248724

KARARLI DAĞILIMA GÖRE
PORTFÖY ANALİZİ' NİN İNCELENMESİ
VE İMKB'DE BİR UYGULAMA

Nesrin ESEN
DOKTORA TEZİ
Anadolu Üniversitesi
Eskişehir-2004

KARARLI DAĞILIMA GÖRE PORTFÖY ANALİZİ' NİN İNCELENMESİ VE İMKB'DE BİR UYGULAMA

Nesrin ESEN

DOKTORA TEZİ
İşletme Anabilim Dalı
Danışman: Yrd. Doç. Dr. N. Kemal ERDOĞAN

Eskişehir
Anadolu Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
Aralık-2004

DOKTORA TEZ ÖZÜ

KARARLI DAĞILIMA GÖRE PORTFÖY ANALİZİ' NİN İNCELENMESİ VE İMKB'DE BİR UYGULAMA

Nesrin Esen

İşletme Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aralık 2004

Danışman: Yrd. Doç. Dr. N. Kemal Erdoğan

Bu çalışmada menkul kıymet getiri dağılımları, normal-olmayan kararlı dağılımların menkul kıymet getirilerine uygunluğu ve kararlı portföy analizi incelenmiştir. Menkul kıymet getirilerinin normal dağılımdan olan sapmaları nedeniyle, getiri serilerinin alternatif dağılımlar yardımıyla modellenmesi üzerinde durulmuş ve menkul kıymet getirilerine kararlı (normal-olmayan) dağılımların uygunluğu araştırılmıştır. Menkul kıymet getiri dağılımının normal dağılıma uygun olmaması, normal dağılım varsayımı altında oluşturulan Markowitz Ortalama-Varyans modelini geçersiz kılmaktadır. Bu nedenle menkul kıymet getirilerine uygunluk gösteren karalı dağılım kabulü altında oluşturulan Kararlı Portföy Analizi yatırımcıların sahip oldukları portföylerin getirisi ve riski hakkında daha doğru sonuçlar vermektedir.

Çalışmada öncelikle Portföy Teorisi, Ortalama-Varyans Analizi, menkul kıymet getirilerinin sahip olduğu istatiksel ve dağılımsal özellikler, alternatif menkul kıymet getiri dağılımları, kararlı (normal-olmayan) dağılımlar ve kararlı portföy analizi incelenmiştir.

İMKB 100 endeksinde yer alan 15 hisse senedine ait günlük getiri serilerinin kararlı dağılıma uygunlukları incelenmiştir. Kararlı dağılım ve normal dağılım kabulleri altında, ortalama-varyans analizi ve kararlı portföy analizine göre oluşturulan portföylerin yapısının birbirinden farklı olduğu bulunmuştur. Her iki dağılım kabulü altındaki bu portföylerin riske maruz değer yöntemiyle hesaplanan günlük kayıplarına göre ise, kararlı portföy analizine göre oluşturulan portföyün normal dağılım kabulüne göre oluşturulan portföyden daha az riske maruz kaldığı bulunmuştur.

ABSTRACT

In this study distributions of stock returns, fitting of non-normal stable distributions to stock returns and stable portfolio analysis are examined. Because of departures of stock returns from normal distribution, it is focused on modelling of return series with alternative distributions and searceh for appropriateness of non-normal stable distributions to stock returns.

Since the distribution of stock returns is not appropriate to normal distribution, Markowitz's mean-variance model is not valid. Hence stable portfolio analysis that has been formed under stable distribution assumption gives more more accurate results about expected return and risk of investor's portfolios.

In study primarily Portfolio Theory, Markowitz's mean-variance portfolio analysis, statistical and distributional properties of stock returns, alternative distributions of stock returns, stable (non-normal) distributions and stable portfolio analysis are examined.

Appropriateness of daily returns of 15 stocks that are found in ISE 100 index to stable distributions is examined. Under assumptions that stock returns have distributed stable and normal, structure of portfolios that have been formed according to mean-variance analysis and stable portfolio analysis are different from each other. Under the both assumption, daily looses of these portfolios are calculated by value-at-risk method. It is found that risk of stable portfolio is much less than the risk of portfolio which is formed under normal assumption.

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Nesrin ESEN'in "Kararlı Dağılıma Göre Portföy Analizi'nin İncelenmesi ve İMKB'de Bir Uygulama" başlıklı tezi **20 Aralık 2004** tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca, **İşletme (Sayısal Yöntemler)** Anabilim Dalında Doktora tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

			İmza
Üye (Tez Danışmanı)	:	**Yard.Doç.Dr.Namık Kemal ERDOĞAN**	
Üye	:	**Prof.Dr.Ahmet ÖZMEN**	
Üye	:	**Prof.Dr.Nurhan AYDIN**	
Üye	:	**Proof.Dr.Necmi GÜRSAKAL**	
Üye	:	**Doç.Dr.Hasan DURUCASU**	

Prof.Dr.Nurhan AYDIN
Anadolu Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürü

İÇİNDEKİLER

Sayfa

İKİNCİ BÖLÜM

MENKUL KIYMET GETİRİ DAĞILIMLARI VE KARARLI PORTFÖY ANALİZİ

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

KARARLI PORTFÖY ANALİZİ'NİN HİSSE SENEDİ GETİRİLERİNE UYGULANMASI

TABLOLAR LİSTESİ

GRAFİKLER LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

GİRİŞ

Gelişmekte olan ülkelerin ekonomik kalkınmalarında önemli bir yere sahip olan sermaye piyasaları, yatırım projelerini gerçekleştirmek isteyen fon fazlası olanlarla fon açığı bulunanları biraraya getiren yerlerdir. Sermaye piyasaları tasarrufların etkin, verimli ve kârlı yatırım alanlarında yönlendirilmesini sağlayarak ekonomik kalkınmayı ve ülkenin büyümesini hızlandırıcı işleve sahiptirler. Ayrıca, sermaye piyasaları ucuz maliyetli fon sağlarken aynı zamanda yatırımcılarında yüksek kazanç elde etmelerine imkan vermektedir.

Tasarruf sahiplerinin kazanç elde etmek amacıyla sermaye piyasalarında birikimlerini değerlendirirlerken, ellerinde bulundurdukları menkul kıymetlerin oluşturdukları portföy ve portföy yönetimi önem kazanmaktadır.

Portföy, bir tasarruf sahibinin sahip olduğu çeşitli menkul kıymetlerden oluşmasına rağmen portföyün sahip olduğu değer, menkul kıymetlerin basit bir toplamı olmamaktadır. Bu nedenle bir portföyün değerini ve riskini belirlemek için portföy analizinden yararlanılmaktadır.

Bir portföydeki tüm menkul kıymetlerin seçimi ve her bir menkul kıymetin portföy içerisindeki ağırlıklarının belirlenmesinde kullanılan bazı yöntem ve teknikler portföy analizi kapsamında yer almaktadır.

Yatırımcıların ortak amacı, belirli bir risk düzeyinde getirilerini maksimize etmek yada belirli bir beklenen getiri seviyesinde portföyün riskini minimum yapmaya çalışmaktır. Bu ortak amaç doğrultusunda geliştirilmiş en önemli teknik ve yöntemler, temel analiz, teknik analiz, geleneksel ve modern portföy kuramları ile etkin piyasalar hipotezidir.

Modern portföy kuramı dahilinde yer alan Markowitz' in Ortalama-Varyans modeli, Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli(Capm), Arbitraj Fiyatlama Kuramı, İndeks Modeller ile Etkin Piyasalar Hipotezi istatiksel ve matematiksel temellere sahip bilimsel portföy analiz yöntemleridir. Bu portföy analiz yöntemlerinin ortak bir varsayımı, piyasalarda işlem gören menkul kıymetlere ait getirilerin yaklaşık olarak normal dağıldığı varsayımıdır. Ancak menkul kıymet getirilerinin deneysel dağılımlarına bakıldığında, dağılımların normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu olduğudur. Yani, dağılımın kuyruklarında daha fazla gözlem değerinin yer aldığı ve ortalama etrafında normal dağılıma göre daha yüksek bir tepe yaptıkları görülmüştür. Bu özelliklerinden dolayı bu dağılımlar leptokurtik olarak adlandırılmaktadırlar.

Menkul kıymet getirilerine ait dağılımsal modeller Benoit Mandelbrot' nun 1960'daki " The Pareto Levy law and the distribution of income" isimli çalışması ile başlamıştır ve bu makalede, menkul kıymet getirileri için bir dağılımsal model olarak normal dağılım reddedilmiştir. Menkul kıymet getirilerinin normallikten olan bu sapmalarının gözlenmesi, menkul kıymet getirilerinin sergilediği dağılımsal özelliklere sahip farklı dağılımların araştırılmasına yol açmıştır. Getiri dağılımlarının leptokurtik olmasından dolayı getirilerin dağılımsal modelleri olarak normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahip olan lojistik dağılım, kararlı dağılım, eksponensiyel kuvvet dağılımı, student-t dağılımı ve iki normal dağılımı karışımı önerilmiştir.

Kararlı dağılım dışındaki diğer tüm dağılımların en büyük dezavantajı kararlılık özelliğine sahip olmamalarıdır. Kararlılık özelliği menkul kıymet getirileri için oldukça önemli olan bir özelliktir. Portföy analizi ve risk yönetiminde, yalnızca kararlı dağılmış farklı menkul kıymet getirilerinin doğrusal birleşimi yine bir kararlı dağılıma sahiptir. Portföylerde menkul kıymetlerin bir doğrusal birleşimi olduğundan, kararlı dağılmış getirilere sahip menkul kıymetlerden oluşan bir portföyde kararlı dağılıma sahiptir. Normal dağılımda kararlı dağılım ailesinin bir üyesidir.

Kararlı dağılımların diğer dağılımlar tarafından sağlanmayan bir diğer özelliği de, normal dağılım varsayımı altındaki finansal modellere kararlı dağılım varsayımı altında genelleştirme yapılabilmesidir ve böylece, finansal modelleme için tutarlı ve daha genel bir çatı inşa etmek mümkündür. Bu genelleştirmeler, yalnızca kararlı (normal ve normal-olmayan) dağılımlara has olan kararlılık özelliği, Merkezi Limit Teoremi gibi belli istatiksel özelliklerden dolayı mümkündür.

α, β, γ ve δ gibi dört farklı parametreye sahip olan kararlı dağılımların kalın kuyruklu olmasını belirleyen parametresi α karakteristik üstür. α' nın değeri küçüldükçe, dağılımın kuyruğunun kalınlığı artmaktadır ve $\alpha = 2$ için dağılım normal dağılım olmaktadır.

Menkul kıymet getirilerinin kararlı dağıldığı varsayımı altında geliştirilen Kararlı Portföy Analizi, getirilerin yaklaşık olarak normal dağıldığı varsayımı altındaki Markowitz'in ortalama-varyans modeline alternatif olarak geliştirilmiştir. Ortalama-varyans modelindeki risk ölçümü varyansın yerine kararlı portföy analizinde risk ölçümü olarak, kararlı dağılımın ölçek parametresi γ kullanılmaktadır.

Kararlı dağılım varsayımı altında menkul kıymet getirilerinin doğrusal birleşimlerinin de kararlı dağılıma sahip olması ve bu türden portföylerin spekülatif getirileri daha yüksek olasılıkla içinde bulundurması, kararlı portföy analizini avantajlı hale getirmektedir.

Bu çalışmanın birinci bölümünde; portföy kavramı ve portföy yönetimi, portföy çeşitleri, geleneksel ve modern portföy analizleri, sermaye varlıklarını fiyatlama modeli, arbitraj fiyatlama kuramı, temel ve teknik analiz, indeks modeller, etkin piyasalar hipotezi ile fraktal piyasa hipotezine yer verilmiştir.

İkinci bölümde ise; menkul kıymet getirilerinin istatiksel ve dağılımsal özellikleri, getirilerin kalın kuyruklarını üreten süreçler, menkul kıymetleri modellemede kullanılan dağılımlar, kalın kuyruklu dağılımlar ailesi, tek ve çok değişkenli kararlı dağılımlar ailesi ve bu dağılım ailesinin özellikleri, kararlı dağılımların parametre tahmin yöntemleri ile kararlı dağılım varsayımı altında geliştirilen kararlı portföy analizi ele alınmıştır.

Üçüncü bölümde ise kararlı portföy analizinin İstanbul Menkul Kıymetler Borsa' sına ait (İMKB) bir uygulaması bulunmaktadır. İMKB Ulusal 100 endeksinde işlem gören ve farklı sektörlerde yer alan, tesadüfi olarak seçilmiş 15 hisse senedinin 05.01.1999 ve 31.12.2003 tarihleri arasındaki günlük getiri verileri kullanılarak, Koutrouvelis'in regresyon tipi parametre tahmin yöntemi kullanılarak günlük getirilerin kararlı dağılım parametre tahmin değerleri elde edilmiştir. Bu tahmin değerlerinin kararlı dağılıma uygunluğu araştırılmış ve farklı α karakteristik üsse sahip, normal ve kararlı dağılım varsayımlarına göre iki portföy oluşturulmuştur. Farklı güven aralıkları için, normal ve kararlı portföylerin riske maruz değer (VaR, Value-at-Risk) karşılaştırmalarında, aynı güven aralıklarında normal portföyün kararlı portföye göre daha fazla riske maruz kaldığı görülmüştür.

BİRİNCİ BÖLÜM
PORTFÖY TEORİSİ

Bilindiği gibi, yatırımcılar çoğu zaman yalnızca tek bir menkul kıymetten ziyade birden fazla ve çeşitli menkul kıymetlere yatırım yapmaktadırlar. Yalnızca bir tek finansal varlığa yatırım yapılması, yatırımın yapıldığı finansal varlığa ait beklenmedik olumsuz gelişmeler karşısında yatırımın zararla sonuçlanmasına neden olur. Aksine, birden fazla finansal varlığa yatırım yapılması, tüm yatırımların olumsuz sonuçlanması riskini azaltmaktadır. Her biri belirli bir riske sahip olan finansal varlıklara yatırım yapılırken hangi kriterlerin göz önüne alınacağı portföy yaklaşımı altında incelenmektedir.

1. PORTFÖY TEORİSİ İLE İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR

Portföy tanımına geçmeden önce, bu çalışma içerisinde sıklıkla kullanılacak olan borsa, menkul kıymet, hisse senedi, getiri ve riskten oluşan portföy teorisinin temel kavramları açıklanacaktır.

Menkul Kıymetler Borsası, finansal varlıkların gerçek piyasa fiyatlarının saptanmaya çalışıldığı, borsaya kote edilmiş hisse senetleriyle, tahvillerin, devlet tahvillerinin ve diğer finansal varlıkların alım-satım işlemlerinin gerçekleştiği, fiyatların tespit ve ilanı işleriyle yetkili olarak kurulan tüzel kişiliğe sahip kurumlardır.[1]

Menkul kıymet, ortaklık veya alacaklılık sağlayan, belirli bir meblağı temsil eden, yatırımcı aracı olarak kullanılan, dönemsel gelir getiren misli nitelikte, seri halinde çıkarılan, ibareleri aynı olan ve şartları kurulca belirlenen kıymetli evraktır.

Hisse senedi, bir anonim şirketin birbirine eşit paylarından birini temsil eden, sahibine şirkete payı ölçüsünde ortaklık sağlayan kıymetli evraklardır. Hisse senedine yatırım yapan yatırımcılar, şirket karından pay alma, şirket yönetimine katılma, oy

---

[1] Mehmet Bolak, **Sermaye Piyasası, Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi**, (Beta Basım Yayım 1994, İstanbul), s.47

kullanma, tasfiyeden pay alma, şirket faaliyetlerinden bilgilenme ve rüçhan hakkına (sermaye artırımında öncelikli pay alma hakkı) sahiptirler.[2]

Getiri; finansal varlıklar iki türlü getiriye sahiptirler. Birincisi, tahvil gibi sabit getirili menkul kıymetlerin sağladığı getiri olan faiz yada hisse senedi gibi değişken getirili menkul kıymetlerin sağladığı kar payı şeklindeki ödemelerden kaynaklanan getiri; ikincisi ise, finansal varlığın fiyatındaki değişmelerden kaynaklanan sermaye kazancıdır.

Bir hisse senedine yapılan yatırımdan elde edilen kazanç, temettü (şirketin bir yatırım dönemi boyunca elde ettiği karın pay başına ödenen miktarı) ve hisse senedinde meydana gelen fiyat artışından oluşmaktadır. Yatırımın yapıldığı dönem içerisinde temettü ödemesi yapılmadığı varsayımı altında bir hisse senedinin bir gün, bir hafta, bir ay yada bir yıl gibi işlem dönemi sonundaki getirisi

$$R_t = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

olmaktadır. Burada, R_t, t döneminde hisse senedinin getirisini ve P_t ile P_{t+1} sırasıyla t ve $t+1$ dönemindeki hisse senedinin fiyatını göstermektedir.

Risk; finans teorisinde son 50 yıldaki en önemli gelişmelerden biri riskin sayısal bir ölçümünün yapılabilmesidir. Finansal riskin doğru olarak nasıl ölçüldüğü ve fiyatlandırıldığı bilinirse, riskli menkul kıymetler tam olarak değerlendirilebilirler. Riskli menkul kıymetlerin doğru olarak fiyatlandırılması, ekonomide kaynakların daha iyi paylaştırılmasını sağlar. Bu yüzden, yatırımcılar yatırımlarını çeşitli riskli menkul kıymetlere paylaştırarak daha iyi bir yatırım yapabilirler ve böylece yöneticilerde, hissedarlar ve kredi verenler tarafından sağlanan fonları kıt sermaye kaynakları arasında daha iyi paylaştırabilmektedirler.[3]

---

[2] İbrahim Engin Üstünel, **Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması**, (Emir Ofset 2000, Ankara), s. 3

[3] Thomas E. Copeland ve J. Fred Weston, **Financial Theory and Corporate Policy**, (Addison-Wesley Pub. 1988), s. 145

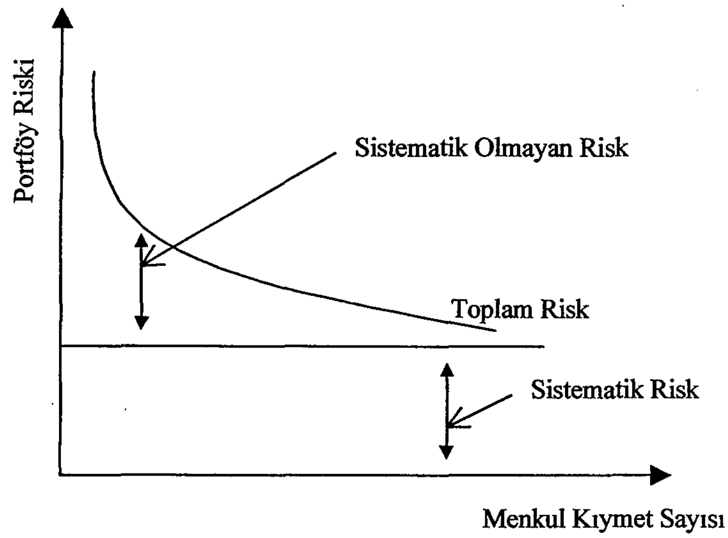
Finansal açıdan risk, beklenen getirinin gerçekleşen getiriden sapma olasılığıdır. Risk kavramı ile yapılan yatırımların getirilerinin tam olarak bilinmediği, buna karşılık söz konusu yatırımlarla ilgili alternatif getirilerin ve bu getirilerin olasılık dağılımının bilindiği varsayılmaktadır.[4]

Bir menkul kıymetin gerçekleşen getirisi, beklenen yada tahmin edilen getiriden ne kadar büyük farklılıklar yada sapmalar gösterebiliyorsa, söz konusu menkul kıymetin riskinin o kadar yüksek olduğu söylenebilir.[5]

Menkul kıymet yatırımlarındaki risk kaynakları, sistematik ve sistematik olmayan risklerden oluşur. Bir menkul kıymetin sahip olduğu toplam risk,

Toplam Risk = Sistematik Risk + Sistematik Olmayan Risk

olarak ifade edilir. Portföy teorisinde, çeşitlendirme ile portföy riski arasında ilişki bulunduğu varsayılır. Çeşitlendirmenin amacı riski azaltmak olduğundan, aşağıdaki şekilde çeşitlendirme yardımıyla portföy riskinin azalıp azalmadığı görülmektedir.



GRAFİK I

Sistematik ve Sistematik Olmayan Risk

---

[4] Ali Ceylan ve Turhan Korkmaz, **Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi**, (Ekin Kitabevi Yayınları 1995, Bursa), s.29

[5] Bolak, **a.g.e**, s.136

Sistematik risk, menkul kıymetlerin getirilerindeki dalgalanmaların, piyasadaki tüm finansal varlıkların fiyatlarını aynı zamanda etkileyen faktörlerden kaynaklanan kısmıdır. Sistematik riskin kaynakları ekonomik, politik ve sosyal çevredeki değişikliklerdir.[6]

Sistematik risk bir anlamda pazar riski olarak da adlandırılır ve menkul kıymetin çeşitlendirme yolu ile azaltılamayan riskidir. Sistematik risk kaynakları faiz oranı riski, satın alma gücü (enflasyon) riski ve pazar riskidir.

i) Bir piyasada faiz oranındaki değişmeler, menkul kıymetlerin fiyatlarını ters yönde etkiler. Faiz oranı yükselirken fiyatlar düşer, faiz oranı düşerken fiyatlar yükselir.[7]

ii) Enflasyon riski de denilen satın alma gücü riski, yatırıma tahsis edilmiş paranın enflasyon etkisi ile satın alma gücünün azalması olarak kendini gösterir. Farklı derecelerde olmakla birlikte, tüm menkul kıymetlerin getirileri enflasyon oranındaki artıştan etkilenir.

iii)Pazar riski ise, belirli bir neden yada nedenlerden bazen de hiçbir geçerli neden olmadan menkul kıymetlerin piyasa fiyatlarında meydana gelen büyük düşüşlerin yatırımcının verimi üzerindeki olumsuz etkisidir.[8] Bazı yatırımcıların büyük miktarlarda hisse senedi satmaya kalkışması yada bir takım siyasi gelişmeler bu tip olaylara yol açabilmektedir. Pazar riski daha çok hisse senedi fiyatları üzerinde etkili olmaktadır.[9]

Sistematik olmayan risk, toplam riskin geri kalanını oluşturur ve bir şirkete yada sektöre özgü olan risktir. Sistematik riskin aksine, sistematik olmayan risk bir portföyde iyi bir çeşitlendirme yardımıyla azaltılabilir. Sistematik olmayan risk kaynakları; finansal risk, yönetim riski ile iş ve endüstri riskinden oluşmaktadır.

---

[6] Bolak, **a.g.e**, s. 137
[7] Bolak, **a.g.e**, s.137
[8] Cevat Sarıkamış, **Sermaye Pazarları**, (İstanbul Üniversitesi Yayın No: 2743, Fatih Matbaası, İstanbul,1980),. s. 149
[9] Bolak, **a.g.e**, s. 138

i) Finansal risk, firmanın finansman şeklinden kaynaklanan bir risk türüdür ve işletmenin borç ödeme yeteneğinin azalmasını ifade eder.

ii) Yönetim riski firmaların iyi yada kötü yönetilmelerine göre ortaya çıkan risktir. Yönetim hataları, hisse senetlerinin değerini belirleyen değişkenleri büyük ölçüde etkiler.

iii)Hisse senetlerinin fiyatlarındaki belirgin dalgalanmaların nedenlerinden biri de firmaların kârlarında meydana gelen değişmelerdir. Ekonomik koşullar, yasalar ve tutumlarda ortaya çıkan değişimlerle birlikte bir endüstride yada iş kolunda meydana gelen değişimlerin, işletmenin kârını ve dolayısıyla menkul kıymetlerin değerini olumsuz etkilemesi iş ve endüstri riskini oluşturur.

1.1 Portföy Tanımı ve Portföy Yönetimi

Portföy kelime anlamı olarak "cüzdan" demektir. Menkul kıymetler açısından bakıldığında portföy, çeşitli menkul kıymetlerin oluşturduğu bir topluluktur. Menkul kıymetlere yapılan yatırımlar belirli amaçları gerçekleştirmeye yönelik olduğundan ve portföy içerisinde yer alan menkul kıymetler arasında bir ilişki bulunduğundan, belirli menkul kıymetlerin oluşturduğu portföyün kendine has ölçülebilir nitelikleri bulunmaktadır. Bu yüzden portföy, içerdiği menkul kıymetlerin basit bir toplamı değildir.

Bütün bu tanımlamalar göz önüne alındığında portföy, belirli amaçları gerçekleştirme yönünde yatırımcının sahip olduğu, aralarında ilişki bulunan menkul kıymetlerden meydana gelmiş ve kendine has ölçülebilir özelliklere sahip yeni bir varlıktır.

Bir portföyün yönetiminde amaç, yatırımcıların elindeki fonların mevcut menkul kıymetler arasında minimum risk ve maksimum getiri sağlayacak şekilde dağıtılması ve değerlendirilmesidir. Bundan sonraki diğer önemli bir konu portföy yönetimidir.

Portföy yönetimi, yatırımcının belirlediği amaçlar yönünde portföyün değerlendirildiği ve tekrar gözden geçirildiği dinamik bir süreçtir.

Portföy yönetimi süreklilik, sistematiklik, esneklik ve dinamiklik gibi unsurları içerir. Portföy, yöneticinin tercihlerine göre gevşek veya disiplinli, sayısal veya yargısal, basit veya karmaşık bir süreç oluşturmaktadır.

Portföy yaklaşımlarına geçmeden önce portföy yönetimi sürecinin verilmesi faydalı olacaktır. Dinamik bir süreç olan portföy yönetimi beş aşamadan oluşmaktadır:

1. Portföy planlaması,
2. Yatırım analizi,
3. Portföy seçimi,
4. Portföy değerlemesi ve
5. Portföyün revizyonudur.

Portföy yönetimi sürecinin ilk aşaması olan portföy planlamasında, yatırımcının ve portföy yöneticisinin durumu belirlenmekte ve yatırımcı adına hareket eden portföy yöneticisine yol gösterecek yatırım ölçütleri saptanmaktadır.

Yatırım analizi aşamasında, portföyde yer alması düşünülen menkul kıymetlerin nitelikleri incelenmekte ve belirli bir süre boyunca farklı menkul kıymetlerin performanslarının ne olabileceği sayısal olarak tahmin edilmektedir. İleriye dönük olarak yapılan bu hesaplamalarda mevcut ekonomik şartlar altında hangi endüstrilere ve sektörlere yatırım yapılmasının uygun olacağı incelenerek portföye girecek aday menkul kıymetlerin ilk seçimi yapılmaktadır. Yatırım analizi aşamasının son adımında ise, aday menkul kıymetlerin getiri tahminleri, bu tahminlerdeki olası sapmalar ve menkul kıymetler arasındaki ilişkilere ait nicel hesaplamalar yer almaktadır.

Üçüncü aşama olan portföy seçiminde, portföyün hangi varlıklardan oluşacağı saptanır. Portföy yöneticisinin yatırımcı adına girişimde bulunduğu bu ilk adımda portföyün genel olarak hangi varlıklardan oluşacağına karar verildikten sonra menkul kıymet seçimine geçilmektedir.

Portföyün değerlendirilmesinde ise, portföyün belirli aralıklarla incelenmesi gerekmektedir. Portföy yönetimi sürecinin başlangıcında belirlenen amaçlar doğrultusunda portföyün verimi ve getirisindeki değişimler incelenir. Bu aşamada sırasıyla, portföyün performans ölçümleri ve performans karşılaştırmaları yapılmaktadır. Performans ölçümleri her bir menkul kıymet için yapılabileceği gibi portföyün bir bütün olarak yarattığı sonuçlar içinde yapılabilir. Performans ölçümlerinin yapılmasından sonra ise belirlenen bazı kriterlere ya da alternatif portföylere göre performans karşılaştırmaları oluşturulmalıdır.

Portföy yönetimi sürecini dinamik kılan portföy revizyonu aşamasında amaç, belirli risk seviyesinde portföyün getirisini maksimize etmektir. Sürekli analiz yapılmasını gerektiren bu aşamada ekonomik, sektör ve menkul kıymetlere ait analizler yer almaktadır.[10]

1.2 Portföy Çeşitleri

Bir portföy çeşitli menkul kıymetlerin bileşiminden meydana gelen ve ağırlıklı olarak hisse senedi, tahvil ve türevlerinden oluştuğundan bu menkul kıymetlerden çok sayıda portföy oluşturulabilir. Geleneksel menkul kıymetler olarak bilinen hisse senedi ve tahvil göz önüne alındığında, yalnızca hisse senetlerinden, yalnızca tahvillerden ya da hisse senetleri ve tahvillerin birleşiminden oluşan üç farklı portföy oluşturulabilir. Portföylerin oluşumunda en önemli unsurlardan biri yatırımcının tercihi olduğundan, riski seven yada riskten kaçan yatırımcıların seçecekleri portföyler ve portföylerde yer alan menkul kıymetlerin seçimi farklılık gösterecektir. Geleneksel menkul kıymetlerin dışında, diğer yatırım araçlarından da portföy oluşturmak mümkündür.

---

[10] Ceylan, **a.g.e**, s.21-22.

1.2.1 İçerdikleri Menkul Kıymetlere Göre Portföyler

İçerdikleri menkul kıymetlere göre üç farklı portföy çeşidi bulunmaktadır. Tamamı hisse senetlerinden, tamamı tahvillerden ya da hisse senedi ve tahvillerin birleşiminden meydana gelen portföyler oluşturulabilir.

1.2.1.1 Hisse Senetlerinden Oluşan Portföyler

Uzun vadeli ve riski yüksek bir yatırım aracı olan hisse senetlerinden meydana gelen bir portföyün oluşturulmasında, yatırımcı elinde sınırsız seçeneklerin bulunduğunu düşünebilir.

Bu tür portföylerde her türlü risk düzeyine uygun yatırım yapılabilir. Hisse senetlerinden oluşan portföylerde yatırımcı tipinin portföy oluşturma kararında büyük etkisi bulunmaktadır.[11]

İstikrarlı bir seyir izleyen ekonomilerde başarıyla uygulanabilen bu portföy tipinde portföyün beklenen amaca ulaşması için piyasaların dikkatli bir şekilde izlenmesi ve istenildiği zamanda alım-satım yapabilme olanağının bulunması gerekmektedir.

Kendine has özellikleri bulunan bu portföy tipinde yatırımcının portföye dahil edebileceği iki tür hisse senedi vardır. Bunlardan ilki olan kısa vadede prim yapabilecek olan hisse senetleri, hisseleri piyasada durgunlaşan yada gerileyen şirketlere ait olanlardır. Bu türdeki hisse senetlerinin yer aldığı sektördeki olumsuzlukların ortadan kalkmasıyla bu hisse senetlerinin fiyatları artacaktır. İkinci tür hisse senedi olan uzun vadede prim yapabilecek hisse senetlerinden oluşan portföylerde uzun dönemde yüksek kazanç elde edilebilir.

---

[11] Ceylan, **age**, s.24

1.2.1.2 Tahvillerden Oluşan Portföyler

Anonim ortaklıkların ödünç para bulmak için itibari kıymetleri eşit ve ibareleri aynı olmak üzere çıkardıkları borç senetlerine tahvil denir. Tahvil sahibinin yaptığı yatırımın karşılığında ihraççı belli oranda bir faizi ve anaparayı yatırımcıya geri ödeyeceğini taahhüt ettiğinden risk almayı sevmeyen ve piyasayı takip etmekte güçlük çeken yatırımcının tercih ettiği portföy tipidir.

Bu tipteki bir portföye sahip yatırımcı, anaparasının güvence altında olması nedeniyle düşük risk karşılığında sınırlı bir gelir elde etmektedir. Sağlam bir yatırım türü olabileceği için bu tür portföylerin ekonominin durgunluk dönemlerinde oluşturulmasında yarar vardır.

1.2.1.3 Tahvil ve Hisse Senetlerinden Oluşan Portföyler

Yatırımcının güven ve karlılık unsurlarını birleştirerek dengeli bir portföy oluşturmaya çalıştığı en çok kullanılan portföy çeşididir. Ekonominin seyrine göre, yatırımcının sahip olduğu anapara belirli oranlarda hisse senedi ve tahvillere paylaştırılmaktadır. Ekonominin durgunluk dönemlerinde tahvil piyasasında ve ekonominin canlandığı dönemlerde hisse senedi piyasasında hareketlenme olduğundan, bu tür portföylerde ekonominin seyrine göre değişimler yaparak portföy genel ekonomik duruma uydurulabilmektedir.

1.2.1.4 Diğer Yatırım Araçlarını İçeren Portföyler

Geleneksel menkul kıymetler olan hisse senedi ve tahvil haricindeki yatırım araçlarından da portföy oluşturulabilir. Hisse senedi ve tahvil dışındaki yatırım araçları şunlardır: Hazine Bonosu, Döviz ve Döviz Tevdiat hesapları, Altın, Banka Bonoları ve Banka Garantili Bonolar, Finansman Bonoları, Repo, Gelir Ortaklığı Senetleri, Varlığa Dayalı Menkul Kıymetler, Mevduat ve Mevduat Sertifikaları.

Yukarıdaki yatırım araçlarından bir portföy oluşturularak çeşitlendirmeye gidilebilir. Bu yatırım araçlarında risk ve getiri karşılaştırmaları yapılarak da portföy içerisindeki oranları belirlenir.

1.2.2 Yatırımcının Tercihlerine Göre Oluşturulan Portföyler

Yatırımcıların menkul kıymetlerin risk ve getiri karşılaştırmalarındaki tercihleri temel alınarak oluşturulan portföylerdir. Bu tipteki portföylerde yatırımcının hedefleri temel olduğundan, portföy yöneticileri içinde uygulamada kolaylık sağlayacağı gibi, yatırımcıların tercihlerini belirlemede yardımcı olmaktadır. Portföy hedefleri beş grupta toplanabilir:[12]

TABLO I

Yatırımcı Tercihlerine Göre Oluşturulan Portföyler

TİP	**Portföyde Yer Alan Menkul Kıymet Oranları**	**Yatırımcı Tercihleri**
A	%100 Tahvil	Verim -Emniyet
B	%50 Tahvil %50 Klasik Hisse Senedi	Verim -Değer Artışı
C	%75 Klasik Hisse Senedi %25 Tahvil	Değer Artışı -Verim -Az Risk
D	%100 Klasik ve Değer Artışı Sağlayan Hisse Senetleri	Sınırlı Riskle Değer Artışı
E	%100 Hızlı Değer Artışı Sağlayan Hisse Senetleri	Fazla Riskle Fazla Değer Artışı

2. FAYDA TEORİSİ

Bir portföy oluşturmadaki ilk aşama, izlenecek amacın belirlenmesi ve belki de bu amacın yatırımcının fayda fonksiyonu cinsinden ifade edilmesidir. Bir menkul kıymetin gelecekteki değeri bilinmediğinden bir yatırımcı için esas sorun, belirsizlik koşulları altında karar vermektir.

---

[12] Ceylan, age, s.26

Geleneksel tüketici davranışı teorisinde, belirsizliği içeren durumların analizi yerine, bireyin yalnızca risksiz alternatifler arasında seçim yapmasına izin verilmiştir. Riskin olduğu durum, yatırımcının alternatif seçimlerine ait sonuçların yalnızca belirli olasılıklar altında bilindiğini ifade eder. Modern fayda teorisi ise risk ve belirsizlik altında karar vermeyi sağlamak için geliştirilmiştir. Geleneksel fayda teorisinde birey faydayı maksimize ederken, modern fayda teorisinde belirsizlik altında karar veren rasyonel bir birey ise, beklenen faydayı maksimize eder.[13]

Risk ve belirsizlik koşulları altında beklenen getiri ve risk arasında yapılan tercih bireyden bireye değişen subjektif özellikteki bir konu olduğundan, insan davranışları ekonomide fayda teorisi ile açıklanmaktadır. Risk ile fayda arasında ilişki olduğundan riskin artmasıyla fayda artmakta, riskin azalmasıyla fayda da azalmaktadır. Buradaki esas konu, yatırımcı seçimi teorisi olarak adlandırılabilecek olan sonsuz riskli alternatifler arasındaki seçimdir. Teoride, yatırımcının yaptığı seçimler getiri ortalaması ve getiri varyansı cinsinden ifade edilir ve yatırımcılara eşit faydalar sağlayacak şekilde bu getiri ortalaması ve varyanslarının birbirleri arasındaki ödünleşmelerin fonksiyonları bulunur. Bu fonksiyonlar, belirsizlik altındaki sonsuz (ya da tek dönemlik) seçimlere ait farksızlık eğrileridir.

2.1 Fayda Fonksiyonları

Modern fayda teorisinde, belirsizlik altında karar veren rasyonel bir birey beklenen faydayı en büyük yapmaya çalışmaktadır. Beklenen faydanın hesaplanması, risk içeren durumlarda yatırımcının seçimlerini belirlemede kullanılmaktadır. Genel olarak beklenen fayda, W refahı ve p_i ler de olasılıkları göstermek üzere,

$$\mathrm{E}\,[U(W)] = \sum_i p_i U(W_i)$$

olarak yazılır. Bu durumda tüm yatırımcılar beklenen faydayı amaç fonksiyonları olarak kullanırlar. Diğer bir deyişle, tüm olası alternatif seçimler için beklenen fayda hesaplanır ve sonra da beklenen faydayı en büyük yapan sonuç seçilir.

---

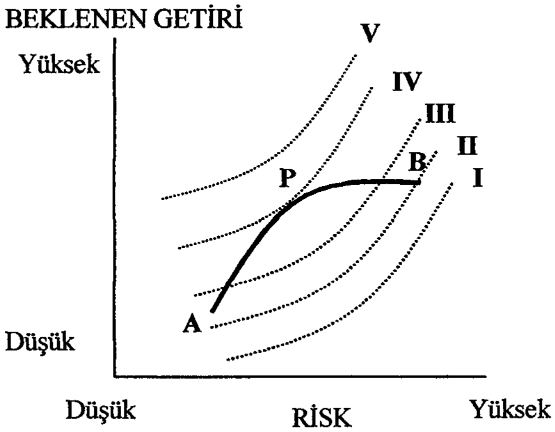
[13] Richard Dobbins, Stephen Witt, John Fielding, **Portfolio Theory and Investment Management**, İkinci Basım, (Blacwell Publishers Ltd., 1994), s.22

Göz önünde bulundurulması gereken en önemli nokta ise, fayda fonksiyonlarının bireylerin her biri için özel ve tek olmalarıdır. Bir bireyin fayda fonksiyonu ile bir diğerinin fayda fonksiyonunu karşılaştırmak için bir yöntem yoktur. Bir yatırım sonucunda objektif olarak bir bireyin beklenen faydasını diğer bir bireyin faydası ile karşılaştırmak imkansızdır. Fakat yatırım kararları genellikle getiri oranına göre verildiğinden, yatırımcıların beklenen faydası beklenen getiri oranına göre bulunmaktadır.

2.2 Farksızlık Eğrileri

Fayda, bireylerin bir yatırım karşısındaki risk ve getirilerinin kesiştiği noktalarda oluşur. Bu noktaların birleştirilmesi, söz konusu bireyin fayda eğrisini vermektedir. Fayda eğrileri, farksızlık ve ya kayıtsızlık eğrileri olarak da adlandırılırlar.[14]

Farksızlık eğrileri yatırımcı tercihlerini göstermede kullanılırlar. Birçok yatırımcının fazladan katlanacakları risk için daha fazla getiriye sahip olmayı tercih etmesi beklendiğinden, farksızlık eğrileri pozitif eğimlidirler. Farksızlık eğrileri sonsuz sayıda çizilebilirler ve birbirlerini kesmezler. Bir yatırımcının beklenen getiri ve risk seçimlerinde sonsuz sayıda davranışı vardır ve bu davranışlar sonucunda sonsuz sayıda farksızlık eğrisi çizilebilir.



GRAFİK II

Farksızlık Eğrileri

---

14 Ceylan, age, s.98

Grafik II'de AB eğrisi ile portföyün etkinlik sınır gösterilmektedir. Optimal portföy seçiminde, yatırımcının farksızlık eğrileri ile portföyün etkinlik sınırının bilinmesi gerekmektedir. Yukarıdaki şekilde optimal portföy, yatırımcının farksızlık eğrisi ile etkinlik sınırının teğet olduğu P noktasıdır. Etkinlik sınırı, tüm olası etkin portföyleri göstermektedir ve yatırımcının optimal portföy seçimi, yatırımcının risk-getiri tercihine bağlı olmaktadır. Bir farksızlık eğrisi üzerindeki olası tüm risk-getiri bileşimleri için eğri boyunca fayda sabit olduğundan, yatırımcı belirli bir farksızlık eğrisi üzerindeki bu bileşimlerin seçiminde kayıtsız kalmaktadır. Farksızlık eğrileri yükseldikçe, fayda düzeyi artmaktadır. Yatırımcı, maksimum faydayı elde etmek için olası en yüksek farksızlık eğrisini seçer. Bu yüzden, yatırımcının sahip olduğu farksızlık eğrisi ile etkin portföylerin yer aldığı etkinlik sınırının kesiştiği nokta optimal portföyü vermektedir.

Farksızlık eğrileri üç özelliğe sahiptir:[15]

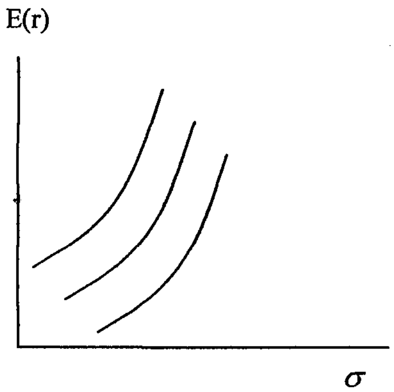
1. Yüksek farksızlık eğrisi, yatırımcılar için daha doyurucudur.
2. Tüm farksızlık eğrileri konvekstir.
3. Risk arttıkça farksızlık eğrilerinin eğimleri de artar. Diğer bir deyişle, yatırımcıların geliri arttıkça risk alma arzuları azalır.

Farksızlık eğrilerinin sahip olduğu eğimin derecesi, yatırımcının riskten kaçınma derecesini göstermektedir. Grafik III'de farklı risk tercihlerine sahip yatırımcıların farksızlık eğrileri gösterilmiştir.

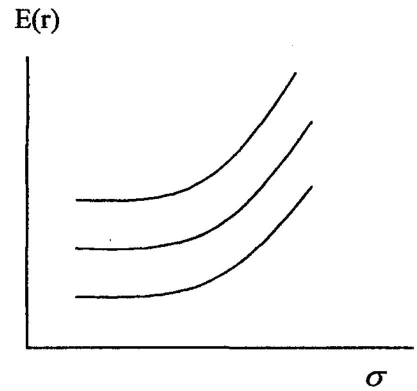
Örneğin Grafik III(a)' daki gibi riskten kaçan bir yatırımcı riskteki küçük bir artışa karşılık yatırımdan sağladığı getiride büyük artışların olmasını ister. Bunun aksine riskten daha az kaçan bir yatırımcı ise, riskteki büyük artışlara karşılık getiride meydana gelen daha küçük bir artışı kabul edecektir. Her iki tipteki yatırımcı da riskten hoşlanmazlar, fakat her ikisinin de risk ve getiri arasındaki ödünleşmesi farklı derecelerde olmaktadır.

---

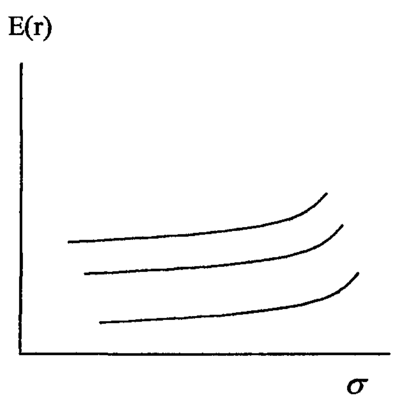
[15] Ceylan, age, s.99



(a) riskten aşırı kaçan yatırımcı



(b) riskten orta-düzeyde kaçan yatırımcı



(c) riski seven yatırımcı

GRAFİK III

Yatırımcının Risk Üstlenme Durumuna Göre Farksızlık Eğrileri

3. PORTFÖY YÖNETİMİ YAKLAŞIMLARI

Portföy yönetimi yaklaşımlarında temel amaç, belirli bir risk seviyesinde beklenen getiriyi maksimum ya da belirli bir getiri seviyesinde riski minimum yapmaktır.

Geleneksel portföy kuramında, portföyde yer alan menkul kıymet sayısı arttırılarak riskin azaltılabileceği düşünülmüştür. Riskin bu şekilde dağıtılması olan basit çeşitlendirmede menkul kıymetlerin getirileri ve riskleri arasındaki ilişki göz önüne alınmamaktadır.

Yatırım alanında son 50 yıldaki temel gelişmelerden biri, her biri istenen risk-getiri özelliklerine sahip menkul kıymetlerin bir araya getirilmesiyle optimum (en iyi) portföy oluşturmanın kolay bir iş olmadığının anlaşılmasıdır. Özellikle, yatırımcının amaçlarını karşılayacak en iyi portföy oluşturulurken portföyde yer alan menkul kıymetler arasındaki ilişkinin göz önüne alınması gerekmektedir.

Portföy teorisinde meydana gelen önemli değişimlerden biri de, finansal varlıkların sağladıkları getirinin hesaplanmasının yanında, finansal varlığın sahip olduğu riskin sayısal bir ölçümünün yapılabilmesidir. İlk kez 1952' de Harry Markowitz bir portföyün beklenen getirisi ve riskinin nasıl ölçüleceği konusunda getirdiği yaklaşım ile modern portföy kuramının temelini atmıştır. Markowitz' in modern portföy kuramının temellerini ortaya koymasından sonra, birçok araştırmacı bu modeli geliştirmiş ve genel denge modelleri ortaya konmuştur.[16]

3.1 Geleneksel Portföy Yaklaşımı

Geleneksel portföy analizi yaklaşımı, portföy içerisinde yer alan varlık sayısının arttırılması, diğer bir deyişle çeşitlendirme, ilkesine dayanmaktadır. Bu yaklaşım "bütün yumurtaları aynı sepete koymamak" şeklinde tanımlanabilir.

Yatırımcılar basit çeşitlendirme yoluyla tesadüfi olarak farklı menkul kıymetlere yatırım yapsalar, bu menkul kıymetlerin birbirlerini telafi edici yöndeki fiyat hareketleri nedeniyle risklerini azaltabileceklerdir. Bu yaklaşıma göre örneğin, 200 farklı menkul kıymetten oluşan bir portföy 20 farklı menkul kıymetten oluşan bir portföye göre 10 kere daha iyi çeşitlendirilmiş olarak kabul edilir.[17]

Geleneksel yaklaşımda adım adım portföy oluşturma süreci, birkaç temel prensibi kabul etmektedir. İlk olarak, yatırımcılar menkul kıymetler içerisinde büyük getirilere sahip olanları tercih etmektedirler. İkinci adımda, büyük getirilere sahip menkul kıymetlerin seçimini sağlamaktaki amaç daha fazla risk almaktır. Üçüncü adımda ise

---

[16] Gürel Konuralp, **Sermaye Piyasaları, Analizler, Kuramlar ve Portföy Yönetimi**, (Alfa Yayınları, İstanbul 2001), s.207

[17] Bolak, **age**, s.195

daha büyük getirilere ulaşma isteği, (1) yatırımcının risk hakkındaki kararı ve (2) yatırımcının belirli riskleri üzerine alma yeteneğine bağlıdır. Yatırımı birçok menkul kıymet arasında paylaştırmak riski azaltabilmektedir.[18]

Geleneksel portföy analizinde karşılaşılan en büyük sorun, oluşturulan bir portföydeki aşırı çeşitlendirmedir. Aşırı çeşitlendirme sorununun yarattığı başlıca sakıncalar şöyledir:[19]

i. Portföyün çok sayıda menkul kıymetten oluşması nedeniyle portföy yönetiminin güçleşmesi ve araştırma maliyetlerinin artması,
ii. Portföye dahil edilecek menkul kıymetler araştırılırken, menkul kıymetin taşıdığı riske bağlı olarak beklenen getiriyi sağlamayan menkul kıymetlerinde satın alınması,
iii. Portföyde yer alan menkul kıymet sayısının artması ile birlikte komisyon giderlerinin artması.

Geleneksel portföy yaklaşımının bu sakıncalarına ek olarak, bu yaklaşımda menkul kıymetler arasındaki risk ve getiri ilişkilerine ait nicel verilerin dikkate alınmaması da bu yaklaşımın dezavantajıdır.

3.2 Modern Portföy Yaklaşımı

1950' li yıllarda ve 1960' ların başında yatırım uzmanları menkul kıymetlerin sahip olduğu getiriden çok yatırım araçlarının taşıdıkları risk hakkında bilgi edinmeye ve riskin sayısal ölçümünü ele almaya başlamışlardır. Risk anlaşılmadığı sürece yapılan yatırım hakkında bir şey söylemek mümkün değildir. Modern portföy teorisi, beklenen getiri kadar riske de önem vermektedir. Aslında modern portföy teorisi getiri yönetiminden ziyade risk yönetimi olarak adlandırılmaktadır.

[18] Donald E. Fischer, Ronald J. Jordan, **Security Analysis and Portfolio Management**, (5. Edition, Prentice Hall 1991), s.686
[19] Üstünel, **age**, s.9

Menkul kıymet getirileri ve riskleri arasındaki ilişkiyi göz önüne alan ve riskin sayısal bir ölçümünü veren ilk temel portföy modeli Harry Markowitz tarafından 1952' de yayınlanan bir makaleyle ortaya konmuştur. Markowitz, getiri oranı varyansının bazı kabuller altında portföy riskinin mantıklı bir ölçümü olduğunu göstermiş ve bir portföyün varyansının nasıl hesaplanacağını elde etmiştir. Bir portföy varyansına ait bu hesaplama sadece portföyün toplam riskinin yatırımların çeşitlendirilmesiyle indirgenebileceğinin önemini göstermekle kalmayıp aynı zamanda etkin bir çeşitlendirmenin nasıl yapılacağını belirtmektedir.

Markowitz çeşitlendirmesi yardımıyla menkul kıymetler arasındaki ilişkilere bakılmaksızın yapılan basit çeşitlendirmeye göre, riski daha düşük portföyler elde etmek mümkündür. Markowitz ayrıca portföy riskinin, portföyü oluşturan finansal varlıkların riskinden daha az olabileceğini ve sistematik olmayan riskin sıfır yapılabileceğini göstermiştir.

Geleneksel portföy kuramında, portföy ne kadar çok sayıda menkul kıymete ve sektörlere dağıtılırsa çeşitlendirmenin o kadar başarılı olacağı ve riskin düşeceği kabul edilmekteydi. İlk kez Markowitz portföy çeşitlendirmesinde belli bir menkul kıymet sayısından sonra portföye dahil edilen menkul kıymetlerin portföy riskinin düşürülmesinde faydası olmayacağını ortaya atmıştır.[20]

İlk defa Evans ve Archer portföy büyüklüğü ve portföy riski arasındaki ilişkiyi ele aldıkları çalışmalarında, iyi bir çeşitlendirme için 10 ila 20 arasındaki menkul kıymetin yeterli olduğunu ifade etmişlerdir.[21] Elton ve Gruber ise yaptıkları çalışmada, portföy büyüklüğünün risk üzerindeki etkilerini incelemişler ve Evans ile Archer' ın çalışmalarını destekleyici sonuçlara ulaşmalarına rağmen, bir portföye menkul kıymetlerin eklenmesiyle azalan riskten sağlanan faydanın menkul kıymet sayısı 15' in altında olduğunda anlamlı olduğu sonucuna varmışlardır.[22] Statman ise yaptığı çalışmada, iyi çeşitlendirilmiş bir portföyün ödünç alan bir yatırımcı için en az 30,

---

[20] Konuralp, **age**, s.250

[21] J.L. Evans, S.H. Archer, "Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis", **Journal of Finance**, Cilt no.23, (Aralık 1968), ss.761-767

[22] E. J. Elton, M.J. Gruber, "Risk Reduction and Portfolio Size: An Analytical Solution", **Journal of Business**, Cilt no. 50, (Ekim 1977), ss.415-437

ödünç veren bir yatırımcı için ise en az 40 hisse senedinden oluşturulması gerektiği sonucuna ulaşmıştır.[23]

3.2.1 Portföy Getirisinin ve Riskinin Ölçülmesi

Alternatif yatırım araçları arasındaki seçim, mevcut çeşitli yatırımlar için beklenen risk ve getiri karşılaştırmalarının tahminini ve değerlendirilmesini gerektirir. Bu yüzden bir yatırıma ait getiri oranı ve riskin tam olarak nasıl ölçüleceği anlaşılmalıdır. Bu ihtiyacı karşılamak için getiri ve riskin, geçmiş ve gerçekleşen oranlarının nasıl ölçüleceği önemlidir.

Riskli bir finansal varlığa yatırım yapacak olan bir yatırımcı, bu finansal varlığın sağlayacağı getiri ve bu getirinin riski ile ilgili iki tür tahminde bulunmaktadır:

(i) Geleceğin ekonomik, politik, sosyal olaylarına ilişkin olasılık dağılımlarını oluşturulup, her bir durum ile ilgili finansal varlığın hangi getiriyi sağlayacağını belirlemek ve buna göre beklenen getiri ve riski hesaplamak,

(ii) Her finansal varlığın gelecekte hangi olasılıkla hangi getiriyi sağlayacağını belirlemenin pratikte hemen hemen imkansız olması nedeniyle, geçmiş dönemlere ait verilerden yararlanmak.

Yatırımcılar çeşitli menkul kıymetlerin bileşimlerini oluşturarak birçok portföy oluşturabilirler. Ancak yatırımcı açısından önemli olan optimal portföyün elde edilmesidir. Bu nedenle portföyün getiri ve risk oranlarının bilinmesi gerekmektedir.

3.2.1.1 Portföyün Beklenen Getirisi

Yatırımlarda üstlenilen riskin dikkate alınması, olası tüm getiri oranlarının ve bunların her birisinin birlikte analiz edilmesiyle mümkün olmaktadır. Olasılık dağılımlarının geçmiş verilere dayanarak göreli sıklık dağılımı şeklinde

---

[23] Meir Statman, "How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?", **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Cilt No. 22, (Eylül 1987), ss. 353-363

verilebileceği gibi, tamamen yatırımcının ya da portföy yöneticisinin geleceğe ait tahminleri şeklinde subjektif olarak da verilebilir.[24]

Portföyde yer alan her bir menkul kıymetin getirisi; ekonominin, endüstrinin ve işletmenin durumundaki değişmelerle yakından ilgilidir. Bunun yanı sıra menkul kıymetlere yapılan yatırımların beklenen getiri oranları menkul kıymetlerin türüne göre de değişmektedir. Riski en az kabul edilen devlet tahvili ve özel sektör tahvillerine yapılan yatırımların getirisi kesin olduğundan, bu yatırımların beklenen getirisi risksiz faiz oranı olarak kabul edilmektedir. Devlet tahvili ve hazine bonosu dışında yapılacak yatırımlardan yatırımcılar, risksiz faiz oranının üzerinde getiri elde etmeyi beklerler. Çünkü, bu tür yatırımların geri dönmeme yada ödenmeme riski vardır. Bu yatırımların beklenen getirisi, risksiz faiz oranı ve bir risk priminden oluşur.[25]

Bir menkul kıymetin beklenen getirisi E(R) ve,

Ekonomik Durumlar	Ekonomik Durumların Gerçekleşme Olasılığı	Getiri Oranları
a	P_1	R_1
b	P_2	R_2
⋮	⋮	⋮
n	P_n	R_n
	+	
	1	

olmak üzere,

$$E(R) = \sum_{i=1}^{n} P_i R_i \qquad (1.1)$$

formülü yardımıyla hesaplanmaktadır.

3.2.1.2 Portföy Riski

Riskin en iyi bilinen ölçümlerinden biri, beklenen getirilerin varyansı ya da standart sapmasıdır. Diğer tüm etkenler eşit olduğunda risk, beklenen getiri etrafında getirilerin dağılmasının istatiksel bir ölçümüdür, artan varyans ya da standart sapma elde edilen getirinin beklenen getiriden ne kadar saptığını göstermektedir. Beklenen getirilerdeki sapma arttıkça, bu getirilerin gelecekteki belirsizliği daha büyük olacaktır.

---

[24] Konuralp, age, s.56-57
[25] Ceylan, age, s.73

Riskin diğer bir ölçümü ise getirilerin aralığıdır. Bu ölçümde, en düşük getiriden en yüksek getiriye doğru beklenen getirilerin aralığı büyüdükçe gelecekteki beklenen getirilere göre belirsizlik ve riskin artacağı kabul edilmektedir.

Beklentilerden olan tüm sapmaların analizi olan ölçümlerin kullanılması yerine, bazı araştırmacılar bir yatırıma ait sadece ortalama değerin ya da beklenen değerin altındaki getirilerin dikkate alınmasının yeterli olduğunu belirtmektedirler. Yalnızca ortalama değerin altındaki sapmaların göz önüne alındığı bir ölçüm yarı-varyans (semivariance) olarak adlandırılır. Yarı-varyans ölçümü yalnızca sıfırın altındaki yani, negatif beklenen getirileri ya da hazine bonosu gibi bir kıyaslama yapmayı sağlayan belirli bir menkul kıymetin altındaki getirilerin hesaplanmasını içeren bir ölçümdür. Riskin bu ölçümleri dolaylı olarak, yatırımcıların hedeflenen bir orandan daha az olan getirilerden meydana gelen zararlarını minimum yapmak istediklerini ifade eder. Açık olarak, yatırımcılar belirli bir hedeflenen oranın üzerinde olan getiriler ya da pozitif getirileri olumlu karşılayacaklardır, bu yüzden beklentilerin üzerindeki bu getiriler risk ölçümü yapılırken göz önüne alınmazlar.

Birden çok risk ölçümü olduğu halde, varyans ya da standart sapma riskin doğru ve en çok kullanılan bir ölçümü olduğundan, ve teorik olarak finansal varlıkları fiyatlama modellerinin çoğunluğunda kullanıldığından en çok bilinen ve kullanılan risk ölçümüdür.

Bir menkul kıymete ait getiri oranları R_i ve her bir getiri oranının ortaya çıkma olasılığı P_i olmak üzere varyans,

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} [R_i - E(R_i)]^2 \cdot P_i \qquad (1.2)$$

ya da standart sapma,

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} [R_i - E(R_i)] \cdot P_i} \qquad (1.3)$$

dir.

Menkul kıymetlerin risklerini tek tek standart sapma yada varyansla ölçmek mümkündür. Ancak, iki yada daha fazla menkul kıymetin riski söz konusu olduğunda menkul kıymetlerin getirileri arasındaki negatif ya da pozitif ilişkilerde önem kazanmaktadır. Bir portföyün riskini belirlemede ortaya çıkan iki istatiksel kavram kovaryans ile korelasyon katsayısıdır.

3.2.1.3 Menkul Kıymetler Arasındaki Kovaryans

Kovaryans, iki değişkenden her birinin ortalama değerlerine göre zaman içerisinde hareket etmelerinin derecesine ait bir ölçümdür. Geçmiş dönemlere ait N adet veri kullanıldığında, iki menkul kıymetin kovaryansı

$$Cov_{R_i,R_k} = \frac{\sum_{j=1}^{N}\left[R_{ij} - E(R_i)\right]\cdot\left[R_{kj} - E(R_k)\right]}{N-1} \tag{1.4}$$

olmaktadır.

Menkul kıymetlerin beklenen getirilerinin gerçekleşme olasılıkları kullanılarak da kovaryans hesaplanabilir. Bu durumda kovaryans,

$$Cov_{R_i,R_k} = \sum_{j=1}^{N} P_{ij}\left[\left(R_{ij} - E(R_i)\right)\left(R_{kj} - E(R_k)\right)\right] \tag{1.5}$$

olur.

Kovaryansın büyüklüğünün matematiksel olarak bir anlamı yoktur. Önemli olan kovaryansın işaretidir. Eğer iki menkul kıymetin getirileri arasındaki kovaryans pozitif işaretli ise, bu iki menkul kıymet getirilerinin aynı yönde hareket ettiği, negatif ise ters yönlerde hareket ettiği bilinmektedir. Negatif katsayı ne kadar büyük ise ters yönlü ilişki o derece güçlüdür. Eğer kovaryans sıfır ise, menkul kıymet getirileri arasında herhangi bir doğrusal ilişki bulunmamaktadır.

3.2.1.4 Menkul Kıymetler Arasındaki Korelasyon Katsayısı

Kovaryans, iki farklı getiri serisinin değişkenliğinden etkilenen bir ölçümdür. Bu yüzden örneğin, kovaryansı 3,32 olan iki getiri serisi eğer oldukça oynak (volatile) olsalardı bu değer zayıf bir pozitif ilişkiyi gösterecekti, aksine seriler durağan olsalardı bu değer güçlü bir pozitif ilişkiyi belirtecekti. Bu nedenle, iki getiri serisinin değişkenliğinin de göz önüne alınmasıyla kovaryans ölçümünün standart hale getirilmesi gerekmektedir.

Kovaryans, her bir getiri serisinin standart sapmaları yardımıyla standart bir ölçü haline getirilebilir ve portföye dahil edilecek menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkinin yönünün belirlenmesinde kullanılan bu ölçü korelasyon katsayısıdır. x ve y gibi iki menkul kıymetin korelasyon katsayısı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\rho_{xy} = \frac{Cov\, R_x, R_y}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \tag{1.6}$$

Menkul kıymetler arasında hiçbir şekilde sebep-sonuç ilişkisini ortaya koymamakla birlikte korelasyon katsayısı, iki değişkenin ilişkisinin derecesini belirlemede kullanılır.

Korelasyon katsayısı, portföy yöneticileri için oldukça önemli bir ölçüttür ve (+1) ile (-1) arasında değerler alır.

Korelasyon katsayısının (+1) ya da yakın değer alması pozitif tam korelasyonun olduğunu gösterir, bu ise bir portföydeki menkul kıymetlerin getirilerinin aynı yönde ve aynı derecede arttıkları anlamına gelmektedir. Özellikle de, aynı endüstride yer alan işletmeler ve birbirini tamamlayıcı durumda bulunan sektörler için pozitif tam korelasyondan söz etmek mümkündür.

Aralarında tam pozitif korelasyon bulunan menkul kıymetlerden oluşan bir portföyün oldukça riskli bir portföy olduğu söylenebilir. Portföy içerisindeki menkul kıymetlerin verimlilikleri arttıkça yada azaldıkça, portföyün verimi de benzer şekilde artmakta yada azalmaktadır. Portföyün risk ölçüsü olarak standart sapma kullanıldığında portföy riski, menkul kıymetlerin riskine eşit olacaktır. Pozitif tam korelasyon içerisinde bulunan menkul kıymetlerden portföy oluşturularak riskin azaltılması olanaksızdır.

Korelasyon katsayısı (-1) yada yakın değer aldığında negatif tam korelasyon vardır ve menkul kıymetlerin getirileri birbirlerine göre ters yönde ve aynı derecede değişiklik gösterirler.

Negatif korelasyon nedeniyle, aralarında tam negatif korelasyon bulunan menkul kıymetlerden oluşturulan bir portföyde risk ortadan kalkmaktadır. Portföye dahil edilecek menkul kıymetleri seçerken aralarında tam negatif ilişki bulunan menkul kıymetleri bulmak pek mümkün değildir. Bu yüzden aralarında negatif ilişki olan yada korelasyon katsayısı (-1) e yakın olan menkul kıymetler portföye dahil edilebilir. Negatif korelasyondan dolayı, negatif ilişkili menkul kıymetlerin yer aldığı bir portföyün verimindeki dalgalanma azalacaktır. Korelasyon katsayısı sıfır yada sıfıra yakın bir değer alıyorsa, menkul kıymet getirileri arasında bir ilişki bulunmadığı söylenebilir.

3.2.1.5 Portföyün Beklenen Getirisinin Ölçümü

Bir portföyün beklenen getirisi, portföyde yer alan her bir menkul kıymete ait beklenen getirilerin ağırlıklı ortalamasıdır.

$E(R_p)$ = portföyün beklenen getirisi,

$E(R_i)$ = *i* menkul kıymetinin beklenen getirisi ve

W_i = *i* menkul kıymetinin portföy içindeki oranını göstermek üzere

N tane menkul kıymetten oluşan bir portföyün beklenen getirisi,

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} W_i E(R_i) \qquad (1.7)$$

şeklinde hesaplanır.

3.2.1.6 Portföy Riskinin Ölçümü

Bir portföyün getirisi portföyde yer alan her bir menkul kıymetin beklenen getirisinin ağırlıklı ortalaması olduğundan, portföyden bir menkul kıymetin çıkarılması yada portföye yeni bir menkul kıymetin dahil edilmesinin etkisi kolaylıkla görülebilir.

Ancak portföy riskinde aynı durum geçerli değildir. Portföy riski tek tek menkul kıymetlerin riskinin ortalamasından farklıdır.

Eğer iki menkul kıymetin getirileri arasındaki ilişki ters yönde ise, bu iki menkul kıymetten oluşan bir portföyün varyansı her bir menkul kıymetin varyansından daha az olacaktır. Menkul kıymet getirileri birbirinden bağımsız iseler, portföyün olası getirilerinin yayılımı bu menkul kıymetlerin her birine ilişkin getirinin yayılımından daha az olur. Eğer menkul kıymet getirileri arasındaki ilişki aynı yönlü ise, oluşturulan portföyün riski yatırımcı açısından değişiklik göstermeyecektir.[26]

Bir portföyün riskini ölçen standart sapma aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} W_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{N} W_i W_j Cov_{ij}} \qquad (1.8)$$

Burada,

σ_p = portföyün standart sapması,

W_i = portföydeki menkul kıymetlerin ağırlıkları,

σ_i^2 = i menkul kıymetine ait getiri oranlarının varyansı,

Cov_{ij} = i ve j menkul kıymetleri arasındaki kovaryansı göstermektedir.

---

[26] Ceylan, **age**, s.93

Bir portföyün standart sapması yalnızca menkul kıymetlerin tek tek varyanslarını içermez, aynı zamanda portföyde yer alan her bir menkul kıymet çifti arasındaki kovaryansları da kapsar. İleri bir aşama olarak bu formül, çok sayıda menkul kıymetten oluşan bir portföyde kovaryansların ağırlıklı ortalamasına indirgenebilmektedir.

Önemli olan bir nokta, portföye yeni bir menkul kıymet eklendiğinde portföyün standart sapmasının ne olacağıdır. Portföye yeni bir menkul kıymetin eklenmesinin portföy riski (standart sapması) üzerinde iki etkisi görülür. Birincisi, menkul kıymetin kendi varyansı ve ikincisi yeni menkul kıymet ve portföydeki hali hazırda bulunan menkul kıymetlerin getirileri arasındaki kovaryanstır. Bu kovaryansların göreli ortalaması, temelde menkul kıymetin kendi varyansından daha büyüktür. Portföydeki menkul kıymet sayısı arttıkça bu ortalama da artar. Bu, bir portföye yeni bir menkul kıymet eklendiğinde göz önüne alınacak önemli etkenin portföyün kendi varyansının değil de, aksine portföydeki diğer menkul kıymetler ile yeni eklenen menkul kıymetin kovaryanslarının ortalaması olduğu anlamına gelmektedir.[27]

3.2.2 İki Menkul Kıymet İçeren Portföyler ve Çeşitlendirme

Markowitz' in etkin çeşitlendirmesi portföy getirisinde herhangi bir kayıp olmaksızın portföy riskini indirgemek için, pozitif korelasyondan daha az korelasyona sahip menkul kıymetleri aynı portföye dahil etmektedir. Genel olarak, portföyde yer alan menkul kıymetlerin korelasyonu ne kadar düşük ise, portföyün riski de o ölçüde azalacaktır. Bu durum, portföydeki menkul kıymetlerin riskine bakılmaksızın ayrı ayrı analiz edildiklerinde doğrudur. Portföy analizinde birçok menkul kıymete yatırım yapılması yeterli değildir, önemli olan doğru menkul kıymetlerin portföye dahil edilmesidir.

Çok sayıda menkul kıymetlerden oluşan portföylerle ilgili genellemeler yapmadan önce, iki menkul kıymetten oluşan portföyler ve Markowitz çeşitlendirmesi üzerinde durmakta fayda vardır. Portföyü oluşturan menkul kıymetler X ve Y olarak adlandırılırsa;

---

[27] Reilly ve Brown, **age**, s.262

σ_p = portföyün standart sapması,

W_x = X menkul kıymetinin portföy içerisindeki ağırlığı,

W_y = Y menkul kıymetinin portföy içerisindeki ağırlığı,

σ_x = X menkul kıymetinin standart sapması,

σ_y = Y menkul kıymetinin standart sapması,

E(X) = X menkul kıymetinin beklenen (ortalama) getirisi,

E(Y) = Y menkul kıymetinin beklenen (ortalama) getirisi,

ρ_{xy} = X ve Y nin korelasyon katsayısı ($cov_{xy} = \rho_{xy}\, \sigma_x\, \sigma_y$) olmak üzere, portföy getirisi ve riski sırasıyla,

$$E(R_p) = W_x \,.\, E(X) + W_y \,.\, E(Y) \qquad (1.9)$$

$$\sigma_p = \sqrt{W_x \cdot \sigma_x^2 + W_y \cdot \sigma_y^2 + 2W_x W_y \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y} \qquad (1.10)$$

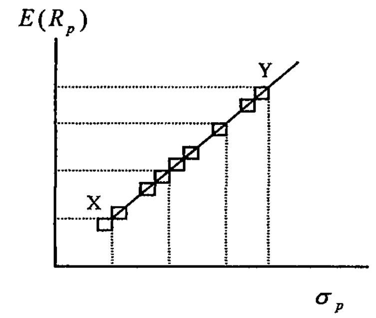
olarak hesaplanmaktadır.

İki menkul kıymetten oluşan bir portföyün riskinin (1) her bir menkul kıymetin portföy içerisindeki ağırlıklarına, (2) her bir menkul kıymetin standart sapmasına ve (3) iki menkul kıymet arasındaki kovaryansa bağlı olduğu görülmektedir. Markowitz çeşitlendirmesinde önemli olan bir diğer nokta ise, menkul kıymet getirileri arasındaki ilişkiyi gösteren korelasyon katsayısıdır. Korelasyon katsayısı +1 ile –1 arasında değerler aldığı halde, teorik değerlendirmelerde korelasyon katsayısının +1, 0 ve –1 olduğu durumlar göz önüne alınmaktadır.

(i)Portföyü oluşturan menkul kıymet getirileri arasında tam korelasyon olduğunda (ρ_{xy} = 1), portföy riskini sınırlandırmak olanaksızdır. Portföydeki menkul kıymet fiyatları aynı yönde değiştiğinden portföy tek menkul kıymetten oluşmuş gibidir. Grafik IV'de bu durum gösterilmiştir. İki menkul kıymetten oluşan bir portföyde, menkul kıymet getirileri arasında tam pozitif korelasyon olduğunda bu iki menkul kıymetten oluşturulacak tüm portföyler etkin portföyler olacaktır.[28]

(ii) Eğer portföyde yer alan menkul kıymet getirileri bağımsız iseler, ρ_{xy} = 0 dır. Bu durumda çeşitlendirme yoluyla portföy riski azaltılabilir. Korelasyon katsayısı sıfır olduğunda portföy riski formülünün üçüncü terimi sıfıra eşit olacaktır. Böylece iki menkul kıymetten oluşan bir portföyün standart sapması (riski) (1.11) eşitliğindeki gibi yazılabilir.

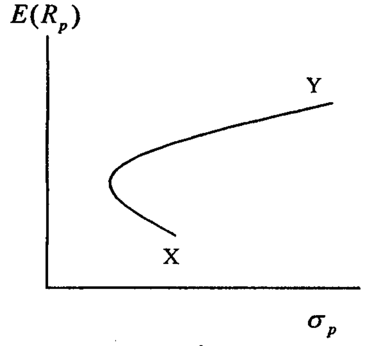
$$\sigma_p = \sqrt{W_x \cdot \sigma_x^2 + W_y \cdot \sigma_y^2} \qquad (1.11)$$



GRAFİK IV

Korelasyon Katsayısı +1 Olduğunda Portföy Riski

Korelasyonun sıfır olduğu menkul kıymetlerin seçimiyle riskin sınırlandırılması, yatırımcıların yaptıkları çeşitlendirmeyi kolaylaştırmaktadır.



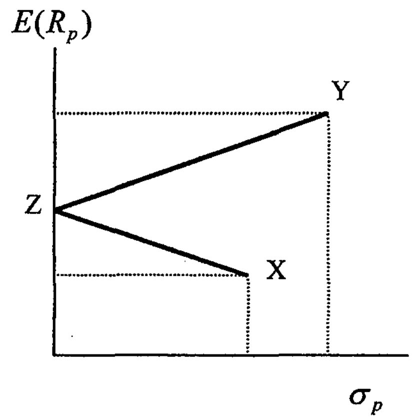
GRAFİK V

Korelasyon Katsayısı Sıfır Olduğunda Portföy Riski

[28] Dobbins, age, s.32

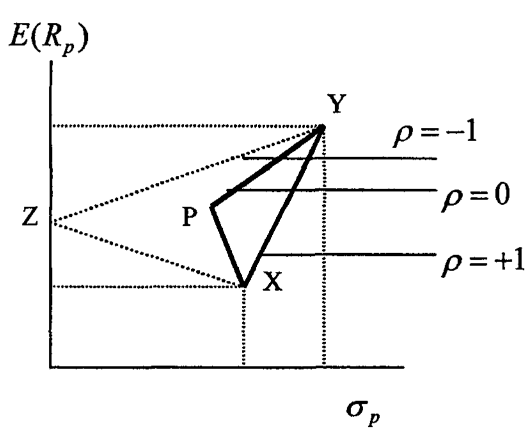
Menkul kıymet getirileri arasındaki ilişkiyi belirlemek için yapılan araştırmalarda, hisse senedi fiyat endeksleri ve tahvil fiyat endeksleri arasındaki ilişkinin derecesinin sıfır olduğu görülmüştür.[29]

(iii) Bir portföyde yer alan menkul kıymet getirilerinin arasındaki ilişkinin negatif olması istenen, fakat en az rastlanan bir durumdur. Eğer korelasyon katsayısı (-1) ise, menkul kıymetler mükemmel tam negatif korelasyona sahiptirler ve böylece portföy riski belirli bir menkul kıymet bileşiminde sıfır olacaktır. Fakat piyasada, aralarında tam negatif ilişki bulunan menkul kıymetler bulmak mümkün değildir. Grafik VI'daki Z noktasında portföy riski sıfırdır.



GRAFİK VI

Korelasyon Katsayısı (-1) Olduğunda Portföy Riski



GRAFİK VII

Korelasyon Katsayısının +1, 0 ve –1 Olduğu Durumlarda Portföy Riski

---

29 Ceylan, age, s.150

Portföyün korelasyon katsayısının +1, 0 ve –1 olduğu durumların tamamı Grafik VII'de gösterilmiştir.

Bunun yanı sıra, $\rho = 0$ olduğu durumdaki portföy riski $\rho = +1$ deki duruma göre daha iyi sonuçlar vermektedir.

İki menkul kıymetin bileşiminden oluşan bir portföyde ancak portföyün standart sapmasındaki üçüncü terim ilk iki terimin toplamına eşit olduğunda risk tamamen yok edilebilir. Bu ise ancak, (1) $\rho_{xy} = -1$ ve (2) X menkul kıymetinin portföy içerisindeki ağırlığı $W_x = \sigma_y / (\sigma_x + \sigma_y)$ olduğunda geçerlidir.[30]

3.2.3 Üç Menkul Kıymeti İçeren Portföyler ve Çeşitlendirme

Grafik VIII'de üç menkul kıymetten oluşan bir portföy problemine ait grafik görülmektedir.

X, Y ve Z noktalarının her biri, X, Y ve Z menkul kıymetlerinin her birine yapılan %100 lük yatırımları gösterir. XY, XZ ve YZ eğrilerinin genel şekli, bu menkul kıymet çiftlerinin korelasyon katsayılarının +1.0 dan küçük olduğunu ifade etmektedir.

Diğer taraftan üç menkul kıymetin yer aldığı bir portföy oluşturulursa; P noktası X ve Y menkul kıymetlerinin bir bileşimi olmak üzere, PZ çizgisi üç menkul kıymetten oluşan portföyleri temsil eder.

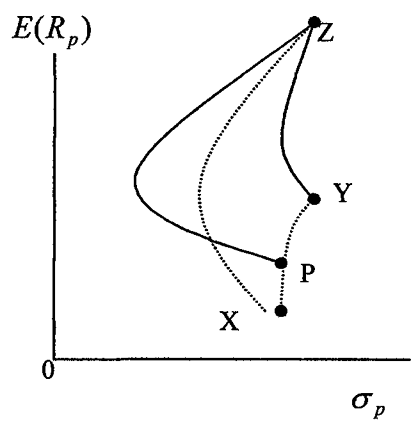
İki menkul kıymetli portföylerin olduğu yerler genellikle bir eğri iken, üç menkul kıymetten meydana gelen bir portföyün bulunduğu yer $E(R_p)$ ve σ_p düzleminde bir bölgedir.

Grafik IX'a bakıldığında, üç menkul kıymetten oluşan portföylerin sayısının iki menkul kıymetli portföylerin sayısından oldukça fazla olduğu görülmektedir. P_1 ve P_2

---

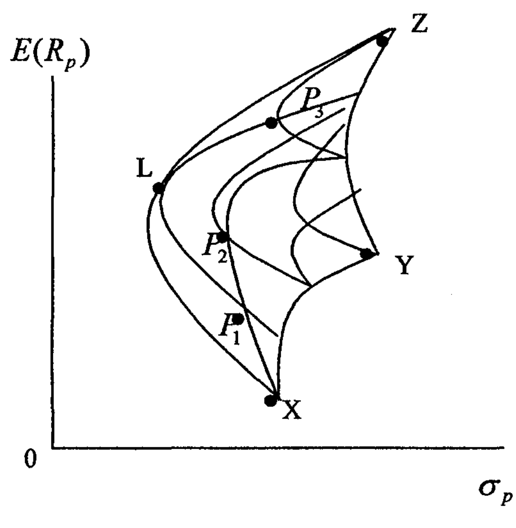
[30] Fischer ve Jordan, **age**, s.643

portföyleri göz önüne alınırsa, P_1 portföyünün solunda ve altında kalan P_2 portföyünü seçen yatırımcının P_1 portföyünü seçen yatırımcıya göre daha az riski tercih ettiği görülmektedir. P_2 ve P_3 portföylerine bakıldığında ise, aynı risk düzeyinde olmalarına rağmen P_3 portföyünün getirisi P_2 nin getirisine göre daha az olduğundan rasyonel bir yatırımcı tarafından P_3 tercih edilmeyecektir. Böylece, aynı risk-getiri uzayında daha yukarıda yer alan bir portföy diğerlerine göre etkin bir portföy değildir ve daha solda yer alan bir portföyde diğer portföylere baskındır.



GRAFİK VIII

Üç Menkul Kıymetten Oluşan Portföy



GRAFİK IX

Üç Menkul Kıymetten Oluşan Portföylerin Bölgesi

Genel olarak, etkin bir portföy ya (1) aynı risk düzeyinde diğer portföylerden daha fazla getiriye sahiptir ya da (2) aynı getiri düzeyinde diğer portföylerden daha az riske sahiptir. Grafik IX'da portföy bölgesinin sınırını belirleyen LZ eğrisi üzerindeki portföyler, bölgedeki diğer tüm portföylere baskındırlar. XL çizgisi üzerinde bulunan portföyler, azalan getiriye ve artan riske sahip portföyler olduklarından etkin olmayan portföyleri göstermektedirler. XL üzerindeki her nokta, LZ çizgisi üzerindeki portföylere baskındırlar. Bu durumda üç menkul kıymetin yer aldığı bir portföyün beklenen getirisi ve riski aşağıdaki gibidir:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{3} W_i R_i \tag{1.12}$$

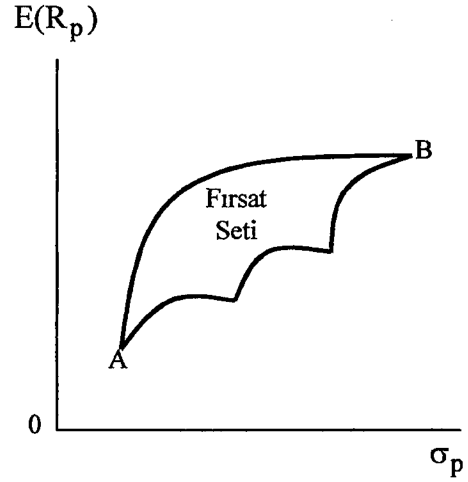
$$\sigma_p^2 = W_1^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + W_3^2\sigma_3^2 + 2W_1W_2\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2 + 2W_2W_3\rho_{2,3}\sigma_2\sigma_3 + 2W_1W_3\rho_{1,3}\sigma_1\sigma_3 \tag{1.13}$$

3.2.4 *N* Sayıda Menkul Kıymetten Oluşan Portföyler ve Çeşitlendirme

Gerçek hayatta yatırımcıların portföy oluştururken portföylerine dahil edeceği, hakkında bilgi sahibi olacağı ve getiri-risk tahminlerinde bulunacağı yüzlerce menkul kıymet vardır. Bu durumda *N* sayıda riskli menkul kıymetin bulunduğu bir ortamda, yatırımcı açısından sayısız portföy bileşenleri mevcuttur. Bu bileşimlerden oluşan kümeye "yatırım fırsatları seti" denir.

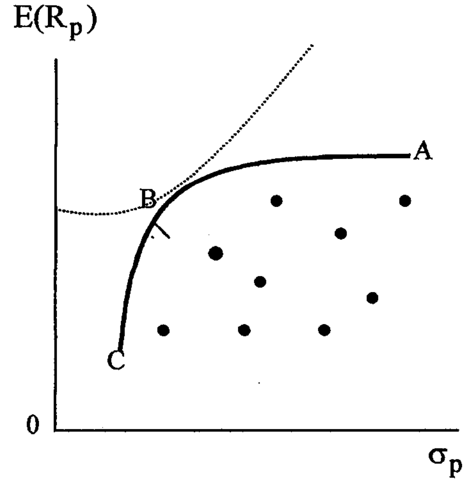
Yatırım fırsatları seti iki menkul kıymetten oluşan bir portföyde olduğu gibi, *N* tane riskli menkul kıymetten oluşan portföyde de aynı şekle sahiptir. İki menkul kıymet ve *N* tane menkul kıymetten oluşan portföylerin yatırım fırsatları seti arasındaki tek fark, çok sayıda menkul kıymetten oluşan portföylerin bazısının yatırım fırsatları setinin içerisinde bulunmasıdır.

Fırsatlar seti bu durumda birçok portföyden ve ortalama-varyans kriterine göre kendiliğinden etkin olan tek tek menkul menkul kıymetlerden oluşacaktır. Portföyde risksiz bir menkul kıymet bulunmadığı sürece riskten kaçınan bir yatırımcı, etkin set ve en yüksek farksızlık eğrisi arasındaki teğet noktayı bularak daha önce de belirtildiği şekilde beklenen faydasını maksimize edecektir.



GRAFİK X

Yatırım Fırsatları Seti



GRAFİK XI

Birçok Riskli Menkul Kıymetten Oluşan

Yatırım Fırsatları Seti

Bu yüzden yatırımcı portföyde yer alacak tüm menkul kıymetlere ait ortalamaları, varyansları ve kovaryansları hesaplamalıdır. *N* menkul kıymetten oluşan bir portföyün beklenen getirisi ve riski aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} W_i \cdot W_j \sigma_{ij} = W'\Omega W \tag{1.14}$$

ve

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} W_i \cdot E(R_i) = R'W . \tag{1.15}$$

Ω: Varyans-Kovaryans Matrisi.

Portföyün beklenen getirisi ve riskinin matrisler yardımıyla gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$\sigma_p^2 = W'\Omega W = [W_1 W_2 \cdots W_n] \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_n \end{bmatrix} \tag{1.16}$$

N tane menkul kıymetten oluşan bir portföyün analiz edilmesindeki girdiler (1) N tane beklenen getiri, (2) N tane standart sapma ve (3) $(N^2 - N) / 2$ tane kovaryanstan oluşur. Bu yüzden etkin portföylerin oluşturulmasından önce Markowitz' in önerdiği portföy analizi için $[N(N + 3) / 2]$ tane ayrı bilgiye ihtiyaç vardır. Portföy analizinde Markowitz' in tekniği kullanıldığında, belirli menkul kıymet sayıları için gereken bilgiler aşağıda verilmiştir:[31]

Menkul Kıymet Sayısı	Bilgiler (Risk, Getiri, Kovaryans)
10	65
50	1325
100	5150
1000	501500

[31] Fischer ve Jordan, **age**, s.651

Markowitz çeşitlendirmesinde, herhangi bir portföyün gelirinde kayıp olmaksızın portföy riski azaltılmaya çalışılmaktadır. Bir portföye yeni bir menkul kıymet eklendiğinde portföy varyansının ne olduğunu belirlemek gerekmektedir.

Portföy içerisindeki menkul kıymetlerin sayısı arttıkça, portföy varyansı azalır ve ortalama kovaryansa yaklaşır. Bunun ispatını yapmak kolaydır. İki menkul kıymetten oluşan bir portföy 2 varyansa ve 2 kovaryans terimine sahiptir. Üç menkul kıymetten oluşan bir portföyde ise 3 varyans fakat 6 kovaryans terimi bulunmaktadır. Dört menkul kıymetli bir portföy ise 4 varyans ve 12 kovaryans terimine sahiptir. Genel olarak, varyans terimlerinin sayısı portföydeki menkul kıymet sayısı olan *N*' e eşit iken, kovaryans terimlerinin sayısı *N*(*N* – 1)' e eşittir. Portföy içerisindeki menkul kıymetlerin ağırlıklarının eşit olduğu, $w_i = w_j = 1/N$, olduğu kabul edilirse, o zaman portföy varyansı

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{N}\cdot\frac{1}{N}\sigma_{ij} = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_{ij} \tag{1.17}$$

olarak yazılabilir. Bu ifade varyans ve kovaryans terimlerine ayrılırsa,

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_{ii} + \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{N}\sigma_{ij} \tag{1.18}$$

olur. Portföy içerisindeki en büyük menkul kıymet varyansı *L* olsun. O zaman ilk terim, yani varyans terimi

$$\frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}L = \frac{LN}{N^2} = \frac{L}{N} \tag{1.19}$$

ifadesinden daha küçük ya da eşit olacaktır ve portföydeki menkul kıymetlerin sayısı arttıkça, bu terim sıfıra yaklaşır:

$$\lim_{N\to\infty}\frac{L}{N} = 0. \tag{1.20}$$

Diğer taraftan, kovaryans terimleri sıfıra yaklaşmamaktadır. $\overline{\sigma}_{ij}$ ortalama kovaryans değeri olsun. O zaman (1.18) denkleminin sağ tarafında yer alan terimde $(N^2 - N)$ tane kovaryans terimi vardır, bu terimlerin tamamı $\overline{\sigma}_{ij}$' ye eşittir ve böylece sağ taraf terimi

$$\frac{1}{N^2}(N^2 - N)\overline{\sigma}_{ij} = \left(1 - \frac{1}{N}\right)\overline{\sigma}_{ij} \tag{1.21}$$

olarak yazılabilir ve *N* sonsuza yaklaşırken limit değeri,

$$\lim_{N \to \infty}\left(1 - \frac{1}{N}\right)\overline{\sigma}_{ij} = \overline{\sigma}_{ij} \tag{1.22}$$

olur.

Sonuç olarak büyük sayılardaki menkul kıymetlerden portföyler oluşturulduğunda ve bu portföyler iyi çeşitlendirildiklerinde, kovaryans terimleri daha da önem kazanır. Bu nedenle iyi bir çeşitlendirmenin yapılabilmesi için yatırımcının başlıca amacı, belirlenen bir beklenen getiri düzeyinde kovaryanslarının ağırlıklı ortalamasını mümkün olduğu kadar düşürecek bir biçimde etkin portföyleri seçmektir.[32]

Portföyün varyansı göz ardı edilerek sadece beklenen getiriyi maksimize etmeye çalışan bir yatırımcı, fonlarını en fazla getiriyi sağlayan tek bir menkul kıymete yatırım yapacaktır. Diğer taraftan yatırımcı, beklenen getiri göz önüne alınmaksızın varyansın en aza indirilmesiyle ilgileniyorsa bir portföy yardımıyla yatırımlarını çeşitlendirecektir.

3.2.5 Etkin Sınır ve Optimal Portföy Seçimi

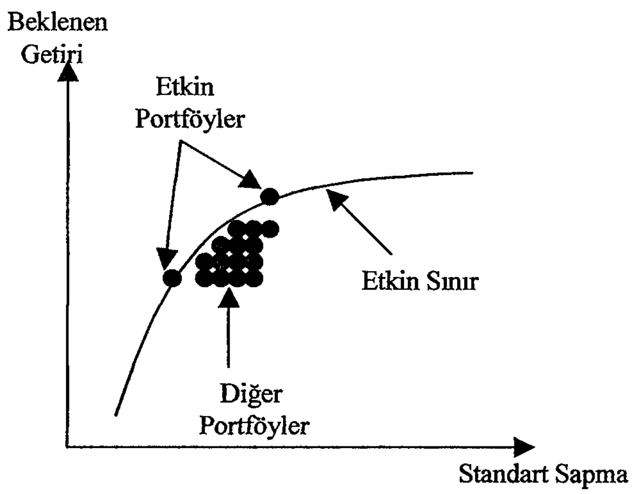
N sayıda menkul kıymetin yer aldığı bir piyasada, menkul kıymetlere değişik ağırlıklar verilmesiyle sınırsız sayıda portföy oluşturulabilir. Her beklenen getiri ve risk düzeyinde etkin olan portföylerin birleştirilmesiyle oluşturulan eğriye etkin sınır

---

[32] Copeland ve Weston, **age**, s.184

denmektedir. Markowitz' in ortalama-varyans modeline göre, portföy yöneticisinin amacı etkin sınır üzerindeki noktaları belirlemektir.

Etkin sınır üzerinde yer alan noktalar portföylerden oluşmakla birlikte, etkin sınırın uç noktaları bu durumda istisnadır. Piyasada en düşük riske yada en yüksek getiriye sahip olan menkul kıymet etkin sınırın uç noktalarını oluşturur.



GRAFİK XII

Etkin Sınır ve Etkin Portföyler

Grafik XII'de görüldüğü gibi etkin sınır, beklenen getiri eksenine dışbükey bir eğridir. Standart sapma arttıkça, etkin sınır eğrisinin eğimi azalmaktadır. Diğer bir deyişle, yatırımcının aldığı risk arttıkça beklenen getirideki marjinal artış azalmaktadır.

Teorik olarak etkin sınırın elde edilebilmesi için, sınırsız sayıda portföyün beklenen getiri-standart sapma grafiğine yerleştirilerek, her bir standart sapma değeri için en yüksek beklenen getiriyi yada her bir beklenen getiri değeri için en düşük standart sapmayı veren portföyün seçilmesi gerekmektedir. Uygulamada, etkin sınırın elde edilebilmesi için doğrusal-olmayan bir yöneylem araştırması tekniği olan kareli programlama kullanılmaktadır.[33]

---

[33] Sermaye Piyasası Faaliyetleri İleri Düzey Lisansı Eğitimi, Finansal Yönetim. (http://www.tspakb.org.tr/docs/egitim_notlari/finansal_yonetim_ileri.pdf. 8 Ocak 2004 Tarihli İnternet Sayfası.) s.70

Karesel programlamada, amaç fonksiyonu olan portföy varyansı belirli kısıtlar altında en küçük yapılmaya çalışılır. Buradaki kısıtlar, portföyün beklenen getirisinin en az hedeflenen beklenen getiri kadar olması ve menkul kıymetlerin portföy içerisindeki ağırlıkları toplamının bire eşit olmasıdır. Bu durumda karesel programlama aşağıdaki gibi ifade edilir:

Amaç Fonksiyonu:

$$\min Z = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma(r_i)\sigma(r_j)\rho_{i,j}$$

Kısıtlar:

$$\sum_{i=1}^{N} w_i E(r_i) \geq \text{Hedeflenen Beklenen Getiri Düzeyi}$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1.$$

Beklenen getiri düzeyi değiştirilerek, etkin sınır üzerinde yer alan tüm portföyler bulunabilir.

3.3 Temel Analiz

Temel analiz ekonomi, endüstri ve firma analizi olmak üzere üç aşamalı bir analiz tekniğidir ve hisse senedinin gerçek değerinin hesaplanması ile ilgilidir. Bu yüzden temel analiz hangi hisse senedinin alınması yada satılması gerektiği sorusuna cevap aramaktadır.

Temel analiz tekniğini uygulayanlar, hisse senedinin yatırım yapmaya değer görüldüğü fiyatı belirlerler ve bu fiyatı hisse senedinin cari fiyatı ile karşılaştırarak yatırım kararını verirler. İlgilenilen şirkete ait hisse senedinin gerçek değerini belirlemek için ülke ekonomisinin, para hareketlerinin, şirketin bağlı olduğu sektörün durumunun, Pazar payının, gelir tablolarının ve bilançolarının incelenmesi gerekmektedir.

Temel analiz çok sayıda verinin birlikte ele alınıp incelenmesini gerektiren oldukça zahmetli bir analiz tekniğidir. Bireysel yatırımcıların genellikle bütün bu değişkenleri takip edip ve inceleyerek karar vermesi zordur.

3.4 Teknik Analiz

Teknik analiz, geçmiş fiyat hareketlerine dayanarak menkul kıymet fiyatlarını belirlemeye çalışmaktadır. Bu analize göre geçmiş fiyatlar hisse senedinin sadece kazanma bekleyişlerini değil, ayrıca hisse senedi ile ilgili piyasa psikolojisini de yansıtmaktadır.

Teknik analistler hisse senedinin fiyat hareketlerini gösteren grafiklerin, hisse senedine ait bilgiler dahilinde bütün yatırımcıların fikrini yansıttığını öne sürmektedirler. Geçmiş fiyat hareketlerinden yararlanarak cari fiyatın hangi seviyelerde oluşacağı, gerek grafiklerin gerekse göstergelerin değerleriyle karşılaştırılarak tahmin edilmeye çalışılır. Teknik analizde, temel analizdeki gibi hisse senedinin içinde yer aldığı sektör, şirketin mali yapısı ve şirketin ismi önemli değildir, bu yüzden teknik analiz bilimsel bir yöntem olarak kabul edilmemektedir.

Bu yaklaşımda hisse senetlerinin değeri tamamen piyasanın arz ve talebine göre belirlenmektedir.

Teknik analistlerin kullandığı başlıca üç tür grafik vardır. Bunlar, çizgi grafikler, çubuk grafikler ile nokta ve şekil grafikleridir. Grafiklerin yanı sıra, teknik analizde yüzlerce gösterge bulunmaktadır. İstatiksel hesaplamalar yardımıyla elde edilen bu göstergelerden bazıları, hareketli ortalamalar, medyan fiyat, standart sapma ve korelasyon katsayısıdır.

Teknik analizle yatırım kararı verilirken en az beş-altı göstergenin incelenmesi gerektiği savunulmaktadır. Her ne kadar yatırım kararı verilmiş olsa da yapılan yatırımdan karlı çıkmanın garantisi olmayacağı da belirtilmektedir.

4. İNDEKS MODELLER

Modern portföy kuramının amacı, birçok yatırım alternatifi arasından yatırımcıya kendi amaçları doğrultusunda optimum portföyün nasıl oluşturulacağının yolarını göstermektedir. Optimal portföyü oluşturmak için gerekli bazı bilgilere ihtiyaç vardır. Bu bilgiler portföyde yer alacak her bir menkul kıymete ait beklenen getiriler, standart sapmalar ve en önemlisi olan menkul kıymetler arasındaki kovaryanslardır.

Portföyde yer alan menkul kıymet sayısı arttıkça hesaplanacak veri adeti üstel olarak artmaktadır. Yatırımcı açısından veri setinin büyüklüğü karar vermeyi güçleştirmekte ve buna bağlı olarak belirsizliği arttırmaktadır. Markowitz çeşitlendirmesinin zaman ve maliyet unsurları taşıması nedeniyle ortaya çıkan güçlük William Sharpe' ın indeks modeli ile giderilmeye çalışılmıştır. Sharpe, Markowitz modelinde olduğu gibi tek tek menkul kıymetlerin risklerini ölçmek yerine piyasanın toplam riskini ölçmeyi önermiştir. Piyasa riski portföy içerisinde yer alan menkul kıymet sayısından bağımsız olduğundan, daha az sayıdaki veri tahmini ile optimum portföye ulaşmak mümkündür.

Bu modelde, bir tek menkul kıymet getirisi ile bir endeks arasında doğrusal bir ilişki olduğu ve bu ilişkinin basit doğrusal regresyon modeliyle ifade edilebileceği varsayılmaktadır. Bu endeks GSMH, İMKB-100 veya İMKB tüm gibi endeksler olabilmektedir.

Modelin bir diğer varsayımı ise menkul kıymet getirilerinin birbirleriyle ilişkili olduğu varsayımıdır. Endeks olarak piyasa portföyü alınırsa, model Piyasa Modeli olarak adlandırılır. Piyasa portföyü tüm menkul kıymetlerin göreli piyasa değerlerine göre uygun şekilde ağırlıklandırılmış bir portföydür. Eğer portföy içerisinde sadece hisse senetleri yer alıyorsa, piyasa portföyü olarak tüm hisse senetlerini kapsayan borsa endeksleri kullanılabilir. Tekli ve çoklu olmak üzere iki tür indeks modeli bulunmaktadır.

5. SERMAYE VARLIKLARINI FİYATLAMA MODELİ

Sermaye Piyasası Teorisi, yatırımcılar Markowitz'in önerdiği biçimde hareket ettiklerinde menkul kıymet fiyatlamasının nasıl olması gerektiği ile ilgilidir. Sermaye varlıklarını fiyatlama modeli, tek tek menkul kıymetler ve portföylerin sistematik riski ile beklenen getirileri arasındaki ilişkiyi elde etmek için sermaye piyasası teorisinin sonuçlarını kullanır.

Sermaye piyasası teorisi, Markowitz' in portföy teorisinin önemli bir uzantısıdır. Portföy teorisi gerçekte rasyonel yatırımcıların etkin portföyleri nasıl oluşturacağının bir betimlemesidir. Sermaye piyasası teorisi ise, gerçekte her yatırımcı portföy teorisinde ileri sürülen biçimde davrandıklarında menkul kıymetlerin sermaye piyasalarında nasıl fiyatlandırılacağını ifade eder.

Sermaye varlıkları fiyatlama teorisinin temel varsayımları aşağıdaki gibidir:

1. Yatırımcılar yatırım kararlarını yalnızca risk ve getiri değerlendirmelerine dayanarak yapmaktadırlar. Bu değerlendirmeler beklenen getiriler ve standart sapma ölçümleri cinsinden yapılmaktadırlar. Yatırımcılar, Markowitz çeşitlendirmesi yaparak etkin portföyü seçmek isterler.
2. Piyasada çok sayıda yatırımcı bulunmaktadır ve bu yatırımcıların her birinin toplam serveti, piyasadaki tüm yatırımcıların toplam servetine nazaran küçük bir oran oluşturmaktadır. Bu yüzden, hiçbir yatırımcının piyasada fiyatları etkileyecek ölçüde büyük portföyü yoktur ve girdiği işlemler sonucunda fiyatlar bundan etkilenmez. Başka bir ifadeyle, piyasa fiyatı bireysel davranışlardan etkilenmez ve piyasada tam rekabet koşulları geçerlidir.
3. Bütün yatırımcılar yatırım kararlarının getirilerin olasılık dağılımına dayanarak alırlar. Tüm yatırımcılar menkul kıymetleri aynı şekilde analiz ederler ve genellikle ekonomik durumlarla ilgili beklentileri aynıdır, bu yüzden her bir yatırımcının olasılık dağılımı birbirinin aynıdır ve getirilerin olasılık dağılımının **normal dağılıma** yaklaştığı varsayılmaktadır.

Aynı beklentilere sahip olduklarından, tüm yatırımcılar için Markowitz modelinde kullanacakları beklenen getiriler ve kovaryans matrisi aynıdır. Bu yaklaşım "homojen beklentiler" olarak adlandırılır.

4. Yatırımcılar menkul kıymetlere yapacakları yatırımlarını bir ay, üç ay, altı ay gibi aynı tek dönem elde tutma süresine sahiptirler. Farklı elde tutma dönemleri yatırımcıların farklı beklenen getiri ve risk ölçütleri kullanmasını gerektirdiğinden, yatırımcıların homojen beklentiler varsayımına ters düşmektedir.
5. Menkul kıymetlerin alınıp satılmasındaki işlem maliyetleri sıfırdır ve yatırımcılar elde ettikleri getiriler üzerinden vergi ödemezler. Bu varsayıma göre, yatırımcıların davranışları işlem giderleri ve vergilerden bağımsızdır.
   Ancak gerçek hayatta kazanca ve işlem yapılan menkul kıymetin türüne göre değişik oranlarda vergi vardır. Bunun yanı sıra işlem yapan aracı kurumlar alım-satım işlemlerinde komisyon almaktadırlar. Vergi ve işlem giderleri göz önüne alınarak yapılan çalışmalarda sonuçlar değiştiği halde, modelin ileri sürdüğü varsayımın geçerli olduğu görülmüştür.
6. Yatırımın yapılabileceği alternatifler sonsuz olarak bölünebilmektedir. Buna göre her bir yatırımcı bir menkul kıymete istediği kadar küçük miktarda yatırımda bulunabilir.
7. Piyasada risksiz menkul kıymetler bulunmaktadır ve yatırımcılar risksiz faiz oranı üzerinden istedikleri kadar borç alma veya borç verme olanağına sahiptirler. Ayrıca borç alınan ve verilen tutar üzerinde herhangi bir kısıt yoktur.
8. Sermaye piyasaları dengededir. Bu ise tüm yatırımların kendi risk düzeyleri doğrultusunda fiyatlandırıldığı anlamına gelmektedir.[34]

Sermaye varlıklarını fiyatlandırma modelinin geçerliliği, sahip olduğu varsayımlara bağlıdır. Ancak mükemmel piyasalarda geçerli olabilecek olan bu varsayımların gerçek piyasalarda tam anlamıyla geçerli olmadığı ve modelin uygulanmasının mümkün olmadığı görülmektedir. Modelin bazı varsayımları göz ardı edilerek yeni modeller elde edilmiştir. Bunlar sıfır-beta ve çoklu-beta modelleri olarak adlandırılmaktadırlar.

---

[34] Reilly ve Brown, age, s.279

6. ETKİN PİYASALAR VE TESADÜFİ YÜRÜYÜŞ HİPOTEZİ

Etkin piyasalar çok sayıda alıcı ve satıcının bulunduğu, piyasadaki menkul kıymetlerle ilgili bilgilerin fiyatlara tam olarak yansıdığı piyasalardır. Etkin piyasalardaki fiyat değişiklikleri piyasaya yeni bilgilerin gelmesiyle meydana gelmektedir.

Etkin bir piyasada menkul kıymet fiyatları menkul kıymetlerle ilgili tüm bilgiyi yansıtmaktadırlar. Etkin bir sermaye piyasasında fiyat değişimleri tamamen rasgele olmaktadır.

Etkin piyasalar hipotezi temel ve teknik analizlerin geçersiz olduğunu ileri süren bir görüştür. Diğer bir deyişle, piyasadaki menkul kıymet fiyatları tesadüfen oluşmaktadır. Bu nedenle menkul kıymet fiyatlarını belirlemek için yapılacak temel ve teknik analizlerin hiçbir önemi yoktur. Çünkü, geçmiş fiyat hareketleri gelecek dönemdeki fiyat hareketlerini etkilememektedir. Fiyat değişimi daha önceki dönemlerin fiyatlarına bağlı değilse yeni fiyatlar tesadüfi olarak oluşur. Hisse senedi fiyatları gerçek değerlerinin yansıtacaklarına göre piyasada yanlış fiyatlanmış hisse senedi bulunmamaktadır.

Etkin piyasalar hipotezine göre, piyasaya yeni ulaşan bilgiler ışığında menkul kıymet fiyatları değişecektir. Etkin piyasalar hipotezinin varsayımları aşağıdaki gibidir:

1. Piyasada çok sayıda alıcı ve satıcı bulunmaktadır. Bu yüzden alıcı ve satıcılar piyasayı etkileyecek bir paya sahip değildirler.
2. Etkin bir piyasada işlem giderleri çok düşüktür.
3. Yatırımcılar için menkul kıymetlere ait bilgiler düşük bir maliyetle en kısa zamanda sağlanmaktadır.
4. Etkin bir piyasada vergi ile ilgili düzenlemeler yoktur.
5. Etkin piyasalar gelişmiş bir kuramsal yapıya sahiptirler. Piyasalara ait düzenleyici mevzuat piyasaların istikrarlı çalışmasını sağlamaktadır.

6. Finansal varlıkların tamamı bölünebilir.

Etkin piyasalar üç farklı bilgi düzeyine sahip olabilmektedirler. Sahip olunan bilginin derecesine göre piyasalar zayıf, yarı kuvvetli ve kuvvetli türde etkin olmaktadırlar.

Zayıf türde etkin olan bir piyasada, hisse senetlerinin geçmiş fiyatlarına ilişkin tüm bilgiler cari fiyatlarına yansımaktadır. Bu durumda hisse senetlerinin fiyat değişimleri tamamen tesadüfi olmaktadır. Bu tür bir piyasada geçmişte gerçekleşen fiyatlar yardımıyla hiçbir yatırımcı fazladan kar elde edemez.

Yarı kuvvetli etkin bir piyasada hisse senedi fiyatlarının piyasa bilgilerinin yanı sıra, hisse senedinin ait olduğu işletme ile kamuya açık bilgilerin tamamının cari fiyatlara yansıdığı kabul edilmektedir. Kamuya açıklanan söz konusu bilgiler işletmeyle ilgili üretim, teknoloji, pazar payı, yöneticilerin kalitesi, ortaklığa ait gelir tablosu gibi bilgilerdir. Bu bilgiler yardımıyla yatırımcıların piyasada olağanüstü kar elde etmeleri mümkün değildir.

Kuvvetli türde etkin olan piyasalarda ise, hisse senedi fiyatlarının işletmenin kamuya açık olmayan bilgileri de yansıttığı varsayılmaktadır. Bu bilgilere sahip olması yatırımcıya ilave bir avantaj sağlamamaktadır. Piyasa kuvvetli türde etkinliğe sahip olduğundan piyasaya yeni ulaşan bilgiler fiyatlara çok hızlı bir şekilde yansıyacağından, yeni bilgilere sahip olan alıcı ve satıcılar ek bir kazanç elde edemezler.

Etkin piyasalar hipotezinin özel bir durumu olan tesadüfi yürüyüş hipotezinde ise hisse senedi fiyatlarındaki değişim tesadüfi bir yürüyüşe benzetilmektedir. Etkin bir piyasada ardışık fiyat hareketlerinin birbirinden bağımsız ve tekdüze (uniform) dağıldıkları varsayılmaktadır. Tesadüfi yürüyüş hipotezinde ise, bir hisse senedinin geçmişteki fiyatlarının gelecekteki fiyatların tahmin edilmesinde kullanılamayacağı kabul edilmektedir. Bu yüzden, tesadüfi yürüyüş hipotezi teknik analizi geçersiz kılmaktadır.

Ülkemizde, İMKB' nin etkinliği üzerine yapılan çalışmalarda menkul kıymetler borsasının zayıf türde bile etkin olmadığı bulunmuştur. Bu yüzden, İMKB' deki bir hisse senedinin ardışık dönemler arasındaki fiyatlarının birbirinden bağımsız olmadığı ve geçmiş fiyat hareketlerine bakılarak gelecekte gerçekleşecek fiyatlar tahmin edilerek normalin üzerinde kar elde edilebileceği sonucuna varılmıştır.

7. FRAKTAL PİYASA HİPOTEZİ

Etkin piyasa hipotezi tam olarak oluşmadan önce, menkul kıymete getirilerine ait normallik kabulünün sağlanmadığı istisna durumlar bulunmaktaydı. Sermaye piyasalarında yapılan çalışmalarda menkul kıymet getirilerine ait yoğunluk fonksiyonu normal olmadığı halde getiriler yaklaşık olarak normal kabul edilmiştir.

Menkul kıymet getirilerinde gözlemlenen en temel özellik dağılımın kuyruklarının normal dağılıma göre daha kalın ve dağılımın yüksekliğinin normal dağılıma göre daha fazla olmasıdır. İstatistikçilerin leptokurtosis olarak adlandırdığı bu özellik nedeniyle, menkul kıymet getirilerinin klasik denge modelleriyle açıklanamadığı ve portföy analizinde kullanılan normal dağılıma ait istatistiklerin doğru sonuç vermeyeceği ortaya konulmuştur.

Menkul kıymet getiri dağılımlarının kalın kuyruklu olmasının en bilinen açıklaması, piyasadaki bilgilerin düzgün ve sürekli bir akış seyretmesinden çok bilgilerin piyasaya düzensiz aralıklarla ulaşmasından kaynaklandığıdır.[35]

Piyasadaki bilginin dağılımı leptokurtik olduğundan, fiyat değişimlerinin dağılımı da aynı zamanda leptokurtiktir.

Benoit Mandelbrot, sermaye piyasası getirilerinin kararlı dağılımlar yardımıyla modellenebileceğini ileri sürmüştür. Kararlı dağılımlar, menkul kıymet getirilerinin gözlemlenen birikimli dağılımına benzer şekilde normal dağılıma göre daha kalın

---

[35] Peters, age, s.36

kuyruklara sahiptir ve ortalama etrafında normal dağılıma göre daha yüksek bir tepe yapmaktadır.[36]

Fraktaller kendine benzerlik (self-similarity) özelliğine sahip, alışılmamış ve kusurlu olarak tanımlı matematiksel nesnelerdir. Kendine benzerlik özelliği, bir nesnenin en küçük parçasının nesnenin bütününe benzerliğini belirtmektedir, yani, fraktaller ele alındıkları ölçek altında değişmez nesnelerdir.

Kararlı dağılımlar ise zamana göre istatiksel olarak kendine-benzer dağılımlardır. Menkul kıymet getirilerine ait verilerin normal dağılıma göre kararlı dağılıma daha iyi uyduğu gösterilmiş ve kararlı dağılım varsayımı altında fraktal piyasa hipotezi oluşturulmuştur.

Etkin piyasa hipotezine alternatif olarak geliştirilen fraktal piyasa hipotezine göre,

1. Piyasalar likidite fazlalığını garanti eden farklı yatırım ufuklarına sahip çok sayıda yatırımcıdan oluşuyorsa kararlıdırlar.
2. Kısa dönemli yatırımlar için teknik analiz temel analizden, uzun dönemli yatırımlar için ise temel analiz teknik analizden daha önemlidir.
3. Piyasada oluşan fiyatlar, geçmişte oluşmuş fiyatların uzun ve kısa dönemli değerlendirmelerinin bir bileşimini yansıtmaktadır.
4. Menkul kıymet getirileri, normal dağılıma göre daha uzun kuyruklara yani kuyruk kısmında daha fazla gözlem değerine sahip ve ortalama etrafında normal dağılıma göre daha yüksek bir tepe yapan kararlı dağılıma uymaktadırlar.[37]

---

[36] Benoit Mandelbrot, "The Variation of Certain Speculative Prices",**Journal of Business**, 36, 1963, s. 394-419.

[37] Steven S. Skiena, "Fractal Analysis", (**http://www.cs.sunysb.edu/~skiena/691/lectures/lecture12/lecture12.html**, 15.09.2004 tarihli internet sayfası), s.2

İKİNCİ BÖLÜM
MENKUL KIYMET GETİRİ
DAĞILIMLARI ve KARARLI PORTFÖY ANALİZİ

Menkul kıymet getirilerinin dağılımları ve istatiksel özellikleri, getirileri üreten sürecin yapısı hakkında betimleyici bilgi sağladığından dolayı önemlidirler. Dağılımın şekli, menkul kıymetlere yapılan yatırımın risk derecesini belirleyen temel bir faktör olduğu için, getirilerin dağılımının belirlenmesi ayrıca yatırımcı açısından önem kazanmaktadır.

Menkul kıymet getirilerinin davranışının deneysel çalışmaları bir çok nedenden dolayı önemli olmaktadır. Bunlardan birincisi, menkul kıymet getirisi davranışının çeşitli finansal modellerde, risk ya da belirsizlik kavramının formüle edilmesinde temel olmasıdır.

İkincisi, risk ölçümü çoğunlukla menkul kıymet getirilerinin deneysel dağılımlarının durağanlık, kalın-kuyruklu olma, ikinci ve daha yüksek mertebeden momentlerin sonlu olması gibi özelliklerine bağlı olmasıdır.

Üçüncüsü, finansal modellerin uygulamadaki geçerliliğine ait çeşitli testler ve bu modellerin örneğin, yatırım modellerinin değerlendirilmesine olan uygulamaları önemli ölçüde menkul kıymet getirilerinin zaman içerisindeki değişmezliğine ve sistematik riskin sabit olmasına dayanmasıdır.

Son olarak da, hisse senedi opsiyonlarına ait önemli fiyatlama modelleri ve benzeri diğer finansal enstrümanlar genellikle hisse senedi getiri varyanslarının kesin tahminlerini gerektirir. Bu türdeki modellerin işe yararlılığı büyük ölçüde varyans ölçümlerinin yeterliliğine (sonluluk, doğruluk vs.) ve durağanlığına bağlıdır.

Finans teorisinde, menkul kıymet getirilerinin dağılımının şekli ortalama-varyans portföy teorisi, sermaye varlıklarını fiyatlama modeli (Capm) ve diğer menkul kıymet fiyatlama modellerinin temel kabullerinden biridir.

Finansal fiyatlama teorisinde en uygun varsayım, menkul kıymet getiri dağılımlarının parametreleri zaman içerisinde durağan olan çok değişkenli normal dağılım olduğu varsayımıdır. Normal dağılım toplama altında değişmezlik özelliğine sahip olduğundan, keyfi menkul kıymetlerden oluşan bir portföyünde aynı zamanda normal dağıldığı kabul edilmektedir.[38]

Normal dağılım birçok yönden modern istatistik teorisinin temel taşıdır. Normal dağılımın sahip olduğu en önemli özellik Merkezi Limit Teoremidir. Merkezi Limit Teoremine göre, bağımsız ve benzer dağılmış (independent, identically distributed;iid) tesadüfi değişkenlerin bir örneklemi sonsuza yaklaşırken, örneklemin yoğunluk fonksiyonu normal dağılıma yaklaşmaktadır; yani, örneklem büyüdükçe bağımsız ve benzer dağılmış tesadüfi değişkenler normal dağılmaktadırlar.

Menkul kıymet getirilerinin istatiksel ve dağılımsal özelliklerini inceleyen çalışmalar Louis Bachelier ile başlamıştır. Bachelier yaptığı çalışmada, menkul kıymet getirilerinin normal dağıldığını ileri sürmüştür.

Bachelier' in çalışmasını izleyen araştırmacılardan Osborne, çeşitli zaman periyotlarında endeks getirilerini incelemiş ve endeks getiri serisinin yaklaşık olarak normal dağılıma uyan bir süreç izlediğini bulmuştur. Bununla birlikte, bunu izleyen çalışmalarda menkul kıymet getirilerine ait dağılımların normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu ve basıklığının daha fazla olduğu görülmüştür.

Mandelbrot, menkul kıymet getiri dağılımlarının, normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahip olan Kararlı Paretyan dağılıma uyduğunu ileri sürmüştür.[39] Fama ise, Mandelbrot' un hipotezini destekleyen çalışmasında menkul kıymet fiyat değişimlerinin ya da getirilerinin kalın kuyruklu ve asimetrik olduklarını göstermiştir.[40]

---

[38] Stanley J. Kon, "Models of Stock Returns: A Comparison", **Journal of Finance**, Vol.39, s.147.
[39] Benoit Mandelbrot, "The Variation of Certain Speculative Prices", **Journal of Business**, 36, 1963, s. 394-419.
[40] Eugene Fama, "The Behavior of Stock Market Prices", **Journal of Business** Vol.38, 1965, s. 34-105.

Mandelbrot ve Fama' yı izleyen çalışmalarda birçok araştırmacı, menkul kıymet getirilerinin istatiksel ve dağılımsal özelliklerini incelemişler ve getiri serilerine uyan farklı dağılımlar kullanmışlardır.

1. MENKUL KIYMET GETİRİ DAĞILIMLARINI MODELLEME YAKLAŞIMLARI

Menkul kıymet getirilerinin koşulsuz dağılımını modellemede üç farklı yaklaşım bulunmaktadır.

İlk yaklaşım, getirilerin dağılımını üreten stokastik sürecin modellenmesidir. Getiriyi üreten stokastik sürecin modellenmesi, getiri üretici sürecin yapısının anlaşılması bakımından önemlidir. Bu kategorideki bazı modeller oldukça basit formüllere ve süreci açıklayıcı güce sahip oldukları halde, genelde getirilere ait dağılımın analitik olarak elde edilemeyecek biçimde karmaşık hale gelmektedirler. Örneğin menkul kıymet getirilerinin, fizikte bir akışkan içindeki bir molekülün rasgele hareketini açıklayan Brown hareketine benzediğini temel alan modeller normal dağılmış getirileri üreten bir yapıya sahiptirler.

İkinci yaklaşımda, bilgisayar ortamında oluşturulan yapay piyasalar yardımıyla gerçek piyasaların davranışı modellenmeye çalışılmaktadır. Bu tür bir yaklaşım teorik olarak en azından getiri üren süreç hakkında bilgi sağlamaktadır. Bu yaklaşımla ilgili yapılan ilk çalışmalar, yapay piyasaların gerçek piyasaların veri yapısına benzer şekilde davranan veriler üretebildiğini göstermektedir. Böylece piyasalarda oluşan krizler, dalgalanmalar, zamana bağlı olan varyans ve diğer karmaşık zaman bağımlılıkları üretilebilmektedir. Bununla birlikte, getiri üreten sürecin analitik olarak modellenmesi çok daha karmaşık hale gelmektedir ve bu yaklaşım, menkul kıymet getirilerine ait deneysel dağılımların modellenmesi için uygun olmamaktadır.

Menkul kıymet getirilerini modellemede kullanılan üçüncü yaklaşım ise, gözlemlenen verilere deneysel olarak uyan bir dağılımı araştırmaktır. Bu yaklaşıma göre yapılan çalışmalar getiri üreten sürecin anlaşılmasına odaklanan yaklaşıma göre getirilerin yapısı hakkında daha açıklayıcı olmaktadır.

2. MENKUL KIYMET GETİRİ DAĞILIMLARI

Finansal veriler normal dağılmış değişkenlerden, çeşitli çarpıklık ve basıklık derecelerine sahip değişkenlere kadar farklı dağılımsal özellikler gösteren değişkenlerin oluşturduğu zengin bir veri kaynağı sunarlar. Birçok finansal zaman serisi için normal ve lognormal dağılım yeterli olduğu halde, diğer seriler bu dağılımlar yardımıyla modellenemezler.

Finansal yatırım kararları, mevcut yatırım olanaklarının sahip olduğu beklenen getiri ve riske bağlıdır. Menkul kıymet getirilerinin dağılımsal biçimi ekonomi ve finansta, hem teorik hem de uygulamadaki analizler için önemli çıkarsamalara sahiptirler. Menkul kıymet, portföy ve opsiyon fiyatlama teorileri dağılımsal kabullere dayanmaktadırlar. Finans teorisindeki en yaygın olarak kullanılan dağılım normal dağılımdır. Örneğin, portföy seçimindeki ortalama-varyans modeli, sermaye varlıklarını fiyatlama modeli (Capm) ve Black-Scholes opsiyon fiyatlama modeli gibi finans teorisinin temel modellerinin geçerliliği normallik kabulüne dayanmaktadır.

Fakat, normal dağılımın menkul kıymet getirilerinin gösterdiği kalın kuyruklu olma ve ortalama etrafında tepe yapması (high peakedness) özelliklerine uymadığı bilinmektedir. Normal dağılıma alternatif olarak birçok dağılım ailesi menkul kıymet getirilerini modelleme de kullanılmıştır.

Normallik kabulüne karşılık ampirik kanıt Mandelbrot ve Fama'nın öncülüğündeki çalışmalarla başlamıştır. Mandelbrot, fiyat değişimlerinin karakteristik üssü 2' den küçük olan, kalın kuyruklara ve sonsuz varyansa sahip kararlı dağılımlar yardımıyla modellenebileceğini ileri sürmüştür. Mandelbrot, pamuk fiyatlarına ait getirilerin oluşturduğu çok sayıdaki örneklemlerin örneklem varyansı yardımıyla doğrudan sonsuz varyans hipotezini test etmiştir ve varyansların herhangi bir sınır değere yakınsamadıklarını bulmuştur.[41]

---

[41] Benoit Mandelbrot, The Variation of Certain Speculative Prices", **Journal of Business**, 36, 1963, s. 394-419.

Fama, Dow Jones Industrial Average' da yer alan 30 hisse senedini kullanarak karakteristik üssü 2' den küçük olan kararlı dağılımların hisse senedi getirilerine normal dağılımdan daha iyi uyduklarını bularak Mandelbrot' nun hipotezini doğrulamıştır.[42]

Sonsuz varyansa sahip dağılımların yanı sıra menkul kıymet getirilerinin sergilediği özelliklere sahip sonlu varyanslı dağılımlar yardımıyla da menkul kıymet getirileri modellenmeye çalışılmıştır.

Clark ise sonlu-varyansa bağlı stokastik süreç yardımıyla menkul kıymet getirilerini modellemeye çalışmış ve bu dağılım sınıfına ait lognormal dağılımın menkul kıymet getirilerine daha iyi uyduğunu bulmuştur.[43]

Diğer birçok dağılımın menkul kıymet getirilerine uygunluğu test edilmiştir. Menkul kıymet getirilerine uygunluğu test edilen bu alternatif dağılımların en çok kullanılanları lojistik, student-t ve eksponensiyel kuvvet dağılımlarıdır.

Press , menkul kıymet getirilerinin sürekli difüzyon süreci (Brownian hareketi) ile süreksiz sıçrama sürecinin (Poisson jump) karşılıklı etkileşimi ile üretildiğini ileri sürmüştür. Bu karşılıklı etkileşimde birinci süreç menkul kıymet fiyatlarındaki sürekli değişimleri, ikinci süreç ise piyasaya ulaşan bilgilerin yarattığı büyük şokları tahmin etmektedir.[44]

Stanley J. Kon ise menkul kıymet getirilerini birden fazla normal dağılımın karışımı yardımıyla modellemeye çalışmıştır.[45]

Menkul kıymet getirilerine ait dağılımlar ile ilgili yukarıdaki söz konusu tüm çalışmalarda, menkul kıymet getirilerinin zaman içerisinde korelasyonsuz oldukları ve

---

[42] Eugene Fama, "Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis", **Journal of Business** Volume 36, Issue 4, October 1963, s. 420-429.
[43] P. K. Clark, "A Subordinated Stochastic Process Model With Finite Variance For Speculative Prices", **Econometrica**, 41, 1973, s.135-155.
[44] J.Press, "A Compound Events Model for Security Prices", **Journal of Business**, 40, 1967, s.317-335.
[45] Stanley J. Kon, "Models of Stock Returns-A Comparison", **Journal of Finance**, 39, 1984, s.147-165.

normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahip bir dağılıma uydukları kabulü yer almaktadır.

2.1 Lojistik Dağılım

Normal dağılıma oldukça benzer olan lojistik dağılım normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahiptir.

$\mu\,(-\infty < \mu < \infty)$ konum parametresi ve $\alpha\,(\alpha > 0)$ ölçek parametresi olmak üzere, lojistik dağılımın yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$f(x) = \frac{\exp\left(\frac{x-\mu}{\alpha}\right)}{\alpha\left[1+\exp\left(\frac{x-\mu}{\alpha}\right)\right]^2}$$

Eğer R_t getiri serisi lojistik dağılımı izliyorsa, o zaman $E(R_t) = \mu$ ve $Var(R_t) = \sigma^2 = (\pi^2/3)/\alpha^2$ olur.

2.2 Eksponensiyel Kuvvet Dağılımı

Kalın kuyrukları üstel oranda daralan ve ortalama etrafında yüksek tepe yapan (high peakedness) bu dağılım menkul kıymet getirilerine lojistik dağılıma göre daha iyi uymaktadır. Eksponensiyel kuvvet dağılımının yoğunluk fonksiyonu şöyledir:

$$f(x) = k\phi^{-1}\exp\left[-\frac{1}{2}\left|\frac{x-\mu}{\phi}\right|^{2/(1+\beta)}\right], \qquad -\infty < x < \infty$$

Burada $1/k = \Gamma[(3+\beta)/2]2^{[(3+\beta)/2]}$ normalleştirme sabiti, $\mu\,(-\infty < \mu < \infty)$ konum parametresi, ϕ ölçek parametresi $(\phi > 0)$ ve β ise dağılımın şeklini etkileyen bir parametredir ve $-1 \le \beta \le 1$ arasında değerler almaktadır. Eğer R_t getiri serisi eksponensiyel kuvvet dağılımına uyuyorsa o zaman $E(\ln R_t) = \mu$ ve

$$\mathrm{Var}(\ln R_t) = \sigma^2 = 2^{(1+\beta)} \frac{\Gamma[3(1+\beta)/2]}{\Gamma[(1+\beta)/2]} \phi^2$$

olmaktadır.

β parametresi dağılımın yoğunluk fonksiyonunun ortalama etrafındaki yüksekliğini ve dağılımın kuyruk davranışını etkilemektedir. $\beta = 0$ için normal dağılım elde edilir. $\beta = 1$ ise çift eksponensiyel dağılımdır. $0 < \beta < 1$ değerleri menkul kıymet getirilerinin modellenmesine uygun olan kalın kuyruklu ve ortalama etrafında yüksek tepeye sahip dağılım elde edilmektedir.

2.3 Student-t Dağılımı

Menkul kıymet getirilerinin modellenmesinde normal dağılıma alternatif olarak kullanılan ilk sonlu-varyanslı dağılım student-t dağılımıdır. Praetz çalışmasında beşten yediye kadar olan serbestlik derecelerindeki student-t dağılımının menkul kıymet getirilerine kararlı dağılımdan daha iyi uyduğunu göstermiştir.[46] Blattberg ve Gonedes ise 30 menkul kıymete ait getirilere student-t dağılımının normal ve kararlı dağılımlardan daha iyi uydukları sonucuna varmışlardır.[47]

$\Gamma(\cdot)$ gamma fonksiyonu, $\mu\,(-\infty < \mu < \infty)$ konum parametresi, σ^2 ölçek parametresi ve υ (pozitif tamsayı) serbestlik derecesi olmak üzere student-t dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$f(x) = \frac{\Gamma[(\upsilon 41)/2]}{\Gamma(\upsilon/2)\sqrt{\pi(\upsilon-2)\sigma^2}} \left[1 + \frac{(x-\mu)^2}{(\upsilon-2)\sigma^2}\right]^{-[(\upsilon+1)/2]} \qquad -\infty < x < \infty$$

---

[46] P. Praetz, "The Distribution of Share Price Changes", **Journal of Business**, 45, 1972, s.49-55.
[47] R. N. Blattberg and N. Gonedes, "A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices", **Journal of Business**, 47, 1974, s.244-280.

Eğer R_t getiri serisi student-t dağılımını izliyorsa, $\upsilon \geq 3$ için $E(\ln R_t) = \mu$ ve $Var(\ln R_t) = \sigma^2$ olmaktadır.

2.4 Normal Dağılımların Karışımı

Menkul kıymet getirilerini modellemede alternatif bir yaklaşım dağılımların karışımıdır. Dağılımların karışımları farklı biçimlerde kullanılmışlardır. Dağılımların karışımı içerisindeki en basit olan yöntem iki normal dağılımın karışımıdır. İki normal dağılımın karışımının yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}}.e^{-\left[\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right]}, \qquad \lambda \text{ olasılığı için}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}}.e^{-\left[\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right]}, \qquad 1-\lambda \text{ olasılığı için}$$

Burada μ_i $(-\infty < \mu < \infty)$ konum ve σ_i^2 $(\sigma_i^2 > 0)$ sapma parametreleridir. Bu durumda, menkul kıymet getirileri λ olasılıkla ortalaması μ_1 ve standart sapması σ_1 olan bir normal dağılımdan ve $1-\lambda$ olasılıkla ortalaması μ_2 ve standart sapması σ_2 olan bir normal dağılımdan gelmektedir.

Eğer R_t getiri serisi iki normal dağılımın karışımını izliyorsa, o zaman $E(R_t) = \mu = \lambda\mu_1 + (1-\lambda)\mu_2$ ve

$$Var(R_t) = \sigma^2 = \lambda\left[(\mu_1 - \mu)^2 + \sigma_1^2\right] + (1-\lambda)\left[\left[(\mu_2 - \mu)^2 + \sigma_2^2\right]\right]$$

olmaktadır.

3. MENKUL KIYMET GETİRİLERİNİN İSTATİKSEL VE DAĞILIMSAL ÖZELLİKLERİ

Hisse senedi getirilerinin dağılımı finansal ekonomide önemli bir rol oynamaktadır. Finans teorisinde hisse senedi getirilerinin normal dağıldığı kabulü büyük bir yer ettiği halde, normallik kabulü uygulamada ortaya çıkan getiri özellikleriyle uyuşmamaktadır.

Uzun-dönemli getirilerin genellikle yaklaşık olarak normal dağıldıkları bulunduğu halde, günlük getirilerin kalın kuyruklu, basıklık değerinin normal dağılıma göre daha büyük olduğu (leptokurtic) ve birçok durumda ise asimetrik yapıya sahip oldukları görülmektedir.

Hisse senedi getirilerinin normal dağıldığı kabulünün teorik finansta sıkça kullanılmasının nedeni, normal dağılmış hisse senedi getirilerinin hisse senetleri fiyatlarının tesadüfi yürüyüş modelinin bir kabulü olmasıdır.[48]

Teorik açıdan bakıldığında, hisse senedi getirilerinin normalliği bilgilerin piyasaya doğrusal ulaşıp ulaşmaması ya da yatırımcıların piyasaya ulaşan bilgilere doğrusal bir biçimde tepki göstermemesi halinde bile şüphelidir. Bilgilerin piaysaya ulaştığı her iki durumda da, hisse senedi getirilerinin dağılımı kalın kuyrukludur. Eğer bilgi piyasaya doğrusal olarak değil de, düzensiz sıklıklarla ulaşıyorsa yatırımcıların piyasaya ulaşan bilgilere tepkileri benzer biçimde olacaktır, yani diğer bir deyişle, piyasaya ulaşan bilginin dağılımı kalın kuyruklu ise, hisse senedi getirilerinin dağılımı da kalın kuyruklu olmalıdır.

Yukarıdaki duruma alternatif olarak, eğer bilgi piyasaya doğrusal bir biçimde ulaşıyor fakat yatırımcılar piyasayla ilgili tüm trendler belirleninceye kadar bilgiyi ihmal ediyorlarsa ve bir noktaya kadar ihmal edilen tüm bilgiye kümülatif bir biçimde

---

[48] Felipe Aparicio ve Javier Estrada, "Empirical Distirbutions of Stock Returns: Scandinavian Securities Markets, 1990-95" (http://web.iese.edu/jestrada/PDF_Files/DSRSSM.pdf, 12.07.2002 tarihli internet sayfası), s.2

tepki gösteriyorlarsa, bu durumda da hisse senedi getiri dağılımları kalın kuyruklu olacaktır.[49]

Böylece her iki durumda görüldüğü gibi hisse senedi getiri dağılımları normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahip olmaktadır.

3.1 Kalın Kuyruklar

Kalın kuyruklu dağılımlar, finansal menkul kıymetlere ait getirilerin tahmin edilmesinden opsiyon fiyat dağılımlarının modellenmesine kadar birçok finansal ve ekonomik değişkenlerde yer almaktadır. Ayrıca bu dağılımlar çeşitli sigorta uygulamaları ve risk yöneticileri tarafından kullanılan riske maruz değer ölçümlerinde bulunmaktadır. Kalın kuyruklu dağılımların finansal uygulamaları; riske maruz değer (value-at-risk) hesaplamaları, kredi risk yönetimi, günlük risk yönetimi, sermaye tahsisi ve portföy yönetimidir.

Kalın kuyruklu dağılımlar, normal dağılıma göre sapmalarının olasılığı daha fazla olan değişkenlerin dağılımını ifade etmektedir. Normal dağılımlar ortalama etrafında yoğunlaşmaktadırlar bu yüzden seyrek olan olayların olasılığını ihmal ederler. Aslında sonlu-ortalama, sonlu varyansa sahip ve fakat ortalama etrafındaki yüksekliği normal dağılıma göre daha fazla olana, yani, basıklık değeri normal dağılıma göre daha fazla ve sonlu bölgeye sahip dağılımlar bulunmaktadır. Bu türden dağılımlar kalın kuyruklu dağılımlarla aynı özellikleri paylaşırlar, ancak bu dağılımlar belirli bir eşik değerinden sonraki olasılıkları ihmal etmektedirler. Fakat diğer kalın kuyruklu dağılımlar, ihmal edilmeyen bu olasılıkları göz önüne almaktadırlar.

Kalın kuyruklu dağılımların her biri, tanımlı oldukları uygulama bölgelerinde önemli özel istatiksel özelliklerle ifade edilmektedirler. Bu dağılımlara ve sağladıkları özelliklere geçmeden önce kullanılacak bazı tanımlar verilecektir.

---

[49] Edgar Peters, **Chaos and Order In The Capital Markets**, (İkinci basım. John Wiley and Sons Inc., New York, 1996, s.36.)

Bir X tesadüfi değişkeni, IR gerçel sayılar kümesinin tüm olası sonuçlarının oluşturduğu Ω kümesinde tanımlı gerçel-değerli bir fonksiyondur ve $(X \leq x)$ kümesi bir olaydır. Eğer $(X \leq x)$ olayının olma olasılığı $P(X \leq x)$ ise, $F(x) = P(X \leq x)$ fonksiyonu her bir x gerçel sayısı için iyi-tanımlı bir fonksiyondur. $F(x)$ fonksiyonu, ***birikimli dağılım fonksiyonu*** ya da kısaca X tesadüfi değişkeninin ***dağılım fonksiyonu*** olarak adlandırılmaktadır. X tesadüfi değişkeni $\Omega \rightarrow IR$' ye bir fonksiyon belirtmektedir. x gerçel bir değişken ve $F(x)$ ise, değerleri $[0, 1]$ aralığında yer alan gerçel-tanımlı bir fonksiyondur.

Eğer $F(x)$ fonksiyonu birinci mertebeden türevi varsa, $f(x)$ fonksiyonuna X tesadüfi değişkeninin *olasılık yoğunluğu* denir ve $\overline{F}(x) = 1 - F(x)$ fonksiyonu ise, $F(x)$ dağılımının kuyruğu olarak adlandırılır.

Literatürde, kalın kuyruklu dağılımlara ait çeşitli tanımlar bulunmaktadır. Kalın kuyruklu bir dağılım, karşılaştırıldığı dağılıma göre kuyruklarında daha fazla olasılığa sahip olan dağılımdır.

Bir tesadüfi değişkenin kalın kuyruklu olmasını tanımı genellikle dördüncü merkezi momente bağlıdır. Bir X tesadüfi değişkeninin ortalaması ve standart sapması sırasıyla μ_x ve σ_x olmak üzere eğer

$$E\left[\frac{(X-\mu_x)^4}{\sigma_x}\right] > 3$$

oluyorsa, o zaman X tesadüfi değişkeni kalın kuyruklu olarak adlandırılır. Normal dağılımın dördüncü merkezi momentinin (kurtosis) değeri 3' e eşit olduğundan bu özellik *aşırı kurtosis* (excess kurtosis) olarak adlandırılmaktadır. Fakat bu tanım ancak bir tesadüfi değişkenin dördüncü momenti mevcut olduğunda uygulanabilir. Eğer iki değişkenin dördüncü momentleri sonsuz iseler, bu durumda bu iki değişkenin dördüncü momentine dayanarak dağılımları arasında karşılaştırma yapmak mümkün değildir.

Başka bir tanıma göre kalın kuyruklu bir dağılım, kuyruklarında yer alan ekstrem olasılıkları sıfıra nispeten çok yavaş yaklaşan dağılımdır. $x \to \infty$ iken, dağılımın kuyruğunu ifade eden 1 - F(x) fonksiyonu sıfıra oldukça yavaş yaklaşmaktadır. Eğer tüm gerçel doğru ele alınırsa, $x \to -\infty$ iken F(x) birikimli dağılım fonksiyonu sıfıra çok yavaş yaklaşır.

Bir dağılımın kalın kuyruklu olmasıyla ilgili kesin kabul görmüş bir ayrım olmamakla birlikte, birçok istatistikçiye göre normal dağılımlar ince-kuyruklu ve Pareto dağılımları da kalın kuyruklu olarak tanımlıdırlar. Üstel ve Gamma ailesine ait dağılımlar ise, normal ve Pareto dağılımlarının arasında yer almaktadırlar.[50]

Bir diğer tanıma göre eğer bir dağılımın tüm üstel momentleri sonsuz ise, dağılım kalın kuyrukludur. Bu durumda dağılımın moment-üreten fonksiyonu mevcut değildir. Bazı istatistikçiler, kalın kuyruklu dağılımları birinci dereceden üstel momentleri sonlu olmayacak şekilde tanımlayarak yukarıdaki şartı zayıflatmaktadırlar. Değişkenlerin logaritmaları modellenen temel nicelik olduğundan, üstel momentler özellikle ekonomi ve finans ta önemlidirler.

Bu tanımlamaların dışında, kalın kuyruklu farklı dağılımların sıralanmasına olanak veren genel kabul görmüş bir tanım bulunmamaktadır. Bu türden bir sıralama yalnızca belirli dağılım sınıfları için yapılabilmektedir. Aralarında sıralama yapılabilen kalın kuyruklara sahip bu dağılımlar şöyledir:[51]

E: üstel momentleri olmayan dağılımlar

D: Alteksponensiyel dağılımlar

C: $\alpha > 0$ olan kuvvet-kuralı dağılımları

B: $\alpha > 0$ olan Pareto kuyruklar

A: Kararlı (normal olmayan) dağılımlar

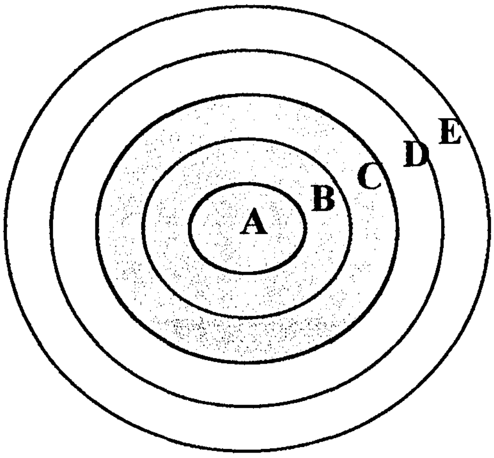
---

[50] M.C. Bryson, "Heavy-Tailed Distributions", **Encyclopedia of Statistical Sciences**, (New York: Wiley, 1983, s.598)

[51] Günter Bamberg ve Gregor Dorfleitner, "Fat Tails and Traditional Capital Market Theory". (http://www.wiwi.uni-augsburg.de/ibo/Arbeitspapiere/Heft177.pdf, 12.07.2002 tarihli internet sayfası), s.5.

Bu dağılım sınıfları aralarındaki sıralamaya göre Şekil I' de gösterilmiştir. Kalın kuyruklu dağılımların en geniş E sınıfı, $E(e^{x})=\infty$ özelliğine sahip tüm dağılımları kapsamaktadır.

Normal dağılımın kuyruk olasılığı $P(X>x)=\overline{F}(x)=1-F(x)$ üstel olasılığa göre daha hızlı azaldığından, normal dağılım bu dağılımlar içerisinde yer almamaktadır. Buna göre, E sınıfı içerisindeki tüm dağılımlar normal dağılıma göre daha kalın kuyrukludurlar.



ŞEKİL I

Farklı kalın kuyruklu dağılımların sıralaması

3.1.1 Kalın Kuyruklu Dağılımların *E* Sınıfı

Kalın kuyruklu dağılımların birçok önemli sınıfı tanımlanmıştır ve bu sınıfların her biri verilen uygulama bölgesinde belirli istatiksel özellikler yardımıyla tanımlanmaktadır.

Tüm bölgede $F<1$ olan F dağılım fonksiyonu (0, ∞) bölgesinde tanımlı olsun, yani , F kuyruğu asla sıfır olmayan tesadüfi bir değişkenin dağılım fonksiyonudur. Herhangi bir $x>0$ için,

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\overline{F}(x+y)}{\overline{F}(x)}=1, \qquad \forall y>0 \tag{2.1}$$

özelliği sağlanıyorsa $F \in E$ olmaktadır.

(2.1) özelliği olasılık gösterimiyle benzer şekilde yazılabilir. Yukarıdaki aynı kabuller altında, pozitif bir tesadüfi X değişkeninin dağılım fonksiyonu F herhangi bir $x > 0$ için,

$$\lim_{x \to \infty} P(X > x + y / X > x) = \lim_{x \to \infty} \frac{\overline{F}(x+y)}{\overline{F}(x)} = 1, \qquad \forall y > 0 \tag{2.2}$$

özelliğini sağlıyorsa $F \in E$ dir.

(2.2) özelliğine göre tesadüfi bir X değişkeninin belirli bir değeri aştığı biliniyorsa, bu tesadüfi değişken herhangi bir daha büyük değeri de aşacaktır. Bazı araştırmacılar bu özelliği sağlayan bir dağılımı kalın-kuyruklu olarak tanımlamaktadırlar.

Eğer bir dağılım $F(x) \in E$ ise, bu dağılım aşağıdaki özellikleri sağlamaktadır:

- Her bir dereceden sonsuz üstel momentlere sahiptir, yani, her $s \geq 0$ için $E[e^{tX}] = \infty$ olur.
- $\lim_{x \to \infty} F(x)e^{\lambda x} = \infty, \qquad \forall \lambda > 0$.

E sınıfındaki dağılımlar her dereceden sonsuz üstel momentlere sahip olduğundan, daha önce verilen kalın kuyruk tanımlarından birini sağlamaktadır. Bununla birlikte, bu sınıfta yer alan dağılımlar sonlu yada sonsuz ortalama ve varyansa sahip olabilirler.

Dağılımların E sınıfı oldukça geniştir ve alt-eksponensiyel (subexponential) dağılımları, düzenli olarak değişen kuyruklara sahip dağılımları, Pareto kuyruklara sahip dağılımlar ve kararlı (normal-olmayan) dağılımları kapsamaktadır.

3.1.2 Alt-eksponensiyel (Subexponential) Dağılımlar

Kalın kuyruklu dağılımların bu sınıfı sigortacılık ve haberleşme alanında oldukça sık kullanılmaktadır. Alt-eksponensiyel dağılımlar iki özellikle belirlenmektedirler:

1) kuyrukların konvolüsyon* (kıvrılım) işlemi altında kapalılığı,
2) toplama işlemi altında kapalılık özelliği.

Kuyrukların konvolüsyon kapalılığı özelliği, bir değişkenin bağımsız ve benzer kopyalarının toplamından sonra da dağılımın kuyruk şeklinin aynı kaldığını ifade etmektedir. Bu özellik $x \to \infty$ için, bağımsız ve benzer dağılmış değişkenlerin toplamına ait kuyruk şeklinin, değişkenin kendi kuyruk şekliyle aynı olduğunu belirtmektedir. Bağımsız n değişkenin toplamının dağılımı her bir değişkenin dağılımlarının n-konvolüsyonu olduğundan, konvolüsyon kapalılık özelliği aşağıdaki gibi yazılmaktadır:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\overline{F}^{n*}(x)}{\overline{F}(x)} = n \qquad (2.3)$$

Normal dağılımların bağımsız toplamları yine bir Normal dağılım olduğu halde Normal dağılımlar bu özelliğe sahip değildir. Alteksponensiyel dağılımlar (2.3) özelliğine denk olan diğer bir özellik yardımıyla belirlenebilmektedir. Bu özelliğe göre n tane değişkenin toplamındaki en büyük değer, toplamla aynı büyüklük derecesine sahiptir. Herhangi bir n için, bir X değişkeninin bağımsız ve benzer kopyalarının toplamı $S_n(x) = \sum_{i=1}^{n} X_i$ ve M_n bu toplamların en büyüğü olmak üzere, $x \to \infty$ iken x

---

* Bir konvolüsyon (kıvrılım) işlemi, f ve g fonksiyonlarının çarpımı olarak tanımlıdır. Sonlu bir [0,t] aralığı üzerinde f(x) ve g(x) fonksiyonlarının konvolüsyonu $f*g = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$ olarak tanımlıdır. Bu integral, bir g fonksiyonunun diğer bir f fonksiyonu üzerinde hareket ettirilmesiyle çakışan alanları ifade etmektedir.

değerini aşan toplama ait kuyruğun sahip olduğu olasılık x değerini aşan en büyük toplamın olasılığına eşittir:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{P(S_n > x)}{P(M_n > x)} = 1 \quad (2.4)$$

Alteksponensiyel dağılımların D sınıfı dağılımların E sınıfının önemli bir alt kümesidir. Her alteksponensiyel dağılım E sınıfına aittir, fakat E dağılım sınıfına ait olduğu halde D sınıfında yer almayan dağılımlar bulunmaktadır. (2.3) ve (2.4) özelliklerine sahip dağılımlar alteksponensiyel dağılım olarak adlandırılmaktadır ve E sınıfında yer alan tüm dağılımlar gibi, alteksponensiyel dağılımlarda

$$\lim_{x\to\infty} F(x)e^{\lambda x} = \infty \quad (2.5)$$

Alteksponensiyel dağılımlar herhangi bir mertebeden sonlu üstel momentlere sahip değildirler, yani, her $s \geq 0$ için $E[e^{iX}] = \infty$ olmaktadır. Bu dağılımlar sonlu bir ortalamaya ve/veya sonlu bir varyansa sahip olabilirler yada olmayabilirler. Örneğin, sonsuz varyansa fakat sonlu yada sonsuz olabilen ortalamaya sahip iki tür Pareto dağılımı ile her mertebeden sonlu üstel momentlere sahip Weibull dağılımı bu dağılım ailesinde yer almaktadır. Alteksponensiyel dağılımların sınıfı oldukça geniştir. Bu dağılım ailesinde yer alan dağılımlar Pareto, kararlı dağılımlar ve ayrıca Log-gamma, lognormal, Benkander, Burr ve Weibull dağılımlarıdır. Pareto ve kararlı dağılımlar bu dağılım ailesinin önemli bir alt sınıfını oluşturmaktadırlar.

3.1.3 Kuvvet-Kuralı (Power-Law) Dağılımları

Bu dağılım ailesi de alt eksponensiyel dağılımların önemli bir alt sınıfıdır. Bu dağılımların kuyrukları yaklaşık olarak ters kuvvet kuralını izlemektedirler ve x^{α} oranında azalırlar.α üssü dağılımın *kuyruk indeksi* olarak adlandırılır. Biçimsel olarak yaklaşık kuvvet kuralına göre dağılımın kuyruklarının azalmasını açıklamak için, $\Re(\alpha)$

sınıfını yada diğer bir deyişle *düzenli olarak azalan fonksiyonların* $\Re_{\alpha}$ sınıfının tanımlanması gerekmektedir.

Pozitif bir *f* fonksiyonu

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(tx)}{f(x)} = t^{\alpha} \tag{2.6}$$

şartını sağlıyorsa bu fonksiyon α indeksine bağlı olarak düzenli azalan bir fonksiyondur ve $f \in \Re(\alpha)$ olmaktadır. Eğer $f \in \Re(0)$ oluyorsa, *f* yavaş azalan bir fonksiyondur.

l yavaş azalan bir fonksiyon olmak üzere, *F* dağılımı

$$\overline{F} = x^{-\alpha} l(x) \tag{2.7}$$

ifadesini sağlıyorsa, bu fonksiyon düzenli değişen bir kuyruğa sahiptir.

Kuvvet-kuralı (power-law) dağılımları böylece düzenli değişen kuyruklara sahip dağılımlardır. Bu dağılımların kuyrukların (2.3) konvolüsyon kapalılık kuralını sağladığı gösterilebilir. α kuyruk indeksine sahip *n* bağımsız değişkenin toplamının dağılımı aynı α indeksine sahip bir kuvvet-kuralı dağılımıdır ve bu özellik $x \to \infty$ limiti için geçerlidir. Düzenli değişen kuyruklara sahip kuvvet-kuralı dağılımları, alteksponensiyel dağılımların özel bir alt kümesidir.

Kuvvet-kuralı dağılımlarının birçok özelliği $0 < \alpha \leq 1$, $1 < \alpha \leq 2$ ve $\alpha = 2$ durumlarında oldukça farklılaşmaktadır. Kuyruk indeksinin $\alpha = 2$ eşik değeri, büyük sayılar kuramı ve standart merkezi limit teoreminin uygulanabilirliği arasındaki ayrımı sağladığından önemlidir. $\alpha = 1$ eşik değeri ise sonsuz ortalamaya sahip olan değişkenler ile sonlu ortalamaya sahip değişkenleri birbirinden ayırır. Bu dağılım sınıfının en önemli üyesi Student-t dağılımıdır.

3.1.4 Pareto Dağılımlar

B sınıfında yer alan dağılımlar $\alpha > 0$ olan Pareto kuyruklara sahip dağılımlardır. Pareto dağılımı özellikle ekonomide gelir dağılımının modellenmesinde kullanılmaktadır. Pareto dağılımının birikimli dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$F(x) = 1 - u^{\alpha} x^{-\alpha}, \qquad x \geq u \text{ ve } u > 0$$

B dağılım sınıfının kuyruk olasılığı böylece $u^{\alpha} x^{-\alpha}$ olmaktadır. Kuyruk indeksi α, Pareto kuyruklara sahip bir dağılımın momentleriyle ilişkilidir.

$$E\left[X^{k}\right] = \alpha u^{\alpha} \int_{u}^{\infty} x^{k-\alpha-1} dx$$

ifadesinden yalnızca ilk k momentin $k < \alpha$ şeklinde sınırlı olduğu görülmektedir. Bu özellik A sınıfı dağılımları, yani kararlı dağılımları anlamak açısından önemlidirler.

3.2 Büyük Sayılar Kuramı, Merkezi Limit Teoremi ve Çekim Bölgeleri

Eğer kuyruk indeksi α, 2 eşik değerinin üzerinde ise dağılımın varyansı ve beklenen değeri sonludur ve Büyük Sayılar Kuramı (Law of Large Numbers) uygulanabilir. Büyük sayılar kuramına göre, büyük sayıdaki bağımsız ve benzer dağılmış X_i değişkenlerinin ortalaması küçük dalgalanmalara sahiptir ve değişkenlerin sonsuz sayısı için limit alındığında bu ortalama, değişkenlerin beklenen değerine eşit olan bir μ sabitine yakınsar. Yani,

$$\lim_{n \to \infty} \overline{X}_n = \lim_{n \to \infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \mu \qquad (2.8)$$

olmaktadır.

$\alpha > 2$ olduğu durumda eğer (2.8) ifadesindeki ölçeklendirme çarpanı n, $\sqrt{n}$ ile yer değiştirilirse, o zaman normalleştirilmiş $\sum_{i=1}^{n} X_i / \sqrt{n}$ toplamı sonlu bir değere yakınsamadığından limit ifadesi sağlanmamaktadır. μ ve σ sırasıyla X değişkeninin beklenen değeri ve standart sapması, Φ standart normal dağılım olmak üzere merkezi limit teoreminin klasik biçimi aşağıdaki gibi yazılmaktadır:

$$\frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \xrightarrow{D} \Phi, \quad S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i \tag{2.9}$$

Diğer bir deyişle büyük sayılar kuramına göre, sonlu-varyans ve sonlu-ortalamaya sahip değişkenlerin toplamı *n* çarpanı ile normalleştirildiğinde (2.8) ifadesindeki gibi bir sabit değere yakınsar. Merkezi limit teoreminde de, sonlu varyans ve sonlu-ortalamaya sahip değişkenlerin merkezileştirilmiş toplamları *n* çarpanının karekökü ile normalleştirildiğinde (2.9) ifadesinde gösterildiği gibi bir normal dağılıma yakınsadığı belirtilmektedir.

Eğer kuyruk indeksi $\alpha \leq 2$ oluyorsa, değişkenler sonsuz varyansa sahiptirler ve bu durumda ne büyük sayılar kuramı ne de (2.10) şeklindeki merkezi limit teoremi sağlanır. Gerçekte, $\alpha \leq 2$ olan değişkenler α indeksine sahip bir kararlı dağılımın çekim bölgesinde yer alırlar. Bu durumda G_α, α indeksine sahip bir kararlı dağılım olmak üzere merkezi limit teoremi aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\frac{S_n - n\mu}{n^{\frac{1}{\alpha}}} \xrightarrow{D} G_\alpha, \qquad 1 < \alpha \leq 2 \text{ ise} \tag{2.10}$$

ve

$$\frac{S_n}{n^{\frac{1}{\alpha}}} \xrightarrow{D} G_\alpha, \qquad 0 < \alpha \leq 1 \text{ ise} \tag{2.11}$$

$\alpha = 2$ olduğunda, bu kuyruk indeksine sahip değişkenler sonsuz varyansa sahip olduğu halde normal bir değişkenin, yani G_2, çekim alanında yer alırlar. $\alpha \leq 1$ eşik değerinin altında dağılımlar ne sonlu bir varyansa ne de sonlu bir ortalamaya sahiptirler.

Klasik merkezi limit teoremi sonlu varyansa sahip bağımsız ve benzer dağılmış terimlerinin normalleştirilmiş toplamının bir normal dağılıma yakınsadığını ifade etmekteydi. Genelleştirilmiş merkezi limit teoremine göre ise, eğer sonlu varyans kabulü sağlanmıyorsa toplamların olası sonuç limitleri kararlıdır.

Genelleştirilmiş merkezi limit teoremine göre, $X_1, X_2, X_3,...$ tesadüfi değişkenlerin bağımsız ve benzer dağılmış bir serisi olsun. a_n>0, $b \in IR$ sabitleri ve dejenere olmayan bir Z tesadüfi değişkeni için

$$a_n(X_1 + \cdots + X_n) - b_n \xrightarrow{d} Z$$

ifadesi ancak ve ancak Z, $0 < \alpha \leq 2$ değerleri için bir $\alpha-$kararlı değişken olduğunda sağlanmaktadır.

Tanım 2.1 X_1, X_2, X_3,... bir tesadüfi X değişkeninin bağımsız benzerleri olmak üzere, a_n>0 ve $b \in IR$ sabit değerleri için X tesadüfi değişkeni Z 'nin *çekim alanındadır* (domain of attraction) ancak ve ancak

$$a_n(X_1 + \cdots + X_n) - b_n \xrightarrow{d} Z$$

olmaktadır. $DA(Z)$, Z' nin çekim alanında bulunan tüm tesadüfi değişkenlerin bir kümesidir.

Genelleştirilmiş merkezi limit teoremi çekim bölgesine sahip olası dağılımların sadece kararlı dağılımlar olduğunu ifade etmektedir.

3.3 Kalın Kuyrukları Üreten Süreçler

Menkul kıymet dağılımlarında gözlemlenen kalın-kuyrukları modellemede birçok istatiksel yaklaşımlar ortaya konmuştur. Bu yaklaşımların en bilinenleri, Mandelbrot' nun Kararlı-Paretyan Hipotezi, Clark' ın Dağılımların karışımı Hipotezi ve koşullu değişken varyanslılığı temel alan modellerdir.

Menkul kıymet getirilerine ait zaman serilerinde değişken varyanslılık gözleniyorsa, getirilerin koşulsuz dağılımının kalın kuyruklara sahip olacağı bilinmektedir. Değişken varyanslılığı temel alan çoğu modelde, getiri sürecinin koşullu olarak normal olduğu kabul edilmektedir. Koşullu değişken varyanslılığın getiri serisinin dağılımının kalın kuyruklu olmasına yol açtığı halde, ARCH –tipi modellerin getirilerin kalın kuyruklu olmasını tam olarak açıklayamadığı gösterilmiştir.

Normal dağılımında içinde yer aldığı kararlı dağılımlar, piyasadaki her bir bireysel hareketin piyasada yarattığı dalgalanmaların toplamı cinsinden bir yoruma sahiptirler. Bu nedenle, kararlı dağılımlar kalın kuyrukları üreten değişken varyanslılığa üstün alternatif bir yaklaşım sunmaktadır. Aslında, kararlı dağılımlar bağımsız yada bağımlı tesadüfi değişkenlerin toplamlarının limit (sınır) dağılımları olarak elde edilebilirler. Bu özellik, alternatif modeller tarafından sağlanmamaktadır.

Üçüncü yaklaşım ise, menkul kıymet getirilerini bağımlı (subordinated) stokastik bir süreç yardımıyla modellemektir. Clark tarafından önerilen bu yaklaşımda, yönlendirici bir pozitif stokastik T(t) süreci yardımıyla zaman içerisindeki değişimleri de göz önüne alarak oluşturulan yeni X(**T(t)**) süreci, X(t) sürecine bağımlıdır. Bu yaklaşımda seçilen X(t) sürecine bağlı olarak, $\Delta X(t)$ artışlarına ait kalın kuyruklu dağılımların geniş bir ailesi elde edilmektedir.[52]

4. KARARLI (NORMAL-OLMAYAN) DAĞILIMLAR

Kararlı dağılımlar, çarpıklık ve kalın kuyruklara izin veren ve birçok ilginç matematiksel özelliğe sahip olasılık dağılımlarının bir sınıfıdır. Bu dağılım sınıfı 1920'lerde Paul Lévy tarafından bağımsız ve benzer dağılmış terimlerinin toplamları ile ilgili yaptığı çalışmasında tanımlanmıştır. Bu sınıfa ait Normal, Cauchy ve Lévy

---

[52] P.K. Clark, "A Subordinated Stochastic Process Model With Finite Variance For Speculative Prices", **Econometrica**, 41, 1973, s.135-155.

dağılımlarının dışındaki tamamının yoğunluklarına ve dağılım fonksiyonlarına ait kapalı formülleri bilinmemektedir. Buna rağmen, karalı dağılımların yoğunluklarını, dağılım fonksiyonlarını ve kantillerini hesaplayan bilgisayar programları bulunmaktadır. Bu programlar sayesinde uygulamadaki çeşitli problemlerde kararlı modelleri kullanmak mümkündür.

Kararlı dağılımlar aynı zamanda α-kararlı yada Levy-kararlı dağılım olarak adlandırılmaktadırlar.

Kararlı dağılımlar birçok tipteki fiziksel ve ekonomik sistemler için bir model olarak önerilmiştir. Kararlı bir dağılımın bir sistemi tanımlamakta kullanılmasının nedenlerinden bazıları aşağıdaki gibidir:[53]

1. Kararlı dağılımlar leptokurtiktir, yani normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara ve ortalama etrafında daha yüksek bir tepeye sahiptirler. Kararlı dağılımların bu özelliği menkul kıymet getiri verilerinde oldukça sık rastlanmaktadır.

2. Kararlı dağılımlar kendi çekim bölgelerine (domains of attraction) sahiptirler. Bağımsız ve benzer dağılmış tesadüfi değişkenlerin normalleştirilmiş toplamlarına ait merkezi limit teoremi her bir kararlı dağılımın çekim bölgesini (domain of attraction) belirler. Yani, bağımsız ve benzer dağılmış kararlı değişkenlerin toplamı da yine bir kararlı değişkendir.

3. Kararlı dağılımların bir seti *n*-katlı konvolüsyon (kıvrılım) işlemi ve ölçeklendirme (scaling) altında yine kararlıdırlar.

4. Kararlı dağılımların ailesi oldukça esnektir ve dört parametre yardımıyla tanımlanabilmektedirler.

---

[53] Svetlozar Rachev ve Stefan Mittnik, **Stable Paretian Models in Finance** (First Edition. England: John Wiley& sons Ltd.,2000, s.25)

5. Davranış bilimleri ve sosyal bilimlerde değişkenler arasındaki birçok ilişki yapısal (structural) türdendir.

$$Y_1 = a_1 Y^* + e_1 \qquad a_1 \neq 0$$

$$Y_2 = a_2 Y^* + e_2 \qquad a_2 \neq 0$$

Yukarıda değişkenler arasındaki ilişkiyi doğrusal olarak ifade eden denklemlerde, Y_1 ve Y_2 gözlemlenebilir tesadüfi değişkenler ikin Y^* gözlemlenemeyen tesadüfi değişkendir. a_1 ve a_2 bilinmeyen sabitler, e_1 ve e_2 hata terimleri olup Y^*, e_1 ve e_2 birbirlerinden bağımsızdırlar. Burada regresyon modelinin oluşturulabilmesi için gerek ve yeter koşul Y^*, e_1 ve e_2' değişkenlerinin sonlu ortalama ile durağan özellikleri taşımasıdır. Bu durumda, birçok yapısal ilişki ve gözlemlenemeyen değişkenler için kararlı dağılımlardan yararlanılabilmektedir.

Kararlı dağılımlar bu nedenlerden dolayı portföy analizinde normal dağılıma alternatif olarak kullanılmaktadırlar.

4.1 Tek Değişkenli Kararlı Dağılımlar

Normal tesadüfi değişkenlerin en önemli özelliği, iki normal tesadüfi dağılmış değişkenin toplamının da bir normal tesadüfi değişken olmasıdır. Bunun bir sonucu olarak eğer X normal dağılmış tesadüfi bir değişken ise, o zaman herhangi pozitif a ve b sabitleri, pozitif bir c ve $d \in IR$ için X normal tesadüfi değişkeninin bağımsız X_1 ve X_2 kopyaları için

$$aX_1 + bX_2 \stackrel{d}{=} cX + d$$

olmaktadır. Burada $\stackrel{d}{=}$ sembolü dağılımlar cinsinden eşitliği ifade etmektedir, yani, eşitliğin her iki tarafındaki ifadeler aynı olasılık kuralına sahiptirler. Bu eşitlik iki bağımsız normal değişkenin toplamına ait toplama kuralının kullanılmasıyla görülebilir.

Örneğin, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ise o zaman yukarıdaki eşitliğin sol tarafındaki değişkenler için sırasıyla $X_1 \sim N(a\mu, (a\sigma)^2)$ ve $X_2 \sim N(b\mu, (b\sigma)^2)$, eşitliğin sağ tarafındaki ifade için ise $N(c\mu + d, (c\sigma)^2)$ olur.

Diğer bir deyişle $aX_1 + bX_2 \overset{d}{=} cX + d$ denklemi, X normal tesadüfi değişkeninin toplama altında şeklinin ölçek ve konum parametreleri cinsinden korunduğunu ifade etmektedir.

Tanım 2.2 Tesadüfi bir X değişkeni için, eğer X değişkeninin bağımsız kopyaları ve herhangi a ve b pozitifleri, bir c pozitif değeri ve $d \in IR$ için

$$aX_1 + bX_2 \overset{d}{=} cX + d \tag{2.12}$$

eşitliği sağlanıyorsa, X tesadüfi değişkenine *kararlıdır* denir. Eğer a ve b değerlerinin tüm seçimleri için (2.12) eşitliği d = 0 için de sağlanıyorsa X tesadüfi değişkenine *kesin kararlıdır* denmektedir. Eğer tesadüfi bir değişken kararlı ve 0 etrafında simetrik olarak dağılmışsa, yani $X \overset{d}{=} -X$ oluyorsa, simetrik kararlıdır.

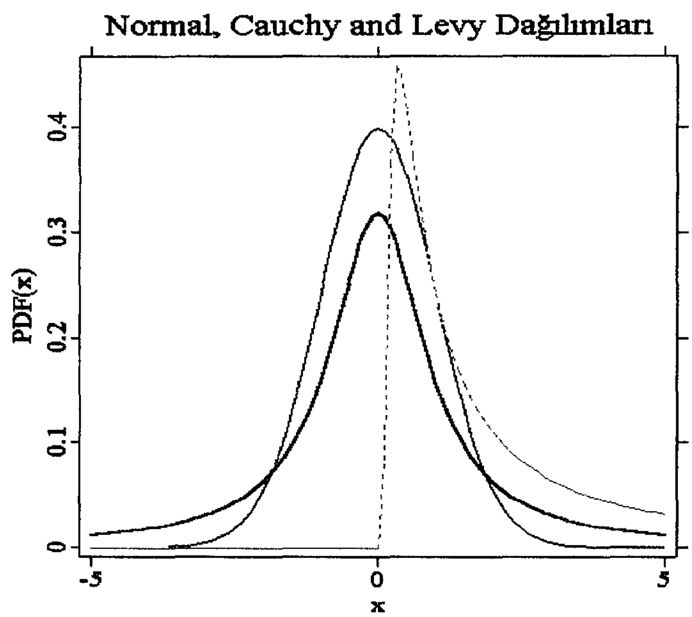
(2.12) ifadesinde yer alan türden toplamlar altında dağılımın şekli değişmez kaldığından dolayı kararlı (stable) terimi kullanılmaktadır. Yoğunluklarına ait kapalı formların yazılabileceği üç durum vardır ve bunların kararlı olduğu doğrudan gösterilebilir. Yoğunluklarına ait kapalı formların yazılabildiği üç kararlı dağılım Normal, Cauchy ve Levy dağılımlarıdır.

Grafik XIII'de bu üç dağılıma ait yoğunlukların grafiği görülmektedir. Bu dağılımlara ait yoğunluklar aşağıdaki gibidir.

X tesadüfi değişkenine ait yoğunluk fonksiyonu

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \qquad -\infty < x < \infty$$

ise, o zaman $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ dir.



GRAFİK XIII

Normal (kırmızı), Cauchy (siyah) ve Levy (mavi)

Dağılımlarına Ait Yoğunluklar

Eğer *X* tesadüfi değişkenine ait yoğunluk fonksiyonu

$$f(x)=\frac{1}{\pi}\frac{\gamma}{\gamma^2+(x-\delta)^2} \qquad -\infty < x < \infty$$

ise, *X*~~Cauchy (γ, δ) olmaktadır.

Yoğunluk fonksiyonu

$$f(x)=\sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}}\frac{1}{(x-\delta)^{3/2}}\exp\left(-\frac{\gamma}{2(x-\delta)}\right) \qquad \delta < x < \infty$$

biçiminde olan tesadüfi bir X değişkeni için $X \sim$ Lévy (γ, δ) olmaktadır.

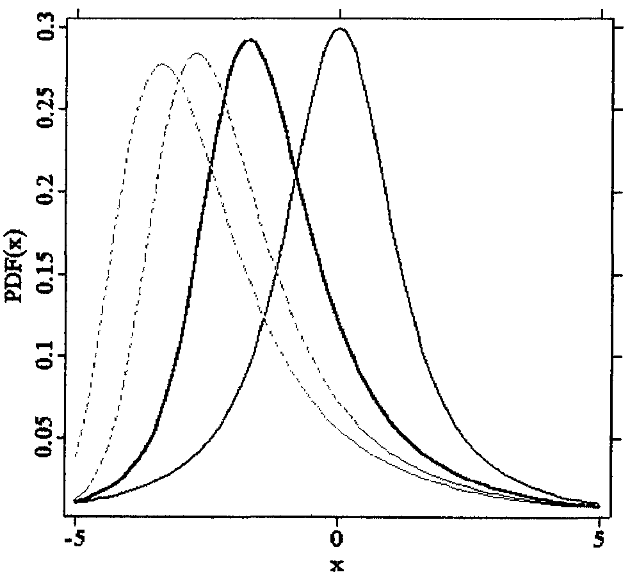
Normal ve Cauchy dağılımları simetrik ve çan-şeklindeki eğrilerdir. Bu iki dağılım arasındaki temel ayırım Cauchy dağılımının daha kalın kuyruklara sahip olmasıdır. Normal dağılım 3' ün üzerinde çok az bir olasılığa sahip olduğu halde, Cauchy dağılımının 3' ün üzerideki sahip olduğu olasılık daha fazladır. Bu iki dağılımdan gelen örneklemler de, 3' ün üzerindeki değerler Cauchy dağılımda normal dağılıma göre ortalama 100 kat fazla olacaktır. Bu sebepten dolayı kararlı dağılımlar kalın kuyruklu olarak adlandırılmaktadırlar. Normal ve Cauchy dağılımlarının aksine, Lévy dağılımı oldukça çarpıktır ve dağılımın sahip olduğu olasılığın tamamı $x > 0$ üzerine yoğunlaşmaktadır. Lévy dağılımı da Cauchy dağılımına göre daha kalın kuyruklara sahiptir. Genel kararlı dağılımlar değişen derecelerdeki kalın kuyrukluluğa ve çarpıklığa sahiptirler.

Normal, Cauchy ve Lévy dağılımları ve Lévy dağılımının simetriği dışındaki diğer tüm kararlı dağılımlara ait yoğunluk fonksiyonlarının kapalı formları bilinmemektedir ve diğer herhangi bir kararlı dağılımında yoğunluğuna ait kapalı formun bulunması mümkün değildir. Kararlı dağılımlara ait yoğunlukların yada dağılım fonksiyonlarının birkaçının belirli özel fonksiyonlar cinsinden ifade edilebildiği gösterilmiştir. Bu durum uygulamada kararlı dağılımların kullanımının uygun olmadığını gösterebilir, fakat normal dağılım fonksiyonuna ait bir kapalı form bulunmamaktadır. Standart normal dağılıma ait tablolar ve bilgisayar algoritmaları vardır ve normal modellerde bu tablolar ve programlar kullanılmaktadır. İlgili kararlı dağılımların yoğunluklarını hesaplayan programlar bulunduğundan uygulamada kararlı dağılımların kullanımı mümkün olmaktadır.

Kararlı dağılımlar yavaş azalan kuyruklara ve sonsuz ikinci momentlere sahiptirler. Bu dağılımlar oldukça yüksek dereceden değişkenliğe sahip olduklarından, logaritmik menkul kıymet getirilerinin deneysel özelliklerini modelleme de sıkça kullanılmaktadırlar.

değeri 1' e yakınsarken, çarpıklığın (asimetrinin) derecesi artmaktadır. α = 1.2 için farklı β değerlerinde dağılımın aldığı biçim Grafik XV' de gösterilmiştir.

Ölçek parametresi $\gamma, (\gamma > 0)$ dağılımın yayılımının bir ölçüsüdür. Kararlı dağılımın ölçek parametresi Normal dağılımın varyansına benzemektedir ve $\gamma = \dfrac{\sigma}{\sqrt{2}}$ olur. Ölçek parametresi tüm kararlı dağılımlar için sonlu değerler aldığı halde, $\alpha < 2$ nin tüm değerleri için varyans sonsuzdur.



GRAFİK XV

Farklı β Değerlerine Ait Kararlı Dağılımlar

(α = 1.2 için β = 0 (siyah), β = 0.5 (kırmızı),

β = 0.8 (mavi), β = 1 (yeşil))

Konum parametresi $\delta(-\infty < \delta < \infty)$, $\alpha > 1$ olduğunda dağılımın ortalamasına, $\alpha \leq 1$ olduğunda ise medyana karşılık gelmektedir.

$\alpha = 2$ ve $\beta = 0$ olduğu durumda dağılım Normal dağılım, $\alpha = 1$ ve $\beta = 0$ olduğunda ise Cauchy dağılımıdır.

Kararlı dağılımın, kararlılık ve değişmezlik özelliği aynı α karakteristik üs ve aynı β çarpıklık parametrelerine sahip bağımsız X_1 ve X_2 kararlı tesadüfi değişkenleri için $X_1 + X_2$ toplamının da aynı α ve β parametrelerine sahip bir kararlı değişken olmasını gerektirir. X_1 ve X_2 değişkenlerinin ölçek ve konum parametreleri sırasıyla γ_1, δ_1 ve γ_2, δ_2 olmak üzere, aynı α ve β parametrelerine sahip $X_1 + X_2$ toplamının ölçek ve konum parametreleri

$$\gamma^\alpha = \gamma_1^\alpha + \gamma_2^\alpha$$
$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$

olmaktadır.

4.1.1 Kararlı Dağılımların Parametrelendirilmesi

Genel olarak kararlı bir dağılımın tanımlanmasında, β, γ ve δ olmaküzere dört parametreye ihtiyaç duyulmaktadır. Kararlı dağılımların belirlenmesinde birçok parametrelendirme bulunmaktadır ve literatürdeki bu farklı parametrelendirmelerden dolayı karışıklık yaşanmaktadır.

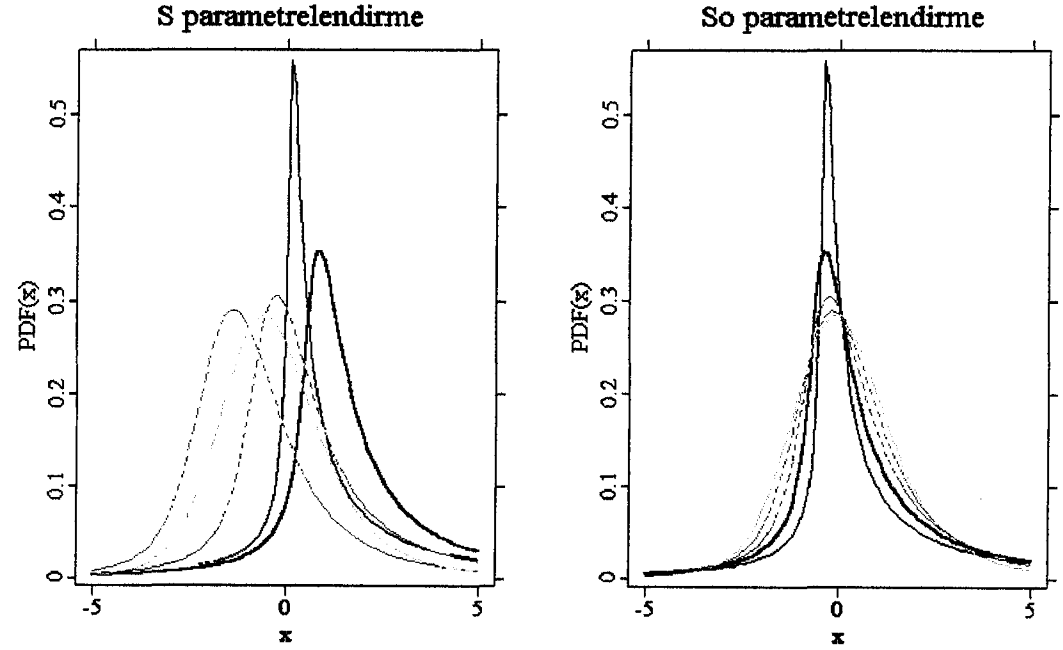
Parametrelendirmenin çeşitliliği, kararlı dağılımların zaman içerisindeki gelişimi ve kararlı dağılımların özel biçimlerinin kullanılmasında karşılaşılan problemlerden kaynaklanmaktadır.

Farklı durumlarda farklı parametrelendirmeleri kullanmanın faydalı yönleri vardır. Eğer sayısal bir çalışma yada veri setine dağılım uydurulması gerekiyorsa parametrelendirmenin bir çeşidi kullanılmalıdır. Eğer dağılımın basit cebirsel özellikleri gerekliyse, o zaman diğer bir parametrelendirme kullanılmalıdır. Eğer kesin kararlı kuralların analitik özellikleri çalışılıyorsa, başka bir parametrelendirme tercih edilmelidir.

Kararlı dağılımlar ile ilgili literatürde son zamanlarda en çok kullanılan parametrelendirme şekli $S_\alpha(\beta, \gamma, \delta)$ dır. Diğer bir parametrelendirme şeklinde ise

$S(\alpha,\beta,\gamma,\delta;k)$ gösterimi kullanılmaktadır. İkinci parametrelendirme biçimi olan $S(\alpha,\beta,\gamma,\delta;k)$ iki nedenden dolayı değiştirilmiştir. Birinci neden, genel $S_\alpha(\beta,\gamma,\delta)$ gösteriminin tek biα karakteristiküssü için geçerli olmasıdır. α karakteristik üsler değiştikçe kararlı dağılıma ait parametrelendirmenin de sabitleştirilmesi gerekmektedir. İstatiksel uygulamalarda $(\alpha,\beta,\gamma,\delta)$ parametreleri bilinmemektedir ve bu yüzden bu dört parametrenin tahmin edilmesi gerekmektedir, ikinci gösterim olan $S(\alpha,\beta,\gamma,\delta;k)$ biçimi bu durumu kapsamaktadır.

İkinci neden ise, farklı parametrelendirmeler arasındaki ayırımın açıkça ifade edilmesinin gerekliliğidir, bunun için ise k tamsayısının kullanılmaktadır. Kararlı dağılım kullanıcıları hangi parametrelendirmenin kullanıldığını açıkça belirtmelidir ve $S(\alpha,\beta,\gamma,\delta;k)$ gösterimi bu açıdan kolaylık sağlamaktadır.



GRAFİK XVI

Kararlı Dağılımların Farklı Parametrelendirilmesi

Yapılan sayısal çalışma ve istatiksel çıkarsamalarda $S(\alpha,\beta,\gamma,\delta;0)$ gösteriminin kullanılması önerilmektedir. Bu parametrelendirme biçimi tüm parametreler için sürekli olan karakteristik fonksiyona ait en basitidir. Diğer taraftan yapılan çalışmada kararlı dağılımın karakteristik fonksiyonu ve cebirsel özellikleri ile ilgileniliyorsa, $S(\alpha,\beta,\gamma,\delta;1)$ parametrelendirilmesi kullanılmalıdır. $S(\alpha,\beta,\gamma,\delta;1)$ parametrelendirmesi parametreler değişirken dağılımların sürekliliğini korumadığından uygulamada istenen özelliklere sahip bir parametrenlendirme değildir. Bu yüzden sayısal çalışmalarda ve istatiksel çıkarsamalarda $S(\alpha,\beta,\gamma,\delta;0)$ parametrelendirmesi kullanılmalıdır.

4.1.2 Kararlı Dağılımların Karakteristik Fonksiyon Gösterimi

Kararlı dağılım ailesi içerisinde Normal, Cauchy ve Levy dağılımları dışındaki tüm kararlı dağılımların yoğunluklarına ait kapalı formlar bilinmediğinden α-kararlı dağılımı genellikle karakteristik fonksiyonu yada Fourier dönüşümü yardımıyla göstermek daha uygundur.

Dağılım fonksiyonu F(x) olan bir X tesadüfi değişkeninin karakteristik fonksiyonu, $i^2=-1$ olmak üzere $\phi(t)=E(\exp(itX))=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(itx)dF(x)$ olarak tanımlıdır. $\phi(u)$ karakteristik fonksiyonu X tesadüfi değişkeninin dağılımını tam olarak tanımlar ve birçok matematiksel özelliğe sahiptir. Karakteristik fonksiyonun bazı matematiksel özellikleri aşağıdaki gibidir:

1. u değişkeninin tüm değerleri için, $|\phi(t)|\leq 1$ olmaktadır. Yani, karakteristik fonksiyon 1 ile sınırlıdır. Yani, $|E(\exp(itx))|\leq E(|\exp(itx)|)=1$ olmaktadır.
2. $\phi(0)=1$ dir.
3. $\phi(t)$ karakteristik fonksiyonu IR gerçel sayılar kümesinde düzgün süreklidir. Yani, $f:A\to IR$ $(A\subseteq IR)$ gerçel tanımlı fonksiyonu için, keyfi bir küçük pozitif ε sayısı verilsin. A kümesi üzerindeki herhangi iki nokta arasındaki fark δ gibi bir pozitif sayıdan daha az olacak şekilde bir δ sayısı varsa, bu iki noktanın fonksiyon değerleri arasındaki fark da ε dan küçük olmaktadır. Düzgün sürekli bir fonksiyon aynı zamanda süreklidir. Matematiksel olarak,

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0, \forall x, y \in A \text{ için } |x - y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon$$

olarak yazılır.

$$sign(t) = \begin{cases} -1, & t < 0 \\ 0, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

işaret (sign) fonksiyonu olmak üzere, $S_\alpha(\beta, \gamma, \delta)$ parametrelendirmesine göre kararlı bir dağılımın karakteristik fonksiyonu

$$\log \phi(t) = \begin{cases} -\gamma^\alpha |t|^\alpha \left\{1 - i\beta sign(t) \tan\frac{\pi\alpha}{2}\right\} + i\delta t, & \alpha \neq 1 \\ -\gamma|t|\left\{1 + i\beta sign(t)\frac{2}{\pi}\log|t|\right\} + i\delta t, & \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.13}$$

olmaktadır.

$S(\alpha, \beta, \gamma, \delta; 0)$ parametrelendirmesine göre de kararlı bir dağılım karakteristik fonksiyonu

$$\log \phi_0(t) = \begin{cases} -\gamma^\alpha |t|^\alpha \left\{1 - i\beta sign(t) \tan\frac{\pi\alpha}{2}\left[(\gamma|t|)^{1-\alpha} - 1\right]\right\} + i\delta_0 t, & \alpha \neq 1 \\ -\gamma|t|\left\{1 + i\beta sign(t)\frac{2}{\pi}\log|t|\right\} + i\delta_0 t, & \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.14}$$

olmaktadır.

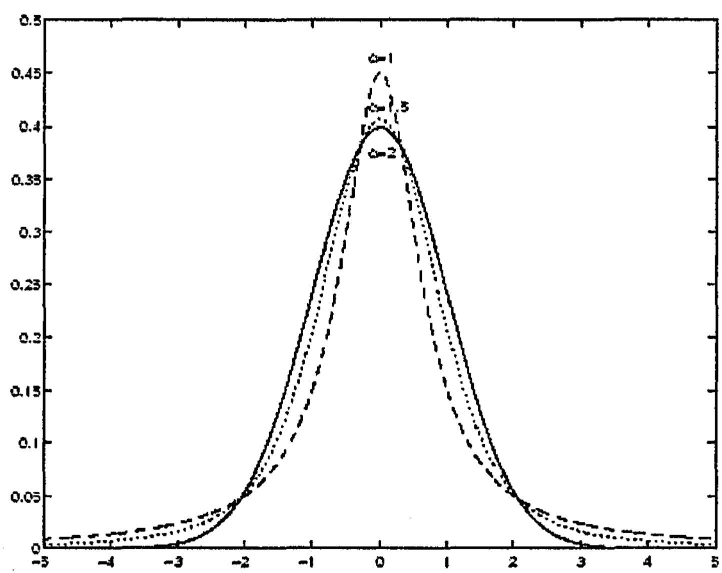
Bu dağılımlar $\beta = 0$ olduğunda sıfır etrafında simetriktirler ve *simetrik kararlı dağılım* olarak adlandırılırlar. Simetrik kararlı bir dağılımın karakteristik fonksiyonu daha basit olan

$$\phi(t) = i\delta t - \gamma|t|^\alpha \tag{2.15}$$

formuna sahiptir.

Simetrik kararlı dağılımlar ise α, δ ve γ gibi üç parametreye sahiptirler.

Simetrik kararlı değişkenlerin yoğunluk ve birikimli dağılım fonksiyonları için temel ifadeleri bilinmezken $\alpha = 1$ için Cauchy ve $\alpha = 2$ için Normal dağıldıkları kabul edilmektedir.



GRAFİK XVII

Farklı α Değerlerine Sahip Simetrik Kararlı Dağılım

4.1.3 Kararlı Dağılımların Kuyruk Davranışı

Kararlı dağılımların Pareto kuralına sahip kuyruk davranışı, deneysel verilerde gözlenen kalın kuyrukları modelleme de kullanıldığından dolayı önemlidir.

$\alpha < 2$ olduğunda Lévy, α - kararlı dağılımlara ait kuyrukların asimptotik olarak Pareto kuralına denk olduğunu göstermiştir. Yani, eğer $X \sim S_{\alpha<2}(1, \beta, 0)$ ise o zaman $x \to \infty$ için

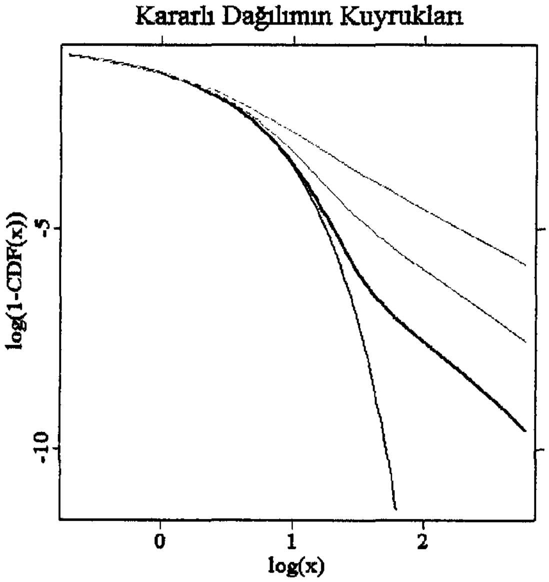
$$P(X > x) = 1 - F(x) \sim C_\alpha (1 + \beta) x^{-\alpha}$$

$$P(X < -x) = F(-x) \sim C_\alpha (1-\beta) x^{-\alpha}$$

olmaktadır. Burada,

$$C_\alpha = \left(2\int_0^\infty x^{-\alpha} \sin x dx \right)^{-1} = \frac{1}{\pi}\Gamma(\alpha)\sin\frac{\pi\alpha}{2}$$

dir ve $x \to \infty$ için $h(x) \sim g(x)$ ifadesi $\lim_{x\to\infty} h(x)/g(x) = 1$ anlamına gelmektedir. Grafik XVIII' de görüldüğü gibi, kuyruk indeksi α' nın değeri arttıkça kuyrukların kuvvet-kuralına yakınsaması yavaşlamaktadır.



GRAFİK XVIII

Simetrik α-kararlı Dağılımların Sağ Taraf Kuyrukları. α = 2 (siyah), 1.95 (kırmızı), 1.8 (mavi) ve 1.5 (yeşil)

4.2 Çok Değişkenli Kararlı Dağılımlar

Tek değişkenli kararlı dağılımların çok değişkenli kararlı dağılımlara genellenmesi Lévy tarafından yapılmıştır.

Tek değişkenli duruma benzer olarak $\mathbf{X}_1$ ve $\mathbf{X}_2$, bir IR^k- değerli bir tesadüfi **X** vektörünün bağımsız benzerleri olmak üzere herhangi bir pozitif a ve b gerçel sayıları için

$$a\mathbf{X}_1 + b\mathbf{X}_2 = c\mathbf{X} + d$$

olacak şekilde bir pozitif c gerçel sayısı ve bir $d \in IR^k$ vektörü bulunuyorsa, **X** vektörü çok değişkenli bir kararlı dağılımı izler.

Üstelik $\mathbf{X}_1,...,\mathbf{X}_n$ vektörleri **X** vektörünün bağımsız benzerleri, bir $d_n \in IR^k$ vektörü ve herhangi bir $n \geq 2$ için **X** vektörü ancak ve ancak

$$\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 + ... + \mathbf{X}_n \overset{d}{=} n^{1/\alpha}\mathbf{X} + d_n \tag{2.16}$$

olduğunda kararlıdır.

Kararlı bir **X** vektörü aynı zamanda karakteristik fonksiyonu yardımıyla tek olarak belirlidir. **X** $p \times 1$ boyutlu bir vektör olmak üzere, çok değişkenli kararlı dağılımlara ait logaritmik karakteristik fonksiyon aşağıdaki gibidir.

$$\log\phi_X(t) = \log\phi_{X_1,...,X_p}(t_1,...,t_p) = \begin{cases} i\delta(t_1,...,t_p) - \gamma(t_1,...,t_p)\left[1 + i\beta(t_1,...,t_p)\tan\dfrac{\pi\alpha}{2}\right], & \alpha \neq 1 \\ i\delta(t_1,...,t_p) - \gamma(t_1,...,t_p)\left[1 + i\beta(t_1,...,t_p)\dfrac{2}{\pi}\log|t|\right], & \alpha = 1 \end{cases}$$

Çok değişkenli kararlı dağılımlar ancak ve ancak $\beta(t) = \beta(t_1,...,t_p) = 0$ olduğunda çok değişkenli simetrik kararlı dağılıma dönüşürler.

4.2.1 Çok Değişkenli Simetrik Kararlı Dağılımlar

Çok değişkenli simetrik kararlı dağılımlar portföy analizinin temelini oluşturmaktadır. $\beta(t) = 0$ olduğunda elde edilen çok değişkenli simetrik kararlı dağılımların karakteristik fonksiyonu

$$\log \phi_X(t) = i\delta(t) - \gamma(t), \quad \gamma > 0 \tag{2.17}$$

şeklinde olmaktadır.

Her u skaleri için

$$\begin{aligned} \gamma(ut) &= |u|^{\alpha} \gamma(t) \\ \delta(ut) &= u\,\delta(t) \end{aligned} \tag{2.18}$$

eşitlikleri yazılabilir.

$\delta = (\delta_1, \delta_2, ..., \delta_p)$ olmak üzere (2.18) ifadesindeki ikinci eşitliğin sağlanması için $\delta(t) = \delta'(t)$ olarak alınmalıdır. Buna göre yeniden düzenlenen logaritmik karakteristik fonksiyonu

$$\log \phi_X(t) = i\delta'(t) - \gamma(t), \quad \gamma > 0 \tag{2.19}$$

olmaktadır.

Çok değişkenli simetrik kararlı dağılımlar bazı önemli özelliklere sahiptir. Bu özellikler aşağıdaki gibidir:

1. $m \geq 1$ olmak üzere, çok değişkenli simetrik kararlı dağılımların karakteristik fonksiyonu karesel bir biçimde ifade edilebilmektedirler. Buna göre çok değişkenli simetrik bir kararlı dağılımın karesel logaritmik karakteristik fonksiyonu

$$\log \phi_X(t) = i\delta(t) - \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}\left(t'\Omega_j t\right)^{\alpha/2} \tag{2.20}$$

şeklindedir.

Karakteristik fonksiyonda ölçek parametresi $\gamma(t)$ yerine yazılan Ω_j matrisi, her j = 1,2,...,m ve $0 < \alpha \leq 2$ için sabit değerlerden oluşan $p \times p$ boyutlu pozitif yarı-tanımlı bir matristir.

$\sum_{j=1}^{m} \Omega_j > 0$ oluyorsa, $\phi_X(t)$ karakteristik fonksiyonu m. dereceden tekil olmayan çok değişkenli bir simetrik kararlı dağılım olacaktır.

2. Birbirinden bağımsız çok değişkenli simetrik dağılmış tesadüfi vektörlerin doğrusal birleşimleri de farklı parametrelere sahip çok değişkenli simetrik dağılmaktadırlar.

3. Tüm çok değişkenli kararlı dağılımlar süreklidirler ve aynı zamanda sürekli yoğunluk fonksiyonuna sahiptirler.

4.3 Kararlı Dağılımların Parametre Tahmin Yöntemleri

Kararlı bir dağılımın parametrelerinin tahmin edilmesi problemi genellikle kararlı dağılım ailesinin birkaç üyesi dışındaki diğer tüm dağılımların kapalı formdaki yoğunluk fonksiyonlarının bilinmemesinden dolayı sınırlıdır. Fakat uygulamada kullanılabilen nümerik yöntemler bulunmaktadır.

Kararlı dağılımların parametre tahminlerinde kullanılan üç çeşit tahminci bulunmaktadır.

En yüksek olabilirlik tahmincileri istatiksel olarak iyi bilinen bir tahmin algoritmasına dayanmaktadır. Bu tahmincide matematiksel sonuçlar basit olduğu halde, işlem maliyetleri çok fazladır.

İkinci tür tahminciler, dağılımın karakteristik fonksiyonunu temel alan yöntemlerdir. Bu yöntemler kararlı dağılımın iyi bilinen karakteristik fonksiyonunun parametre tahminlerine dayanmaktadır. Karakteristik fonksiyon basit bir matematiksel formüle sahip ve 1 ile sınırlı olduğundan, tüm momentler sonludur ve kararlı dağılımın parametrelerinin tahmini için birden çok tahmin yöntemi kullanılmaktadır. Karakteristik fonksiyonu temel alan tahmin yöntemleri Momentler , En Kısa Uzaklık ve Regresyon Yöntemidir.

Üçüncü tip tahminci ise 1970' lerde Fama ve Roll tarafından öne sürülen ve daha sonra McCulloch tarafından geliştirilen Örneklem Kantilleri Yöntemidir. Bu yöntem hesaplama açısından kolaydır fakat gerçek verilere uygulandığında bazı hatalar vermektedir.

$S_\alpha(\beta,\gamma,\delta)$ kararlı dağılımından gelen bir $X_1, X_2, ..., X_n$ örneklemi için, α, β, γ ve δ parametrelerinin tahmincileri sırasıyla $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$ ve $\hat{\delta}$ olarak alınacaktır.

4.3.1 En Yüksek Olabilirlik Yöntemi

Standart simetrik kararlı olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_\alpha(x) = \frac{\alpha}{\pi|1-\alpha|} x^{1/(1-\alpha)} \int_0^{\pi/2} U_\alpha(t,0) e^{-x^{\alpha/(\alpha-1)} U_\alpha(t,0)} dt$$

olmak üzere, $\alpha \neq 1, x > 0$ için

$$U_\alpha(t,t_0) = \left(\frac{\sin \alpha(t,t_0)}{\cos t}\right)^{\alpha/(1-\alpha)} \frac{\cos(t-\alpha(t,t_0))}{\cos t}$$

olarak tanımlıdır. Burada, t $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ aralığı üzerinde uniform (tekdüze) dağılmış ve $t_0 = -\frac{\pi}{2}\beta_2 \frac{K(\alpha)}{\alpha}$ dır. Böylece α, δ ve γ parametreleri $z_i = |x_i - \delta|/\gamma$ olmak üzere,

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n} \log f_\alpha(z_i) &= n \log \alpha - n \log(\alpha-1)\pi \\ &+ \sum_{i=1}^{n} \frac{\log z_i}{\alpha-1} \\ &+ \sum_{i=1}^{n} \log \int_0^{\pi/2} U_\alpha(t,0) e^{-z_i^{\alpha/(\alpha-1)} U_\alpha(t,0)} dt\end{aligned} \tag{2.21}$$

logaritmik olabilirlik fonksiyonunun maksimize edilmesi yardımıyla $x_1,...,x_n$ gözlem değerlerinden tahmin edilebilir.

$\hat{\alpha}$ ve olabilirlik fonksiyonu üzerindeki bazı ilave kabuller altında, DuMouchel elde edilen tahminlerin uygun ve asimptotik olduklarını göstermiştir.[54]

Bu metodun bir dezavantajı, doğrusal olmayan bir optimizasyon problemi olması, başlangıç ve yakınsaklık analizinin olmamasıdır.

4.3.2 Karakteristik Fonksiyonu Temel Alan Yöntemler

Bağımsız ve benzer dağılmış bir $X_1, X_2, ..., X_n$ tesadüfi örneklemi için örneklem karakteristik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$\hat{\phi}(\ell) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} e^{i\ell x_j} \tag{2.22}$$

Simetrik durumda $(\beta = 0, \delta = 0)$ karakteristik fonksiyonu gerçeldir ve örneklem karakteristik fonksiyonu

$$\hat{\phi}(\ell) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \cos \ell x_i \tag{2.23}$$

halini alır.

4.3.2.1 Momentler Yöntemi

Press, karakteristik fonksiyonun dönüşümüne bağlı basit bir tahmin yöntemi ileri sürmüştür. Tüm α değerleri için

---

[54] William H. DuMouchel, "On the Asymptotic Normality of the Maximum Likelihood Estimate When Sampling from a Stable Distribution," **Annals of Statistics**, Vol. 1, No. 5 ,1973, s. 948-957.

$$|\phi(\ell)| = \exp\left(-\gamma^{\alpha}|\ell|^{\alpha}\right) \tag{2.24}$$

olmaktadır. Böylece $-\log|\phi(\ell)| = \gamma^{\alpha}|\ell|^{\alpha}$ olur. α' nın aldığı değerlere göre iki durum bulunmaktadır.[55]

$\alpha \neq 1$ **Durumu:** ℓ' nin sıfırdan farklı iki değeri için $\ell_1 \neq \ell_2$ olsun. O zaman $k = 1,2$ için

$$-\log|\phi(\ell_k)| = \gamma^{\alpha}|\ell_k|^{\alpha} \tag{2.25}$$

olmaktadır. α ve γ parametreleri için bu iki denklemin çözülmesi ve $\hat{\phi}(\ell)$ ile $\phi(\ell)$ karakteristik fonksiyonlarının yerlerine yazılmasıyla, α ve γ parametrelerinin tahmincileri aşağıdaki gibi bulunur:

$$\hat{\alpha} = \frac{\log\dfrac{\log|\hat{\phi}(\ell_1)|}{\log|\hat{\phi}(\ell_2)|}}{\log\left|\dfrac{\ell_1}{\ell_2}\right|} \tag{2.26}$$

$$\log\hat{\gamma} = \frac{\log|\ell_1|\log\left(-\log|\hat{\phi}(\ell_2|\right) - \log|\ell_2|\log\left(-\log|\hat{\phi}(\ell_1|\right)}{\log\left|\dfrac{\ell_1}{\ell_2}\right|}. \tag{2.27}$$

β ve δ parametre değerlerini tahmin etmek için $u(\ell) \equiv \mathrm{Im}(\log(\phi(\ell)))$ olarak tanımlansın. (2.13) karakteristik fonksiyon gösteriminden

$$u(\ell) = \delta\,\ell + \gamma^{\alpha}|\ell|^{\alpha}\,\beta\, sign(\ell)\tan\frac{\alpha\pi}{2}$$

---

[55] S.J. Press, "Multivariate Stable Distributions", **Journal of Multivariate Analysis**, 2, 1972, s.444-462.

olur ve $k = 3,4$ olmak üzere sıfırdan farklı $\ell_3 \neq \ell_4$ değerleri için

$$\frac{u(\ell_k)}{\ell_k} = \delta + \left[\gamma^{\alpha} |\ell|^{\alpha-1} \tan\frac{\alpha\pi}{2}\right]\beta \tag{2.28}$$

olmaktadır.

$$\hat{\phi}(t) = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos(\ell x_i)\right) + i\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sin(\ell x_i)\right)$$

olduğundan, kompleks sayılar üzerindeki elementer işlemlerin kullanılmasıyla

$$\tan\hat{u}(\ell) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\cos(\ell x_i)}{\sum_{i=1}^{n}\sin(\ell x_i)} \tag{2.29}$$

eşitliği elde edilir.

(2.28) ifadesindeki $u(\ell)$ fonksiyonunun (2.29) eşitliğindeki tahmincisi $\hat{u}(\ell)$ ile ve parametrelerin tahmincileriyle yer değiştirmesi ve sonra da β ve δ için bu iki doğrusal denklemin çözülmesiyle

$$\hat{\beta} = \frac{\dfrac{\hat{u}(\ell_4)}{\ell_4} - \dfrac{\hat{u}(\ell_3)}{\ell_3}}{\left[|\ell_4|^{\hat{\alpha}-1} - |\ell_4|^{\hat{\alpha}-1}\right]\hat{\gamma}^{\alpha}\tan\dfrac{\hat{\alpha}\pi}{2}} \tag{2.30}$$

ve

$$\hat{\delta} = \frac{|\ell_4|^{\hat{\alpha}-1}\dfrac{\hat{u}(\ell_3)}{\ell_3} - |\ell_3|^{\hat{\alpha}-1}\dfrac{\hat{u}(\ell_4)}{\ell_4}}{|\ell_4|^{\hat{\alpha}-1} - |\ell_3|^{\hat{\alpha}-1}} \tag{2.31}$$

tahmincileri bulunur.

$\alpha = 1$ **Durumu:** Bu durumda (2.25) eşitliğinden γ parametresi için daha basit bir tahmin aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\hat{\gamma} = -\frac{\log\left|\hat{\phi}(\ell_1)\right|}{\left|\ell_1\right|} \tag{2.32}$$

Birinci duruma benzer bir şekilde fakat farklı bir karakteristik fonksiyon şeklinin kullanılmasıyla

$$\hat{\beta} = \frac{\dfrac{\hat{u}(\ell_3)}{\ell_3} - \dfrac{\hat{u}(\ell_4)}{\ell_4}}{\dfrac{2}{\pi}\hat{\gamma}\log\left|\dfrac{\ell_4}{\ell_3}\right|} \tag{2.33}$$

$$\hat{\delta} = \frac{\log\left|\ell_4\right|\dfrac{\hat{u}(\ell_3)}{\ell_3} - \log\left|\ell_3\right|\dfrac{\hat{u}(\ell_4)}{\ell_4}}{\log\left|\ell_4\right| - \log\left|\ell_3\right|} \tag{2.34}$$

olarak bulunur. Yukarıda verilen tahminciler $\cos(\ell x_i)$ ve $\sin(\ell x_i)$' in tahmincilerine bağlı olduklarından tutarlıdırlar. Bununla birlikte ana kütle değerlerine yakınsaklık $\ell_1,\ldots,\ell_4$' ün seçimine bağlıdır.

4.3.2.2 En Kısa Uzaklık Yöntemi

İki dağılım birbirine eşittir ancak ve ancak bu iki dağılımın karakteristik fonksiyonları bir doğru üzerinde çakışırlar. Bu gerçeğe dayanarak Press, karakteristik fonksiyon yardımıyla iki tahmin metodu ileri sürmüştür. En kısa uzaklık metodu

$$g(\alpha,\beta,\gamma,\delta) = \sup_{\ell}\left|\phi(\ell) - \hat{\phi}(\ell)\right| \tag{2.35}$$

olarak tanımlıdır. $(\alpha,\beta,\gamma,\delta)$ parametrelerinin en kısa uzaklık tahmincileri (2.35) eşitliğini en küçük yapan değerlerdir.[56]

(2.35) eşitliğinin daha basit ve düzeltilmiş şekli *r. En Kısa Uzaklık Metodudur.* (2.35) eşitliğine benzer şekilde, $W(\ell)$ integralin yakınsamasını sağlayan uygun bir yakınsama faktörü olmak üzere *r.* En kısa ortalama uzaklık

$$h(\alpha,\beta,\gamma,\delta)=\int_{-\infty}^{\infty}\left|\phi(\ell)-\hat{\phi}(\ell)\right|^{r}W(\ell)d(\ell) \qquad (2.36)$$

olarak tanımlıdır.

$(\alpha,\beta,\gamma,\delta)$ parametrelerinin en kısa *r.* Ortalama uzaklık tahmincileri, sabit bir *r* değeri için (2.36) integralini en küçük yapan değerlerdir.

4.3.2.3 Regresyon Yöntemi

Koutrouvelis, kararlı bir dağılımın dört parametresinin tahmini için bir regresyon yöntemi ileri sürmüştür. Bu yöntem karakteristik fonksiyon $\phi(\ell)$' yi içeren aşağıdaki ifadelere dayanmaktadır. Öncelikle, kararlı bir dağılımın (2.13) karakteristik fonksiyonundan

$$\log\left(-\log\left|\phi(\ell)\right|^{2}\right)=\log\left(2\gamma^{\alpha}\right)+\alpha\log|\ell| \qquad (2.37)$$

olduğu görülebilir.[57]

---

[56] S. James Press, "Estimation of Univariate and Multivariate Stable Distributions," **Journal of the American Statitistical Association,** Vol. 67, No. 340, December 1972, s. 842-846.

[57] I.A. Koutrouvelis, "Regression-type Estimation of the Parameters of Stable Laws" **Journal of the American Statitistical Association,** Vol. 75, No. ,1980, s.918-928.

$\alpha \neq 1$ olduğu durum için, $\phi(\ell)$ karakteristik fonksiyonunun gerçel ve sanal (imaginary) kısımları sırasıyla aşağıdaki gibidir:

$$\operatorname{Re}\phi(\ell) = \exp\left(-|\gamma\ell|\alpha\right)\cos\left[\delta\ell + |\gamma\ell|^{\alpha}\beta\operatorname{sign}(\ell)\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right]$$

$$\operatorname{Im}\phi(\ell) = \exp\left(-|\gamma\ell|\alpha\right)\sin\left[\delta\ell + \beta\gamma^{\alpha}\tan\frac{\pi\alpha}{2}\operatorname{sign}(\ell)|\ell|^{\alpha}\right]$$

Son iki eşitlikten

$$\arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\phi(\ell)}{\operatorname{Re}\phi(\ell)}\right) = \delta\ell + \beta\gamma^{\alpha}\tan\frac{\pi\alpha}{2}\operatorname{sign}(\ell)|\ell|^{\alpha} \tag{2.38}$$

ifadesi elde edilir.

(2.38) eşitliği sadece α ve γ parametrelerine bağlıdır. Bu eşitlik

$$y_k = m + \alpha w_k + \varepsilon_k, \qquad k = 1,2,\ldots,K \tag{2.39}$$

modelinde, $w = \log|\ell|$ üzerinde $y = \log\left(-\log|\phi_n(\ell)|^2\right)$ ifadesinin regresyonunun alınmasıyla α ve γ parametrelerinin tahmin edilebileceğini göstermektedir. Modelde, (ℓ_k) gerçel sayıların uygun bir seti, $m = \log(2\gamma^{\alpha})$ ve ε_k ise hata terimidir.

K, α ve örneklem hacimlerinin farklı tahminleri için 9 ile 134 arasında değişmek üzere, Koutrouvelis (1980) $\ell_k = \frac{\pi k}{25}$, $k = 1,2,\ldots,K$ olarak alınmasını önermiştir.

$\hat{\alpha}$ ve $\hat{\gamma}$ tahminleri elde edilerek α ve γ parametrelerinin bu değerlerde sabitlenmesinden sonra, β ve δ parametrelerinin tahminleri (2.38) denkleminin kullanılmasıyla elde edilmektedir.

$g_n(u) = \mathrm{Arc}\tan(\mathrm{Im}(\phi_n(u)))/(\mathrm{Re}(\phi_n(u)))$ olmak üzere β ve δ parametreleri

$$z_t = \delta u_t + \beta\gamma^{\alpha} \tan\frac{\pi\alpha}{2} \mathrm{sign}(u_t)|u_t|^{\alpha} + \eta, \qquad t = 1,2,\ldots,T \qquad (2.40)$$

modelinde u ve $\mathrm{sign}(u)|u|^{\alpha}$ üzerinde $z = g_n(u) + \pi k_n(u)$ ifadesinin regresyonu yardımıyla tahmin edilirler. (u_t) gerçel sayıların uygun bir seti ve η hata terimini göstermektedir.

4.3.3 Örneklem Kesirleri Yöntemi

x_f, $f$nci anakütle kesri (kantili) olmak üzere $S_{\alpha}(\beta,\gamma,\delta)(x_f) = f$ olur. $\hat{x}_f$ ise buna karşılık gelen örneklem kesri, yani, $F_n(\hat{x}_f) = f$ olmaktadır. Örneklem kesirlerine dayanan iki çeşit parametre tahmin yöntemi bulunmaktadır.

4.3.3.1 Fama-Roll Yöntemi

Fama ve Roll $1 < \alpha \leq 2$ için simetrik $(\beta = 0, \delta = 0)$ kararlı dağılım parametrelerine ait tahminleri bulmuşlardır. γ parametresinin tahmincisi

$$\hat{\gamma} = \frac{\hat{x}_{0.72} - \hat{x}_{0.28}}{1.654}$$

olarak bulunmuştur. Burada x dağılımının 0.28 ve 0.72 yüzde noktalarının tahmincileri $\hat{x}_{0.28}$ ve $\hat{x}_{0.72}$ olmaktadır.[58]

[58] Eugene Fama and Richard Roll, "Parameter Estimates for Symmetric Stable Distributions," **Journal of the American Statisitical Association**, Vol. 66, No. 334,June 1971), s. 331-338.

Karakteristik üs α ise dağılımın kuyruk davranışından tahmin edilebilmektedir. Fama ve Roll α karakteristik üssünün tahmincisi olarak

$$S_{\hat{\alpha}}\left(\frac{\hat{x}_f - \hat{x}_{1-f}}{2\hat{\gamma}}\right) = f$$

eşitliğini sağlayan $\hat{\alpha}$ değeri alınmıştır. Bu eşitlik f = 0.95, 0.96, 0.97 değerlerinde α' nın en iyi tahminlerini vermektedir.

Fama ve Roll ayrıca x_j' ler kararlı bir dağılımı izlediklerinde $\gamma_1 = p^{1/\alpha}\gamma$ olmak üzere, her p için $\sum_{i=1}^{p} x_i \sim S_\alpha(\gamma_1, 0, 0)$ olduğunu göstermişlerdir. α için bu ifadenin çözülmesi ve parametrelerin tahmincileriyle yer değiştirilmesiyle

$$\hat{\alpha} = \frac{\log p}{\log \hat{\gamma}_1 - \log \hat{\gamma}}$$

elde edilir.

$1 < \alpha \leq 2$ için kararlı dağılım sonlu ortalamaya sahiptir. Bu yüzden örnek ortalaması δ parametresinin uygun bir tahmincisidir. Daha kesin bir tahmin ise, sıralanmış gözlemlerin yüzde p ortasının aritmetik ortalamasına eşit olan yüzde p kesilmiş örneklem ortalamasıdır. Çeşitli benzetimlerde, α' nın aralığı bilinmediğinde %50 kesilmiş ortalamanın iyi çalıştığı ispatlanmıştır.

4.3.3.2 McCulloch Yöntemi

Fama-Roll yöntemi basit fakat α ve β parametreleri üzerindeki kısıtlamalar ile $\hat{\alpha}$ ve $\hat{\gamma}$ tahmincilerindeki küçük hatalardan zarar görmektedir. J. Huston McCulloch bu yöntemi genelleştirmiş ve geliştirmiştir. Fama-Roll yönteminin hesaplama kolaylığını korunarak, $0.6 \leq \alpha \leq 2$ aralığında dört parametrenin tamamının uygun tahmincileri bulunmuştur. γ ve δ parametrelerinin ikisinden de bağımsız olan

$$v_\alpha = \frac{x_{0.95} - x_{0.05}}{x_{0.75} - x_{0.25}}$$

değişkeni tanımlansın. $\hat{v}_\alpha$, bu değişkenin uygun bir tahmincisi ve karşılık gelen örneklem değeridir.[59]

$$v_\beta = \frac{x_{0.95} + x_{0.05} - 2x_{0.50}}{x_{0.95} - x_{0.05}}$$

olarak tanımlanan v_β değişkeni γ ve δ parametrelerinden bağımsızdır ve $\hat{v}_\beta$ bu değişkene karşılık gelen örneklem değeridir. v_β değişkeni α ve β' nın bir fonksiyonu olarak her bir α için β cinsinden kesin artan bir değişkendir. $\hat{v}_\beta$ aynı zamanda v_β değişkeninin uygun bir tahmincisidir.

v_α ve v_β, α ve β' nın fonksiyonlarıdır. Bu bağıntı ters çevrilebilir ve α ile β parametreleri v_α ve v_β' nın fonksiyonları olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\alpha = \psi_1(v_\alpha, v_\beta), \quad \beta = \psi_2(v_\alpha, v_\beta)$$

McCulloch' un yöntemine göre

$$v_\gamma = \frac{x_{0.75} - x_{0.25}}{\gamma}$$

[59] J. Huston McCulloch, "Simple Consistent Estimates of Stable Distribution Parameters." **Communications in Statistics: Simulation and Computation,** 15, No.4, 1986, s.1109-1136.

olarak tanımlıdır. Bu değişken α ve β cinsinden $\phi_3(\alpha,\beta)$' nın bir fonksiyonudur. $\hat{\alpha},\hat{\beta},\hat{x}_{0.75}$ ve $\hat{x}_{0.25}$ ifadelerinin tamamı karşılık geldikleri anakütle değerlerinin uygun birer tahmincileri olduklarından, γ parametresinin tahmincisi

$$\hat{\gamma}=\frac{\hat{x}_{0.75}-\hat{x}_{0.25}}{\phi_3(\hat{\alpha},\hat{\beta})}$$

olmaktadır. McCulloch ayrıca δ parametresinin de bir tahmincisini de vermiştir. Fakat $\alpha=1$ ve $\beta\neq 0$ değerlerinde karakteristik fonksiyonun süreksiz olmasından dolayı bu işlem daha karmaşıktır.

5. KARARLI PORTFÖY ANALİZİ

$P_j(t)$, t anında j. menkul kıymetin fiyatını göstermek üzere bu menkul kıymete ait getiri

$$R_j=\frac{P_j(t)-P_j(t-1)}{P_j(t-1)}$$

olarak hesaplanmaktadır.

$\mathbf{R}=(R_1,\ldots,R_n)'$ vektörü, portföy içerisinde yer alan n tane menkul kıymete ait getirilerden oluşan $n\times 1$ boyutlu bir vektördür. **R** vektörünün her bir bileşeni α-simetrik kararlı dağılmış ise, $n\times 1$ boyutlu **R** vektörü de çok değişkenli α-simetrik kararlı dağılıma uymaktadır. Çok değişkenli kararlı dağılım özellikleri taşımanın en önemli avantajı, doğrusal birleşimlerinin de simetrik kararlı dağılım özellikleri göstermesidir. Sonuçta, portföylerde belirli ağırlıklara sahip menkul kıymetlerin bir araya gelmesiyle oluşan doğrusal birleşimlerdir.

Markowitz'in Ortalama-Varyans portföy analizine benzer şekilde, portföy içerisindeki menkul kıymet getirilerine ait $\mathbf{R} = (R_1,...,R_n)'$ getiri vektörünün $\alpha > 1$ olan çok değişkenli α-simetrik kararlı dağılım olduğu kabul edilmektedir.

α-simetrik kararlı modelde, portföy içerisindeki menkul kıymet getirilerinin α-simetrik kararlı dağılmış değişkenler olduğu kabul edilmektedir. Bu yüzden optimal yatırımların seçimi getirilerin birleşik çok değişkenli simetrik kararlı dağılımına bağlıdır. Normal dağılım kabulünün yer aldığı Ortalama-Varyans (Markowitz) portföy analizinde portföy içerisinde yer alan her bir menkul kıymetin sahip olduğu getiriye ait kovaryans yapısının belirlenmesine benzer şekilde, normal dağılım kabulüne alternatif olarak alınan kararlı dağılım kabulü altında oluşturulan bir portföy için ise portföydeki menkul kıymetlere ait kararlı dağılmış getirilerin bağımlılık yapısı (dependence sturucture) belirlenmelidir.[60]

Normal dağılmış bir tesadüfi vektörün $(\alpha = 2)$ bağımlılık yapısı tamamen tesadüfi vektörün otokovaryans fonksiyonu yardımıyla belirlenmektedir. $\alpha < 2$ olduğu durumda bu türden basit bir tanımlama yoktur, çünkü $\alpha < 2$ olduğunda kovaryans bulunmamaktadır. Çok değişkenli kararlı dağılımlarla çalışıldığında bağımlılık yapısına ait ölçüm $1 < \alpha \leq 2$ için kovaryasyon (covariation) olmaktadır.

5.1 Kovaryasyon

Kovaryasyon terimi $1 < \alpha \leq 2$ olduğunda kovaryans ifadesiyle yer değiştirmektedir. α-simetrik kararlı bir portföyün sahip olduğu risk kararlı bir portföyün kovaryasyonu ile yakından ilgilidir. Kovaryasyon terimi $[R_1; R_2]_\alpha$ ile gösterilmektedir ve α-simetrik kararlı R_1 ve R_2 getirileri arasındaki bu ifade, normal dağılmış getiriler arasındaki değişime benzer bir ilişkiye sahiptir.

---

60 C. Marinelli ve S.T. Rachev, "Some Applications of Stable Models in Finance", (**http://www.columbia.edu/~cm788/review.pdf**, 02.09.2003 tarihli internet sayfası.), s.6

Buna göre α-simetrik kararlı bir portföyün kovaryasyonu şu şekilde tanımlıdır.

Tanım 2.2 R_1 ve R_2, $\alpha > 1$ olacak şekilde α-simetrik kararlı dağılmış getiriler ve Γ, (R_1, R_2) tesadüfi vektörünün spektral ölçümü olmak üzere, R_1 ve R_2 getirilerinin kovaryasyonu

$$[R_1, R_2]_\alpha = \int_{S_2} s_1 s_2^{\langle \alpha-1 \rangle} \Gamma(ds)$$

olarak tanımlıdır. Burada $a^{\langle \alpha-1 \rangle}$ ifadesi $a^{\langle \alpha-1 \rangle} = |a|^{\alpha-1} \operatorname{sign}(a)$ değerine eşittir.

Kovaryasyon ifadesinin bazı özellikleri şöyledir:

1. $[R_1, R_2]_2 = \dfrac{Cov(R_1, R_2)}{2}$.

2. Genelde $[R_1, R_2]_\alpha \neq [R_2, R_1]_\alpha$ olmaktadır.

3. Her bir $a, b \in IR$ gerçel sayıları için $[aR_1, bR_2]_\alpha = ab^{\langle \alpha-1 \rangle}[R_1, R_2]_\alpha$ dir.

4. Her $a, b \in IR$ gerçel sayıları ve birleşik α-kararlı dağılmış (R_1, R_2, R_3) vektörü için $[aR_1 + bR_2, R_3]_\alpha = a[R_1, R_3]_\alpha + a[R_2, R_3]_\alpha$ olur.

5. α-kararlı (R_1, R_2, R_3) vektörü için $[R_1, R_2, + R_3]_\alpha \neq [R_1, R_2]_\alpha + [R_1, R_3]_\alpha$ dir.

6. α-kararlı R_1 ve R_2 getirileri birbirinden bağımsız ise $[R_1, R_2]_\alpha = 0$ olur.

5.2 Kararlı Portföy Analizinde Portföy Riski ve Getirisi

Mevcut olduğu durumda, varyans risk ölçümü olarak oldukça sık kullanılan bir istatistiktir.

Ortalama-varyans analizinde, yani menkul kıymet getirilerinin normal dağıldığı kabulünde optimal portföy seçimi portföy getirilerinin ortalamalarına ve varyanslarına dayanmaktadır. Diğer taraftan, menkul kıymet getirilerinin dağılımı $1<\alpha<2$ olan bir α-kararlı dağılım ise ikinci moment sonsuzdur ve ortalama-varyans modeline dayanan bir yaklaşım farklı yatırım olanaklarına ait risk yapısı hakkındaki önemli bilgileri geçersiz kılmaktadır. Bu durum ise optimal olmayan yatırımların seçilmesini sağlar.

$1<\alpha<2$ olduğu durumda, çok değişkenli simetrik α kararlı dağılmış bir portföyün risk ölçüsü portföyün ölçek parametresi olmaktadır.

Portföy analizinde amaç, belirli bir getiri düzeyinde portföy riskini minimum yapmak yada belirli bir risk düzeyinde portföyün beklenen getirisini maksimum yapmaktır. Bu amaç ve menkul kıymet getirilerinin α $(1<\alpha<2)$- kararlı dağıldığı varsayımı altında n menkul kıymetten oluşan çok değişkenli simetrik kararlı bir portföyün beklenen getirisi

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i \tag{2.41}$$

olmaktadır. Burada $w_i\,(i = 1,2,...,n)$, i. menkul kıymetin portföy içerisindeki ağırlığıdır ve $w=\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ dir.

α-kararlı bir portföyün risk ölçümü olarak ölçek parametresi kullanıldığından, portföyün riski

$$r(w) = \gamma^{\alpha}(w'R) = \int_{S_n} |w's|^{\alpha}\,\Gamma(ds) \tag{2.42}$$

olmaktadır. Burada $\mathbf{R} = (R_1,...,R_n)'$ ve menkul kıymet ağırlıklarına ait vektör $w=(w_1,...,w_n)'$ dir.

5.3 Kararlı Portföye Ait Eniyileme Problemi

α-kararlı getirilere sahip bir portföyün eniyileme problemi sahip olduğu amaca bağlı olarak iki şekilde ifade edilebilmektedir.

Problem 1. Eğer eniyileme probleminin amacı beklenen getirinin en büyük yapılması ise, belirli bir risk düzeyinde beklenen getiri en büyük yapılmaya çalışılacaktır. Portföyün hedeflenen risk düzeyi $\gamma_P = \gamma^*$, $\gamma^* \in IR^+$ olmak üzere, α-kararlı getirilere sahip n menkul kıymetten oluşan kararlı bir portföyün beklenen getirisinin en büyükleme problemi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\begin{gathered} \max_{w_i} E(R_p) \\ \text{kısıtlar} \\ \gamma_P = \gamma^* \\ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1,\ w_i \geq 0. \end{gathered} \tag{2.43}$$

Problem 2. Eğer eniyileme probleminin amacı hedeflenen bir getiri düzeyinde portföy riskinin en küçük yapılması ise, hedeflenen portföy getirisi $E(R_p) = m^*$, $m^* \in IR$ olmak üzere portföy riskinin en küçük yapılması problemi

$$\begin{gathered} \min_{w_i} \gamma_P \\ \text{kısıtlar} \\ E(R_p) = m^*, \\ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1,\ w_i \geq 0. \end{gathered} \tag{2.44}$$

şeklinde ifade edilmektedir.

5.4 Kararlı Portföy Eniyileme Probleminin Çözüm Yöntemi

$R_{i,t}$ (t = 1,...,N) değişkeni, i. menkul kıymetin getirisine ait bağımsız ve benzer dağılmış gözlemlerin N elemanlı bir seti ve $\overline{R}_i = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} R_{i,t}$ olsun. $X_{i,t}$ ifadesi t = 1,2,...,N periyodunda i. menkul kıymetin gözlemlenen örneklem ortalamasından getirinin sapması, yani, $R_{i,t} - \overline{R}_i$ olarak tanımlansın. O zaman birinci merkezi moment yardımıyla ölçülen portföy riski $E\left|\sum_{i=1}^{n} w_i\left(R_i - E(R_i)\right)\right|$,

$$\hat{r}(w) = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left|\sum_{i=1}^{n} w_i X_{i,t}\right| \tag{2.45}$$

eşitliği yardımıyla tahmin edilmektedir.

Enküçükleme probleminin çözümünde simpleks metodunun uygulanabilmesi için, problemin bir doğrusal programlama problemi olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Bunu için $\overline{R}_n$ en küçük ortalama getiri $\left(\overline{R}_n = \min_{1 \le i \le n} \overline{R}_i\right)$ ve $\overline{R}_1$ en büyük ortalama getiri $\left(\overline{R}_1 = \max_{1 \le i \le n} \overline{R}_i\right)$ olarak tanımlansın. $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ toplam kısıtının w_n = $1 - \sum_{i=1}^{n-1} w_i$ olarak yeniden yazılmasıyla, (2.44) enküçükleme problemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\min \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left|\sum_{i=1}^{n-1} w_i\left(X_{i,t} - X_{n,t}\right) + X_{n,t}\right| \tag{2.46}$$

$$\text{kısıtlar: } \sum_{i=1}^{n-1} w_i \le 1,$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} w_i(\overline{R}_i - \overline{R}_n) = R^* - \overline{R}_n,$$

$$w_i \geq 0, \quad i = 1,\ldots,n$$

$i = 1,\ldots,n-1$ için

$$Y_{i,t} = X_{i,t} - X_{n,t}, \tag{2.47}$$

$$c_i = \frac{\overline{R}_i - \overline{R}_n}{\overline{R}_1 - \overline{R}_n},$$

ve

$$c_n = \frac{R^* - \overline{R}_n}{\overline{R}_1 - \overline{R}_n},$$

eşitliklerinin tanımlanmasıyla problem

$$\min \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left|\sum_{i=2}^{n-1} w_i\left(Y_{i,t} - c_i Y_{1,t}\right) + c_n Y_{1,t} + X_{n,t}\right| \tag{2.48}$$

$$\text{kısıtlar: } \sum_{i=1}^{n-1} w_i \leq 1,$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} w_i c_i = c_n,$$

$$w_i \geq 0, \quad i = 1,\ldots,n.$$

olarak yeniden yazılabilir.

(2.48) amaç fonksiyonundaki $w = (w_1,\ldots,w_n)'$ vektörünü içeren kısıtları seti $w \in K$ olarak ifade edilsin. K seti boş olmayan bir küme ise, $\overline{R}_n \leq R^* \leq \overline{R}_1$ olur ve bu hem c_n hem de $1 - c_n$ değerlerinin pozitif olduğunu garanti etmektedir.

$a_{i,t} = Y_{i,t} - c_i Y_{1,t}$ ve $b_{n,t} = c_n Y_{1,t} + X_{n,t}$ eşitliklerinin tanımlanmasıyla,

$$\epsilon_t^+ + \epsilon_t^- = \left|\sum_{i=2}^{n-1} a_{i,t} w_i + b_t\right| \tag{2.49}$$

ve

$$\epsilon_t^+ - \epsilon_t^- = \sum_i a_{i,t} w_i + b_t \tag{2.50}$$

ifadelerini sağlayan yeni ϵ_t^+ ve ϵ_t^- değişkenleri tanımlandığında, en küçükleme problemi aşağıdaki gibi yazılmaktadır:

$$\min \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \left(\epsilon_t^+ + \epsilon_t^- \right) \tag{2.51}$$

kısıtlar: $w \in K$,

$$\epsilon_t^+ - \epsilon_t^- = \sum_i a_{i,t} w_i + b_t \,,$$

$$\epsilon_t^+, \epsilon_t^- \geq 0.$$

(2.51) problemi, eşitlik ve eşitsizliklerin yer aldığı standart bir doğrusal programlama problemidir. Yalnızca eşitsizlikleri kapsayacak şekilde kısıtlar yeniden formüle edilebilir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
KARARLI PORTFÖY ANALİZİ'NİN HİSSE SENEDİ GETİRİLERİNE UYGULANMASI

İstanbul Menkul Kıymetler Borsası çok eski geçmişe sahip olan bir piyasa değildir fakat gelişmekte olan bir piyasa olarak hisse senedi getirilerinin davranışları ve sahip oldukları dağılımların portföy oluşturmada hem araştırmacılar hem de portföy yöneticileri için oldukça önem taşıdığı bilinmektedir.

Modern portföy teorisinin temelini oluşturan Markowitz' in Ortalama-Varyans modelindeki temel kabul, hisse senedi getirilerinin normal dağılmış olmalarıdır. Öncülüğünü Mandelbrot (1963) ve Fama (1965)' nın yaptıkları ve onları izleyen çalışmalarda, hisse senedi getirilerinin deneysel dağılımlarının normal dağılıma göre daha kalın ve uzun kuyruklara sahip olduğu, basıklık değerlerinin ise normal dağılımın basıklık değeri olan 3' den daha büyük oldukları görülmüştür. Hisse senedi getirilerinin normal dağılımdan sapma göstermesi, getirilerin modellenmesinde farklı dağılımların kullanılmasına yol açmıştır.

Günümüze kadar yapılan çalışmaların büyük çoğunluğunda hisse senedi getirilerinin modellenmesinde normal dağılımında içinde yer aldığı dağılım ailesinden gelen ancak normal dağılıma göre hisse senedi getirilerinin sergilediği özelliklere daha iyi uyan kararlı dağılım kullanılmıştır.

Bu çalışmada İMKB-100 endeksinde işlem gören hisse senetlerinin kararlı dağıldıkları varsayımı altında portföy oluşturulmuştur. Kararlı dağılım varsayımı altında oluşturulan portföy ve aynı portföy içerisinde yer alan hisse senetlerinden Ortalama-Varyans modeline göre oluşturulan portföy ile yapılan performans karşılaştırılmasında, Kararlı dağılım varsayımı altında oluşturulan portföyün Normal dağılım varsayımına göre daha uygun olduğu bulunmuştur.

1. VERİ YAPISI

İMKB-100 Ulusal endeksinde işlem gören ve farklı endüstrilerden tesadüfi olarak seçilmiş 15 tane hisse senedinin 05.01.1999 ve 31.12.2003 tarihleri arasındaki günlük getirileri kullanılmıştır. Uygulama kapsamında yer alan hisse senetleri; Adana Çimento, Adel Kalemcilik, Akal Tekstil, Anadolu Cam, Brisa, Deva Holding, Ege Gübre, Goodyear, İntema, İzocam, Pınarsüt, Tofaş Otomobil Fabrikası, Uki Konfeksiyon, Vakıf Finansal Kiralama ile Vestel'e ait hisse senetleridir.

2. YÖNTEM

Ana kütlesi İMKB 100 Ulusal endeksi olan uygulamanın ilk adımında her bir hisse senedinin getirisinin öncelikle Normal dağılıma uymadığı gösterilecektir. İkinci adımda her bir hisse senedine ait getiri serilerinin Kararlı Dağılım parametrelerinin tahmin değerleri bulunacaktır. Tahmin değerleri bulunurken **Xplore 4.6 Academic Edition** paket programı kullanılmıştır. Xplore 4.6 paket programı yardımıyla tahmini parametre değerleri bulunurken, kararlı dağılım parametre tahmin metotlarından Koutrouvelis' in Regresyon tipi parametre tahmini yönteminden faydalanılmıştır. Üçüncü adımda ise, parametre tahmin değerlerinin Kararlı Dağılıma uyup uymadıkları araştırılacaktır. Bu araştırmada Anderson-Darling (AD) ve Kolmogorov-Smirnov (KS) Uyum İyiliği testleri kullanılmıştır.

Dördüncü ve son adımda ise, Markowitz Ortalama-Varyans Analizi'ne göre oluşturulmuş portföy ile Karar Portföy Analizi'ne göre elde edilen portföylerin etkin sınırları çizilerek risk ve getiri karşılaştırmaları yapılmıştır.

2.1 Temel İstatistiki Veriler

Genel olarak herhangi bir finansal getirinin normal dağıldığı varsayılır. Fakat bu durumun çok kısa ve uzun dönemlerde geçerli olmadığı gözlemlenmiştir.

Finansal bir serinin normal dağılıp dağılmadığının incelenmesinde normal dağılımın üçüncü ve dördüncü merkezi momentleri olan çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerlerinden faydalanılır.

Çarpıklık, bir serinin dağılımındaki asimetriyi gösterir. Dağılım pozitif bir çarpıklığa sahip ise, histogramın sağında tek yönlü bir yoğunluk görülür ve dağılım sağ tarafta daha uzun bir kuyruğa sahiptir. Bu durumda dağılımın ortalaması medyan değerinden daha yüksektir. Eğer serinin dağılımı negatif bir çarpıklık değerine sahip ise, histogramın solunda tek yönlü bir yoğunluk mevcuttur ve dağılımın ortalaması medyan değerinden daha düşüktür.

Normal dağılmış bir serinin basıklık değeri 3' dür. Eğer serinin dağılımının basıklık değeri 3'den küçük ise "platykurtic" (ince-kısa kuyruklu), 3' den büyük ise "leptokurtic" (kalın ve uzun kuyruklu) ve 3' e eşit ise "mesokurtic" (normal) olarak adlandırılır.

Normallikten olan sapmaların test edilmesinde kullanılan bir yaklaşım, tesadüfi değişkenlerin üçüncü ve dördüncü momentlerini kontrol etmektir. Bu nedenle, bir serinin sırasıyla üçüncü ve dördüncü momentleri olan çarpıklık ve basıklık değerlerini temel alan bir test Jarque-Bera (JB) test istatistiğidir. JB' ya ait test istatistiği formülü aşağıdaki gibidir:

$$JB = \frac{N-k}{6}\left(\alpha_3{}^2 + \frac{1}{4}(\alpha_4 - 3)^2\right)$$

Formüldeki "α_3" değeri çarpıklığı ve "α_4" değeri de basıklığı, "k" ise seriyi oluşturmak için kullanılan tahmini katsayı sayısını göstermektedir. Normal dağılmış bir seri için $\alpha_3 = 0$ ve $\alpha_4 = 3$ olmaktadır. Bu yüzden JB normallik testi, α_3 (çarpıklık) 0 ve α_4 (basıklık) 3 olan birleşik hipoteze ait bir testtir. Artık terimlerin normal dağıldığını ifade eden sıfır hipotezi altında hesaplanan JB katsayısı, serbestlik derecesi 2 olan ki-kare dağılımına uymaktadır. Verilerin ki-kare dağılımına göre hesaplanan olasılık değeri p yeterince küçük ise ($p < 0.05$) seriye ait artık değerlerin normal dağılmamaktadır. Bu durumda normallik sınamasının yapıldığı sıfır hipotezi ve alternatif hipotez şöyledir:

H_0 : $p \leq 0.05$ ise seri normal dağılmamaktadır .

H_1: $p > 0.05$ ise seri normal dağılmaktadır.

2.2 Hisse Senetlerine Ait Betimleyici İstatistikler

Her bir hisse senedine ait getiri serisinin normal dağılıma sahip olup olmadığı çarpıklık, basıklık ve Jarque-Bera testleri ile belirlenmiştir. Hisse senetlerine ait günlük veriler kullanılmıştır ve her bir seri için 1226 tane gözlem değeri bulunmaktadır.

I. Çarpıklık Testi:

H_0 : $\alpha_3 \neq 0$ (seri normal dağılmamaktadır)

H_1 : $\alpha_3 = 0$ (seri normal dağılmaktadır)

II. Basıklık Testi:

H_0 : $\alpha_4 \neq 3$ (seri normal dağılmamaktadır)

H_1 : $\alpha_4 = 3$ (seri normal dağılmaktadır)

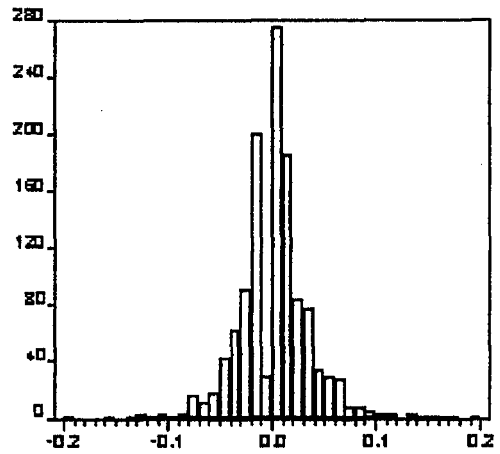
III. JB Testi:

H_0 : $p \leq 0.05$ (getiri serisi normal dağılmamaktadır)

H_1 : $p > 0.05$ (getiri serisi normal dağılmaktadır)

Her bir hisse senedine ait histogramlar ve betimleyici istatistikler aşağıda verilmiştir.

TABLO II
Adana Çimento Hisse Senedine Ait Histogram
Ve Betimleyici İstatistikler

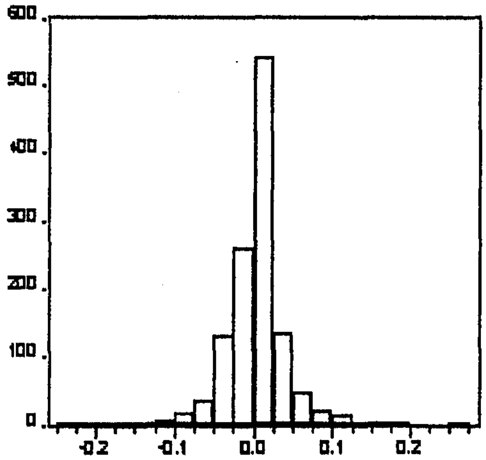


Ortalama	0.001876
Medyan	0.000000
Maksimum	0.193192
Minimum	- 0.193379
Standart Sapma	0.034860
Çarpıklık	0.284733
Basıklık	6.931527
Jarque – Bera	806.1563
Olasılık	0.000000

Adana Çimento hisse senedine ait getiri serisinin normal dağılıma sahip olup olmadığı, serinin çarpıklık, basıklık ve JB test istatistiğine bakılarak karar verilmiştir. Adana Çimento getiri serisine ait betimleyici istatistiklere bakıldığında, çarpıklık değeri 0.284733 ve JB test istatistiğine ait olasılık değeri p = 0.000000 olarak bulunmuştur. Bu iki durumda da serinin çarpıklık ve JB test istatistiğine ait H_0 hipotezleri kabul edilmektedir. Seri normal dağılmamaktadır.

Adana Çimento getiri serisine ait basıklık değeri, yani serinin dağılımına ait dördüncü momenti 6.931527 olduğundan basıklık testindeki H_0 hipotezi kabul edilmektedir ve seri normal dağılmamaktadır. Seriye ait dağılım ise leptokurtiktir.

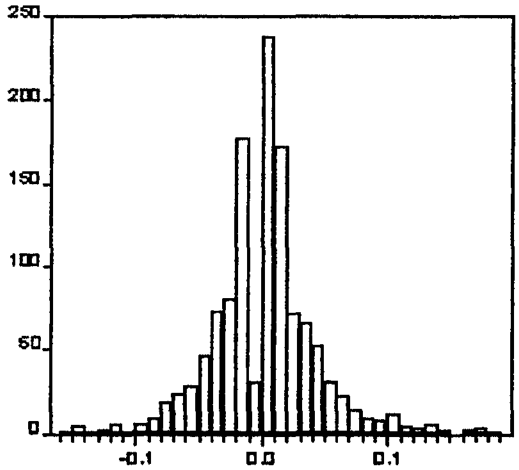
TABLO III
Adel Kalemcilik Hisse Senedine Ait Histogram
Ve Betimleyici İstatistikler



Ortalama	0.001272
Medyan	0.000000
Maksimum	0.256721
Minimum	- 0.237131
Standart Sapma	0.037984
Çarpıklık	- 0.153622
Basıklık	9.272029
Jarque – Bera	2014.356
Olasılık	0.000000

Adel Kalemcilik hisse senedine ait getiri serisinin normal dağılıma sahip olup olmadığı, çarpıklık, basıklık ve JB test istatistiğine bakılarak karar verilmiştir. Adel Kalemcilik getiri serisine ait betimleyici istatistiklere bakıldığında, çarpıklık değeri – 0.153622 ve JB test istatistiğine ait olasılık değeri p = 0.000000 olarak bulunmuştur. Bu iki durumda da serinin çarpıklık ve JB test istatistiğine ait H_0 hipotezleri kabul edilmektedir. Seri normal dağılmamaktadır. Adel Kalemcilik getiri serisine ait basıklık değeri, yani serinin dağılımına ait dördüncü momenti 9.272029 olduğundan basıklık testindeki H_0 hipotezi kabul edilmektedir ve seri normal dağılmamaktadır. Seriye ait dağılım ise leptokurtiktir.

TABLO IV
Akal Tekstil Hisse Senedine Ait Histogram
Ve Betimleyici İstatistikler

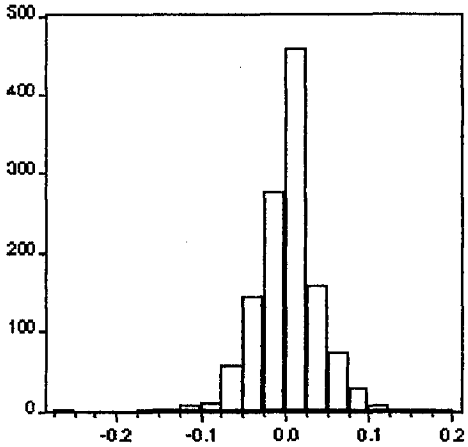


Ortalama	0.001546
Medyan	0.000000
Maksimum	0.185141
Minimum	- 0.157629
Standart Sapma	0.041688
Çarpıklık	0.383259
Basıklık	5.458591
Jarque – Bera	338.7960
Olasılık	0.000000

Akal tekstil hisse senedine ait getirilerinin temel istatistiki bilgilerine bakıldığında, serinin çarpıklığının 0.383259 ve JB test istatistiğinine ait olasılığın p = 0.000000 olduğu görülmektedir. Bu durumda seri sağa çarpık ve normal dağılmayan bir seridir. Dolayısıyla serinin normal dağılmadığını ifade eden H_0 hipotezi kabul edilmektedir.

Akal tekstil getiri serisinin basıklık değeri ise 5.458591'dir ve serinin normal dağılmadığını ifade eden H_0 hipotezi kabul edilmektedir. Seriye ait dağılım leptokurtiktir.

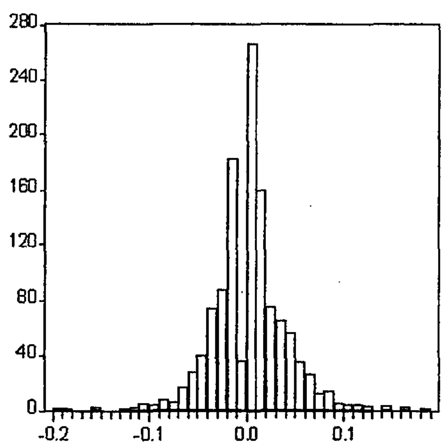
TABLO V
Anadolu Cam Hisse Senedine Ait Histogram
Ve Betimleyici İstatistikler



Ortalama	0.002471
Medyan	0.000000
Maksimum	0.196690
Minimum	- 0.256735
Standart Sapma	0.038559
Çarpıklık	0.137216
Basıklık	7.148509
Jarque – Bera	882.9978
Olasılık	0.000000

Anadolu Cam hisse senedine ait getiri serisinin çarpıklık değeri 0.137216 ve JB test istatistiğine ait p = 0.000000 olasılığına göre serinin normal dağılmadığını ifade eden H_0 hipotezi kabul edilmektedir. Anadolu Cam getiri serisinin 7.148509 olan basıklık değeri ise serinin normal dağılmadığını göstermektedir. Seri leptokurtiktir.

TABLO VI
Brisa Hisse Senedine Ait Histogram
Ve Betimleyici İstatistikler

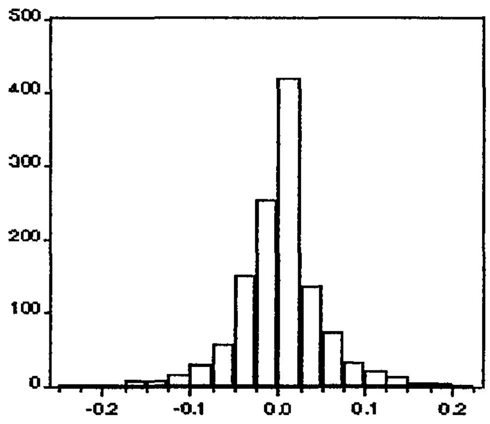


Ortalama	0.001945
Medyan	0.000000
Maksimum	0.180489
Minimum	- 0.199489
Standart Sapma	0.037296
Çarpıklık	0.137283
Basıklık	6.020915
Jarque – Bera	470.0339
Olasılık	0.000000

Brisa hisse senedine ait getiri serisi sağa çarpık bir seridir ve çarpıklık değeri 0.137283 olarak bulunmuştur. Dolayısıyla çarpıklık testine göre serinin normal dağılmadığını ifade eden H_0 hipotezi kabul edilmektedir. Ayrıca JB normallik testine göre de serinin normal dağılmadığı bulunmuştur.

Basıklık testine göre ise, getiri serisine ait basıklık değeri 6.020915 olduğundan H_0 hipotezi kabul edilmektedir. Seri normal dağılmamaktadır ve getiri serisine ait dağılım leptokurtiktir.

TABLO VII
Deva Holding Hisse Senedine Ait
Histogram Ve Betimleyici İstatistikler

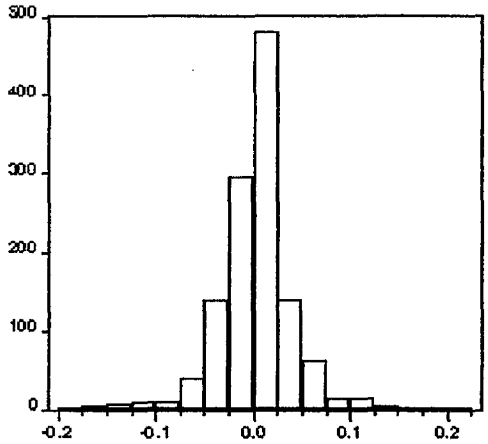


Ortalama	0.001490
Medyan	0.000000
Maksimum	0.212561
Minimum	- 0.230524
Standart Sapma	0.049079
Çarpıklık	0.095674
Basıklık	5.595297
Jarque – Bera	345.9455
Olasılık	0.000000

Deva Holding hisse senedine ait getiri serisinin betimleyici istatistiklerine bakıldığında ise, çarpıklı ve JB normallik testlerinin her ikisine göre de serinin normal dağılmadığını ifade eden H_0 hipotezleri kabul edilmektedir. Seri 0.095674 çarpıklık değerinden dolayı sağa çarpık bir seridir.

Benzer şekilde basıklık testine göre de seri normal dağılmamaktadır. Serinin sahip olduğu basıklık değeri, normal dağılımın sahip olduğu basıklık değeri 3'den büyük olduğu için seri normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahiptir ve ortalama etrafında normal dağılıma göre daha yüksek bir tepe yapmaktadır, yani seriye ait deneysel dağılım leptokurtiktir.

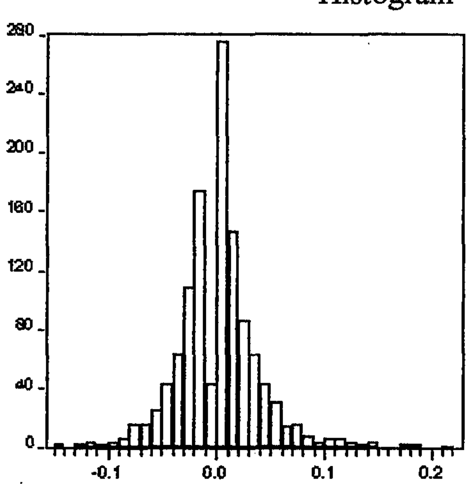
TABLO VIII
Ege Gübre Hisse Senedine Ait
Histogram Ve Betimleyici İstatistikler



Ortalama	0.001129
Medyan	0.000000
Maksimum	0.209718
Minimum	- 0.198173
Standart Sapma	0.038449
Çarpıklık	0.074072
Basıklık	7.242450
Jarque – Bera	919.0368
Olasılık	0.000000

Ege gübre hisse senedinin betimleyici istatistiklerine bakıldığında, çarpıklık, JB normallik ve basıklık testlerine göre seri normal dağılmamaktadır. 7.242450 basıklık değerine sahip olduğundan seri leptokurtiktir.

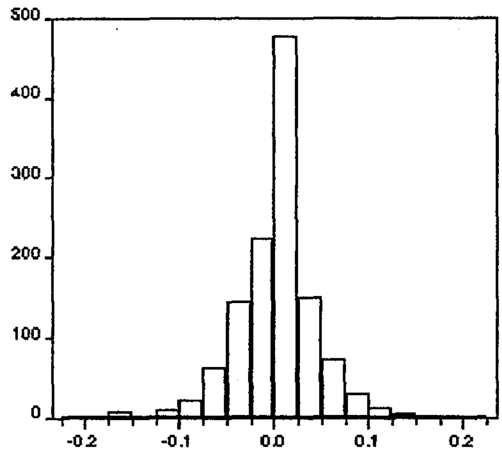
TABLO IX
Goodyear Hisse Senedine Ait
Histogram Ve Betimleyici İstatistikler



Ortalama	0.001330
Medyan	0.000000
Maksimum	0.210296
Minimum	- 0.146603
Standart Sapma	0.038352
Çarpıklık	0.705354
Basıklık	6.581097
Jarque – Bera	756.7667
Olasılık	0.000000

Goodyear hisse senedinin betimleyici istatistiklerine bakıldığında, çarpıklık, JB normallik ve basıklık testlerine göre seri normal dağılmamaktadır. 6.581097 basıklık değerine sahip olduğundan seri leptokurtiktir.

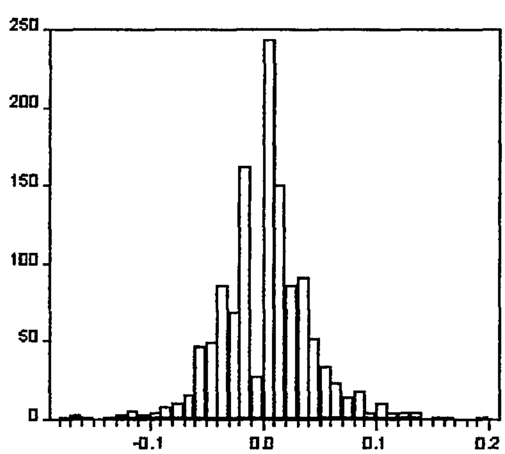
TABLO X
İntema Hisse Senedine Ait
Histogram Ve Betimleyici İstatistikler



Ortalama	0.001241
Medyan	0.000000
Maksimum	0.211309
Minimum	- 0.204300
Standart Sapma	0.042777
Çarpıklık	- 0.127198
Basıklık	6.033655
Jarque – Bera	473.4290
Olasılık	0.000000

İntema hisse senedinin betimleyici istatistiklerine bakıldığında, çarpıklık, JB normallik ve basıklık testlerine göre seri normal dağılmamaktadır. 6.033655 basıklık değerine sahip olduğundan seri leptokurtiktir.

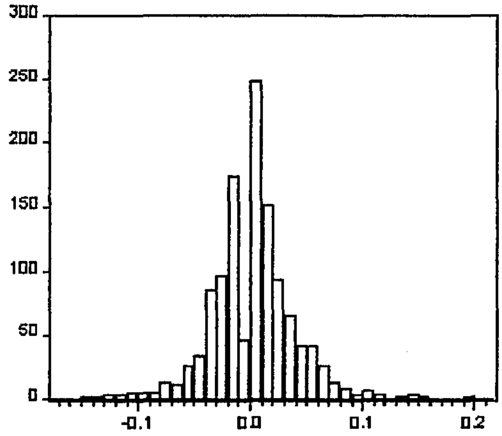
TABLO XI
İzocam Hisse Senedine Ait
Histogram Ve Betimleyici İstatistikler



Ortalama	0.002020
Medyan	0.000000
Maksimum	0.191057
Minimum	- 0.174945
Standart Sapma	0.040068
Çarpıklık	0.105278
Basıklık	5.179263
Jarque – Bera	245.6680
Olasılık	0.000000

İzocam hisse senedinin betimleyici istatistiklerine bakıldığında, çarpıklık, JB normallik ve basıklık testlerine göre seri normal dağılmamaktadır. 5.179263 basıklık değerine sahip olduğundan seri leptokurtiktir.

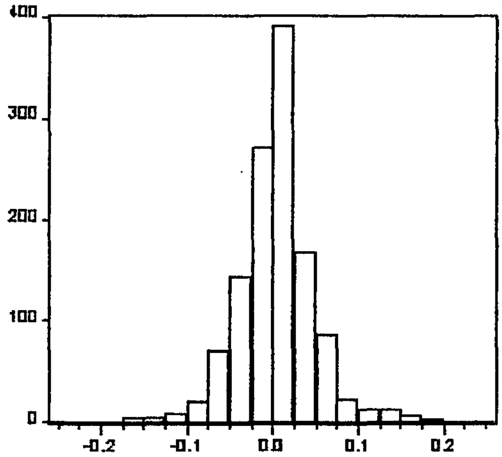
TABLO XII
Pınarsüt Hisse Senedine Ait
Histogram Ve Betimleyici İstatistikler



Ortalama	0.001652
Medyan	0.000000
Maksimum	0.202526
Minimum	- 0.163146
Standart Sapma	0.040132
Çarpıklık	0.447995
Basıklık	6.672427
Jarque – Bera	732.3379
Olasılık	0.000000

Pınarsüt hisse senedine ait getiri serisi sağa çarpık bir seridir ve çarpıklık değeri 0.447995 olarak bulunmuştur. Dolayısıyla çarpıklık testine göre serinin normal dağılmadığını ifade eden H_0 hipotezi kabul edilmektedir. Ayrıca JB normallik testine göre de serinin normal dağılmadığı bulunmuştur. Basıklık testine göre ise, getiri serisine ait basıklık değeri 6.672427 olduğundan H_0 hipotezi kabul edilmektedir. Seri normal dağılmamaktadır ve getiri serisine ait dağılım leptokurtiktir.

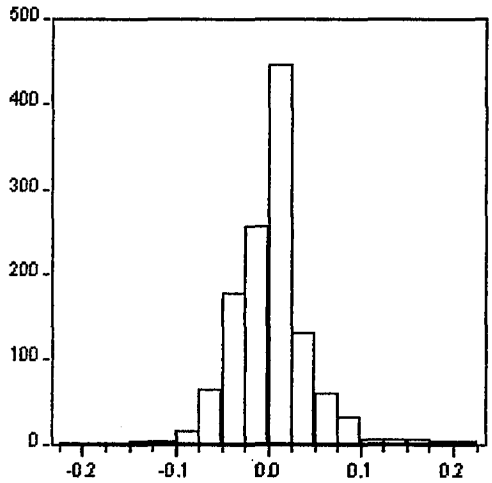
TABLO XIII
Tofaş Otomobil Fabrikası Hisse Senedine Ait
Histogram Ve Betimleyici İstatistikler



Ortalama	0.002314
Medyan	0.000000
Maksimum	0.227384
Minimum	- 0.226110
Standart Sapma	0.045112
Çarpıklık	0.243815
Basıklık	5.973292
Jarque – Bera	465.2603
Olasılık	0.000000

Tofaş Otomobil Fabrikası hisse senedine ait getiri serisi sağa çarpık bir seridir ve çarpıklık değeri 0.243815 olarak bulunmuştur. Dolayısıyla çarpıklık testine göre serinin normal dağılmadığını ifade eden H_0 hipotezi kabul edilmektedir. Ayrıca JB normallik testine göre de serinin normal dağılmadığı bulunmuştur. Basıklık testine göre ise, getiri serisine ait basıklık değeri 5.973292 olduğundan H_0 hipotezi kabul edilmektedir. Seri normal dağılmamaktadır ve getiri serisine ait dağılım leptokurtiktir.

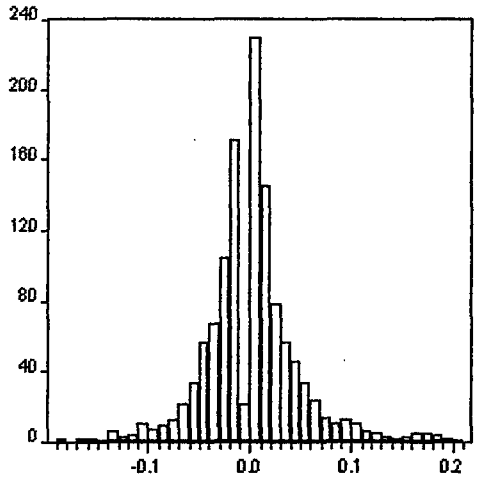
TABLO XIV
Uki Konfeksiyon Hisse Senedine Ait
Histogram Ve Betimleyici İstatistikler



Ortalama	0.000899
Medyan	0.000000
Maksimum	0.210566
Minimum	- 0.210566
Standart Sapma	0.042277
Çarpıklık	0.633562
Basıklık	6.727974
Jarque – Bera	791.9650
Olasılık	0.000000

Uki konfeksiyon hisse senedine ait getiri serisi çarpıklık, JB normallik ve çarpıklık testlerine göre normal dağılmamaktadır. Basıklık değeri 6.727974 olduğundan seriye ait dağılım leptokurtiktir.

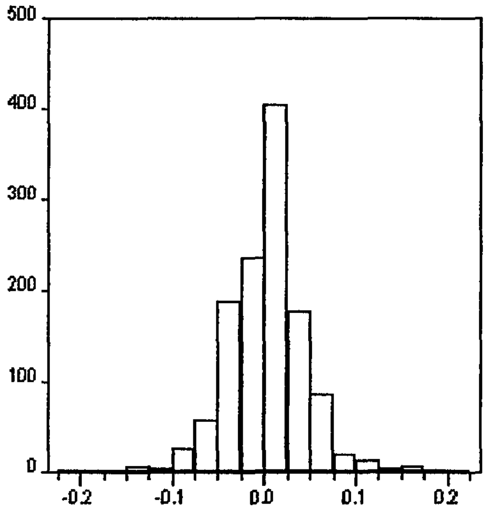
TABLO XV
Vakıf Finansal Kiralama Hisse Senedine Ait
Histogram Ve Betimleyici İstatistikler



Ortalama	0.001385
Medyan	0.000000
Maksimum	0.209973
Minimum	- 0.182323
Standart Sapma	0.048447
Çarpıklık	0.533652
Basıklık	5.919502
Jarque – Bera	495.2097
Olasılık	0.000000

Vakıf Finansal Kiralama hisse senedine ait getiri serisi çarpıklık, JB normallik ve çarpıklık testlerine göre normal dağılmamaktadır. Basıklık değeri 5.919502 olduğundan seriye ait dağılım leptokurtiktir.

TABLO XVI
Vestel Hisse Senedine Ait
Histogram Ve Betimleyici İstatistikler



Ortalama	0.001580
Medyan	0.000000
Maksimum	0.223143
Minimum	- 0.220065
Standart Sapma	0.042572
Çarpıklık	0.162054
Basıklık	6.219252
Jarque – Bera	534.7726
Olasılık	0.000000

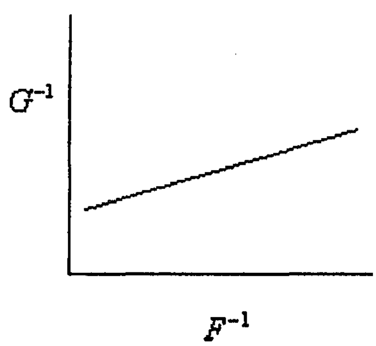
Son olarak da Vestel hisse senedine ait getiri serisi çarpıklık, JB normallik ve çarpıklık testlerine bakıldığında seri normal dağılmamaktadır. Basıklık değeri 6.219252 olduğundan seriye ait dağılım leptokurtiktir.

2.3 Kantil-Kantil Grafikleri

Bir seriye ait dağılım fonksiyonunun normal dağılımdan farklı olduğunun gösterilmesinde basit fakat güçlü araçlardan biride, seriye ait dağılım fonksiyonu ile normal dağılımın karşılaştırılmasına olanak sağlayan kantil-kantil grafikleridir. Kantil-kantil grafikleri iki dağılımın şekillerini karşılaştırmada kullanılmaktadırlar. Kantil-kantil grafikleri, veri serilerinin dağılımsal şekli hakkında sayısal ölçümlere göre daha güçlü yorumlara sahip olmakla birlikte dağılımsal şeklin yapısı hakkında görsellik sağlayan araçlardır. Dağılımlar arasındaki şekil farklılıklarının belirlenmesine ilave olarak kantil grafikleri, farklı şekillere sahip dağılımların birbirlerine göre farklılaştıkları noktaların karşılaştırılmasına olanak sağlamaktadırlar.

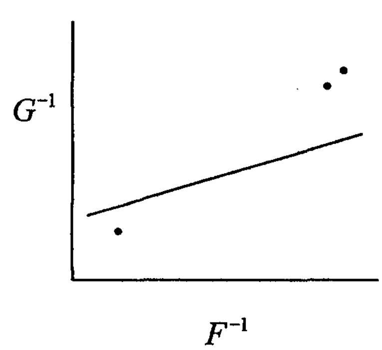
Birikimli dağılımları sırasıyla $F(\cdot)$ ve $G(\cdot)$ olan X ve Y gibi iki tesadüfi değişken için bir kantil grafiği, p' nin bir fonksiyonu olmak üzere $G^{-1}(p)$ kantillerine karşılık gelen $F^{-1}(p)$ kantillerinin çizilmesiyle oluşmaktadır. Uygulamada, $F(\cdot)$ bir deneysel dağılım ve $G(\cdot)$ ise diğer bir deneysel dağılım yada Normal dağılım gibi karşılaştırmanın yapılacağı teorik bir dağılımdır. $F(\cdot)$ ve $G(\cdot)$ dağılımları sürekli ve kesin artan birer fonksiyon olduklarından $F^{-1}(p)$ ve $G^{-1}(p)$ fonksiyonları tekdirler.

Kantil grafiklerinde karşılaşılan birçok yapı mevcuttur. Bir doğruyu gösteren $F^{-1}(p) = \mu + \sigma G^{-1}(p)$ ifadesi, X ve Y değişkenlerinin sadece konum ve ölçek parametrelerinde farklılaşan aynı yapıdaki dağılımlara sahip olduğunu göstermektedir, yani $(X-\mu)/\sigma$, Y değişkeni ile aynı dağılıma sahiptir. $G(\cdot)$ standart normal dağılım olduğunda, Grafik XIX' daki gibi bir doğru X değişkeninin de Normal dağıldığını ifade etmektedir.



GRAFİK XIX

Farklı Konum ve Ölçeklerdeki İki Normal Dağılım

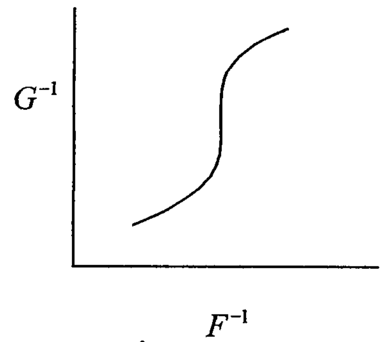


GRAFİK XX

Ayrık Değerlere Sahip Aynı İki Doğru

Eğer Grafik XX'deki gibi doğrunun üzerinde sağda yada doğrunun sol altında doğrudan ayrı olarak birkaç ayrık nokta var ise, dağılımın ayrık değerlere sahip Normal dağılım olduğu anlaşılmalıdır.

S-şeklindeki bir eğri, Y' nin X değişkenine göre daha ince kuyruklara, ters S-şeklindeki bir eğri ise Y değişkeninin X' den daha kalın kuyruklara sahip olduğunu ifade etmektedir.



GRAFİK XXI

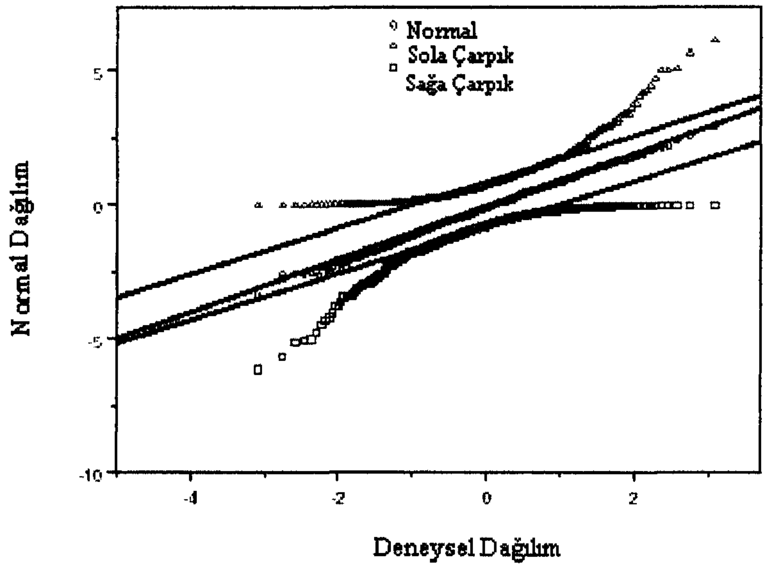
F Dağılımına Göre Daha İnce Kuyruklu Olan G Dağılımı

Eğer karşılaştırılan iki dağılım aynı ise, kantil grafiği düz bir doğru üzerinde bulunmalıdır. Eğer kantil grafiği bir doğru üzerinde yer almıyorsa, karşılaştırılan iki dağılım birbirinden farklıdır. Kantil-kantil grafiği konkav yapıdaysa, seriye ait dağılım pozitif çarpıklığa ve sağ tarafta daha uzun bir kuyruğa sahiptir. Aksine konveks yapıdaki bir grafik seri dağılımının negatif çarpıklığa ve sol tarafta daha uzun bir kuyruğa sahip olduğunu gösterir.[61]

Grafik XXII'deki Kantil-kantil grafiğinde; grafiğin ortalarında dağılım düz bir doğru, grafiğin solunda yukarı doğru ve sağında aşağı doğru bir eğrilik göstermesi dağılımın leptokurtic (kalın ve uzun kuyruklu) ve normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu olduğunu belirtir. Eğer dağılımın belirttiği eğri, sol tarafta aşağı doğru ve sağ tarafta yukarı doğru ise dağılımın platykurtic (ince-kısa kuyruklu) ve normal dağılıma göre daha ince kuyruklu olduğunu gösterir.

---

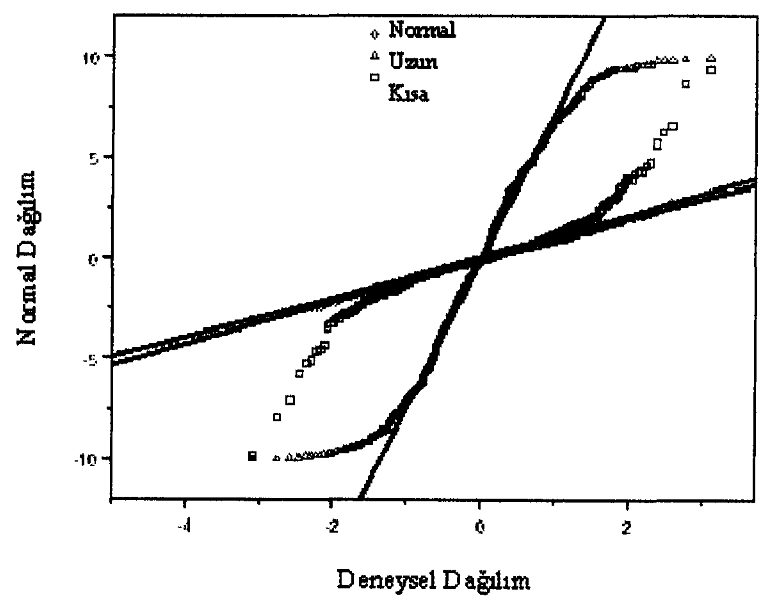
[61] James G. Kuczmarski ve Paul R. Rosenbaum, "Quantile Plots, Partial Orders, and Financial Risk", **The American Statistician,** Cilt 53, No. 3, Ağustos 1999, s.1.



GRAFİK XXII

Çarpıklık Durumunu Gösteren

Kantil-Kantil Grafiği

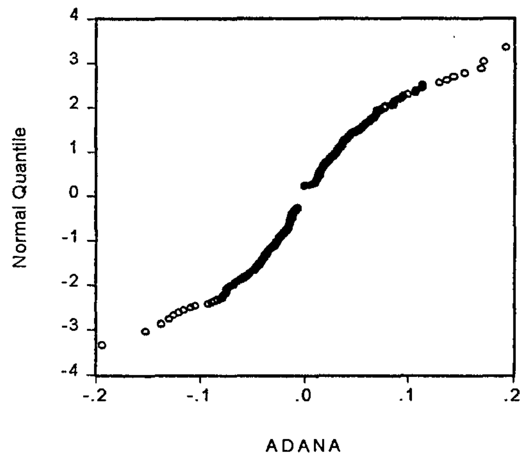


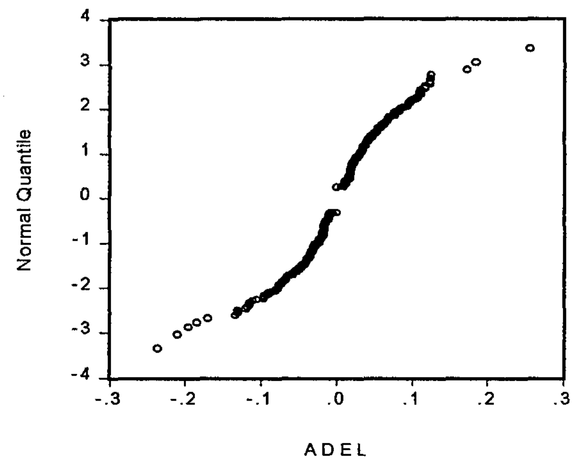
GRAFİK XXIII

Dağılımların Kuyruk Yapısına Göre

Kantil Kantil Grafiği

Çalışma kapsamında yer alan 15 adet hisse senedinin normal dağılıma göre kantil-kantil grafikleri aşağıdaki gibidir.



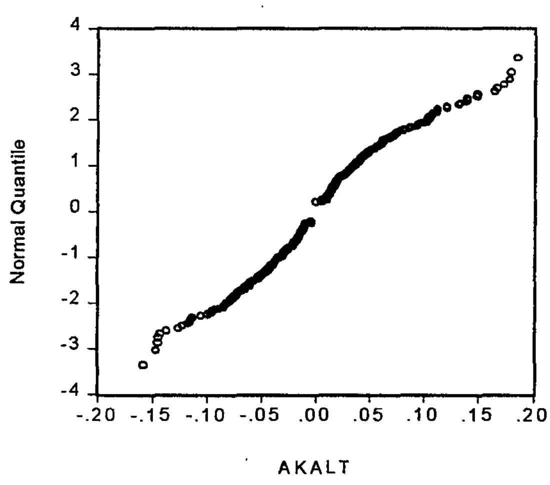


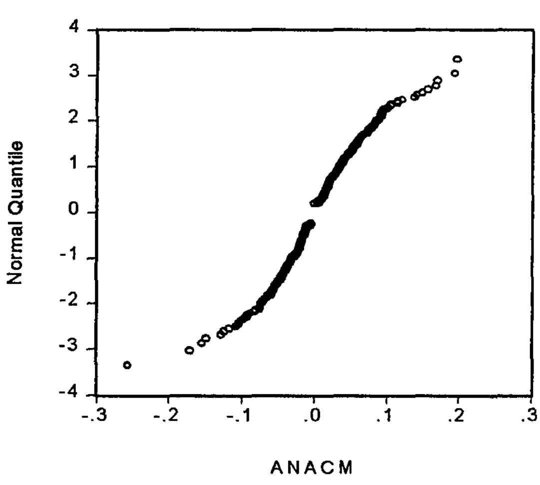
GRAFİK XXIV

Adana Çimento Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği

GRAFİK XXV

Adel Kalemcilik Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği



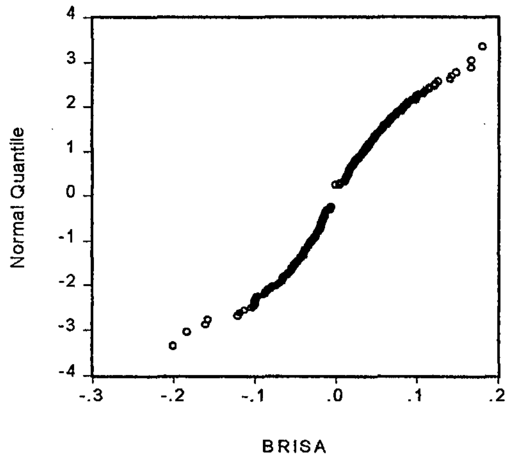


GRAFİK XXVI

Akal Tekstil Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği

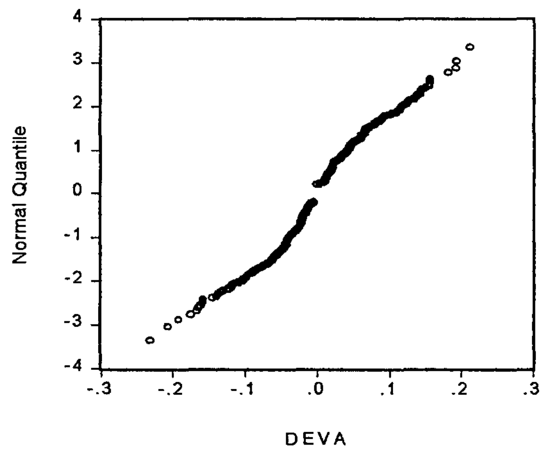
GRAFİK XXVII

Anadolu Cam Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği



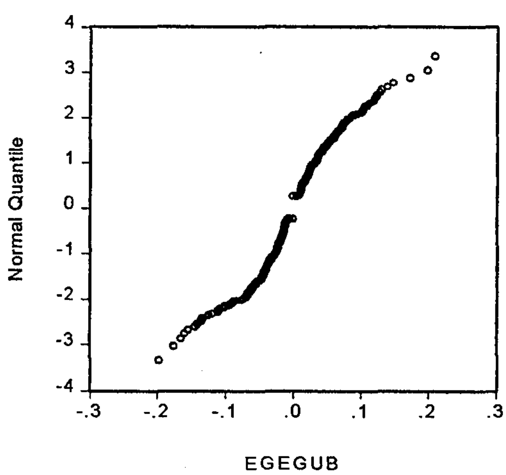
GRAFİK XXVIII

Brisa Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği



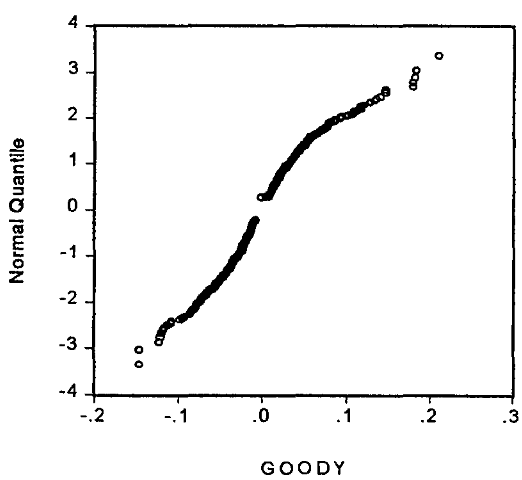
GRAFİK XXIX

Deva Holding Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil iği



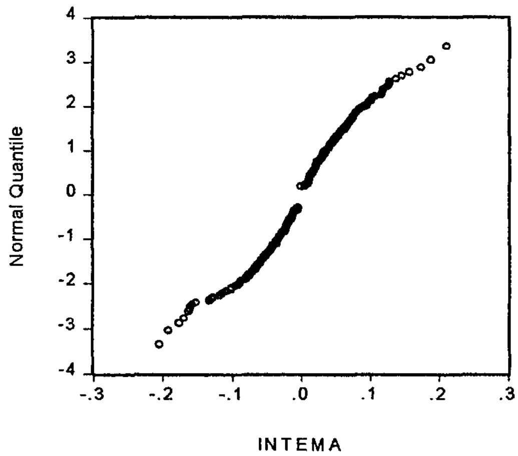
GRAFİK XXX

Ege Gübre Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği



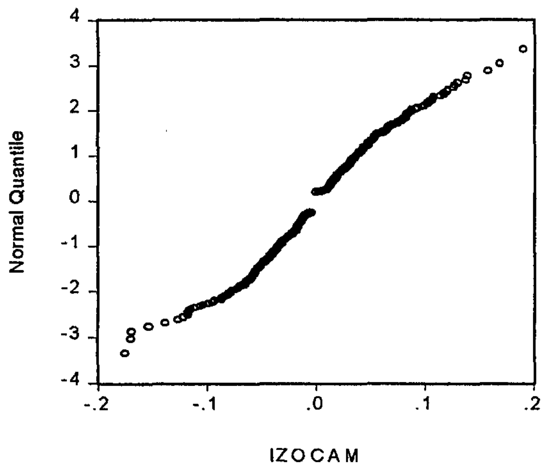
GRAFİK XXXI

Goodyear Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği



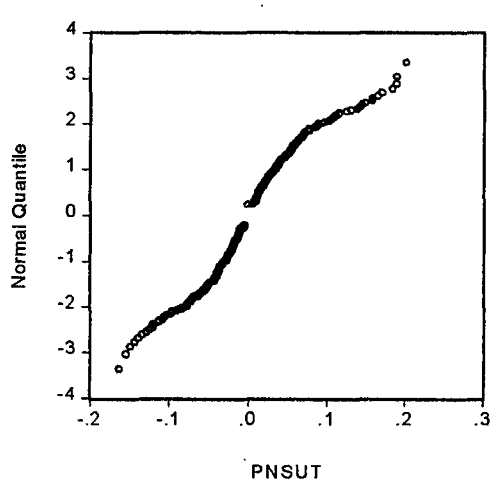
GRAFİK XXXII

İntema Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği



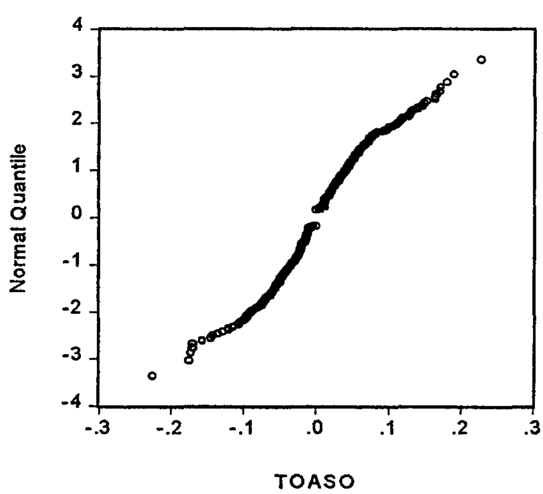
GRAFİK XXXIII

İzocam Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği



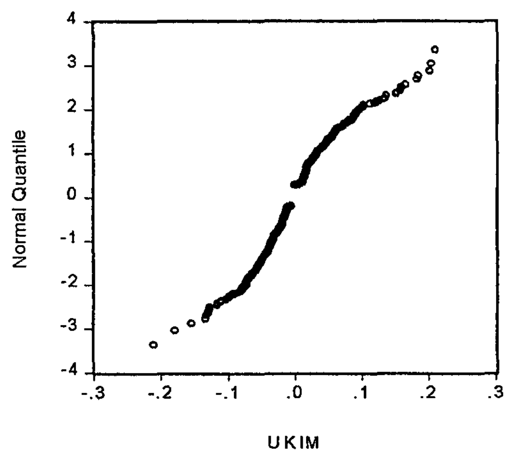
GRAFİK XXXIV

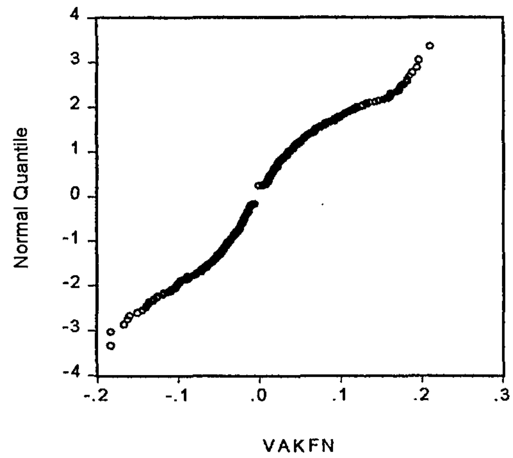
Pınarsüt Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği



GRAFİK XXXV

Tofaş Oto. Fabrikası Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği



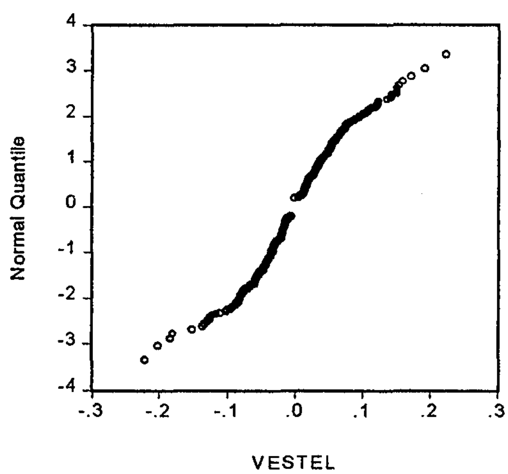


GRAFİK XXXVI

Uki Konfeksiyon Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği

GRAFİK XXXVII

Vakıf Finansal Kiralama Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği



GRAFİK XXXVIII

Vestel Hisse Senedine ait Getiri Serisinin Normal Kantil Grafiği

Her bir hisse senedine ait Normal Kantil grafiğine bakıldığında, 15 hisse senedinin tamamının normal dağılmadığı ve her birinin normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahip olduğu görülür. 15 hisse senedinin tamamı leptokurtiktir (kalın-uzun kuyruklu).

3. SİMETRİK KARARLI DAĞILIM PARAMETRE TAHMİNLERİ

Çalışma dahilinde kullanılan her bir hisse senedinin kararlı dağılım parametre tahminleri Xplore 4.6 Academic paket programı yardımıyla bulunmuştur. Parametre tahmini yapılırken Koutravelis' in Regresyon tipi parametre tahmini yönteminden yararlanılmıştır.

Parametre tahminleri elde edildikten sonra, kararlı dağılım parametre tahminlerine sahip hisse senetlerinin kararlı dağılıma uyup uymadıkları araştırılmıştır. Bu araştırmada, Anderson-Darling ve Kolmogorov-Smirnov (K-S) Uyum İyiliği testleri kullanılmıştır.

3.1 Anderson Darling Uyum İyiliği Testi

Anderson-Darling testi, veri örnekleminin belirli bir dağılıma sahip bir ana kütleden gelip gelmediğini test etmede kullanılır. Anderson-Darling testi, Kolmogorov-Smirnov (K-S) testinin düzeltilmiş şeklidir ve K-S testine göre dağılımın kuyruklarına daha çok ağırlık vermektedir. K-S testi, test edilen belirli dağılıma bağlı olmayan kritik değerler cinsinden dağılımdan bağımsızdır. Anderson-Darling testi ise, kritik değerlerin hesaplanmasında belirlenmiş dağılım kullanılır. Bu testin avantajı, daha hassas bir test olmasıdır. Dezavantajı ise kritik değerlerin her bir dağılım için hesaplanmasının gerektiğidir.

Anderson-Darling testi, ki-kare ve Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testlerine alternatif bir testtir. Anderson-Darling test istatistiği aşağıdaki şekildedir.

$$S = \sum_{i=1}^{N} \frac{(2i-1)}{N}\left[\ln F(Y_i) + \ln\left(1 - F(Y_{N+1-i})\right)\right]$$

olmak üzere, Anderson-Darling test istatistiği

$$A^2 = -N - S$$

olmaktadır. Burada Y_i sıralanmış veriler ve F, belirlenen dağılımın birikimli dağılım fonksiyonudur.[62]

Anderson-Darling testinin kritik değerleri, test edilen belirlenmiş dağılıma bağlıdırlar. Anderson-Darling testi şu şekilde tanımlanır:

H_0: Veriler kararlı dağılıma uymaktadır
H_1: Veriler kararlı dağılıma uymamaktadır.

Test bir-yanlı bir testtir ve eğer test istatistiği, A, kritik değerden büyük ise sıfır hipotezi reddedilir.

3.2 Kolmogorov-Smirnov Uyum iyiliği Testi

Kolmogorov-Smirnov testi, bir örneklemin belirlenmiş bir dağılıma ait bir anakütleden gelip gelmediğine karar vermede kullanılmaktadır. Kolmogorov-Smirnov testi deneysel (ampirik) dağılım fonksiyonuna bağlıdır. $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ şeklindeki sıralı veriler için deneysel dağılım fonksiyonu

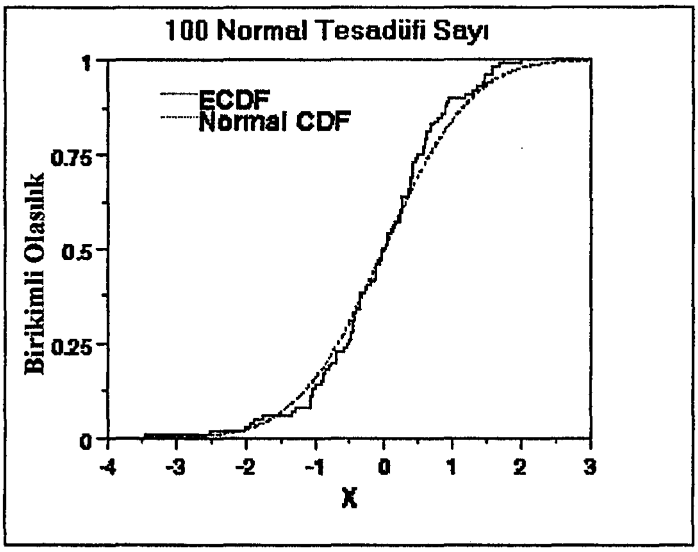
$$E_N = n(i)/N$$

şeklinde tanımlıdır. Burada n(i), küçükten büyüğe doğru sıralanmış Y_i değerleri için Y_i değerinden daha az olan noktaların sayısıdır. Bu, her bir sıralı veri noktasının değerinin 1/N çarpımıyla artan bir adım fonksiyonudur.

Grafik XXXVI' da, 100 tane normal dağılmış tesadüfi sayıya ait normal birikimli dağılım fonksiyonu ile deneysel dağılım fonksiyonu verilmiştir. K-S`testi, bu iki eğri arasındaki maksimum uzaklığa dayanmaktadır.

---

[62] M. A. Stephens, "EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons", **Journal of the American Statistical Association**, No.69, s.733.



GRAFİK XXXIX

100 tane Normal dağılmış tesadüfi sayıya ait
Normal birikimli ve deneysel dağılım fonksiyonu

Bu testi çekici kılan bir özellik, K-S test istatistiğinin kendi dağılımının test edilen temeldeki birikimli dağılım fonksiyonundan bağımsız olmasıdır. Diğer bir avantajı ise kesin bir test olmasıdır. Örneğin, ki-kare uyum-iyiliği testi geçerli yaklaşımlara ait yeterli bir örneklem büyüklüğüne bağlıdır.

Kolmogorov-Smirnov testi aşağıdaki gibi tanımlıdır:

H_0: veri seti kararlı dağılıma uymaktadır
H_1: veri seti kararlı dağılıma uymamaktadır

F, test edilen belirlenmiş dağılımın teorik birikimli dağılımı olmak üzere, Kolmogorov-Smirnov test istatistiği şu şekilde tanımlıdır:

$$D = \max_{1 \le i \le N} \left| F(Y_i) - \frac{1}{N} \right|$$

Eğer test istatistiği,D, kritik değerden daha büyük ise sıfır hipotezi reddedilir.

3.3 Parametre Tahminleri

15 hisse senedinin simetrik kararlı dağılım parametre tahminleri aşağıdaki gibidir.

TABLO XVII

Simetrik Kararlı ve Normal Dağılım Parametre Tahminleri

	Simetrik Kararlı Dağılım Parametre Tahminleri			**Normal Dağılım Parametre Tahminleri**	
Menkul Kıymetler	α	γ	δ	μ	σ
Adana Çimento	1,67	0,0188	0,0036	0,0025	0,0352
Adel Kalemcilik	1,58	0,0186	0,0036	0,002	0,0381
Akal Tekstil	1,66	0,0226	0,0026	0,0024	0,0422
Anadolu Cam	1,72	0,0217	0,0048	0,0032	0,0389
Brisa	1,7	0,0211	0,0046	0,0027	0,0382
Deva Holding	1,6	0,0254	0,0049	0,0027	0,0494
Ege Gübre	1,61	0,0196	0,0044	0,0019	0,0386
Goodyear	1,63	0,0202	0,0019	0,0021	0,039
İntema	1,68	0,0233	0,0033	0,0022	0,0428
İzocam	1,76	0,0236	0,0042	0,0028	0,0403
Pınar Süt	1,61	0,0207	0,0024	0,0025	0,0407
Tofaş Otomobil Fab.	1,7	0,0251	0,0043	0,0033	0,0456
Ukim	1,64	0,0222	0,0029	0,0018	0,043
Vakıf Fin. Kiralama	1,53	0,0235	0,0019	0,0026	0,0493
Vestel	1,76	0,0247	0,0035	0,0025	0,0429

Her bir hisse senedine ait kararlı ve normal dağılım parametre tahminlerine bakıldığında, Anderson-Darling ve Kolmogorov-Smirnov test istatistiklerine göre elde edilen sonuçlar getiri serilerinin normal dağılımdan α-kararlı dağılıma daha iyi uyduklarını göstermektedir.

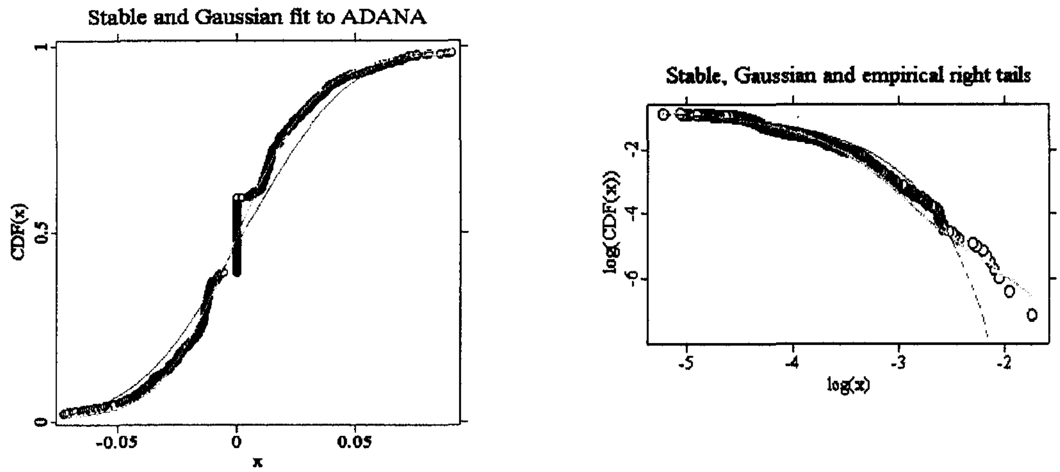
Maalesef, α-kararlı dağılımlar için Anderson-Darling ve Kolmogorov-Smirnov testlerine ait kritik test değerleri bilinmemektedir. Bununla birlikte, Anderson –Darling ve K-S test değerleri normal dağılıma ait test değerlerinden oldukça küçüktür. Hisse senetlerinin simetrik kararlı ve normal dağılım parametre tahminlerinin Anderson-Darling ve Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testleri Tablo XVIII' de verilmiştir.

TABLO XVIII

Hisse Senedi Getirilerinin Uyum İyiliği Testleri

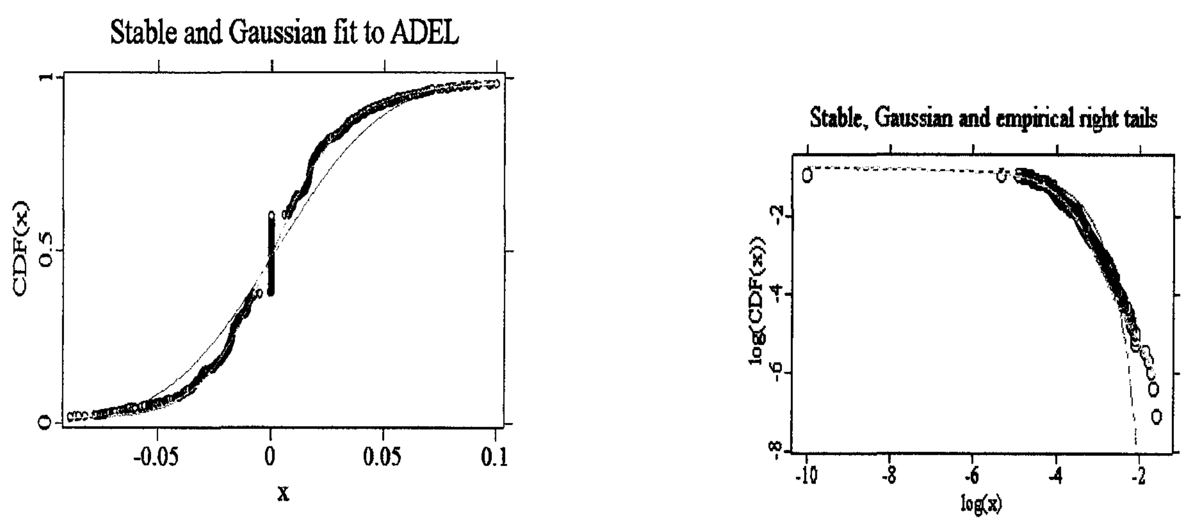
	Anderson-Darling		**Kolmogorov-Smirnov**	
Menkul Kıymetler	**Normal**	**Kararlı**	**Normal**	**Kararlı**
Adana Çimento	16,6224	4,4982	4,3155	3,6719
Adel Kalemcilik	23,2066	5,6423	4,2305	3,9835
Akal Tekstil	15,2875	3,0846	3,6415	3,0846
Anadolu Cam	12,9439	3,2949	3,8544	3,2229
Brisa	14,0378	4,2888	4,3321	3,6532
Deva Holding	17,4412	2,8789	3,5738	2,7565
Ege Gübre	20,2178	4,0923	4,2962	3,6764
Goodyear	19,8927	3,6561	4,6137	3,439
İntema	13,9484	4	3,3824	3,3851
İzocam	9,3616	3,0585	3,616	3,1285
Pınar Süt	19,9181	3,3182	4,2553	3,4598
Tofaş Oto. Fabrikası	13,0157	2,0188	3,4023	2,6413
Ukim	20,3443	3,3716	4,46	3,2854
Vakıf Fin. Kiralama	25,1857	2,9272	4,2226	3,1056
Vestel	10,7095	2,2733	3,5476	2,9209

Getiri serilerinin gerçekten kararlı dağılıma uyduklarını söylememekle birlikte, bir sonraki bölümde ele alacağımız gibi kuyruk indeks tahminlerine bakıldığında getiri serilerinin kararlı dağılmadıkları reddedilemez.



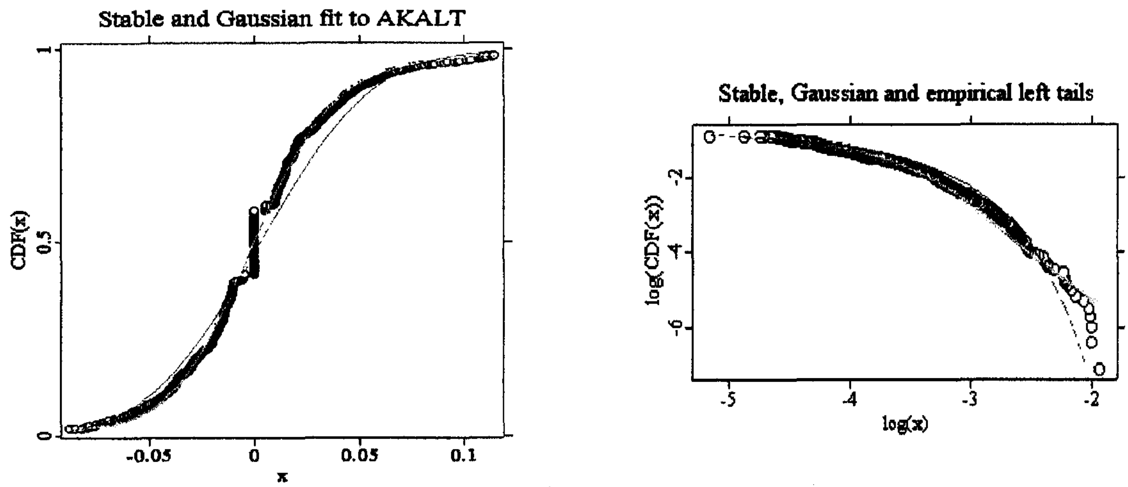
ŞEKİL II

Adana Çimento Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.67-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.67-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



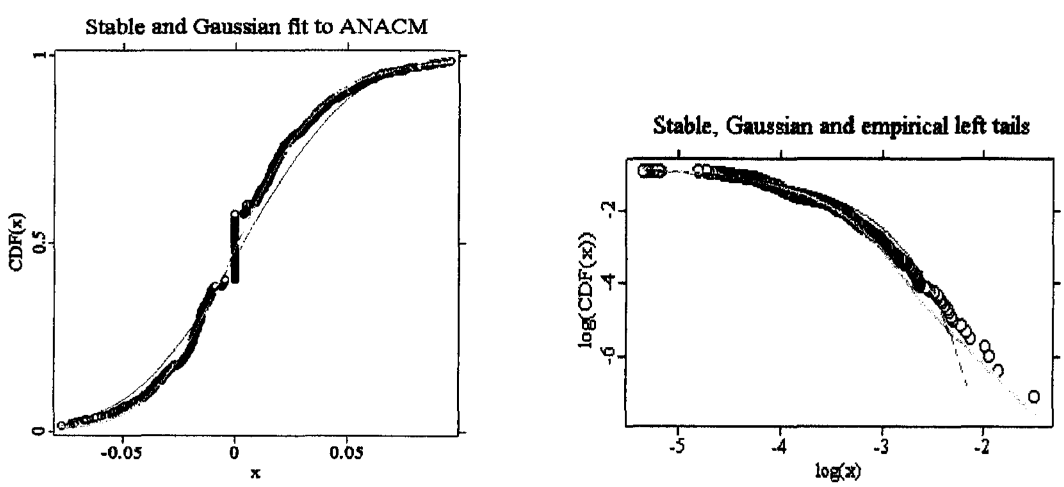
ŞEKİL III

Adel Kalemcilik Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.58-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.58-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



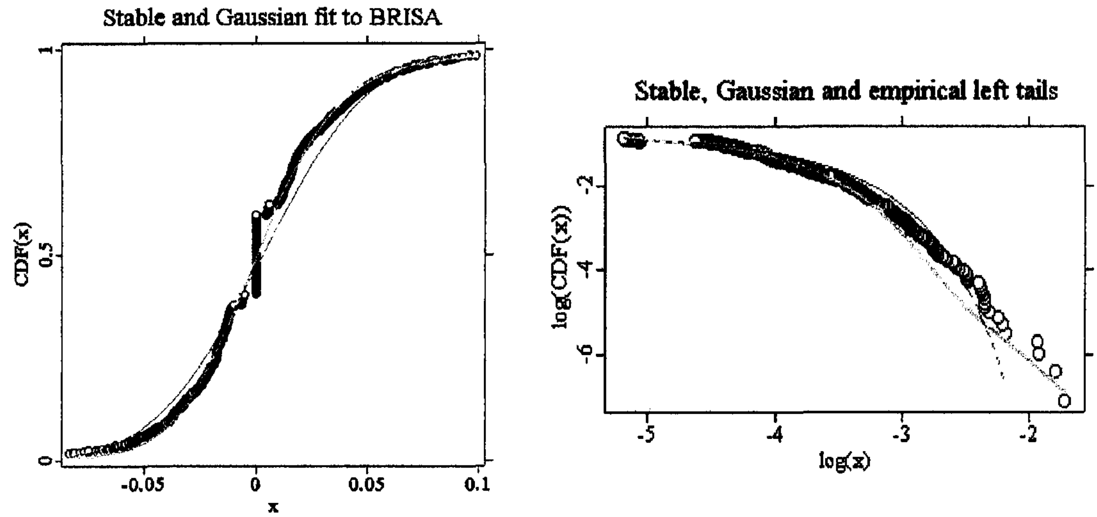
ŞEKİL IV

Akal Tekstil Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.66-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.66-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



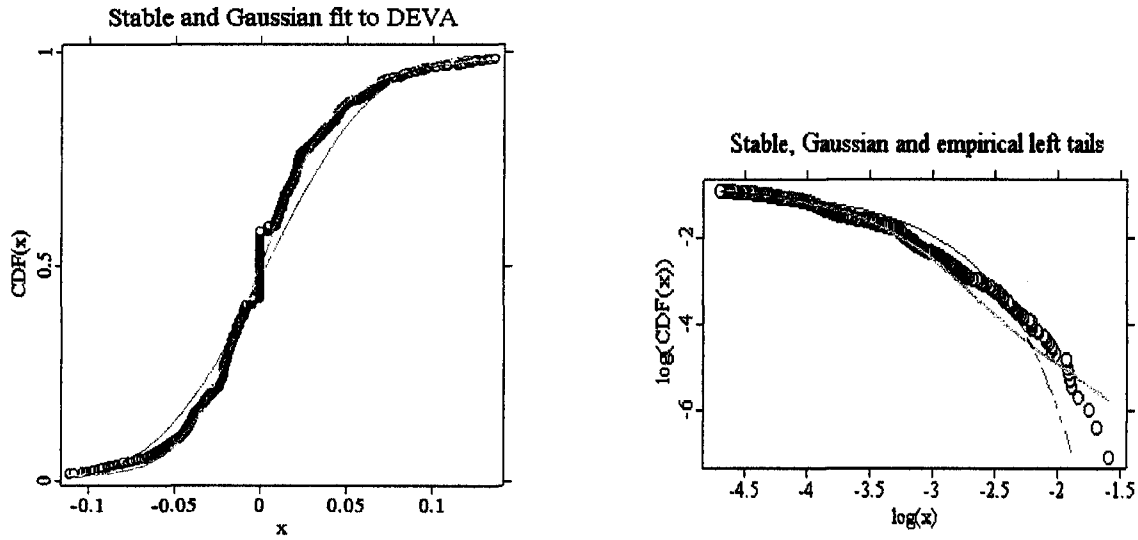
ŞEKİL V

Anadolu Cam Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.72-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.72-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



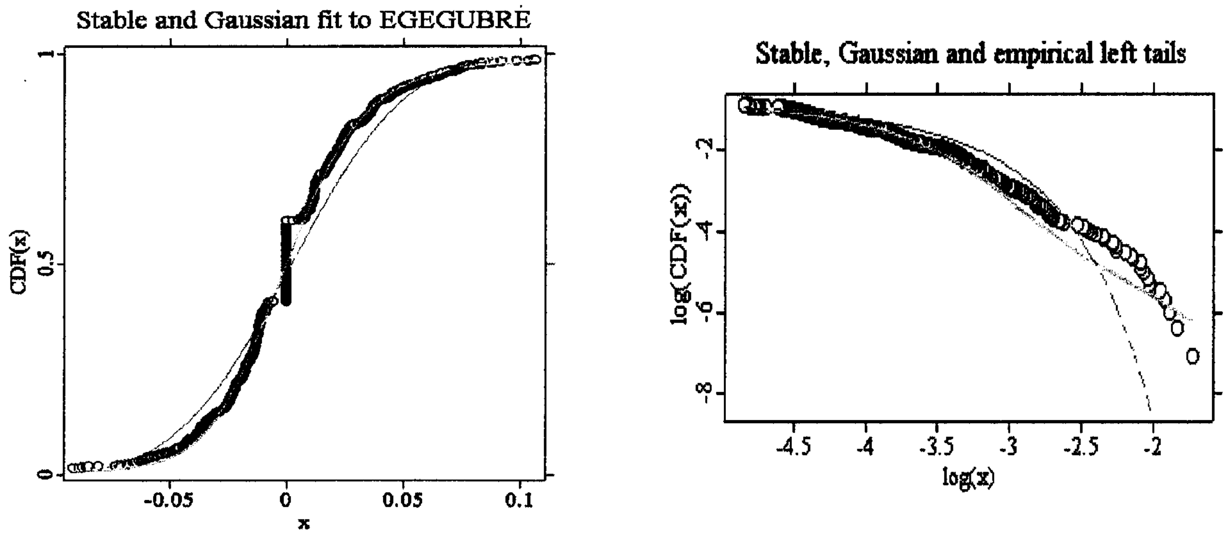
ŞEKİL VI

Brisa Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.7-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.7-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



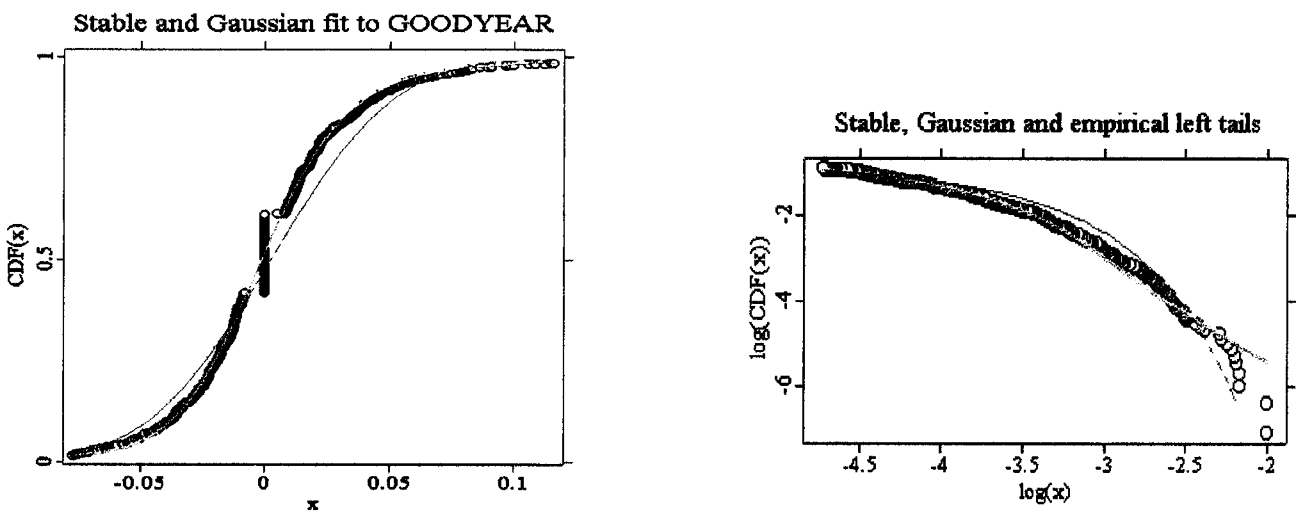
ŞEKİL VII

Deva Holding Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.6-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.6-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



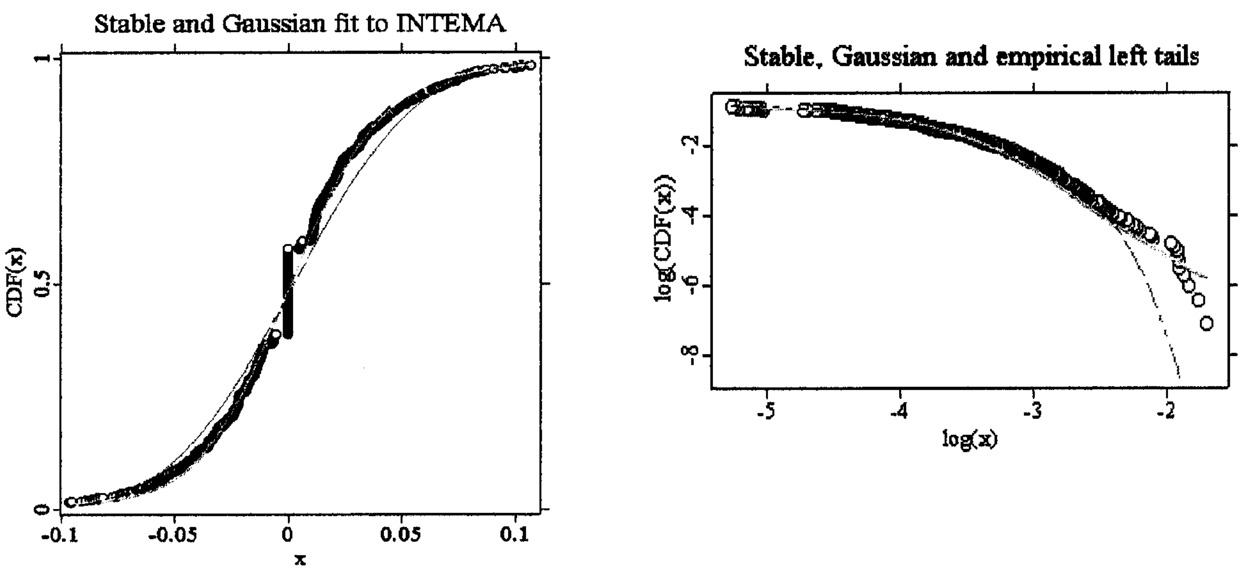
ŞEKİL VIII

Ege Gübre Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.61-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.61-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



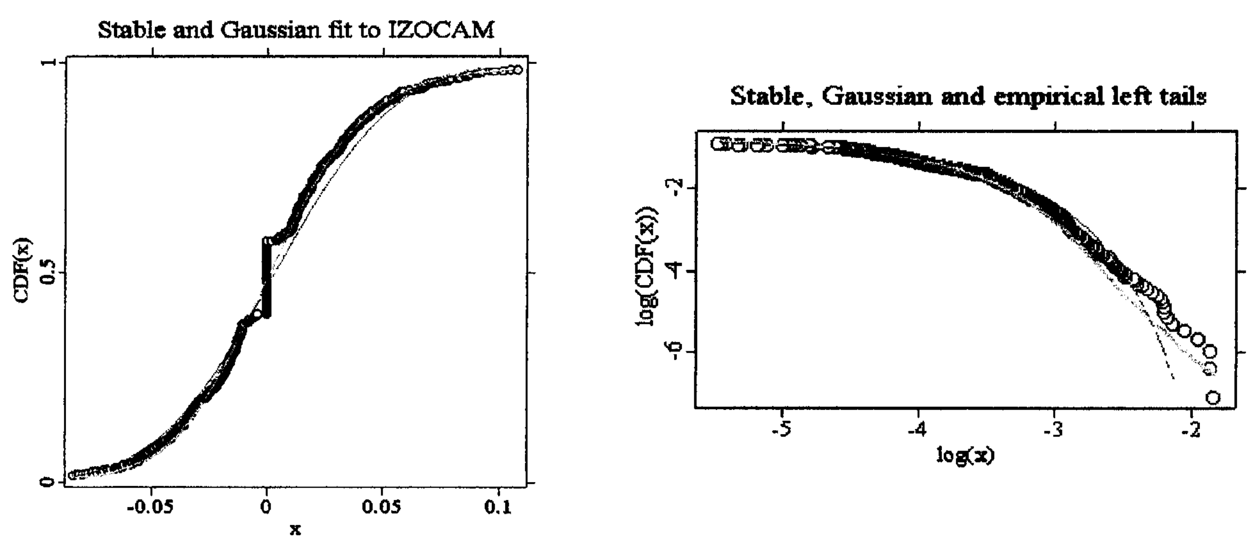
ŞEKİL IX

Goodyear Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.63-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.63-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



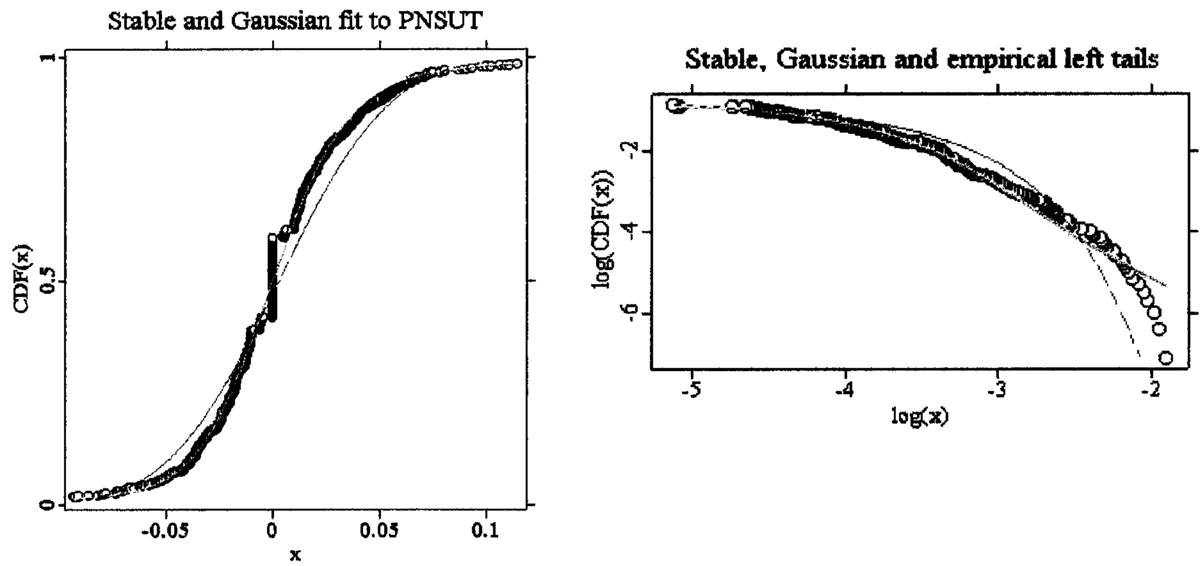
ŞEKİL X

İntema Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.68-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.68-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



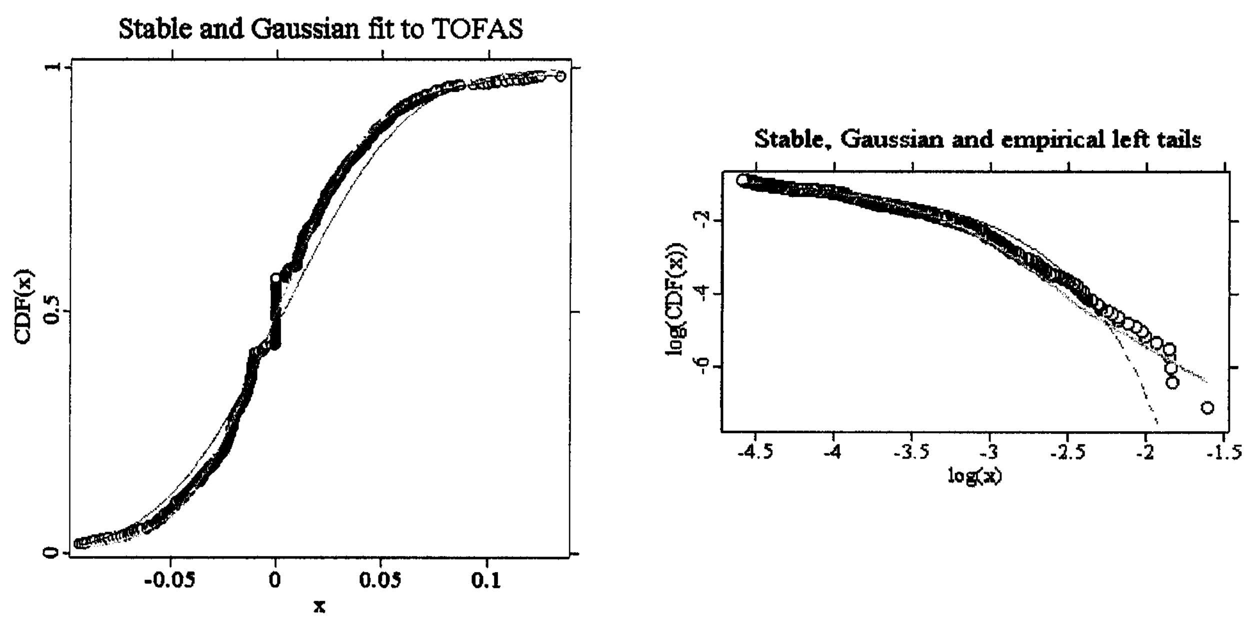
ŞEKİL XI

İzocam Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.76-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.76-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



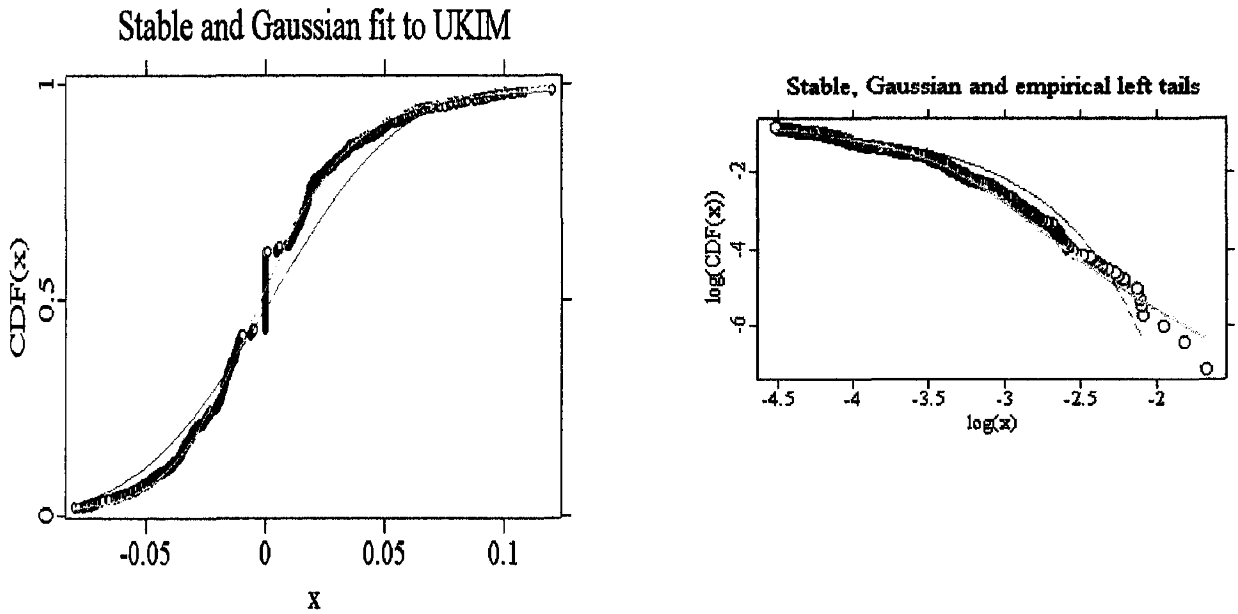
ŞEKİL XII

Pınarsüt Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.61-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.61-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



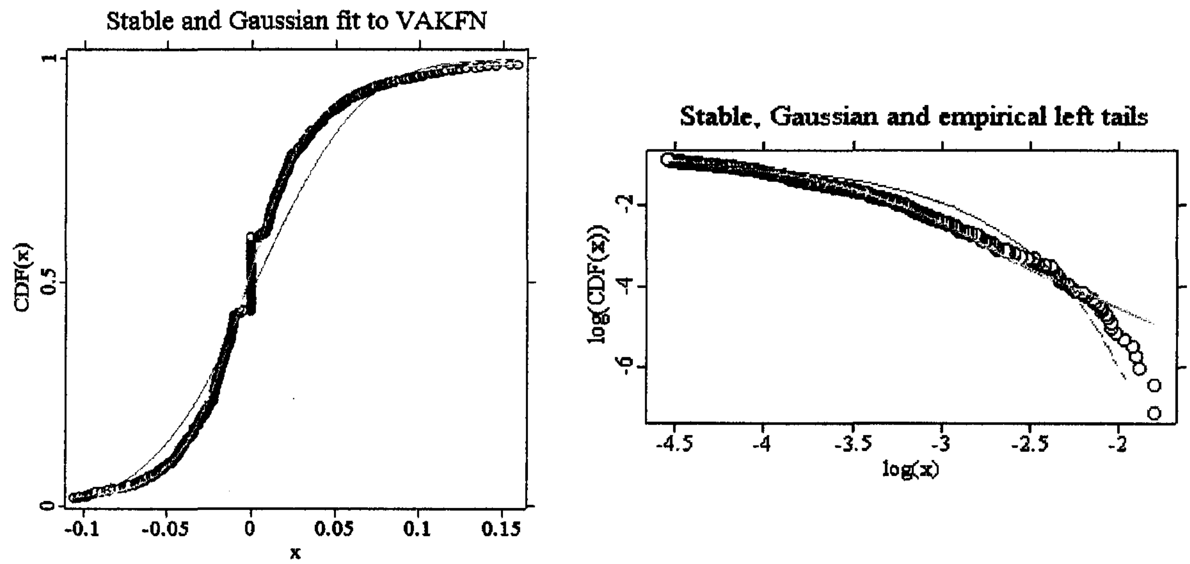
ŞEKİL XIII

Tofaş Oto. Fabrikası Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.7-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.7-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



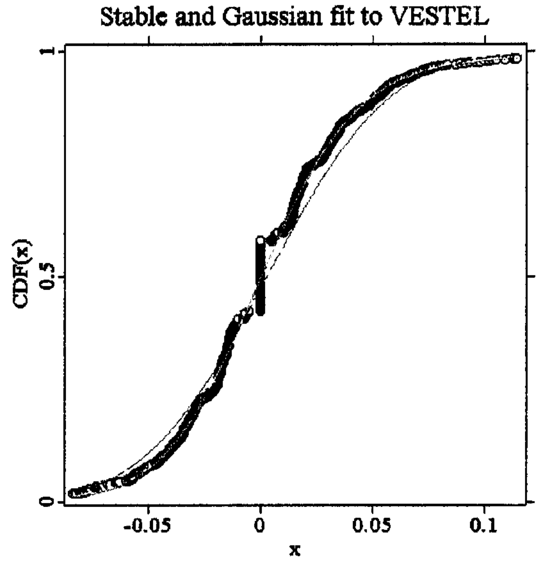
ŞEKİL XIV

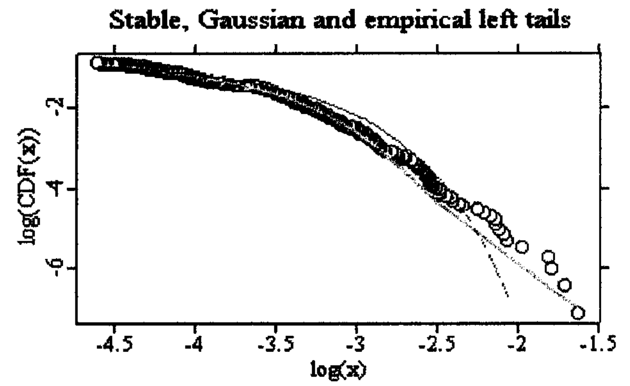
Uki Konfeksiyon Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.64-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.64-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.



ŞEKİL XV

Vakıf Finansal Kiralama Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.53-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.53-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.





ŞEKİL XVI

Vestel Getiri Serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonunun 1.76-kararlı (mavi) ve Normal (kırmızı) dağılıma uygunlukları. Sağ tarafta ise 1.76-kararlı dağılımının üstünlüğünü gösteren çift logaritmik ölçek üzerinde sol kuyruğun dağılımlara uygunluğu.

Yukarıdaki 15 hisse senedine ait şekillerde, her bir hisse senedine ait getiri serisinin deneysel birikimli dağılım fonksiyonlarının normal dağılımdan çok kararlı dağılıma daha iyi uydukları görülmektedir. Ayrıca her bir deneysel birikimli dağılım fonksiyonu, getiri serileri dağılımının sol taraf kuyruklarında normal dağılıma göre getiri serilerine daha iyi uymaktadır.

4. Kararlı Portföy Analizi'nin İMKB Uygulaması

Çalışma kapsamında kullanılan hisse senetleri içerisinden sırasıyla karakteristik üssü 1.6 ve 1.7 olan ve simetrik kararlı dağılmış ve her biri 5 adet hisse senedinden oluşan Markowitz Ortalama-Varyans ve Kararlı Portföy analizine göre portföyler oluşturulmuştur.

Normal dağılım varsayımını kabul eden Ortalama-Varyans modeli $\alpha = 2$ için α-kararlı portföy modelinin özel bir durumudur. Bu durumda ölçek parametresi, standart sapmanın $\sqrt{2}$ ye bölümüne eşittir.

TABLO XIX

Markowitz Ortalama-Varyans Kriterine Göre Oluşturulmuş Portföy

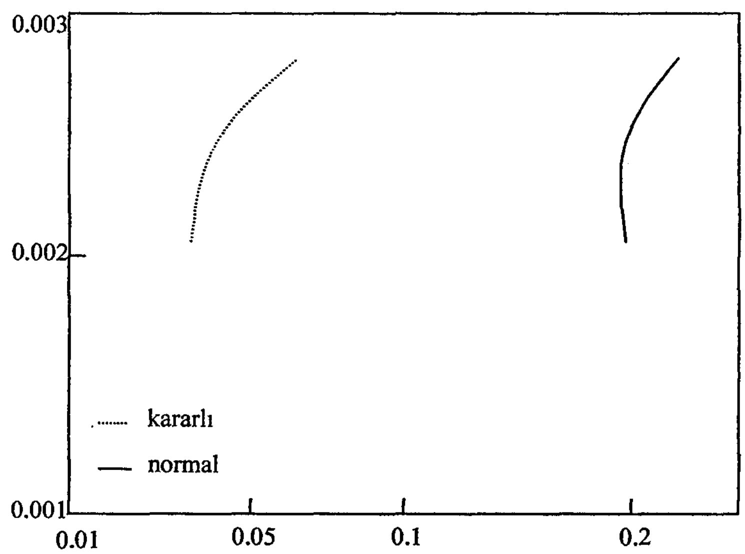
Menkul Kıymetler	Portföy İçerisindeki Ağırlıklar A (Normal)
Adana Çimento	50
Akal Tekstil	5
Deva Holding	5
Ege Gübre	10
Pınar Süt	30
Toplam Ağırlık (%)	100
Ortalama Getiri Oranı (% günlük)	0.002445
Portföy Riski-Varyans(% günlük)	0.086
$\frac{\sigma}{\sqrt{2}}$	0.20738

TABLO XX

Kararlı Portföy Analizine Göre Oluşturulmuş Portföy

Menkul Kıymetler	Portföy İçerisindeki Ağırlıklar B (Kararlı)
Adana Çimento	60
Akal Tekstil	7
Deva Holding	-
Ege Gübre	8
Pınar Süt	25
Toplam Ağırlık (%)	100
Ortalama Getiri Oranı (% günlük)	0.002445
Portföy Riski (% günlük)	0.04755

Markowitz ve Kararlı Portföy Analizine göre oluşturulan her iki portföye bakıldığında, her bir portföyün yapısının birbirinden çok farklı olduğu görülmektedir. Normal dağılıma göre oluşturulan portföydeki Adana Çimento, Akal Tekstil, Deva Holding, Ege Gübre ve Pınar Süt hisse senetlerinin ağırlıkları sırasıyla (%50, %5, %5, %10, %30) olurken, kararlı dağılıma göre oluşturulan portföyde ise Adana Çimento, Akal Tekstil, Ege Gübre ve Pınar Süt hisse senetlerinin ağırlıkları sırasıyla (%60, %7, %8, %25) dir. Kararlı dağılıma göre oluşturulan portföyde, Deva Holding hisse senedi portföyde yer almamaktadır. Her iki portföy analizine göre oluşturulmuş portföylerin etkin sınırı aşağıdaki gibidir:



Şekil XVII Normal ve 1.6-Kararlı Portföylerin Etkin Sınırı

5 hisse senedinden oluşan 1.6-kararlı portföyün, ortalama-varyans modeline göre oluşturulan portföye göre aynı beklenen getiri düzeyinde daha az riske sahip olduğu görülmektedir. Buna göre kararlı portföy analizi altında oluşturulan portföyün ortalama-varyans modeline göre oluşturulan portföye göre daha etkin olduğu söylenebilir.

Çalışma kapsamında seçilen 15 hisse senedinin simetrik kararlı dağılım parametrelerine bakıldığında, 5 hisse senedinin de karakteristik üssünün 1.7 olduğu görülür. 1.7-kararlı dağılmış hisse senetlerinden kararlı portföy analizi ve Ortalama-Varyans modeline göre oluşturulmuş portföylerin yapısı bulunmuştur.

Tablo XXI

Ortalama-Varyans Modeline Göre Oluşturulmuş Portföy

Menkul Kıymetler	Portföy İçerisindeki Ağırlıklar A (Normal)
Anadolu Cam	45
Brisa	35
İzocam	10
Tofaş Oto. Fabrikası	5
Vestel	5
Toplam Ağırlık (%)	100
Ortalama Getiri Oranı (% günlük)	0.002955
Portföy Riski (% günlük)	0.010065
$\frac{\sigma}{\sqrt{2}}$	0.224337

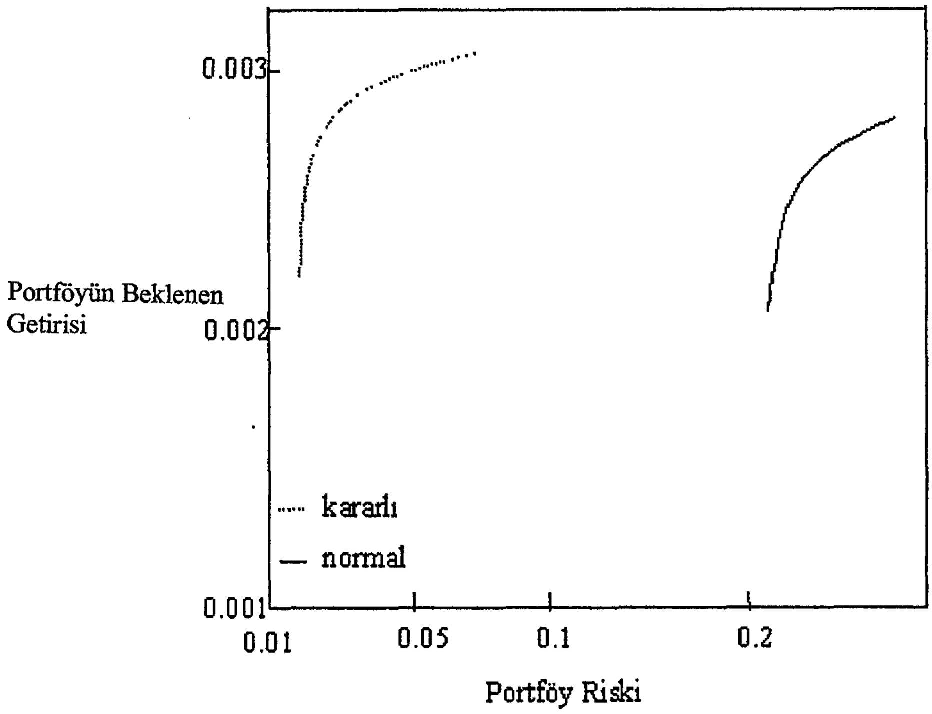
Tablo XXII

1.7-Kararlı Portföy

Menkul Kıymetler	Portföy İçerisindeki Ağırlıklar A (Normal)
Anadolu Cam	47
Brisa	40
İzocam	10
Tofaş Oto. Fabrikası	2
Vestel	1
Toplam Ağırlık (%)	100
Ortalama Getiri Oranı (% günlük)	0.002955
Portföy Riski-Ölçek parametresi (% günlük)	0.03815

Anadolu Cam, Brisa, İzocam, Tofaş Oto. Fabrikası ve Vestel hisse senetlerinden oluşan her iki portföye bakıldığında aynı beklenen getiri düzeyinde her iki portföyün farklı risklere sahip olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra, Ortalama-varyans modeline göre oluşturulan portföyde hisse senetlerinin ağırlıkları (%45, %35, %10, %5, %5) iken, Kararlı portföy analizine göre aynı hisse senetlerinden oluşturulan portföyün ağırlıkları

(%47, %40, %10, %2, %1) olmaktadır. Aynı beklenen getiri düzeyinde iki portföyün yapısı birbirinden farklıdır.

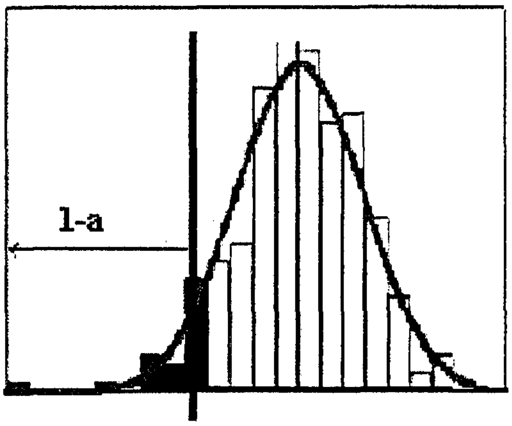


ŞEKİL XVIII Normal ve 1.7-Kararlı Portföylerin Etkin Sınırı

5. PORTFÖY PERFORMANSLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

Normal ve kararlı dağılıma göre oluşturulan portföyleri karşılaştırmada kullanılan bir diğer yol ise, her iki yaklaşıma göre beklenen "temel" kaybın hesaplanmasıdır. "Temel" kaybın hesaplanmasında kullanılan bir ölçüm VaR (Value At Risk, riske maruz değer) dır. VaR, belirli bir zaman aralığında ve belirli bir güven düzeyinde ortaya çıkması beklenen kayıp olarak tanımlanmaktadır. Başka bir tanımda ise, belirlenen elde tutma süresi içinde olası portföy kayıplarının tek yönlü güvenlik sınırı olarak belirtilmektedir. Yani belirli bir zaman aralığındaki kazanç ve kayıpların dağılımı için **a** güven düzeyi seçilmiş ise, VaR bu dağılımın ucundaki **1 – a** ' ya denk gelmektedir. Matematiksel ifadeyle, finansal bir varlığa ait getirilerin zaman serisi r (t) olmak üzere **a** düzeyindeki VaR aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\mathrm{Prob}(r(t) < \mathrm{VaR}(a) \setminus F(t-1)) = \mathbf{a}$$



ŞEKİL XIX Riske Maruz Değer (VaR)

VaR, t elde tutma süresi ve p güven aralığı içerisinde t anında A portföyünün getirisi R_t^A olmak üzere

$$\Pr ob(R_t^A < -VaR_t) = p$$

olarak tanımlıdır.

Eğer R_t^A ortalaması μ_A ve ölçek parametresi γ_A olan tek-değişkenli simetrik kararlı dağılıma uyuyorsa, Q_{1-p} standart α-kararlı dağılımın ($S_\alpha(0,1)$) $(1 - p)$ – kesrinin göstermek üzere portföyün VaR değeri

$$VaR_t^A = \mu + \gamma_A Q_{1-p}$$

olmaktadır.[63]

Normal ve 1.6-Kararlı dağılmış portföylerin çeşitli güven aralıklarında hesaplanmış günlük VaR değerleri Tablo XXIII'de verilmiştir.

---

[63] Lotfi Belkacem, "How to Select Optimal Portfolio in Alpha-Stable Markets", (**http:// www.inria.fr/rrrt/rr-3100.html**, 15.09.2004 tarihli internet sayfası).

TABLO XXIII

Farklı Güven Aralıklarında Günlük VaR(%) Değerleri

Portföyler	%1	%5	%10	%20	%30	%40	%50
A (Normal)	0.68	0.48	0.38	0.25	0.16	0.077	0.0024
B (1.6-Kararlı)	0.32	0.15	0.1	0.065	0.040	0.021	0.0024

Farklı güven aralıklarında hesaplanan VaR değerlerine bakıldığında, A (normal) portföyünün VaR değerleri B (kararlı) portföyünün VaR değerlerine göre daha yüksektir. Normal-VaR ve Kararlı-VaR arasındaki maksimum fark ise %1 güven aralığında gerçekleşmektedir.

TABLO XXIV

Normal ve 1.6-Kararlı Portföylerin Günlük (%) VaR Değerleri Arasındaki Fark

Fark	%1	%5	%10	%20	%30	%40	%50
VaR(A) – VaR(B)	0.36	0.33	0.28	0.19	0.12	0.056	0

$\alpha = 1{,}7$ karakteristik üssüne sahip hisse senetlerinden oluşturulan portföylere bakıldığında, farklı güven aralıklarında Ortalama-Varyans ve Kararlı Portföy modellerine göre oluşturulan portföylerin riske maruz kalan değerlerinin birbirinden farklı olduğu görülmektedir. Ortalama-Varyans modeline göre oluşturulan portföyün VaR değeri Kararlı-VaR değerinden daha büyüktür. İki portföyün riske maruz değerleri arasındaki en büyük fark %1 güven aralığında gerçekleşmektedir.

TABLO XXV

Farklı Güven Aralıklarında Günlük VaR(%) Değerleri

Portföyler	%1	%5	%10	%20	%30	%40	%50
A (Normal)	0.74	0.52	0.40	0.27	0.17	0.083	0.003
B (1.7-Kararlı)	0.20	0.10	0.08	0.05	0.031	0.017	0.003

TABLO XXVI

Normal ve 1.7-Kararlı Portföylerin Günlük (%) VaR Değerleri Arasındaki Fark

Fark	%1	%5	%10	%20	%30	%40	%50
VaR(A) – VaR(B)	0.54	0.42	0.32	0.22	0.14	0.066	0

Farklı α parametreleri için Kararlı Portföy Analizi, standart Ortalama-Varyans modelini genelleştirmektedir. Kararlı portföy Analizine göre elde edilen etkin sınırlar, Markowitz' in portföy seçim modeline göre elde edilen etkin sınırlara baskındırlar. Bu yüzden Ortalama-Varyans modeline göre etkin olan bir portföy Kararlı Portföy Modeline göre etkin bir portföy olmayabilir.

SONUÇ

Menkul kıymet getirilerine ait dağılımsal ve istatiksel özellikler ile teorik finans modellerindeki normallik varsayımının ele alındığı bu çalışmada vurgulanmak istenen temel düşünce, menkul kıymet getirilerinin deneysel dağılımlarının yaklaşık olarak normal olmadığı ve Markowitz' in ortalama-varyans modelindeki normallik varsayımının sağlanmadığıdır.

Çalışmada öncelikli olarak portföy yönetimi ve portföy analizi yaklaşımları incelenmiştir. Bilindiği gibi çeşitli menkul kıymetlerin doğrusal bir birleşimi olarak ifade edilen bir portföyün yönetimindeki amaç, yatırımcıların ellerindeki fonların mevcut menkul kıymetler arasında minimum risk ve maksimum getiri sağlayacak biçimde dağıtılması ve değerlendirilmesidir. Yatırımcıların sahip oldukları ortak amaç çerçevesinde, menkul kıymetlerin portföy içerisindeki dağılımlarının belirlenmesinde menkul kıymetlerin teker teker sahip oldukları risk ve getirinin doğru ölçümlerinin yapılması ve her bir menkul kıymetin risk ve getirileri arasındaki ilişkilerin bilinmesi gerekmektedir.

Geleneksel portföy analizi yaklaşımında, menkul kıymetlerin getirileri ve riskleri arasındaki ilişki göz önüne alınmamaktadır ve portföy içerisindeki menkul kıymetlerin sayısı arttırılarak portföy riskinin azaltılabileceği düşünülmektedir. Basit çeşitlendirme olarak adlandırılan bu yaklaşımın en büyük dezavantajı, aşırı çeşitlendirmenin neden olduğu portföy yönetiminin güçleşmesi ve menkul kıymetler arasındaki nicel ilişkilerin önemli olmamasıdır.

Menkul kıymet getirileri ve riskleri arasındaki ilişkiyi göz önüne alan ve riskin sayısal bir ölçümünün yapıldığı ilk portföy modeli olan Markowitz' in ortalama-varyans modeline göre, geleneksel portföy modelindeki basit çeşitlendirmeye nazaran riski daha düşük portföyler elde etmek mümkündür. Markowitz' in ortalama-varyans modelinin temel varsayımı, portföy içerisindeki menkul kıymetlere ait getirilerin yaklaşık olarak normal dağılmasıdır. Ortalama-Varyans modeline göre portföyün beklenen getirisi getirilerin aritmetik ortalaması ve portföy riski de normal dağılımın ikinci momenti olan varyanstır. Bu yaklaşımda yatırımcılar çeşitli menkul kıymetlerin bileşimlerinin oluşturarak birçok portföy oluşturabilirler. Ancak yatırımcı açısından önemli olan yatırımcının amaçlarını en iyi şekilde karşılayan optimal portföyün seçilmesidir. Bu nedenle optimal portföyü oluşturmak için, portföyde yer alan her bir menkul kıymete ait beklenen getiriler, standart sapmalar ve her bir menkul kıymet arasındaki kovaryansların bilinmesi gerekmektedir.

Gerçek hayatta yatırımcıların portföy oluştururken portföylerine dahil edebileceği, hakkında bilgi sahibi olacağı ve getiri-risk tahminlerinde bulunacağı yüzlerce menkul kıymet bulunmaktadır. Bu durumda yatırımcı açısından sayısız portföy bileşimi mevcuttur. Yatırımcı için önemli olan bu bileşimlerin oluşturduğu yatırım fırsatları setinden kendi amacına uygun olan etkin portföyü seçmektir. Genel olarak etkin bir portföy, aynı risk düzeyinde diğer portföylerden daha fazla getiriye sahip yada aynı getiri düzeyinde diğer portföylerden daha az riske sahip olandır.

Etkin portföylerin birleştirilmesiyle oluşan etkin sınırın uygulamada elde edilebilmesi için doğrusal-olmayan bir programlama tekniği olan karesel programlama kullanılmaktadır. Karesel programlama yardımıyla optimal portföyün bulunabilmesi için amaç fonksiyonu olan portföy varyansı, hedeflenen getiri düzeyi ve menkul kıymetlerin portföy içerisindeki ağırlıkları toplamının bire eşit olması kısıtları altında en küçük yapılmaya çalışılmaktadır.

Kararlı dağılıma göre portföy analizinin incelendiği Üstünel' in (1999) çalışmasında ele alınan 15 hisse senedinin Fama-Roll yöntemine göre parametre tahminlerinin normal dağılıma göre kararlı dağılıma daha iyi uyduğu bulunmuş ve karalı dağılım varsayımı altında oluşturulan portföyün normal dağılım varsayımına göre oluşturulan portföyden beklenen getirisinin daha yüksek ve riskinin daha düşük olduğu görülmüştür.

Belkacem'in (1997) Fransız Borsa'sında yaptığı çalışmada ise kararlı dağılıma göre oluşturulan portföyün Markowitz'in Ortalama-Varyans modeline göre oluşturulan portföyden aynı beklenen getiri düzeyinde, portföy yapılarının farklılaştığı ve kararlı dağılım altında oluşturulan portföyün riskini daha az olduğu görülmektedir. Ayrıca belirli güven aralıklarında hesaplanan riske maruz değerlere göre ise, normal portföyün kararlı portföye göre daha fazla riske maruz kaldığı bulunmuştur.

Çalışmanın birinci bölümünde ayrıca Markowitz' in ortalama-varyans modelindeki işlem yükünü ortadan kaldıran sermaye varlıklarını fiyatlam modeli, indeks modeller ile diğer fiyatlama yaklaşımları olan Arbitraj fiyatlama kuramı, Etkin piyasalar hipotezi ve sermaye piyasaları analiz yöntemleri olan temel ve teknik analiz yaklaşımları incelenmiştir. Tüm bu yaklaşımlarda menkul kıymet getirilerinin yaklaşık olarak normal dağıldığı kabul edilmektedir. Son yıllarda modern portföy teorisindeki klasik denge modellerine alternatif olarak geliştirilen Fraktal piyasa hipotezine göre piyasalarda oluşan fiyatlar, geçmişte oluşmuş fiyatlara bağlı olarak oluşurlar ve menkul kıymet getirileri normal dağılıma uymamaktadırlar.

Gözlemlenen menkul kıymet getirilerinin normal dağılımdan sapması teorik finansta bilinen ortalama-varyans analizi, Balck-Scholes opsiyon fiyatlama modeli ve normal dağılım varsayımı altında geliştirilmiş diğer finansal modellerin tekrardan gözden geçirilmesini ve menkul kıymet getirilerini modellemede alternatif dağılımların kullanılmasını sağlamıştır.

Menkul kıymet getirilerine ait deneysel dağılımlara bakıldığında normal dağılıma göre daha kalın kuyruklu ve ortalama etrafında daha yüksek bir tepe yapmaktadırlar. Menkul kıymet getirilerinde gözlemlenen normalden olan bu sapma leptokurtosis olarak adlandırılır. Menkul kıymet getirilerini modellemek için normal dağılıma alternatif olarak kullanılan dağılımlar içerisinde en bilinenleri Student-t, Lojistik, Eksponensiyel Kuvvet, İki Normal dağılımın karışımı ve normal dağılımında içinde yer aldığı kararlı dağılımlardır.

Çalışmanın ikinci bölümünde kararlı (normal-olmayan) dağılımlar ailesi ve bu dağılımların özellikleri ele alınmıştır. Menkul kıymet getiri dağılımlarını modellemede kararlı dağılımların kullanılmasının en büyük avantajı, menkul kıymet getirilerinin sergilediği dağılımsal özelliklere sahip olmasının yanı sıra kararlı dağılmış tesadüfi değişkenlerinin toplamının da yine bir kararlı tesadüfi değişken olmasıdır.

Normal dağılımında içinde yer aldığı bu dağılım ailesi α, β, γ ve δ gibi dört farklı parametreye sahiptir ve dağılımın kuyruk davranışını belirleyen parametre α karakteristik üstür. $\alpha = 2$ için dağılım normal dağılım olmaktadır. α parametresinin aldığı değerler küçüldükçe dağılımın kuyruk kalınlığı artmaktadır. $1 \leq \alpha < 2$ olduğunda, varyans tanımsız olmaktadır ve bu durumda risk ölçümü olarak dağılımın ölçek parametresi γ kullanılmaktadır.

Menkul kıymet getirilerinin yaklaşık olarak normal dağıldığı varsayımı altında geliştirilen ortalama-varyans portföy modeline alternatif olarak geliştirilen α-kararlı portföy modelinde, portföyde yer alan menkul kıymet getirilerinin α-kararlı dağılmış değişkenler olduğu varsayımı yer almaktadır.

Çalışmanın son bölümünde kararlı dağılım varsayımı ve kararlı portföy analizinin İMKB 100 Ulusal Endeksindeki bir uygulaması yapılmıştır. Farklı sektörlerden tesadüfi olarak seçilmiş 15 hisse senedinin 05.01.1999 ve 31.12.2003 tarihleri arasındaki günlük getirileri kullanılmıştır. Öncelikle, hisse senetlerinin kararlı dağılıma uygunlukları incelenmiştir. Yapılan basıklık, çarpıklık ve Jarque-Bera normallik testlerine göre hisse senetlerine ait getiri serilerinin normal dağılıma uymadıkları bulunmuştur.

Uygulama kapsamında yer alan Adana Çimento, Adel Kalemcilik, Akal Tekstil, Anadolu Cam, Brisa, Deva Holding, Ege Gübre, Goodyear, İntema, İzocam, Pınarsüt, Tofaş Otomobil Fabrikası, Uki Konfeksiyon, Vakıf Finansal Kiralama ile Vestel hisse senetlerine ait günlük getiri serilerinin kararlı dağılım parametre tahminlerinin Anderson-Darling ve Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testleri sonucunda normal dağılıma göre kararlı dağılıma daha iyi uydukları görülmüştür.

α karakteristik üssü 1.6 ve 1.7 olan hisse senetlerinden sırasıyla ortalama-varyans ve kararlı portföy analizine göre oluşturulan portföylerin yapısı incelenmiştir.

1.6-kararlı dağılmış Adana Çimento, Akal Tekstil, Deva Holding, Ege Gübre ve Pınar Süt hisse senetlerinden normal ve kararlı dağılım varsayımı altında aynı beklenen getiri düzeyindeki iki portföy oluşturulmuştur. Getiri düzeyleri aynı olan bu iki portföyün sahip oldukları risk ve her bir portföy içindeki hisse senetlerinin yapısı birbirinden farklı dır. Benzer şekilde 1.7-kararlı dağılmış Anadolu Cam, Brisa, İzocam, Tofaş Oto. Fabrikası ve Vestel hisse senetlerinden ortalama-varyans modeline göre ve kararlı portföy analizine göre oluşturulan portföyünde yapısı ve risk düzeyleri farklılaşmaktadır.

Ayrıca her iki varsayım altında oluşturulan portföylerin etkin sınır çizilmiştir. Ortalama-Varyans modeline göre etkin olan bir portföy kararlı portföy analizi yaklaşımına göre etkin olmamaktadır.

Bu iki varsayım altında oluşturulan portföylerin riske maruz değer (VaR) yöntemiyle karşılaştırmaları yapılmıştır. Riske maruz değer yöntemi yardımıyla belirli güven aralıklarında her iki varsayım altında oluşturulmuş portföylerdeki temel kayıplar hesaplanmıştır. %1 güven aralığındaki temel kayıp ortalama-varyans analizinde karalı portföy analizine göre daha yüksektir.

Sonuç olarak, hisse senedi getirilerinin kararlı dağıldıkları varsayımı altında oluşturulan portföylerin normal dağılımı varsayımı altında oluşturulan portföylere göre daha iyi performansa sahip oldukları ve belirlenen dönem içerisinde daha az kayba maruz kaldıkları görülmüştür. Bu nedenle, portföy yönetimi çerçevesinde Ortalama-Varyans modeline alternatif olarak kararlı dağılım varsayımı altında oluşturulan Kararlı Portföy Analizinin kullanılmasıyla daha doğru sonuçlar elde edilebilecektir.

KAYNAKÇA

AKGİRAY, Vedat, BOOTH, G.G. "The Stable-law Model of Stock Returns", **Journal of Business & Economic Statistics,** No.6,1988, s. 51-57.

AKGİRAY, Vedat and LAMOUREUX C. G. "Estimation of Stable-Law Parameters: A Comparative Study", **Journal of Business and Economic Statistics,**7, 1989,s. 85-93.

ARAD, R. W."Parameter Estimation for Symmetric Stable Distributions"**International Economic Review**, 21, 1980,s. 209-220.

BACHELIER, Louis, "Theorie de la Speculation", Annales de Ecole Normale Superieur e Series, 3,17,1900, s.21-86. (İngilizce çeviri: **The Random Character of Stock Market Prices,** MIT Press, Cambridge, MA., Editor: P.H. Cootner).

BAWA, Vijay S., ELTON, Edwin J. and GRUBER, Martin J., "Simple Rules for Optimal Portfolio Selection in Stable Paretian Markets", **Journal of Finance,** Vol.34, No.4, September 1979, s.1041-1047.

BELKACEM, Lotfi, VEHEL, Jacques Levy and Christian Walter."Capm, Risk and Port folio Selection in α – stable Markets", **Fractals**, Vol.8, No.1, 2000, s.99-115.

BLATTBERG, Robert C. and GONEDES, Nicholas J. "A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices" **Journal of Business,**Vol. 47, 1974, s. 244-280.

BOLAK, Mehmet, **Sermaye Piyasası,Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi**, Beta Basım Yayım, İstanbul 1994

BRYSON, M.C., "Heavy-Tailed Distributions", **Encyclopedia of Statistical Sciences,** Vol.3, s. 598-601, New York: Wiley, 1983.

CEYLAN,Ali ve KORKMAZ,Turhan. **Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi**, Ekin Kitabevi Yayınları, Bursa 1995

CLARK, P. K. "A Sub-ordinated Stochastic Process Model With Finite Variance For Speculative Prices", **Econometrica,** 41, 1973, s.135-155.

CHAMBERLAIN, Treveor V., CHEUNG, C. Sherman and Clarence C. Y. Kwan. "Optimal Portfolio Selection Using the General Multi-İndex Model: A Stable Paretian Framework", **Decision Sciences,** Vol.21, No.3, Summer 1990, s. 563-571.

COPELAND,Thomas E., WESTON, J. Fred **Financial Theory and Corporate Policy,** Third Edition, Addison-Wesley Pub. 1988

DOBBINS, Richard, WITT, Stephen and John Fielding, **Portfolio Theory and Investment Management**, Second Edition, Blacwell Publishers Ltd., 1994

DuMOUCHEL, William H. "On the Asymptotic of the Maximum-Likelihood Estimate When Sampling From a Stable Distribution.", **The Annals of Statistics,** Vol.1, No.5, 1973,s. 948-957.

ELTON, E. J., GRUBER, M.J. "Risk Reduction and Portfolio Size: An Analytical Solution", **Journal of Business**, Vol. 50, Ekim 1977, s.415-437

EVANS, J.L. and ARCHER, S.H. "Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis", **Journal of Finance**, Vol.23,December 1968,s.761-767.

FAMA, Eugene. "Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis",**Journal of Business** Volume 36, Issue 4, October 1963, s. 420-429.

FAMA, Eugene. "The Behavior of Stock Market Prices", **Journal of Business** Vol. 38, 1965a, s. 34-105.

FAMA, Eugene."Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market",**Management Science** Vol.11, 1965b, s. 404-419.

FAMA, Eugene and ROLL, R. "Some Properties of Symmetric Stable Distributions", **Journal of the American Statistical Association**, Vol.63, 1968, s. 817-36.

FAMA, Eugene and ROLL, R. "Parameter Estimates for Symmetric Stable Distributions", **Journal of the American Statistical Association,** Vol.66, 1971, s. 331-338.

FISCHER Donald E. and JORDAN Ronald J., **Security Analysis and Portfolio Management,** 5. Edition, Prentice Hall 1991.

FIELITZ, Bruce D. and ROZELLE, James P. "Stable Distributions and the Mixtures of Distributions Hypothesis for Common Stock Returns",**Journal of the American Statistical Association**, Vol. 78, No. 381, March 1983,s. 28-36.

FRANKFURTER, G. M. And LAMOUREUX, C. G. "The Relevance of the Distributional Form of Common Stock Returns to the Construction of Optimal Portfolios", **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, 22, 1987, s. 505-511.

HAGERMAN, R. L. "More Evidence on the Distribution of Security Returns", **Journal of Finance**, 23, 1978, s. 1213-1221.

HSU, D.A., MILLER, R. and WICHERN, D. "On The Stable Behavior of Stock Market

Prices", **Journal of the American Statistical Association**, 69, 1974, s. 108- 113.

GRAY, J. Brian and FRENCH, Dan W. "Empirical Comparisons of Distributional Models for Stock Index Returns", **Journal of Business Finance and Accounting**, Vol.17, No. 3, 1990, s. 451-459.

KON, Stanley J."Models of Stock Returns: A Comparison",**Journal of Finance**, Vol.39 1980 s.147

KONURALP Gürel, **Sermaye Piyasaları, Analizler, Kuramlar ve Portföy Yönetimi**, Alfa Yayınları, İstanbul 2001

KOUTROUVELIS, I.A."Regression-type Estimation of the Parameters of Stable Laws" **Journal of the American Statistical Association**, 75, 1980, s. 918-928.

KUCZMARSKI, James G. and ROSENBAUM, Paul R. "Quantile Plots, Partial Orders, and Financial Risk. **The American Statistician,** Vol. 53, No. 3, August 1999, s. 239-246.

LAU, A. H.-L.,LAU,H.-S., and WINDENGER, J.R."The Distribution of Stock Returns: New Evidence Aganist the Stable Model", **Journal of Business and Economic Statistics**, 8, 1990, s. 217-223.

LO, A.W. and MacKINLAY, A.C."Stock market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence From a Simple Specification Test", **Review of Financial Studies**, 1, 1988, s. 41-66.

MADDALA, G. S. and RAO, C. R."Statistical Methods in Finance",**Handbook of Statistics**, Vol.14, Elsevier Science B.V., Amsterdam, 1996.

MANDELBROT, Benoit. "The Pareto-Levy Law and the distribution of income",**International Economics Review**, 1, 1960, s. 79-106.

MANDELBROT, Benoit."The Variation of Certain Speculative Prices",**Journal of Business**, 36, 1963, s. 394-419.

MANDELBROT, Benoit. "The Variation of Some Other Speculative Prices", **Journal of Business**, 40, 1967, s. 393-413.

MARKOWITZ, H. **Portfolio Selection; efficient diversification of investment**, Wiley, New York, 1959.

McCULLOCH, J.H, "Simple Consistent Estimators of Stable Distribution Parameters", **Communication in Statistics-computation and Simulation**, 15, 1986, s.1109-1136.

McCULLOCH, J.H. "Financial Applications of Stable Distributions" (Maddala, G. And

Rao, C., editors), **Handbook of Statistics**, 14, Elsevier Science, 1997.

MEERSCHAERT, Mark M. and SCHEFFLER, Hans-Peter. **Limit distributions for sums of independent random vectors : heavy tails in theory and practice**, New York : J. Wiley, 2001.

MITTNIK, S. And RACHEV, S. T. "Modelling Asset Returns with Alternative Stable Distributions", **Econometric Reviews**, 12, 1993, s. 261-330.

NEFTÇİ, Salih N., "Value at Risk Calculations, Extreme Events, and Tail Estimation", **The Journal of Derivatives**, Spring 2000, s.23-38.

OFFICER, R. R. "The Distribution of Stock Returns", **Journal of the American Statistical Association**, 76,1972, s. 807-812.

OSBORNE, M. F. M. "Brownian Motion in the Stock Market",**Operations Research**,7, 1959, s. 145-173. (Reprinted, (Cootner, P.H.,editor). **The Random Character of Stock Market Prices**, 100-128, Cambridge, 1964).

PEIRO, Amado. "The Distribution of Stock Returns: International Evidence", **Applied Financial Economics**, 4, 1994, s.431-439.

PETERS, Edgar E. **Chaos and order in the capital markets : a new view of cycles, prices, and market volatility**, 2nd Edition – New York : J. Wiley, 1996

PRAETZ, P. "The Distribution of Share price Changes", **Journal of Business,** 45,1972, s.49-55

PRESS, S.J. "Multivariate Stable Distributions", **Journal of Multivariate Analysis**, 2, 1972, s.444-462.

RACHEV, Svetlozar and SEONKOO, Han. "Portfolio management with stable distributions." **Mathematical Methods of Operations Research**, Vol. 51, 2000, s. 341-352.

REILLY, Frank K. and BROWN Keith C.**Investment analysis and portfolio Management**, 5th Edition. – Forth Worth, Tex. : Dryden Press, 1997

ROZELLE, J. and FIELITZ, B. "Skewness in Common Stock Returns", **Financial Review**, 15, 1980, s.1-23.

SAMORODNITSKY, G. and TAQQU Murad.**Stable Non-Gaussian Random Processess, Stochastic Models with Infinite Variance**, Chapman and Hall, New York, London, 1994.

SAMUELSON, Paul A."Efficient Portfolio Selection for Pareto-Levy Investments",**The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Vol.2, No.2, 1967, s.107-122.

SARIKAMIŞ, Cevat **Sermaye Pazarları**, İstanbul Üniversitesi Yayın No: 2743, Fatih Matbaası, İstanbul 1980

SIGMAN, K., "A Primer on Heavy-Tailed Distributions", **Queueing Systems**, 33, 1999 s.261-275.

SIMKOWITZ, M. and BEEDLES,W."Asymmetric Stable Distributed Security Returns" **Journal of the American Statistical Association**, 75, 1980,s.306-312.

STATMAN Meir , "How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?", **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Vol. 22, September 1987, s. 353-363

STEPHENS,M.A."EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons",**Journal of the American Statistical Association**, Vol.69, No. 347, September 1974, s. 730-737.

TEICHMOELLER, J. "A Note on the Distribution of Stock Price Changes", **Journal of the American Statistical Association**, 66, 1971, s.282-284.

ÜSTÜNEL,İbrahim Engin, **Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması**, Emir Ofset, Ankara 2000

YÜCE, Ayşe. **An examination of an emerging stock exchange : the case of Turkish stock market**, I. Basım, Ankara : Sermaye Piyasası Kurulu, 1996

ZIEMBA, W.T. "Choosing Investment Portfolios When the Returns Have Stable Distributions", (Hammer, P.L. and Zoulendijl, G., editors). **Mathematical Programming in Theory and Practice**, s. 443-482, North-Holland, 1974.

İnternet Kaynakları

ALAOUI Abdallaoui, Rachid. "Paretian Stable Models in Finance", (**http://www.cmap.polytechnique.fr/Rapports/Files/ALAOUI-ABDALLAOUI-Rachid.pdf**, 19.02.2003 tarihli internet sayfası).

APARICIO, Felipe , ESTRADA, Javier. "Empirical Distributions of Stock Returns: European Securities Markets, 1990-95". (**http://web.iese.edu/jestrada/PDF_Files/DSRESM.pdf**, 15.09.2004 tarihli internet sayfası).

APARICIO, Felipe , ESTRADA, Javier. "Empirical Distributions of Stock Returns: Scandinavian Securities Markets, 1990-95". (**http://web.iese.edu/jestrada/PDF_Files/DSRSSM.pdf**, 15.09.2004 tarihli internet sayfası).

BAMBERG, Günter and DORFLEITNER, Gregor. "Fat Tails and Traditional Capital Market Theory",(**http://www.wiwi.uni-augsburg.de/ibo/ Arbeitspapiere/Heft177.pdf**

, 12.07.2002 tarihli internet sayfası).

CONT; Rama, BOUCHAUD, Jean-Philipe. "herd Behavior and Aggregate Fluctuations in Financial Markets". **(http://www.imf.org/External/Pubs/FT/staffp/2001/01/pdf/bikhcha.pdf**, 15.06.2004 tarihli internet sayfası).

FOCARDI, Sergio and FABOZZI, Frank J., "Fat Tails, Scaling and Stable Laws: A Critical Look At Modeling Extremal Events in Financial Phenomena", **(http://www.iijrf.com/common/getArticle.asp?ArticleID=18674**, 07.05.2004 tarihli internet sayfası).

FOFACK, Hippolyte ve NOLAN, John P., "Tail Behavior, Modes and Other Characteristics of Stable Distributions", **(http://american2.american.edu/~jpnolan/stable/tails.ps**, 07.05.2004 tarihli internet sayfası).

MARINELLI, Carlo and RACHEV, S. T. "Some Applications of Stable Models in Finance", **(http://www.columbia.edu/~cm788/review.pdf**, 02.02.2003 tarihli internet sayfası).

NOLAN; John P. "Stable Distributions: Models for Heavy Tailed Data" **(http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/chap1.pdf**, 07.05.2004 tarihli internet sayfası).

PANAS, Epaminandos, KANELLOPOULOU, Stella. "Empirical Distributions od Stock Returns: Paris Stock Market, 1980-2003". **(http://www.u-cergy.fr/AFFI_2004/IMG/pdf/EPAMINONDAS.pdf**, 15.09.2004 tarihli internet sayfası).

PAYASLIOĞLU, Cem. "Tail Behavior of Return Distributions of Exchange Rates Under Different Regimes:A Case Study For Turkey." **(http:// www.econ.metu.edu.tr/cong2001/abstracts/papers/p021.pdf**, 25.06.2004 tarihli internet sayfası).

Sermaye Piyasası Faaliyetleri İleri Düzey Lisansı Eğitimi, Finansal Yönetim. **(http://www.tspakb.org.tr/docs/egitim_notlari/finansal_yonetim_ileri.pdf**, 08.01.2004 tarihli internet sayfası).

SKIENA, Steven S. "Fractal Analysis",**(http://www.cs.sunysb.edu/~skiena/691/lectures/lecture12/lecture12.html**, 15.09.2004 tarihli internet sayfası).

WATKINS, Thayer. "Pareto-Levy Stable Distributions", **(http://www.sjsu.edu/faculty/watkins/stable.htm**, 29.11.2002 tarihli internet sayfası).

WERON, Rafal. "Heavy-Tailed Distributions in Value at Risk Calculations".**(http://appel.rz. hu-berlin. De/Zope/ise_stat/wiwi/ise/stat/lehre/qst-5-aqme/aqm/aqmpapers/RWeron_HCS.pdf**, 08.07.2004 tarihli internet sayfası).

WERON, Rafal. "performance of the Estimators of Stable Law Parameters" (**http://www.im.pwr.wroc.pl/~hugo/Publications.xml**, 08.01.2004 tarihli internet sayfası).

Yayımlanmamış Tezler

ÖZER, Hatice. "**The Distributional Properties and Weak Efficiency in Istanbul Stock Exchange: A Sectoral Analysis**" Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bilkent Üniversitesi, SBE, 2001.

TÖYLİ, Juuso. "**Essays on Asset Return Distributions**", Yayımlanmamış Doktora Tezi, Helsinky University of Technology, 2002.