ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR ÖĞRENME ALANINA İLİŞKİN ÖĞRENME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ: TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTALARINA DAYALI BİR ÖĞRETİM DENEYİ

Yüksek Lisans Tezi

Didem ÖZDEN

Eskişehir 2019

ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR ÖĞRENME ALANINA İLİŞKİN ÖĞRENME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ: TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTALARINA DAYALI BİR ÖĞRETİM DENEYİ

Didem ÖZDEN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik Eğitimi Programı

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Ağustos 2019

ÖZET

ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR ÖĞRENME ALANINA İLİŞKİN ÖĞRENME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ: TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTALARINA DAYALI BİR ÖĞRETİM DENEYİ

Didem ÖZDEN

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ağustos 2019
Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Bu araştırmanın amacı, tahmini öğrenme yol haritasına [TÖYH] dayalı yürütülen bir öğretim sürecinde ortaokul altıncı sınıf öğrencileri içerisinden seçilen üç odak öğrencinin aritmetik ve cebir görevlerini çözerken matematiksel olarak nasıl düşündüklerini ortaya koymak ve öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte öğrenmelerini destekleyecek araçları belirlemektir. Öğretim deneyi olarak tasarlanan bu çalışmada 24 öğrenciden oluşan bir ortaokul altıncı sınıf grubu ile sınıf tartışmaları şeklinde iki aşamada yürütülen beş haftalık sınıf uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Sınıftaki öğrencilerden; düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip üç odak öğrenci belirlenmiş ve odak öğrencilerinin bilişsel gelişimlerini izlemek ve ortaya koymak amaçlanmıştır. Araştırmada odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön, ara ve son klinik görüşmelerin ve öğretim derslerinin sınıf video kayıtları, grup tartışmalarındaki etkinliklerde kullanılan çalışma kâğıtları, öğrenci günlükleri ve araştırmacı günlüğü veri kaynakları olarak kullanılmıştır. Bu araştırmanın bulguları, TÖYH'ye dayalı yürütülen öğretim süreci sonunda cebire giriş konusuna ilişkin başta düşük başarı düzeyine sahip olan öğrenci olmak üzere üç odak öğrencinin de cebire girişi örüntü genelleme, sözel ve cebirsel ifadeler, cebirsel ifadeleri anlamlandırma, cebirsel ifadelerle işlemler konuları kapsamında kolaylıkla gerçekleştirebildiklerini ortaya koymuştur. Bununla birlikte odak öğrencilerin cebire girişi anlamlandırmalarında eşitlik işareti ve ilişkisel düşünmenin önemli bir rol oynadığı gözlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Tahmini öğrenme yol haritası, Cebire giriş, İlişkisel düşünme, Örüntüler, Cebirsel ifadelerle işlemler.

ABSTRACT

INVESTIGATION OF LEARNING PROCESSES OF THE SIXTH GRADE STUDENTS ABOUT ALGEBRA LEARNING: A TEACHING EXPERIMENT BASED ON HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY

Didem ÖZDEN

Department of Mathematics and Science Education
Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, August 2019
Advisor: Assoc. Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

The aim of this study is to observe mathematical thinking while solving the arithmetic and algebra tasks of three learners chosen among the sixth grade students in a teaching process based on the hypothetical learning trajectory [HLT] and to determine the tools to support the students' transition from arithmetic to algebra. In this study, which was designed as a teaching experiment, five-week period with classroom practices were carried out in two stages in the form of class discussions with a sixth grade student group consisting of 24 learners. Three learners with low, medium and high achievement levels were identified among the students in the classroom and this process was aimed to monitor and reveal the cognitive development of these learners. In this research, classroom video recordings of pre, intermediate and final clinical interviews and teaching courses with focus students, worksheets used in activities in group discussions, student diaries and researcher diary were used as data sources. At the end of the teaching process based on HLT, findings of this study reveal that three focus learners, especially the learner with a low level success, can perform introduction to algebra in terms of pattern generalization, verbal and algebraic expressions, interpreting algebraic expressions and operations with algebraic expressions. It was observed that the sign of equality and relational thinking played an important role in the meaning of the focus students' entry into algebra via this process.

Keywords: Hypothetical learning trajectory, Introduction to algebra, Relational thinking, Patterns, Operations with algebraic expressions.

27/08/2019

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgilere ilişkin kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı"yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

Didem ÖZDEN

TEŞEKKÜR

Bu yüksek lisans tez çalışması, iki yılı aşkın süren yüksek lisans öğrenim sürecinde değerli hocalarımdan edindiğim bilgi, beceri ve deneyimler ışığında ortaya koyduğum emeğin ürünüdür. Yorucu ancak her aşaması öğretici olan bu süreçte edindiğim birikimin baş mimarı olan, araştırma süreci boyunca bıkmadan usanmadan kahrımı çeken ve araştırma süresince araştırmaya getirdiği eleştiri, öneri ve katkılarla hem tez çalışmama hem de akademik gelişimime önemli katkılar sağlayan değerli danışman hocam Doç. Dr. Dilek TANIŞLI'ya tüm kalbimle teşekkürü bir borç bilirim.

Yüksek lisans sürecinin başından itibaren bilgi ve birikimlerini bizimle paylaşan Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim dalında görev yapan tüm hocalarıma ve bu süreçte yakından ve uzaktan her zaman desteklerini yanımda hissettiğim tüm arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Tez araştırmam kapsamında uygulamamı gerçekleştirdiğim okulumda bana her konuda kolaylık gösteren değerli okul yöneticilerine ve çalışmayı birlikte gerçekleştirdiğimiz sevgili öğrencilerime sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Sevgili öğrencilerim sizleri hiçbir zaman unutmayacağımı bilmenizi isterim.

Yüksek lisans süresince desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, güçlerini ve sevgilerini her zaman arkamda hissettiğim aileme ve kardeşlerime teşekkür ederim.

Son olarak bugünlere gelmemde tüm emekleriyle beni okutmak için çaba gösteren sevgili annem Nursen ÖZDEN'e ve sevgili babam Necim ÖZDEN'e sonsuz teşekkür eder ve verdikleri emeğin karşılığı olmamakla birlikte bu tez çalışmamı sevgili anne ve babama ithaf ederim.

Didem ÖZDEN

Eskişehir 2019

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI ii
ÖZET iii
ABSTRACT iv
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ v
TEŞEKKÜR vi
İÇİNDEKİLER vii
TABLOLAR DİZİNİ x
ŞEKİLLER DİZİNİ xi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ xviii
1. GİRİŞ 1
1.1. Problem Durumu 1
1.2. Amaç 3
1.3. Önem 4
1.4. Sınırlılıklar 5
1.5. Tanımlar 5
1.6. Kuramsal Çerçeve 5
1.6.1. Matematik öğrenme 5
1.6.2. Matematik öğretimi 20
2. YÖNTEM 29
2.1. Araştırma Modeli ve Gerekçesi 29
2.2. Katılımcılar 29
2.3. Yöntem Çerçevesi 30
2.5. Veri Toplama 32
2.5.1. Klinik görüşmeler 33
2.5.2. Öğretim dizileri 34
2.6. Veri Analizi 35
2.7. Araştırmacının Rolü 38
2.8. Araştırmada Geçerlik ve Güvenirlik 39
3. BULGULAR VE YORUM 40
3.1. Odak Öğrencilerin Ön Klinik Görüşmelerine İlişkin Bulgular 40

Sayfa

3.1.1. Eşit işaretinin anlamı 40

3.1.2. Örüntü genelleme 44

3.2. Birinci Etap Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular 52

3.2.1. Birinci hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular 52

3.2.2. İkinci hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular 56

3.2.3. Üçüncü hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular 73

3.3. Birinci Ara Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular 86

3.3.1. Örüntü genelleme 86

3.3.2. Cebirsel ifadeler 91

3.4. Birinci Etap Tekrar Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular 99

3.4.1. Birinci ders saati 100

3.4.2. İkinci ders saati 105

3.4.3. Üçüncü ders saati 110

3.5. İkinci Etap Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular 114

3.5.1. Dördüncü hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular 114

3.6. İkinci Ara Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular 133

3.6.1. Cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırma 133

3.6.2. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri 137

3.6.3. Cebirsel ifadelerle çarpma işlemleri 144

3.7. İkinci Etap Tekrar Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular 147

3.7.1. Birinci ders saati 148

3.7.2. İkinci ders saati 150

3.8. Son Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular 155

3.8.1. Örüntü genelleme 156

3.8.2. Cebirsel ifadeler 161

3.8.3. Cebirsel ifadelerle işlemler 168

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 179

4.1. Sonuç 179

4.1.1. Eşitlik ve ilişkisel düşünmeye ilişkin sonuçlar 179

4.1.2. Örüntü genellemeye ilişkin sonuçlar 180

4.1.3. Cebirsel ifade oluşturmaya ilişkin sonuçlar 181

Sayfa

4.1.4. Cebirsel ifadeyi anlamlandırmaya ilişkin sonuçlar 181
4.1.5. Cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırmaya ilişkin sonuçlar 181
4.1.6. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerine ilişkin sonuçlar 182
4.1.7. Cebirsel ifadelerle çarpma işlemine ilişkin sonuçlar 183
4.2. Tartışma 183
4.2.1. Eşitlik ve ilişkisel düşünmeye ilişkin tartışmalar 184
4.2.2. Örüntü genellemeye ilişkin tartışmalar 185
4.2.3. Cebirsel ifadeleri anlamlandırmaya ilişkin tartışmalar 187
4.3. Öneriler 190
4.3.1. Araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler 190
4.3.2. Gelecek araştırmalara yönelik öneriler 191
KAYNAKÇA 192
EKLER
ÖZGEÇMİŞ

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 1.1. İlişkisel düşünme örnekleri 12

Tablo 1.2. Sayı sisteminin özellikleri 16

Tablo 2.1. Klinik görüşme sorularının amaç, içerik ve sayısına ilişkin bilgiler 33

Tablo 2.2. Öğretim dizilerindeki amaç, içerik ve ders saati süresi 34

Tablo 3.1. Kibrit çöpü örüntüsünün tablo temsili 58

Tablo 3.2. Masalar ve sandalyelerden oluşan örüntünün tablo temsili 64

Tablo 3.3. C biçiminde oluşturulan şekil örüntüsünün tablo temsili 67

Tablo 3.4. İkinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan değişken, terim, sabit terim ve katsayı kavramlarına yönelik sorular 134

Tablo 3.5. İkinci etap tekrar öğretim dizisinde öğrencilere sunulan değişken, terim, sabit terim ve katsayı kavramlarına yönelik sorular 148

Tablo 3.6. Son klinik görüşmede öğrencilere sunulan değişken, terim, sabit terim ve katsayı kavramlarına yönelik sorular 164

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1. Cebirsel düşünmenin iki seviyesini ve beş düşünme biçimini gösteren ağ 10

Şekil 1.2. Yedi maymun iki ağaçta oynamak ister. Ağaçlardan biri büyük biri küçüktür. Yedi maymunun iki ağaçta oynayabileceği tüm farklı durumları gösteriniz. 11

Şekil 1.3. Denge ölçeği örneği – Tahterevalli 13

Şekil 1.4. Denge ölçeği örneği – Terazi 13

Şekil 1.5. Üçgen sayılar (Adding It Up, 2001) 17

Şekil 1.6. Temsiller arası geçiş (Bir fonksiyonun beş farklı gösterimi) 18

Şekil 1.7. Matematik öğretiminin ağı 22

Şekil 1.8. Simon'un tanımladığı matematik öğretim döngüsü 25

Şekil 1.9. Matematik öğretim döngüsünün etkileşimlerini içeren modeli 27

Şekil 2.1. Bir öğretim deneyi modeli 31

Şekil 2.2. Veri toplamanın aşamaları ve analizi 36

Şekil 3.1. Ceren, Halil ve Osman'ın ön klinik görüşmede eşit işaretinin anlamını belirlemede kullandıkları eylemler 40

Şekil 3.2. Açık uçlu ön testte yer alan ‘‘Eşit işaretinin anlamı nedir?’’ sorusuna yönelik Osman'ın eylemleri 41

Şekil 3.3. Açık uçlu testte yer alan terazi modeline yönelik Ceren'in eylemleri 42

Şekil 3.4. Açık uçlu ön testte yer alan terazi modeline yönelik Osman'ın yaptığı eylemler 42

Şekil 3.5. Açık uçlu ön testte yer alan sözel probleme yönelik Ceren'in kullandığı sistematik liste yöntemi ile çözümü 43

Şekil 3.6. Açık uçlu ön testte yer alan sözel probleme yönelik Halil'in kullandığı tahmin ve kontrol stratejisi ile çözümü 43

Sayfa

Şekil 3.7. Açık uçlu ön testte verilen sözel probleme yönelik Osman'ın kullandığı muhakeme yapma stratejisi ile çözümü 43

Şekil 3.8. Ceren, Halil ve Osman'ın ön klinik görüşmede örüntü genellemede kullandıkları eylemler 44

Şekil 3.9. Açık uçlu ön testte verilen şekil örüntüsüne yönelik Osman'ın gerçekleştirdiği eylemler 46

Şekil 3.10. Açık uçlu ön testte verilen şekil örüntüsüne yönelik Halil'in gerçekleştirdiği eylemler 47

Şekil 3.11. Açık uçlu ön testte verilen şekil örüntüsüne yönelik Ceren'in gerçekleştirdiği eylemler 48

Şekil 3.12. Açık uçlu ön testte verilen sayı örüntüsüne yönelik Osman'ın gerçekleştirdiği eylemler 50

Şekil 3.13. Açık uçlu ön testte verilen sayı örüntüsüne yönelik Ceren'in gerçekleştirdiği eylemler 51

Şekil 3.14. Birinci hafta öğretim dizisinde öğrencilerin ilk zihinsel eylemleri, bunlara ilişkin alınan kararlar ve uygulama sonunda geliştirilen zihinsel eylemler..... 53

Şekil 3.15. Örüntü genelleme ve değişken kavramı konulu öğretim dizisinin 1. haftası 1. ve 2. ders saati 57

Şekil 3.16. Kibrit çöpü örüntüsü..... 58

Şekil 3.17. Artı biçiminde verilen şekil örüntüsü 61

Şekil 3.18. Odak öğrencilerden Halil'in şekil örüntüsünü 4. adımının çizimi 61

Şekil 3.19. Odak öğrencilerden Osman'ın verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi 62

Şekil 3.20. Masalar ve sandalyelerden oluşan şekil örüntüsü 64

Şekil 3.21. C biçiminde oluşturulan şekil örüntüsü..... 66

Sayfa

Şekil 3.22. Odak öğrencilerden Osman'ın verilen şekil örüntüsüne yönelik gerçekleştirdiği eylemler 67

Şekil 3.23. Sınıftaki öğrencilerden Berinay ve Dilara'nın verilen şekil örüntüsüne yönelik gerçekleştirdikleri eylemler 68

Şekil 3.24. Sınıftaki öğrencilerden Alperen'in verilen şekil örüntüsüne yönelik gerçekleştirdiği eylemler 69

Şekil 3.25. Örüntü genelleme ve değişken kavramı konulu öğretim dizisinin 1. haftası 5. ders saati 70

Şekil 3.26. Odak öğrencilerden Osman'ın verilen soru için ilk 5 terimi hesaplaması 71

Şekil 3.27. 3. Hafta öğretim dizisinin iki saatlik dersine göre hazırlanan şema 74

Şekil 3.28. Odak öğrencilerden Ceren'in Etkinlik 9'da verilen dikdörtgenin çevre uzunluğunu bulmak için yaptığı hesaplamalar 85

Şekil 3.29. Ceren, Halil ve Osman'ın birinci ara klinik görüşmede örüntü genelleme konusunda kullandıkları eylemler 87

Şekil 3.30. Birinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan şekil örüntüsü 87

Şekil 3.31. Birinci ara klinik görüşmede verilen şekil örüntüsüne yönelik Halil'in gerçekleştirdiği eylemler 90

Şekil 3.32. Ceren, Halil ve Osman'ın birinci ara klinik görüşmede cebirsel ifade oluşturma ve cebirsel ifadeyi anlamlandırma konusunda kullandıkları eylemler 91

Şekil 3.33. Birinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan çokgenler 96

Şekil 3.34. Birinci ara klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Osman'ın gerçekleştirdiği eylemler 97

Şekil 3.35. Birinci ara klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Halil'in gerçekleştirdiği eylemler 98

Sayfa

Şekil 3.36. Birinci ara klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Ceren'in gerçekleştirdiği eylemler 99

Şekil 3.37. Karelerle oluşturulan şekil örüntüsü 100

Şekil 3.38. Odak öğrencilerden Halil'in şekil örüntüsünün 4.adımının çizimi 101

Şekil 3.39. Odak öğrencilerden Halil ile sınıftaki öğrencilerin verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi 102

Şekil 3.40. Altıgenlerden oluşan şekil örüntüsü 103

Şekil 3.41. Odak öğrencilerden Ceren'in şekil örüntüsünün 4. adımının çizimi..... 103

Şekil 3.42. Şekil örüntüsü için öğrencilerden Rauf'un adım sayısı ile çevre uzunlukları arasındaki ilişkiyi ifadesi 104

Şekil 3.43. Odak öğrencilerden Ceren ile sınıftaki öğrencilerin verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi 105

Şekil 3.44. Karelerle oluşturulan şekil örüntüsü..... 106

Şekil 3.45. Sınıftaki öğrencilerden Mukaddes'in şekil örüntüsünün 5. adımının çizimi..... 106

Şekil 3.46. Odak öğrencilerden Osman ile sınıftaki öğrencilerin verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi 107

Şekil 3.47. Odak öğrencilerden Halil ile sınıftaki öğrencilerin verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi 109

Şekil 3.48. Öğrencilerden Mukaddes'in "Bir kenarı a olan karenin çevresi" sorusuna yönelik çözümü..... 112

Şekil 3.49. Öğrencilerden Hasan'ın "Uzun kenarı x, kısa kenarı y olan dikdörtgenin çevresi" sorusuna yönelik çözümü 113

Şekil 3.50. Odak öğrencilerden Ceren'in "Bir kenarı d olan düzgün altıgenin çevresi" sorusuna yönelik çözümü..... 113

Sayfa

Şekil 3.51. 4. Hafta öğretim dizisinde öğrencilerin ilk zihinsel eylemleri, bunlara ilişkin alınan kararlar ve uygulama sonunda geliştirilen zihinsel eylemler 114

Şekil 3.52. 4. Hafta öğretim dizisinde verilen cebirsel ifadelerin benzer olanlarını eşleştirme için sunulan ifadeler..... 119

Şekil 3.53. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama işlemi için verilen geometrik şekiller 122

Şekil 3.54. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi için verilen modellemeler ve bu modellemelere karşılık gelen cebirsel ifadeler..... 124

Şekil 3.55. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde verilen modellemeyi kullanarak yapılması istenen toplama işlemi (Örnek 1) 124

Şekil 3.56. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde verilen modellemeyi kullanarak yapılması istenen toplama işlemi (Örnek 2) 125

Şekil 3.57. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde verilen modellemeyi kullanarak yapılması istenen toplama işlemi (Örnek 3) 125

Şekil 3.58. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik verilen etkinlik (Örnek 1)..... 126

Şekil 3.59. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde çarpma işlemine yönelik verilen etkinlik 128

Şekil 3.60. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde çarpma işlemine yönelik verilen modelleme örneği 129

Şekil 3.61. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde çarpma işlemine yönelik verilen modellenen bölgeler..... 129

Şekil 3.62. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde çarpma işlemine yönelik verilen modellenen bölgelerden c şıkkı için öğrencilerden Rauf'un yaptığı çözüm..... 130

Şekil 3.63. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerine yönelik verilen etkinlik..... 132

Sayfa

Şekil 3.64. 4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerine yönelik verilen etkinlik için odak öğrencilerden Halil'in yaptığı çözüm 132

Şekil 3.65. Ceren, Halil ve Osman'ın ikinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırma konusunda kullandıkları eylemler..... 134

Şekil 3.66. İkinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan benzer terim kavramına yönelik sorular..... 136

Şekil 3.67. Ceren, Halil ve Osman'ın ikinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerinde kullandıkları eylemler..... 138

Şekil 3.68. İkinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi için verilen modellemeler ve modellemeleri kullanmalarına yönelik hazırlanan sorular..... 138

Şekil 3.69. İkinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi için verilen üçgen modellemesi..... 142

Şekil 3.70. Ceren, Halil ve Osman'ın ikinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadelerle çarpma işlemlerinde kullandıkları eylemler 144

Şekil 3.71. İkinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan benzer terim kavramına yönelik sorular..... 150

Şekil 3.72. 2. Etap tekrar öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi için verilen modellemeler ve bu modellemelere karşılık gelen cebirsel ifadeler..... 152

Şekil 3.73. 2. Etap öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama işlemi için verilen geometrik şekiller..... 153

Şekil 3.74. 2. Etap tekrar öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde çarpma işlemine yönelik verilen etkinlik 154

Şekil 3.75. Ceren, Halil ve Osman'ın son klinik görüşmede örüntü genelleme konusunda kullandıkları eylemler..... 156

Şekil 3.76. Son klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan şekil örüntüsü 157

Şekil 3.77. Odak öğrencilerden Osman'ın verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi..... 157

Sayfa

Şekil 3.78. Odak öğrencilerden Halil'in verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi 158

Şekil 3.79. Odak öğrencilerden Ceren'in verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi 159

Şekil 3.80. Ceren, Halil ve Osman'ın son klinik görüşmede cebirsel ifadeler konusunda kullandıkları eylemler 162

Şekil 3.81. Son klinik görüşmede verilen cebirsel ifadelerin benzer olanlarını eşleştirme için sunulan ifadeler 167

Şekil 3.82. Ceren, Halil ve Osman'ın son klinik görüşmede cebirsel ifadelerle işlemler konusunda kullandıkları eylemler 169

Şekil 3.83. Son klinik görüşmede cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi için odak öğrencilere verilen çokgenler 172

Şekil 3.84. Son klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Osman'ın gerçekleştirdiği eylemler 173

Şekil 3.85. Son klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Halil'in gerçekleştirdiği eylemler 174

Şekil 3.86. Son klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Ceren'in gerçekleştirdiği eylemler 174

Şekil 3.87. Son klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan cebirsel ifadelerle çarpma işlemine yönelik verilen etkinlik 176

Şekil 3.88. Son klinik görüşmede verilen dikdörtgenlerin alanını bulmaya yönelik Osman'ın gerçekleştirdiği eylemler 177

Şekil 3.89. Son klinik görüşmede verilen dikdörtgenlerin alanını bulmaya yönelik Halil'in gerçekleştirdiği eylemler 177

Şekil 3.90. Son klinik görüşmede verilen dikdörtgenlerin alanını bulmaya yönelik Ceren'in gerçekleştirdiği eylemler 178

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

CCSS : Common Core State Standards

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics

NRC : National Research Council (Ulusal Araştırma Konseyi)

TÖYH : Tahmini Öğrenme Yol Haritası

ZPD : Zone of Proximal Development (Yakınsal Gelişim Alanı)

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

İnsan yaşamında büyük bir yer tutan matematik, yalnızca okullarda önem verilen bir ders ya da bilimle uğraşan insanların ortak dili değil, birçok sorunun çözülmesine yardımcı olan ve hakkında bilgi sahibi olunması gereken bir bilim dalıdır. Bu nedenle matematik, sadece sayıları ve soyut işlemleri öğreten bir ders olarak değil, bir düşünme biçimi olarak da ifade edilebilir. Bu bağlamda düşünüldüğünde ise matematik, günlük yaşamda karşılaştığımız problemlere çözüm üretme, akıl yürütme, ilişkilendirme, tahmin etme, genelleme gibi becerileri edinmemize yardımcı olmaktadır. Amerika'da Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi'nin (National Council of teachers of Mathematics [NCTM], 2000) belirlediği Okul Matematiği için İlke ve Standartlara (Principles and Standarts for School Mathematics) göre matematik; sayı ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme ve olasılık olmak üzere alt öğrenme alanlarını içermektedir (Van De Walle, Karp ve Bay Williams, 2014). Bu öğrenme alanlarının en önemlilerinden birisi de cebirdir.

Cebir, öğrencilerin matematiksel durumları genelleyip modelleyebilmesini ve analiz edebilmesini sağlayan bir düşünme tarzıdır. Dünyayı tanımlamak, düzenlemek ve anlamamıza yardımcı olan ilişkileri araştırmak için sistematik bir yol sağlamaktadır. Bu önemli kavram ve becerileri geliştirmek ise oldukça zaman almaktadır. Bu yüzden gelişimine erken başlamalı ve anasınıfından 12. sınıfa kadar matematik öğretiminin bir odak noktası olmalıdır. Cebir bilinci, birçok meslek ve kariyerde yararlı, geniş bir yelpazede matematiksel fikirler aşılayarak kapıları açmakta ve fırsatları genişletmektedir. Tüm öğrenciler cebiri anlamlı öğrenmeli ve bu bağlamda öğretimi de desteklenmelidir (NCTM, 2008).

Cebir en genel anlamıyla, aritmetiği sembolik bir dil kullanarak nicelikler arasındaki ilişkiyi genelleyen matematiğin bir dalıdır. Kieran (1992) cebirin, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren, polinom ve denklem çözümleri gibi konuları sembolize eden matematiğin bir dalı olduğunu ve sadece harf sembolleriyle nicelikleri ve sayıları temsil eden değil, aynı zamanda bu sembollerle hesap da yapabilen bir araç olduğunu belirtmiştir. Sutherland ve Rojano'a (1993) göre ise cebir, matematikteki ya da başka disiplinlerdeki fikirleri açıklamak için kullanılan bir dildir. Sfard (1995) cebiri genel hesaplama bilimi olarak tanımlamıştır. Cebir için Usiskin (1997) "Cebir matematiğin dilidir. Bu dil bilinmeyenler, formüller, örüntüler, yer tutucular ve ilişkiler

olmak üzere beş ana bileşenden oluşur (s.5)" ifadesinde bulunmuştur. Vance (1998) ise cebiri, genelleştirilmiş aritmetik ya da aritmetiği genellemek için gerekli bir dil olarak tanımlamıştır. Harvey vd. (1995) cebiri, sayıların toplamlarını, çarpımlarını ve kuvvetlerini manipüle etme sanatı olarak ifade etmiştir. Bu manipülasyonlar için gereken kurallar tüm sayılar için geçerlidir, bu yüzden manipülasyonlar sayıların yerini tutan harflerle de sürdürülebilir. Sayılar için geçerli olan bu kurallar hiçbir şekilde sayı olmayan nesnelere de uygulanabilir (Dede, 2003). MacGregor ve Stacey (1999) cebirin sayılar arasındaki genel ilişkileri açıklamak için tasarlanan matematiksel dilin bir parçası olduğunu söylemişlerdir. Witzel vd. (2003)' ne göre ise cebir, soyut düşünceye giriş kapısı olarak düşünülebilir. Tanımlardan da görülebildiği gibi cebir, matematiğin kalbi olmakla birlikte günlük yaşamımızda vazgeçilmez bir öneme de sahiptir. Bu yüzden cebir, pek çok ülkede anasınıfından 12. sınıfa kadar tüm öğretim programlarına yerleşmiş olup matematiğin temel taşı olarak kabul edilmiştir.

Türkiye'de en son revize edilen 2017 yılında yenilenen matematik dersi öğretim programı incelendiğinde ilkokul programında öğrenme alanlarının; sayılar ve işlemler, geometri, ölçme, veri işleme olmak üzere dört alanda toplandığı görülmektedir. İlkokul düzeyinde cebir öğrenme alanına yer verilmemiş ancak informel anlamda cebire giriş etkinlikleri kapsamında örüntüler ve eşitlik kavramı ele alınmıştır. Ayrıca problem çözme, akıl yürütme, matematiksel modelleme, matematik dilini kullanarak iletişim, ilişkilendirme, duyuşsal ve psikomotor beceriler, bilgi ve iletişim teknolojilerini kullanma gibi temel matematiksel becerilerin geliştirilmesine de vurgu yapılmıştır. Özellikle cebire giriş için son derece önemli olan akıl yürütme becerisi kapsamında bir problem durumunda nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri anlamlandırma, verilen bir durumu soyutlaştırma ve matematiksel sembollerle ifade etme, bu sembolleri kullanırken sembollerin temsil ettiği varlığı ya da niceliği düşünme ve bu niceliği derinlemesine anlamayı içeren durumlar belirtilmektedir. Ancak öğrencileri cebire hazırlayacak kazanımların ve açıklamaların programda yeterince vurgulanmadığı, daha çok öğretmenlere bırakıldığı da söylenebilir. Öte yandan öğretmenlerin de cebir öncesi farkındalıkları söz konusu değilse öğrencilerin ilk kez altıncı sınıfta karşılaşacakları cebire girişleri ani olacaktır. Cebirin, öğrenciler tarafından ilköğretim ikinci kademeden başlayarak üniversiteye kadar endişe ve korkuyla anılan ve öğrenciler için anlaşılmasında büyük zorlukların çekildiği bir ders olması (Dede ve Argün, 2003) bu nedendendir (Hersovics ve Linchevski, 1994; Kieran, 1996; Macgregor ve Stacey,

1997; Wagner, 1981a; Wagner, 1981b). Yapılan araştırmalar öğrencilerin cebiri anlamada zorlandıklarını göstermektedir (Hersovics ve Linchevski, 1994; Stacey ve Macgregor, 1997; Haspekian, 2003; Ersoy ve Erbaş, 2003; Dede, 2004; Baki, 2008). Diğer yandan öğrencilerin cebiri anlamadaki zorlukları da matematikteki başarılarını düşürmektedir.

Cebir konularının altıncı sınıfta başlaması ve daha önceki düzeylerde cebire giriş bağlamında yaşanabilecek eksiklikler dikkate alınarak bu çalışmada yapılacak ders tasarımları ile bu eksikliğin giderileceği düşünülmektedir. Yapılacak çalışma bu bağlamda alan yazına katkı sağlayacaktır.

Çalışmanın amacı öğrencilere cebire giriş bağlamında daha pratik ve etkili yollar sağlamak olacaktır. Çalışmada öğrencilerin konuları nasıl öğrendiklerini, hangi yanılgılara sahip olduklarını öğrenerek daha iyi ve etkili öğretim için bir ders tasarımı oluşturmak hedeflenmektedir. Yapılacak ders tasarımı ile öğrencilerin bir konuyu öğrenirken matematiksel bilgi, beceri ve anlayışlarının zaman içinde nasıl geliştiği ile ilgili bütün ayrıntılar ise tahmini öğrenme yol haritaları bağlamında ele alınacaktır. Oluşturulacak tahmini öğrenme yol haritaları ile öğrencilerin matematik öğrenirken takip ettikleri yollar ortaya çıkarılacaktır. Öğrencilerin konuyu anlamasını sağlayacak etkinlik ve görevlerin sırası hakkında varsayımlar oluşturulacak, bununla ilişkili olarak öğrencinin zihinsel sürecini oluşturacak bir dizi öğretimsel görevleri ve düşünme düzeylerindeki gelişimsel ilerlemesini destekleyecek etkinlikleri içeren yollar oluşturularak ders tasarımı gerçekleştirilecektir. Böylece cebire giriş konularında yer alan kavramların iyi ve etkili öğrenilmesi sağlanacak, akabinde cebir kavramının öğretimi sağlam temeller üzerine kurulabilecektir.

1.2. Amaç

Bu araştırmanın genel amacı, tahmini öğrenme yol haritalarına dayalı olarak gerçekleştirilen öğretim deneyleri sürecinde ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin aritmetik ve cebir görevlerini çözerken öğrenme süreçlerinin gelişimini ortaya koymaktır. Bu amaç kapsamında aşağıdaki soruya yanıt aranmıştır:

- Tahmini öğrenme yol haritalarına dayalı olarak gerçekleştirilen sınıf öğretim deneylerinde ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin aritmetik ve cebir görevlerini çözerken öğrenme süreçleri nasıl bir gelişim göstermiştir?

1.3. Önem

Dünyanın hızla gelişip değişmesinde küçümsenemeyecek kadar katkıya sahip olan matematiğin öğrenimi ve öğretimi de büyük bir önem teşkil etmektedir. Matematiği öğrenmek her öğrencinin ilgi, yetenek ve bilişsel düzeyine göre farklılık gösterse de amacımız öğrenciler için temel olan matematiksel bilginin anlamlı öğretilmesini sağlamaktır. Anlamlı öğrenme öğrencilerin; bilgiyi farklı ortamlarda uygulayabilmeleri, kavramlar arası ve öğrenme alanları arasında ilişki kurabilmeleriyle ilgilidir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). Alanda yapılacak araştırmaların bir özelliği de öğrencilerin öğrenme süreçlerini ortaya çıkarmaya yönelik olmasıdır. Böylece öğrencilerin tamamladıkları bu süreçte anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirebilmeleri için en etkili öğretim ve öğrenme alanları belirlenecektir.

Matematiğin kalbi olarak nitelendirebileceğimiz cebir, pek çok ülkede anasınıfından 12. sınıfa varıncaya kadar öğretim programlarına yerleşmiş öğrenme alanlarından biridir. Cebir, okul matematiğini bütünleştirmede anahtar bir kavram (NCTM, 2000) olmasına karşın öğrenenler tarafından matematiğin en zor alanlarından birisi olarak da görülmektedir. İlkokulda aritmetik ile öğretimine başlanan matematik, ortaokula geçildiğinde formel anlamda cebir ile devam etmektedir. Bu noktada aritmetikten cebire geçiş sürecinde yapılan araştırmalar sonucunda öğrencilerin belirli kavram yanılgılarına sahip oldukları ve zorlandıkları da görülmektedir (Kieran, 1992; Stacey ve Macgregor, 1997; Dede ve Argün, 2003; Ersoy ve Erbaş, 2003; Baki, 2008). Oysaki öncelikle öğrencilerin cebiri anlamlı bir şekilde kavrayabilmeleri için kullandıkları sembolleri güçlü bir şekilde anlamaları gerekmektedir. Buna ek olarak öğrencilerin değişkenlerin bilinmeyen değerler olduğunu bilmeden değişkenlerin nicelik olabileceğini ve niceliklerin değişebileceğini anlamaları da önemlidir. Bu yüzden öğrencilerin cebire girişte ve cebirsel ifadelerde matematiksel olarak nasıl düşündüklerinin bilinmesi cebir konularının etkili öğrenimini ve öğretimini kolaylaştıracaktır.

Yapılan araştırmalar neticesinde ve matematik dersi ilkokul ve ortaokul öğretim programında belirtildiği gibi cebir kavramına giriş oldukça önemli olarak nitelendirilmiştir. Öğrencilerin cebiri kolay bir şekilde kavrayabilmeleri için aritmetikten cebire geçişin cebir öncesi ile desteklenmesi gerekmektedir. Bu çalışmada cebire girişte öğrencilerin öğrenme süreçleri incelenecektir. Bu süreçte öğrencilerin öğrenirken takip ettikleri yollar ortaya konularak tahmini öğrenme yol haritaları

oluşturulacaktır. Öğrencilerin öğrenme haritaları ile bir ders tasarımı oluşturularak daha etkili bir öğretim için neler yapılacağı kolayca görülebilecektir. Ders tasarımında öğrenimi destekleyecek etkinlikler planlanıp, etkinlikler dahilinde öğrenci düşünce ve kavrayışının nasıl gelişeceğine dair hipotezler kurulup test edilecektir. Alan-yazın taraması yapıldığında ulusal düzeyde tahmini öğrenme yol haritaları bağlamında az sayıda çalışma yapıldığı görülmektedir. Yapılan öğretim deneyi sonucunda etkili bir öğrenim gerçekleştirilirse oluşturulan tahmini öğrenme yol haritalarının ders programlarına, ders kitaplarına entegresi sağlanabilir. Etkili öğretim modellerini tasarlayarak öğretmenlere, program tasarlayıcılara ve yapılacak diğer çalışmalara örnek olması da amaçlanmaktadır. Bu bağlamda çalışma sonucunda ortaya koyulacak sonuçların alana katkı sağlayacağı ve yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

1.4. Sınırlılıklar

Araştırma, 2017-2018 eğitim-öğretim yılı bahar dönemi, araştırma okulu ve bu okulda altıncı sınıfa devam eden öğrenciler ile sınırlıdır.

1.5. Tanımlar

Cebir: Bilinmeyenler, formüller, genelleştirilmiş örüntüler, değişkenlerin yerini alan yer belirleyiciler ve ilişkileri içeren bir dildir (Usiskin, 1997).

Tahmini öğrenme yol haritası: Tahmini öğrenme yol haritası, öğrencilerin öğrenmesini teşvik etmek için kullanılacak görevlerden, amaçlardan ve bu öğrenme sürecine ilişkin hipotezlerden oluşan bir öğrenci öğrenimi modelidir (Simon, 1995).

Öğretim deneyi: Öğrencilerin ilk elden matematik öğrenmelerini ve akıl yürütmelerini anlamak, öğretim kararlarını buna göre şekillendirmek ve daha etkin bir öğrenmenin gerçekleşmesini sağlamak amacıyla ardıl öğretim periyotlarından oluşturulmuş bir yaklaşım olarak ele alınmıştır.

1.6. Kuramsal Çerçeve

1.6.1. Matematik öğrenme

Matematik eğitiminin önemi herkes tarafından bilinse de matematiği öğrenebilmek ya da öğretebilmek zorlu bir süreç gerektirir. Bu sürecin sağlıklı aşılabilmesi etkili bir matematiksel düşünmeye bağlıdır. Matematiksel düşünme,

matematiğin aritmetik, cebir, geometri, olasılık gibi farklı alanlarında kullanılan matematiksel tekniklerin doğasına bağlı olarak farklı biçimler almaktadır (Dindyal, 2003). Cebirde de öğrencinin öğrenmesini desteklemek amacıyla matematiksel düşünmeyi ve öğrenmeyi anlamak oldukça önemlidir. Öğrenme; öğretmen, öğrenci ve içerikle olan etkileşimler yoluyla ve öğrencilerin matematiği öğrenme deneyimleri bağlamında gerçekleşir (Gee, 2007). Öğrencilerin sınıf ortamında matematiği deneyimleme biçimleri, öğrendikleri içerikler ve kullanılan öğretim programı gerçekleşen öğrenmeyi şekillendirir. Bununla birlikte öğretmenin uyguladığı öğretimin niteliği, müfredatın bir matematik dersinde nasıl uygulandığına bağlı olarak öğrencinin öğrenmesini etkileyen faktörler arasındadır (Brown, 2009).

Matematiksel öğrenmeyi etkileyen faktörler, topluluğun üyelerinin çözüm önerilerini açıkladığı ve doğruladığı sınıf ortamında kurulan matematiksel uygulamaların içine gömülüdür. Çocukların öğrenmesini sağlayan en temel şey (Wood ve Turner-Vorbeck, 2001, s.186) öğrencilerin problem çözüm yolları ve kendi fikirleri üzerine kurulu sınıf içi tartışmalardır. Sınıf ortamında matematik hakkında konuşabilmek, derin düşünebilmek, farklı yaklaşımları teşvik edebilmek için olanakların sağlanması gereklidir (Van De Walle, Karp ve Bay Williams, 2014). Öğretim esnasında öğrenciler tarafından yapılan hatalar/yanlışlar öğrenme için birer fırsat olarak değerlendirilmelidir.

Matematiksel düşünme, düşünürün matematik üzerine kavramsal bir anlayışa sahip olduğu ve matematik topluluğunun bir parçası haline geldiği bir zihniyet halidir. Devlin (2012) matematiksel düşünmeyi şöyle tanımlamaktadır:

"Matematiksel düşünme, aritmetiği yapabilmek ya da cebir problemlerini çözmekten çok daha fazlasıdır. Matematiksel düşünme, bir şeylere bakmanın, onları sayısal, yapısal ya da mantıksal esaslara göre ayırmanın ve altında yatan örüntülerin analizinin bütün bir yoludur. Üstelik, matematiksel düşünür kimliğini benimsemeyi içerir (s.59-61, orijinali vurgulamak)."

Matematiksel düşünme, insanların hayatlarında karşılaştıkları olaylara, amaçlı, sistematik, doğru ve en kısa yoldan anlam kazandırmalarını sağlayan önemli bir kavram olmaktadır. Bu duruma bakılarak matematiksel düşünmenin, “bireyin çevresindeki nesneleri algılama ve onların aralarındaki ilişkileri anlamlı kılma çabası ile oluşmaya başladığı” söylenebilir (Tall, 1995).

Bir kişi matematiksel olarak düşünmek için, bir matematiğin alanını anlamalı ve iletişim kurabilmelidir; sadece bilgilerin, formüllerin özünü bilmeden ezberlemek ya da tekrarlamak zorunda kalmamalıdır. Gee (2004) 'nin göstergebilim alan kuramı, CCSS'nin matematik standartları ve NCTM (2000) iletişimin öğrencilerin öğrenimi açısından önem taşıdığını vurgulamıştır (Lamberg, 2013). İletişim öğrenci-öğrenci, öğrenci-öğretmen ve öğrenci-içerik etkileşimleri yoluyla gerçekleşir. Eisenhart (1988) ise, öğrencilerin matematiği bireysel olarak, aynı zamanda başkalarıyla etkileşimleri yoluyla öğrenmelerine işaret etmektedirler.

Jean Piaget'in çalışmalarıyla kökleşen yapılandırmacılık teorisine göre, çocuklar boş birer levha olmayıp kendi öğrenmelerini kendilerinin yaratırlar. Yapılandırmacılığın temel taşlarından birisi bireylerin kendi bilgilerini mevcut bilgileri üzerine kendilerinin inşa etmesi fikridir. Herkes daima algıladıkları ya da düşündükleri şeylere anlam verir ve bunları yapılandırır. Bilgi burada bilişsel kavrayış üzerine kuruludur.

Ayrıca sosyal yapılandırmacılık teorisi de (Vygotsky, 1978), öğrencinin öğrenme ortamına anlamlı ve paylaşımlı şekilde katılarak kendi anlayışlarını kurdukları öğretimi yansıtmaktadır. Bu teori, öğrencilerin öğrenmede dil ve kültüre ait toplumsal yapının kritik rolünü dikkate alır. Buna ek olarak, bilginin içselleştirilmesi bu bilginin öğrenenin yakınsal gelişim alanında (zone of proximal development-ZPD) olup olmadığına bağlıdır. Burada ZPD, bir bireyin kendi başına öğrenmesinin mümkün olmadığı ancak arkadaşlarının ya da kendisinden daha bilgili kişilerin desteğiyle öğrenebileceği bilgi "aralığı"nı ifade eder. "ZPD fiziksel bir alan değildir, ancak öğrenenlerin kendinden daha fazla bilgiye sahip bireylerle ve onlara öncülük eden kültürle etkileşimi sayesinde oluşturulan sembolik bir alandır" (Goos, 2004, s.262). Sosyokültürel teorideki diğer bir kavram da semiyotik ara buluculuktur. Bu terim bilginin sosyal alandan bireysel alana nasıl aktarıldığını tarif etmek için kullanılmaktadır. Böylece bireylerin inançları, tutumları ve amaçları sosyokültürel uygulamalar ve kurumlarla karşılıklı etkileşirler (Forman ve McPhil, 1993, s.134). Semiyotik arabuluculuk, dil ile ve diyagramlar, şekiller ve eylemler ile etkileşimi içermektedir. Özetle sosyokültürel teori perspektifinden bakıldığında öğrenme, öğrenenlere, sınıf ortamındaki sosyal etkileşime ve sınıf-içi ve dışındaki kültüre bağlıdır.

Yapılan bu çalışmada da hem bilişsel hem de sosyal anlayışı bir arada barındıran bir perspektif benimsenmiştir. Bu perspektifte iki perspektifin tamamlayıcı nitelikte

olduğu ve teori ile pratik arasındaki ilişkinin dönüşümlü olduğu görüşü yansıtılmaktadır (Cobb, 1995).

1.6.1.1. *Cebir öğrenme*

1.6.1.1.1. *Cebirin anlamı*

Cebirin matematikçiler için anlamı ile okuldaki cebirin anlamı arasında bir fark vardır (Drijvers ve ark., 2011). Matematikçiler için cebir, soyut olarak kabul edilir ve matematiksel kanıta dayanır. Aynı zamanda gruplar, yüzlükler ve alanlar gibi kelime dağarcığı içerir. Bununla birlikte okulda öğretilen cebir ise, gerçek dünya uygulamaları ile birlikte sembolik kurallar ve tekrarlarla ilişkilendirilir.

Cebire girişte cebirsel düşünme olarak tanımlayabileceğimiz cebir kavramından daha geniş ve farklı bir anlama sahip bir düşünme biçimi karşımıza çıkmaktadır. Bu düşünme biçiminin ne olduğunun açıklanması cebir konularının anlamlandırılmasında önemlidir.

1.6.1.1.2. *Cebirsel düşünme*

Cebirsel düşünmenin tam bir tanımını vermek oldukça zordur. Alan yazın incelendiğinde cebirsel düşünmenin farklı yönlerine vurgu yapan tanımlara rastlanmaktadır. Örneğin;

Herbert ve Brown (1997)'a göre cebirsel düşünme, verilen durumlardan gerekli bilgileri seçme ve ayıklama, matematiksel bilgiyi; kelimelerle, diyagramlarla, tablolarla, grafikler ve denklemlerle sunma, bilinmeyenleri hesaplama, varsayımları test etme ve fonksiyonel ilişkileri teşhis etme gibi matematiksel bulguları yorumlama ve farklı durumları analiz etmek için matematiksel sembol ve araçları kullanma şeklinde ifade edilmiştir.

Kaput'a (1999) göre ise, bireyin matematiksel işlemler ve ilişkilerle/örüntülerle ilgili genellemeler yapması, bu genellemelerden varsayımlarda bulunma, tartışma ve bunları giderek artan formel bir dil içinde ifade etme süreçleridir.

Driscoll (1999) ise, nicel durumları betimleyerek değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale getirebilme yeteneğini cebirsel düşünme olarak tanımlamıştır.

Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2011) göre cebirsel düşünme, sayı ve hesaplamaya dair deneyimlerden genellemeler meydana getirmeyi, bu fikirleri anlamlı

bir sembol sistemini kullanarak biçimlendirmeyi, örüntü ve fonksiyon kavramlarını keşfetmeyi içerir.

Cebirsel düşünme okul öncesinden başlayıp lise yılları boyunca devam eder. Cebirsel düşünme her sınıf seviyesine dahil edilmekte olup şu temel konulardan oluşur (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014, s.255):

1) Genellemelere götüren örüntülerin kullanımı,

2) Değişimin çalışılması,

3) Fonksiyon kavramı

Bu konuların hepsinin altında yatan temel fikir, cebirde başarıyı sağlamada öğrencilerin sayı sistemine, işlemlere ve işlemlerle ilişkili özelliklere dair derin bir kavrayışa sahip olmalarıdır (Seeley ve Schielack, 2008, Akt., Van de Walle).

NCTM'in (2000) Okul Matematiği İlke ve Standartları'nda tüm öğrencilerin cebir öğrenmesi gerektiği iddia edilmektedir. Okul matematiğinin ilke ve standartları bağlamında cebir standartları dört başlık altında ele alınmıştır. Bunlar:

1) Örüntüleri, ilişkileri ve fonksiyonları anlama,

2) Cebirsel semboller kullanarak matematiksel durumları ve yapıları temsil etme ve analiz etme,

3) Nicel ilişkileri anlamak ve temsil etmek için matematiksel modelleri kullanma,

4) Çeşitli bağlamlarda değişimi analiz etme.

Tüm bu açıklamalar ışığında cebirsel düşünmenin tekil bir fikir değil, aksine farklı düşünme biçimleri ve sembollerin kavranmasından oluştuğu söylenebilir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014, s.255).

1.6.1.1.3. *Cebirsel düşünme biçimleri*

Cebirsel düşünme okul öncesinde sayıları, örüntüleri tanımak ve çoğaltmak ile başlar (NCTM, 2006). Lise boyunca örüntüleri genellemek ve anlamak, değişimini incelemek ve fonksiyon kavramı ile ilgili konularla devam eder (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014). Bu nedenle cebirsel düşünmenin birçok özelliği mevcuttur. Kaput'un (1999) beş birbiriyle bağlantılı düşünme biçimi aşağıdakileri içermektedir:

a) Aritmetiği cebire genelleştirmek,

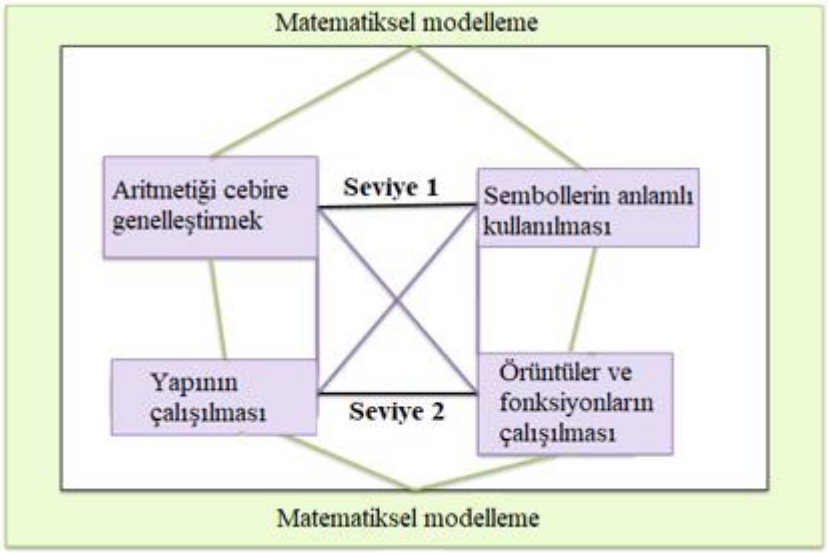
b) Sembollerin anlamlı kullanılması,

c) Sayı sistemindeki yapıların çalışılması,

d) Örüntüler ve fonksiyonları incelemek,

e) İlk dört maddeyi birleştirecek matematiksel modelleme süreci.

Şekil 1.1, Kaput'un (1999) Cebir'in Beş Yönü'nden uyarlanmıştır ve cebirsel düşünmenin cebirin beş alanı dahilinde iki seviyeye sahip olduğunu göstermektedir.



Şekil 1.1. *Cebirsel düşünmenin iki seviyesini ve beş düşünme biçimini gösteren ağ*

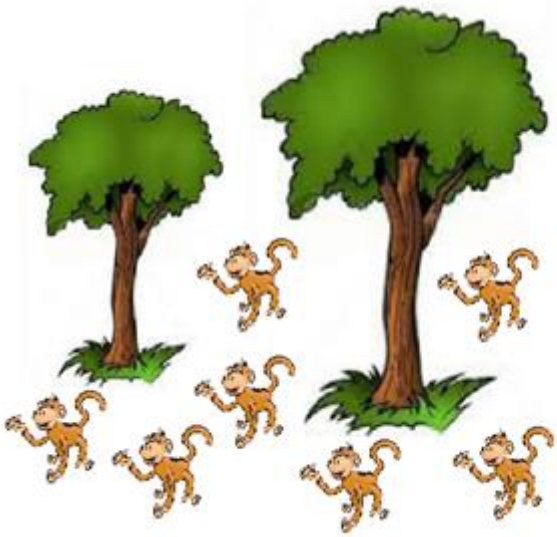
Şekil 1.1'de görüldüğü gibi, seviye 1, öğrencilerin aritmetiği cebire genelleştirdiklerinde ve sembolleri anlamlı bir biçimde kullanma becerilerini geliştirdiklerinde ortaya çıkmaktadır. Öğrenciler birinci seviyede ustalaştıklarında ikinci seviyeye geçerek cebirsel ifadeler ve denklemlerin yapısını incelemekte ve cebirde örüntü ve fonksiyonlara geçiş yapmaktadırlar. Matematiksel modelleme süreci ise, birinci ve ikinci seviyeyi de içine alarak oluşturulmaktadır. Beş form birbiriyle ilişkili olup ilkokul, ortaokul ve lisede öğrenilmektedir. Cebir, ilköğretim altıncı sınıfta başlayarak ayrı bir konu olarak öğretilse de, cebirsel düşünme matematiğin tüm alanlarına gömülüdür.

1.6.1.1.4. *Cebirsel düşünmenin beş bileşenine yönelik kuramsal çerçeve*

1. Bileşen: Aritmetiği cebire genellemek

Sayılardan ve aritmetikten genellemeler yapmak okul öncesi dönemde başlar ve öğrenciler sayıların ve işlemlerin tüm yönleri hakkında öğrenmeye devam ettiği takdirde sürer. Öğrenciler aritmetikte hesaplamanın sayısal değeri ile ilgilenirken; cebirde, tüm çözümleri bulmak için matematiksel yasaları ve işlemleri doğru bir şekilde uygulamakla ilgilenirler. Cebir, belirli bir denklemin tüm çözümlerini bulmak için

aritmetiği genelleştirir. İşlemlerin özellikleri hakkında genelleme yapmak, aritmetik ve cebir için temel olan örüntüleri fark etmeyi içerir (Russell, Schifter ve Bastable, 2011). Aşağıdaki örnekte sunulan maymunlar ve ağaçlar problemi öğrencilere sadece 7 sayısını parçalara ayırma yollarını göstermekle kalmaz aynı zamanda genellenebilecek özellikleri görmeleri için de fırsat sağlamaktadır. Örneğin, küçük ağaçtaki sayıyı bir arttırmanın büyük ağaçtaki sayıyı bir azaltmak anlamına gelmesi görülebilir.



Büyük ağaç	Küçük ağaç
0	7
1	6
2	5
3	4
4	3
5	2
6	1
7	0

Şekil 1.2. *Yedi maymun iki ağaçta oynamak ister. Ağaçlardan biri büyük biri küçüktür. Yedi maymunun iki ağaçta oynayabileceği tüm farklı durumları gösteriniz.*

Kaynak: Adapted from Yackel, E. (1997). "A Foundation for Algebraic Reasoning in the Early Grades."Teaching Children Mathematics, 3(6), 276-280. A Similar task was explored in Carpenter T. P., Franke, M. L., and Levi, L. (2003). Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School. Portsmouth, NH: Heinemann.

Öğrencilerden, Şekil 1.2.'de gösterilen maymunların iki ağaçta bulunabileceği tüm durumları bulmaları istenebilir. 0'dan 7'ye kadar her bir sayı için bir çözüm olduğunu söyleyen öğrenci, 7'yi parçalara ayırmıyor ancak çözümlerin sayısını veren bir genellemeyi tüm çözümleri listelemeden yapabiliyor demektir (Yackel, 1997). Bu muhakeme 266 maymunun iki ağaçta bulunma durumlarının sayısı için genellenebilir. Öğrenciler genellemeye ulaştıklarında çözüm sayısının maymun sayısından daima bir fazla olduğunu ifade edebilirler. Burada yaptıkları genelleme semboller içermek zorunda değildir yani aritmetik genellemeyi kullanabilirler. Ortaokul düzeyine gelen öğrenciler ise, genellemeyi b+k=7, b=7-k, k=7-b şeklinde denklemlerle ifade edebilirler. Bu noktada semboller ya da harflerin kullanımıyla aritmetiği cebire genellemişlerdir.

2. Bileşen: Sembollerin anlamlı kullanılması

Cebir, cebir dilini yöneten kendi standartlaştırılmış sembol, işaret ve kurallardan oluşmaktadır. Başka bir deyişle cebir, cebirsel fikirleri açık ve etkili olarak formüle edebilen kendi dilbilgisine ve sözdizimine sahiptir (Drijvers vd., 2011). Cebirsel dil, soyut bir sistem kullanarak cebirsel fikirleri temsil eder. Öğrenciler bu cebirsel dili anlamlandırırken çok önemli ve de az anlaşılan iki konuda zorlanmaktadırlar: Eşit işareti ve değişken kavramı.

- Eşit işaretinin anlamı

Eşitlik işareti, aritmetikte, cebirde ve sayıları ve işlemleri kullanan tüm matematikte en önemli sembollerden birisidir. Aynı zamanda, 1975 yılından günümüze kadar uzanan çalışmalar "=" sembolünün çok az anlaşıldığına açıkça işaret etmektedir (RAND Mathematics Study Panel,2003). Bunun sebebi de aritmetikte eşitlik, hesaplama işlemini belirtmek için kullanılırken, cebirde eşit işaretinin, iki ifade arasındaki denkliği temsil etmesidir (Carpenter vd., 2003; Molina vd., 2005). Genel olarak tüm hesaplamalar, eşit işaretinin solunda yer almaktadır. (Örneğin; 17+9=...) Bu şekilde verilmesi öğrencilere eşit işaretinin yalnızca bir hesaplama sinyali olduğunu düşünmelerine yol açar. Eşit işaretinin "ile aynıdır" anlamına geldiği pekiştirilerek bu yanılgı ortadan kaldırılabilir.

Carpenter, Franke ve Levi (2003), eşit işaretinin öğrencilere anlatılmasında iyi bir başlangıç noktası olarak eşitliklerin doğru ve yanlış şeklinde incelenmesini ve açık numaralı cümleleri kullanmayı önermektedir. Cebirde öğrenciler eşit işaretinin bir ilişki olduğunu öğrenmelidirler. Örneğin, Van de Walle ve diğerleri (2011), Tablo 1.1'deki örneklere benzer şekilde doğru/yanlış ve açık cümleleri öğretim esnasında kullanılarak ilişkisel düşünmenin sağlanabileceğini açıklamışlardır.

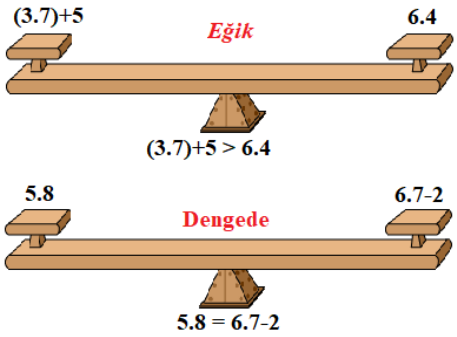
Tablo 1.1. *İlişkisel düşünme örnekleri*

Doğru / Yanlış	Açık Cümleler
15-8 = 20-7	3+12 = __ + 5+2
9.4 = 7.5	17 + __ = 9+8
13+8 = 28-7	13+5 = __ -5

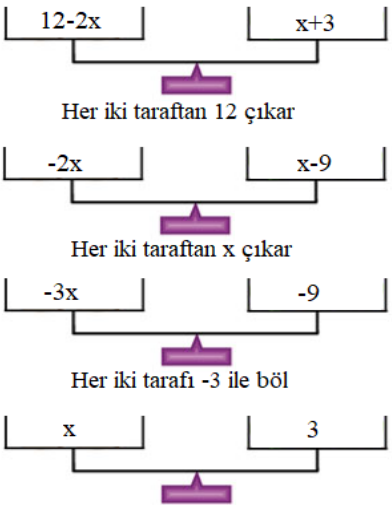
Tablo 1.1. *Eşit işaretinin, bir hesaplama olarak değil, nicelikler arasındaki bir ilişki olduğunu gösteren doğru/yanlış ve açık cümle örnekleri*

Öğrenciler eşitlik işaretinin her iki tarafındaki niceliklerin aynı olması anlamına geldiğini anladıklarında, problem çözümlerinde ilişkisel düşünceyi kullanabilirler. İlişkisel düşünme, bir öğrencinin nicelikleri hesaplamak yerine, eşit işaretinin her iki tarafı arasındaki sayısal ilişkilere odaklanıp kullandıklarında ortaya çıkar. Bu türden bir ilişkisel düşünce, aritmetikte görülen ilişkilerin genellemesinde ilk adımdır; bu sayede aynı ilişkiler sayılar yerine değişkenler dahil olduğunda da kullanılabilir.

Ayrıca Mann (2004) ise, eşit işaretini denklemin iki tarafı arasında bir denge olarak öğretmeyi önermiştir. Öğrencilere cebire girişte, eşit işaretinin yalnızca "cevap, sonuç" anlamını içermediğini ayrıca "denge ve denkliği" simgelediği ifade edilmelidir. Öğrencilere Şekil 1.3 ve Şekil 1.4'te gösterildiği gibi, bir denge ölçeği ile ya da tahterevalli ve terazi örnekleri ile nesneler, sayılar ve nihayetinde değişkenlere genişletilebilen eşitlik işaretinin anlamını geliştirmek için denge fikrini güçlendirecek etkinlikler yapılmalıdır.



Şekil 1.3. *Denge ölçeği örneği – Tahterevalli (Eşitlik işaretinin denge anlamının, tahterevallinin eğik ya da denge haliyle ifade edilmesi)*



Şekil 1.4. *Denge ölçeği örneği – Terazi (Denklem çözümü hakkında düşünmek için eşit kollu terazi kullanımı. Bir ölçeğin dengede kalması için her iki taraf eşit olmalıdır.)*

- Değişkenlerin anlamı

Sembollerin ve değişkenlerin ardındaki anlamın öğrenilmesi, öğrencilerin cebir konusunda yeterli olması için gereklidir. Öğrenciler, eşit işareti ve değişkenlerin anlamını bilmeden bir cebir denkleminin nasıl çözüleceğini anlamlandıramamaktadırlar (Van de Walle vd., 2014). Oysaki öğrenciler cebirde sadece cebirsel denklemleri neden çözdüklerini anlamak için değil, aynı zamanda bu denklemlerin hangi durumlarda temsil ettiği anlamını bulmalıdırlar. Cebir araştırması, öğrencilerin harfleri değişken olarak yorumlamada güçlük çektiğini ve çalışmaların öğrencilerin değişkenleri kullanarak değerleri nasıl temsil etmeyi öğrendiği üzerine yoğunlaştığını göstermektedir (Ulusal Araştırma Konseyi (NRC), 2001). Değişkenler, bilinmeyen değerler olarak ya da değişen nicelikler olarak kullanılabilir. Öğrenciler, değişkenleri bilinmeyen değerler olarak ve değişen nicelikler olarak cebiri öğrenmek için derin bir anlayışa sahip olmak zorundadırlar.

Değişkenleri bilinmeyen değerler olarak öğrenmede, öğrenciler denklemlerde, eksik değerlerin bulunması ve boş bir kare ya da alt çizginin bilinmeyen değeri temsil ettiği durumlarda matematiksel cümleler kurmaya aşina olmalıdırlar. Ancak buradaki eksik değerleri "değişken" kelimesiyle ilişkilendirmemiş olabilirler (Van de Walle vd., 2014). Öğrenciler, bilinmeyen nicelikleri temsil etmek için çeşitli simgeler ve harfler kullanarak değişkenler hakkında bilgi almaya başlayabilirler. Değişkenleri yer tutucu olarak öğrenmenin yanı sıra hikaye problemleri, belirli bir bilinmeyeni temsil ederek değişkenleri ortaya çıkarabilir. Aşağıdaki basit bir örnek olarak verilebilir:

"Çisem 5 tane çikolata yemiş ve Hatice de birkaç tane yemiştir. 13 tane çikolatadan oluşan kutu boşalmıştır. Hatice kaç tane yemiştir?"

Öğrenciler bu problemi cebir kullanmaksızın da çözebilmelerine karşın, bunu sembollerle ifade ederek değişkenleri öğrenmeye başlayabilirler: 5+h=13. Verilen problemlerin zorluk derecesi zamanla artabilir.

Değişkenleri değişen nicelikler olarak öğrenme, değişkenlerin birden fazla eksik değeri temsil edebileceği şeklindeki önemli olan bu kavram öğrenciler tarafından iyice anlaşılamamaktadır. Tek bir eşitlikte farklı değişkenler olduğunda her değişken birçok hatta sonsuz sayıyı temsil edebilir. Şekil 1.2'de gösterilen iki ağaçtaki maymunlar problemini hatırlarsak, öğrenciler küçük ve büyük ağaçlardaki maymunların toplamını yediye eşitleyen bir gösterim çizerek bunu ifade edebilirler. Veya harfler kullanarak b=7-k (b, büyük ağaçtaki maymun sayısı ve k, küçük ağaçtaki maymun sayısı)

denklemiyle büyük ağaçtaki maymunların sayısı, tüm maymunların sayısı eksi küçük ağaçtaki maymunların sayısı şeklinde ifade edilebileceğini iletebiliriz.

Ayrıca fonksiyonları tanımlamak için kullanılan değişkenler (örneğin y=2x+5) birçok sayısal çözüme sahip olan değişkenlerdir. Değişkenin bir bilinmeyeni ifade etmesinden bir ilişkiyi temsil etmesi şekline geçiş öğrenciler için zor olabilmektedir. Doğrusal olan bu denklemde sıralı ikili (x,y), çizgide yatan herhangi bir x ve y değeri olabilir ve böylece y=2x+5 için bir çözümü ifade eder. Bazı matematik eğitmenleri, cebirin, değişkenlerin bilinmeyen değerler olarak değişkenler yerine değişen nicelikler olarak kullanılması yoluyla öğretilmesinin gerektiğini düşünmektedirler (Fey ve Good, 1985; Usiskin, 1988).

3. Bileşen: Sayı sistemindeki yapıların çalışılması

Cebirsel yapı çalışması, sayı sisteminin yapısının incelenmesinin bir uzantısıdır (Greeno, 1991). Sayı sistemini öğrenmek, gerçek sayıların özelliklerinin bilgisini gerektirir ve bu yapı değişkenlere, dolayısıyla cebire genişletilebilir. Dahası, cebirsel düşünmeyi teşvik etmenin güçlü bir yolu, gerçek sayı sisteminden türetilen varsayımları haklı çıkarmaya çalışmaktır (Van de Walle vd., 2014). Temel düzeyde varsayımların gerekçelendirilmesi genellikle örneklerin kullanılmasını içerir. Bununla birlikte varsayımın her örnekte doğru olduğunu kanıtlamak için matematiksel düşünceye uyarlamak gerekmektedir. Örneğin, 266+135=D+266 eşitliğini çözen bir öğrenci D'nin 135 ile aynı olması gerektiğini çünkü 266+135 ifadesinin 135+266 ile aynı olduğunu söyleyebilir. Bu değişme özelliğini a+b=b+a gibi bir formda ifade etmek ve bunun da tüm sayılar için doğru olduğunu belirtmek bir yapıyı incelemenin esas amacıdır.

Sayı sisteminin özellikleri öğrencilerin doğru/yanlış ve açık sayı cümleleriyle çalışmaları sırasında inşa edilebilir. Ancak burada öğrencilerin varsayımları için yönlendirilecek önemli soru "Bu tüm sayılar için doğru mudur?" ya da "Bunun her zaman doğru olduğunu düşünüyor musun? Nasıl anlayabiliriz?" olmalıdır. Öğrenciler bu durumda kendi düşüncelerine dayalı olarak gerekçe sunmak zorunda kalacaklardır. Öğrencilerin ilk tecrübe ettiklerinde Tablo 1.2'de görüldüğü şekliyle özellikleri sunmak yerine onların genelleme yapmalarına rehberlik edecek örnekler üzerine odaklanılmalıdır.

Tablo 1.2. *Sayı sisteminin özellikleri*

Sayı Cümlesi	Öğrenci Varsayım İfadesi
	Toplama ve çıkarma
a+0 = a	Bir sayıya sıfır eklediğinizde, başlangıçtaki sayıyı elde edersiniz.
a-0 = a	Bir sayıdan sıfır çıkardığınızda, başlangıçtaki sayıyı elde edersiniz.
a-a = 0	Bir sayıyı kendisinden çıkardığınızda sıfır elde edersiniz.
a+b = b+a	Sayıları bir sıraya toplayıp ve sonra sıralamayı değiştirerek topladığınızda aynı sayıyı elde edersiniz.
	Çarpma ve bölme
ax1 = a	Bir sayıyı 1 ile çarptığınızda başlangıçtaki sayıyı elde edersiniz.
a:1 = a	Bir sayıyı 1 ile böldüğünüzde başlangıçtaki sayıyı elde edersiniz.
a:a = 1	Sıfırdan farklı bir sayıyı kendisine böldüğünüzde 1 elde edersiniz.
ax0 = 0	Bir sayıyı sıfırla çarptığınızda sıfır elde edersiniz.
0:a = 0 , a≠0	Sıfırı, sıfırdan farklı bir sayıyla böldüğünüzde sıfır elde edersiniz.
axb = bxa	İki sayıyı çarparken çarpmayı istediğiniz sırayla yaparsınız ve aynı sayıyı elde edersiniz.
	Temel özelliklerden elde edilen varsayımlar
a+b-b = a	Bir sayıya başka bir sayı eklediğinizde ve sonra eklediğiniz sayıyı çıkardığınızda başlangıçtaki sayıyı elde edersiniz.
axb:b = a , b≠0	Bir sayıyı sıfırdan farklı bir sayıyla çarptığınızda ve sonra aynı sayıya böldüğünüzde başlangıçtaki sayıyı elde edersiniz.

Kaynak: *Adapted from Carpenter, T. P., Franke, M. L., and Levi, L. (2003). Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic & Algebra in Elementary School. Portsmouth, NH: Heinemann.*

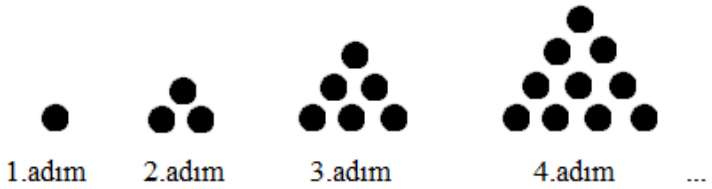
Öğrencilerden belirli kuralları kullanmaksızın, ana fikri ifade etmelerini isteyerek genellemeye ulaşmaları sağlanabilir. Örneğin, bir sayıyı ikinci bir sayı ile çarparken birinci sayıyı parçalara ayırır ve her bir parçayı da ikinci sayıyla çarparak aynı yanıtı elde edebiliriz.

Sayı yapılarının diğer bir kategorisi de tek ve çift sayılardır. Öğrenciler karşılaştıkları problemlerde iki çift sayının toplamının bir çift sayı olduğunu, iki tek sayının toplamının bir çift sayı olduğunu ya da bir tek ve bir çift sayının toplamının bir tek sayı olduğunu gözlemlerler. Ancak bir yerlerde varsayımı doğrulamayan iki sayının olması ihtimalini düşünerek varsayımın arkasındaki gerekçeyi sunarak doğrulamaları gerekmektedir. Örneğin, eğer bir sayı tek ise ikiye böldüğümüzde kalan birdir. Bunu ikinci bir tek sayıyla yaptığımızda o da bir kalanına sahip olacaktır. O halde bu iki sayıyı topladığımızda iki tane kalan sayı birlikte gidecek ve hiç kalan olmayacaktır. Böylece iki tek sayının toplamından çift sayı elde edilecektir. Öğrencilere bu tip

problemler çözdürülürken birbirine geçmeli küplerde oluşan çubuklar gibi modeller kullanılarak öğretim desteklenebilir.

4. Bileşen: Örüntüler ve fonksiyonları incelemek

Örüntüler matematiğin tüm alanlarında bulunur. Örüntü aramayı ve onların nasıl ifade edileceğini, başka bir duruma aktarılacağını ve genişletileceğini öğrenmek matematik yapmanın ve cebirsel olarak düşünmenin bir parçasıdır (Van de Walle vd., 2014). Örüntülerde sayı ya da matematiksel şekiller arasındaki ilişkiler tekrar edilerek ya da genişletilerek ortaya çıkmaktadır. Örneğin; aşağıdaki gibi üçgen sayılar noktalarla oluşturulabilir (NRC, 2001).



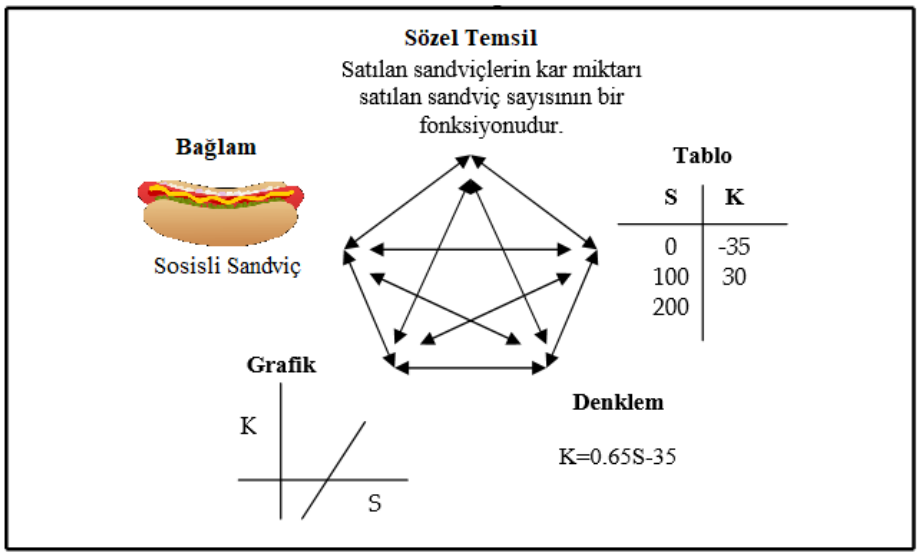
Şekil 1.5. *Üçgen sayılar (Adding It Up, 2001)*

Şekil 1.5'teki gibi ilk dört üçgen sayı 1,3,6 ve 10'dur. 20. üçgende nokta sayısını tahmin edin ve herhangi bir üçgende nokta sayısını tahmin etmek için genel bir kural verin. (s.277)

Bu örnekte, sonraki üçgenlerdeki noktaların sayısını tahmin etmek için örüntü devam ettirilebilir. Şekilde görüldüğü gibi her bir adımda, bir noktadan aşağıya doğru nokta sayısı bir arttırılarak en son adım sayısı kadar nokta bulunmaktadır. Her adımda birden adım sayısına kadar yer alan noktaları toplamı kadar nokta bulunur. O halde 20. adımda 1+2+3+...+20 adet nokta yer alacaktır. Herhangi bir üçgende nokta sayısını ifade etmek için de adım sayısı ve o adıma karşı gelen nokta sayıları arasındaki ilişkiden yola çıkılarak n. adıma karşı gelen nokta sayısını $\frac{n.(n+1)}{2}$ genel formülü ile ifade edebiliriz. Ele alınan bu ilişki, adım sayısı ile örüntünün o adımındaki teriminin ilişkilendirmesi bağlamında bir bağımlı (girdi) ve bir bağımsız (çıktı) değişken arasındaki ilişki olarak düşünüldüğünde fonksiyonel bir ilişkidir. Kazanımına örüntü kavramı ile ilköğretimin ilk basamaklarında başlanılan bu ilişki, öğrencilerde soyut düşünme becerisinin geliştiği orta öğretime gelindiğinde fonksiyon kavram ile kimlik bulur (Tanışlı ve Kabael, 2010).

Fonksiyonların cebiri öncelikle değişkenler arasındaki bağımlı ilişkilerle ilgilidir (Drijvers vd., 2011). Ortaokul düzeyinde öğrenciler, bir fonksiyonun her bir girdiyi bir çıktıya atayan kural olduğunu anlamalıdırlar (NGA/CCSSO, 2010). Örneğin, bir fonksiyon denklemi y=3x+2'nin grafiği düz bir çizgidir. Bu fonksiyon, eğimi 3 olan ve y kesiti 5 olan bir çizgiyi tanımlamaktadır. Dahası her bir x girdisi için, y değeri için çıkış mevcuttur. NCTM (2000)'e göre öğrencilerin bir grafik analizi yoluyla iki nicelik arasındaki fonksiyonel ilişkiyi nitel olarak nasıl tanımlayacaklarını bilmeleri gerekmektedir. Örneğin öğrenciler, fonksiyonun nerede ve ne kadar arttığını ve azaldığını, fonksiyon tablolarını ve grafiklerini kullanarak belirli noktalardaki fonksiyonların değerlerini nasıl tanımlayacaklarını bilmelidir.

Fonksiyonların öğrenciler tarafından anlamlandırılması, çeşitli temsillerle gösterebilme ve aralarındaki ilişkiyi anlama becerisi geliştikçe derinleşecektir. Van de Walle ve diğerleri (2014)'ne göre; fonksiyon makinesi, girdi-çıktı tablosu, somut, grafiksel, sözel ve sembolik temsilleri öğrencinin bilmesi ve bu temsiller arası geçişi rahatlıkla yapabilmesi fonksiyonel düşünmenin gelişimini sağlayacaktır. Öğrencilere anlamlı ve ilginç gelecek bir problemde değişim ilişkisine odaklanma ile başlanması gereken fonksiyon çalışmasında, öğrencilerin gerçek yaşamda fonksiyonel ilişkilerini kelime, grafik, denklem ya da tablo kullanarak ifade edebilmelerinin önemli olduğunu belirtir. Van de Walle ve diğerlerine göre fonksiyon ilişkisi içeren uygun bir problem ile fonksiyon kavramının öğretimine başlanıldıktan sonra, bu problemin çeşitli temsilleri ve bu arasındaki ilişki vurgulanmalıdır.



Şekil 1.6. *Temsiller arası geçiş (Bir fonksiyonun beş farklı gösterimi. Verilen her bir fonksiyon için, öğrenciler tüm bu gösterimlerin bağlantılı olduğunu ve aynı ilişkiyi temsil ettiğini görmelidirler.)*

Van de Walle ve diğerlerinin verdiği bir örnek yukarıdaki Şekil 1.6'da sunulup temsiller arasındaki ilişkiler vurgulanmaktadır (s.440). Şekil 1.6'da sandviç sayısı için S, kar miktarı için K sembolleri kullanılmaktadır.

" Durmuş, kolej ücretini ödemek için okulda sandviç satmaktadır. Okuduğu bölüm için okula günlük 35 TL ödemektedir. Bir sandviçi de 1.25 TL'den satmaktadır. Bir sandviçin maliyeti ise 60 kuruştur. Dolayısı ile bir sandviçten kazancı 65 kuruştur."

5. Bileşen: Matematiksel modelleme süreci

Kaput (1999) modellemeyi gerçek olgularla başlayan ve onları matematiksel olarak ifade etme süreci olarak tanımlamaktadır. Matematiksel modelleme, öğrencilerin günlük yaşamlarında yararlı olan diğer pratik uygulama türleri aracılığıyla da gerçekleşir. NCTM (2000), orta derecelerde modellemenin gerçek dünyadaki durumları sembolik olarak ve doğrusal fonksiyonların kullanılması ile temsil ettiğini ve bazı doğrusal olmayan fonksiyonların araştırılmasını içerdiğini önermektedir. Dahası, ortaokul öğrencileri sayısal ilişkileri anlamak için cebirsel modelleri nasıl kullanacaklarını bilmelidirler. Sözel problemleri cebire çevirmek genellikle denklemleri ve eşitsizlikleri yaratmayı ve bir ya da daha fazla değişkenin değerini bulmayı içerir. Böylece denklemlerin ve eşitsizliklerin nasıl çözüleceğini öğrenmek, cebirin temel bir bileşeni haline gelir.

Öğrenciler gerçek durumları, çoklu ve bağlı temsilleri içeren durumları düşünerek matematik kullanarak modellemeyi öğrenirler. Bağlamda bir cebir problemi yerleştirmek öğrencilerin matematiği anlamasına ve bu soyut temsillerin kavramsal anlayışını desteklemesine yardımcı olur (Earnest ve Baiti, 2008). Matematiksel modelleme, cebire göre aritmetiğin genelleştirilmesi, sembollerin anlamlı bir şekilde kullanılması, yapının incelenmesi ve örüntü ve fonksiyonların incelenmesi yoluyla öğrenilir.

1.6.1.2. *Matematik dersi öğretim programlarında cebir*

2017'de değişen ve yenilenen matematik dersi öğretim programı incelendiğinde önceki yıllara göre birtakım değişiklikler yapıldığı görülmektedir. 1.-4. sınıf programında sayılar ve işlemler öğrenme alanında yer alan cebire geçiş alt öğrenme alanı kaldırılmıştır. Cebir öğrenme alanına ilişkin kazanımlar ilk olarak altıncı sınıfta yer almaktadır. Bu sınıf seviyesinde öğrencilerden sözel olarak verilen ifadenin cebirsel

ifade biçiminde yazmaları, cebirsel ifadeleri anlamlandırmaları hedeflenmektedir. Bu yeni öğretim programında altıncı sınıfta cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerine girilmemektedir. Yedinci sınıfta iki alt öğrenme alanı vardır: cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklem. Bu sınıf düzeyinde öğrencilerin cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları, eşitlik kavramını anlamaları ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri ve ilgili problemleri çözmeleri beklenmektedir. Sekizinci sınıfta cebir öğrenme alanına çok daha geniş yer verilmektedir. Bu seviyede cebirsel ifadeler ve özdeşlikler, doğrusal denklemler, eşitsizlikler konuları işlenmektedir. Öğrencilerin cebirsel ifadeleri ve özdeşlikleri anlamaları ve cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırmaları beklenmektedir. Bunlara ek olarak iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin incelenmesi ve denklem çözümleri yer almaktadır. Ortaokul cebir konuları bir bilinmeyenli eşitsizliklerin incelenmesi ile sona ermektedir (MEB, 2017).

Program incelendiğinde cebir alanındaki kazanımların hafifletildiği ya da bir üst sınıfın kazanımlarında yer verildiği görülmektedir. Beşinci ve altıncı sınıflarda örüntüyü tanıma, genelleme ve genişletmeye ilişkin yinelemeli ilişkinin öne çıkarıldığı fonksiyonel ilişkiye yönelik bir açıklamaya yer verilmediği görülmektedir. Örüntü kavramına giriş yedinci sınıf kazanımlarıyla ele alınmıştır. Çocukların erken yaşlarda fonksiyonel düşünebildikleri bilindiğinden bu durumun bir eksiklik olduğu söylenebilir. Fonksiyonel düşünmede çoklu temsil kullanımı ve temsiller arası ilişkilendirmenin önemi dikkate alındığında tüm sınıf düzeylerinde sayısal, sözel ve tablo temsillerine yer verilmesi gerektiği söylenebilir. Oysa ki yapılan çalışmalar sonucunda okul öncesindeki çocukların bile fonksiyonel düşünebildiği ve görsel, tablo, somut, resimsel temsillerini kullanabildikleri bilinmektedir.

1.6.2. Matematik öğretimi

İnsan hayatı için öneminden ve bilimsel hayatın gelişmesine olan katkısından ötürü, matematik öğretimi önem kazanmakta ve matematik öğretimine, okul öncesinden başlayarak, ilköğretim ve sonrasında geniş bir zaman ayrılmaktadır. Matematik öğretiminin amacı genel olarak şöyle ifade edilebilir: Kişiye günlük yaşamın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmaktır.

Belirli plan ve ilkeler doğrultusunda yapılan matematik öğretiminin emek, zaman ve etkililik bakımından daha iyi olacağı açıktır. Matematik öğretiminde amaca ulaşılabilmesi için uyulması gereken başlıca ilkeler bulunmaktadır. Kavramsal temellerin oluşturulması ve anahtar kavramlara önem verilmesi gereklidir. Ayrıca öğretimde öğretmen ve öğrencinin görevlerinin iyi belirlenmesi etkili ve aktif bir öğretim ortamı oluşturulmasını sağlayacaktır. Gerçekleştirilen öğretimde çevreden yararlanma ve olaylardan anlam çıkarma, onları daha iyi yorumlayabilme olup öğrenilen bilginin daha kolay uygulamaya geçirilmesine yardımcı olmaktadır. Öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutumlarını geliştirmek de matematik öğretiminin temel taşlarından birisidir.

1.6.2.1. *Matematikte öğrenmeyi destekleyen öğretim*

Matematik öğretmek zorlu bir süreç gerektirir; çünkü matematik bir dil, bir düşünce biçimi, bir beceri seti ve çok sayıda bilgiyle ilgilidir. Etkili matematik öğretmenleri, öğrencilerinin düşüncelerini yansıtmalarına, hataları belirlemelerine ve stratejilerini geliştirmelerine yardımcı olarak öğrencilerinin öğrenmesini desteklemelidir. Weiss, Pasley, Smith, Banilower ve Heck (2003) ABD'de matematik ve fen eğitimini inceleyen bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışma ile öğrencilerin önemli matematiksel kavramları öğrenmelerine ve matematiksel süreçte başarılı bir şekilde becerilerini geliştirmelerine yardımcı olacak matematik öğretiminin temel hedeflerini değerlendirmişlerdir. Yaptıkları analizler sonucunda ise etkili matematik öğretimi için beş faktör belirlemişlerdir: (a) matematik içeriği ile öğrencilerin ilgisini çekmek, (b) öğrenmeye elverişli bir ortam yaratmak, (c) tüm öğrencilerin erişimini sağlamak, (d) anlamaya teşvik etmek ve gözlemlemek için sorgulamayı kullanmak, (e) öğrencilerin matematiksel içeriği anlamaların yardımcı olmak (s.39).

Okul Matematiği için İlke ve Standartlarında (NCTM, 2000) ise, yüksek kalitede matematik eğitimi için altı temel ilke açıklanmıştır Bunlar: (a) Eşitlik, (b) Öğretim Programı, (c) Öğretim, (d) Öğrenme, (e) Değerlendirme, (f) Teknoloji olarak ele alınmıştır. Dolayısıyla matematik öğretimi; içeriği, öğrencinin öğrenmesini, çevreyi ve eşitlik ilkesiyle bağlantılı çok sayıda ayrıntıyı içine alan karmaşık bir sistemdir. Şekil 1.7, matematik öğretiminin karmaşık ağını göstermektedir.

Şekil 1.7. *Matematik öğretiminin ağı (Matematik öğretmek; içerik, öğrenci öğrenimi, eşitlik ve çevreyi içeren karmaşık bir ağdır.) (NCTM, 2000)*

A) İçerik: Matematiksel açıdan başarılı olan öğrenciler matematikte ustalıkla hesaplama, uygulama, anlama, akıl yürütme, problem çözme, ilişkilendirme becerilerine sahiptir (NRC,2001). NCTM (2000), sayı ve işlemler, cebir, geometri, ölçme, veri analizi ve olasılık olmak üzere her sınıftaki öğrencilerin öğrenmesi gereken içerik zincirlerini belirlemiştir.

Tahmini Öğrenme Yol Haritaları: Tahmini öğrenme yol haritası (Simon, 1995) öğrencilerin öğrenmesini teşvik etmek için kullanılacak görevlerden, amaçlardan ve bu öğrenme sürecine ilişkin hipotezlerden oluşan bir öğrenci öğrenimi modelidir. Ulusal Araştırma Konseyi (NRC, 2007), öğrenme süreçlerini, "çocukların öğrenip araştırırlarken birbirini izleyen bir konu hakkında ard arda daha sofistike düşünme yolları" olarak tanımlamıştır (s.214). Ayrıca matematikte CCSS (NGA/CCSSO, 2010); tahmini öğrenme yol haritalarını, "öğrencilerin matematiksel bilgi, beceri ve anlayışlarının zaman içinde nasıl geliştiği ile ilgili bütün ayrıntılarıyla anlatılan araştırma temelli öğrenme ilerlemeleri" olarak ifade etmiştir.

Öğretim Programı (Müfredat): Bir öğretim programı, etkinliklerin toplamından daha fazlasıdır: O, tutarlı olmalı, matematiğin önemi üzerine odaklanmalı ve sınıf düzeyleri arasındaki geçişi sağlamalıdır (NCTM, 2000, s.14). Tutarlılık, hem programda hem de günlük sınıf ortamında ana fikirler etrafında öğretimin yapılandırılmasının öneminden bahsetmektedir. Öğrencilere mutlaka matematiği ayrıştırılmış parçalar ve

kısımlardan ziyade bir bütün olarak görmeleri için yardım edilmelidir. Kaliteli bir program, öğrencinin matematiği öğrenmesini desteklemek için şarttır. Çünkü; matematiksel fikirler ve içerik öğrencilere öğrenme fırsatı sunmaktadır. Ayrıca matematiğin toplumdaki rolünü yansıtabilmek için program, matematiğin gerçek dünyada nasıl kullanıldığını ve matematiği öğrenmenin niçin önemli olduğunu hesaba katmalıdır.

B) Çevre: Matematiği öğrenmeye elverişli bir ortamda öğretmen hayati bir rol oynamaktadır. Öğretim esnasında öğretmen ilgi çekici ve günlük hayattan örneklerle matematik problemleri kullanır, aynı zamanda sınıf ortamında tartışmayı teşvik eder, kavramsal anlayışı ve matematiksel düşünmeyi destekler. Olumlu bir ortamda öğrenen öğrenciler, matematiksel yaklaşımlarını ifade etme ve problem çözme konusunda kendilerini rahat hissetmelidirler. Dolayısıyla öğretmenler öğrencilere birçok çözüm üretebilecek problemleri sağlayarak öğrenmeye elverişli bir ortam yaratmalıdırlar (Czarnocha ve Maj, 2008). Öğrencilerin yanıtları için yaptıkları açıklamalar, dersin içeriği için bir temel olarak kullanılabilir. Böylece öğretmenler öğrencilerin içerik hakkındaki ön bilgilerini de kontrol edecek ve bilinenden bilinmeyene ilkesini rahatlıkla uygulayabilecekleri bir öğrenme ortamı oluşturacaklardır.

C) Eşitlik: Matematik eğitiminde uzmanlık, bütün öğrenciler için eşitliği, yüksek beklentileri ve güçlü desteği gerektirir (NCTM, 2000, s.12). Eşitlik kavramı gereğince bütün öğrencilere, "kişisel özelliklerine, geçmişlerine ya da fiziksel durumlarına bakılmaksızın" (s.12) matematiği öğrenmek için mutlaka yeterli destek ve fırsat verilmelidir.

Teknoloji: Teknoloji matematik öğrenimi ve öğretiminde esastır. Aynı zamanda matematiğin öğretimini ve öğrencilerin öğrenmelerinin zenginleştirilmesini de etkiler (NCTM, 2000, s.24). Geçmişten günümüze hesap makineleri, bilgisayarlar, öğretim yazılımları ve başka teknolojiler matematik öğreniminde temel araçlar olarak görülmelidir. Teknoloji, öğrencilere soyut matematiğin görsel sunumlarını incelemeleri, imkansız olarak görülen durumlardaki problemleri çözmeleri, akıl yürütmeleri için fırsat tanımaktadır. Böylece öğretim ortamlarına teknolojinin taşınması ile daha fazla örnek ve dinamik sunumlara erişim sağlanarak öğrencilerin matematiği hem zevkle hem de kolaylıkla öğrenmelerine yardımcı olunabilir. Örneğin dinamik yazılımlardan Geogebra, eğitimin tüm seviyeleri için öğrencilerin geometri, cebir, hesap tabloları, grafik ve istatistik kullanımını birleştiren etkileşimli bir matematik yazılımıdır. Öğrenciler bu

dinamik yazılımlarla matematiği görselleştirip keşfedebilmektedirler. NCTM standartları ve CCSS teknolojik araçların, öğrencilerin öğrenmesini matematiksel kavramlardaki anlayışlarını derinleştirerek desteklediğini ileri sürdü.

D) Öğrenci Öğrenimi: Öğrenciler, matematiği anlayarak öğrenmeli, önceki bilgi ve deneyimlerinden faydalanarak yeni bilgiyi aktif bir şekilde inşa etmelidir (NCTM, 2000. s.20). Öğrenme ilkesinde öğrencilerin matematiği anlayarak öğrenmeleri esastır. Matematiği anlayarak öğrenme; sayı, semboller ve işlemler arasındaki bağlantılar ve yalnızca hesaplamaya dayalı becerilerin yanı sıra öğrencilerin karşılaştıkları problemlerde matematiksel akıl yürütme, fonksiyonel düşünme, ilişkilendirme becerilerini kullanarak yeni fikirler üretmeyi gerektirmektedir. Dolayısıyla bir problemin çözümü için öğrencilere gerekli formülü kullanmalarını söylemek yerine, onların önceki bilgilerinden yola çıkarak farklı çözüm yollarını kendilerinin keşfetmesi sağlanmalıdır. Gerek çizim ve grafiklerle gerekse cebirsel ifadelerle probleme farklı açıdan bakmaları sağlanabilir. Böylece öğrenciler probleminin mantığını kavrayarak akıl yürütme becerisiyle çözüme ulaşabileceklerdir. Kendi bilgisini oluşturarak matematiği öğrenen öğrenciler, matematiğin kavramsal anlayışını geliştirirler. Matematiğin bu kavramsal anlayışına sahip öğrenciler, matematiğin yararlı olduğu ve yeni fikirleri önceki bilgiye bağlayabilme yeteneğine sahip oldukları önemi ve bağlamı değerlendirebilirler (NRC, 2001).

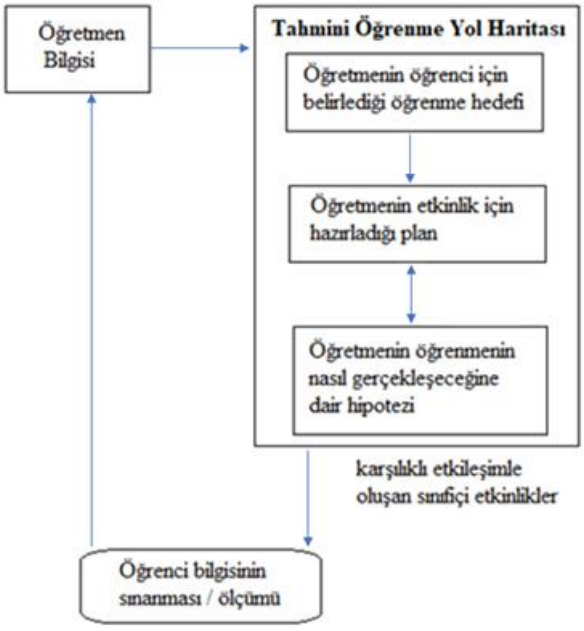
Ayrıca öğrenme ilkesinde, öğrencilerin anlayışını izlemek ve geliştirmek için sorgulamayı kullanmak oldukça önemlidir. Matematiği öğrenirken hem öğretmenler hem de öğrenciler aktif şekilde soru sormalıdırlar. Her ne kadar öğretmenler farklı öğrenme türlerini desteklemek için sorular sormalıysa da, öğrencilerin düşüncelerini anlamak için de öğrencilerin sorularını dinlemek gerekir. Sorgulama, aynı zamanda öğretmenin öğrencilerin bilgi tabanını keşfetmesini ve yeni fikirlerin öğrenilmesini teşvik ederek bilgilerini genişletmesini sağlar. Araştırmalar farklı soruların öğrenciler arasında öğrenmeyi arttırdığını ortaya koymaktadır (Cotton, 2001; Walsh & Sattes, 2005). Dahası, öğretmenler öğrencilerin sorularını dinleyerek ve öğrencilerin daha iyi sorgulayıcı olmasına yardımcı olarak matematiğin öğrenci öğrenimini destekleyebilir (Boaler, 2002).

Değerlendirme: Değerlendirme, matematiğin önemini öğrenmeyi desteklemeli ve hem öğretmenlere hem de öğrencilere kullanışlı bilgi sağlamalıdır (NCTM, 2000, s.22). "Değerlendirme, sadece öğrencileri değerlendirmek için değil öğrencilerin

öğrenmelerini zenginleştirmek ve onlara rehberlik etmek için yapılmalıdır" (s.22). Öğrenme ortamında sürekli yapılan ve öğrencilerin etkileşimini içeren değerlendirmeler, öğrencileri fikirlerini ifade etmeleri için cesaretlendirir ve böylece fikirlerini açıklamalarını sağlar. Değerlendirme, öğretmenlerin öğrencilerin ilerlemesini izleyerek, öğrencilerin başarısını değerlendirerek ve yanılgılarını fark ederek eğitim kararlarını almalarını sağlar. Öğrencilerin matematiği konusunda gelişmeleri hakkında bilgi vererek öğretmeyi ve öğrenmeyi destekler. Ayrıca değerlendirme sonucunda yapılan dönütler de öğrencilerin amaçlarını oluşturmalarında ve öğrenmelerinde önemli ölçüde etkilidir.

1.6.2.2. *Matematik öğretim döngüsü ve tahmini öğrenme yol haritası (TÖYH)*

Matematik eğitimi üç ana bileşen altında ifade edilebilir. Bu bileşenler matematiğin kendisi, öğrenimi ve öğretimi şeklindedir. İyi bir matematik öğretmeni olabilmek matematiksel kavramları özde anlamaya (matematiğin kendisi) ve bunun yanında bu kavramların nasıl öğrenildiği (öğrenim) ve öğretildiğini (öğretim) içselleştirmeye bağlıdır (Zembat, 2016). Simon (1995) bu bileşenlerin birbiriyle nasıl etkileşimli bir şekilde kullanıldığını modelleyen bir teorik çatı oluşturmuş ve bunu matematik öğretim döngüsü olarak ifade etmiştir. Şekil 1.8'de basit haliyle resmedilen bu döngü öğrenci bilgisini sınamayı, öğretmen bilgisini ve ''tahmini öğrenme yol haritasını (TÖYH)'' içerir.



Şekil 1.8. *Simon'un (1998,2004, s.136) tanımladığı matematik öğretim döngüsü*

Simon (1995, 2014), bu teorik çerçeveyi kavramsal öğrenmeyi sağlayan ders planlanmasında yol gösterici olması amacıyla, bir matematik öğretim tasarım aracı olarak üretmiştir. Matematik öğretim döngüsünü anlayabilmek için öncelikle bu döngünün kalbini oluşturan TÖYH'nı detaylı şekilde ele alalım.

TÖYH öğretmenin karar vermesi gereken üç ana bileşenden oluşmaktadır. Bunlar sırasıyla;

1) Öğrencinin öğrenimine dair hedef/amaç,

2) Öğrenimi destekleyecek/geliştirecek etkinlikler yani plan,

3) Öğrenim sürecinin nasıl gerçekleşeceğine (verilen etkinlikler dahilinde öğrenci düşünce ve kavrayışının nasıl gelişeceğine) dair hipotezler.

Öğretmenin öğrenim için belirlediği hedef/amaç her ne kadar diğer iki bileşeni belirlese de yapılacak etkinlik ve sınıf-içi çalışmalara dair seçim ve öğrenim sürecine dair hipotezler birbirine sıkı sıkıya bağlıdır.

Öğretmen bir ders tasarlayabilmek için öncelikle TÖYH'nın ilk bileşenini işleme koymalı, yani öğrenci için konuya dair bir öğrenme hedefi belirlemelidir. Bu hedefleri belirlerken öğretmen aynı zamanda sınıftaki öğrencilerin yeterlik seviyelerini ve ön bilgilerini de göz önünde bulundurmalıdır. Bu da öğretmen bilgisi içerisinde ele alınmıştır. Bu sebeple Simon (1995, 2004, 2014) öğretmen bilgisini TOYH için bir anlamda belirleyici ve itici bir güç olarak belirlemiştir.

TÖYH'nın ikinci aşamasında öğretmen bir plan dahilinde öğrenimi destekleyip geliştirecek etkinlikler oluşturmak durumundadır. Öğrenme için seçilen hedefe yönelik bir etkinlik tasarımı söz konusu olmalıdır. Öğrenciler etkinlik esnasında derinlemesine düşünme imkanı bularak birbirleriyle gerekirse sınıf-içi tartışma ile etkileşime girecek ve bu çalışma biçimi hem onların öğrenmelerini destekleyecek hem de öğretmene öğrenci bilgisini kontrol etme imkanı verecektir.

TÖYH'nın üçüncü bileşeni öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair öğretmenin kurguladığı hipotezlerdir. Öğretmen ders tasarımını yaparken öğrencilerinin derste öğretilmek istenenleri nasıl öğrenebileceğine ve ne tür sorunlar çıkabileceğine dair hipotezler kurmalıdır. Öğretmenin hipotezleri ne kadar tutarlı ise ders de o ölçüde iyi işler. Böylece TÖYH'nın adımları tamamlanmış olur.

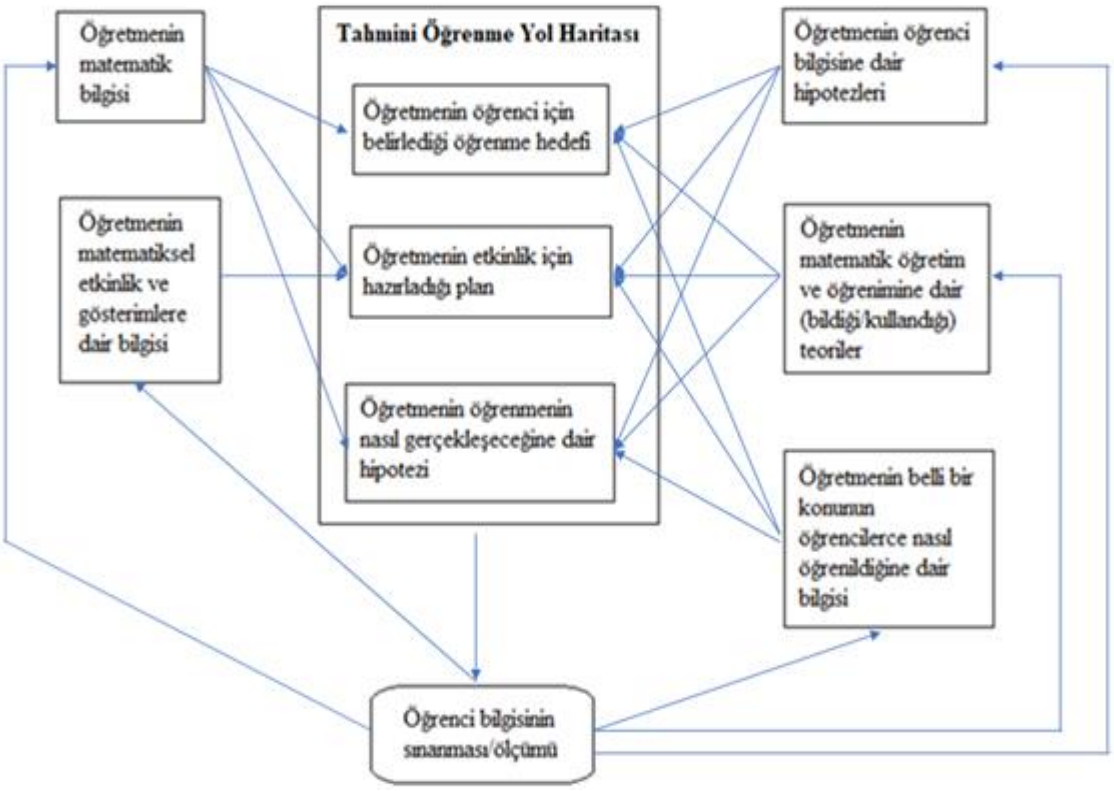
Dersin planlandığı üzere uygulanıp öğrenci bilgisinin ölçülmesinden sonra öğretmen yine kendi bilgisi dahilinde dersin geriye dönük bir analizini yapar ve

matematik öğretim döngüsü yeniden başlar. Bu döngü öğretmen bu alanda deneyim kazandıkça gelişime ve değişime açıktır.

Ancak bu matematik öğretim döngüsü Şekil 1.8'de basit haliyle verilse de Şekil 1.9'da görüldüğü üzere daha karmaşık bir yapıya sahiptir. Şekil 1.9'da sadece matematik öğretmen bilgisinin alt bileşenleri ayrı ayrı ele alınarak modeldeki diğer bileşenlerle olan bağları sunulmaktadır.

Ayrıca bu modele göre, öğrencinin sınanması sonucu elde edilen bilgi öğretmenin matematik bilgisini, öğrencilerin konuyu nasıl öğrendiğine dair bilgisini, teori bilgisini ve öğrenci hipotezlerine dair bilgisini de etkiler. Öğrenci bilgisinin ölçümü bilgisi de TÖYH'nca beslenir.

Öğretmen sınıfa girmeden tasarlanan bu yol haritaları sayesinde ders planı oluşturabilir. Dolayısıyla TÖYH belirli matematiksel kavramların öğrenimini planlamak için bir araçtır. Eğer bu yapı iyi anlaşılır ve uygulanırsa başarılı ders tasarımı ya da başarısız bir dersin ıslahı mümkündür (Simon, 1995, 2014).



Şekil 1.9. *Matematik öğretim döngüsünün etkileşimlerini içeren modeli (Simon, 1995, s.137)*

Bu araştırmada ise tahmini öğrenme yol haritaları dersi planlama sürecinde öğretim aracı olarak kullanılmıştır. Bu süreçte gerçekleştirilen öğretim deneyinde cebir konusunda belirlenen kazanımlara göre literatüre dayalı matematik eğitiminde uzman bir araştırmacı ile birlikte tahmini öğrenme yol haritaları ve ders planları/etkinlikler hazırlanmıştır.

2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli ve gerekçesi, katılımcılar, yöntem çerçevesi, verilerin toplanması, veri analizi, geçerlik ve güvenirlik ayrıntılı olarak belirtilmektedir.

2.1. Araştırma Modeli ve Gerekçesi

Bu çalışmada, cebire girişte bir öğretim deneyi ile öğrencilerin öğrenme süreçleri incelenecektir. Bu süreçlerin detaylı olarak incelenmesi ve değerlendirilebilmesi için verilerin toplanması, çözümlenmesi ve analiz süreçlerinde nitel araştırma yaklaşımları benimsenmiştir.

Araştırmada nitel araştırmalar içerisinde yer alan, öğrencilerin bir bütün olarak nasıl öğrendiklerini araştırmak ve nelerin gerçekleştiğini sistematik olarak incelemek için matematik eğitiminde özellikle kullanılan "öğretim deneyi (teaching experiments)" araştırma deseni olarak seçilmiştir. Öğretim deneyi, bir çeşit tasarım araştırmasıdır. Bir öğretim deneyinin temel amacı, araştırmacıların kişisel olarak öğrencilerin öğrenmesini ve akıl yürütmesini gözlemlemektir (Steffe ve Thompson, 2000). Dahası, bir öğretim deneyi, sınıf tasarım araştırmasının temelini oluşturur. Öğretim deneyleri, öğretim faaliyetlerinin geliştirilmesi ve test edilmesi sürecinin tekrarlanmasıyla öğrencilerin öğrenmesini analiz eder. Steffe ve Thompson (2000)'e göre, matematikte öğretim deneyinin amacı, bu süreç boyunca öğrencilerin öğrenme süreçlerini ve matematiksel etkinliklerini keşfetmek ve açıklamaktır.

Bu araştırmada ise, öğretim deneyi ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin aritmetik ve cebir görevlerini çözerken öğrenme süreçlerinin gelişimini ortaya koymak amacıyla kullanılmıştır.

2.2. Katılımcılar

Araştırmada çalışılan konuyu derinlemesine ve tüm olası ayrıntıları ile incelemek amaçlandığından katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına, olgu ve olayların keşfedilmesine ve açıklanmasına olanak vermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2003). Amaçlı örneklem kendi içinde pek çok örnekleme yönteminden oluşur. Bu yöntemlerden biri de ölçüt örnekleme yöntemidir. Ölçüt örnekleme önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bir durum çalışmasıdır

(Yıldırım ve Şimşek, 2003). Araştırmada katılımcıların belirlenmesinde bu yöntemin kullanılması benimsenmiş ve bu bağlamda şu ölçütler belirlenmiştir:

Katılımcıların sınıf düzeyi: Öğrencilerin cebire girişte öğrenme süreçlerinin incelenmesi amaçlandığından ve cebir öncesine yönelik problemler sunulacağından ortaokul altıncı sınıf düzeyi ile çalışmak tercih edilmiştir. Çünkü cebir kavramı tam anlamıyla yedinci ve sekizinci sınıf düzeylerinde ayrıntılı biçimde ele alınmaktadır. Ancak altıncı sınıf düzeyinde cebire giriş yapılmakta ve bu konunun temelleri atılmaktadır.

Katılımcıların seçimi: Araştırma öncelikle tüm sınıf üzerinde yapılmış ardından odak öğrenciler seçilmiştir. Araştırmaya katılan öğrenciler başarı düzeylerine göre seçilmiştir. Yapılan araştırma için başarı düzeyi yüksek, orta ve düşük olan toplam üç öğrenci seçilmiştir. Öğrenci başarı düzeyleri aşağıdaki ölçütlere göre belirlenmiştir:

1. Sınıf öğretmeninin öğrencilerle ilgili görüşleri
2. 2017-2018 bahar dönemi matematik dersi karne notu

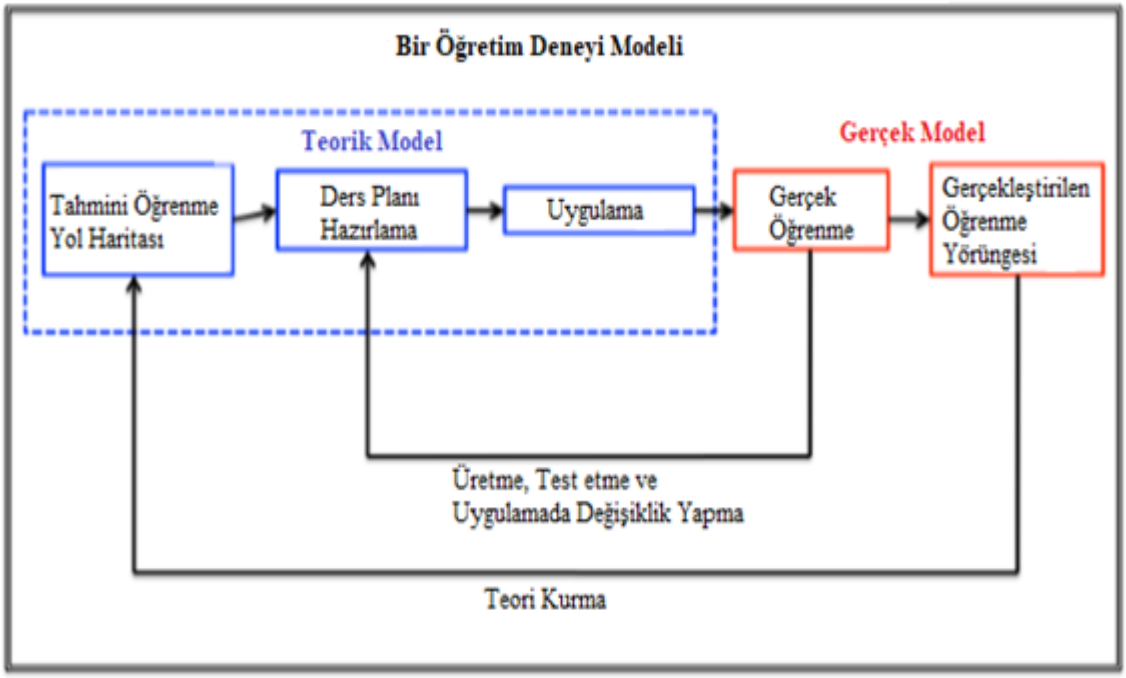
Ayrıca seçilen öğrencilerin gönüllü olması dikkate alınmış, bulgularda adayların gerçek isimleri kullanılmamıştır.

Belirlenen ölçütlere göre katılımcılar, öğretimin gerçekleştirildiği sınıftan yüksek başarı düzeyine sahip Osman, orta başarı düzeyine sahip Halil ve düşük başarı düzeyine sahip Ceren olarak belirlenmiştir. Yapılan bu çalışmada yüksek başarı düzeyine sahip Osman için Oy, orta başarı düzeyine sahip Halil için Ho ve düşük başarı düzeyine sahip Ceren için ise Cd kodlamaları kullanılmıştır.

2.3. Yöntem Çerçevesi

Bu çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öncesi anlayışını destekleyecek bir öğretim biriminin gelişimini sağlamak için gerçekleştirilen öğretim deneyinin çerçevesi sunulacaktır. Öğretim deneyleri, öğretim faaliyetlerinin geliştirilmesi ve test edilmesi sürecinin tekrarlanmasıyla öğrencilerin öğrenmesini analiz eder. Steffe ve Thompson (2000)'e göre, matematikte öğretim deneyinin amacı, süreç boyunca öğrencilerin öğrenme süreçlerini ve matematiksel etkinliklerini keşfetmek ve açıklamaktır. Confrey ve Lachance (2000) bir öğretim deneyini akademik bir eğitim süresi boyunca bir sınıfta planlanan öğretim uygulaması olarak tanımlamaktadır. Bir öğretim deneyinin çerçevesi formal olarak kurulmamıştır. Çünkü gerçek yapısı her bağlamda değişir ve öğrenci geri dönütleri araştırmacıları yönlendirir (Steffe ve Thompson, 2000). Bununla birlikte,

öğretim deneyi; tekrar eden bir işlemi içermelidir. Dahası, deney süresince araştırmacılar uygulamanın bir sonraki değişikliğini ve dolayısıyla tasarım sürecindeki bir sonraki yinelemeyi bildiren öğrencilerin öğrenme ve davranışlarının altında yatan anlamını sürekli olarak değerlendirmeli ve sorgulamalıdır. Şekil 2.1'de bu çalışmayı şekillendiren öğretim deneyinin modeli görülmektedir (Middleton vd., 2008'den uyarlanmıştır.).



Şekil 2.1. *Bir öğretim deneyi modeli*

Şekil 2.1'de bir teorik model ve gerçek model, öğretim deneyi modeline yerleştirilmiştir. Teorik model, uygulamayı bildiren amaçlanan öğrenmeye götüren tahmini öğrenme yol haritalarıyla başlar. Gerçek modelde ise, gerçekleştirilen tahmini öğrenme yol haritaları gerçek öğrenmeye dayanır. Gerçek öğrenme üretildikten sonra test edilir ve uygulamada değişiklik yapılıp yeniden teorik modeldeki ders planı hazırlama sürecine geri döner. Bu çalışma kapsamında öğretim deneyi sürecinde söz konusu kazanımlara ilişkin öncelikle tahmini öğrenme yol haritaları oluşturulmuştur. Daha sonra bu yol haritasına dayalı olarak ders planları hazırlanmış ve uygulanmıştır. Uygulama sonucunda tahmini öğrenme yol haritaları gerekli görüldüğü taktirde revize edilmiştir. Hazırlanan tahmini öğrenme yol haritaları ve ders planları EK-4'te sunulmuştur.

2.4. Pilot Çalışma

Araştırmacı, 2017-2018 eğitim-öğretim yılının birinci döneminde uygulama okulunun farklı bir şubesinde TÖYH'ye dayalı yürütülen öğretim sürecinde hazırlanan öğretim dizisi plan ve etkinliklerinin işlerliğini değerlendirmek ve öğretim deneyi sürecini yönetme konusunda deneyim edinmek amacıyla pilot çalışma gerçekleştirmiştir. Hazırlanan klinik görüşme sorularını test ve revize etmek için ise bu sınıftan matematik başarı düzeyleri, düşük, orta ve yüksek olan üç öğrenci odak olarak belirlenmiştir. Pilot çalışmanın aşamaları, ana çalışmanın çalışmalarıyla aynı biçimde ve dört haftalık bir zaman diliminde yürütülmüştür. Öğrencilerle gerçekleştirilen her bir klinik görüşme ve öğretim dersi, video ile kayıt altına alınmış ve uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte sürekli analize tabi tutulmuştur. Araştırmacı ve uzman matematik eğitimcisi, her bir klinik görüşme ve öğretim ders sonrasında ayrı ayrı ve birlikte olmak üzere kaydedilen videoları izleyerek makro analizler gerçekleştirmişlerdir. Yapılan bu makro analizler sonucunda klinik görüşme soruları ve öğretim dizisi etkinlikleri üzerinde gerekli görülen noktalarda değişiklikler yapılmıştır. Bununla birlikte klinik görüşme ve öğretim dizisi etkinliklerinde bazı soruların daha açık olarak anlaşılmasına yönelik olarak da cümleler revize edilmiştir.

Araştırmanın ana uygulama süreci ise 2017-2018 eğitim-öğretim yılının ikinci yarıyılında gerçekleştirilmiştir. Uygulama süreci ise pilot çalışmaya benzer şekilde yapılmıştır. Pilot ve ana uygulamada gerçekleştirilen tüm dersler ve klinik görüşmeler video ile kayıt altına alınmıştır.

2.5. Veri Toplama

Bu araştırmanın temel verilerinin toplanmasında çeşitli veri toplama araçlarının kullanılması planlanmıştır. Bu bağlamda araştırmada veriler, haftalık öğretim sürecinde çekilen sınıf video kayıtları, klinik görüşmeler (ön, ara, son) ve öğrenci çalışma yaprakları yardımıyla toplanmıştır. Ayrıca öğrenci günlükleri ve araştırmacı günlüğü yardımıyla destek veriler de elde edilmiştir. Öğretim deneyi öğrencilerin ne yaptıkları ile ilgilendiği gibi, daha ağırlıklı olarak nasıl yaptıkları ile ilgilenir. Bu nedenle toplanacak veriler genelde nicelden ziyade nitel özelliklidir. Nitel veriler iki olası kaynaktan elde edilir. İlk kaynak öğrencilerle gerçekleştirilen öğretimler, diğer kaynak ise öğretim süreci içerisinde belirlenen noktalarda gerçekleştirilen klinik görüşmelerdir (Cobb ve Steffe, 1983). Bu çalışma kapsamında gerçekleştirilen klinik görüşmelerde

kullanılacak örnek sorular EK-5'te sunulmuştur. Veri toplama araçlarının her birine aşağıda ayrıntılı olarak değinilmiştir.

2.5.1. Klinik görüşmeler

Klinik görüşmeler; öğrencilerin temel düşünce yapılarını ve düşüncelerindeki zenginliği keşfetmek, onların temel etkinliklerini yakalamak ve bilişsel becerilerini değerlendirmek amacıyla Piaget tarafından geliştirilmiş esnek bir soru sorma yöntemidir (Ginsburg, 1981). Araştırmada odak öğrencilerle yapılacak görüşmeler için ön, ara klinik görüşme soruları hazırlanmıştır. Bu bağlamda araştırmacı-öğretmen tarafından biri araştırmanın başında ikisi öğretim esnasında ve biri de öğretim sonunda olmak üzere her bir odak öğrenci ile her biri yaklaşık birer ders saati süren dörder klinik görüşme gerçekleştirilmiş ve tüm klinik görüşmeler, video ile kayıt altına alınmıştır. Öğrencilerle gerçekleştirilen ön, ara ve son klinik görüşme soruları EK-5'te, klinik görüşme sorularının amaç, içerik ve soru sayısına ilişkin bilgiler ise Tablo 2.1.'de verilmiştir:

Tablo 2.1. *Klinik görüşme sorularının amaç, içerik ve sayısına ilişkin bilgiler*

Klinik Görüşmeler	Amaç	İçerik	Soru sayısı
Ön Klinik Görüşme Soruları	➢ Eşit İşaretini Anlamlandırma ➢ İlişkisel Düşünme	➢ Açık Sayı Cümleleri ➢ Doğru/Yanlış Cümleleri ➢ Eşit İşaretinin Anlamı	8 2 5
Birinci Ara Klinik Görüşme Soruları	➢ Örüntüleri Genelleme ➢ Fonksiyonel İlişki ➢ Sözel İfade ve Cebirsel İfade Arasındaki Geçiş	➢ Örüntüler ➢ Sözel İfadeden Cebirsel İfadeye Geçiş ➢ Cebirsel İfadeden Sözel İfadeye Geçiş ➢ Cebirsel İfadenin Anlamı	2 5 5 1
İkinci Ara Klinik Görüşme Soruları	➢ Cebirsel İfadenin Terimlerini Anlamlandırma ➢ Cebirsel İfadelerle Toplama, Çıkarma ve Çarpma İşlemlerini Yapabilme	➢ Değişken, Terim, Sabit Terim ve Katsayı Kavramları ➢ Benzer Terim ➢ Cebirsel İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemleri ➢ Cebirsel İfadelerle Çarpma İşlemleri	3 5 10 7

Son Klinik Görüşme Soruları	➢ Tüm Kazanımlar	➢ Örüntüler	3
		➢ Sözelden Cebirsele Geçiş	4
		➢ Değişken, Terim, Sabit Terim, Katsayı ve Benzer Terim Kavramları	7
		➢ Cebirsel İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemleri	9
		➢ Cebirsel İfadelerle Çarpma İşlemleri	7

2.5.2. Öğretim dizileri

İki etap şeklinde planlanan öğretim dizileri dört hafta süresince uygulanmıştır. Öğrencilerin ön bilgilerini ölçmeye yönelik yapılan ön klinik görüşmelerden sonra öğrencilerde gözlenen kavram yanılgılarını yok etmek ve bilgi eksikliklerini tamamlamak amacıyla öğretimin ilk haftasında eşitlik kavramı ve ilişkisel düşünme üzerine ders planı hazırlanmıştır. Böylece ilk hafta öğretime hazırlık yapılması amaçlanmıştır. Öğretimin ikinci ve üçüncü haftasında belirlenen dört kazanım sırasıyla beş ve dört ders saati süresince işlenmiştir. Ardından öğrencilerdeki bazı bilgi eksikliklerini tamamlamak amacıyla ikinci ve üçüncü haftadaki kazanımların tekrarı niteliğinde birinci etap tekrar öğretim haftası gerçekleştirilmiştir. Daha sonra ikinci etap öğretime geçilmiş ve öğretimin dördüncü haftasında belirlenen iki kazanım altı ders saati süresince işlenmiştir. Yine öğrencilerde gözlenen kavram yanılgılarını yok etmek amacıyla dördüncü haftadaki kazanımların tekrarı niteliğinde ikinci etap tekrar öğretim haftası gerçekleştirilmiştir.

Öğretim dersleri esnasında haftalık gerçekleştirilen sınıf uygulamalarında yaşanan zorluklar, o derste giderilmeye çalışılmıştır. Ancak giderilemediği tespit edilen zorluklar için de tekrar öğretim haftaları planlanmıştır. Öğretim derslerinde haftalık işlenen konu ile ilgili ders planları ve etkinlikleri hazırlanmış ve bu plan ve etkinlikler EK-4'te, öğretim derslerinde amaç, içerik ve ders saati süresi ise ise haftalık olarak Tablo 2.2.'de verilmiştir.

Tablo 2.2. *Öğretim dizilerindeki amaç, içerik ve ders saati süresi*

Hafta	Amaç	İçerik	Ders Saati Süresi
Birinci Hafta	➢ Eşit İşaretini Anlamlandırma ➢ İlişkisel Düşünme	➢ Açık Sayı Cümleleri ➢ Doğru/Yanlış Cümleleri	1

1. Etap Öğretim ➢ İkinci Hafta	➢ 6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur. ➢ 6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.	➢ Şekil Örüntüleri ➢ Sayı Örüntüleri ➢ Sözel Olarak Verilen İfadeler ➢ Cebirsel Olarak Verilen İfadeler	5
➢ Üçüncü Hafta	➢ 6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar. ➢ 6.2.1.4. Basit cebirsel ifadenin anlamını açıklar.		4
1. Etap Tekrar Öğretim Haftası	➢ 1. Etap Öğretimindeki Kazanımlar		3
2. Etap Öğretim Dördüncü Hafta	➢ 6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapar. ➢ 6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar.	➢ Değişken, Terim, Sabit Terim ve Katsayı Kavramları ➢ Benzer Terim ➢ Cebirsel İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemleri ➢ Cebirsel İfadelerle Çarpma İşlemleri	6
2. Etap Tekrar Öğretim Haftası	➢ 2. Etap Öğretimindeki Kazanımlar		2

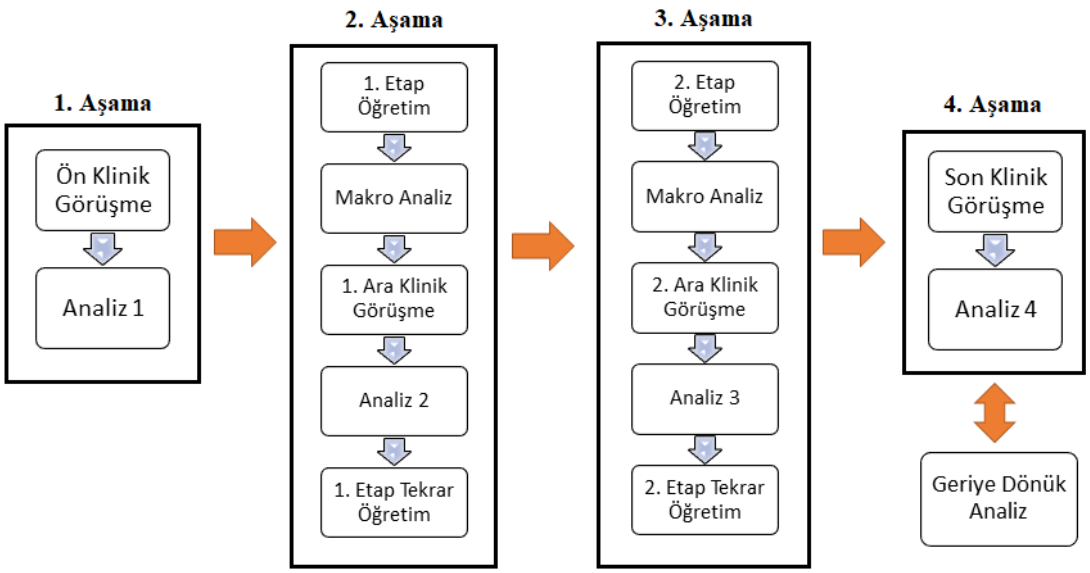
2.6. Veri Analizi

Verilerin analiz sürecinde öğretim deneyi sürekli analiz (ongoing analysis) ve geriye dönük analiz (retrospective analysis) olmak üzere iki önemli analiz düzeyini içermelidir. Sürekli analiz öğrencilerle birlikte yapılan öğretim dersleri arasında ve bu dersler süresince gerçekleştirilirken, geriye dönük analiz birbirini izleyen bir dizi öğretim derslerinin tamamı üzerinde gerçekleştirilir.

Sürekli analiz öğretmenlerin öğrencilerinin öğrenmelerini daha öteye taşımak için gerçekleştirdikleri doğal ya da planlanmış yönlendirmelerden oluşmaktadır. Bu analizin kilit noktası ise öğrencilerin bilgilerine, eylemlerine ve eğilimlerine göre araştırmacının modelini oluşturabilmesi ve düzenleyebilmesidir. Bu amaç doğrultusunda araştırmanın sürekli analiz sürecinde her dersin sonunda araştırmacılar kaydedilen videoları seyrederek elde edilen sonuçları ve gözlemlerini ayrıntılı olarak tartışacaklar, öğretim

sürecinde gerekli gördükleri düzenlemeleri gerçekleştireceklerdir. Geriye dönük analiz ise, tüm veri setinin yeniden ele alınmasını içerir. Bu analiz öğretim deneyinin ilgili kayıtlarının (ön görüşmeler, öğretim süreci ve son görüşmeler) tamamının dikkatle incelenmesini gerektirir. Bu analizin amacı öğrencilerin matematiksel gelişimlerini açıklayabilmektir (Simon, 2000).

Çalışma kapsamında gerçekleştirilen öğretim deneyi, Şekil 2.2'de görüldüğü gibi dört aşamalı olarak tekrarlanan bir süreci kapsamaktadır. İlk olarak, birinci aşamada ön klinik görüşme gerçekleştirilip analiz 1 yapılmıştır. İkinci aşamada öğretim uygulamaya geçirilmiş ve birinci etap öğretim gerçekleştirilmiştir. Ardından öğretimlerin makro analizi yapılmıştır. Daha sonra birinci ara klinik görüşme gerçekleştirilmiş ve analiz 2 yapılmıştır. Öğretimde ve ara klinik görüşmede öğrencilerde gözlenen kavram yanılgılarını ortadan kaldırmak ve bilgi eksikliklerini tamamlamak için birinci etap tekrar öğretimi gerçekleştirilmiştir. Üçüncü aşama ise, öğretime kaldığı yerden devam edilmiş ve ikinci etap öğretim dizisi gerçekleştirilmiştir. Ardından öğretimlerin makro analizi yapılmıştır. Daha sonra ikinci ara klinik görüşme gerçekleştirilmiş ve analiz 3 yapılmıştır. Bu aşamada da öğrencilerde gözlenen kavram yanılgılarını ortadan kaldırmak ve bilgi eksikliklerini tamamlamak için ikinci etap tekrar öğretimi gerçekleştirilmiştir. Son olarak öğretim deneyinin dördüncü aşaması da son klinik görüşme ve analiz 4'ten oluşmaktadır. Ayrıca her aşamadan sonra geriye dönük analizler gerçekleştirilmiş öğretim sürecinde döngüsel olarak değişiklikler yapılarak uygulama sürecine devam edilmiştir.



Şekil 2.2. *Veri toplamanın aşamaları ve analizi*

Aşama 1: Veri toplama ve analizin birinci aşaması, ön klinik görüşme ve analiz 1'den oluşmaktadır. İlk olarak öğrencilerle ön klinik görüşmeler yapılmıştır. Cebir ve cebire giriş hakkında ön bilgileri bu şekilde yoklanmıştır. Ardından analiz 1 yapılmış ve öğrencilerin çözebildiği problem türleri incelenip araştırmacıya öğrencilerin mevcut matematik bilgisi, yanlış anlamaları ve stratejileri hakkında bilgi sağlanmıştır.

Aşama 2: Veri toplama ve analizinin ikinci aşaması beş bölümden oluşmaktadır: birinci etap öğretim, makro analiz, birinci ara klinik görüşme, analiz 2 ve birinci etap tekrar öğretim. Bu aşamada gerçek öğretim deneyleri uygulanmıştır. Her dersin öğretimi planlanıp, cebir öncesinin ve cebirin öğretimi öğrencilerin öğrenmesini destekleyecek şekilde gerçekleştirilmiştir. Ardından bu öğretimin makro analizi yapılmıştır. Çalışma boyunca ve öğretim deneyinin tamamlanmasından sonra her öğretim bölümünde analizler gerçekleştirilmiştir. Böylece her analiz sonucundan haberdar olup uygulamada geriye dönük analizler yapılarak öğretim sürecinde değişikler kolaylıkla yapılabilmiştir. Ardından birinci ara klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmede öğretim deneyi sonrasında öğrencilerin cebir konusundaki düşüncelerinde farklılık olup olmadığı, cebir hakkındaki kavram yanılgıları ve cebir öncesi problemlerini çözme yöntemlerinin neler olduğu ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Daha sonra bu klinik görüşmenin, sınıfta çekilen videoların ve öğrenci çalışma yapraklarının analizi gerçekleştirilmiştir. Öğretimde ve ara klinik görüşmede öğrencilerde gözlenen kavram yanılgılarını ortadan kaldırmak ve bilgi eksikliklerini tamamlamak için birinci etap tekrar öğretimi gerçekleştirilmiştir.

Aşama 3: Aşama 2'ye benzer şekilde veri toplama ve analizinin üçüncü aşaması da beş bölümden oluşmaktadır: ikinci etap öğretim, makro analiz, ikinci ara klinik görüşme, analiz 3 ve ikinci etap tekrar öğretim. Bu aşamada gerçek öğretim deneylerine devam edilmiştir. Her dersin öğretimi planlanıp, cebir öğretimi öğrencilerin öğrenmesini destekleyecek şekilde gerçekleştirilmiştir. Ardından bu öğretimin makro analizi yapılmıştır. Çalışma boyunca ve öğretim deneyinin tamamlanmasından sonra her öğretim bölümünde analizler gerçekleştirilmiştir. Böylece her analiz sonucundan haberdar olup uygulamada geriye dönük analizler yapılarak öğretim sürecinde değişikler kolaylıkla yapılabilmiştir. Ardından ikinci ara klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmede öğretim deneyi sonrasında öğrencilerin cebir konusundaki düşüncelerinde farklılık olup olmadığı, cebir hakkındaki kavram yanılgıları ve cebir öncesi problemlerini çözme yöntemlerinin neler olduğu ortaya

çıkarılmaya çalışılmıştır. Daha sonra bu klinik görüşmenin, sınıfta çekilen videoların ve öğrenci çalışma yapraklarının analizi gerçekleştirilmiştir. Öğretimde ve ara klinik görüşmede öğrencilerde gözlenen kavram yanılgılarını ortadan kaldırmak ve bilgi eksikliklerini tamamlamak için ikinci etap tekrar öğretimi gerçekleştirilmiştir.

Aşama 4: Veri toplama ve analizinin dördüncü aşaması, son klinik görüşme ve analiz 4'ten oluşmaktadır. Bu aşamada amaç, öğretim deneyi süreci boyunca öğrencilerin gelişimlerini ortaya koymaktır.

Ayrıca her aşamada, son analiz olan geriye dönük analiz gerçekleştirilmiştir. Bu analiz öğretim deneyinde toplanan tüm verilerin analizini içermektedir. Deney sırasında öğrenme ve öğretme gözlemleri ve görüşmeleri sonucunda öğrencinin gelişimi aşama aşama kaydedilmiştir. Böylece gerçekleştirilen öğretim deneyinin öğrenciler üzerinde oluşturduğu değişimler, öğrencilerin cebire giriş ve cebir hakkında gelişim süreci incelenmiştir.

2.7. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmaların bir özelliği de araştırma sürecinde araştırmacının aktif rol almasıdır. Araştırmacı süreç boyunca katılımcılar ile doğrudan ilişki kurar ve gerektiğinde katılımcıların yaşantılarını birebir deneyimler. Verilerin analizi sürecinde alandaki bilgi birikimini ve deneyimlerini kullanarak analizine bunları da yansıtır. (Yıldırım ve Şimşek, 2003).

Araştırma sürecinde araştırmacı tarafsız bir şekilde katılımcıları belirlemiş, derinlemesine gözlem yaparak katılımcıların düşünme biçimlerini ortaya çıkarmaya çalışmış ve bulgularını sunmuştur. Bu süreçte araştırmacının öğretmen olması ve yüksek lisans eğitimi sırasında almış olduğu Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri, Bilim Etiği ve Eğitimde İstatistiksel Yöntemler dersleri araştırma sürecinde araştırmacının klinik görüşme yapabilmesine, veri toplama ve analiz sürecinde yetkin olmasına yardımcı olmuştur.

Bu araştırma çerçevesinde ise araştırmacı öğrencilere öğretim deneyi sürecinde moderatör olarak katılmıştır. Öğretim deneyi sürecinde araştırmacı, uygulamanın gerçekleştirilmesi için ders plan ve etkinliklerini yapmış, öğrencilerin amaca odaklanabilmeleri için yansıtıcı sorular sormuş, sınıf ortamında öğrencilerin etkin şekilde katılımını sağlamıştır. Bu açıdan araştırmacı öğretim sürecinde eğitmen rolünde aktif bir şekilde öğrencilerin gelişiminde rol almıştır.

2.8. Araştırmada Geçerlik ve Güvenirlik

Geçerlik ve güvenirlik, öğretim deneyinin bilimsel olarak kabul edilmiş bir araştırma yöntemi olması için gereklidir.

Güvenirlik: Bulguların güvenirliğini arttırmak için analizlerin tekrarı, döngüler boyunca öğretim deneyinde gerçekleştirilmiştir. Ayrıca araştırmada birden fazla veri kaynağı kullanılmıştır.

Geçerlik: Öğretim deneyinin döngüsel ve işbirliğine dayalı doğası, sonuçların geçerli olmasını sağlayacaktır. Başka bir deyişle, öğretim deneyinin doğası teorinin, tasarımın, uygulamanın ve ölçmenin artmasına olanak tanır (DBRC, 2003). Messick (1992), bir iddianın sonucunda ortaya çıkmış geçerliliğin, belirli bir sistemde ürettiği değişiklikler üzerine kurulduğunu savunmuştur. Bu araştırmada bu değişikliklerin geçerliliği destekleyen bir kanıt olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle, bir öğretim deneyinde bir model tarafından başlatılan öğrenci öğrenme örnekleri, sonuçların geçerliliğinin kanıtı olarak kabul edilebilir.

3. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde araştırma sürecinde çeşitli veri toplama araçlarıyla toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulara ve bu bulguların yorumlarına yer verilmiştir. Bulgular; odak öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmelerde öğrencilere yöneltilen sorulara karşılık alınan öğrenci açıklamalarından, tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmalarından ve seçilen doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

3.1. Odak Öğrencilerin Ön Klinik Görüşmelerine İlişkin Bulgular

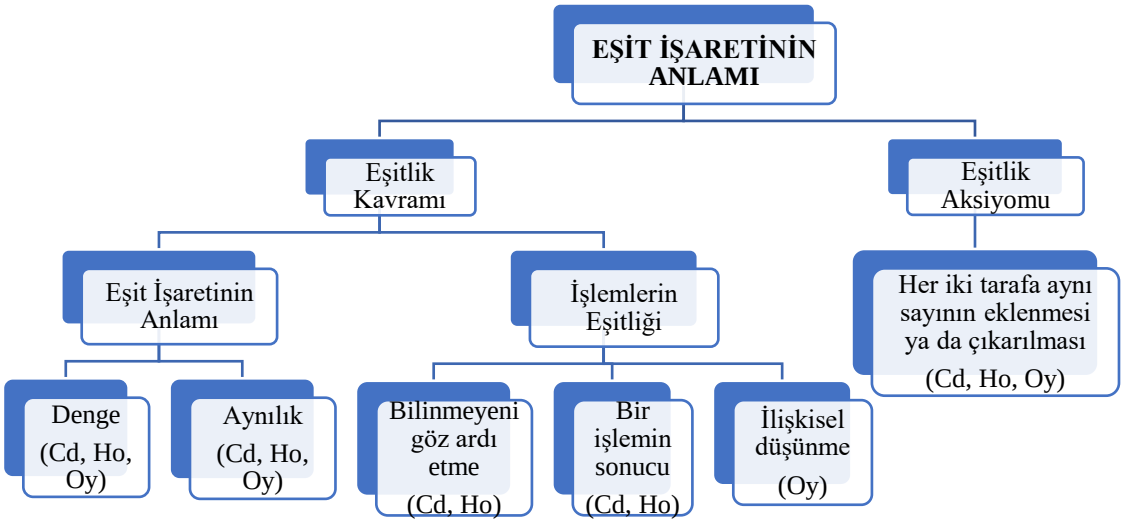
TÖYH'ye dayalı bir öğretim sürecinde öğrenciler için öğrenme amacı belirlenirken öğrencilerin ön bilgilerinin dikkate alınması önem kazanmaktadır. Bu nedenden dolayı öncelikle odak öğrencilerle ön klinik görüşmeler gerçekleştirilerek öğrencilerin yeterlikleri ve ön bilgileri belirlenmeye çalışılmıştır. Ön klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular**;**

- Eşit işaretinin anlamı
- Örüntü genelleme

şeklinde iki ana başlık altında odak olarak seçilen Osman, Halil ve Ceren'in yaklaşımlarıyla sunulmuştur.

3.1.1. Eşit işaretinin anlamı

Osman, Halil ve Ceren'in eşit işaretini nasıl anlamlandırdıklarına yönelik ortaya çıkan alt temalar ve kodlar Şekil 3.1'de sunulmuştur.



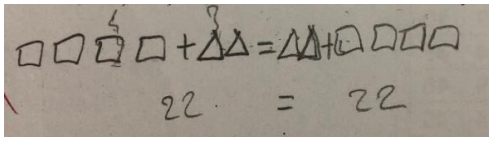
Şekil 3.1. *Ceren, Halil ve Osman'ın ön klinik görüşmede eşit işaretinin anlamını belirlemede kullandıkları eylemler*

Şekil 3.1'de görüldüğü gibi öğrencilerin eşitlik algısı eşitlik kavramı ve eşitlik aksiyomu şeklinde iki alt başlıkta incelenmiştir.

Matematiğin temelinde yer alan eşitlik kavramı ile ilgili öğrencilere terazi modeli, boşluk doldurma, doğru yanlış soruları yönlendirilmiştir. Yaptıkları soru çözümleri öğrencilerle klinik görüşmeler yapılarak incelenmiş, Şekil 3.1'de görüldüğü gibi eşitlik kavramına yönelik eşit işaretinin anlamı ve işlemlerin eşitliği şeklinde matematiksel düşünceleri ortaya çıkarılmıştır.

''Eşit işaretinin anlamı nedir?'' sorusuna verilen yanıtlara göre, odak olarak belirlenen üç öğrenci, eşit işaretinin denge ve aynılık anlamına geldiğini ifade etmiştir. Örneğin odak öğrencilerden üçü de *''Denge durumunu sağlamak için ya ağır olan kefeden ağırlık alınmalı ya da hafif olan kefeye ağırlık koyulmalıdır.''* şeklinde eşitliğin denge anlamına vurgu yapmışlardır.

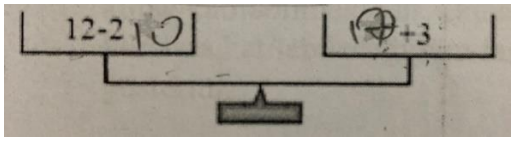
Yüksek başarı düzeyine sahip Osman, ayrıca eşitliğin denge anlamını Şekil 3.2'de görüldüğü gibi modelleme yoluyla da anlatmaya çalışmıştır. Bu modelde önce değişme özelliğini dikkate alarak eşitliğin sol tarafına dört kare ve iki üçgen, sağ tarafına ise iki üçgen ve dört kare modeli çizmiştir. Daha sonra kerelerin ve üçgenlerin köşe sayılarını kullanarak görsel temsilden sayısal temsile geçiş yapmış ve değişme özelliğini burada da kullanarak 16+6=6+16 ve 22=22 işlemlerini gerçekleştirmiştir. Öte yandan öğrenciler *''her iki tarafta da aynı ağırlık, aynı ölçü''* ya da *''aynı olan''* ifadelerini kullanarak eşitliğin aynılık anlamına da atıfta bulunmuşlardır.



Şekil 3.2. *Açık uçlu ön testte yer alan ''Eşit işaretinin anlamı nedir?'' sorusuna yönelik Osman'ın eylemleri*

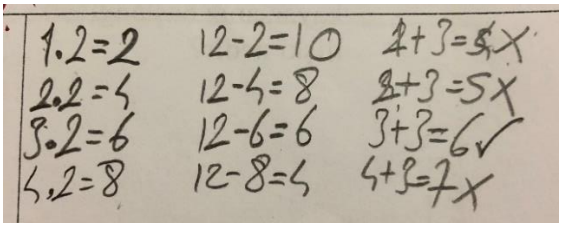
Üç odak öğrenci de eşitliğin denge ve aynılık anlamına vurgu yapsalar da bir terazi modeli üzerinden işlemlerin eşitliğinin sorgulandığı soruda düşük başarı düzeyine sahip Ceren ve orta başarı düzeyine sahip Halil, her iki tarafında bilinmeyen içeren bir eşitlikte bilinmeyeni göz ardı ederek matematiksel işlemler gerçekleştirmişlerdir. Örneğin Ceren, Şekil 3.3'te görüldüğü gibi eşitliğin sol tarafında bilinmeyen olarak verilen yıldızı göz ardı ederek, 12-2 işlemini gerçekleştirmiş ve bulduğu sonuca dayalı olarak eşitliğin sağ tarafındaki yıldız yerine gelebilecek sayıyı hesaplamıştır. Halil ise eşitliğin sol tarafındaki işareti bölme işlemi olarak algılayıp *"12'yi 2'ye bölerek 6*

bulduk. Sağ kefeye baktığımızda 6 olması için yıldız yerine 3 yazarız. Her iki kefede 6 olmuştur" şeklinde hatalı düşünerek tesadüfen doğru yanıta ulaşmıştır. Ayrıca Ceren ve Halil'in çözümlerine dayalı olarak işlemlerin eşitliğini bir işlemin sonucu olarak anlamlandırdıkları da görülmüştür.



Şekil 3.3. *Açık uçlu testte yer alan terazi modeline yönelik Ceren'in eylemleri*

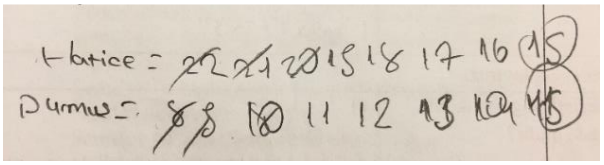
Yüksek başarı düzeyine sahip Osman ise Şekil 3.4'te görüldüğü gibi, verilen terazi modelinde bilinmeyen yerine çeşitli sayılar deneyerek terazinin dengede olup olmayacağını sorgulamıştır. Yaptığı denemeler sonucunda terazinin her iki tarafının eşitliğini gözlemledikten sonra bilinmeyen yerine hangi sayının gelebileceğini ifade etmiştir. Öte yandan Osman'ın bu işlemleri gerçekleştirirken yaptığı modellemede de görüldüğü gibi ilişkisel düşünebildiği gözlenmiştir.



Şekil 3.4. *Açık uçlu ön testte yer alan terazi modeline yönelik Osman'ın yaptığı eylemler*

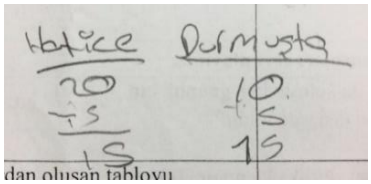
Eşit işaretinin anlamına ilişkin olarak odak üç öğrencinin eşitliği denge olarak anlamlandırmalarından kaynaklı eşitliğin her iki tarafına aynı sayının eklenmesi ya da çıkarılmasıyla dengenin bozulmayacağını ifade ederek eşitlik aksiyomlarını dikkate aldıkları da görülmüştür. Bu durum hem terazi modeli hem de sözel problem üzerinde gözlenmiştir. Örneğin ''Bir terazinin her iki kefesinde 8 gramlık bir ağırlık vardır. Sağ kefeye 4 gram ağırlık ekleniyor. Terazi hala dengede midir?'' sorusuna yönelik olarak Halil *"Hayır dengede değil. Dengede olması için sol kefeye 4 gramlık ağırlık eklenmeli ... dengelemek için 4 eklemek ya da 4 çıkarmak gerek."* yanıtını vermiştir. Sözel bir problem üzerinde ise üç öğrenci farklı stratejiler kullanarak eşitlik aksiyomlarını uygulamışlardır. Örneğin "İkiz kardeş olan Hatice ve Durmuş'un ellerinde çikolatalar vardır. Hatice'de 22, Durmuş'ta 8 çikolata olduğuna göre, bu ikiz kardeşlerin eşit

çikolataya sahip olmaları için Hatice Durmuş'a kaç çikolata vermelidir?" probleminin çözümüne ilişkin olarak Ceren, sistematik liste yapma; Halil, tahmin ve kontrol; Osman ise, muhakeme yapma stratejilerini kullanmışlardır. Ceren verilen sözel problemi sistematik liste yapma yöntemi ile Şekil 3.5'te görüldüğü gibi 22 ve 8 adet olarak verilen çikolata sayılarını birinden alıp diğerine teker teker vererek sayıları 15'te eşitlemiş ve sorunun çözümünü tamamlamıştır.



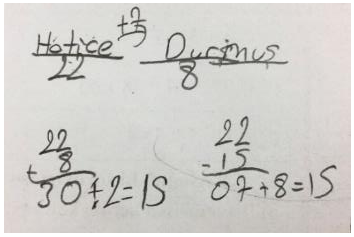
Şekil 3.5. *Açık uçlu ön testte yer alan sözel probleme yönelik Ceren'in kullandığı sistematik liste yöntemi ile çözümü*

Halil ise, verilen sözel problemi tahmin ve kontrol stratejisi ile Şekil 3.6'da görüldüğü gibi önce 22'den 8'e 2 vermiştir, ardından 5 vermiştir ve böylece eşit sayıyı elde etmiştir. Rastgele sayılar kullanarak doğru yanıta bu yöntemle ulaşabilmiştir.



Şekil 3.6. *Açık uçlu ön testte yer alan sözel probleme yönelik Halil'in kullandığı tahmin ve kontrol stratejisi ile çözümü*

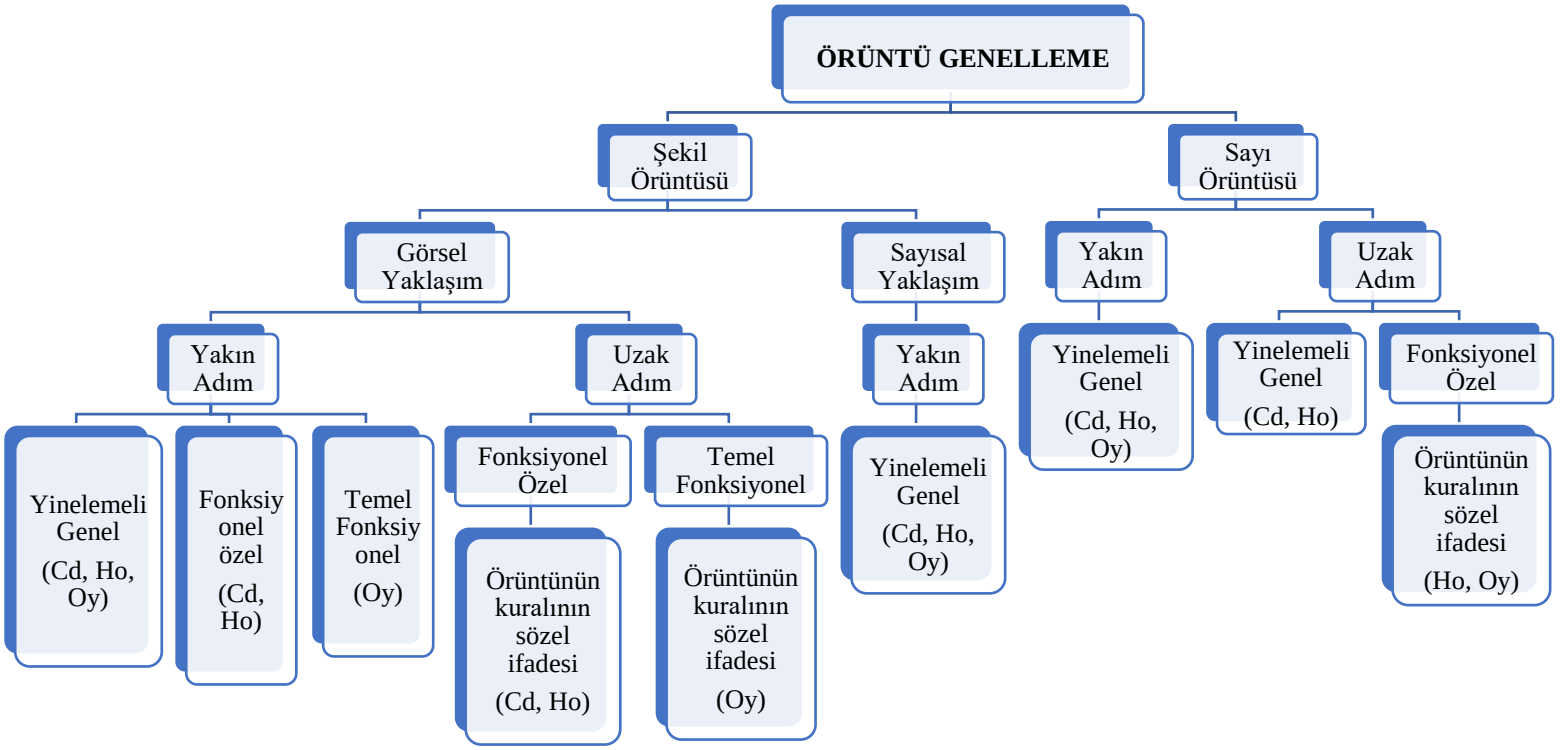
Osman ise, verilen sözel problemi muhakeme yapma stratejisini kullanarak Şekil 3.7'de görüldüğü gibi, öncelikle toplam çikolata sayısını bulmuştur ve iki kişiye eşit olarak paylaştırılması gerektiğini ifade etmiştir. Ardından bulduğu toplam çikolata sayısını ikiye bölerek eşitleneceği sayıyı hesaplamış ve Hatice'nin Durmuş'a vereceği çikolata sayısını kolayca ifade edebilmiştir.



Şekil 3.7. *Açık uçlu ön testte verilen sözel probleme yönelik Osman'ın kullandığı muhakeme yapma stratejisi ile çözüm*

3.1.2. Örüntü genelleme

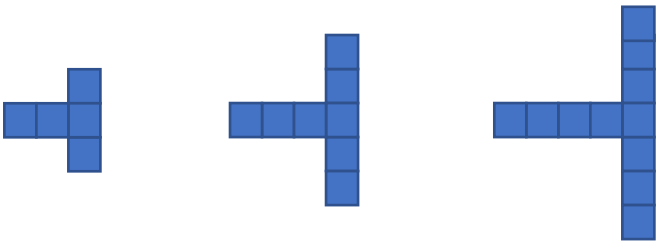
Osman, Halil ve Ceren'in hem şekil hem de sayı örüntülerini genellemelerine ilişkin ortaya çıkan alt temalar ve kodlar Şekil 3.8'de sunulmuştur.



Şekil 3.8. *Ceren, Halil ve Osman'ın ön klinik görüşmede örüntü genellemede kullandıkları eylemler*

Şekil 3.8'de görüldüğü gibi, örüntü genelleme konusu şekil ve sayı örüntüsü olmak üzere iki alt temada incelenmiştir.

Odak öğrencilere aşağıdaki şekil örüntüsü verilerek örüntüyü yakın ve uzak adıma devam ettirmeleri istenmiş ve öğrencilerden örüntünün kuralını oluşturmaları beklenmiştir.

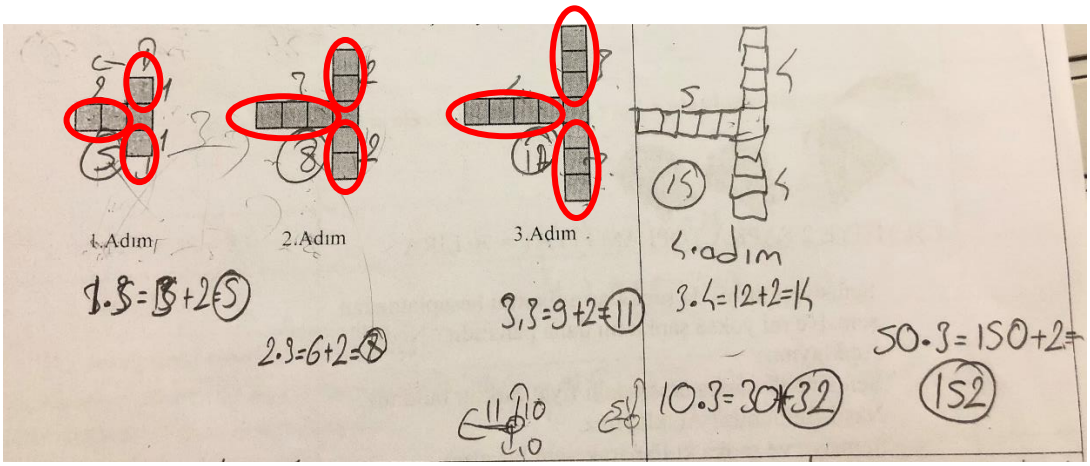


1.Adım 2.Adım 3.Adım

Şekil 3.8'de görüldüğü gibi, odak öğrenciler verilen şekil örüntüsünü görsel ve sayısal yaklaşım altında incelemişlerdir. Görsel yaklaşım altında öğrenciler örüntünün nasıl büyüdüğünü dikkate alarak önce şeklin yapısını analiz etmişler daha sonra sayısal yaklaşımı kullanarak görsel ilişkiyi sayısal ilişkiye (sayı örüntüsü oluşturma) dönüştürmüşlerdir.

Aynı zamanda şekil örüntüsünü görsel yaklaşım altında incelerken Osman, Halil ve Ceren örüntünün yakın adımını ifade ederken şeklin devamını çizerek yinelemeli genel düzeyde ifade etmişlerdir. Bu düzeydeki öğrenciler belirli örneklerden bağımsız olarak yinelemeli ilişkiyi bütüne genellerler. Diğer bir deyişle öğrenciler yinelemeli ilişkiyi her bir nicelik için ayrı ayrı tanımlarlar. Şekil örüntüsünü yakın adıma devam ettirirken üç öğrencide hem sayısal (sayı örüntüsünü devam ettirme) hem de görsel yaklaşım (şekli çizerek devam ettirme) altında bir önceki terime sabit terimi ekleyerek bir sonraki terimi elde etmişlerdir (yinelemeli genel).

Şeklin yapısını görsel yaklaşım altında analiz ederken Osman, Şekil 3.9'da görüldüğü gibi örüntünün 1. adımında yatay olarak 2 kutu ve dikey olarak aşağı ve yukarı olmak üzere 1'er kutu olduğunu ifade etmiştir. Aynı şekilde örüntünün 2. adımında yatay olarak 3 kutu ve dikey olarak aşağı ve yukarı olmak üzere 2'şer kutu olduğu dile getirmiştir. Yaptığı şekil analizini örüntünün 4. adımı için de uygulayarak ve şeklini de çizerek yakın adımdaki kutu sayısını doğru biçimde hesaplayabilmiştir.

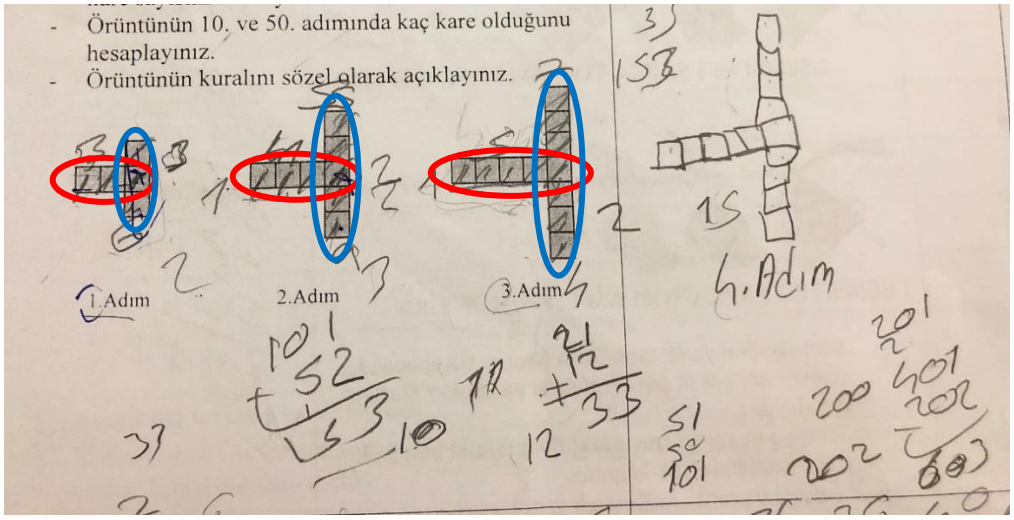


Şekil 3.9. *Açık uçlu ön testte verilen şekil örüntüsüne yönelik Osman'ın gerçekleştirdiği eylemler*

Ayrıca Osman, verilen şekil örüntüsü için oluşturduğu analizi uzak adımlar için de doğru biçimde genelleyebilmiştir. Örüntünün 10. adımı için *''Sola doğru giderken kaçıncı adımsa onun 1 fazlası oluyor. 10.adıma göre de sola doğru 11 tane olur. Yukarıya doğru da aynı oluyor ve aşağıya doğru. 3. adımda 3 tane gitmiş. O zaman 10. adımda da öyle olur. Yukarı doğru 10, aşağı doğru 10 tane gitmiş olur. Bir de ortadaki var. Toplarsak 32 eder.''* ifadelerini kullanarak şeklin analizini doğru biçimde yorumlamış ve uzak adımdaki kutu sayısını hesaplayabilmiştir. Yaptığı şekil analizlerini 50. adım için de uygulayarak doğru sonuca ulaşabilmiştir. Ayrıca Osman, Şekil 3.9'da görüldüğü gibi şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirdikten sonra şekilde verilen kutuların sayısı ile adım sayısı arasındaki ilişkiyi *''1. adımda 1'i 3'le çarparsak 3 ediyor, 2 eklersek 5 ediyor. 2'yi 3'le çarparsak 6 ediyor, 2 eklersek 8 ediyor. Yani 3 katının 2 fazlası oluyor kaç tane kutu varsa.''* şeklinde ifade ederek genellemeye ulaşmıştır.

Osman şekil örüntüsünün yakın ve uzak adımlarını temel fonksiyonel düzeyde ifade edebilmiştir. Bu düzey nicelikler arası ilişkilerin eksik bir şekilde ifade edilmesine karşın fonksiyonel ilişkinin temel özelliklerinin oluşmaya başladığını göstermektedir. Bu düzeydeki öğrenciler fonksiyonel ilişkinin yanında nicelikleri de tanımlarlar. Ancak bu nicelikler arasındaki dönüşümü açıkça ifade edemezler. Ayrıca Osman, örüntünün kuralını *''Kaç taneyse 1 fazlası sola doğru; yukarı doğru ve aşağı doğru aynı; ortada da 1 tane var.''* Biçiminde sözel olarak ifade etmiştir. Burada ''kaç taneyse'' şeklinde ifade ettiği adım sayısıdır. Adım sayısına bağımlı kare sayılarının nasıl değişeceğini açıklamıştır.

Şeklin yapısını görsel yaklaşım altında analiz ederken Halil ise, Şekil 3.10'da görüldüğü gibi, şekil örüntülerinin her bir adımını yatay ve dikey olarak ayırmıştır ve 1. adım için yatayda 3, dikeyde 3 kutu; 2. adım için yatayda 4, dikeyde 5 kutu; 3. adım için de yatay 5, dikey 7 kutu olduğu ifade etmiştir. Ancak Halil, şekli yatay ve dikey olarak işaretlediğinde ikisinin kesiştiği noktada ortada yer alan kutuyu iki kere sayarak şekilde bulunan toplam kutu sayısını hatalı biçimde hesaplamıştır.

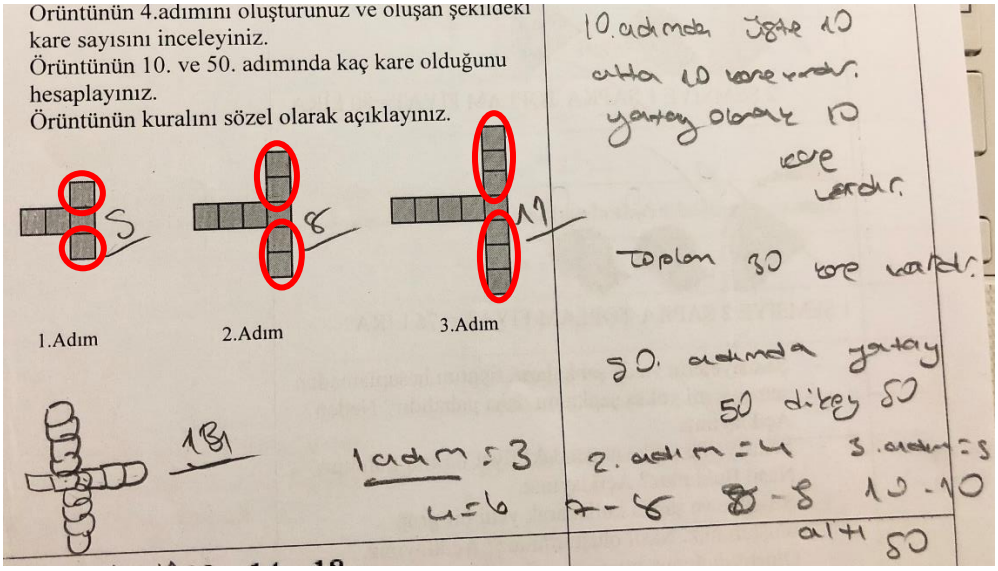


Şekil 3.10. *Açık uçlu ön testte verilen şekil örüntüsüne yönelik Halil'in gerçekleştirdiği eylemler*

Adım sayıları arasında *''Her adımda 3 kare arttığı için, yatay olarak 1, dikey olarak 2 tane artmıştır.''* şeklinde örüntüyü tanımlamıştır. Adımlar arasındaki ilişkiye bakarak her adımda yatay olarak 1, dikey olarak 2 kare arttığını ifade etmiştir. Buna göre, Şekil 10'da da görüldüğü gibi 4. adım için, yatay olarak yine 1 kare artacağını ifade ederek yatayda 6 kare çizmiştir. Aynı şekilde her adımda dikey olarak 2 kare arttığını ifade ederek dikeyde 7'ye 2 eklemiş ve 9 kare çizmiştir. Halil'in 4. adım için çizdiği şekle baktığımızda doğru biçimde çizdiğini görmekteyiz. Ancak bu adım için de yatay ve dikeydeki kare sayılarını sayarken ortada yer alan kareyi 2 kere saydığından dolayı şekildeki kare sayılarını 1 kare fazla olarak hesaplamıştır. Aynı zamanda Halil, yaptığı şekil analizini uzak adıma da genellemeye çalışmıştır. 10. adım için, *''Her adımda 2 fazlası arttığı için adımın 2 fazlası olduğu için 10.adımda yatay olarak 12 tane. Dikey olarak kendisinin (adım sayısının) bir sonraki sayı ile toplanır. Yani 10 ile 11'i topladığımızda dikey olarak 21 kare var. Topladığımızda 12+21= 33 kare olur 10.adımda.''* ifadelerini kullanarak uzak adıma genellemiştir. Burada Halil, adım sayısı ile yatay ve dikey olarak dizilen kareler arasında ilişkiyi kurabilmiştir. Halil'in

kullandığı bu genelleme doğru olup yalnızca ortadaki kareyi fazla saymasından dolayı hata yapmış ve toplamda 1 kare fazla olarak hesaplamıştır. Aynı şekilde 50. adımda, *''Yatay olarak 2 arttığı için 52. Dikey olarak kendisinin (adım sayısının) 1 fazlasını eklediğimiz için 50'ye 51 ekleriz. Dikey olarak 101 olur. Toplarsak 153 oluyor.''* ifadelerini kullanarak bu uzak adım için de genelleme yaparak kaç kare olacağını yine 1 kare fazla olacak biçimde hesaplayabilmiştir.

Halil, Şekil 3.10'da görüldüğü gibi kırmızı ve mavi dairelerde ortak olarak işaretlenen kareleri hem yatay hem de dikey doğrultuda sayarak şekildeki kare sayılarını her seferinde 1 kare fazla olarak hesaplamıştır. Böylece yaptığı şekil analizlerinde genellemeyi doğru yapmış ancak sayısal ilişkide yanlış sonuca ulaşmıştır. Örüntüde yalnızca şekle odaklanmıştır, bu doğrultuda her adım için hesapladığı kare sayısında işlem hatası yapmıştır. Halil burada, şekil örüntüsünün yakın ve uzak adımlarını fonksiyonel özel düzeyde ifade edebilmiştir. Bu düzeydeki öğrenciler belirli durumlar için fonksiyonel ilişkiyi tanımlayabilirler. Ancak fonksiyonel ilişkiyi genelleyemezler. Öğrenciler kendileri girdi değerlerini verdiğinde çıktı değerini elde etme becerisine sahiptir. Bu düzeyin bir başka özelliği ise öğrencilerin belirli örneklerden yola çıkarak bir kural yazmaya çalışmalarıdır. Öğrenciler niceliklerin var olduğunu sezgisel olarak bilirler ancak yazdıkları kuralda niceliklerden bahsedemezler.



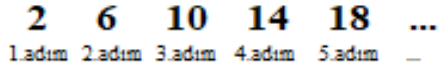
Şekil 3.11. *Açık uçlu ön testte verilen şekil örüntüsüne yönelik Ceren'in gerçekleştirdiği eylemler*

Şeklin yapısını görsel yaklaşım altında analiz ederken Ceren ise, Şekil 3.11'de görüldüğü gibi öncelikle şekilde yer alan kare sayılarını sayarak sayı örüntüsü

biçiminde ifade etmiştir. Yakın adım için 4. adımdaki şekli doğru biçimde çizmiş ve kare sayısını yazabilmiştir. Bu adımda yer alan kare sayısını, her adımdaki sabit artışı göz önünde bulundurarak sayı örüntüsünü ilerleterek hesaplayabilmiştir.

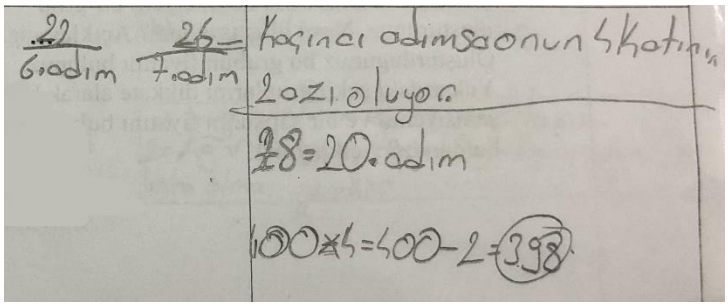
Şeklin yapısını görsel olarak analiz ederken Ceren, Şekil 3.11'de görüldüğü gibi üstte, altta ve yatay olarak gruplandırmış kare sayısı ile adım sayısı arasındaki ilişkiyi yaptığı gruplandırmalara göre tanımlamıştır. Örneğin, *''1. adımda üstte 1, altta 1 ve yatay olarak 3 kare var. 2. adımda üstte 2, altta 2 ve yatay olarak 4 kare var.''* biçiminde ifade etmiştir. Yaptığı bu analizi yakın adım için de kullanarak, *''4. adım için üstte ve altta 4 kare olacak. Yatayda da 6 tane olur.''* ifadesini kullanarak 4. adımdaki şekli doğru biçimde çizmiştir. Genel olarak şeklin üst ve altında adım sayısıyla aynı sayıda kare geleceğini görebilmiştir. Yatay olarak da yakın adımdaki kare sayılarını doğru şekilde ifade edebilmiş ancak, uzak adımdaki kare sayılarını hesaplarken bazı hatalar yapmıştır. Örneğin örüntünün 10. adımında kaç kare olduğunu hesaplarken, *''Üstte 10, altta 10 kare vardır. Yatay olarak da 10 kare vardır. Toplam 30 kare vardır.''* ifadesinde üstte ve altta yer alan kare sayılarını doğru şekilde hesaplayabilmiş olsa da yatay olarak hesapladığı kare sayısını yanlış ifade etmiştir. Yatayda yer alan kare sayısını yakın adımlarda olduğu gibi doğru olarak genelleyememiştir ve adım sayısıyla eşit olacak şekilde ifade etmiştir. Aynı şekilde 50. adımda yer alan kare sayısı sorulduğunda, altta, üstte ve yatay biçimde 50'şer tane kare olduğunu ifade etmiş toplamda 150 kare hesaplamıştır. Bu noktada Ceren, verilen örüntüyü yakın adıma kolayca genelleyebilirken uzak adıma fonksiyonel ilişkiyi genelleyememiştir. Şekli analiz etmeye çalışmıştır ancak tam olarak görememiş ve sayısal muhakemeyi yanlış biçimde oluşturmuştur. Halil gibi Ceren de fonksiyonel özel düzeyde kalmıştır.

Odak öğrencilere aşağıdaki sayı örüntüsü verilerek yakın adım, uzak adım ve örüntünün kuralı sorgulanmıştır. Öğrencilerin çözümleri ve düşünceleri ayrıntılı olarak sunulmuştur.



Şekil 3.8'de görüldüğü gibi, üç odak öğrenci de sayı örüntüsünün yakın adımını yinelemeli genel düzeyde kolayca hesaplayabilmiştir. Öğrenciler örüntü de ilk olarak her adımdaki artış miktarını ifade etmişler ve 5. adımdan sonraki adımlar için de aynı artış miktarını üzerine ekleyerek yakın adıma ulaşabilmişlerdir.

Sayı örüntüsünün uzak adımını ise, odak öğrencilerden Osman, önce adım sayısı ile örüntüde verilen sayılar arasında kat ilişkisini aramıştır. *''Adım sayısına göre hep 2 katı, 3 katı dersek 4 katı dediğimizde 3.adım için olmuyor.''* ifadelerini kullanarak bu kuralın geçerliliğini denemiş ve 1. adım, 2. adım için kat ilişkisini doğrulamış ancak 3. adım için bulduğu kuralı sağlamadığını görmüştür. Şekil 3.12'de görüldüğü gibi Osman, farklı kurallar denemeye devam etmiş ve *''4, 4 gittiğinden dolayı 4'le çarparsak 1. adım için 4 olur, 2 çıkarmalıyız. Bunu da 4'le çarparız 8 eder, 2 azı 6. Buradaki örüntü kaçıncı adımsa onun 4 katının 2 azı.''* ifadesini kullanarak bulduğu kuralı ilk 3 adımda doğrulamış ve diğer adımlar için de aynı şekilde bulabileceğini ifade etmiştir.



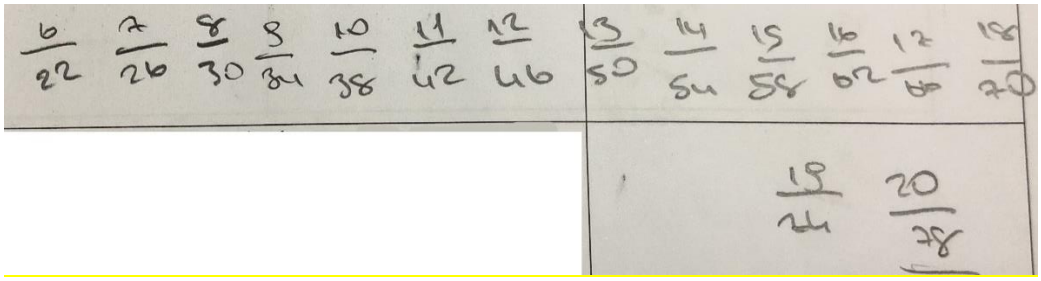
Şekil 3.12. *Açık uçlu ön testte verilen sayı örüntüsüne yönelik Osman'ın gerçekleştirdiği eylemler*

Osman burada belirli örneklerden yola çıkarak bir kural yazmaya çalışmıştır. Yinelemeli ilişkiye odaklandığı için kural bulmak amacıyla denemeler yaparak genel kurala ulaşmaya çalışmıştır. Sayılar arasındaki kat ilişkisini görmüş ve bu ilişkiden faydalanarak denemeler yapmış böylece genel terime ulaşmıştır. Örüntünün kuralını fonksiyonel özel düzeyde doğru biçimde sözel olarak dile getirmiştir. Ardından sorgulanan uzak adımlar için de adım sayını 4 ile çarpıp sonra 2 eksilterek o adımdaki sayıyı doğru biçimde hesaplayabilmiştir.

Odak öğrencilerden Halil ise, örüntünün uzak adımını hesaplayabilmek için, adım sayısından yola çıkarak kural oluşturmayı denemiştir. *''1. adımda adım sayısını bir sonraki değer ile çarparız yani 1.2=2 olur. 2. adımda yine aynı şekilde bir sonraki değer ile çarparsak 2.3=6 olur.''* ifadeleriyle bulduğu kuralı ilk 2 adım için doğrulamıştır. 3. adım için aynı kuralı uyguladığında ise, 3.4=12 bulmuştur ancak 3. adımda 10 bulunmaktadır. Bu adımda örüntü için düşündüğü kuralın yanlış olduğunu görmüştür. Daha sonra uzak adımı hesaplayabilmek için örüntüyü artış miktarına göre tek tek yazarak bulma yöntemine gitmiş ve yinelemeli genel düzeyde gösterebilmiştir. Ancak bu yöntemin fazla zaman alacağını ve daha kısa bir yol ile uzak adımı

hesaplayabileceğini ifade etmiş, farklı kurallar denemeye devam etmiştir. Ardından *''1. adımı 4'le çarptığımızda 4 oluyor, sonra 4'ten de 2'yi çıkardığımızda cevap 2 olur. 2 ile 4'ü çarptığımızda 8 oluyor, 8'den de 2'yi çıkardığımızda 6. 3'le 4'ü çarptığımızda 12, 12'den de 2'yi çıkardığımızda 10.''* ifadelerini kullanarak belirli örneklerden yola çıkmış ve kuralı oluşturabilmiştir. Fonksiyonel özel düzeyde örüntünün kuralını *''4'le çarpıp 2 eksiltmedir.''* şeklinde sözel olarak ifade etmiştir. Daha sonra Halil, uzak adımı ifade ettiği bu kurala göre hesaplamış ve yinelemeli genel olarak tek tek yazarak bulduğu uzak adım ile karşılaştırmış, bulduğu iki yanıtın birbiri ile çeliştiğini görünce tek tek yazma kısmında hata yaptığını fark etmiştir. Yapılan hatayı oluşturduğu kurala göre yeniden hesaplayarak düzeltmiştir. Örüntünün kuralını da *''Her adımda 4 arttığı için adımları 4'le çarpıp sonra 2'yi çıkartarak bulabiliriz.''* şeklinde yeniden dile getirmiştir.

Odak öğrencilerden diğeri Ceren ise, Şekil 3.13'te görüldüğü gibi örüntünün uzak adımını hesaplarken her adımda sabit olarak 4 arttığını dile getirmiş ve *''4'er 4'er gittiği için her sayıya 4 ekleriz. 18'den de 4'er 4'er gidince 20.adıma kadar 78 olur.''* ifadelerini kullanarak her adımda yer alan sayıyı tek tek yazmış ve uzak adımdaki sayıya ulaşabilmiştir. Uzak adımı bulabilmek için daha kısa bir yolu olup olmadığı sorulduğunda ise, daha kısa yönteminin olmadığını yalnızca örüntüdeki sayıları tek tek yazarak sonuca ulaşabileceğini ifade etmiştir. Görüldüğü gibi Ceren, sayı örüntüsü için hem yakın hem uzak adımı hesaplamada yinelemeli genel düzeyde ilişkiyi her nicelik için ayrı ayrı tanımlayabilmiştir.



Şekil 3.13. *Açık uçlu ön testte verilen sayı örüntüsüne yönelik Ceren'in gerçekleştirdiği eylemler*

Verilen sayı örüntüsüne göre odak öğrencilerin yaptıkları çözümlere bakılarak genel olarak sayı örüntüsünde odak öğrenciler sayılar arasındaki ilişkiyi tam anlamıyla görememişlerdir. Sayı örüntüsünde verilen sayılar arasındaki artış miktarına

odaklanmışlardır. Bu bağlamda yapılan ön klinik görüşmelere ilişkin odak öğrencilerin sayısal muhakeme yapabilme becerilerinin zayıf olduğu söylenebilir.

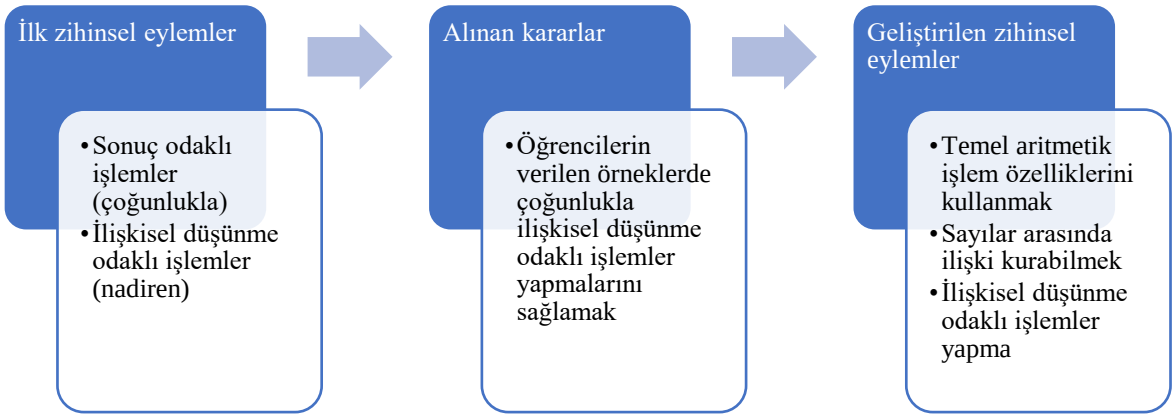
3.2. Birinci Etap Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular

Birinci etap öğretim dizisi üç hafta sürmüş daha sonra birinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde üç haftalık öğretim dizilerinden elde edilen bulgulara yer verilmiş, öğretim dizileri haftalık olarak sunulmuştur.

3.2.1. Birinci hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

TÖYH'ye dayalı bir öğretim sürecinde öğrencilerin sahip oldukları ön bilgilerinin neler olduğunun bilinmesi ve bu bağlamda ortaya çıkan eksikliklerin giderilmesi oldukça önemlidir. Bu nedenle araştırmanın amacı kapsamında planlanan öğretimlere geçmeden önce tüm sınıfa uygulanan ön test ve odak öğrenciler ile yapılan ön klinik görüşmelerden elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin ne bildikleri, eksik oldukları, zorlandıkları ya da kavram yanılgısına sahip oldukları noktalar tespit edilmiştir. Bu bağlamda altıncı sınıf cebir kazanımlarına ön koşul oluşturan eşitlik kavramı ve eşit işaretinin anlamına yönelik bazı öğrencilerin yeterli bilgiye sahip olmadıkları görülmüş ve birinci hafta etkinliği eşitlik kavramı, eşit işaretinin anlamı ve ilişkisel düşünme olarak planlanmıştır. Eşit işaretinin kavramsallaştırılmasında denge anlamının vurgulanması ve doğru/yanlış ile açık sayı cümlelerinin kullanılması alan yazında önerilmektedir. Odak öğrenciler ile yapılan ön klinik görüşmelerde eşitliğin denge anlamından ziyade doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerinde öğrencilerin daha çok zorlandıkları ve eksiklikleri olduğu dikkati çektiğinden yapılan planlamada öncelikle doğru/yanlış ve açık sayı cümleleri ile ilişkisel düşünme üzerinde durulmuştur.

Birinci hafta etkinliğine geçmeden önce öğrencilere 17 tane doğru/yanlış ve 23 tane açık sayı cümlesi içeren çalışma yaprakları dağıtılmıştır. Tüm sınıfın çalışma yaprakları analiz edildiğinde tüm öğrencilerin ve odak öğrencilerin ön klinik görüşmelerine de paralel gerçekleştirdikleri zihinsel eylemler, bunlara ilişkin alınan kararlar ve uygulama sonundaki geliştirilen zihinsel eylemler Şekil 3.14'de sunulmuştur.



Şekil 3.14. *Birinci hafta öğretim dizisinde öğrencilerin ilk zihinsel eylemleri, bunlara ilişkin alınan kararlar ve uygulama sonunda geliştirilen zihinsel eylemler*

Şekil 3.14'te görüldüğü gibi, öğrencilerin çoğunluğu sonuç odaklı işlemler gerçekleştirmişlerdir. Bazı öğrencilerin ise ilişkisel düşünme odaklı hareket ettikleri ve bu süreçte temel aritmetik işlem özelliklerini kullandıkları ya da sayılar arasında ilişki kurabildikleri belirlenmiştir. Sonuç odaklı işlemler gerçekleştiren öğrenciler çalışma yapraklarında yer alan örneğin 6+9 = 5+11, 37-12 = 38-13, (9+6)x5 = 5x6 + 9x6 şeklindeki doğru/yanlış cümlelerine yönelik olarak eşitliğin her iki tarafındaki matematiksel işlemleri yapmışlar ve bu ifadelerin doğru ya da yanlış olduklarına karar vermişlerdir. Örneğin öğrencilerden Arda, 37-12 = 38-13 ifadesi için eşitliğin her iki tarafındaki çıkarma işlemlerini yapmış ve ikisinde de 25 değerini bulduktan sonra doğrudur diyerek sonuç odaklı şekilde yorumlayabilmiştir. Ancak öğrencilerden bazıları da 10+8 = 8+10, 6-3 = 7-4, 90:24 = 30:8 şeklindeki işlemleri gerçekleştirirken hem sonuç odaklı hem de sayılar arasındaki ilişkiyi kurarak, işlem özelliklerini kullanmış diğer bir değişle ilişkisel düşünerek ifadelerin doğru ya da yanlış olduklarını belirlemişlerdir. Örneğin odak öğrencilerden Ceren, verilen 10+8=8+10 ifadesi için *''Burada 10 var, karşıda da var. Aynı şekilde burada 8 var, karşıda da 8 var. Bu yüzden doğrudur.''* şeklinde eşitliğin aynılık anlamını kullanarak açıklama yapmıştır. Benzer şekilde odak öğrencilerden Halil ise, verilen 6+9=5+11 ifadesi için *''Yanlıştır. Çünkü 6'ın 1 eksiği 5. 9'un 1 fazlası olacaktı. Ama burada 10 yerine 11 yazılmış.''*, odak öğrencilerden Osman ise, verilen 90:24=30:8 ifadesi için ''*30'u 3'le çarparız. 90 olur. 8'i de 3'le çarparız. 24 olur. Eşittir. Dolayısıyla doğrudur.''* açıklamasını yaparak sayılar arasında ilişki kurabilmişler ve ilişkisel düşünmeyi sağlamışlardır. Yine benzer şekilde sınıftaki öğrencilerden Eda da, 6+9 = 5+11 ifadesi için *''Yanlıştır. Doğru olması*

için 6+9 = 5+10 olması gerekir, her iki tarafta da eşit şekilde değişmeli.'' açıklamasını yaparak sayılar arasında ilişki kurabilmiş ve ilişkisel düşünmeyi gerçekleştirmiştir.

Çalışma yaprağında bulunan doğru/yanlış cümlelerinde odak öğrenciler zorlanmadan, verilen ifadelerin doğru ya da yanlış olduklarını ifade etmişler ve yorumlamışlardır. Sınıftaki öğrenciler genel anlamda doğru/yanlış cümlelerinde gerek sonuç odaklı gerekse ilişkisel düşünme odaklı işlemler gerçekleştirerek verilen ifadelerin doğru ya da yanlışlığına karar vermişlerdir.

Çalışma yaprağında bulunan açık sayı cümlesi içeren 6 + 9 = ☐ + 10, 16 + ☐ = 15+7 şeklindeki örneklere ilişkin olarak öğrencilerin çoğunluğu kutu yerine yazılabilecek sayıyı bulmak için öncelikle eşitliğin sol tarafındaki toplama işlemini yapıp ardından eşitliğin diğer tarafındaki sayıyı bulduğu toplamdan çıkarmışlardır. Yapılan bu işlemler öğrencilerin yine benzer şekilde sonuç odaklı davrandıklarını göstermektedir. Ancak sınıftaki öğrencilerin bazıları da çalışma yaprağında yer alan 36 – 20 = ☐ - 15, 16 + ☐ = 15 + 7, 62 + 58 = 57 + 63 + ☐ ifadelerini yalnızca sonuç odaklı işlemlere yönelik çözmeden, sayılar arasındaki ilişkiyi kurarak kutu yerine yazılabilecek sayıyı bulabilmişlerdir.

Örneğin odak öğrencilerden Osman, verilen 62 + 58 = 57 + 63 + ☐ ifadesi için *''Burada 58'miş, 57 olmuş. Burada 62'ymiş, 63 olmuş. 1 azalmış diğeri de 1 artmış. O zaman eşitlerdir. Buraya 0 gelir.''* açıklamasını yaparak sayılar arasındaki ilişkiyi kurabilmiş ve ilişkisel düşünmeyi sağlamıştır. Benzer şekilde odak öğrencilerden Halil, verilen 16 + ☐ = 15 + 7 ifadesi için *''16, 15'in 1 fazlası. O zaman buradaki sayı 7'nin 1 azı olacak. Yani 6 olur.''* açıklamasını yaparak sayılar arasındaki ilişkiyi kurabilmiştir. Odak öğrencilerden Ceren ise, verilen açık sayı cümleleri için genel olarak sonuç odaklı çözümlere yönelmiştir. Ayrıca Ceren verilen 7 + 11 = ☐ + 7 ifadesi için *''Burada 7 7 var. 11 var. Burasının da 11 olması lazım. Ortada eşittir işareti var. İkisinin de aynı olması lazım.''* Açıklamasını yaparak eşitliğin aynılık anlamını kullanmış ve çözüme ulaşmıştır. Ancak 6 + 9 = ☐ + 10 ve 16 + ☐ = 15 +7 ifadeleri gibi karmaşık örnekler karşısında ilişkisel düşünmeye dayalı yorumlar getirememiş ve *''9 ve 6'yı toplarız, 15'tir. Bunu da 15'e tamamlamamız lazım. 10'a da 5 eklersek 15 olur.''* ifadelerini kullanarak sonuç odaklı şekilde yorumlayabilmiştir.

Çalışma yaprağında bulunan açık sayı cümlesi içeren ifadelerde odak öğrenciler dahil sınıftaki öğrencilerin geneli, ilk olarak sonuç odaklı işlemler gerçekleştirerek ifadelerde verilen boşluklara gelebilecek sayıları bulabilmişlerdir. Odak öğrencilerden

Osman ve Halil, verilen açık sayı cümlelerinde ilişkisel düşünmeye yönelik işlemler de gerçekleştirerek verilen ifadeleri o bağlamda da yorumlayabilmişlerdir. Sayılar arasındaki ilişkiyi doğru biçimde kurabilmişlerdir. Odak öğrencilerden Ceren ise, verilen açık sayı cümlelerinde basit düzeyde kalan ifadeler için nadir olarak ilişkisel düşünme odaklı işlemler gerçekleştirmiş, ancak verilen çoğu açık sayı cümlesi içeren ifadeler için ilişkisel düşünmeyi gerçekleştirememiştir. Ön klinik görüşmede de görüldüğü gibi Ceren, sayılar arasında bulunan ilişkileri görememiş ve tam anlamıyla ifade edememiştir. Sınıfın geneline bakıldığında ise çalışma yaprağında verilen örneklere öğrencilerin daha çok sonuç odaklı çözümler getirdiği gözlenmiştir.

Odak öğrencilerde ve sınıf genelinde gözlenen eksiklikler doğrultusunda Şekil 3.14'te görüldüğü gibi öğrencilerin ilişkisel düşünmeleri için öğretimler gerçekleştirilmesi yönünde karar alınmıştır. Ayrıca öğretim sırasında öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğretmen etkileşimi sınıf içi tartışmalarla da desteklenmiştir. Gerçekleştirilen öğretim sonucunda Şekil 3.14'te görüldüğü gibi, odak öğrenciler dahil sınıfın genelinde sorulara yönelik sonuç odaklı çözümlere göre daha çok ilişkisel düşünmeye dayalı çözümler getirebilmişlerdir. Öğrenciler kendilerine yönlendirilen sorularda basit ve zorlanabilecekleri örnekler dahil ilişkisel düşünmeye dayalı çözümler gerçekleştirebilmişlerdir.

Örneğin odak öğrencilerden Osman, verilen 3 x 21 = 7 x ☐ ifadesi için öncelikle sonuç odaklı düşünerek kutu yerine yazılabilecek sayıyı bulmuştur. Ardından farklı bir yöntemle çözüp çözemeyeceği sorgulandığında ilişkisel düşünmeye dayalı çözümünü de ifade etmiştir.

Bununla ilgili öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

> **Osman:** 3'le 21'i çarpınca 63 eder. 7 ile bir şeyi çarpacağız. Onun da sonucu 63 olacak. 63'ü 7'ye bölersek 9 gelir.
> **Öğretmen:** Peki burada 63'ü bulmadan, çarpma işlemini yapmadan direkt kutucuk yerine bir sayı yazabilir misin?
> **Osman:** Yazabiliriz. 21'i 3'e bölersek 7 olur. Buradaki olur. 3'ü de 3 ile çarparsak 9 olur. 7 ile 9 buraya gelmiş olur. Böyle de yapabiliriz.

Aynı şekilde odak öğrencilerden Halil, 42: 16 = 84: 32 ifadesi için sonuç odaklı çözüm yöntemine hiç gitmeden direkt ilişkisel düşünmeye yönelik çözüm yapmıştır.

Bununla ilgili öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

> **Halil:** 84 42'nin 2 katı olduğu için doğru. 32 de 16'nın 2 katı olduğu için bu işlem doğru bir işlemdir.
> **Öğretmen:** Peki burada neden bölme işlemini yapmadın?
> **Halil:** Bölme işlemini yapsaydık baya bir uğraşmış olabilirdik. Böyle daha kısa yolla yapabiliriz.

Böylece verilen örneklerden ve diyaloglardan da anlaşıldığı gibi gerçekleştirilen öğretim sonrası öğrenciler, sorulara yönelik daha çok ilişkisel düşünerek çözüm getirmişlerdir. Ayrıca ilişkisel düşünmeye yönelik çözümlerin sonuç odaklı çözümlere göre daha kısa ve kolay yöntem olduğunu ifade etmişlerdir.

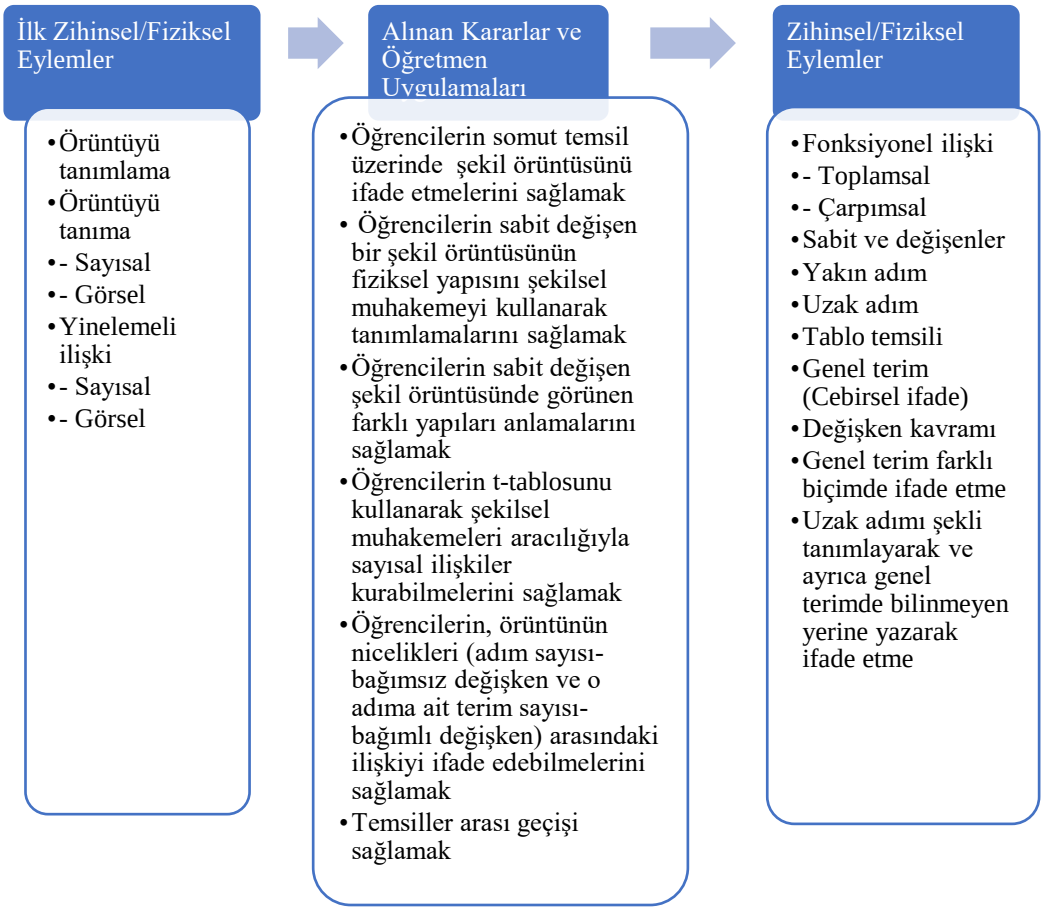
3.2.2. İkinci hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

Odak öğrenciler ve sınıf genelinde gözlemlenen ön bilgi eksiklikleri tamamlandıktan sonra ikinci hafta; **"**6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur" ve "6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar" kazanımlarını içeren ders planı 5 ders saati süresince sınıfta uygulanmıştır. Kazanımlar bağlamında hazırlanan TÖYH'nin öğrenme hedefleri, şekil örüntüsünde şeklin yapısını analiz ederek şekilsel muhakemeyi yapmak, örüntüyü genellemek için sayısal ilişkiler geliştirmek, örüntünün genel kuralını harfle ifade etmek, bu bağlamda örüntünün nicelikleri arasındaki ilişkiyi ifade etmek ve doğrusal fonksiyonu genellemek için değişen nicelikler olarak değişkenleri kullanmak, ayrıca değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için cebirsel ifadenin değerini hesaplama olarak belirlenmiştir. Bu haftanın ilk iki ders saatinde, **"**6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur" kazanımı üzerinde durulmuştur. Sınıf içinde uygulanan ilk iki ders sonunda öğrencilerde gözlenen eksikliklere, kavram yanılgılarına göre kararlar alınmış ve 3. ders saatinde ve öğretimin devamında kararlar doğrultusunda uygulama sürecine devam edilmiştir.

3.2.2.1. *Birinci ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ilk iki ders saatinde sınıf içinde yapılan uygulamalar, öğrencilerin ilk zihinsel/fiziksel eylemleri, alınan kararlar ve öğretmen

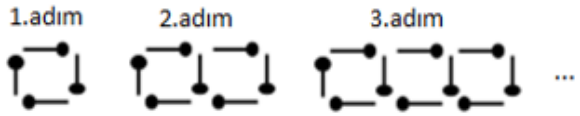
uygulamaları, öğrencilerin yeniden şekillenen zihinsel/fiziksel eylemleri olmak üzere Şekil 3.15'te verilmiştir.



Şekil 3.15. *Örüntü genelleme ve değişken kavramı konulu öğretim dizisinin 1. haftası 1. ve 2. ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ilk dersine ‘‘Örüntü nedir?’’ sorusuyla başlanmış ve bu kavram öğrencilerde sorgulanmıştır. Genel olarak sınıfta verilen yanıtlara göre öğrencilerin gerçekleştirdiği ilk eylemler, Şekil 3.15'te görüldüğü gibi örüntüyü tanımlayarak örüntü kavramını belirli bir kurala göre dizilen, bir yerden sonra tekrar edebilen, sayı ya da şekillerle oluşturabilen bir kavram olarak ifade etmeleridir.

Ardından öğrencilere Şekil 3.16'da gösterilen kibrit çöpleriyle oluşturulmuş bir şekil örüntüsü verilmiştir. İlk olarak kibrit çöpü örüntüsünün seçilmesinin nedeni, şeklin farklı yapıları görmeye olanak tanıması ve çakışık kenarlarının olmasıdır. Verilen şekil örüntüsüne göre öğrencilerden örüntünün yakın adımı, uzak adımı ve genel terimi sorgulanmıştır.



Şekil 3.16. *Kibrit çöpü örüntüsü*

Şekil 3.15'te görüldüğü gibi öncelikle öğrenciler örüntüyü tanımlamışlardır. Her adımda kaç tane kibrit çöpü olduğunu söylemişler ve her adımdaki sabit artışı ifade etmişlerdir. Sınıfta bulunan öğrencilerden Dilara, *''1. adımda 1 kutucuk sabit var. Her adımda sağına 1 kutucuk ekleniyor.''* ifadesinde bulunarak örüntüyü görsel olarak tanımlamıştır. Bazı öğrenciler ise, şekil örüntüsünü öncelikle sayı örüntüsüne çevirerek örüntüyü sayısal olarak tanımlamışlardır. Örüntünün yakın adımını ise genel olarak öğrenciler, yinelemeli ilişkiyi kullanarak örüntüyü sayısal olarak artış miktarına göre ilerleterek bulabilmişlerdir. Örneğin, odak öğrencilerden Halil örüntünün her adımında değişenin ne olduğu sorgulandığında*, ''Her adımda kibrit sayısı değişmiştir. 4, 7, 10, 13. Her adımda 3'er 3'er artıyor.''* ifadesiyle şekil örüntüsünün adımlarını sayı örüntüsüne dönüştürmüş ve aradaki sabit artışı vurgulamıştır. Ayrıca öğrencilerin örüntüyü daha somut hale getirebilmeleri için ellerine kibrit çöpleri verilip örüntüyü bir de o şekilde oluşturmaları, yorumlamaları istenmiştir. Böylece örüntünün yakın adımını kibrit çöplerini kullanarak da kolayca hesaplayabilmişlerdir. Ardından örüntüyü tanımlayabilmek için adım sayısı, kibrit sayısı ve ilişki olmak üzere Tablo 3.1'de görüldüğü gibi tablo temsili kullanılmıştır.

Tablo 3.1. *Kibrit çöpü örüntüsünün tablo temsili*

Adım sayısı	**Kibrit sayısı**	**İlişki**
1	4	
2	7	
3	10	
4	13	

Tahtada Tablo 3.1'de görüldüğü gibi örüntünün tablo temsili öğrencilerle birlikle oluşturulmuştur. Ardından adım sayısı ile kibrit sayısı arasındaki ilişkiyi yorumlarken öğrencilerden Rauf, *''1.adımda 3 eklenmiş. 2.adımda 5 eklenmiş. 3.adımda 7 eklenmiş. 4.adımda 9 eklenmiş. Bu şekilde her seferinde bir önceki adıma göre 2 fazla eklenmiştir.''* ifadesinde bulunarak araç örüntü oluşturmuştur.

Ayrıca odak öğrencilerden Osman, sınıfta örüntünün ilişkisi hakkında tartışırken, *''Adım sayısının 3 katının 1 fazlası olarak gidiyor.''* yorumunda bulunarak doğrudan genel kuralı oluşturabilmiştir.

Öğrencilerle örüntünün kuralı sorgulanmaya devam edilmiş ve örüntünün her adımında yer alan 3 artışı sınıfça öğrenciler ifade edebilmiştir. Bununla ilgili öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

Öğretmen: 1. adımda da 3 artışı düşünürsek ne görüyoruz?
Dilara: Geriye 1 kalıyor başta.
Öğretmen: Her seferinde 3 artığına göre baştaki 1 sabittir. Peki 1.adımda 1'in üzerine ne eklenmiştir?
Sınıftaki öğrenciler: 3 eklenmiştir. 1+3 yazarız.
Öğretmen: Diğer adımlar için de devam edelim.
Sınıftaki öğrenciler: 2. adımda 1+3+3. 3.adımda 1+3+3+3. 4.adımda 1+3+3+3+3 olur.

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi öğrencilerle birlikte örüntüde fonksiyonel ilişki toplamsal olarak ifade edilmiştir. Tablo temsilinde ilişki sütununa toplamsal ifade olarak yazılmıştır. Ardından kurulan bu ilişki her adım için 1+3.1, 1+3.2, 1+3.3, 1+3.4 şeklinde çarpımsal olarak da ifade edilmiştir.

Öğrencilerle örüntünün ilişkisi kurulduktan sonra sabit ve değişenlerin neler olduğu sorgulanmıştır. Sınıftaki öğrenciler genel olarak 1 ve 3'ler sabit olduğunu ifade etmişlerdir. Değişenlerin neler olduğu sorgulandığında ise odak öğrencilerden Ceren, *''1, 2, 3, 4 adım sayısına göre değişti. 1. adımda 1, 2. adımda 2, 3. adımda 3 oldu.''* ifadesiyle her adımda 3'lerin sayısının adım sayısına göre değiştiğini görebilmiş ve sınıfça doğrulanmıştır.

Öğrenciler yakın ve uzak adıma göre de örüntünün çarpımsal ifadesini gösterebilmiş ve bu adımlardaki kibrit çöpü sayısını hesaplayabilmişlerdir. Ardından örüntünün genel terimini cebirsel ifade biçiminde gösterime geçilmiştir. Bununla ilgili öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

Öğretmen: Hangi adımda olduğunu söylemedi diyelim n. adımda ne olur?
Arda: n'yi 10 yaparız. 1+3.10 olur.
Öğretmen: Hangi adımda olduğunu bilmiyorsak?
Arda: 1+3.n yaparız.
Öğretmen: x. adımda kaç olur?
Semih: 1+3.x
Öğretmen: n harfi neyi temsil ediyor?

Sınıftaki öğrenciler: Adım sayısını, bilinmeyeni temsil eder.
Öğretmen: Başka harf ile gösterebilir miyiz?
Sınıftaki öğrenciler: Evet. y, z, a, b, kare, üçgen olabilir.

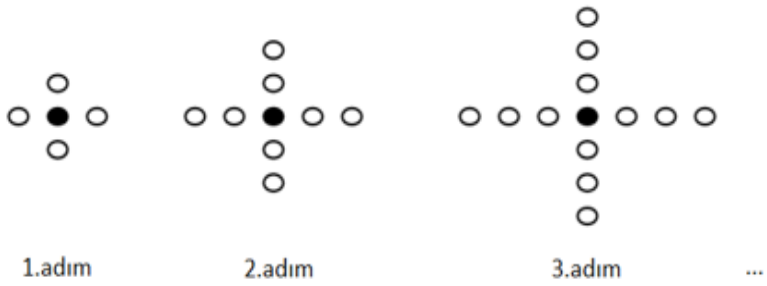
Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi, öğrenciler tablo temsilinden başlayarak yakın adım ve uzak adımı hesapladıktan sonra kolay bir şekilde genel terimi cebirsel ifade ile gösterebilmişlerdir. Ardından genel terimde kullanılan değişkenin ne anlam ifade ettiği sorgulanmıştır. Burada öğrencilerin adım sayısını bilinmeyen olarak ifade etmeleri aslında doğru değildir. Bilinmeyen yerine değişken kavramının kullanılması doğru ifade biçimidir. Öğrenciler henüz denklem konusuna geçmedikleri için harfli ifadeyi değişken olarak algılamışlardır ancak bilinmeyen olarak ifade etmişlerdir. Çünkü adım sayısını değişken olarak ele almışlar ve adımın değiştiğinin de farkındalardır.

Ayrıca öğrencilerden Rauf, örüntünün genel terimini farklı biçimde ifade etmiştir. Öncelikle her adımdaki kibrit çöpü sayısını 4+3.0, 4+3.1, 4+3.2, 4+3.3 şeklinde yazmıştır. Ardından 4 ve 3'lerin sabit, 0, 1, 2, 3'lerin ise değişen olduğunu söylemiştir. Ancak burada değişenler adım sayısının 1 eksiği olarak değişmektedir. Bunu da doğru şekilde ifade ederek genel terimi 4+3.(n-1) olarak gösterebilmiştir.

3.2.2.2. *İkinci ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ikinci dersinde, birince dersin devamı niteliğinde Şekil 3.15'te görüldüğü gibi öğrencilerin ilk zihinsel/fiziksel eylemleri, alınan kararlar ve öğretmen uygulamaları, öğrencilerin yeniden yapılanan zihinsel/fiziksel eylemleri doğrultusunda uygulama süreci devam etmiştir. Ancak ilk dersten farklı olarak bu ders öğretmen uygulamalarında somut temsil verilmemiştir. Ayrıca örüntünün tablo temsili de daha çok öğrenciler tarafından oluşturulmuştur.

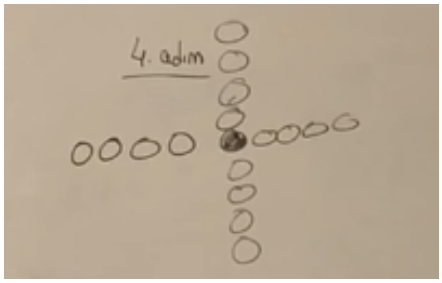
Bu hafta gerçekleştirilen öğretimde öğrencilere Şekil 3.17'de verilen şekil örüntüsü sunulmuştur. Bir önceki derste seçilen örüntüde farklı yapıları keşfetmede bazı öğrencilerin zorlanması nedeniyle bu derste çakışık ya da üst üste binen kısımları olmayan bir şekil örüntüsü seçilmiştir. Buna göre öğrencilerden şekil örüntüsünün yakın adımı, uzak adımı ve genel terimi sorgulanmıştır.



Şekil 3.17. *Artı biçiminde verilen şekil örüntüsü*

İlk olarak öğrencilerden örüntüyü tanımlamaları istenmiştir. Sınıfça yapılan yorumlarda genel olarak şekil örüntüsü ilk olarak sayı örüntüsüne dönüştürülmüş ve örüntü incelenmeye başlanmıştır. Örüntünün nasıl ilerlediği sorgulandığında, öğrencilerden Berinay, *"Her adımda 4 yuvarlak artmış."* ifadesini, odak öğrencilerden Halil ise, *"1 soldan, 1 sağdan1 1 aşağıdan, 1 yukarıdan artmıştır."* ifadesini kullanarak örüntüyü sayısal ve görsel açıdan tanımlamışlardır. Örüntüde sabit kalanlar sorgulandığında ise, odak öğrencilerden Ceren, *"Ortasındaki daire sabittir."* şeklinde yanıtlamıştır.

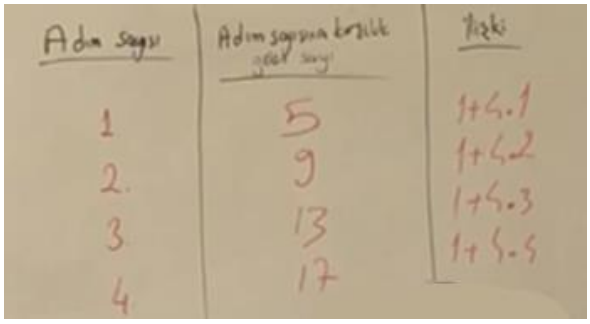
Örüntünün yakın adımı sorulduğunda odak öğrencilerden Halil, *"3. adımda 3 yuvarlak var. Her tarafında altta, yukarda, sağda ve solda. Her adımda kendisi kadar yuvarlak eklenmiş her tarafına."* ifadelerini kullanarak tahtaya Şekil 3.18'de görüldüğü gibi örüntünün 4.adımını çizmiştir. Burada *"Kendisi kadar yuvarlak eklenmiş."* ifadesiyle adım sayısıyla aynı sayıda ekleme yapıldığını dile getirerek örüntünün her adımda nasıl değiştiğini tanımlayabilmiştir.



Şekil 3.18. *Odak öğrencilerden Halil'in şekil örüntüsünü 4. adımının çizimi*

Örüntünün tablo temsilini odak öğrencilerden Osman, Şekil 3.19'da görüldüğü gibi göstermiştir. Adım sayısına göre karşılık gelen yuvarlak sayılarını sınıfça söyleyerek tabloya yazılmıştır. Ardından ilişki kısmına geçildiğinde Osman, *"Baştaki 1*

şekilde ortadaki sabit 1'i gösteriyor o yüzden her adımda 1 var. 4'ler de ne kadar arttığını gösteriyor. Onu da her adımda adım sayısıyla çarparız." ifadesiyle şekil örüntüsünün ilk 4 adımındaki ilişkiyi çarpımsal olarak yazabilmiştir.



Şekil 3.19. *Odak öğrencilerden Osman'ın verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi*

Şekil 3.19'da oluşturulan tablo temsiline göre kurulan ilişkide değişenler ve sabitler sorgulanmıştır. Sınıfça sabitlerin 1 ve 4'lerin olduğu, değişenlerin ise 1, 2, 3, 4 olduğu kolayca görülmüştür. Ardından örüntünün 20.adımı yani uzak adımı sorgulanmış ve odak öğrencilerden Halil, *"Her taraftan 20 tane yuvarlak gider, 80 olur"* ifadesini kullanarak Şekil 18'de çizdiği 4.adım üzerine şeklin her tarafına 20 yazmış ve 80 sonucuna ulaşmıştır. Ancak ortada yer alan sabit 1'i eklemeyi unutmuştur. Bu noktada sınıftaki öğrenciler Halil'in yanıtına itiraz etmişler ve ek olarak *"Hayır ortada 1 var. 20.4+1'den 81 tane olur"* ifadeleriyle doğru sonuca ulaşmışlardır.

Örüntünün yakın ve uzak adımı yalnızca öğretmen sorgulamasıyla öğrenciler tarafından doğru biçimde ifade edilmiştir. Ardından örüntünün kuralını cebirsel olarak ifade etmek için n. adımda kaç yuvarlak olacağı sorgulanmış ve bununla ilgili öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

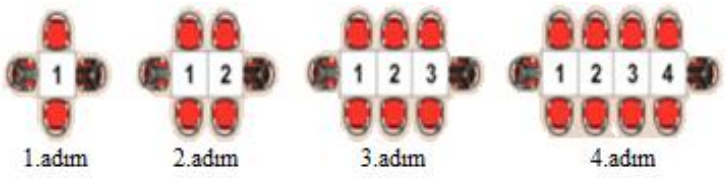
> **Öğretmen:** Adım sayını bilmiyorsak kaç yuvarlak olur? n. adımda?
>
> **Rauf:** Bilmediğimiz için istediğimiz harfi verebiliriz. 4 taraftan gittiği için n.4. Bir de ortada var +1.
>
> **Öğretmen:** Neden adım sayını ile n'yi çarptık?
>
> **Rauf:** Çünkü her tarafa n kadar gidiyor. O yüzden 4'le çarptık. Ortada bir de siyah olan var o yüzden +1 yazarız.
>
> **Öğretmen:** 300. adımda ne olur?
>
> **Hasan:** Her köşeye 300 tane gider. 4 köşe olduğu için 300'le 4'ü çarparız. 1200. Ortadakini de ekleriz. 1201 olur.
>
> **Dilara:** 300.4+1 = 1201 olur yine.
>
> **Efsah:** n yerine 300. adımı yazdık.

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi, öğrenciler adım sayısını bilmiyorsa genel terimde değişken olarak her harfi kullanabileceklerini ifade ederek cebirsel olarak gösterebilmişlerdir. Burada değişken kavramının temsilinin iyi bir şekilde yapıldığı görülmektedir. Ayrıca değişkeni 4'le çarpmasının sebebini de şekil örüntüsünün yapısını tanımlayarak ve her 4 taraftan n tane ilerlediğini ifade ederek açıklamıştır. Uzak adımın hesaplanmasında da şekil üzerinde Hasan'ın yaptığı yorumla ve genel terim üzerinde bilinmeyen yerine uzak adımın sayısını yazarak Dilara'nın yanıtıyla da iki şekilde çözüleceğini ifade etmişlerdir.

İkinci ders saati gerçekleştirilen bu öğretimde birinci ders saatine göre öğretmen daha çok öğrencileri sorgulama rolüne bürünmüş ve yapılan etkinlik boyunca sınıf içi tartışmalarla, öğrencilerin yorumlarıyla verilen şekil örüntüsünün yakın, uzak adımları ayrıca cebirsel ifadesiyle genel terimi oluşturulmuştur. Böylece örüntüdeki fonksiyonel ilişkiyi öğrenciler görebilmiş ve doğru biçimde ifade etmişlerdir. Bu ders uygulamasında iki ders saati süresince öğrencilerin zihinsel/fiziksel eylemleri doğrultusunda ve öğrencilerde gözlenen kavram hataları ve eksiklikler göz önünde bulundurularak Şekil 3.15'te görüldüğü gibi öğretim sürecinde kararlar alınmıştır. Alınan bu kararlar çerçevesinde öğretim sürecine devam edilmiştir.

3.2.2.3. Üçüncü ders saati

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimde ilk iki ders saati süresince yapılan gözlemler ve incelemeler sonucu alınan kararlar doğrultusunda üçüncü ders saati uygulamaya koyulmuştur. Alınan kararlar neticesinde öğrencilere düşüncelerini ortaya çıkarma amaçlı sorular yönlendirilerek öğrencilerden örüntüyü tanımlamaları, görsel ve sayısal açıdan analiz etmeleri beklenmiştir. Gerçekleştirilen öğretimde öğrencilere Şekil 3.20'de verilen masalar ve sandalyelerden oluşan örüntü sunulmuştur. Bu derste de ilk derste olduğu gibi üst üste binen ya da çakışan kısımları olan ve her adımda değişmeyen, sabit kalan terimin daha kolay fark edildiği bir şekil örüntüsü seçilmiştir. Buna göre öğrencilerden bu örüntünün yakın adımı, uzak adımı ve genel terimi sorgulanmıştır.



Şekil 3.20. *Masalar ve sandalyelerden oluşan şekil örüntüsü*

İlk olarak öğrenciler her masa eklendiğinde yanında sandalye sayısının da arttığını ifade etmişlerdir. Bu değişimin nasıl olduğu sorgulandığında ise öğrencilerden Berinay, *"Her adımda 2 sandalye eklenmiş."* ifadesiyle örüntünün adımları arasındaki artışa dikkat etmiş ve bu artışın her adımda aynı olduğunu fark etmiştir. Her adımda sabit kalan, değişmeyenin neler olduğu sorulduğunda da, odak öğrencilerden Ceren, *"Her adımda sağ ve soldaki sandalyeler aynı."* ifadesiyle şekildeki siyah renkle işaretlenen sandalyeleri sabit olarak ele almıştır. Sabit olan bu sandalyelerin her adımda aynı olduğunu sınıftaki öğrencilerin geneli ifade etmiştir.

Sınıftaki öğrencilerle birlikte örüntünün ilk dört adımı ve bu adımlara karşılık gelen sayı tablo temsili şeklinde Tablo 3.2'de görüldüğü gibi oluşturulmuştur. Bu tablo temsilinde adım sayısının masa sayısı ile aynı olduğunu ve adım sayısına karşılık gelen sayının da sandalye sayısı ile aynı olduğunu öğrenciler ifade etmişler ve Tablo 3.2'yi ona göre oluşturmuşlardır.

Tablo 3.2. *Masalar ve sandalyelerden oluşan örüntünün tablo temsili*

Adım sayısı (masa sayısı)	**Adım sayısına karşılık gelen sayı (sandalye sayısı)**	**İlişki**
1	4	2 + 2
2	6	2 + 2. 2
3	8	2 + 2. 3
4	10	2 + 2. 4

Tablo 3.2'ye göre ilişki incelenirken her masada başta ve sonda yer alan sandalyeler, her adım için başına 2 sabit olarak yazılmıştır. Ardından 1. adım için sabitler dışında neler olduğu sorulduğunda öğrencilerden Dilara, *"Yanlarda da 2 var. 2'nin yanına +2 yazarız."* şeklinde 1. adımdaki ilişkiyi ifade etmiştir. 2. adımda sabit dışında nelerin olduğu sorulduğunda ise sınıftaki öğrenciler 4 olduğunu dile getirmişlerdir. Odak öğrencilerden Osman ise, *"2 katı vardır."* şeklinde ilişki kısmında 2.2 olması gerektiğini ifade etmiştir. 3. adımda ise öğrencilerden Arda, *"3. adımda 3 sandalye ile 2'yi çarptık, 6 olur."* ifadesini kullanarak örüntünün tablo temsilinde ilişki

kısmını oluşturmuştur. Aynı şekilde 4. adım için de öğrencilerden Efsah, *"Her iki tarafta da 4'er tane olduğu için 8 olur. 2.4 yazarız."* ifadesiyle masa sayısı ile sandalye sayısı arasındaki ilişkiyi doğru biçimde dile getirmiştir. Böylece tablo temsilinin ilişki kısmı da öğrencilerin yorumlarıyla yukarıda gösterildiği şekilde doldurulmuştur.

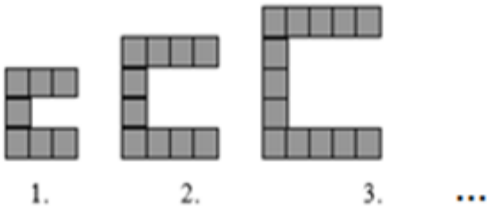
Verilen örüntünün oluşturulan tablo temsiline göre sabit kalanların neler olduğu sorulduğunda odak öğrencilerden Halil, *"Sabitler baştaki 2'ler ve diğer 2'ler."* ifadesiyle, Dilara ise, *"Sürekli 1 masa geldiğinde 2 sandalye geliyor, onlar sabittir."* ifadesiyle doğru biçimde yorumlayabilmişlerdir. Burada Halil, öncelikle kurulan ilişkideki sayılar üzerinden sabitleri ele alırken; Dilara ise, görsel açıdan adımlar arasındaki ilerlemeyi ve değişmeyi hesaba katarak sabit olan sandalyelerin sayısını ifade etmiştir. Her adımda kurulan ilişkide değişenlerin neler olduğu sorgulandığında ise, sınıftaki öğrenciler hep birlikte, *"1, 2, 3, 4 değişmiştir. Adım sayısına göre ilerliyor, değişiyor."* ifadelerine benzer yorumlarla yanıt vermişlerdir. Bu durumda sınıfın geneline bakıldığında örüntüdeki sabit ve değişen kavramları öğrenciler tarafından kolayca ifade edilmiştir.

Örüntünün genel terimi yani n. adımda kaç tane sandalye olduğu sorulduğunda ise öğrencilerden Dilara, *"Sağ ve soldaki sabitler yine aynıdır"* ifadesini; Rauf ise, *"Diğer 2'ler de sabit. Çünkü 1 masada 2 sandalye geliyor. İlişkide 1 2 3 şeklinde giden adım sayısıdır. Onu da n ile yazarız. O yüzden 2+2.n"* ifadesiyle genel terimi doğru şekilde bulabilmişlerdir. Ayrıca burada n harfinin adım sayını temsil ettiğini öğrencilerin kolayca kavradığı görülmektedir. Örüntünün 20. adımı sorulduğunda ise uzak adımı bulabilmek için öğrencilerden Emin, *"20.2+2=42 20 adım sayısını 2 ile çarptık çünkü her masada 2 sandalye geliyordu. Eklediğimiz 2 de siyah olan sandalyeler"* ifadesiyle genel terimde bilinmeyen n harfi yerine verilen uzak adımı koyup işlemleri yaparak doğru sonuca ulaşmıştır.

Üçüncü ders saati gerçekleştirilen bu öğretimde öğrencilerin ilk iki derse göre daha kolayca örüntüdeki artışı, sabit kalanları, değişenleri görebildikleri ve bu doğrultuda genel terimi oluşturdukları görülmektedir. Bu ders saati öğretim boyunca öğretmenin yalnızca sorgulaması üzerine öğrenciler örüntünün tablo temsilini rahatlıkla oluşturabilmiş ve adım sayıları arasındaki ilişkiyi toplamsal ve çarpımsal olarak ifade etmişlerdir. Ayrıca ilişkiyi ifade ederken hem sayısal olarak bağlantıyı kurabilmişler hem de verilen örüntüdeki masa ve sandalye sayılarına göre nelerin nasıl değiştiğini yorumlayabilmişlerdir.

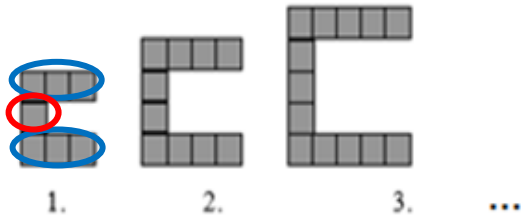
3.2.2.4. *Dördüncü ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimde öğrencilere farklı yapıların görünmesine olanak sağladığı için Şekil 3.21'de verilen şekil örüntüsü sunulmuş ve buna göre öğrencilerden bu örüntünün yakın adımı, uzak adımı ve genel terimi sorgulanmıştır.



Şekil 3.21. *C biçiminde oluşturulan şekil örüntüsü*

Öğrencilerden ilk olarak şekli yorumlamaları ve neler gördüklerini ifade etmeleri istenmiştir. Sınıftaki öğrencilerden Eren, *"1'er kare artmış. Yukarıdan, aşağıdan ve sağdan. Her tarafından 1 kare"* ifadesini; Abidin ise, *"Yatay ve dikey olarak kutucuklar var. Yatay olarak her defasında 1, dikey olarak da her defasında 1 olarak artıyor"* ifadesini kullanarak şekil örüntüsünü tanımlamışlardır. Öğrencilerden Dilara da, *"1. adımda 7 tane kare var. 2. de 10. 3. de de 13 tane var. Her biri 3'er defa artıyor"* yorumunda bulunarak şeklin her adımında yer alan kareleri sayısal olarak hesaplamış ve her adımdaki artışı ifade etmiştir. Diğer ders saatlerinde olduğu gibi bu derste de öğrenciler ilk olarak şekli sayısal olarak yorumlama ve adımlar arasında bulunan artış miktarına dikkat ederek örüntüyü tanımlamaya çalışmışlardır. Ardından örüntüde sabit kalanlar ve değişenlerin neler olduğu sorgulandığında odak öğrencilerden Osman, *"İlk baştaki yukarıdan aşağıya doğru olanın ortasındaki aynı kalmıştır. Bunun üstü ve altı ve yanları değişmiştir, sayısı artıyor. 2.adımda da ortadaki aynı üstüne eklenmiştir 1 tane"* ifadesini kullanırken Şekil 3.22'de görüldüğü gibi 1. adımda yer alan kırmızı işaretli kareyi göstererek aynı kalmıştır, sabittir şeklinde yorumlamıştır. Şekilde mavi işaretli kareleri göstererek de *"Altı, üstü ve yanları değişmiştir"* ifadesini kullanarak değişenlerin neler olduğunu şekil üzerinde göstermiştir. Aynı zamanda Osman şekil örüntüsünün 2. adımı için de, *"Dikey olarak 3 taneydi ama burada 4 tane oldu, üstüne 1 tane eklendi"* yorumunda bulunarak artan yerleri ifade etmiştir.



Şekil 3.22. *Odak öğrencilerden Osman'ın verilen şekil örüntüsüne yönelik gerçekleştirdiği eylemler*

Sınıftaki öğrencilerden Dilara ise, *"Artış miktarı sabit 3'er 3'er artıyor. Karelerde de ortadaki 3 tanesi sabit diğerleri sonradan ekleniyor"* yorumuyla artış miktarını doğru biçimde ifade etmiştir. Örüntünün 4. adımında kaç kare olması gerektiği sınıfa sorulduğunda öğrencilerden Berinay bu soruya, *"16. 3 artar. 13'ten 16 olur"* şeklinde sabit olan artış miktarını 3. adıma ekleyerek yanıt vermiştir.

Öğretmen, öğrencilerin örüntü hakkında yaptıkları tanımlamalardan yola çıkarak şekil örüntüsünün tablo temsilini öğrencilerin yanıtlarıyla Tablo 3.3'te görüldüğü gibi oluşturmaya başlamıştır.

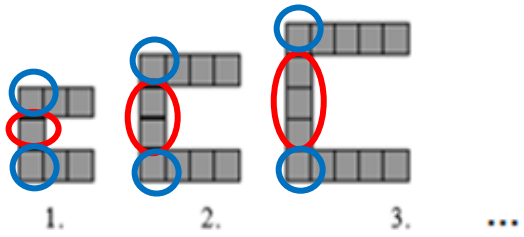
Tablo 3.3. *C biçiminde oluşturulan şekil örüntüsünün tablo temsili*

Adım sayısı	Kare sayısı	İlişki
1	7	
2	10	
3	13	
4	16	

Öğrenciler ilk olarak her adımda bulunan kare sayılarını tabloya yerleştirmişlerdir. Ardından sayılar arasında nasıl bir ilişki olduğu sorgulandığında odak öğrencilerden Ceren, *"3'er 3'er artıyor"* ifadesiyle her adımdaki sabit artışı dile getirmiştir. Sınıftaki öğrencilerden Eda ise, *"1.3+4"* yanıtıyla 1. adımda yer alan kare sayısı ile adım sayısı arasındaki ilişkiyi ifade etmiştir. Bu ilişkinin nasıl kurulduğu sınıfa sorulduğunda da öğrencilerden Rauf, *"Dikey olan 3 tane +3. Diğer kalanlar da yandakiler +4 ü gösterir"* ifadesiyle 1. adımda yer alan şekle göre dikey olanları +3 olarak, yatay olanları da +4 olarak anlamlandırmıştır. 2. adım için de ilişkinin nasıl kurulacağı sorgulandığında ise Rauf, *"1.4+6 sabitler neden değişti? +4 için uç kısımları sabit gösterdik ama burada 6 olmadı, değişti."* şeklinde 1.adım için kurduğu ilişkiyi 2. adıma da uyarlamış ancak bu adımda aynı kuralın işlemediğini fark etmiştir. Ardından öğrencilerden Dilara 2. adım için aradaki ilişkinin, *"2.3+4"* şeklinde olması gerektiğini

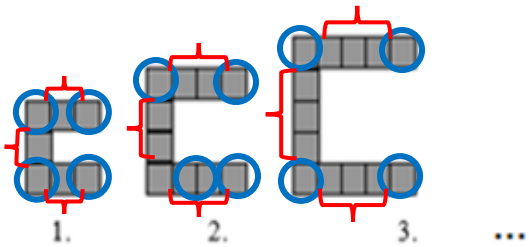
ifade etmiştir. Yazılan bu kuralın şekil üzerinde nereleri ifade ettiğini odak öğrencilerden Osman, *"4 sabit 2. şekilde yukarıdan aşağıya doğru olandır. Ama her adımda aynı değil"* şeklinde açıklamış ama sabit olarak belirlediği 4'ün her adımda aynı olmadığını fark etmiştir ve hata olduğunu ifade etmiştir.

Öğretmen burada sabit olan karelerin her adımda aynı kareleri temsil ettiğini ifade etmiş ve şekli parçalayarak ilişkiyi yeniden kurmaları konusunda yönlendirme yapmıştır. Buna göre öğrencilerden Berinay tahtaya kalkarak, *"Ortadaki kare adım sayısına göre değişmiş"* ifadesini kullanarak Şekil 3.23'te gösterildiği gibi her adımın ortasında yer alan kareleri göstermiştir. Ortadaki karelerin 1. adımda 1 tane, 2. adımda 2 tane, 3. adımda da 3 tane olacak şekilde adım sayısı ile eşit biçimde ilerlediğini ifade etmiştir. Böylece adım sayısına göre değişenler doğru biçimde gösterilmiştir. Sabit kalanların neler olduğu sorulmuş ve öğrencilerden Dilara, *"Ortada kalanın üst ve alt tarafındakiler."* yorumunu yaparak Şekil 3.23'te yer alan mavi işaretli kareleri göstermiştir. Böylece şeklin iki köşesinde yer alan kareler sabit olarak ele alınmıştır.



Şekil 3.23. *Sınıftaki öğrencilerden Berinay ve Dilara'nın verilen şekil örüntüsüne yönelik gerçekleştirdikleri eylemler (Kırmızı daireler Berinay'ın çözümlerini, mavi daireler Dilara'nın çözümlerini temsil etmektedir.)*

Şeklin yatay olan kareleri incelendiğinde odak öğrencilerden Osman, *"Üstte ve alttakiler adım sayısının 2 fazlası olarak gidiyor. Yataylar 2, 2 artıyor. Adım sayısına göre 2 gidiyor"* ifadesini, öğrencilerden Alperen ise, *"Her adımda adım sayısının 2 fazlası olur üstteki"* ifadesini kullanarak adım sayısı ile yataydaki kareler arasında ilişki kurabilmişlerdir. Alperen Şekil 3.24'te gösterildiği gibi, mavi işaretli kareleri göstererek uç noktaların sabit olduğunu ve diğer karelerin araya girdiğini ifade etmiştir. Sabit olana kareler dışında kalanların neleri temsil ettiği sorulduğunda da Şekil 3.24'te her 3 adımda yer alan kırmızı işaretli kareleri göstererek, *"Bunlar adım sayısına eşit oluyor. 1. adımda ortaya 1 tane, 2. adımda ortaya 2 tane. Yani adım sayısı kadar buradaki artıyor"* ifadesini kullanmıştır. Böylece şekil örüntüsü değişenler ve sabit kalanlar biçiminde analiz edilmiş ve her adımında kurulan bu ilişki doğrulanmıştır.



Şekil 3.24. *Sınıftaki öğrencilerden Alperen'in verilen şekil örüntüsüne yönelik gerçekleştirdiği eylemler*

Yapılan şekil analizine göre sınıftaki öğrencilerle genel terim oluşturulmaya başlanmıştır. Sınıfça şeklin uç kısmında yer alan kareler için sabitler +4 şeklinde ifade edilmiştir. Ardından 1. adım için öğrencilerden Mukaddes, *"4 dışında 3 eklenmiştir. 4+3"* ifadesiyle 1. adımdaki ilişkiyi oluşturmuştur. Öğrencilerden Rauf ise, *"2. adımda 4+2.3. O halde 1. adımda 4+1.3"* yorumuyla şekil örüntüsünün 2. adımındaki ilişkiyi oluşturmuş ve 1.adım için de adım sayısı ile kare sayısı ilişkisini kurabilmiştir. Sınıftaki öğrenciler hep birlikte şeklin 3. adımındaki kareleri 4+3.3 ilişkisi ile, 4. adımındaki kareleri ise 4+4.3 ilişkisi ile kolayca oluşturabilmişlerdir. Odak öğrencilerden Ceren, burada kurulan ilişkilerin başındaki 4 sayısının sabit olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca odak öğrencilerden Osman da, 3 sayısının eklenen kareleri temsil ettiğini ve adım sayısına göre değiştiğini dile getirmiştir. Onun dışında sınıftaki öğrenciler, sabitler arasında kalan karelerin de 3 kenarda bulunduğunu ve adım sayısı ile aynı şekilde arttığını ifade etmişlerdir. Böylece kurulan ilişki sınıfça anlamlandırılmıştır.

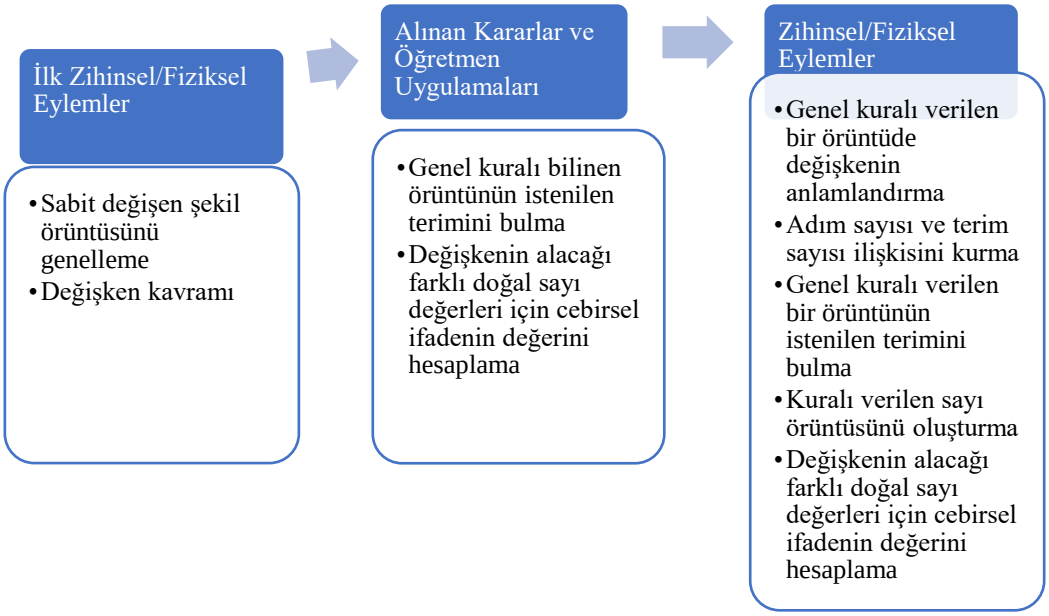
Şekil örüntüsünün uzak adımını sorgulamak için 20. adımında kaç kare olacağı öğrencilere sorulmuştur. Öğrencilerden Efsah, 4+20.3 ilişkisini kurarak adım sayısını 3 ile çarpacağını ifade etmiş ve 64 şeklinde hesaplamıştır. Daha sonra örüntünün 50. adımı sorulmuş ve odak öğrencilerden Ceren, 4+50.3 ilişkisini kurarak 154 kare olacağını ifade etmiştir. Bu noktadan genellemeye gidilmiş ve öğrencilerden Dilara, örüntünün genel terimini 4+n.3 biçiminde ifade etmiştir. Burada n.3 terimi yerine 3n de yazılabileceğini söylemiştir. N harfinin n. adımı temsil ettiği ve adım sayısının n harfi yerine koyulabileceği sınıfça ifade edilmiştir. Ardından 200. adım sorgulanmış ve öğrencilerden Hasan, *"n adım sayısını temsil ediyor. 3n olduğu için 200'le 3'ü çarparız, 600. 4'le toplarız, 604"* yanıtını vererek uzak adımda yer alan kare sayısını doğru biçimde hesaplayabilmiştir.

İkinci hafta öğretim dizisinde planlanan ilk dört ders saati için dört farklı şekil örüntüsü verilmiş ve bu örüntülerin öğrenciler tarafından analizinin yapılması

sağlanmıştır. Dördüncü ders saatinde gerçekleştirilen öğretimde, ilk üç ders saatine göre sınıftaki öğrenciler örüntüyü tanıma, tanımlama, sayısal ve görsel olarak ifade etme, örüntünün sabit ve değişenlerini görebilme, yakın ve uzak adımını hesaplayabilme, genel terimi oluşturabilme ve aradaki fonksiyonel ilişkiyi tanımlayabilme konusunda yalnızca öğretmenin sorgulamalarıyla ve kendi yorumlarıyla daha çabuk sonuca ulaşarak doğru biçimde ifade etmişlerdir. Bu hafta gerçekleştirilen öğretim dizisinde kazandırılması planlanan *"*Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.*"* kazanımın öğrencilerde kolayca kavrandığı görülmüştür.

3.2.2.5. *Beşinci ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin beşinci dersine göre hazırlanan şema öğrencilerin ilk zihinsel/fiziksel eylemleri, öğretmen uygulamaları ve yeniden öğrencilerin zihinsel/fiziksel eylemleri olmak üzere Şekil 3.25'te verilmiştir.



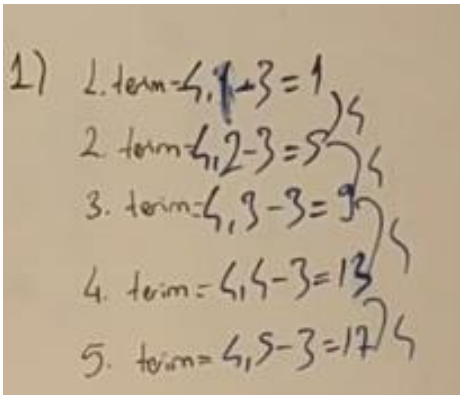
Şekil 3.25. *Örüntü genelleme ve değişken kavramı konulu öğretim dizisinin 1. haftası 5. ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimde, "6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar" kazanımını içeren bireysel çalışma niteliğinde dört soru verilmiştir.

Öğrencilere ilk olarak, verilen kuralda değişkenin kuvvetinin 1 olduğu basit düzeyde;

Soru 1: "Kuralı 4n-3 olan sayı örüntüsünün ilk 5 terimini bulunuz?"

sorusu yönlendirilmiş ve 4n-3 ifadesinin ne anlama geldiği sorgulanmıştır. Odak öğrencilerden Osman, *"n adım sayısı. Adım sayısıyla 4'ü çarpacağız, 3'ü çıkaracağız"* şeklinde değişken kavramının ne anlama geldiğini ve cebirsel ifadede neleri etkilediğini ifade etmiştir. Benzer şekilde adım sayısı ve terim kavramlarının neler olduğu da sorulduğunda Osman, *"Adım sayısı kaçıncı adım olduğunu, kaçıncı sırada olduğunu belirtir. Terim de onun sonucunun ne olduğunu belirtir. 1. terim dediği yani 1. adım oluyor"* ifadesini kullanmıştır. Burada adım sayısının doğru biçimde kavrandığını görülmektedir. Terim kavramını ise tam olarak açıklayamasa da soru için doğru biçimde algıladığını söyleyebiliriz. Örüntünün 1. terimini yazarken adım sayısının yerine 1 yazılacağını ifade etmiş ve n yerine 1 yazarak 4.1-3 biçiminde hesaplamalarını tamamlamıştır. Şekil 3.26'da görüldüğü gibi Osman, kuralı verilen örüntünün ilk 5 terimini n harfi yerine adım sayısını yazarak yaptığı hesaplamalar sonucu doğru biçimde ifade etmiştir. Aynı zamanda her terim arasında 4'er 4'er artış olduğunu ve bu artışın sabit olduğunu dile getirmiştir. Böylece ilk adımdan sonra sabit artışı ekleyerek diğer adımları da bulabileceğini göstermiştir.



Şekil 3.26. *Odak öğrencilerden Osman'ın verilen soru için ilk 5 terimi hesaplaması*

Öğrencilere ikinci soru olarak bireysel çalışma niteliğinde aşağıdaki soru sunulmuştur. İkinci soru olarak belirlenen bu soru, ilk soruya göre biraz daha karmaşık olarak verilmiş ve genel terimde değişkenin kuvveti 1'den farklı olarak belirlenmiştir.

> **Soru 2:** Bir sayı örüntüsünün genel terimi n^2+1'dir. Buna göre, bu sayı örüntüsünün 50. terimi ve 100. teriminin toplamını bulunuz.

Soruya yönelik ilk olarak n harfinin neyi temsil ettiği ve yanıtın nasıl bulunabileceği sorulmuştur. Sınıftaki öğrencilerden Efsah, n harfinin adım sayısını temsil ettiğini ve verilen ifadede yerine yazarak yanıtı bulabileceğini ifade etmiştir.

Ardından tahtaya 50^2+1 ifadesini yazarak işlem önceliğinin üslü sayılarda olduğunu söylemiş ve işlemleri yapmaya başlamıştır. Sonucunu 2500+1=2501 olarak bulmuştur.

Sorunun ikinci kısmında 100. terim sorulmuştur. Sınıftaki öğrencilerden Eda, n yerine 100 yazılacağını söylemiş ve 100^2+1 ifadesini tahtaya yazarak hesaplamaları işlem önceliğine dikkat ederek yapmıştır. Yanıtını 100.100+1=10000+1=100001 şeklinde bulmuştur. Ardından 50. terim ve 100. terimin toplamı istendiğine göre sınıfça bulunan iki sayıyı toplamışlar ve doğru yanıta ulaşmışlardır.

Sınıftaki öğrenciler de genel olarak verilen soruda n yerine adım sayının yazılması gerektiğini kavramışlar ve işlemlerini ona göre yapabilmişlerdir. Burada değişken kavramının öğrenciler tarafından kolayca kavrandığını görülmektedir.

Öğrencilere üçüncü soru olarak aşağıdaki soru sorulmuştur. Seçilen soruda sabit ve değişenleri fark ederek istenen adım sayısını hesaplamak gerektiğinden ve bu soru ilk iki soruya göre daha karmaşık olduğundan üçüncü soru olarak belirlenmiştir.

Soru 3:

Adım sayısı	**Kare sayısı**
1	(1 + 2) + 4.1
2	(2 + 2) + 4.2
3	(3 + 2) + 4.3
⋮	⋮
71	□

Yukarıdaki tablo bir örüntüden yola çıkılarak oluşturulmuştur.

Bu tablodaki □ yerine hangi sayı yazılmalıdır?

Soruya yönelik ilk olarak sabit kalanlar ve değişenlerin neler olduğu sorgulanmıştır. Odak öğrencilerden Ceren, *"2'ler, 4'ler aynı. Değişenler 1, 2, 3 ve diğer 1, 2, 3'ler değişmiş"* ifadesini kullanarak adım sayısına karşılık gelen kare sayıları arasında sabit ve değişenleri doğru biçimde dile getirmiştir. Değişen ifadelerin neye göre değiştiği sorgulandığında ise, adım sayısına göre değiştiğini ifade etmiştir. Soruda istenen 71. adımda ise yine sabit kalanların aynı şekilde yazılacağını değişenlerin de adım sayısına göre yazılacağını dile getirmiştir. Buna göre, 71. adım sayısına karşılık gelen kare sayısını (71+2)+4.71 şeklinde tahtaya yazmıştır. Ardından Ceren, yazdığı ifade de hesaplamaları işlem önceliğine göre yaparak 73+284=357 şeklinde bulmuştur.

Sınıfta diğer öğrencilerin de yorumlarına ve yanıtlarına bakıldığında, bu soruda değişen ve sabit kalanlar kavramının öğrencilerde net biçimde kavrandığını görmekteyiz.

Öğrencilere dördüncü soru olarak aşağıdaki soru sorulmuştur. Belirlenen soruda cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı sayı değerlerine göre hesaplamak gerekmektedir.

> **Soru 4:** Çevre mühendisi olan Sevgi Hanım parkların yüzey alanını 4x-10 cebirsel ifadesini kullanarak belirlediğine göre aşağıdaki x değerleri için parkların yüzey alanını bulunuz.
>
> **a)** x=45 m^2 için
>
> **b)** x=80 m^2 için
>
> **c)** x=100 m^2 için

Sorunun a şıkkı için sınıftaki öğrencilerden Rauf, *"x=45 için 4x-10 da x yerine 45 yazarız. 4.45-10. Öncelik çarpmada olduğu için 4.45=180. 180-10= 170 olur"* ifadesini kullanarak verilen cebirsel ifadede x yerine belirtilen sayıyı yazarak hesaplamalar yapmış ve doğru sonuca ulaşmıştır. Benzer şekilde sorunun b şıkkı için öğrencilerden Enes de, cebirsel ifadede x yerine 80'i yazarak 4.80-10 işlemlerini yaparak 310 sonucuna ulaşmıştır. Yine sorunun c şıkkı için odak öğrencilerden Osman, *"x yerine 100 gelirse burası 4.100=400 olur. 10'u da çıkartırız 390 olur"* ifadesini kullanarak cebirsel ifadede verilen bilinmeyen yerine istenen sayıyı yazarak hesaplamalar yapmış ve doğru sonuca kolayca ulaşabilmiştir.

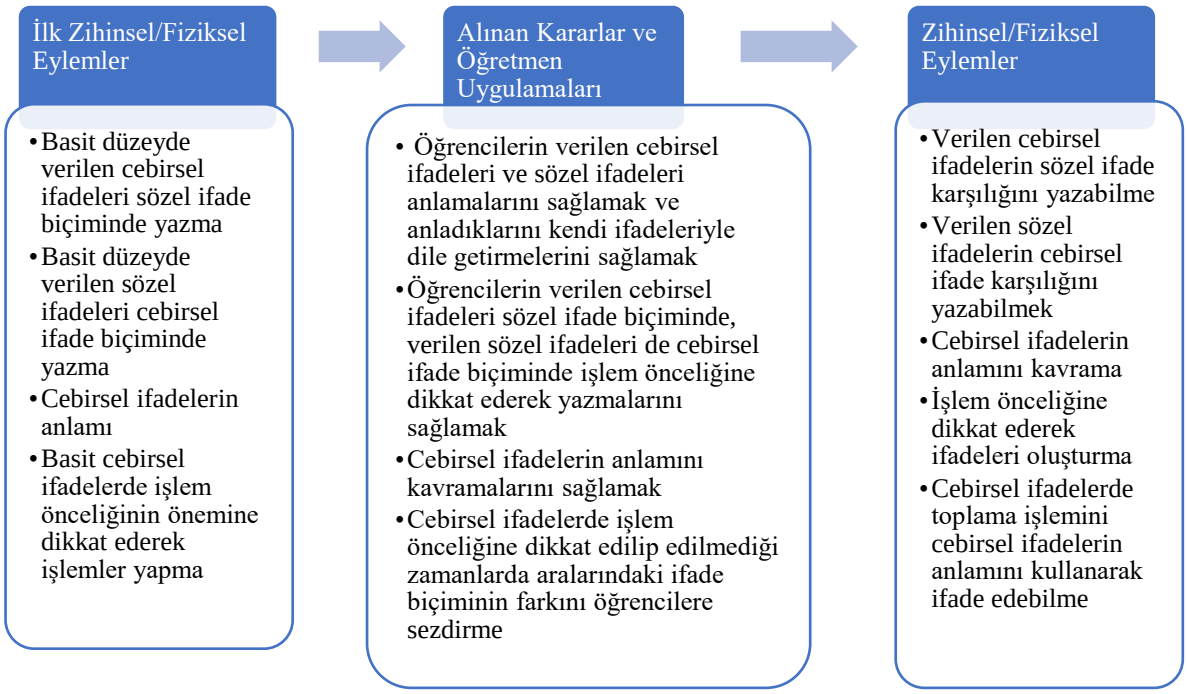
Bu hafta gerçekleştirilen öğretimde verilen bireysel çalışma sorularına ve öğrencilerin çözümlerine bakıldığında, değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için cebirsel ifadenin değerlerini kolayca hesaplayabildikleri görülmüştür. Aynı zamanda kuralı ifade edilen cebirsel ifadenin de istenilen terimini rahatça bulabilmişlerdir.

3.2.3. Üçüncü hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

Üçüncü hafta; "6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar" ve "6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar" kazanımlarını içeren ders planı dört ders saati süresince sınıfta uygulanmıştır. Bu uygulamada sözel durumların cebirsel ifade biçimleri ve cebirsel ifadelerin sözel durumdaki ifade biçimleri üzerinde durulmuştur. Bu haftanın amacı, çalışma yapraklarında yer alan sözel olarak verilen durumlara uygun cebirsel ifadeleri yazabilmek ve aynı şekilde cebirsel olarak verilen ifadeye uygun sözel durumu yazabilmek, cebirsel ifadelerin ne anlama geldiğini açıklayabilmektir. Her ders sınıf

içinde yapılan uygulamalar, öğrencilerin zihinsel/fiziksel eylemleri, alınan kararlar ve öğretmen uygulamaları, öğrencilerin yeniden şekillenen zihinsel/fiziksel eylemleri başlıkları altında sunulmuştur.

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ilk iki saatlik dersine göre hazırlanan şema öğrencilerin ilk zihinsel/fiziksel eylemleri, öğretmen uygulamaları ve yeniden öğrencilerin zihinsel/fiziksel eylemleri olmak üzere Şekil 3.26'da verilmiştir. Öğretimin ilk iki ders saatinde öğrencilerden sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazmaları istenmiştir. Buna göre öğrencilerin yaptıkları ilk zihinsel/fiziksel eylemler gözlenmiş ve bu bağlamda öğrencilerde bulunan eksiklikler ve kavram yanılgıları belirlenerek eksiklikleri gidermek amacıyla Şekil 3.27'de gösterilen kararlar alınmıştır. Alınan bu kararlar, öğrencilerin sözel bir durumdan cebirsel ifadeye benzer şekilde cebirsel ifadeden sözel duruma geçişi rahatlıkla yapabilmeleri amacıyla öğretimin üçüncü ve dördüncü ders saatlerinde uygulanmıştır. Ardından yeniden öğrencilerin zihinsel/fiziksel eylemleri incelenmiş ve öğrencilerin konuyu tam anlamıyla kavramaları amaçlanmıştır.

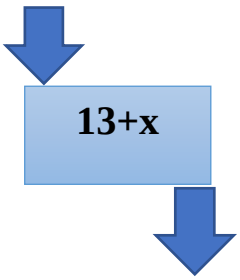


Şekil 3.27. *3. Hafta öğretim dizisinin iki saatlik dersine göre hazırlanan şema*

3.2.3.1. *Birinci ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ilk dersinde, matematikte sayısal ifadelerin bilinen bir durumu, çokluğu ifade ettiği üzerine konuşulmuştur. "5 kalemim var." ya da

“13 yaşındayım.” gibi çokluklarla ifadesi örnek olarak verilmiştir. Harfli ifadelerin de bilinmeyeni temsil etmek için kullanıldığı ifade edilmiştir. Bilinmeyeni temsil etmek için nelerin kullanıldığı sorgulandığında ise sınıftaki öğrenciler; harf ya da şekillerin kullanılacağını ifade etmişlerdir. Ardından cebirsel ifadelerin gösterimi için kullanılan girdi-çıktı makinesi aşağıda görüldüğü gibi öğrencilere gösterilmiş ve makineye hangi sayı atılırsa makinede bulunan x yerine geçeceği sonucunda da 13+x ifadesiyle de makineden çıkacağı ifade edilmiş ve öğrencilere sorular yöneltilmiştir.



Makine içine 5 atılırsa sonucun ne olacağı sınıfa sorulduğunda öğrenciler hep birlikte 18 yanıtını vermiştir. Benzer şekilde makineye 6 ya da 10 sayılarını attığımızda da öğrenciler makineden çıkan sayıyı doğru biçimde ifade etmişlerdir. Ancak makineye atılan sayının değerini bilmiyorsak sonucun ne olacağı sorgulandığında ise, odak öğrencilerden Osman, 13+x yanıtını, odak öğrencilerden Halil ise, 13+ ● yanıtını vermiştir. Bu noktada makineye atılan sayı için x ve ● gibi farklı temsil biçimleri kullanılmıştır. Öğrenciler burada atılan sayı bilinmediği için yerine harf ya da şekil koyulabileceklerini ifade etmişlerdir. Bu noktada bilinmeyen kavramının farklı temsil biçimlerini kolayca ifade ettikleri ve anlamlandırdıkları söylenebilir.

Öğrencilere bu hafta gerçekleştirilen öğretimde, “6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.” kazanımına yönelik olarak Etkinlik 1’de verilen sözel ifadelere karşılık gelen cebirsel ifadeler sorgulanmıştır. Etkinlikte sırayla verilen sorular, basitten karmaşığa doğru sunulmuştur. İlk olarak “Bir sayının 7 fazlası” ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Eda, sayının değeri bilinmediği için bir harf kullanması gerektiğini ve 7 fazlası için de üzerine 7 ekleyeceğini dile getirerek, x+7 biçiminde cebirsel ifadesini gösterebilmiştir. Sonraki “Bir sayının 13 eksiği” ifadesi için de öğrencilerden Semih, istediği harfi kullanabileceğini ifade ederek y-13 yanıtını doğru biçimde vermiştir. “Bir sayının 3 katı” ifadesi için de öğrencilerden Hasan, iki farklı harf ile göstererek t.3 ve y.3 yanıtlarını vermiştir. Ardından öğrencilerden Abidin ise aynı örnek için, y ile 3 sayısının yerini değiştirebileceğini böylece 3.y biçiminde de ifade edilebileceğini

söylemiştir. Odak öğrencilerden Halil de, sonucun bu biçimde de doğru olacağını ve değişmeyeceğini ifade etmiştir. Öğrencilerden Rauf ise, *"Çarpma işleminde yerler değişse bile sonuç aynıdır"* ifadesini kullanarak çarpma işleminin değişme özelliğine vurgu yapmıştır. Sıradaki "Bir sayının 2 katının 10 eksiği" ifadesi için odak öğrencilerden Ceren, *"Bir sayı dediğimiz yuvarlak olsun.* 🔵 *.2 2 katı olur.* 🔵 *.2-10 da cevap olur. Yuvarlak yerine üçgen ya da kare de olabilir"* ifadesini kullanarak bilinmeyen yerine farklı şekilde temsiller kullanabileceğini de dile getirmiştir. Diğer "Bir sayının 5 fazlasının 2 katı" ifadesi için öğrencilerden Furkan, (x+5).2 şeklinde yanıt vermiş ve parantezi neden koyduğu sorgulandığında ise *"Bu önde olduğu için x'in 5 fazlası o yüzden önce o olur, sonra 2'le çarparız"* ifadesiyle işlem önceliğini vurgulamıştır. Verilen "Bir sayının yarısının 7 fazlası" sözel ifadesinin cebirsel gösterimi için öğrencilerden Enes, $\frac{x+7}{2}$ ifadesini yazmıştır. Verdiği yanıtın yanlış olduğunun öğrenciye fark ettirilebilmesi için bu noktada önce hangi işlemleri yaptığı ve soruda ne istendiği sorgulanmıştır. Öğrenci, *"Önce 7'yi topladım, sonra 2'ye böldüm. Burada yarısı demiş önce. O zaman (x:2)+7 olur"* ifadesini kullanmış ardından bulduğu sonucu kesir çizgisi ile $\frac{x}{2} + 7$ biçiminde doğru olarak yazabilmiştir. Öğrenci yanıtının yanlış olduğunu kendisi görebilmiş ve yeniden denediğince işlem önceliğine dikkat ederek doğru yanıta ulaşabilmiştir. Odak öğrencilerden Osman, "Bir sayının 1 fazlasının yarısı" şeklinde verilen sözel ifade için, işlem önceliğinden dolayı paranteze alması gerektiğini vurgulamış ve (x+1):2 yanıtını vermiştir. Aynı ifade için, $\frac{x+1}{2}$ şeklinde de cebirsel ifadesinin yazılabileceğini belirtmiştir. Ayrıca sözel ifadelerin problem şeklinde de verilebildiği "Bir miktar paranın 30 lirası harcanırsa geriye kalan para" ifadesi için odak öğrencilerden Ceren, 🔺 -30 biçiminde cebirsel ifadesini yazmış ve *"Bilinmediği için* 🔺 *aldım ve harcanıyorsa -30 oldu"* ifadesiyle açıklama yapmıştır. Benzer olarak problem şeklinde verilen "130 km yolun bir kısmı gidildikten sonra kalan kısmın çeyreği" sözel ifadesi için odak öğrencilerden Halil de, $\frac{130-x}{4}$ yanıtını doğru biçimde vermiştir. Sınıftaki öğrenciler, etkinlikte basit düzeyde verilen sözel ifadeleri genel olarak doğru şekilde cebirsel ifade biçiminde yazılabilmiştir. Ancak bazı üst düzey olarak verilen ve işlem önceliğine dikkat edilmesi gereken örneklerde öğrenciler ilk olarak bazı hatalar yapmışlardır ve soruyu yeniden incelemeleri istendiğinde ise doğru yanıta yönelik yorumlar getirerek sözel ifadelerin cebirsel ifade karşılığını yazabilmişlerdir.

3.2.3.2. *İkinci ders saati*

Öğrencilere bu hafta gerçekleştirilen öğretimde, "6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar." kazanımına yönelik olarak Etkinlik 2'de verilen cebirsel ifadelere karşılık gelen sözel ifadeler sorgulanmıştır. Etkinlikte sırayla verilen sorular, basitten karmaşığa doğru sunulmuştur. İlk olarak a+2 ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Eda, *"Bir sayının 2 fazlası"* yanıtını vererek cebirsel ifadeyi doğru biçimde sözel olarak ifade etmiştir. Benzer şekilde a-7 ifadesine de odak öğrencilerden Halil, *"Bir sayının 7 azı-eksiği"* yanıtını vermiştir. Burada basit cebirsel ifadelerde verilen a ifadesinin bilinmeyen bir sayıyı temsil ettiği sınıftaki öğrenciler tarafından ifade edilmiştir. Sonraki 2a ifadesi için öğrencilerden Mukaddes, *"Bir sayının 2 katı"* ifadesini kullanmıştır. Bu noktada "2a ifadesi yerine a.2 ifadesi verilmiş olsaydı karşılık gelen sözel ifadesi ne olurdu?" şeklinde sorgulandığında da öğrenci, 2.a ile a.2 ifadelerinin aynı olduğunu ve çarpma işleminin yalnızca yer değiştirdiğini ancak sonucun yine değişmeyeceğini doğru biçimde dile getirmiştir. Diğer 2a-8 ifadesi için de odak öğrencilerden Ceren, *"Bir sayının 2 katının 8 eksiği"* yanıtını vermiştir. Burada öncelikle bir sayının 8 eksiği diyerek başlanıp başlanmayacağı sorgulandığında ise Ceren, *"Hayır, çünkü başında 2 katı olacak. Önce 2 ile çarptık."* ifadesiyle işlem önceliğine dikkat etmiştir. Odak öğrencilerden Ceren'in basit düzeyde verilen cebirsel ifadelerde işlem önceliğine dikkat ettiği görülmüş ancak bazı üst düzeyde verilen cebirsel ifadelerde işlem önceliğini göz ardı ettiği ya da yanlış biçimde ifade ettiği görülmüştür. Daha sonra 5-a ifadesi için öğrencilerden Arda, *"a'nın 5 eksiği"* ifadesini kullanarak yanlış biçimde yanıt vermiştir. Cebirsel ifadenin doğru olarak sözel ifade karşılığını bulabilmesi için "a'nın 5 eksiği" sözel ifadesinin cebirsel ifade karşılığını yazması istenmiştir. Bu ifadeye karşılık olarak a-5 yanıtını vermiştir. Buradaki a-5 ile 5-a ifadelerini karşılaştırması ve aynı olup olmadığını sorgulaması istenmiştir. Arda da, *"Aynı değil. Burada 5'ten a çıkmış. Burada a'dan 5 çıkmış"* ifadesini dile getirmiş ve verilen 5-a ifadesini yeniden inceleyerek *"5'in a eksiği"* yanıtını vererek doğru biçimde ifadesini düzeltmiştir. Etkinlikte verilen 3(a+10) ifadesi için öğrencilerden Furkan, *"Bir sayının 10 fazlasının 3 katı"* ifadesini kullanmış ve parantez olduğu için öncelikle olarak 10 fazlasının ele alınacağını dile getirmiştir. Benzer şekilde (a+2)6 ifadesi için de odak öğrencilerden Halil, *"Bir sayının 2 fazlasının 6 katı"* yanıtını vererek burada işlem önceliğinin parantezde olduğunu bu yüzden önce 2 fazlasını aldığını sonra da 6 katını aldığını ifade

etmiştir. Sınıftaki öğrencilerin geneli etkinlikte yer alan ifadeler için işlem önceliğine dikkat etmişlerdir. Etkinlikte yer alan $\frac{a}{2}$ ifadesinin sözel karşılığı için odak öğrencilerden Ceren, *"Bir sayının 2'ye bölümü"* ifadesini kullanmıştır. Ardından ikiye bölmenin ne anlama geldiği sorgulanmış ve Ceren, yarısı olacağını dile getirmiş ve sözel ifadesini "Bir sayının yarısı" olarak değiştirmiştir. $\frac{3a}{4}$ ifadesi için de odak öğrencilerden Osman, *"a'nın 3 katının 4'e bölümü"* ifadesini kullanmıştır. Bu ifade için ayrıca öğrencilerden Dilara, *"Çeyreği olur"* ifadesiyle düzeltme yapmıştır. O halde a ifadesinin mi çeyreği olup olmayacağı sorgulanmış ve sınıfça *"Bir sayının deriz. Bir sayının 3 katının çeyreği"* ifadesiyle doğru biçimde sözel ifadeye ulaşmışlardır. Sonra da $2a + \frac{3}{4}$ ifadesine karşılık gelen sözel ifade için odak öğrencilerden Halil, *"Bir sayının 2 katının yarım çeyreğinin fazlası"* ifadesini dile getirmiştir. Ancak burada yarım çeyreği ifadesinin ne anlam ifade ettiği sorgulanmış ve öğrencilerden Rauf, $\frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ şeklinde ayrılabileceğini dile getirmiş, yine öğrencilerden Furkan ise, $\frac{3}{4}$ fazlası şeklinde sözel ifadesinin yazılabileceğini ifade etmiştir. O halde ifade yeniden düzenlenerek sınıfça "Bir sayının 2 katının $\frac{3}{4}$ fazlası" şeklinde doğru biçimde yazılmıştır. Son olarak karmaşık verilen $\frac{3(n+5)}{2}$ ifadesi için öğrencilerden Dilara, *"İşlem önceliği parantezde, bilinmeyen n. Bir sayının 5 fazlasının 3 katının yarısı olur"* ifadesiyle dikkat edilmesi gereken yerleri de vurgulayarak yanıtını doğru olarak vermiştir.

3.2.3.3. *Üçüncü ders saati*

Öğrencilere bu hafta gerçekleştirilen öğretimde yine sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve benzer şekilde verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazabilmelerine yönelik etkinlikler verilmiştir. Etkinlikte ilk olarak, "Bir market, x TL'ye aldığı bir teneke zeytinyağını 4 TL kâr ekleyerek satıyor. Bu markette satılan 6 teneke zeytinyağından elde edilecek para miktarını gösteren cebirsel ifadeyi yazınız." sözel ifadesi verilmiş ve bu ifadeye karşılık gelen cebirsel ifade istenmiştir. Ayrıca bu sözel ifadede değişkenlerin neye karşılık geldiği de sorgulanmıştır. Soruda yer alan ifadelerin anlamı tek tek öğrenciler tarafından yorumlanmıştır. Soruda yer alan *"4 tl kar ekleyerek satmak"* ifadesi için öğrencilerden Arda, x+4 olarak cebirsel ifade karşılığını dile getirmiştir. Ardından 6 teneke sattığı ifadesini de öğrencilerden Hasan,

ifadenin 6 ile çarpılacağını söylemiş ve cebirsel ifadeyi x+4.6 biçiminde yazmıştır. Sınıftaki öğrenciler burada işlem önceliğinin olduğunu ve parantez kullanmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Ardından Hasan, önce x+4 olacağını söylemiş ve (x+4).6 şeklinde cebirsel ifadeyi düzenlemiştir. Soruda değişkenlerin neye karşılık geldiği sorgulandığında ise öğrencilerden Rauf, *"Marketten aldığı fiyat yani x harfi"* şeklinde ifade etmiştir. Ayrıca değişken x harfi olarak soruda verilmeseydi yerine başka harflerin de kullanılabileceğini dile getirmiştir. Etkinlikte yer alan diğer bir örnekte, "Bir telefon şirketi her arama için bir tarife sunmaktadır. Bu tarifeye göre her arama için sabit ücret 2 lira ve konuşulan her dakika da 4 lira üzerinden ücretlendirilecektir. Kişilerin konuştukları herhangi bir dakikada ödeyecekleri ücreti cebirsel olarak ifade ediniz." sözel ifadesi verilmiş ve bu ifadeye karşılık gelen cebirsel ifade istenmiştir. Ayrıca bu sözel ifadede değişkenlerin neye karşılık geldiği de sorgulanmıştır. Odak öğrencilerden Osman, 2+4.x cebirsel ifadesini oluşturarak, *"2'yi başa yazarız çünkü hepsinde sabit var. Sonra işlem önceliğine göre (2+4).x olur"* şeklinde yanıtını ifade etmiştir. Ardından öğrencilerden Dilara, verilen yanıtın yanlış olduğunu *"Her dakikada 4 lira üzerinden gidiyor. 4'le x'i çarparız"* ifadeleriyle dile getirmiş ve cebirsel ifadeyi oluşturmaya başlamıştır. 1 dakika olsa, 2 dakika olsa nasıl ifade edileceği sorgulandığında ise sınıftaki öğrenciler, 1.4 ve 2.4 şeklinde yanıtlamışlardır. Osman da sınıfça yapılan bu yorumlardan sonra cebirsel ifadeyi yeniden düzenlemiş ve *"4'le x'i çarparız. Yanına da 2'yi ekleriz"* ifadeleriyle yanıtını 2+4.x olarak doğru biçimde yazmıştır. Burada işlem önceliğinin nerede bulunduğu sorgulandığında ise sınıftaki öğrenciler, önceliğin çarpmada olduğunu, 2'nin de sabit olarak eklendiğini ifade etmişlerdir. Ardından öğrencilere 1 dakika, 2 dakika, 3 dakika ve 20 dakika konuşulursa ödenecek ücretin ne kadar olduğu sorulmuştur. Odak öğrencilerden Ceren, 2.4'ten 8 lira ücreti olacağını hesaplamıştır. Ceren yaptığı işlemlerle değişkeni görmezden gelmiş yalnızca cebirsel ifadede verilen sayıları çarpmıştır. Öğrencilerden Dilara bu yanıtın yanlış olduğunu ifade etmiş ve 2+4.1 şeklinde çözülmesi gerektiğini dile getirmiştir. Yazılan 2+4.1 işleminde sayıların ve aradaki işlemlerin neyi ifade ettiği sorgulanmıştır. Ceren de, 2'nin sabit olduğunu ve her bir dakikada 4 lira ilerlediğini ifade etmiştir. O halde 2 dakika konuşma süresi için Ceren, *"4.2 olur. Sabit 2 lira da var. 2+4.2 yazarız"* şeklinde çözümünü yapabilmiştir. Benzer şekilde, 3 dakika konuşma süresi için de 2+4.3 işlemini yaparak ödemesi gereken ücreti doğru şekilde yorumlamıştır. Sabitlerin ve değişenlerin neler olduğu sorulduğunda da Ceren, 2 ve 4'lerin sabit olduğunu, 1, 2,

3'lerin de dakikaya göre değiştiğini ifade etmiştir. Uzak adım olarak da benzer şekilde 20 dakikada ne kadar ücret ödeyeceği sorulduğunda da Ceren, kolaylıkla 2+4.20 olarak çözümü yapabilmiştir. Verilen bu sözel ifade için de değişkenlerin neler olduğu sorgulanmış ve öğrencilerden Eda, *"Herhangi bir dakika. x. Başka harflerle de gösterebiliriz"* yorumunda bulunmuştur. Etkinlikte yer alan bu iki sözel ifadeye göre sınıftaki öğrenciler genel olarak cebirsel ifadeye geçişi sağlayabilmişler ve değişkenlerin neye karşılık geldiğini doğru biçimde ifade edebilmişlerdir. Verilen örnek için yapılan çözümlere bakıldığında odak öğrencilerden Ceren, basit düzeyde verilen cebirsel ifadeler için doğru biçimde yorumlarda bulunduğu görülmüştür ancak örnekler bir üst düzeye geçtiğinde Ceren zorlanmakta ve yapılan yorumlardan yardım alarak yanıtını oluşturmaktadır.

Etkinliğin ikinci kısmında ise, dört tane cebirsel ifade verilmiş ve bu cebirsel ifadelere uygun sözel ifade yazmaları istenmiştir. Cebirsel ifadede yer alan değişkenlerin de neye karşılık geldiği de sorgulanmıştır. Etkinlikte ilk olarak, $\frac{a+5}{3}$ cebirsel ifadesi verilmiş ve sözel biçimde nasıl ifade edileceği sorgulanmıştır. Öğrencilerden Abidin, *"Bir sayının 5 fazlasının 3'e bölümü"* şeklinde sözel ifadesini dile getirmiştir. Burada değişkenin herhangi bir sayıyı temsil ettiği ve a harfi ile gösterildiğini sınıftaki öğrencilerin geneli kavrayabilmiştir. Ardından (x-3).5 cebirsel ifadesi verilmiş ve sözel olarak ifadesi için öğrencilerden Akif, *"Bir sayının 3 eksiğinin 5 katı"* biçiminde yanıt vermiş ve bu ifadede işlem önceliğinin parantez içinde olduğunu o yüzden öncelikle 3 eksiğini yazdığını sonra 5 katını aldığını ifade etmiştir. Benzer şekilde 4x-7 cebirsel ifadesi için de öğrencilerden Esma sözel ifade biçimi olarak, *"Bir sayının 4 katının 7 eksiği"* ifadesini kullanarak doğru olarak yanıt vermiştir. Etkinlikte son olarak da $\frac{x}{4} - 3$ cebirsel ifadesi verilmiş ve sözel ifade karşılığı olarak odak öğrencilerden Halil, *"Bir sayının yarısının 3 eksiği"* ifadesini söyledi ancak ardından çeyreği diyerek ifadesini düzeltmiştir. Cebirsel ifadede işlem önceliğine göre değişkeni önce 4'e böldüğünü sonra 3 çıkardığını dile getirmiştir. Ayrıca verilen cebirsel ifade $\frac{x-3}{4}$ biçiminde verilmiş olsaydı sözel ifade karşılığının nasıl olacağı sorgulanmış ve bu iki cebirsel ifadenin karşılaştırılması istenmiştir. Halil bu cebirsel ifadenin sözel ifade biçimi olarak, *"Bir sayının 3 eksiğinin çeyreği"* yanıtını vermiştir. Benzer biçimde iki soru sorgulanmış ve iki ifadede de işlem önceliğine dikkat ederek doğru biçimde cebirsel ifadeden sözel ifadeye geçiş yapılabilmiştir. Sınıfın genelinde

öğrenciler sözel olarak verilen durumlara uygun cebirsel ifadeleri ve verilen cebirsel ifadelere uygun sözel durumları işlem önceliğine dikkat ederek doğru biçimde yazabilmişlerdir.

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimde verilen diğer bir etkinlikte 2n+3 cebirsel ifadesi verilmiş ve öğrencilerden bu ifadeye göre verilen soruları yanıtlamaları istenmiştir. İlk olarak bu cebirsel ifadede n harfinin neye karşılık geldiği sorgulanmış ve öğrencilerden Enes, adım sayısı ve bilinmeyen olarak ifade etmiştir. Ayrıca öğrencilerden Dilara da, n harfinin burada değişkeni temsil ettiğini dile getirmiştir. Cebirsel ifadede n harfi yerine 4 yazılıp yazılamayacağı sorgulanmış ve öğrencilerden yeni ifadenin ne olacağını ifade etmesi istenmiştir. Öğrencilerden Semih, cebirsel ifadede n harfi yerine 4 yazılabileceğini ifade etmiştir ve yeni ifade için *"4'le 2'yi çarparız 8 olur, 3'ü de ekleriz 11 olur"* biçiminde n harfi yerine 4 sayısını koymuş ve sırasıyla işlemleri yapmıştır. Burada n harfi bilinmediği için her sayıyı yazabileceğini ve burada da 4'ü yazarak işlemlerini yaptığını dile getirmiştir. Benzer şekilde cebirsel ifadede n harfi yerine 24 yazılıp yazılamayacağı sorgulanmış ve öğrencilerden yeni ifadenin ne olacağını ifade etmesi istenmiştir. Odak öğrencilerden Ceren, n harfinin bilinmeyen olduğunu ve yerine 24 sayısının yazılabileceğini ifade etmiştir. Ardından cebirsel ifadede n harfi yerine 24'ü yazarak 24.2=48 48+3=51 şeklinde sırasıyla işlemleri yapmış ve yeni ifadenin sonucunu 51 olarak hesaplamıştır. Ayrıca etkinlikte verilen 2n+3 cebirsel ifadesinin yerine 2r+3 şeklinde bir cebirsel ifade kullanılıp kullanılamayacağı sorgulanmış ve öğrencilerden Alperen, "İkisi de bilinmeyen olduğu için istediğimiz harfi, sembolü, şekli yazabiliriz." ifadesiyle cebirsel ifadelerde verilen n ve r harflerinin bilinmeyeni temsil ettiğini ve bu yüzden ikisinin de kullanılabileceğini dile getirmiştir.

Etkinliğin ikinci sorusunda "Bir kalem k lira ve bir defter d liradır. Kerem 5 tane kalem ve 2 tane defter almıştır." ifadesi verilmiş ve öğrencilerden bu ifadeye göre verilen soruları yanıtlamaları istenmiştir. İlk olarak 5k+2d cebirsel ifadesinin neye karşılık geldiği sorgulanmış ve sınıftaki öğrenciler hep birlikte 5 kalem ve 2 defteri ifade ettiğini söylemişlerdir. Burada kalemin k harfi ile ve defterin d harfi ile temsil edilmesinin sebebi sorulduğunda da öğrenciler baş harfi olduğundan o şekilde ifade edildiğini söylemişler ancak başka harf ile de temsil edilebileceğini ifade etmişlerdir. Benzer şekilde cebirsel ifadede k ifadesi ve d ifadesinin neye karşılık geldiği sorulduğunda da k harfinin kalemin fiyatını ifade ettiği, d harfinin de defterin fiyatını

ifade ettiğini sınıftaki öğrenciler hep birlikte kolayca dile getirmişlerdir. Ayrıca öğrencilere 1 kalemin 5 lira, 1 defterin de 2 lira olduğu verildiğinde ise istenen 5 tane kalem ve 2 tane defterin toplam kaç lira edeceği sorulduğunda da öğrencilerden Rauf, *"2 ile 2'yi çarparız, 5 ile de 5'i. İkisini de toplarız 29 gelir"* ifadeleriyle işlemlerini doğru şekilde yapmıştır. Etkinlikte yer alan son soru ise, "Ayhan bana bir miktar para vermiştir. Ayhan'ın verdiği paranın 3 katı mı yoksa 6 lira fazlası mı daha büyüktür?" şeklinde verilmiş ve öğrencilerin nedenleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. İlk olarak öğrencilerden Arda, verilenlerin a.3 ve a+6 şeklinde cebirsel ifade gösterimlerini ifade etmiştir. Hangi ifadenin daha fazla, daha büyük olduğu sorgulandığında ise Arda değişken a harfi yerine rastgele sayılar vererek denemeler yapmıştır. Önce a yerine 2 sayısını koymuş ve *"Mesela a'yı 2 alsak a.3=2.3=6 olur. a+6=2+6= 8 olur"* ifadeleriyle işlemlerini tamamlamış, burada a+6 cebirsel ifadesinin daha büyük geldiğini dile getirmiştir. Daima a+6 ifadesinin büyük olup olmadığı sorgulandığında ise sınıftaki öğrenciler daima büyük olmadığını ifade etmişlerdir. Daha sonra Arda, a yerine 5 sayısını koymuş ve *"a.3=5.3=15 olur. a+6=5+6=11 olur"* ifadeleriyle işlemlerini tamamlamış ve bu sefer de a.3 ifadesinin daha büyük sonuç getirdiğini söylemiştir. Yapılan işlemler sonucunda sınıftaki öğrenciler, a harfi yerine yazılan sayıya göre hangi ifadenin büyük olduğunun değişeceğini ifade etmişlerdir.

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimde sınıftaki öğrenciler genel olarak, sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve benzer şekilde verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazabilmişler ve buna yönelik etkinlikleri daha rahat biçimde doğru yanıtlayabilmişlerdir. Buna göre öğrencilerin cebirsel ifadelerin anlamını kavradığını ve cebirsel ifadeden sözel ifadeye geçişi benzer şekilde sözel ifadeden cebirsel ifadeye geçişi kolaylıkla yapabildikleri söyleyebiliriz.

3.2.3.4. *Dördüncü ders saati*

Öğrencilerle bu hafta gerçekleştirilen öğretimde üçü test olarak verilen altı tane etkinlik sunulmuştur. Gerçekleştirilen öğretim kapsamında, verilen cebirsel ifadeleri sözel ifade biçiminde yazma ve verilen sözel ifadeleri cebirsel ifade biçiminde yazma etkinliklerine yer verilmiştir. Ayrıca cebirsel ifadelerin anlamını kullanarak cebirsel ifadelerle toplama ve çarpma işlemlerine basit düzeyde başlayabilecekleri etkinlikler de sunulmuştur. İlk olarak öğrencilerden, test olarak verilen etkinliklerden 3(k+2) cebirsel ifadesine uygun sözel ifadenin verilen şıklardan hangisinde bulunduğunu

açıklamalarıyla ifade etmeleri istenmiştir. Bu etkinlik için öğrencilerden Berinay, *"Burada değişken k. Kalem sayısının 2 fazlasının 3 katı. k ile 2'yi toplamış sonra 3'le çarpmış. Parantez içi öncelik olduğundan cevap A olur"* açıklamasını yaparak cebirsel ifadede işlem önceliğine dikkat ederek verilen cebirsel ifadeye uygun sözel ifadeyi doğru biçimde bulabilmiştir.

Verilen diğer etkinlikte ise benzer şekilde öğrencilerden, $\frac{c}{3}$ –2 cebirsel ifadesine göre verilen şıklardan hangisinin her zaman doğru olduğunu açıklamaları istenmiştir. Test sorusunda verilen "Cebirsel ifadedeki c'nin alabileceği sadece bir değer vardır." ifadesinin yer aldığı A şıkkı için odak öğrencilerden Osman, c harfinin her sayıyı alabileceğini ve c'nin birden çok değerinin olacağını dile getirmiş ve A şıkkının yanlış olduğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde verilen "Cebirsel ifadedeki $\frac{c}{3}$ ifadesindeki c, 3'e tam bölünebilen bir sayı olmalıdır." ifadesinin yer aldığı B şıkkı için odak öğrencilerden Halil, c'nin 3'e bölünebilen bir sayı olması gerekmediğini ve 16, 17 gibi sayıları da alabileceğini, böylece sonucun ondalık sayı çıkabileceğini ifade etmiş ve B şıkkının da yanlış olduğunu dile getirmiştir. Soruda "Cebirsel ifadedeki c herhangi bir şeyin sayısını temsil eder." ifadesinin yer aldığı C şıkkı için öğrencilerden Dilara, "Doğrudur, herhangi bir şeyin sayısını temsil eder. Çünkü bilinmeyen c yerine istediğimiz sayıyı yazabiliriz." şeklinde açıklama yaparak doğru yanıtı bulmuştur. Geriye kalan D şıkkında yer alan "Cebirsel ifadedeki $\frac{c}{3}$ – 2 herhangi bir şeyin, sayının 2 eksiğinin 3'te 1'ini ifade eder." ifadesini de öğrencilerden Abidin yorumlarken öncelikle, bir şeyin 2 eksiğinin 3'te 1'ini cebirsel ifade olarak (a-2).$\frac{1}{3}$ biçiminde yazmıştır. Ancak soruda yer alan cebirsel ifadenin *"Bir şeyin 3'te 1'inin 2 eksiği"* şeklinde sözel ifade karşılığı olduğunu dile getirmiş böylece D şıkkının da yanlış bir ifade olduğunu açıklamıştır.

Test olarak verilen diğer etkinlikte ise "Bir poğaça 'p' lira, bir ayran 'a' liradır. Aybars 4 poğaça ve 3 ayran almıştır." ifadesi verilmiş ve buna göre 'p', 'a' ve '4p + 3a' cebirsel ifadelerinin neye karşılık geldiği sorgulanmıştır. Soruda verilen şıklarda p harfi için poğaça sayısı ve poğaça fiyatı ifadeleri verilmiş ve öğrencilerden cebirsel ifadede yer alan değişkenlerin neyi temsil ettiğini bulmaları ayrıca adet ile fiyat arasındaki ayrımı yapmaları beklenmiştir. Odak öğrencilerden Ceren, bir poğaça p lira olduğundan p harfinin poğaça fiyatını temsil ettiğini dile getirmiştir. Ardından a harfi için de ayranın fiyatını ifade ettiğini dile getirmiştir. Yaptığı yorumlara göre 4p+3a cebirsel ifadesinin

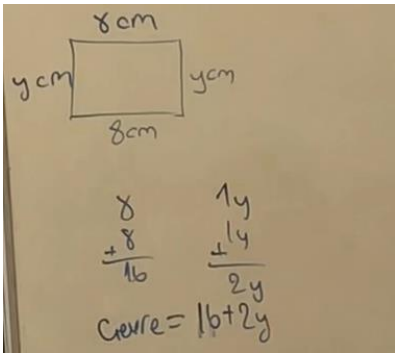
de 4 tane poğaça fiyatı ve 3 tane ayran fiyatını temsil ettiğini kolay şekilde ifade etmiştir.

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimde verilen üç test sorusu ile de sınıftaki öğrencilerin çoğu "6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar." kazanımını kavramış olup temsiller arasındaki geçişi rahatça yapabilmişlerdir.

Bu ders gerçekleştirilen öğretimde sıradaki etkinlikte öğrencilerden, bir sayının 5 fazlasının 3 katı ile aynı sayının 3 katının 5 fazlasını cebirsel olarak yazıp karşılaştırmaları ve yazılan cebirsel ifadelerin aynı olup olmadığını nedenleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerden Rauf, bir sayının 5 fazlasının 3 katı ifadesi için parantezin önemli olduğunu vurgulayarak (a+5).3 cebirsel ifadesini yazmıştır. Aynı sayının 3 katının 5 fazlası ifadesi için de a.3+5 cebirsel ifadesini yazmış ve burada parantez kullanmaya gerek olmadığını, işlem önceliğinin zaten çarpma işleminde olduğunu dile getirmiştir. Yazılan bu iki cebirsel ifadeyi karşılaştırması istendiğinde ise, iki ifadenin farklı olduğunu dile getirmiş ve cebirsel ifadede yer alan a değişkenine rastgele sayı vererek yaptığı işlemlerle sonucun aynı olmadığını göstermiştir. Cebirsel ifadelerde a değişkeni yerine 1 sayısını vermiş ve (1+5).3=18 ve 1.3+5=8 işlemlerini yaparak farklı olduklarını ifade etmiştir. Verilen cebirsel ifadelerde hangi işlemin önce söylendiğinin önemli olduğunu ve işlemlerin ona göre değiştiğini dile getirmiştir.

Öğretimde verilen son iki etkinlikte de geometrik şekiller verilmiş ve verilen kenar uzunluklarına göre şekillerin çevre ve alanlarının hesaplanması istenmiştir. Bu etkinliklerden ilkinde iki kenar uzunluğu 8 cm ve y cm olarak verilen bir dikdörtgen sunulmuştur. Öğrencilerden bu dikdörtgenin çevresini ve alanını veren cebirsel ifadeyi yazmaları istenmiştir. İlk olarak bir dikdörtgenin çevresinin nasıl hesaplanacağı sorgulanmış ve odak öğrencilerden Ceren, tüm kenarlarını toplayarak dikdörtgenin çevresini hesaplayabileceğini ifade etmiştir. Bir dikdörtgenin alanının nasıl hesaplanacağı da sorgulanmış ve odak öğrencilerden Osman, dikdörtgenin kısa ve uzun kenarlarını çarparak bulabileceğini ifade etmiştir. Ardından dikdörtgenin çevresini hesaplamak için Ceren tahtaya kalkarak, Şekil 3.28'de gösterildiği gibi önce dikdörtgenin diğer kenar uzunluklarını yazmış, sonra 8+8=16 ve 1y+1y=2y toplama işlemlerini yapmıştır. Burada öğrencinin y değişkeninin 1y'yi temsil ettiğini kavradığını söyleyebiliriz. Çevre için bulduğu bu iki sonucu da toplamış ve 16+2y olarak dikdörtgenin çevresini hesaplayabilmiştir. Ardından Ceren 16+2y cebirsel ifadesindeki

toplama işlemini de yapmış 18 olarak dile getirmiştir. Ancak öğrenciler burada benzer terim kavramını görmedikleri için 16 ve 2y ifadelerinin benzer olmadıklarını ve aralarında toplama ya da çıkarma işlemlerinin yapılamayacağını bilmemektedirler. Bu yüzden öğrencilerin bazılarının bu kavram hatasına düşmesi beklenen bir durumdur. Sınıftaki bazı öğrenciler de 16 ve 2y terimlerinin toplanmayacağını ve işlem sonucunun 16+2y olarak kalacağını ifade etmişlerdir.



Şekil 3.28. *Odak öğrencilerden Ceren'in Etkinlik 9'da verilen dikdörtgenin çevre uzunluğunu bulmak için yaptığı hesaplamalar*

Etkinlikte verilen dikdörtgenin alanının hesaplanması için odak öğrencilerden Halil, dikdörtgenin uzun kenarı ile kısa kenarını çarparak bulabileceğini ifade etmiş ve 8.y ifadesini yazmıştır. Bu ifadede y için bir sayı verilirse alanın kaç olduğunu bulup bulamayacağı sorgulandığında ise Halil, *"Mesela y 3 olursa, 8.3=24 gelir alanı bulabiliriz"* açıklamasında bulunarak işlemleri yapmış ve sonuca ulaşmıştır.

Öğretimde verilen son etkinlikte ise öğrencilere bir kenarı a cm olarak verilen düzgün beşgen sunulmuştur. Öğrencilerden bu etkinlikte beşgenin çevresini veren cebirsel ifadeyi yazmaları istenmiştir. Öğrencilerden Furkan, öncelikle beşgenin her kenarı eşit olduğu için hepsinin a olacağını ifade etmiş ve a+a+a+a+a şeklinde toplama işlemini yaparak 5a sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca öğrencilerden Arda, beşgenin her kenarı eşit olduğundan a ile 5'i çarparak 5.a ifadesiyle çevreyi bulabileceğini dile getirmiştir. Burada öğrenciler hem cebirsel ifadelerle toplama işlemi hem de bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpma işlemini basit düzeyde anlamlandırmışlardır.

Şekil 3.27'de gösterildiği gibi öğretimin üçüncü haftası "6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar" ve "6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar" kazanımlarını içeren ders planı dört ders saati süresince sınıfta uygulandığı sırada verilen etkinliklerde sınıfın geneli itibariyle sözel durumdan cebirsel duruma ve cebirsel durumdan sözel

duruma geçişlerden basit düzeyde sunulan örneklerde bir sorun yaşanmadan doğru biçimde ifade edilmiştir. Ancak üst düzey verilen örneklerde sözel durumların cebirsel ifade biçimleri ve cebirsel ifadelerin sözel durumdaki ifade biçimlerinin ifadesinde sınıftaki öğrencilerden bazılarının ve odak öğrencilerden Ceren'in zorlandığı aynı zamanda işlem önceliğine dikkat edilmesi gereken yerlerde hata yaptıkları görülmüştür. Bu eksikliği gidermek ve yapılan öğretimin etkili olmasını sağlamak amacıyla aynı kazanımları içerecek şekilde öğretim uzatılmış, zorlanan noktalar üzerine gidilerek öğrencilerin eksikleri kapatılmaya çalışılmış ve kavram yanılgıları giderilmeye çalışılmıştır.

3.3. Birinci Ara Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular

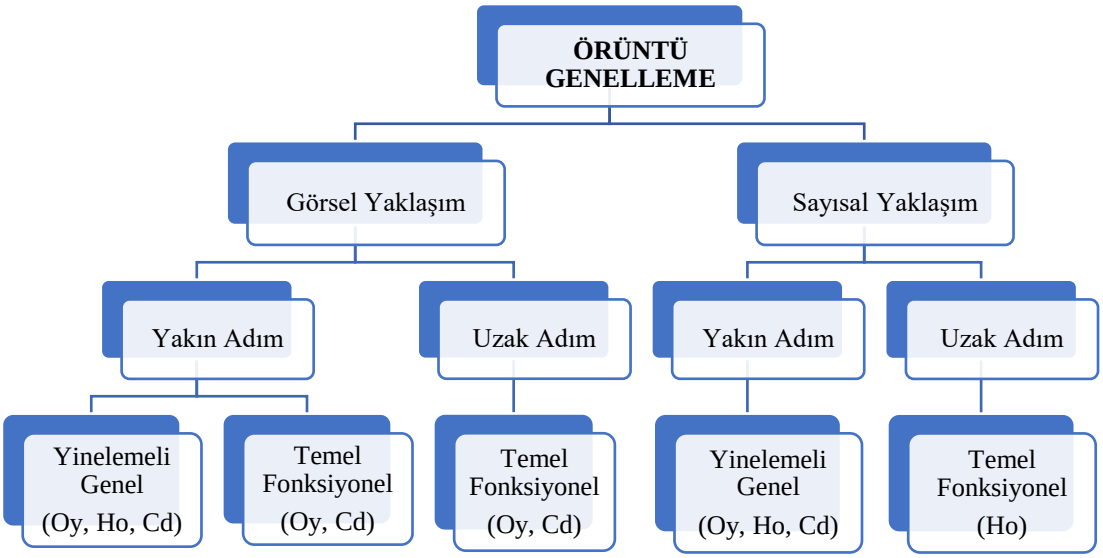
Üç hafta süren öğretim dizisinden sonra odak öğrencilerin bu süreçte tartışılan noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı anlamak ve öğretim sürecine devam etmek için odak öğrencilerle birinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Birinci ara klinik görüşmelerde "6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur", "6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar", "6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar" ve "6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar" kazanımları doğrultusunda klinik görüşme soruları hazırlanmıştır. Bu klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda bulgular;

- Örüntü genelleme
- Cebirsel ifadeler

olmak üzere iki ana başlık altında odak olarak seçilen Osman, Halil ve Ceren'in yaklaşımlarıyla sunulmuştur.

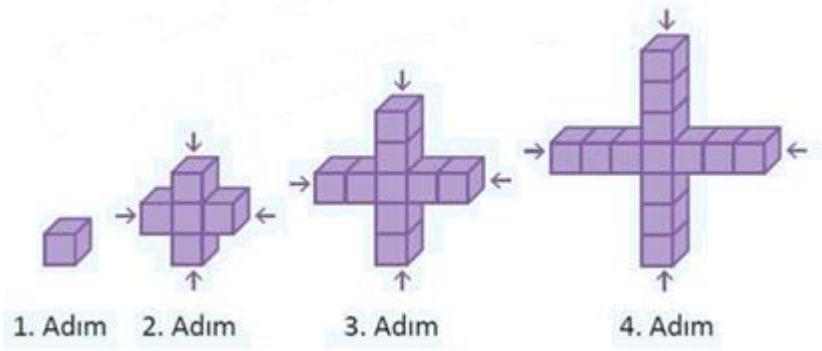
3.3.1. Örüntü genelleme

Ara klinik görüşmede ilk olarak örüntü genelleme konusunu odak öğrencilerin nasıl yapılandırdıklarını öğrenme amaçlı sorular yöneltilmiştir. Bu bağlamda odak öğrencilerin yaptıkları çıkarımlarla ve çözüm yollarıyla elde edilen veriler Şekil 3.29'da gösterilmiştir.



Şekil 3.29. *Ceren, Halil ve Osman'ın birinci ara klinik görüşmede örüntü genelleme konusunda kullandıkları eylemler*

Birinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere Şekil 3.30'da gösterilen ilk dört adımı verilen şekil örüntüsü sunulmuştur. Öğrencilerden bu şekil örüntüsünü yakın adıma, uzak adıma devam ettirmeleri istenmiş ve örüntünün kuralını oluşturmaları beklenmiştir.



Şekil 3.30. *Birinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan şekil örüntüsü*

Şekil 3.29'da görüldüğü gibi, odak öğrenciler verilen şekil örüntüsünü görsel ve sayısal yaklaşım altında incelemişlerdir. Görsel yaklaşım altında öğrenciler örüntünün nasıl büyüdüğünü dikkate alarak önce şeklin yapısını analiz etmişler daha sonra sayısal yaklaşımı kullanarak görsel ilişkiyi sayısal ilişkiye (sayı örüntüsü oluşturma) dönüştürmüşlerdir.

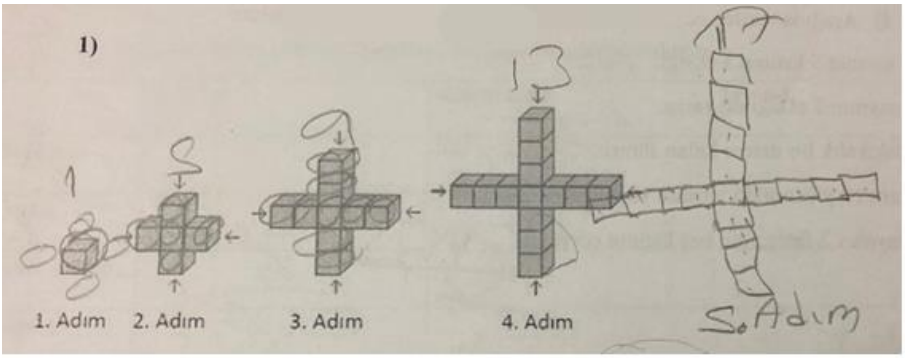
Şeklin yapısını görsel yaklaşım altında analiz ederken Osman, öncelikle ilk dört adımı incelemiş ve *"Her adım 4 4 artmış. 4 taraftan da 1'er tane eklenmiş. 1. adımda 1, 2. adımda 5, 3. adımda her taraftan 4 tane var 8 bir de burada var 9. Ortadaki ilk*

baştaki 1'i ekledik. İlk 3 adıma göre 4 4 artmış. O zaman burada 4. adımda 13 olur" ifadelerini kullanarak her bir adımda şeklin dört tarafından da birer kare artığını, ortadaki karenin de her adımda sabit olarak kaldığını görebilmiştir. Şekil örüntüsünün 5. adımı için de 4. adımda yer alan karelerin her bir kenarından birer kare daha ekleyerek 17 kare olacağını yinelemeli genel düzeyde hesaplamıştır. Osman şekil örüntüsünün 5. adımını ayrıca örüntü kuralını bularak da hesaplayabileceğini dile getirmiştir. Şekil üzerinde yaptığı analizler sonucu *"Örüntüde 4'le çarpılıyor, sonra ortadaki 1 ekleniyor"* ifadelerini kullanarak örüntü kuralını 4n+1 olarak dile getirmiştir. Ancak verilen örüntünün kuralı y=mx-n biçiminde olduğundan Osman örüntü kuralını yanlış hesaplamıştır. Ancak bu yanlışını 1.adım için kare sayısını hesaplarken, *"n adım sayını temsil ediyor. 1.adımda n'ye 1 veriyoruz. 4.1+1=5 geliyor. Ama 1. adımda hiç eklenmediği için 4'le çarpmayacağız"* ifadelerini kullanarak sonucun 1. adımdaki kare sayısıyla aynı gelmediğini görmüş ve örüntü kuralında bir hata olabileceğini dile getirmiştir. Ardından örüntünün kuralını yeniden düzenlemiş ve *"İlk artış miktarına göre 4'ü yazıyoruz. 4n yazıyoruz adım sayısı için. Sonra 3 3 azalarak gidiyor. -3 olacak. 1.adımda da öyle. 4.1-3=1 gelir. 2'de de 4.2-3=5 oluyor. Sağladı"* ifadelerini kullanarak 1. ve 2. adımda kuralı denemiş ve sağladığını görmüştür. Örüntünün kuralını 4n-3 olarak ifade etmiştir. Kuralı bulduktan sonra örüntünün 20. adımı ve 50. adımı için n harfi yerine verilen adım sayılarını yazarak 4.20-3 ve 4.50-3 işlemlerini yapmış ve 20. adımda yer alan kare sayısını 77, 50. adımda yer alan kare sayısını da 197 olarak hesaplamıştır. Burada Osman, şekil örüntüsünün yakın ve uzak adımını temel fonksiyonel düzeyde hesaplayabilmiştir. Örüntü kuralını *"Bir sayının 4 katının 3 azı"* şeklinde sözel olarak ifade etmiştir. Öğretimler gerçekleştirilmeden önce yapılan ön klinik görüşmelerde de Osman, örüntü genellemede yakın adım için yinelemeli genel düzeydeydi. Yapılan öğretimler sonucu örüntü genellemede yakın adım için Osman'ın yine aynı düzeyde kaldığını görmekteyiz. Benzer şekilde ön klinik görüşmelerde ve ara klinik görüşmede de Osman, örüntü genellemede uzak adım için temel fonksiyonel düzeyde kalmıştır.

Şeklin yapısını görsel yaklaşım altında analiz ederken Ceren, öncelikle ilk dört adımı incelemiş ve her adımdaki kare sayılarını hesaplamıştır. Her adımda kare sayısının 4'er arttığını, ortadaki karenin aynı kaldığını ve örüntünün sağdan, soldan, yukarıdan, aşağıdan ilerlediğini ifade etmiştir. Şekil örüntüsünün 5. adımı için *"4'er 4'er artıyorsa 13'ten sonra 17 gelir"* ifadelerini kullanarak yinelemeli genel düzeyde

yakın adımı hesaplamıştır. Ayrıca Ceren 5. adımdaki kare sayısını bulmak için, *"1. sinde sadece 1 küp var. 2. sinde sağlardan hep 1 artmış. 3. sünde de 2 artmış. 4. sünde 3 artmış. 5. sinde de 4'er 4'er artacak sağdan soldan yandan. Artınca 16 olur. Ortasındaki kareyi de sayarsak 17 olur"* açıklamalarıyla da yakın adımı temel fonksiyonel düzeyde de hesaplayabilmiştir. Örüntünün genel terimini bulmak için Ceren, *"N adım sayısını gösteriyor. 4'er 4'er gidiyor. 4n olur o yüzden. Sonra da kaç tane eklemişse 1'den 5'e kadar nasıl değişmiş ona göre -3"* ifadelerini kullanarak genel terim için 4n-3 cebirsel ifadesini bulmuştur. Ardından örüntünün 20. adımındaki kare sayısının hesaplanması için örüntünün kuralını kullanmadan, *"20. adımda da ortasında yine 1 tane kare olur. Yanlardan zaten hep 4. adımda 3 olmuşsa 20. adımda 1 geri gideceğiz 19 olur. Yanlardan 19, 19,19, 19 gider. 19.4=76 bir de ortadaki 1 var. Üzerine eklersek 77 olur"* şeklinde açıklama yaparak örüntünün uzak adımını temel fonksiyonel düzeyde hesaplayabilmiştir. Benzer şekilde örüntünün 50. adımındaki kare sayısı için, *"50. adımdan da 1 geri yapmalıyız. Sağdan soldan yukarıdan aşağıdan gider. 49 olur. 49.4=196. Bir de ortasında 1 kare olduğu için 197 olur"* ifadelerini kullanarak yine uzak adımı temel fonksiyonel düzeyde hesaplayabilmiştir. Ancak Ceren, uzak adım için genel terimde n yerine adım sayısını yazarak hesaplama yapmamıştır. Öğretimler gerçekleştirilmeden önce yapılan ön klinik görüşmelerde Ceren, örüntü genellemede yakın adım için yinelemeli genel ve fonksiyonel düzeydeydi. Yapılan öğretimler sonucu örüntü genellemede yakın adım için Ceren, fonksiyonel özel düzeyden temel fonksiyonel düzeye geçişi sağlamıştır. Benzer şekilde Ceren, uzak adım için de ön klinik görüşmelerde fonksiyonel özel düzeyde iken ara klinik görüşmede temel fonksiyonel düzeye geçişi sağladığını söyleyebiliriz.

Şeklin yapısını görsel yaklaşım altında analiz ederken Halil, öncelikle ilk dört adımı incelemiş ve her adımda kaç kare olduğunu sayarak *"1. adımda 1 kare, 2. adımda 5 kare, 3. adımda 9 kare. Hepsinde 4 arttığı için burası 13'tür. 5. adım için işlemin önce kuralını buluruz"* ifadelerini kullanarak şekillerin üzerine yazmıştır. Şekil 3.31'de görüldüğü gibi, 5. adımdaki kare sayısı için şekil örüntüsünü çizerek devamını getirmiş ve yakın adım için yinelemeli genel düzeyde hesaplama yapabilmiştir. Yaptığı hesaplamaları da *"Önce sabit 1 tane çizeriz. Mesela 4. adımda 3 artmış. 5.adım için biz 4 arttıracağız. Yukarıya ve aşağıya 4 gider. Yanlar da 4. Sayarak 17'ye ulaşırız"* ifadeleriyle açıklamıştır.



Şekil 3.31. *Birinci ara klinik görüşmede verilen şekil örüntüsüne yönelik Halil'in gerçekleştirdiği eylemler*

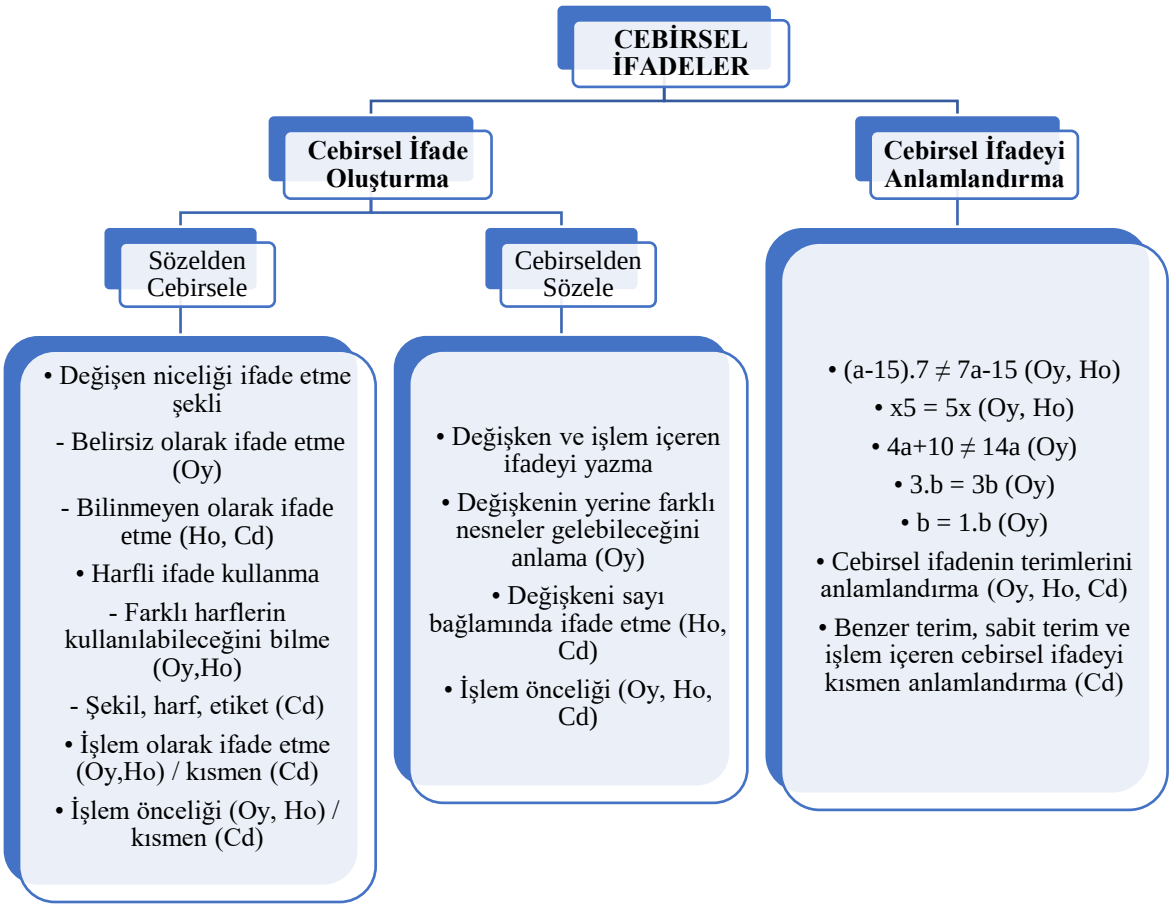
Şekil örüntüsünde genel terimi bulabilmek için Halil, *"n adım sayısı olduğu için 4 ile adım sayısını çarparız. 1. adımda 4 ile 1'i çarptığımızda 4, 1. adımda 1 bulmuştuk. 4'ten neyi çıkarırsam 1 kalır. O zaman 3 olur"* ifadelerini kullanarak hesaplamalar yapmış ve örüntünün kuralını 4n-3 olarak bulmuştur. Ardından 2. ve 3. adımdaki kare sayılarını da örüntünün kuralında n harfi yerine adım sayılarını yazarak işlemleri yapıp hesaplamış ve kuralın doğruluğunu ifade etmiştir. Yakın adım için de 5. adımdaki kare sayısını 4.5-3 işlemlerini yaparak 17 olarak hesaplamıştır. Örüntünün uzak adımı için de istenen 20. ve 50. adımdaki kare sayılarını benzer şekilde örüntü kuralında n değişkeni yerine adım sayılarını yazarak 4.20-3=77 ve 4.50-3=197 işlemlerini yaparak doğru biçimde hesaplamıştır. Halil görsel yaklaşım altında yalnızca örüntünün yakın adımını ifade etmiş, örüntünün uzak adımını yalnızca sayısal yaklaşım altında incelemiştir. Örüntü kuralının sözel ifadesini de *"Bir sayının 4 katının 3 eksiği"* şeklinde dile getirmiştir. Öğretimler gerçekleştirilmeden önce yapılan ön klinik görüşmelerde de Halil, örüntü genellemede yakın adım için yinelemeli genel düzeydeydi. Yapılan öğretimler sonucu örüntü genellemede yakın adım için Halil'in yine aynı düzeyde kaldığını görmekteyiz.

Şekil 3.29'da görüldüğü gibi, şeklin yapısını sayısal yaklaşım altında analiz ederken Osman, Halil ve Ceren, şekil örüntüsünün yakın adımını her adımdaki kare sayılarını sayıp görsel ilişkiyi sayısal ilişkiye dönüştürmüşler ve sayı örüntüsü oluşturarak yinelemeli genel düzeyde hesaplayabilmişlerdir. Ön klinik görüşmelerde seçilen üç odak öğrenci de örüntü genellemede yakın adım için sayısal yaklaşım altında yinelemeli genel düzeydeydiler. Yapılan öğretimler sonucu üç öğrenci de yakın adım için aynı düzeyde kalmışlardır. Ancak şekil örüntüsünü sayısal yaklaşım altında analiz ederken odak öğrencilerden Halil, uzak adımdaki kare sayısını temel fonksiyonel

düzeyde hesaplayabilmiştir. Uzak adımı görsel yaklaşımla ifade etmemiştir. Dolayısıyla Halil için, sayısal yaklaşım altında örüntünün uzak adımının hesaplanmasında yinelemeli genel düzeyden temel fonksiyonel düzeye geçişi sağladığı söylenebilir.

3.3.2. Cebirsel ifadeler

Ara klinik görüşmede ikinci olarak cebirsel ifadeler başlığı altında cebirsel ifade oluşturma ve cebirsel ifadeyi anlamlandırma konularını odak öğrencilerin nasıl yapılandırdıklarını öğrenme amaçlı sorular yöneltilmiştir. Bu bağlamda odak öğrencilerin yaptıkları çıkarımlarla ve çözüm yollarıyla elde edilen veriler Şekil 3.32'de gösterilmiştir. Cebirsel ifade oluşturma konusu, verilen sözel ifadeyi cebirsel ifade biçiminde yazma ve verilen cebirsel ifadeyi sözel ifade biçiminde yazma olmak üzere iki alt başlıkta sunulmuştur. Cebirsel ifadeyi anlamlandırma konusu ise, terim, değişken, katsayı, sabit terim ve benzer terim kavramlarını içermektedir.



Şekil 3.32. *Ceren, Halil ve Osman'ın birinci ara klinik görüşmede cebirsel ifade oluşturma ve cebirsel ifadeyi anlamlandırma konusunda kullandıkları eylemler*

3.3.2.1. *Cebirsel ifade oluşturma*

Bu kısımda, öğrencilere verilen sorularda sözel ifadelere uygun cebirsel ifade oluşturmaları, benzer şekilde cebirsel ifadelere uygun sözel ifade yazmaları ve açıklamaları istenmiştir.

Birinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere sırasıyla aşağıdaki sözel ifadeler verilmiş ve öğrencilerden bu ifadelere uygun cebirsel ifadeleri yazmaları istenmiştir.

1) Bir sayının 5 katının 3 eksiği
2) Bir sayının 2 eksiğinin yarısı
3) 60 dakikalık bir maçın kalan süresi
4) Ela'nın 10 yıl sonraki yaşının yarısı
5) Bir sayının 2 fazlasının beş katının çeyreği

Odak öğrencilerden Osman Şekil 3.32'de görüldüğü gibi, verilen birinci ifade için değişen niceliği belirsiz olarak ele alarak x harfini kullandığını söylemiş ancak farklı harflerin ya da şekillerin de kullanılabileceğini ifade etmiştir. Sözel ifadede 5 katı dediği için 5x ya da x5 şeklinde yazabileceğini ve bu iki ifadenin aynı olduğunu dile getirmiştir. Ardından 5x-3 cebirsel ifadesini kolaylıkla oluşturmuştur. Verilen ikinci ifade için, (x-2):2 cebirsel ifadesini yazmış ve burada işlem önceliğinden dolayı parantez kullandığını dile getirmiştir. Ayrıca cebirsel ifadenin $\frac{x-2}{2}$ şeklinde de yazılabileceğini ifade etmiştir. Verilen üçüncü ifade için Osman, 60-x cebirsel ifadesini yazmış ve kalan süreyi bulmak için giden zamanı çıkarması gerektiğini dile getirmiştir. Verilen dördüncü ifade için Osman, Ela'nın yaşını bilmediği için x olarak ele almış, ardından 10 fazlasını istediği için x+10 ifadesini yazmış ve yarısı olduğu için de $\frac{x+10}{2}$ cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Son olarak verilen beşinci ifade için de, işlem önceliğine dikkat ederek $\frac{(x+2).5}{4}$ cebirsel ifadesini oluşturmuş ve cebirsel ifadenin pay kısmında parantez olmazsa x+2.5 ifadesinin x+10 olacağını böylece yanlış ifade olduğunu dile getirmiştir.

Odak öğrencilerden Halil Şekil 3.32'de görüldüğü gibi, verilen birinci ifade için değişen niceliği bilinmeyen olarak ifade etmiş ve bilinmeyen için farklı harflerin kullanılabileceğini dile getirmiştir. Bu ifade için x harfini ele almış ve x.5-3 cebirsel ifadesini yazmıştır. Verilen ikinci ifade için, $\frac{x-2}{2}$ cebirsel ifadesini yazmış ve 2 eksiğinin yarısı dediği için ikisi birlikte alıp bölme işleminin yapılması gerektiğini ifade etmiştir. Verilen üçüncü ifade için Halil, *"Kaç dakika geçtiğini bilmediğimiz için 60-x"*

ifadelerini kullanarak cebirsel ifadeyi doğru biçimde yazabilmiştir. Verilen dördüncü ifade için, *"Ela şimdi x yaşında olsun."* ifadesiyle değişen niceliği x olarak ele almış ve $\frac{x+10}{2}$ biçiminde cebirsel ifade karşılığını yazabilmiştir. Son olarak verilen beşinci ifade için de, önce işlem önceliğinde kullanması gereken parantezi unutarak $\frac{x+2.5}{4}$ cebirsel ifadesini yazmıştır. Ardından işlem önceliğine dikkat etmesini sağlamak amacıyla farklı sözel ifadeler sorulmuştur ve aralarındaki farkı ifade etmesi istenmiştir. İlk olarak "Bir sayının 10 fazlasının çeyreği" sözel ifadesine uygun cebirsel ifade sorulmuş ve Halil de $\frac{x+10}{4}$ ifadesini yazmıştır. Daha sonra sorularda da verilen "Bir sayının 2 fazlasının 5 katının çeyreği" sözel ifadesine uygun cebirsel ifade yazması istenmiş ve Halil bu sefer, $\frac{(x+2).5}{4}$ cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Yazılan bu iki cebirsel ifadenin aynı olup olmadığı sorgulandığında ise Halil, aynı olmadıklarını *"x'e 10 verdiğimizde 1.si 20/4=5 olur. 2.si 60/4=15 olur. Sonuçlar aynı değil"* ifadeleriyle dile getirmiş ve cebirsel ifadede parantez olması gerektiğini hatırlamıştır. Parantezin işlem önceliğini gösterdiğini ifade etmiş ve verilen beşinci ifade için cebirsel ifadeyi $\frac{(x+2).5}{4}$ olarak doğru biçimde düzenlemesini yapmıştır.

Odak öğrencilerden Ceren de Şekil 3.32'de görüldüğü gibi, verilen birinci ifade için değişen niceliği bilinmeyen olarak ifade etmiş ve bir sayı dediği için yerine herhangi bir şekil, harf kullanılabileceğini dile getirmiştir. Birinci ifade için a harfini ele almış ve a.5-3 cebirsel ifadesini doğru biçimde yazmıştır. Verilen ikinci ifade için, ilk olarak ▲ -2 ifadesini kullanmış ardından bilinmeyeni a olarak değiştirerek a-2 ifadesini yazmıştır. Yarım ifadesi için de 2'ye böleceğini dile getirmiş ancak işlem önceliğini göz ardı ederek a $\frac{-2}{2}$ biçiminde cebirsel ifade karşılığını yazmıştır. Verilen üçüncü ifade için de Ceren, *"Kaç dakika gittiğini bilmediğimiz için x deriz, 60x olur"* ifadelerini kullanmış ancak burada öğrenci kalan süre için azalma olacağını ve bu yüzden x ifadesinin çıkarılması gerektiğini kavrayamamıştır. Verilen dördüncü ifade için, Ela'nın yaşı için E harfini ele alarak harfli ifadenin etiket anlamını kullanmıştır. Ardından 10 yıl sonra dediği için 10 ile toplayacağını dile getirerek cebirsel ifadeyi $\frac{E+10}{2}$ olarak yazabilmiştir. Bu ifade için de Ceren, işlem önceliğine dikkat ederek cebirse ifadeyi doğru biçimde yazabilmiştir. Ancak Ceren'in tüm ifadeler için işlem önceliğini tam anlamıyla kavradığını söyleyemeyiz. Son olarak verilen beşinci ifade için de, değişen nicelik olarak 🔵 şeklini kullanmış ancak sözel ifade işlem önceliği bakımından üst

düzey olarak verildiğinden Ceren, burada işlem önceliğine dikkat etmemiş ve cebirsel ifadeyi ● + $\frac{2.5}{4}$ olarak hatalı biçimde yazmıştır.

Birinci ara klinik görüşmede cebirsel ifade oluşturmanın ikinci kısmı olarak odak öğrencilere sırasıyla aşağıdaki cebirsel ifadeler verilmiş ve öğrencilerden bu ifadelere uygun sözel ifadeleri yazmaları istenmiştir.

1) 4x+1000
2) (a-15).7
3) $\frac{x}{4}$ – 200
4) $\frac{y-10}{2}$
5) $\frac{3(x+10)}{2}$

Odak öğrencilerden Osman Şekil 3.32'de görüldüğü gibi, verilen birinci ifade için, *"Bir sayının 4 katının 1000 fazlası çünkü 1000 ekliyor"* ifadelerini kullanarak soruyu doğru biçimde yanıtlamıştır. Benzer şekilde verilen ikinci ifade için işlem önceliğine dikkat ederek, *"Bir sayıdan 15 çıkacak ve 7'yle çarpılacak. Bir sayının 15 eksiğinin 7 katı"* ifadelerini kullanarak sözel ifade biçimini doğru olarak dile getirmiştir. Ayrıca Osman'a işlem önceliğinin önemini vurgulamak amacıyla, yazılan ifadenin "Bir sayının 7 katının 15 eksiği" ifadesi ile aynı olup olmayacağı sorulmuştur. Bu durumda Osman, a değişkenine değer vermiş ve *"Örneğin a'ya 5 verdik. 5'le 7'yi çarpınca 35 oluyor. 15 çıkarınca 20 oluyor. Diğerinde 5'ten 15 çıkarınca eksilerde oluyor. Aynı olmaz"* ifadelerini kullanarak verilen iki sözel ifadede de işlemleri yapmış ve sonuçlarının farklı çıkacağını, aynı olmayacağını dile getirmiştir. Verilen üçüncü cebirsel ifade için de, *"Bir sayının çeyreğinin 200 azı veya eksiği"* şeklinde sözel ifadesini yazabilmiştir. Şekil 3.32'de de görüldüğü gibi Osman, yaptığı çözümlere ve yorumlara göre, değişken ve işlem içeren cebirsel ifadeyi sözel ifade biçiminde doğru olarak yazabilmiştir. Verilen dördüncü cebirsel ifade için de Osman, *"y'den 10'u çıkaracağız sonra yarısını bulacağız. Bir sayının 10 azının yarısı"* ifadelerini kullanarak soruda işlem önceliğine dikkat ettiğini vurgulamış ve sözel ifadeyi doğru biçimde dile getirmiştir. Aynı ifade için Osman ayrıca, sözel ifadeyi problem biçiminde de ifade edebileceğini dile getirmiş ve *"Ahmet'in yaşının 10 azının yarısı kuzeninin yaşına eşittir. Kuzeninin yaşını böyle bulabiliriz"* ifadelerini kullanarak değişkenin yerine farklı nesneler gelebileceğini kavramıştır. Verilen beşinci ifade için de Osman, önce 10 ile toplayacağını sonra 3 ile çarpıp 2'ye böleceğini dile getirerek, *"Bir sayının 10*

fazlasının 3 katının yarısı" şeklinde sözel ifade karşılığını ifade etmiştir. Ayrıca bu ifadeyi de problem bağlamında ele alarak, *"Manavdaki elmaların 10 fazlasının 3 katının yarısı satılmıştır"* ifadeleriyle de cebirsel ifadeye uygun sözel ifadeyi farklı biçimde yazabilmiştir. Osman verilen tüm cebirsel ifadelerde işlem önceliğine dikkat etmiş ve cebirsel ifadelere uygun sözel ifadeleri doğru biçimde yazabilmiştir.

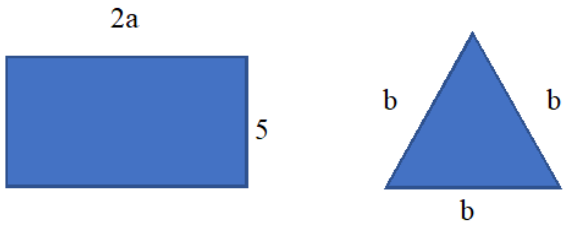
Odak öğrencilerden Halil Şekil 3.32'de görüldüğü gibi, verilen birinci ifade için, *"Bir sayının 4 katının 1000 fazlası"* sözel ifadesini dile getirmiştir. Benzer şekilde verilen ikinci cebirsel ifade için, *"Bir sayının 15 eksiğinin 7 katı"* ifadesini kullanarak işlem önceliğinde önce parantez içine dikkat ettiğini dile getirmiştir. Verilen üçüncü ifade için de Halil, *"Bir sayının çeyreğinin 200 eksiği*" sözel ifadesini yazarak doğru biçimde ifadeyi oluşturabilmiştir. Ayrıca işlem önceliğinin önemine dikkat çekmek amacıyla Halil'den verilen ifadeye benzer olarak, "Bir sayının 200 eksiğinin çeyreği" sözel ifadesini cebirsel ifade biçiminde oluşturması istenmiştir. Halil de $\frac{x-200}{4}$ cebirsel ifadesini yazmış ve verilen üçüncü ifade ile bu ifadenin birbirinden farklı olduğunu, iki cebirsel ifadede de değişken x yerine 201 sayısını verdiğinde farklı sonuçlar elde edeceğini dile getirmiştir. Verilen dördüncü cebirsel ifade için Halil, *"Bir sayının 10 eksiğinin yarısı"* sözel ifadesini kullanarak cebirsel ifadeden sözel ifadeye geçişi doğru biçimde sağlayabilmiştir. Şekil 3.32'de de görüldüğü gibi Halil tüm ifadelerde işlem önceliğine dikkat ederek, verilen beşinci cebirsel ifadenin, *"Bir sayının 10 fazlasının 3 katının yarısı"* şeklinde sözel ifadesini doğru olarak yazabilmiştir. Ayrıca Halil verilen cebirsel ifadeler için değişkeni problem bağlamında ele almamış, yalnızca sayı bağlamında ifade etmiştir.

Odak öğrencilerden Ceren Şekil 3.32'de görüldüğü gibi, verilen birinci cebirsel ifade için, *"Bir sayının 4 katının 1000 fazlası"* sözel ifadesini kullanarak doğru biçimde ifade etmiştir. Benzer şekilde verilen ikinci ifade için de işlem önceliğine dikkat ederek, *"Bir sayının 15 eksiğinin 7 katı"* şeklinde sözel ifadeyi yazabilmiştir. Verilen üçüncü ifade için Ceren, *"Bir sayının 4 çeyreğinin 200 eksiği"* sözel ifadesini kullanmış ve burada 4 çeyreği ifadesi ile neyi anlatmak istediği sorulduğunda da 4'e bölündüğü için çeyreği olacağını dile getirmiştir. Verilen dördüncü ifade için de, *"Bir sayının 10 eksiğini yarısı"* ifadesini kullanarak doğru biçimde sözel ifade karşılığını yazabilmiştir. Son olarak verilen beşinci cebirsel ifade için Ceren, *"Bir sayının 10 fazlasının 3'ünün yarısı"* sözel ifadesini kullanmış ve ardından "3 katının" şeklinde gerekli düzeltmeyi yaparak doğru yanıta ulaşmıştır. Şekil 3.32'de de görüldüğü gibi Ceren, verilen tüm

cebirsel ifadelerden sözel ifadeye geçiş sorularında işlem önceliğine dikkat etmiştir. Ancak bu sözel ifade etme biçimlerinde problem bağlamını hiç kullanmamış, sözel ifadeye geçişlerde yalnızca sayı bağlamını ele almıştır.

3.3.2.2. *Cebirsel ifadeyi anlamlandırma*

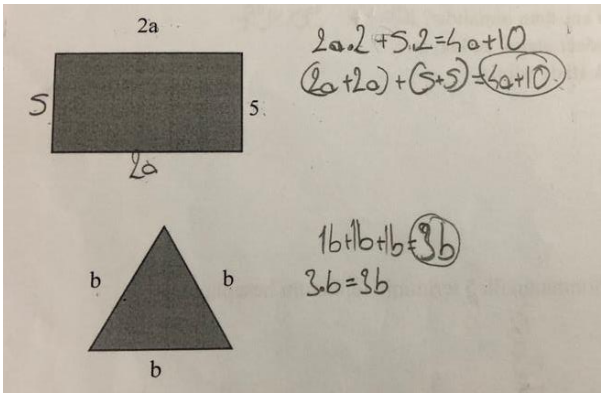
Bu kısımda öğrencilere Şekil 3.33'te gösterilen dikdörtgen ve üçgen şekilleri, bu çokgenlerin kenar uzunlukları verilmiş ve öğrencilerden verilen çokgenlerin çevrelerini veren cebirsel ifadeyi oluşturmaları istenmiştir. Bu noktada öğrencilerin yaptıkları işlemlere ve çözümlerine dikkat edilerek cebirsel ifadeyi ne derece anlamlandırdıkları, terim, değişken, katsayı, sabit terim ve benzer terim kavramlarını nasıl yorumladıkları açıklanmıştır. Ayrıca cebirsel ifade oluşturma kısmında verilen sözel ifadelerden cebirsel ifadeye geçiş ve benzer şekilde verilen cebirsel ifadeden sözel ifadeye geçiş sorularında yaptıkları çözümler de dikkate alınarak odak öğrencilerin cebirsel ifadeyi nasıl anlamlandırdıkları ifade edilmiştir. Bu bağlamda üç odak öğrenci de ayrı ayrı ele alınarak yaptıkları çözümler ve kullandıkları ifadeler ile yorumlanmıştır.



Şekil 3.33. *Birinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan çokgenler*

Odak öğrencilerden Osman Şekil 3.33'de verilen dikdörtgenin çevresini hesaplamak için ilk olarak, *"Çevresinde 2a 2 tane var, 5 de 2 tane var. Çünkü karşısında da aynı uzunlukta bir kenarı var"* ifadesiyle dikdörtgenin karşılıklı kenarlarını ele almış ve ardından *"2a'ları toplayacağız ve 5'leri toplayacağız. Veya 2a'yı 2'yle çarpacağız, 5'i de 2'yle çarpıp toplayacağız"* ifadesiyle de benzer olan terimleri kendi arasında toplama işlemi yapacağını dile getirmiştir. Ayrıca burada Şekil 3.34'te görüldüğü gibi Osman, dikdörtgenin çevre hesaplamasında karşılıklı kenarları aynı olduğu için 2 ile çarparak 2a.2 ve 5.2 işlemleri ile bulabileceği gibi toplama yaparak 2a+2a ve 5+5 işlemleri ile de bulabileceğini göstermiştir. Ardından benzer terimleri kendi arasında toplayarak 4a+10 cebirsel ifadesine ulaşmıştır. Burada 4a ile 10 arasında herhangi bir işlem yapamayacağını, *"Sonuçta birinde değişken var, diğerinde*

yok toplama işlemini yapamayız. Burada 4'le bir sayıyı çarpıyor 10 ekliyor. 14'le bir sayıyı çarparsak arada çok fazla değişim olur. Bu olmaz" ifadeleriyle dile getirmiş ve verilen dikdörtgenin çevre uzunluğunun 4a+10 cebirsel ifadesiyle gösterileceğini doğru biçimde ifade etmiştir.



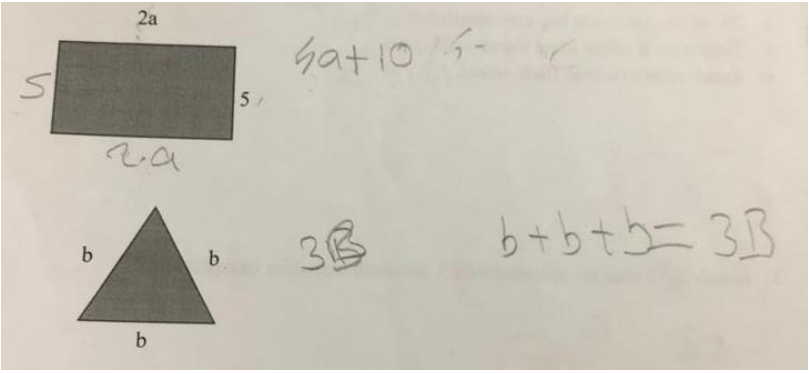
Şekil 3.34. *Birinci ara klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Osman'ın gerçekleştirdiği eylemler*

Şekil 3.33'te verilen üçgenin çevre uzunluğunun hesaplaması için de Osman, *"b+b+b 3 tane b olduğu için hepsinin önünde gizli 1 var. 1b+1b+1b=3b veya 3.b yapabiliriz"* ifadelerini kullanarak Şekil 3.33'te de görüldüğü gibi hem b değişkeninin 1b ifadesinden oluştuğunu dile getirmiş hem de 3.b ifadesinin 3b'ye eşit olduğunu göstermiştir.

Ayrıca odak öğrencilerden Osman Şekil 3.32'de görüldüğü gibi, cebirsel ifade oluşturma kısmında verilen sözel ifadelerden cebirsel ifadeye geçiş ve benzer şekilde verilen cebirsel ifadeden sözel ifadeye geçiş sorularında yaptığı çözümlerde (a-15).7 cebirsel ifadesinin 7a-15 cebirsel ifadesinden farklı olduğunu ifade etmiştir. Yine benzer şekilde verilen *"Bir sayının 5 katının 3 eksiği"* sözel ifadesinde 5x ifadesi ile x5 ifadesinin aynı anlamı ifade ettiğini, iki ifadenin de eşit olduğunu dile getirmiştir.

Odak öğrencilerden Halil Şekil 3.33'te verilen dikdörtgenin çevresini hesaplamak için ilk olarak, *"Kısa kenarı 5 ise karşısı da 5. Burası 2a ise karşısı da 2a'dır. Çevresi için iki uzun kenar ile iki kısa kenarı toplarız. 4a ve 10 eder"* ifadelerini kullanarak şeklin karşılıklı kenar uzunluklarını da yazmış ve karşılıklı kenarları toplayarak Şekil 3.35'te görüldüğü gibi 4a ve 10 sonuçlarını hesaplamıştır. Ardından bu cebirsel ifadeleri toplayarak 14a cebirsel ifadesini hesaplamış ancak hata yaptığını hemen fark edip, *"4a+10 bu toplamı işlemi olmaz. Çünkü ikisi de değişik. Benzer terim değil. Sonucu 14a yanlış oldu"* ifadeleriyle iki cebirsel ifadenin benzer olmadığını ve aralarında

toplama işlemi yapılamayacağını dile getirmiş ve dikdörtgenin çevre uzunluğunu 4a+10 cebirsel ifadesiyle hesaplamıştır. Soruda verilen üçgenin çevre hesaplaması için de Halil Şekil 3.35'te görüldüğü gibi, üçgenin kenarlarını toplayarak b+b+b işlemini yapıp 3b sonucuna ulaşmıştır.

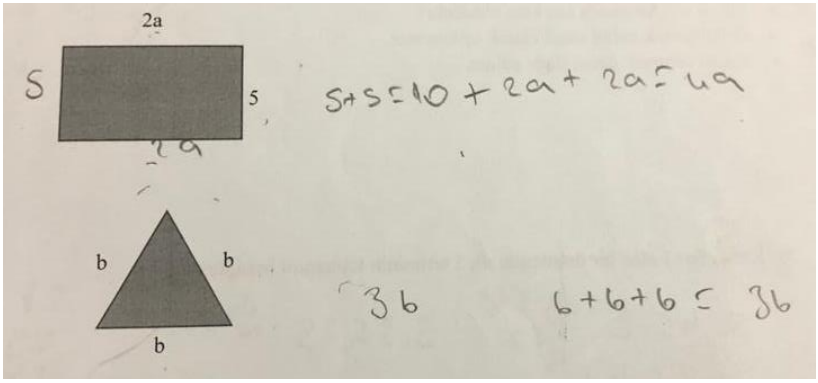


Şekil 3.35. *Birinci ara klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Halil'in gerçekleştirdiği eylemler*

Ayrıca odak öğrencilerden Halil de Şekil 3.32'de görüldüğü gibi, cebirsel ifade oluşturma kısmında verilen sözel ifadelerden cebirsel ifadeye geçiş ve benzer şekilde verilen cebirsel ifadeden sözel ifadeye geçiş sorularında yaptığı çözümlerde (a-15).7 cebirsel ifadesinin 7a-15 cebirsel ifadesinden farklı olduğunu ifade etmiştir. Yine benzer şekilde verilen *"Bir sayının 5 katının 3 eksiği"* sözel ifadesinde 5x ifadesi ile x5 ifadesinin aynı anlamı ifade ettiğini, iki ifadenin de eşit olduğunu dile getirmiştir. Ayrıca Halil, *"Bir sayının 2 fazlasının 5 katının çeyreği"* sözel ifadesinde işlem önceliğinin önemini vurgulayarak, $\frac{x+10}{4}$ ile $\frac{(x+2).5}{4}$ cebirsel ifadelerinin eşit olmadığını, farklı ifadeler olduklarını dile getirmiştir.

Odak öğrencilerden Ceren Şekil 3.33'te verilen dikdörtgenin çevresini hesaplamak için ilk olarak tüm kenarları toplaması gerektiğini ifade etmiş ve karşılıklı kenarların eşit olacağını söyleyerek dikdörtgen üzerinde bilinmeyen kenar uzunluklarını yazmıştır. Ardından Şekil 3.36'da görüldüğü gibi, karşılıklı iki kenarı toplayarak 5+5=10 işlemini ve 2a+2a=4a işlemini yapmıştır. Daha sonra Ceren, *"10'un üzerine 2 eklersek 12 14 bir de a'yı ekleriz 14a."* ifadelerini kullanarak benzer olmayan terimler arasında toplama işlemi yapmıştır. Bu noktada Ceren, yalnızca benzer olan terimler arasında işlem yapılabileceğini bilmemekte ve 4a+10=14a işlemleriyle kavram yanılgısına düşmektedir. Ceren'in cebirsel ifadeleri anlamlandırmada eksiklerinin olduğu görülmektedir. Soruda verilen üçgenin çevre hesaplaması için de Ceren Şekil

3.36'da görüldüğü gibi, b+b+b toplama işlemini yaparak 3b sonucuna ulaşmıştır. Burada üçgenin tüm kenarları eşit olduğu için sonuca rahatlıkla ulaşmıştır.



Şekil 3.36. *Birinci ara klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Ceren'in gerçekleştirdiği eylemler*

3.4. Birinci Etap Tekrar Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular

Bu bölümde; ikinci ve üçüncü hafta uygulanan öğretim dizisi esnasında ve birinci ara klinik görüşmeye ilişkin bulgular neticesinde, odak öğrencilerde bazı kavram yanılgılarına ve konu eksikliklerine rastlanması sebebi ile gerçekleştirilen öğretimlerde yer alan **"**6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur", "6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar", "6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar" ve "6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar" kazanımlarını içeren tekrar niteliğinde bir öğretim planlanmıştır.

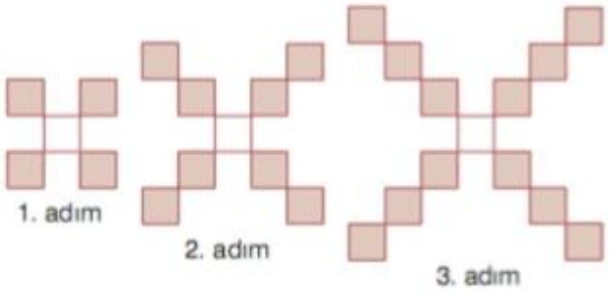
Odak öğrenciler ve sınıftaki bazı öğrencilerde örüntüler konusunda sabit farkı katsayı olarak ele alıp genel terimi oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Kullanılan bu yöntem öğrencileri ezber bir şekilde hareket etmeye yönlendirmiş ve öğrencilerin fonksiyonel düşünmelerini engellemiştir. Odak öğrencilerde bu şekilde oluşan kavram yanılgılarını düzeltmek ve konu eksikliklerini gidermek amacıyla planlanan bu öğretim, üç ders saati süresince sınıfta uygulanmıştır. Birinci etap öğretim dizisinde üç hafta boyunca uygulanan öğretim sürecinde öğrencilerin ilk zihinsel/fiziksel eylemleri, alınan kararlar ve öğretmen uygulamaları, öğrencilerin yeniden şekillenen zihinsel/fiziksel eylemleri başlıklarını içeren şekiller verilmiştir. Öğretim boyunca yapılan gözlemler ve öğrencilerin zihinsel/fiziksel eylemlerine göre alınan kararlar bu tekrar öğretim

dizisinde uygulanmıştır ve süreç sonunda öğrencilerin zihinsel/fiziksel eylemleri yeniden incelenmiş, öğrencilerin gelişimi gözlenmiştir.

Bu uygulamada örüntü genelleme, değişken kavramı, sözel durumların cebirsel ifade biçimleri ve cebirsel ifadelerin sözel durumdaki ifade biçimleri üzerinde durulmuştur. Bu haftanın amacı, çalışma yapraklarında yer alan şekilleri analiz etmek, her adımda sabit kalan ve değişenleri incelemek, sabitleri ve değişenleri belirli bir kurala göre ifade etmek ve genellemeye ulaşabilmektir. Ayrıca çalışma yapraklarında yer alan sözel olarak verilen durumlara uygun cebirsel ifadeleri yazabilmek ve aynı şekilde cebirsel olarak verilen ifadeye uygun sözel durumu yazabilmek, cebirsel ifadelerin ne anlama geldiğini açıklayabilmek de amaçlar arasındadır.

3.4.1. Birinci ders saati

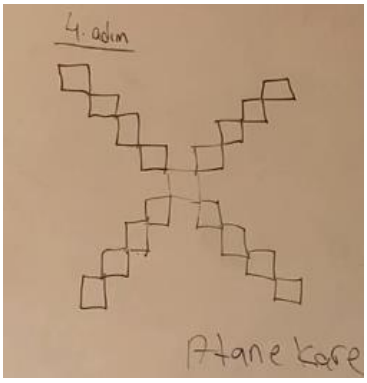
Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ilk dersinde öğrencilere, Şekil 3.37'de gösterilen karelerle oluşturulan bir şekil örüntüsü verilmiştir. İlk olarak genel terimi y=mx+n biçiminde ifade edilen şekil örüntüsü seçilmesinin nedeni, şeklin ortasında yer alan sabit karenin her adımda bulunması ve artan bir şekil örüntüsü yapısında olmasıdır. Verilen şekil örüntüsüne göre öğrencilerden örüntünün yakın adımı, uzak adımı ve genel terimi sorgulanmıştır.



Şekil 3.37. *Karelerle oluşturulan şekil örüntüsü*

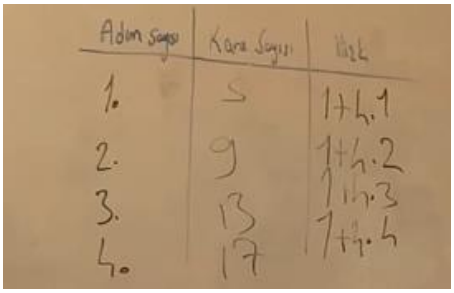
İlk olarak öğrenciler örüntüyü tanımlamışlardır. Odak öğrencilerden Osman, her adımda yer alan kare sayılarını saymış ve 1. adımda 5, 2. adımda 9, 3. adımda da 13 tane kare olduğunu ifade etmiştir. Örüntünün nasıl ilerlediği sorgulandığında ise Osman, *"Her adımda 4 tane ekleniyor. Kenarlardan çapraz şekilde"* ifadelerini kullanarak örüntüdeki artışın kaç tane ve nasıl olduğunu doğru biçimde dile getirmiştir. Odak öğrencilerden Ceren de şekil örüntüsünü incelerken, sabit kalan kısmın ortadaki kare olduğunu ifade etmiş, diğerlerinin ise birer artarak ilerlediğini dile getirmiştir.

Örüntünün 4. adımı sorgulandığında ise odak öğrencilerden Halil, *"Her adımda 4 tane köşelerden arttığı için, ortadaki sabit kaldığı için, önce ortadakini çizeriz. 3.adımda 3 tane kare varsa 4.adımda 4 tane kare olur köşelerde"* ifadelerini kullanarak Şekil 3.38'de gösterilen şekil örüntüsünü çizmiştir. Örüntünün 4. adımında 17 kare olduğunu ifade etmiştir. Böylece şekil örüntüsünün ilk 4 adımındaki kare sayıları oluşturulmuş ve sınıfça yeniden ifade edilmiştir.



Şekil 3.38. *Odak öğrencilerden Halil'in şekil örüntüsünün 4.adımının çizimi*

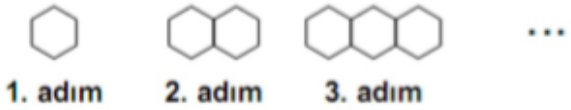
Örüntüdeki kare sayıları ile adım sayısı arasındaki ilişkinin tablo temsili ile nasıl ifade edileceği sorgulandığında ise, odak öğrencilerden Halil tabloyu çizmeye başlamıştır. Odak öğrencilerden Ceren de, ortadaki karelerin sabit olduğunu dile getirmiş ve ortak olarak her adımda yer aldığı için Şekil 3.39'da gösterildiği gibi her adımın başına 1 sayısı yazılmıştır. Her adımda ortadaki sabit kare dışında nelerin olduğu ve nasıl değiştiği sorulduğunda ise, sınıftaki öğrencilerden Arda, *"Her köşede 1 kare var. 4 köşe var. 4.1 yazabiliriz"* ifadelerini kullanarak örüntünün 1.adımı için verilen şeklin dört köşesinde birer kare olduğunu, matematiksel olarak 4.1 şeklinde yazacağını dile getirmiştir. Benzer şekilde örüntünün 2. adımındaki şekil için öğrencilerden Rauf, *"Her köşede 4 tane olduğu için 2 sefer ilerlediği için 4.2 gelir. Adım sayısı da 2"* ifadelerini kullanarak adım sayısı ile kare sayısı arasındaki ilişkiyi dile getirmiştir. Örüntünün 3. adımında adım sayısı ile kare sayısı arasındaki ilişkiyi de odak öğrencilerden Osman, *"3. adımda da aynı olur 4 çünkü hepsinde 4 artıyor. 4.3 olur çünkü 3. adımda"* ifadeleriyle doğru biçimde dile getirmiştir. Örüntünün 4. adımında yer alan kare sayıları ile adım sayısı arasındaki ilişkiyi de odak öğrencilerden Halil, *"4. adımda 1+4.4 olur. 4.4 burada eklenen köşeleri gösterir"* ifadeleriyle dile getirmiş ve böylece şekil örüntüsünün tablo temsili Şekil 3.38'de görüldüğü gibi tamamlanmıştır.



Şekil 3.39. *Odak öğrencilerden Halil ile sınıftaki öğrencilerin verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi*

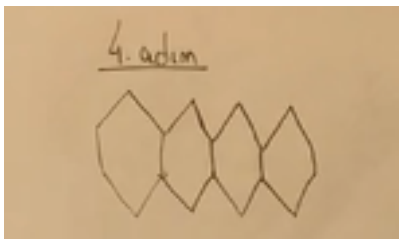
Şekil örüntüsünde adım sayısı ile kare sayıları arasındaki ilişki tablo temsili ile gösterildikten sonra örüntüde sabit ve değişenlerin neler olduğu sorulmuş ve öğrencilerden Esma, tablo temsiline bakarak artış miktarının ve her adımda toplanan 1 sayısının sabit olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerden Efsah da benzer şekilde, her seferinde 4 eklendiğini dolayısıyla 4 sayısının sabit olduğunu dile getirmiştir. Odak öğrencilerden Osman ise, adım sayısı ile kare sayıları arasındaki ilişkiyi göz önünde bulundurarak oluşturulan Şekil 3.39'da ilişki sütununda adım sayılarının 1, 2, 3, 4 şeklinde değiştiğini ifade etmiştir. Şekil örüntüsünün genel terimi sorulduğunda da odak öğrencilerden Osman, 1+4.n şeklinde dile getirmiştir. İlişki sütununda yer alan değişen sayıların yani adım sayılarının yerine n. adım için n harfini yerleştirmiştir. Şekil örüntüsünün 50. adımı sorgulandığında da öğrencilerden Dilara, genel terimde n harfi yerine 50 sayısını yazacağını ifade etmiş ve 1+4.50 işlemlerini oluşturarak yanıtı 201 olarak hesaplamıştır. Burada n harfinin adım sayısını temsil ettiğini ifade etmiştir. Böylece 1. ders saatinde verilen şekil örüntüsü için istenen yakın adım, uzak adım ve genel terimi odak öğrenciler ve sınıftaki öğrenciler doğru şekilde ifade etmişler soruyu yanıtlayabilmişlerdir.

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ilk dersinde öğrencilere ikinci etkinlik olarak, Şekil 3.40'ta gösterilen altıgenlerden oluşan bir şekil örüntüsü verilmiştir. Bu örüntüde adım adım ilerledikçe çakışan kenarlar bulunmaktadır ve öğrencilerin bu çakışan kenarları nasıl anlamlandıracakları, adım sayısı ile şekillerin çevre uzunlukları arasındaki ilişkiyi nasıl ifade edecekleri sorgulanmak istenmiştir. Verilen şekil örüntüsüne göre öğrencilerden örüntünün yakın adımı, uzak adımı ve genel terimi sorgulanmıştır.



Şekil 3.40. *Altıgenlerden oluşan şekil örüntüsü*

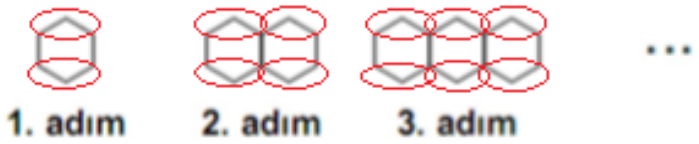
Öğrenciler ilk olarak örüntüyü tanımlamışlardır. Sınıftaki öğrencilerden Furkan, *"1. adımda 6 kenar var. 2. adımda 12 kenar. Ortadakinde 2 tane birleşmiş. O zaman 1 sayıyoruz orayı. 2. adımda 11 olur"* ifadelerini kullanarak 1. adımda 6 kenar olduğunu kolay bir şekilde ifade etmiş ve 2. adımdaki şeklin çevresi için de çakışık kenarları ifade ederek 11 kenar olduğunu dile getirmiştir. Sınıftaki öğrencilerden Dilara da benzer şekilde 3. adımda yer alan şeklin çevresi için 14 kenardan oluştuğunu ifade etmiştir. Odak öğrencilerden Ceren, şekil örüntüsünün 4. adımını Şekil 3.41'de gösterildiği gibi çizmiştir. Ardından sınıfça şekil örüntüsünün ilk 4 adımında yer alan şekillerin çevre uzunlukları yeniden hesaplanarak 1. adım için 6, 2. adım için 10, 3. adım için 14 şeklinde ifade edilmiştir. Burada örüntünün 2. adımında yer alan şeklin çevresi 11 olarak ifade edilmişti ancak şeklin çevresi istendiği için altıgenler arasında yer alan çakışık kenarlar sayılmadan ele alınarak 10 olarak yeniden düzenlenmiştir. Odak öğrencilerden Ceren de Şekil 3.41'de gösterilen örüntünün 4. adımını oluşturduktan sonra çevre uzunluğunu 18 kenar olarak ifade etmiştir.



Şekil 3.41. *Odak öğrencilerden Ceren'in şekil örüntüsünün 4. adımının çizimi*

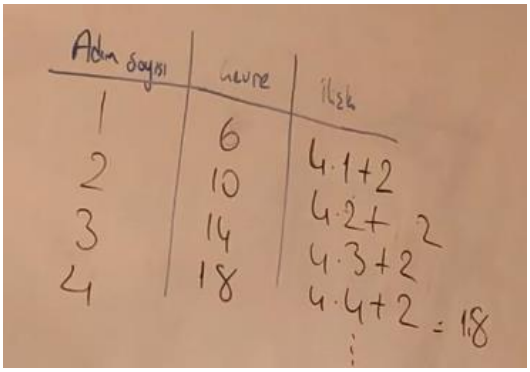
Örüntüdeki şekillerin çevre uzunlukları ile adım sayısı arasındaki ilişkinin tablo temsili ile nasıl ifade edileceği sorgulandığında ise, odak öğrencilerden Ceren, tablo temsilini oluşturmaya başlamış ve sınıftaki öğrencilerle birlikte tablo temsilinde yer alan ilişki keşfedilmeye çalışılmıştır. 1. adımdan 2. adıma geçerken nelerin değiştiği sorulduğunda öğrencilerden Dilara, yanına bir tane altıgen geldiğini ifade etmiştir. Odak öğrencilerden Halil ise, şeklin yanına 5 kenar geldiğini dile getirmiştir. 3. ve 4. adım için de sınıftaki öğrenciler 5 kenar eklendiğini ifade etmişlerdir. Örüntüde sabitlerin neler olduğu sorgulandığında odak öğrencilerden Osman, 1. adımda altıgenin sabit

olduğunu ve her adımda yer aldığını dile getirmiştir. Öğrencilerden Dilara ise, *"Üstteki ve alttaki 2'si sabit 4 alırız. 4+1.2. 1 adım sayısı. İlişki de 4+2 olur"* ifadelerini kullanarak, verilen altıgenler için altta ve üstte yer alan ikişer kenarın sabit olduğunu ve her adımda yer aldığını dile getirmiş, ilişki için de sabit olan 4'ü yazarak 4+2 şeklinde tanımlamıştır. Odak öğrencilerden Halil de tanımlanan bu ilişkiyi 2. adım için uygulamaya koyarak ilişkinin 4+2.2 gelmesi gerektiğini ifade etmiş ve işlem sonucunu 8 olarak bulmuştur. Ancak 2. adımda yer alan şeklin çevre uzunluğunun 10 gelmesi gerekiyordu, bu durumda tanımlanan ilişkinin yanlış olduğunu dile getirmiştir. Öğrencilerden Rauf, tanımlanan ilişki de çarpma işleminin yanlış yerde olduğunu ifade etmiş ve 1. adım için ilişkiyi 4.1+2 şeklinde oluşturmuştur. Bu ilişkide Şekil 3.42'de gösterildiği gibi, 1. adımda kırmızı daireler ile işaretlenen altta 2 ve üstte 2 olmak üzere 4 tane kenar sayısını 1.4 ifade etmiştir. Benzer şekilde 2. ve 3. adımda kırmızı daireler ile işaretlenen kenar sayıları da aynı ilişkiyi içermektedir.



Şekil 3.42. *Şekil örüntüsü için öğrencilerden Rauf'un adım sayısı ile çevre uzunlukları arasındaki ilişkiyi ifadesi*

Ayrıca odak öğrencilerden Halil de, +2'nin şeklin sağ ve sol kenarlarında yer alan uzunluklar olduğunu dile getirmiştir. Buna göre 2. adımdaki ilişki için odak öğrencilerden Osman, *"4.2+2 olur. 4.2 sabitlerden geliyor. 1. adımdaki sabitler 2. adımda da var. +2'de kenarlardan geliyor. En sağ ve en soldaki"* ifadelerini kullanarak sabit ve değişenleri doğru biçimde tanımlamış ve ilişkiyi 4.2+2 şeklinde oluşturmuştur. Bener şekilde 3. adım için odak öğrencilerden Ceren, "*4 ve +2'ler sabit kalmış. Değişenler 1 ve 2. sırayla ilerliyor. 3.adım için 4.3+2"* ifadelerini kullanarak değişen 1, 2, 3 sayılarının adım sayısına göre değiştiğini dile getirmiş ve ilişkiyi Şekil 41'de gösterilen tabloda doğru biçimde tanımlamıştır. 4. adımdaki ilişkiyi de Ceren, 4.4+2 şeklinde yazabilmiş ve böylece Şekil 3.43'te gösterilen tablo temsili sınıftaki öğrencilerle birlikte tamamlanmıştır.



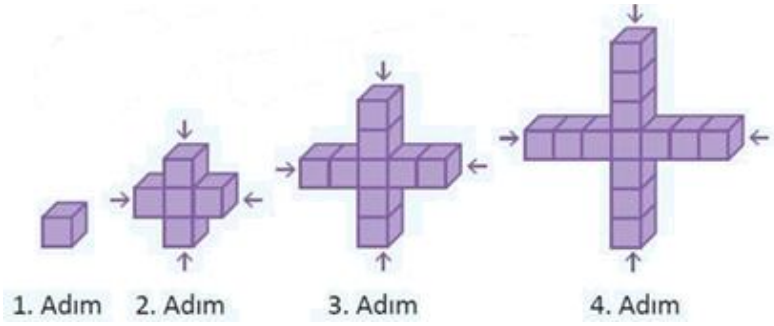
Şekil 3.43. *Odak öğrencilerden Ceren ile sınıftaki öğrencilerin verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi*

Şekil örüntüsünde adım sayısı ile verilen şekillerin çevre uzunlukları arasındaki ilişki tablo temsili ile ifade edildikten sonra örüntünün genel terimi sorgulanmış ve öğrencilerden Mukaddes, ilişkide ifade edilen adım sayıları yerine n harfini yazacağını dile getirerek genel terimi 4.n+2 şeklinde oluşturmuştur. Bu ifadede 2'ler ve 4'lerin her adımda sabit olduğunu ancak adım sayısının değiştiğini ifade etmiştir. Sınıftaki öğrenciler hep birlikte n harfinin adım sayısını temsil ettiğini dile getirmişlerdir. Örüntünün 100. adımında yer alan şeklin çevre uzunluğu sorgulandığında ise öğrencilerden Semih, genel terimde n harfi yerine istenen uzak adım sayısını yazarak 4.100+2 işlemlerini oluşturmuş ve yanıtı 402 olarak hesaplamıştır.

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ilk dersinde görüldüğü gibi iki şekil örüntüsü incelenmiş ve odak öğrenciler dahil sınıftaki öğrencilerde de örüntüde verilen ifadelerde yakın adım, uzak adım ve genel terimi daha rahat ifade ettikleri görülmüştür. Örüntüde sabit kalan ve değişenlerin ifadesinin de öğrencilerin yaptıkları yorumlara ve çözümlere bakıldığında kavrandığı görülmektedir.

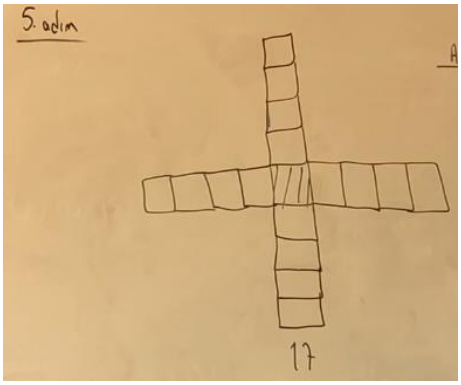
3.4.2. İkinci ders saati

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ikinci dersinde öğrencilere, Şekil 3.44'te gösterilen karelerle oluşturulan bir şekil örüntüsü verilmiştir. Bu şekil örüntüsünde genel terimi y=mx-n biçiminde ifade edilen şekil örüntüsü seçilmesinin nedeni, her adımda şeklin ortasında yer alan sabit karenin bulunması ve artan bir şekil örüntüsü yapısında olmasıdır. Verilen şekil örüntüsüne göre öğrencilerden örüntünün yakın adımı, uzak adımı ve genel terimi sorgulanmıştır.



Şekil 3.44. *Karelerle oluşturulan şekil örüntüsü*

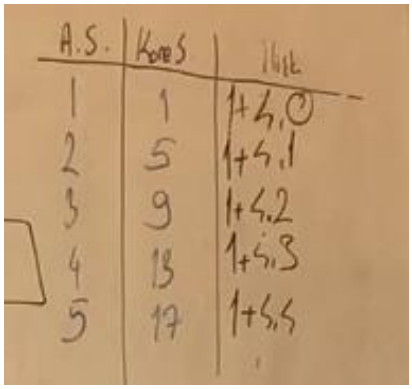
Öncelikle öğrencilerden Şekil 3.44'te gösterilen şekil örüntüsünü tanımlamaları istenmiştir, örüntüde neleri gördükleri ve nasıl değişme olduğu sorgulanmıştır. Odak öğrencilerden Ceren, *"4'er 4'er artarak gidiyor. Yukarı, aşağı, sağ, sol. Ortadaki kareler hep aynı kalıyor, değişmiyor. Sabit"* ifadelerini kullanarak örüntünün her adımında sabit bir artışın olduğunu, ayrıca şekilde ortadaki karelerin sabit kaldığını dile getirmiştir. Odak öğrencilerden Osman ise, *"Sağ, sol, yukarı, aşağıdan eklenen kutu sayıları bir önceki adım sayısıyla aynı eklenmiş. 2. adımda 1'er kutu eklenmiş her taraftan. 3. adımda 2'şer kutu eklenmiş. 4. adımda da 3'er kutu eklenmiş. Yani bir önceki adım sayısı kadar kutu eklenmiş"* ifadeleriyle örüntünün her adımında dört taraftan eklenen kutu sayısı ile adım sayısı arasındaki ilişkiyi doğru biçimde dile getirerek şeklin analizini gerçekleştirmiştir. Sınıftaki öğrencilerden Mukaddes de, örüntünün 5. adımını Şekil 3.45'te gösterildiği gibi çizerek örüntünün yakın adımını oluşturmuş ve 5. adımda 17 kare olduğunu dile getirmiştir.



Şekil 3.45. *Sınıftaki öğrencilerden Mukaddes'in şekil örüntüsünün 5. adımının çizimi*

Sınıftaki öğrenciler de Şekil 3.45'te gösterilen örüntünün 5. adımı çizilirken ortadaki karenin sabit olduğunu ve yanlarına da 4 tane kare geleceğini ifade etmişlerdir. Örüntü hakkında yapılan tanımlamalardan da faydalanarak şekil örüntüsünü tablo

temsili ile gösterime gidilmiştir. İlk olarak her adımda bulunan kare sayıları sorgulanmış ve öğrencilerden Efsah, her adımdaki kare sayısını sırası ile 1, 5, 9, 13, 17 olarak dile getirmiş böylece Şekil 3.46'da gösterilen tablonun kare sayısı sütunu doğru biçimde doldurulmuştur. Adım sayısı ile kare sayısı arasındaki ilişki sorgulandığında ise odak öğrencilerden Osman, *"Sabit 1'ler yazarız her adıma. 1. adımda 1'e bir şey eklenmemiş. 1+0. 2. adımda 5 tane var. 1 sabiti çıkarırız. 4 tane eklenmiş. Her taraftan. 3. adımda da 8 eklenmiş. 2 tane 4'lü eklenmiş. 4'ün 2 katı. 1+4.2"* ifadelerini kullanarak Şekil 3.46'da gösterilen tablonun ilişki kısmını tamamlamıştır.



Şekil 3.46. *Odak öğrencilerden Osman ile sınıftaki öğrencilerin verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi*

Benzer şekilde örüntünün 4. adımındaki ilişkiyi de öğrencilerden Dilara, 1+4.3 şeklinde ifade etmiştir. 5. adımındaki ilişkiyi de odak öğrencilerden Halil, şeklin dört tarafından da 4'er tane kare eklendiğini ifade ederek 1+4.4 şeklinde ifade etmiştir. Böylece şekil örüntüsünün tablo temsili doğru biçimde oluşturulmuştur. Yazılan ilişkilere göre sabitlerin neler olduğu sorulduğunda da odak öğrencilerden Ceren, 1 ve 4'ler sabit olduğunu ifade etmiştir. Ancak bu sabitlerden 1. adımdaki ilişki için 1+0 yazıldığından 4 sabitinin burada neden yer almadığı sorulduğunda öğrencilerden Rauf, 0 yerine diğer adımlardaki ilişkilere benzer olarak 4.0 yazılabileceğini ifade etmiş ve örüntünün tablo temsilinde 1. adımdaki ilişki 1+4.0 olarak yeniden yazılmıştır.

Örüntüde adım sayısı ile kare sayısı arasındaki ilişkide değişenlerin neler olduğu sorgulandığında, odak öğrencilerden Ceren, 0, 1, 2, 3, 4 sayılarının değiştiğini ve bu değişimin adım sayısı ile ilişkili olduğunu ifade etmiştir. Sınıfça 1. adıma karşılık 0, 2. adıma 1, 3. adıma da 2 sayısının karşılık geldiği ifade edilmiştir. Nasıl değiştiği sorulduğunda da Ceren, her seferinde 1 azaldığını dile getirmiştir. Oluşturulan bu ilişkiye göre n. adıma karşılık gelen kare sayısının ne olacağı sorgulandığında ise, odak

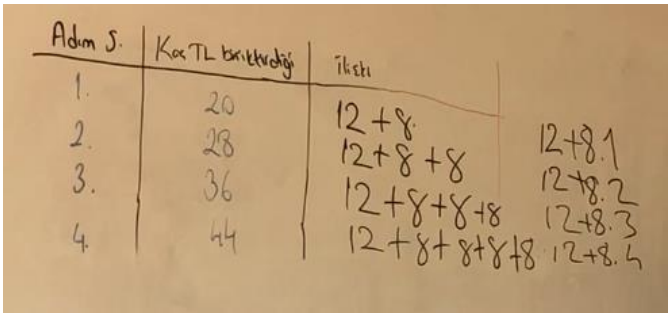
öğrencilerden Osman, *"1+4.(n-1) olur. (n-1)'i parantez içine alırız. Paranteze almazsak 4'le çarpıp 1 çıkarmış oluruz. O zaman olmaz"* ifadelerini kullanarak örüntünün genel terimini doğru şekilde yazabilmiştir. Ayrıca burada 'n-1' ifadesini de parantez içine alması gerektiğini vurgulamış, işlem önceliğine dikkat etmiştir.

Öğrencilerden Rauf, yazılan genel terim ifadesinde çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanarak 4.n-4.1 ifadesini ve 1+4n-4 işlemlerini yazmıştır. Odak öğrencilerden Halil de yazılan genel terim için*, "4n ile -4 benzer terim değil, işlem yapamayız. +1 ile -4 benzer. -3 gelir. 4.n-3 genel terim"* ifadelerini kullanarak benzer olan terimler arasında işlem yapmış ve genel terimi 4n-3 olarak oluşturmuştur. Görüldüğü gibi odak öğrenciler dahil sınıftaki öğrenciler örüntüde adım sayısı ile kare sayısı arasındaki ilişkiyi doğru biçimde analiz etmişler ve genel terimi kolayca oluşturabilmişlerdir. Örüntünün uzak adımı olarak 20. adımında yer alan kare sayısı sorgulandığında ise öğrencilerden Rauf, genel terimde n yerine 20 yazacağını dile getirmiş ve 4.20-3 işlemlerini hesaplayarak yanıtı 77 şeklinde bulmuştur. Benzer şekilde örüntünün 100. adımına karşılık gelen kare sayısı sorulduğunda da odak öğrencilerden Ceren, 4n-3=4.100-3 işlemlerini yazarak yanıtı 397 şeklinde doğru olarak hesaplayabilmiştir. Örüntünün uzak adımına ilişkin yönlendirilen sorular da kolayca doğru olarak yanıtlanmıştır. Örüntünün kuralının sözel olarak ifadesi istendiğinde de odak öğrencilerden Halil, *"Bir sayının 4 katının 3 eksiği"* şeklinde yanıt vermiştir. İlk olarak yazılan 1+4.(n-1) ifadesine karşılık gelen sözel ifade sorulduğunda da öğrencilerden Mukaddes, *"Bir sayının 1 eksiğinin 4 katının 1 fazlası"* ifadesini dile getirmiştir.

Tekrar gerçekleştirilen öğretimde, "6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur" kazanımına yönelik oluşturulan şekil örüntüsü sorularına ve öğrencilerin bu sorulara verdikleri yanıtlara, çözüm yollarına bakılarak örüntüyü tanımlama, örüntünün adımlarını doğru şekilde analiz etme, yakın ve uzak adımlarını belirleme ve genel terim ifadesini oluşturma konusunun öğrencilerde kavrandığını, konu eksikliklerinin giderildiğini söyleyebiliriz.

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ikinci dersinde öğrencilere ikinci etkinlik olarak, *"Çisem'in 12 TL'si vardır. Annesi her gün Çisem'e harçlık olarak 8TL vermektedir. Buna göre harçlıklarını biriktiren Çisem 10.gün kaç TL biriktirmiştir?"* şeklinde sözel ifade olarak bir örüntü sorusu yönlendirilmiştir. Soruya göre 1. gün kaç parası olduğu sorulduğunda, öğrencilerden Rauf, ilk olarak 12 olduğunu ve 8 eklenerek

20 TL olduğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde sınıftaki öğrenciler 2. gün 28 TL, 3. gün 36 TL ve 4. gün 44 TL parası olduğunu ifade etmişlerdir. Odak öğrencilerden Ceren 1. gün elinde bulunan parayı yorumlarken önce 12 TL'si olduğunu ve üzerine 8 TL eklendiğini dile getirerek 12+8 şeklinde ifade etmiştir. Yapılan yorumlara göre öğrenciler örüntüyü tablo temsili ile ifade etmeye başlamışlardır. 2. günde adım sayısı ile biriktirdiği para miktarı arasındaki ilişki için öğrencilerden Arda, 12+8+8 ifadesini yazmıştır. 3. gün içinde odak öğrencilerden Ceren, 12+8+8+8 şeklinde ilişkiyi kurmuştur. Son olarak 4. gündeki ilişki için de odak öğrencilerden Halil, 12+8+8+8+8 ifadesini yazmıştır. Ardından Halil oluşturulan bu ilişkilerin farklı şekilde de yazılabileceğini dile getirmiş ve Şekil 3.47'de görüldüğü gibi toplamsal ilişki ile verilen ifadelerin her birini çarpımsal olarak ifade etmiştir. 1. adım için 12+8.1, 2. adım için 12+8.2, 3. adım için 12+8.3 ve 4. adım için de 12+8.4 şeklinde çarpımsal ilişkiyi ifade etmiştir.



Şekil 3.47. *Odak öğrencilerden Halil ile sınıftaki öğrencilerin verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi*

Örüntünün genel terim ifadesi sorgulandığında odak öğrencilerden Halil, Şekil 3.46'da gösterilen tablo temsilinde kurulan çarpımsal ilişkiye göre 1, 2, 3, 4 sayılarının adım sayısı ile bağlantılı olarak ilerlediğini ve annesinin verdiği 12 TL paranın her adımda sabit olduğunu dile getirmiştir. Buna göre genel terim için, 12+8.n ifadesini oluşturmuş ve n harfinin adım sayısını temsil ettiğini ifade etmiştir. Soruda Çisem'in 10. gün kaç TL biriktireceği sorulduğunda öğrencilerden Efsah, 12+8.n ifadesinde n yerine 10 yazılacağını ifade etmiş ve 12+80 işlemlerini gerçekleştirerek 92 şeklinde hesaplamıştır. Böylece örüntünün uzak adımı da kolaylıkla hesaplanmıştır. Örüntü soruları hem şekil örüntüsü hem de sözel ifade ile sorulduğunda da sınıftaki öğrenciler konuyu tam anlamıyla kavrayarak sorunun çözümünü yapabilmişlerdir.

3.4.3. Üçüncü ders saati

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin üçüncü dersinde, "6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar", "6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar" ve "6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar" kazanımlarını içeren tekrar niteliğinde 4 tane etkinlik sunulmuş ve öğrencilerin konuyu daha iyi kavramaları amaçlanmıştır.

Öğretimin ilk etkinliği olarak öğrencilere, "6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar" kazanımına yönelik, *"Bir mimar yapılarının yüzey alanını 3x+20 ifadesini kullanarak hesaplamaktadır"* şeklinde sözel ifade olarak soru bilgisi verilmiştir. Buna göre, öğrencilerden a şıkkında x=40 m^2 ve b şıkkında x=60 m^2 için yapıların yüzey alanlarının sayısal değerini hesaplamaları istenmiştir. Sınıftaki öğrencilerden Rauf sorunun a şıkkı için, x yerine istenilen sayıyı yazacağını ifade ederek 3.40+20 şeklinde işlemleri gerçekleştirmiş ve yanıtı 140 olarak hesaplamıştır. Benzer şekilde sorunun b şıkkı için odak öğrencilerden Ceren, 3.60+20=180+20 işlemlerini yaparak yanıtı 200 olarak hesaplamıştır. Sınıftaki öğrencilerle birlikte soruda verilen 3x+20 cebirsel ifadesinde x değişkenin x olduğunu ve değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplama yapılabileceğini ifade etmişlerdir.

Öğretimin ikinci etkinliği olarak, "6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar" kazanımına yönelik dört tane sözel ifade verilmiş ve öğrencilerden verilen sözel ifadelere karşılık gelen cebirsel ifadeleri yazmaları istenmiştir. İlk olarak "Sınıftaki öğrencilerin 3 katının 1 eksiği" sözel ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Arda, sınıftaki öğrenciler yerine s değişkenini kullanarak cebirsel ifadeyi S.3-1 şeklinde yazmıştır. Arda burada değişkenin etiket anlamını doğru biçimde kullanmıştır. İkinci olarak, "Fırındaki ekmeklerin yarısının 10 fazlası" sözel ifadesi verilmiş ve odak öğrencilerden Halil, *"Fırındaki ekmekler bilinmediği için h deriz. Yarısı dediği için 2'ye böleriz. 10 fazlası demiş +10. Ekmeğin önce yarısını buluruz, sonra 10 fazlası"* ifadelerini kullanarak işlem önceliğine vurgu yapmış ve cebirsel ifade karşılığını $\frac{h}{2}$+10 şeklinde yazmıştır. Burada $\frac{h+10}{2}$ cebirsel ifadesinin sorunun yanıtı olup olamayacağı sorgulandığında ise Halil, *"Burada 10 fazlasının yarısı demiş oluruz. Aynı olmaz. H'ye 30 dersek 2'ye*

böldüğümüzde 15 olur +10, 25. Ama burada 30+10=40'ı 2'ye böldüğümüzde 20 olur. Cevaplar aynı değil" ifadelerini kullanarak $\frac{h}{2}$+10 ve $\frac{h+10}{2}$ cebirsel ifadelerini işlem önceliğine dikkat ederek karşılaştırmış ve aynı olmadıklarını h değişkeni yerine bir doğal sayı vererek kolayca ifade etmiştir. Etkinliğin üçüncü sorusunda, "Ayşe'nin şekerlerinin 5 eksiğinin 3 katı" sözel ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Eda, değişken yerine ★ sembolünü kullanarak (★-5).3 cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Ayrıca burada işlem önceliği olduğundan ilk olarak 5 eksiğini yazdığını dile getirmiştir.

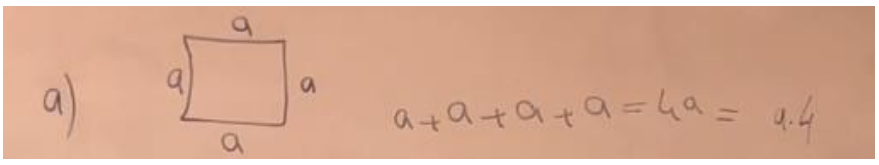
Son olarak etkinlikte verilen dördüncü soruda, "Bir sayının 2 katının 6 fazlasının çeyreği" sözel ifadesine karşılık gelen cebirsel ifade için öğrencilerden Berinay, (x.2+6):4 ifadesini yazmıştır. Bu soru için cebirsel ifadenin farklı şekilde yazımı olup olmayacağı sorulduğunda ise öğrencilerden Rauf, $\frac{x.2+6}{4}$ cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Burada sözel ifadede en son olarak çeyreği dediği için yazılan cebirsel ifadelerin hepsini 4'e böldüğünü dile getirmiştir. Öğrenciler verilen sözel ifadelere karşılık cebirsel ifadeleri yazarken değişken yerine harf, şekil ya da sembol geleceğini ifade etmişler ve her birini cebirsel ifadede kullanmışlardır.

Öğretimin üçüncü etkinliği olarak, "6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar" kazanımına yönelik dört tane cebirsel ifade verilmiş ve öğrencilerden verilen cebirsel ifadelere karşılık gelen sözel ifadeleri yazmaları istenmiştir. İlk olarak 5x+7 cebirsel ifadesi verilmiş ve odak öğrencilerden Halil, *"Bir sayının 5 katının 7 fazlası. Önce 5 katını bulup sonra 7 eklemiş. Bir sayı dediğimiz x. Şekiller de olabilirdi"* ifadelerini kullanarak sözel ifadeyi doğru şekilde yazabilmiştir. Etkinliğin ikinci sorusunda $\frac{y}{2}$+1 cebirsel ifadesi verilmiş ve odak öğrencilerden Ceren, *"Bir sayının yarısının 1 fazlası. y var burada bilinmeyen olduğu için bir sayı dedik. Bölü 2 de yarısı demek. +1 de var o da 1 fazlası"* ifadelerini kullanarak işlem önceliğine dikkat etmiş yanıtı doğru şekilde vermiştir. Etkinliğin üçüncü sorusunda da, $\frac{z-10}{2}$ cebirsel ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Arda, *"İlk önce -10 demiş, 10 çıkarmış. Sonra 2'ye bölmüş"* ifadelerini kullanarak işlem önceliğini vurgulamış ve sözel ifadeyi "Bir sayının 10 eksiğinin yarısı" şeklinde dile getirmiştir.

Son olarak etkinliğin dördüncü sorusunda, $\frac{5a}{4}$+10 cebirsel ifadesi verilmiş ve odak öğrencilerden Osman, *"a değişkeni bir sayıdır. 4'e bölmüş, çeyreği olur. Bir sayının 5 katının çeyreğinin 10 fazlası"* ifadelerini kullanarak işlem önceliğine dikkat etmiş ve

sözel ifadeyi doğru biçimde oluşturmuştur. Burada "Bir sayının çeyreğinin 5 katı" sözel ifadesi verilseydi cebirsel ifadenin nasıl olacağı sorgulandığında da öğrencilerden Dilara, cebirsel ifade karşılığını $\frac{x}{4}.5$ şeklinde oluşturmuştur. Ayrıca bu ifade için 5 sayısının paydasında gizli 1 olduğunu dile getirmiş ve cebirsel ifadeyi çarpma işlemini yaparak yeniden düzenlemiş, $\frac{5x}{4}$ şeklinde yazmıştır. Burada öğrencilerden, "Bir sayının 5 katının çeyreği" ile "Bir sayının çeyreğinin 5 katı" sözel ifadelerini karşılaştırmaları istenmiştir. Dilara her iki ifadede de bölme ve çarpma işlemlerinin olduğunu, iki işlemin de işlem önceliğinde aynı öncelikte bulunduğunu dolayısıyla aynı cebirsel ifadeye karşılık geldiklerini dile getirmiştir. Gerçekleştirilen bu etkinlik sonucunda odak öğrencilerde ve sınıftaki diğer öğrencilerde bir kavram yanılgısı olmadan örnekler kolay bir şekilde çözülmüştür, konu eksiklikleri kapatılmıştır.

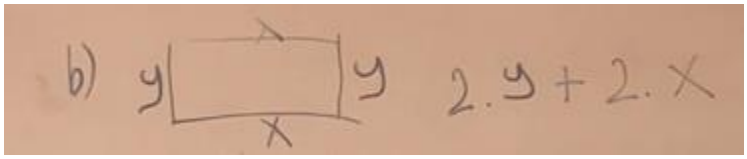
Gerçekleştirilen öğretimin son etkinliğinde ise, "6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar" kazanımına yönelik 3 tane ifade verilmiş ve öğrencilerden bu ifadelerin cebirsel karşılığını yazıp hesaplamaları istenmiştir. İlk olarak "Bir kenarı a olan karenin çevresi" ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Mukaddes, Şekil 3.48'de görüldüğü gibi kare çizimini yapmış ve *"Bir kenarı a ise karenin tüm kenarları eşit olduğu için hepsi a olur. Çevresi için de hepsini toplarız. a+a+a+a= 4a olur"* ifadelerini kullanarak karenin çevresini doğru şekilde hesaplamıştır. Ayrıca burada 4a sonucunu hesapladığı gibi yanıtın a.4 şeklinde de yazılabileceğini, bu iki ifadenin aynı olduğunu dile getirmiştir. Örnekte toplama işlemi yapmadan yanıtın nasıl bulanacağı sorulduğunda da öğrencilerden Berinay, karenin 4 kenarı olduğu için direkt 4 ile a'yı çarparak 4.a sonucunu hesaplamıştır.



Şekil 3.48. *Öğrencilerden Mukaddes'in "Bir kenarı a olan karenin çevresi" sorusuna yönelik çözümü*

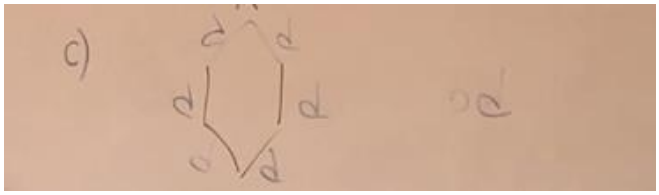
Etkinlikte ikinci olarak, "Uzun kenarı x, kısa kenarı y olan dikdörtgenin çevresi" ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Hasan, Şekil 3.49'da görüldüğü gibi dikdörtgen çizimini yapmış ve *"Uzun kenarı x ise diğer uzun kenarı da x'tir. Kısa kenarı y ise diğer kısa kenarı da y'dir. Karşılıklı 2 tane y ve 2 tane x var. Çevre 2.y+2.x olur"*

ifadelerini kullanarak dikdörtgenin çevresini doğru şekilde hesaplayabilmiştir. Yazılan 2.y+2.x cebirsel ifadesinin sonucu sorulduğunda da odak öğrencilerden Halil, bu terimler arasında toplama işlemi yapılamayacağını, iki terimin benzer terim olmadığını ifade etmiştir. Benzer terimin ne olduğunu hatırlamak amaçlı sorular yönlendirilmiş ve öğrencilerden Mukaddes, verilen terimlerde değişkenlerin, kuvvetlerin aynı olması ve ikisinde de değişkenin aynı pay ya da paydada bulunması gerektiğini ifade etmiştir. Dolayısıyla 2.y ve 2.x terimlerinde değişkenlerin farklı olduğu sınıfça ifade edilmiş ve benzer terim olmadıklarına karar verilmiştir.



Şekil 3.49. *Öğrencilerden Hasan'ın "Uzun kenarı x, kısa kenarı y olan dikdörtgenin çevresi" sorusuna yönelik çözümü*

Etkinlikte son olarak "Bir kenarı d olan düzgün altıgenin çevresi" ifadesi verilmiş ve odak öğrencilerden Ceren, Şekil 3.50'de gösterilen altıgen çizimini yapmış ve *"Bir kenarı d ise diğer kenarlar da d olur, uzunlukları eşit. Çevresi için de zaten hepsi aynı olduğu için burada 6 tane d var, 6d olur"* ifadelerini kullanarak altıgenin çevresini doğru şekilde hesaplayabilmiştir.



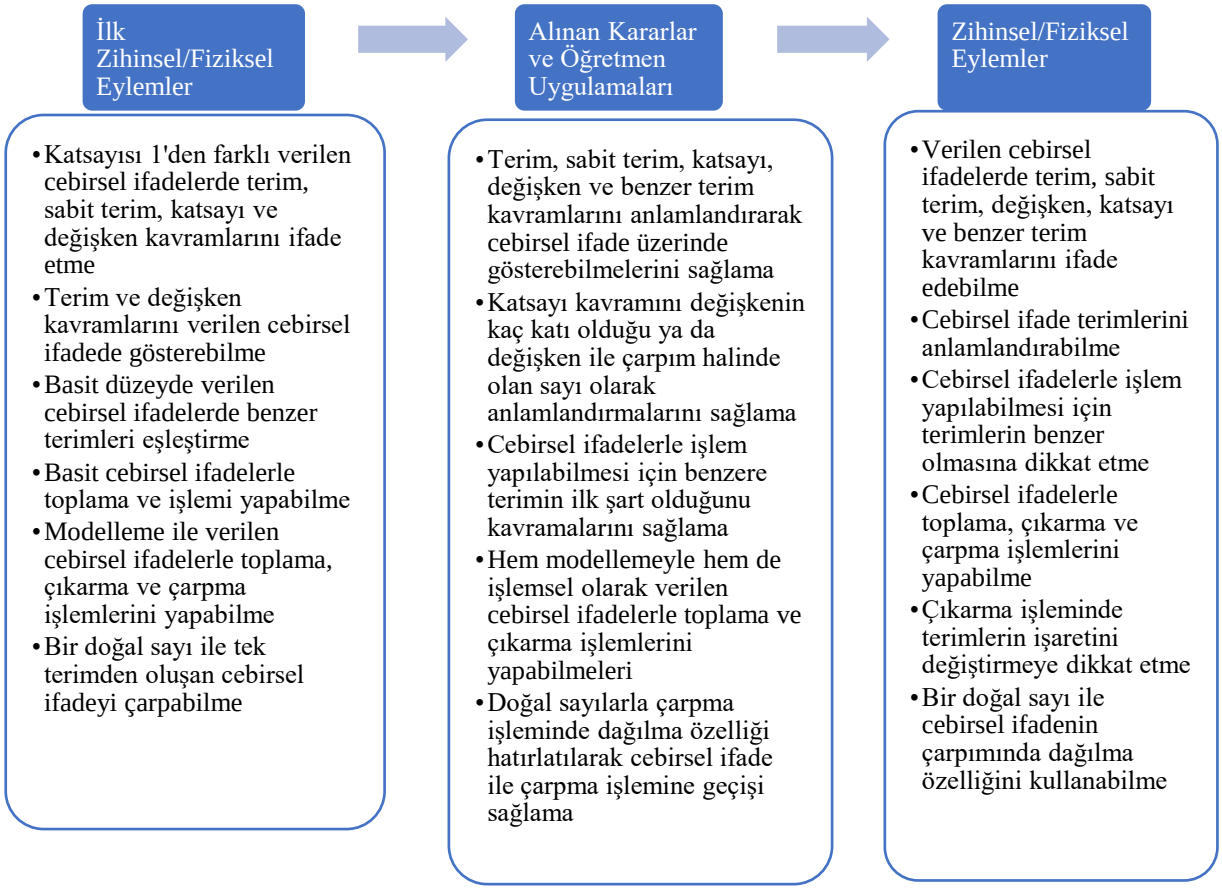
Şekil 3.50. *Odak öğrencilerden Ceren'in "Bir kenarı d olan düzgün altıgenin çevresi" sorusuna yönelik çözümü*

Etkinlikte "6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar" kazanımına yönelik hazırlanan sorulara ve öğrencilerin yaptıkları çözümlere, yorumlara bakılarak konu eksikliklerinin kapandığını ve konuyu öğrencilerin daha iyi kavradığını görmekteyiz. Ayrıca yapılan etkinlikte cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerine ve benzer terim kavramına giriş niteliğinde öğrencilerde bilgiler oluşmaya başlamıştır.

3.5. İkinci Etap Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular

3.5.1. Dördüncü hafta öğretim dizisine ilişkin bulgular

Dördüncü hafta; "6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapar" ve "6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar" kazanımlarını içeren ders planı 6 ders saati süresince sınıfta uygulanmıştır. Bu uygulamada terim, sabit terim, katsayı, değişken ve benzer terim kavramları üzerinde durulmuştur. Ayrıca cebirsel ifadeler arasında toplama ve çıkarma işlemlerinin yapılabilmesi için verilen cebirsel ifadelerin benzer terim olma şartı öğrencilere kavratılmaya çalışılmıştır.



Şekil 3.51. *4. Hafta öğretim dizisinde öğrencilerin ilk zihinsel eylemleri, bunlara ilişkin alınan kararlar ve uygulama sonunda geliştirilen zihinsel eylemler*

Bu haftanın amacı, çalışma yapraklarında yer alan cebirsel ifadede terim, katsayı, değişken, sabit terim kavramlarını anlamlandırabilmek ve cebirsel ifadede aynı değişkene sahip terimleri benzer terim olarak adlandırabilmektir. Ayrıca verilen cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapabilmek, işlemleri modelleyerek anlamlandırabilmek ve bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpabilmek bu haftaki

hedefler arasında yer almaktadır. Her ders sınıf içinde yapılan uygulamalar, öğrencilerin zihinsel/fiziksel eylemleri, alınan kararlar ve öğretmen uygulamaları, öğrencilerin yeniden şekillenen zihinsel/fiziksel eylemleri başlıkları altında Şekil 3.51'de sunulmuştur.

3.5.1.1. *Birinci ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ilk dersine, değişken ve cebirsel ifade kavramları sorgulanarak giriş yapılmıştır. Odak öğrencilerden Osman değişken kavramı için, *"Bilinmeyenin olduğu, yerine her sayıyı alabilen, sembol ya da işaret"* ifadelerini kullanarak x, a gibi her harf ile temsil edilebileceğini dile getirmiştir. Yine odak öğrencilerden Halil de cebirsel ifade için, *"Bilinemeyen bir sayı, sembolle gösterilir"* ifadelerini, öğrencilerden Dilara ise, *"Bir işlemin içinde bilinmeyenin olması, değerini bilmediğimiz sayıların, sembollerin olması"* ifadelerini kullanmıştır. Sınıftaki öğrenciler genel olarak bu kavramları tam anlamıyla ifade edemeseler de yaptıkları işlemlerle ve yorumlarla kavramı anlamlandırdıkları görülmektedir.

Öğrencilere bu hafta gerçekleştirilen öğretimde; terim, sabit terim ve katsayı kavramlarını ifade etmeye yönelik olarak Etkinlik 1'de cebirsel ifadeler verilmiş ve her bir cebirsel ifade için bu kavramlar sorgulanmıştır. İlk olarak terim kavramı, cebirsel ifadenin her ayrı bileşeni olarak adlandırılmış ve öğrencilerden verilen cebirsel ifadelerin terimlerini bulmaları istenmiştir. 3x+5y cebirsel ifadesi için öğrencilerden Berinay, 3x ve +5y olarak iki terimden oluştuğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde verilen 10x-7y cebirsel ifade için öğrencilerden Şule, cebirsel ifadeyi 10x ve -7y biçiminde iki terime ayırarak doğru yanıtı dile getirmiştir. Verilen -8x-12y cebirsel ifadesi için de öğrencilerden Furkan, terimleri işaretleriyle birlikte alması gerektiğini ifade etmiş ve -8x, -12y olmak üzere cebirsel ifadenin iki terimden oluştuğunu dile getirmiştir. Benzer şekilde 2x+13 cebirsel ifadesi için de odak öğrencilerden Ceren, 2x ve +13 olmak üzere cebirsel ifadenin iki terimden oluştuğunu ifade etmiştir. Sınıftaki öğrenciler genel olarak verilen cebirsel ifadelerin her bir terimini doğru biçimde ayırarak ifadelerin kaç terimden oluştuğunu yazabilmişlerdir.

Ardından sabit terim kavramı, herhangi bir cebirsel ifadede değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerlerine göre değişmeyen terim olarak ifade edilmiş ve bir örnek ile sabit terim kavramı daha iyi bir şekilde kavratılmaya çalışılmıştır. Örnek olarak, "Bir taksiye biniş için taksimetre açılış ücreti 2 TL, gidilen her km için ise alınan ücret 3 TL

olsun.” ifadesi verilmiştir. Ve tablo biçiminde gidilen her km için ödenmesi gereken ücret hesaplanmıştır. Odak öğrencilerden Halil gidilen 1 km yol için 2+3.1=5 TL, gidilen 2 km için 2+3.2=8 TL, gidilen 3 km yol için 2+3.3=11 TL ve de hiç yol gidilmezse 2+3.0=2 TL ücret olacağını hesaplamıştır. Buradan da verilen örnek için genel terimin 2+3x olacağını dile getirmiştir. Değişen ifadelerin gittiği yol olduğunu, x yerine 1, 2, 3 şeklinde sayıların yazıldığını ifade etmiştir. Sınıfça sabit terim için yapılan tanımlamadan yola çıkarak hesaplanan ücretlerde sabit kalan sayının daima 2 olduğunu ve 2’nin burada sabit terim olduğunu ifade etmişlerdir.

Ardından öğrencilere farklı cebirsel ifadeler sunulmuş ve sabit terimin ne olduğu sorgulanmıştır. 3x+4y cebirsel ifadesi için odak öğrencilerden Osman, *“Sabit terim değişmeyenler. Burada x ve y değişir onlar değişken. x’e değer verdiğimizde 3x değişir. y için de 1 verdiğimizde 4 olur, 2 verdiğimizde 8 olur değişir.”* ifadelerini kullanarak değişen ve değişmeyen kavramları doğru biçimde dile getirmiştir. Ardından öğrencilerden Dilara da yapılan yorumlardan yola çıkarak bu cebirsel ifadede değişmeyen terimin olmadığını dolayısıyla sabit terimin olmadığını ifade etmiştir. 10ab-2y+6 cebirsel ifade için öğrencilerden Eda, *“ab’ye herhangi bir sayı verirsek değişir. Burada da y olduğu için değişir. Ama +6 değişmez sabittir.”* ifadelerini kullanarak sabit terimi doğru biçimde bulabilmiştir. Benzer şekilde verilen 8x-10y-13 cebirsel ifade için de odak öğrencilerden Ceren, x ve y’nin değişken olduğunu dolayısıyla değişeceğini ancak -13’ün sabit kaldığını ifade etmiştir. Ardından katsayı kavramı, değişenin kaç katı olduğunu ifade eden, değişken ile çarpım halinde olan sayı şeklinde ifade edilmiş ve öğrencilere sunulan cebirsel ifadelerin katsayıların neler olduğu sorgulanmıştır. Cebirsel ifadeler basitten zora doğru öğrencilere verilmiş ve katsayı kavramı kavratılmaya çalışılmıştır. İlk olarak 9x ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Dilara, x’in değişken olduğunu ve yanında da 9 katı olarak verildiğini dile getirmiş ve katsayının işaretiyle birlikte +9 olduğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde -5x ifade için öğrencilerden Abdülsamet, katsayının -5 olduğunu söylemiştir. Verilen y ifadesi için ise odak öğrencilerden Halil, y’nin önünde gizli 1 çarpımı olduğunu dile getirmiş ve katsayı +1 olarak ifade etmiştir. Benzer şekilde verilen -y ifade için de öğrencilerden Alperen, bu ifadede y’nin -1 ile çarpıldığın söylemiş ve katsayıyı -1 olarak ele almıştır. Öğrencilerin y ve -y ifadelerindeki 1 ve -1 çarpımını görebilmeleri katsayı kavramı için önemli bir gelişme olduğu söylenebilir. Verilen 5x+4 ifadesi için öğrencilerden Esma, 1. terimde +5’in katsayı olduğunu ifade etmiştir. Ancak +4 olarak verilen 2.terimde duraksamıştır.

Bu noktada öğrencilere üslü sayılar hatırlatılmış ve 10^0, 7^0, 100^0 ifadelerinin sonuçları sorulmuştur. Sınıftaki öğrenciler üç ifadenin de sonucunun 1'e eşit olduğunu ve her sayının sıfırıncı kuvvetinin 1 olduğunu da ifade etmişlerdir. Bilinmeyen olarak x ifadesi verdiğimizde ve x'in sıfırıncı kuvvetini aldığımızda ne olacağı sorgulanmış öğrenciler de yine sonucun 1 olacağını dile getirmişlerdir. O halde 5.x+4 ifadesinin aynı zamanda 5.x+4.1 biçiminde yazılabileceği gösterilmiştir. 5.x+4.1 ifadesinde 1 yerine x^0 yazıldığında 5x+4.x^0 ifadesinin elde edileceği gösterilmiştir. x^0 ifadesinin de bir değişken olduğu hatırlatılarak burada x^0 ifadesinin kaç katı alındığı sorgulanmıştır. Sınıftaki öğrenciler de 4 katı olduğunu ifade etmişler ve aynı zamanda sabit olan terimlerin daima katsayı olarak da yazılabileceğini genellemişlerdir. Verilen $\frac{2a}{3}$ ifadesi için öğrencilerden Arda, *"Değişken a, 2 ile çarpılmış ve 3'e bölünmüş."* ifadelerini kullanmış ve ardından öğrencilerden Dilara, katsayının $+\frac{2}{3}$ olacağını dile getirmiştir. Benzer şekilde verilen $\frac{-5x}{7}$ ifadesi için de öğrencilerden Semih, değişkenin -5 ile çarpılıp 7'ye bölündüğünü dile getirmiştir bu durumda sınıfça katsayının $\frac{-5}{7}$ olduğu ifade edilmiştir. Son olarak verilen -x^2+5x-12 cebirsel ifadesi için odak öğrencilerden Halil, -x^2'nin katsayısının -1, +5x'in katsayısının +5 ve -12'nin katsayısının da -12 olduğunu doğru biçimde ifade etmiştir.

Bu şekilde öğrencilerle terim, sabit terim ve katsayı kavramı hakkında alıştırmalar tamamlanmış ve yapılan örneklerle de öğrencilerin bu kavramları genel olarak anlamlandırdıkları görülmüştür.

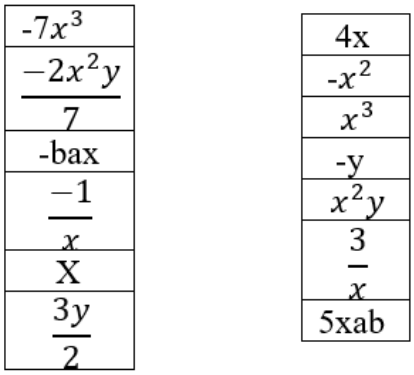
3.5.1.2. *İkinci ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ikinci dersinde verilen ilk etkinlikte, öğrencilerin terim, değişken, katsayı, sabit terim kavramlarını daha iyi anlamlandırmaları için cebirsel ifadeler sunulmuş ve her örnek için bu kavramları ifade etmeleri istenmiştir. Etkinliğe geçmeden önce her kavramın neyi ifade ettiği sorgulanmıştır. Terim kavramı için öğrencilerden Dilara, *"Kaç tane sayıdan ya da değişkenden oluşan, cebirsel ifadedeki sayılar ve bilinmeyenler"* olarak, öğrencilerden Arda ise, *"Cebirsel ifadenin her bölümü"* olarak ve odak öğrencilerden Osman ise, *"Cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerinin ayırdığı bölümler, bileşenler"* olarak ifade etmiştir. Öğrenciler genel anlamda terim kavramını doğru biçimde ifade etmişlerdir. Katsayı kavramı sorgulandığında ise öğrencilerden Halil, *"Değişenin kaç*

katı olduğunu, değişkenin çarpım halinde olduğu sayı" biçiminde doğru olarak ifade etmiştir. Sabit terim kavramı sorulduğunda ise öğrencilerden Esma, *"Yanında hiçbir bilinmeyen olmayan"* olarak, öğrencilerden Berinay ise, *"Değişken içermeyen terim"* olarak ifade etmişlerdir. Etkinlikte ilk olarak öğrencilere 20a+5y cebirsel ifadesi verilmiş ve ifadede terim, değişken, sabit terim, katsayı kavramları sorgulanmıştır. Odak öğrencilerden Halil, cebirsel ifadenin, 20a ve +5y olmak üzere iki terimden oluştuğunu ifade etmiştir. Cebirsel ifadedeki değişkenler için de, a ve y olduğunu, bilinmediği için herhangi bir sayı olabileceğini dile getirmiştir. Katsayılar için de +20 ve +5 olacağını ifade etmiştir. Cebirsel ifadenin sabit teriminin bulunmadığını her iki terimin de değişken içerdiğini dile getirmiştir.

Etkinlikte verilen -k+3m+12 cebirsel ifadesi için de öğrencilerden Mukaddes, cebirsel ifadenin terimleri için -k, +3m, +12'nin her birinin bir terim olduğunu ifade etmiştir. İfadenin değişkenleri için de k ve m şeklinde doğru yanıtı vermiştir. Cebirsel ifadenin katsayıları için, her bir terimin katsayısını -1, +3, +12 şeklinde dile getirmiştir. Sabit terimin ise, değişken içermeyen terim olduğunu ve +12 olduğunu ifade etmiştir. Etkinlikte diğer bir cebirsel ifade de 2.a.y.6 olarak verilmiş ve terim kavramı için öncelikle sınıftaki öğrencilerin geneli cebirsel ifadenin dört terimden oluştuğunu ifade etmişlerdir. Ardından öğrencilerin buradaki yanlışı fark etmeleri için 6xy örneği hatırlatılmış ve 6xy için bir terim şeklinde yorum yapmışlardır. Bunun üzerine odak öğrencilerden Halil, *"2 ile 6'yı çarparız, 12 olur. Sonra a ve y'yi yanına yazarız."* ifadelerini kullanarak cebirsel ifadeyi 12ay olarak düzenlemiş ve Halil cebirsel ifadenin terimleri için de 12ay olup bir terimden oluştuğunu dile getirmiştir. Odak öğrencilerden Ceren ise, cebirsel ifadenin değişkenlerini a ve y olarak ifade etmiştir. İfadenin katsayıları için de Ceren, 2 ve 6 olduğunu bunları da çarptıktan sonra 12 olacağını söylemiştir. Sabit terim kavramı için de, değişken içermeyen terim olduğunu ve 12ay teriminin de değişken içerdiğini ifade etmiş dolayısıyla bu ifade için sabit terim olmadığını söylemiştir.

Öğretimin ikinci etkinliğinde ise, benzer terim kavramı "Bir cebirsel ifadede değişken olarak kullanılan harfleri ve harflerinin kuvvetleri aynı olan terimler" olarak ifade edilmiş ve öğrencilerden Şekil 3.52'de görüldüğü gibi verilen terimleri benzer olan terimlerle eşleştirmeleri ve neden benzer olduklarını açıklamaları istenmiştir.



Şekil 3.52. *4. Hafta öğretim dizisinde verilen cebirsel ifadelerin benzer olanlarını eşleştirme için sunulan ifadeler*

İlk olarak öğrencilerden Furkan Şekil 3.52'de verilen -7x^3 ifadesine benzer olarak değişkenleri aynı olan x^3 ifadesinin olacağını dile getirmiştir. Odak öğrencilerden Halil de, $\frac{-2x^2y}{7}$ ifadesine benzer olarak x^2y ifadesinin olduğunu söylemiştir. Odak öğrencilerden Osman ise, -bax ifadesine benzer olarak 5xab ifadesinin olacağını, değişkenlerin aynı yalnızca yerlerinin değiştiğini ifade etmiştir. Öğrencilerden Rauf, $\frac{-1}{x}$ cebirsel ifadesine benzer olarak $\frac{3}{x}$ ifadesini işaretlemiş ve ikisinin de x'e bölündüğünü aynı zamanda değişkenin kuvvetlerinin de 1 olduğunu dile getirmiştir. Burada ayrıca 4x ile $\frac{4}{x}$ ifadesinin benzer olup olmadığı sorgulanmıştır. Öğrencilerden Abidin, birinde çarpılıp birinde bölündüğü için benzer olmadığını ifade etmiştir. Öğrencilerden Dilara ise, değişkenlerin aynı olduğunu ve kuvvetlerinin de aynı olduğunu dile getirerek benzer terim olduklarını ifade etmiştir. Buradaki kavram yanılgısını öğrencilerde yok etmek amacıyla "4x ifadesinde x değişkeni 4 ile çarpılmış. Burada da $\frac{4}{x}$ ifadesinde katsayı 4. Peki 4 ile neyi çarpıyoruz?" şeklinde öğrenciler sorular yöneltilerek sorgulamaları sağlanmıştır. Öğrencilerden Dilara bu soruya yanıt olarak $\frac{1}{x}$ ifadesini dile getirmiştir. O halde $\frac{4}{x}$ cebirsel ifadesi için 4.$\frac{1}{x}$ şeklinde yazılabileceği ifade edilmiştir. Buradaki x ile $\frac{1}{x}$ ifadesinin benzer olup olmadığı sorgulanmıştır. Sınıftaki öğrenciler yapılan açıklamalardan sonra bu iki terimin benzer olmadığını dile getirmişlerdir.

Bu noktada benzer terim için yeni bir kural oluşturulmuş ve değişkenlerin aynı pay ya da payda kısmında yer alması gerektiği ifade edilmiştir. Benzer terim olması için şartlar öğrencilerle yeniden tekrar edilmiş ve Şekil 3.52'de verilen örneklerle devam edilmiştir. Öğrencilerden Esma, verilen x ifadesine benzer terim olarak 4x ifadesinin

olduğunu kolaylıkla dile getirmiştir. Son olarak öğrencilerden Semih, verilen $\frac{3y}{2}$ cebirsel ifadesine benzer terim olarak -y ifadesinin olacağını, aynı değişkenleri içerdiklerini ifade etmiştir. Verilen bu etkinlik ile benzer terim kavramı öğrencilerde anlamlandırılmaya çalışılmıştır. Etkinlik esnasında oluşan kavram yanılgıları da öğrencilerle birlikte sorgulanarak ortadan kaldırılmaya çalışılmıştır.

3.5.1.3. *Üçüncü ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin üçüncü dersinde verilen etkinlikte öğrencilerden, cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapmaları istenmiştir. Bu noktada benzer olan ve olmayan terimlere dikkat ederek toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları ve açıklamaları beklenmiştir. Etkinlikte verilen örnekler basit düzeyden zora doğru sunulmuştur. İlk olarak 5x+8x cebirsel ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Şule, iki terimin de benzer olduğunu dolayısıyla toplama işlemi yapabileceğini dile getirerek 13x yanıtını vermiştir. Benzer şekilde -8x+16x cebirsel ifadesi için de öğrencilerden Rauf, değişkenlerin aynı olduğunu ve terimlerin işaretlerinin farklı olmasından dolayı çıkarma işlemi yapılacağını ifade ederek sonucu +8x olarak dile getirmiştir. Etkinlikte verilen 5x+8x+7x cebirsel ifadesi için de odak öğrencilerden Halil, *"Hepsi benzer ve işaretleri aynı olduğu için toplarız"* ifadesini kullanarak yanıtı doğru biçimde 20x olarak yazabilmiştir. Benzer şekilde verilen -12x+6x cebirsel ifadesi için de odak öğrencilerden Ceren, iki teriminde benzer olduğunu ifade etmiş ve terimlerin işaretleri farklı olduğu için çıkarma işlemi yapacağını dile getirerek -6x olarak sonucu yazmıştır.

Ardından etkinlikte benzer olan ve olmayan terimlerin bir arada verildiği cebirsel ifadelerin sunulduğu örneklere geçilmiştir. 20x+5-9x-15 cebirsel ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Arda, ilk olarak benzer olan ve olmayan terimlere dikkat etmeden, *"20 ile 5'i toplarız. 25. 9'u çıkarırız 16. Sonra 15'i de çıkarırız 1 kalır. 1x."* ifadelerini kullanarak değişkeni göz ardı etmiş ve yalnızca sayılar arasında işlemleri yaparak yanlış bir ifade elde etmiştir. Bu noktada öğrencilerle cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerinin yapılabilmesi için gerekli şartların neler olduğu sorgulanmış ve benzer terim kavramı hatırlatılmıştır. İfadede verilen 20x ve 5 terimlerinin benzer olup olmadığı da sorulduğunda ise sınıftaki öğrenciler bu iki terimin benzer olmadığını dolayısıyla aralarında bir işlem yapılamayacağını ifade etmişlerdir. Ardından Arda örneği yeniden ele alarak, 20x ve -9x terimlerinin benzer olduğunu ifade etmiş ve yanıtın+11x olacağını hesaplamıştır. Cebirsel ifadenin diğer +5 ve -15 terimlerini de

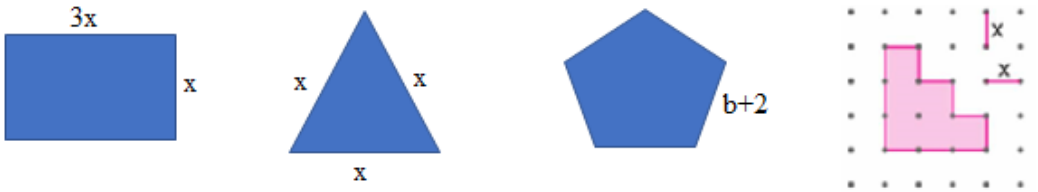
kendi aralarında işleme koyarak -10 sonucuna ulaşmıştır. Bu şekilde örneğin yanıtını +11x-10 olarak doğru biçimde tamamlamıştır. Sınıftaki öğrenciler de burada +11x ve -10 terimlerinin benzer olmadıklarını dolayısıyla işlem sonucunun bu şekilde kalacağını dile getirmişlerdir.

Etkinlikte verilen örneklere devam edildiğinde 10a-5a-(-8a) cebirsel ifadesi için odak öğrencilerden Osman, önce 10a-5a işlemini hesaplamış ve 5a olarak ifade etmiştir. Daha sonra 5a-(-8a) cebirsel ifadesi içi aradaki çıkarma işlemini toplama işlemine dönüştüreceğini dile getirerek +5a+(+8a) şeklinde cebirsel ifadeyi yeniden yazmıştır. Burada çıkarma işleminden sonra parantez içindeki ifadenin de işaretini değiştirmiştir. Ardından toplama işlemini daha rahat hesaplayarak +13a yanıtına ulaşmıştır. Etkinlikte verilen diğer bir -16c+15cd-c cebirsel ifadesi için de odak öğrencilerden Halil, önce -16c ve -c ifadelerinin benzer olduğunu ancak +15cd ifadesinin benzer olmadığını ifade etmiş ve benzer olan terimler arasında işlem yaparak -17c+15cd cebirsel ifadesini yanıt olarak yazabilmiştir. Etkinlikte (-10x+12)-(6x+11) cebirsel ifadesi için de öğrencilerden Arda, ifadeleri parantezden çıkarması gerektiğini ve odak öğrencilerden Halil de çıkanın işaretlerinin değişeceğini ifade etmişlerdir. Bunun üzerine öğrencilerden Rauf ifadeyi yeniden düzenlenerek, (-10x+12)+(-6x-11) şeklinde yazmıştır. Cebirsel ifade toplama işlemine dönüştürüldükten sonra Rauf, *"-10x ile -6x'i toplarız -16x. +12 ve -11'i de toplayınca +1 olur. -16x+1 gelir. Bu da toplanmaz böyle kalır"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında işlemleri yapmış ve -16x+1 olarak doğru yanıta ulaşmıştır. Etkinlikte son olarak verilen 2a-($5x^2$+10a)-8 cebirsel ifadesi için odak öğrencilerden Osman, *"2a aynen yazılır. Çıkarma toplamaya çevrilir. İçindekiler işaret değiştirir. 2a+(-$5x^2$-10a). 2a ile 10a benzer. Toplarsak -8a. -$5x^2$-8a-8 olur cevap. Bunlar toplanmaz benzer değil"* ifadeleriyle benzer olan ve olmayan terimleri rahatça ayırt edebilmiş ve çıkarma işlemini de toplamaya çevirerek terimler arasında işlemleri yapabilmiş, böylece doğru yanıta ulaşabilmiştir.

Öğretimin tamamlanan bu ders saatinde benzer terim kavramı ve cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri üzerinde durulmuş ve örnekler üzerinde sınıfın genelindeki öğrencilerin yaptıkları yorumlarla konunun kavranmaya başladığı söylenebilir.

3.5.1.4. *Dördüncü ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin dördüncü dersinde sunulan etkinlikte öğrencilerden, verilen geometrik şekillerin ve modellemelerin çevre uzunluklarını cebirsel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Bu noktada benzer olan ve olmayan terimlere dikkat ederek toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları gerekmektedir. Dersin başında ilk olarak cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerinin yapılabilmesi için dikkat edilmesi gerekenlerin neler olduğu sorgulanmış ve öğrencilerden Efsah, cebirsel ifadelerin benzer terim olması gerektiğini ifade etmiştir. Benzer şekilde öğrencilerden Dilara da, *"Kuvvetleri ve harfleri aynı olmalı. Bir de aynı pay veya paydada bulunmalı"* ifadelerini kullanarak benzer terim olma şartlarını dile getirmiştir. Öğretim esnasında ise, verilen etkinlikte öğrencilere ilk olarak Şekil 3.53'te gösterilen dikdörtgen, üçgen, düzgün beşgen ve iki nokta arasındaki uzaklık x olarak ifade edilen geometrik şekil verilmiş ve öğrencilerden bu geometrik şekillerin çevre uzunluklarını hesaplamaları istenmiştir.



Şekil 3.53. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama işlemi için verilen geometrik şekiller*

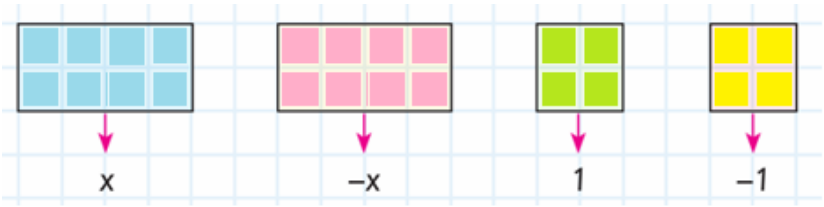
Verilen dikdörtgenin çevre hesaplaması için öğrencilerden Furkan, tüm kenarları toplayarak şeklin çevresini bulabileceğini dile getirmiş ve verilmeyen kenar uzunluklarını da karşısındaki kenarlarla eş uzunlukları yazarak tamamlamış, ardından x+x+3x+3x toplama işlemini yazarak 2x+6x=8x sonucuna ulaşmıştır. Aynı örnek için öğrencilerden Arda farklı bir çözüm yöntemi sunarak, çarpma ile de dikdörtgenin çevresini hesaplayabileceğini ifade etmiş, 3x.2=6x ve 2.x=2x işlemlerini gerçekleştirerek karşılıklı kenarları 2 ile çarpmış, ardından 6x+2x=8x şeklinde toplama işlemini gerçekleştirmiştir. Sınıfça yapılan iki çözüm yöntemi de anlaşılmış ve ikisinin de doğru olduğu sonuçları karşılaştırılarak gösterilmiştir. Etkinliğin ikinci örneği olarak Şekil 3.53'te gösterilen eşkenar üçgen verilmiş ve odak öğrencilerden Ceren, tüm kenarları toplayarak x+x+x işlemlerini gerçekleştirmiş ve her birinin 1x olduğunu da

ifade ederek toplamın 3x olacağını dile getirmiştir. Burada Ceren'in x terimini 1x olarak ifade etmesinden cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırdığı görülmektedir.

Etkinliğin üçüncü örneği olarak da öğrencilere Şekil 3.53'te gösterilen düzgün beşgen sunulmuş ve öğrencilerden Efsah, *"Her tarafı eşit olduğu için diğer kenarları da b+2 olur"* ifadesini kullanarak şeklin verilmeyen kenar uzunluklarını tamamlamış ve ardından b+2+b+2+b+2+b+2+b+2 toplama işlemini yazarak *"b'lerin önünde gizli 1 var. b'lerden 5 gelir. 2'lerden de 10 geliyor. Toplam 15 olur"* ifadeleriyle toplama işlemini gerçekleştirmiştir. Ancak burada Efsah'ın toplama işlemi yaparken verilen cebirsel ifadelerin benzer terim olup olmadığına dikkat etmediğini görmekteyiz. Bu noktada öğrencilere toplama ve çıkarma işleminde nelere dikkat edildiği sorulmuş ve öğrencilerden Dilara, verilen ifadelerin benzer terim olmasına dikkat edileceğini ifade etmiş ve burada 2 ve b'lerin benzer terim olmadığını dile getirmiştir. Yapılan işlemleri yeniden ele alan Efsah, benzer olanları toplayınca 5b ve 2'lerin de 10 olacağını ifade etmiştir. Toplama işlemi sonucunu 5b+10 olarak düzenlemiş ve bu cebirsel ifadenin de benzer terimler olmadığı için toplanamayacağını yanıtın bu şekilde kalacağını ifade etmiştir. Aynı örnek için öğrencilerden Arda, yine çarpma işleminden yararlanarak örneği farklı bir yol ile çözeceğini dile getirmiş ve *"2 ile 5'i çarpsak 10 olur. b ile 5'i çarpsak b.5 olur. b.5+2.5=5b+10 gelir"* şeklinde çözümünü kolayca ifade etmiştir. Burada yapılan işlemlere dikkat çekilerek çarpmanın hangi özelliğini kullandığı sorgulandığında ise Arda, dağılma özelliğini kullandığını ifade etmiş ve 5'i b ve 2'ye dağıtarak yanıtı bulabileceğini dile getirmiştir.

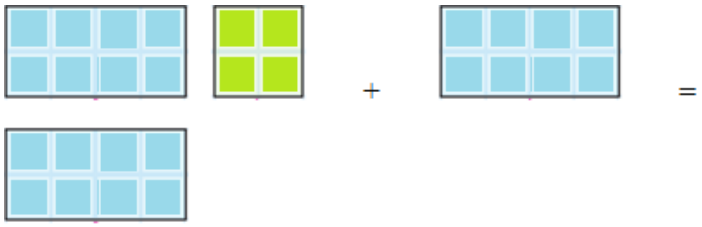
Etkinliğin verilen son örneği olarak, Şekil 3.53'te gösterilen iki nokta arasındaki uzaklık x olarak ifade edilen geometrik şekil sunulmuştur. Bu örnek için öğrencilerden Mukaddes, şeklin kenarlarını sayarak 12 olduğunu dile getirmiş ve verilen uzaklıklardan 12 tane olduğunu ifade ederek şeklin çevresini 12x olarak doğru biçimde hesaplayabilmiştir. Gerçekleştirilen öğretimin ilk etkinliği böylece tamamlanmıştır.

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimde ikinci etkinlik olarak öğrencilere Şekil 3.54'te gösterilen modellemeler ve bu modellemelere karışık gelen cebirsel ifadeler sunulmuştur. İlk olarak sınıftaki öğrenciler verilen bu modellemelerin ne anlama geldiğini ve hangi cebirsel ifadeye karşılık geldiğini doğru biçimde ifade etmişlerdir.



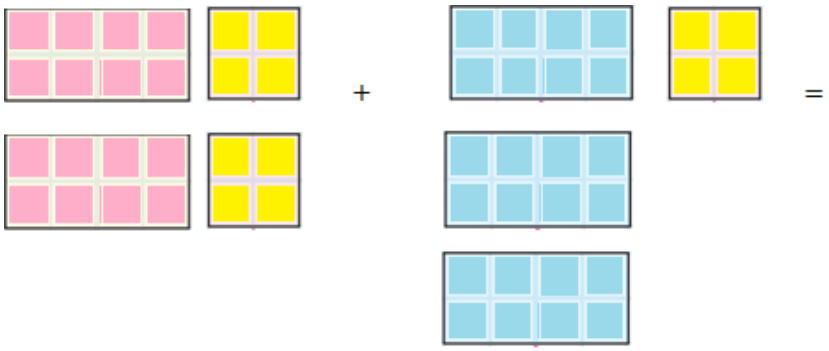
Şekil 3.54. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi için verilen modellemeler ve bu modellemelere karşılık gelen cebirsel ifadeler*

Verilen etkinlikte ilk olarak öğrencilere Şekil 3.55'te gösterilen modellemeler ile toplama işlemi sorulmuş ve öğrencilerden Abidin, *"2 mavi dikdörtgen var, 2x. 1 kare var +1."* ifadelerini kullanarak verilen modellemenin ilk cebirsel ifadesini 2x+1 olarak tanımlamıştır. Ardından bu cebirsel ifade ile x'i toplayacağını dile getirerek yanıtın 3x+1 olacağını ifade etmiştir.



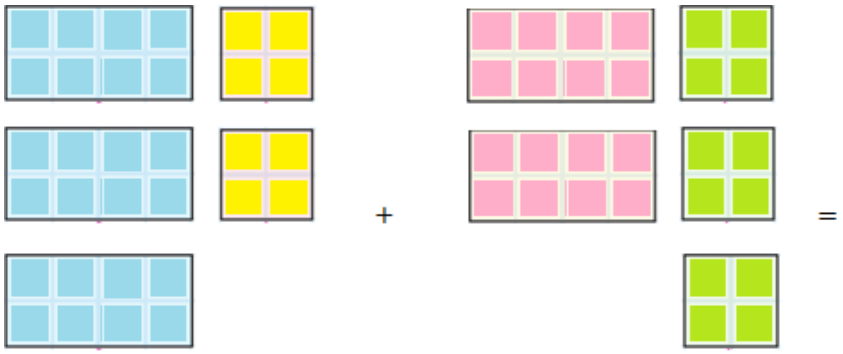
Şekil 3.55. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde verilen modellemeyi kullanarak yapılması istenen toplama işlemi (Örnek 1)*

Verilen etkinlikte ikinci örnek olarak öğrencilere Şekil 3.56'da gösterilen modellemeler ile toplama işlemi sorulmuş ve odak öğrencilerden Ceren, *"2 pembe dikdörtgen, -x'ti, -2x olur. Sarı kare -1'di. 2 tane var, -2"* şeklinde verilen modellemenin ilk cebirsel ifadesini tanımlamıştır. Benzer şekilde ikinci cebirsel ifadeyi de 3x-1 olarak ifade etmiştir. Ardından bu iki cebirsel ifadeyi -2x-2+3x-1 şeklinde yazarak, -2x ve 3x terimlerinin benzer olduğunu dolayısıyla arasında işlem yapılabileceğini dile getirmiştir. Benzer terimleri ayırt ederek toplama ve çıkarma işlemlerini gerçekleştirmiş ve yanıtı +1x-3 biçiminde ifade etmiştir. Ceren hesapladığı bu cebirsel ifade için de +1x ve -3 terimlerinin benzer olmadığını dolayısıyla aralarında işlem yapılamayacağını, sonucun bu şekilde kalacağını ifade etmiştir.



Şekil 3.56. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde verilen modellemeyi kullanarak yapılması istenen toplama işlemi (Örnek 2)*

Verilen etkinlikte üçüncü ve son örnek olarak öğrencilere Şekil 3.57'de gösterilen modellemeler ile toplama işlemi sorulmuş ve odak öğrencilerden Halil, *"Mavi dikdörtgen x demekti. 3 tane var, 3x. Yanındakiyle 3x-2"* şeklinde verilen modellemenin ilk cebirsel ifadesini tanımlamıştır. Benzer şekilde ikinci cebirsel ifadeyi de -2x+3 olarak tanımlamıştır. (3x-2)+(-2x+3) şeklinde toplama işlemini de yazarak *"3x ile -2x'i toplarız +1x olur. -2 ile +3'ü toplarsak +1 olur."* ifadeleriyle benzer terimler arasında işlemleri gerçekleştirerek toplama işleminin sonucunu +1x+1 biçiminde ifade etmiştir. Burada yanıtın x+1 şeklinde de yazılabileceğini dile getirmiştir.



Şekil 3.57. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde verilen modellemeyi kullanarak yapılması istenen toplama işlemi (Örnek 3)*

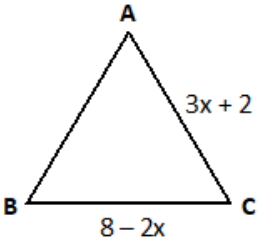
Bu hafta gerçekleştirilen öğretimde üçüncü etkinlik olarak öğrencilere cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemini kullanmalarını gerektirecek problem bağlamında bir örnek sunulmuştur. Verilen örnekte, *"Bir kutuda x tane şeker bulunmaktadır."* ifadesi verilmiş ve buna göre öğrencilere ilk olarak, *"Melih'in 2 kutu şekeri vardır. Kübra Melih'e 3 tane daha şeker verirse, Melih'in toplamda ne kadar şekeri olur?"* sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerden Semih, 2 kutu olduğu için 2x olacağını ifade etmiş ve daha sonra 3 şeker daha verildiği için 2x+3 biçiminde cebirsel ifadeyi oluşturmuştur.

Yazılan bu cebirsel ifadede de 2x ve 3 terimlerinin benzer olmadığını ve toplama işlemi yapılamayacağını dolayısıyla yanıtın bu şekilde kalacağını ifade etmiştir. Verilen örnekte öğrencilere ikinci olarak, *"Melih'in 2 kutu şekeri vardır. Kübra'nın ise Melih'in şekerlerinin 3 katı kadar şekeri olduğuna göre, Kübra'nın ne kadar şekeri vardır?"* sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerden Arda, 2 kutu şeker olduğu için 2x ve 3 katı dediği için de 2x.3 şeklinde ifadelerini oluşturarak 6x yanıtına ulaşmıştır. Benzer şekilde odak öğrencilerden Halil de, *"2x'i parantez içine alırız. (2x).3 yazarız. 3'le 2'yi çarparsak 6"* ifadelerini kullanarak işlem önceliğine dikkat etmiş ve verilen cebirsel ifadelerin katsayılarını doğru biçimde çarpabilmiştir. Öğrencilerden benzer terimlere dikkat çeken Dilara ise, *"Benzer olarak x yok. 2 ve 3 var. Çarparız 6 olur. 6x"* ifadelerini kullanarak yine doğru yanıta ulaşabilmiştir. Son olarak öğrencilerden Rauf ise, cebirsel ifadeyi 2.3.x biçiminde yazabileceğini dile getirmiş ve buradaki işlemleri yaparak 6x yanıtına ulaşmıştır. Bu noktada öğrencilerin 2x ifadesinin aynı zamanda 2.x anlamına geldiğini ifade etmeleri cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırdıklarını göstermektedir. Ayrıca yapılan çözümlerden ve yorumlardan yola çıkarak genel olarak öğrencilerin basit düzeyde verilen cebirsel ifade ile bir doğal sayıyı çarpabildikleri görülmektedir.

3.5.1.5. *Beşinci ders saati*

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin beşinci dersinde öğrencilere, verilen "6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapar" kazanımına yönelik iki etkinlik ve "6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar" kazanımına yönelik olarak da iki etkinlik sunulmuştur.

Öğretimde verilen ilk etkinlikte öğrencilere Şekil 3.58'de gösterilen üçgen ve bazı kenar uzunlukları verilmiştir. Aynı zamanda şeklin çevresi 20 birim olarak verilmiş ve buna göre öğrencilerden AB kenarının uzunluğunu hesaplamaları istenmiştir.



Şekil 3.58. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik verilen etkinlik (Örnek 1)*

Öğrencilerden Dilara, öncelikle uzunluğu verilen iki kenarı toplaması gerektiğini ifade etmiş ve ardından bulduğu sonucu çevreden çıkarak yanıta ulaşacağını dile getirmiştir. (3x+2)+(8-2x) toplama işleminde *"+3x-2x=+1x olur. Diğerleri de benzer 8'le 2'yi toplarız 10 yapar"* ifadelerini kullanarak benzer olan terimleri kendi arasında toplamış sonucu +1x+10 ifade etmiştir. Ardından çevre uzunluğundan yani 20 birim 'den bulduğu ifadeyi çıkarak 20-(+1x+10) işlemini oluşturmuş, burada çıkarma işlemini toplama işlemine dönüştürerek 20+(-1x-10) şeklinde ifadeyi düzenlemiştir. Son olarak yazılan bu cebirsel ifade de toplama işlemlerini benzer terimler arasında gerçekleştirerek +10-x şeklinde AB uzunluğunu doğru biçimde ifade etmiştir.

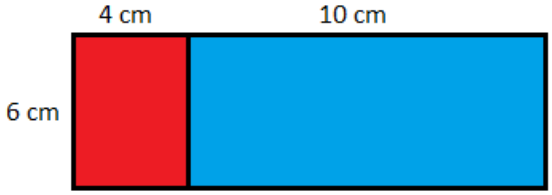
Öğretimde verilen ikinci etkinlikte ise öğrencilere, bir kenarının uzunluğu 7 cm olarak verilen bir kare gösterilmiştir. Karenin tüm kenar uzunlukları eşit olacak biçimde belli bir miktar arttırılmıştır. Buna göre öğrencilerden oluşan yeni karenin çevre uzunluğunu veren cebirsel ifadeyi tanımlamaları istenmiştir. Verilen bu etkinlik için öğrencilerden Abidin, *"4 kenarı da artacak. Her bir kenarı x kadar artarsa 4.x artar."* ifadelerini kullanarak karenin tüm kenarlarındaki uzunluk artışını değişken ile doğru biçimde ifade etmiştir. Ardından artış miktarının yalnızca x cm olarak ifade edilip edilemeyeceği sorgulanmış ve bu durumda a, b, c gibi her harfin değişken olarak kullanılabileceğini dile getirmiştir. Yeni oluşan karenin çevresi için de, 7.4+4x cebirsel ifadesini tanımlamıştır. Abidin ilk olarak dört kenar olduğu için 7.4'ten 28 olarak şeklin çevresini yazdığını ve sonradan her kenardan da artış olduğu için 4x'i üzerine eklediğini ifade etmiştir. Bu durumda yeni oluşan karenin çevresini 28+4x cebirsel ifadesiyle yazabilmiştir. Ayrıca 28 ve 4x terimlerinin benzer olmadığını dolayısıyla aralarında toplama işlemi yapılamayacağını, yanıtın bu şekilde kalacağını ifade etmiştir.

Öğretimde verilen üçüncü etkinlik ise ilk kez "6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar" kazanımına yönelik olarak sunulmuştur. Öncelikle öğrencilere bu kazanımı kavratmak amacıyla doğal sayılarla çarpma işlemini hatırlatma yoluna gidilmiştir. 3.5.2 işlemi sorulmuş ve sınıftaki öğrenciler çarpma işlemini yaparak 30 yanıtını vermişlerdir. Ardından parantezin işlem önceliğindeki önemini vurgulamak için, öğrencilere 3.(5.2) ve (3.5).2 işlemleri sorulmuş ve öğrencilerle birlikte 3.10 ve 15.2 şeklinde işlemler yapılarak yanıtları 30 olarak hesaplanmıştır. Sorulan işlemlerin sonucunun neden aynı çıktığı sorgulandığında ise, öğrencilerden Eda, çarpma işleminde yerler değişse de sonucun değişmeyeceğini ifade etmiştir. Etkinlikte verilen örneklere devam edildiğinde ise, 5.3a örneği için sınıftaki öğrencilerle birlikte 5.3.a biçiminde

yazılabileceği ifade edilmiş ve çarpma işlemi yapılarak sonuç 15.a=15a olarak hesaplanmıştır. Benzer şekilde 3.a.5 ifadesi verilseydi sonucun ne olacağı sorgulandığında ise öğrencilerden Dilara, ifadenin 3.5.a şeklinde de yazılabileceğini ve yanıtın yine 15a olduğunu dile getirmiştir.

Etkinlikte verilen -2.10a örneği için, odak öğrencilerden Halil, yanıtı -20a olarak hesaplamıştır. Verilen 8.(-3a) örneği için de odak öğrencilerden Osman, yanıtı -24a şeklinde ifade etmiştir. Benzer şekilde verilen -12.(-2a) örneği için de öğrencilerden Rauf, ilk olarak -24a yanıtını vermiştir, ancak ifadelerin işaretlerini de çarpınca sonucu +24a olarak yeniden düzenlemiştir. Etkinlik boyunca benzer örneklerle bir doğal sayı ile cebirsel ifade çarpımı verilmiş ve sınıftaki öğrenciler örnekleri doğru biçimde yanıtlayabilmişlerdir.

Öğretimde verilen dördüncü etkinlikte ise, yine öğrencilerin bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpabilmelerine yönelik örnekler modellemeler üzerinde sunulmuştur. İlk olarak öğrencilere Şekil 3.59'da gösterilen dikdörtgen sunulmuştur. Burada öğrencilerden kırmızı ve mavi renkteki dikdörtgenlerin alanlarını hesaplamaları istenmiştir.



Şekil 3.59. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde çarpma işlemine yönelik verilen etkinlik*

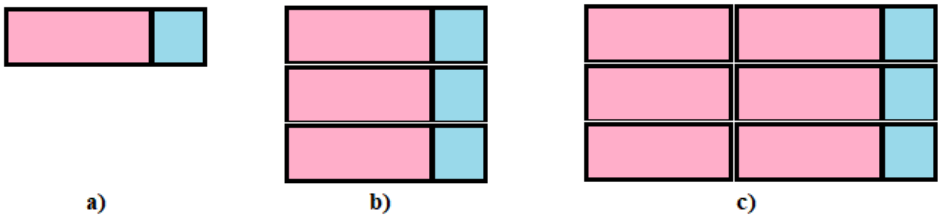
Odak öğrencilerden Halil, mavi dikdörtgenin alanı için kısa ve uzun kenarı çarpması gerektiğini ifade etmiş ve 6.10 işleminden alanı 60 cm^2 olarak hesaplamıştır. Benzer şekilde kırmızı dikdörtgenin alanını da 6.4 işleminden 24 cm^2 olarak hesaplamıştır. İki dikdörtgenin alanını da toplayarak 84 cm^2 olarak tüm alanı ifade etmiştir. Bu noktada öğrencilerden Arda, *"6'yı dağıtmış, 6 ile 4'ü ve 6 ile 10'u çarpmış"* ifadelerini kullanarak çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğinin kullanıldığını dile getirmiştir. Sınıftaki öğrencilerle birlikte dağılma özelliğinin kullanıldığı işlemler 6.(4+10) biçiminde ifade edilmiştir. Öğrencilerden Şule ise, bu işlemi, önce 6.4 ve sonra da 6.10'dan 24+60 biçiminde hesaplayacağını dile getirerek yanıtın 84 cm^2 olacağını ifade etmiştir. Bu şekilde öğrencilere çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine olan dağılma özelliği hatırlatılmış ve

benzer şekilde dağılma özelliğinin cebirsel ifadelerde de kullanılabileceği dile getirilmiştir.

Yapılan etkinliğin devamı niteliğinde, Şekil 3.60'ta gösterilen modellemelerden faydalanarak bir doğal sayı ile cebirsel ifadenin çarpımına yönelik örnekler gösterilmiştir.

Şekil 3.60. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde çarpma işlemine yönelik verilen modelleme örneği*

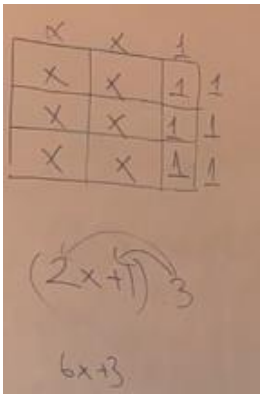
İlk olarak öğrencilere Şekil 3.60'ta gösterilen modellemelerin ne ifade ettiği sorulmuş ve öğrencilerden Alperen, dikdörtgenin alanının 1.x'ten x cm^2 olduğunu ve karenin alanının da 1.1'den 1 cm^2 olduğunu ifade etmiştir. Verilen bu modellemelerden faydalanarak öğrencilerden Şekil 3.61'de gösterilen modellenen bölgelerin alanlarını hesaplamaları istenmiştir. Şekil 3.61'de gösterilen modellenen bölgelerden a şıkkı için, sınıftaki öğrenciler öncelikle şekil üzerinde verilen dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerden Furkan, dikdörtgenin alanını x ve karenin alanını 1 olarak ifade etmiş ve toplam alanın da x+1 olduğunu dile getirmiştir. Sınıftaki öğrenciler de tüm şeklin alanı üzerinden kısa kenarın 1 ve uzun kenarın ise x+1 olduğunu, dolayısıyla tüm şeklin alanı için 1.(x+1) ifadesinde 1'i parantez içine dağıtarak x+1 biçiminde hesaplamışlardır.



Şekil 3.61. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde çarpma işlemine yönelik verilen modellenen bölgeler*

Şekil 3.61'de verilen b şıkkında modellenen bölge için öğrencilerle birlikte şeklin tüm kenar uzunlukları yazılmıştır. Odak öğrencilerden Ceren, oluşan tüm şeklin kısa kenar uzunluğunun 1+1+1'den 3 cm olduğunu, öğrencilerden Mukaddes ise, şeklin uzun kenarının x+1 cm olduğunu ifade etmiştir. O halde şeklin alanı için tüm öğrenciler,

kısa kenar ile uzun kenarı çarpacağını ve 3.(x+1) işleminden 3x+3 cm^2 şeklinde alanın hesaplanacağını ifade etmişlerdir. Burada odak öğrencilerden Halil, 3 doğal sayısının x+1 cebirsel ifadesine dağılma özelliğinin olduğunu dile getirmiştir. Öğrencilerden Dilara da, 3'ün önce x ile sonra da 1 ile çarpılacağını ifade etmiştir. Şekil 3.62'de c şıkkında benzer şekilde sunulan modellenen bölgenin alan hesaplaması için ilk olarak öğrencilerden Rauf, şeklin tüm kenar uzunluklarını yazmıştır. Ardından tüm şeklin kısa kenarının 3 cm ve uzun kenarının ise 2x+1 cm olduğunu Şekil 3.62'de gösterildiği gibi ifade etmiştir.



Şekil 3.62. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde çarpma işlemine yönelik verilen modellenen bölgelerden c şıkkı için öğrencilerden Rauf'un yaptığı çözüm*

Yeni oluşan dikdörtgenin alanı için kısa ve uzun kenarın çarpımları olarak (2x+1).3 şeklinde yazmıştır. 3'ü cebirsel ifadeye dağıtarak çarpma işlemlerini gerçekleştirmiş ve şeklin alanını 6x+3 cm^2 olarak hesaplamıştır. Rauf gerçekleştirdiği işlemlerde, 3 doğal sayı çarpımını cebirsel ifadeden sonra yazmıştır. 3 sayısını önce ya da sonra yazmış olmanın nasıl bir farklılık yaratacağı sorgulandığında ise odak öğrencilerden Halil çarpma işleminde yerleri değişse de sonucun değişmeyeceğini ifade etmiştir. 3 doğal sayısını cebirsel ifade ile çarparken neden önce 2x ifadesi ile çarptığı sorulunca Rauf, işlemlerin soldan sağa doğru ilerlediğini dolayısıyla ilk olarak 2x ile çarpma işlemini yaptığını dile getirmiştir.

Gerçekleştirilen öğretimin bu ders saatinde de yapılan etkinliklerde görüldüğü gibi bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadenin çarpımında modellemeden faydalanarak öğrencilerin bu konuyu kavraması kolaylaştırılmıştır. Çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanarak bir doğal sayı ile verilen cebirsel ifadeyi kolayca çarpabilmişlerdir. Ayrıca öğrenciler verilen modellemelerde oluşan

dikdörtgenlerin alan hesaplamalarından da faydalanarak istenen çarpma işlemi sonucunu bulabilmişlerdir.

3.5.1.6. *Altıncı ders saati*

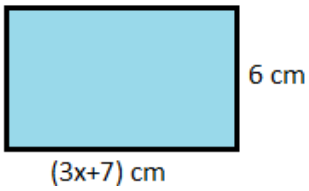
Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin altıncı dersinde öğrencilere, verilen "6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar" kazanımına yönelik bir etkinlik ve cebirsel ifadelerle toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerini bir arada bulunduran başka bir etkinlik sunulmuştur.

Öğretimde verilen ilk etkinlikte öğrencilerden bir doğal sayı ile verilen cebirsel ifadeleri çarpmaları istenmiştir. Gerçekleştirilen beşinci ders saatinde modellemeler üzerinden bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpma işlemleri gösterilmişti. Bu ders saatinde ise modelleme verilmeden öğrencilerden çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliğini kullanarak verilen işlemleri yapmaları beklenmiştir. Etkinlikte verilen ilk etkinlikte 10.(x+5) örneği için odak öğrencilerden Osman, *"10'u parantez içine dağıtırız. 10.x+10.5 olur. Sonucu 10x+50. Bu ifade toplanmaz, benzer değil"* ifadelerini kullanarak çarpma işleminde verilen doğal sayıyı cebirsel ifadeye dağıtarak doğru yanıta ulaşmış ve aynı zamanda bulduğu sonuç benzer terim olmadığından toplama işlemi yapamayacağını da dile getirmiştir.

Benzer şekilde verilen 4.(8-x) örneği için de odak öğrencilerden Ceren, *"4'ü 8'e dağıtırız. 32. Araya – yazılır. 8'i x'e dağıtırız"* ifadeleriyle dağılma özelliğini kullanmış, 4'ü 8'e dağıtarak işlemlerine başlamıştır. Ancak devamında 4'ü cebirsel ifadede verilen ikinci terime dağıtmak yerine cebirsel ifadedeki 8'i x terimine dağıtacağını dile getirmiştir. Yapılan diğer örneklere ve dağılma işlemine dikkat etmesi gerektiği söylenmiş ve Ceren'den işlemleri yeniden yapması istenmiştir. Bunun üzerine Ceren, 4 sayısının x'e dağıtılacağını ifade etmiş ve işlemlerini yeniden düzenleyerek yanıtı 32-4x olarak ifade etmiştir. Etkinlikte verilen (12-z).3 örneği için de öğrencilerden Arda, *"Soldan sağa doğru dağıtırız. Önce 3 12'ye gelir. 12.3-3z olur. 36-3z. Benzer terim olmadığı için çıkarma olmaz"* ifadelerini kullanarak ilk olarak işlem önceliğinde işlemlerin soldan sağa ilerlediğini vurgulamış ve çarpma işleminin yanıtını doğru biçimde dile getirmiştir. Ardından etkinlikte dağılma özelliğinin olmadığı 6.10a örneği verilmiş ve öğrencilerden Rauf, bu örnekte ilk olarak 6'yı 10 ve a'ya dağıtacağını ifade etmiştir. Etkinlikte verilen tüm örneklerde dağılma özelliği kullanıldığı için bu örnek için de dağılma özelliğinin kullanılacağını düşünmüştür. Ancak öğrencilerden Dilara,

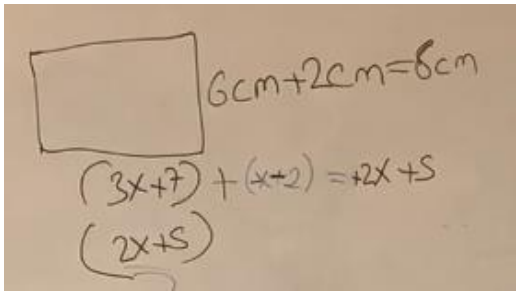
verilen bu örnek için dağılma özelliğinin olmadığını ve direkt çarpılarak yanıtın bulunacağını ifade etmiştir. Ardından Rauf, yaptığı hatayı düzelterek yanıtı 60a olarak düzenlemiştir. Etkinlikte verilen son örnek 5y.8 için de öğrencilerden Dilara, dağılma olmadığı için direkt çarparak yanıtı 40y olarak yazmıştır. Etkinlikte benzer şekilde dağılma özelliğinin kullanıldığı ve kullanılmadığı başka örneklere yer verilmiş ve öğrenciler genel olarak verilen örnekleri doğru biçimde çözebilmişlerdir.

Öğretimde verilen ikinci etkinlikte ise, Şekil 3.63'te gösterilen dikdörtgen verilmiş ve öğrencilerden verilen dikdörtgenin kısa kenarı 2 cm artırılıp, uzun kenarı ise (x+2) cm azaltılırsa yeni oluşan dikdörtgenin alanını hesaplamaları istenmiştir.



Şekil 3.63. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerine yönelik verilen etkinlik*

Verilen dikdörtgenin alan hesaplaması için odak öğrencilerden Halil, Şekil 3.64'te gösterilen yeni dikdörtgeni oluşturmuştur ve dikdörtgenin kısa ve uzun kenarlarını soruda istenilen şekilde yazmıştır. Dikdörtgenin kısa kenarı için 2 cm artırılıp dediğine göre Halil, dikdörtgen üzerinde 6cm+2cm yazarak yeni oluşan dikdörtgenin kısa kenarını 8cm olarak belirlemiştir. Dikdörtgenin uzun kenarı için de (x+2) cm azaltılıp dediğine göre Halil, dikdörtgen üzerinde (3x+7)-(x+2) yazarak cebirsel ifadeler arasında çıkarma işlemini yapmıştır.



Şekil 3.64. *4. Hafta öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerine yönelik verilen etkinlik için odak öğrencilerden Halil'in yaptığı çözüm*

Şekil 3.64'te de görüldüğü gibi ilk cebirsel ifadeyi aynı şekilde yazıp aradaki çıkarma işlemini toplama işlemine dönüştürmüş ve ikinci cebirsel ifadedeki terimlerin işaretlerini değiştirmiş, cebirsel ifadeyi (3x+7)+(-x-2) biçiminde düzenlemiştir. Ardından buradaki toplama işlemini benzer terimlere dikkat ederek 3x-x işleminden 2x, +7-2 işleminden de +5 geldiğini ifade etmiş ve oluşan yeni uzun kenarı 2x+5 olarak yazmıştır. Oluşan yeni dikdörtgenin alanı için de Halil, kısa ve uzun kenarı çarpacağını ifade etmiş ve 8.(2x+5) işleminden 8 doğal sayısını cebirsel ifadeye dağıtarak 16x+40 sonucuna ulaşmıştır. Bu noktada Halil, çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini kullandığını da vurgulamıştır.

3.6. İkinci Ara Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular

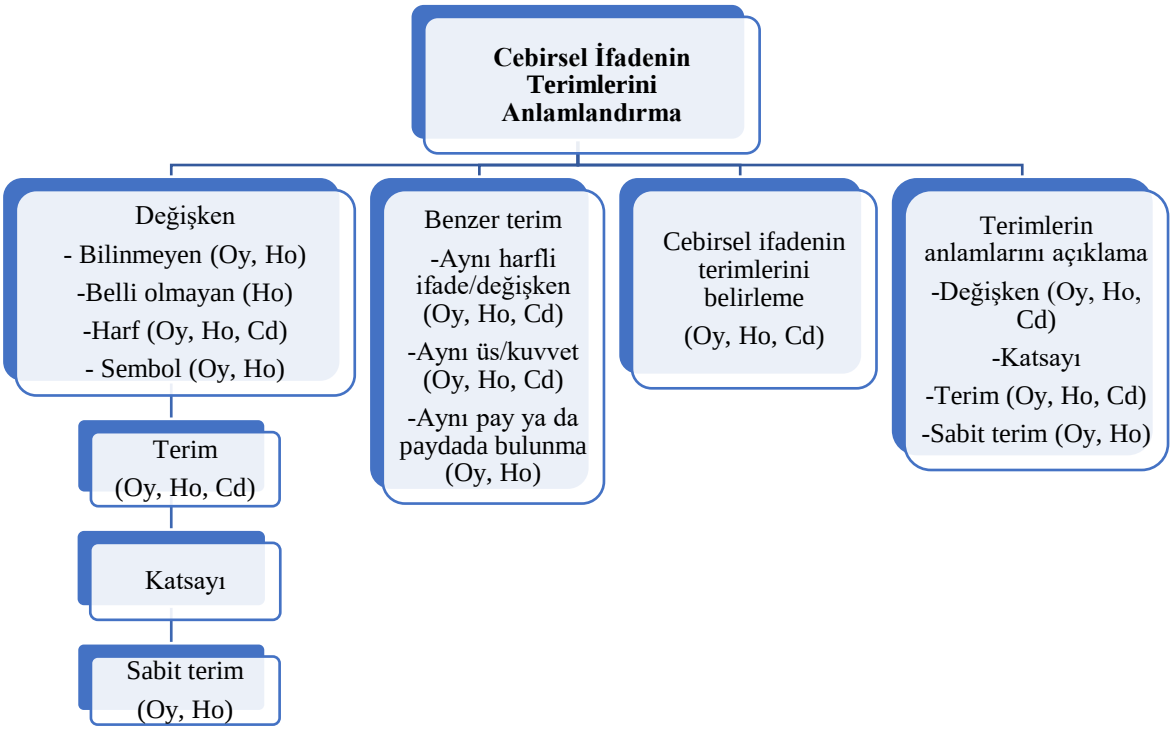
Birinci ara klinik görüşmenin ardından iki hafta gerçekleştirilen öğretim dizisinden sonra odak öğrencilerin bu süreçte tartışılan noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı anlamak ve buna uygun olarak TÖYH öğretim sürecine devam etmek için odak öğrencilerle ikinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. İkinci ara klinik görüşmelerde "6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapar" ve "6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar" kazanımları doğrultusunda klinik görüşme soruları hazırlanmıştır. Bu klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda bulgular;

- Cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırma
- Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri
- Cebirsel ifadelerle çarpma işlemleri

olmak üzere üç ana başlık altında odak olarak seçilen Osman, Halil ve Ceren'in yaklaşımlarıyla sunulmuştur.

3.6.1. Cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırma

Ara klinik görüşmede ilk olarak cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırma başlığı altında odak öğrencilerin değişken, terim, katsayı, sabit terim ve benzer terim kavramlarını nasıl yapılandırdıklarını öğrenme amaçlı sorular yöneltilmiştir. Bu bağlamda odak öğrencilerin yaptıkları çıkarımlarla ve çözüm yollarıyla elde edilen veriler Şekil 3.65'te gösterilmiştir.



Şekil 3.65. *Ceren, Halil ve Osman'ın ikinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırma konusunda kullandıkları eylemler*

İkinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere Tablo 3.4'te gösterilen cebirsel ifadeler verilmiştir. Cebirsel ifadelerin değişken, terim, sabit terim ve katsayı kavramlarına karşılık gelen ifadelerin neler olduğu sorgulanmıştır. Ayrıca istenen kavramların ne anlama geldiği ve cebirsel ifadede neyi ifade ettiği de sorgulanmıştır.

Tablo 3.4. *İkinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan değişken, terim, sabit terim ve katsayı kavramlarına yönelik sorular*

	2.x+7.y	4.a-10.b-16	2xy-z-1
Değişken			
Terim			
Sabit Terim			
Katsayı			

Şekil 3.65'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Osman, ilk olarak verilen kavramların ne anlama geldiğini açıklamıştır. Değişken kavramı için; ne olduğu bilinmeyen, x, a, b, ■ , ● gibi her sayıyı alabilen harflerin ve sembollerin olduğunu ifade etmiştir. Terim kavramını ise, cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işleminin ayırdığı bölümler olarak tanımlamıştır. Sabit terim kavramını ise, değişkeni olmayan terimler biçiminde ifade etmiştir. Son olarak katsayı kavramını da, terimin değişkenden

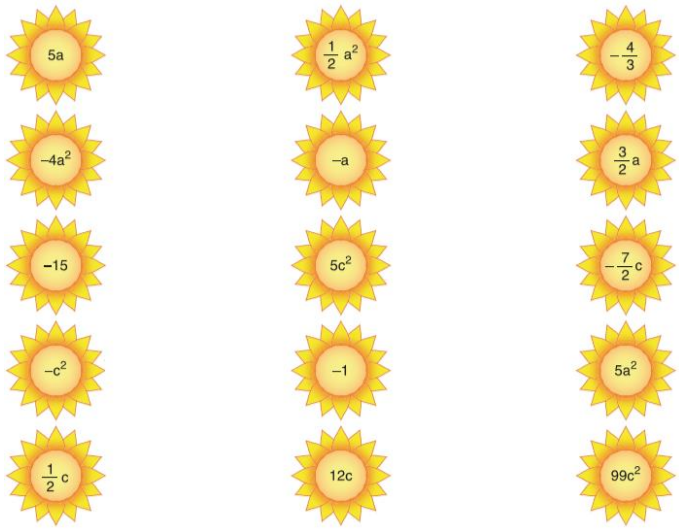
ayrılmış hali, yalnızca sayılar şeklinde dile getirmiştir. Katsayı kavramının tanımını değişkenin kaç katı olduğu şeklinde ifade edememiştir. Katsayı kavramının tanımında eksiklikler vardır, ancak verilen ifadelerin katsayılarını doğru biçimde yazabilmiştir. Verilen cebirsel ifadelerde istenen tüm kavramları doğru şekilde ifade etmiştir. Örneğin, 4.a-10.b-16 cebirsel ifadesinde sabit terim kavramı için, *"Burada a ve b değişkenleri var. Ama -16'da sadece sayı var, değişken yok."* ifadelerini kullanarak sabit terimin -16 olduğunu dile getirmiştir. Yine verilen 2xy-z-1 cebirsel ifadesinde katsayı kavramı için, her bir terimin katsayısını sırayla 2, -1, -1 olarak doğru biçimde ifade etmiş, burada -z terimi için önünde gizli 1 olduğunu dolayısıyla katsayısının -1 olacağını dile getirmiştir.

Şekil 3.65'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Halil, ilk olarak verilen kavramların ne anlama geldiğini açıklamıştır. Değişken kavramı için; bilinmeyen bir sayı, belli olmayan, harf ya da sembollerle gösterilebilen ifadelerini kullanmıştır. Terim kavramını ise, *"+'lardan bölerek baktığımızda bir tarafında bir sayı, diğer tarafında bir sayı"* biçiminde ifade etmiş ve burada toplama ve çıkarma işlemlerine göre cebirsel ifadenin bölümlere ayrıldığını anlatmıştır. Sabit terim kavramını ise, değişken içermeyen sayılar olarak tanımlamıştır. Son olarak katsayı kavramında ise, değişken olmadan sayıların önündeki işaretle birlikte yazılması gerektiğini dile getirmiştir. Benzer şekilde Halil de katsayı kavramını, değişkenin kaç katı olduğu şeklinde ifade edememiştir. Katsayı kavramını tam olarak doğru ifade edememiştir. Ancak verilen cebirsel ifadelerde katsayıları doğru şekilde gösterebilmiştir. Örneğin, Tablo 3.4'te verilen 2xy-z-1 cebirsel ifadesinde katsayı kavramı için, her bir terimin katsayısını sırayla +2, -1, -1 olarak doğru biçimde ifade etmiştir. Benzer şekilde Tablo 3.4'te verilen diğer cebirsel ifadelerin de istenilen kavramlarını doğru şekilde yazabilmiştir.

Şekil 3.65'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Ceren de, ilk olarak verilen kavramların ne anlama geldiğini açıklamıştır. Değişken kavramı için, sayının önündeki harfler olduğunu ifade etmiştir. Ceren değişken kavramının tanımında, bilinmeyen ya da belli olmayan ifadelerini kullanmamıştır. Terim kavramı için, *"İşaretin sağında ve solunda olanlar"* ifadesini kullanarak cebirsel ifadeyi verilen örneklerde doğru biçimde bölümlere ayırabilmiştir. Ancak Ceren, bazı örneklerde cebirsel ifadelerdeki terimleri ifade ederken işaretlerini almayı unutmuştur. Sabit terim kavramını da, önünde harf olmayan ifadesi ile tanımlamıştır. Örneğin, etkinlikte verilen örneklerden 2x+7y cebirsel ifadesinde sabit terimi ararken, *"Harf olmayan yok yani sabit terim yok"* şeklinde yanıt vermiştir. Benzer şekilde verilen 4a-10b-16 cebirsel ifadesinde, *"4a'da*

harf var. 10b'de harf var. -16'da harf yok o zaman sabit terim -16'dır" ifadelerini kullanarak sabit terimi doğru biçimde yazmıştır. Ceren, sabit terim kavramını değişken içermeyen terim olarak ifade etmese de kendi kullandığı ifadelerle verilen örneklerde doğru şekilde yanıtlayabilmiştir. Son olarak katsayı kavramını da, harfin önündeki sayı olarak ifade etmiştir. Ceren de diğer odak öğrenciler gibi katsayı kavramını tam anlamıyla ifade edememiştir. Tanımlama anlamında katsayı kavramında eksiklikleri gözlenmiştir. Ancak Tablo 3.4'te verilen cebirsel ifadelerde katsayıları doğru şekilde göstermiştir. Yalnızca verilen 2xy-z-1 cebirsel ifadesinde katsayı kavramını ifade ederken, 2xy teriminin katsayısını +2 ve -1 terimini katsayısını da -1 olarak yanıtlamış ancak -z teriminin katsayısını göz ardı etmiştir.

İkinci ara klinik görüşmede benzer terim kavramını sorgulamak amacıyla ikinci soru olarak, odak öğrencilere Şekil 3.66'da gösterilen cebirsel ifadeler verilmiş ve karşılarında yazan cebirsel ifadelerle benzer olan terimleri eşleştirmeleri istenmiştir.



Şekil 3.66. *İkinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan benzer terim kavramına yönelik sorular*

Şekil 3.65'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Osman, ilk olarak benzer terim kavramını, *"Değişkeni, katı aynı olan ve ikisi de pay ya da paydada olursa benzer terimdir"* şeklinde ifade etmiştir. Burada katı ifadesini sonradan *"üssü aynı olmalı"* şeklinde yeniden düzenlemiştir. Şekil 3.66'da gösterilen cebirsel ifadelerde $-4a^2$ ifadesi için, karşısındaki terimlerde a değişkenini ve üssünde 2 kuvvetini arayarak $\frac{1}{2}a^2$ ve $5a^2$ terimlerini benzer terim olarak doğru biçimde eşleştirmiştir. Benzer şekilde -15 terimi için, değişken içermediğini dolayısıyla benzer terimi için de değişken

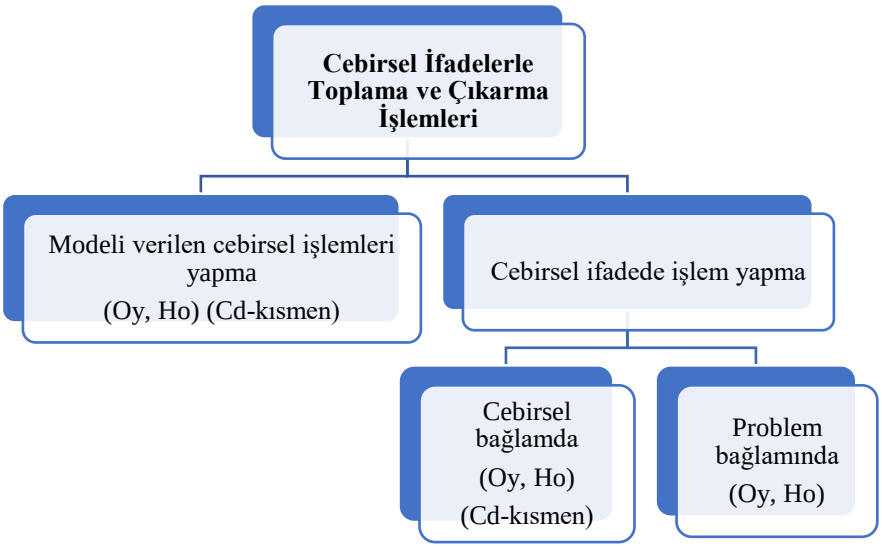
içermeyeceğini dile getirmiş, karşısındaki -1 ve $-\frac{4}{3}$ terimleriyle doğru şekilde eşleştirmiştir. Yine Şekil 3.66'da verilen diğer cebirsel ifadeleri de benzer terimleri ile doğru biçimde eşleştirmiştir.

Şekil 3.65'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Halil ilk olarak, *"Her ikisinde aynı değişkenler içermesidir. Üç tane kuralı var. Üsleri aynı olacak, ikisi de aynı pay veya paydada olacak ve her iki sayı da benzer olacak"* ifadelerini kullanarak benzer terim kavramını dile getirmiştir. Şekil 3.66'da gösterilen cebirsel ifadelerde $-4a^2$ ifadesi için, üssünü 2 arayacağını ve değişkenlerin de aynı harf olması gerektiğini ifade ederek benzer olarak $\frac{1}{2}a^2$ ve $5a^2$ terimlerine eşleştirme yapmıştır. Benzer şekilde verilen diğer cebirsel ifadeleri de benzer terimleri ile doğru şekilde eşleştirebilmiştir.

Şekil 3.65'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Ceren de benzer terim kavramını, *"Harf ve üssü aynı olmalı"* ifadelerini kullanarak tanımlamıştır. Benzer terim olabilmesi için belirlenen kurallardan, verilen terimlerde değişkenin aynı pay ya da paydada bulunma durumunu ifade etmemiştir. Şekil 3.66'da gösterilen cebirsel ifadelerde 5a ifadesi için, harfinin aynı olması gerektiğini ifade ederek benzer olarak -a terimine eşleştirme yapmıştır. Verilen -15 ifadesi içinde "Burada harf yok benzerinde de harf olmayacak" ifadelerini kullanarak benzer olan terimleri, karşısındaki -1 ve $-\frac{4}{3}$ terimleriyle doğru şekilde eşleştirmiştir. Benzer şekilde verilen diğer cebirsel ifadeleri de benzer terimleri ile doğru şekilde eşleştirebilmiştir.

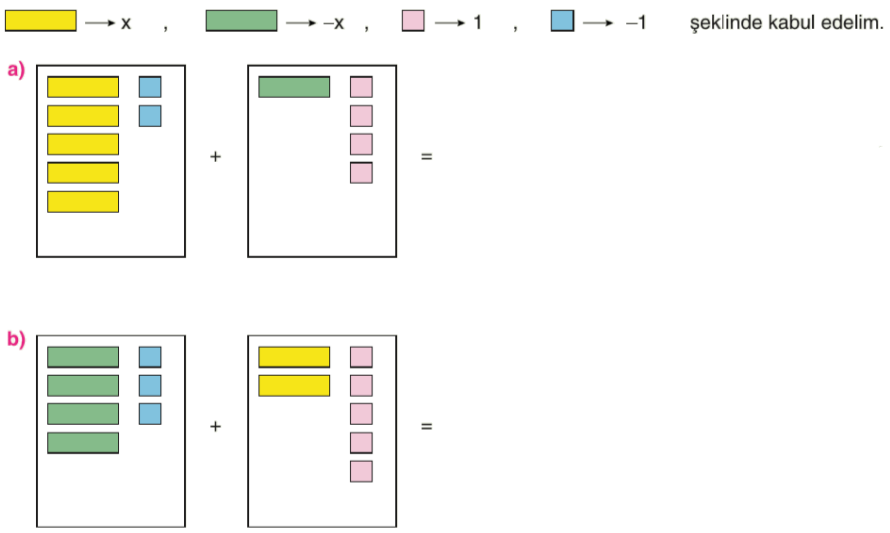
3.6.2. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri

Ara klinik görüşmede ikinci olarak cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri başlığı altında odak öğrencilerin verilen ifadelerde benzer terimlere dikkat ederek toplama ve çıkarma işlemlerini nasıl yapılandırdıklarını öğrenme amaçlı sorular yöneltilmiştir. Bu bağlamda odak öğrencilerin yaptıkları çıkarımlarla ve çözüm yollarıyla elde edilen veriler Şekil 3.67'de gösterilmiştir.



Şekil 3.67. *Ceren, Halil ve Osman'ın ikinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerinde kullandıkları eylemler*

İkinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere Şekil 3.68'de gösterilen modellemeler ve bu modellemelere karşılık gelen cebirsel ifadeler sunulmuştur. Odak öğrencilerden verilen modellemeleri kullanarak yine Şekil 3.68'de verilen modelleme soruları yönlendirilmiş ve aralarındaki toplama işlemini cebirsel olarak ifade etmeleri istenmiştir.



Şekil 3.68. *İkinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi için verilen modellemeler ve modellemeleri kullanmalarına yönelik hazırlanan sorular*

Şekil 3.67'de görüldüğü gibi odak öğrencilerden Osman, ilk olarak Şekil 3.68'de verilen her bir modellemenin neyi ifade ettiğini doğru biçimde dile getirmiştir. Ardından Şekil 3.68'de yönlendirilen ilk soru için, *"5 tane pembe dikdörtgen olduğu*

için her biri x, o yüzden toplayınca 5x olur. 2 mavi kare var, -1'di toplayınca -2 olur. Mor dikdörtgen var -x olur. Önünde gizli 1 var, -1x. Yeşil kutu 1'di. Burası 4 olur işareti +" ifadelerini kullanarak verilen her bir modelleme için cebirsel ifade biçiminde karşılığını dile getirmiştir. (5x-2)+(-x+4) şeklinde cebirsel ifade biçiminde işlemleri yazmıştır. Bu ifadede benzer olan terimler arasında işlem yapabileceğini dile getirmiş ve toplama işlemi sonucunu +4x+2 biçiminde doğru olarak hesaplamıştır. Burada yazılan +4x ve +2 terimleri için de benzer terim olmadıklarından aralarında toplama işlemi yapamayacağını, dolayısıyla işlem sonucunun +4x+2 şeklinde kalacağını ifade etmiştir. Benzer olarak Şekil 3.68'de verilen ikinci modelleme sorusu için de, aynı yorumlarda bulunarak (-4x-3)+(+2x+5) işlemlerini oluşturmuştur. Bu işlemde de benzer terimlere dikkat ederek yanıtı -2x+2 şeklinde doğru biçimde kolayca ifade etmiştir.

Şekil 3.67'de görüldüğü gibi odak öğrencilerden Halil, Şekil 3.68'de verilen her bir modellemenin ne anlama geldiğini ifade etmiştir. Ardından Şekil 3.68'de verilen ilk soru için, *"Pembe olanlar x ile gösterilmiş. Burada 5 tane x var. Maviye baktığımızda -1 ile gösterilmiş. -2 olur. Burada da -x+4 olur"* ifadelerini kullanarak verilen her bir modellemeyi cebirsel ifade biçiminde yazmıştır. (5x-2)+(-x+4) şeklinde işlemlerini oluşturmuştur. Bu ifadede benzer terimler arasında yapılan işlemlere dikkat ederek yanıtı 4x+2 olarak ifade etmiştir. Benzer şekilde Şekil 3.68'de verilen ikinci modelleme sorusu için de, modellemeleri ifade ettikten sonra (-4x-3)+(2x+5) işlemlerini oluşturmuş ve sonucunu da -2x+2 şeklinde doğru biçimde ifade etmiştir.

Şekil 3.67'de görüldüğü gibi odak öğrencilerden Ceren, Şekil 3.68'de verilen her bir modellemenin ne anlama geldiğini ifade etmiştir. Ardından Şekil 3.68'de verilen ilk soru için, *"Pembeleri x ile gösteriyor. O yüzden bunların hepsi x'tir. Mavilerin 1 tanesi -1'miş. Burada -1 olur. (5x-2) olur. Mor -x'miş. Yeşiller de 1. -x 4"* ifadelerini kullanarak verilen her modellemeyi cebirsel olarak ifade etmiştir. Yalnızca ikinci cebirsel ifadede 4 teriminin işaretini + olarak ifade etmemiştir ancak modellemeleri cebirsel ifade olarak (5x-2)+(-x+4) biçiminde yazabilmiştir. Toplama işlemi yaparken neye dikkat etmesi gerektiği sorgulandığında ise Ceren, benzer terimlere bakacağını ifade etmiştir. -x ve 5x'i toplarken -5x yanıtını vermiştir. Bu noktada kaç tane -x olduğu sorulmuş ve Ceren, 1 tane olduğunu dolayısıyla -x'in önünde 1 olacağını ifade etmiştir. 5x-1x şeklinde cebirsel ifadeyi yazdıktan sonra hesaplamayı yeniden yapmış ve emin olamamakla birlikte önce -4x daha sonra -6x yanıtını vermiştir. Burada Ceren'in benzer terimler arasında toplama ve çıkarma işlemlerinde hata yaptığı ve eksikleri olduğu

görülmüştür. Verilen diğer -2 ve +4 terimleri için de, *"-2 ile +4 benzer. Büyüğün işaretini alırız. + çıkarırız 2. O yüzden +2"* ifadeleriyle toplama işlemini doğru şekilde yapabilmiştir. Benzer olarak Şekil 3.68'de verilen ikinci modelleme sorusu için de, ilk modelleme için -4x-3, ikinci modelleme için de 2x+5 cebirsel ifadelerini oluşturmuştur. Ardından benzer terimlere bakarak toplama işlemi yapacağını dile getirmiş ve *"Benzer terimlere bakarız. 4x 2x var. İşaretlere bakarız. Çıkarırız. -2x. +5 -3 kaldı. İşaretler + ve – yani farklı. Çıkarırız. +2. Sonuç -2x+2 olur"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasındaki işlemleri doğru biçimde hesaplayabilmiştir.

İkinci ara klinik görüşmede modelleme üzerinde verilen toplama ve çıkarma işlemlerinden sonra odak öğrencilere sunulan etkinlikte aşağıda gösterilen cebirsel ifadeler verilmiş, verilen bu ifadeler arasında toplama ve çıkarma işlemlerini yaparak en sade hallerini hesaplamaları istenmiştir.

a) 2x+5x-6x=
b) -10x+5+2x-9=
c) (6a-12b)+(-8a+6b)=
d) 5y-(-6y+8)=
e) (13x+14)-(9x-2)=
f) $3x^2$+5y-x^2=

Verilen bu sorular için odak öğrencilerden Osman, ilk olarak toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken benzer terim olmalarına bakacağını ifade etmiştir. Verilen a şıkkındaki örnek için, her terimin benzer olduğunu ifade ederek önce 2x ile 5x'i toplamış, 7x sonucunu bulmuş, ardından 6x'i de çıkararak yanıtı 1x olarak ifade etmiştir. Verilen b şıkkındaki örnek için de, *"-10x ile +2x ve +5 ile -9 var benzer terim. -10x+2x=-8x olur. +5-9=-4, 8x-4 olur işlem böyle kalır. Devam edemez"* ifadelerini kullanarak benzer terimlere arasındaki işlemlere dikkat etmiş ve yanıtı doğru şekilde hesaplayabilmiştir. Verilen d şıkkındaki örnekte ise çıkarma işlemi olmasına dikkat ederek, *"Aradaki eksiyi dönüştürürüz. +5y aynı kalır. İlk baştakiler aynı kalır. -6y + olur. +8 de -8 olur dönüşür. 5y+(+6y-8)=11y-8, -8 in benzeri yok o direkt kalır"* ifadeleriyle çıkarma işlemini toplama işlemine dönüştürmüş, sonra da benzer terimlere arası işlemlere dikkat ederek yanıtı doğru şekilde ifade etmiştir. Verilen f şıkkındaki örnekte ise, $3x^2$ ve -x^2 terimlerinin benzer olduğu ifade ederek ikisi arasında işlem yapmış ve $2x^2$ olarak sonucu hesaplamıştır. Ardından +5y terimine benzer bir terim olmadığını söyleyerek bir işlem yapılmayacağını dile getirmiş ve yanıtı $2x^2$+5y

biçiminde ifade etmiştir. Böylece Osman, verilen tüm cebirsel ifadelerdeki toplama ve çıkarma işlemlerini doğru şekilde yapabilmiş ve çözümlerinin nasıl yapıldığını ifade etmiştir.

Verilen bu sorular için odak öğrencilerden Halil, ilk olarak verilen cebirsel ifadeler arasında toplama ve çıkarma işlemi yapabilmek için benzer terim olup olmadıklarına bakacağını ifade etmiştir. a şıkkında verilen örnek için her terimin benzer olduğunu dile getirerek, *"Toplarsak +7x olur. -6x'i çıkardığımızda +1x olur"* ifadeleriyle doğru yanıtı vermiştir. Benzer şekilde verilen b şıkkındaki örnek için, *"-10x'ten +2x'i çıkardığımızda -8x. +5'ten -9'u çıkardığımızda -4. -8x-4 benzer terim değil işlem yapılmaz böyle olur"* ifadeleriyle benzer terimler arasında işlemler yapıp yanıtı doğru biçimde hesaplamıştır. Verilen d şıkkındaki örnek için de ilk olarak çıkarma işlemini toplama işlemine dönüştürmüş ve *"Çıkarma işlemini toplama işlemi yaparız. 5y+(+6y-8) parantezin içi -6y den +6y oldu, +8'den -8 oldu. Şimdi benzer terimlere dikkat etmeliyiz. 5y ile 6y'nin toplamı 11y. +11y-8"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında işlemleri yaparak doğru yanıta ulaşmıştır. Benzer şekilde verilen d ve e şıkkındaki örnekler için de aynı işlemleri yaparak doğru yanıtı vermiştir. Halil'in yaptığı işlemlere ve yorumlara göre cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini doğru biçimde yaptığı görülmektedir.

Verilen bu sorular için odak öğrencilerden Ceren, ilk olarak cebirsel ifadelerdeki toplama ve çıkarma işlemlerinde benzer terimlere dikkat edilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Verilen a şıkkındaki örnek için, ilk olarak terimlerin işaretlerini göz ardı edip katsayılarını toplayarak 14'ü hesaplamıştır ve 14x olarak sonucu dile getirmiştir. Bu noktada işaretlere bakılması gerektiği hatırlatıldığında yeniden soruyu inceleyerek +7x-6x işlemlerinden 1x sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde verilen b şıkkındaki örnek için de, 10x ve 2x terimlerinin benzer olduğunu ifade etmiş ve -10x+2x işlemlerine ilk olarak 12x yanıtını vermiştir. İşlemlerde neye dikkat edileceği sorgulandığında ise işaretlere bakacağını dile getirmiş ve soruyu yeniden inceleyerek "İşaretler farklıysa çıkarıyoruz. -8x olur" ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında doğru şekilde işlem yapabilmiştir. Verilen diğer benzer terimler için de +5-9 işleminden -4 yanıtına ulaşmıştır. Sorunun yanıtı olarak -8x-4 cebirsel ifadesini hesaplamıştır. Verilen bu ifade arasında işlem yapılıp yapılamayacağı sorulduğunda ise, benzer terim olmadıklarını dolayısıyla sonucun bu şekilde kalacağını ifade etmiştir. Verilen e şıkkındaki örnek için Ceren, çıkarma işleminde artıyı eksiye, eksiyi artıya dönüştüreceğini dile getirmiştir.

(13x+14)-(9x-2) işleminde dönüştürmeleri yaparak (13x+14)+(9x+2) cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Burada 9x teriminin işaretini değiştirmeyi unutmuştur. İşlemlerine devam ederken benzer terimlere bakması gerektiğin unutmuş ve 13x+14 işlemini 27x olarak yazmıştır. Sonradan benzer terimler arasında işlem yapabileceğini ifade etmiş ve yeniden işlemleri düzenlemeye gitmiştir. 13x ile 9x'in benzer olduğunu ifade ederek aralarında çıkarma işlemi yapmış, sonucu 4x olarak yazmıştır. Geriye kalan 14 ve +2 terimlerini de toplayarak +16 bulmuştur. Sorunun yanıtını 4x+16 biçiminde ifade etmiştir. Ceren burada çıkarma işlemini tam anlamıyla toplama işlemine dönüştürememiş ancak yaptığı işlemlerle tesadüfi olarak doğru yanıta ulaşmıştır. Verilen f şıkkındaki örnek için, *"$3x^2$ ile -x^2 var benzer. Bunları çıkartırız. -$3x^2$ gelir. 3x gelir. 3x yazar. 3x+5y var. Böyle kalır"* ifadelerini kullanarak benzer iki terimi görebilmiş, ancak bu benzer iki terim arasındaki işlemi doğru şekilde yapamamıştır. Yaptığı işlemlerde x^2 terimini kullanmamıştır. Ceren'in yaptığı işlemlere ve yorumlara göre cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri konusunda bazı hataları ve kavram yanılgıları olduğu görülmüştür. Konuyu tam anlamıyla kavrayamamış dolayısıyla verilen örnekleri eksik ya da hatalı çözmüştür.

İkinci ara klinik görüşmede odak öğrencilerin cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerini tam anlamıyla kavrayıp kavramadıklarını görmek amacıyla problem bağlamında Şekil 3.69'da gösterilen üçgen ve bazı kenar uzunlukları verilmiştir. Verilen ABC üçgeninin çevre uzunluğu 20 birim olarak verilmiş ve odak öğrencilerden üçgenin AB kenar uzunluğunu cebirsel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Sunulan bu örnek için öğrencilerin, cebirsel ifadeler arasında toplama ve çıkarma işlemlerini birlikte yapmalarını gerekmektedir.

Şekil 3.69. *İkinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi için verilen üçgen modellemesi*

Şekil 3.69'da gösterilen örnek için odak öğrencilerden Osman, istenen kenar uzunluğunu bulmak için verilen diğer iki kenar uzunluğunu toplayıp çevre uzunluğundan çıkaracağını ifade etmiştir. (2y-8)+(10-3y) toplama işlemini yazarak 2y

ile -3y terimlerinin benzer olduğunu dile getirmiş ve sonucu -1y, -8 ile +10 terimlerinin de benzer olduğunu dile getirerek sonucu +2 olarak ifade etmiştir. Böylece verilen iki kenarın toplam uzunluğunu -1y+2 olarak bulmuştur. Ardından 20-(-1y+2) çıkarma işlemini yazmış ve ilk olarak toplama işlemine dönüştürmüş, +20+(+1y-2) cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Bu cebirsel ifade de benzer terimler arasında işlem yaparak AB kenar uzunluğunu +18+1y biçiminde doğru şekilde ifade etmiştir. Görüldüğü gibi odak öğrencilerden Osman için, cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini gerek cebirsel olarak gerekse problem bağlamında ele alındığında doğru şekilde kavradığı görülmüştür.

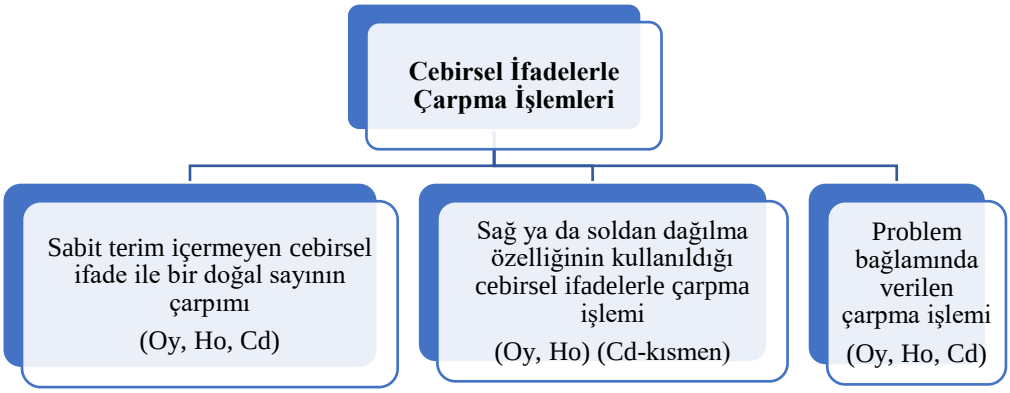
Şekil 3.69'da gösterilen örnek için odak öğrencilerden Halil, ilk olarak verilen iki kenar uzunluklarını toplamıştır. (2y-8)+(10-3y) işlemi için, *"-3y'den +2y'yi çıkardığımızda -1y kalır. +10'dan da -8'i çıkardığımızda +2 kalır. -1y+2 bulduğumuz iki kenarın toplamı oldu"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasındaki işlemleri yapıp iki kenar uzunluğu toplamını cebirsel ifade olarak yazabilmiştir. Ardından toplam uzunluk olan 20 birimden iki kenar uzunluk toplamını çıkaracağını ifade ederek, (+20)-(-1y+2) işlemini yazmıştır. Buradaki çıkarma işlemini toplama işlemine dönüştürerek (+20)+(+1y-2) ifadelerini oluşturmuş ve toplama işlemini yaparak +1y+18 cebirsel ifadesi şeklinde AB kenar uzunluğunu doğru biçimde ifade etmiştir. Benzer şekilde odak öğrencilerden Halil için de, cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini gerek cebirsel olarak gerekse problem bağlamında ele alındığında doğru şekilde kavradığı söylenebilir.

Şekil 3.69'da gösterilen örnek için odak öğrencilerden Ceren, ilk olarak verilen üçgeni ikizkenar üçgene benzetmiş ve AC ile AB kenarlarının eşit olduğunu söylemiştir. Ancak burada Ceren'e, üçgenin kenarlarının eşitliği hakkında hiçbir bilgi verilmediği için bu şekilde çözüm getiremeyeceği söylenmiş ve başka şekilde AB kenar uzunluğunu bulup bulamayacağı sorgulanmıştır. Üçgenin çevresini kenarlarını toplayarak bulabileceğini ifade etmiş ve verilen iki kenar uzunluğunu toplama işlemine geçmiştir. Benzer terimler arasında işlem yapacağını dile getiren Ceren, 2y-3y işlemi için -5y sonucunu yazmıştır. Ceren burada terimlere arasında toplama işlemini yapamamaktadır. Terimlerin işaretleri aynı ya da farklı olunca hangi işlemlerin uygulanması gerektiğini bilmediği görülmüştür. Ceren'in cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini gerek cebirsel olarak gerekse problem bağlamında ele alındığında

tam anlamıyla kavrayamadığı, bazı kavram yanılgılarının bulunduğu dolasıyla soruların çözümlerini doğru biçimde yapamadığı görülmüştür.

3.6.3. Cebirsel ifadelerle çarpma işlemleri

Ara klinik görüşmede üçüncü olarak cebirsel ifadelerle çarpma işlemleri başlığı altında odak öğrencilere verilen, cebirsel olarak ve problem bağlamında ele alınan ifadelerde odak öğrencilerin çarpma işlemlerini nasıl yapılandırdıklarını öğrenme amaçlı sorular yöneltilmiştir. Bu bağlamda odak öğrencilerin yaptıkları çıkarımlarla ve çözüm yollarıyla elde edilen veriler Şekil 3.70'te gösterilmiştir.



Şekil 3.70. *Ceren, Halil ve Osman'ın ikinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadelerle çarpma işlemlerinde kullandıkları eylemler*

İkinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadelerle çarpma işlemleri başlığı altında, odak öğrencilerden sabit terim içeren ve içermeyen cebirsel ifadeler ile verilen doğal sayıyı çarpmaları istenmiştir. Ayrıca sabit terim içeren cebirsel ifadelerle verilen doğal sayıyı çarpma işlemlerinde ise sağ ya da soldan dağılma özelliğini doğru şekilde uygulayıp uygulamadıkları sorgulanmıştır.

Şekil 3.70'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Osman, verilen 3.5x örneği için, *"Önce 3 ile 5'i çarparız. Değişken çarpılmaz çünkü onu en arkaya koyarız. 15x olur"* ifadelerini kullanarak öncelikle katsayıları çarpmış ve işlemin yanıtını doğru şekilde hesaplamıştır. Verilen 4.(2x-10) örneği için de, 4 doğal sayısını önce 2x'e sonra -10'a dağıtarak çarpma işlemlerini yapacağını ifade etmiş ve sonucu 8x-40 biçiminde hesaplamıştır. Benzer şekilde verilen (10x+5).5 örneği için, *"Burada çarpma sonra ama çarpım sırası değişmez önce 10x ile sonra +5 ile çarparız. Çünkü parantezde soldan sağa doğru dağıtılıyor"* ifadelerini kullanarak dağılma özelliğinin işlem önceliğinde olduğu gibi soldan sağa doğru ilerleyeceğini dile getirmiş ve 5'i cebirsel ifadeye

dağıtarak yanıtı 50x+25 biçiminde yazmıştır. Osman, benzer şekilde verilen sabit terim içeren ya da içermeyen diğer örnekleri de doğru şekilde yanıtlamıştır.

Şekil 3.70'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Halil, verilen 3.5x ve -6x.10 örneklerini direkt katsayılarını çarparak 15x ve -60x şeklinde yanıtlamıştır. Verilen 4.(2x-10) örneği için, ilk olarak *"Burada 20x var. Çarpı 4 80x olur. 10 ile 2'yi çarpıyoruz 20x. 4'le çarpıyorum 80x"* ifadelerini kullanarak benzer terimlere bakmadan parantez içindeki terimler arasında işlem yapmış ve yanlış sonuca ulaşmıştır. Ancak buradaki hatasını kendisi fark etmiş ve *"2x'ten 10 çıkmaz. 4'ü önce 2x ile sonra 10 ile çarparız. 4'le 2x'i çarparım 8x. 8x-40"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında işlem yapılamayacağını görmüş ve çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanarak doğru yanıta ulaşmıştır. Benzer şekilde verilen (-7-7x).2 örneğinde de, dağılma özelliğinin her zaman soldan sağa doğru olduğunu ifade etmiş ve 2'yi önce -7'ye sonra -7x'e çarpma işlemi ile dağıtmış sonucu -14-14x olarak hesaplamıştır.

Şekil 3.70'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Ceren, verilen 3.5x örneği için, *"5'le 3'ü çarparsak 15 x'i de yanına yazarız. 15x"* ifadelerini kullanarak yanıtı doğru şekilde dile getirmiştir. Benzer şekilde verilen 4.(2x-10) örneğinde ise, dağılma özelliğini kullanacağını dile getirerek, *"4'ü 2'ye dağıtırsak 8x olur. Ortada – var. 4'ü -10'a dağıtırız. -40. 8x-40"* ifadeleriyle doğru sonuca ulaşmıştır. Verilen (10x+5).5 örneği için de, dağılma özelliğini doğru biçimde kullanmış ve yanıtı 50x+25 olarak ifade etmiştir. Son olarak verilen (-7-7x).2 örneğinde ise yine dağılma özelliğini kullanarak, *"2'yi 7'ye dağıtırız 14x. Eksi var. -14. 14x- -14"* ifadeleriyle işlemlerini gerçekleştirmiş ancak terimlerin işaretleri konusunda hatalar yapmıştır. Bu örnek için doğru sonucu tam anlamıyla ifade edememiştir. Ceren cebirsel ifadelerde toplanma ve çıkarma işlemlerinde, bir doğal sayı ile cebirsel ifadenin çarpımı işlemlerine göre daha çok zorlanmıştır. Her ne kadar çarpma işleminde dağılma özelliğini uygulayabilse de Ceren'de gözlenen en önemli bulgu özellikle benzer terimler ile toplama ya da çıkarma yaparken, kısmen de dağılma özelliğini uygularken işaret hataları yapmasıdır.

İkinci ara klinik görüşmede cebirsel ifadelerle çarpma işlemleri başlığı altında, odak öğrencilere problem bağlamında cebirsel ifadelerle çapma işlemi içeren soru yönlendirilmiştir. Soru şu şekildedir: *"Bir sınıfta (3x+6) tane öğrenci geziye katılacaktır. Gezi ücreti kişi başı 50tl olduğuna göre, sınıftan gezi için kaç tl toplanmıştır?"* Öğrencilerden ilk olarak soruyu okuyup analiz etmeleri, sorunun çözüm

yolunu ifade etmeleri istenmiş ve problem bağlamında verilenleri cebirsel olarak ifade ederek çarpma işlemini yapmaları beklenmiştir.

Şekil 3.70'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Osman, soruyu okumuş ve *"Bilet 50 tl ise x yerine 50'yi getiririz. Çünkü x fiyatı belirtiyor. 50 ile 3'ü çarpacağız sonra +6 ekleyeceğiz"* ifadelerini kullanmış ancak burada Osman'ın soruyu tam anlamıyla kavrayamadığı görülmüştür. 3x+6 olarak verilen cebirsel ifadenin öğrenci sayısını ifade ettiğini anlayamamış ve x değişkeni yerine 50 sayısını yazarak işlemler yapmıştır. Osman'a hatasını sezdirebilmek amacıyla içinde değişken bulunmayan ifadelerle sorular yöneltilmiştir. Bilet 50 tl olduğunda ve geziye 2 kişi katıldığında toplam ne kadar ücret toplanacağı sorulmuştur. Bu durumda Osman, 100 tl yanıtını vermiştir. Benzer şekilde 4 kişi katılsaydı ne olacağı sorgulandığında da 200 tl olarak doğru yanıtı vermiştir. Burada yaptığı işlemlerde toplam parayı nasıl bulduğu sorulmuş ve Osman, her seferinde kaç kişi varsa onunla çarptığını, "Kaç öğrenci varsa o kadar 50 tl yaparak, toplayarak veya o ikisini çarparak" ifadeleriyle dile getirmiştir. Soruda verilenlere göre kaç kişi olduğu sorulmuş ve Osman da 3x+6 öğrenci olduğunu dile getirmiştir. Bu durumda, kişi sayısını 50 ile çarpacağını ifade etmiş ve (3x+6).50 cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Cebirsel ifadede çarpma işlemini yaparken de, *"Önce 3 ile 50'yi çarparız 150 eder. 6 ekleriz 156 eder"* ifadelerini kullanmış ancak sonradan burada hata yaptığını kendisi fark etmiştir. 50 sayısını parantez içine dağıtarak 150x+300 cebirsel ifadesiyle doğru yanıta ulaşmıştır. Ayrıca Osman'a bulduğu sonuçlardan 156 ile 150x+300 ifadelerini karşılaştırması istenmiş ve Osman, *"156 yanlış. Çünkü o zaman 3 kişi katılmış olur bir de 6 tl olur tam olmaz"* ifadeleriyle 156 yanıtının yanlış olduğunu dile getirmiştir.

Şekil 3.70'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Halil, soruyu okumuş ve Osman'ın düşündüğü gibi ilk olarak *"Gezi için 50 tl ise 3 ile 50'yi çarparız. +6 yazarız. 150+6= 156 olur"* ifadelerini kullanmış ve soruyu tam anlamıyla kavrayamadığı görülmüştür. Bu durumda Halil'den soruda verilenleri tekrar etmesi istenmiştir. Yaptığı hatayı fark eden Halil yeniden düzenlemeleri yaparak, *"O zaman 50'yi 3x+6'ya dağıtırız. Önce 50'yi çarpıyorum. 150x olur. 50 ile 6'yı çarptığımda +300 olur. 150x+300 olur"* ifadelerini kullanmış ve 150x+300 cebirsel ifadesi ile doğru yanıta ulaşmıştır. Burada 156 ile 150x+300 cebirsel ifadesinin aynı olup olmadığı sorulduğunda ise, ifadelerin aynı olmadığını dile getirmiş, çarpma işleminde paranteze ve işlem önceliğine dikkat etmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Şekil 3.70'te görüldüğü gibi odak öğrencilerden Ceren, soruyu okumuş ve çarpma işlemi yapması gerektiğini ifade etmiştir. Sorunun çözümünde Ceren, Osman ve Halil'in düştüğü hataya düşmemiştir. Neden çarpma işlemi yapacağı sorgulandığında ise, *"Çünkü gezi ücreti kişi başı 50 tl olduğuna göre bununla çarparız"* ifadelerini kullanarak 50.(3x+6) cebirsel ifadesini yazmıştır. Ardından bu cebirsel ifade ile çarpma işleminde dağılma özelliğini kullanacağını dile getirmiştir. 50 ile 3x cebirsel ifadesini çarparak 150x ifadesini yazmıştır. 50'yi 6'ya dağıtarak ilk önce 56 yanıtını vermiş ancak burada dağılma özelliğinde hangi işlemin uygulandığı sorulduğunda ise, çarpma işlemi yapacağını ifade etmiş ve yanıtını 50.6 işlemlerini yaparak 300 olarak değiştirmiştir. Böylece sorunun yanıtını 150x+300 olarak doğru biçimde yazabilmiştir.

3.7. İkinci Etap Tekrar Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular

Bu bölümde; dördüncü hafta uygulanan öğretim dizisi esnasında ve ikinci ara klinik görüşmeye ilişkin bulgular neticesinde, odak öğrencilerde bazı kavram yanılgılarına ve konu eksikliklerine rastlanması sebebi ile gerçekleştirilen öğretimlerde yer alan "6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapar" ve "6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar" kazanımlarını içeren tekrar niteliğinde bir öğretim planlanmıştır. Odak öğrencilerde oluşan kavram yanılgılarını düzeltmek ve konu eksikliklerini gidermek amacıyla planlanan bu öğretim, iki ders saati süresince sınıfta uygulanmıştır. İkinci etap öğretim dizisinde bir hafta boyunca uygulanan öğretim sürecinde öğrencilerin ilk zihinsel/fiziksel eylemleri, alınan kararlar ve öğretmen uygulamaları, öğrencilerin yeniden şekillenen zihinsel/fiziksel eylemleri başlıklarını içeren şekiller verilmiştir. Öğretim boyunca yapılan gözlemler ve öğrencilerin zihinsel/fiziksel eylemlerine göre alınan kararlar bu tekrar öğretim dizisinde uygulanmıştır ve süreç sonunda öğrencilerin zihinsel/fiziksel eylemleri yeniden incelenmiş, öğrencilerin gelişimi gözlenmiştir.

Bu uygulamada cebirsel ifadede terim, katsayı, değişken, sabit terim ve benzer terim kavramları üzerinde durulmuştur. Bu haftanın amacı, çalışma yapraklarında yer alan cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapabilmek, işlemleri modelleyerek anlamlandırabilmek ve bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpabilmektir.

3.7.1. Birinci ders saati

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ilk dersine, değişken ve cebirsel ifade kavramları sorgulanarak ve hatırlatılarak giriş yapılmıştır. Öğrencilerden Mukaddes değişken kavramı için, *"Sabit olmayan, sürekli değişen. İstediğimiz şeyin yerine koyabiliriz. Harfle, sembollerle gösterebiliriz"* ifadelerini kullanarak farklı gösterim şekillerinin olduğunu vurgulamıştır. Terim kavramı için de odak öğrencilerden Ceren, *"Harflerin önündeki sayılar. Mesela 5x ve 8y iki terimden oluşur"* ifadelerini kullanmış ancak harflerin önündeki sayı ifadesiyle katsayı kavramını karıştırmıştır. Verdiği örnekte Ceren, 5x+8y ifadesi için iki terimden oluştuğunu söyleyerek doğru ifade etmiştir. Ceren'de tanımlama kısmında bazı kavram yanılgıları görülmektedir. Odak öğrencilerden Halil ise terim kavramını, *"Toplama işleminin ayırdığı bölümler, iki terim"* şeklinde yeniden tanımlamıştır. Öğrencilerden Dilara sabit terim kavramı için, *"Değişken içermeyen terim"* ifadesiyle doğru şekilde tanımlamıştır. Katsayı kavramı için de odak öğrencilerden Osman, *"Terimlerin değişkenlerden ayrılmış hali. İşaretleri de alırız"* ifadesiyle her bir terimde değişkenin çarpıldığı sayı olduğunu dile getirmiştir.

Gerçekleştirilen ikinci etap öğretimin ilk dersinde öğrencilerde cebirsel ifade kavramları sorgulandıktan sonra Tablo 3.5'te gösterilen sorular yönlendirilmiş ve verilen her bir cebirsel ifadenin değişken, terim, sabit terim ve katsayı kavramlarına karşılık gelen ifadelerin neler olduğu sorgulanmıştır.

Tablo 3.5. *İkinci etap tekrar öğretim dizisinde öğrencilere sunulan değişken, terim, sabit terim ve katsayı kavramlarına yönelik sorular*

	5.x+8.y	4.a-b-2	2xy-5z-1
Değişken			
Terim			
Sabit Terim			
Katsayı			

Tablo 3.5'te verilen 5.x+8.y cebirsel ifadesinde değişken kavramını öğrencilerden Efsah, x ve y şeklinde doğru olarak ifade etmiştir. Terim kavramını ise öğrencilerden Esma, ilk olarak 5, 8, x, y şeklinde her bir ifadeyi ayrı ayrı ele almıştır. Ancak sınıftaki öğrenciler bu yanıtın yanlış olduğunu dile getirmişler ve öğrencilerden Dilara ifadenin, 5x ve 8y olmak üzere 2 terimden oluştuğunu dile getirmiştir. Sabit terim kavramını ise

öğrencilerden Arda, *"Bilinmeyen olmayan terim"* şeklinde tanımlamış ve ifadenin sabit terimi olmadığını ifade etmiştir. Son olarak katsayı kavramı için odak öğrencilerden Osman, *"Değişkenlerin çıkmış hali"* şeklinde tanımlamış ve +5, +8 olarak katsayıları yazmıştır.

Tablo 3.5'te verilen 4.a-b-2 cebirsel ifadesinde değişken kavramını öğrencilerden Semih, a ve b olmak üzere tamamlamıştır. Terim kavramını ise odak öğrencilerden Halil, 4a, -b ve -2 olmak üzere cebirsel ifadenin 3 terimden oluştuğunu ifade etmiştir. Sabit terim kavramı için de odak öğrencilerden Ceren, *"Değişken içermeyen terim"* şeklinde doğru olarak tanımlamış ancak 4 şeklinde yanlış yanıt vermiştir. Bunun üzerine 4a teriminin değişken içerip içermediği sorgulandığında Ceren, değişken içerdiğini ifade etmiştir. Ceren'in yaptığı işlemlerde cebirsel ifade kavramlarının tam olarak anlaşılmadığı görülmüştür. Ardından sınıftaki öğrenciler sabit terim kavramı için, *"4a değişken içeriyor a var. -b değişken içeriyor b var. -2 de değişken yok. Sabit terim -2"* ifadelerini kullanarak her bir terimin değişken içerip içermediğini kontrol etmişler ve yanıtı -2 olarak doğru biçimde ifade etmişlerdir. Katsayı kavramı için öğrencilerden Rauf, *"+4, -b'nin önünde gizli 1 var. -1 olur. Ve -2 olur"* ifadelerini kullanarak sırasıyla 4, -1 ve -2 yanıtlarını doğru olarak yazmıştır.

Tablo 3.5'te son olarak verilen 2xy-5z-1 cebirsel ifadesinde değişken kavramını öğrencilerden Eda, x, y, z şeklinde yanıtlamıştır. Terim kavramını ise öğrencilerden Abidin, 2xy, -5z ve -1 olmak üzere cebirsel ifadenin 3 terimden oluştuğunu ifade etmiştir. Sabit terim kavramı için de odak öğrencilerden Ceren'e her bir terimde değişken olup olmadığı sorulmuş ve Ceren, *"1. de var, 2. de var. 3. de yok o zaman sabit terim -1"* ifadelerini kullanarak sabit terimi doğru şekilde yazabilmiştir. Son olarak katsayı kavramını da odak öğrencilerden Halil, sırasıyla +2, -5 ve -1 şeklinde doğru biçime yanıtlamıştır.

Öğretimin ilk dersinde ikinci etkinlik olarak benzer terim kavramı sorgulanmıştır. Odak öğrencilerden Halil, *"Üstleri aynı olan, ikisi de pay veya paydada olan ve bilinmeyenleri aynı olanlar benzer terimdir"* ifadelerini kullanarak benzer terim kavramını doğru şekilde tanımlamıştır. Ardından öğrencilerin benzer terim kavramını tam anlamıyla öğrenip öğrenemediklerini sorgulamak amacıyla Şekil 3.71'de gösterilen cebirsel ifadeler sunulmuş ve öğrencilerden bu cebirsel ifadelerden benzer olanları eşleştirmeleri ve neden benzer olduklarını açıklamaları istenmiştir.

8a	$\frac{8}{a}$
$-5a^2$	88
-23	a^2
$-\frac{5}{a}$	-5a,

Şekil 3.71. *İkinci ara klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan benzer terim kavramına yönelik sorular*

İlk olarak öğrencilerden Berinay Şekil 3.71'de verilen 8a cebirsel ifadesine benzer terim olarak $\frac{8}{a}$ cebirsel ifadesini eşleştirmiştir. Ancak sınıftaki öğrenciler bu yanıtın yanlış olduğunu ifade etmişlerdir. Odak öğrencilerden Osman, *"Biri payda biri paydada, ikisi de aynı olması lazım"* ifadelerini kullanarak benzer terim olması için gerekli şartlardan birini söylemiştir. Bunun üzerine Berinay, soruyu yeniden düşünerek 8a cebirsel ifadesine benzer terim olarak -5a cebirsel ifadesini doğru şekilde eşleştirmiştir. Odak öğrencilerden Ceren, $-5a^2$ cebirsel ifadesine benzer terim olarak a^2 cebirsel ifadesini eşleştirmiş ve *"Harf olarak a var ikisinde de. Üstleri de 2"* ifadelerini kullanmıştır. Öğrencilerden Semih de, -23'e benzer terim olarak 88 terimini eşleştirmiştir. Odak öğrencilerden Halil bu soru için, *"İkisi de harf içermiyor. Değişken yok"* ifadelerini kullanarak doğru şekilde benzer terim olduklarını açıklamıştır. Son olarak odak öğrencilerden Osman ise, verilen $-\frac{5}{a}$ cebirsel ifadesine benzer terim olarak $\frac{8}{a}$ cebirsel ifadesini eşleştirmiş ve *"İkisinde de a var ve paydada. Kuvvetleri de aynı"* ifadelerini kullanarak benzer terim olduklarını doğru açıklamalarla dile getirmiştir. Sınıftaki öğrencilerin ve odak öğrencilerin yaptıkları çözümlere, yorumlara bakılarak benzer terim kavramının kavrandığını ve soruların kolay şekilde açıklanarak çözüldüğünü söyleyebiliriz.

3.7.2. İkinci ders saati

Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ikinci dersinde, "6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapar" ve "6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar" kazanımlarına yönelik beş etkinlik verilmiştir.

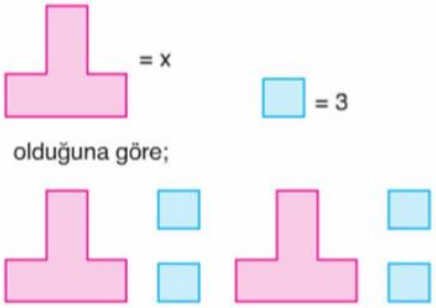
Öğretim sürecinde verilen ilk etkinlikte öğrencilerden, cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapmaları istenmiştir. Bu noktada benzer olan ve olmayan terimlere dikkat ederek toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları ve açıklamaları beklenmiştir. İlk olarak 10x+5x-6x cebirsel ifadesi verilmiş ve odak öğrencilerden Ceren, toplama işlemi için öncelikle benzer terimlere bakması gerektiğini ifade etmiş ve verilen her terimin benzer olduğunu söyleyerek önce 10x+5x toplama işlemini 15x olarak yazmış, sonra da 15x-6x işleminden sorunun yanıtını 9x şeklinde yazmıştır. Benzer şekilde verilen -8x+5+2x-9 cebirsel ifadesi için öğrencilerden Abidin, *"Önce x'leri toplarız. -8x ile 2x'i toplarız. -6x olur. 5 ile -9'u toplarız. -4 olur. -6x-4. Bunlar arasında işlem yapılmaz, benzer değil böyle kalır"* ifadelerini kullanarak ilk olarak benzer terimler arasında işlemleri yapmış ardından -6x-4 yanıtına ulaşmış, burada da benzer terim olmadığı için yanıtın bu şekilde kalacağını doğru şekilde ifade etmiştir.

Etkinlikte verilen diğer bir cebirsel ifade (7a-11b)+(-8a+6b) için, odak öğrencilerden Halil, *"+7a ile -8a'yı toplarız, -1a. -11b ile +6b'yi de topladığımızda -5b yapar. Bunlar arasında da işlem olmaz, çünkü benzer terim değil"* ifadelerini kullanarak terimlerin benzer terim olup olmamalarına dikkat ederek yanıtı doğru şekilde hesaplayabilmiştir. Verilen (13x+14)-(9x-2) cebirsel ifadesi için de öğrencilerden Rauf, ilk olarak çıkarma işlemini toplama işlemine çevirerek, ikinci parantezdeki cebirsel ifadenin işaretlerini değiştirmesi gerektiğini ifade ederek, (13x+14)+(-9x+2) cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Ardından *"13x ile -9x benzer terim. +4x olur. +14 ve +2'de benzer toplarsak +16. +4x+16. Bunlar da benzer değil"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında işlemleri gerçekleştirip sorunun doğru yanıtına ulaşmıştır. Verilen $3x^2$+5y-x^2 cebirsel ifadesi için de öğrencilerden Dilara, terimlerden $3x^2$ ve $-x^2$ terimlerinin benzer olduğunu ifade ederek $-x^2$ teriminin katsayısının -1 olduğunu da hatırlayarak, terimler arasında işlem yapıp $2x^2$ sonucuna ulaşmıştır. Ardından $2x^2$ ile 5y terimlerinin benzer terim olmadığını ifade ederek aralarında işlem yapamayacağını söylemiş ve yanıtın $2x^2$+5y şeklinde olacağını dile getirmiştir.

Son olarak etkinlikte verilen 2a-($5x^2$+10a)-8 cebirsel ifadesi için odak öğrencilerden Osman, ilk olarak cebirsel ifadede çıkarma işlemini toplama işlemine 2a+(-$5x^2$-10a)+8 şeklinde dönüştürmüş ancak son terim -8'i de +8 olarak değiştirmiştir. Sınıftaki öğrenciler son terimin işaret değiştirmeyeceğini dile getirmişlerdir. Öğrencilerden Dilara da, yalnızca parantez içindeki terimlerin işaret değiştireceğini dolayısıyla -8 teriminin aynı kalacağını ifade etmiştir. Bunun üzerine Osman yeniden

düzenleme yaparak, 2a+(-5x^2-10a)-8 şeklinde yazmıştır. Burada da, *"+2a ile -10a arasında işlem yaparsak -8a- 5x^2-8 olur. Bunlar arasında da benzer olmadığından işlem böyle kalır"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında doğru şekilde işlemleri yaparak sorunun en sade haline ulaşmıştır. Yapılan toplama ve çıkarma işlemlerine ve öğrencilerin yorumlarına bakarak benzer terim kavramının anlaşıldığını, öğrencilerin bundan faydalanarak bazı işlem hataları dışında cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerini daha rahat yaptıklarını söyleyebiliriz.

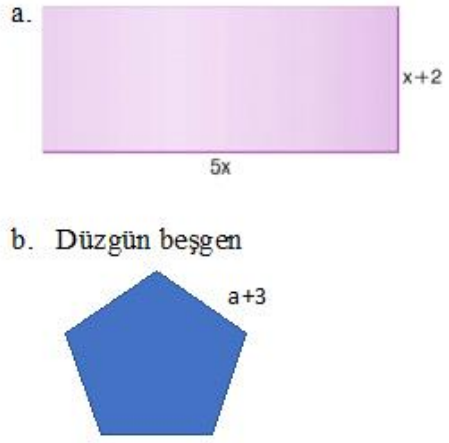
Bu hafta gerçekleştirilen öğretimin ikinci etkinliği olarak Şekil 3.72'de gösterilen modelleme verilmiş ve öğrencilerden şeklin altında gösterilen modellemenin cebirsel ifade olarak karşılığını ifade etmeleri istenmiştir.



Şekil 3.72. *2. Etap tekrar öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi için verilen modellemeler ve bu modellemelere karşılık gelen cebirsel ifadeler*

Etkinlikte ilk olarak Şekil 3.72'de verilen modellemelerin neyi ifade ettiği sorulanmış ve sınıftaki öğrenciler pembe şeklin x cebirsel ifadesini, mavi karenin ise 3 doğal sayısını ifade ettiğini dile getirmişlerdir. Buna göre altta verilen modellemenin cebirsel ifade karşılığı için odak öğrencilerden Ceren, *"2 tane x'ten olduğu için, 2x. 4 tane 3 olduğu için de 12. 2x+12"* ifadelerini kullanarak doğru şekilde cebirsel ifadeyi oluşturmuştur. Odak öğrenciler dahil sınıftaki öğrencilerde modellemeden faydalanarak cebirsel ifade oluşturma konusunda eksiklikleri görülmemiştir, kolayca ifade edebilmişlerdir.

Öğretimin üçüncü etkinliği olarak öğrencilere Şekil 3.73'te gösterilen geometrik şekiller verilmiş ve şekillerin çevre uzunluklarını cebirsel olarak ifade etmeleri istenmiştir.



Şekil 3.73. *2. Etap öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde toplama işlemi için verilen geometrik şekiller*

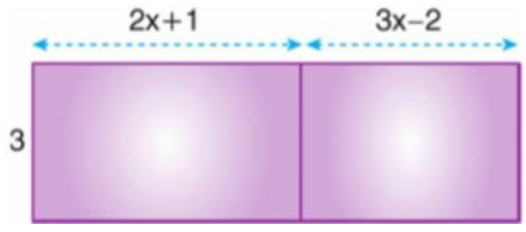
Şekil 3.73'te verilen dikdörtgenin çevre hesaplaması için öğrencilerden Furkan, *"Burası 5x ise karşısı da 5x olur. Burası x+2 ise karşısı da x+2 olur. Çevresi 5x+5x+2x+4 burada iki kısa kenarı topladığımızda 2x+4 olur. Hepsini toplarsak 12x+4"* ifadelerini kullanarak ilk olarak dikdörtgenin tüm kenarı uzunluklarını yazmış, ardından yazılan tüm uzunluklarda benzer terimler arasında toplama işlemlerini yaparak çevre uzunluğunu doğru şekilde hesaplayabilmiştir. Etkinliğin ikinci örneğinde ise bir kenar uzunluğu a+3 birim olan bir düzgün beşgen verilmiş ve odak öğrencilerden Halil, *"Düzgün beşgen olduğundan a'yı 5'le çarparız. 5a +15. 15'te 3'le 5'i çarptık. Hepsini toplasak da aynı sonucu buluruz"* ifadelerini kullanarak beşgenin tüm kenarlarının eşit olmasından faydalanmış ve çevre hesaplamasını doğru şekilde yapmıştır. Ayrıca Halil'in burada yaptığı işlemlere bakıldığında, 5 doğal sayısını a+3 cebirsel ifadesiyle çarptığı görülmektedir. Dolayısıyla bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadenin çarpımı da burada kullanmıştır diyebiliriz. Sınıftaki öğrenciler ve odak öğrencilere bakıldığında, yapılan bu etkinliğe göre geometrik şekillerin çevre uzunluklarını hesaplamada, basit cebirsel ifadelerin anlamını kavrama konusunda eksiklikleri görülmemiş ve verilen örnekleri rahatça çözebilmişlerdir.

Öğretimin dördüncü etkinliğinde ise, "6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar" kazanımına yönelik örnekler verilmiştir. Etkinlikte bir doğal sayı ile sabit terim içermeyen ve içeren cebirsel ifadeler sunulmuştur. Sabit terim içeren cebirsel ifade ile doğal sayıyı çarpma işleminde öğrencilerden çarpma işleminin dağılma özelliğini doğru şekilde kullanmaları beklenmiştir. Etkinlikte ilk olarak 3.12x cebirsel ifadesi verilmiş ve odak öğrencilerden Ceren, *"12 ile 3'ü çarparız. 36 yanında da x var. 36x"* ifadelerini kullanarak soruyu doğru şekilde yanıtlamıştır. Etkinlikte ikinci örnek olarak -2x.10

cebirsel ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Mukaddes, -20x yanıtını vermiştir. Yapılan çözümlere göre, sabit terim içermeyen cebirsel ifade ile bir doğal sayının çarpımı örneklerinde öğrenciler hiçbir hata yapmadan soruları doğru şekilde yanıtlamışlardır.

Etkinliğin devamında 6.(2x-11) cebirsel ifadesi verilmiş ve öğrencilerden Arda, *"Burada parantez içindekiler benzer terim olmadığı için çıkaramayız. 6'yla 2x'i çarparız, 12x. Sonra 6 ile -11'i çarparız, -66. Dağıtıyoruz, 12x-66"* ifadeleriyle çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanarak soruyu yanıtlamıştır. Verilen 10.(8-3x) cebirsel ifadesi için odak öğrencilerden Osman, *"10 ile 8'i çarparız, 80 olur. Arada çıkarma işlemi var. 10'la 3'ü çarparız, 30 olur. 80-30x. Çıkarma yapılmaz, benzer değil"* ifadelerini kullanarak soruyu doğru şekilde yanıtlamıştır. Etkinlikte verilen (10x+5).5 cebirsel ifadesi için de öğrencilerden Dilara, *"Önce 5'i 10x ve sonra +5'e dağıtırız"* ifadelerini kullanarak dağılma işlemini uygulamıştır. Öğrencilerden Esma ise burada, *"İşlemler soldan sağa başladığı için önce soldaki 10x'e gider"* ifadelerini kullanarak çarpma işlemin dağılma özelliğinde işlem önceliğinin sırasını vurgulamıştır. Dilara da yaptığı işlemler sonucu yanıtı, 50x+25 olarak hesaplamıştır. Etkinlikte son olarak verilen (-7-7x).5 cebirsel ifadesi için odak öğrencilerden Halil, 5 doğal sayısını sırasıyla önce -7'ye sonra -7x'e dağıtarak çarpma işlemlerini yapmış ve yanıtı -35-35x olarak yazmıştır. Yapılan etkinliğe göre, odak öğrenciler dahil sınıftaki tüm öğrencilerde kazanımın kolay bir şekilde kavrandığını ve soruların doğru şekilde yanıtlandığını görmekteyiz.

Gerçekleştirilen öğretimin son etkinliğinde ise, Şekil 3.74'te gösterilen iki dikdörtgen ve kenar uzunlukları verilmiştir. Öğrencilerden verilen dikdörtgenlerin alanları toplamını veren cebirsel ifadeyi yazmaları istenmiştir.



Şekil 3.74. *2. Etap tekrar öğretim dizisinde cebirsel ifadelerde çarpma işlemine yönelik verilen etkinlik*

Öğrencilerden Abidin, ilk olarak Şekil 3.74'te gösterilen dikdörtgenin üstünde yazan uzunlukları toplayarak dikdörtgenin uzun kenarını hesaplama yoluna gitmiştir. İşlemlerini 2x+1+3x-2 şeklinde yazmış ve benzer terimler arasında toplama işlemlerini

yaparak dikdörtgenin uzun kenarını 5x-1 olarak hesaplamıştır. Ardından iki dikdörtgenin birleşmesiyle oluşan büyük dikdörtgenin alanı için kısa kenar 3 ile uzun kenar 5x-1 cebirsel ifadelerini çarpmıştır. 3.(5x-1) işleminde çarpma işlemini dağılma özelliğini kullanarak, 15x-3 cebirsel ifadesine ulaşmış, şeklin alanını doğru şekilde hesaplamıştır.

Sorunun farklı çözüm yollarının olup olmadığı sorgulandığında ise odak öğrencilerden Osman, iki dikdörtgenin de alanlarını ayrı ayrı hesaplayıp toplayarak yanıta ulaşabileceğini dile getirmiştir. *"3'le 2x+1'i çarparız. Sonra 3'le 3x-2'yi çarparız. (2x+1).3= 6x+3 sonra (3x-2).3= 9x-6 olur"* ifadelerini kullanarak iki dikdörtgenin de alanlarını çarpma işleminin dağılma özelliğinden faydalanarak hesaplamıştır. Ardından hesapladığı iki cebirsel ifadeyi de toplayarak 6x+3+9x-6 işlemlerini yazmıştır. Burada benzer terimler arasında işlem yaparak, *"6x ve 9x toplarsak 15x eder. +3 ve -6 var o da -3 eder. 15x-3"* ifadelerini kullanmış ve dikdörtgenin alanını 15x-3 cebirsel ifadesiyle hesaplamıştır.

Etkinliğe bakıldığında iki çözüm yöntemi de incelenmiş ve ikisinde de aynı sonuca ulaşıldığı görülmüştür. Böylece yapılan işlemlerin eşitliğine karar verilmiş ve genellemeye gidilmiştir.

3.8. Son Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular

Bu bölümde, dört hafta süren öğretim dizisi, birinci ve ikinci etap öğretim dizilerinden sonra odak öğrencilerin bu süreçte tartışılan noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı anlamak, öğretim sürecinde oluşan kavram yanılgılarının, konu eksiklerinin ortadan kaldırılıp kaldırılmadığı öğrenmek için odak öğrencilerle son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelerde odak öğrenci olarak belirlenen üç öğrencinin, ön ve ara klinik görüşmelere göre öğretim sürecinde bulundukları düzeyler arasında karşılaştırma yapılıp öğrencilerin gelişim süreci gözlenmiştir.

Son klinik görüşmelerde öğretim esnasında işlenen tüm konulara yönelik; "6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur", "6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar", "6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar", "6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar", "6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve

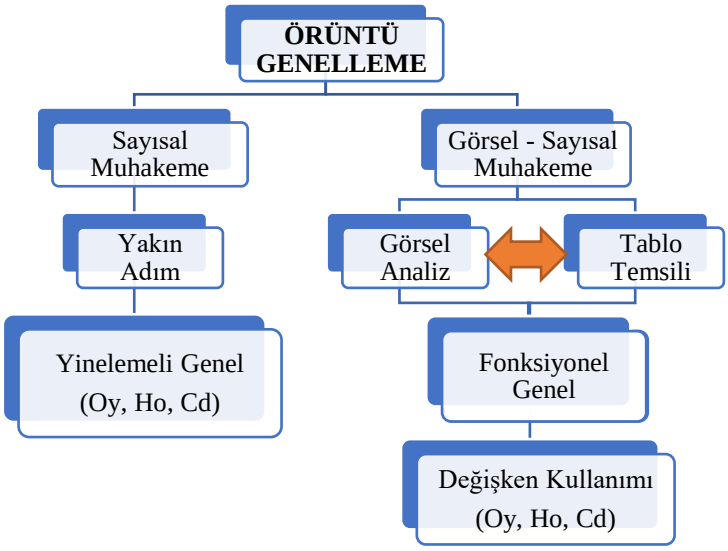
çıkarma işlemi yapar" ve "6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar" kazanımları doğrultusunda klinik görüşme soruları hazırlanmıştır. Son klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular;

- Örüntü genelleme
- Cebirsel ifadeler
- Cebirsel ifadelerle işlemler

olmak üzere üç ana başlık altında odak olarak seçilen Osman, Halil ve Ceren'in yaklaşımlarıyla sunulmuştur.

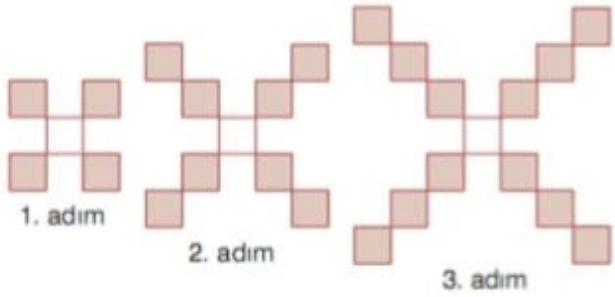
3.8.1. Örüntü genelleme

Son klinik görüşmede ilk olarak örüntü genelleme başlığı altında odak öğrencilerin konuyu nasıl yapılandırdıklarını öğrenme amaçlı sorular yöneltilmiştir. Bu bağlamda odak öğrencilerin yaptıkları çıkarımlarla ve çözüm yollarıyla elde edilen veriler Şekil 3.75'te gösterilmiştir.



Şekil 3.75. *Ceren, Halil ve Osman'ın son klinik görüşmede örüntü genelleme konusunda kullandıkları eylemler*

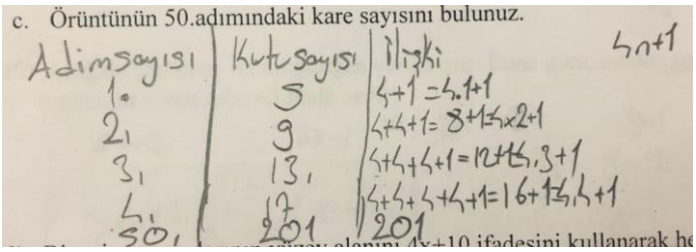
Son klinik görüşmede odak öğrencilere Şekil 3.76'da gösterilen ilk dört adımı verilen şekil örüntüsü sunulmuştur. Öğrencilerden bu şekil örüntüsünü yakın adıma, uzak adıma devam ettirmeleri istenmiş ve örüntünün kuralını oluşturmaları beklenmiştir.



Şekil 3.76. *Son klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan şekil örüntüsü*

Şekil 3.75'te görüldüğü gibi, odak öğrenciler verilen şekil örüntüsünü sayısal ve görsel-sayısal muhakeme altında incelemişlerdir. Odak öğrencilerin üçü de şekil örüntüsünün yakın adımı sorulduğunda şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirmişler ve örüntüyü sayısal muhakeme altında incelemişlerdir. Yakın adımda örüntüyü istenen adıma kadar ilerleterek, her adımda sabit olan artış miktarını ekleyerek istenen yakın adımdaki kare sayısını yinelemeli genel düzeyde kolayca hesaplayabilmişlerdir.

Şeklin yapısını görsel yaklaşım altında analiz ederken Osman, şeklin çapraz olarak dört tarafından ilerlediğini ifade etmiştir. Örüntünün her adımında ortada yer alan karenin sabit olduğunu ve *"Ortadaki temel zaten. Çevredekiler ekleniyor. 4 tane eklemiş buna 5 tane oluyor. Burada da 4 tane daha ekleniyor. 9 olmuş. Burada da 13 olur"* ifadelerini kullanarak her adımda yer alan kare sayılarının nasıl değiştiğini ve kaç tane olduğunu dile getirmiştir. Ardından Osman, Şekil 3.77'de görüldüğü gibi örüntünün görsel analizini tablo temsili ile ifade etmeye çalışmıştır. Örüntünün 1. adımındaki 5 tane kutu için, adım sayısı ile kutu sayısı arasındaki ilişkide dört taraftan eklenen kutu sayısını 4 ve her adımda ortada bulunan kutu sayısını da 1 olarak yazmıştır.



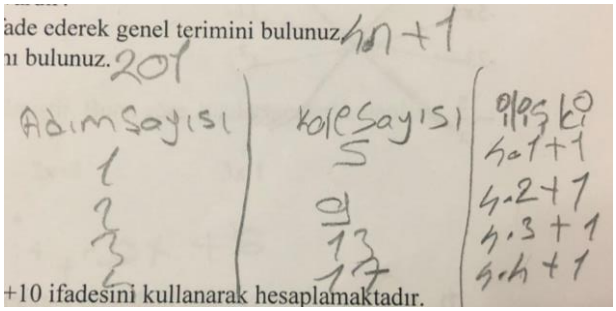
Şekil 3.77. *Odak öğrencilerden Osman'ın verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi*

Benzer şekilde Şekil 3.77'de gösterilen ilişki kısmı için*, "2. adımda 9 tane olur. 8+1 olur veya 4+4+1 olur. Çünkü 1 tane daha 4 ekleniyor. 3. adımda 13. Burada da 4+4+4+1 yani 12+1"* ifadelerini kullanarak adım sayısı ile adım sayısına karşılık gelen kutu sayısı arasındaki ilişkiyi kurmuştur. Her adımda eklenen kutu sayısını da, *"Her*

adımda 1 tane 4 eklendiği için adım sayısı kadar eklenmiş oluyor toplam" ifadelerini kullanarak eklenen kutu sayının adım sayısı ile orantılı olarak ilerlediğini dile getirmiştir. Yazdığı ilişkileri sırasıyla 4+1, 8+1, 12+1, ve 16+1 şeklinde hesaplamıştır. Ancak bu şekilde yazınca genel terime ulaşamayacağını fark etmiştir. Ve kurulan ilişkileri *"Çarpma işlemi yaparsak toplamayı daha da kısaltmış oluruz. Burası 4.1+1 olur. 4.2+1. Kaç tane 4'li varsa o kadar oluyor. Yani adım sayısı oluyor şuradaki 1,2,3. 4.3+1 ve 4.4+1 oluyor"* ifadeleriyle çarpımsal olarak yazmıştır. Bu ilişkilerde 4 ile neleri çarptığı sorgulandığında ise, adım sayısını çarptığını ifade etmiştir. 4 ve 1'lerin sabit olarak her ilişki kısmında yazdığını dile getirmiştir. Genel terimi de, ilişkide adım sayısı yerine n yazdığında 4n+1 şeklinde oluşturmuştur. Böylece Osman görsel analiz ile tablo temsili arasındaki ilişkiyi net bir şekilde görebilmiş fonksiyonel genel düzeyde örüntünün genel terimini doğru ifade etmiştir.

Örüntünün istenen 50. adımı için de, 4 ile önce 50'yi çarpmış ve üzerine 1'i eklemiş yanıtı 201 olarak hesaplamıştır. 50. adımda yer alan şekli yorumlaması istendiğinde ise Osman*, "50 bu tarafa, 50 bu tarafa (4 tarafı gösterir). Ortasında da 1 tane olur. Toplam burası 200 eder 4 tane 50. Bir de 1 var 201 eder"* ifadelerini kullanarak görsel olarak analizini de gerçekleştirmiştir.

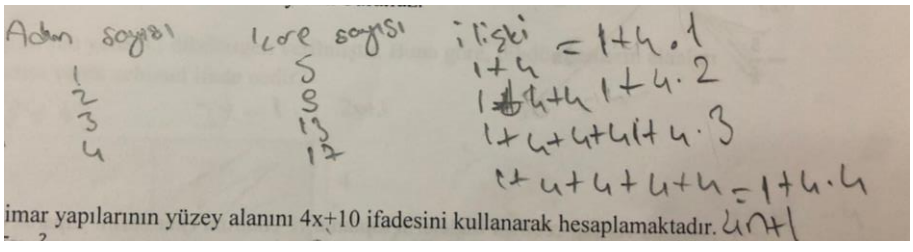
Şeklin yapısını görsel yaklaşım altında analiz ederken Halil, ortadaki karelerin değişmediğini, köşedeki karelerin de değiştiğini ifade etmiştir. Bu değişimin nasıl olduğu sorgulandığında ise, köşedeki karelerin her adımda 1, toplamda ise 4 tane arttığını dile getirmiştir. Örüntünün 4. adımında kaç kare olacağı sorgulandığında da, *"3. adımda köşelerde 3 tane kare varsa 4. adımda da köşelerde 4 tane kare olacağı için 17 tane kare olur. 4. adımda 4 tane köşe var. 4 arttığı için 4 ile 4 ü çarptım 16. Ortada 1 tane olduğu için +1 17"* ifadelerini kullanarak her adımda olan artışı hesaplamış ve doğru şekilde analiz etmiştir. Ardından Halil, Şekil 3.78'de görüldüğü gibi örüntünün görsel analizini tablo temsili ile ifade etmeye çalışmıştır.



Şekil 3.78. *Odak öğrencilerden Halil'in verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi*

Örüntünün her adımındaki kare sayıları için adım sayısı ile kare sayısı arasındaki ilişkiyi, *"1. adımda 4 arttığı için 4.1+1, +1 ortadaki kare sayısından geliyor. 2. adımda 4.2+1=9, 3. adımda 4.3+1=13, 4. adımda 4.4+1=17"* ifadeleriyle dile getirmiştir. Adım sayısı ile adım sayısına karşılık gelen kare sayısı arasındaki ilişkiyi çarpımsal olarak ifade etmiştir. Her adımda 4 kare sayısı olarak artış miktarının ve 1 kare sayısı olarak da ortadaki karenin sabit olduğunu ifade etmiştir. Yazdığı ilişkiye göre 1, 2, 3, ve 4 sayılarının adım sayısına göre değiştiğini de dile getirmiştir. Örüntünün genel terimi sorgulandığında ise Halil, *"Adım sayısını n diye ifade ederiz. 4 arttığı için 4 yazarız. Ortadaki kare ise 1 olduğu için +1 yazarız. 4n+1"* ifadelerini kullanarak genel terimi doğru biçimde oluşturmuştur. İlişki kısmında oluşturulan ifadelerde adım sayısına göre değişen sayıların yazıldığı kısma n değişkenini getirmiştir. Böylece Halil de görsel analiz ile tablo temsili arasındaki ilişkiyi net bir şekilde görebilmiş fonksiyonel genel düzeyde örüntünün genel terimini doğru ifade etmiştir. Örüntünün istenen 50. adımı için de, 4.50+1 işlemlerin gerçekleştirerek yanıtı 201 olarak hesaplamıştır. *"Hangi sayı gelirse n'nin yerine koyarız. Çünkü o sayı adım sayısını temsil ediyor. Sonra artış sayısıyla adım sayısını çarpıp +1 koyarız"* ifadelerini kullanarak genel terimi uzak adımdaki kare sayılarını hesaplamak için kolayca kullanabileceğini dile getirmiştir.

Şeklin yapısını görsel yaklaşım altında analiz ederken Ceren, *"Ortasındaki kare hep aynı kalıyor. Yukarı, aşağı, sol ve sağdan 4 tane artıyor"* ifadelerini kullanarak sabitleri ve değişenleri şekil üzerinde göstermiştir. Örüntünün yakın adımındaki kare sayılarını şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirerek artış miktarını ekleyerek yinelemeli genel düzeyde hesaplayabilmiştir. Ardından Şekil 3.79'da görüldüğü gibi, adım sayısı ile kare sayısı arasındaki ilişkiyi görsel analizden tablo temsiline geçişi ifade etmeye çalışmıştır.



Şekil 3.79. *Odak öğrencilerden Ceren'in verilen şekil örüntüsünü tablo temsili ile ifadesi*

Şekil 3.79'da görüldüğü gibi Ceren, örüntüde değişenlerin 1, 2, 3 ve 4 olarak adım sayısı olduğunu, sabitlerin ise 4 olduğunu ifade etmiştir. Aynı zamanda ortadaki karenin

de sabit olduğunu dile getirmiş ve 1. adım için adım sayısı ile kare sayısı arasındaki ilişkiyi 1+4 şeklinde yazmıştır. Adım sayısı ile adım sayısına karşılık gelen kare sayısı arasındaki ilişki ile ilgili öğretmen ve Ceren arasında geçen diyalog aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

Öğretmen: 2. adım için ne yazabiliriz?
Ceren: Yine 4 eklenmiş, 9 olur.
Öğretmen: İlişkiyi nasıl oluştururuz?
Ceren: Katsayısı 8 olması lazım.
Öğretmen: 4+4 şeklinde yazsak olur mu? 3.adım için nasıl yazarız?
Ceren: Bir tane daha +4 yazarız.
Öğretmen: Her adımda 4'ler nasıl değişti?
Ceren: 1'er 1'er arttı hepsinde. Şekilde de olduğu gibi hepsinde 1'er tane 4 artıyor.
Öğretmen: Peki 4'ler neye göre değişti?
Ceren: Adım sayısına göre. 1. adımda 1 tane 4 var. 2.'de 2 tane. 3.'de 3 tane. Hepsi adım sayısını veriyor.
Öğretmen: O zaman ilişkiyi nasıl yazabiliriz?
Ceren: Başta 1 var. 1+4.1.
Öğretmen: 2. adım için ilişki nasıl olur?
Ceren: Yine ortadaki aynı kalır. 1+8. 2 tane 4 olur. 1+4.2.
Öğretmen: Diğer adımlar için ilişkiyi yazar mısın?
Ceren: 1+4.3 ve 1+4.4 olur.

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi Ceren öğretmenin sorgulaması ile şekil örüntüsünde adım sayısı ile adım sayısına karşılık gelen kare sayısı arasındaki ilişkiyi çarpımsal olarak ifade etmiştir. Böylece Şekil 3.79'da gösterilen tablo temsilinde ilişki sütunu yazılmıştır. Kurulan ilişkide yazılanlara bakarak 1 ve 4 sayılarının neyi temsil ettiği sorulduğunda Ceren, sırasıyla 1 için ortadaki kareyi, 4 için de şeklin çevresine eklenen kareleri temsil ettiğini ifade etmiştir. Benzer şekilde kurulan ilişkide 1, 2, 3 ve 4 sayılarının neyi ifade ettiği sorgulandığında ise, Ceren adım sayısı olarak yanıtlamıştır. Örüntünün genel teriminin ne anlama geldiği sorulduğunda Ceren, n. adımı ifade ettiğini söylemiştir. Her adımda 4'er arttığını ve ortadaki kare için de 1 yazılacağını ifade etmiştir. 4n 1 olarak genel terimi yazmıştır. İlk olarak bu iki terim arasına toplama işlemi koymamıştır. 1'i nasıl yazacağı sorgulandığında Ceren, toplarız diyerek 4n+1 şeklinde genel terimi düzenlemiştir.

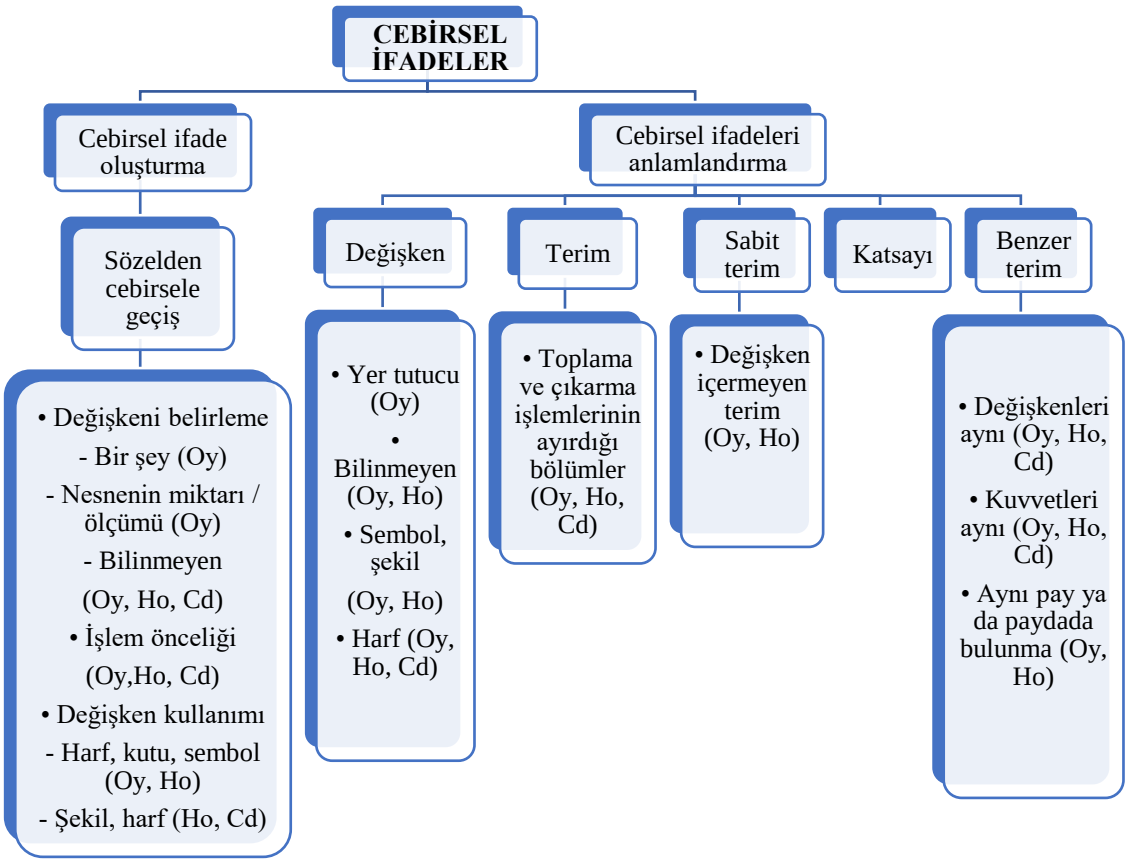
Yapılan işlemler ve gerçekleştirilen diyalogda görüldüğü gibi Ceren, fonksiyonel genel düzeyde örüntüdeki ilişkileri görebilmiş ve genel terimi ifade etmiştir. Örüntünün istenen 50. adımı için de, *"Zaten 1'ler ve 4'ler değişmiyor. Adım sayısına göre yapıyorduk. Adım sayısı da 50 olur. 1+4.50 işleminden 201 gelir"* ifadesiyle uzak adıma karşılık gelen sayıyı hesaplamıştır. Ön klinik ve ara klinik görüşmelere göre Ceren, örüntülerde ilişkiyi daha rahat görebilmiş, görsel analizi ve tablo temsilini oluşturmuş, genel terimi de doğru şekilde ifade etmiştir. Ceren, Osman ve Halil kadar soruları daha kolay yanıtlayamasa da örüntü genelleme konusunda gerçekleştirilen öğretimin Ceren üzerinde olumlu anlamda gelişim gösterdiğini söyleyebiliriz.

3.8.2. Cebirsel ifadeler

Son klinik görüşmede ikinci olarak cebirsel ifadeler başlığı altında odak öğrencilerin verilen sözel ifadeden cebirsel ifadeye geçişi nasıl yapılandırdıklarını ve cebirsel ifadenin terimlerini nasıl anlamlandırdıklarını öğrenme amaçlı sorular yöneltilmiştir. Gerçekleştirilen öğretimlerde ve ara klinik görüşmelerde odak öğrenciler dahil sınıftaki öğrenciler cebirsel ifadeden sözel ifadeye geçiş konusunda bir sorun yaşamadan istenen ifadeleri doğru şekilde oluşturabilmişlerdir. Bu yüzden son klinik görüşmede cebirsel ifadeden sözel ifadeye geçiş konusu sorgulanmamıştır. Ancak bazı kavram yanılgılarına ve yanlışlıklara rastlandığı için son klinik görüşmede sözel ifadeden cebirsel ifadeye geçiş konusunda örneklere yer verilmiştir. Ayrıca cebirsel ifadeleri nasıl anlamlandırdıklarını ölçme amaçlı olarak değişken, terim, sabit terim, katsayı ve benzer terim kavramları da sorgulanmıştır. Bu bağlamda odak öğrencilerin yaptıkları çıkarımlarla ve çözüm yollarıyla elde edilen veriler Şekil 3.80'de gösterilmiştir.

Son klinik görüşmede odak öğrencilere sırasıyla aşağıdaki sözel ifadeler verilmiş ve öğrencilerden bu ifadelere uygun cebirsel ifadeleri yazmaları istenmiştir.

1) Okuldaki öğrencilerin 4 katının 5 eksiği
2) Fırındaki ekmeklerin yarısının 7 fazlası
3) Hatice'nin şekerlerinin 3 eksiğinin 2 katı
4) Bir sayının 6 katının 2 fazlasının çeyreği



Şekil 3.80. *Ceren, Halil ve Osman'ın son klinik görüşmede cebirsel ifadeler konusunda kullandıkları eylemler*

Şekil 3.80'de görüldüğü gibi odak öğrencilerden Osman, verilen birinci ifade için *"4'le bir şeyi çarpacağız, 5 çıkaracağız. 4x-5 olur. İstediğimizi getirebiliriz. Sembol, kutu, şekil, harf"* açıklamalarında bulunarak sözel ifadenin cebirsel ifade karşılığını yazabilmiştir. Osman burada değişkenin yerine sembol, kutu, şekil ya da harf kullanabileceğini ifade etmiştir. Verilen ikinci ifade için, yarısı dediği için bölme işlem yapacağını dile getirmiş, x:2+7 ya da $\frac{x}{2}$+7 olarak iki şekilde de cebirsel ifade karşılığını oluşturmuştur. İki cebirsel ifadenin de doğru olduğunu yalnızca bölmenin şeklinin değiştiğini ifade etmiştir. Verilen üçüncü ifade için, *"Hatice'nin şekerleri x ise, x'in 3 eksiğinin 2 katı diyor. Burada işlem önceliğinden dolayı parantez koyarız. (x-3).2"* ifadelerini kullanarak işlem önceliğini vurgulamış ve cebirsel ifadeyi doğru şekilde yazmıştır. Verilen son sözel ifade için de, işlem önceliğine dikkat etmiş ve $\frac{6x+2}{4}$ şeklinde cebirsel ifadeyi yazmıştır. Osman, sözel olarak verilen tüm ifadeleri doğru şekilde cebirsel ifade biçiminde yazmıştır. İfadelere yaptığı yorumlara göre de Osman'ın nesneye değişken atadığını, değişken kavramını anlamlandırdığını ve işlem önceliğinin de önemini vurguladığını görmekteyiz.

Odak öğrencilerden Halil, verilen birinci ifade için *"Okuldaki öğrencilerin sayısını bilmediğimiz için x yazarız. 4 katı dediği için 4 ile çarparız. -5 dediği için de -5 yazarım"* ifadelerini kullanarak 4x-5 cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Halil burada değişkeni bilinmeyen olarak ifade etmiştir. Verilen ikinci ifade için de, benzer şekilde bilinmeyen yerine x değişkenini atayarak cebirsel ifadeyi $\frac{x}{2}$+7 şeklinde yazmıştır. Verilen üçüncü ifade için ise, (x-3).2 cebirsel ifadesini yazmıştır. Burada parantezi neden kullandığı sorgulandığında Halil, parantez olmasaydı 3.2'den cebirsel ifadenin x-6 geleceğini ifade etmiş dolayısıyla sonucun farklı olacağını dile getirmiş, işlem önceliğinin önemini vurgulamıştır. Verilen son sözel ifade için de, işlem önceliğine dikkat etmiş ve $\frac{x.6+2}{4}$ şeklinde cebirsel ifade karşılığını yazmıştır. Halil'in verilen ifadelere yaptığı yorumlara ve soruların çözümüne göre cebirsel ifade oluşturma konusunda sözelden cebirsele geçişi kolay şekilde gerçekleştirdiğini, değişken kavramını anlamlandırdığını ve işlem önceliğine dikkat ettiğini görmekteyiz.

Odak öğrencilerden Ceren, verilen birinci ifade için *"Okuldaki öğrenciler bilinmiyor. O yüzden istediğimiz şekil ya da harfi kullanabiliriz. Üçgen kullanalım. 4 katı diyor, x4; 5 eksiği diyor, -5"* ifadelerini kullanarak ▲ .4-5 cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Ceren burada değişkeni bilinmeyen olarak ele almıştır. Verilen ikinci ifade için de, fırındaki ekmekler için b değişkenini kullanmış ve $\frac{b}{2}$+7 cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Benzer şekilde verilen üçüncü ifade için Ceren, a değişkenini kullanmış ve sözel ifadenin cebirsel ifade karşılığı olarak (A-3).2 ifadesini yazmıştır. Burada neden parantez kullandığı sorgulandığında ise işlem önceliğinin parantezde olduğunu dile getirmiştir. Verilen son sözel ifade için de, değişken yerine şekil kullanarak sözel ifadenin cebirsel ifade karşılığını $\frac{●.6+2}{4}$ şeklinde yazmıştır. Ceren'in verilen ifadelere yaptığı yorumlara ve çözümlere göre sözel ifadeden cebirsel ifadeye geçiş konusunda işlem önceliğine dikkat ettiğini ve istenen ifadeleri doğru şekilde yazdığını görmekteyiz. Dolayısıyla ara klinik görüşmelerde rastlanan konu eksiklikleri ve kavram yanılgılarının ortadan kaldırıldığını söyleyebiliriz.

Son klinik görüşmede odak öğrencilere Tablo 3.6'da gösterilen cebirsel ifadeler verilmiştir. Cebirsel ifadelerin değişken, terim, sabit terim ve katsayı kavramlarına karşılık gelen ifadelerin neler olduğu sorgulanmıştır. Ayrıca istenen kavramların ne anlama geldiği ve cebirsel ifadede neyi ifade ettiği de sorgulanmıştır.

Tablo 3.6. *Son klinik görüşmede öğrencilere sunulan değişken, terim, sabit terim ve katsayı kavramlarına yönelik sorular*

	2.x+5.y	3.a-b-8	4xy-6z-1
Değişken			
Terim			
Sabit Terim			
Katsayı			

Şekil 3.80'de görüldüğü gibi odak öğrencilerden Osman, ilk olarak Tablo 3.6'da verilen kavramların ne anlama geldiğini açıklamıştır. Değişken kavramı için, *"x, y gibi yerine ne getirirsek tutan, ne olduğu belli olmayan harf, şekiller olabilir"* ifadelerini kullanmıştır. Osman burada değişkeni yer tutucu olarak ele almış ve yerine bilinmeyen harf, şekil kullanılabileceğini dile getirmiştir. Terim kavramını ise, toplama ve çıkarma işleminin ayırdığı bölümler olarak ifade etmiştir. Sabit terim kavramını da, *"Değişken almayan sayılar"* ifadesiyle doğru şekilde tanımlamıştır. Son olarak katsayı kavramını ise, *"Sadece sayıların sembolleriyle gösterilmemiş hali"* ifadelerini kullanarak tanımlamaya çalışmıştır. Osman'ın burada sembol olarak ifade ettiği değişken kavramıdır. Tablo 3.6'da verilen cebirsel ifadelerde istenen tüm kavramları doğru şekilde ifade etmiştir. Örneğin, 3a-b-8 cebirsel ifadesinde değişkenleri a ve b olarak ifade etmiş, ayrıca cebirsel ifadenin 3a, -1b, -8 olarak 3 terimden oluştuğunu dile getirmiştir. Burada -b teriminin önünde gizli 1 katsayısının olduğunu da ifade etmiş ve cebirsel ifadenin katsayıları için sırasıyla 3, -1, -8 ifadelerini yazmıştır. Son olarak sabit terimin değişken içermeyen terim olduğunu ifade ederek bu cebirsel ifade için -8'in sabit terim olduğunu yazmıştır.

Şekil 3.80'de görüldüğü gibi odak öğrencilerden Halil, ilk olarak Tablo 3.6'da verilen kavramların ne anlama geldiğini açıklamıştır. Değişken kavramı için, bilinmeyen harf, sembol ya da şekil ifadelerini kullanmıştır. Terim kavramını ise, Osman'ın da tanımladığı gibi toplama ve çıkarma işleminin solundaki ya da sağındaki bölümler olarak dile getirmiştir. Sabit terim kavramını da, değişken içermeyen terim olarak doğru şekilde tanımlamıştır. Son olarak katsayı kavramını da, *"Terimlerin yanına + yazılarak gösterimi"* olarak ifade etmiştir. Halil, katsayı kavramını tam anlamıyla doğru şekilde tanımlayamasa da verilen cebirsel ifadelerde katsayıları doğru şekilde göstermiştir. Halil de Osman gibi, Tablo 3.6'da verilen cebirsel ifadelerde

istenen tüm kavramları doğru şekilde ifade etmiştir. Örneğin, +4xy-6z-1 cebirsel ifadesinde değişkenleri x, y, z olarak ifade etmiş, cebirsel ifadenin de +4xy, -6z ve -1 olarak 3 terimden oluştuğunu dile getirmiştir. Sabit terimi de -1 olarak yazmıştır. Son olarak cebirsel ifadenin katsayılarına baktığında sırasıyla +4, -6, -1 ifadelerini dile getirmiştir. Ayrıca verilen 3a-b-8 cebirsel ifadesinde de, -b teriminin katsayısını -1 olarak görebilmiştir. Verilen 2x+5y cebirsel ifadesinde de, her iki terimin de değişken içerdiğini ifade etmiş dolayısıyla cebirsel ifadenin sabit terimi olmadığını dile getirmiştir.

Şekil 3.80'de görüldüğü gibi odak öğrencilerden Ceren, ilk olarak Tablo 3.6'da verilen kavramların ne anlama geldiğini açıklamıştır. Değişken kavramı için, yalnızca harf tanımında bulunmuştur. Terim kavramını ise Osman ve Halil gibi, toplama ve çıkarma işleminin sağındaki ve solundaki bölümler olarak tanımlamıştır. Sabit terim kavramını da, işareti olmayan, sayısı olmayan ifadeleriyle tanımlamaya çalışmıştır. Ancak sabit terim kavramını tam olarak doğru şekilde ifade edememiştir. Verilen 2+5y cebirsel ifadesinde sabit terim olmadığını dile getirmiştir ancak kavramı tanımlama kısmında eksiklikler ve hatalar bulunmaktadır. Son olarak katsayı kavramı için de, *"Harflerin önündeki sayılar"* ifadelerini kullanmıştır. Ceren, Tablo 3.6'da verilen cebirsel ifadelerde istenen tüm kavramları doğru şekilde ifade etmiştir. Yalnızca kavramların tanımları konusunda bazı eksiklikleri görülmektedir. Örneğin, verilen 4xy-6z-1 cebirsel ifadesinde değişkenleri x, y, z olarak ifade etmiş, cebirsel ifadenin sırasıyla 4xy, -6z ve -1 olarak 3 terimden oluştuğunu dile getirmiştir. Cebirsel ifadenin sabit terimi için de, *"Hepsinde harf var -1'de yok"* ifadelerini kullanarak -1'in sabit terim olduğunu dile getirmiştir. Ceren değişken kavramı için harf tanımını kullanmış, sabit terim için de harf olmayan terimi aradığına göre sabit terimi değişken içermeyen terim olarak anlamlandırmıştır. Ancak sözel olarak bu ifadeleri dile getirmemiştir. Cebirsel ifadenin katsayıları için de ilk olarak, -1 ve -6 ifadelerini söylemiş ancak katsayı için her terime bakılacağı hatırlatıldıktan sonra Ceren, katsayıları sırasıyla 4, -6, -1 şeklinde düzenlemiştir. Verilen 3a-b-8 cebirsel ifadesinde ise, değişken ve terim kavramlarını doğru şekilde ifade etmiştir. Cebirsel ifadenin sabit terim ve katsayı kavramları sorgulandığında ise öğretmen ve Ceren arasında geçen diyalog aşağıda örnek olarak sunulmuştur:

Öğretmen: 3a-b-8 cebirsel ifadesinin sabit terimi nedir?

Ceren: -b'nin önünde gizli 1 var. Sabit terim değil. Burada sabit terim -8.

Öğretmen: Neden -8 oldu?

Ceren: Çünkü önünde – var.

Öğretmen: Burada da -b var, o zaman -b neden sabit terim olmadı?

Ceren: Çünkü harf var.

Öğretmen: O zaman sabit terim ne demek?

Ceren: (Cevap veremedi.)

Öğretmen: Peki cebirsel ifadenin katsayısı nedir?

Ceren: 3 ve 8.

Öğretmen: Terim sayısı kaç burada?

Ceren: Terim sayısı 3.

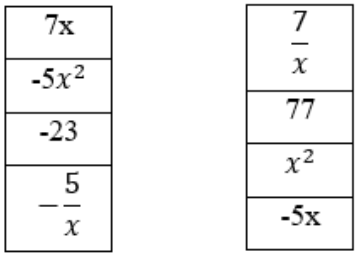
Öğretmen: O zaman katsayılara tekrar bakalım.

Ceren: -b'nin önünde gizli 1 olduğu için katsayısı -1. Katsayılar +3, -8 ve -1.

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi Ceren öğretmenin sorgulaması ile cebirsel ifadenin sabit terim ve katsayı kavramlarına yönelik soruları yanıtlamaya çalışmıştır. Ceren sabit terimi verilen cebirsel ifadede doğru şekilde bulmuş ancak öğretmenin sorgulamasına rağmen doğru şekilde tanımlayamamıştır. Katsayı kavramı için de, önce -b teriminin katsayısını görememiş ancak terim sayısı sorgulandıktan sonra -b teriminin önünde gizli 1 olduğunu ifade etmiş ve katsayılar arasına -1'i de eklemiştir.

Şekil 3.80'de görüldüğü gibi ve odak öğrencilerin verilen ifadeler için yaptıkları yorumlara bakılarak üç odak öğrencinin de değişken ve terim kavramlarını doğru şekilde tanımladıklarını ve örneklerde doğru yanıtları verdiklerini görmekteyiz. Sabit terim kavramını ise, odak öğrencilerden Osman ve Halil doğru şekil tanımlamış ve verilen cebirsel ifadelerde de sabit terim kavramını doğru olarak yanıtlamışlardır. Ancak odak öğrencilerden Ceren'de sabit terim kavramını tanımlamada bazı eksiklikler görülmüştür. Son olarak katsayı kavramında ise, üç odak öğrenci de değişkenin katı anlamına geldiğini tam anlamıyla doğru şekilde ifade edememiş, ancak verilen cebirsel ifadelerde katsayıları doğru şekilde yazabilmişlerdir. Odak öğrencilerin üçü de katsayı kavramını tanım olarak değişkenin kaç katı şeklinde ifade edememişler, tanımlama kısmında eksiklikler görülmüştür. Ancak verilen cebirsel ifadelerde katsayıları doğru şekilde gösterebilmişlerdir.

Son klinik görüşmede cebirsel ifadeleri anlamlandırma başlığı altında benzer terim kavramı da sorgulanmıştır. Bu etkinlikte odak öğrencilere Şekil 3.81'de gösterilen terimleri benzer olan terimlerle eşleştirmeleri ve neden benzer olduklarını açıklamaları istenmiştir.



Şekil 3.81. *Son klinik görüşmede verilen cebirsel ifadelerin benzer olanlarını eşleştirme için sunulan ifadeler*

Odak öğrencilerden Osman ilk olarak, benzer terim kavramını *"Kuvvetleri aynı olan sayılar, üsleri falan aynı olan. Değişkenleri aynı olanlar. Ve ikisi de aynı pay veya paydada olacak"* ifadelerini kullanarak doğru şekilde tanımlamıştır. Şekil 3.81'de verilen 7x terimine benzer terim ararken, $\frac{7}{x}$ teriminde x değişkeninin paydada olduğunu ancak 7x teriminde x değişkeninin pay kısmında olduğunu dile getirmiş dolayısıyla benzer olmadıklarını ifade etmiştir. 77 terimi için de değişken içermediğini ancak 7x'in değişkenini içerdiğini ve benzer olmadıklarını ifade etmiştir. x^2 teriminin ise, kuvvetinin 2 olduğunu dolayısıyla 7x terimi ile benzer olmadıklarını ifade etmiştir. Son olarak -5x terimi ile 7x teriminin değişkenlerinin ve kuvvetlerinin aynı olduğunu dile getirmiş ve benzer olarak bu iki terimi doğru şekilde eşleştirmiştir. -5x^2 terimine benzer olarak da aynı şekilde açıklamaları yaparak x^2 terimini eşleştirmiştir. -23 terimine benzer olarak, değişken içermeyen bir terim olmadı gerektiğini ifade etmiş ve 77 terimin ile eşleştirmiştir. Son olarak $-\frac{5}{x}$ terimine benzer olarak değişkeni paydasında yer alan $\frac{7}{x}$ terimini eşleştirmiştir. Böylece Osman, verilen tüm terimleri benzer olan terimlerle doğru şekilde eşleştirmiş ve benzer terim kavramını anlamlandırmıştır.

Odak öğrencilerden Halil ilk olarak, benzer terim kavramını *"Aynı pay veya paydada olan, aynı üslü işareti olan ve aynı harften oluşan ifadeler"* şeklinde tanımlamıştır. Şekil 3.81'de verilen 7x terimine benzer olarak -5x terimini doğru şekilde eşleştirmiş ve ikisinin de aynı değişkeni içerdiğini ve değişkenlerin pay kısmında yer aldığını ifade etmiştir. Verilen -5x^2 terimi için de kuvvetleri aynı olan x^2 terimini benzer olarak eşleştirmiştir. Verilen -23 terimine benzer olarak 77 terimini eşleştirmiş ve her ikisinin de bilinmeyen içermediğini ifade etmiştir. Son olarak verilen $-\frac{5}{x}$

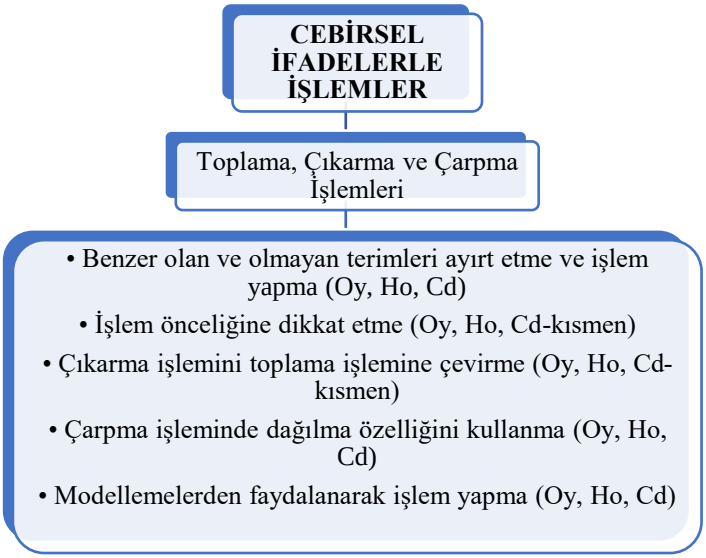
terimine benzer olarak $\frac{7}{x}$ terimini eşleştirmiş ve ikisinde de değişkenin kesrin payda kısmında olduğunu dile getirmiştir. Böylece Halil de Osman gibi, verilen tüm terimleri benzer olan terimlerle doğru şekilde eşleştirmiş ve benzer terim kavramını anlamlandırmıştır.

Odak öğrencilerden Ceren de ilk olarak, benzer terim kavramını *"Üssü ve harfi aynı olan demek"* ifadelerini kullanarak tanımlamıştır. Ancak Ceren yaptığı tanımda, değişkenin her iki terimde de aynı pay ya da paydada bulunması gerektiğini ifade etmemiştir. Şekil 3.81'de verilen 7x terimine benzer olarak -5x terimini doğru şekilde eşleştirmiştir. Verilen -5x^2 terimine benzer olarak da x^2 terimini doğru olarak eşleştirmiş ve ikisinin de aynı değişkene ve aynı kuvvete sahip olduğunu dile getirmiştir. Verilen -23 terimine benzer olarak ikisi de yalnızca sayı olduğunu ifade ederek 77 terimini eşleştirmiştir. Son olarak verilen $-\frac{5}{x}$ terimine benzer olarak verilen $\frac{7}{x}$ terimini eşleştirmiş ve *"Hem altlarında çizgi var hem de x yazıyor"* ifadelerini kullanarak değişkenin her iki terimde de payda kısmında yer aldığını dile getirmiştir. Böylece Ceren de diğer odak öğrenciler gibi, verilen tüm terimleri benzer olan terimlerle doğru şekilde eşleştirmiştir. Ancak Ceren yalnızca benzer terim kavramını tanımlarken eksik ifadeler kullanmış olsa da Ceren'in de benzer terim kavramını anlamlandırdığını söyleyebiliriz.

3.8.3. Cebirsel ifadelerle işlemler

Son klinik görüşmede üçüncü olarak cebirsel ifadeler başlığı altında odak öğrencilerin cebirsel ifadelerle toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerini nasıl yapılandırdıklarını ve bu işlemleri modelleme üzerinde nasıl anlamlandırdıklarını öğrenme amaçlı sorular yöneltilmiştir. Gerçekleştirilen öğretimlerde ve ara klinik görüşmelerde odak öğrenciler dahil sınıftaki öğrenciler basit düzeyde verilen cebirsel ifadelerle toplama işleminde bir sorun yaşamadan işlemlerin yanıtını doğru şekilde oluşturabilmişlerdir. Ancak cebirsel ifadelerle çıkarma işlemine yönelik yapılan etkinliklerde bazı kavram yanılgılarına ve işlem hatalarına rastlanmıştır. Bu yüzden son klinik görüşmede odak öğrencilere cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri üzerine sorular yönlendirilmiş ve benzer terimler arası işlemlerin doğru biçimde yapılıp yapılamadığı sorgulanmıştır. Ayrıca bu klinik görüşmede cebirsel ifadelerle çarpma

işlemi konusuna yönelik sorulara da yer verilmiştir. Bu bağlamda odak öğrencilerin yaptıkları çıkarımlarla ve çözüm yollarıyla elde edilen veriler Şekil 3.82'de gösterilmiştir.



Şekil 3.82. *Ceren, Halil ve Osman'ın son klinik görüşmede cebirsel ifadelerle işlemler konusunda kullandıkları eylemler*

Son klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan etkinlikte aşağıda gösterilen cebirsel ifadeler verilmiş, verilen bu ifadeler arasında toplama ve çıkarma işlemlerini yaparak en sade hallerini hesaplamaları istenmiştir.

a) 8x+5x-4x=

b) -5x+2+2x-9=

c) (10a-3b)+(-8a+6b)=

d) 9y-(-6y+11)=

e) (13x+16)-(9x-13)=

f) $4x^2$+10y-x^2=

g) 5a-($9x^2$+10a)-4=

Verilen bu sorular için odak öğrencilerden Osman, ilk olarak toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken benzer terim olmalarına bakacağını ifade etmiştir. Verilen a şıkkındaki örnek için, tüm terimlerin benzer olduğunu dile getirmiş ve terimlerin katsayıları arasında *"Sayıları toplayacağız 13 olur, 4'ü de çıkarınca 9 olur"* ifadelerini kullanarak işlemleri yapmış yanıtı +9x olarak hesaplamıştır. Verilen c şıkkındaki örnek için de, *"10a ile -8a, -3b ile +6b benzer terim. +2a yapar. Burası da +3b olur. +2a+3b. Devam edemeyiz. Burada değişken a, burada değişken b. Farklı olduğu için*

devam edemeyiz. İşlem böyle kalır" ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında işlemler yapmış ve yanıtı 2a+3b şeklinde hesaplamıştır. Bu cebirsel ifadenin de terimleri benzer olmadığını için aralarında işlem yapılamayacağını dile getirmiştir. Verilen d şıkkındaki örnek için, ilk olarak çıkarma işlemini toplama işlemine çevireceğini dile getirmiş ve +9y+(+6y-11) şeklinde cebirsel ifadeyi düzenlemiştir. Parantez içini neden değiştirdiği sorgulandığında ise Osman, *"Değişim parantezle başlıyor, parantezin içine kadar devam ediyor, parantez bitince bitiyor"* ifadelerini kullanarak çıkarma işleminin toplama işlemini dönüştüğünü açıklamıştır. Ardından +9y ile +6y terimlerinin benzer olduğunu ifade ederek toplamını +15y şeklinde hesaplamış ve -11'in de benzer olmadığını dile getirmiştir. Böylece sorunun yanıtını +15y-11 şeklinde yazmıştır. Verilen g şıkkındaki örnek için Osman, yine ilk olarak çıkarma işlemini toplama işlemine çevirmiş ve +5a+(-9x^2-10a)-4 şeklinde cebirsel ifadeyi düzenlemiştir. Parantezin dışındaki -4'ün işaret değiştirmeyeceğini de ifade etmiştir. Ardından "Burada benzer terim +5a ile -10a. Bunun sonucu -5a olur. Buradaki $-9x^2$'nin benzer terimi yok, direkt yazarız onu. -4'ün de benzer terimi yok direkt yazarız" ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında işlemler yapmış ve yanıtı -5a$-9x^2$-4 olarak doğru şekilde hesaplamıştır. Osman verilen tüm örnekleri benzer terim olup olmamalarına ve işlem önceliğine dikkat ederek doğru şekilde yanıtlamış ve açıklamalarını yapmıştır. Osman'ın yaptığı işlemlere ve açıklamalara göre, cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi konusunu kavradığını söyleyebiliriz.

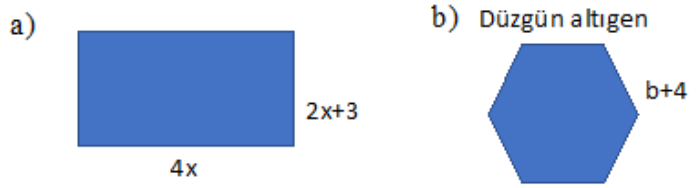
Verilen bu sorular için odak öğrencilerden Halil, ilk olarak toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken benzer terimler arasında işlem yapabileceğini ifade etmiştir. Verilen b şıkkındaki örnek için, *"-5x ile +2x'i topladığında -3x yapar. +2 ile de -9'u topladığımda da -7 olur. Başka benzer terim olmadığı için sonuç -3x-7"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında işlemler yapmış ve sorunun yanıtını doğru şekilde hesaplamıştır. Verilen e şıkkındaki örnek için de ilk olarak çıkarma işlemini toplama işlemine çevirmiş ve (13x+16)+(-9x+13) şeklinde cebirsel ifadeyi düzenlemiştir. *Ardından "+13'ten 9'u çıkardığımızda +4x olur. +16 ile de +13'ü topladığımda +29 olur. Toplama yapılmaz çünkü ikisi de benzer değil"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında işlemler yapmış ve yanıtı +4x+29 olarak doğru şekilde hesaplamıştır. Verilen f şıkkındaki örnek için de Halil, -x²'in katsayısını -1 olarak ele almış ve *"+4'ten 1'i çıkardığımızda 3x² kaldı. +10y de var. Aralarında işlem yapılmaz çünkü benzer terim değil"* ifadelerini kullanarak benzer olan terimlere arasında işlemleri

gerçekleştirmiş yanıtı $3x^2+10y$ olarak yazmıştır. Son olarak verilen g şıkkındaki örnek için, *"$9x^2$, $-9x^2$ olur. +10a, -10a olur. -4 ile bir şey yapmayız. Çünkü parantez içi olduğu için parantezi yaparız"* ifadelerini kullanarak çıkarma işlemini toplama işlemine çevirmiş ve cebirsel ifadeyi $5a+(-9x^2-10a)-4$ şeklinde yazmıştır. Daha sonra cebirsel ifadede benzer terimler arasında işlemler yaparak yanıtı $-5a-9x^2-4$ şeklinde doğru olarak hesaplamıştır. Halil de Osman gibi, verilen tüm örnekleri benzer terim olup olmamalarına ve işlem önceliğine dikkat ederek doğru şekilde yanıtlamış ve açıklamalarını yapmıştır. Halil'in yaptığı işlemlere ve açıklamalara göre, cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi konusunda bilgi eksikliği ve kavram yanılgısıyla karşılaşılmamıştır dolayısıyla konuyu kavradığını söyleyebiliriz.

Verilen bu sorular için odak öğrencilerden Ceren, a şıkkındaki örnek için, *"8x ve 5x benzer. Bunları toplarız 13x gelir. -4x de var. 13x'in önünde bir şey yok yani işareti +. İşaretler farklı o yüzden çıkarırız. 13-4'ten 9x gelir. Büyüğünün işaretini alıyoruz, + olur"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında işlem yapacağını vurgulamış ve yanıtı +9x olarak doğru şekilde hesaplamıştır. Verilen b şıkkındaki örnek için Ceren, *"-5x ve +2x benzer. İşaretleri farklı olduğu için çıkarırız. 3 gelir, -3x olur. Büyüğünün işareti alındığı için -3x'tir. 2 ve 9 kaldı. +2 ve -9'da yine çıkarma yaparız. Çünkü işaretleri farklı, 7 olur. Büyük olanın işaretini alır, -7 olur. -3x ve -7 benzer terim olmadığı için çıkaramayız"* ifadeleriyle benzer olan terimler arasında işlemleri gerçekleştirmiş sonucu da -3x-7 şeklinde hesaplamıştır. Verilen d şıkkındaki örnek için, çıkarma işlemini toplama işlemine çevirirken parantez içindeki terimlerinin işaretlerinin değişeceğini dile getirmiş ve cebirsel ifadeyi 9y+(+6y-11) şeklinde yeniden düzenlemiştir. Ardından *"Benzer terimlere bakarız. 9y ve 6y benzer. O yüzden toplarız. 15 gelir. İşareti + olacak, +15y. Bir de -11 var. Benzer olmadığı için işlem böyle kalır"* ifadelerini kullanarak benzer olan terimler arasında işlem yapmış ve yanıtı +15y-11 olarak doğru şekilde hesaplamıştır. Verilen e şıkkındaki örnek için de yine, çıkarma işlemini toplama işlemine çevireceğini ifade etmiş ve cebirsel ifadeyi (13x+16)+(9x+13) olarak düzenlemiştir. Ancak Ceren burada, parantez içinde verilen +9x teriminin işaretini değiştirip -9x şeklinde yazmayı unutmuştur. Daha sonra benzer terimler arasında işlemleri gerçekleştirip sorunun yanıtını 22x+29 şeklinde hesaplamıştır. Bir terimin işaretini değiştirmeyi unuttuğu için sorunun yanıtını da yanlış hesaplamıştır. Son olarak verilen g şıkkındaki örnek için de, ilk olarak çıkarma işlemini toplama işlemine çevirerek $5a+(-9x^2-10a)-4$ şeklinde doğru olarak cebirsel ifadeyi

düzenlemiştir. Ardından *"Benzerlere bakmam gerekiyor. -10a ve 5a benzer. İşaretleri farklı, çıkarırız. 5 gelir. Büyüğünün işaretini alır, -5a olur. -4'ü de yazarız. 9x² kaldı, onu da yazıyoruz"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında işlemler yapmış ve -5a-4-9x^2 şeklinde cebirsel ifadeyi oluşturmuştur. Bu cebirsel ifade olan terimlerin de benzer terim olmadıklarını dile getirerek aralarında işlem yapılamayacağını ve yanıtın bu şekilde kalacağını ifade etmiştir. Yapılan çözümlere ve açıklamalara bakılarak Ceren'in de diğer odak öğrenciler gibi cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri konusunda eksiklikleri ve kavram yanılgıları olmadığı görülmüştür. Yalnızca bir örnekte bir terimin işaretini değiştirmeyi unutmuş, onun dışında verilen tüm soruları doğru şekilde yanıtlamıştır. Ceren'in ara klinik görüşmelerde ortaya çıkan konu eksiklikleri ve kavram yanılgılarının bu son klinik görüşmede ortadan kaldırıldığını ve konunun kavrandığını söyleyebiliriz.

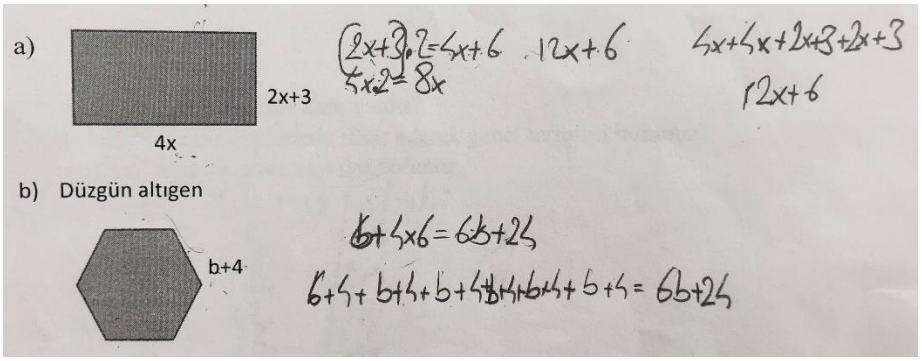
Son klinik görüşmede odak öğrencilere Şekil 3.83'te gösterilen dikdörtgen ve düzgün altıgen şekilleri ve kenar uzunlukları verilmiştir. Odak öğrencilerden verilen şekillerin çevre uzunluklarını cebirsel olarak ifade etmeleri istenmiştir.



Şekil 3.83. *Son klinik görüşmede cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi için odak öğrencilere verilen çokgenler*

Şekil 3.83'te gösterilen a şıkkındaki örnek için odak öğrencilerden Osman, dikdörtgenin çevre hesaplaması için uzun ve kısa kenarlarını göstererek karşısındaki kenarların da aynı uzunlukta olduğunu ifade ederek 4x ve 2x+3 cebirsel ifadeleriyle 2'yi çarpmıştır. Şekil 3.84'te görüldüğü gibi Osman, (2x+3).2 ve 4x.2 işlemlerinin sonucunu sırayla 4x+6 ve 8x olarak hesaplamıştır. Ardından bu iki cebirsel ifadeyi de toplaması gerektiğini dile getirmiş ve dikdörtgenin çevresini 12x+6 cebirsel ifadesiyle oluşturmuştur. Sorunun başka bir çözümü olup olmadığı sorgulandığında ise Osman, dikdörtgenin tüm kenarlarını yazıp toplayarak da dikdörtgenin çevresini hesaplayabileceğini dile getirmiştir. Şekil 3.84'te görüldüğü gibi 4x+4x+2x+3+2x+3 yazarak benzer terimler arasında işlemleri gerçekleştirip yanıtı yine 12x+6 olarak

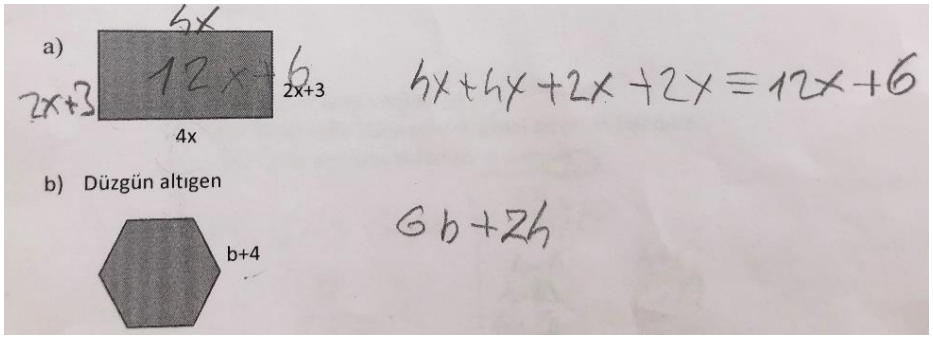
hesaplamıştır. Osman burada cebirsel ifadelerle toplama işlemi dışında çarpma işlemini de kullanmış ve iki çözüm yöntemiyle de doğru yanıta ulaşmıştır.



Şekil 3.84. *Son klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Osman'ın gerçekleştirdiği eylemler*

Şekil 3.83'te verilen b şıkkındaki örnek için odak öğrencilerden Osman, altıgenin çevre hesaplaması için düzgün altıgen olduğundan her kenarının birbirine eşit olduğunu ifade etmiş ve Şekil 3.84'te görüldüğü gibi b+4 ile 6'yı çarparak çevre uzunluğunu hesaplamaya çalışmıştır. Osman burada b+4 ifadesini parantez içinde yazmayı unutmuş ancak çarpma işleminin dağılma özelliğini doğru biçimde kullanarak 6b+24 şeklinde sorunun yanıtını hesaplamıştır. Ayrıca sorunun ikinci çözümü olarak da, altıgenin tüm kenarlarını toplayabileceğini ifade etmiş ve b+4+b+4+b+4+b+4+b+4+b+4 işlemlerini yazarak çevre uzunluğunu yine 6b+24 olarak hesaplamıştır. Osman verilen iki çokgenin çevre uzunluğu hesaplamasında da iki çözüm yöntemi kullanmıştır. Hem cebirsel ifadelerle toplama işlemini hem de çarpma işlemini doğru şekilde gerçekleştirmiştir.

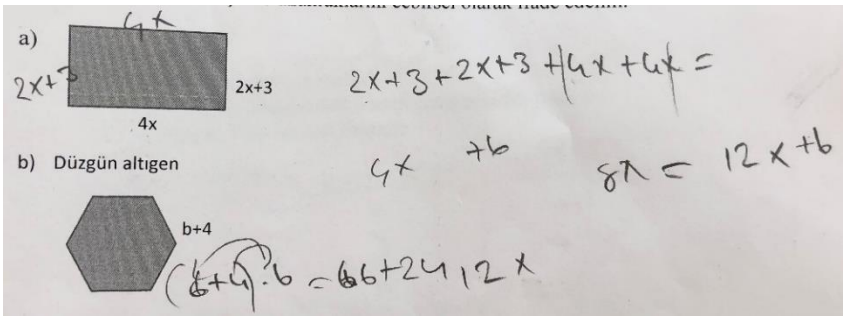
Şekil 3.83'te gösterilen a şıkkındaki örnek için odak öğrencilerden Halil, Şekil 3.85'te görüldüğü gibi ilk olarak dikdörtgenin karşısındaki kenar uzunluklarını yazmıştır. Ardından dikdörtgenin tüm kenar uzunluklarını toplayarak 4x+4x+2x+2x+3+3 işlemlerini gerçekleştirmiş ve çevre uzunluğunu 12x+6 cebirsel ifadesiyle doğru olarak hesaplamıştır.



Şekil 3.85. *Son klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Halil'in gerçekleştirdiği eylemler*

Şekil 3.83'te verilen b şıkkındaki örnek için de odak öğrencilerden Halil, *"Bir kenarı b+4 ise altıgenin 6 kenarı olduğu için b'yi 6 ile çarparız 6b, 6 ile 4'ü çarparız +24"* ifadelerini kullanarak Şekil 3.85'te görüldüğü gibi altıgenin çevre uzunluğunu 6b+24 olarak hesaplamıştır. Halil de Osman gibi, çokgenlerin çevre hesaplamaları için cebirsel ifadelerle toplama işlemini kullandığı gibi çarpma işlemini de doğru şekilde kullanmıştır.

Şekil 3.83'te verilen a şıkkındaki örnek için odak öğrencilerden Ceren, ilk olarak dikdörtgenin karşısındaki kenar uzunluklarını yazmıştır. Ardından çevre hesaplaması için tüm kenar uzunluklarının toplanması gerektiğini dile getirmiş ve Şekil 3.86'da görüldüğü gibi 2x+3+2x+3+4x+4x toplama işlemini yazmıştır. Burada *"4x ve 4x arasında işlem yaparsam 8x. 2x, 2x daha da 4x. +3 ve +3, +6 yapar. Bunları toplayalım. 12x olur. +6 da var. Benzer olmadıkları için bunları toplayamayız"* ifadelerini kullanarak benzer terimler arasında işlemleri gerçekleştirmiş ve yanıtı 12x+6 olarak hesaplamıştır.



Şekil 3.86. *Son klinik görüşmede verilen çokgenlerin çevresini bulmaya yönelik Ceren'in gerçekleştirdiği eylemler*

Şekil 3.83'te verilen b şıkkındaki örnek için de odak öğrencilerden Ceren, *"Bütün kenarları eştir. 6 ile çarparız. Çünkü 6 kenarı var. Paranteze alıp dağıtacağız. 6 ile b'yi*

çarparım 6b, 6'yı 4'e dağıtırım 24. İkisi toplanmaz, benzer terim değiller" ifadelerini kullanarak Şekil 3.86'da gösterilen (b+4).6 işlemlerini gerçekleştirip altıgenin çevre uzunluğunu 6b+24 olarak doğru biçimde hesaplamıştır. Ceren de diğer odak öğrenciler gibi çevre uzunluğu hesaplamasında cebirsel ifadelerle hem toplama hem de çarpma işlemlerini kullanmıştır ve soruları doğru şekilde yanıtlamıştır.

Son klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan etkinlikte cebirsel ifadelerle çarpma konusuna yönelik sabit terim içeren ve içermeyen cebirsel ifadeler ile verilen doğal sayıyı çarpmaları istenmiştir. Ayrıca sabit terim içeren cebirsel ifadelerle verilen doğal sayıyı çarpma işlemlerinde ise sağ ya da soldan dağılma özelliğini doğru şekilde uygulayıp uygulamadıkları sorgulanmıştır.

Şekil 3.82'de görüldüğü gibi odak öğrencilerden Osman, verilen 4.10x örneği için, katsayıları çarparak yanıtı 40x olarak ifade etmiştir. Verilen 10.(9-5x) örneği için de, *"Burada dağıtarak yapınca 10.9-10.5x = 90-50x olur. Bu işlemi yapamayız. Çünkü benzer terim değiller"* ifadelerini kullanarak çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanmıştır ve yanıtı 90-50x şeklinde doğru şekilde hesaplamıştır. Etkinlikte verilen (6x+5).6 örneği için yine çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanmıştır ve burada 6 sayısını önce 6x'e sonra da 5'e dağıtarak dağılmanın soldan sağa doğru gideceğini ifade etmiştir. Sorunun yanıtını da 36x+30 şeklinde doğru olarak hesaplamıştır. Osman, cebirsel ifadelerle çarpma konusuna yönelik etkinlikte verilen diğer örnekleri de doğru şekilde yanıtlamış, çarpmanın dağılma özelliğini vurgulamış ve benzer terimlere dikkat etmiştir. Osman'da bu konuya yönelik bir kavram yanılgısı ya da konu eksikliğine rastlanmamıştır.

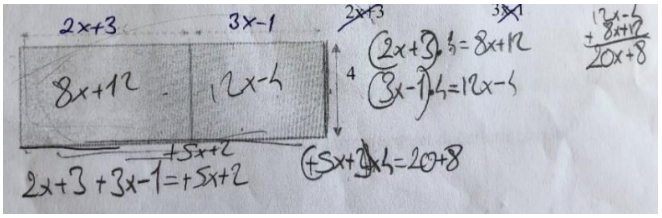
Şekil 3.82'de görüldüğü gibi odak öğrencilerden Halil, verilen -2x.12 örneği için çarpma işlemini yaparak -24x yanıtına ulaşmıştır. Verilen 5.(3x-8) örneği için de, *"5'i parantez içine dağıtırız. 5 ile 3'ü çarptığımızda 15x, 5 ile -8'i çarptığımızda -40 olur"* ifadelerini kullanarak çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanmış ve yanıtı 15x-40 şeklinde doğru olarak hesaplamıştır. Etkinlikte verilen (-7-7x).3 örneği için, *"3 ile -7x'i çarparız -21x, 3 ile -7'yi çarparız -21"* ifadelerini kullanarak çarpmanın dağılma özelliğini soldan sağa doğru uygulamış ve -21x-21 şeklinde soruyu yanıtlamıştır. Halil, cebirsel ifadelerle çarpma konusuna yönelik etkinlikte verilen diğer örnekleri de doğru şekilde yanıtlamıştır. Halil'de de Osman gibi bu konuya yönelik bilgi eksikliği ve kavram yanılgısına rastlanmamıştır, dolayısıyla Halil'in cebirsel ifadelerle çarpma işlemi konusunu kavradığını söyleyebiliriz.

Şekil 3.82'de görüldüğü gibi odak öğrencilerden Ceren, verilen 4.10x örneği için kolayca çarpma işlemini yaparak yanıtı 40x olarak ifade etmiştir. Verilen 10.(9-5x) örneği için de, *"10'u dağıtırız. 10'u 9 ile çarparız, 90. Sonra 10'u 5'e dağıtırız, 50x. Arasındaki işaret - olur"* ifadelerini kullanarak çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanmış ve yanıtı 90-50x şeklinde hesaplamıştır. Ardından bu cebirsel ifadede çıkarma işlemi yapılıp yapılamayacağı sorgulandığında ise Ceren, *"Yapılmaz. Çünkü birinde x var diğerinde yok"* ifadelerini kullanarak benzer terim olmadıkları için işlem yapamayacağını ve yanıtın bu şekilde kalacağını dile getirmiştir. Etkinlikte verilen (-7-7x).3 örneği için de, yine çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanmış ve dağılmayı soldan sağa şekilde uygulamıştır. Sorunun yanıtını -21-21x şeklinde doğru olarak ifade etmiştir. Ceren, etkinlikte verilen diğer soruları da doğru şekilde yanıtlamıştır. Böylece Ceren'in de diğer odak öğrenciler gibi, cebirsel ifadelerle çarpma işlemi konusunda bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları olmadığı görülmüştür.

Son klinik görüşmede son etkinlik olarak, odak öğrencilere Şekil 3.87'de gösterilen iki dikdörtgen ve kenar uzunlukları verilmiştir. Öğrencilerden verilen dikdörtgenlerin alanları toplamını veren cebirsel ifadeyi hesaplamaları istenmiştir.

Şekil 3.87. *Son klinik görüşmede odak öğrencilere sunulan cebirsel ifadelerle çarpma işlemine yönelik verilen etkinlik*

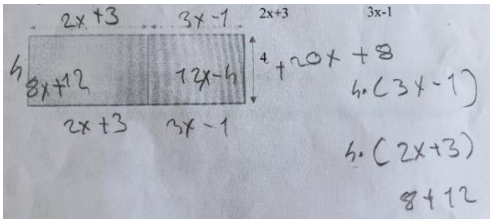
Şekil 3.87'de verilen etkinlik için odak öğrencilerden Osman, ilk olarak sorunun çözümü için ya ayrı ayrı alanlarını bulup sonra toplayabileceğini ya da iki kenarı toplayıp alanını hesaplayabileceğini ifade ederek iki çözüm yöntemini dile getirmiştir. Birinci çözüm yöntemi için, *"Ayrı ayrı yaparsak 2x+3 ile 4'ü çarpmamız gerekir. (2x+3).4= 8x+12 olur. (İlk dikdörtgeni göstererek) buranın alanı 8x+12 olur"* ifadelerini kullanarak Şekil 3.88'de görüldüğü gibi her iki dikdörtgenin alanını ayrı ayrı hesaplamış, soldaki dikdörtgenin alanı için (2x+3).4 ve sağdaki dikdörtgenin alanı için (3x-1).4 işlemlerini yazmıştır. İki işlemi de yaparak sırasıyla 8x+12 ve 12x-4 cebirsel ifadeleriyle dikdörtgenlerin alanlarını hesaplamıştır. Ardından hesapladığı bu iki alanı toplayarak oluşan büyük dikdörtgenin alanını, 12x-4+8x+12 işlemleriyle 20x+8 cebirsel ifadesiyle doğru olarak ifade etmiştir.



Şekil 3.88. *Son klinik görüşmede verilen dikdörtgenlerin alanını bulmaya yönelik Osman'ın gerçekleştirdiği eylemler*

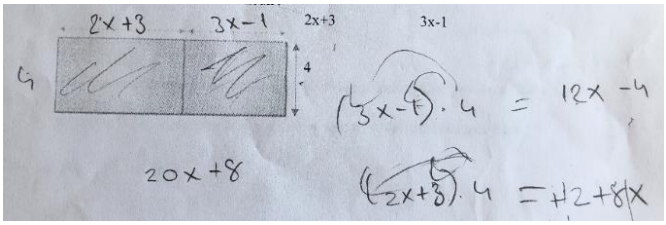
Osman sorunun ikinci çözüm yöntemini de, Şekil 3.88'de gösterilen dikdörtgenin uzun kenarını göstererek *"Bu ikisinin toplamıyla aradaki çizgiyi kaldırmış oluyoruz, uzun kenarı buluruz. Sonra 4'le çarptığımızda bu ikisini bir şekilmiş gibi buluruz. 2x+3 ile 3x-1'i toplayacağız"* ifadelerini kullanarak iki dikdörtgeni birleştirip büyük dikdörtgen şeklinde düşünmüş ve alanı oluşan dikdörtgene göre hesaplayacağını dile getirmiştir. Ardından toplama işlemini yaparak dikdörtgenin uzun kenarını 5x+2 cebirsel ifadesiyle yazmıştır. Oluşan büyük dikdörtgenin alanını da uzun ve kısa kenar uzunluklarını çarparak 4.(5x+2) işlemleriyle 20x+8 şeklinde doğru olarak hesaplamıştır. Osman yaptığı iki çözüm yöntemiyle de aynı sonuca ulaşmıştır. Burada Osman'ın yaptığı çözümlere ve açıklamalara bakılarak cebirsel ifadelerle toplama ve çarpma işlemine yönelik konu eksikliğine ve kavram yanılgısına rastlanmamıştır. Dolayısıyla cebirsel ifadelerle toplama ve çarpma konusunun kolayca kavrandığını söyleyebiliriz.

Şekil 3.87'de verilen etkinlik için odak öğrencilerden Halil, Şekil 3.89'da gösterildiği gibi ilk olarak dikdörtgenin verilen kenar uzunluklarını dikdörtgenin çevresine yerleştirmiştir. Ardından *"4 ile (2x+3)'ü çarptığımızda 8x+12 olur. Diğer dikdörtgenin alanı ise 4.(3x-1)'den 12x-4 olur"* ifadelerini kullanarak iki dikdörtgenin alanını ayrı ayrı hesaplamıştır. Bulduğu iki alan sonucunu da toplayarak 8x+12+12x-4 işlemlerini gerçekleştirmiş ve büyük dikdörtgenin alanını 20x+8 şeklinde doğru olarak hesaplamıştır. Halil'in çözümüne ve açıklamalarına bakarak cebirsel ifadelerle toplama ve çarpma konusunda bilgi eksikliklerine ve kavram yanılgısına rastlanmamıştır, dolayısıyla konunun anlaşıldığını söyleyebiliriz.



Şekil 3.89. *Son klinik görüşmede verilen dikdörtgenlerin alanını bulmaya yönelik Halil'in gerçekleştirdiği eylemler*

Şekil 3.87'de verilen etkinlik için odak öğrencilerden Ceren, dikdörtgenleri ayrı ayrı ele alarak *"Alan bulmak için iki kenarı da çarparız. 3x-1 ile 4'ü çarparız. Paranteze alırız. 4'ü dağıtırız. 12x, sonra 4'ü 1'e dağıtırız, -4 olur. 12x-4 oldu"* ifadelerini kullanarak sağdaki dikdörtgenin alanını çarpma işleminin dağılma özelliğini kullanarak doğru şekilde hesaplamıştır. Ardından Şekil 3.90'da görüldüğü gibi, soldaki dikdörtgenin alanı için, 4.(2x+3) işlemlerini yazarak 8x+12 cebirsel ifadesini oluşturmuştur. Oluşan büyük dikdörtgenin alanı için ise, hesapladığı iki dikdörtgenin alanını toplayarak *"12x ile 8x'i toplayayım, 20x. 12 ve -4 var. 12'nin önüne + yazarız. İkisinin de işareti farklı, çıkarırız. +8 olur. Sonuç 20x+8. İkisi toplanmaz çünkü benzer terim yok"* ifadelerini kullanarak iki cebirsel ifade arasında benzer terim olmalarına dikkat ederek toplama işlemini doğru şekilde yapmıştır. Diğer odak öğrenciler de olduğu gibi Ceren'de de cebirsel ifadelerle toplama ve çarpma işlemi konusuna yönelik kavram yanılgısına rastlanmamıştır. Bu konunun üç odak öğrenci için de doğru şekilde anlamlandırıldığını ve kavrandığı söylenebilir.



Şekil 3.90. *Son klinik görüşmede verilen dikdörtgenlerin alanını bulmaya yönelik Ceren'in gerçekleştirdiği eylemler*

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

4.1. Sonuç

Araştırmanın bu bölümünde araştırmadan elde edilen sonuçlar, yedi başlıkta sunulmuştur. Bu yedi başlık aşağıda yer alan şeklinde belirlenmiştir:

1. Eşitlik ve ilişkisel düşünmeye ilişkin sonuçlar
2. Örüntü genellemeye ilişkin sonuçlar
3. Cebirsel ifade oluşturmaya ilişkin sonuçlar
4. Cebirsel ifadeyi anlamlandırmaya ilişkin sonuçlar
5. Cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırmaya ilişkin sonuçlar
6. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerine ilişkin sonuçlar
7. Cebirsel ifadelerle çarpma işlemine ilişkin sonuçlar

4.1.1. Eşitlik ve ilişkisel düşünmeye ilişkin sonuçlar

Düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip odak üç öğrenci ile gerçekleştirilen öğretim ve klinik görüşmeler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Yapılan ön klinik görüşmelerde düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip odak üç öğrencinin eşit işaretinin anlamını denge ve aynılık olarak ifade ettikleri görülmüştür. Düşük başarı düzeyine sahip Ceren ve orta başarı düzeyine sahip Halil eşit işaretinin anlamını bir işlemin sonucu olarak ifade etmişlerdir. Yüksek başarı düzeyine sahip Osman ise işlemlerin eşitliğini ilişkisel düşünme ile de ifade edebilmiştir. İşlemlerin eşitliği konusunda orta ve düşük başarı düzeyine sahip öğrenciler, sunulan etkinliklerde verilen bilinmeyeni göz ardı ederek işlemleri gerçekleştirmişlerdir. Yüksek başarı düzeyine sahip öğrenci, belirli şekillerle verilen bilinmeyen yerine farklı sayılar deneyerek eşitliği sağlayıp sağlamadığını kontrol etmiştir. Odak öğrencilerin üçüne de bakıldığında eşit işaretini eşitlik aksiyomu olarak her iki tarafa aynı sayısının eklenmesi ya da çıkarılması durumunda eşitliğin bozulmayacağını kolayca ifade edebilmişlerdir.

Gerçekleştirilen öğretim sonucunda hem sınıfta hem de üç odak öğrencide ön klinik görüşmelere göre gelişme gözlenmiştir. Öğretim esnasında doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerinin kullanılması öğrencilerin sonuç odaklı düşünme dışında ilişkisel düşünmeye yönlenmelerinde etkili olmuştur. Etkinliklerde eşitlik kavramında temel aritmetik işlem özelliklerini kullanarak sayılar arasındaki ilişkiyi kurabilmişler ve böylece ilişkisel düşünme odaklı çözümler yapmaya başlamışlardır.

4.1.2. Örüntü genellemeye ilişkin sonuçlar

Düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip odak üç öğrenci ile gerçekleştirilen öğretim ve klinik görüşmeler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Ön klinik görüşmelerde öğrencilerin üçü de şekil örüntüsünü yakın adıma devam ettirirken hem sayısal (sayı örüntüsünü devam ettirme) hem de görsel yaklaşım (şekli çizerek devam ettirme) altında bir önceki terime sabit terimi ekleyerek bir sonraki terimi elde etmişlerdir (yinelemeli genel). Odak öğrencilerden orta ve düşük başarı düzeyine sahip öğrenciler, örüntünün yakın ve uzak adımını fonksiyonel özel düzeyde ifade edebilmiştir. Verilen şekil örüntüsünde şekli tam anlamıyla analiz edememişler adım sayısı ile şekil arasındaki ilişkiyi görememişlerdir. Yüksek başarı düzeyine sahip öğrenci ise, örüntünün yakın ve uzak adımını temel fonksiyonel düzeyde ifade edebilmiştir. Ayrıca bu öğrenci, adım sayısına bağımlı kare sayılarının nasıl değişeceğini açıklamıştır.

Ön klinik görüşmelerde üç öğrencide gözlenen kavram yanılgısı, örüntülerde ardışık terimler arasındaki farka odaklanarak adım sayısı ve adım sayısına karşılık gelen sayıyı dikkate almamaları şeklinde birinci ara klinik görüşmede de devam etmiştir. Şekil örüntüsünde yakın ve uzak adımda düşük başarı düzeyine sahip öğrenci, fonksiyonel özel düzeyden temel fonksiyonel düzeye geçebilmiştir. Orta başarı düzeyine sahip öğrenci de sayı örüntülerinde yinelemeli genel ve fonksiyonel özel düzeyden temel fonksiyonel düzeye geçişi sağlamıştır. Yüksek başarı düzeyine sahip öğrenci de verilen etkinlikleri doğru şekilde yanıtlayarak çözümleri temel fonksiyonel düzeyde kolayca gerçekleştirmiştir. Öğrencilerin üçü de örüntünün yakın adımında yinelemeli (recursive) yaklaşımı kullanmışlardır. Uzak adımında ise ancak fonksiyonel ilişkiyi keşfedebilirlerse örüntüyü genelleyebilmişlerdir. Şekil örüntüsünde genellemeye ulaşabilmek için öğrencilerin görsel yaklaşım ile sayısal yaklaşım arasındaki ilişkiyi görebilmeleri ve tablo temsilinden faydalanmaları oldukça etkili olmuştur.

Son klinik görüşmede şekil örüntüsünde odak öğrencilerin üçü de yakın adım için yinelemeli genel düzeyde hesaplamaları gerçekleştirmişlerdir. Şekil örüntüsünün görsel analizinden tablo temsiline geçişi üç öğrenci de fonksiyonel genel düzeyde gerçekleştirebilmişlerdir. Şekil örüntüsünde istenen yakın adım, uzak adım ve genel terim sorularını üç öğrenci de şekli görsel olarak analiz ederek ve tablo temsilinden faydalanarak doğru şekilde yanıtlamışlardır.

4.1.3. Cebirsel ifade oluşturmaya ilişkin sonuçlar

Düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip odak üç öğrenci ile gerçekleştirilen öğretim ve klinik görüşmeler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Birinci ara klinik görüşmelerde sözel ifadeden cebirsel ifadeye geçiş ve cebirsel ifadeden sözel ifadeye geçiş konusunda yüksek ve orta başarı düzeyine sahip öğrenciler, işlem önceliğini de vurgulayarak ifadelerini doğru biçimde oluşturabilmişlerdir. Düşük başarı düzeyine sahip öğrenci, verilen basit örneklerde işlem önceliğine dikkat ederken karmaşık örneklerde bazı hatalar yapmıştır.

Son klinik görüşmelerde cebirsel ifade oluşturma konusunda değişkeni üç öğrenci de doğru şekilde tanımlamışlardır. Sözel ifadelerden cebirsel ifadeye geçiş örneklerinde üç odak öğrenci de işlem önceliğine dikkat ederek cebirsel ifadeleri doğru biçimde oluşturabilmiştir. Düşük başarı düzeyine sahip öğrenci, ara klinik görüşmede bazı örneklerde işlem önceliğine dikkat etmemiş ve soruları yanlış olarak yanıtlamıştı ancak son klinik görüşmede kavram yanılgılarının ortadan kalktığı görmekteyiz.

4.1.4. Cebirsel ifadeyi anlamlandırmaya ilişkin sonuçlar

Düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip odak üç öğrenci ile gerçekleştirilen öğretim ve klinik görüşmeler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Birinci ara klinik görüşmelerde cebirsel ifadeleri anlamlandırmada da, yüksek ve orta başarı düzeyine sahip öğrenciler, $(a-15).7 \neq 7a-15$, $x5 = 5x$, $4a+10 \neq 14a$ ve $3.b = 3b$ gibi eşitlik ve eşitsizliklerin doğru olduğunu ifade etmişlerdir. Düşük başarı düzeyine sahip Ceren, cebirsel ifadeleri anlamlandırmayı tam olarak gerçekleştirememiştir.

Gerçekleştirilen öğretimler ve son klinik görüşmelere göre düşük başarı düzeyine sahip Ceren'de görülen kavram yanılgılarının ortadan kalktığı gözlenmiştir. Etkinliklerde verilen cebirsel ifadelerde çarpma işleminin dağılma özelliğini ifade etmiş ve benzer olan terimler arasında işlemleri doğru şekilde gerçekleştirmiştir. Yüksek ve orta başarı düzeyine sahip odak öğrencilerde kavram yanılgısı gözlenmeden verilen cebirsel ifadelerde işlemleri doğru şekilde gerçekleştirmişlerdir.

4.1.5. Cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırmaya ilişkin sonuçlar

Düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip odak üç öğrenci ile gerçekleştirilen öğretim ve klinik görüşmeler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

İkinci ara klinik görüşmelere göre, değişken kavramını yüksek ve orta başarı düzeyin sahip öğrenciler bilinmeyen, belli olmayan harf ya da sembol şeklinde doğru olarak tanımlamışlar ve örneklerde de değişkeni göstermişlerdir. Düşük başarı düzeyine sahip öğrenci ise, değişken kavramının tanımlamasını doğru ve tam anlamıyla yapamamıştır, ancak verilen ifadelerde değişken kavramını gösterebilmiştir. Terim kavramını ise yine yüksek ve orta başarı düzeyine sahip öğrenciler doğru şekilde açıklayabilmişler ve verilen ifadelerde terimleri doğru şekilde gösterebilmişlerdir. Düşük başarı düzeyine sahip öğrenci ise tanımlamayı tam anlamıyla yapamamıştır ve bazı ifadelerin terimlerini doğru olarak ayıramamıştır. Katsayı kavramını ise üç öğrenci de değişkenin kaç katı olduğu biçiminde tanımlayamamışlardır. Tanım kısmında bazı eksiklikler gözlenmiştir. Verilen bazı ifadelerde katsayı olarak gizli 1 verildiğinde öğrenciler 1 katsayısını gözden kaçırmışlardır. Bazı ifadelerinde katsayısında önündeki işareti yazmayı unutmuşlardır. Sabit terim kavramını yüksek ve orta başarı düzeyine sahip öğrenciler, doğru şekilde tanımlamışlar ve cebirsel ifadelerde sabit terimi yazabilmişlerdir. Düşük başarı düzeyine sahip öğrenci ise sabit terim kavramını tam anlamıyla tanımlayamasa da verilen cebirsel ifadelerde sabit terimleri doğru şekilde gösterebilmiştir. Benzer terim kavramını üç öğrenci de aynı değişkeni içeren ve aynı kuvvete sahip olan şeklinde tanımlamışlardır. Ayrıca yüksek ve orta başarı düzeyine sahip öğrenciler, değişkenin aynı pay ya da paydada bulunması gerektiğini de ifade etmişlerdir. Cebirsel ifadeleri benzer olan terimlerle doğru şekilde eşleştirmişlerdir.

Gerçekleştirilen öğretimler ve son klinik görüşmelere göre, cebirsel ifadenin terimlerini anlamlandırmada değişken, terim, sabit terim ve katsayı kavramlarını üç öğrenci de doğru şekilde anlamlandırmıştır. Verilen cebirsel ifadelerde her kavramı doğru şekilde gösterebilmişlerdir. Ancak tanımlama konusunda katsayı kavramı dışındaki kavramları doğru şekilde tanımlayabilmişlerdir. Benzer terim kavramı da üç odak öğrencide doğru şekilde anlamlandırılmıştır.

4.1.6. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerine ilişkin sonuçlar

Düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip odak üç öğrenci ile gerçekleştirilen öğretim ve klinik görüşmeler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

İkinci ara klinik görüşmelerde yüksek ve orta başarı düzeyine sahip öğrenciler, işlemsel olarak ve problem bağlamında verilen cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini benzer terim olup olmamalarına dikkat ederek doğru şekilde

gerçekleştirmişlerdir. Düşük başarı düzeyine sahip öğrenci ise, toplama ve çıkarma işlemlerinde bazı işlem hataları yapmış, tüm örneklere doğru şekilde yanıt verememiştir. Modelleme üzerinde verilen toplama ve çıkarma işlemlerinde de benzer şekilde yüksek başarı düzeyine sahip öğrenciler, etkinlikleri doğru biçimde yanıtlamış, ancak düşük başarı düzeyine sahip öğrencinin çözümlerinde benzer terimler arasında yaptığı işlemler ve gizli 1 katsayısı konusunda bazı hatalar görülmüştür. Genel olarak öğrenciler cebirsel ifadelerle çıkarma işleminde işaretleri değiştirme konusunda zorlanmışlardır.

Gerçekleştirilen öğretim ve son klinik görüşmelere göre, cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma konusunu üç öğrenci de hem işlemsel hem de modelleme üzerinde doğru şekilde anlamlandırmışlardır.

4.1.7. Cebirsel ifadelerle çarpma işlemine ilişkin sonuçlar

Düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip odak üç öğrenci ile gerçekleştirilen öğretim ve klinik görüşmeler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

İkinci ara klinik görüşmelerde cebirsel ifadelerle çarpma işlemi konusunda öğrencilerin üçü de, sabit terim içermeyen tek terimden oluşan cebirsel ifade ile bir doğal sayının çarpımını kolaylıkla gerçekleştirmişlerdir. Çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğinin kullanılacağı örneklerde yüksek ve orta başarı düzeyine sahip öğrenciler, verilen tüm örnekleri doğru şekilde çözmüşlerdir. Ancak Ceren verilen örneklerde bazı hatalar yapmıştır, Düşük başarı düzeyine sahip öğrenci dağılma özelliğini tam anlamıyla kavrayamamıştır.

Gerçekleştirilen öğretim ve son klinik görüşmelere göre, cebirsel ifadelerle çarpma konusunu üç öğrenci de hem işlemsel hem de modelleme üzerinde doğru şekilde anlamlandırmışlardır.

Ayrıca cebirsel ifadelerle çarpma işlemi cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri konusuna göre daha kolay anlaşılmıştır. Düşük başarı düzeyine sahip Ceren'de toplama ve çıkarma işlemlerine göre çarpma işlemlerine yönelik örnekleri daha kolay çözebilmiştir. Öğretimler esnasında da sınıftaki öğrencilerde aynı şekilde cebirsel ifadelerle çarpma işlemini daha rahat anlamlandırmışlardır.

4.2. Tartışma

Bu araştırmada TÖYH'ye dayalı yürütülen öğretim deneyleri sürecinde ortaokul altıncı sınıfa devam eden üç odak öğrencinin aritmetik ve cebir görevlerini çözerken

matematiksel olarak nasıl düşündüklerinin ortaya koyulması ve öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte öğrenmelerini destekleyecek araçların belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın bu bölümünde araştırmadan elde edilen bulgular, alan yazın taraması ile desteklenerek üç başlıkta tartışılmıştır. Bu üç başlık;

1. Eşitlik ve ilişkisel düşünmeye ilişkin tartışmalar
2. Örüntü genellemeye ilişkin tartışmalar
3. Cebirsel ifadeleri anlamlandırmaya ilişkin tartışmalar

şeklinde belirlenmiştir.

4.2.1. Eşitlik ve ilişkisel düşünmeye ilişkin tartışmalar

Öğrenme sürecinde herhangi bir konuya ilişkin ön bilgiler, o konuya ilişkin yeni bilginin ediniminde ve yapılandırılmasında önemli bir etkendir. Nitekim Piaget, öğrencilerin bir konuya ilişkin ön bilgileri kullanabilecek gelişimsel düzeyde olmalarının öğrenmede önemli bir rol oynadığını ifade etmiştir. Başka bir deyişle, öğrencilerin belirli bir konuyu öğrenebilmelerinde gereken düzeyde olgunlaşma düzeyine ya da kavrama kapasitesine sahip olma yeterliklerinin önemli bir koşul olduğunu belirtmiştir (Gallagher ve Reid, 1981). Bununla birlikte araştırmanın odak noktalarından biri olan TÖYH'de de öğrenme amacının öğrencilerin ön bilgilerine bağlı olarak belirlenmesi gerekmektedir (Simon, 1995; Zembat 2016c). Dolayısıyla bu araştırmada temel öğrenme amacı olarak belirlenen cebire giriş konusunda ön bilgi olarak yeterli derecede gelişmiş olmaları gerektiği düşünülen eşit işaretinin anlamı ve örüntü genelleme konuları üzerine odak öğrencilerle ön klinik görüşmeler gerçekleştirilerek öğrencilerin ön bilgileri dolayısıyla da yeterlikleri belirlenmiştir.

Araştırmada gerçekleştirilen ön klinik görüşmelere göre üç odak öğrenci eşit işaretinin anlamını denge ve aynılık yanı sıra eşitlik aksiyomunu ifade etmelerine karşın, düşük ve orta başarılı öğrencilerin eşit işaretini bir işlemin sonucu olarak anlamlandırdıkları görülmüştür. Literatürde öğrencilerin "eşit işaretini" ilişkisel bir sembolden ziyade işlemsel bir sembol olarak gördüklerine ilişkin pek çok çalışmaya da rastlanmaktadır (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1975; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Carpenter, Levi, Franke ve Zeringue, 2005). Bu araştırmada ise öğrencilerin eşit işaretini denge ve aynılık olarak, yanı sıra eşitlik aksiyomunu ifade etmeleri, eşitlik kavramını tam olarak anlamlandırdıklarını göstermemektedir. Bu durumun öğrencilerin eşitlik kavramı ile ilk kez karşılaştıkları ilkokuldaki ön öğrenmelerinden

kaynaklanabileceği söylenebilir. Oysaki eşitlik cebirsel düşünmenin gelişiminde anahtar rol oynayan kavramdır. Öğrencilerin cebirde başarılı olmaları için eşitlik kavramını anlamlandırmaları önemlidir. Aynı zamanda eşit işaretinin bir ilişkiyi temsil ettiğinin anlaşılması ve eşit işaretinin uygun biçimde kullanılması matematiksel ilişkiler ile ilgili düşünmenin öğrenilmesinde önemli bir ölçüttür (Carpenter ve diğer., 2005). Bu bağlamda araştırmada eşitlik sembolünün sonuçtan ziyade bir ilişkiyi temsil ettiğini vurgulayan bir cebir öğretimi gerçekleştirilmesine karar verilmiştir.

Eşit işaretinin kavramsallaştırılmasında denge anlamının vurgulanması ve doğru/yanlış ile açık sayı cümlelerinin kullanılması literatürde önerilmektedir. Öğrencilerin ilişkiler üzerinde düşünmeye başlamaları, bu ilişkileri nasıl temsil edeceklerini öğrenebilmeleri ve oluşturdukları anlamları ifade edebilmeleri için, daha açıkça ilişkisel düşünmenin geliştirilmesi ve eşit işaretinin ilişkisel anlamının kazandırılması için, doğru/yanlış cümleleri ve açık sayı cümleleri önemli bir araç olarak kullanılabilir (Carpenter, Franke ve Levi, 2003). Bu bağlamda üç hafta süren birinci etap öğretim dizisinin ilk hafta etkinliğinde öğrencilerin ön bilgilerinde gözlenen eksiklikler ve yanılgılar dikkate alınarak eşitlik kavramı ve ilişkisel düşünme üzerine doğru/yanlış ve açık sayı cümleleri üzerine çalışılmıştır. Ders süresinde gerçekleştirilen etkinlikte sınıftaki öğrenciler genel olarak sonuç odaklı işlemler gerçekleştirmişlerdir. Bazı öğrencilerin ise ilişkisel düşünme odaklı hareket ettikleri ve bu süreçte temel aritmetik işlem özelliklerini kullandıkları ya da sayılar arasında ilişki kurabildikleri belirlenmiştir. Ayrıca doğru/yanlış ve açık sayı cümleleri ile öğrencilerde ilişkisel düşünme anlamında ilerleme gözlenmiştir.

4.2.2. Örüntü genellemeye ilişkin tartışmalar

Ön klinik görüşmelerde öğrencilerin şekil örüntüsünü yakın adıma devam ettirirken yinelemeli yaklaşımı kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin ağırlıklı olarak yinelemeli yaklaşımı kullanması şaşırtıcı değildir. Literatürde de benzer bir eğilim görülmektedir (Bezuska ve Kenney, 2008; Orton, Orton ve Roper, 2005; Tanışlı ve Köse, 2011). Aynı zamanda öğrencilerin bu süreçte öncelikle şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürerek görsel ilişkilerden ziyade, sayısal ilişkilere odaklandıkları, örüntüyü oluşturan şekillerin yapısal özelliklerinden çok şekilden elde ettikleri sayısal verileri kullanarak sonuca ulaşmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Bu sonuç benzer çalışmaların sonuçlarını da destekler niteliktedir (Amit ve Neria, 2007; Becker ve

Rivera, 2006; Becker ve Rivera, 2007; Lan Ma, 2007; Stacey, 1989; Orton ve Orton, 2005). Bu çalışmalarda öğrenciler şekillerin yapılarını dikkate almadan ve modellerden hiç yararlanmadan örüntülerin sayısal yönüne odaklanma eğiliminde oldukları belirtilmiştir (Becker ve Rivera 2005; Becker ve Rivera, 2007; Kutluk, 2011; Ndlovu, 2011; Noss vd., 1997; Orton, Orton ve Rooper, 2005; Stacey, 1989). Ancak bu durum pek çok çalışmada da görüldüğü gibi (Becker ve Rivera, 2005; Stacey, 1989; Rivera, 2007; Tanışlı ve Köse, 2011) örüntünün uzak adımdaki bir terimi hesaplayabilmeyi ya da genel terimi bulabilmeyi güçleştirmiştir. Araştırmada ise şekil örüntüsünün yapısına odaklanan yüksek başarı düzeyine sahip öğrencinin bunu kısmen de olsa başarabildiği ve örüntünün genel terimine ulaşabildiği, ancak diğer iki öğrencinin genel terimi bulamadığı gözlenmiştir.

Örüntünün genel teriminin ele edilme sürecinde aynı zamanda bazı öğrencilerin örüntünün ardışık terimleri arasındaki farka odaklanarak, artış miktarını genel terim için kullanılan n harfinin yanına çarpım olarak yazdıkları ve ardından 1. adım için n yerine 1 yazarak genel terimi bulmaya çalıştıkları da görülmüştür. Benzer bir sonuca Tanışlı ve Köse (2011)'nin yaptığı çalışmada da rastlanmıştır. Çalışmada örüntünün ardışık terimler arasındaki farkın sabit olduğu belirlendikten sonra öğrencilerin bu sabit farkı a katsayısı olarak ele aldıkları ve b sayısını bulmak için de girdi-çıktı ilişkisini inceleyip an±b ifadesini oluşturdukları belirtilmiştir. Ancak yapılan bu işlemler yalnızca sabit fark ilişkisi bulunan örüntülerde doğru genellemeye götürmektedir. Öğrenciler genel terimi a^2n±b, a^3n±b gibi birinci dereceden cebirsel ifade olmayan örüntülerle karşılaştıklarında aynı kuralı uygulayamamakta ve örüntünün genel terimini bulmakta zorlanabilmektedirler. Yaşanılan bu durumun nedenlerinin başında öğretmenlerin öğrencilerin dikkatlerini etkinliklerdeki tekniğe yönlendirmesi ve tekniğin daha geniş uygulama alanlarını tartışmaya açmaması olduğu söylenebilir (Olkun ve Toluk, 2004).

Örüntünün adım sayısı ile o adıma karşılık gelen terim sayısı arasındaki ilişkiyi ifade etmek için şekil örüntüsünün yapısını doğru biçimde analiz etmek gereklidir. Bu analizi yapabilen öğrenciler örüntünün sadece sayısal değerlerine değil, şeklin yapısına da odaklanmakta ve bu sayede alternatif çözüm yolları üretebilmektedirler. Çünkü görsel ilişkiler örüntünün görülmesi, fonksiyonel ilişkinin keşfedilmesi, sayısal stratejilerle oluşturulması zor olan çeşitli formüllerin üretilmesi ve savunulmasında önemli bir role sahiptir (Tanışlı ve Köse, 2011). Bu nedenle öğrencilerin özellikle görsel olarak verilen örüntü sorularında şekillerin yapılarını dikkate almaları tavsiye

edilmektedir (Becker ve Rivera, 2006; Tanışlı ve Köse, 2011). Dolayısıyla araştırmada hem ön klinik görüşme sonuçları hem de kazanımlar doğrultusunda literatürden destek alarak örüntülerin genellenmesi ve fonksiyonel düşünmenin gelişimine yönelik bir tahmini öğrenme yol haritası hazırlanmış ve bu doğrultuda ders planı ve etkinlikler tasarlanmıştır. Bu süreçte öncelikle şekil örüntüleri ile çalışmaya ve örüntülerin şekil yapılarını doğru analiz ederek öğrencilerin fonksiyonel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik bir öğretim planlanmıştır. Bu süreçte literatürde çokça vurgulanan (Kieran, 1992; MacGregor ve Stacey, 1993; Tanışlı ve Kabael, 2010) tablo temsilinin kullanılmasına özen gösterilmiştir.

Gerçekleştirilen öğretimler sonucu odak öğrenciler ve sınıftaki öğrencilerin verilen etkinliklerde örüntüyü görsel açıdan analiz ettikleri ve her adımdaki sabit, değişenleri örüntünün tablo temsilinde doğru şekilde ifade ettikleri belirlenmiştir. Böylece sınıftaki öğrencilerle birlikte örüntünün tablo temsilinden faydalanarak ilişkiyi genelleyebildikleri de gözlenmiştir. Yapılan pek çok çalışmada (Stacey, 1989; Rivera ve Becker, 2005) ve Rivera'nın (2007) çalışmasında da görüldüğü gibi, görsel stratejileri kullanan öğrencilerin örüntülerdeki fonksiyonel ilişkileri daha iyi görebildikleri böylece daha iyi genelleme yapabildikleri ortaya çıkmıştır.

Örüntüleri genelleme sürecinde öğrencilerin cebire giriş bağlamında değişken kavramını anlamlandırdıkları da görülmüştür. Bu süreçte odak öğrenciler dahil sınıftaki öğrencilerin çoğunun, cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için kolayca hesaplayabildikleri, an±b ya da ikinci dereceden a^2n±b cebirsel ifadeleri için n değişkeni yerine istenen değeri verip cebirsel ifadenin alacağı değerleri işlem önceliğine dikkat ederek bulabildikleri belirlenmiştir.

4.2.3. Cebirsel ifadeleri anlamlandırmaya ilişkin tartışmalar

Araştırmada kazanımlar bağlamında hem öğrencilerin ön bilgileri ve kavram yanılgıları hem de literatür tabanlı bir araştırma sonucunda değişken kavramı ve cebirsel ifadelere yönelik tahmini öğrenme yol haritaları hazırlanmış bu doğrultuda ders planları ve etkinlikler tasarlanmıştır. İlk olarak sözel bir durum ile cebirsel ifade arasındaki geçişi sağlama ve basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklama üzerine öğretim gerçekleştirilmiştir. Odak öğrenciler dahil sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunda bu süreçte bir sorun yaşanmamıştır. Öğrencilerin bu işlemler esnasında işlem önceliğine dikkat ettikleri de gözlenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin değişken, kavramını

yapılandırdıkları söylenebilir. Bu noktada araştırma sürecinde cebire giriş bağlamında eşit işaretinin anlamı, ilişkisel düşünme ile başlanarak aritmetik ve cebir geçişinin yumuşatılması ve kazanımlar doğrultusunda örüntüleri genelleme sürecinde değişken kavramının anlamlandırılmasının etkisi olduğu düşünülebilir. Nitekim literatürde cebir öncesine yapılan vurgu bu düşünceyi desteklemektedir (Filloy ve Rojano, 1989; Kieran, 1992; Lodholz, 1990; Kieran ve Chalouh, 1993; Linchevski, 1995; Linchevski ve Hersovics, 1994, 1996; Goodson-Espy, 1998; Linchevski ve Livhen, 1999; Van Amerom, 2002).

Öğrencilerin değişken kavramını her ne kadar anlamlandırdığını ifade etsek de öğretimin başında cebirsel ifadelerin terimlerini anlamada yüksek ve orta başarı düzeyine sahip odak öğrenciler dışında düşük başarı düzeyine sahip öğrenci ile sınıftaki bazı öğrencilerin kavram yanılgılarına düştükleri görülmüştür. Özellikle cebirsel ifadelerde katsayı kavramı üzerinde sıkıntı yaşadıkları belirlenmiştir. Bu durum katsayısı artı, eksi 1 olan terimlerde de çoğunlukla gözlenmiştir. Bazı öğrencilerde ise literatürde sıklıkla karşılaşılan (örn., Perso, 1992; English ve Halford, 1995; Wagner, 1983) 2a ya da 4x gibi ifadeleri iki basamaklıymış gibi düşündükleri belirlenmiştir. Öğrencilerin bu kavram yanılgısına düşmeleri cebirsel ifadelerle işlemler yaparken hata yapmalarına neden olmaktadır. Nitekim cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerinin öğretimi sürecinde bu durum gözlenmiştir. Bu noktada devam eden süreçte a+a=2a, a+a=2a, 2a=a2=2.a=a.2, -3x=(-x)3=3.(-x)=(-x).3 gibi uygulamalar ve modeller kullanılmasına önem verilmiş ve öğretim süreci sonunda bu yanılgı giderilmiştir. Öğretim sürecinde kullanılan modellerin (cebir karoları, geometrik şekil vb.) cebirsel ifadeler, cebirsel ifadelerle işlemler üzerine olan kazanımları yapılandırmaya katkıda bulunduğu söylenebilir. Literatürde cebirsel manipülatiflerin cebir öğretimine etkisi olduğunun vurgulanması bu durumu desteklemektedir (Anh & Phuc, 2014; Moyer ve diğerleri, 2002; Moyer, 2005; Paek & Hoffman, 2014).

Öğretim sürecinde cebirsel ifadelerde gözlenen ikinci sıkıntılı durum terimlerin işareti ile işlem işaretlerinin karıştırılmasıdır. Genelde düşük başarı düzeyine sahip olan öğrencide ve sınıftaki bazı öğrencilerde gözlenen bu durum üzerine tüm terimlerde örneğin 3x-2y-5 gibi bir ifadede (+3x)+(-2y)+(-5) vurgusu yapılarak işlemler gerçekleştirilmiştir.

Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerinin temelini oluşturan kavram benzer terimdir. Öğretimin başında benzer terim kavramı, önce “Bir cebirsel ifadede

değişken olarak kullanılan harfleri ve harflerinin kuvvetleri aynı olan terimler" olarak ifade edilmiştir. Ancak x ve $\frac{1}{x}$ terimler incelendiğinde bazı öğrencilerin bu iki terimin benzer olmadığını ifade etmesi sonucu benzer terim için yeni bir kural oluşturulmuş ve değişkenlerin aynı pay ya da payda kısmında yer alması gerektiği ifade edilmiştir. Öğretim sonucunda cebirsel ifadelerin terimlerini anlamlandırmada benzer terim kavramı konusunda, odak öğrencilerin aynı değişkeni içeren ve aynı kuvvete sahip olan şeklinde benzer terim kavramını tanımlayabildikleri görülmüştür. Ancak benzer terim kavramı öğrenciler tarafından anlamlandırılsa da cebirsel ifadelerde toplam ve çıkarma işlemlerine ilişkin öğretime geçildiğinde sınıftaki bazı öğrencilerin benzer olan ve olmayan terimleri ayırt etmeden örneğin, verilen 10x-6 cebirsel ifadesini 4x, bazıları da 4 şeklinde işlemleri yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu hataya düşen öğrencilerin değişkeni göz ardı ederek katsayıları çıkarıp, aritmetik işlemleri yanlış şekilde cebire genelledikleri bunun sonucu olarak da kendilerine göre bir sadeleştirme yöntemi geliştirdikleri ve harfleri somut objelerin etiketleri olarak algıladıkları söylenebilir (Kieran, 1992). Bu noktada tekrar öğretimlerle cebirsel ifadelerin terimleri ele alınarak benzer terim kavramı yeniden yapılandırılmış yanı sıra cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerinin görsel temsil ile cebirsel temsilleri arasındaki geçiş sağlanarak kavramlar anlamlandırılmıştır. Nitekim son klinik görüşmelerde odak öğrencilerde herhangi bir sorun yaşanmamıştır.

Cebirsel ifadelerle çarpma işlemi konusunda ise öğretimin başında öğrencilerin sabit terim içermeyen tek terimden oluşan cebirsel ifade ile bir doğal sayının çarpımını kolaylıkla gerçekleştirdikleri görülmüştür. Ancak düşük başarı düzeyine sahip odak öğrencinin verilen örneklerde bazı hatalar yaptığı da belirlenmiştir. Burada tam sayılarda çarpmanın toplama işlemi üzerine dağılma özelliğinde yaşanan önbilgi eksikliğinin payının büyük olduğu söylenebilir (Dede vd., 2002). Bu durumda devam eden süreçte geometri temelli etkinlikler seçilerek geometrik şekillerin alan ve çevre hesaplanması etkinliği kullanılmış, işlem özellikleri tekrar hatırlatılmıştır.

Sonuç olarak gerçekleştirilen tüm öğretimler ve son klinik görüşmeler sonucunda odak öğrencilerin ön ve ara klinik görüşmelere göre kavram yanılgılarının ortadan kaldırıldığı, bilgi eksiklikleri kapatıldığı söylenebilir.

4.3. Öneriler

Bu bölümde bu araştırmadan elde edilen sonuçlara ve gelecekte yapılabilecek benzer araştırmalara yönelik olarak çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

4.3.1. Araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler

1. TÖYH 'ye dayalı yürütülen öğretim sürecinin teorik yapılandırmacı yaklaşıma pratik bir uygulama kazandırmada kullanışlı olduğu görülmüştür. Bu bağlamda TÖYH, öğretim modeline ilişkin matematik öğretmenlerine hizmet içi eğitimler verilebilir ve TÖYH öğretim modeli, matematik dersi öğretim programlarına yansıtılabilir.
2. Bu araştırmada cebire girişin TÖYH'ye kavramsal bir çerçeve sağladığı ve öğrencilerin bilişsel gelişimlerini ortaya koymada önemli bir araç olduğu görülmüştür. Bu bağlamda cebir konusunu öncesinde cebire giriş bağlamıyla sunmanın matematik eğitiminde nasıl etkili bir araç olarak kullanılabileceğine yönelik öğretmenlere hizmet içi eğitimler verilebilir ve cebire giriş, daha açıklayıcı ve kullanışlı bir biçimde matematik dersi öğretim programlarına yansıtılabilir.
3. Bu araştırmada şekil ve sayı örüntülerinin, ilişkisel düşünmenin odak öğrencilerin bilişsel gelişimlerinde önemli bir rol oynadığı gözlenmiştir. Bu bağlamda şekil ve sayı örüntülerinin matematik derslerinde kullanımına yönelik öğretmenlere hizmet içi eğitimler verilebilir ve ilişkisel düşünme, etkin bir biçimde matematik öğretim programlarına yansıtılabilir.
4. Bu araştırmada öğretim sürecinde gerçekleşen sınıf tartışması, öğrenme ortamının farklı düzeylerde olan öğrencilerin iş birliği içerisinde olması, akranlarından öğrenebilmeleri ve düşük başarı düzeyine sahip öğrencinin gelişimi bakımından yararlı olduğu görülmüştür. Bu bağlamda öğretmenler, sınıf etkinliklerinde hem bireysel çalışmalar hem de grup çalışmaları tasarlayabilirler.
5. Bu araştırmada her bir haftanın planı tasarlanırken gerçekleştirilen öğretim süreçleri gözden geçirilerek öğrencilerde gözlenen kavram yanılgılarını yok etme amaçlı ve öğretimi öğrencilerde bilgi eksikliği olmadan gerçekleştirebilmek için etkinlikler tasarlanmıştır. Şekil ve sayı örüntülerinin kullanıldığı, öğrencileri ilişkisel düşünmeye sevk etme amaçlı tasarlanan etkinliklerin öğrencilerin öğrenmelerini sağlamada önemli olduğu görülmüştür.

Bu nedenle öğretmenler, derslerde farklı öğrenme hızlarına sahip öğrencilerin öğrenebilmelerini kolaylaştıracak şekilde etkinlikler tasarlayabilirler.

6. Sınıf ortamında matematiği sorgulamaya yönelik alıştırmalar öğretim sürecine dahil edilmeli ve öğretmenler burada rehber konumunda olmalıdır. Öğrencilerden bir problemi farklı bir şekilde çözmeleri istenebilir. Her öğrenciden yaptığı çözüm hakkında fikirleri alınıp toplu şekilde problem hakkında fikirlerini ifade etmeleri istenmelidir. Sonuç olarak, öğretmenin probleme farklı bir çözüm isteğini yanıtlarken, öğrenciler sınıflarında matematiksel açıdan önemli bir farklılık olarak görülebilen problem çözme stillerini öğrenme ortamında etkileşimli bir biçimde oluşturmaya yardımcı olurlar.

4.3.2. Gelecek araştırmalara yönelik öneriler

1. Sınıf tabanlı bu araştırma öğrenme konusu bakımından cebire giriş konusu ile sınırlıdır. Bu nedenle diğer öğrenme konularına yönelik benzer araştırmalar gerçekleştirilebilir.
2. Bu araştırma sınıf düzeyi bakımından altıncı sınıf öğrencileri ile sınırlıdır. Dolayısıyla farklı sınıf düzeylerinde de benzer çalışmalar gerçekleştirilebilir.
3. Öğrencilerle daha çok klinik görüşmeler yapılarak öğrenci gelişimlerinin daha ayrıntılı gözlendiği çalışmalar gerçekleştirilebilir.
4. Öğretim esnasında odak öğrencilerin belirlene konularda soyutlama süreçleri incelenebilir.
5. Araştırmada öğretim ve klinik görüşmeler esnasında karşılaşılan kavram yanılgılarının giderilmesi üzerine çalışmalar gerçekleştirilebilir.
6. Araştırma esnasında bazı ders kitaplarının öğrencileri kavram yanılgısına yönlendirdiği gözlendiği için ders kitaplarının incelenmesi üzerine çalışmalar gerçekleştirilebilir.
7. Tahmini öğrenme yollarının oluşturulması ve revize edilmesi üzerine çalışmalar gerçekleştirilebilir.

KAYNAKÇA

Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.

Akkan, Y. (2016). Cebirsel Düşünme. E. Bingölbali, S. Arslan, ve İ. Zembat (Eds). Matematik eğitiminde teoriler içinde (s. 43-63). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Amit, M. and Neria, D. (2007). Assessing a modeling process of a linear pattern task. Paper presented at the 13th conference of the International Community of Teachers of Mathematical Modeling and Applications, Bloomington, IN.

Anh, N. H. and Phuc, N. D. M. (2014). Using virtual manipulative materials for supporting teaching and learning fraction division and area of a circle. Proceedings of the 7th International Conference on Educational Reform Innovations and Good Practices in Education: Global Perspectives, 273-280

Baki, A., Akkan, Y., Atasoy, E., Çakıroğlu, Ü. ve Güven, B., (2008). Aritmetikten Cebire Geçiş: Problem Çözme Stratejileri, 8. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 27-29 Ağustos, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Becker, J.R. and Rivera, F. (2005). Generalization an Strategies of Beginning High School Algebra Students. In Chick, H.L. ve Vincent, J.L.(Eds). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, pp. 121-128

Becker, J.R. and Rivera, F. (2006). Sixth Graders' Figural and Numerical Strategies for Generalizing Patterns in Algebra. In Alatorre, S., Cortina, J.L., M. Mendez, A.(Eds). Proceedings of the 28th Annual Meeting of The North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, pp. 95-101, Merida, Mexico

Behr, M., Erlwanger, S. and Nichols, E. (1975). How children view the equals sign(Report no. PMDC-TR-3). Tallahassee, Fla.:Florida State University, (ERIC Document Reproduction Service No.ED 144 802). Retrieved January 6,2010, from ERIC database.

Bezuska, S. J. and Kenney, M. J. (2008). The Three R's: Recursive Thinking, Recursion, and Recursive Formulas. In C. E. Greenes and R. Rubenstein (Eds.), Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics: Seventieth Yearbook, pp. 81 - 97. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Blanton, M.L. and Kaput, J.J. (2011). Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades.

Blanton, M., Brizuela, B. M., Gardiner, A., Sawrey, K. and Newman-Owens, A. (2015). A learning trajectory in six-year-olds' thinking about generalizing functional relationships. Journal for Research in Mathematics Education, 46(5), 511-558.

Boaler, J. (2002). *Experiencing school mathematics: Traditional and reform approachesto teaching and their impact on student learning*. Mahwah, NJ: LawrenceErlbaum.

Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. Remillard, G. Lloyd, & B. Herbel-Eisenmann (Eds.), *Teachers' use of mathematics curriculum materials: Research perspectives on relationships between teachers and curriculum* (pp. 17-36). New York, NY:Routledge.

Carpenter, T. P., Franke, M. L. and Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integratingarithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Carpenter,T. P., Levi, L., Franke, M. L. and Zeringue, J. K. (2005) Algebra in elementary school: Developing relational thinking, ZDM, 37(1), 53-59.

Cobb, P. (1995). Continuing the conversation: A response to Smith. *Educational Researcher*, 24(7), 25-27.

Cobb, P. and Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. Journal for Research in Mathematics Education, 14 (2), 83-94.

Confrey, J. and Lachance, A. (2000). Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design. In A. E. Kelly ve R. A. Lesh (Eds.), *Handbookof research design in mathematics and science education* (s. 231-265). Mahwah,NJ: Lawrence Erlbaum.

Cotton, K. (2001). *Classroom questioning* (Close-Up #5 School Improvement Research Series). Retrieved from Northwest Regional Educational Laboratory http://educationnorthwest.org/resource/825

Czarnocha, B. and Maj, Bozena. (2008). A teaching experiment. In B. Czarnocha (Ed.), Handbook of mathematics teaching research: Teaching experiment-a tool forteacher-researchers., 47-57.

Dede, Y., Yalın, H.İ. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Değişken Kavramının Öğrenimindeki Hataları ve Kavram Yanılgıları. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi,* 24, 180-185.

Dede, Y. (2004). Değişken kavramı ve öğrenimindeki zorlukların belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(1), 24-56.

Design-Based Research Collective. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. Educational Researcher, 32(1), 5–8.

Dindyal, J. (2003). Algebraic Thinking in Geometry at High School Level. Unpublished Doctoral Dissertations, Illinois State University.

Drijvers, P., Goddijn, A. and Kindt, M. (2011). Algebra education: Exploring topics and themes. In P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education: Revisiting topics andthemes and exploring the unknown.* 5-26. Rotterdam, The Netherlands:Sense.

Driscoll, M. (1999). Fostering algebraic thinking. A guide for teachers, grades 6-10. Portsmouth, NH: Heinemann.

Earnest, D. and Balti, A. (2008). Instructional strategies for teaching algebra in elementary school: Findings from a research-practice collaboration. *Teaching Children Mathematics*, 14(9), 518-522.

Eisenhart, M. A. (1988). The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(2), 99-114.

English, L. and Halford, S. (1995) Mathematics education. New Jersey:Lawrence Erlbaum Associates.

Ersoy, Y ve Erbaş, K. (1998). İlköğretim Okullarında Cebir Öğretimi: Öğrenmede Güçlükler ve Öğrenci Başarıları. Cumhuriyetin 75. Yılında İlköğretim 1. Ulusal Sempozyumu. (27-28 Kasım 1998). Ankara: Başkent Öğretmenevi.

Ersoy, Y ve Erbaş, K. (2003). Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencisinin başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online Dergisi,* 4(1), 18-39.

Falkner, K. P, Levi, L, Carpenter, T. P. (1999). Children's Understanding Of Equality: A Foundation For Algebra. Teaching Children Mathematics, 6 (4), 232-236.

Fey, J. T. and Good, R. A. (1985). Rethinking the sequence and priorities of high school mathematics curricula. In National Council of Teachers of Mathematics (Eds.),*The secondary school mathematics curriculum* (1985 Yearbook of the NationalCouncil of Teachers of Mathematics, s.43-52). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Filloy, E. and Rojano, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. For The Learning of Mathematics, 9(2), 19 - 25.

Forman, E.A. and McPhil, J. (1993). A Vygotskian perspective on children's collaborative problem-solving activities. In E. A. Forman, N. Minick, ve C. A. Stone (Eds.), *Contexts for learning: Sociocultural dynamics in children's development* (s.213-229). New York: Oxford University Press.

Gallagher, J. M. and Reid, D. K. (1981). *The learning theory of Piaget and Inhelder.* Monterey, CA: Brooks/Cole Publishing Compony.

Garcia-Cruz, J.A. and Martinon, A. (1997). Actions and invariant schemata in linear generalizing problems. In E. Pehkonen (Ed.) Proceeding of the 21th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 289-296. Universty of Helsinki.

Gee, J. P. (2007). *What video games have to teach us about learning and literacy.* New York, NY: Palgrave Macmillan.

Ginsburg, H.P. (1981). The Clinical İnterview in Psychological Research on Mathematical Thinking: Aims, Rationales, Technigues. *For the Learning of Mathematics,* 1(3), 4-11.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journalfor Research in Mathematics Education*, *22*(3), 170-218. Retrieved fromhttp://0-www.jstor.org.innopac.library.unr.edu/stable/749074

Goodson-Espy, T.J. (1998). The roles of reification and reflective abstraction in the development of abstract thought: Transitions from arithmetic to algebra. Educational Studies in Mathematics, 36, 219-245.

Goog, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education, 35 (4),* 258-291.

Harvey, J. G., Waits, B. K. and Demana, F.D. (1995). The influence of technology on the teaching and learning of algebra. Journal of Mathematical Behavior, 14(1),75-109.

Herbert, K. and Brown, R. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. Teaching Children Mathematics, 3, 340-344.

Kaput, J. J. (1999) Teaching and learning a new algebra. E. Fennema ve T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* içinde (s. 133-155. Mahwah: Erlbaum.

Kieran, C. and Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. In P. S. Wilson (Ed.), Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics, (pp. 119-139). New York: Macmillan.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Eds.). Handbook of research on mathematics teaching and learning, (pp.390-419). New York: Macmillan.

Kutluk, B. (2011). İlköğretim matematik öğretmenlerinin örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Lamberg, T. D. (2013). Whole class mathematics discussions: Improving in-depth mathematical thinking and learning. New York, NY: Pearson Education.

Lan-Ma, H. (2007). The Potential of Patterning Activities to Generalizations. In Woo, J.H., Lew, H.C., Park, K.S., and Seo, D.Y. (Eds). Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3, pp. 225-232, Seoul: PME

Linchevski, L. and Hersovics, N. (1994). "Cognitive obstacles in pre-algebra". Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 176-183. Linchevski

Linchevski, L. and Hersovics, N. (1996). Crossing the cognitive gap between arithmetic and algebra: Operating on the unknown in the context of equations. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 38–65.

Linchevski, L. and Livneh, D. (1999). Sctructure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 173-196.

Linchevski, L. (1995). Algebra with numbers and arithmetic with letters: A definition of prealgebra. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 14, 113-120.

Lodholz, R. D. (1990). The transition from arithmetic to algebra. E.L. Edwards (Ed.), Algebra for everyone,(pp. 24-33). Reston, VA: NCTM.

Macgregor, M. and Stacey, K. (1995). The effect of different approaches to algebra on students' perceptions of functional relationships. Mathematics Education Research Journal, 7(1), 6985.

Macgregor, M. and Stacey; K. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. The Mathematics Teacher, 90(2), 110-113.

Mann, R. L. (2004). The truth behind the equals sign. *Teaching Children Mathematics*,*11*(2), 65-69.

MEB, TTKB. (2017). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8.sınıflar). Ankara.

MEB, TTKB. (2015). İlkokul Matematik Dersi 1-4. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

MEB, TTKB. (2013). Ortaokul Matematik Dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

Molina, M., Castro E., and Ambrose, R. (2005). Enriching arithmetic learning by promoting relational thinking. *The International Journal of Learning*, *12*(5), 265-270. Retrieved from Academic Search Premier EBSCO database.

Moyer-Packenham, P. S. (2005). Using virtual manipulatives to investigate patterns and generate rules in algebra. Teaching Children Mathematics, 11(8), 437-444.

Moyer, P. S., Bolyard, J.J. and Spikell, M.A. (2002). What Are Virtual Manipulatives? Teaching Children Mathematics. NCTM Publishing.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *Curriculum focal points forprekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston,VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2008). NCTM position statement on algebra: What, when, and for whom. NCTM News Bulletin, 45(5), 2.

National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers. (2010). Common core state standards (mathematics). Washington, DC: Author.

National Research Council. (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.

National Research Council. (2007). Knowing what students know: The science and design of educational assessment. J. Pelligrino, N. Chudowsky, & R. Glaser (Eds.). Committee on the Foundations of Assessment, Board on Testing and

Assessment, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press

Ndlovu, C. W. (2011). Learners' mathematical reasoning when generalizing from number patterns in the general education and training phase, wired.wits.ac.za adresinden alınmıştır.

Noss, R., Healy, L., and Hoyles, C. (1997). The Construction of Mathematical Meanings: Connecting the Visual with the Symbolic. Educational Studies in Mathematics, 33(2), 203-233.

Olkun, S. ve Toluk, Z. (2004). İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi. Ankara:Anı Yayıncılık, Ertem Matbaacılık.

Orton, A. and Orton, J. (2005). Pattern and the apprach to algebra. In A. Orton (ed.), Pattern in the teaching and learning of mathematics (Bölüm 7, pp.104-120) London: Cassell

Orton, J., Orton, A. and Roper, T (2005). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern. In A. Orton (ed.), Pattern in the teaching and learning of mathematics (Bölüm 8, pp.121136) London: Cassell

Paek, S. and Hoffman, D. L. (2014). Challenges of using virtual maiıpulative software to explore mathematical concepts. Proceedings fot the 41th Annual Meeting of the Research Council on Mathematics Learning, February 27-March 1, 2014, San Antonio, Texas, 169-176.

Perso, T. (1992). "Using dıagnostic teaching to overcome misconceptions in algebra." The Mathematical Association of Western Australia.

RAND Mathematics Study Panel Report (2003). Mathematical proficiency for all students: Toward a strategic research and development program in mathematics education. (No: 083303331X) Santa Monico, CA: RAND.

Rivera, F. (2007). Visualizing as a mathematical way of knowing: Understanding figural generalization. *Mathematics Teacher*, 101(1), 69–75.

Rivera, F., and Becker, J. R. (2007). Abduction-induction (generalization) processes of preservice elementary majors on patterns in algebra. *Journal of Mathematical Behavior*, 26(2), 140–155.

Russel, J. R., Schifter, D., and Bastable, V. (2011). *Connecting arithmetic to algebra:Strategies for building algebraic thinking in the elementary grades*. Portsmouth,NH: Heinemann.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114-145.

Simon, M. A. (2000). Research on the development of mathematics teachers: The teacher development experiment. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), Handbook of research design in mathematics and science education (pp.335-359). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Simon, M. A., and Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2). 91-104.

Simon, M. A. (2014). Hypothetical learning trajectories in mathematics Education. InS. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (272-275). Dordrecht, Netherlands: Springer.

Sfard, A. (1995). The development of algebra: Historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematic*, 20, 147-164.

Steffe, L. P., and Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *ResearchDesign in Mathematics and Science Education* (s. 267-307). Hillsdale, NJ:Erlbaum.

Sutherland, R. and Rojana, T. (1993). A Spreadsheet approach to solving algebra problems. *Journal of Mathematical Behaviour*, 12(4), 351-383.

Tall, D. (1995). Cognitive Growth in Elementary and Advenced Mathematical Thinking, Proceedings of the International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Recife, Brazil: I, 161-175.

Tanışlı, D. ve Kabael, T. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim Online*, 9(1), 213-228.

Tanışlı, D. ve Köse, Y., N. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36(160).

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12* (1988 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp. 8-19). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades K-4. In B. Moses (Eds.). Algebraic Thinking, Grades K 12 (pp. 5-7). Reston, VA: NCTM.

Van Amerom, B. (2002). Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra. Unpublished doctoral dissertation, University of Utrecht, The Netherlands.

Van De Walle, J. A. (2004). Elementary and middle school mathematics. (5th Ed.) Boston: Allyn and Bacon.

Van de Walle, J., Karp, K. ve Bay-Williams, J. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel Akademik. (Orijinal baskı, 2009)

Vance, J.H. (1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching Children Mathematics*, 4, 282-285.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Wagner, S. (Ed.). (1981a). An analytical framework for mathematical variables. In Proceedings of the Fift Conference By Of The Psychology of Mathematics Education. Grenoble, France. 165-170. C. Comti ve G. Vernaud,.

Wagner, S. (1981b). Conservation of equation and function under transformations of variable. *Journal for Research in Mathematics Education*. 12(2), 107-118.

Wagner, S. (1983). What are these called variables? *Mathematics Teacher*, 76, 474-478.

Walsh, J. A., and Sattes, B. D. (2005). What are the characters of quality questions? Formulating questions that rigger thinking. In J. A. Walsh and B. D. Sattes (Eds.), *Quality questioning: Research-based practice to engage to engage every learner* (pp. 22-52). Thousand Oaks, CA: AEL and Corwin Press.

Weiss, I. R., Pasley, J. D., Smith, P. S., Banilower, E. R. and Heck, D. J. (2003). *Looking inside the classroom: A study of K-12 mathematics and science education in the United States*. Chapel Hill, NC: Horizon Research.

Wood, T., and Turner-Vorbeck, T. (2001). Extending the conception of mathematics teaching. In T. Wood, B. S. Nelson, ve J. Warfield (Eds.), *Beyond classical pedagogy: Teaching elementary school mathematics* (s. 185-208). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Yackel, E. (1997). A foundation for algebraic reasoning in the early grades. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 276-280.

Yaman, H., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24,142-151.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2003). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. Ankara: Sözkesen Matbaacılık.

Zembat, İ., Ö. (2016). Matematik öğretim döngüsü ve tahmini öğrenme yol haritaları. E. Bingölbali, S. Arslan, ve İ. Zembat (Eds). Matematik eğitiminde teoriler içinde (s. 43-63). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Zembat, İ.Ö. (2016c). Matematik öğretim döngüsü ve Tahmini öğrenme yol haritaları. *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde Bölüm 31, s 509-518. Ankara: Pegem Akademi.

EK-1: Etik Kurul İzni

Evrak Kayıt Tarihi: 26.12.2017 Protokol No: 145461 Tarih: 31.01.2018

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	BAP Projesi-Yüksek Lisans Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Cebire Girişte Öğrencilerin Öğrenme Süreçlerinin İncelenmesi: Tasarım Tabanlı Araştırma ve Öğretim Deneyi
~~PROJE~~/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Doç. Dr. Dilek TANIŞLI
TEZ YAZARI:	Didem ÖZDEN
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

Prof.Dr. Coşkun BAYRAK
(Başkan-Eğitim Fak.)

Prof.Dr. T. Volkan YÜZER *(Başkan Yardımcısı-Açıköğretim Fak.)*	**Prof.Dr. Esra CEYHAN** *(Eğitim Fak.)*
Prof.Dr. Münevver ÇAKI *(Güzel Sanatlar Fak.)*	**Prof.Dr. M. Erkan ÜYÜMEZ** *(İkt. ve İdari Bil. Fak.)*
Prof.Dr. Handan DEVECİ *(Eğitim Fak.)*	**Prof.Dr. Emel ŞIKLAR** *(İkt. ve İdari Bil. Fak.)*

EK-2: Hatay Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzin Belgesi

ATM. MİL. EVRAK Tarih ve Sayısı: 10/05/2018-E.9233723

T.C.
HATAY VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 32889839-604.01.01-E.9233723
Konu : Didem ÖZDEN'in
Araştırma İzin Onayı

10.05.2018

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğü)

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Eğitimi Yüksek Lisans Programı öğrencisi Hassa Aktepe Ortaokulu Matematik Öğretmeni Didem ÖZDEN'in hazırlamış olduğu "Cebire Girişte Öğrencilerin Süreçlerinin İncelenmesi: Tasarım Tabanlı Araştırma ve Öğretim Deneyi" ile ilgili anket çalışmasını İlimiz Hassa, İlçesinde bulunan Hassa Aktepe Ortaokulunda uygulaması ile ilgili alınan 08/05/2018 tarihli ve 9111900 sayılı Valilik Onayı ekte sunulmuştur.

Bilgilerinize arz ederim.

Kemal KARAHAN
İl Milli Eğitim Müdürü

Güvenli Elektronik İmzalı
Aslı ile Aynıdır.
10/05/2018
Ahmet BOLAT
V.H.K.İ.

Ek: Onay (1 sayfa)

İl Milli Eğitim Müdürlüğü Özgenpoşa Mahallesi Ayşe Fırnat Hanım Caddesi 14. Sokak 31010 Antakya/Hatay
Elektronik Ağ : hatay.meb.gov.tr
E-posta : hataymem@meb.gov.tr - stratejigelistirme31@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi İçin : Z.ÖNDAŞ Memur
Tlf. : (0 326) 237 68 68 / 1133
Faks : (0 326) 227 69 69

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 07f2-63b7-3989-91f4-7ba1 kodu ile teyit edilebilir.

EK-2: (Devam) Hatay Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzin Belgesi

T.C.
HATAY VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 32889839-604.01.01-E.9111900
Konu : Didem ÖZDEN'in
Araştırma İzin Onayı

08.05.2018

VALİLİK MAKAMINA

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Eğitimi Yüksek Lisans Programı öğrencisi Hassa Aktepe Ortaokulu Matematik Öğretmeni Didem ÖZDEN'in hazırlamış olduğu "Cebire Girişte Öğrencilerin Süreçlerinin İncelenmesi: Tasarım Tabanlı Araştırma ve Öğretim Deneyi" ile ilgili anket çalışmasını İlimiz Hassa, İlçesinde bulunan Hassa Aktepe Ortaokulunda uygulamak istemektedir.

Söz konusu çalışma ile ilgili olarak komisyonumuzca inceleme yapılmış olup, "Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22/08/2017 tarih ve 35558626-10.06.01- E.12607291 ve 2017/25 nolu Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri Genelgesine" uygun olduğundan, ilgilinin İlimiz Hassa İlçesinde bulunan Hassa Aktepe Ortaokul idaresinin uygun göreceği tarih ve saatlerde, çalışma yapmasını olurlarınıza arz ederim.

Mustafa KÖSE
İl Milli Eğitim Şube Müdürü

OLUR
08.05.2018

Kemal KARAHAN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 31c5-0868-3624-ba2a-a667 kodu ile teyit edilebilir.

EK-3: Öğrenci Velisini Bilgilendirme ve İzin Formu

ÖĞRENCİ VELİSİNİ BİLGİLENDİRME ve ONAY FORMU

Sayın Veli,

Ortaokul altıncı sınıf öğrencileri ile MEB onaylı Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi kapsamında bir çalışma yürütülecektir. Öncelikle yapacağımız bu çalışmaya gösterdiğiniz ilgi ve bize ayırdığınız zaman için teşekkür ederiz. Bu form, projenin amacını ve öğrencinin bir katılımcı olarak haklarını tanımlamayı amaçlamaktadır.

Bu projenin amacı, tahmini öğrenme yol haritasına dayalı yürütülen bir öğretim sürecinde ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin aritmetik ve cebir görevlerini çözerken matematiksel olarak nasıl düşündüklerini ortaya koymaktır.

Velisi bulunduğunuz öğrencinin projeye gönüllü olarak katılımının bu çalışmaya ışık tutacağına inanıyoruz. Proje kapsamında öğrencilerin öğrenmelerini daha iyi sağlayabilmek amacıyla sınıf uygulamaları ve üç öğrenciyle klinik görüşmeler gerçekleştirilecektir. Öğrencilerin bilişsel yapılarındaki gelişimlerini incelemek için sınıflarda yapılacak uygulamalar ve öğrencilerle yapılacak klinik görüşmeler videoya çekilecek. Öğrencinizin görüntüleri istemediğiniz takdirde yayımlanmayacak ya da görüntüler gölgelendirilecektir.

Bu sözleşmeyi okuyup, projeye velisi bulunduğunuz öğrencinin gönüllü olarak katıldığına ve proje kapsamında size verdiğimiz güvenceye ilişkin olarak bu formu imzalamanızı rica ediyoruz.

Bu sözleşmeyi okuyarak imzaladığınız için teşekkür ederiz.

Proje Yürütücüsü
Doç. Dr. Dilek TANIŞLI
Anadolu. Üniversitesi/ Eğitim Fakültesi/ İlköğretim Bölümü
26470 Eskişehir Tel: 0222.3350580/3407
E-posta: dtanisli@anadolu.edu.tr

Tarih: İsim ve İmza

EK-4: Cebirsel İfadeler Tahmini Öğrenme Yol Haritası Ders Planları

DERS PLANI (6. SINIF – CEBİRSEL İFADELER)

Genel Amaç:
Öğrenciler verilen şekil örüntüsünde yapıyı inceleyerek örüntünün adımları arasındaki sabit ve değişen değerleri fark edecek ve örüntüdeki matematiksel ilişkiyi görebileceklerdir. Belirledikleri ilişkiye göre dizinin kuralını ifade edeceklerdir. Aynı şekilde kuralı verilen dizinin istenilen terimini bulabileceklerdir. Değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için bir cebirsel ifadenin değerlerini hesaplar.

Kazanımlar:
6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.
6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.

Kavram Yanılgıları/Hataları:
Bir örüntüde (y=mx+n genel kuralına sahip) uzak adımdaki terimi bulmak isterken öğrenci 5. Terimi 19 bulup 100. terimi bulurken 100'ü 5'in 20 katı olarak düşünüp 100. terim için 20x19 hesaplaması bir kavram yanılgısıdır. Çünkü y=mx genel kuralına sahip bir örüntü için geçerli olan bu durumu y=mx+n genel kuralına sahip bir örüntüye yanlış genelliyor.
Diğer bir kavram yanılgısı 4n=4xn olarak algılamıyor. 4n i iki basamaklı sayı olarak düşünüp sayının örneğin 46 olacağını ve n yerine 6 geleceğini ifade ediyor.
Verilen örüntüde (y=mx+n genel kuralına sahip) adımlar arasındaki artış miktarını genel kuralda x'in katsayısı olarak yazıp kuralı yalnızca y=mx şeklinde yazıp n bilinmeyenini ekleyeceğini göz ardı edebilmektedir.

Etkinliğin Amacı:
- Verilen çalışma kağıtlarında şekil örüntülerindeki yapıyı inceleyerek örüntüdeki ilişkiyi görebilmek ve cebirsel ifade biçiminde yazabilmek
- Verilen sayı örüntülerindeki ilişkiyi görebilmek ve genel terim ile ifade etmek

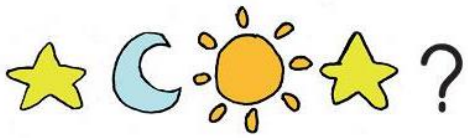
Materyaller: Çalışma kâğıtları, kibrit çöpü	**Süre:** 5 ders saati

DERSİN İŞLENİŞİ

Derse Giriş:

Derse başlangıçta öğrencilere ‘‘Örüntü nedir? Örüntüler nasıl karşımıza çıkar?’’ şeklinde sorular yönlendirilir. Günlük hayatta karşılaştıkları örüntü örnekleri sorulur. Ardından akıllı tahtadan örüntü örnekleri görsel olarak gösterilir ve örüntülerde adım sayısı arttıkça örüntüde nasıl değişikler gözlendiği tartışılır.

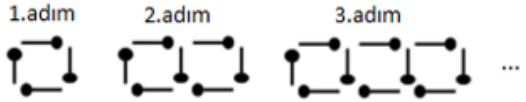
- Her günün gece gündüz şeklinde devam etmesi
- Bir haftadaki günlerin 7 günden sonra tekrar etmesi



Küçük Grup Çalışması:

Öğrenciler 2 ya da 4 kişilik gruplara ayrılır ve çalışma kâğıtları gruplara dağıtılır.

ÇALIŞMA KAĞIDI - 1



Yukarıda kibrit çöpleriyle oluşturulmuş bir şekil örüntüsü verilmiştir. Aşağıda bu örüntüye ilişkin sorulan soruları yanıtlayınız.

a) Örüntünün 4.adımını oluşturunuz ve oluşan şekildeki kibrit çöpü inceleyiniz.

b) Örüntünün 10. ve 50. adımında kaç kibrit çöpü olduğunu hesaplayınız.

c) Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

d) Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

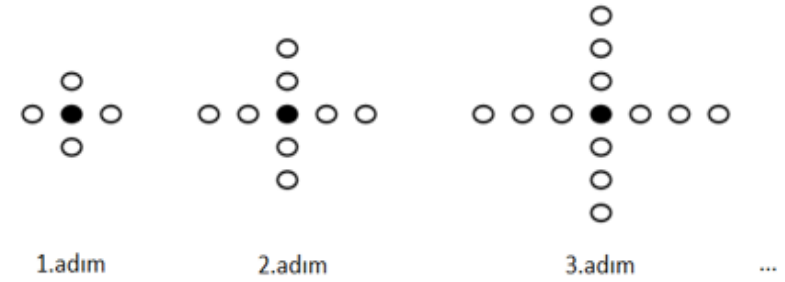
e) Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı kullanarak örüntünün 200. adımında kullanılması gereken kibrit çöpü sayısını bulunuz.

Öğrenci Düşüncesini Ortava Cıkarıcı Sorular	Olası Yanıtlar
Her adımda değişen neler var?	*Kibrit sayıları değişmiştir.*
Bu değişimi nasıl ifade edersin, her adımda aynı mıdır?	*Yanına 3 tane daha gelir. Her adımda 3 eklenir.*
Her adımda sabit (aynı) kalan neler var?	*1.adım sabittir. (Her adımın içinde 1.adımı gördüğü için.)*
Bu değişimi bir ilişki olarak ifade edebilir miyiz?	*1.adımda 1 tane kare olacak şekilde kibrit var. 2.adımda 2 kare, 3.adımda 3 kare vardır. Her adımda değişim 3 tane kibrit çöpüdür.*
Bu değişimi uzak adım için nasıl genelleyebilirsin? (50.adım)	*Her adımda 3 arttığı için her adım sayısında 3 artar. 50 adım için 50 tane 3 artar. İlk şekilde 4 kibrit olduğunda 1 fazla kalır. 1 fazla kibrit sayısını ekleriz.*

Küçük Grup Çalışması:

Öğrenciler 2 ya da 4 kişilik gruplara ayrılır ve çalışma kâğıtları gruplara dağıtılır.

ÇALIŞMA KAĞIDI - 2



Yukarıda şekilde verilen örüntüye göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Örüntünün 4.adımını oluşturunuz ve oluşan şekildeki yuvarlak sayılarını hesaplayınız.

b) Örüntünün 10. ve 50. adımında kaç kibrit çöpü olduğunu hesaplayınız.

c) Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

d) Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

e) Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı kullanarak örüntünün 200. adımında bulunan yuvarlak sayısını hesaplayınız.

Öğrenci Düşüncesini Ortava Cıkarıcı Sorular	Olası Yanıtlar
Her adımda kaç yuvarlak var?	*1.adımda 5, 2.adımda 9, 3.adımda 13 yuvarlak vardır.*
Yuvarlak sayıları adım sayısına göre nasıl değişmiştir?	*Yuvarlak sayısı her adımda 4'er 4'er artmıştır. Her uca birer tane eklenmiştir.*
Şeklin ortasındaki yuvarlak neden siyah ile boyanmıştır, diğerlerinden bir farkı var mıdır?	*Ortadaki siyah başlangıçtır. Her adımda sabittir.*
10.adımda kaç yuvarlak vardır?	*Her adımda 4 tane eklendiği için 10.adımda 10 kere 4 eklenir. Yani 40 eklenir. Ortadaki siyah sabitti. Onu da eklersek 41 olur.*

Küçük Grup Çalışması:

Öğrenciler 2 ya da 4 kişilik gruplara ayrılır ve çalışma kâğıtları gruplara dağıtılır.

ÇALIŞMA KAĞIDI – 3

Oluşturulan bir davette 4 kişilik masalara gelen kişiler oturacaktır. Şekilde 4 kişilik masaya kadar gösterilmektedir. Buna göre, aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Örüntünün 5.adımını oluşturunuz ve oluşan şekilde kaç kişi oturabileceğini inceleyiniz.

b) Örüntünün 10. ve 50. adımında kaç kişi olduğunu hesaplayınız.

c) Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

d) Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

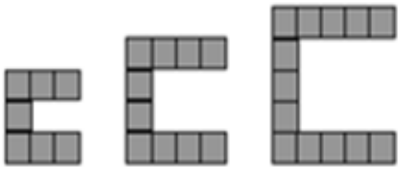
e) Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı kullanarak örüntünün 200. adımında yer alan kişi sayısını bulunuz.

Öğrenci Düşüncesini Ortava Cıkarıcı Sorular	Olası Yanıtlar
Masa sayısı arttıkça (masalar birleştirildikçe) neler değişir?	*Yanına eklenen sandalye sayısı değişir.*
Artan veya azalan neler vardır?	*Masa ve sandalye sayısı artmaktadır.*
Artma ve azalma neye göre değişmektedir?	*Masa geldiğinde sandalye sayısını sayarsak (4,6,8,10,..) 2'şer artmaktadır.*
Şekilde başta ve sonda olan sandalyeler siyah renk ile gösterilmiştir. Sizce sebebi nedir?	*Başta ve sonda olduğunu belirtmek için siyah renge boyanmıştır. Her adımda vardır.*
20 kişilik masa dizilirse kaç kişi oturabilir? Kısa yoldan bulabilir miyiz?	*Her masada 2 sandalye gelir. 20 masa gelirse 20x2=40 sandalye gelir. Her adımda başta ve sondaki siyah sandalyeler olduğuna göre 2 ekleriz. 42 kişi olur.*

Küçük Grup Çalışması:

Öğrenciler 2 ya da 4 kişilik gruplara ayrılır ve çalışma kâğıtları gruplara dağıtılır.

ÇALIŞMA KAĞIDI - 4



Yukarıda karelerle oluşturulan bir şekil örüntüsü verilmiştir. Aşağıda bu örüntüye ilişkin soruları sorulan yanıtlayınız.

a) Örüntünün 4.adımını oluşturunuz ve oluşan şekildeki kare sayısını inceleyiniz.

b) Örüntünün 20. ve 50. adımında kaç kare olduğunu hesaplayınız.

c) Orüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

d) Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

e) Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı kullanarak örüntünün 200. adımında kullanılması gereken kare sayısını bulunuz.

Öğrenci Düşüncesini Ortaya Çıkarıcı Sorular	Olası Yanıtlar
Her adımda kaç tane kare var?	*7,10,13 kare vardır.*
Her adımda değişen bu sayılar neye bağlı olarak değişir?	*Şekilde C harfi biçiminde kareler artmıştır.*
Şekilde neler sabit kalır, neler değişmektedir?	*Yatayda ve dikeyde kare sayıları her adımda birer artmıştır.*
Adım sayılarını temsil edecek sembol/harf kullanabilir miyim? Örneğin, adım sayılarını temsil edecek harf yerine Adımın baş harfi A, kullanabilir miyim?	*Adım sayısı için a,b,x,y harfleri veya kutucuk, yuvarlak sembollerini kullanabiliriz.*

Bireysel Çalışma 1:

Kuralı 4n-3 olan sayı örüntüsünün ilk 5 terimini bulunuz.

1.terim:

2.terim:

3.terim:

4.terim:

5.terim:

Bireysel Çalışma 2:

Bir sayı örüntüsünün genel terimi n^2+1 'dir. Buna göre, bu sayı örüntüsünün 50. terimi ve 100. teriminin toplamını bulunuz.

Bireysel Çalışma 3:

Adım sayısı	**Kare sayısı**
1	(1 + 2) + 4.1
2	(2 + 2) + 4.2
3	(3 + 2) + 4.3
⋮	⋮
71	□

Yukarıdaki tablo bir örüntüden yola çıkılarak oluşturulmuştur.

Bu tablodaki □ yerine hangi sayı yazılmalıdır?

Bireysel Çalışma 4:

Çevre mühendisi olan Sevgi Hanım parkların yüzey alanını 4x-10 cebirsel ifadesini kullanarak belirlediğine göre aşağıdaki x değerleri için parkların yüzey alanını bulunuz.

d) x=45 m^2 için
e) x=80 m^2 için
f) x=100 m^2 için

Değerlendirme:

Örüntü ne demektir? Kısaca hatırlayalım.

Cebirsel ifade nedir?

Değişken nedir?

Terim ve katsayı nedir?

Bir şekil örüntüsü oluşturabilir misiniz? Oluşturduğunuz bu şekil örüntüsünde genel kural nedir?

Oluşturduğunuz bu örüntünün 50. ve 200. terimleri kaç olur?

EK-4: (Devam) Cebirsel İfadeler Tahmini Öğrenme Yol Haritası Ders Planları

DERS PLANI (6. SINIF – CEBİRSEL İFADELER-2)

Genel Amaç:
Öğrenciler sözel olarak verilen bir durumu okuyup işlem önceliğine dikkat ederek bilinmeyenleri anlamlı şekilde kullanarak cebirsel ifade yazabileceklerdir. Aynı şekilde verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazabileceklerdir.
Cebirsel ifadenin ne anlama geldiğini (aritmetik işlemlerin özelliklerini kullanarak) açıklayabileceklerdir.
Aritmetik işlemlerdeki işlem önceliğini kullanarak 3(a+5) ile 3a+5 gibi cebirsel ifadeleri karşılaştırarak anlamlandırabileceklerdir.

Kazanımlar:
6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.
6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.

Kavram Yanılgıları/Hataları:
Verilen sözel bir ifadeyi (Bir sayının 5 eksiğinin 2 katı) cebirsel ifadeye dönüştürürken işlem önceliğine dikkat etmeden x-5.2 biçiminde yazmaları karşılaşabileceğimiz bir kavram yanılgısıdır. Burada ‘‘Bir sayının 5 eksiğinin 2 katı’’ mı, yoksa ‘‘Bir sayıdan 5’in 2 katını eksiltmek’’ mi olduğunun farkına varması gerekmektedir. Parantezin işlem önceliğindeki önemi vurgulanmalıdır.
Verilen sözel ifadeyi (125 km’lik yolun bir kısmı gidildikten sonra kalan kısmın yarısı) cebirsel ifadeye dönüştürürken 125-x:2 ya da 125-$\frac{x}{2}$ biçiminde yazması bir kavram yanılgısıdır.
Aritmetik işlemlerde tekrarlı toplamanın çarpma işlemine eşitliğini a+a+a=3a ifadesinde a değişkenlerinin başında katsayı olarak 1 olduğunu göremeyebilir. Bu ifadelerin birbirine eşitliğin anlamlandıramayabilir.

Etkinliğin Amacı:
-Verilen sözel bir duruma uygun cebirsel ifadeyi yazabilmek
-Cebirsel ifadeye uygun sözel durumu yazabilmek
-Cebirsel ifadelerin ne anlama geldiğini açıklayabilmek

Materyaller: Etkinliklerin yer aldığı çalışma kağıtları	**Süre:** 4 ders saati

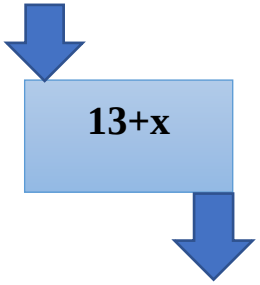
DERSİN İŞLENİŞİ

Derse Giriş:

Matematikte sayısal ifadeler bilinen bir durumu, çokluğu ifade etmek için kullanılır. “5 kalemim var.” “13 yaşındayım” gibi. Harfli ifadeler ise, bilinmeyeni ifade etmek için kullanılabilir. Araba t sürede İstanbul’a vardı. Ayşe’nin maaşı f lira gibi…
Günlük hayatta bildiğimiz bir ifadeden, bilemediğimiz ifadeleri elde etmek için harfli ifadeleri kullanırız. Ayşe 13 yaşında; Ahmet Ayşe’den 5 yaş büyüktür dersek Ahmet’in yaşını 13+5 şeklinde ifade ederiz. Ancak Ahmet Ayşe’den x yaş büyüktür dersek Ahmet’in yaşını 13+x şeklinde ifade ederiz.
Bildiğimiz gibi matematikte harfleri, sayıları ifade etmek için kullandığımız zaman, bu harfler değişken olarak, 13+x ifadesini de cebirsel ifade olarak adlandırmıştık.

Örneğin;

Bir makine içine 5 atılırsa sonuç ne olur?
Bir makine içine 6 atılırsa sonuç ne olur?
Bir makine içine 100 atılırsa sonuç ne olur?
Bir makine içine herhangi bir sayı atılırsa sonuç ne olur?



Örneğin;

Özge Ezgi’den 4 yaş büyüktür. Buna göre Özge’nin yaşı ile Ezgi’nin yaşı arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo oluşturalım:

Ezgi’nin Yaşı	**Özge’nin Yaşı**
1	1+4=5
2	2+4=6
3	3+4=7
4	4+4=8
N	n+4

Etkinlik-1: Aşağıda verilen cümlelere karşılık gelen cebirsel ifadeleri yazalım.

Bir sayının 7 fazlası:

Bir sayının 13 eksiği:

Bir sayının 3 katı:

Bir sayının 2 katının 10 eksiği:

Bir sayının 5 fazlasının 2 katı:

Bir sayının yarısı:

Bir sayının yarısının 7 fazlası:

Bir sayının 1 fazlasının yarısı:

Bir miktar paranın 7 tl fazlası:

Bir depo benzinden 12 lt harcadıktan sonra kalan kısım:

15 tane çikolatadan bir miktarını yedikten sonra kalan kısmı:

Elinde 3 elma bulunan Esra, arkadaşından da bir miktar elma almıştır. Ne kadar elması vardır?:

Bir miktar paranın 30 lirası harcanırsa geriye kalan para:

A km'lik yolun çeyreğini giden Ali'nin gittiği yol:

Bir miktar sorunun yarısını çözülmüşse geriye ne kadar çözülmemiş soru kalır?:

Toplamları 150 olan iki sayıdan biri a ise diğeri:

130 km yolun bir kısmını gidildikten sonra kalan kısmının çeyreği:

Çisem şimdi z yaşındadır. Nuray'ın şimdiki yaşı Çisem'in şimdiki yaşının 3 katıdır. Buna göre, Nuray'ın şimdiki yaşının Çisem'in şimdiki yaşına bağlı cebirsel ifadesi:

Etkinlik-2: Aşağıda verilen cebirsel ifadelere karşılık gelen sözel ifadeleri yazalım.

a+2

a-7

2a

2a+5

2a-8

5-a

2-3a

3(a+10)

(a+2)6

$\frac{a}{2}$

$\frac{3a}{4}$

$x + \frac{1}{4}$

$y - \frac{1}{2}$

$2a + \frac{3}{4}$

$\frac{3(n+5)}{2}$

Etkinlik-3

Aşağıdaki tabloda sözel olarak verilen durumlara uygun cebirsel ifadeleri ve verilen cebirsel ifadelere uygun sözel durumları yazınız. Verilen sözel ve cebirsel ifadelerdeki değişkenlerin neye karşılık geldiğini en sağda belirtilen sütuna yazınız.

Sözel İfadeler	**Cebirsel İfade**	**Değişkenler neye karşılık gelmektedir?**
Bir market, x TL'ye aldığı bir teneke zeytinyağını 4 TL kâr ekleyerek satıyor. Bu markette satılan 6 teneke zeytinyağından elde edilecek para miktarını gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.		
Bir telefon şirketi her arama için bir tarife sunmaktadır. Bu tarifeye göre her arama için sabit ücret 2 lira ve konuşulan her dakika da 4 lira üzerinden ücretlendirilecektir. Kişilerin konuştukları herhangi bir dakikada ödeyecekleri ücreti cebirsel olarak ifade ediniz.		
Cebirsel İfade	**Sözel ifade**	**Değişkenler neye karşılık gelmektedir?**
$\frac{a+5}{3}$		
(x-3).5		
4x – 7		
$\frac{x}{4} - 3$		

Etkinlik-4

Aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

Aşağıdaki soruları 2n+3 cebirsel ifadesine göre yanıtlayınız:	
a) "n" harfi neye karşılık gelmektedir? Açıklayınız.	**a)**
b) n harfi yerine "4" yazılabilir mi? Açıklayınız. Yeni ifadenin ne olacağını yazınız.	**b)**
c) n harfi yerine "24" yazılabilir mi? Açıklayınız. Yeni ifadenin ne olacağını yazınız.	**c)**
d) n harfi yerine "2r+3" yazılabilir mi? Açıklayınız.	**d)**
Bir kalem "k" lira ve bir defter "d" liradır. Kerem 5 tane kalem ve 2 tane defter almıştır. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız:	
a) 5k+2d ifadesi neye karşılık gelmektedir?	**a)**
b) "k" ifadesi neye karşılık gelmektedir?	**b)**
c) "d" ifadesi neye karşılık gelmektedir?	**c)**
Ayhan bana bir miktar para vermiştir. Ayhan'ın verdiği paranın 3 katı mı, yoksa Ayhan'ın verdiği paranın 6 lira fazlası mı daha büyüktür? Nedenleriyle birlikte açıklayınız?	

Etkinlik-5

3(k+2) cebirsel ifadesine uygun sözel ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) kalem sayısının 2 fazlasının 3 katı
B) kitap sayısının 3 katının 2 fazlası
C) silgi sayısının 6 fazlasının 3 katı
D) defter sayısının 3 fazlasının 2 katı

Etkinlik-6

“ $\frac{c}{3}$ – 2 ” cebirsel ifadesi için aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

A) Cebirsel ifadedeki “c” nin alabileceği sadece bir değer vardır.
B) Cebirsel ifadedeki “ $\frac{c}{3}$ ” c, 3’e tam bölünebilen bir sayı olmalıdır.
C) Cebirsel ifadedeki “c” herhangi bir şeyin sayısını temsil eder.
D) Cebirsel ifadedeki “ $\frac{c}{3}$ – 2 ” herhangi bir şeyin sayının 2 eksiğinin 3’te 1’ini ifade eder.

Etkinlik-7

Bir poğaça ‘p’ lira, bir ayran ‘a’ liradır. Aybars 4 poğaça ve 3 ayran almıştır.

Buna göre ‘p’, ‘a’ ve ‘4p + 3a’ cebirsel ifadeleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

	p	**a**	**4p+3a**
A)	poğaça sayısı	ayran sayısı	toplam poğaça ve ayran sayısı
B)	poğaça fiyatı	ayran fiyatı	toplam poğaça ve ayran fiyatı
C)	poğaça sayısı	ayran sayısı	toplam poğaça ve ayran fiyatı
D)	poğaça fiyatı	ayran fiyatı	toplam poğaça ve ayran sayısı

Etkinlik-8

Bir sayının 5 fazlasının 3 katı ile aynı sayının 3 katının 5 fazlasını cebirsel olarak yazıp karşılaştırınız. Yazılan cebirsel ifadeler aynı mıdır? Neden? Açıklayınız.

Etkinlik-9

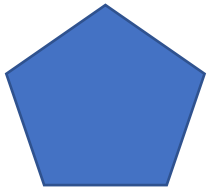
Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenin çevresini ve alanını veren cebirsel ifadeyi bulunuz.

y cm

8 cm

Etkinlik-10

Aşağıda bir kenar uzunluğu verilen düzgün beşgenin çevresini veren cebirsel ifadeyi bulunuz.



a cm

EK-4: (Devam) Cebirsel İfadeler Tahmini Öğrenme Yol Haritası Ders Planları

DERS PLANI (6. SINIF – CEBİRSEL İFADELER-3)

Genel Amaç:

Öğrenciler terim, sabit terim, katsayı ve değişken kavramlarını anlamlandırabileceklerdir.
Benzer terimin ne anlama geldiğini kavrayabileceklerdir.
Verilen benzer iki terimin toplama ve çıkarma işlemlerini yapabileceklerdir. Aynı şekilde benzer ve benzer olmayan terimler içeren cebirsel ifadeleri toplayıp çıkarabileceklerdir.
Verilen bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpabileceklerdir.

Kazanımlar:

6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapar.
6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar.

Kavram Yanılgıları/Hataları:

Verilen cebirsel ifadede katsayıyı bulurken terimlerin başındaki işaretleri önemsemeden sadece sayısı katsayı olarak göstermeleri bir kavram yanılgısıdır. Aynı şekilde sabit terimi bulurken de sayının başındaki işareti göz ardı edebilmektedirler.
Verilen 2ab5 cebirsel ifadesinde katsayıyı baştaki sayı 2 olarak göstermesi bir kavram yanılgısıdır. Burada değişkenin kaç katı olduğu ya da değişken ile çarpım halinde olan sayıyı katsayı olarak adlandırabilmelidir.
Benzer terimlerin doğru benzer olmayan terimlerin yanlış olduğunu düşünme bir kavram yanılgısıdır.
Benzer terim kavramında x ile 1/x ifadelerinin benzer olduğunu düşünmektedirler. Benzer terim olması için aynı harf ve harflerin aynı kuvvetle bulunmasını yeterli olarak görmektedirler. Bu yüzden verilen cebirsel ifadelerde aynı pay veya payda kısmında yer alması gerektiği de vurgulanmalıdır.
Verilen cebirsel ifadelerin toplamında 2x+1 ifadesinde öğrenci 3x şeklinde cevap verebilmektedir. Bu bir kavram yanılgısıdır ve öğrencinin benzer terimi tam anlamıyla kavrayamadığını göstermektedir. 2x+3y cebirsel ifadesinde de yine benzer terime dikkat etmeyerek toplamını 5xy olarak yazabilmektedirler.
Cebirsel ifadelerin toplamında verilen 10h+12p ifadesinde değişkenleri görmezden gelip sonuca 22 yazması bir kavram yanılgısıdır.
Cebirsel ifadelerde çıkarma işlemlerinde ise verilen 5x-(3x-5) ifadesinde eksi(-) işaretinin parantezin tamamını ele aldığını göz ardı edip 5x-3x-5 şeklinde yazması, -5 teriminin işaretini değiştirmemesi bir kavram yanılgısıdır.
Cebirsel ifadelerde çarpma işlemlerinde de verilen (4x-2).3 ifadesinde 3'ü parantez içine dağıtırken 6-12x şeklinde yazması bir kavram

yanılgısıdır. İşlemlerin daima soldan başlaması gerektiğine yani işlem önceliğine dikkat çekilmelidir. O yüzden 3 sayısı ilk olarak 4x terimi ile sonra da 2 terimi ile çarpılmalıdır.

2a+4b ile a2+b4 ifadelerinin farklı olduğunu düşünmesi bir kavram yanılgısıdır. Çarpma işleminde yer değiştirme özelliğini göz ardı etmektedir.

Etkinliğin Amacı:
-Cebirsel ifadede terim, katsayı, değişken ve sabit terim kavramlarını anlamlandırabilmek
-Cebirsel ifadede aynı değişkene sahip terimleri benzer terim olarak adlandırabilmek
-Verilen cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapabilmek
-Sabit terim içeren ve içermeyen cebirsel ifadelerdeki benzer terimleri modelleyerek toplayabilmek veya çıkarabilmek
-Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpabilmek
-Kenar uzunlukları verilen geometrik şekillerin alanlarını cebirsel ifade ve doğal sayıları çarparak hesaplayabilmek

Materyaller: Etkinliklerin yer aldığı çalışma kağıtları	**Süre:** 5 ders saati

DERSİN İŞLENİŞİ

Derse Giriş:

Değişken nedir? Cebirsel ifade nedir? Hatırlayalım.

Etkinlik-1:

- Cebirsel ifadenin her ayrı bileşeni terim olarak adlandırılır. Buna göre aşağıda verilen cebirsel ifadelerin terimlerini gösteriniz.
  3x+5y
  10x-7y
  -8x-12y
  2x+13
  9a+10b+15
  -3x+8y-7

- Herhangi bir cebirsel ifadede değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerlerine göre değişmeyen terime sabit terim denir.

Örneğin: Bir taksiye biniş için taksimetre açılış ücreti 2 tl, gidilen her km için ise alınan ücret 3 tl olsun. 2 tl her zaman sabit olacaktır. 2+3x ifadesinde:

x (Gidilen yol/km) DEĞİŞKEN	2 (Taksimetre açılış ücreti) **SABİT TERİM**	3x (Gidilen yol karşılığı eklenecek olan ücret)	2+3x (Taksiciye ödenmesi gereken toplam ücret/tl)
0	2	3.0	0+2=2
1	2	3.1	3+2=5
2	2	3.2	6+2=8

3x+4y
10ab-2y+6
8x-10y-13

- Değişenin kaç katı olduğunu ifade eden, değişken ile çarpım halinde olan sayı <u>katsayı</u> olarak adlandırılır. Buna göre, aşağıda verilen cebirsel ifadelerin katsayılarını bulalım. (üslü sayılar)

  $9x$

  $-5x$

  y

  $-y$

  $5x+4$

  $6y-12$

  $\frac{2a}{3}$

  $\frac{-5x}{7}$

  $-x^2+5x-12$

<u>Etkinlik-2:</u> Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin istenilen bilgilerini bulalım.

20a+5y ➡ Terim:

Değişken:

Katsayı:

Sabit terim:

6xy-z+5 ➡ Terim:

Değişken:

Katsayı:

Sabit terim:

-k+3m+12 ➡ Terim:

Değişken:

Katsayı:

Sabit terim:

2.a.y.6 ➡ Terim:

Değişken:

Katsayı:

Sabit terim:

Etkinlik-3

Bir cebirsel ifadede değişken olarak kullanılan harfleri ve harflerinin kuvvetleri aynı olan terimlere ‘benzer terim’ denir.

Buna göre aşağıda verilen terimlerden benzer olanlarını eşleştiriniz.

$-7x^3$
$\frac{-2x^2y}{7}$
-bax
$\frac{-1}{x}$
X
$\frac{3y}{2}$

4x
$-x^2$
x^3
-y
x^2y
$\frac{3}{x}$
5xab

Etkinlik-4

Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapılırken sadece benzer terimler arasında işlem yapılabilir. Buna göre, aşağıda verilen cebirsel ifadelerin toplama ve çıkarma işlemlerini yaparak en sade halini bulalım.

a) 5x+8x=

b) 10x-7x=

c) -8x+16x=

d) -x+10x=

e) 5x+8x+7x=

f) -12x+6x=

g) 20x+5-9x-15=

h) 10a-5a-(-8a)=

i) 20y+12a-8y-a=

j) -16c+15cd-c=

k) $5y^2$+6y-10y=

l) (-10x+12)-(6x+11)=

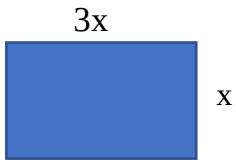
m) 8y-(-9-10y)=

n) 2a-($5x^2$+10a)-8=

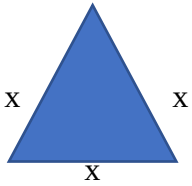
Etkinlik-5

Aşağıda verilen şekillerin çevre uzunluklarını cebirsel olarak ifade edelim.

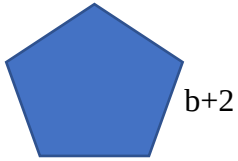
a)



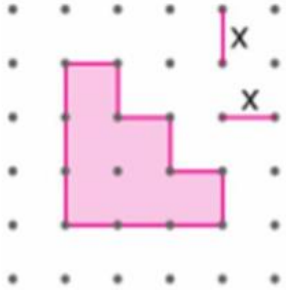
b)



c)

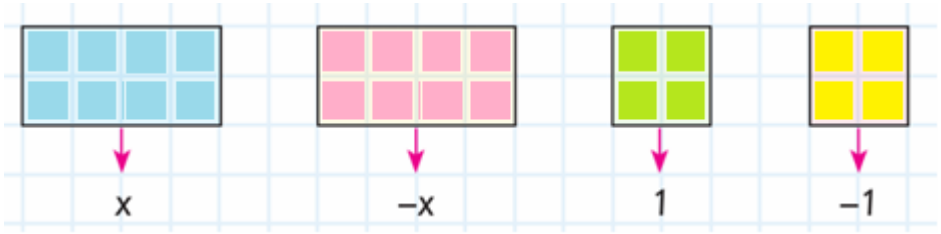


d)

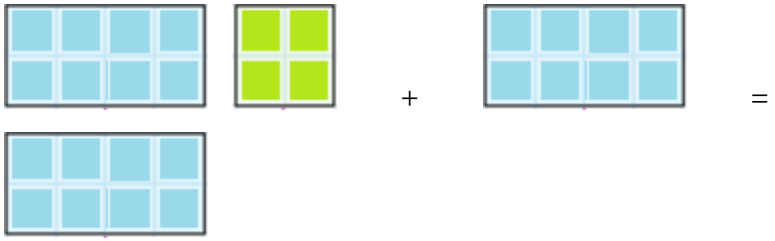


Etkinlik-6

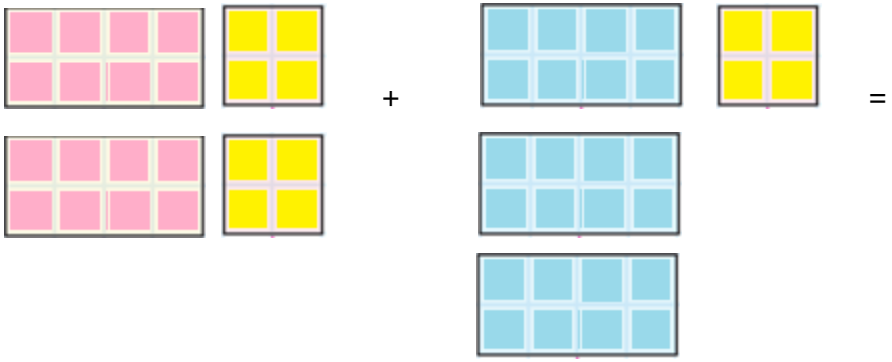
Aşağıda verilen modellemelere karşılık gelen cebirsel ifadeleri ve sonucunu bulalım.



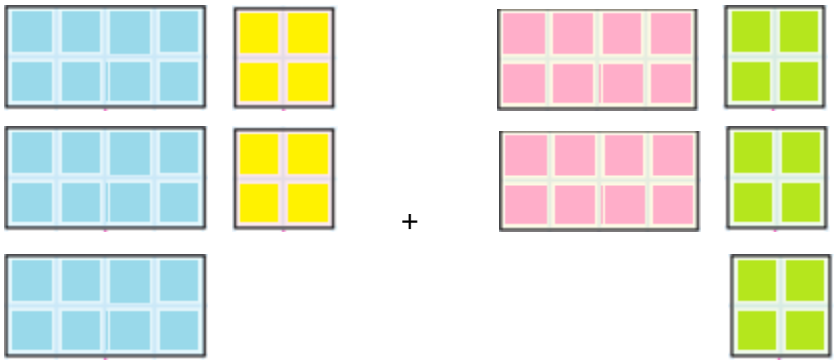
a)



b)



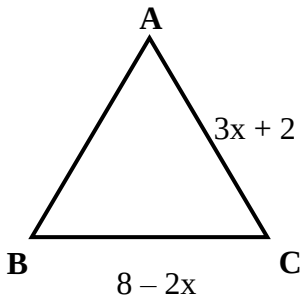
c)



Etkinlik-7

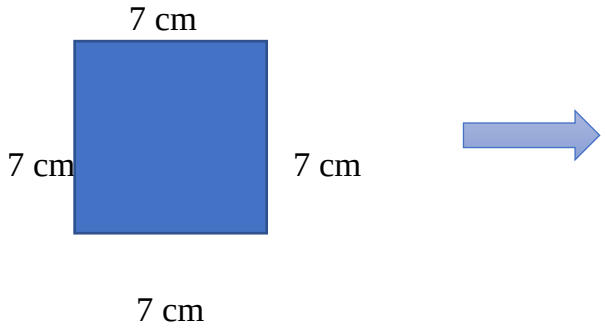
Bir kutuda x tane şeker bulunmaktadır. Buna göre:	
a) Melih'in 2 kutu şekeri vardır. Kübra Melih'e 3 tane daha şeker verirse, Melih'in toplamda ne kadar şekeri olur?	**a)**
b) Melih'in 2 kutu şekeri vardır. Kübra'nın ise Melih'in şekerlerinin 3 katı kadar şekeri olduğuna göre, Kübra'nın ne kadar şekeri vardır?	**b)**

Etkinlik-8: **Aşağıda verilen ABC üçgeninin çevresi 20 br olduğuna göre, AB kenarının uzunluğunu hesaplayınız.**



Etkinlik-9

Bir kenarının uzunluğu 7 cm olan karenin tüm kenar uzunlukları aynı olacak şekilde belli bir miktar arttırılıyor. Buna göre, yeni oluşan karenin çevre uzunluğunu veren cebirsel ifadeyi bulalım.



Etkinlik-10

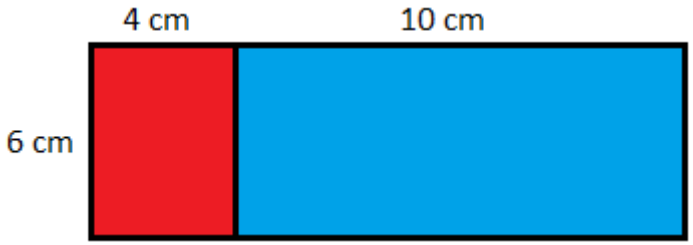
Doğal sayılarda çarpma işlemini hatırlayalım.

3.5.2=?

3.(5.2)=(3.2).5

- 5.3a=
- -2.10a=
- 8.(-3a)=
- 5a.(-6)
- 6a.4=
- -12.(-2a)=

Etkinlik-11



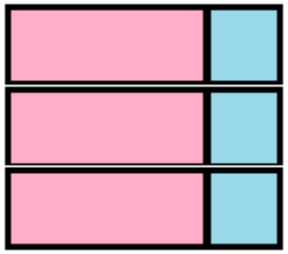
Şekilde kırmızı ve mavi renkteki dikdörtgenlerin alanları toplamını bulalım.

Çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.

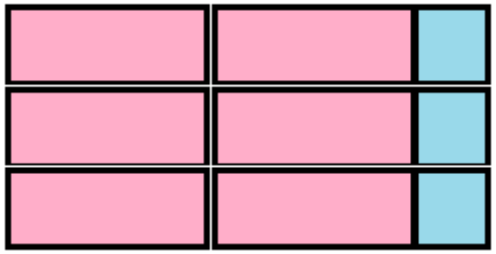
Yukarıda verilen dikdörtgen ve karenin alanlarını bulalım. Buna göre aşağıda modellenen bölgelerin alanlarını veren cebirsel ifadeyi bulalım.

a)

b)



c)



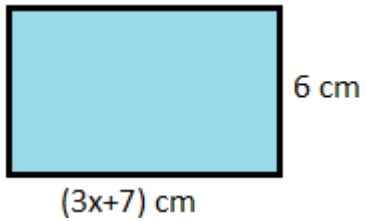
Etkinlik-12

Aşağıda verilen işlemleri yapalım.

a) 10.(x+5)=
b) 7.(3y-4)=
c) 4.(8-x)
d) (4x-2).5=
e) (12-z).3=
f) 6.10a=
g) 5y.8=

Etkinlik-13

Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenin kısa kenarı 2 cm artırılıp, uzun kenarı (x+2) cm azaltılıyor. Buna göre, yeni oluşan dikdörtgenin alanı kaç olur?



EK-4: (Devam) Cebirsel İfadeler Tahmini Öğrenme Yol Haritası Ders Planları

DERS PLANI (6. SINIF – CEBİRSEL İFADELER-4-TEKRAR)

Genel Amaç:

Öğrenciler verilen şekil örüntüsünde yapıyı inceleyerek örüntünün adımları arasındaki sabit ve değişen değerleri fark edecek ve örüntüdeki matematiksel ilişkiyi görebileceklerdir. Belirledikleri ilişkiye göre dizinin kuralını ifade edeceklerdir. Aynı şekilde kuralı verilen dizinin istenilen terimini bulabileceklerdir. Değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için bir cebirsel ifadenin değerlerini hesaplar.

Öğrenciler sözel olarak verilen bir durumu okuyup işlem önceliğine dikkat ederek bilinmeyenleri anlamlı şekilde kullanarak cebirsel ifade yazabileceklerdir. Aynı şekilde verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazabileceklerdir.

Cebirsel ifadenin ne anlama geldiğini (aritmetik işlemlerin özelliklerini kullanarak) açıklayabileceklerdir.

Aritmetik işlemlerdeki işlem önceliğini kullanarak 3(a+5) ile 3a+5 gibi cebirsel ifadeleri karşılaştırarak anlamlandırabileceklerdir.

Öğrenciler terim, sabit terim, katsayı ve değişken kavramlarını anlamlandırabileceklerdir.

Benzer terimin ne anlama geldiğini kavrayabileceklerdir.

Verilen benzer iki terimin toplama ve çıkarma işlemlerini yapabileceklerdir. Aynı şekilde benzer ve benzer olmayan terimler içeren cebirsel ifadeleri toplayıp çıkarabileceklerdir.

Verilen bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpabileceklerdir.

Kısaca bu ders planı, 6.sınıf cebirsel ifadeler konu başlığı altındaki her konuyu içeren ve diğer üç ders planının tekrarı olacak biçimde özetleyen sorulardan oluşmaktadır.

Kazanımlar:

6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.
6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.
6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.
6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.
6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapar.
6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar.

Etkinliğin Amacı:
- Verilen çalışma kağıtlarında şekil örüntülerindeki yapıyı inceleyerek örüntüdeki ilişkiyi görebilmek ve cebirsel ifade biçiminde yazabilmek
- Verilen sayı örüntülerindeki ilişkiyi görebilmek ve genel terim ile ifade etmek
-Verilen sözel bir duruma uygun cebirsel ifadeyi yazabilmek
-Cebirsel ifadeye uygun sözel durumu yazabilmek
-Cebirsel ifadelerin ne anlama geldiğini açıklayabilmek
-Cebirsel ifadede terim, katsayı, değişken ve sabit terim kavramlarını anlamlandırabilmek
-Cebirsel ifadede aynı değişkene sahip terimleri benzer terim olarak adlandırabilmek
-Verilen cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapabilmek
-Sabit terim içeren ve içermeyen cebirsel ifadelerdeki benzer terimleri modelleyerek toplayabilmek veya çıkarabilmek
-Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpabilmek
-Kenar uzunlukları verilen geometrik şekillerin alanlarını cebirsel ifade ve doğal sayıları çarparak hesaplayabilmek

Materyaller: Etkinliklerin ve soruların yer aldığı çalışma kağıtları	**Süre:** 5 ders saati

DERSİN İŞLENİŞİ

Derse Giriş:

3 hafta boyunca gerçekleştirilen öğretim dizilerinin ardından cebirsel ifadelerle ilgili olan tüm kazanımlar bitirilmiştir. Bu ders planında da 3 hafta boyunca gerçekleştirilen derslerin özeti niteliğinde sorular bulunmaktadır. Tekrar amaçlı 1 hafta daha sürecek öğretim dizisi planlanmıştır.

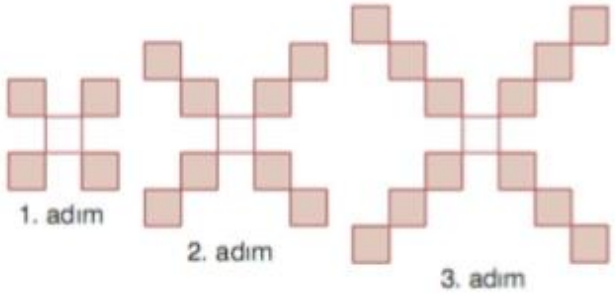
UYGULAMA

1. Aşağıda verilen şekil örüntüsüne göre soruları cevaplayınız.

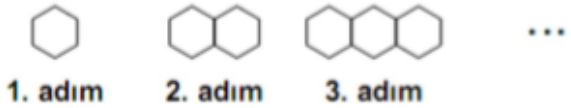
a. Örüntünün 4.adımında kaç tane kare vardır?

b. Örüntüdeki ilişkiyi tablo biçiminde ifade ederek genel terimini bulunuz.

c. Örüntünün 50.adımındaki kare sayısını bulunuz.



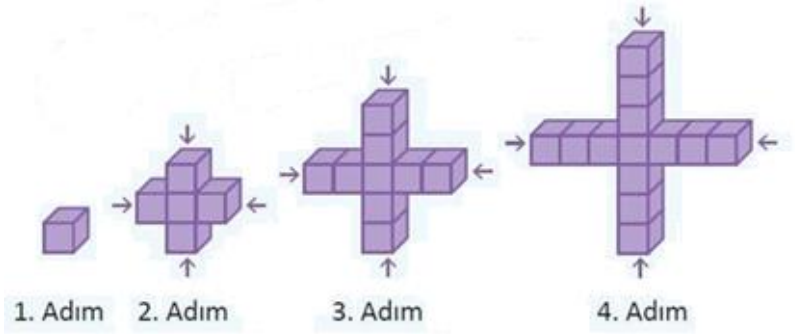
2. Birinci adımda çevresi 6 cm olan bir düzgün altıgen çizilmiştir. Sonraki her adımda bir önceki şekildeki altıgenlerin sadece biri ile bir tek ortak kenara sahip, yeni bir düzgün altıgen çizimdeki gibi eklenmektedir.



Buna göre, n. Adımdaki şeklin çevresi kaç santimetredir? Cebirsel olarak ifade ediniz.

3. Aşağıda verilen şekil örüntüsüne göre soruları cevaplandırınız.

a. 5.adımda kaç kare olmalıdır?
b. Örüntüdeki ilişkiyi tablo biçiminde ifade ederek genel terimi bulunuz.
c. Örüntünün kuralını sözel olarak ifade ediniz.
d. Örüntünün 20. ve 100.adımında kaç kare vardır?



4. Çisem'in 12 TL'si vardır. Annesi her gün Çisem'e harçlık olarak 8TL vermektedir. Buna göre harçlıklarını biriktiren Çisem 10.gün kaç TL biriktirmiştir?

5. Bir mimar yapılarının yüzey alanını 3x+20 ifadesini kullanarak hesaplamaktadır.

a. X=40 m^2 ve
b. X=60 m^2 için yapıların yüzey alanlarının sayısal değerlerini hesaplayalım.

6. Aşağıdaki sözel ifadeleri cebirsel ifade olarak yazınız.

5) Sınıftaki öğrencilerin 3 katının 1 eksiği:
6) Fırındaki ekmeklerin yarısının 10 fazlası
7) Ayşe'nin şekerlerinin 5 eksiğinin 3 katı:
8) Bir sayının 2 katının 6 fazlasının çeyreği:

7. Aşağıda verilen cebirsel ifadelere uygun birer sözlü ifade yazınız.

a. $5x+7$:

b. $\frac{y}{2}+1$:

c. $\frac{z-10}{2}$:

d. $\frac{5a}{4}+10$:

8. Aşağıda verilen ifadelerin cevaplarını cebirsel ifade olarak belirtiniz.

a. Bir kenarı a olan karenin çevresi:

b. Uzun kenarı x, kısa kenarı y olan dikdörtgenin çevresi:

c. Bir kenarı d olan düzgün altıgenin çevresi:

9. Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin istenilen bilgilerini bulunuz.

	5.x+8.y	**4.a-b-2**	**2xy-5z-1**
Değişken			
Terim			
Sabit Terim			
Katsayı			

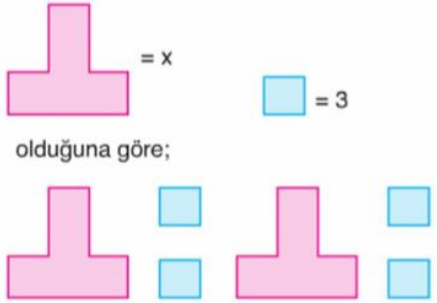
10. Aşağıda verilen terimlerden benzer olanları eşleştiriniz.

8a	$\frac{8}{a}$
$-5a^2$	88
-23	a^2
$-\frac{5}{a}$	-5a,

11. Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin toplama ve çıkarma işlemlerini yaparak en sade halini bulunuz.

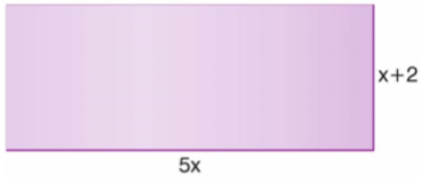
a. 10x+5x-6x=
b. -8x+5+2x-9=
c. (7a-11b)+(-8a+6b)=
d. 5y-(-6y+15)=
e. (13x+14)-(9x-2)=
f. $3x^2$+5y-x^2=
g. 2a-(5x^2+10a)-8=

12. Aşağıda verilen şekilde modellenen cebirsel ifade nedir?

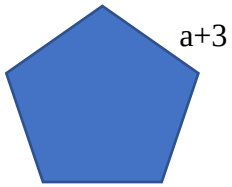


13. Aşağıda verilen şekillerin çevre uzunluklarını cebirsel olarak ifade edelim.

a.



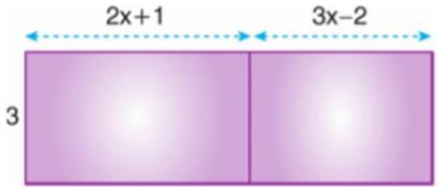
b. Düzgün beşgen



14. Aşağıda verilen işlemleri yapınız.

a) 3.12x=
b) -2x.10=
c) 6.(2x-11)=
d) 10.(8-3x)=
e) (10x+5).5=
f) (-7-7x).5=

15. Aşağıda yan yana iki dikdörtgen verilmiştir. Buna göre, dikdörtgenlerin alanları toplamını veren cebirsel ifade nedir?



EK-4: (Devam) Cebirsel İfadeler Tahmini Öğrenme Yörüngeleri

6. SINIF –CEBİRSEL İFADELER– TAHMİNİ ÖĞRENME YÖRÜNGESİ (1.hafta)

Kazanımlar:
6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.
6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.

Öğrenme Hedefi	Etkinlikler	Öğrenmenin Nasıl Gerçekleşeceğine Dair Hipotezler:
• **Şekil örüntüsündeki şeklin yapısını analiz eder.** • **Şekil sayısının hesaplanmasına yönelik kısa yollar bulur.** • **Bulduğu kısa yolların matematiksel ilişkilerini yazar.** • **Matematiksel ilişkiler üzerinde sabit ve değişen değerleri fark eder.** • **Değişken değerlerinin yerine gelebilecek sembol (harf) kullanır.** • **Değişkeni ve Cebirsel ifadeyi anlamlandırır.** • **Değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için bir cebirsel ifadenin değerlerini hesaplar.**	**Kibrit çöpü etkinliği** **t-tablosu üzerinde değişkenin alacağı farklı değerler için cebirsel ifadenin değerini hesaplama**	Öğrenciler; Günlük hayattan örüntü örnekleri verir. Şekil örüntülerindeki şeklin yapısını analiz eder. Şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürür. Terimler arası sabit farka odaklanır. Şekil üzerinden sabit farka odaklanır. Şekil örüntüsünün devamındaki yapıyı çizer. Şekil örüntüsünün yakın adımındaki yapıyı çizmeden tahmin eder. Yakın adımı yinelemeli ilişkiyi kullanarak bulur. Şekil örüntüsünün uzak adımındaki yapıyı tahmin eder. Sabit farkı değişkenin katsayısı olarak alır ya da rasgele katsayılar belirleyerek örüntünün terimlerini elde etmek için deneme yanılma stratejisini kullanır. Bütüne genişletme stratejisini kullanır. (örn., 5. Terim 19 ise 10 terim 2x19). Aritmetik dizi kuralını kullanır. (Uzak adımı bulurken terimler arası sabit fark ile terimler arası aralık sayısının çarpımını ilk terime ekler). Şekil örüntüsünde adım sayısı ve adıma karşılık gelen şekil sayısını (bağımlı ve bağımsız değişkeni ya da nicelikleri) temsilen tablo

• **Şekil örüntüsü oluşturur ve örüntünün kuralını belirler.**	kullanarak matematiksel ilişkiler yazar. Tabloda değişen nicelikler arası matematiksel ilişkiyi önce toplamsal sonra çarpımsal olarak ifade eder. Tabloda sabit kalan ve değişen niceliklerin neler olduğunu belirler. Değişen nicelikler arasındaki fonksiyonel ilişkiyi keşfeder. Değişen nicelikler arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade eder. Değişen nicelikler arasındaki ilişkiyi/kuralı harflerle ifade eder. Kuralını harfle ifade ettiği örüntünün istenilen terimini bulur. Cebirsel ifade, değişken, katsayı, sabit terim kavramlarını anlamlandırır. Değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için bir cebirsel ifadenin değerlerini hesaplar. Şekil örüntüsü oluşturur ve örüntünün kuralını belirler. İlk iki adımı verilen yarı yapılandırılmış şekil örüntüsünü devam ettirerek örüntü oluşturur ve kuralını belirler. Sayı örüntüsüne ait şekil örüntüsü oluşturur ve kuralını belirler. Kurala bağlı kalmadan sadece verilen sayı kadar şekli çizer. Şeklin yapısı ve örüntünün kuralını ilişkilendirerek şekil örüntüsü oluşturur.

EK-4: (Devam) Cebirsel İfadeler Tahmini Öğrenme Yörüngeleri

6. SINIF –CEBİRSEL İFADELER– TAHMİNİ ÖĞRENME YÖRÜNGESİ (2.hafta)

Kazanımlar:

6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.

6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.

Öğrenme Hedefi	Etkinlikler	Öğrenmenin Nasıl Gerçekleşeceğine Dair Hipotezler:

• **Sözel bir duruma uygun cebirsel ifadeyi yazar.**
• **Cebirsel ifadeye uygun sözel durumu yazar.**
• **Cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.**
		Öğrenciler;
		- Verilen sözel ifadedeki bilinen bir durumun değişmesi sonucunda ortaya çıkan durumları gözlemleyebilir.
		- Bu sözel ifadede değişen ve sabit kalan nicelikleri belirleyebilir.
		- Değişen niceliği değişken olarak adlandırabilir ve değişkeni sembol/harf ile gösterebilir.
		- Değişken ve işlem içeren cebirsel ifadeyi yazabilir.
		- En az bir değişken ve işlemler içeren ifadeleri "cebirsel ifade" olarak adlandırabilir.
		- Cebirsel ifadenin ne anlama geldiğini açıklayabilir.
		  o Aritmetik işlemlerdeki tekrarlı toplamanın çarpma işlemine eşitliğini kullanarak $a+a=2a$ ya da $3b= b+b+b$ gibi örneklerde toplamsal ve çarpımsal ilişkileri gözlemleyebilir ve bunların birbirine eşitliğini anlamlandırabilir. (2a=a2 nin doğruluğunu da fark edebilir)
		  o Kesirlerde toplama ve çarpma işlemlerini kullanarak $\frac{4+x}{3} = \frac{4}{3} + \frac{x}{3}$ ve $\frac{y}{7} = \frac{1}{7} . y$ gibi cebirsel ifadelerin eşitliğini anlamlandırabilir.
		  o Aritmetik işlemlerdeki işlem önceliğini kullanarak 3(a+5) ile 3a+5 gibi cebirsel ifadeleri karşılaştırarak anlamlandırır.
		- Cebirsel ifadenin anlamına uygun sözel bir durum oluşturabilir.

EK-4: (Devam) Cebirsel İfadeler Tahmini Öğrenme Yörüngeleri

6. SINIF –CEBİRSEL İFADELER– TAHMİNİ ÖĞRENME YÖRÜNGESİ (3.hafta)

Kazanımlar:
6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapar.
6.2.1.6. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar.

Öğrenme Hedefi	Etkinlikler	Öğrenmenin Nasıl Gerçekleşeceğine Dair Hipotezler:
• **Terim, sabit terim ve katsayı kavramını anlamlandırır.** • **Benzer terim kavramını anlamlandırır.** • **Benzer iki terimi toplar.** • **Benzer iki terimi çıkarır.** • **Benzer ve benzer olmayan terimler içeren cebirsel ifadeleri toplar ve çıkarır.** • **Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.**		Öğrenciler; Değişkenin kaç katı olduğu ya da değişken ile çarpım halinde olan sayıyı katsayı olarak adlandırabilir. Cebirsel ifadede toplananların ya da çıkarılanların her birini terim olarak adlandırabilir. Değişken içermeyen sayıyı sabit terim olarak adlandırabilir. Cebirsel ifadede aynı değişkene sahip terimleri benzer terim olarak adlandırır. Sabit terim içermeyen ve içeren cebirsel ifadelerdeki benzer terimleri modelleyerek toplayabilir. Cebirsel ifadedeki her bir terimi model ile gösterebilir. Oluşturduğu modelleri bir araya getirir ve gruplandırabilir. Model gruplarına ve işlemlere karşılık gelen cebirsel ifadeleri yazabilir. Benzer terimleri toplarken sadece katsayıları toplayabilir. (3x+2x=5) Sabit terim içermeyen ve içeren cebirsel ifadelerdeki benzer terimleri modelleyerek çıkarabilir. Cebirsel ifadenin eksilen terimlerini model ile gösterebilir. Çıkan terimleri eksilen terimlerin içerisinden çıkarabilir. Model gruplarına ve işlemlere karşılık gelen cebirsel ifadeleri

yazabilir.

- Benzer olmayan terimler içeren cebirsel ifadeleri modelleyebilir, benzer olanları gruplandırarak toplayabilir ve cebirsel olarak ifade edebilir.
  - Benzer olmayan terimlerin katsayılarını toplayabilir. (10h+12p=32, 5x+6y+3x-2y=12xy, 35x+28y-6x+2y işleminde 35+6x yazarak çıkarma işlemi yerine toplama yazabilir, 41c+20m-16m işleminde 41c terimini göz ardı edebilir, 2b+1b=42 işleminde b değişkenini 6 sayısına benzeterek işlemi gerçekleştirebilir, kırmızı ve sarı topları ifade ederken 9+13=21ks yazabilir.)
  - Cebirsel ifadelerde benzer terimleri sadeleştirirken 10x-2x=5x+5x-2x şeklinde işlem gerçekleştirebilir ya da 4b+4b=8b yerine b+b+b+b+… 8 kez b yazabilir.
  - Değişken kavramını anlamasına rağmen değişkeni katsayısız olarak yani değişkenin önünde bir sayı olmayacağını düşünebilir.
  - 15x ile 15 y'yi aynı sayı olarak düşünebilir.
- Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpabilir.
  - Kenar uzunlukları n+2 ve 3 olan bir dikdörtgenin alanını cebirsel ifade olarak yazabilir.
  - Kenar uzunlukları n+2 ve 3 olan bir dikdörtgenin alanını bulmak için şekli dikdörtgensel bölgelere ayırabilir.
  - Her bir dikdörtgensel bölgenin alanını hesapladıktan sonra bulduğu alanları toplayabilir.
  - Dikdörtgensel bölgelere ayırmadan bulduğu alan ile dikdörtgensel bölgelere ayırdıktan sonraki toplam alanı ilişkilendirebilir.
  - Farklı yollardan bulunmuş alanların aynı sonuca karşılık geldiğini görebilir.
- Cebirsel bir ifadeyi ortak çarpan parantezine alabilir.
  - Alanı cebirsel olarak verilen bir dikdörtgeni, cebirsel ifadenin terimlerine dayalı olarak dikdörtgensel bölgelere ayırabilir.
  - Alanları bilinen dikdörtgensel bölgelerin kenar uzunluklarını ifade

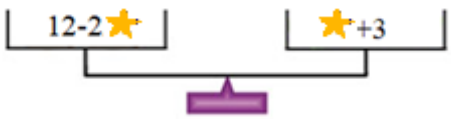
edebilir ve bütün dikdörtgenin kenar uzunluklarını cebirsel olarak yazabilir.
  - Bütün dikdörtgenin alanını cebirsel olarak yazabilir ve dikdörtgensel bölgelerin alanları toplamı ile ilişkilendirebilir.
- Çarpma işlemi yapılırken parantez içinde her bir terimin parantez dışındaki sayı ile çarpılması gerektiğini fark edebilir.
  - Parantez dışındaki sayının sağdan çarpımını yapabilir.
  - Parantez dışındaki sayının soldan çarpımını yapabilir.

EK-5: Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Klinik Görüşme Soruları

ÖN KLİNİK GÖRÜŞMELER - AÇIK UÇLU ÖN TEST

<table>
<tr><td colspan="2">1.) Aşağıdaki boşluklara gelebilecek değerleri yazınız.</td></tr>
<tr><td>7 + 4 = __ + 7</td><td>12 + 7 = __ + 6 = __</td></tr>
<tr><td>8 + 4 = 5 + __</td><td>__ + 3 + __ = 8 + 1 + __</td></tr>
<tr><td>126 – 37 = __ – 40</td><td>__ +__ = __ +__</td></tr>
<tr><td>__ – __ = __ – __</td><td>__ + __ = __ – __</td></tr>
<tr><td colspan="2">2.) Aşağıdaki ifadelerde doğru olanların başına D, yanlış olanların başına Y yazınız.</td></tr>
<tr><td>( ) 4 + 5 = 5 + 4</td><td>( ) 5 x 84 = 10 x 42</td></tr>
<tr><td>( ) 37 + 54 = 38 + 53</td><td>( ) 13 + 8 = 28 – 7</td></tr>
<tr><td>( ) 6 – 3 = 7 – 4</td><td>( ) 9 x 4 = 7 x 5</td></tr>
<tr><td colspan="2">3.) Aşağıdaki soruları cevaplayınız.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">a) Bir terazinin her iki kefesinde 8 gramlık bir ağırlık vardır. Terazi dengede midir?

b) Sağ kefeye 4 gram ağırlık ekleniyor. Terazi halen dengede mi?

c) Teraziyi dengelemek için yapabileceğiniz iki şey yazınız.</td><td>a)</td></tr>
<tr><td>b)</td></tr>
<tr><td>c)</td></tr>
<tr><td colspan="2">4.) Eşit işaretinin anlamı nedir? Açıklayınız.</td></tr>
<tr><td>5.) Aşağıdaki terazi modelinde ★ yerine hangi sayı gelmelidir?
  </td><td></td></tr>
</table>

6.) Didem ve Dilan, sahile deniz kabuğu toplamaya gitmişlerdir. Bu iki arkadaşın birlikte topladığı deniz kabukları sayısı 83'tür. Didem'in topladığı deniz kabuğu sayısı Dilan'ın topladığı deniz kabuğu sayısının 2 katından 5 fazladır. Buna göre, Didem kaç tane deniz kabuğu toplamıştır?

7.) İkiz kardeş olan Hatice ve Durmuş'un ellerinde çikolatalar vardır. Hatice'de 22, Durmuş'ta 8 çikolata olduğuna göre, bu ikiz kardeşlerin eşit çikolataya sahip olmaları için Hatice Durmuş'a kaç çikolata vermelidir?

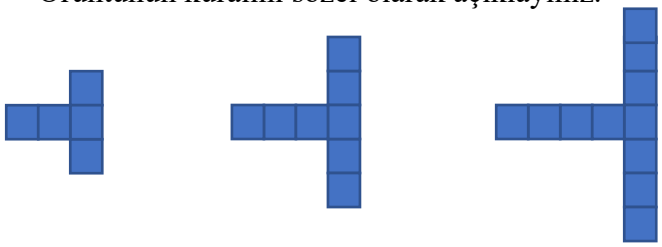
8.) Aşağıdaki 5 sütun 10 satırdan oluşan tabloyu inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50

- Hangi sayılar köşegen örüntüleri oluşturur?
- Bir sayının ne zaman köşegen veya sütun örüntüsüne sahip olacağını açıklayacak bir kural üretebilir misiniz?
- İki aşağı ve sağa doğru kayarsanız başlangıçtaki sayı ile yeni sayı arasındaki ilişki nedir?

9.) Aşağıda karelerle oluşturulmuş bir şekil örüntüsü verilmiştir. Aşağıda bu örüntüye ilişkin soruları yanıtlayınız.

- Örüntünün 4. adımını oluşturunuz ve oluşan şekildeki kare sayısını inceleyiniz.
- Örüntünün 10. ve 50. adımında kaç kare olduğunu hesaplayınız.
- Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.



1.Adım 2.Adım 3.Adım

10.)

2	6	10	14	18	...
1.adım	2.adım	3.adım	4.adım	5.adım	...

şeklinde ilerleyen sayı örüntüsünde;

- 6. ve 7. adıma hangi sayılar gelmelidir?
- 20. Adıma hangi sayı gelmelidir?
- Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

11.) Okulda müzik ve resim kursu açılmıştır. Sınıftaki toplam 12 öğrenciden her bir öğrenci istediği bir kursa katılabilmektedir. Buna göre, 12 öğrencinin bu kurslara katılabileceği tüm farklı durumları gösteriniz.

12.) Aşağıdaki resimlerde şemsiye ve şapkalardan oluşan iki grup verilmiştir.

2 ŞEMSİYE 1 ŞAPKA TOPLAM FİYAT= 80 LİRA

1 ŞEMSİYE 2 ŞAPKA TOPLAM FİYAT = 76 LİRA

- Şemsiyelerin ya da şapkaların fiyatını hesaplamadan şemsiye mi yoksa şapka mı daha pahalıdır? Neden? Açıklayınız.
- Şemsiye ile şapka arasındaki fiyat farkını bulunuz. Nasıl Buldunuz? Açıklayınız.
- Şemsiye ve şapka kullanarak yeni bir grup oluşturunuz. Nasıl oluşturdunuz? Açıklayınız. Oluşturduğunuz bu grubun fiyatını bulunuz.
- Yukarıdaki şekil gruplarını dikkate alarak bir şemsiyenin ve bir şapkanın fiyatını bulunuz. Nasıl buldunuz? Açıklayınız.

EK-5: (Devam) Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Klinik Görüşme Soruları

ÖN KLİNİK GÖRÜŞMELER - AÇIK UÇLU ÖN TEST

1.) Aşağıdaki ifadelerde doğru olanların başına (D), yanlış olanların başına (Y) yazınız.

a. ( ) 10+8 = 8+10
b. ( ) 6+9 = 5+11
c. ( ) 37-12 = 38-13
d. ( ) 12 –(9-2) = (12-9) +2
e. ( ) 5 x 84 = 10 x 42
f. ( ) 6-3 = 7-4
g. ( ) 9+5 = 0+14
h. ( ) 8 = 10-1
i. ( ) 12 + (8+5) = (8+12) + 5
j. ( ) (5 x 4)x7 = (7 x 4)x5
k. ( ) 22 – (8+5) = (22-8) +5
l. ( ) 6 + (7x4) = (6x7) – 4
m. ( ) 42 : 16 = 84 : 32
n. ( ) 90 : 24 = 30 : 8
o. ( ) 6 + (7x6) = (9x6) -6
p. ( ) 12x (11-8) = 12x11 – 8x12
q. ( ) (9+6)x5 = 5x6 + 9x6

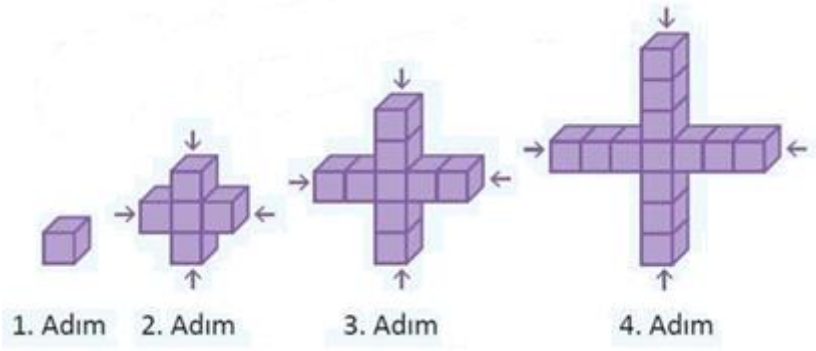
2.) Aşağıdaki boşluklara gelebilecek değerleri yazınız.

a. 7 + 11 = ☐ + 7
b. 6 + 9 = ☐ + 10
c. 16 + ☐ = 15 + 7
d. ☐ = 22 – 11
e. 36 – 20 = ☐ - 15
f. 62 + 58 = 57 + 63 + ☐
g. ☐ – 12 = 40 – 14
h. 3 x 21 = 7 x ☐
i. 66 + 58 = ☐ + 57 + 67
j. 42 – 15 = 40 – 14 – ☐
k. 4 x 7 = ☐ + ☐ +☐ + ☐
l. 8 x 3 = (☐ x3) + (☐ x 3)
m. (☐ x7) + (☐ x7) + (☐ x 7) = 10 x 6
n. (3 x 10) + ☐ = 3 x 14
o. 30 : 5 = (20 : 5) + (10 : ☐)
p. ☐ : 3 = (6 : 3) + (9 : 3)
q. 4 x 9 = 10 + 10 + 10 + 10 – ☐
r. (3x10) - ☐ = 3 x 9
s. 4 x (9 – 6) = (4 x ☐) – (4 x 6)
t. ☐ x (7+ 12) = (☐ x 7) + (☐ x 12)
u. ☐ +☐ = ☐ + ☐
v. ☐ - ☐ = ☐ - ☐
w. ☐ +☐ = ☐ - ☐

EK-5: (Devam) Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Klinik Görüşme Soruları

1. ARA KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI

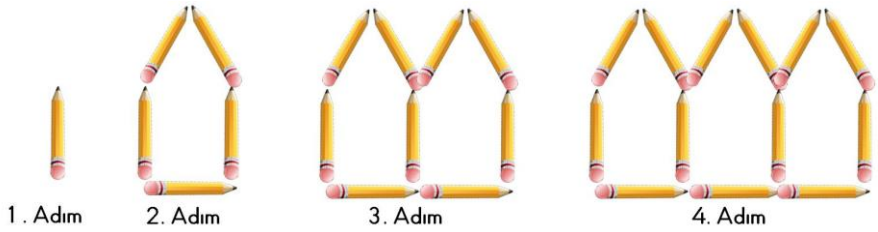
1)



Yukarıdaki şekilde ilk 4 adımı verilen örüntünün;

- 5.adımında kaç kare olmalıdır?
- 20. ve 50. Adımında kaç kare olmalıdır?
- Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.
- Kuralı cebirsel olarak ifade ediniz.

2)



Yukarıdaki şekilde ilk 4 adımı verilen örüntünün;

- 5.adımında kaç kare olmalıdır?
- 20. ve 50. Adımında kaç kare olmalıdır?
- Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.
- Kuralı cebirsel olarak ifade ediniz.

3) Kuralı 5n+3 olan bir örüntünün ilk 5 teriminin toplamını hesaplayınız.

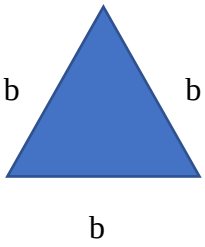
4) Aşağıda verilen cümlelere karşılık gelen cebirsel ifadeleri yazalım.

Bir sayının 5 katının 3 eksiği:
Bir sayının 2 eksiğinin yarısı:
60 dakikalık bir maçın kalan süresi:
Ela'nın 10 yıl sonraki yaşının yarısı:
Bir sayının 2 fazlasının beş katının çeyreği:

5) Aşağıda verilen cebirsel ifadelere karşılık gelen sözel ifadeleri yazalım.

4x+1000 :
(a-15).7 :
$\frac{x}{4}$ – 200 :
$\frac{y-10}{2}$:
$\frac{3(x+10)}{2}$:

6) Aşağıda kenar uzunlukları verilen çokgenlerin çevrelerini veren cebirsel ifadeyi bulunuz.



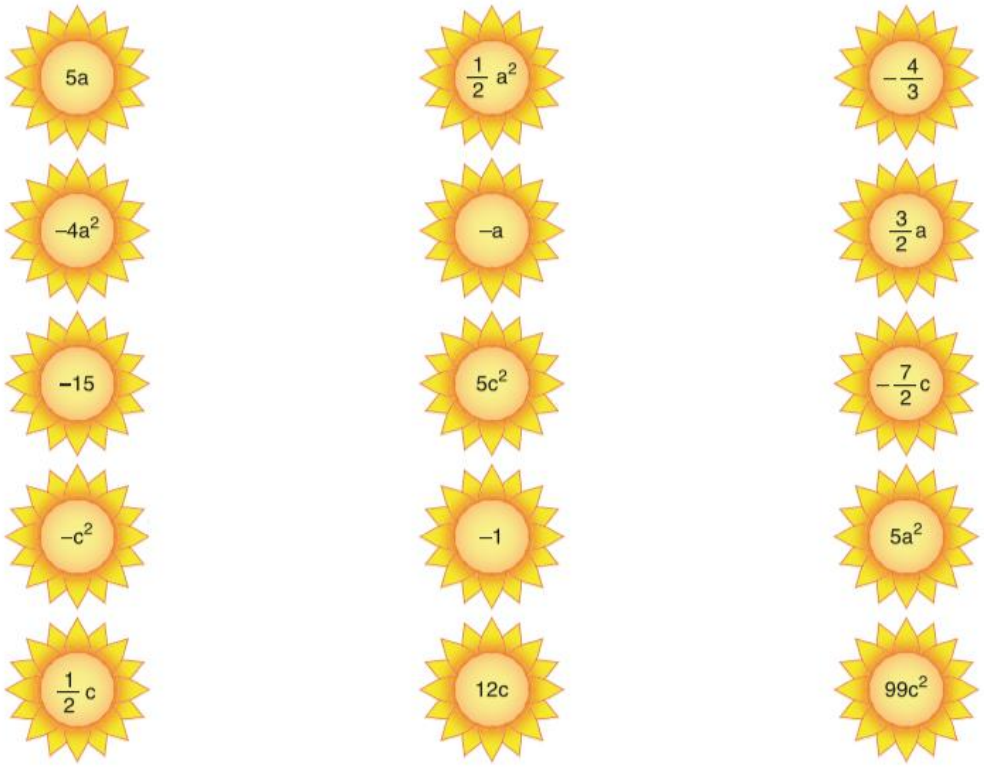
EK-5: (Devam) Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Klinik Görüşme Soruları

2. ARA KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI

1) Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin istenilen bilgilerini bulunuz.

	2.x+7.y	**4.a-10.b-16**	**2xy-z-1**
Değişken			
Terim			
Sabit Terim			
Katsayı			

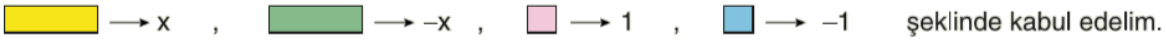
2) Aşağıda verilen terimlerden benzer olanları eşleştiriniz.



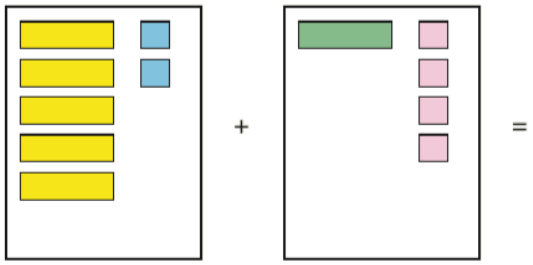
3) Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin toplama ve çıkarma işlemlerini yaparak en sade halini bulunuz.

g) 2x+5x-6x=
h) -10x+5+2x-9=
i) (6a-12b)+(-8a+6b)=
j) 5y-(-6y+8)=
k) (13x+14)-(9x-2)=
l) $3x^2$+5y-x^2=

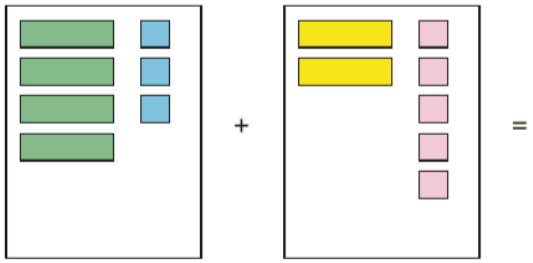
4) Aşağıda verilen modellemelere karşılık gelen cebirsel ifadeleri ve sonucunu bulalım.



a)



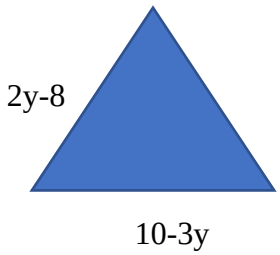
b)



c) (2x+3)+(x+1) modelleyiniz.

d) (4x+2)-(-2x+3) modelleyiniz.

5) Aşağıda verilen ABC üçgeninin çevresi 20 br olduğuna göre, AB kenarının uzunluğunu hesaplayınız.



6) Aşağıda verilen işlemleri yapınız.

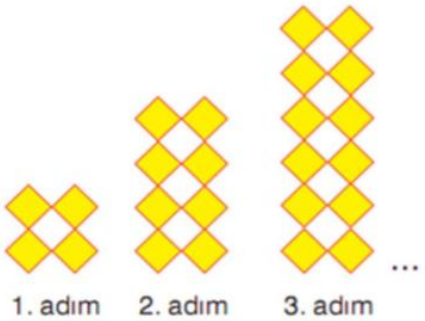
a) 3.5x=
b) -6x.10=
c) 4.(2x-10)=
d) 8.(8-3x)=
e) (10x+5).5=
f) (-7-7x).2=

7) Bir sınıfta (3x+6) tane öğrenci geziye katılacaktır. Gezi ücreti kişi başı 50tl olduğuna göre, sınıftan gezi için kaç tl toplanmıştır?

EK-5: (Devam) Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Klinik Görüşme Soruları

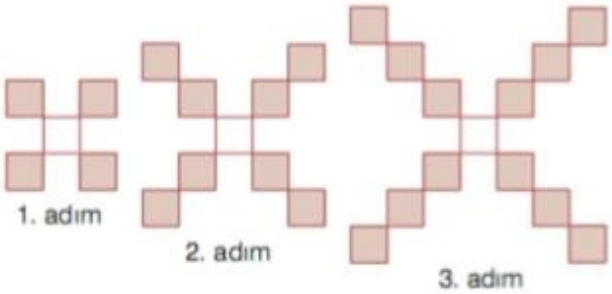
SON KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI

1) Aşağıda eş karelerden oluşan şekil örüntüsü verilmiştir.



a) Örüntünün 4.adımında kaç tane kare vardır?
b) Örüntüdeki ilişkiyi tablo biçiminde ifade ederek genel terimini bulunuz.
c) Örüntünün 50.adımındaki kare sayısını bulunuz.

2) Aşağıda verilen şekil örüntüsüne göre soruları cevaplayınız.



a. Örüntünün 4.adımında kaç tane kare vardır?
b. Örüntüdeki ilişkiyi tablo biçiminde ifade ederek genel terimini bulunuz.
c. Örüntünün 50.adımındaki kare sayısını bulunuz.

3) Bir mimar yapılarının yüzey alanını 4x+10 ifadesini kullanarak hesaplamaktadır.
a) X=25 m^2 ve
b) X=100 m^2 için yapıların yüzey alanlarının sayısal değerlerini hesaplayalım.

4) Aşağıdaki sözel ifadeleri cebirsel ifade olarak yazınız.
a) Okuldaki öğrencilerin 4 katının 5 eksiği:
b) Fırındaki ekmeklerin yarısının 7 fazlası
c) Hatice'nin şekerlerinin 3 eksiğinin 2 katı:
d) Bir sayının 6 katının 2 fazlasının çeyreği:

5) Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin istenilen bilgilerini bulunuz.

	2.x+5.y	**3.a-b-8**	**4xy-6z-1**
Değişken			
Terim			
Sabit Terim			
Katsayı			

6) Aşağıda verilen terimlerden benzer olanları eşleştiriniz.

7x	$\frac{7}{x}$
$-5x^2$	77
-23	x^2
$-\frac{5}{x}$	-5x

7) Aşağıda verilen cebirsel ifadelerin toplama ve çıkarma işlemlerini yaparak en sade halini bulunuz.

a. 8x+5x-4x=
b. -5x+2+2x-9=
c. (10a-3b)+(-8a+6b)=
d. 9y-(-6y+11)=
e. (13x+16)-(9x-13)=
f. $4x^2$+10y-x^2=
g. 5a-($9x^2$+10a)-4=

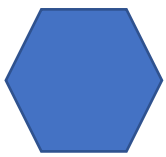
8) Aşağıda verilen şekillerin çevre uzunluklarını cebirsel olarak ifade edelim.

a)

2x+3

4x

b) Düzgün altıgen



b+4

9) Aşağıda verilen işlemleri yapınız.

g) 4.10x=
h) -2x.12=
i) 5.(3x-8)=
j) 10.(9-5x)=
k) (6x+5).6=
l) (-7-7x).3=

10) Aşağıda yan yana iki dikdörtgen verilmiştir. Buna göre, dikdörtgenlerin alanları toplamını veren cebirsel ifade nedir?