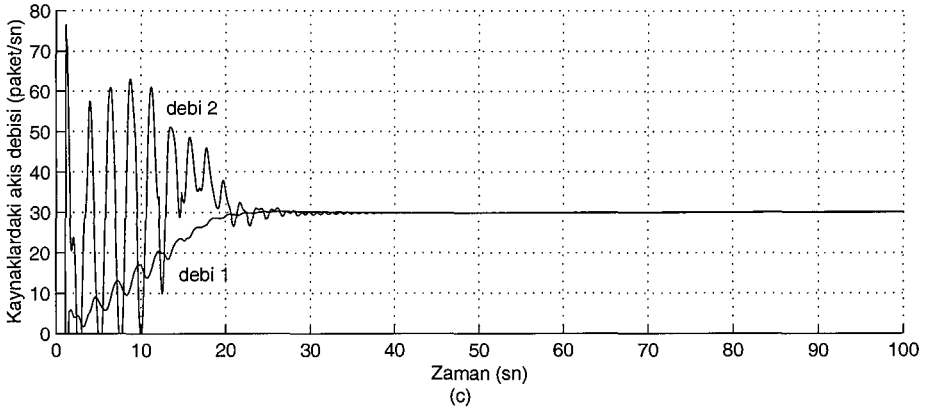
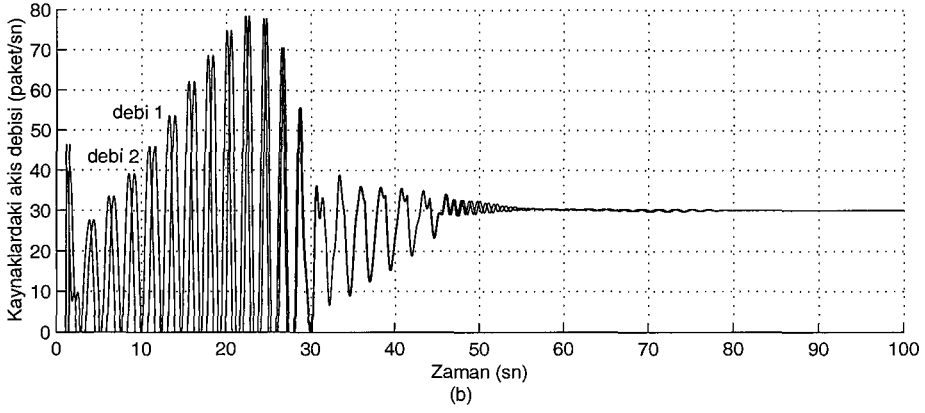
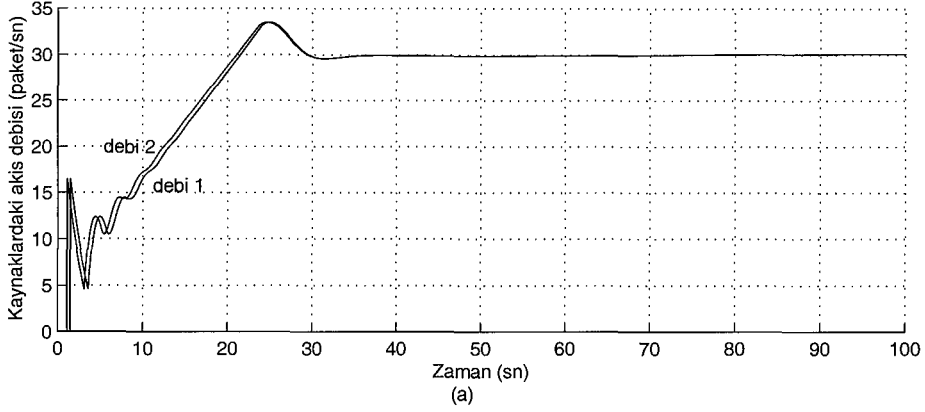
Şekil 3.33: Durum 10 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu



Şekil 3.34: Durum 10 için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşımlığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi



Şekil 3.35: Durum 4.b için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kuyruk uzunluğu



Şekil 3.36: Durum 4.b için a) [18]'de önerilen yaklaşımla tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, b) Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$, c) μ kontrolör için elde edilen kaynaklardaki akış debisi

Tablo 3.4’de verilen parametrelere sahip bir sistem için sistemde gecikme yerine 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 12’nci dereceden olmak üzere 7 farklı Padé yaklaşıklığı kullanılarak 7 farklı kontrolör elde edilmiştir. Elde edilen kontrolörlere ait Bode grafikleri sırasıyla Şekil 3.37–3.43’de yer almaktadır. Sunulmuş olan Bode grafiklerinde büyüklük birimi dB, faz birimi derece ve frekans birimi rad/sn’dir. Frekans tepkileri incelendiğinde bu 7 farklı durum için elde edilen kontrolörler arasında ciddi bir fark olmadığı gözlemlenmektedir.

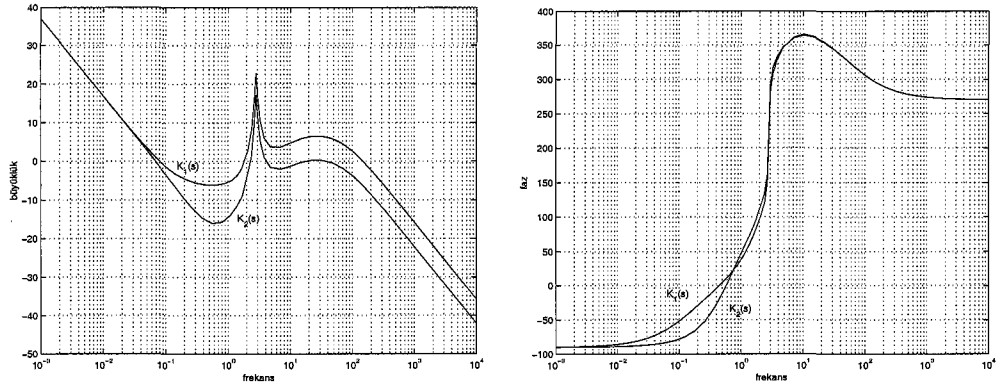
h_1	h_2	δ_1^+	δ_2^+	α_1	α_2	$\varphi_{1,1}$	$\varphi_{2,1}$
2	2	1	1	1/2	1/2	0.116	2.906

Tablo 3.4: Tasarım parametreleri

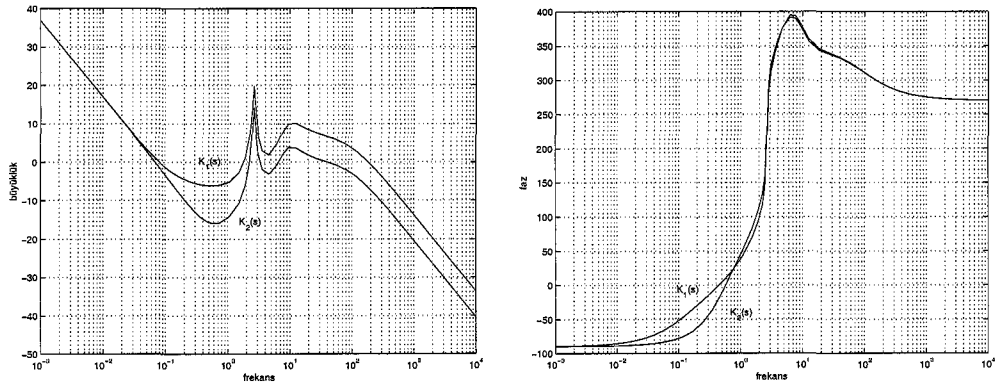
Elde edilen kontrolörlerin Tablo 3.5’de verilen gerçek gecikmeler altındaki zaman bölgesi simülasyonlarına ait sonuçlar ise Şekil 3.44–3.50’de sunulmuştur. 4, 6, 7, 8 ve 12 inci dereceden yaklaşıklıklardan elde edilen sonuçlar birbirine oldukça yakın olmasına rağmen 3 ve 5 inci dereceden yaklaşıklıklardan elde edilen sonuçlar oldukça ilginçtir. Hatta 3 üncü dereceden yaklaşıklıktan elde edilen sonucun kararsız olduğu görülmektedir. Oysa, sistemin kazanç ve faz aralıklarına (gain margin ve phase margin) ait değerler incelendiğinde sistemin kararlı sonuç vermesi beklenmektedir. Benzer durum Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörün zaman bölgesi simülasyonlarında da ortaya çıkmaktadır. Hatta bu yöntem ile elde edilen 7 kontrolörün hepsinde de kararsızlık olduğu gözlemlenmiştir. 7 farklı dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılarak elde edilmiş olan

- Padé yaklaşıklığı kullanılarak tasarlanan $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler (b) ve
- μ kontrolörler (c)

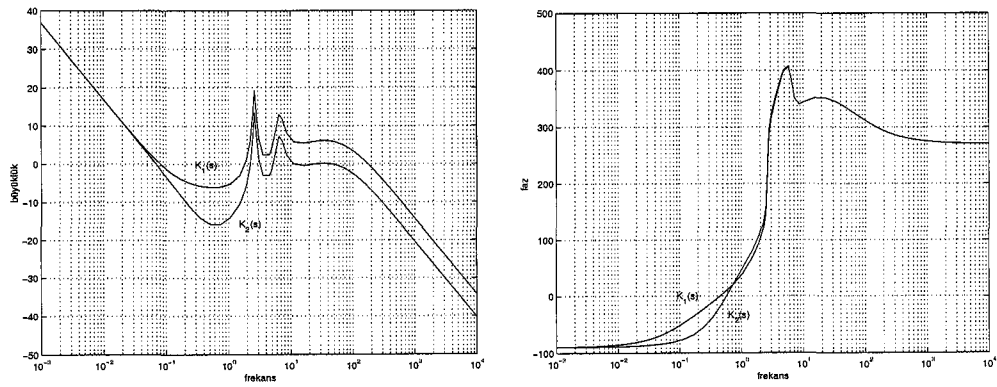
için sistemin kazanç aralığı (Ka) ve faz aralığı (Fa) değerleri Tablo 3.6’da sunulmuştur. Gerçek gecikme kullanılarak [18]’de önerilen yaklaşımla tasarlanan



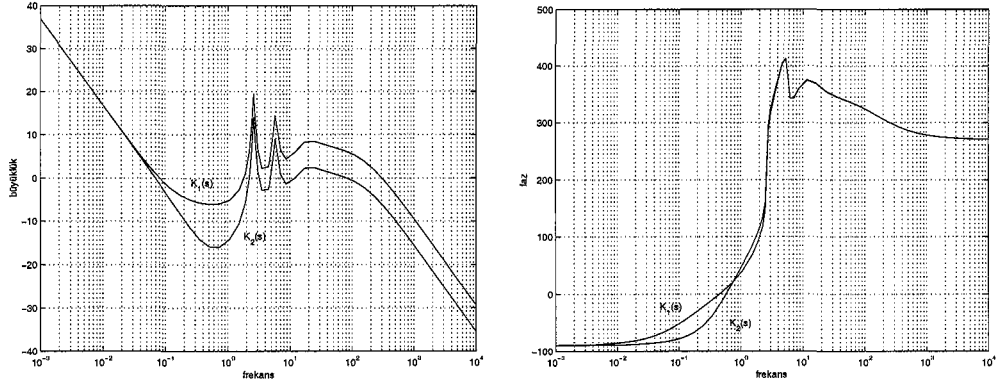
Şekil 3.37: 3. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için μ kontrolörün frekans tepkisi



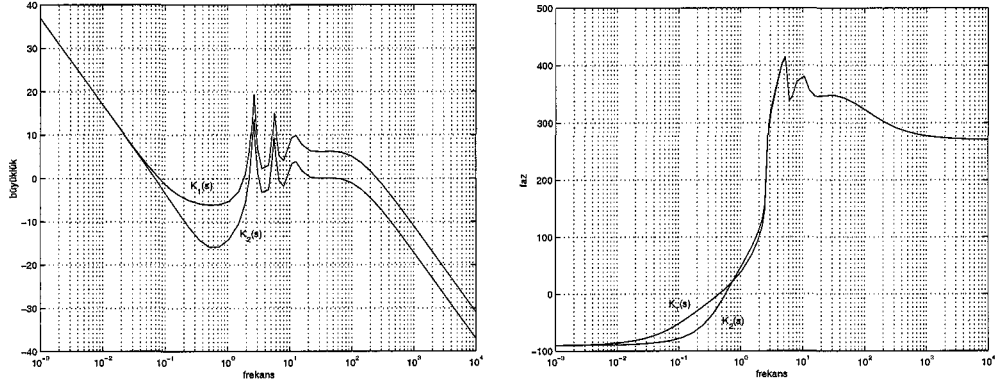
Şekil 3.38: 4. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için μ kontrolörün frekans tepkisi



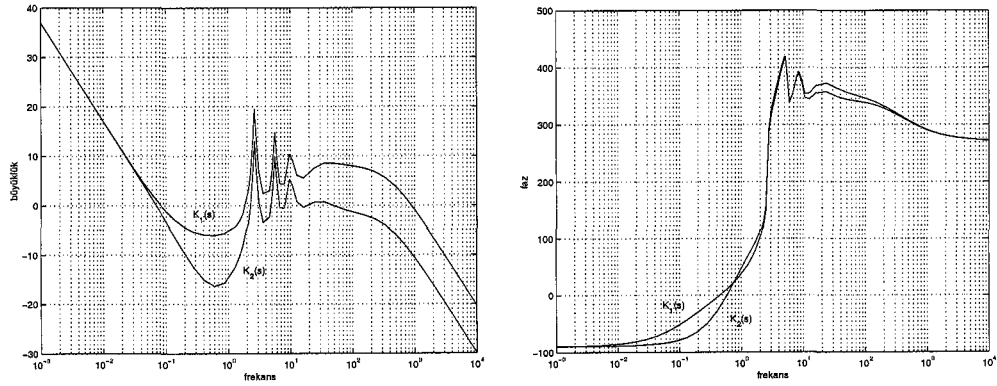
Şekil 3.39: 5. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için μ kontrolörün frekans tepkisi



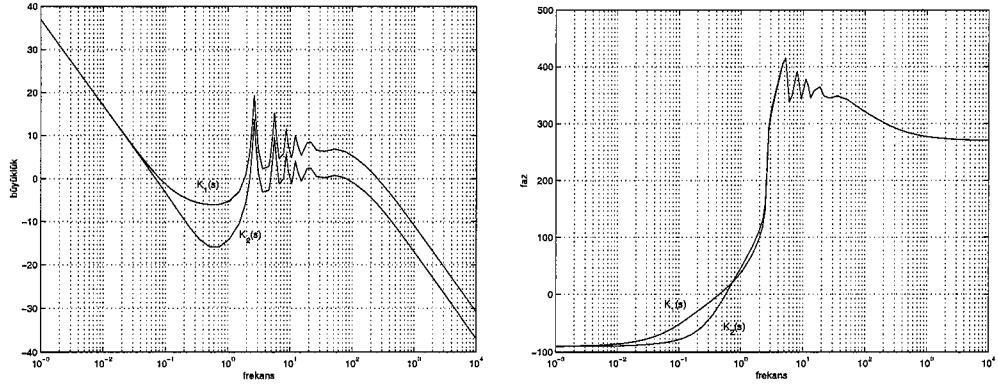
Şekil 3.40: 6. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için μ kontrolörün frekans tepkisi



Şekil 3.41: 7. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için μ kontrolörün frekans tepkisi



Şekil 3.42: 8. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için μ kontrolörün frekans tepkisi



Şekil 3.43: 12. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan durum için μ kontrolörün frekans tepkisi

$\mathcal{H}^\infty$ kontrolör için elde edilen Ka ve Fa değerleri ise

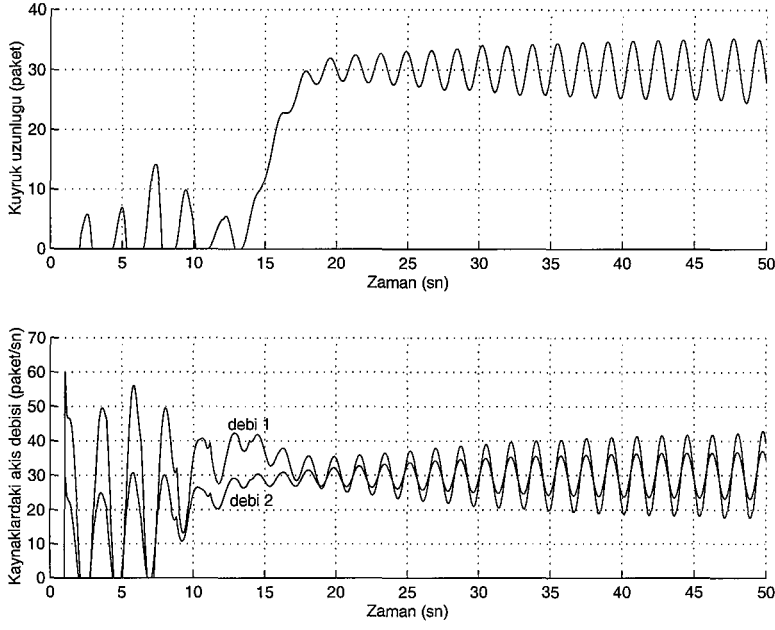
$$Ka = 4.41dB, \quad Fa = 43^\circ$$

şeklinde elde edilmiş ve parametreleri yukarıda verilmiş olan bu durum için zaman bölgesi simulasyon sonucunun kararlı olduğu ve beklenen performansı sağladığı görülmüştür.

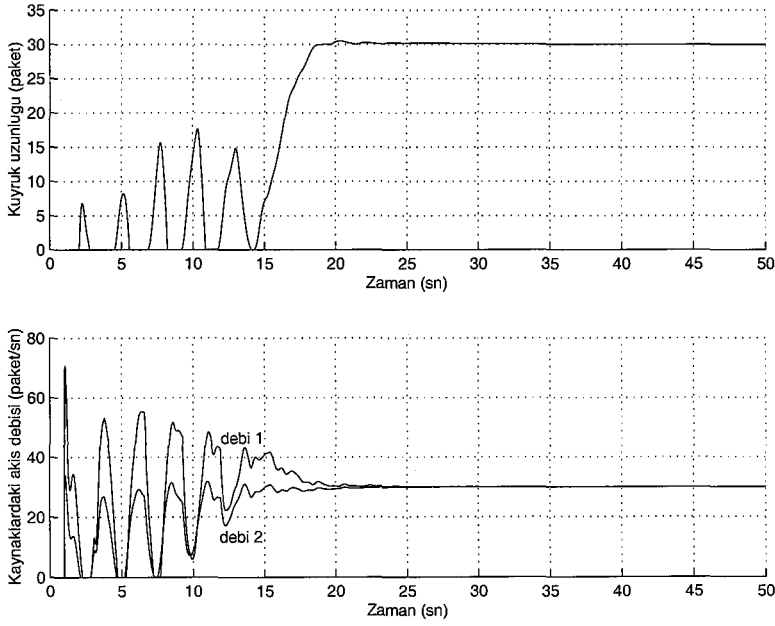
i	h_i^b	$\delta_i^b(t)$	h_i^f	$\delta_i^f(t)$
1,2	1	$0.03 \sin(\frac{2\pi}{50}t)$	1	$0.03 \sin(\frac{\pi}{50}t)$

Tablo 3.5: Gerçek zaman gecikmeleri

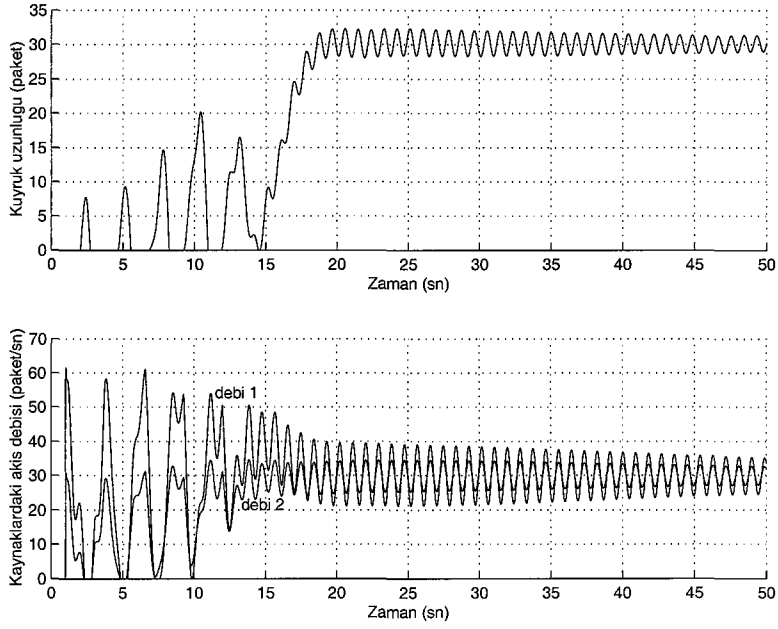
Yapılan çalışmalar sırasında bu bölümde sunulana benzer ve/veya daha farklı ancak yine yorumlanması zor olan birkaç sonuç daha elde edilmesinin ardından gerçek zaman gecikmesinin yerine yaklaşıklık kullanılmasının güvenilir olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.



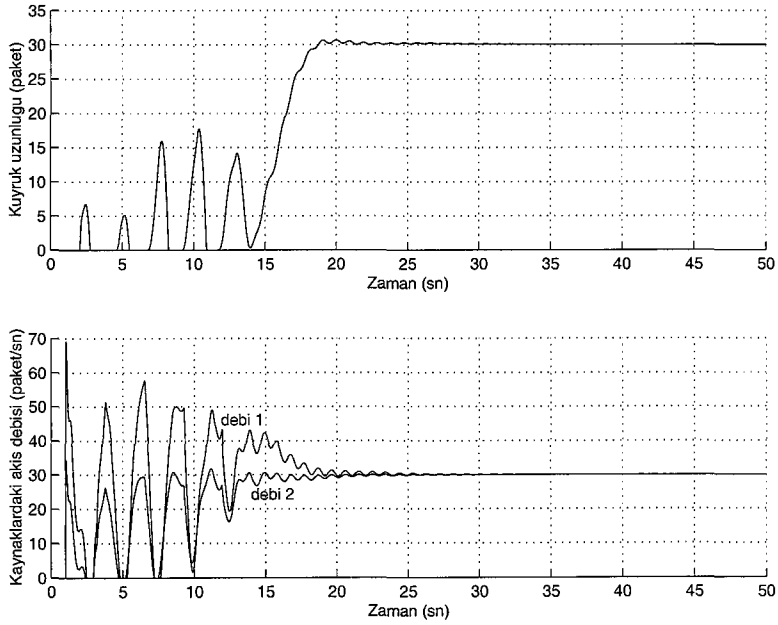
Şekil 3.44: 3. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için simülasyon sonuçları



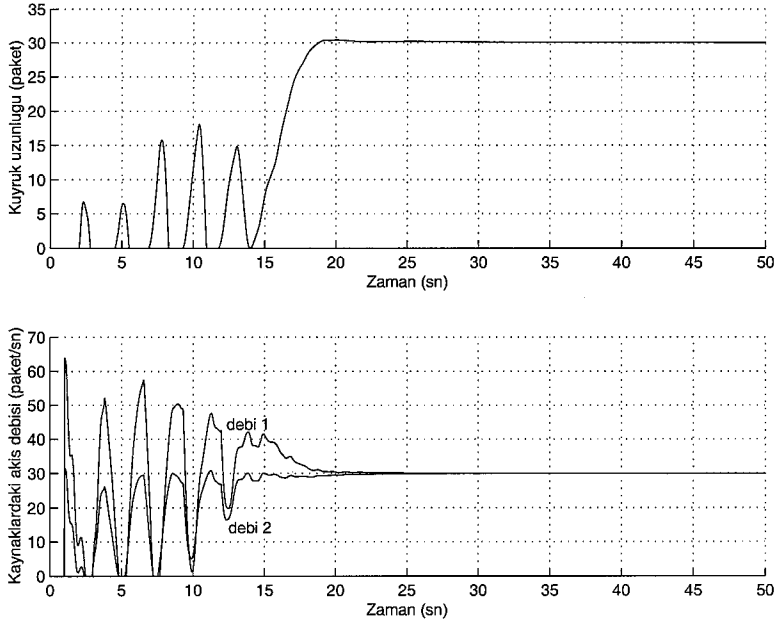
Şekil 3.45: 4. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için simülasyon sonuçları



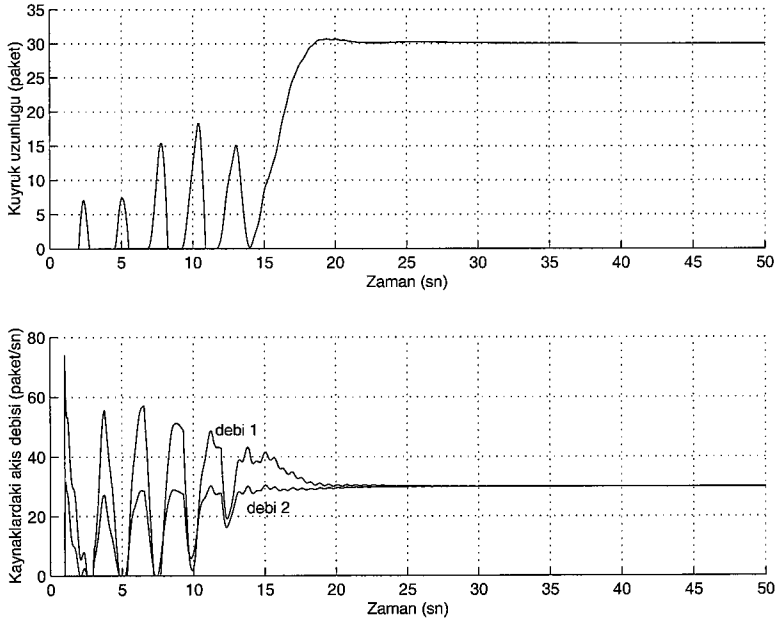
Şekil 3.46: 5. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için simulasyon sonuçları



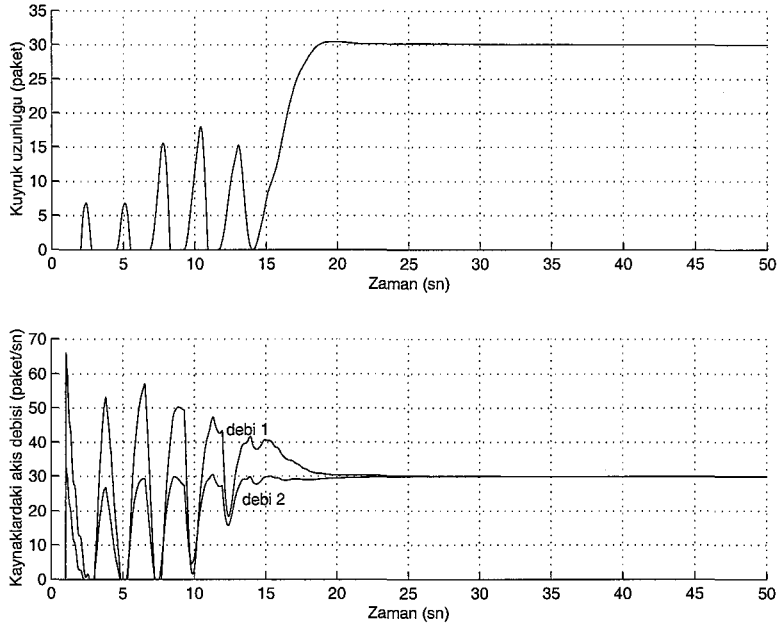
Şekil 3.47: 6. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için simulasyon sonuçları



Şekil 3.48: 7. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için simülasyon sonuçları



Şekil 3.49: 8. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için simülasyon sonuçları



Şekil 3.50: 12. dereceden Padé yaklaşıklığı kullanılan sistem için simulasyon sonuçları

Padé yak. derecesi	(b)		(c)	
	Ka	Fa	Ka	Fa
3	2.50dB	32°	3.72dB	39°
4	2.47dB	32°	3.72dB	39°
5	2.47dB	32°	3.73dB	39°
6	2.47dB	32°	3.73dB	39°
7	2.47dB	32°	3.74dB	39°
8	2.47dB	32°	3.75dB	39°
12	2.47dB	32°	3.75dB	39°

Tablo 3.6: Kazanç ve faz aralıkları

4. SONSUZ BOYUTLU SİSTEM İÇİN μ SENTEZİ ÇALIŞMASI I

Önceki bölümlerde bahsedildiği gibi bu tez çalışmasında belirsiz ve zamanla değişen birden fazla zaman gecikmesine sahip veri iletişim ağları için debi tabanlı akış kontrolörü tasarımı üzerine μ sentezi problemi tanımlanmış (Şekil 3.2) ve ardından problemde yer alan gecikmeler yerine sonlu boyutlu yaklaşıklıkları kullanılarak μ kontrolörler elde edilmiştir. Yapılan bu çalışmanın ardından tanımlanmış olan sonsuz boyutlu μ sentezi probleminin çözümünü bulmak amacıyla bu bölümde anlatılacak olan çalışmalar yapılmıştır. Bunun için öncelikle sonsuz boyutlu sistemler için D - K iterasyon algoritması geliştirme çalışmaları yapılmıştır.

D - K iterasyonu algoritmasının genel prosedüründe döngünün her bir adımı iki aşamadan oluşmaktadır [22]:

K Adımı. P genelleştirilmiş sistem olmak üzere, $\hat{D}$ ölçekleme matrisini sabit tutarak tüm denetleyici K 'lar üzerinden

$$\|\hat{D}\mathcal{F}_l(P, K)\hat{D}^{-1}\|_{\infty}$$

ifadesini minimize eden $\mathcal{H}^{\infty}$ probleminin çözülmesi ile K kontrolörlerinin bulunması,

D Adımı. Noktasal optimizasyon ve interpolasyon ile D ölçekleme matrisinin bulunması:

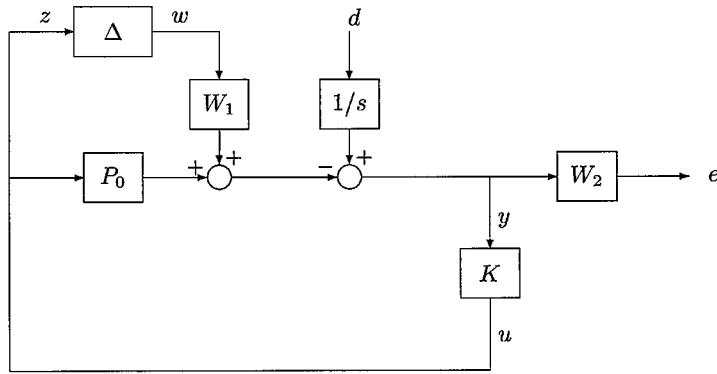
- Büyük ama sonlu bir frekans aralığında

$$\bar{\sigma}[D_{\omega}\mathcal{F}_l(P, K)D_{\omega}^{-1}]$$

ifadesinin minimize edilmesi ile her frekans için D_{ω} 'nın bulunması (Herhangi bir A matrisi için $\bar{\sigma}(A)$ en büyük tekil değerini

- göstermekte ve $\lambda(\bar{A})$ ifadesi A matrisinin en büyük özdeğeri olmak üzere $\bar{\sigma}(A) := \sqrt{\lambda(A^*A)}$ olarak hesaplanmaktadır.),
- İnterpolasyon yöntemi ile D_ω 'lardan kararlı, gerçek-rasyonel ve minimum-faz $\hat{D}$ transfer matrisi elde edilmesi.

[22]'deki D - K iterasyonu algoritmasının K adımlarında $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi olarak [23]'de önerilmiş olan $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi kullanılmaktadır. Sonsuz boyutlu sistemler için D - K iterasyon algoritması tasarlanmakta olan bu çalışmada, iterasyonun K adımlarında [19]'da önerilen sonsuz boyutlu sistemler için $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarlama yönteminin kullanılabileceği düşünülmüştür. Bu amaçla, bir önceki bölümde tanımlanmış olan μ sentezi için akış kontrolü probleminde (Şekil 3.2) değişiklik yapılarak Şekil 4.1'deki sistem elde edilmiştir. Bu problem yapısının bir öncekinden farkı e_2 hata sinyalinin çıkarılmış olmasıdır. Bir önceki bölümde anlatılmış olan çalışmada, kaynaklar arası eşitlik ilkesini μ sentezi problemi içinde sağlaması için sisteme eklenmiş olan ikinci hata sinyali e_2 'nin bu yapıda sistemden çıkarılmasının sebebi aşağıda sunulacak olan iterasyon algoritmasının $\mathcal{H}^\infty$ problemi çözülen adımlarında bunun zaten problemin içinde yer alıyor olmasıdır.



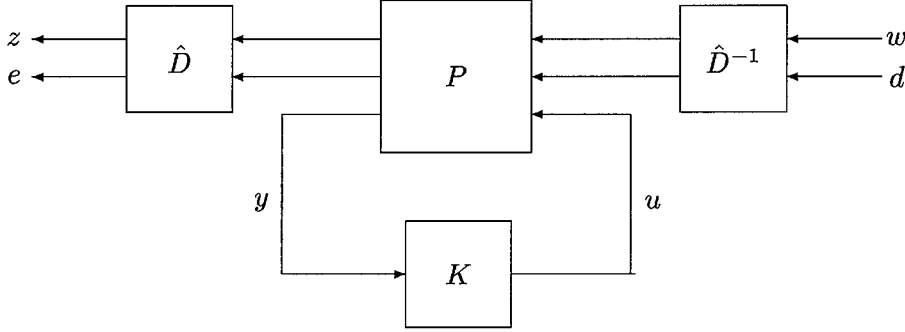
Şekil 4.1: Sonsuz boyutlu μ sentezi problemi

Problemin yukarıdaki gibi tanımlanmasının ardından, içinde gerçek zaman gecikmeleri içeren sonsuz boyutlu sistem için D - K iterasyonu algorit-

ması hazırlanmış ve böylece bu algoritma yardımıyla D ölçekleme matrisinin sabit değerli bir matris olduğu durumlar için gerçek zaman gecikmelerini içeren sonsuz boyutlu sisteme μ sentezi uygulanabilmektedir. Bu aşamada, belli oranda tutuculuk göz önüne alınarak D ölçekleme matrisinin sabit tutulduğu aşamalar için çözülmekte olan 4-blok $\mathcal{H}^\infty$ probleminden 2-blok $\mathcal{H}^\infty$ problemine geçiş yapılmıştır.

D - K iterasyonunda D ölçekleme matrisinin sabit tutulduğu adımda (K adımı) aşağıdaki problem çözülmektedir (Şekil 4.2):

$$\min_{K \text{ stab.}} \left\| \hat{D} \mathcal{F}_l(P, K) \hat{D}^{-1} \right\|_\infty \quad (4.1)$$



Şekil 4.2: D - K iterasyonunda K adımı

Burada $\mathcal{F}_l(P, K)$ P sisteminin K üzerinden alt yöndeki doğrusal ve oransal dönüşümünü (*Lower Linear Fractional Transformation (lower LFT)*) göstermektedir. Bu minimizasyon problemi Şekil 4.2'deki sistem için aşağıdaki hali almaktadır:

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{d}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \hat{d}_n \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(1 + P_0 K)^{-1} W_1 & \frac{1}{s} K(1 + P_0 K)^{-1} \\ \frac{1}{s} (1 + P_0 K)^{-1} W_1 & \frac{1}{s^2} (1 + P_0 K)^{-1} \end{bmatrix} \dots$$

$$\dots \begin{bmatrix} \hat{d}_1^{-1} I_2 & & \\ & \ddots & \\ & & \hat{d}_n^{-1} I_2 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ d \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

(I_2 : 2×2 boyutlu birim matristir.) Burada,

$$\hat{D}_{lu} := \begin{bmatrix} \hat{d}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \hat{d}_n \end{bmatrix}$$

ve

$$\hat{D}_{ru} := \begin{bmatrix} \hat{d}_1 I_2 & & \\ & \ddots & \\ & & \hat{d}_n I_2 \end{bmatrix}$$

matrislerinin tanımlanmasıyla (4.2)'deki ifade aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{D}_{lu} K (1 + P_0 K)^{-1} \\ \frac{1}{s} (1 + P_0 K)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \hat{D}_{ru}^{-1} & \frac{1}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ d \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Sabit değerli $\hat{d}_i$ 'ler için aşağıdaki ifadenin tanımlanması ile

$$\bar{\omega}(s) = \frac{1}{s} \sqrt{1 + 2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\hat{d}_i^2} \varphi_{i,1}^2} + \sqrt{2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\hat{d}_i^2} \varphi_{i,2}^2} ,$$

$$Q(s) := \begin{bmatrix} W_1 \hat{D}_{ru}^{-1} & \frac{1}{s} \end{bmatrix} \text{ olmak üzere,}$$

$$|\bar{\omega}(j\omega)|^2 \geq Q(j\omega) Q^*(j\omega)$$

ifadesi yazılabilmektedir. Bu ifadelerin ardından (4.1)'deki $\mathcal{H}^\infty$ problemi için bir alt-optimal çözüm bulmak amacıyla aşağıdaki problem tanımlanabilmektedir:

$$\min_{K \text{ stab.}} \left\| \begin{bmatrix} \bar{\omega}(s) \hat{D}_{lu} K (1 + P_0 K)^{-1} \\ \bar{\omega}(s) \frac{1}{s} (1 + P_0 K)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty . \quad (4.4)$$

Böylece belli oranda tutuculuğu göze alarak (4.1)'deki 4-blok $\mathcal{H}^\infty$ problemi (4.4)'deki 2-blok $\mathcal{H}^\infty$ problemine dönüşmüş olmaktadır. Sonsuz boyutlu sistemler için (4.4)'deki 2-blok $\mathcal{H}^\infty$ probleminin çözümü bilindiğinden [19], D-ölçekleme matrisinin sabit tutulduğu D - K iterasyonu adımlarında (4.4)'deki $\mathcal{H}^\infty$ probleminin çözüldüğü, içinde gerçek gecikmeleri içeren sonsuz boyutlu sistemlere uygulanmak üzere bir D - K iterasyonu algoritması geliştirmek mümkün olmaktadır.

Hazırlanan algoritmanın K adımlarında kontrolörler yukarıda bahsedildiği gibi [19]'da önerilen çözüm yöntemi kullanılarak

$$K_i(s) = \frac{C_i(s)}{1 + C_i(s)P_i(s)} \left(1 - \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{P_j(s)C_j(s)}{1 + P_j(s)C_j(s)} \right)^{-1} \quad (4.5)$$

olmak üzere $K(s) = [K_1(s) \cdots K_n(s)]^T$ şeklinde bulunmuştur. Burada

$$P_i(s) = \frac{1}{\alpha_i s} e^{-h_i s},$$

$$C_i(s) = \frac{n\alpha_i\gamma_i}{\hat{d}_i\delta_i} \left(\frac{s_i - k_i}{s_i} \right) \frac{1}{1 + F_i(s)},$$

$$F_i(s) = \frac{(s + k_i)(s + a_i)(s^2 + b_i s + c_i) - \left(s^4 + \frac{\hat{\delta}_i^2}{\gamma_i^2} s^2 - \frac{\hat{\beta}_i^2}{\gamma_i^2} \right) - \frac{\gamma_i}{\hat{d}_i\delta_i} e^{-s} s^2 (s - k_i)}{s^4 + \frac{\hat{\delta}_i^2}{\gamma_i^2} s^2 - \frac{\hat{\beta}_i^2}{\gamma_i^2}}$$

olarak tanımlanmıştır. Burada, $\hat{\beta}_i := \frac{1}{n} \sqrt{1 + 2 \sum \frac{1}{\hat{d}_i^2} \varphi_{i,1}^2}$ ve $\hat{\delta}_i := \frac{1}{nh_i} \sqrt{2 \sum \frac{1}{\hat{d}_i^2} \varphi_{i,2}^2}$ dir ve $x_i > 0$ aşağıdaki ifadenin tek pozitif köküdür:

$$x_i^3 + \frac{h_i^4}{\hat{d}_i^2 \gamma_i^2} (2\hat{d}_i^2 \hat{\beta}_i^2 - \gamma_i^2) x_i^2 + \frac{h_i^4 \hat{\beta}_i^2}{\hat{d}_i^2 \gamma_i^4 \hat{\delta}_i^4} (\gamma_i^2 - \hat{d}_i^2 \hat{\beta}_i^2) (\gamma_i^2 \hat{\beta}_i^2 - h_i^4 \hat{\delta}_i^4) x_i - \frac{h_i^8 \hat{\beta}_i^4}{\hat{d}_i^4 \gamma_i^4 \hat{\delta}_i^4} (\gamma_i^2 - \hat{d}_i^2 \hat{\beta}_i^2)^2 = 0.$$

Ayrıca, $s^4 + \frac{\hat{\delta}_i^2}{\gamma_i^2} s^2 - \frac{\hat{\beta}_i^2}{\gamma_i^2} = 0$ ifadesinin kökleri $\mp p_{i,1}$ ve $\mp j p_{i,2}$ ($p_{i,1}, p_{i,2} > 0$) olmak üzere,

$$\rho_i := \frac{\gamma_i}{\hat{d}_i \hat{\delta}_i} \frac{s^2 e^{-s}}{(s + a_i)(s^2 + b_i s + c_i)} \Big|_{s=p_{i,1}}$$

$$c_i := \sqrt{x_i} \ , \quad a_i := \frac{h_i^2 \hat{\beta}_i}{c_i \hat{d}_i \hat{\delta}_i \gamma_i} \sqrt{\gamma_i^2 - \hat{d}_i^2 \hat{\beta}_i^2} \ ,$$

$$b_i := \sqrt{\frac{\gamma_i^2 \hat{\beta}_i^2 - h_i^4 \hat{\delta}_i^4}{\gamma_i^2 \hat{\delta}_i^2} + 2c_i - a_i^2} \ , \quad k_i := \frac{\rho_i - 1}{\rho_i + 1} s \Big|_{s=p_{i,1}}$$

tanımları yapılmıştır. $\mathcal{H}^\infty$ performans maliyeti γ_i ise aşağıdaki ifadenin en büyük kökü olarak hesaplanmaktadır:

$$1 - \frac{\gamma_i}{\hat{d}_i \hat{\delta}_i} e^{-s} s^2 \frac{(s - k_i)}{(s + k_i)(s + a_i)(s^2 + b_i s + c_i)} \Big|_{s=jp_{i,2}} = 0 \ .$$

İterasyonun her bir K adımında kontrolörler yukarıda sunulduğu gibi hesaplanırken; D adımlarında ise D ölçekleme matrisleri frekans üzerinden μ 'nün üst sınırını minimize edecek şekilde MATLAB μ Analysis and Synthesis Toolbox'da bulunan fonksiyonlar (*mu*, *msfbatch*, *sel*, *vpck* vd.) yardımıyla bulunmuştur.

Böylece hazırlanmış olan sonsuz boyutlu sistem için D - K iterasyonu algoritmasına ait MATLAB programı EK-1'de sunulmuştur. Bu program kullanılarak Şekil 4.1'de tanımlanmış olan sistem için kontrolör tasarımı yapılmıştır. Ancak tasarımın gerçekleştirilmesi aşamasında μ değerinin yakınsamadığı sorunu ile karşılaşmıştır. Bu durumda, problemin sağ tarafında yer alan ölçekleme matrisinin elemanları üzerinden bir üst sınır tanımlanarak sol tarafa alınmış olmasının (problem (4.3)'den problem (4.4)'e geçiş) minimizasyon probleminin yapısını değiştirdiği sonucu ortaya çıkmaktadır.

Aynı çalışma $\hat{D}_{lu}$ ve $\hat{D}_{ru}$ matrislerinin elemanlarını oluşturan $\hat{d}_i$ değişkenlerinin normalize edilmesi yöntemi kullanılarak tekrarlanmıştır. Ancak verimli bir sonuç elde edilememiştir.

5. SONSUZ BOYUTLU SİSTEM İÇİN μ SENTEZİ ÇALIŞMASI II

Meinsma ve Mirkin tarafından [14]'de yapılmış olan çalışmada birden fazla giriş/çıkış gecikmesine sahip sistemler için ilk kez $\mathcal{H}^\infty$ kontrol çözümü bulunmuştur.

[14]'de yapılmış olan bu çalışmada, birden fazla gecikmeye sahip sistem problemi her biri *altblok problemi* (adobe problem) olarak adlandırılan basit problemler dizisine dönüştürülmüştür. Her bir altblok probleminde sistemin giriş veya çıkış kanallarının bir kısmında tek bir gecikme bulunmaktadır. *Altblok giriş gecikmesi problemi* veya *altblok çıkış gecikmesi problemi* olarak adlandırılan bu problemlerin her biri tek kanal gecikme durumunun basit bir genelleştirilmiş hali olarak düşünülebilir. Çözümde yer alan belli sayıda adımdan oluşan bir iterasyonun her bir adımında altblok giriş gecikmesi problemi veya altblok çıkış gecikmesi problemi daha önce [26]'da önerilen yöntemden yola çıkılarak geliştirilmiş olan bir yöntem ile çözülmekte ve ardından çözümler belli bir prosedür yardımıyla birleştirilerek birden fazla giriş/çıkış gecikmesine sahip sistemlere ait asıl probleminin çözümü bulunmaktadır.

Tez çalışmasında sonsuz boyutlu sistem için μ sentezi tasarımı konusunda [14]'de geliştirilmiş olan kontrol tasarımı yararlanılabileceği düşünülmüştür. Bir önceki bölümde sunulmuş olan sonsuz boyutlu D - K iterasyonu tasarımı çalışmasında iterasyonun kontrolör tasarlanan K adımlarında [19]'da önerilen çözüm kullanılmıştır. Ancak, [19]'daki çözüm D - K iterasyonunun K adımlarında çözümü gereken probleme doğrudan karşılık gelmediği için verimli sonuçlar elde edilememiştir. Meinsma ve Mirkin tarafından [14]'deki çalışmanın yapılmasının ardından, bir önceki bölümde sunulmuş olan sonsuz boyutlu D - K iterasyonunun K adımlarında [14]'de önerilen yöntem kullanılırsa iyi sonuçların alınacağı düşünülmüştür.

Bu amaçla başlanılmış olan çalışmaların ilk aşamasında öncelikle μ sentezi problemi için 3. Bölüm'de tanımlanmış olan problemde [14]'deki yapıya uygun olarak bir değişiklik yapılmıştır. Bu değişiklik probleme ait sistemdeki gecikmeyi kontrolörün çıkışına çekilmesini içermektedir. Yapılan çalışmaya bir sonraki alt-bölümde yer verilecektir.

Ardından elde edilen sisteme doğrudan [14]'de önerilen kontrol yöntemi uygulanmıştır. Bu çalışmanın sebebi, [14]'de önerilen kontrol yöntemini $D-K$ iterasyonu içine almadan önce tanımlanan probleme uygulayarak elde edilecek olan $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörü incelemektir. Bu amaçla, [14]'de önerilen yöntem probleme uygulanmış ve bir $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör elde edilmiştir. Tez kapsamında yapılan çalışmanın sunumunun anlaşılabilirliği açısından [14]'de yapılmış çalışmanın ayrı bir alt-bölümde sunulmasının uygun olacağı düşünülmüştür. Bu sebeple, yönteme Alt-bölüm 5.2'de yer verilmiştir. Ardından gelen alt-bölümde ise, bu yöntemin tez kapsamında tanımlanmış olan probleme uygulanması çalışması sunulmuştur.

5.1 Akış Probleminin Yeniden Tanımlanması

Bu bölümde sunulacak olan çalışmada, [18]'de tanımlanmış ve 2. Bölümde özetlenmiş olan problemde bazı değişiklikler yapılmıştır. Adı geçen değişiklikler sistemde var olan gecikmeleri Şekil 5.1'de görüldüğü gibi kontrolör çıkışına çekmek için yapılmıştır. Burada K kontrolörü ifade etmektedir ve sistemdeki gecikmeler Λ_u köşegen matrisi ile kontrolörün çıkışına çekilmiştir (Daha detaylı bilgi ileriki kısımlarda verilecektir). Şekil'deki diğer değişkenler P ve Δ ise, sırasıyla genelleştirilmiş sistem ve belirsizlik bloğunu ifade etmektedir. Öncelikle problemin yapısı [18]'de olduğu gibi Şekil 2.1'deki gibi tanımlanmıştır. Problemde yer alan gecikmelere ait tanımlar ise aşağıdaki gibi yapılmıştır:

Toplam zaman gecikmesi $\tau_i(t) = \tau_i^b(t) + \tau_i^f(t)$ olmak üzere,

$\tau_i^b(t) := h_i^b + \delta_i^b(t)$: Kontrolör ile ikinci kaynak arasında yer alan geri yöndeki

$\tau_i^f(t) := h_i^f + \delta_i^f(t)$: iinci kaynak ile darboğaz nodu arasında yer alan ileri yöndeki zaman gecikmesidir. Burada, h_i^f 2. Bölüm’de anlatılan çalışmadan farklı olarak değeri bilinen ve zaman içinde değişmeyen ileri yöndeki *minimum* gecikme miktarı olarak tanımlanmıştır. $\delta_i^f(t)$ ise, ileri yöndeki zamanla değişen zaman gecikmesi belirsizliğidir. Burada da, $\delta_i^f(t) \geq 0$ olarak kabul edilmiştir.

70

Şekil 2.1’de sunulmuş olan akış kontrolü probleminde kuyruk dinamiği daha önceden bahsedildiği gibi aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$\dot{q}(t) = \sum_{i=1}^n r_i^b(t) - c(t) \quad (5.1)$$

$r_i^b(t)$ ’yi ifade edebilmek için iinci kaynak nodu tarafından gönderilmiş ve t zamanında darboğaz noduna gelmiş olan toplam veri miktarını aşağıdaki şekilde yazabiliriz:

$$\int_0^t r_i^b(\vartheta) d\vartheta = \begin{cases} \int_0^{t-\tau_i^f(t)} r_i^s(\vartheta) d\vartheta, & t - \tau_i^f(t) \geq 0 \\ 0, & t - \tau_i^f(t) < 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Burada $r_i^s(t) := r_i(t - \tau_i^b(t))$ dir. (5.2)’deki ifadenin her iki tarafının da türevi alındığında, *ileri gecikme belirsizlik operatörü*’ne ait ifade aşağıdaki gibi elde edilir:

$$r_i^b(t) = \begin{cases} (1 - \dot{\delta}_i^f(t)) r_i(t - \tau_i(t)), & t - \tau_i^f(t) \geq 0 \\ 0, & t - \tau_i^f(t) < 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

Burada $r_i^s(t - \tau_i^f(t)) = r_i(t - \tau_i(t))$ ve $\dot{\tau}_i^f(t) = \dot{\delta}_i^f(t)$ eşitlikleri kullanılmıştır.

$\frac{d}{dt}(t - \tau_i^f(t)) > 0$ kabullenmesinin ardından, $\dot{\tau}_i^f(t) < 1$ veya $\dot{\delta}_i^f(t) < 1$ ifadeleri elde edilmektedir. $\delta_i(t)$ ve $\delta_i^f(t)$ için $0 \leq \beta_i^f \leq \beta_i < 1$ olmak üzere

$$0 < \delta_i(t) < \delta_i^+ , \quad |\dot{\delta}_i(t)| < \beta_i , \quad |\dot{\delta}_i^f(t)| < \beta_i^f \quad (5.4)$$

kabullenmeleri de yapılmıştır. Ayrıca, kuyruk uzunluğunun her zaman için sıfır ile bellek kapasitesi arasında kalacağı ve d_i kaynak i ’nin gönderebileceği maksimum veri miktarı olmak üzere $0 \leq r_i(t) \leq d_i$ kabullenmeleri yapılmıştır.

(5.1) ve (5.3) kullanılarak $q(t)$ ifadesi:

$$q(t) = \int_0^t \left[\sum_{i=1}^n (1 - \dot{\delta}_i^f(\nu)) r_i(\nu - \tau_i(\nu)) - c(\nu) \right] d\nu + q(0) . \quad (5.5)$$

şeklinde elde edilir.

$$r_i^h(t) := r_i(t - h_i), \quad (5.6)$$

$$q_0(t) := \int_0^t \left[\sum_{i=1}^n r_i(\nu - h_i) - c(\nu) \right] d\nu + q(0) \quad (5.7)$$

ve

$$\delta_q(t) := q(t) - q_0(t) \quad (5.8)$$

$$= \sum_{i=1}^n \int_0^t \left[(1 - \dot{\delta}_i^f(\nu)) r_i(\nu - \tau_i(\nu)) - r_i(\nu - h_i) \right] d\nu \quad (5.9)$$

$$= \sum_{i=1}^n \int_0^t \left[(1 - \dot{\delta}_i^f(\nu)) r_i^h(\nu - \delta_i(\nu)) - r_i^h(\nu) \right] d\nu. \quad (5.10)$$

tanımları yapılmaktadır.

Ayrıca, $\lambda_i := \nu - \delta_i(\nu) =: f_i(\nu)$ tanımı yapıldığında,

$$g_i(\lambda) := \left. \frac{d\delta_i}{d\nu} \right|_{\nu=f_i^{-1}(\lambda)}$$

olmak üzere,

$$\frac{d\lambda_i}{d\nu} = 1 - \frac{d\delta_i}{d\nu} = 1 - g_i(\lambda_i) \quad (5.11)$$

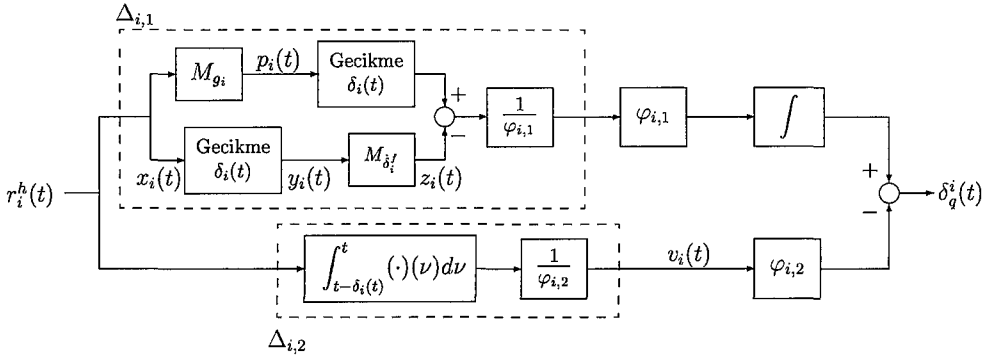
elde edilir. Yukarıda yapılmış olan $\dot{\delta}_i(t) < 1$ kabullenmesi uyarınca $\frac{d\lambda_i}{d\nu} > 0$ olduğundan ters fonksiyon $\nu = f_i^{-1}(\lambda)$ mevcuttur.

(5.11) ifadesinden elde edilen $d\nu = \frac{d\lambda_i}{1 - g_i(\lambda_i)}$ ve $\delta_i(0) = 0$ kabullenmesi ile, (5.10) ifadesi aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$\begin{aligned} \delta_q(t) &= \sum_{i=1}^n \left[\int_0^t (1 - \dot{\delta}_i^f(\nu)) r_i^h(\nu - \delta_i(\nu)) d\nu - \int_0^t r_i^h(\nu) d\nu \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \left[\int_0^t (1 - \dot{\delta}_i^f(\nu)) r_i^h(\nu - \delta_i(\nu)) d\nu - \int_0^t r_i^h(\nu) d\nu \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{t-\delta_i(t)} r_i^h(\nu) d\nu - \int_0^{t-\delta_i(t)} r_i^h(\lambda_i) d\lambda_i \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \left[\int_0^t (1 - \dot{\delta}_i^f(\nu)) r_i^h(\nu - \delta_i(\nu)) d\nu - \int_{t-\delta_i(t)}^t r_i^h(\nu) d\nu \right. \\ &\quad \left. - \int_0^t r_i^h(\nu - \delta_i(\nu)) [1 - g_i(\nu - \delta_i(\nu))] d\nu \right] \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^n \left[\int_0^t [g_i(\nu - \delta_i(\nu)) - \dot{\delta}_i^f(\nu)] r_i^h(\nu - \delta_i(\nu)) d\nu - \int_{t-\delta_i(t)}^t r_i^h(\nu) d\nu \right].$$

Böylece $\delta_q(t) = \sum_{i=1}^n \delta_q^i(t)$ ifadesi elde edilir. Burada $\delta_q^i(t)$ Şekil 5.2’de görülen sistemin çıktısıdır. $\Delta_{i,1}$ ve $\Delta_{i,2}$ doğrusal zamanla değişen sistemler, M_{g_i} ve $M_{\dot{\delta}_i^f}$ de sırasıyla $p_i(t) = g_i(t) r_i(t)$ ve $z_i(t) = \dot{\delta}_i^f(t) y_i(t)$ şeklinde ifade edilen doğrusal zamanla değişen sistemler, ve son olarak $\varphi_{i,1}$ ve $\varphi_{i,2}$ ise daha sonra tanımlanacak olan sabitlerdir.



Şekil 5.2: Sistemin belirsiz olan kısmının modeli

Bu arada, $r_i(t) = 0, t < 0$ kabullenmesi ile

$$\begin{aligned} \int_0^\infty |y_i(t)|^2 dt &= \int_0^\infty |x_i(t - \delta_i(t))|^2 dt \\ &= \int_{-\delta_i(t)}^\infty |x_i(\lambda_i)|^2 \frac{d\lambda_i}{1 - g_i(\lambda_i)} \\ &= \int_0^\infty |x_i(\lambda_i)|^2 \frac{d\lambda_i}{1 - g_i(\lambda_i)} \\ &< \frac{1}{1 - \beta_i} \int_0^\infty |x_i(\lambda_i)|^2 d\lambda_i \end{aligned} \quad (5.12)$$

elde edilir. Bu da, $\delta_i(t)$ gecikme bloğunun $\mathcal{L}^2$ -yaptırılmış normunun $\frac{1}{\sqrt{1-\beta_i}}$ ’den küçük olduğunu gösterir. Bu durumda, $|g_i| < \beta_i$ ve $|\dot{\delta}_i^f| < \beta_i^f$ olduğu için $\Delta_{i,1}$ ’nin $\mathcal{L}^2$ -yaptırılmış normu $\left(\frac{\beta_i + \beta_i^f}{\sqrt{1-\beta_i}}\right) \frac{1}{\varphi_{i,1}}$ ’den küçüktür. Böylece $\varphi_{i,1} = \frac{\beta_i + \beta_i^f}{\sqrt{1-\beta_i}}$ tanımı ile, doğrusal ve zamanla değişen sistem $\Delta_{i,1}$ ’in $\mathcal{L}^2$ -yaptırılmış normunun 1’den küçük olduğu söylenebilir.

Ayrıca, $r_i^h(t) \geq 0$ ve $0 < \delta_i(t) < \delta_i^+$ olduğu için,

$$\left\| \frac{1}{\delta_i^+} \int_{t-\delta_i(t)}^t r_i^h(\nu) d\nu \right\|_2 < \left\| \frac{1}{\delta_i^+} \int_{t-\delta_i^+}^t r_i^h(\nu) d\nu \right\|_2 \quad (5.13)$$

eşitsizliği elde edilir. Bu durumda,

$$\hat{v}_i(s) = \frac{1}{\delta_i^+} \left(\frac{1 - e^{-\delta_i^+ s}}{s} \right) r_i^h(s) \quad (5.14)$$

ifadesinin tanımlanması ile

$$\begin{aligned} \|v_i\|_2 &< \|\hat{v}_i\|_2 \\ &< \left\| \frac{1}{\delta_i^+} \left(\frac{1 - e^{-\delta_i^+ s}}{s} \right) \right\|_\infty \|r_i^h\|_2 \\ &< \|r_i^h\|_2 \end{aligned} \quad (5.15)$$

ifadesi elde edilir. Böylece $\varphi_{i,2} = \delta_i^+$ tanımı ile, doğrusal ve zamanla değişen sistem $\Delta_{i,2}$ 'nin $\mathcal{L}^2$ -yaptırılmış normunun 1'den küçük olduğu söylenebilir.

Yukarıda tanımlanmış olan sistem Şekil 5.3'de görülen sisteme karşılık gelmektedir. Burada,

$$P_0(s) = \frac{1}{s} [1 \ \cdots \ 1], \quad (5.16)$$

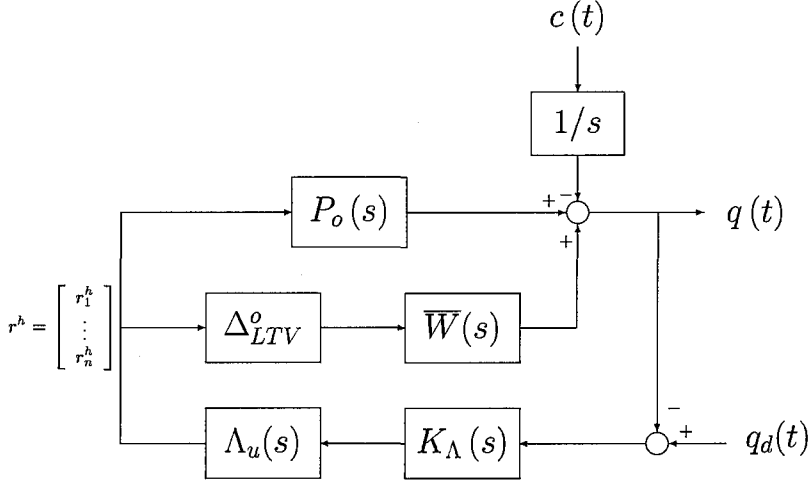
$$\Lambda_u(s) = \begin{bmatrix} e^{-h_1 s} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{-h_n s} \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} e^{-h_{u,1} s} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{-h_{u,n} s} \end{bmatrix}, \quad (5.17)$$

$$\Delta_{LTV}^o = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{1,1}^o \\ \Delta_{1,2}^o \end{bmatrix} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \begin{bmatrix} \Delta_{n,1}^o \\ \Delta_{n,2}^o \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad (5.18)$$

$$\overline{W}(s) = [\overline{W}_1(s) \cdots \overline{W}_n(s)] \quad , \quad \overline{W}_i(s) = \begin{bmatrix} \frac{\varphi_{i,1}}{s} & \varphi_{i,2} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Ayrıca, $\varphi_{i,1} := \frac{\beta_i + \beta_i^f}{\sqrt{1 - \beta_i}}$, $\varphi_{i,2} := \delta_i^+$ ve $\Delta_{i,j}^o$ ($i = 1, \dots, n$ ve $j = 1, 2$)'ler normu 1'den küçük doğrusal ve zamanla değişen sistemlerdir.

Bu durumda, Δ_{LTV}^o 'nin yaptırılmış $\mathcal{L}^2$ -normunun değeri $\sqrt{2}$ 'den küçük olacaktır.



Şekil 5.3: Akış kontrolü probleminin matematiksel modeli

5.2 Birden Fazla Giriş/Çıkış Gecikmesine Sahip Sistemler İçin $\mathcal{H}^\infty$ Kontrolör Tasarım Yöntemi ([14])

Bu alt-bölümde Meinsma ve Mirkin tarafından [14]'de yapılan çalışma özetle sunulacaktır. Tez çalışmasında yapılmış olan ve bir sonraki alt-bölümde sunulacak olan çalışmaları daha anlaşılır kılması açısından bu alt-bölüme yer verilmiştir.

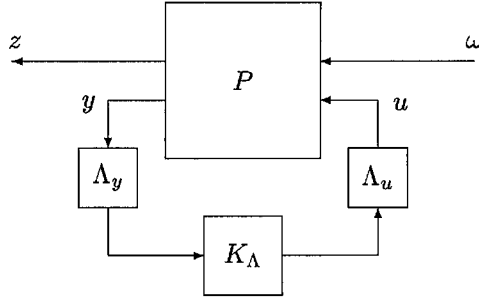
[14]'de, Şekil 5.4'de görülen standart 4-blok $\mathcal{H}^\infty$ problemi ele alınarak birden fazla giriş/çıkış gecikmesine sahip sistemler için $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi önerilmiştir. Burada görülen $\Lambda_u(s)$ ve $\Lambda_y(s)$ sırasıyla giriş ve çıkış kanallarında yer alan gecikmelere ait matrislerdir ve aşağıdaki gibi tanımlanmışlardır:

$$\Lambda_u(s) = \begin{bmatrix} e^{-h_{u,q}s} I_{m_q} & & \\ & \ddots & \\ & & e^{-h_{u,1}s} I_{m_1} \\ & & & I_{m_0} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

$0 < h_{u,1} < \dots < h_{u,q}$ ($\sum m_i = n_u$); q tane farklı giriş gecikmesine sahip kanal ve m_0 tane gecikmesiz giriş kanalı tanımlanmıştır.

$$\Lambda_y(s) = \begin{bmatrix} I_{p_0} & & & \\ & e^{-h_{y,1}s} I_{p_1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{-h_{y,r}s} I_{p_r} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$0 < h_{y,1} < \dots < h_{y,r}$ ($\sum p_i = n_y$); r tane farklı çıkış gecikmesine sahip kanal ve p_0 tane gecikmesiz çıkış kanalı tanımlanmıştır.



Şekil 5.4: Standart $\mathcal{H}^\infty$ problemi

[14]'de tanımlanan Standart $\mathcal{H}^\infty$ Problemi (**SHP**) aşağıda sunulmuştur:

SHP: Şekil 5.4'deki sistemi kararlı kılacak ve ayrıca $\gamma > 0$ için

$$\|F_l(P, \Lambda_u K_A \Lambda_y)\|_\infty < \gamma \quad (5.22)$$

şartını sağlayacak bir K_A kontrolörünün bulunması.

[14]'de yukarıdaki 4-blok standart $\mathcal{H}^\infty$ probleminin tanımlanmasının ardından, bu problemin çözülebilirliği için gecikmesiz halinin çözülebilirliği şartını kullanarak öncelikle problemin gecikmesiz hali [27]'de önerilen yöntem ile çözülmektedir. Bu çözüm sonucunda $X \geq 0$ ve $Y \geq 0$ matrisleri aşağıdaki Hamiltonian matrislerinin ilişkili olduğu standart Riccati denklemlerinin çözümleri olarak elde edilmektedir:

$$H_X := \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_1' C_1 & -A' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ -C_1' D_{11} & -C_1' D_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11}' D_{11} - \gamma^2 I & D_{11}' D_{12} \\ D_{12}' D_{11} & D_{12}' D_{12} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D_{11}' C_1 & B_1' \\ D_{12}' C_1 & B_2' \end{bmatrix},$$

$$H_Y := \begin{bmatrix} A' & 0 \\ -B_1 B_1' & -A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_1' & C_2' \\ -B_1 D_{11}' & -B_1 D_{21}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11} D_{11}' - \gamma^2 I & D_{11} D_{21}' \\ D_{21} D_{11}' & D_{21} D_{21}' \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D_{11} B_1' & C_1 \\ D_{21} B_1' & C_2 \end{bmatrix}.$$

Çözümün sağlaması gereken şartlar [14]'de aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\mathcal{C}_1: \gamma > \max\{\sigma_z, \sigma_\omega\},$$

$$\sigma_z := \|(I - D_{12}(D_{12}' D_{12})^{-1} D_{12}') D_{11}\|,$$

$$\sigma_\omega := \|D_{11}(I - D_{21}'(D_{21} D_{21}')^{-1} D_{21})\|,$$

$$\mathcal{C}_2: H_X \in \text{dom}(\text{Ric}) \text{ ve } X := \text{Ric}(H_X) \geq 0,$$

$$(A, Q \text{ ve } R \text{ gerçek; } Q \text{ ve } R \text{ simetrik birer matris ve } H := \begin{bmatrix} A & R \\ -Q & -A' \end{bmatrix}$$

olmak üzere, eğer $A'X + XA + XRX + Q = 0$ Riccati denklemini sağlayan ve $A + RX$ 'i kararlı kılan bir gerçek, simetrik ve pozitif yarı kesin bir X bulunabiliyorsa, $H \in \text{dom}(\text{Ric})$ dir ve $X = \text{Ric}(H)$ şeklinde gösterilmektedir [20].),

$$\mathcal{C}_3: H_Y \in \text{dom}(\text{Ric}) \text{ ve } Y := \text{Ric}(H_Y) \geq 0$$

$$\mathcal{C}_4: \rho(XY) < \gamma, \quad (\text{Herhangi bir } A \text{ matrisi için } \rho(A) \text{ spektral yarıçapı göstermekte ve } \lambda_i(A) \text{ ifadesi } A \text{ matrisinin } i\text{nci özdeğeri olmak üzere } \rho(A) := \max_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i(A)| \text{ olarak hesaplanmaktadır}).$$

Eğer bu çözülebilirlik şartları sağlanıyorsa, $Z := (I - \gamma^{-2} YX)^{-1}$ olarak tanımlanan Z matrisi iyi-tanımlanmıştır (well-defined). Durum geri beslemesi

problemi ve filtreleme $\mathcal{H}^\infty$ kazanç matrisleri sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlandığında:

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} D'_{11}D_{11} - \gamma^2 I & D'_{11}D_{12} \\ D'_{12}D_{11} & D'_{12}D_{12} \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} B'_1 \\ B'_2 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} D'_{11} \\ D'_{12} \end{bmatrix} C_1 \right)$$

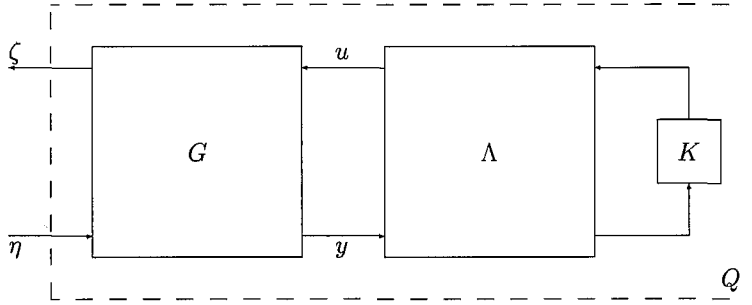
$$L = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 \end{bmatrix} = - \left(Y \begin{bmatrix} C'_1 & C'_2 \end{bmatrix} + B_1 \begin{bmatrix} D'_{11} & D'_{21} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} D_{11}D'_{11} - \gamma^2 I & D_{11}D'_{21} \\ D_{21}D'_{11} & D_{21}D'_{21} \end{bmatrix}^{-1}$$

ilgili kapalı döngü matrisleri

$$A_F := A + B_1 F_1 + B_2 F_2$$

$$A_L := A + L_1 C_1 + L_2 C_2$$

şeklinde elde edilir. Ardından problem Şekil 5.5'deki gibi 1-blok probleme (OBP) dönüştürülür.



Şekil 5.5: 1-blok problemi

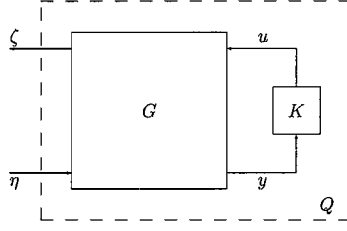
OBP: Şekil 5.5'deki sistem için

$$\|C_r(G\Lambda, K)\|_\infty < 1 \quad (5.23)$$

şartını sağlayan K 'nın bulunması.

Bu ifadedeki gösterim *Zincir Dağıtma Gösterimi*'ne (Chain-Scattering Representation) aittir [27]. Şekil 5.6'da görülen bu gösterimde η 'dan ζ 'ya olan transfer fonksiyonu Q aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$Q = C_r(G, K) = (G_{11}K + G_{12})(G_{21}K + G_{22})^{-1}.$$



Şekil 5.6: Bir zincir dağıtma gösterimi

(5.23)'de, $e^{-h_{y,r}s}$ terimi $\Lambda_y(s)$ 'deki en büyük gecikme olmak üzere,

$$\Lambda(s) = e^{-h_{y,r}s} \text{diag}\{\Lambda_u, \Lambda_y^{-1}\} \quad (5.24)$$

ve

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_L & B_\infty D_\infty^{-1} \\ \hline D_\infty C_\infty Z & I \end{array} \right] \quad (5.25)$$

olarak tanımlanmıştır (Burada $G(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right]$ gösterimi $G(s)$ transfer fonksiyonunun $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ şeklinde olan durum uzayı gerçeklemesine ait gösterimdir). Ayrıca,

$$B_\infty = \left[\begin{array}{cc} -(B_2 + L_1 D_{12} + L_2 D_{22}) & L_2 \end{array} \right],$$

$$C_\infty = \left[\begin{array}{c} F_2 \\ C_2 + D_{21} F_1 + D_{22} F_2 \end{array} \right]$$

olarak tanımlıdır ve tekil olmayan matris D_∞ ise,

$$D'_\infty J D_\infty = -\gamma^2 \left[\begin{array}{cc} D'_{12} & D'_{22} \\ 0 & -I \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} D_{11} D'_{11} - \gamma^2 I & D_{11} D'_{21} \\ D_{21} D'_{11} & D_{21} D'_{21} \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{cc} D_{12} & 0 \\ D_{22} & -I \end{array} \right] =: M_D \quad (5.26)$$

($J := \text{diag}\{I_{n_u}, -I_{n_y}\}$) eşitliğini sağlayacak şekilde seçilmektedir.

K kontrolör ifadesi ise iki yönlü kararlı (bistable)

$$D_\Lambda := \Lambda^{-1} D_\infty \Lambda \quad (5.27)$$

transfer matrisi kullanılarak K_Λ 'dan yapılan bir dönüşüm (mapping) ile elde edilir:

$$K_\Lambda \rightarrow K := \mathcal{C}_r(D_\Lambda, K_\Lambda). \quad (5.28)$$

[14]'de (5.25)'deki $G(s)$ sistemi aşağıdaki gibi tekrar bölümlendirilmiştir:

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A_L & B_\mu & B_\rho \\ \hline C_\mu & I_\mu & 0 \\ C_\rho & 0 & I_\rho \end{array} \right]. \quad (5.29)$$

Burada, μ , ileride bahsedilecek olan altblok problemleri için, çözülmekte olan altblok probleminde gecikmenin ait olduğu kanalların sayısıdır. ρ ise, geriye kalan kanal sayısı olmak üzere $\rho = n_u + n_y - \mu$ olarak hesaplanmaktadır. Ayrıca,

$$J_\mu := \begin{bmatrix} I_\mu & 0 \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} I_\mu \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad J_\rho := \begin{bmatrix} 0 & I_\rho \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} 0 \\ I_\rho \end{bmatrix}$$

tanımları yapılmıştır.

$$H := \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} A_L - B_\rho C_\rho & -B_\rho J_\rho B'_\rho \\ -C'_\mu J_\mu C_\mu & -A'_L + C'_\rho B'_\rho \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

Hamiltonian matrisinin tanımlanması ile $\Sigma(t)$ fonksiyonunun tanımı

$$\Sigma(t) = \begin{bmatrix} \Sigma_{11}(t) & \Sigma_{12}(t) \\ \Sigma_{21}(t) & \Sigma_{22}(t) \end{bmatrix} =: e^{Ht} \quad (5.31)$$

şeklinde yapılmıştır. Yukarıda sunulmuş olan tanımların ardından **OBP**'nin çözümü [14]'de aşağıdaki teorem ile verilmiştir:

Teorem 5.1 ([14]): **OBP**, eğer ve yalnızca eğer $\Sigma_{22}(t) \forall t \in [0, h]$ aralığında tekil değilse çözülebilir. Bu durumda, **OBP**'nin çözümü olan kontrolör:

$$K = C_r \left(\left[\begin{array}{cc} I & 0 \\ \Pi & I \end{array} \right] \tilde{G}^{-1}, \tilde{Q} \right) \quad (5.32)$$

olarak bulunmaktadır. Burada,

$$\Pi(s) = \pi_h \left\{ e^{-sh} \left[\begin{array}{cc|c} H_{11} & H_{12} & B_\mu \\ H_{21} & H_{22} & -C'_\mu J_\mu \\ \hline C_\rho & J_\rho B'_\rho & 0 \end{array} \right] \right\} \quad (5.33)$$

bir FIR filtre¹ ve $\tilde{Q}$, $\|\tilde{Q}\|_\infty < 1$ şartını sağlayan herhangi bir transfer fonksiyonu matrisidir. İki yönlü kararlı bir sistem olan $\tilde{G}(s)$ ise,

$$\tilde{G}(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A_L & \Sigma'_{22} B_\mu + \Sigma'_{12} C'_\mu J_\mu & B_\rho \\ \hline C_\mu \Sigma'^{-1}_{22} & I_\mu & 0 \\ \hline C_\rho - J_\rho B'_\rho \Sigma'^{-1}_{22} \Sigma_{21} & 0 & I_\rho \end{array} \right] \quad (5.34)$$

olarak tanımlanmıştır. Bu ifadede yer alan “(t)” parametresi olmayan Σ_{ij} terimleri $t = h$ durumunda elde edilen $\Sigma(h)$ matrisinin (i, j) inci bloğunu göstermektedir. Ayrıca, Σ'^{-1}_{22} ifadesi $(\Sigma'_{22})^{-1}$ şeklinde hesaplanmaktadır.

[14]'de yukarıdaki gibi tanımlanmış olan çok gecikmeli **OBP**'nin çözümünün herbirinde sadece bir tane gecikme bloğuna sahip olan birden fazla altblok gecikme problemleri serisinin çözümü sonucunda elde edilebileceği gösterilmiştir. $q + r$ iterasyon adımı boyunca her bir adımda bir tane altblok gecikme problemi çözülerek elde edilen sonuçların birleştirilmesi ile gerçek problem (**SHP**) için çözüm bulunmaktadır.

$q + r$ iterasyon adımının herbir i inci adımında çözülen altblok problemi **OBP**(G_i, Λ_i)'de gecikmeye ait matris (5.24)'de tanımlanmış olan $\Lambda(s)$ 'in

¹ π_h *tamamlama operatörü*: Rasyonel transfer matris $\Psi = \left[\begin{array}{c|c} A_\Psi & B_\Psi \\ \hline C_\Psi & 0 \end{array} \right]$ ve verilen bir $h \geq 0$ parametresi için π_h tamamlama operatörü ilk kez [28]'de aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\pi_h \{e^{-sh} \Psi\} := \left[\begin{array}{c|c} A_\Psi & B_\Psi \\ \hline C_\Psi e^{-Ah} & 0 \end{array} \right] - e^{-sh} \left[\begin{array}{c|c} A_\Psi & B_\Psi \\ \hline C_\Psi & 0 \end{array} \right]$$

Bu operatör herhangi bir Ψ rasyonel transfer matrisini FIR bloğa dönüştürür.

ayrıştırılması ile bulunmaktadır:

$$\Lambda_i := \begin{bmatrix} e^{-(h_i - h_{i-1})s} I_{\mu_i} & 0 \\ 0 & I_{\rho_i} \end{bmatrix}, \quad \left(\rho_i = \sum_{j=0}^{i-1} n_j \right) \quad (5.35)$$

ve G_i aşağıdaki gibi bulunur:

$$G_i = \tilde{G}_{i-1} \quad (5.36)$$

$\tilde{G}_{i-1}$ ise, $i - 1$ inci altblok problemi **OBP**(G_{i-1}, Λ_{i-1})'nin sonucunda elde edilen “ $\tilde{G}$ ” matrisidir. İlk iterasyonda G_1 (5.25)'de tanımlı olan G olarak alınmaktadır. $q + r$ iterasyondan elde edilen sonuçlar [14]'de verilmiş olan aşağıdaki teorem ile birleştirilerek $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör bulunmaktadır:

Teorem 5.2 ([14]): **OBP** eğer ve yalnızca eğer tüm altblok problemleri **OBP**(G_i, Λ_i), ($i = 1, \dots, q + r$) çözülebilirse çözülebilir. Bu durumda da, tüm çözümler aşağıdaki gibi birleştirilerek K kontrolörünün ifadesi bulunmaktadır:

$$K = C_r(\Pi_\Lambda G_\Lambda^{-1}, Q_\Lambda) \quad (5.37)$$

Burada

$$\Pi_\Lambda := \Lambda^{-1} \prod_{i=1}^{q+r-1} \Lambda_i \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Pi_i & I \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

olarak tanımlıdır. G_Λ , $q + r$ adımdan oluşan iterasyonun son adımında ($(q + r)$ inci adımda) çözülen **OBP**'nin sonucunda elde edilen $\tilde{G}$ matrisidir: $G_\Lambda := \tilde{G}_{q+r}$. Q_Λ ise, $\|Q_\Lambda\|_\infty < 1$ şartını sağlayan herhangi bir transfer fonksiyonu matrisidir.

K 'nin bulunmasının ardından (5.27)'de tanımlanan D_Λ transfer matrisinin kullanılmasıyla (5.28)'deki dönüşümün tersi alınarak (5.22)'de yer alan K_Λ kontrolörü aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$$K_\Lambda := \mathcal{C}_r(D_\Lambda^{-1}, K). \quad (5.39)$$

5.3 Birden Fazla Giriş/Çıkış Gecikmesine Sahip Sistemler İçin $\mathcal{H}^\infty$ Kontrolör Tasarım Yönteminin Akış Kontrolü Problemine Uygulanması

Alt-bölüm 5.1’de elde edilen akış kontrolü problemi 3. Bölüm’dekine benzer olarak Şekil 5.7’deki yapıya dönüştürülmüştür. Buradaki tanımlar 3. Bölüm’de verilenler ile aynıdır:

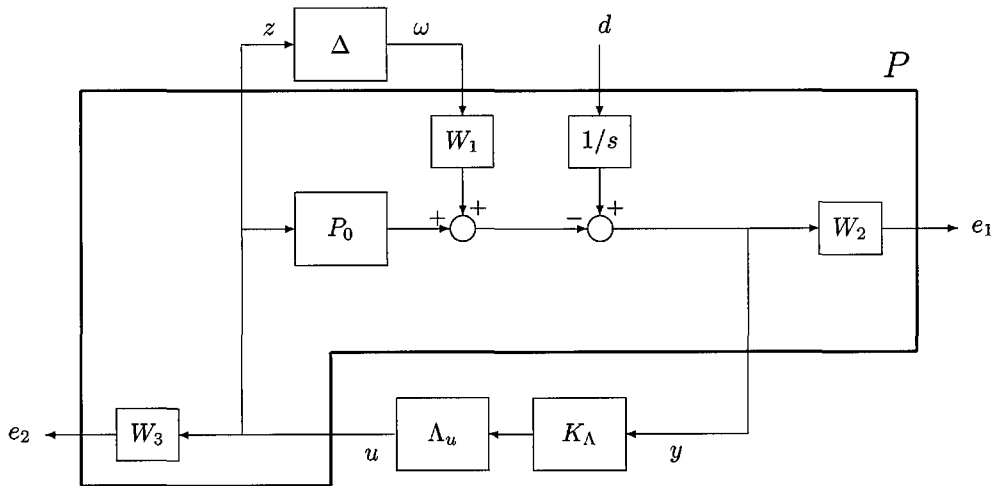
$$P_0(s) = \frac{1}{s} [1 \ \cdots \ 1] ,$$

$$W_1(s) = \sqrt{2}\overline{W}(s) = \sqrt{2} [\overline{W}_1(s) \cdots \overline{W}_n(s)], \quad \overline{W}_i(s) = \left[\frac{\varphi_{i,1}}{s} \ \varphi_{i,2} \right],$$

$$W_2(s) = \frac{1}{s} ,$$

$$W_3(s) = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} & -1 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_3}{\alpha_1} & 0 & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots \\ \frac{\alpha_n}{\alpha_1} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} ,$$

$$\Lambda_u(s) = \begin{bmatrix} e^{-h_1 s} & & \\ & \ddots & \\ & & e^{-h_n s} \end{bmatrix} .$$



Şekil 5.7: Akış kontrolü problemi

Şekil 5.7'deki sistemin açık döngü giriş/çıkış ilişkisi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{bmatrix} z \\ e_1 \\ e_2 \\ y \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{n \times 2n} & 0_{n \times 1} & I_{n \times n} \\ -W_2 W_1 & W_2 \frac{1}{s} & -W_2 P_0 \\ 0_{(n-1) \times 2n} & 0_{(n-1) \times 1} & W_3 \\ -W_1 & \frac{1}{s} & -P_0 \end{bmatrix}}_{=:P} \begin{bmatrix} \omega \\ d \\ u \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Burada ayrıca, P genelleştirilmiş sisteme ait transfer fonksiyonu matrisinin tanımı görülmektedir.

Örnek bir sistem için uygulama: Yukarıda elde edilen bu probleme [14]'de önerilen ve bir önceki bölümde sunulmuş olan kontrolör tasarım yöntemi uygulanarak $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörün bulunması üzerine çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalar için kanallardaki minimum gecikme değeri birinci kanal için $h_1 = 1$ ve ikinci kanal için $h_2 = 3$ olan iki kanallı bir sistem ele alınmıştır. Diğer tasarım parametreleri ise Tablo 3.1'de Durum 7 için sunulan şekilde seçilmiştir. (5.40)'da transfer fonksiyonu matrisi verilen P sistemine ait durum uzayı gösterimi aşağıdaki gibi tanımlandığında:

$$P = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right],$$

Buradaki sistem matrisleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$A = \begin{bmatrix} -0.1517 & 0 & -2.0290 \\ 0 & -0.0001 & 0 \\ 0.0113 & 0 & 0.1517 \end{bmatrix},$$

$$B = \left[\begin{array}{ccccc|cc} 0.0093 & -1.5103 & 0.0093 & -1.5103 & -0.0568 & 0.0568 & 0.0568 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.00000 & -0.5000 \\ 0.0856 & 0.1129 & 0.0856 & 0.1129 & -0.5221 & 0.5221 & 0.5221 \end{array} \right] \\ =: \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix},$$

$$C = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0.9288 & 0 & -0.1011 & \\ 0 & -1.0000 & 0 & \\ \hline -0.0491 & 0 & -1.9100 & \end{array} \right] =: \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix},$$

$$D = \left[\begin{array}{ccccc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -1.4142 & 0 & -1.4142 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] =: \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}.$$

Bu sistem için (5.20)'de tanımlanan giriş kanallarındaki gecikmelere ait matris,

$$\Lambda_u(s) = \begin{bmatrix} e^{-h_{u,1}s} & 0 \\ 0 & e^{-h_{u,2}s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-3s} & 0 \\ 0 & e^{-1s} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada, zaman gecikmesine sahip kanal sayısı $q = 2$ ve toplam giriş kanalı sayısı $n_u = 2$ olmaktadır. Problemin tanımına göre çıkıştaki kanalda (darboğaz nodu ile kontrolör arasında) gecikme olmadığından çıkış kanallarındaki gecikmelere ait matris

$$\Lambda_y(s) = [1] \quad (5.42)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada, zaman gecikmesine sahip kanal sayısı $r = 0$ ve toplam çıkış kanalı sayısı $n_y = 1$ olmaktadır.

Bir önceki bölümde bahsedildiği gibi problemin gecikmesiz halinin çözülmesinin ardından problem (5.23)'deki gibi 1-blok problemine dönüştürülmüştür. Bunun için (5.25)'deki gibi hesaplanmış olan $G(s)$ sistemi aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$$G(s) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} -0.1006 & 0 & -0.0449 & -0.0568 & -0.0568 & -0.9566 \\ 0 & -0.0001 & 0 & -1.0000 & 0.5000 & 0 \\ -0.0057 & 0 & -0.5126 & -0.5221 & -0.5221 & 0.3203 \\ \hline 593.1048 & 127.2218 & -1560.2429 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 767.5930 & 166.3132 & -2019.6215 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 970.0844 & 209.3907 & -2552.8278 & 0 & 0 & 1.0000 \end{array} \right]$$

D_∞ matrisi daha önce bahsedildiği gibi (5.26)'daki eşitlik sağlanacak şekilde seçilmiştir. Bu örnek uygulamada M_D transfer matrisi

$$M_D = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & -1.1790 \end{bmatrix}$$

şeklinde elde edildiğinden D_∞ matrisi de

$$D_\infty = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0858 \end{bmatrix}$$

olarak seçilmiştir.

Ayrıca, sırasıyla (5.41) ve (5.42)'de görülen $\Lambda_u(s)$ ve $\Lambda_y(s)$ ifadelerinin (5.24)'deki gibi birleştirilmesi ile $\Lambda(s)$ aşağıdaki gibi elde edilmektedir ($h_{y,r} = 0$):

$$\begin{aligned} \Lambda(s) &= \text{diag}\{\Lambda_u, \Lambda_y^{-1}\} \\ &= \begin{bmatrix} e^{-h_{u,1}s} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-h_{u,2}s} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} e^{-\tilde{h}_2 s} I_{n_2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\tilde{h}_1 s} I_{n_1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{n_0} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{-3s} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-s} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{5.43}$$

K_Λ 'dan K 'ya (5.28)'deki gibi dönüşümü sağlayan D_Λ matrisi ise,

$$\begin{aligned}
 D_\Lambda &= \Lambda^{-1} D_\infty \Lambda \\
 &= \begin{bmatrix} e^{3s} & 0 & 0 \\ 0 & e^s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0858 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-3s} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-s} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0858 \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} d_{\Lambda,11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{\Lambda,22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{\Lambda,33} \end{bmatrix} \quad (5.44)
 \end{aligned}$$

Problemde her bir gecikme tek bir kanal için olduğundan, bir başka deyişle, kanalların herbirinde birbirinden farklı gecikmeler olduğundan $n_1 = n_2 = 1$ 'dir. Ayrıca, (5.43)'den görüldüğü gibi $\Lambda(s)$ 'de gecikme terimi yer almayan köşegenin son elemanının boyutu 1 olduğundan $n_0 = 1$ 'dir. Bu durumda çözülmesi gereken altblok gecikme problemi sayısı 2 olmaktadır:

1. Altblok gecikme problemi tanımları:

$$\rho_1 = n_0 = 1, \quad \mu_1 = n_u + n_y - \rho_1 = 2,$$

$$\begin{aligned}
 \Lambda_1(s) &= \begin{bmatrix} e^{-\tilde{h}_1 s} I_{\mu_1} & 0 \\ 0 & I_{\rho_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\tilde{h}_1 s} I_2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} e^{-s} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-s} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.45)
 \end{aligned}$$

2. Altblok gecikme problemi tanımları:

$$\rho_2 = n_0 + n_1 = 2, \quad \mu_2 = n_u + n_y - \rho_2 = 1,$$

$$\Lambda_2(s) = \begin{bmatrix} e^{-(\tilde{h}_2 - \tilde{h}_1)s} I_{\mu_2} & 0 \\ 0 & I_{\rho_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\tilde{h}_2 s} & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} e^{-2s} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

Tanımlanmış olan altblok problemlerinin [14]'de önerilen yöntem kullanılarak sırasıyla çözülmesi sonucunda içinde FIR filtreler (Π_i) içeren $\begin{bmatrix} I & 0 \\ \Pi_i & I \end{bmatrix}$ blokları aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ \Pi_1 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2 & 0 \\ \Pi_{1,b} & 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \hline \Pi_{1,b1} & \Pi_{1,b2} & 1 \end{array} \right] \quad (5.47)$$

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ \Pi_2 & I \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ \Pi_{2,f} & 1 & 0 \\ \hline \Pi_{2,b} & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (5.48)$$

Bu bloklardaki Π_i FIR filtreleri iki farklı bloktan oluşmaktadır. $\Pi_{i,b}$ *geri yöndeki FIR blok* olarak gecikmeye sahip kontrol sinyalinin çıkış sinyali yönündeki geri besleme yapısında yer alır. $\Pi_{i,f}$ ise, *ileri yöndeki FIR blok* olarak kontrol sinyalleri arasında yer alır. Π_i bloğunun hangi bloklardan oluşacağı çözülmekte olan altblok probleminde değişkenlerin sahip oldukları değerler tarafından belirlenmektedir. (5.47)'de sunulduğu gibi birinci altblok probleminin çözümü sonucunda elde edilen yapıda ileri yönde FIR blok bulunmamaktadır. Bunun yerine iki tane geri yönde FIR blok vardır. İkinci altblok probleminin çözümünde ise bir tane ileri yönde bir tane de geri yönde FIR blok bulunmaktadır. Elde edilmiş olan $\Pi_{1,b1}$, $\Pi_{1,b2}$, $\Pi_{2,f}$ ve $\Pi_{2,b}$ FIR bloklarına ait darbe yanıtı grafikleri Şekil 5.8'de görülmektedir.

(5.47) ve (5.48) ifadelerinin kullanılması ile aşağıdaki sistem elde edilir:

$$\Pi_\Lambda = \Lambda^{-1} \prod_{i=1}^{q+r-1} \Lambda_i \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Pi_i & I \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \Pi_{2,f} & 1 & 0 \\ \Pi_{1,b1}e^{-2s} + \Pi_{2,b} & \Pi_{1,b2} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

İki adımdan oluşan iterasyonun son (ikinci) adımında (5.34)'deki ifadeden elde edilmiş olan iki yönlü kararlı ve sonlu boyutlu olan $\tilde{G}_2(s)$ sistemi bir önceki bölümde bahsedildiği gibi G_Λ olarak atanmış ($G_\Lambda := \tilde{G}_2(s)$) ve ardından sistemin tersi bulunmuştur². Elde edilmiş olan G_Λ ve G_Λ^{-1} sistemlerinin durum uzayı gösterimi aşağıda verilmiştir:

$$G_\Lambda = \left[\begin{array}{ccc|ccc} -0.1006 & 0 & -0.0449 & 1.0094 & -0.9864 & -0.9566 \\ 0 & -0.0001 & 0 & -1.8302 & 0.5000 & 0 \\ -0.0057 & 0 & -0.5126 & -0.4339 & -0.4939 & 0.3203 \\ \hline -0.8113 & -1.4234 & -0.1294 & 1.0000 & 0 & 0 \\ -0.7337 & 0.5244 & 0.8487 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0.7675 & 1.1408 & 0.4328 & 0 & 0 & 1.0000 \end{array} \right]$$

$$G_\Lambda^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0.7289 & 3.0456 & 1.3370 & 1.0094 & -0.9864 & -0.9566 \\ -1.1181 & -2.8676 & -0.6613 & -1.8302 & 0.5000 & 0 \\ -0.9661 & -0.7240 & -0.2882 & -0.4339 & -0.4939 & 0.3203 \\ \hline 0.8113 & 1.4234 & 0.1294 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0.7337 & -0.5244 & -0.8487 & 0 & 1.0000 & 0 \\ -0.7675 & -1.1408 & -0.4328 & 0 & 0 & 1.0000 \end{array} \right]$$

Bu durumda K kontrolörün ifadesi

$$K = C_r(\Pi_\Lambda G_\Lambda^{-1}, Q_\Lambda) \quad (5.50)$$

²Eğer D_Ψ tekil değilse, $\Psi = \left[\begin{array}{c|c} A_\Psi & B_\Psi \\ \hline C_\Psi & D_\Psi \end{array} \right]$ sistemin tersi şu şekilde bulunur [20]:

$$\Psi^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} A_\Psi - B_\Psi D_\Psi^{-1} C_\Psi & B_\Psi D_\Psi^{-1} \\ \hline -D_\Psi^{-1} C_\Psi & D_\Psi^{-1} \end{array} \right].$$

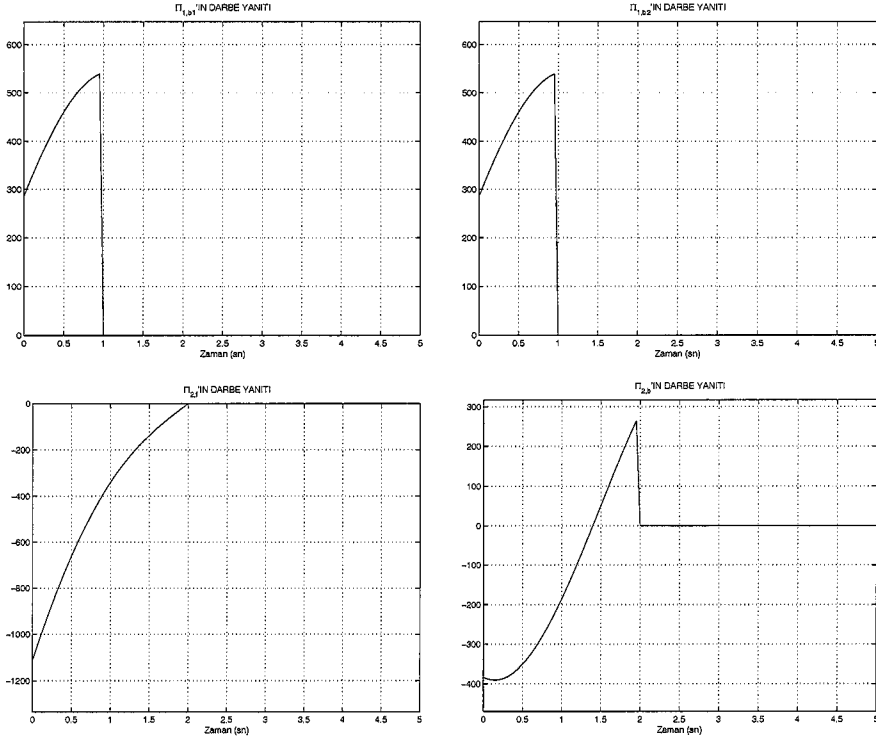
ifadesinden elde edilmektedir. Burada Q_Λ ise, rastgele olarak $Q_\Lambda = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}^T$ şeklinde seçilmiştir ve $\|Q_\Lambda\|_\infty < 1$ şartını sağlamaktadır. Çalışmalar sırasında yine $\|Q_\Lambda\|_\infty < 1$ şartını sağlayan sabit değerli farklı Q_Λ sistemleri de kullanılmıştır.

K_Λ kontrolörü ise (5.39)'deki gibi ters dönüşüm kullanılarak

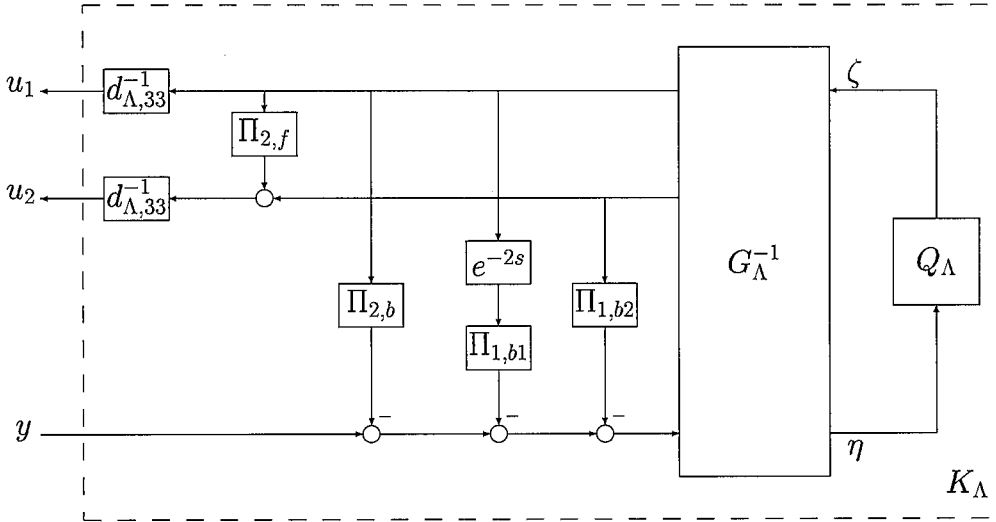
$$K_\Lambda = d_{\Lambda,33}^{-1} K \quad (5.51)$$

şeklinde elde edilir.

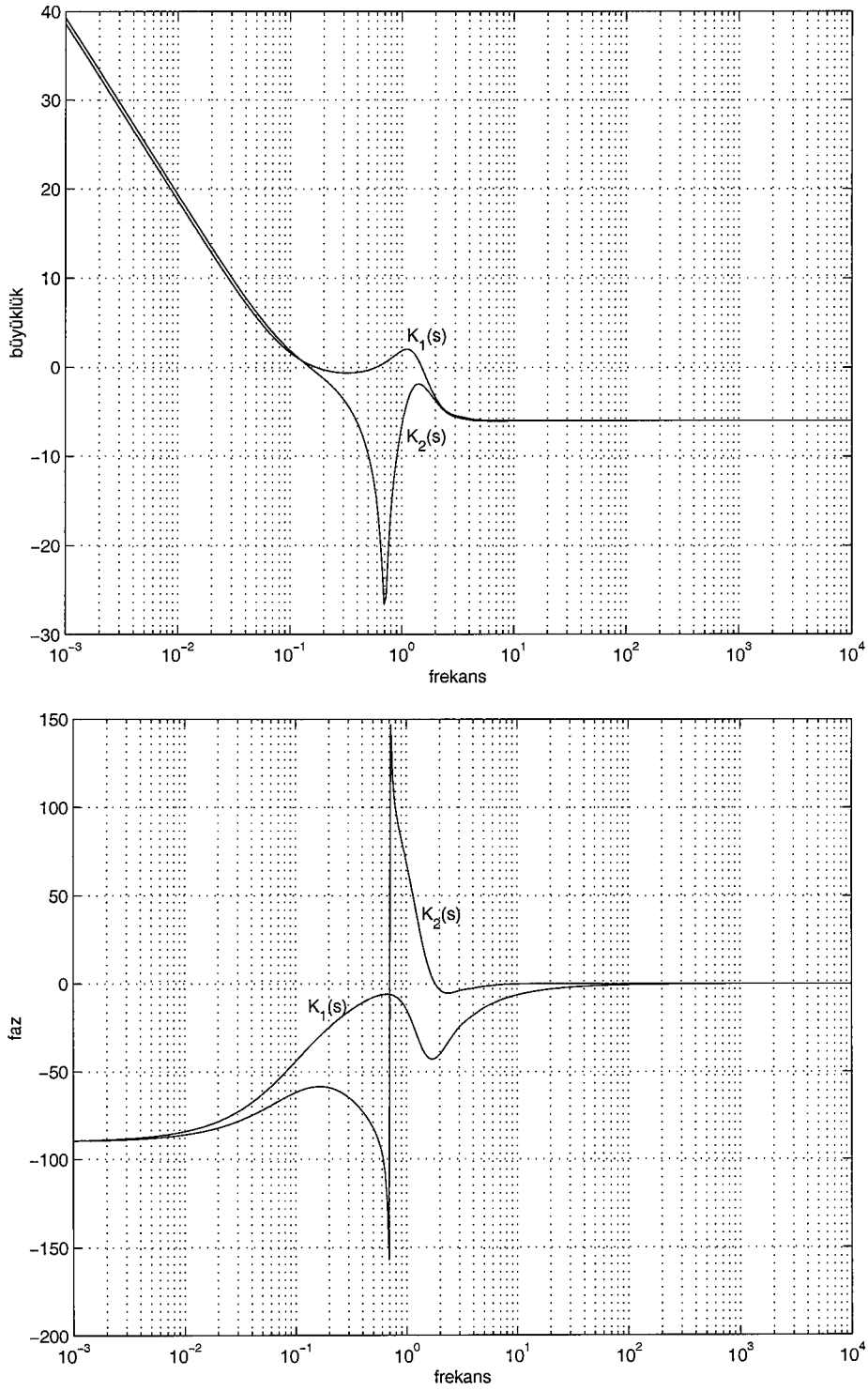
Yukarıda özetlenmiş olan çalışma için hazırlanmış olan MATLAB programı EK-2'de sunulmuştur. Bu çalışma sonucunda elde edilmiş olan kontrolörün gerçekleştirilmesi Şekil 5.9'de görülmektedir. Kontrolörün frekans tepkisine ait büyüklük ve faz grafikleri ise Şekil 5.10'da yer almaktadır. Elde edilen bu kontrolörün zaman bölgesindeki performansını gözlemlemek amacıyla simülasyon çalışmaları da yapılmıştır. Ancak, elde edilen sonuçlarda sistem kararsız çıkmakta ve kuyruk uzunluğu istenen yatışkın durum değerine oturmamaktadır.



Şekil 5.8: $\Pi_{1,b1}$, $\Pi_{1,b2}$, $\Pi_{2,f}$ ve $\Pi_{2,b}$ FIR bloklarına ait darbe yanıtları



Şekil 5.9: Kontrolörün yapısı



Şekil 5.10: Kontrolörün frekans tepkisi

6. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında, belirsiz ve zamanla değişen birden fazla zaman gecikmesine sahip veri iletişim ağları için debi tabanlı akış kontrolörü tasarımı üzerine çalışmalar yapılmıştır. Bunun için [18]'de tanımlanmış olan akış kontrolü problemi ele alınmıştır. Tanımlanmış olan problemdeki belirsizliğin yapısal olduğu dikkate alınarak problem μ kontrolörü tasarımı için uygun yapıya dönüştürülmüştür. Elde edilmiş olan μ sentezi probleminde yer alan gecikmeler yerine yaklaşıklık kullanılarak sistem sonlu boyuta indirgenmiş ve ardından $D-K$ iterasyonu algoritması kullanılarak μ kontrolörler elde edilmiştir. Elde edilmiş olan μ kontrolörler darboğazdaki kuyruk uzunluğunu istenen yatışkın değere asimtotik olarak yaklaştırmaktadır. Ayrıca, geliştirilen kontrolör ağırlıklı eşitlik olarak tanımlanan mevcut kapasitenin farklı kaynaklara farklı debilerde paylaştırılabilmesi ilkesini sağlamaktadır. Kontrolör her bir kanal için zamanla değişen zaman gecikmelerine karşı kararlı gürbüzlük göstermektedir.

Yapılan simülasyon çalışmaları ile elde edilen kontrolörlerin hem frekans tepkileri ve hem de zaman bölgesindeki performansları incelenmiş ve sonuçlar [18]'deki yöntem ile elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler ve ayrıca Padé yaklaşıklığı kullanılmış sonlu boyutlu sistem için [23]'deki yöntem ile elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler ile karşılaştırılmıştır. Yapılan karşılaştırmalar sonucunda beklenildiği gibi μ kontrolör kanallardaki gecikmelerin belirsiz kısımlarının birbirlerine göre farklılık gösterdiği durumlarda $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörlere göre daha iyi sonuç vermektedir. $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör ise tutucu kalmaktadır.

Yapılmış olan bu çalışmanın ardından sonsuz boyutlu sistemler için $D-K$ iterasyon algoritması geliştirilmesi üzerine çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışma için öncelikle iterasyonun $\mathcal{H}^\infty$ kontrol tasarımı adımlarında [19]'da önerilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi kullanılarak sonsuz boyutlu sistemler için $D-K$ iterasyon algoritması geliştirilmiştir. Ancak, bu çalışmada kullanılan $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi probleme doğrudan uygulanamadığı için

üzerinde bazı değişiklikler yapılması gerekmiştir. Yapılmış olan bu değişiklikler ise μ değerinin yakınsamaması sonucunu doğurmuştur. Dolayısıyla, [19]'daki yöntem kullanılarak sonsuz boyutlu sistemler için $D-K$ iterasyon algoritması geliştirilmesi yapılamamıştır.

Bunun üzerine çok yakın bir zaman önce [14]'de geliştirilmiş olan birden fazla giriş/çıkış zaman gecikmesine sahip sistemler için $\mathcal{H}^\infty$ kontrolör tasarım yöntemi incelenmiş ve bu yöntemin sonsuz boyutlu sistemler için tasarlanacak olan $D-K$ iterasyon algoritması içinde kullanılmasının olumlu sonuç vereceği düşünülmüştür. Bu çalışma için [14]'de geliştirilmiş olan kontrolör tasarım yöntemini doğrudan μ kontrolörü tasarımı amacıyla $D-K$ iterasyon algoritması içine almadan önce, bu tez çalışması kapsamında, sonsuz boyutlu akış problemine uygulanarak $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler elde edilmesi üzerine çalışmalar yapılmıştır.

Tez kapsamında yapılmış olan çalışmaların ardından yakın gelecekte yapılabilecek çalışmalardan biri [14]'de geliştirilmiş kontrolör tasarım yöntemi yardımıyla sonsuz boyutlu akış problemi için $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörlerin elde edilmesi çalışmasına devam etmektir. Böylece, öncelikle zaman bölgesi simulasyon sonuçlarının incelenmesinin ardından elde edilen $\mathcal{H}^\infty$ kontrolörler hazırlanacak olan bir $D-K$ iterasyon algoritmasında kullanılarak μ kontrolörler elde edilebilir.

KAYNAKLAR

- [1] ATM Forum Traffic Management AF-TM-0056.000, *The ATM Forum Traffic Management Specification Version 4.0* (1996).
- [2] ALTMAN, E. ve BAŞAR, T., *Multi-user rate-based flow control: Distributed game-theoretic algorithms*, Proc. of 36th Conference on Decision and Control, San Diego CA, A.B.D., 2916–2921 (1997).
- [3] ALTMAN, E., BAŞAR, T. ve SRIKANT, R., *Multi-user rate-based flow control with action delays: a team-theoretic approach*, Proc. of 36th Conference on Decision and Control, San Diego CA, A.B.D., 2387–2392 (1997).
- [4] BENMOHAMED, L. ve MEERKOV, M., *Feedback control of congestion in packet switching networks: the case of a single congested node*, IEEE/ACM Trans. on Networking, **1**, 693–707 (1993).
- [5] BONOMI, F. ve FENDICK, K. W., *The rate-based flow control framework for the available bit rate ATM service*, IEEE Network, 25–39, Mart/Nisan (1995).
- [6] PAREKH, A. K. ve GALLAGER, R. G., *A generalized processor sharing approach to flow control in integrated services networks: the multiple node case*, IEEE/ACM Trans. on Networking, **2**, 137–150 (1994).
- [7] RAMAKRISHNAN, K. K. ve NEWMAN, P., *Integration of rate and credit schemes for ATM flow control*, IEEE Network, 49–56, Mart/Nisan (1995).
- [8] ROHRS, C. E. ve BERRY, R. A., *A linear control approach to explicit rate feedback in ATM networks*, Proc. of INFOCOM '97, Kobe, Japonya, 277–282 (1997).
- [9] ÖZBAY, H., KALYANARAMAN, S. ve İFTAR, A., *On rate-based congestion control in high-speed networks: Design of an $\mathcal{H}^\infty$ based flow controller for single bottleneck*, Proc. of the American Control Conference, Philadelphia, PA, A.B.D., 2376–2380 (1998).

- [10] ÖZBAY, H., KANG, T., KALYANARAMAN, S. ve İFTAR, A., *Performance and robustness analysis of an $\mathcal{H}^\infty$ based flow controller*, Proc. of the Conference on Decision and Control, Phoenix, AZ, A.B.D., 2691–2696 (1999).
- [11] MIRKIN, L. ve TADMOR, G., *$\mathcal{H}^\infty$ control of systems with I/O delay: A review of some problem-oriented methods*, IMA J. Math. Control & Information, **19**, 185–199 (2002).
- [12] FOIAS, C., ÖZBAY, H. ve TANNENBAUM, A., *Robust Control of Infinite Dimensional Systems: Frequency Domain Methods*, Lecture notes in control and information sciences, No. 209, Londra: Springer-Verlag (1996).
- [13] MEINSMA, G. ve ZWART, H., *On $\mathcal{H}^\infty$ control for dead-time systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, **45**, 272–285 (2000).
- [14] MEINSMA, G. ve MIRKIN, L., *$\mathcal{H}^\infty$ control of systems with multiple I/O delays*, Proc. of the 4th IFAC Workshop on Time-Delay Systems (TDS'03), Rocquencourt, Fransa (2003).
- [15] DOYLE, J., *Analysis of feedback systems with structured uncertainties*, IEE Proceedings, **129**, 242–252 (1982).
- [16] AMATO, F., CINIGLIO, U., CORRARO, F. ve IERVOLINO, R., *μ Synthesis for a small commercial aircraft: design and simulator validation*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, **27**, 3, 479–490 (2004).
- [17] ATAŞLAR, B., QUET, P.-F., İFTAR, A., ÖZBAY, H., KANG, T. ve KALYANARAMAN S., *Robust rate-based flow controllers for high-speed networks: The case of uncertain time-varying multiple time-delays*, Proc. of the American Control Conference, Chicago, IL, A.B.D., 2804–2808 (2000).
- [18] QUET, P.-F., ATAŞLAR, B., İFTAR, A., ÖZBAY, H., KALYANARAMAN S. ve KANG, T., *Rate-based flow controllers for communication*

- networks in the presence of uncertain time-varying multiple time-delays*, Automatica, **38**, 917–928 (2002).
- [19] TOKER, O. ve ÖZBAY, H., *$\mathcal{H}^\infty$ Optimal and suboptimal controllers for infinite dimensional SISO plants*, IEEE Transactions on Automatic Control, **40**, 751–755 (1995).
- [20] ZHOU, K., DOYLE, J. C. ve GLOVER, K., *Robust and Optimal Control*, Prentice-Hall (1996).
- [21] TOKER, O. ve ÖZBAY, H., *On the complexity of purely complex μ computation and related problems in multidimensional systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, **43**, 409–414 (1998).
- [22] BALAS, G. J., DOYLE, J. C., GLOVER, K., PACKARD, A. ve SMITH, R., *μ Analysis and Synthesis Toolbox: User's Guide*, The MathWorks, Inc., Natick, MA, A.B.D. (1995).
- [23] DOYLE J. C., GLOVER, K., KHARGONEKAR, P. P. ve FRANCIS, B. A., *State-space solutions to standart H_2 and $\mathcal{H}^\infty$ control problems*, IEEE Transactions on Automatic Control, **34**, 831–847 (1989).
- [24] ATAŞLAR, B., ÖZBAY, H. ve İFTAR, A., *Comparison of $\mathcal{H}^\infty$ and μ synthesis based flow controllers for high-speed networks with multiple time delays*, Proc. of the American Control Conference, Arlington, VA, A.B.D., 3787–3788 (2001).
- [25] ATAŞLAR, B., ÖZBAY, H. ve İFTAR, A., *Comparison of $\mathcal{H}^\infty$ and μ synthesis based flow controllers for high-speed networks with multiple time delays*, Teknik Rapor 2001-001, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir (2001).
- [26] MEINSMA, G., MIRKIN, L. ve ZHONG, Q.-C., *Control of systems with I/O delay via reduction to a one-block-problem*, IEEE Transactions on Automatic Control, **47**, 1890–1895 (2002).
- [27] KIMURA, H., *Chain-Scattering Approach to $\mathcal{H}^\infty$ Control*, Boston: Birkhäuser (1995).

- [28] MIRKIN, L., *On the extraction of dead-time controllers and estimators from delay-free parametrizations*, Proc. of the IFAC Symposium on Linear Time Delay Systems, Ancona, Italy, 157–162 (2000).

EK-1
SONSUZ BOYUTLU SİSTEM İÇİN
D-K İTERASYON ALGORİTMASI I

```
%% Sonsuz boyutlu sistem için
%% D-K iterasyon algoritması

clear all;
close all;
const=20;
deltat=1/const;
n=2;

h=[2 3];
delp=[2 2];
beta=[0.1 0.4];
betaF=[0.01 0.04];
alfa=[1/2 1/2];

% actual parameters:
%backward
hib=[1 1.5];
delibc=[0 0 ];
Aib=[0.03 0.03];
freqib=[2*pi/50 2*pi/50];

%forward
hif=[1 1.5];
delifc=[0 0];
Aif=[0.03 0.03];
freqif=[pi/50 pi/50];

delpA = delibc + delifc + Aib + Aif;
betaFA = Aif.*freqif;
betaA = betaFA + Aib.*freqib;

capa=60;
e_1=(beta+betaF)./(1-beta).^0.5;
e_2=2.*delp;

d1=1;
d2=1;
```

```

gmin=0.01;
gmax=100;
gnum=1000;

for u=1:1:2,
    d1
    d2
    d=[d1 d2];
    H=[];

    for q=1:2,
        betahat(q)=1/n*sqrt(1+2*sum(1./d.^2.*e_1.^2));
        delhat(q)=1/(n*h(q))*sqrt(2*sum(1./d.^2.*e_2.^2));

        gmin=d(q)*betahat(q);
        gam(q)=gopt(gmin+1e-3, gmax, gnum, betahat(q), delhat(q), d(q), h(q));

        gam(q)
        real_gamma=gam(q)*(h(q)^2)

        A = h(q)^8*betahat(q)^4/(d(q)^4*gam(q)^4*delhat(q)^4)*...
            (gam(q)^2-d(q)^2*betahat(q)^2)^2;
        B = h(q)^4*betahat(q)^2/(d(q)^2*gam(q)^4*delhat(q)^4)*...
            (gam(q)^2-d(q)^2*betahat(q)^2)*(gam(q)^2*betahat(q)^2-...
            h(q)^4*delhat(q)^4);
        D = h(q)^4/(d(q)^2*gam(q)^2)*(2*d(q)^2*betahat(q)^2-gam(q)^2);

        t=roots([1 D B -A]);
        xp=t(find(real(t)>0));

        cr(q)=sqrt(xp);
        ar(q)=h(q)^2*betahat(q)/(d(q)*cr(q)*gam(q)*delhat(q))*...
            sqrt(gam(q)^2-d(q)^2*betahat(q)^2);
        Y=(gam(q)^2*betahat(q)^2-h(q)^4*delhat(q)^4)/(gam(q)^2*delhat(q)^2);
        br(q)=sqrt(Y+2*cr(q)-ar(q)^2);

        p=roots([1 0 delhat(q)^2/gam(q)^2 0 -betahat(q)^2/gam(q)^2]);
        p1=p(find(real(p)>0.0001));

        ro=gam(q)/(d(q)*delhat(q))*(p1^2)*exp(-p1)/((p1+ar(q))*...
            (p1^2+br(q)*p1+cr(q)));
        kr(q)=(ro-1)/(ro+1)*p1;
    end
end

```

```

ND=200;
fr=logspace(-3,2,ND);

for l=1:ND,
    w=fr(l);

    for q=1:n,
        s=i*w*h(q);

        Fnum = (s+kr(q))*(s+ar(q))*(s^2+br(q)*s+cr(q))-...
            (s^4+(delhat(q)^2/gam(q)^2)*s^2-betahat(q)^2/gam(q)^2)-...
            gam(q)/(d(q)*delhat(q))*exp(-s)*s^2*(s-kr(q));
        Fden = s^4+(delhat(q)^2/gam(q)^2)*s^2-betahat(q)^2/gam(q)^2;

        C(q) = alfa(q)*gam(q)/(d(q)*h(q)*delhat(q))*...
            ((s-kr(q))/s)*(Fden/(Fden + Fnum));
        s = s/h(q);
        P(q) = 1/(alfa(q)*s)*exp(-h(q)*s);
    end

    K1 = C(1)/(1+C(1)*P(1))/(1-alfa(1)*P(1)*C(1)/(1+C(1)*P(1))-...
        alfa(2)*P(2)*C(2)/(1+C(2)*P(2)));

    K2 = C(2)/(1+C(2)*P(2))/(1-alfa(1)*P(1)*C(1)/(1+C(1)*P(1))-...
        alfa(2)*P(2)*C(2)/(1+C(2)*P(2)));

    K=[K1; K2];

    S = 1/(1+1/s*exp(-h(1)*s)*K1+1/s*exp(-h(2)*s)*K2);

    Wbb=sqrt(2)*[1/s*e_1(1) e_2(1) 1/s*e_1(2) e_2(2)];

    PD11=K*S*Wbb;
    PD12=1/s*K*S;
    PD21=1/s*S*Wbb;
    PD22=1/s^2*S;
    PD=sbs(abv(PD11,PD21), abv(PD12,PD22));

    Dleft=diag([d1 d2 1]);
    Dright=diag([d1 d1 d2 d2 1]);

    DPD=Dleft*PD*inv(Dright);
    H=[H; DPD];
end

```

```

sysf=vpck(H,fr);
blk = [2 1; 2 1; 1 1];
[bnds,dvec,sens,pvec] = mu(sysf,blk);
upper_bnd=sel(bnds,1,1);
mu_peak=max(upper_bnd(1:ND,1))

[dsysL,dsysR]=msfbatch(sysf,bnds,dvec,sens,blk,5);
minfo(dsysL)
minfo(dsysR)

d1=dsysL(1,1);
d2=dsysL(2,2);

%d1=dd1/max([dd1 dd2]);
%d2=dd2/max([dd1 dd2]);
end

for q=1:n,
    K1_P(q)=gam(q)*n*alfa(q)/(delhat(q)*d(q));           %PI part of K1
    K1_S(q)=-gam(q)*n*alfa(q)*kr(q)/(delhat(q)*d(q)*h(q));

    B=[0;0;0;1]; E=gam(q)/(delhat(q)*d(q))*[0 0 kr(q) -1]; % FIR part of K1
    A=[0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1; ...
        betahat(q)/gam(q)^2 0 -delhat(q)^2/gam(q)^2 0];
    clear t;
    t=0:deltat:h(q)-deltat;
    for l=1:length(t),
        impulse_response(l)=-1/h(q)*E*expm((1/h(q))*A*(t(l)-h(q)))*B;
    end;
    F_z=tf(impulse_response.*deltat,[1 zeros(1,length(t)-1)],deltat);
    switch q
    case 1,
        [num_F_z_1, den_F_z_1]=tfdata(F_z,'v');
    case 2,
        [num_F_z_2, den_F_z_2]=tfdata(F_z,'v');
    end
end

sim('two_sources_mu_noapp',100)

subplot(2,1,1); grid on; hold on;
plot(t, queue);
xlabel('Time in seconds');
ylabel('Queue length in packets'); title('\mu controller');
subplot(2,1,2); grid on; hold on;

```

```
plot(t, source_rate1); plot(t, source_rate2);  
xlabel('Time in seconds');  
ylabel('Flow rates at sources 1 through 5 in packets/second');
```

EK-2
SONSUZ BOYUTLU SİSTEM İÇİN
D-K İTERASYON ALGORİTMASI II

```
%% Sistemin tanımlanması
%% System.m

clear all;

% design parameters
%h=[1 2];
alfa=[1/2 1/2];
delp=[2 2];
beta=[0.1 0.8];
betaF=[0.01 0.5];

ep=0.1;

ei1=(beta+betaF)./sqrt(1-beta);
ei2=delp;
e=[ei1' ei2'];
e = e.*sqrt(2);

Ntil1 = nd2sys(1,[1 ep]);
Ntil2 = nd2sys(1,[1 ep]);

M = nd2sys([1 2*ep ep^2],[1 0 0]);

%W1:
W11 = nd2sys(e(1,1),[1 ep]);
W12 = nd2sys([e(1,2) 0],[1 ep]);
W13 = nd2sys(e(2,1),[1 ep]);
W14 = nd2sys([e(2,2) 0],[1 ep]);

W2 = nd2sys(1,[1 ep]);
W3 = nd2sys(1,[1 ep]);

%W4:
k=alfa(1)/alfa(2);
Ga = pss2sys(k,0); Intg = nd2sys(1,[1 0.0001]);

systemnames = ' Ntil1 Ntil2 W11 W12 W13 W14 M W2 W3 Ga Intg';
inputvar = '[ z{4}; d; u{2}]';
outputvar = '[ u(1); u(2); W3; Intg; M ]';
```

```

input_to_Ntil1 = '[ u(1) ]';
input_to_Ntil2 = '[ u(2) ]';
input_to_W11 = '[ z(1) ]';
input_to_W12 = '[ z(2) ]';
input_to_W13 = '[ z(3) ]';
input_to_W14 = '[ z(4) ]';
input_to_W2 = '[ d ]';
input_to_M = '[ - Ntil1 - Ntil2 - W11 - W12 - W13 - W14 + W2 ]';
input_to_W3 = '[ M ]';
input_to_Ga = '[ u(2) ]';
input_to_Intg = '[ Ga - u(1) ]';

sysoutname = 'P';
cleanupysic = 'yes';
sysic
clear Ntil1 Ntil2 W11 W12 W13 W14 M W2 W3 Ga Intg beta betaF delp ei1 ei2 ep

```

```

%% 2 adimdan olusan altblok problem
%% cozumu iterasyonu
clear all;
close all;
clc;

System; %% definition of the system

[Ap,Bp,Cp,Dp]=unpck(P);
[A,B,C,D]=minreal(Ap,Bp,Cp,Dp); % A:3x3; B:3x7; C:5x3; D:5x7

size(ctrb(A,B));
rank(ctrb(A,B));
size(observ(A,C));
rank(observ(A,C));

B1=B(:,1:5);    %3x5
B2=B(:,6:7);    %3x2
C1=C(1:4,:);    %4x3
C2=C(5,:);      %1x3
D11=D(1:4,1:5); %4x5
D12=D(1:4,6:7); %4x2
D21=D(5,1:5);   %1x5
D22=D(5,6:7);   %1x2

sysP = pck(A,[B1 B2],[C1;C2],[D11 D12;D21 D22]);

% SOLUTION OF ADOBE DELAY PROBLEM
% =====

% calculation of sigma_z and sigma_w (pp.12)

n11=size(D11);
n12=size(D12);
n21=size(D21);
n22=size(D22);

Asz=(eye(n12(1,1))-D12*inv(D12'*D12)*D12')*D11;
sz=max(eig(Asz'*Asz));

Asw=D11*(eye(n21(1,2))-D21'*inv(D21*D21')*D21);
sw=max(eig(Asw'*Asw));

% GAMMA ITERATION
% -----

```

```

% before search upper estimate and precision for gamma

gam_top=100;
prec=1e-2;

% maximum number of iterations
search_ind=30;

gam_bottom=max(sw,sz)+1e-3;    % (pp.13; C1)
gam_low=gam_bottom;
gam_high=gam_top;
gam=gam_high;
s_ind=search_ind;

while (search_ind>0 & abs(gam_high-gam_low)>prec)

% calculation of delta_z and delta_w matrices (pp.13)

Dz=[D11'*D11-gam^2*eye(n11(1,2)) D11'*D12;D12'*D11 D12'*D12];

Dw=[D11*D11'-gam^2*eye(n11(1,1)) D11*D21';D21*D11' D21*D21'];

% calculation of Hamiltonian Hx and Hy (pp.12)

Hx=[A zeros(3,3);-C1'*C1 -A']-[B1 B2;-C1'*D11 -C1'*D12]*...
    inv(Dz)*[D11'*C1 B1';D12'*C1 B2'];

Hy=[A' zeros(3,3);-B1*B1' -A]-[C1' C2';-B1*D11' -B1*D21']*...
    inv(Dw)*[D11*B1' C1;D21*B1' C2];

% X=Ric(Hx) and Y=Ric(Hy)

[x1,x2,failx,reig_minx] = ric_eig(Hx);
X=x2/x1;

nX=size(X);

[y1,y2,faily,reig_miny] = ric_eig(Hy);
Y=y2/y1;
nY=size(Y);

% check whether the gamma value is admissiable or not
if (max(abs(eig(X*Y)))>gam^2)
    gam_low=gam;

```

```

        fprintf('%5.4f f [%5.3f,%5.3f]\n',gam,gam_low,gam_high)
    end

    if (max(abs(eig(X*Y)))<=gam^2)
        fprintf('%5.4f p [%5.3f,%5.3f]\n',gam,gam_low,gam_high)
        gam_high=gam;
        XX=X;
        YY=Y;
        GAMM=gam;
    end

    % check whether hamiltonian solutions are not failed
    if ((failx | faily)~=0)
        if isempty(X)
            disp('#####');
            gam_low=gam;
        else
            disp('Error in Hamiltonian Solutions');
            break;
        end
    end

    gam=(gam_low+gam_high)/2;
    s_ind=s_ind-1;
    end

    if (search_ind>0)
        fprintf('Gamma value is found by %d iteration with
                precision %5.3f\n',search_ind-s_ind+1,prec);
        fprintf('Gamma values chosen in [%5.3f,%5.3f]\n',
                gam_bottom,gam_top);
        fprintf('Gamma is found as %5.4f\n',GAMM);
    else
        fprintf('Gamma iteration is ended after %d iteration\n',
                search_ind-s_ind+1);
        fprintf('INCREASE iteration number (search_ind) or DECREASE
                precision (prec)\n');
        fprintf('Gamma values chosen in [%5.3f,%5.3f]\n',gam_bottom,gam_top);
        fprintf('Gamma is found as %5.4f\n',GAMM);
    end

    % END OF GAMMA ITERATION    (Gamma is found as 5.1462)
    % -----

    % 1st ADOBE PROBLEM (rho=1 & mu=2)

```

```

% -----

% calculation of the matrices F and L (pp.13)

XX=real(XX);
YY=real(YY);

F=-inv(Dz)*([B1';B2']*XX+[D11';D12']*C1);

L=-(YY*[C1' C2'] + B1*[D11' D21'])*inv(Dw);

F1=F(1:n21(1,2),:);
F2=F(n21(1,2)+1:end,:);

L1=L(:,1:n12(1,1));
L2=L(:,n12(1,1)+1:end);

% system matrices of Ginf (pp.4)

nXX=size(XX);
nYY=size(YY);

Z=inv(eye(nXX(1,2))-gam^(-2)*YY*XX);

AF=A+B1*F1+B2*F2;

AL=A+L1*C1+L2*C2;

Binf=[-(B2+L1*D12+L2*D22) L2];

Cinf=[F2;C2+D21*F1+D22*F2];

% Dinf is chosen as below in order to satisfy
% eq.28 in pp.13 (Dinf'*J*Dinf=MD)

MD=-GAMM^2.*[D12', D22'; zeros(1,4), -1]*inv(Dw)*...
    [D12, zeros(4,1); D22, -1];

J=[1 0 0; 0 1 0; 0 0 -1];

Dinf=[sqrt(abs(MD(1,1))) 0 0; 0 sqrt(abs(MD(2,2))) 0; ...
    0 0 sqrt(abs(MD(3,3)))];
%Dinf'*J*Dinf

% the matrices of G(s) (eq.10 in pp.6)

```

```

Ag=AL;
Bg=Binf*inv(Dinf);
Cg=Dinf*Cinf*Z; %%inv(Z);
Dg=eye(3,3);

eig_Ag=eig(Ag);
A_inv_sys=Ag-Bg*inv(Dg)*Cg;
eig_A_inv_sys=eig(A_inv_sys);

tb1=test_bistability(Ag,Bg,Cg,Dg);

% G(s) rewritten as eq.17 in pp.7

mu=2;
rho=1;
Bm1=Bg(:,1:2); %B_\mu
Br1=Bg(:,3); %B_\rho
Cm1=Cg(1:2,:); %C_\mu
Cr1=Cg(3,:); %C_\rho
Im1=eye(mu);
Ir1=eye(rho);

Jm1=[Im1, zeros(2,1)]*J*[Im1; zeros(1,2)];

Jr1=[0 0 Ir1]*J*[0; 0; Ir1];

% the matrix H (eq.19 in pp.7)

H1_11=AL-Br1*Cr1;
H1_12=-Br1*Jr1*Br1';
H1_21=-Cm1'*Jm1*Cm1;
H1_22=-AL'+Cr1'*Br1';

H1=[H1_11, H1_12; H1_21 H1_22];

[MH1,eigH1]=eig(H1);

JH1=inv(MH1)*H1*MH1; %Jordan form of H
%(used for calculation of e^(Ht))

% the elements of the function matrix Sigma

M=MH1;
N=inv(MH1);
MNT=[];

```

```

for p=1:1:6,
    %fprintf('%d. satir elemanlari \n',p);
    MN=[];
    for r=1:1:6,
        for s=1:1:6,
            MN(r,s)=M(p,s)*N(s,r);
        end
    end
    MN;
    MNT=[MNT; MN];
end
MNT1=MNT;

h1=2;
h=h1;

ts1=test_singularity(eigh1,MNT1,h1,0.01);

E=exp(diag(eigh1).*h);

Sg1_12=[MNT(4,:)*E, MNT(5,:)*E, MNT(6,:)*E;
        MNT(10,:)*E, MNT(11,:)*E, MNT(12,:)*E;
        MNT(16,:)*E, MNT(17,:)*E, MNT(18,:)*E];

Sg1_21=[MNT(19,:)*E, MNT(20,:)*E, MNT(21,:)*E;

        MNT(25,:)*E, MNT(26,:)*E, MNT(27,:)*E;
        MNT(31,:)*E, MNT(32,:)*E, MNT(33,:)*E];

Sg1_22=[MNT(22,:)*E, MNT(23,:)*E, MNT(24,:)*E;
        MNT(28,:)*E, MNT(29,:)*E, MNT(30,:)*E;
        MNT(34,:)*E, MNT(35,:)*E, MNT(36,:)*E];

% Gtil1

A_Gtil1=AL;
B_Gtil1=[Sg1_22'*Bm1+Sg1_12'*Cm1'*Jm1, Br1];
C_Gtil1=[Cm1*(inv(Sg1_22))'; Cr1-Jr1*Br1'*inv(Sg1_22)*Sg1_21];
D_Gtil1=[Im1, zeros(2,1); zeros(1,2), Ir1];

tb2=test_bistability(A_Gtil1,B_Gtil1,C_Gtil1,D_Gtil1);

% FIR filter \Pi_1(s) (pp.8)

```

```

Apl1=H1;
Bpl1=[Bm1; -Cm1'*Jm1];
Cpl1=[Cr1, Jr1*Br1'];

% 2nd ADOBE PROBLEM (rho=2 & mu=1)
% -----

% G=Gtil1
% G(s) rewritten as eq.17 in pp.7

mu=1;
rho=2;
Bm2=B_Gtil1(:,1); %B_\mu
Br2=B_Gtil1(:,2:3); %B_\rho
Cm2=C_Gtil1(1,:); %C_\mu
Cr2=C_Gtil1(2:3,:); %C_\rho
Im2=eye(mu);
Ir2=eye(rho);

Jm2=[Im2, zeros(1,2)]*J*[Im2; zeros(2,1)];

Jr2=[zeros(2,1), Ir2]*J*[zeros(1,2); Ir2];

% the matrix H (eq.19 in pp.7)

H2_11=AL-Br2*Cr2;
H2_12=-Br2*Jr2*Br2';
H2_21=-Cm2'*Jm2*Cm2;
H2_22=-AL'+Cr2'*Br2';

H2=[H2_11, H2_12; H2_21 H2_22];

[MH2,eigH2]=eig(H2);

JH2=inv(MH2)*H2*MH2; %Jordan form of H (used for calculation of e^(Ht))

% the elements of the function matrix Sigma

M=MH2;
N=inv(MH2);

MNT=[];
for p=1:1:6,
    %fprintf('%d. satir elemanlari \n',p);

```

```

MN=[];
for r=1:1:6,
    for s=1:1:6,
        MN(r,s)=M(p,s)*N(s,r);

    end
end
MN;
MNT=[MNT; MN];
end
MNT2=MNT;

h2=1;
h=h2;

ts2=test_singularity(eigH2,MNT2,h2,0.01);

E=exp(diag(eigH2).*h);

Sg2_12=[MNT(4,:)*E, MNT(5,:)*E, MNT(6,:)*E;
        MNT(10,:)*E, MNT(11,:)*E, MNT(12,:)*E;
        MNT(16,:)*E, MNT(17,:)*E, MNT(18,:)*E];

Sg2_21=[MNT(19,:)*E, MNT(20,:)*E, MNT(21,:)*E;
        MNT(25,:)*E, MNT(26,:)*E, MNT(27,:)*E;
        MNT(31,:)*E, MNT(32,:)*E, MNT(33,:)*E];

Sg2_22=[MNT(22,:)*E, MNT(23,:)*E, MNT(24,:)*E;
        MNT(28,:)*E, MNT(29,:)*E, MNT(30,:)*E;
        MNT(34,:)*E, MNT(35,:)*E, MNT(36,:)*E];

% FIR filter \Pi_2(s) (pp.8)

Api2=H2;
Bpi2=[Bm2; -Cm2'*Jm2];
Cpi2=[Cr2, Jr2*Br2'];

% G_til2

A_Gtil2=AL;
B_Gtil2=[Sg2_22'*Bm2+Sg2_12'*Cm2'*Jm2, Br2];
C_Gtil2=[Cm2*(inv(Sg2_22))'; Cr2-Jr2*Br2'*inv(Sg2_22)*Sg2_21];
D_Gtil2=[Im2, zeros(1,2); zeros(2,1), Ir2];

% G_GAMMA = G_til2 !!

```

```

A_GGM=A_Gtil2;
B_GGM=B_Gtil2;
C_GGM=C_Gtil2;
D_GGM=D_Gtil2;

tb3=test_bistability(A_GGM,B_GGM,C_GGM,D_GGM);

% Inverse of G_GAMMA

A_GGM_inv=A_GGM-B_GGM*inv(D_GGM)*C_GGM;
B_GGM_inv=B_GGM*inv(D_GGM);
C_GGM_inv=-inv(D_GGM)*C_GGM;
D_GGM_inv=inv(D_GGM);

```

```

%% Time domain simulation by SIMULINK

const=20;    %number of samples per second
deltat=1/const; %sampling period
%load mat_S1_AS_2406;

Q = [0.5; 0.5];

h1=2;
h2=1;

hi=[3 2];
hb=[3-0.1 2-0.2];hf=[0.1 0.2];
capa=60; %the outgoing rate of bottleneck node

[num_Gin1,den_Gin1]=ss2tf(A_GGM_inv,B_GGM_inv,C_GGM_inv,D_GGM_inv,1)
[num_Gin2,den_Gin2]=ss2tf(A_GGM_inv,B_GGM_inv,C_GGM_inv,D_GGM_inv,2)
[num_Gin3,den_Gin3]=ss2tf(A_GGM_inv,B_GGM_inv,C_GGM_inv,D_GGM_inv,3)

num1=num_Gin1(1,:).*Q(1)+num_Gin2(1,:).*Q(2)+num_Gin3(1,:);
num2=num_Gin1(2,:).*Q(1)+num_Gin2(2,:).*Q(2)+num_Gin3(2,:);
den1=num_Gin1(3,:).*Q(1)+num_Gin2(3,:).*Q(2)+num_Gin3(3,:);

[A_S1,B_S1,C_S1,D_S1]=tf2ss(num1,den1);
S1=ss(A_S1,B_S1,C_S1,D_S1);

[A_S2,B_S2,C_S2,D_S2]=tf2ss(num2,den1);
S2=ss(A_S2,B_S2,C_S2,D_S2);

[SD1,G1]=c2d(S1,deltat,'zoh');
[SD2,G2]=c2d(S2,deltat,'zoh');

[A_CSR1,B_CSR1,C_CSR1,D_CSR1]=ssdata(SD1);
[A_CSR2,B_CSR2,C_CSR2,D_CSR2]=ssdata(SD2);

sim('two_sources_adobe',30)

```