

**1.3 μm DALGA BOYUNDA IŞIMA YAPAN
GaInNAs YÜZEYDEN YAYIMLI
YARIİLETKEN LAZER SİSTEMİ**

Zehra ŞENTÜRK
Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı
Temmuz, 2008

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Zehra ŞENTÜRK'ün "**1.3 μ m Dalga Boyunda Işıma Yapan GaInNAs Yüzeiden Yayimli Yarıiletken Lazer Sistemi**" başlıklı **Fizik** Anabilim Dalındaki, Yüksek Lisans Tezi 04/07/2008 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Prof. Dr. YÜKSEL ERGÜN	
Üye	: Prof. Dr. AYDIN DOĞAN	
Üye	: Yard. Doç. Dr. UĞUR SERİNCAN	

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
.....tarih ve.....sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

1.3 μm DALGA BOYUNDA IŞIMA YAPAN GaInNAs YÜZEYDEN YAYIMLI YARIİLETKEN LAZER SİSTEMİ

Zehra ŞENTÜRK

**Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı**

**Danışman: Prof. Dr. Yüksel ERGÜN
2008, 114 sayfa**

Bu tezde ince film topluluğuna gelen bir elektromanyetik dalganın varlığında, sıkça kullanılan matris yöntemiyle şiddet yansıma katsayısı hesapları yapılmış; tabaka sayısının, tabakaların diziliminin ve kalınlıklarının sistemin yansıtıcılığına olan etkileri araştırılmıştır. Ayrıca yarıiletken lazerlerin aktif bölgelerindeki tabaka kalınlığının ve mod seçiminin bu bölgedeki elektrik alan yoğunluğuna dolayısıyla da kuşatma faktörüne olan etkileri incelenmiştir. Yapılan hesaplamalar yüzeyden yayımlı ve aktif tabaka kalınlığı alt ve üst Bragg yansıtıcılarından yansıyan ışığın ışımaya dalga boyunda antifazda olma koşuluna göre belirlenmiş bir yarıiletken lazer sisteminde ışımaya şartlarının incelenmesi için kullanılmıştır. Böyle bir yapı için fazın ve şiddet yansıma katsayısının dalga boyuna, elektrik alan yoğunluğunun ise üst Bragg yansıtıcılarının tabaka sayısına bağlı olarak değişiminin sayısal simülasyonları sunulmuştur. Yüzeyden yayımlı lazerlerde üst Bragg yansıtıcıları, aktif tabaka ve alt Bragg yansıtıcıları üç tabakalı bir dalga kılavuzu meydana getirir. Bu nedenle elektrik alan yoğunluğunun tüm sistem içerisindeki dağılımını belirleyebilmek için yapı üçlü bir dielektrik ortama indirgenmiş ve asimetrik dalga kılavuzu analizi yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bragg Yansıtıcıları (DBRs), Lazer, Kuantum Kuyusu, Faz, Kuşatma Faktörü, Aktif Bölge

ABSTRACT

Master of Science Thesis

GaInNAs SURFACE EMITTING SEMICONDUCTOR LASERS at 1.3 μm OPERATION WAVELENGTH

Zehra ŞENTÜRK

**Anadolu University
Graduate School of Sciences
Physics Program**

**Supervisor: Prof. Dr. Yüksel ERGÜN,
2008, 114 pages**

In this thesis, using a well-known transmission matrix theory, the reflectance of a thin film assembly is calculated in the presence of an electromagnetic wave incident on the system. The effect of changing the number of layers and their arrangements, also the effect of their thicknesses on the reflectivity of the multilayer dielectric structure is investigated. It is examined how active layer thicknesses of the semiconductor lasers and the mode choices affect the electric field density or consequently the optical confinement factor in the active region. The calculations related to the reflectance of an assembly of thin films are used to get the emission wavelength for a surface emitting laser where the thickness of the active layer is chosen so that the field reflected from the bottom and top Bragg reflectors is in antiphase at the operation wavelength. For a structure designed like this, variation of the phase and the reflectivity spectrum against wavelength and also the change of the electromagnetic field density related to the number of top Bragg reflectors are presented by numerical simulations. Top Bragg reflectors, active layer and bottom Bragg reflectors give rise a three-layered dielectric wave-guide in a surface emitting semiconductor laser. So to get the electric field distribution in the system, asymmetric wave-guide analysis is used.

Keywords: Bragg Reflectors (DBRs), Laser, Quantum Well, Phase, Optical Confinement Factor, Active Layer

TEŞEKKÜR

Değerli hocam Prof. Dr. Yüksel ERGÜN'e;

Biz öğrencilerinize her zaman daha iyi imkanlar sunabilmenin çabası içinde oldunuz. Ben de bu sayede kendisini geliştirme fırsatını yakalayan öğrencilerinizden biri olarak, yüksek lisans eğitimim süresince bilginizle çalışmalarımı kolaylaştırdığınız, birikimlerinize geleceğimi aydınlattığınız ve problemlerim karşısında ilginizi asla esirgemediğiniz için size çok teşekkür ediyorum.

Essex Üniversitesi öğretim üyesi Prof. Dr. Naci BALKAN'a;

Tez çalışmam süresince ihtiyaç duyduğum kaynakları bana sunduğunuz için teşekkür ediyorum.

Arkadaşlarım Elif ÇİFTÇİ, Esra ÇAKMAK, Gülhan AYVACI, Rahman DEMİRTAŞ, Utku ÇAKIR, İmran UÇAR, Güven KORKMAZ, Seval AKSOY, Burcu ARPAPAY, Şükrü ARDALI, Tuğba ERTEN, Ömer ÇEVİK, Hülya KURU, Selman MUTLU, Okan SEZER, Burak ÖKSÜZ, Ahmet TANER, Tuğçe KARAKULAK, ve Esra DOĞAN'a;

Manevi desteğiniz ve paylaşımlarınız için hepinize teşekkür ediyorum.

Sevgili Aileme;

Sizlere duyduğum minnettarlığı kelimelerle ifade edebilmem çok zor. Sevginiz ve desteğinizle beni hiçbir zaman yalnız bırakmadığınız için çok teşekkür ediyorum.

Zehra ŞENTÜRK

Temmuz 2008

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x

1. GİRİŞ VE AMAÇ.....	1
2. YARIİLETKENLERDE OPTİK SÜREÇ.....	4
2.1. Fermi'nin Altın Kuralı Yardımıyla Optik Geçişler.....	4
2.1.1. Optik Absorpsiyon Katsayısı.....	9
2.1.2. Einstein'ın A ve B Katsayıları ile Kendiliğinden ve Uyarılmış Emisyon Oranları.....	10
2.2. Bantlar Arası Geçişlerde Absorpsiyon ve Kazanç Katsayısı.....	13
2.2.1. Optik Matris Elemanının Hesaplanması ve k-Seçim Kuralı.....	13
2.3. Işımasız Geçişler.....	16
3. OPTİK GERİ BESLEME.....	21
3.1. Fabry-Perot İnterferometresi.....	22
4. DÜZLEM ELEKTROMANYETİK DALGALAR.....	27
4.1. Maxwell Denklemleri.....	27
4.2. Poynting Vektörü.....	32
4.3. Tek Bir Ara Yüzeyde Yansıma.....	33
4.4. İnce Bir Film İçin Yansıma Hesapları.....	39
4.5. Sayısal Hesaplamalar.....	45
4.6. Yansıma ile Faz Arasındaki İlişki.....	47
4.7. Yansıma, İletim ve Absorpsiyon Oranları.....	51
4.8. Yansıma Bölgesinin Genişliğinin Bulunması.....	54
5. OPTİK ALANLAR VE DALGA YAYILIMI.....	60
5.1. Elektriksel ve Optiksel Sabitler Arasındaki İlişkiler.....	61

5.2. Simetrik Üç Tabakalı Bir Yapının Dalga Kılavuzunun Dalga Yayılımı Dalga Denklemi.....	64
5.3. TE Modlar İçin Dalga Denklemi.....	65
5.3.1. Çift TE Modların Çözümleri.....	66
5.3.2. Tek TE Modların Çözümleri.....	68
5.3.3. TE Modlar İçin Sınır Değerleri.....	69
5.4. Optik Kuşatma Faktörü.....	72
5.5. Asimetrik Üç Tabakalı Bir Yapının Dalga Kılavuzunun Dalga Yayılımı Dalga Denklemi.....	82
5.6. Asimetrik Dalga Kılavuzunda TE Modlar İçin Sınır Değerleri.....	85
 6. 1.3 μm'DE IŞIMA YAPAN YÜZEYDEN YAYIMLI GaInNAs LAZER SİSTEMİ.....	 87
 7. SONUÇLAR.....	 111
 KAYNAKLAR.....	 112
 EK: Elektromanyetik Birimler.....	 114

ŞEKİLLER DİZİNİ

1.1.	Duran elektromanyetik dalgalar ve dalgaların karın noktalarına yerleşmiş kuantum kuyuları.....	2
2.1.	Uygun elektron geçişleri ile (a) foton absorpsiyonu ve (b) foton emisyonu.....	7
2.2.	F_1 ve F_2 gibi iki quasi-Fermi seviyesinin varlığında uyarılmış absorpsiyon oranı R_{12} , uyarılmış emisyon oranı R_{21}^{stim} ve kendiliğinden emisyon oranı R_{21}^{spon}	12
2.3.	(a) Kendiliğinden emisyon (b) Uyarılmış emisyon.....	16
2.4.	1 ve 2 sırasıyla bir elektronun tuzağa yakalanması ve emisyonu; 3 ve 4 ise sırasıyla bir holün tuzağa yakalanması ve emisyonu.....	18
2.5.	Auger CCHC süreci.....	19
2.6.	Auger CHHS süreci.....	19
3.1.	Temel lazer yapısını birleştiren düzlem aynalar.....	21
3.2.	Fabry-Perot İnterferometresi.....	22
3.3.	Yüzeyden paralel yansıtılan elektromanyetik dalganın osilasyon şartlarının gösterilmesi	23
3.4.	Bir yarıiletken lazerde akım yoğunluğunun fonksiyonu olarak optik verim.....	26
4.1.	Hava-cam ara kesiti.....	33
4.2.	Bir ince film üzerine gelen elektromanyetik dalganın yansıması.....	39
4.3.	Kırılma indisleri n_1 ve n_2 olan m tane çift çeyrek dalgalı Bragg yansıtıcılarının birleşimi.....	45
4.4.	Bir ince film üzerine gelen elektromanyetik dalganın genlik yansıma ve geçme katsayılarının gösterimi.....	47
5.1.	Simetrik dalga kılavuzu analizi için basitleştirilmiş bir yarıiletken lazer diyotu.....	65
5.2.	Alan profili (a) düşük frekans (b) yüksek frekans.....	71
5.3.	Çift TE modlar için özdeğer denkleminin çözümü.....	74
5.4.	Aktif tabaka kalınlığı $d = 200$ nm için x aralığının bir fonksiyonu olarak çift TE modun elektrik alan yoğunluğunun değişimi.....	75

5.5.	Aktif tabaka kalınlığı $d = 1000$ nm için x aralığının bir fonksiyonu olarak çift TE modun elektrik alan yoğunluğunun değişimi.....	76
5.6.	Aktif tabaka kalınlığı $d = 1800$ nm için x aralığının bir fonksiyonu olarak çift TE modun elektrik alan yoğunluğunun değişimi.....	77
5.7.	Aktif tabaka kalınlığı $d = 1800$ nm için x aralığının bir fonksiyonu olarak çift TE modun elektrik alan yoğunluğunun değişimi.....	78
5.8.	Aktif tabaka kalınlığı değiştirilerek elektrik alan yoğunluğunun x uzaklığına göre değişimi.....	79
5.9.	Tek TE modlar için özdeğer denkleminin çözümü.....	80
5.10.	Tek TE modlarda ($n_1 = 3.124$, $n_2 = 3.474$, dalga boyu 1300 nm, $d = 1000$ nm ve $m = 1$ için $\kappa d/2 = 2.42142$ alınmıştır) elektrik alan yoğunluğunun x uzaklığına göre değişimi.....	81
5.11.	Tek TE modlarda ($n_1 = 3.124$, $n_2 = 3.474$, dalga boyu 1300 nm, $d = 1500$ nm'de $m = 1$ için $\kappa d/2 = 2.64137$ ve $m = 3$ için $\kappa d/2 = 5.09958$ alınmıştır).elektrik alan yoğunluğunun x aralığına göre değişimi.....	81
5.12.	Dalga kılavuzu analizi için asimetrik üç tabakalı bir dielektrik ortamın gösterimi.....	82
5.13.	(a) $n_2 > n_1 > n_3$ olan d kalınlığında asimetrik dalga kılavuzu (b) $2d$ kalınlığında simetrik dalga kılavuzu.....	86
6.1.	GaInNAs lazer sisteminin kuruluşu.....	87
6.2.	$x = 0.67$ 'de; $y = 0.005$ ve $y = 0.0066$ olmak üzere iki farklı azot miktarı için $\text{Ga}_x\text{In}_{1-x}\text{N}_y\text{As}_{1-y}$ 'nin kırılma indisinin dalga boyuna göre değişimini gösteren deneysel veri.....	89
6.3.	GaInNAs lazer sisteminin şematik bant yapısı.....	91
6.4.	GaAs/AlAs üst Bragg yansıtıcıları için şiddet yansıma katsayısının λ_0/λ 'ya göre değişimi. (a) 7 periyot, (b) 9 periyot, (c) 12 periyot ve (d) 17 periyot için.....	92
6.5.	GaAs/AlAs üst Bragg yansıtıcıları için şiddet yansıma katsayısının λ_0/λ 'ya göre değişimi.....	93

6.6.	GaAs/AlAs üst Bragg yansıtıcıları için λ_0/λ' 'ya göre elde edilen şiddet yansıma katsayısı ve fazın değişimi. (a) 7 periyot, (b) 9 periyot, (c) 12 periyot ve (d) 17 periyot için.....	94
6.7.	Sırasıyla 5, 7, 9, 12, 15 ve 17 periyottan oluşan GaAs/AlAs üst Bragg yansıtıcıları için yansıyan ışığın fazının λ_0/λ' 'ya göre değişimi.....	95
6.8.	Sırasıyla 5, 7, 9, 12, 15 ve 17 periyottan oluşan GaAs/AlAs üst Bragg yansıtıcıları için λ_0/λ' 'ya göre elde edilen şiddet yansıma katsayısı ve fazın değişimi.....	95
6.9.	Düşük kırılma indisli tabaka ile başlayıp düşük kırılma indisli tabaka ile biten ve 9 periyotlu AlAs/GaAs alt Bragg yansıtıcıları için şiddet yansıma katsayısının λ_0/λ' 'ya göre değişimi.....	96
6.10.	Düşük kırılma indisli tabaka ile başlayıp düşük kırılma indisli tabaka ile biten ve 9 periyotlu AlAs/GaAs alt Bragg yansıtıcıları için yansıyan ışığın fazının λ_0/λ' 'ya göre değişimi.....	96
6.11.	Düşük kırılma indisli tabaka ile başlayıp düşük kırılma indisli tabaka ile biten AlAs/GaAs alt Bragg yansıtıcıları için tabaka artışına bağlı olarak şiddet yansıma katsayısının λ_0/λ' 'ya göre değişimi.....	97
6.12.	17 periyot $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$ tabakalarından oluşmuş ve taban maddesi TiO_2 olan bir yansıtıcı topluluğu için yansıyan ışığın şiddet yansıma katsayısının λ' 'ya göre değişimi.....	100
6.13.	300-2000 nm dalga boyu aralığında TiO_2 ve SiO_2 'in kompleks kırılma indisinin reel ve imajiner kısmının dalga boyuna bağlı olarak değişimini gösteren deneysel veri.....	101
6.14.	GaInNAs yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sisteminde şiddet yansıma katsayısının dalga boyuna göre değişimi.....	102
6.15.	GaInNAs yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sisteminde üst Bragg yansıtıcılarının periyot sayısının artışına bağlı olarak şiddet yansıma katsayısının dalga boyuna göre değişimi (a) 5 periyot için (b) 7 periyot için (c) 9 periyot için (d) 12 periyot için (e) 15 periyot için (f) 17 periyot için.....	103

6.16.	GaInNAs yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sisteminde (a) fazın dalga boyuna göre değişimi (b) fazın ve şiddet yansıma katsayısının dalga boyuna göre değişimi.....	105
6.17.	GaInNAs yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sisteminde elektrik alan yoğunluğunun x uzaklığına göre değişimi.....	106
6.18.	GaInNAs yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sisteminde üst Bragg yansıtıcılarının periyot sayısı $x = 5$ ve $x = 17$ olmak üzere elektrik alan yoğunluğunun x uzaklığına göre değişimi.....	108
6.19.	GaAs/AlAs tabakalarından oluşmuş yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sistemi (VCSEL) için şiddet yansıma katsayısının dalga boyuna göre değişimi.....	110

ÇİZELGELER DİZİNİ

6.1.	GaAs için verilen Sellmeier denkleminde kullanılan sabitler.....	88
6.2.	Oda sıcaklığında AlAs için kırılma indisinin dalga boyuna bağlı değişimini veren denklemdeki semboller ve bu sembollerin anlamları....	89
7.1.	Elektromanyetik birimler.....	114

1. GİRİŞ VE AMAÇ

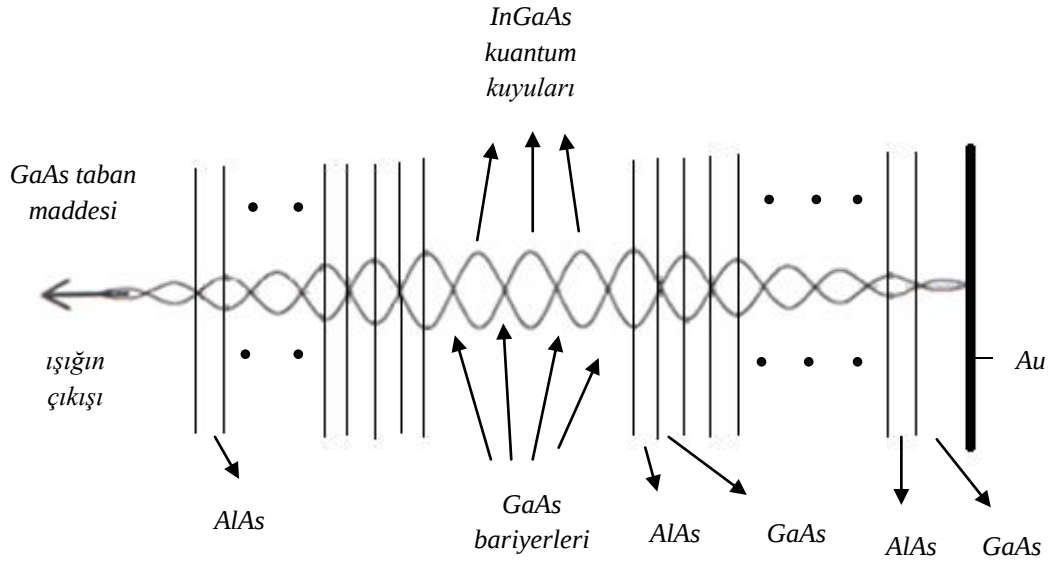
Dikine kuşatılmış elektrik alan ile yüzeyden yayımlı lazerler (VCSELs) aktif bölgeleri dar, ışınının alt ya da üst yüzeye dik olduğu yarıiletken lazerlerdir. Şimdiki VCSEL'lerde, kırılma indisleri farklı yarıiletken tabakaların periyodik olarak sıralanmasıyla meydana gelen alt ve üst Bragg yansıtıcıları (DBRs) bir interferometrenin aynalarıyla yer değiştirmiştir. Bu yansıtıcılığı yüksek tabakaların, optik kalınlığı ışınım dalga boyunun yarısı olan bir yarıiletken tabakayla (optical cavity) birleştirilmesi ile de yüksek duyarlılıkta Fabry-Perot interferometresi oluşur.

VCSEL'lerin çalışma ilkesi gerçekte Fabry-Perot lazerlerinde olduğu gibidir ancak bazı önemli farklılıklar vardır. VCSEL'lerde modlar Fabry-Perot lazerlerinden farklı olarak enine değil boyuna kuşatılır. Böylece ışınım lazerin alt ya da üst yüzeyinden gerçekleşir. Ayrıca aktif bölgenin (optical cavity) çok dar bir alanda oluşturulması kavite içerisindeki izinli modların sayısını azaltarak tek modda çalışmayı olası kılar. Metalik aynalar (altın kaplamalar gibi), 1-1.5 μm dalga boyu aralığında yansımaya katsayısını %98-98.5 değerinde sınırlayan yüksek absorpsiyon katsayısına sahiptir. %99.9'dan daha yüksek yansıtıcılık, kırılma indisleri birbirinden farklı yarıiletken tabakaların birbiri ardına sıralanmasıyla oluşan çok katmanlı Bragg yansıtıcıları (Distributed Bragg Reflectors ya da DBRs) ile elde edilebilir. Tabakaların sınırlarında ışık kısmen yansır, kısmen geçer. Malzemelerin kırılma indisleri arasındaki farklılık ne kadar büyükse ışık da sınırlardan o oranda çok yansır. Eğer tabakaların kalınlıkları sınırlardan yansıyan ışık geri döndüğünde aynı fazlı olacak şekilde seçilirse, üst üste binme prensibine göre elektromanyetik dalgaların genliği büyür. Bu faz denkleğinin sağlanabilme şartı Bragg yansıtıcı topluluğunu oluşturan her bir tabakanın fiziksel kalınlığının; ışınım dalga boyu λ_0 , n malzemenin kırılma indisi ve d ise onun fiziksel kalınlığı olmak üzere $d = \lambda_0/4n$ olmasıdır [8].

Aktif bölge enerji-bant aralığı daha düşük ve optik kalınlığı $\lambda_0/2$ olan bir tek yarıiletken tabakadan dolayısıyla da bir tek kuantum kuyusundan oluşabileceği gibi çoklu sayıda kuantum kuyusundan da oluşabilir.

Enerji-bant aralığı yüksek malzemeler ile daha düşük enerji bant aralıklı yarıiletken malzemelerin valans ve iletim bantları arasındaki sapma neticesinde yük taşıyıcıları optik rekombinasyonu gerçekleştirmek üzere kuantum kuyularına hapsolür. VCSEL tasarımında önemli olan diğör bir ayrıntı da bu kuantum kuyularının kavite içerisindeki yerleşimidir. Kuantum kuyularının pozisyonu boyuna kuşatma faktörünü kontrol eder. Kuyular duran dalgaların karın noktalarına gelecek şekilde yerleştirilirse optik kazancı ikiye katlamak mümkün olur [1].

Şekil 1.1. Üst ve alt Bragg yansıtıcıları AlAs/GaAs tabakalarından, aktif bölgesi ise GaAs bariyerleri ile InGaAs kuyularından oluşmuş bütün bir VCSEL sistemi için duran elektromanyetik dalgalar ve dalgaların karın noktalarına yerleşmiş kuantum kuyuları [1]



Aktif malzemenin duran dalgaların düğüm noktalarına gelecek biçimde yanlış yerleştirilmesi, kazanç ortamını uyaracak elektromanyetik alan olmayacağı için sıfır net kazanç doğurur. Bu nedenle olması gereken tasarım Şekil 1.1'deki gibidir ve buna rezonans periyodik kazancı (resonant periodic gain) adı verilir.

Alt ve üst Bragg yansıtıcılarını birbirinden $\lambda/2$ kadar ayırmak (λ ışığın yarıiletken malzeme içerisindeki dalga boyudur) aktif bölgede yapıcı girişim oluşturur. Geleneksel VCSEL tasarımlarında eğer ışımının üst yüzeyden olması amaçlanıyorsa; üst Bragg yansıtıcılarının sayısı, yansıma katsayısını alt Bragg yansıtıcılarınınkinden %1 oranında küçültecek şekilde daha az seçilir ve kavite rezonansının gerçekleştiği (transmission dip) dalga boyunda ışınım olur. Yansımanın şiddeti ve yansıma bölgesinin genişliği (mirror stopband) Bragg yansıtıcılarında kullanılan tabakaların kırılma indisleri arasındaki farka bağlıdır. Bu fark ne kadar büyük olursa yüksek yansıma bölgesi de o kadar geniş olur ve daha az sayıda tabaka kullanarak daha yüksek yansıtıcılık sağlanır.

VCSEL'lerin dalga boyu ayarlanabilir lazerler olması da onları diğer lazer yapılarından (Edge Emitting Lasers) ayrıcalıklı kılar. Bragg yansıtıcıların periyodu, tabaka kalınlıkları, kırılma indisleri hatta aktif tabaka kalınlığı değiştirilerek farklı dalga boylarında ışıma elde edilebilir. Bunlardan biri de $1.3 \mu\text{m}$ 'de ışıma yapan GaInNAs SESAM (Semiconductor Saturable Absorber Mirrors)'dir. SESAM'ler aktif bölgedeki alan yoğunluğunun alışılmış VCSEL'lere göre daha az olduğu lazer tasarımlarıdır. Bu da SESAM'nin pulslu ve mod kilitleyici özellikte bir lazer dizaynı olmasından kaynaklanır. Aktif bölge kalınlığı alt ve üst Bragg yansıtıcılarından yansıyan ışığın bir tam yol aldığında antifazda olma koşuluna göre belirlenmiştir [13].

Bu tezin amacı da $1.31 \mu\text{m}$ 'de ışıma yapan $\text{Ga}_{0.67}\text{In}_{0.33}\text{N}_{0.01}\text{As}_{0.99}$ SESAM lazer tasarımı üzerinde şiddet yansıma katsayısı, faz değişimi, kuşatma faktörü, simetrik ve asimetrik dalga kılavuzu analizi gibi bir takım hesapları uygulamaktır.

2.YARIİLETKENLERDE OPTİK SÜREÇ

Işığın kuantum kuramına göre ışık, her biri tek bir elektron tarafından soğurulacak kadar küçük tek tek fotonlardan oluşmuştur ve ışık hem dalga hem de parçacık özelliği gösteren ikili bir karaktere sahiptir. Işık bir dalga gibi yol alır, fakat enerji alışverişini bir dizi parçacık gibi yapar. Lazerlerin keşfi ile de ışığın bu kuantumlu yapısı, yarıiletkenler gibi birçok malzemede elektrik ve optik süreçlerin anlaşılmasında önemli bir rol oynamıştır.

Bu bölümde de yarıiletkenlerde iletim ve valans bantlarında bulunan elektronlarla fotonların etkileşimine dayalı kendiliğinden emisyon (spontaneous emission), uyarılmış emisyon (stimulated emission), absorpsiyon gibi optik geçişler ve bu geçişlerin nelere bağlı olduğu incelenecektir. Bu süreçler için matematiksel ifadeler türetilip, birbirleriyle ilişkilendirilecek, bunun için de zamana bağlı pertürbasyon teorisinin sonucu olan Fermi'nin altın kuralı kullanılacaktır. Son olarak da ışıma yapmayan geçişlere kısaca değinilecektir.

2.1. Fermi'nin Altın Kuralı Yardımıyla Optik Geçişler

Yarıiletkenlerde elektronlarla fotonlar arasındaki etkileşim;

$$H = \frac{1}{2m_0} \vec{p} - e\vec{A}^2 + V \vec{r} \quad (2.1)$$

Hamiltoniyeni ile verilir. Burada m_0 serbest elektronun kütlesi, $\vec{A}$ vektör potansiyeli, $\vec{p}$ elektronun momentumu, $V(\vec{r})$ periyodik kristal potansiyeli, $\vec{p} - e\vec{A}$ ifadesi de elektrik ve manyetik alanların varlığında bir elektronun kanonik momentumudur [6,11].

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m_0} + V \vec{r} - \frac{e}{2m_0} \vec{p} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{p} + \frac{e^2 \vec{A}^2}{2m_0} \quad (2.2)$$
$$\cong H_0 + H'$$

Elektron-foton etkileşim Hamiltoniyeninde H_0 pertürbe olmayan, H' ise pertürbe olan kısımdır.

$$H_0 = \frac{\vec{p}^2}{2m_0} + V(\vec{r}) \quad (2.3)$$

$$H' \cong -\frac{e}{m_0} \vec{A} \cdot \vec{p} \quad (2.4)$$

Burada Coulomb ayarı $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ kullanılmıştır. Yarıiletkenlerde örgü sabiti

$a_0 \approx 5.5A^0$ olup, $a_0 \ll \lambda_0$ 'dır. Bu nedenle $k_{op} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ ve $p \cong \hbar k \cong \hbar\pi/a_0$ olmak

üzere $|e\vec{A}| \ll |\vec{p}|$ 'dir. Bu durumda ikinci dereceden bir terim olan $\frac{e^2 \vec{A}^2}{2m_0}$ terimi

diğer terimlere göre daha küçük olacağından ihmal edilebilir. $\vec{k}_{op}$ dalga vektörü, ω optik açısal frekans ve $\hat{e}$ optik elektrik alan doğrultusunda birim vektör olmak üzere, vektör potansiyeli aşağıdaki biçimde verilir;

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \hat{e} A_0 \cos(\vec{k}_{op} \cdot \vec{r} - \omega t) \\ &= \hat{e} \frac{A_0}{2} e^{i\vec{k}_{op} \cdot \vec{r}} e^{-i\omega t} + \hat{e} \frac{A_0}{2} e^{-i\vec{k}_{op} \cdot \vec{r}} e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2.5)$$

optik alan için elektrik ve manyetik alan,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ &= -\hat{e} \omega A_0 \sin(\vec{k}_{op} \cdot \vec{r} - \omega t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}(\vec{r}, t) &= \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} \\ &= -\frac{1}{\mu} \vec{k}_{op} \times \hat{e} A_0 \sin(\vec{k}_{op} \cdot \vec{r} - \omega t) \end{aligned} \quad (2.7)$$

eşitlikleri ile verilir.

Elektromanyetik güç yoğunluğu ise elektrik ve manyetik alan vektörlerinin vektörel çarpımlarından oluşan Poynting vektörü ile ifade edilir. Poynting vektörü, elektromanyetik dalganın yani optik alanın ilerleme doğrultusunda bir vektördür.

$$\begin{aligned}\vec{S}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t) \\ &= \vec{k}_{op} \frac{\omega A_0^2}{\mu} \sin^2 \vec{k}_{op} \cdot \vec{r} - \omega t\end{aligned}\quad (2.8)$$

Poynting vektörünün zamansal ortalaması ise,

$$\langle \vec{S}(\vec{r}, t) \rangle = \frac{\omega A_0^2}{2\mu} \vec{k}_{op} \quad (2.9)$$

ile ifade edilir. $k_{op} = \omega \sqrt{\mu\epsilon} = \frac{\omega}{c} n_r$ ve boş uzayın kırılma indisi için $c\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = 1$ ifadeleri kullanılırsa optik şiddetin büyüklüğü,

$$S = \left| \langle \vec{S}(\vec{r}, t) \rangle \right| = \frac{\omega A_0^2}{2\mu} k_{op} = \frac{n_r \omega^2 A_0^2}{2\mu c} = \frac{n_r c \epsilon_0 \omega^2 A_0^2}{2} \quad (2.10)$$

olur. Ortamın manyetik geçirgenliği $\mu = \mu_0$ alınmıştır. c ışığın boş uzaydaki hızı ve n_r malzemenin kırılma indisidir. Etkileşim Hamiltoniyeni zamana bağlı olarak;

$$\begin{aligned}H'(\vec{r}, t) &= -\frac{e}{m_0} \vec{A}(\vec{r}, t) \cdot \vec{p} \\ &= H'(\vec{r}) e^{-i\omega t} + H'^+(\vec{r}) e^{+i\omega t}\end{aligned}\quad (2.11)$$

şeklinde yazılabilir. $H'(\vec{r}) = -\frac{eA_0}{2m_0} e^{i\vec{k}_{op} \cdot \vec{r}} \hat{e} \cdot \vec{p}$ ve $H'^+(\vec{r})$ ise $H'(\vec{r})$ 'nin Hermitik

adjoint operatörüdür. Elektronun başlangıçta E_a enerjili bir durumda bulunduğu varsayılırsa, $\hbar\omega$ enerjili bir foton soğurarak, bir üst enerji seviyesi olan E_b enerjili duruma geçiş oranı, zamana bağlı pertürbasyon teorisinden türetilen Fermi'nin altın kuralıyla verilir.

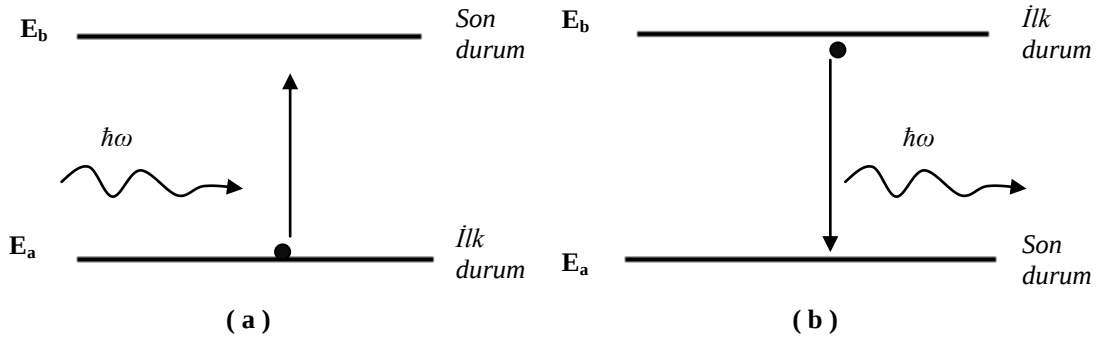
$$W_{abs} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle b | H'(\vec{r}) | a \rangle \right|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) \quad (2.12)$$

Eğer elektron başlangıçta E_b enerjili durumda ise $\hbar\omega$ enerjili bir foton açığa çıkararak E_a enerjili alt enerji seviyesine geçiş oranı ise;

$$W_{ems} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle a | H' | b \rangle \right|^2 \delta(E_a - E_b + \hbar\omega) \quad (2.13)$$

ile ifade edilir.

Şekil 2.1. Uygun elektron geçişleri ile (a) foton absorpsiyonu ve (b) foton emisyonu



Kristalde birim hacim üzerinden $s^{-1}cm^{-3}$ alt enerji seviyesinden üst enerji seviyesine toplam geçiş oranı ise;

$$R_{a \rightarrow b} = \frac{2}{V} \sum_{k_a} \sum_{k_b} \frac{2\pi}{\hbar} |H'_{ba}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_a (1 - f_b) \quad (2.14)$$

toplamıyla ifade edilir. Burada f_a , E_a enerji seviyesindeki bir kuantum durumunun bir elektron tarafından işgal edilme olasılığını ifade eden Fermi-Dirac dağılım fonksiyonudur. f_b de E_b enerjili durum için Fermi-Dirac dağılım fonksiyonu olmak üzere $1 - f_b$, E_b enerji seviyesindeki bir kuantum durumunun boş olma olasılığını verir.

Kısacası yukarı doğru toplam geçiş oranı üst enerjili kuantum durumlarının boş, alt enerjili kuantum durumlarının ise dolu olma olasılığıyla orantılıdır.

$$f_a = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_a - E_F}{k_B T}}} \quad (2.15)$$

$$f_b = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_b - E_F}{k_B T}}} \quad (2.16)$$

Birim hacimde bir kuantum durumunda spin aşağı ve spin yukarı olmak üzere iki mümkün durum olduğu için de toplamın başına 2 çarpanı getirilmiştir. Yukarı ve aşağı doğru geçişler için H'_{ba} 'nın matris elemanları $|H'_{ba}| = |H'_{ab}|$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} H'_{ba} &\equiv \langle b | H' | a \rangle \\ &= \int \Psi_b^* \vec{r} H' \vec{r} \Psi_a \vec{r} d^3\vec{r} \end{aligned} \quad (2.17)$$

ile verilir. Kristalde birim hacim üzerinden $s^{-1}cm^{-3}$ üst enerjili durumdan alt enerjili duruma toplam geçiş oranı da benzer şekilde ifade edilebilir.

$$R_{b \rightarrow a} = \frac{2}{V} \sum_{\vec{k}_a} \sum_{\vec{k}_b} \frac{2\pi}{\hbar} |H'_{ba}|^2 \delta(E_a - E_b + \hbar\omega) f_b (1 - f_a) \quad (2.18)$$

Alt enerjili bir duruma toplam geçiş oranı da E_a enerji seviyesindeki kuantum durumlarının boş, E_b enerji seviyesindeki durumların ise dolu olma olasılığıyla orantılıdır. f_b ve $1 - f_a$ dağılımı arttıkça bu oran artar. Bu durumda delta fonksiyonunun çift fonksiyon olma özelliği de göz önünde bulundurularak $\delta(-x) = \delta(x)$ net absorpsiyon oranı için bir ifade türetilebilir. Bu oran ışığın ne kadarının malzeme içinde absorbe edildiğini veren absorpsiyon katsayısının bulunması açısından önemlidir. O halde yukarı doğru net geçiş oranı:

$$\begin{aligned} R &= R_{a \rightarrow b} - R_{b \rightarrow a} \\ &= \frac{2}{V} \sum_{\vec{k}_a} \sum_{\vec{k}_b} \frac{2\pi}{\hbar} |H'_{ba}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_a - f_b \end{aligned} \quad (2.19)$$

olmalıdır. $f_a > f_b$ oldukça da bu oran artar.

2.1.1. Optik absorpsiyon katsayısı

Optik absorpsiyon katsayısı α birim uzunluk başına $1/cm$ kristalde absorbe olan fotonların kesrini ifade eder [6].

$$\alpha \hbar\omega = \frac{R}{S/\hbar\omega} \quad (2.20)$$

Paydaki terim birim hacimde, birim saniyede absorbe olan; paydadaki terim ise birim alana birim saniyede giren fotonların sayısını verir. Dolayısıyla toplam optik şiddet $S \text{ W/cm}^2$ 'nin bir fotonun enerjisine bölümü ortamdaki foton sayısıdır. Absorpsiyon katsayısı (2.10) eşitliği kullanılarak daha açık bir biçimde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\alpha \hbar\omega = \frac{\hbar\omega}{n_r\omega^2 A_0^2/2\mu c} \frac{2}{V} \sum_{\vec{k}_a} \sum_{\vec{k}_b} \frac{2\pi}{\hbar} |H'_{ba}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_b - f_a \quad (2.21)$$

Optik alanın dalga boyu $\lambda_0 \gg a$ olduğundan vektör potansiyeli için dipole (uzun dalga boyu) yaklaşımı uygulanabilir:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \vec{A}e^{i\vec{k}_{op} \cdot \vec{r}} \cong \vec{A} \quad (2.22)$$

Burada üstel ifade seriye açılmış, diğer terimleri birden çok küçük olduğu için yalnızca ilk terimi alınmıştır.

$$e^{i\vec{k}_{op} \cdot \vec{r}} \cong 1 + i\vec{k}_{op} \cdot \vec{r} + \dots$$

Eğer vektör potansiyeli için dipole yaklaşımı kullanılırsa, etkileşim Hamiltoniyeninin pertürbe olan kısmı aşağıdaki biçimde yeniden yazılabilir:

$$H'_{ba} = -\frac{e}{m_0} \vec{A} \langle b | \vec{p} | a \rangle = -\frac{eA_0}{2m_0} \hat{e} \cdot \vec{p}_{ba} \quad (2.23)$$

Absorpsiyon katsayısı ise (2.23) eşitliği kullanıldığında,

$$\alpha \hbar\omega = \frac{\pi e^2}{n_r c \epsilon_0 m_0^2 \omega} \frac{2}{V} \sum_{\vec{k}_a} \sum_{\vec{k}_b} |\hat{e} \cdot \vec{p}_{ba}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_a - f_b \quad (2.24)$$

olur.

2.1.2. Einstein'ın A ve B katsayıları ile kendiliğinden ve uyarılmış emisyon oranları

Energileri E_1 ve E_2 olan kesikli iki enerji seviyesinden oluşan bir sistemde absorpsiyon olasılık katsayısı [6],

$$B_{12} = \frac{2\pi}{\hbar} |H'_{12}|^2 \quad (2.25)$$

olarak tanımlanırsa, birim hacimde $s^{-1}cm^{-3}$ uyarılmış absorpsiyon oranı ifadesi;

$$R_{12} = B_{12} P_{E_{21}} \quad (2.26)$$

olur. Burada $P_{E_{21}}$, E_{21} enerjili foton sayısını ya da diğer bir deyişle foton yoğunluğunu ifade eder. Daha açık bir şekilde;

$$P_{E_{21}} = N_{E_{21}} n_{ph} \quad (2.27)$$

olarak yazılabilir. n_{ph} bir kuantum durumu başına düşen E_{21} optik enerjili ortalama foton sayısı olmak üzere (spini bire eşit olan parçacıklar için durum başına düşen parçacık sayısı Bose-Einstein istatistiği ile verilir [10]),

$$n_{ph} = \frac{1}{e^{E_{21}/k_B T} - 1}$$

$N_{E_{21}}$, E_{21} enerjili bu durumların sayısını verir. Dolayısıyla E_{21} enerjili durumların sayısıyla bir durum başına düşen aynı enerjili foton sayısının çarpımı o hacim içinde ve o enerji aralığında bulunan toplam foton sayısını ifade eder.

$N_{E_{21}}$ ise, k uzayında bir durumun hacmi $\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} N_{E_{21}} &= \frac{2}{V} \sum_{\vec{k}} \delta(E_2 - E_1 - E_k) \\ &= 2 \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} \delta(E_2 - E_1 - E_k) \end{aligned} \quad (2.28)$$

integrali ile belirtilebilir.

E_{21} enerjili foton durumlarının yoğunluğu, $d\Omega$ diferansiyel katı açısı, $\omega_k = \frac{kc}{n_r}$ ve

$E_k = \hbar\omega_k = \frac{\hbar kc}{n_r}$ olmak üzere aşağıdaki biçimde yeniden yazılabilir:

$$N_{E_{21}} = 2 \int \frac{k^2 dk d\Omega}{2\pi^3} \delta(E_2 - E_1 - E_k) \quad (2.29)$$

$dE_k = \frac{\hbar c}{n_r} dk$ ve $k^2 = \frac{n_r^2 E_k^2}{\hbar^2 c^2}$ dönüşümleri altında integral çözülürse $N_{E_{21}}$ için en son ifade,

$$N_{E_{21}} = \frac{8\pi n_r^3 E_{21}^2}{h^3 c^3} \quad (2.30)$$

olarak bulunur. O halde $N_{E_{21}}$ birim hacimde ve birim enerji aralığında bulunan E_{21} enerjili durumların sayısıdır. Absorpsiyon oranı E_1 enerjili durumların dolu, E_2 enerjili durumların ise boş olma olasılığıyla da orantılı olacaktır. Böylece (2.26) ifadesi,

$$R_{12} = B_{12} f_1 (1 - f_2) P_{E_{21}} \quad (2.31)$$

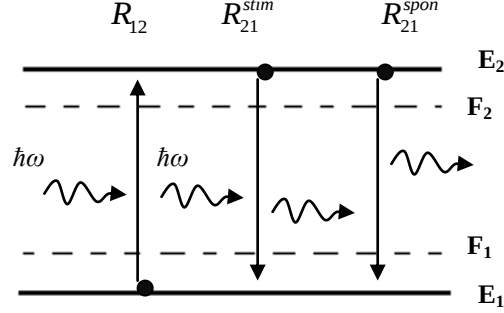
halini alır. B_{21} uyarılmış emisyon için olasılık katsayısı olmak üzere,

$$R_{21}^{stim} = B_{21} f_2 (1 - f_1) P_{E_{21}} \quad (2.32)$$

şeklinde verilir. Kendiliğinden emisyon oranı ise foton yoğunluğundan bağımsızdır ve A_{21} kendiliğinden emisyon için olasılık katsayısı olmak üzere aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$R_{21}^{spont} = A_{21} f_2 (1 - f_1) \quad (2.33)$$

Şekil 2.2. F_1 ve F_2 gibi iki quasi-Fermi seviyesinin varlığında uyarılmış absorpsiyon oranı R_{12} , uyarılmış emisyon oranı R_{21}^{stim} ve kendiliğinden emisyon oranı R_{21}^{spon}



Sistem termal dengedeysen bir tek fermi enerji seviyesi olacaktır. Bu nedenle $F_1 = F_2$ olmalıdır. Denge durumunda yukarı doğru geçiş oranıyla aşağı doğru geçiş oranı birbirine eşittir. O halde,

$$R_{12} = R_{21}^{stim} + R_{21}^{spon}$$

ya da

$$B_{12} f_1 (1 - f_2) P_{E_{21}} = B_{21} f_2 (1 - f_1) P_{E_{21}} + A_{21} f_2 (1 - f_1) \quad (2.34)$$

olmalıdır. Gerekli ara işlemler yapılarak (2.34) ifadesi daha açık olarak,

$$\frac{A_{21}}{B_{12} e^{E_{21}/k_B T} - B_{21}} = N_{E_{21}} \frac{1}{e^{E_{21}/k_B T} - 1} \quad (2.35)$$

şeklinde yazılabilir. $|H'_{12}| = |H'_{21}|$ olduğu için de $B_{12} = B_{21}$ 'dir. Böylece,

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = N_{E_{21}} = \frac{8\pi n_r^2 E_{21}^2}{h^3 c^3} \quad (2.36)$$

olduğu görülür. Bu durumda uyarılmış emisyon oranı kendiliğinden emisyon oranına oranlanırsa sonuç bir kuantum durumu başına düşen ortalama foton sayısını veren n_{ph} 'a eşit olur. O halde kendiliğinden emisyon foton yoğunluğundan bağımsız, uyarılmış emisyon ise foton yoğunluğuna bağlıdır. Foton yoğunluğu arttıkça da uyarılmış emisyon oranı artar. (2.32), (2.33), (2.36) eşitlikleri kullanılarak da bu oran için,

$$\frac{R_{21}^{stim}}{R_{21}^{spon}} = \frac{B_{21} P_{E_{21}} f_2 (1 - f_1)}{A_{21} f_2 (1 - f_1)} = n_{ph} \quad (2.37)$$

yazılır.

2.2. Bantlar Arası Geçişlerde Absorpsiyon ve Kazanç Katsayısı

Bir yarıiletkenin valans ve iletim bantları arasındaki geçişler için de,

$$H'_{ba} = \left\langle b \left| \frac{-e\vec{A} \cdot \vec{r}}{m_0} \cdot \vec{p} \right| a \right\rangle$$

optik matris elemanı hesaplanmalıdır.

2.2.1. Optik matris elemanının hesaplanması ve k-seçim kuralı

Optik alan için vektör potansiyeli $\vec{A} \cdot \vec{r} = \vec{A} e^{i\vec{k}_{op} \cdot \vec{r}} = \hat{e} A_0 / 2 e^{i\vec{k}_{op} \cdot \vec{r}}$ olmak üzere, E_a valans bandı ve E_b iletim bandındaki elektronlar için Bloch fonksiyonları sırasıyla [6];

$$\psi_a(\vec{r}) = u_v(\vec{r}) \frac{e^{i\vec{k}_v \cdot \vec{r}}}{\sqrt{V}} \quad (2.38)$$

$$\psi_b(\vec{r}) = u_c(\vec{r}) \frac{e^{i\vec{k}_c \cdot \vec{r}}}{\sqrt{V}} \quad (2.39)$$

denklemleriyle verilir. $u_v(\vec{r})$ ve $u_c(\vec{r})$ serbest elektron için Bloch fonksiyonlarının periyodik kısmı, kalanlar ise zarf fonksiyonları (düzlem dalgalar)'dır. Momentum matris elemanı,

$$\begin{aligned} H'_{ba} &= -\frac{eA_0}{2m_0} \hat{e} \cdot \int \psi_b^* e^{i\vec{k}_{op} \cdot \vec{r}} \vec{p} \psi_a d^3\vec{r} \\ &= -\frac{eA_0}{2m_0} \hat{e} \cdot \int u_c^*(\vec{r}) e^{-i\vec{k}_c \cdot \vec{r}} e^{i\vec{k}_{op} \cdot \vec{r}} \left[\left(\frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} u_v(\vec{r}) \right) e^{i\vec{k}_v \cdot \vec{r}} + \hbar \vec{k}_v u_v(\vec{r}) e^{i\vec{k}_v \cdot \vec{r}} \right] \frac{d^3\vec{r}}{V} \\ &= -\frac{eA_0}{2m_0} \hat{e} \cdot \int_{\Omega} u_c^*(\vec{r}) \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} u_v(\vec{r}) \frac{d^3\vec{r}}{\Omega} \int_V e^{i(-\vec{k}_c + \vec{k}_{op} + \vec{k}_v) \cdot \vec{r}} \frac{d^3\vec{r}}{V} \\ &= -\frac{eA_0}{2m_0} \hat{e} \cdot \vec{p}_{cv} \delta_{\vec{k}_c, \vec{k}_v + \vec{k}_{op}} \end{aligned} \quad (2.40)$$

olmak üzere $\vec{p}_{cv}$ ise,

$$\vec{p}_{cv} = \int_{\Omega} u_c^*(\vec{r}) \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} u_v(\vec{r}) \frac{d^3\vec{r}}{\Omega} \quad (2.41)$$

integrali ile tanımlıdır.

(2.40) denklemi elde edilirken periyodik kısım dalga fonksiyonları olan u_c ve u_v 'nin ortogonal olma özelliği kullanılmıştır.

$$\int_{\Omega} u_c^* u_v d^3\vec{r} = 0$$

Bloch fonksiyonları ve periyodik dalga fonksiyonları için normalizasyon koşulları da sırasıyla,

$$\langle \psi_a | \psi_a \rangle = \langle \psi_b | \psi_b \rangle$$

$$1/\Omega \int_{\Omega} u_c^* u_c d^3\vec{r} = 1/\Omega \int_{\Omega} u_v^* u_v d^3\vec{r} = 1$$

olarak verilir. $\left[u_c^* \vec{r} \quad \hbar/i \vec{\nabla} u_v \vec{r} \right]$ ve $\left[u_c^* \vec{r} \quad u_v \vec{r} \right]$ birim hücre üzerinden hızlı değişen fonksiyonlardır ve periyodiktirler. Diğer taraftan zarf fonksiyonları ise Bloch fonksiyonlarının yavaş değişen kısmıdır. Bu nedenle $d^3\vec{r}$ integrali, ilki hızlı değişen kısım için birim hücre Ω üzerinden ve diğeri de yavaşça ilerleyen kısım üzerinden olmak üzere iki ayrı integralin çarpımı biçiminde yazılmıştır. Denklem (2.40)'ta görüldüğü gibi,

$$\hbar \vec{k}_c = \hbar \vec{k}_v + \hbar \vec{k}_{op}$$

momentum korunumuna uyulur. Elektronun son durumdaki momentumu, ilk durumdaki momentumu $\hbar \vec{k}_v$ ile foton momentumu $\hbar \vec{k}_{op}$ 'in toplamına eşittir.

$k_{op} \approx 2\pi/\lambda_0$ olmak üzere $\vec{k}_c, \vec{k}_v \approx 2\pi/a_0$ 'dır. a_0 yarıiletkenler için örgü sabitidir ve yaklaşık olarak $5.5A^0$ civarındadır. Bu değer λ_0 'dan çok küçüktür. Bu nedenle de optik alan için $\vec{k}_{op}$ ihmal edilebilir. Sonuç olarak da (2.40) denklemi için,

$$H'_{ba} \cong -\frac{eA_0}{2m_0} \hat{e} \cdot \vec{p}_{cv} \delta_{\vec{k}_c, \vec{k}_v} \quad (2.42)$$

yazılabilir. Yukarıdaki ifade bantlar arası optik geçişlerde $\vec{k}$ seçim kuralı olarak tanımlanır. Matematiksel ifadelerden de anlaşıldığı gibi, bant arası geçişler için bulunan $\vec{p}_{cv}$, yalnızca Bloch fonksiyonlarının periyodik kısımlarına ($u_c \vec{r}$ ve $u_v \vec{r}$) bağlıdır. Fakat $\vec{p}_{ba}$ 'dan türetilir.

$\vec{p}_{ba}$ ise tüm Bloch fonksiyonlarına bağlıdır. $\vec{k}$ seçim kuralına bağlı olarak absorpsiyon katsayısı da hesaplanabilir. Bant arası geçişler için absorpsiyon katsayısı;

$$\alpha_{\hbar\omega} = C_0 \frac{2}{V} \sum_{\vec{k}} |\hat{e} \cdot \vec{p}_{cv}|^2 \delta(E_c - E_v - \hbar\omega) f_v - f_c \quad (2.43)$$

$$C_0 = \frac{\pi e^2}{n_r c \epsilon_0 m_0^2 \omega}$$

denklemleri ile verilir. Valans ve iletim bandındakiler için F_v ve F_c quasi-Fermi seviyeleri olmak üzere Fermi-Dirac dağılımları:

$$f_v(\vec{k}) = \frac{1}{1 + e^{(E_v(\vec{k}) - F_v)/k_B T}}$$

$$f_c(\vec{k}) = \frac{1}{1 + e^{(E_c(\vec{k}) - F_c)/k_B T}}$$

ile verilir. Eğer $f_v(\vec{k}) - f_c(\vec{k}) < 0$ ise,

$$f_v(\vec{k}) - f_c(\vec{k}) = \frac{1}{1 + e^{(E_v(\vec{k}) - F_v)/k_B T}} - \frac{1}{1 + e^{(E_c(\vec{k}) - F_c)/k_B T}}$$

$$f_v(\vec{k}) - f_c(\vec{k}) = \frac{e^{(E_c - F_c)/k_B T} - e^{(E_v - F_v)/k_B T}}{1 + e^{(E_v - F_v)/k_B T} (1 + e^{(E_c - F_c)/k_B T})} < 0$$

olmak üzere,

$$e^{(E_c - F_c)/k_B T} < e^{(E_v - F_v)/k_B T}$$

ya da

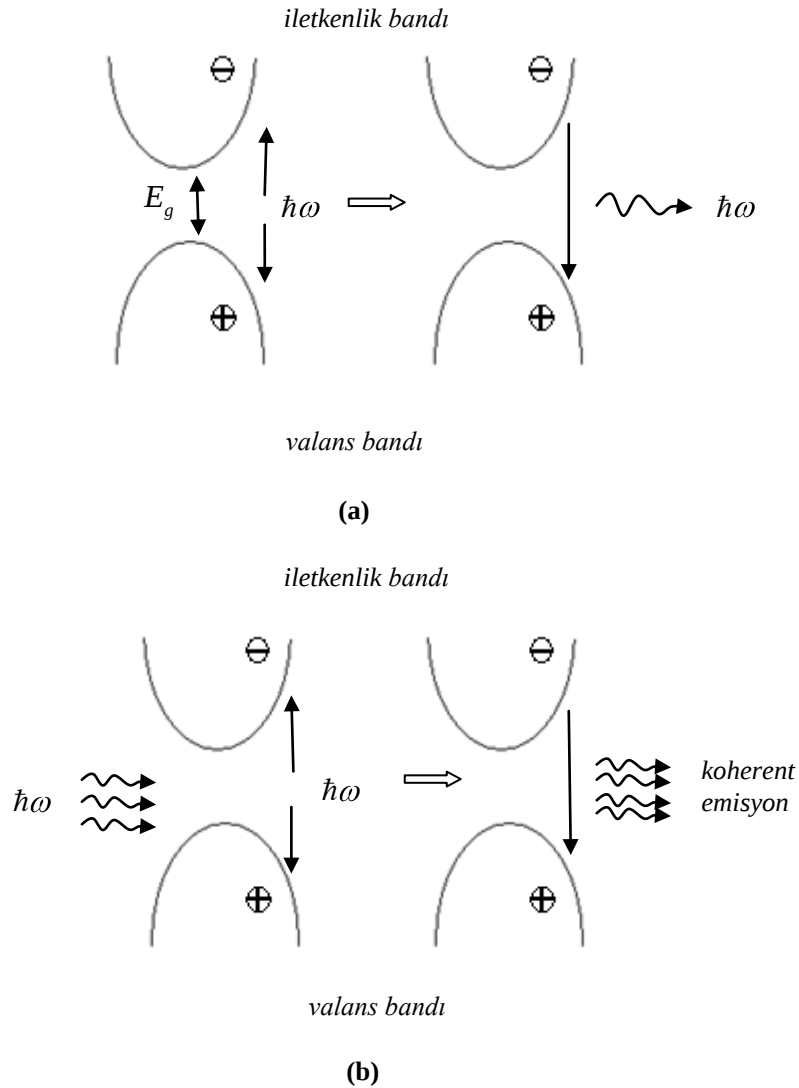
$$F_c - F_v > E_c - E_v = \hbar\omega \quad (2.44)$$

koşulu sağlanmalıdır. Bu koşul gerçekleşirse (2.43) denkleminde de görüldüğü gibi absorpsiyon katsayısı negatif olur. Bunun anlamı $g(E) = -\alpha(E)$ olmak üzere ortamda kazanç olduğudur. Terslenmiş nüfus yoğunluğu, paralel olarak da uyarılmış emisyon oranı artar. Daha genel bir ifadeyle, $E_g < \hbar\omega < F_c - F_v$ spektral bölgesinde optik kazanç elde edilir. Bu koşul Bernard-Duraffourg inversiyon koşulu olarak da bilinir.

2.3. Işımasız Geçişler

Yukarıdaki bölümlerde matematiksel oranlarla ifade edildiği gibi elektronlar fotonlarla üç yol ile etkileşir. Valans bandında bulunan bir elektron yeterli enerjiyi soğurarak iletim bandına geçebilir (absorpsiyon). Elektron iletim bandındayken orada kalabilmek için 10^{-8} sn kadar ömre sahiptir ve bu süre dolar dolmaz da tekrar kararlı hale gelebilmek için valans bandına geri döner (spontaneous emission). Böyle geçişler sonucunda açığa çıkan fotonlar aynı fazlı değildir (incoherent). İletim bandındaki elektron valans bandına yeterli enerjiye sahip bir foton ile etkileşerek de geçebilir (stimulated emission). Bu geçişte aynı fazlı ikinci bir foton oluşur. Genel olarak böyle geçişler sonucunda oluşan fotonlar aynı faz ilişkisine sahiptir (coherent).

Şekil 2.3. (a) Kendiliğinden emisyon (b) Uyarılmış emisyon



Yukarıda sözü edilen geçişler ışımalı geçişlerdir ve yarıiletken lazerlerde lazerin aktif bölgesinde iletim bandındaki elektron yoğunluğu arttıkça terslenmiş nüfus yoğunluğu buna paralel olarak da uyarılmış emisyon oranı artar. Bir elektron-hol çifti foton açığa çıkarmadan da birleşebilir (non-radiative recombination) [5]. Işımasız geçişler yarıiletken lazerlerde uyarılmış taşıyıcı kaybına neden olduğu için aktif bölgede terslenmiş nüfus yoğunluğuna (population inversion) ulaşmayı zorlaştırır. Işımasız rekombinasyona neden olan iki türlü mekanizma vardır. Bunlardan ilki malzemenin kristal yapısındaki kusurlardan ve malzemedeki safsızlıklardan kaynaklanır. Bu kusurlar ve safsızlıklar kovalent bağlanmada elektronların yerel dağılımını etkiler ve sonuçta meydana gelen etkileşimler enerji-bant aralığı içerisinde fazladan enerji seviyelerinin (traps) oluşmasına neden olur. Dolayısıyla elektronlar bu tuzaklara takıldığında ışımasız geçişler açığa çıkar. Elektronlar için tuzaklara takılma oranı yakalama tesir kesiti σ_e , tuzak yoğunluğu N_t , elektronun hızı v_{th} ve elektron yoğunluğu n olmak üzere,

$$r_n^c = N_t (1 - f(E_t)) \sigma_e v_{th} n \quad (2.45)$$

ile verilir. Tuzak durumunun enerjisi E_t ve $f(E_t)$ de bu tuzağın doldurulma olasılığıdır. Elektron tuzağa yakalandığında bu tuzaktan P_n oranında geri salınabilir. O halde toplam emisyon oranı için;

$$r_n^e = N_t f(E_t) P_n \quad (2.46)$$

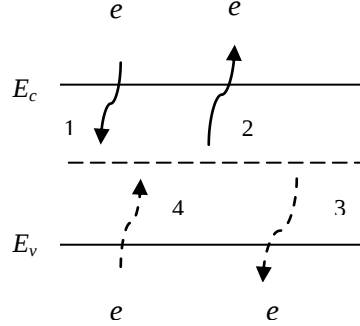
yazılabilir. Elektron yakalama oranlarına paralel olarak hol yakalama ve hol emisyon (ya da valans banttan bir elektron yakalama) oranları da hol yakalama tesir kesiti σ_h , termal hız v_{th} , hol yoğunluğu p ve salınma oranı P_p olmak üzere sırasıyla,

$$r_p^c = N_t f(E_t) \sigma_h v_{th} p \quad (2.47)$$

$$r_p^e = N_t (1 - f(E_t)) P_p \quad (2.48)$$

şeklinde verilir.

Şekil 2.4. 1 ve 2 sırasıyla bir elektronun tuzağa yakalanması ve emisyonu; 3 ve 4 ise sırasıyla bir holün tuzağa yakalanması ve emisyonu



Kararlı halde her iki taşıyıcı için de yakalama ve emisyon oranları birbirine eşit olacaktır ($r_n^c = r_n^e$, $r_p^c = r_p^e$). Buradan yola çıkarak,

$$n = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_{F_i}}{k_B T}\right) \quad \text{ve} \quad f_{E_t} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_t - E_F}{k_B T}\right)}$$

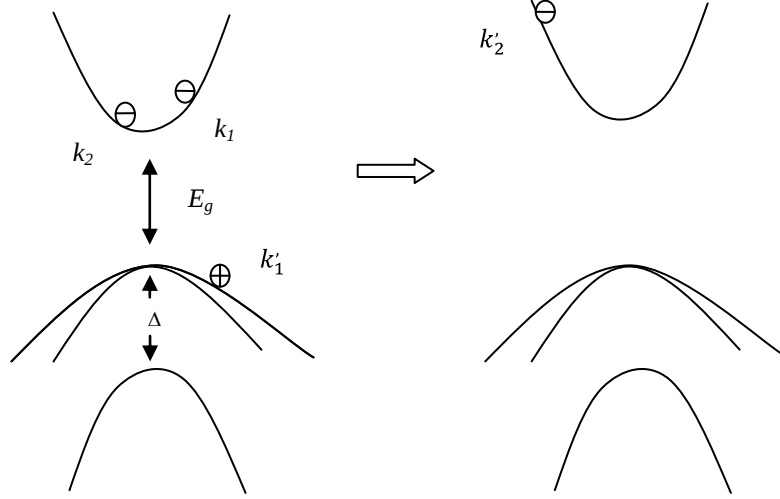
olmak üzere [12],

$$P_n = n_i v_{th} \sigma_n \exp\left(\frac{E_t - E_{F_i}}{k_B T}\right) \quad (2.49)$$

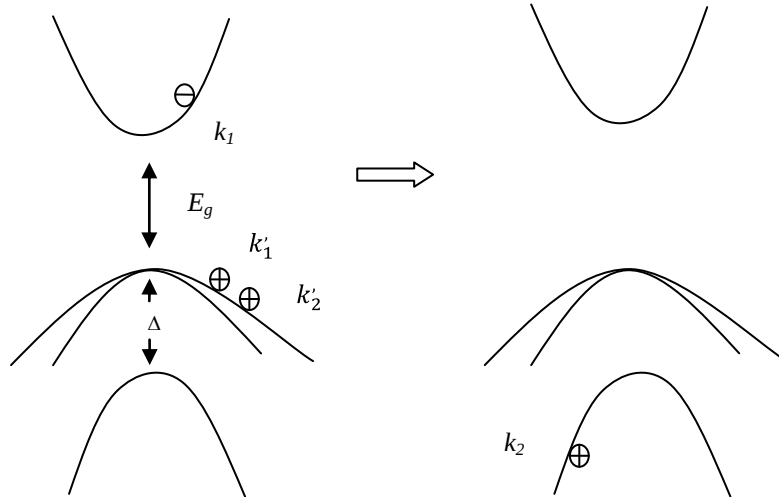
$$P_p = n_i v_{th} \sigma_p \exp\left(-\frac{E_t - E_{F_i}}{k_B T}\right) \quad (2.50)$$

ifadelerine ulaşılır. Işımasız geçişlere neden olan ikinci mekanizma ise Auger rekombinasyonudur. Banttan-banda, fonon ya da tuzak destekli olabilir. Banttan-banda Auger rekombinasyonu da kendi içinde farklı şekillerde meydana gelebilir. Örneğin iletim bandında bulunan iki elektron çarpışabilir; biri valans bandına düşer diğeri ise enerji kazanarak iletim bandının yukarılarına doğru çıkar. Enerjisi yüksek elektron fazla olan enerjisinden fononlar yayarak kurtulur ve iletim bandının aşağılarına iner (CCHC). Valans bandındaki iki hol ile iletim bandındaki bir elektron arasında da benzer etkileşim olabilir bu da yarıılma bandında (split-off band) bir holün oluşmasına neden olur (CHHS).

Şekil 2.5. Auger CCHC süreci



Şekil 2.6. Auger CHHS süreci



Auger oranları sürece dahil olan her bir elektron ve hol durumu için bu durumların dolum olasılığından yola çıkarak bulunur. Örneğin Şekil 2.5 ile verilen CCHC süreci için,

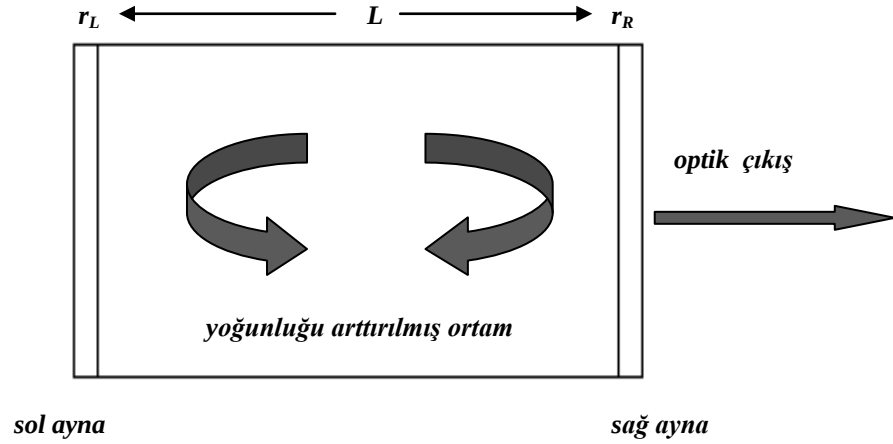
$$P_{k_1, k_2, k'_1} = f_{k_1} f_{k_2} f_{1-f_{k'_1}}$$

ile tanımlanan bir olasılıktan yola çıkılır. Auger oranları bant aralığı azaldıkça ve sıcaklık arttıkça artar çünkü sıcaklık arttıkça aynı zamanda bant aralığı da azalır. Auger oranı bant aralığı yaklaşık olarak 1.5 eV'tan büyük olan yarıiletkenlerde (GaAs, AlGaAs vb.) az çok önem teşkil etse de düşük bant aralıklı yarıiletkenlerde oldukça önemlidir ve dolayısıyla uzun dalga boylu lazer çalışmalarında (1.3 μm ve 1.55 μm) ciddi bir engeldir.

3. OPTİK GERİ BESLEME

Uyarılmış durumdaki atom yoğunluğu taban durumundaki atom yoğunluğundan farklı olmak üzere, ortamda bulunan aynı frekanslı elektromanyetik dalga uyarılmış atom ile rezonansa gelerek onun taban durumuna geçmesini sağlar. Bu geçişte ortaya çıkan ikinci foton ya da diğer bir deyişle elektromanyetik dalga ilki ile aynı fazdadır. İkinci fotonun oluşturulması daha önce de açıklandığı gibi uyarılmış emisyonla sağlanır. Böyle bir olayda iki ya da daha fazla foton oluşturmak mümkündür. Yeni yaratılan fotonların hepsi aynı fazdadır ve koherent (fazları, enerjileri vs. aynı ve tek dalga boylu) bir ışık oluşur.

Şekil 3.1. Temel lazer yapısını birleştiren düzlem aynalar



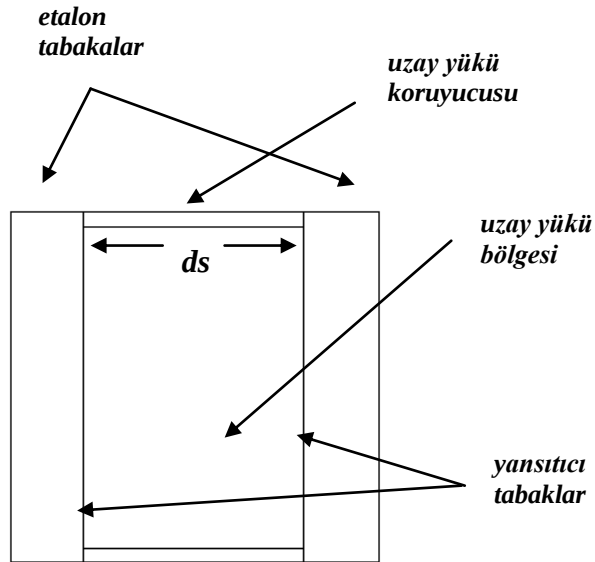
Şekilde de görüldüğü gibi foton yoğunluğu arttırılmış ortam düzlem aynalarla birleştirilir. Sol ayna r_L ve sağ ayna r_R olmak üzere bu iki aynanın yansıtıcılığı birbirinden farklıdır. Bunun nedeni, iç yansımalarla oluşan elektromanyetik dalganın düşük yansıtım katsayısına sahip aynadan r_R belirli bir kesri ile ortamı terk etmesidir. Böylece elde edilecek olan ışık yansıtım katsayısı az olan aynadan geçecektir. Uçlardaki paralel aynalar, uyarılmış emisyon ile artan foton yoğunluğunun yani elektromanyetik dalganın geri beslemesini sağlar. Bu yapı gerçekte bir Fabry-Perot interferometresidir [3].

Kararlı bir ışıma, yoğunluğu arttırılmış ortam içinde yeterli foton yoğunluğu olduğunda gerçekleşir. Bu durumda optik kazanç, yoğunluğu arttırılmış ortam içinde bulunan kayba denktir. Yoğunluğu arttırılmış ortam içindeki büyük kayıplar, soğurma ve saçılma faktörlerinin sonucudur.

3.1. Fabry-Perot İnterferometresi

Bir Fabry-Perot interferometresi, birbirinden ds uzaklığında bulunan iki ayrı düz yansıtıcı aynanın birbirine paralel olarak yerleştirilmesiyle meydana gelir. Uzay yükü bölgesinin etrafı uzay yükü koruyucusu denilen ve genellikle invar ya da quartz adı verilen maddeyle muhafaza edilir [4]. İki düzlem aynanın içindeki yüzey genellikle yansıma oranını arttıran tabakalardan oluşur. Yoğunluğu arttırılmış ortamda bulunan atomlardan, uyarılmış durumdaki atom yoğunluğu taban durumundaki atom yoğunluğundan büyüktür (terslenmiş nüfus yoğunluğu).

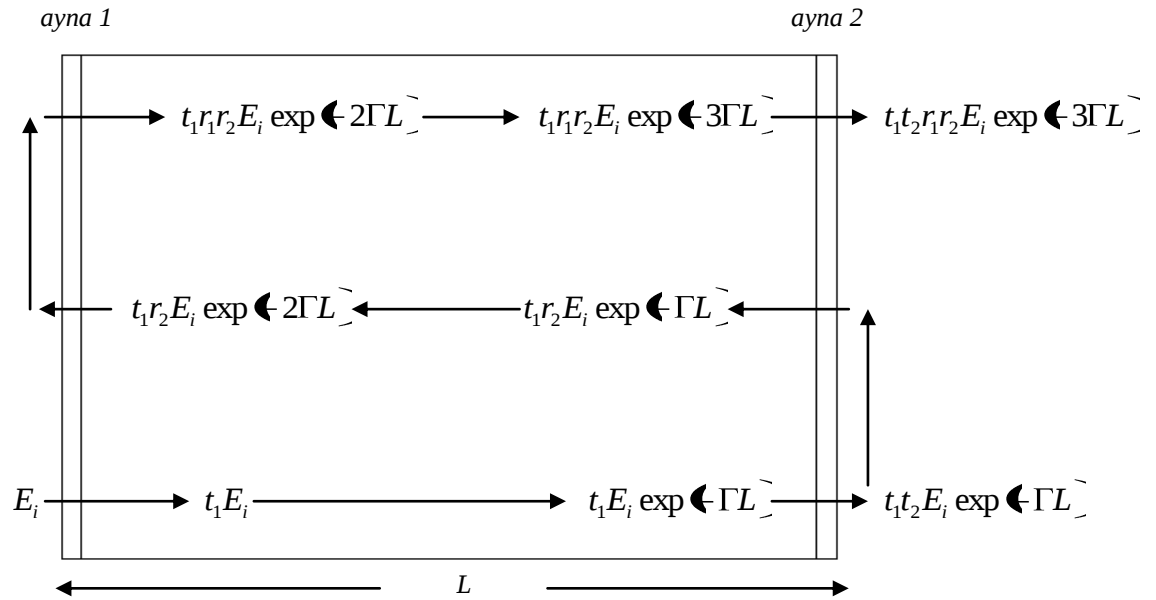
Şekil 3.2. Fabry-Perot İnterferometresi



Eğer yeterince monokromatik bir ışık kullanılırsa basit bir mikroskop lamının veya bir pencere camının iki yüzünden, yansıyan ışık genliklerinin üst üste gelmesinden ileri gelen girişim saçakları kolayca gözlenebilir. Bu saçakların tam bir ifadesi, normal gelişte olduğu gibi eğik gelen ışınların yansıma katsayılarının bulunmasını gerektirir.

Bir Fabry-Perot interferometresinde, bir dalganın ilerlemesi Şekil 3.3'te gösterilmektedir. Kenardaki aynalar yardımıyla gelen dalga, yansıyan ve geçen dalgalara ayrılır. Oyuğun uzunluğu L , düzlem dalganın karmaşık yayılım sabiti Γ , genlik geçirme katsayıları sol ayna için t_1 ve sağ ayna için t_2 , genlik yansımaya katsayıları sol ayna için r_1 ve sağ ayna için r_2 , geçen dalganın elektrik alanı E_t ve gelen dalganın elektrik alanı ise E_i 'dir [2].

Şekil 3.3. Yüzeyden paralel yansıtılan elektromanyetik dalganın osilasyon şartlarının gösterilmesi



Buna göre optiksel oyuk içinde, sol aynadan gelen dalganın elektrik alanının yansımaya oranı $r_1 \exp i\theta_1$ ve sağ aynada $r_2 \exp i\theta_2$ olur. Burada θ_1 ve θ_2 yansıyan genliklerin gelen dalgaya göre fazörleridir. Uzak bölgesinin kırılma indisinin havanın kırılma indisinden büyük olmasından dolayı yansımaya genliklerinin fazları gelen dalga genliğine göre sıfırdır. Böylece şekle göre sol taraftan gelen elektromanyetik dalganın (EMD) elektrik alan genliğinin sağ taraftan geçen kesri:

$$E_t = t_1 t_2 E_i \exp(-\Gamma L) \left[1 + r_1 r_2 \exp(-2\Gamma L) + r_1^2 r_2^2 \exp(-4\Gamma L) + \dots \right] \quad (3.1)$$

ile verilir.

Gerekli matematiksel açılımlar yapılırsa (3.1) denklemi,

$$E_t = E_i \left[\frac{t_1 t_2 \exp(-\Gamma L)}{1 - r_1 r_2 \exp(-2\Gamma L)} \right] \quad (3.2)$$

olur. Aktif bölgede elektromanyetik dalganın bir tam yol aldığı anda aynı genlikte olma şartı, $r_1 r_2 \exp(-2\Gamma L) = 1$ olmasını gerektirir. Bu durumda (3.2) eşitliğinde,

$\frac{E_t}{E_i}$ sonsuz olur. Bunun anlamı ise iletilen sonlu E_t 'ye karşılık, E_i 'nin sıfıra eşit

olmasıdır. Yani osilasyon başlamıştır. Karmaşık yayılım sabiti $\Gamma = in_r k_0$ olmak üzere n_r ortamın kompleks kırılma indisi, k_0 ise boşluktaki dalga vektörüdür:

$$n_r = n - i\kappa \quad \text{ve} \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

n , karmaşık kırılma indisinin gerçel kısmı olmak üzere imajiner kısım kayıpları ifade eder. κ 'ya sönüm sabiti adı verilir (extinction coefficient) [7]:

$$\kappa = \frac{c\alpha}{4\pi\nu} \quad (3.3)$$

ν elektromanyetik dalganın frekansı, α ise absorpsiyon katsayısıdır. Daha açık

bir biçimde $\kappa = \frac{\alpha\lambda_0}{4\pi}$ olarak ifade edilebilir. Bu eşitlikler osilasyon şartında

yerlerine konulursa:

$$r_1 r_2 \exp \left[-2i \left(n - i\kappa \right) \frac{2\pi}{\lambda_0} L \right] = 1 \quad \text{ve} \quad \kappa k_0 = \frac{\alpha}{2} \quad (3.4)$$

olmak üzere,

$$r_1 r_2 \exp(-\alpha L) \exp \left[-2i \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} n \right) L \right] = 1 \quad (3.5)$$

yazılabilir.

Absorpsiyon katsayısı α , kazanç katsayısı g ve her türlü kayıp katsayılarının toplamını α_i olmak üzere $\alpha_i = g + \alpha$ yazılabilir. Bu durumda rezonans şartı yeniden aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$r_1 r_2 \exp \left[(g - \alpha_i) L \right] \exp \left[-2i \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} n \right) L \right] = 1 \quad (3.6)$$

$\frac{2\pi}{\lambda_0} n = k_1$ olarak alınırsa bu durumda osilasyon şartının faz kısmı $2k_1 L = 2m\pi$

olmak üzere $k_1 = \frac{m\pi}{L}$ olmalıdır. Aynı zamanda rezonans şartı,

$$r_1 r_2 \exp \left[(g - \alpha_i) L \right] = 1 \quad (3.7)$$

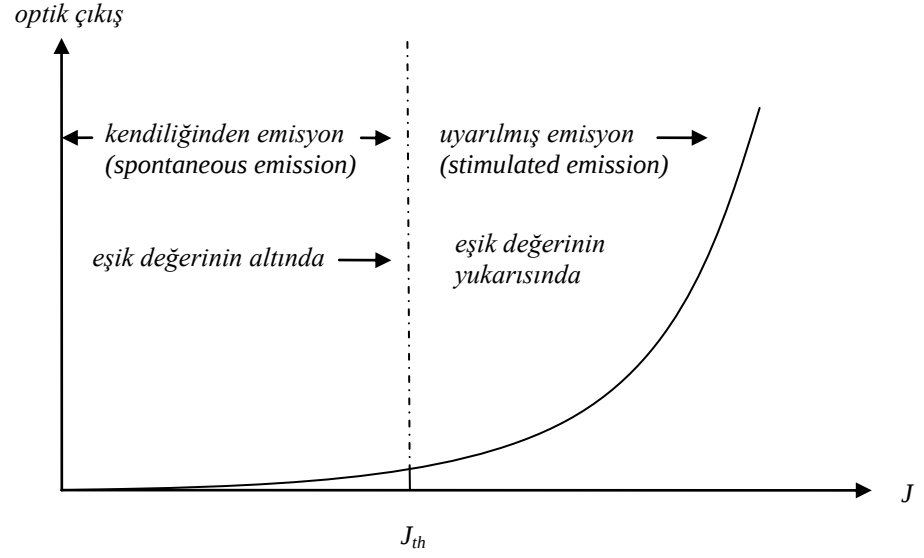
olmasını da gerektirir. (3.7) denkleminde de,

$$g_{th} = \alpha_i + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{r_1 r_2} \quad (3.8)$$

olduğu açıktır.

Bu ifade ışıma için eşik değeri ifadesidir (threshold condition). Eşik değeri kavite kazancının, kavite kaybından üstün geldiği değerdir. Eşik değeri ifadesi bir örnekle daha iyi açıklanabilir. Bunun için p-n ekleminden oluşmuş yarıiletken bir lazer diyot ele alınsın. p-n ekleminde ileri besleme durumunda elektronlar ve holler lazerin aktif bölgesine doğru yol alır. Aktif bölgeye ulaşan bu elektronlar ve holler burada fotonlar yayarak rekombinasyona uğrar. Eğer ileri besleme akımı düşük ise aktif bölgeye ulaşan elektron ve hol miktarı az olur. Dolayısıyla sistemdeki kazanç kavitedeki kaybı yenemeyecek kadar küçük olur. Yayılan fotonlar ise ya absorpsiyona uğrar ya da dışarıda yok olur. Böyle bir rejimde kavite içerisinde foton yoğunluğu oluşturmak mümkün değildir. Fakat ileri besleme akımı arttırılırsa daha fazla taşıyıcı aktif bölgeye doğru yol alır ve en sonunda kavitede belirli enerjide foton yoğunluğu için eşik değerine ulaşılmış olur. Eğer sistemin ileri beslemesi eşik değerinden daha da yukarılara çıkarılırsa uyarılmış emisyon olayı meydana gelir ve zamanla da kendiliğinden emisyon olayından daha baskın olur. Sonuç olarak da eşik değerine ulaşılan foton modunda ışınım çok güçlü olur [5].

Şekil 3.4. Bir yarıiletken lazerde akım yoğunluğunun fonksiyonu olarak optik verim. Eşik değerinin üstünde, bulunan yüksek foton yoğunluğu uyarılmış emisyon olayını baskın hale getirir



4. DÜZLEM ELEKTROMANYETİK DALGALAR

4.1. Maxwell Denklemleri

Elektromanyetik alan teorisinin kullanıldığı problemlerin çözümünde Maxwell denklemleri kullanılır. O halde, ince film problemlerinin çözümüne geçmeden önce, ilk olarak Maxwell denklemlerinin analizi yapılmalıdır. İzotropik ortamlar için Maxwell denklemleri:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.2)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (4.3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi\rho \quad (4.4)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (4.5)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (4.6)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (4.7)$$

ile verilir [4]. $\vec{E}$ elektrik alan vektörü, $\vec{H}$ manyetik alan vektörü, $\vec{B}$ manyetik akı yoğunluğu vektörü, $\vec{J}$ elektrik akım yoğunluğu vektörü, $\vec{D}$ elektrik akı yoğunluğu vektörü ve ρ da elektrik yük yoğunluğu olmak üzere ϵ , μ ve σ ise ortamın özelliklerine bağlı sabitlerdir. ϵ dielektrik sabiti, μ manyetik geçirgenlik, σ da iletkenliktir. Bu denklemler Gauss (cgs) birim sisteminde yazılmıştır. c bir sabit olup değeri birimler arasındaki ilişkiden bulunmuştur ve ışık hızı olarak tanımlanır. Boş uzayda ρ elektrik yük yoğunluğu olmadığı için,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (4.8)$$

yazılır. Eğer elektrik alan için $\vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{C}) = \vec{B} (\vec{\nabla} \cdot \vec{C}) - \vec{C} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})$ vektörel özdeşliği kullanılırsa,

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} \quad (4.9)$$

olur. $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ olduğu (4.8) ifadesinden görülmektedir. (4.9) vektörel özdeşliğinde gerekli ifadeler yerlerine yazılırsa Helmholtz dalga denklemi elde edilir.

Elektrik alan için Helmholtz dalga denklemi:

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi\sigma\mu}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4.10)$$

eşitliği ile verilir. Bu denklemin bir çözümü,

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t - x/v} \quad (4.11)$$

biçiminde verilebilir. Bu çözüm, ω açısal frekansı ve v hızıyla x eksenini boyunca ilerleyen bir düzlem dalgayı ifade eder. (4.11) ifadesinin bir çözüm olabilmesi için Helmholtz dalga denklemini sağlaması gerekir. Eğer (4.11), (4.10)'da yerine yazılırsa,

$$\frac{c^2}{v^2} = \epsilon\mu - i \frac{4\pi\sigma\mu}{\omega} \quad (4.12)$$

bulunur. Ortamın boyutsuz parametresi olan $\frac{c}{v}$ yerine N yazılırsa,

$$N^2 = \epsilon\mu - i \frac{4\pi\sigma\mu}{\omega} \quad (4.13)$$

olur. Buna göre,

$$N = \frac{c}{v} = n - i\kappa \quad (4.14)$$

yazılır. Bu ifadeden anlaşıldığı üzere N ortamın karmaşık kırılma indisi, n karmaşık kırılma indisinin reel ve κ da onun imajiner kısmıdır. κ ya sönüm sabiti de denir (extinction coefficient). Pratik amaçlar için optik frekanslarda $\mu=1$ alınır. Bu durumda,

$$N^2 = \frac{c^2}{v^2} = (n - i\kappa)^2 = n^2 - 2in\kappa - \kappa^2$$

olmak üzere,

$$n^2 - \kappa^2 = \epsilon \quad (4.15)$$

$$2n\kappa = \frac{4\pi\sigma}{\omega} \quad (4.16)$$

yazılabilir.

Sonuç olarak (4.11) çözümü,

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp \left[i \left(\omega t - \frac{2\pi N x}{\lambda} \right) \right] \quad (4.17)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (4.17) x - eksenini boyunca hareket eden, λ dalga boylu bir düzlem dalgayı ifade eder. Doğrultman kosinüsleri (α, β, γ) boyunca ilerleyen bir düzlem dalga için (4.17) ifadesi aşağıdaki gibi olur:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp \left\{ i \left[\omega t - \frac{2\pi N}{\lambda} (\alpha x + \beta y + \gamma z) \right] \right\} \quad (4.18)$$

Eğer (4.17) denkleminde N yerine $n - i\kappa$ yazılırsa,

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp \left(- \frac{2\pi\kappa}{\lambda} x \right) \exp \left[i \left(\omega t - \frac{2\pi n x}{\lambda} \right) \right] \quad (4.19)$$

olur. Burada κ 'nın önemi, ortamdaki absorpsiyonun ölçüsü olmasıdır. Elektromanyetik dalga $\lambda/2\pi\kappa$ mesafesi kadar yol aldığında genliği, başlangıç değerinin $1/e$ 'si kadar azalır. $n x$ ise optik mesafedir. İnce-film optik çalışmalarında malzemenin fiziksel kalınlığı yerine onun optik kalınlığıyla ilgilenilir.

Maxwell denklemleri $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ arasındaki önemli ilişkileri de açıklar. (4.18) denklemi ile verilen, $\vec{r}$ birim vektörü boyunca ilerlemekte olan bir düzlem dalga düşünölsün, $\vec{r} = \alpha\hat{i} + \beta\hat{j} + \gamma\hat{k}$ ve denklem (4.18)'den $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = i\omega\vec{E}$ olmak üzere, denklem (4.1), (4.3) ve denklem (4.7) göz önüne alınırsa,

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{4\pi\sigma}{c} \vec{E} + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ &= \left(\frac{4\pi\sigma}{c} + \frac{i\omega\varepsilon}{c} \right) \vec{E} \end{aligned}$$

ve $\mu = 1$ için de $N^2 = \varepsilon - i \frac{4\pi\sigma}{\omega}$ olduğundan,

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{i\omega N^2}{c} \vec{E} \quad (4.20)$$

yazılır.

(4.18) denkleminde,

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = -i \frac{2\pi N}{\lambda} \alpha \vec{E} = -\frac{i\omega N}{c} \alpha \vec{E}$$

bulunur. Aynı işlemler $\frac{\partial \vec{E}}{\partial y}$ ve $\frac{\partial \vec{E}}{\partial z}$ için de yapılırsa,

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} &= -\frac{i\omega N}{c} \alpha \\ \frac{\partial}{\partial y} &= -\frac{i\omega N}{c} \beta \\ \frac{\partial}{\partial z} &= -\frac{i\omega N}{c} \gamma\end{aligned}\tag{4.21}$$

elde edilir. Bulunan (4.21) ifadeleri de $\left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) \times \vec{H} = \frac{i\omega N^2}{c} \vec{E}$

denkleminde yerlerine konulursa,

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = -\frac{i\omega N}{c} \vec{r} \times \vec{H}$$

olmak üzere,

$$\vec{r} \times \vec{H} = -N\vec{E}\tag{4.22}$$

sonucuna ulaşılır. Benzer şekilde $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{H} - \vec{H} \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = -\nabla^2 \vec{H}$

vektör özdeşliği ile birlikte (4.1), (4.2), (4.5) denklemleri kullanılırsa manyetik alan için dalga denklemi ve onun bir çözümü elde edilebilir:

$$\nabla^2 \vec{H} = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} + \frac{4\pi\sigma\mu}{c^2} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\tag{4.23}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i\omega t - x/v}\tag{4.24}$$

Buradan da,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) \times \vec{E} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) \times \vec{E} &= -\frac{\mu}{c} i\omega \vec{H} \end{aligned} \quad (4.25)$$

olmak üzere (4.21) eşitlikleri kullanılır ve $\mu = 1$ alınırsa,

$$N \vec{r} \times \vec{E} = \vec{H} \quad (4.26)$$

elde edilir. Sonuç olarak da (4.26) denklemi,

$$N = \frac{\vec{H}}{\vec{r} \times \vec{E}} \quad (4.27)$$

olur [4]. (4.26) denklemi $\vec{E}$, $\vec{H}$ ve $\vec{r}$ 'nin karşılıklı olarak birbirlerine dik olduklarını ifade eder.

4.2. Poynting Vektörü

Elektromanyetik ışıma bir çeşit enerji iletimidir ve elektromanyetik dalga ile taşınan bu enerji miktarı Poynting vektörü ile ifade edilir. Poynting vektörü elektromanyetik dalganın ilerleme doğrultusunda bir vektördür. Elektrik alanın boyutu $Volt/m$, manyetik alanın boyutu ise $Amper/m$ 'dir. Dolayısıyla elektrik ve manyetik alanın çarpımı $Watt/m^2$ boyutunda olacaktır. Poynting vektörü,

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H} \quad (4.28)$$

ile verilir [4]. Birim yüzeyden geçen elektromanyetik güç yoğunluğu olarak da ifade edilebilir. $\vec{H} = N \vec{r} \times \vec{E}$ olduğu için de daha açık olarak,

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} N \vec{E}^2 \vec{r} \quad (4.29)$$

olarak yazılabilir. Poynting vektörünün anlık değerleri zamanla değişir. Bu nedenle zamansal ortalaması alınır. Poynting vektörünün zamansal ortalaması aşağıdaki şekilde verilir:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{c}{4\pi} \langle \vec{E} \times \vec{H} \rangle = \frac{c}{8\pi} \text{Re} \langle \vec{E} \times \vec{H}^* \rangle$$

olmak üzere,

$$\langle \vec{S} \rangle = \left[\frac{c}{8\pi} \text{Re} \vec{E} \vec{H}^* \right] \cdot \vec{r} \quad (4.30)$$

ya da daha açık bir biçimde,

$$\langle \vec{S} \rangle = \bar{\vec{S}} = \frac{c}{8\pi} N \vec{E}^2 \vec{r} \quad (4.31)$$

yazılabilir.

4.3. Tek Bir Ara Yüzeyde Yansıma

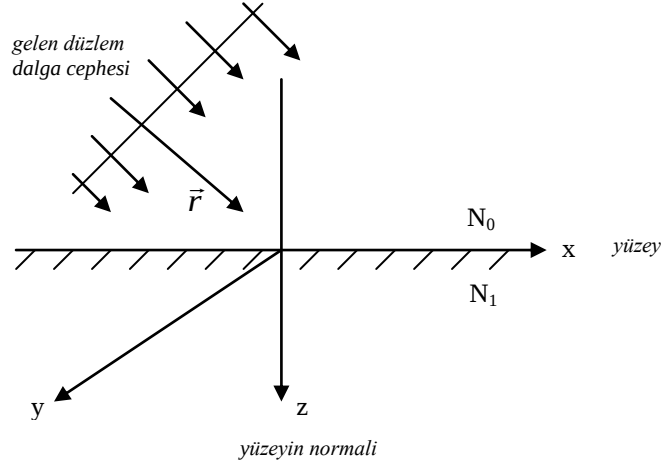
İnce film filtreler, genellikle çeşitli homojen ortamlardan oluşur. N_0 gelen dalga'nın bulunduğu ortamın karmaşık kırılma indisi, N_1 ikinci ortamın karmaşık kırılma indisi olsun (Şekil 4.1). Gelen dalga, ara yüzeyde bir yansıyan bir de kırılan ya da diğer bir deyişle geçen dalgaya ayrılır. Yansıyan ve geçen dalgaların $\vec{r}$ vektörlerinin doğrultman kosinüsleri sırasıyla $\alpha_r, \beta_r, \gamma_r$ ve $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$ 'dir [4].

Gelen dalga $\exp i \left[\omega_0 t - 2\pi N_0 / \lambda_0 (x \sin \theta_0 + z \cos \theta_0) \right]$

Yansıyan dalga $\exp i \left[\omega_r t - 2\pi N_0 / \lambda_r (\alpha_r x + \beta_r y + \gamma_r z + \delta_r) \right]$

Geçen dalga $\exp i \left[\omega_t t - 2\pi N_1 / \lambda_t (\alpha_t x + \beta_t y + \gamma_t z + \delta_t) \right]$

Şekil 4.1. Hava-cam ara kesiti



Elektrik ve manyetik alanın tanjantsal bileşenleri ara yüzey boyunca süreklidir. Bu durumda ara yüzey $z = 0$ olarak tanımlanır ve tanjantsal bileşenler x , y ve t 'nin bütün değerleri için sürekli olmalıdır.

Bu süreklilik koşulu da aşağıdaki şartların sağlanmasını gerektirir.

a) $\delta_r \equiv \delta_t \equiv 0$

b) $\omega_i \equiv \omega_r \equiv \omega_t$, yansıma ya da kırılmada frekans değişimi yoktur ve $\lambda = \lambda_r = \lambda_t$ 'dir.

c) $N_0 \beta_r = N_1 \beta_t = 0$, $\vec{r}$ vektörleri gelenin düzlemine kuşatılmıştır.

d) $N_0 \sin \theta_0 = N_0 \alpha_r = N_1 \alpha_t$ (4.32)

Eğer yansıma ve kırılma açıları θ_r ve θ_t ise, $\theta_0 = \theta_r$ ifadesi elde edilir. Yani gelen ve yansıyan dalgaların açıları birbirine eşittir. Bu durumda ise Snell yasası,

$$N_0 \sin \theta_0 = N_1 \sin \theta_t \quad (4.33)$$

bulunur. İkinci ortamda yansıyan dalga olmadığı için,

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_t \text{ ve } \vec{E}_1 = \vec{E}_t$$

olur. $\vec{r}_1 = \vec{k}$, z -ekseni boyunca birim vektör ise denklem (4.26)'dan,

$$\vec{H}_1 = N_1 \left(\vec{k} \times \vec{E}_1 \right)$$

yazılabilir. Gelen ortam, pozitif giden ve negatif giden olmak üzere iki ışına sahiptir. $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ 'ın bileşenleri sırasıyla elektrik alan için,

pozitif giden $\vec{E}_0^+$

negatif giden $\vec{E}_0^-$

manyetik alan için,

pozitif giden $\vec{H}_0^+$

negatif giden $\vec{H}_0^-$

olarak alınırsa, aralarındaki ilişki,

$$H_0^+ = N_0 \left(\vec{k} \times \vec{E}_0^+ \right)$$

$$H_0^- = N_0 \left(\vec{k} \times \vec{E}_0^- \right)$$

(4.34)

ile verilir. $z = 0$ 'da sınır koşulları uygulanırsa,

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_1^+ = \vec{E}_0^+ + \vec{E}_0^-$$

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_1^+ = \vec{H}_0^+ + \vec{H}_0^-$$

(4.35)

olmalıdır.

Böylece,

$$\begin{aligned} N_1 (\vec{k} \times \vec{E}_1) &= N_0 (\vec{k} \times \vec{E}_0^+ - \vec{k} \times \vec{E}_0^-) & z = 0 \text{ 'da} \\ N_1 \vec{E}_1 &= N_0 (\vec{E}_0^+ - \vec{E}_0^-) & z = 0 \text{ 'da} \end{aligned} \quad (4.36)$$

olmak üzere,

$$\vec{E}_0^- = \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \vec{E}_0^+ \quad (4.37)$$

elde edilir. (4.37) denklemindeki $\frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1}$ ifadesi r genlik yansıma katsayısını verir ve Fresnel yansıma katsayısı olarak da bilinir. Fresnel yansıma katsayısından da yansıma oranı ya da şiddet yansıma katsayısı bulunabilir. Elektromanyetik güç yoğunluğunu ifade eden Poynting vektörü,

$$\vec{S} = \frac{c}{8\pi} NE^2 \vec{r}$$

olmak üzere, (4.37) denklemini de kullanılarak yansıyan elektromanyetik dalganın güç yoğunluğu, gelen dalganıninkine oranlanırsa şiddet yansıma katsayısı bulunur. Sonuç olarak da,

$$R = \left(\frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \right) \left(\frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \right)^* \quad (4.38)$$

elde edilir. Eğer N_0 reel ise,

$$R = \left| \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \right|^2$$

olur. Kayıpların olmadığı bir ortam için $N = n - i\kappa$ ifadesinde sönüm sabiti olan κ sıfır olur. Böyle bir ortam için karmaşık kırılma indisleri N_0 ve N_1 yerine onların reel kısımları olan n_0 ve n_1 alınabilir.

Eğer elektromanyetik dalganın z - eksenini boyunca değil de, yüzeye belirli bir açıyla eğik olarak geldiği durum göz önüne alınırsa,

$$\vec{H}_{\tan}^+ = \eta \vec{k} \times \vec{E}_{\tan}^+ \quad (4.39)$$

$$\vec{H}_{\tan}^- = -\eta \vec{k} \times \vec{E}_{\tan}^- \quad (4.40)$$

bu halde iki durum söz konusudur [4]:

a) $\vec{E}$ gelen dalganın düzlemi içinde ise TM (transverse magnetic) olarak ya da p - polarize dalga olarak bilinir. Yani elektrik alan; gelen, yansıyan ve geçen dalgaların oluşturduğu düzleme paraleldir.

b) $\vec{E}$ 'nin normali gelen dalganın düzleminde ise TE (transverse electric) ya da s - polarize dalga olarak bilinir. Yani elektrik alan; gelen, yansıyan ve geçen dalgaların oluşturduğu düzleme diktir.

a) TM dalgalar (p-polarizasyon): $\vec{H}$ 'ın arayüzeye paralel, $\vec{E}$ 'nin θ açısı kadar eğik olduğu durumlardır.

$$|\vec{E}_{\tan}^+| = |\vec{E}^+ \cos \theta|$$

$$\vec{H}_{\tan}^+ = \vec{H}^+ = N \vec{r} \times \vec{E}^+ = N \left(\vec{k} \times \frac{\vec{E}_{\tan}^+}{\cos \theta} \right) = \frac{N}{\cos \theta} \vec{k} \times \vec{E}_{\tan}^+$$

ise,

$$\eta_m = \frac{N}{\cos \theta} \quad (4.41)$$

olur.

b) TE dalgalar (s-polarization): Burada durum tersine çevrilmiştir. $\vec{E}$ sınıra paralel, $\vec{H}$ ise θ açısı kadar eğik durumdadır.

$$|\vec{H}_{\tan}^+| = |\vec{H}^+ \cos \theta|$$

$$\vec{H}^+ = N \vec{r} \times \vec{E}^+ = N \vec{k} \times \vec{E}_{\tan}^+$$

$$\vec{H}_{\tan}^+ = N \cos \theta \vec{k} \times \vec{E}_{\tan}^+$$

ise,

$$\eta_E = N \cos \theta \quad (4.42)$$

olur.

Eğer elektromanyetik dalganın ilerleme doğrultusu yüzeyin normali üzerinde ise $\theta = 0$ olur. Aynı zamanda kayıpların da olmadığı düşünülürse N yerine, gerçel kısmı n alınır. Fresnel yansıma katsayısı genel olarak aşağıdaki gibi yazılırsa,

$$r = \frac{\eta_0 - \eta_1}{\eta_0 + \eta_1}$$

TM dalgalar için,

$$r = \left(\frac{N_0}{\cos \theta_0} - \frac{N_1}{\cos \theta_1} \right) / \left(\frac{N_0}{\cos \theta_0} + \frac{N_1}{\cos \theta_1} \right) \quad (4.43)$$

TE dalgalar için,

$$r = \frac{N_0 \cos \theta_0 - N_1 \cos \theta_1}{N_0 \cos \theta_0 + N_1 \cos \theta_1} \quad (4.44)$$

Fresnel denklemleri bulunur. Denklem (4.43) gelen dalganın polarizasyon yönünün geliş düzlemi içindeki durumunu, denklem (4.44) ise geliş düzlemine dik polarizasyon durumunu anlatır.

$\alpha = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_1}}{\cos \theta_0}$ ve $\beta = \frac{N_1}{N_0}$ olmak üzere, TM dalganın genlik yansıma katsayısı,

$$r = \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$$

TE dalganın genlik yansıma katsayısı ise,

$$r = \frac{1 - \alpha\beta}{1 + \alpha\beta}$$

olur. α oranı θ_0 geliş açısına bağlı olduğu için genlik yansıma katsayıları da geliş açısına bağlıdır. TM dalganın genlik yansıma katsayısı formülünde yüzeye normal gelen dalga için $\theta_0 = 0$ ve $\alpha = 1$ 'dir. Yüzeyi sıyrarak gelen dalga için $\theta_0 = 90^\circ$ ve $\alpha \rightarrow \infty$ olur. Yani gelen dalganın tümü yansır. Bu ikisinin arasında öyle bir θ_B açısı vardır ki yansıyan dalga genliği sıfır olur. Bu açığa Brewster açısı denir. O halde Brewster açısında $\alpha = \beta$ olmalıdır.

$$\frac{N_0}{\cos \theta_0} = \frac{N_1}{\cos \theta_1} \quad (4.45)$$

Snell yasasını ifade eden (4.33) denklemi ile (4.45) denklemi ortak olarak çözümlürse,

$$\cos \theta_0 \sin \theta_0 = \cos \theta_1 \sin \theta_1$$

bulunur. Bu eşitliğin sağlanabilmesi için de $\theta_0 + \theta_1 = \frac{\pi}{2}$ olması gerekir. Eğer yeniden (4.45) eşitliği kullanılırsa,

$$N_1 \cos \theta_0 = N_0 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right)$$

$$N_1 \cos \theta_0 = N_0 \sin \theta_0$$

$$\frac{\sin \theta_0}{\cos \theta_0} = \frac{N_1}{N_0}$$

$$\tan \theta_0 = \frac{N_1}{N_0}$$

olmak üzere Brewster açısı için de,

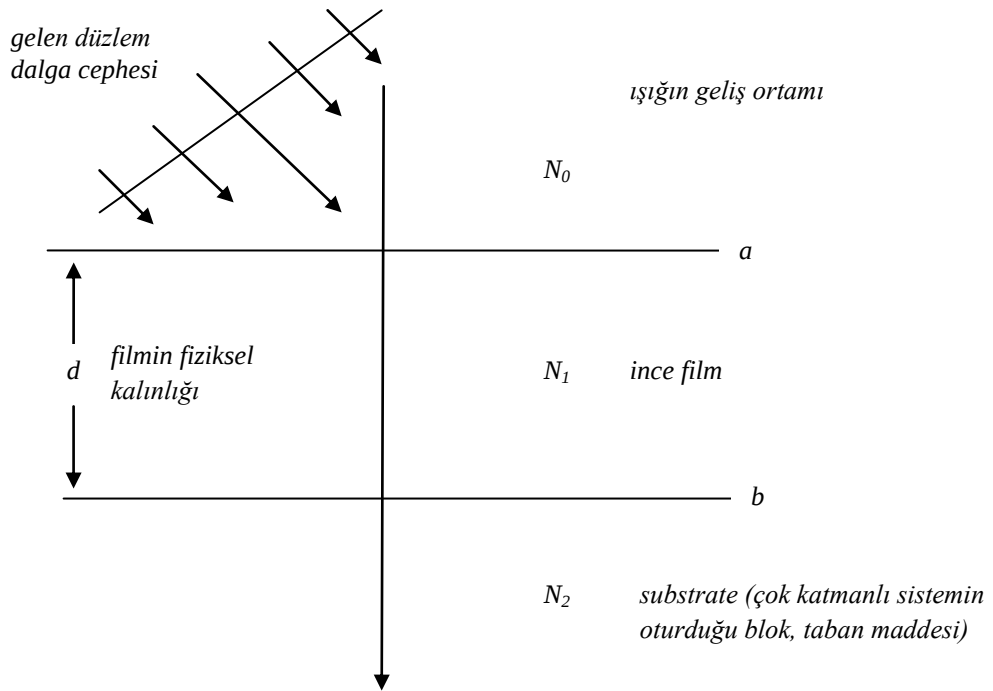
$$\tan \theta_B = \frac{N_1}{N_0} \quad (4.46)$$

bulunur. TE dalgaları, yani geliş düzlemine dik yönde polarize olmuş dalgalar için böyle bir açı yoktur. Buna göre, Brewster açısıyla gelen bir dalganın yansıyan bileşeni arakesit düzlemine paralel yönde polarize olmuş demektir. Ayrıca enerji korunumu gereği $R+T=1$ olduğuna göre Brewster açısında $R=0$ ve geçen enerji oranı $T=1$ olmalıdır.

4.4. İnce Bir Film İçin Yansıma Hesapları

Bu bölümde hava ve taban maddesiyle çevrilmiş olan ince filme gelen bir elektromanyetik dalganın davranışı incelenecek, genlik ve şiddet yansıma katsayıları bulunacaktır. Şekil 4.2'deki üç tabakalı yapı için ışığın geliş ortamının karmaşık kırılma indisi N_0 , ince filmin karmaşık kırılma indisi N_1 , taban maddesinin karmaşık kırılma indisi N_2 'dir.

Şekil 4.2. Bir ince film üzerine gelen elektromanyetik dalganın yansıması



Şekil 4.2'ye göre manyetik ve elektrik alanın ara yüzeydeki süreklilikleri kullanılarak [4],

$$\vec{H}_b = \vec{H}_b^+ + \vec{H}_b^- = \eta_1 \vec{k} \times \vec{E}_{1b}^+ - \eta_1 \vec{k} \times \vec{E}_{1b}^- \quad (4.47)$$

bulunur.

Elektrik alan için ise,

$$\vec{E}_b = \vec{E}_{1b}^+ + \vec{E}_{1b}^- \quad (4.48)$$

olur ve her iki taraf $\vec{k}$ ile çarpılırsa,

$$\vec{k} \times \vec{E}_b = \vec{k} \times \vec{E}_{1b}^+ + \vec{k} \times \vec{E}_{1b}^- \quad (4.49)$$

bulunur. Denklem (4.47) ve (4.49)'un birlikte çözümünden de,

$$2 \vec{k} \times \vec{E}_{1b}^+ = \frac{\vec{H}_b}{\eta_1} + \vec{k} \times \vec{E}_b \quad (4.50)$$

$$2 \vec{k} \times \vec{E}_{1b}^- = -\frac{\vec{H}_b}{\eta_1} + \vec{k} \times \vec{E}_b \quad (4.51)$$

elde edilir. Gelen dalgaının optiksel faz değişimi δ ve Nd optik kalınlık ise optik faz,

$$\delta = \frac{2\pi N_1}{\lambda} \cos \theta_1 d$$

şeklinde yazılır. Elektromanyetik dalga bir ara yüzeyden diğer ara yüzeye geçerken, optik faz değişimine uğrar. Bu durumda,

$$\vec{E}_{1a}^+ = \vec{E}_{1b}^+ e^{i\delta_1},$$

$$\vec{E}_{1a}^- = \vec{E}_{1b}^- e^{-i\delta_1},$$

$$\vec{H}_{1a}^+ = \vec{H}_{1b}^+ e^{i\delta_1},$$

$$\vec{H}_{1a}^- = \vec{H}_{1b}^- e^{-i\delta_1},$$

denklikleri elde edilir.

Bulunan bu dört ifade (4.50) ve (4.51) denklemlerinde yerlerine yazılırsa,

$$\vec{k} \times \vec{E}_{1a}^+ = \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{H}_b}{\eta_1} + \vec{k} \times \vec{E}_b \right) e^{i\delta_1} \quad (4.52)$$

$$\vec{k} \times \vec{E}_{1a}^- = \frac{1}{2} \left(-\frac{\vec{H}_b}{\eta_1} + \vec{k} \times \vec{E}_b \right) e^{-i\delta_1} \quad (4.53)$$

$$\vec{H}_{1a}^+ = \eta_1 \vec{k} \times \vec{E}_{1a}^+ = \frac{\eta_1}{2} \left(\frac{\vec{H}_b}{\eta_1} + \vec{k} \times \vec{E}_b \right) e^{i\delta_1} \quad (4.54)$$

$$\vec{H}_{1a}^- = -\eta_1 \vec{k} \times \vec{E}_{1a}^- = -\frac{\eta_1}{2} \left(-\frac{\vec{H}_b}{\eta_1} + \vec{k} \times \vec{E}_b \right) e^{-i\delta_1} \quad (4.55)$$

olur. (4.52) ve (4.53) denklemleri,

$$\vec{k} \times \vec{E}_a = \vec{k} \times \vec{E}_{1a}^+ + \vec{k} \times \vec{E}_{1a}^-$$

eşitliğinde yerlerine yazılırsa,

$$\vec{k} \times \vec{E}_a = \vec{k} \times \vec{E}_b \cdot \cos \delta_1 + \frac{1}{\eta_1} \vec{H}_b i \sin \delta_1 \quad (4.56)$$

olmak üzere $\vec{H}_a = \vec{H}_{1a}^+ + \vec{H}_{1a}^-$ ifadesinde de (4.54) ve (4.55) denklemleri yerlerine yazılırsa,

$$\vec{H}_a = \eta_1 \vec{k} \times \vec{E}_b i \sin \delta_1 + \vec{H}_b \cos \delta_1 \quad (4.57)$$

elde edilir. (4.56) ve (4.57) denklemleri kullanılarak bir geçiş matrisi yazılabilir:

$$\begin{pmatrix} \vec{k} \times \vec{E}_a \\ \vec{H}_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta_1 & i \sin \delta_1 / \eta_1 \\ i \eta_1 \sin \delta_1 & \cos \delta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{k} \times \vec{E}_b \\ \vec{H}_b \end{pmatrix} \quad (4.58)$$

Yansıtıcı sistemin toplam karmaşık kırılma indisi Y olmak üzere denklem (4.27)'den,

$$Y = \vec{H}_a / \vec{k} \times \vec{E}_a \quad (4.59)$$

yazılabilir. Bu durumda genlik yansıma katsayısı,

$$r = \frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \quad (4.60)$$

olur. Denklem (4.59), denklem (4.58)'de yerine yazılırsa,

$$\vec{k} \times \vec{E}_a \begin{pmatrix} 1 \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta_1 & i \sin \delta_1 / \eta_1 \\ i \eta_1 \sin \delta_1 & \cos \delta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} \vec{k} \times \vec{E}_b \quad (4.61)$$

bulunur. $Y = \frac{\eta_2 \cos \delta_1 + i \eta_1 \sin \delta_1}{\cos \delta_1 + i \eta_2 / \eta_1 \sin \delta_1}$ olmak üzere geçiş matrisi,

$$\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta_1 & i \sin \delta_1 / \eta_1 \\ i \eta_1 \sin \delta_1 & \cos \delta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} \quad (4.62)$$

şeklinde yazılır. $\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix}$ topluluğun karakteristik matrisi olarak adlandırılır. Bu durumda sistemin karmaşık kırılma indisi,

$$Y = \frac{C}{B} \quad (4.63)$$

olur [4]. Artık çok katmanlı ince bir film için,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} &= \prod_{r=1}^n \begin{pmatrix} \cos \delta_r & i \sin \delta_r / \eta_r \\ i \eta_r \sin \delta_r & \cos \delta_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \eta_{n+1} \end{pmatrix} \\ &= \prod_{r=1}^n M_i \begin{pmatrix} 1 \\ \eta_{n+1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.64)$$

şeklinde bir genelleme yapmak mümkündür.

Çok katmanlı sistemin optik fazı ise,

$$\delta_r = \frac{2\pi N_r d_r \cos \theta_r}{\lambda}$$

olarak verilir. TE dalgalar için,

$$\eta_r = N_r \cos \theta_r$$

TM dalgalar için ise,

$$\eta_r = \frac{N_r}{\cos \theta_r}$$

olur. Eğer geliş açısı θ_0 belirli ise θ_r değerleri Snell yasasından bulunabilir:

$$N_0 \sin \theta_0 = N_r \sin \theta_r$$

Çok katmanlı sistemin şiddet yansıma katsayısı da (4.60) denkleminde,

$$R = \left(\frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \right) \left(\frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \right)^*$$

olur. O halde optik kalınlıkları $Nd = \lambda_0/4$ olan 1,2,3,4,5,... ardışık tabakanın kırılma indisleri sırasıyla,

$$\text{Bir tabaka için; } Y = \frac{\eta_1^2}{\eta_2}$$

$$\text{İki tabaka için; } Y = \frac{\eta_1^2 \eta_3}{\eta_2^2}$$

$$\text{Üç tabaka için; } Y = \frac{\eta_1^2 \eta_3^2}{\eta_2^2 \eta_4}$$

$$\text{Dört tabaka için; } Y = \frac{\eta_1^2 \eta_3^2 \eta_5}{\eta_2^2 \eta_4^2}$$

Beş tabaka için; $Y = \frac{\eta_1^2 \eta_3^2 \eta_5^2}{\eta_2^2 \eta_4^2 \eta_6}$

şeklinde yazılır. Buna göre optik kalınlıkları $Nd = \lambda_0/4$ olan m tane çift ve m tane tek tabakalı çok katmanlı bir sistem için sırasıyla,

$$Y_{\text{çift}} = \eta_s \left(\frac{\eta_1}{\eta_2} \right)^{2m} \quad (4.65)$$

$$Y_{\text{tek}} = \left(\frac{\eta_1^2}{\eta_s} \right) \left(\frac{\eta_1}{\eta_2} \right)^{2m} \quad (4.66)$$

genel ifadeleri elde edilir. Eğer elektromanyetik dalganın çok katmanlı sisteme yüzeyin normali boyunca geldiği düşünülürse ki bu durumda sonuç çok fazla değişmez ve sayısal hesaplamalar kolaylaşır,

$$\eta_r \rightarrow N_r$$

$$\delta_r = \frac{2\pi N_r d_r}{\lambda}$$

alınabilir. Sistemde absorpsiyonun da olmadığı göz önüne alınırsa bu durumda,

$$N_r = n_r - i\kappa$$

ifadesinde sönüm sabiti olarak adlandırılan κ sıfır olacaktır. Sonuç olarak da elektromanyetik dalganın yüzeyin normali üzerinden geldiği ve absorpsiyonun olmadığı bir sistem için yapılan tüm hesaplamalarda ve elde edilen sonuçlarda n kırılma indisinin gerçel kısmı olmak üzere,

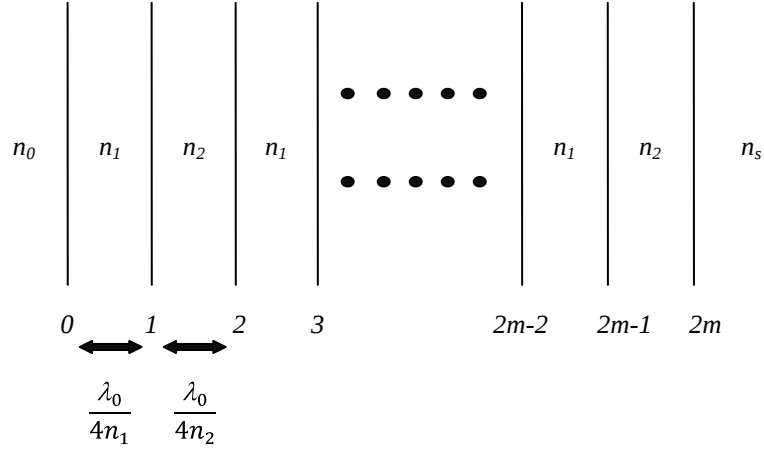
$$\eta \rightarrow n$$

$$\delta = \frac{2\pi n d}{\lambda}$$

dönüşümleri yapılabilir.

4.5. Sayısal Hesaplamalar

Şekil 4.3. Kırılma indisleri n_1 ve n_2 olan m tane çift çeyrek dalgalı Bragg yansıtıcılarının birleşimi



Şekil 4.3'teki gibi kırılma indisleri n_1 ve n_2 olan m tane çift çeyrek dalgalı tabakadan oluşan bir sistem için, L_{top} sistemin toplam boyu olmak üzere [1],

$$L_{top} = \sum_i d_i$$

şeklinde verilir. Böyle bir sistemin geçiş matrisi,

$$M = \prod_{i=1}^m M_i M_j = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}$$

olacaktır. O halde,

$$\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_s \end{pmatrix}$$

olmak üzere $Y = C/B$ 'dir.

Bu durumda genlik yansıma katsayısı r ise,

$$r = \frac{n_0 M_{11} + n_0 n_s M_{12} - M_{21} - n_s M_{22}}{n_0 M_{11} + n_0 n_s M_{12} + M_{21} + n_s M_{22}} \quad (4.67)$$

denklemleri ile verilir. Eşitlikte M_{ij} terimleri M 'nin elemanlarıdır. n_0 gelen ortamın, n_s ise taban maddesinin kırılma indisidir. Genlik yansıma katsayısı,

$Y_{\text{çift}} = n_s \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{2m}$ olmak üzere aşağıdaki biçimde de verilebilir:

$$r = \frac{1 - \frac{n_s}{n_0} \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{2m}}{1 + \frac{n_s}{n_0} \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{2m}} \quad (4.68)$$

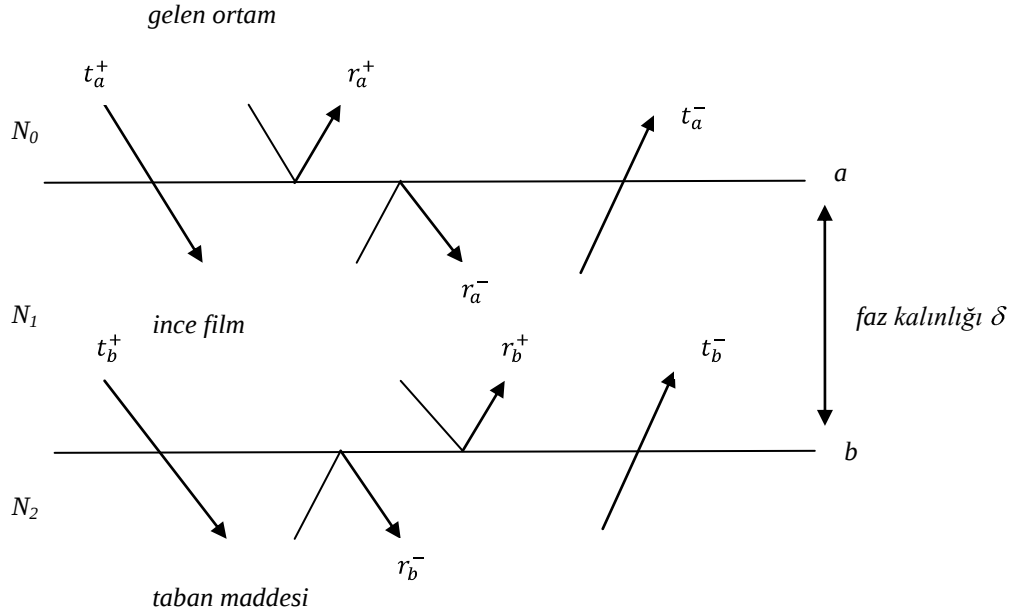
Denklem (4.68)'i kullanarak şiddet yansıma katsayısı R , kırılma indislerine bağlı olarak;

$$R = \tanh^2 \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{n_0}{n_s} \right) + m \ln \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \right] \quad (4.69)$$

şeklinde yazılabilir [1].

4.6. Yansıma ile Faz Arasındaki İlişki

Şekil 4.4. Bir ince film üzerine gelen elektromanyetik dalganın genlik yansıma ve geçme katsayılarının gösterimi



Farklı karmaşık kırılma indisine sahip üç tabakadan oluşan Şekil 4.4'teki yapıda her ara yüzeyde elektrik ve manyetik alanların paralel bileşenlerinin süreklilikleri kullanılarak,

$$\begin{aligned}\vec{E}_1^+ &= \vec{E}_0^+ + \vec{E}_0^- \\ \vec{H}_1^+ &= \vec{H}_0^+ + \vec{H}_0^-\end{aligned}\quad (4.70)$$

bulunur [4]. (4.26) denkleminde bulunan ifadeyi de (4.70) denklemlerinde yerlerine yazarak,

$$\vec{E}_1^+ = \left(1 + \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1}\right) \vec{E}_0^+ \quad (4.71)$$

eşitliği elde edilir.

$r_a^+ = \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1}$ olmak üzere $t_a^+ = 1 + r_a^+$ ’dır. Bu durumda,

$$r_a^- = \frac{N_1 - N_0}{N_1 + N_0} = -r_a^+$$

$$t_a^- = 1 + r_a^- \quad (4.72)$$

olur. (4.71) ve (4.72) denklemleri kullanılarak da,

$$t_a^+ = \frac{\vec{E}_1^+}{\vec{E}_0^+} = \frac{2N_0}{N_0 + N_1}$$

$$t_a^- = \frac{\vec{E}_0^-}{\vec{E}_1^-} = \frac{2N_1}{N_1 + N_0} \quad (4.73)$$

bulunur. Gelen dalga'nın bir kısmı ilk önce a yüzeyinden yansıyacak, kalan kesri ise ince filmin içinde yol alarak ardışık olarak b ve a yüzeylerinden her defasında belirli bir kesri iletilecek şekilde yansımaya uğramaya devam edecektir. Bu durumda birinci bölgeye geri dönen toplam genlik yansıma katsayısı için bir ifade türetilebilir [4]:

$$\begin{aligned} r^+ &= r_a^+ + t_a^+ r_b^+ t_a^- e^{-2i\delta} + t_a^+ r_b^+ r_a^- r_b^+ t_a^- e^{-4i\delta} + t_a^+ r_b^+ r_a^- r_b^+ r_a^- r_b^+ t_a^- e^{-6i\delta} + \dots \\ &= r_a^+ + t_a^+ r_b^+ t_a^- e^{-2i\delta} [1 + r_a^- r_b^+ e^{-2i\delta} + r_a^{-2} r_b^{+2} e^{-4i\delta} + \dots] \end{aligned} \quad (4.74)$$

(4.74) denkleminde parantez içindeki ifade $1 - r_a^- r_b^+ e^{-2i\delta}$ ’ın binom açılımıdır.

Bu durumda (4.74) denklemi daha genel olarak,

$$r^+ = r_a^+ + \frac{r_b^+ t_a^+ t_a^- e^{-2i\delta}}{1 - r_a^- r_b^+ e^{-2i\delta}} \quad (4.75)$$

ile verilebilir.

t^+ genlik geçirme katsayısı da benzer olarak,

$$\begin{aligned}
 t^+ &= t_a^+ t_b^+ e^{-i\delta} + t_a^+ r_b^+ r_a^- t_b^+ e^{-3i\delta} + t_a^+ r_b^+ r_a^- r_b^+ r_a^- t_b^+ e^{-5i\delta} + \dots \\
 &= t_a^+ t_b^+ e^{-i\delta} (1 + r_b^+ r_a^- e^{-2i\delta} + r_b^{+2} r_a^{-2} e^{-4i\delta} + \dots) \\
 &= \frac{t_a^+ t_b^+ e^{-i\delta}}{1 + r_a^+ r_b^+ e^{-2i\delta}} \quad r_a^- = -r_a^+
 \end{aligned} \tag{4.76}$$

şeklinde ifade edilir. O halde şiddet geçme katsayısı,

$$T = |t^+|^2 = \frac{|t_a^+ t_b^+|^2}{|1 - r_a^- r_b^+ e^{-2i\delta}|^2}$$

olacaktır. Yansıma katsayıları fazlar cinsinden,

$$r_a^- = |r_a^-| e^{i\Psi_a}$$

$$r_b^+ = |r_b^+| e^{i\Psi_b}$$

şeklinde yazılır ve gerekli ara işlemler yapılırsa şiddet geçme katsayısı;

$$T = \frac{|t_a^+|^2 |t_b^+|^2}{1 - |r_a^-| |r_b^+|^2} \cdot \frac{1}{\left[1 + \frac{4 |r_a^-| |r_b^+|}{1 - |r_a^-| |r_b^+|^2} \cdot \sin^2 \left(\frac{\Psi_a + \Psi_b - 2\delta}{2} \right) \right]} \tag{4.77}$$

bulunur.

(4.77) denkleminde $\frac{\Psi_a + \Psi_b - 2\delta}{2} = \pm m\pi$ olduğunda maksimum geçirgenliğin

olacağı görülmektedir. Fakat $\frac{\Psi_a + \Psi_b - 2\delta}{2} = -m\pi$ alınır ($\frac{\Psi_a + \Psi_b}{2} < \pi$ olduğu

için) [4]. $\phi = \Psi_a + \Psi_b / 2$ olmak üzere $\phi - 2\pi Nd \cos \theta / \lambda = -m\pi$ yazılabilir.

ϕ yansımanın gelen ışına göre faz farkıdır ve genlik yansıma katsayısı karmaşık formda,

$$r = |r| e^{i\phi} \quad (4.78)$$

şeklinde verilir. Faz ise,

$$\phi = \text{Arc tan} \left[\text{Im } r / \text{Re } r \right] \quad (4.79)$$

olur.

4.7. Yansıma, İletim ve Absorpsiyon Oranları

(4.64) denklemiyle verilen geçiş matrisi, ince film topluluğunun yansıma, iletim ve absorpsiyon oranlarının hesaplanabilmesi için yeterli bilgiyi içerir. Bunun için öncelikle Poynting vektörünün ortalama değeri hesaplanmalıdır. (4.30) denklemiyle verilen Poynting vektörünün ortalama değeri ifadesi [4],

$$\langle \vec{S} \rangle = \left[\frac{c}{8\pi} \text{Re } EH^* \right] \cdot \vec{r}$$

olmak üzere, eğer sonuncu arayüzeydeki elektrik alan yoğunluğu E_k ise taban maddesindeki (substrate) elektromanyetik güç yoğunluğu,

$$\vec{S}_{n+1} = \frac{c}{8\pi} \eta_{n+1} E_k^2 \vec{r} \quad (4.80)$$

olur. Sistemin karakteristik matrisi $\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix}$ olduğu için, ince film topluluğuna girmekte olan elektromanyetik güç yoğunluğu ise,

$$\frac{c}{8\pi} \text{Re } BC^* E_k^2 \vec{r} \quad (4.81)$$

şeklinde ifade edilebilir. Sistemin üzerine gelen enerji akısı ξ_i olsun. Bu durumda (4.81) denklemi ince film topluluğunun içerisindeki elektromanyetik güç yoğunluğu olmak üzere,

$$1 - R \xi_i = \frac{c}{8\pi} \text{Re } BC^* E_k^2$$

$$\xi_i = \frac{c/8\pi \text{Re } BC^* E_k^2}{1 - R} \quad (4.82)$$

yazılabilir.

O halde ξ_0 , (4.80) denklemiyle verilen ve ince film topluluğundan ayrılan güç yoğunluğunu ifade etmek üzere iletim oranı T,

$$T = \frac{\xi_0}{\xi_i} = \frac{\eta_{n+1} (1-R)}{\operatorname{Re} BC^*} \quad (4.83)$$

olur. Absorpsiyon oranı A ile R ve T arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir:

$$1 = R + T + A$$

$$A = 1 - R - T = 1 - R \left[1 - \frac{\eta_{n+1}}{\operatorname{Re} BC^*} \right] \quad (4.84)$$

(4.84) denkleminde de görüldüğü gibi absorpsiyonun olmadığı durumda A=0 ve R+T=1 olacaktır:

$$\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & i\beta \\ i\gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \eta_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha + i\beta\eta_{n+1} \\ \delta\eta_{n+1} + i\gamma \end{pmatrix}$$

$$\alpha\delta + \gamma\beta = 1$$

$$\operatorname{Re} BC^* = \alpha\delta + \beta\gamma \eta_{n+1} = \eta_{n+1}$$

(4.83) denkleminde yola çıkılarak aynı anlama gelen daha farklı bir ifade de türetilebilir. $R = \left(\frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \right) \left(\frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \right)^*$ ve $Y = \frac{C}{B}$ olmak üzere (4.83) denklemi gerekli düzenlemeler yapılarak yeniden yazılırsa [4],

$$T = \frac{4\eta_{n+1}\eta_0}{\eta_0 B + C \quad \eta_0 B + C^*} \quad (4.85)$$

bulunur.

Ayrıca $\frac{1}{\operatorname{Re} BC^*} = \frac{2}{BC^* + B^*C}$ olduğu için (4.83) denklemi,

$$\frac{T}{1-R} = \frac{1}{1+A/T} = \frac{2\eta_{n+1}}{BC^* + B^*C} \quad (4.86)$$

şeklinde de verilebilir.

4.8. Yansıma Bölgesinin Genişliğinin Bulunması

Yüksek yansıma bölgesinin genişliği aşağıdaki gibi bir yöntemle bulunabilir. İnce film topluluğu iki, üç ya da daha fazla tabakadan oluşan temel periyodun n sayıda tekrarıyla meydana geldiyse sistemin karakteristik matrisi [4];

$$M = M^n$$

şeklinde verilir. Burada M temel periyodun matrisidir:

$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}$$

O halde $\left| \frac{M_{11} + M_{22}}{2} \right| \geq 1$ eşitliğini sağlayan dalga boylarında periyot sayısının artışıyla yansıma oranının artacağı gösterilebilir. Bu durumda yüksek yansıma bölgesinin sınırları,

$$\left| \frac{M_{11} + M_{22}}{2} \right| = 1$$

olur. Taban maddesinin geçirgenliği η_{n+1} ve ince film topluluğunun geçiş matrisi

$\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix}$ olmak üzere eğer η_{n+1} reel ise, (4.85) denklemiyle verilen iletim oranı T ,

$$T = \frac{4\eta_{n+1}\eta_0}{\eta_0 B + C \quad \eta_0 B + C^*} = \frac{4\eta_{n+1}\eta_0}{|\eta_0 B + C|^2} \quad (4.87)$$

şeklinde yazılabilir.

İnce film topluluğunun geçiş matrisi,

$$\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \eta_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} + \eta_{n+1}M_{12} \\ \eta_{n+1}M_{22} + M_{21} \end{pmatrix}$$

olmak üzere iletim oranı T için,

$$T = \frac{4\eta_0\eta_{n+1}}{\left| \eta_0 M_{11} + \eta_{n+1}M_{12} + \eta_{n+1}M_{22} + M_{21} \right|^2} \quad (4.88)$$

ifadesi türetilebilir. Absorpsiyonun olmadığı durumda M_{11} ve M_{22} reel, M_{12} ve M_{21} ise imajinerdir. Böylece (4.88) denklemi en son haliyle aşağıdaki biçimde verilir [4]:

$$T = \frac{4\eta_0\eta_{n+1}}{\left| \eta_0 M_{11} + \eta_{n+1}M_{22} \right|^2 + \left| \eta_0\eta_{n+1}M_{12} + M_{21} \right|^2} \quad (4.89)$$

Ara bölgedeki çok tabakalı yapının yokluğunda taban maddesi (substrate) için iletim oranı,

$$T_{sub} = \frac{4\eta_0\eta_{n+1}}{\eta_0 + \eta_{n+1}} \quad (4.90)$$

olacaktır. İşlemi kolaylaştırmak için $\eta_0 = \eta_{n+1}$ alınabilir. Şu halde denklem (4.89) ve (4.90)'dan, eğer $\left| \frac{M_{11} + M_{22}}{2} \right| \geq 1$ ise $T < T_{sub}$ olacağı açıkça görülmektedir (M_{12} ve M_{21} değerlerine bakılmaksızın).

Bu durumda M temel periyodun matrisi olmak üzere $\left| \frac{M_{11} + M_{22}}{2} \right| > 1$ ise, periyot sayısı arttıkça ya da diğer bir deyişle $n \rightarrow \infty$ olduğunda,

$$\left| \frac{M_{11} + M_{22}}{2} \right| \rightarrow \infty$$

olur. Temel periyot matrisi M 'nin karesi alınır ve M^2 'deki terimlerin yerine M'_{pq} yazılırsa,

$$M^2 = \begin{pmatrix} M_{11}^2 + M_{12}M_{21} & M_{11}M_{12} + M_{12}M_{22} \\ M_{21}M_{11} + M_{22}M_{21} & M_{21}M_{12} + M_{22}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M'_{11} & M'_{12} \\ M'_{21} & M'_{22} \end{pmatrix}$$

$$M'_{11} + M'_{22} = M_{11}^2 + 2M_{12}M_{21} + M_{22}^2$$

$$\det M = M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21} = 1$$

olmak üzere,

$$M'_{11} + M'_{22} = (M_{11} + M_{22})^2 - 2$$

bulunur. $\left| \frac{M_{11} + M_{22}}{2} \right| = 1 + \delta$ ise (δ pozitiftir),

$$M'_{11} + M'_{22} = 2 + 2\delta^2 - 2 = 2 + 8\delta + 4\delta^2$$

yazılabilir. Böylece M' 'nin karesi alınır, çıkan sonucun da tekrar karesi alınır ve işlemler ardışık olarak tekrarlanırsa,

$$\left| \frac{M_{11} + M_{22}}{2} \right| \rightarrow \infty, \quad n \rightarrow \infty$$

sonucuna farklı bir yoldan ulaşılmış olur.

Optik kalınlıkları $\lambda_0/4$ olan, yüksek ve düşük kırılma indisinden oluşan bir yapı düşünölsün. Her bir periyodun karakteristik matrisi,

$$M = \begin{pmatrix} \cos \delta & i \sin \delta / n_L \\ in_L \sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \delta & i \sin \delta / n_H \\ in_H \sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} \cos^2 \delta - \frac{n_H}{n_L} \sin^2 \delta & \frac{i \cos \delta \sin \delta}{n_H} + \frac{i \sin \delta \cos \delta}{n_L} \\ in_L \cos \delta \sin \delta + in_H \cos \delta \sin \delta & -\frac{n_L}{n_H} \sin^2 \delta + \cos^2 \delta \end{pmatrix} \quad (4.91)$$

olur. Tabakaların optik fazı δ birbirine eşittir. Böylece,

$$\frac{M_{11} + M_{22}}{2} = \cos^2 \delta - \frac{1}{2} \left(\frac{n_H}{n_L} + \frac{n_L}{n_H} \right) \sin^2 \delta \quad (4.92)$$

olmak üzere eşitliğin sağ tarafı $+1$ 'den büyük olamaz. Bu durumda yüksek yansıma bölgesinin sınırlarını belirleyebilmek için,

$$-1 = \cos^2 \delta_e - \frac{1}{2} \left(\frac{n_H}{n_L} + \frac{n_L}{n_H} \right) \sin^2 \delta_e \quad (4.93)$$

yazılmalıdır. Gerekli düzenlemeler yapılrısa,

$$\cos^2 \delta_e = \left(\frac{n_H - n_L}{n_H + n_L} \right)^2 \quad (4.94)$$

olur. Optik kalınlıkları $\lambda_0/4$ olan tabakalardan oluşan bir sistem için $g = \lambda_0/\lambda$ ise,

$$\delta = \frac{\pi}{2} g \quad (4.95)$$

olacaktır.

Buna bağılı olarak yüksek yansıma bölgesinin sınırları,

$$\delta_e = \frac{\pi}{2} g_e = \frac{\pi}{2} 1 \pm \Delta g$$

şeklinde verilirse ki böylece,

$$\cos^2 \delta_e = \sin^2 \left(\pm \frac{\pi}{2} \Delta g \right)$$

bulunur. Bölgenin genişliği $2\Delta g$ 'dir. Sonuç olarak da,

$$\Delta g = \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left(\frac{n_H - n_L}{n_H + n_L} \right) \quad (4.96)$$

ifadesi elde edilir [4]. (4.95) denkleminde de anlaşıldığı gibi bölgenin genişliği, ince film topluluğunu oluşturan tabakaların kırılma indislerinin bir fonksiyonudur. Oran büyüdükçe bölgenin genişliği artar. Yüksek yansıma bölgeleri ise tabakaların optik kalınlıklarının $\lambda_0/4$ 'ün tek katlarına eşit olduğu dalga boylarında oluşacaktır. O halde (4.95) ile verilen optik faz denkleminde göre $\pi/2$ 'nin tek katlarında ($g = \lambda_0/\lambda = 1,3,5 \dots$) yüksek yansıma bölgeleri elde edilecektir. Ayrıca tabakaların optik kalınlıklarının $\lambda_0/4$ 'ün çift katlarına eşit olduğu dalga boylarında tabakaların yansımaya uğratmayan tabakalar olarak davranacağı, dolayısıyla da yansımanın sadece taban maddesinden kaynaklanacağı geçiş matrisinden de açıkça görülebilir. Tabaka sayısındaki artış yüksek yansıma bölgesinin genişliğini önemli ölçüde etkilemez fakat içerisindeki yansıma oranını ve bölgenin dışındaki osilasyon sayısını artırır.

Optik kalınlıkları çeyrek dalga boyu ve onun tek katlarında tabakalardan oluşan bir sistemde tüm arayüzeylerden yansıyan ışınlar aynı fazlıdır ve ön yüzeye ulaştıklarında yapıcı olarak birleşirler. Elde edilecek ışığın verimliliği açısından tabakaların optik kalınlıkları, kırılma indislerinin oranı ve tabaka sayısı kadar, bunların ince film topluluğu içindeki dizilimleri de önemlidir. n_H ve n_L sırasıyla yüksek ve düşük kırılma indisli tabakaları ifade etmek üzere maksimum yansıma oranı daima yüksek kırılma indisli tabaka ile başlayıp, yüksek kırılma indisli tabaka ile biten bir ince film topluluğundan elde edilebilir.

Tek sayıda tabakadan oluşan ve yüksek kırılma indisiyle başlayıp, yüksek kırılma indisiyle biten bir ince film topluluğunun kırılma indisi,

$$Y = \left(\frac{n_H}{n_L} \right)^{2p} \cdot \frac{n_H^2}{n_s} \quad (4.97)$$

olur (toplam tabaka sayısı $2p + 1$ ve n_s taban maddesinin kırılma indisidir). Yansıma oranı ise,

$$R = \left[\frac{1 - \left(\frac{n_H}{n_L} \right)^{2p} \frac{n_H^2}{n_s}}{1 + \left(\frac{n_H}{n_L} \right)^{2p} \frac{n_H^2}{n_s}} \right]^2 \quad (4.98)$$

olacaktır [4]. Eğer,

$$\left(\frac{n_H}{n_L} \right)^{2p} \cdot \frac{n_H^2}{n_s} \gg 1$$

ise gerekli matematiksel işlemler yapılarak bir seri açılımla,

$$R \cong 1 - 4 \left(\frac{n_L}{n_H} \right)^{2p} \cdot \frac{n_s}{n_H^2}$$

yazılabilir. Böylece $T + R = 1$ olmak üzere iletim oranı,

$$T = 1 - R \cong 4 \left(\frac{n_L}{n_H} \right)^{2p} \cdot \frac{n_s}{n_H^2} \quad (4.99)$$

eşitliğine dönüşür. Bu ifadeden de anlaşıldığı gibi maksimum yansıma elde edebilmek için kurulmuş böyle bir sistemde, fazladan iki tabakanın eklenmesi

iletim oranı T 'yi $\left(\frac{n_L}{n_H} \right)^2$ çarpanı kadar azaltacaktır. Dolayısıyla tabaka sayısı

arttıkça iç yansımaların sayısı artacaktır.

5. OPTİK ALANLAR VE DALGA YAYILIMI

Bu bölümde heteroyapılarda dalga yayılımının analizi, elektromanyetik dalgaların ara yüzeylerdeki süreklilik koşulları ile Maxwell denklemleri yardımıyla yapılacaktır. Aşağıda verilen denklem (5.2), denklem (4.5) ve (4.2) yardımıyla; denklem (5.1) ise denklem (4.1), (4.3) ve (4.7)'nin birlikte çözülmesiyle elde edilmiş Maxwell denklemleridir.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_0 = \frac{4\pi\sigma}{c} \vec{E}_0 + \frac{\varepsilon_0}{c} \frac{\partial \vec{E}_0}{\partial t} \quad (5.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_0 = -\frac{\mu_0}{c} \frac{\partial \vec{H}_0}{\partial t} \quad (5.2)$$

(5.1) ve (5.2) denklemleri heteroyapılarda dalga yayılımının tanımlanmasında kullanılacaktır [2]. Gauss (cgs) birim sisteminde yukarıdaki denklemlerde $\varepsilon_0 = 1$ ve $\mu_0 = 1$ alınır.

5.1. Elektriksel ve Optiksel Sabitler Arasındaki İlişkiler

Dalga yayılımı, kayıpların olmadığı ve ortamın serbest yüklerden arınmış olduğu varsayılarak hesaplanmıştır. Doğrultuları x , y ve z olarak seçilmiş üç boyutlu bir sistemde z yönünde ilerleyen düzlem elektromanyetik dalganın elektrik alanının x yönünde polarize olduğu düşünülürse $\hat{a}_x$, $\hat{a}_y$, $\hat{a}_z$ sırasıyla x , y ve z eksenleri boyunca birim vektörler olmak üzere $\vec{E} = \hat{a}_x E_x$ ve $E_y = E_z = 0$ olur [2]. Bu durumda elektrik alanın rotasyoneli yazılırsa;

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{E} &= \hat{a}_x \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \hat{a}_y \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \hat{a}_z \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \\ &= -\frac{\mu_0}{c} \left[\hat{a}_x \left(\frac{\partial H_x}{\partial t} \right) + \hat{a}_y \left(\frac{\partial H_y}{\partial t} \right) + \hat{a}_z \left(\frac{\partial H_z}{\partial t} \right) \right]\end{aligned}\quad (5.3)$$

ifadesine ulaşılır. (5.3) denkleminde de,

$$0 = -\frac{\mu_0}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\mu_0}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (5.5)$$

$$0 = -\frac{\mu_0}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (5.6)$$

eşitlikleri elde edilir. Böylece (5.4) ve (5.6) denklemlerinde $H_x = H_z = 0$ ise (5.1) denkleminin $\sigma = 0$,

$$-\frac{\partial^2 H_y}{\partial z \partial t} = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (5.7)$$

olur.

(5.5) denkleminde de,

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\frac{\mu_0}{c} \frac{\partial^2 H_y}{\partial z \partial t} \quad (5.8)$$

elde edilir. (5.7) ve (5.8) denklemleri birlikte çözülürse,

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{\varepsilon \mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (5.9)$$

bulunur. Üçlü dik uzaysal koordinat sisteminde, elektrik ya da manyetik alanlar x , y , z uzaysal koordinatlara ve t zamanına bağlıdır. Alanlar kompleks formda,

$$F_{x,y,z,t} = \text{Re} \left[f_{x,y,z} \exp j\omega t \right] \quad (5.10)$$

şeklinde yazılır. ω açısal frekansı $\omega = 2\pi\nu$ olarak yazılır (ν frekans). (5.9) denklemi z ve t 'nin bir fonksiyonu biçiminde,

$$E_x = E_x(z,t) = E_x(z) \exp j\omega t \quad (5.11)$$

olur. Bunun sonucunda,

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\frac{\omega^2 \varepsilon \mu_0}{c^2} E_x$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\beta^2 E_x \quad (5.12)$$

$$\beta^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon \mu_0}{c^2} \quad (5.13)$$

bulunur. Dalga denkleminin genel çözümü ise,

$$E_x(z,t) = \left[A \exp -j\beta z + B \exp j\beta z \right] \exp j\omega t \quad (5.14)$$

şeklindedir.

Dalganın $+z$ yönünde ilerlediği düşünülürse, elektrik alanın çözümü,

$$E_x(z,t) = A \cos(\omega t - \beta z) \quad (5.15)$$

olur. Manyetik alanın çözümü ise,

$$H_y(z,t) = A \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}} \cos(\omega t - \beta z) \quad (5.16)$$

ile verilir. Verilen bir açısal frekans ω ve yayılım sabiti β için ilerleyen dalganın $z = 2\pi/\beta$ olacak kadar yer değiştirmesi bir tam zaman periyoduna eşittir. Bu durumda dalga kendisiyle tam olarak çakışır. Yukarıdaki eşitliklerden dalga boyu,

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (5.17)$$

olarak bulunur. Böylece β yayılım sabiti de,

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (5.18)$$

şeklinde yazılabilir. Dalga bir λ aralığında $2\pi/\omega$ zamanına sahiptir. Son bulunan denklemler yardımıyla n kırılma indisi ile dielektrik sabiti arasındaki ilişki için $n = \sqrt{\epsilon}$ ifadesi elde edilir. Buna bağlı olarak dielektrik ortamın dalga boyu λ , serbest uzayın dalga boyu λ_0 ile kırılma indisi arasındaki bağıntı,

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad (5.19)$$

olur. Şu halde boşluktaki dalga vektörü $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ olmak üzere yayılım sabiti β için,

$$\beta^2 = n^2 k_0^2 \quad (5.20)$$

ifadesi yazılabilir ya da $\beta_0 = k_0$ olarak alınırsa,

$$\beta^2 = n^2 \beta_0^2$$

eşitliği de doğru olur.

5.2. Simetrik Üç tabakalı Bir Yapının Dalga Kılavuzunun Dalga Yayılımı Dalga Denklemi

Bu bölümde Maxwell denklemleri kullanılarak alan modlarının tam çözümü araştırılacaktır. Alan modları yayılımın yönüne bağlı olarak TE (elektrik alan polarizasyonu) ve TM (manyetik alan polarizasyonu) modlar olarak bulunacaktır [2]. Elektrik alan için dalga denklemi denklem (5.2)'nin rotasyoneli alınarak,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\mu_0}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{H} \quad (5.21)$$

bulunur. (5.1) denklemi de (5.21) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\varepsilon\mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (5.22)$$

olur. $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{E}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) = -\nabla^2 \vec{E}$ vektörel özdeşliği (5.22) denkleminde kullanılırsa sonuç olarak,

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{\varepsilon\mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (5.23)$$

ifadesine ulaşılır. Elektrik alan vektörü üç boyutludur. Buna göre,

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} \quad (5.24)$$

olmak üzere elektrik alan bileşenleri ayrı ayrı yazılırsa,

$$\nabla^2 E_x = \frac{\varepsilon\mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (5.25)$$

$$\nabla^2 E_y = \frac{\varepsilon\mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (5.26)$$

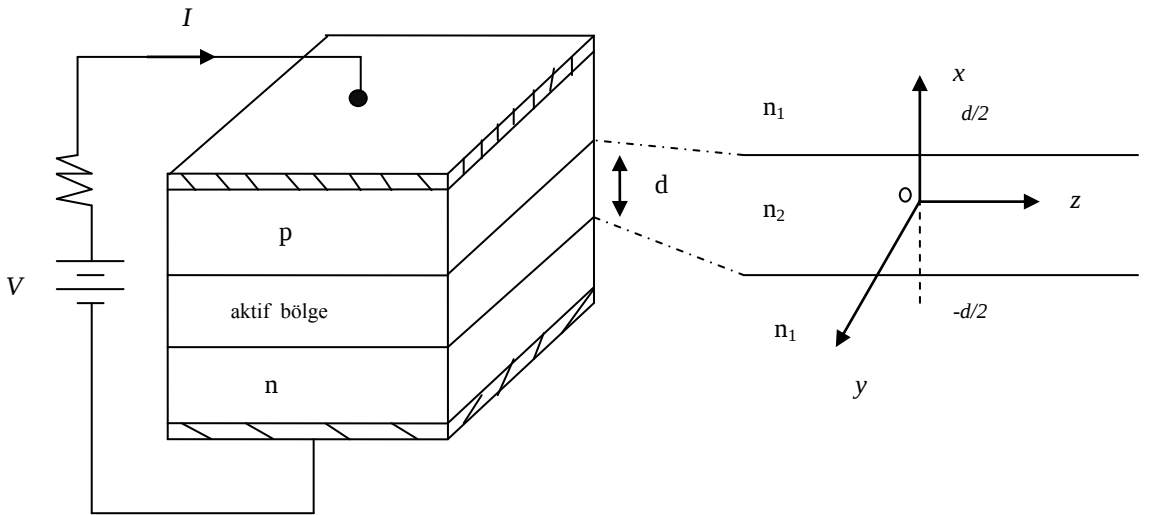
$$\nabla^2 E_z = \frac{\varepsilon\mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad (5.27)$$

bulunur. Manyetik alan için $\nabla^2 \vec{H} = \frac{\varepsilon\mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$ olur.

5.3. TE Modlar İçin Dalga Denklemi

Şekil 5.1’de verilen simetrik bir yapı için yarıiletken-hava arayüzeyinde $z = 0$, aktif tabakanın merkezi $x = 0$ ise dalga kılavuzu y yönünde sonsuz olarak düşünülebilir. Bu durumda $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ olur. O halde TE dalgalar için denklem (5.1) ve (5.2) bir arada düşünülürse $E_x = E_z = H_y = 0$ olur. Böylece denklem (5.25) ve (5.27) bir anlam ifade etmez. Elektrik alanın gelen, yansıyan ve geçen dalgaların düzlemine dik; dalganın geldiği arayüzeye paralel olması durumunda TE dalgaların meydana geldiği söylenebilir.

Şekil 5.1. Simetrik dalga kılavuzu analizi için basitleştirilmiş bir yarıiletken lazer diyotu [6]



Yukarıdaki anlatımlardan da yola çıkarak elektrik alan için,

$$E_y(x, z, t) = E_y(x) \exp[j\omega t - \beta z] \quad (5.28)$$

şeklinde bir çözüm yazılabilir. Bu çözüm denklem (5.26)’da yerine yazılırsa,

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + n^2 k_0^2 - \beta^2 E_y = 0 \quad (5.29)$$

bulunur. $\kappa^2 = n^2 k_0^2 - \beta^2$ olmak üzere E_y ’nin değeri ise aşağıdaki biçimde olur:

$$E_y(x) = A \cos \kappa x + B \sin \kappa x \quad (5.30)$$

5.3.1. Çift TE modların çözümleri

TE modlar denklem (5.30)'a göre iki türlü çözüm içerir. Bunlardan ilki çift TE modlardır. Şekil 5.1'e göre çift TE modlar için aktif bölgenin içinde ve dışında elektrik alan çözümlerini yazmak mümkündür. O halde $|x| < \frac{d}{2}$ olan aktif bölge aralığı için denklem (5.28) ve (5.30) kullanılarak elektrik alan,

$$E_y(x, z, t) = A \cos \kappa x \exp[j \omega t - \beta z] \quad (5.31)$$

bulunur. Bu bölgede κ 'nın değeri Helmholtz dalga denkleminden,

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \frac{\epsilon_2 \mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad \text{ise} \quad \kappa^2 = n_2^2 k_0^2 - \beta^2 \quad (5.32)$$

olur. Manyetik alanın çözümü ise,

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\mu_0}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (5.33)$$

olmak üzere,

$$H_z = \left(-\frac{j\kappa c}{\omega \mu_0} \right) A \sin \kappa x \exp[j \omega t - \beta z] \quad (5.34)$$

şeklinde verilir. $|x| > \frac{d}{2}$ bölgesiyle tanımlı aktif bölge dışında elektrik alan çözümü ise,

$$E_y(x, z, t) = A \cos \kappa d/2 \exp \left[-\gamma \left(|x| - \frac{d}{2} \right) \right] \exp[j \omega t - \beta z] \quad (5.35)$$

olacaktır.

Buna paralel olarak manyetik alan çözümü için de denklem (5.33) yardımıyla,

$$H_z = -x/|x| \left(\frac{j\gamma c}{\omega\mu_0} \right) A \cos \kappa d/2 \exp \left[-\gamma \left(|x| - \frac{d}{2} \right) \right] \exp [j \omega t - \beta z] \quad (5.36)$$

elde edilir. Aktif bölgenin dışında tanımlı γ 'nın değeri de (5.32) eşitliğinde olduğu gibi Helmholtz dalga denkleminden;

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \frac{\epsilon_1 \mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \text{ ise } \gamma^2 = \beta^2 - n_1^2 k_0^2 \quad (5.37)$$

olur. $x = d/2$ 'de manyetik alan için sınır koşulu uygulanırsa denklem (5.34) ve (5.36) kullanılarak [2,6,9],

$$\tan \left(\frac{\kappa d}{2} \right) = \frac{\gamma}{\kappa} = \frac{\beta^2 - n_1^2 k_0^2}{n_2^2 k_0^2 - \beta^2}^{1/2} \quad (5.38)$$

özdeğer denklemine (guidance condition) ulaşılır. (5.32) ve (5.37) denklemleri de bir arada çözülürse,

$$n_2^2 - n_1^2 \left(k_0 \frac{d}{2} \right)^2 = \left(\kappa \frac{d}{2} \right)^2 + \left(\gamma \frac{d}{2} \right)^2 \quad (5.39)$$

eşitliği elde edilir.

5.3.2. Tek TE modların çözümleri

TE modların denklem (5.30)'a göre ikinci çözümü tek TE modları verir. Benzer işlemler tek çözümler için de yapılırsa aktif bölge aralığı $|x| < \frac{d}{2}$ olmak üzere, bu bölgede elektrik ve manyetik alanlar sırasıyla [2,6,9];

$$E_y(x, z, t) = A \sin \kappa x \exp[j \omega t - \beta z] \quad (5.40)$$

$$H_z = \left(\frac{j\kappa c}{\omega \mu_0} \right) A \cos \kappa x \exp[j \omega t - \beta z] \quad (5.41)$$

denklemleriyle verilir. Aktif bölge aralığı dışında $\left(|x| > \frac{d}{2} \right)$ ise çözümler;

$$E_y(x, z, t) = x/|x| A \sin \kappa d/2 \exp\left[-\gamma \left(|x| - \frac{d}{2}\right)\right] \exp[j \omega t - \beta z] \quad (5.42)$$

$$H_z = \left(-\frac{j\gamma c}{\omega \mu_0} \right) A \sin \kappa d/2 \exp\left[-\gamma \left(|x| - \frac{d}{2}\right)\right] \exp[j \omega t - \beta z] \quad (5.43)$$

olur. Tek çözümler için de sınır şartları uygulanırsa,

$$\cot\left(\frac{\kappa d}{2}\right) = -\frac{\gamma}{\kappa} = -\frac{\beta^2 - n_1^2 k_0^2}{n_2^2 k_0^2 - \beta^2}^{1/2} \quad (5.44)$$

özdeğer denklemine ulaşılır. Buraya kadar bulunan tüm tek ve çift mod çözümlerinde,

$$\vec{E} \rightarrow \vec{H}, \quad \vec{H} \rightarrow -\vec{E}, \quad \varepsilon \rightarrow \mu, \quad \mu \rightarrow \varepsilon$$

dönüşümleri yapılırsa TM dalgalar için de dalga yayılım denklemleri elde edilebilir.

5.3.3. TE modlar için sınır değerleri

(5.39) denklemiyle verilen,

$$n_2^2 - n_1^2 \left(k_0 \frac{d}{2} \right)^2 = \left(\kappa \frac{d}{2} \right)^2 + \left(\gamma \frac{d}{2} \right)^2$$

ifadesi yarıçapı,

$$R = k_0 \frac{d}{2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$$

olan bir daire denklemdir [6]. Bu dairenin yarıçapı arttıkça da aktif bölge içerisinde kuşatılmış olan modların sayısı artar. Tek ve çift modlar için bulunan özdeğer denklemleri de dikkate alınırsa herhangi bir TE_m modu için kesilim frekansının (cutoff condition);

$$k_0 \frac{d}{2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2} = m \frac{\pi}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5.45)$$

olduğunda gerçekleşeceği görülebilir. Bu nedenle TE_0 modunun kesilim frekansı yoktur (kırılma indislerinin frekanstan bağımsız olduğu varsayılmaktadır). O halde,

$$m \frac{\pi}{2} < k_0 \frac{d}{2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2} < (m+1) \frac{\pi}{2} \quad (5.46)$$

aralığında aktif bölge içinde kuşatılmış $m+1$ tane TE mod vardır. Yalnızca bir tek modun kuşatılabilmesi için ise,

$$k_0 \frac{d}{2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2} < \frac{\pi}{2} \quad (5.47)$$

koşulu sağlanmalıdır.

Şu halde bu koşul, aktif bölge kalınlığı d ile ω ve $n_2^2 - n_1^2$ farkı üzerine tek modda davranış için;

$$n_2^2 - n_1^2 < \frac{\pi/2^2}{k_0 d/2^2} = \left(\frac{\lambda_0}{2d} \right)^2 \quad (5.48)$$

sınırlamasını koyar. Düşük frekans limitinde aktif bölge içerisindeki modlar kesime uğrayabilir (cutoff condition). Daha önce de ifade edildiği gibi bu durumda $k_0 \frac{d}{2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2} = m \frac{\pi}{2}$ 'dir. Ayrıca elektrik alan çözümlerinden de anlaşıldığı gibi $\gamma = 0$ olur (frekans, d kalınlığı ya da $n_2^2 - n_1^2$ farkı azaltılarak aktif bölge içerisindeki kuşatılmış modlar azaltılabilir). Bu durumda $\gamma^2 = \beta^2 - n_1^2 k_0^2$ eşitliğinde $\gamma = 0$ olduğu için,

$$\beta = n_1 k_0 = \frac{\omega n_1}{c} \quad (5.49)$$

olacaktır. Bunun anlamı aktif bölge içerisindeki yayılım sabiti β 'nın, aktif bölge dışındaki yayılım sabiti $\frac{\omega n_1}{c}$ 'ye yaklaşmasıdır. Artık alan modu dışarıda sönüme uğramamakta aksine, hemen hemen tümü aktif bölgenin dışında yol almaktadır. Yüksek frekans limitinde ise aktif bölge içerisindeki modların sayısı artabilir. O halde bu durumda $R \rightarrow \infty$ olmak üzere TE_m modu için,

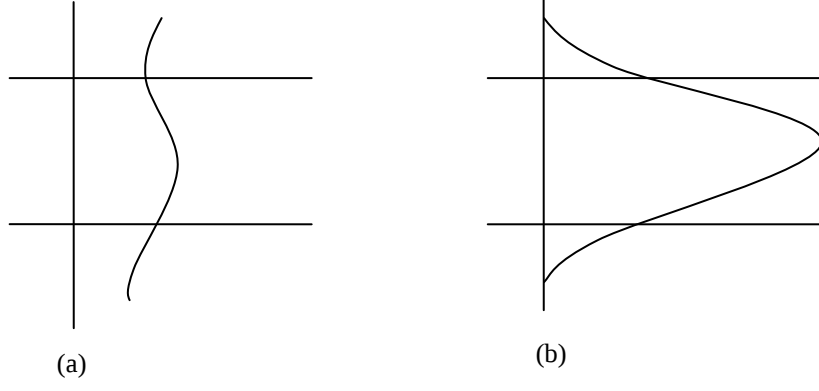
$$\frac{\kappa d}{2} \rightarrow m+1 \frac{\pi}{2} \quad \text{ve} \quad \frac{\gamma d}{2} \rightarrow \infty$$

yazılabilir. Bunun anlamı ise şudur:

$$\kappa^2 = n_2^2 k_0^2 - \beta^2 \quad \text{ve} \quad \gamma^2 = \beta^2 - n_1^2 k_0^2$$

eşitliklerinde $\gamma \rightarrow \infty$ olduğu için $\beta^2 = n_2^2 k_0^2 - \kappa^2 \rightarrow n_2^2 k_0^2$ olacak yani aktif bölge dışında alan modu hızla söneceği için yayılım sabiti β , aktif bölge içerisindeki yayılım sabitine yaklaşacak; böylece de aktif bölgede TE modu için kuşatma artacaktır [6].

Şekil 5.2. Alan profili (a) düşük frekans (b) yüksek frekans



5.4. Optik Kuşatma Faktörü

Işığın elektrik alan şiddetinin aktif tabaka içinde kalan kesri kuşatma faktörü (Γ) ile adlandırılır ya da aktif bölgedeki elektromanyetik güç yoğunluğunun tüm sistemdeki elektromanyetik güç yoğunluğuna oranı olarak da ifade edilebilir [6].

$$\Gamma = \frac{\frac{1}{2} \int_{aktif} \text{Re } \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \hat{z} dx}{\frac{1}{2} \int_{toplam} \text{Re } \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \hat{z} dx} \quad (5.50)$$

O halde Şekil 5.1'deki gibi bir sistemde denklem (5.31) ve (5.35) ile verilen elektrik alan eşitlikleri kuşatma faktöründe yerlerine yazılırsa,

$$\Gamma = \frac{\int_{-d/2}^{d/2} A^2 \cos^2 \kappa x \, dx}{\int_{-d/2}^{d/2} A^2 \cos^2 \kappa x \, dx + \int_{d/2}^{\infty} A^2 \cos^2 \kappa d/2 e^{-2\gamma x - d/2} dx + \int_{-\infty}^{-d/2} A^2 \cos^2 \kappa d/2 e^{2\gamma x + d/2} dx}$$

olmak üzere,

$$\Gamma = \left[1 + \frac{\cos^2 \kappa d/2}{\gamma d/2 \, 1 + \sin \kappa d / \kappa d} \right]^{-1} \quad (5.51)$$

sonucuna ulaşılır [6]. Bulunan bu eşitlikten daima $\Gamma < 1$ olacağı anlaşılmaktadır. Aktif bölge kalınlığı çok çok küçük olursa, $d \rightarrow 0$ ya da $\kappa d \rightarrow 0$; bu durumda TE₀ modu için (5.38) eşitliği ile verilen özdeğer denkleminde,

$$\frac{\gamma d}{2} = \frac{\kappa d}{2} \tan\left(\frac{\kappa d}{2}\right) \rightarrow \left(\frac{\kappa d}{2}\right)^2 \ll 1$$

olacağı görülür.

O halde bu yaklaşımlar altında (5.51) denklemi için,

$$\Gamma \rightarrow \gamma d \rightarrow 2 \left(\frac{\kappa d}{2} \right)^2$$

yazılabilir. $\kappa d/2^2 + \gamma d/2^2 = R^2$ ve $\frac{\gamma d}{2} \rightarrow \left(\frac{\kappa d}{2} \right)^2 \ll \frac{\kappa d}{2}$ olmak üzere

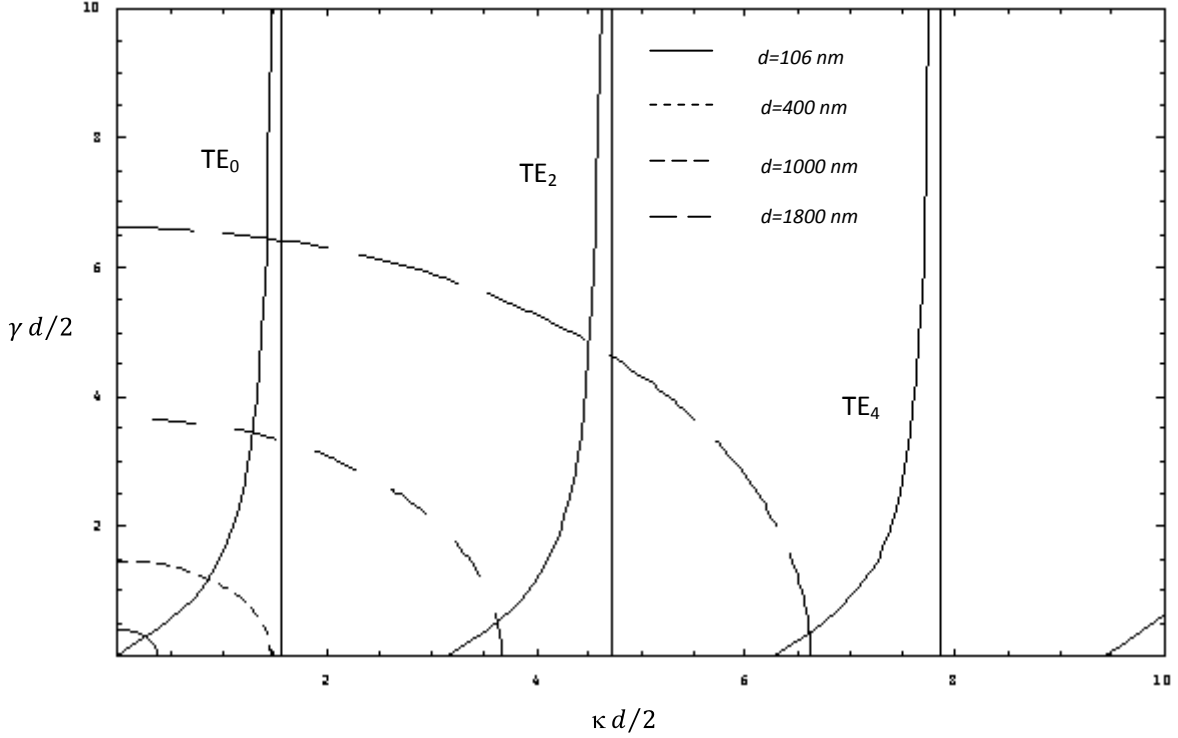
$\frac{\kappa d}{2} \rightarrow R$ olacağından kuşatma faktörü için aşağıdaki yaklaşıklık elde edilebilir:

$$\Gamma \rightarrow 2R^2 \rightarrow 2 \left(\frac{k_0 d}{2} \right)^2 n_2^2 - n_1^2, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$$\Gamma \rightarrow 2 \left(\frac{\pi d}{\lambda_0} \right)^2 n_2^2 - n_1^2 \quad (5.52)$$

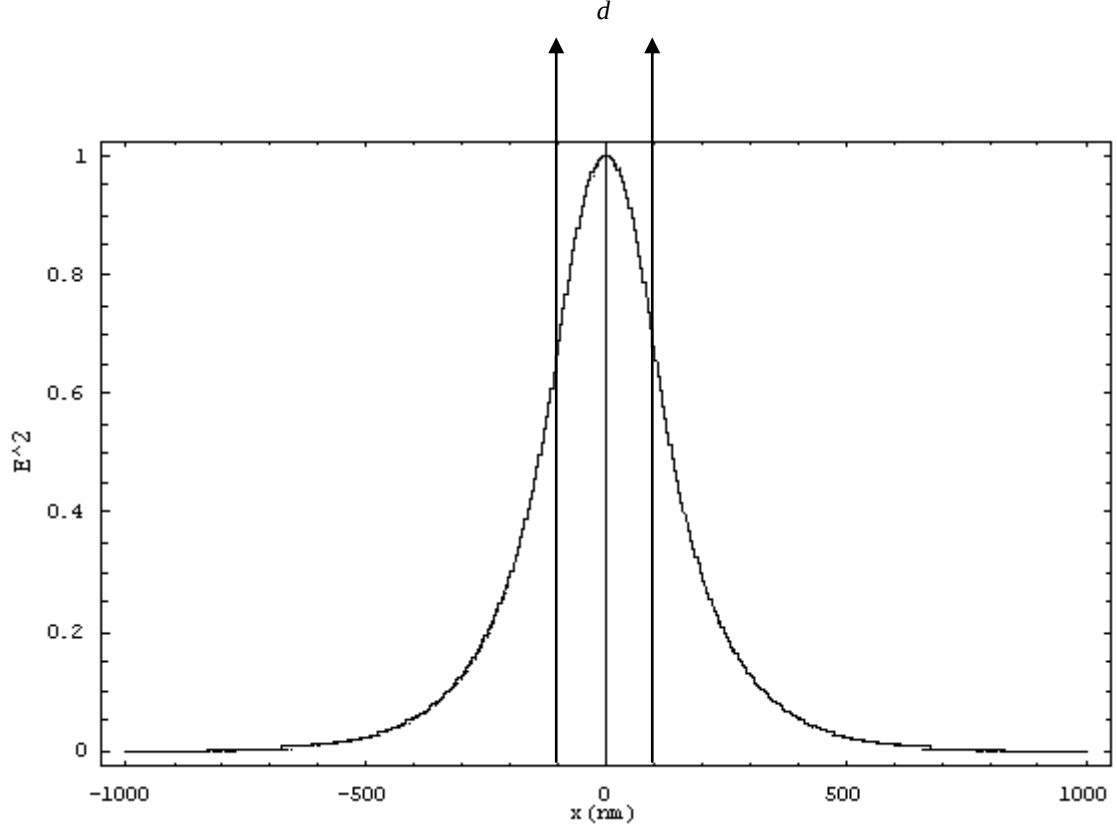
(5.52) ifadesi zayıf kuşatma limitinde temel TE₀ modunun kuşatma faktörünü hesaplamada yardımcı bir bilgidir [6]. Elde edilen matematiksel ifadelerin de yardımıyla optik kuşatma faktörünün önemli ölçüde aktif tabaka kalınlığı d 'ye ve ortamların kırılma indisleri arasındaki farka bağlı olduğu söylenebilir. d kalınlığının artmasıyla kuşatma faktörü artar. Fakat bu artış kuşatılan modların da artmasına neden olacaktır. d kalınlığını azaltmak ise tek modda davranış için daha uygun gibi görünse de; kalınlığın çok çok küçük alınması elektromanyetik dalganın aktif bölge dışında aktif bölgeye oranla daha fazla bulunması anlamına gelir. O halde yarıiletken lazer sistemleri tasarlanırken tüm şartlar göz önüne alınarak aktif bölgede en verimli kuşatma için optimum bir d kalınlığı belirlenmelidir.

Şekil 5.3. Çift TE modlar için özdeğer denkleminin çözümü



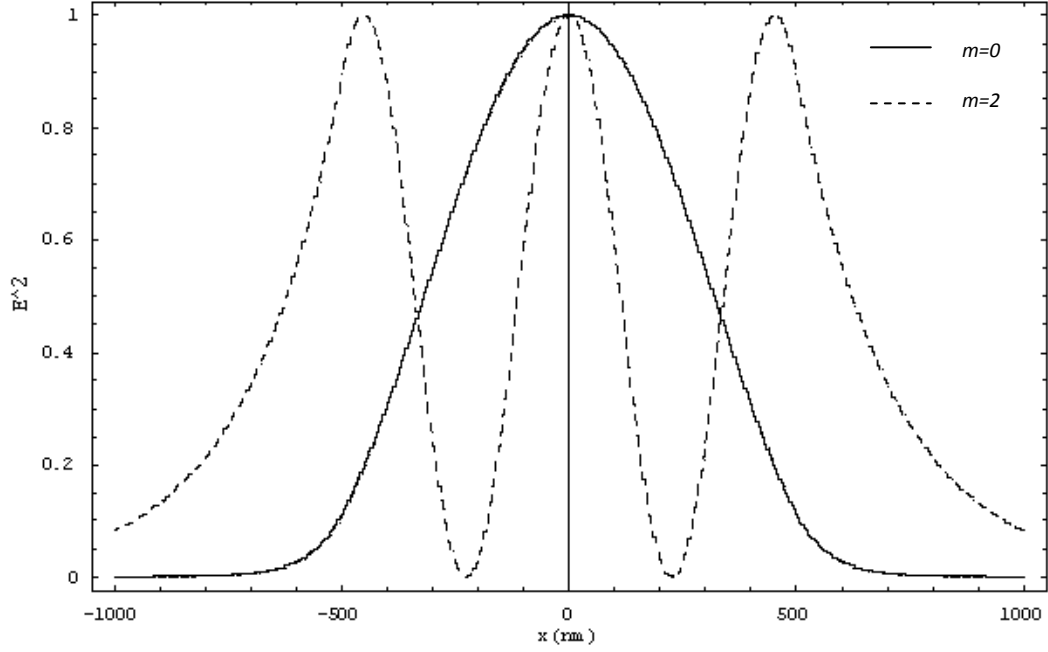
Şekil 5.3 kırılma indisleri $n_1 = 3.124$ ve $n_2 = 3.474$ olan simetrik bir heteroyapı için denklem (5.38) ve (5.39) yardımıyla çizilmiştir. γ aktif bölge dışındaki yayılım sabiti, κ ise aktif bölgedeki yayılım sabiti olmak üzere dalga boyu 1300 nm alınarak özdeğer denkleminin $\kappa d/2$ 'ye göre değişimi verilmiştir. Aktif bölge kalınlığı 106 nm ve 400 nm alındığında tek bir çift mod (kip) vardır. Burada $m = 0$ 'dır ve $\kappa d/2$ değerleri sırasıyla $\kappa d/2 = 0.36372$ ve $\kappa d/2 = 0.9059$ olarak bulunmuştur. $d = 1000$ nm'de ise iki çift mod vardır ($m = 0$ için $\kappa d/2 = 1.2293$ ve $m = 2$ için $\kappa d/2 = 3.4724$ 'dür). $d = 1800$ nm'de de üç çift mod elde edilmiştir ($m = 0$ için $\kappa d/2 = 1.36305$, $m = 2$ olduğunda $\kappa d/2 = 4.05231$ ve $m = 4$ 'te $\kappa d/2 = 6.48049$ 'dur). Grafikten ve bulunan sonuçlardan da anlaşıldığı gibi aktif tabaka kalınlığı d 'nin artmasıyla kuşatılan modların sayısı artar.

Şekil 5.4. Aktif tabaka kalınlığı $d = 200$ nm için x aralığının bir fonksiyonu olarak çift TE modun elektrik alan yoğunluğunun değişimi



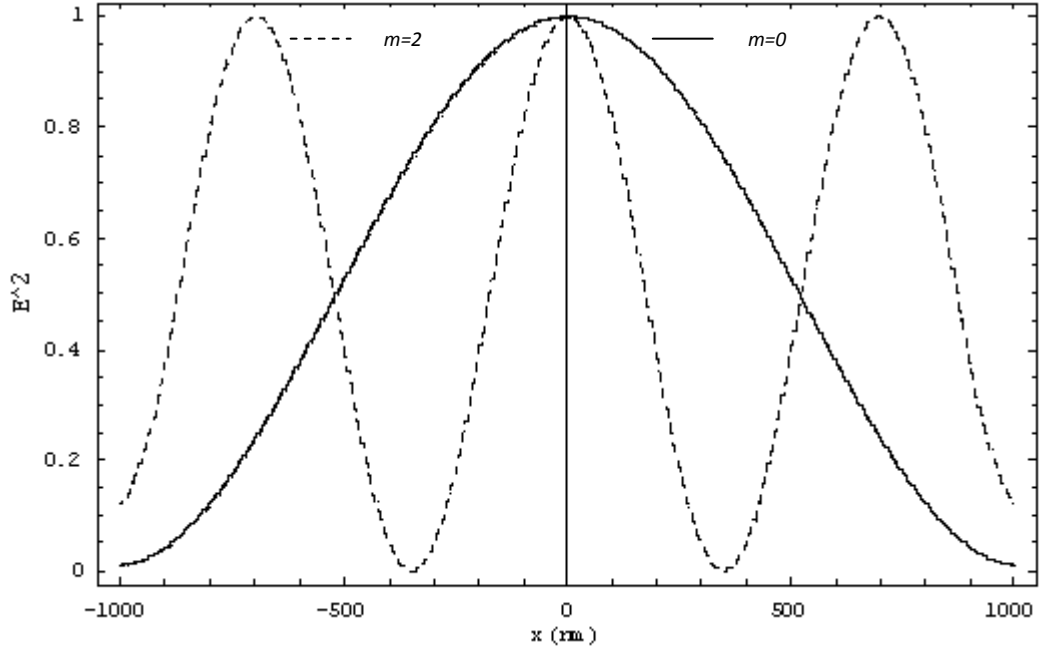
Kırılma indisleri $n_1 = 3.124$ ve $n_2 = 3.474$ olan üç tabakalı simetrik bir heteroyapı için $t = 0$ ve $z = 0$ 'da denklem (5.31) ve (5.35) ile verilen elektrik alan formülleri kullanılarak çizilen grafikte dalga boyu 1300 nm, aktif tabaka kalınlığı 200 nm, $m = 0$ ve $\kappa d/2 = 0.60427$ kullanıldı. Kuşatma faktörü bu sistem ve dalga boyu için denklem (5.50) kullanılarak $\Gamma = 0.522298$ olarak elde edildi.

Şekil 5.5. Aktif tabaka kalınlığı $d = 1000$ nm için x aralığının bir fonksiyonu olarak çift TE modun elektrik alan yoğunluğunun değişimi



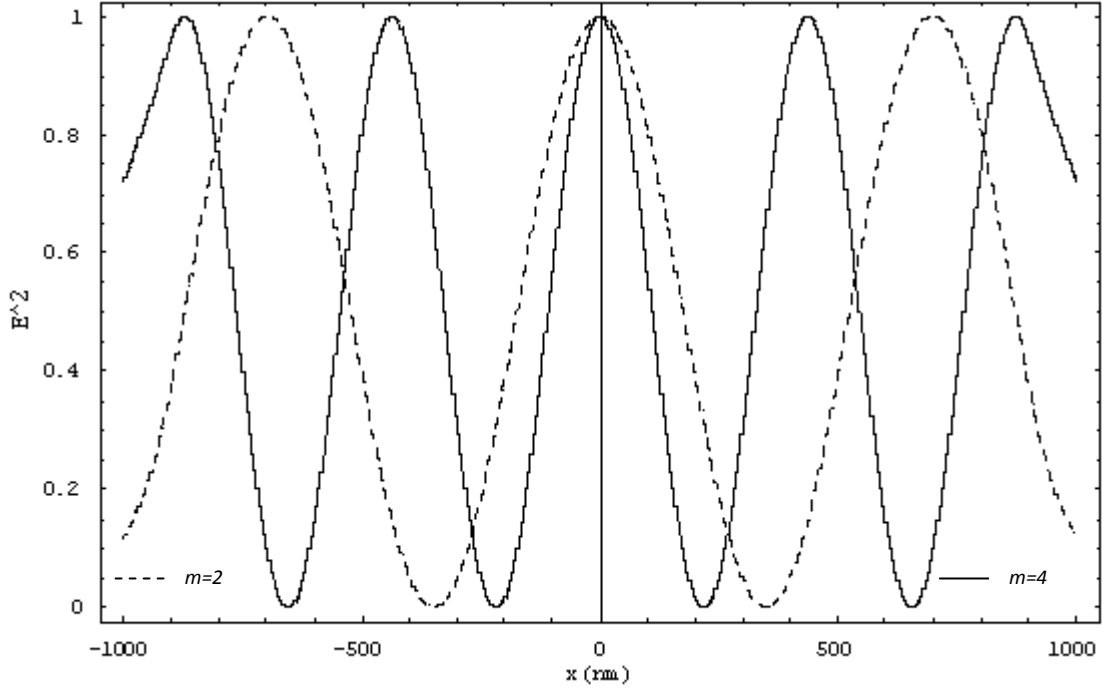
Kırılma indisleri $n_1 = 3.124$ ve $n_2 = 3.474$ olan üç tabakalı simetrik bir heteroyapı için $t = 0$ ve $z = 0$ 'da denklem (5.31) ve (5.35) ile verilen elektrik alan formülleri kullanılarak çizilen grafikte dalga boyu 1300 nm, aktif tabaka kalınlığı 1000 nm, $m = 0$ için $\kappa d/2 = 1.22936$ ve $m = 2$ için $\kappa d/2 = 3.47242$ kullanıldı. Kuşatma faktörü denklem (5.50) kullanılarak $m = 0$ için $\Gamma = 0.974883$ ve $m = 2$ için $\Gamma = 0.615146$ olarak elde edildi. Buna göre küçük modlarda en iyi kuşatmayı elde etmek mümkündür.

Şekil 5.6. Aktif tabaka kalınlığı $d = 1800$ nm için x aralığının bir fonksiyonu olarak çift TE modun elektrik alan yoğunluğunun değişimi



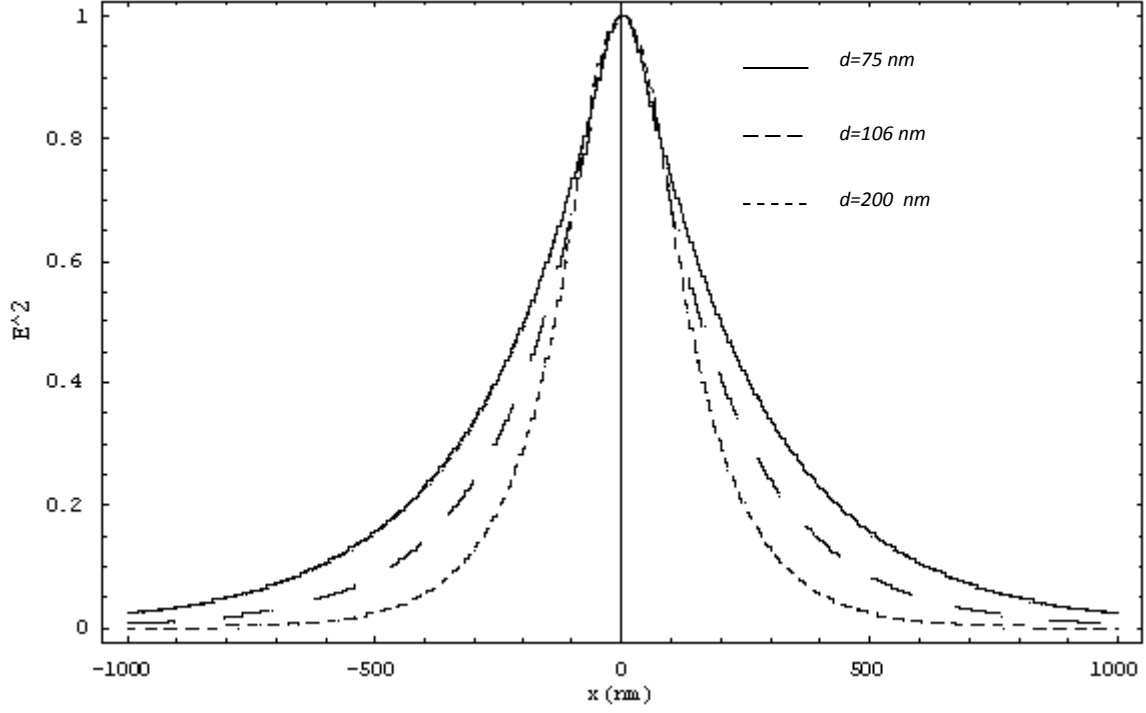
Kırılma indisleri $n_1 = 3.124$ ve $n_2 = 3.474$ olan üç tabakalı simetrik bir heteroyapı için $t = 0$ ve $z = 0$ 'da denklem (5.31) ve (5.35) ile verilen elektrik alan formülleri kullanılarak çizilen grafikte dalga boyu 1300 nm, aktif tabaka kalınlığı 1800 nm, $m = 0$ için $\kappa d/2 = 1.36305$ ve $m = 2$ için $\kappa d/2 = 4.05231$ kullanıldı. Kuşatma faktörü denklem (5.50) kullanılarak $m = 0$ için $\Gamma = 0.995651$ ve $m = 2$ için $\Gamma = 0.957701$ olarak elde edildi. Buna göre küçük modlarda en iyi kuşatmayı elde etmek mümkündür. Ayrıca 1800 nm için bulunan her iki kuşatma faktörü değeri de 1000 nm için elde edilen değerlerden daha büyüktür. O halde aktif bölge kalınlığı arttıkça kuşatma faktörü de büyür.

Şekil 5.7. Aktif tabaka kalınlığı $d = 1800$ nm için x aralığının bir fonksiyonu olarak çift TE modun elektrik alan yoğunluğunun değişimi



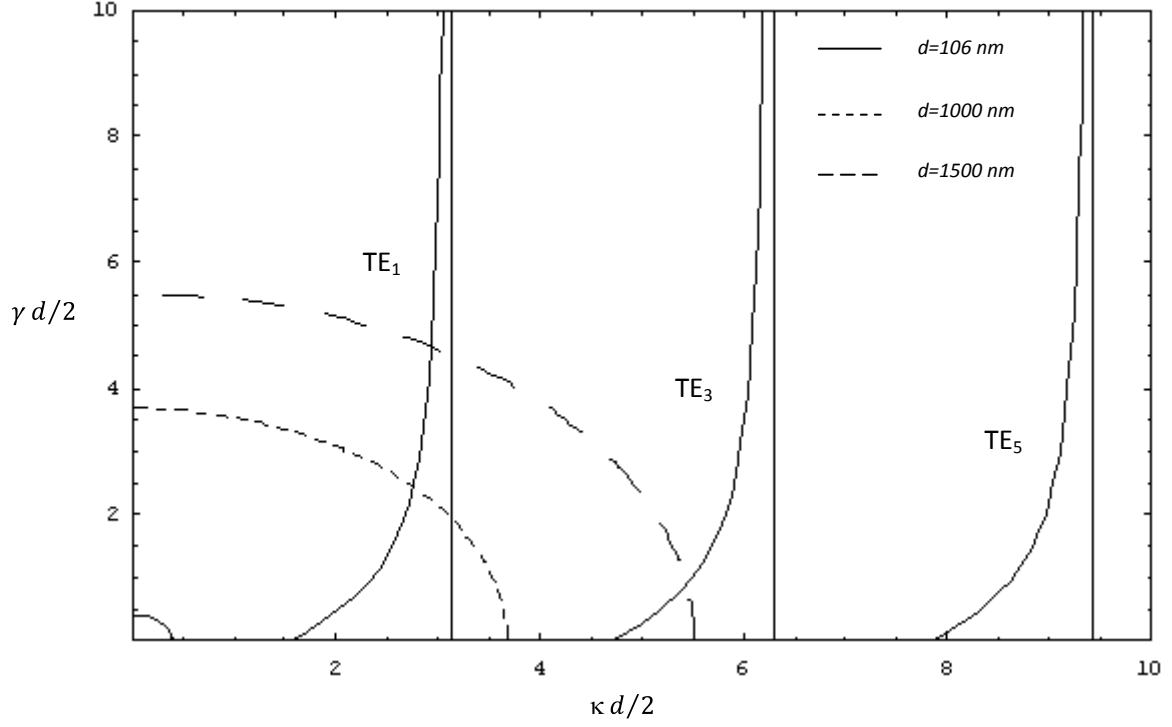
Kırılma indisleri $n_1 = 3.124$ ve $n_2 = 3.474$ olan üç tabakalı simetrik bir heteroyapı için $t = 0$ ve $z = 0$ 'da denklem (5.31) ve (5.35) ile verilen elektrik alan formülleri kullanılarak çizilen grafikte dalga boyu 1300 nm, aktif tabaka kalınlığı 1800 nm, $m = 2$ için $\kappa d/2 = 4.05231$ ve $m = 4$ için $\kappa d/2 = 6.48049$ kullanıldı. Kuşatma faktörü denklem (5.50) kullanılarak $m = 2$ için $\Gamma = 0.957701$ ve $m = 4$ için $\Gamma = 0.847223$ olarak elde edildi.

Şekil 5.8. Aktif tabaka kalınlığı değiştirilerek elektrik alan yoğunluğunun x uzaklığına göre değişimi



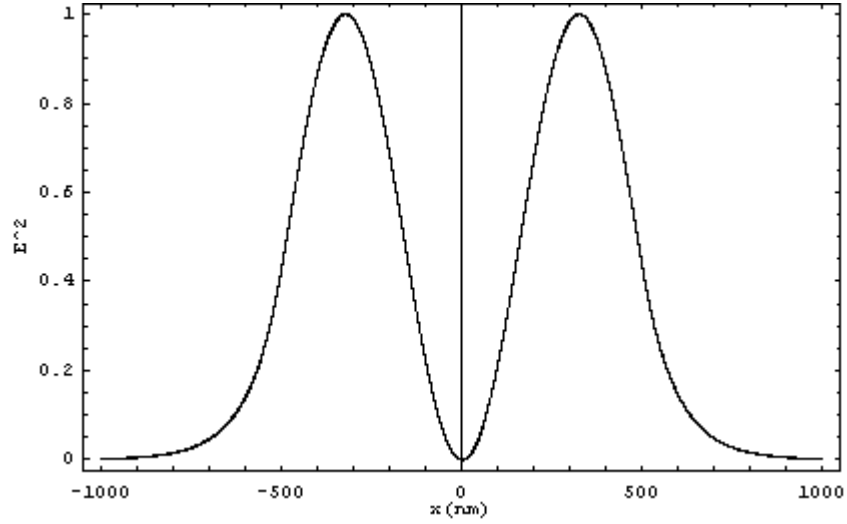
Şekilde kırılma indisleri $n_1 = 3.124$ ve $n_2 = 3.474$ olmak üzere sabit tutularak aktif tabaka kalınlıkları değiştirilmiş ve elektrik alan yoğunlukları bulunmuştur. Grafikte de görüldüğü gibi aktif tabaka kalınlığı küçük seçildiğinde ışık aktif bölgenin dışında daha büyük seçilen d kalınlığına oranla daha fazla bulunacağı için kuşatma azalacaktır. Böyle bir sistem için 1300 nm’de denklem (5.50) kullanılarak kuşatma faktörü değerleri; d kalınlıkları sırasıyla 75 nm, 106 nm ve 200 nm olmak üzere $\Gamma = 0.134589$, $\Gamma = 0.234057$ ve $\Gamma = 0.522298$ olarak bulundu.

Şekil 5.9. Tek TE modlar için özdeğer denkleminin çözümü

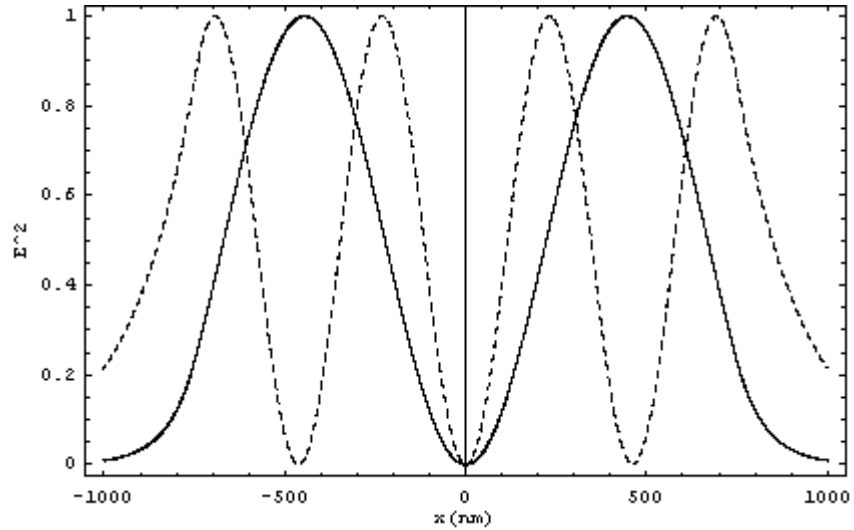


Şekil 5.9’da kırılma indisleri $n_1 = 3.124$ ve $n_2 = 3.474$ olan simetrik bir heteroyapı için dalga boyu 1300 nm alınarak TE tek modlar için özdeğer denkleminin $\kappa d/2$ ’ye göre değişimi verilmiştir. Aktif tabaka kalınlığı $d = 1000$ ’de bir tek mod (kip) vardır; $m = 1$ için $\kappa d/2 = 2.42142$ bulunmuştur. $d = 1500$ nm’de ise iki tek mod vardır; $m = 1$ için $\kappa d/2 = 2.64137$ ve $m = 3$ için $\kappa d/2 = 5.09958$ elde edilmiştir.

Şekil 5.10. Tek TE modlarda ($n_1 = 3.124$, $n_2 = 3.474$, dalga boyu 1300 nm, $d = 1000$ ve $m = 1$ için $\kappa d/2 = 2.42142$ alınmıştır) elektrik alan yoğunluğunun x uzaklığına göre değişimi



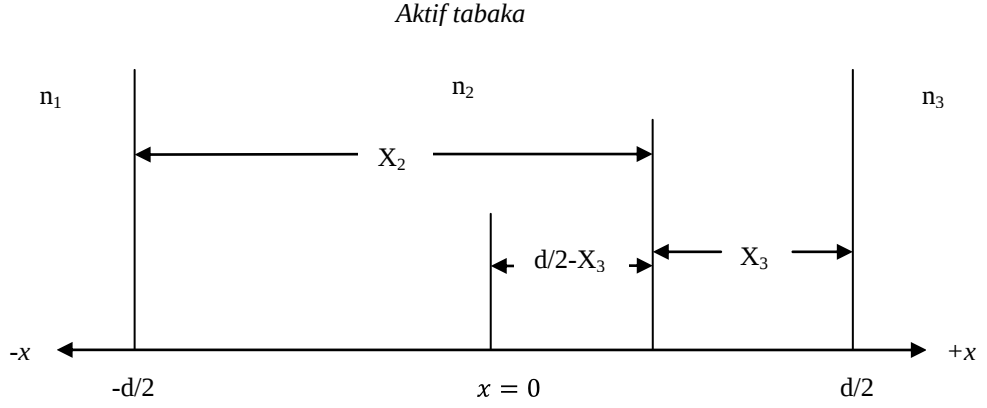
Şekil 5.11. Tek TE modlarda ($n_1 = 3.124$, $n_2 = 3.474$, dalga boyu 1300 nm, $d = 1500$ nm’de $m = 1$ için $\kappa d/2 = 2.64137$ ve $m = 3$ için $\kappa d/2 = 5.09958$ alınmıştır) elektrik alan yoğunluğunun x aralığına göre değişimi



Tek TE modların çözümleri grafiklerden de görüldüğü gibi kuşatmanın çift TE modlara göre küçük olduğu çözümlerdir. Çünkü çift TE modlarda aktif tabakada elektrik alan yoğunluğunun maksimum piki bire yaklaştığı halde tek TE modlarda aktif tabakada elektrik alan yoğunluğunun piki sıfıra yaklaşır. Buna bağlı olarak da tek TE modların çözümleri sağıksız lazer modlarını verir.

5.5. Asimetrik Üç Tabakalı Bir Yapının Dalga Kılavuzunun Dalga Yayılımı Dalga Denklemi

Şekil 5.12. Dalga kılavuzu analizi için asimetrik üç tabakalı bir dielektrik ortamın gösterimi



Şekil 5.12’de gösterildiği gibi asimetrik üç tabakalı yapının dalga kılavuzunun merkezi $x = 0$ ’dır. Her üç tabakanın kırılma indisleri birbirinden farklı ve kuşatma merkezin sağındadır. O halde $|x| < \frac{d}{2}$ bölgesi için (5.31) denkleminden [2,6],

$$E_y(x, z, t) = A \cos \kappa \left[x - \frac{d}{2} - X_3 \right] \exp \left[j \omega t - \beta z \right] \quad (5.53)$$

olur. Diğer bölgelerde ise çözümler,

$$E_y(x, z, t) = A \cos \kappa X_2 \exp \left[\gamma_1 \left(x + \frac{d}{2} \right) \right] \exp \left[j \omega t - \beta z \right], \quad x < -\frac{d}{2} \quad (5.54)$$

$$E_y(x, z, t) = A \cos \kappa X_3 \exp \left[-\gamma_3 \left(x - \frac{d}{2} \right) \right] \exp \left[j \omega t - \beta z \right], \quad x > \frac{d}{2} \quad (5.55)$$

şeklinde bulunur.

Her bir bölgedeki elektrik alan çözümleri bu bölgelerde tanımlı Helmholtz dalga denklemlerinde yerlerine yazılırsa;

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \frac{\epsilon_2 \mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad \text{ise} \quad \kappa = n_2^2 k_0^2 - \beta^2 \quad (5.56)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \frac{\epsilon_1 \mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad \text{ise} \quad \gamma_1 = \beta^2 - n_1^2 k_0^2 \quad (5.57)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \frac{\epsilon_3 \mu_0}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad \text{ise} \quad \gamma_3 = \beta^2 - n_3^2 k_0^2 \quad (5.58)$$

eşitlikleri elde edilir. $\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\mu_0}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t}$ denkleminde de elektrik alan çözümlerine paralel olarak üç ayrı bölge için manyetik alan denklemlerine ulaşılabilir:

$$H_z = \left(-\frac{j\kappa c}{\omega\mu_0} \right) A \sin \kappa \left[x - d/2 - X_3 \right] \exp \left[j \omega t - \beta z \right] , \quad |x| < \frac{d}{2} \quad (5.59)$$

$$H_z = \left(\frac{j\gamma_1 c}{\omega\mu_0} \right) A \cos \kappa X_2 \exp \left[\gamma_1 x + d/2 \right] \exp \left[j \omega t - \beta z \right] , \quad x < -\frac{d}{2} \quad (5.60)$$

$$H_z = \left(-\frac{j\gamma_3 c}{\omega\mu_0} \right) A \cos \kappa X_3 \exp \left[-\gamma_3 x - d/2 \right] \exp \left[j \omega t - \beta z \right] , \quad x > \frac{d}{2} \quad (5.61)$$

Simetrik dalga kılavuzu analizinde olduğu gibi E_y ve H_z 'nin $x = d/2$ ve $x = -d/2$ 'deki süreklilikleri kullanılır ve gerekli matematiksel düzenlemeler yapılırsa,

$$\kappa d = \tan^{-1} \left(\frac{\gamma_3}{\kappa} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\gamma_1}{\kappa} \right) + m\pi , \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5.62)$$

özdeğer denklemi elde edilir. İfadenin sonuna $m\pi$ eklenir çünkü özellikle d kalınlığı fazla olduğunda çok sayıda çözüm bulunabilir.

Uygun trigonometrik açılım yapılarak özdeğer denklemi daha farklı bir biçimde,

$$\tan \kappa d = \frac{\kappa \gamma_3 + \gamma_1}{\kappa^2 - \gamma_1 \gamma_3} \quad (5.63)$$

olarak da ifade edilebilir [2,6,9].

5.6. Asimetrik Dalga Kılavuzunda TE Modlar İçin Sınır Değerleri

Dalga'nın aktif tabaka içerisinde kuşatılabilmesi için n_2 'nin hem n_1 hem de n_3 'ten daha büyük olması gerekir. $n_1 > n_3$ olduğu varsayalım. Frekans $\beta = k_0 n_1$ olacak kadar azalır, bu durum γ_1 sabitinin, γ_3 'den daha önce sıfıra gitmesi anlamına gelir. O halde (5.62) denklemiyle verilen özdeğer denklemi $\gamma_1 = 0$ ve $\beta = k_0 n_1$ koşulları altında [6],

$$\kappa d = \tan^{-1} \left(\frac{\gamma_3}{\kappa} \right) + m\pi \quad (\text{cutoff condition}) \quad (5.64)$$

olur. $\beta = k_0 n_1$ olduğu için (5.56) ve (5.58) ile verilen κ ve γ_3 sabitleri için de,

$$\gamma_3 = k_0 \sqrt{n_1^2 - n_3^2}$$

$$\kappa = k_0 \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$$

yazılırsa (5.64) eşitliği,

$$k_0 d \sqrt{n_2^2 - n_1^2} = \tan^{-1} \left(\frac{k_0 \sqrt{n_1^2 - n_3^2}}{k_0 \sqrt{n_2^2 - n_1^2}} \right) + m\pi \quad (5.65)$$

biçimine dönüşür. Kesilim frekansı $k_0 = \frac{\omega}{c}$ olmak üzere (5.65) denklemiyle belirlenir. TE_m modunda $k_0 n_1$ değerinden başlayan β için frekans arttıkça $\beta \rightarrow k_0 n_2$ olacaktır. Eğer $n_2 > n_1 \gg n_3$ ise,

$$\frac{\gamma_3}{\kappa} = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_3^2}}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2}} \gg 1$$

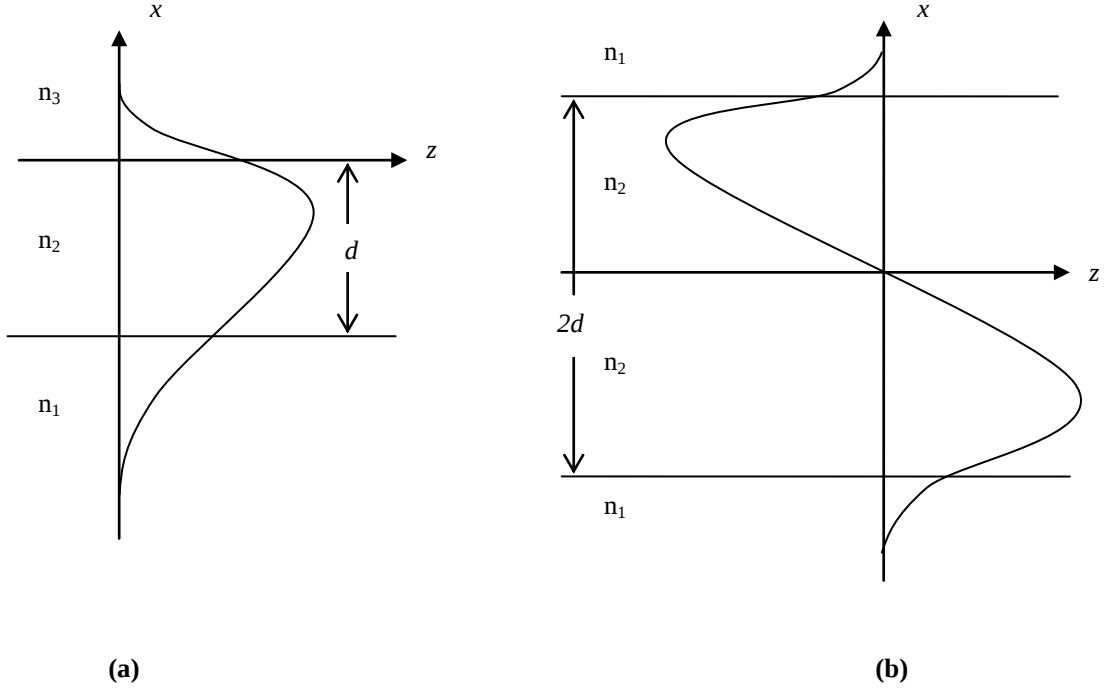
olmak üzere (5.64) denklemi yeniden,

$$k_0 d \sqrt{n_2^2 - n_1^2} = \frac{\pi}{2} + m\pi = \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi \quad (\text{cutoff condition}) \quad (5.66)$$

şeklinde yazılır.

(5.66) denklemi daha önce simetrik dalga kılavuzu analizinde TE_m modu için bulunan (5.45) denklemi gibi asimetrik dalga kılavuzu analizinde TE_m modu için kesilim koşulunu ifade eder. Ayrıca bu koşul $2d$ kalınlığında simetrik bir dalga kılavuzunun $TE_{(2m+1)}$ modu için kesilim şartına eşittir. Şekil 5.13'te de görüldüğü gibi asimetrik yapıda n_3 kırılma indisli ortamda γ_3 hızla söndüğü için alan profili simetrik yapının alan profilinin yarısı gibidir [6].

Şekil 5.13. (a) $n_2 > n_1 > n_3$ olan d kalınlığında asimetrik dalga kılavuzu (b) $2d$ kalınlığında simetrik dalga kılavuzu



Asimetrik dalga kılavuzu analizinde TE modlar için bulunan tüm alan çözümlerinde $\vec{E} \rightarrow \vec{H}$, $\vec{H} \rightarrow -\vec{E}$, $\mu \rightarrow \epsilon$ ve $\epsilon \rightarrow \mu$ dönüşümleri yapılarak TM modlar için de alan çözümlerine ulaşılabilir.

6. 1.3 μm 'DE IŞIMA YAPAN YÜZEYDEN YAYIMLI GaInNAs LAZER SİSTEMİ

Şekil 6.1. GaInNAs lazer sisteminin kuruluşu

	Tekrar sayısı	Malzeme	Tabaka kalınlığı (Angstrom)
x periyot GaAs/AlAs (Top DBRs)	x	GaAs	956
	x	AlAs	1113
	1	GaAs	100
	1	GaInNAs	60
	1	GaAs	100
	1	GaInNAs	60
Aktif Tabaka	1	GaAs	100
	1	GaInNAs	60
	1	GaAs	100
	1	GaInNAs	60
	1	GaAs	100
	1	GaInNAs	60
	1	GaAs	100
	1	GaInNAs	60
	1	GaAs	100
	1	GaInNAs	60
20.5 periyot AlAs/GaAs (Bottom DBRs) ilk periyot katkılı	1	GaAs	100
	1	AlAs	1113
	1	GaAs	956
	19	AlAs	1113
	19	GaAs	956
	1	AlAs	1113
		GaAs taban maddesi	

Aktif bölgede 6 nm kalınlığında ve kompozisyonu 1.3 μm 'de ışıma için belirlenmiş 6 tane GaInNAs kuantum kuyusu ile 10 nm kalınlığında GaAs bariyerleri vardır. Üst ve alt Bragg yansıtıcıları ise kalınlıkları $\lambda/4n$ olacak şekilde belirlenmiş sırasıyla x ve 20.5 periyot GaAs/AlAs tabakalarından oluşmuştur. $x = 5$ periyottan $x = 17$ periyota kadar ışıma şartları incelenecektir.

1.3 μm 'de ışıma için [13];

Kırılma indisi $Ga_xIn_{1-x}N_yAs_{1-y} = 3.62$, $x = \%67$ ve $y = \%1.0$

Kırılma indisi $AlAs = 2.9$

Kırılma indisi $GaAs = 3.4$

olarak belirlenmiştir. $T = 297K$ 'da dalga boyuna bağlı olarak kırılma indisinin değişimi GaAs için;

$$n^2(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2 - C} - D\lambda^2 \quad (6.1)$$

Sellmeier denklemiyle verilir [1].

Çizelge 6.1. GaAs için verilen Sellmeier denkleminde kullanılan sabitler

A	10.9060
B	0.97501
C	0.27969
D	0.002467

$T = 297K$ 'da dalga boyuna bağlı olarak AlAs'ın kırılma indisinin değişimi için ise [17];

$$f(\chi) = \frac{2 - \sqrt{1 + \chi} - \sqrt{1 - \chi}}{\chi^2}, \quad \chi = \frac{hc}{\lambda E_0} \quad \text{ve} \quad \chi_{so} = \frac{hc}{\lambda(E_0 + \Delta_0)}$$

olmak üzere,

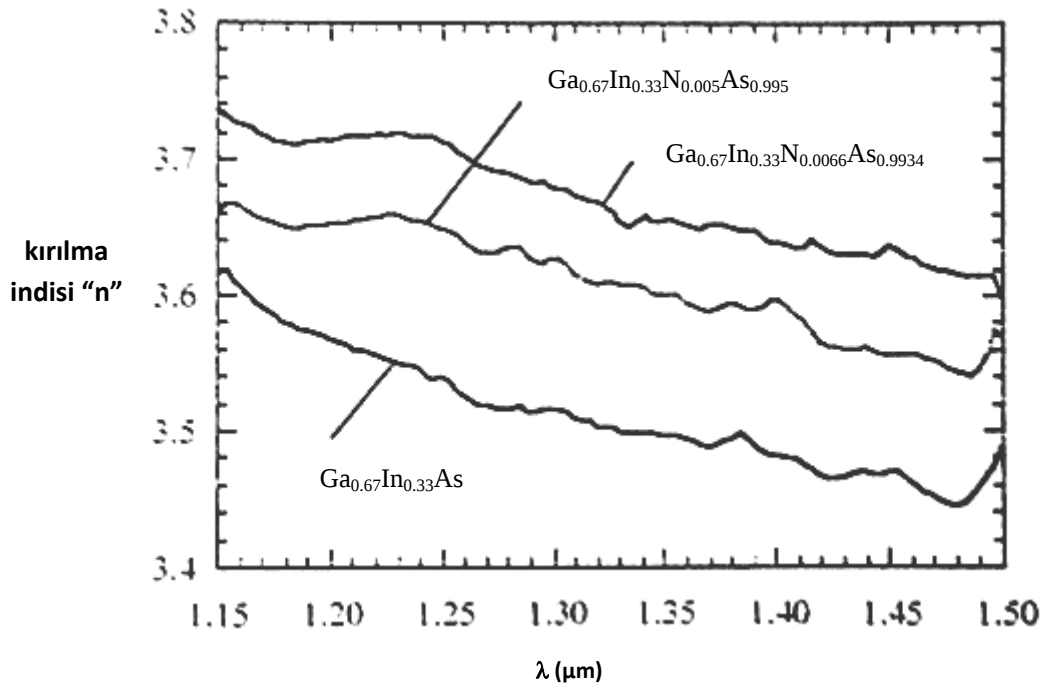
$$n(\lambda) = \sqrt{A_0 \left[f(\chi) + \frac{f(\chi_{so})}{2} \left(\frac{E_0}{E_0 + \Delta_0} \right)^{3/2} \right] + B_0} \quad (6.2)$$

ifadesi tanımlıdır.

Çizelge 6.2. Oda sıcaklığında AlAs için kırılma indisinin dalga boyuna bağlı değişimini veren denklemdeki semboller ve bu sembollerin anlamları

$h = 6,626 \cdot 10^{-34} Js$	Planck sabiti
$c = 2,998 \cdot 10^8 m/s$	ışığın boşluktaki hızı
hc/λ	foton enerjisi
$A_0 = 25.3$	deneysel verinin fit edilmesiyle belirlenmiş sabit
$B_0 = -0.8$	deneysel verinin fit edilmesiyle belirlenmiş sabit
$E_0 = 2.95 eV$	Γ noktasındaki temel bant aralığı
$E_0 + \Delta_0 = 3.25 eV$	spin-yörünge yarıлма enerjisi ile birlikte

Şekil 6.2. $x = 0.67$ 'de; $y = 0.005$ ve $y = 0.0066$ olmak üzere iki farklı azot miktarı için $Ga_xIn_{1-x}N_yAs_{1-y}$ 'nin kırılma indisinin dalga boyuna göre değişimini gösteren deneysel veri [14]



Şekil 6.1 ile verilen lazer sisteminde aktif bölgede kuantum kuyularını oluşturan $Ga_{0.67}In_{0.33}N_{0.01}As_{0.99}$ 'un dalga boyuna göre kırılma indisinin değişimine ilişkin bağıntıyı elde edebilmek için Şekil 6.2 ile verilen deneysel veriden yararlanılmış ve 1.15 μm ile 1.5 μm dalga boyu aralığında alınan veri noktaları fit edilmiştir.

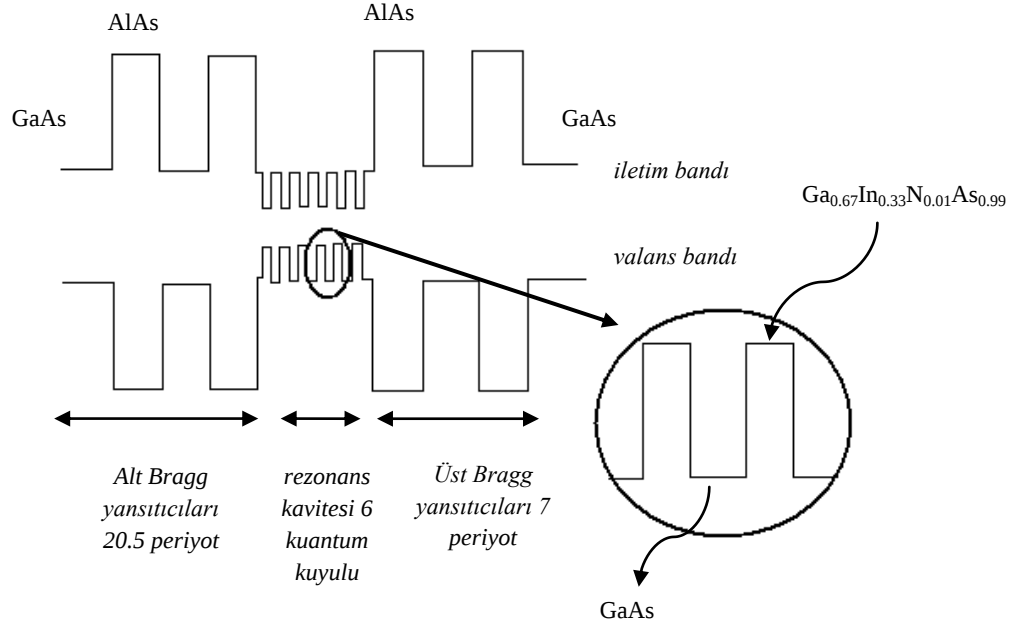
Dikine kuşatılmış elektrik alan ile yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sistemlerinde (VCSELs) alt ve üst Bragg yansıtıcılarının optik kalınlığı, bu tabakaların sadece bir yansıtıcı olarak işlev görebilmesi için ışıma dalga boyunun dörtte bir katıdır ($\lambda_0/4$). Aktif bölgenin tüm optik kalınlığı ise ışıma dalga boyunun yarısı kadar ($\lambda_0/2$) seçilir. Böylece aktif bölge, aynaları alt ve üst Bragg yansıtıcılarıyla yer değiştirmiş yüksek duyarlılıkta bir Fabry-Perot interferometresi gibi davranır ve bu bölgede girişim tam olur. Rezonans durumunda, elektromanyetik dalganın alt ve üst Bragg yansıtıcıları arasında bir tam gidiş-dönüşü için faz farkı 2π 'nin tam katlarına eşit olmalıdır. Bu koşul m bir tamsayı, k_c aktif bölgedeki dalga sayısı, L_{cav} aktif bölge kalınlığı, ϕ_1 ve ϕ_2 ise alt ve üst Bragg yansıtıcı topluluklarının fazları olmak üzere [1];

$$\phi(L_{cav}, \lambda) = \phi_1 + \phi_2 - 2k_c L_{cav} = 2m\pi$$

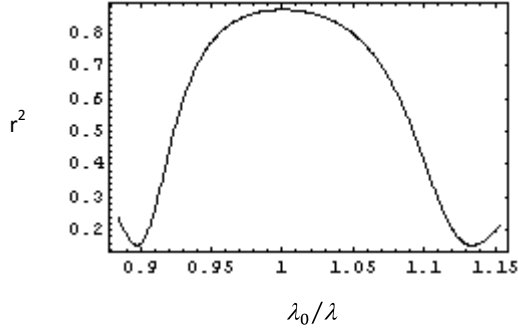
ile tanımlıdır. Şekil 6.1 ile verilen GaInNAs lazer sisteminde ise aktif bölge kalınlığı, ışıma dalga boyunda optik kavite antirezonansta olacak biçimde seçilmiştir. Sonuç olarak elektromanyetik dalga Fabry-Perot kavitesinde bir tam yol aldığı anda alan antifazlıdır ve yıkıcı girişim oluşur. Ayrıca üst Bragg yansıtıcılarının sayısı dolayısıyla üst bandın yansıtıcılığı da geleneksel yüzeyden yayımlı yarıiletken lazerlere (VCSELs) göre daha azdır. Böylece içeride kalan ortalama ışık şiddeti düşük olur. Bu yapı pulslu ve mod kitleyici özellikteki lazer tasarımlarında kullanılır [13].

(In)GaAs III-V yarıiletkenlerine azot katkılanmasının bant aralığı enerjisini azaltıcı ve kırılma indisini arttırıcı etkisi, fiber optik haberleşme sistemleri için uzun dalga boylu lazer çalışmalarında ($1.3 \mu\text{m}$ ve $1.55 \mu\text{m}$) $\text{Ga}_{1-y}\text{In}_y\text{N}_x\text{As}_{1-x}$ dörtlü yarıiletken bileşiklerini potansiyel bir malzeme haline getirmiştir. Çünkü geniş bant aralıklı (GaAs, AlGaAs gibi) yarıiletkenlerle bir araya getirildiklerinde aktif bölgede daha yoğun taşıyıcı yoğunluğuna ulaşmak mümkün olur [14].

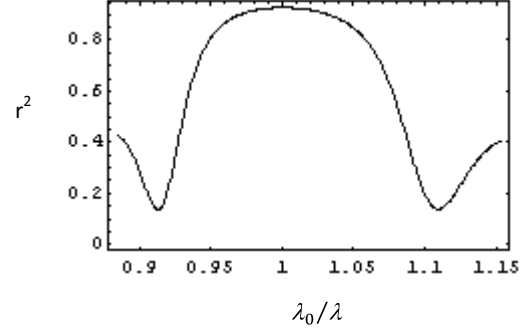
Şekil 6.3. GaInNAs lazer sisteminin şematik bant yapısı [13]



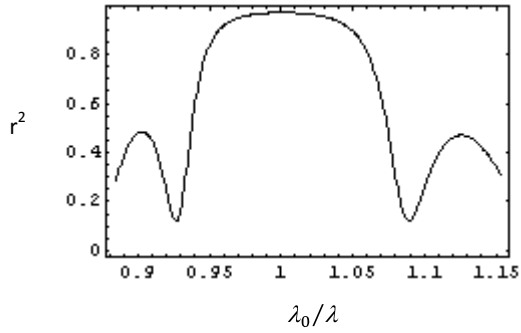
Şekil 6.4. GaAs/AlAs üst Bragg yansıtıcıları için şiddet yansıma katsayısının λ_0/λ 'ya göre değişimi. (a) 7 periyot, (b) 9 periyot, (c) 12 periyot ve (d) 17 periyot için



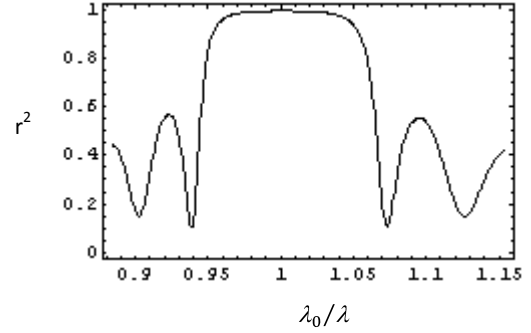
(a) 7 periyot



(b) 9 periyot



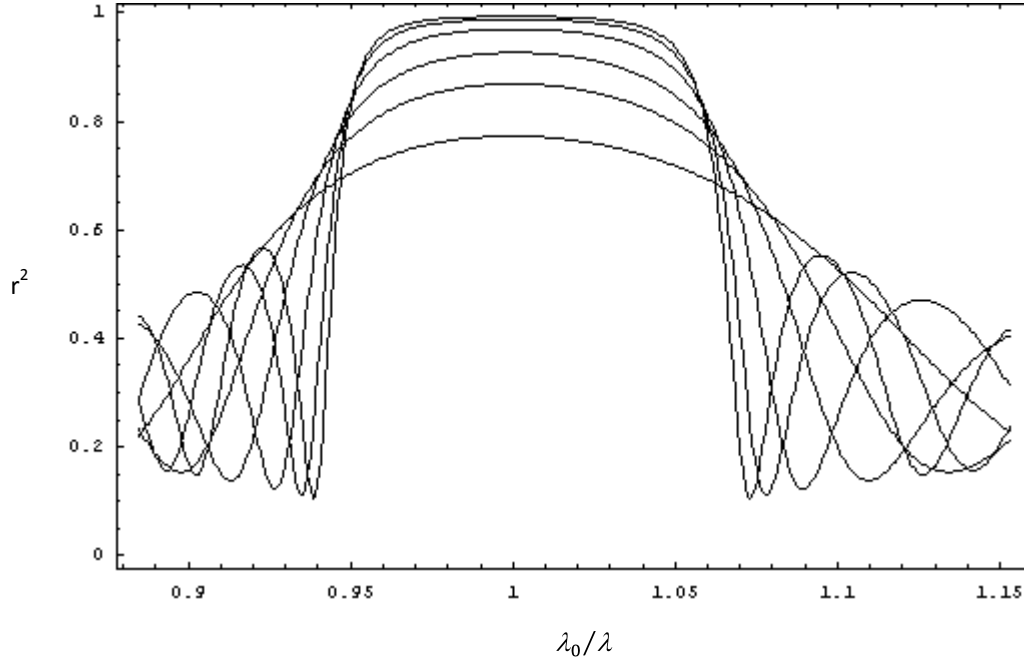
(c) 12 periyot



(d) 17 periyot

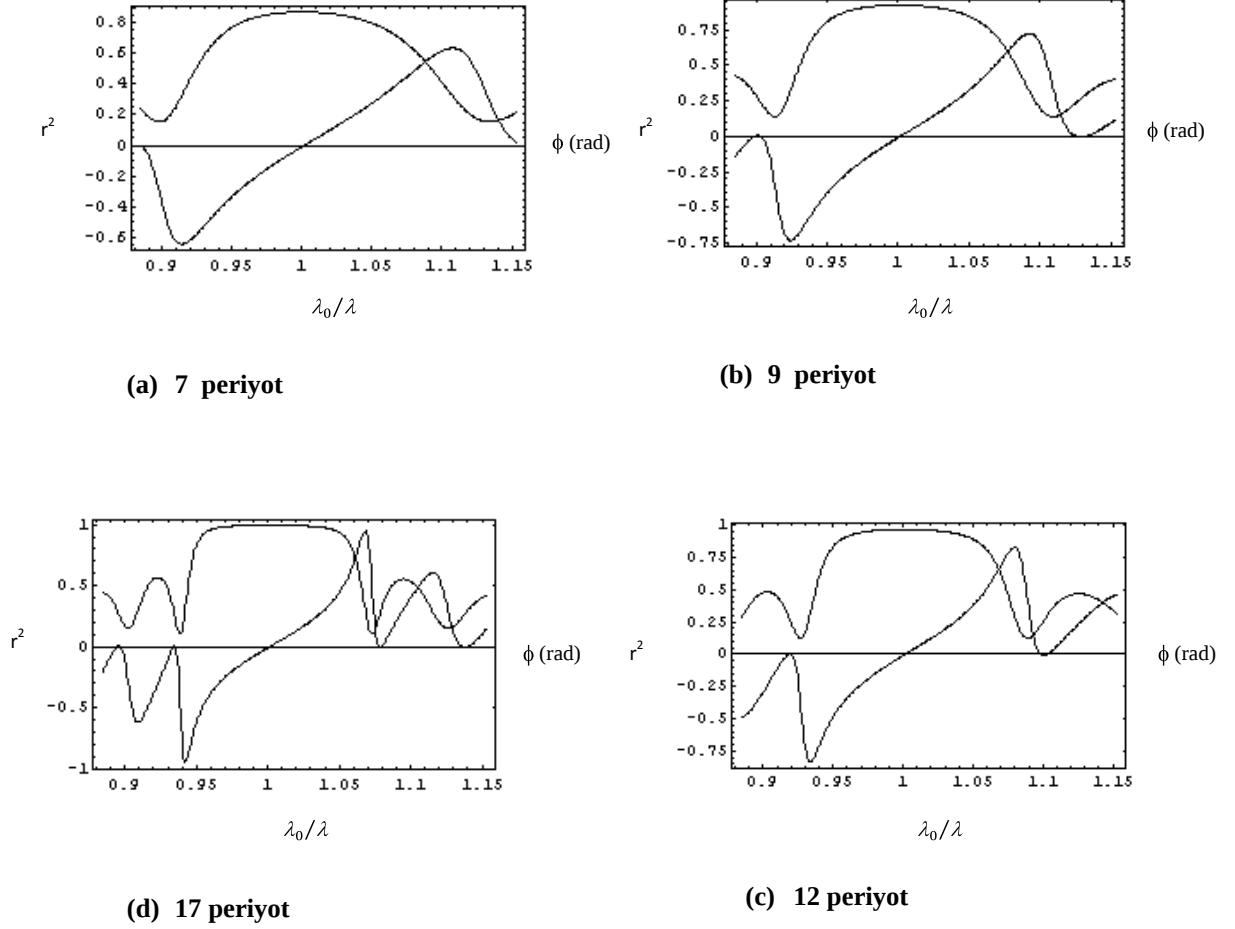
Yüksek kırılma indisli GaAs tabakasıyla başlayıp, daha düşük kırılma indisli AlAs tabakasıyla biten yapıda periyot sayısı arttıkça yüksek yansıma bölgesinin (stop-band) genişlediği, şiddet yansıma katsayısının ve yansıma bölgesi dışındaki osilasyonların arttığı görülür. Şekilden de anlaşıldığı gibi $g = \lambda_0/\lambda$ ve $\delta = \frac{\pi}{2}g$ olmak üzere $g = 1$ 'de yüksek yansıma elde edilmiştir. Değişim denklem (4.64) ve (4.67)'ye göre bulunmuştur.

Şekil 6.5. GaAs/AlAs üst Bragg yansıtıcıları için şiddet yansıma katsayısının λ_0/λ 'ya göre değişimi



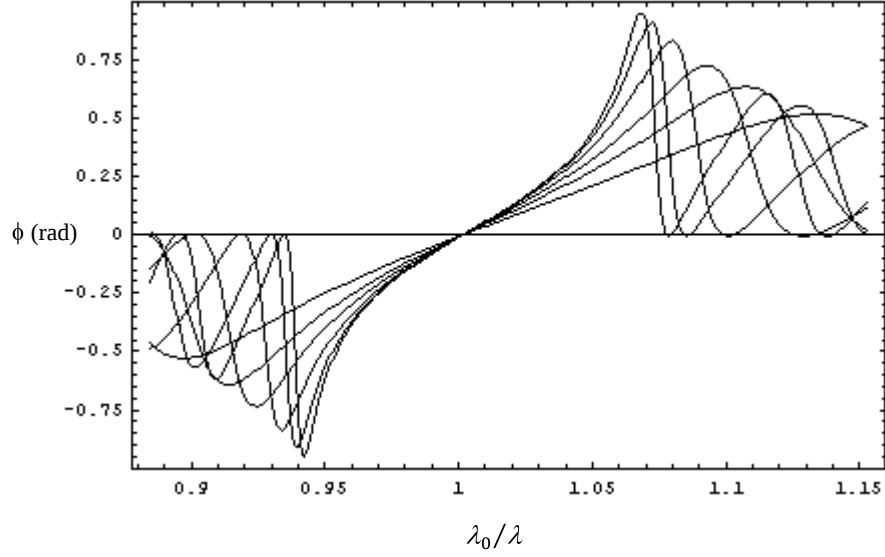
Şekilde sırasıyla 5, 7, 9, 12, 15 ve 17 periyottan oluşmuş GaAs/AlAs Bragg yansıtıcıları için şiddet yansıma katsayısının λ_0/λ 'ya göre değişimi verilmiştir. Değişim denklem (4.64) ve (4.67)'ye göre bulunmuştur. Daha önce (4.96) denklemiyle de ifade edildiği gibi yüksek yansıma bölgesinin genişliği çok katmanlı sistemi oluşturan malzemelerin kırılma indislerinin bir fonksiyonudur. Oran ne kadar yüksek olursa bölgenin genişliği de o kadar büyük olur. Böylece daha az sayıda tabaka kullanarak daha yüksek yansıma elde etmek mümkündür. İlave tabaka eklemek bölgenin içerisindeki yansımaları ve dışındaki osilasyonları artırır.

Şekil 6.6. GaAs/AlAs üst Bragg yansıtıcıları için λ_0/λ 'ya göre elde edilen şiddet yansıma katsayısı ve fazın değişimi. (a) 7 periyot, (b) 9 periyot, (c) 12 periyot ve (d) 17 periyot için

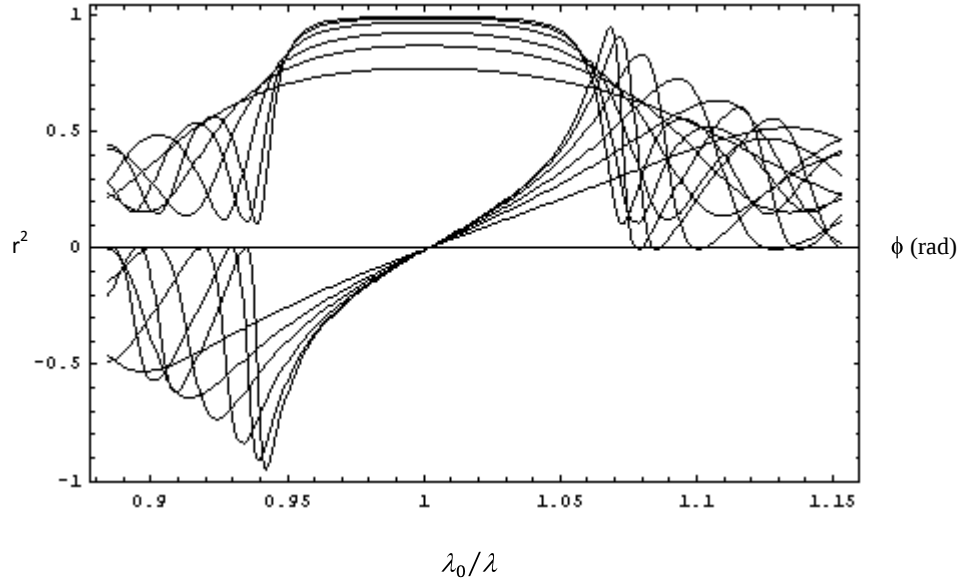


GaAs/AlAs çok katmanlı sisteminde $g = \lambda_0/\lambda$ olmak üzere λ_0/λ 'nın bire eşit olduğu yerde yüksek yansıma elde edildiği ve tam bu noktada fazın sıfır olduğu gözlenmiştir. Değişim denklem (4.64), (4.67) ve (4.79)'a göre bulunmuştur.

Şekil 6.7. Sırasıyla 5, 7, 9, 12, 15 ve 17 periyottan oluşan GaAs/AlAs üst Bragg yansıtıcıları için yansıyan ışığın fazının λ_0/λ 'ya göre değişimi

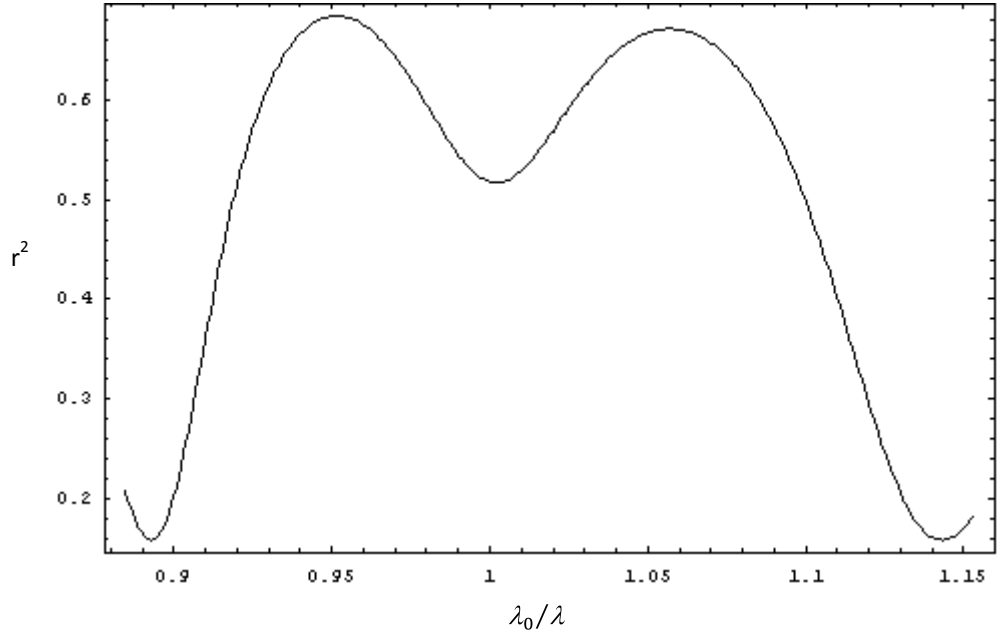


Şekil 6.8. Sırasıyla 5, 7, 9, 12, 15 ve 17 periyottan oluşan GaAs/AlAs üst Bragg yansıtıcıları için λ_0/λ 'ya göre elde edilen şiddet yansıma katsayısı ve fazın değişimi

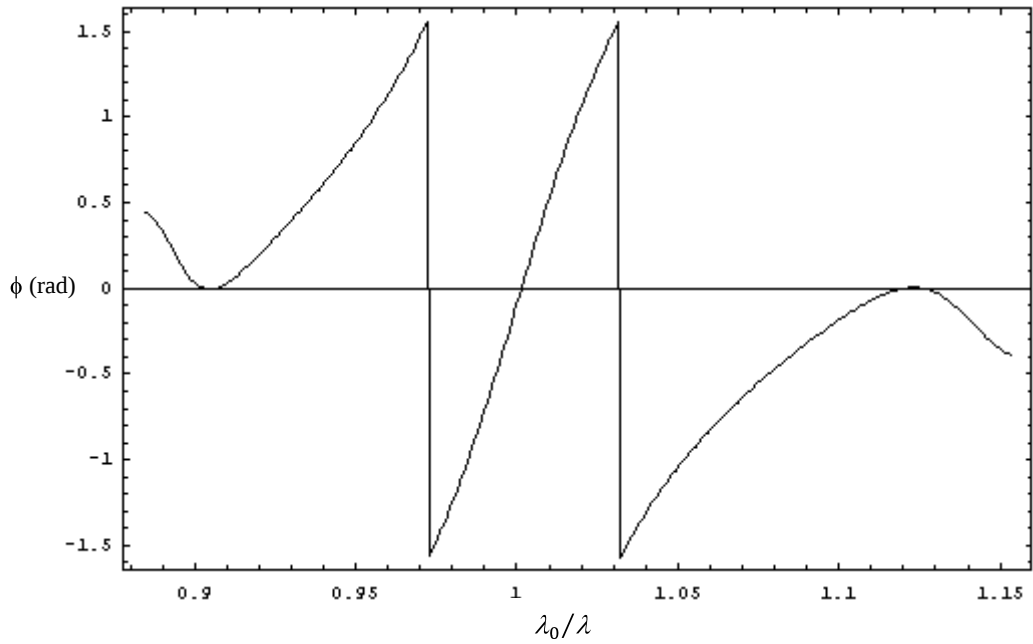


Şekil (6.7) ve şekil (6.8)'de denklemlerin tanımından da açıklanan bir değişim söz konusudur. Fazın sıfır, λ_0/λ 'nın bire eşit olduğu bölgenin sol tarafı ağırlıklı olarak (-); sağ tarafı ise ağırlıklı olarak (+)'dır.

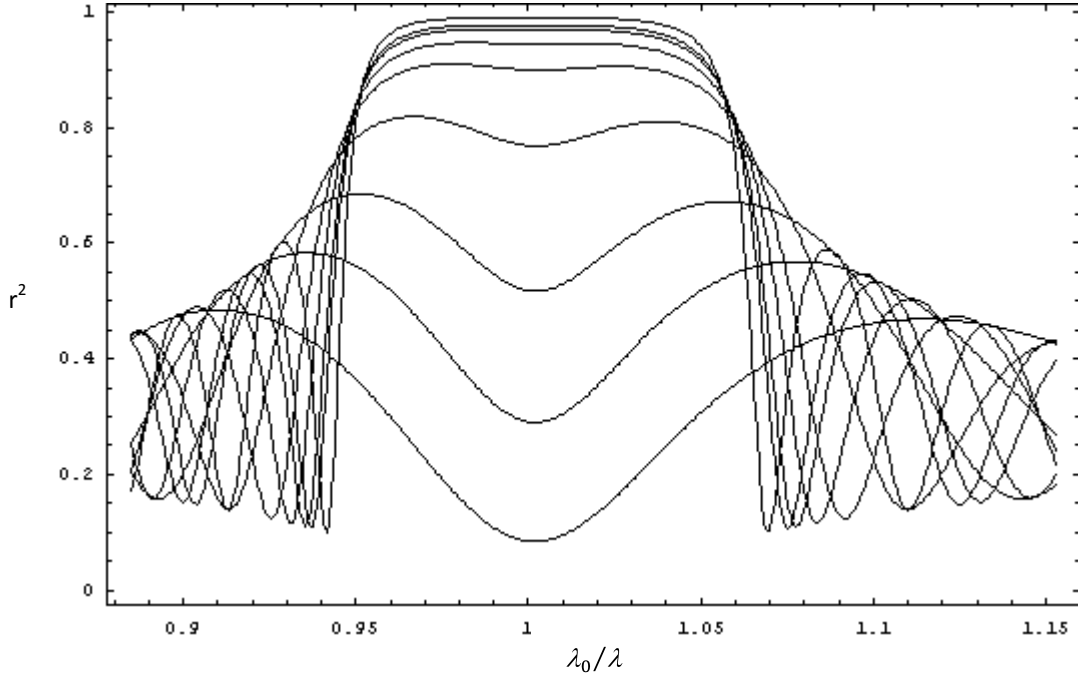
Şekil 6.9. Düşük kırılma indisli tabaka ile başlayıp düşük kırılma indisli tabaka ile biten ve 9 periyotlu AlAs/GaAs alt Bragg yansıtıcıları için şiddet yansıma katsayısının λ_0/λ 'ya göre değişimi



Şekil 6.10. Düşük kırılma indisli tabaka ile başlayıp düşük kırılma indisli tabaka ile biten ve 9 periyotlu AlAs/GaAs alt Bragg yansıtıcıları için yansıyan ışığın fazının λ_0/λ 'ya göre değişimi



Şekil 6.11. Düşük kırılma indisli tabaka ile başlayıp düşük kırılma indisli tabaka ile biten AlAs/GaAs alt Bragg yansıtıcıları için tabaka artışına bağlı olarak şiddet yansıma katsayısının λ_0/λ 'ya göre değişimi



Şekilde düşük kırılma indisli AlAs tabakasıyla başlayıp, düşük kırılma indisli AlAs tabakasıyla biten AlAs/GaAs Bragg yansıtıcıları için sırasıyla 5, 7, 9, 12, 15, 17, 19, 20 ve 23 periyotta şiddet yansıma katsayısının λ_0/λ 'ya göre değişimine bakıldığında GaAs/AlAs çok katmanlı sistemine göre daha düşük şiddet yansıma eğrilerinin oluştuğu gözlenir. Örneğin Şekil 6.9 ile verilen 9 periyotlu sistem için şiddet yansıma katsayısı değeri $r^2 = 0.5179$ olarak bulunurken; bu değer 9 periyotlu GaAs/AlAs Bragg yansıtıcı topluluğu için $r^2 = 0.926446$ olarak elde edilmiştir. Yaklaşık olarak aynı şiddet yansıma katsayısı değerlerine ulaşabilmek için AlAs/GaAs sisteminde daha fazla sayıda tabaka kullanmak gerekmektedir.

Aşağıda kırılma indisleri $n_{GaAs} = 3.4$ ve $n_{AlAs} = 2.9$ olan GaAs/AlAs çok katmanlı yansıtıcı sistemi için periyot sayısının artışına bağlı olarak şiddet yansıma katsayılarının değişimi verilmiştir:

$$5 \text{ periyot için } r^2 = 0.772844$$

$$7 \text{ periyot için } r^2 = 0.869135$$

$$9 \text{ periyot için } r^2 = 0.926446$$

$$15 \text{ periyot için } r^2 = 0.987718$$

$$23 \text{ periyot için } r^2 = 0.998911$$

$$29 \text{ periyot için } r^2 = 0.9998248$$

$$35 \text{ periyot için } r^2 = 0.999971$$

$$47 \text{ periyot için } r^2 = 0.999999$$

$$53 \text{ periyot için } r^2 = 1.$$

$$57 \text{ periyot için } r^2 = 1.$$

Taban maddesinin üzerine tek sayıda dielektrik tabaka konulur ve bu tabakalar yüksek kırılma indisiyle başlayıp yüksek kırılma indisiyle biterse tabakaları arttırdıkça şiddet yansıma katsayılarının arttığı görülür.

Aşağıda kırılma indisleri $n_{AlAs} = 2.9$ ve $n_{GaAs} = 3.4$ olan; düşük kırılma indisli AlAs tabakasıyla başlayıp, düşük kırılma indisli AlAs tabakasıyla biten AlAs/GaAs çok katmanlı yansıtıcı sistemi için periyot sayısının artışına bağlı olarak şiddet yansıma katsayılarının artışı sayısal olarak verilmiştir:

$$5 \text{ periyot için } r^2 = 0.0845758$$

$$7 \text{ periyot için } r^2 = 0.290858$$

$$9 \text{ periyot için } r^2 = 0.5179$$

$$15 \text{ periyot için } r^2 = 0.899893$$

$$23 \text{ periyot için } r^2 = 0.990747$$

$$29 \text{ periyot için } r^2 = 0.998497$$

$$35 \text{ periyot için } r^2 = 0.999757$$

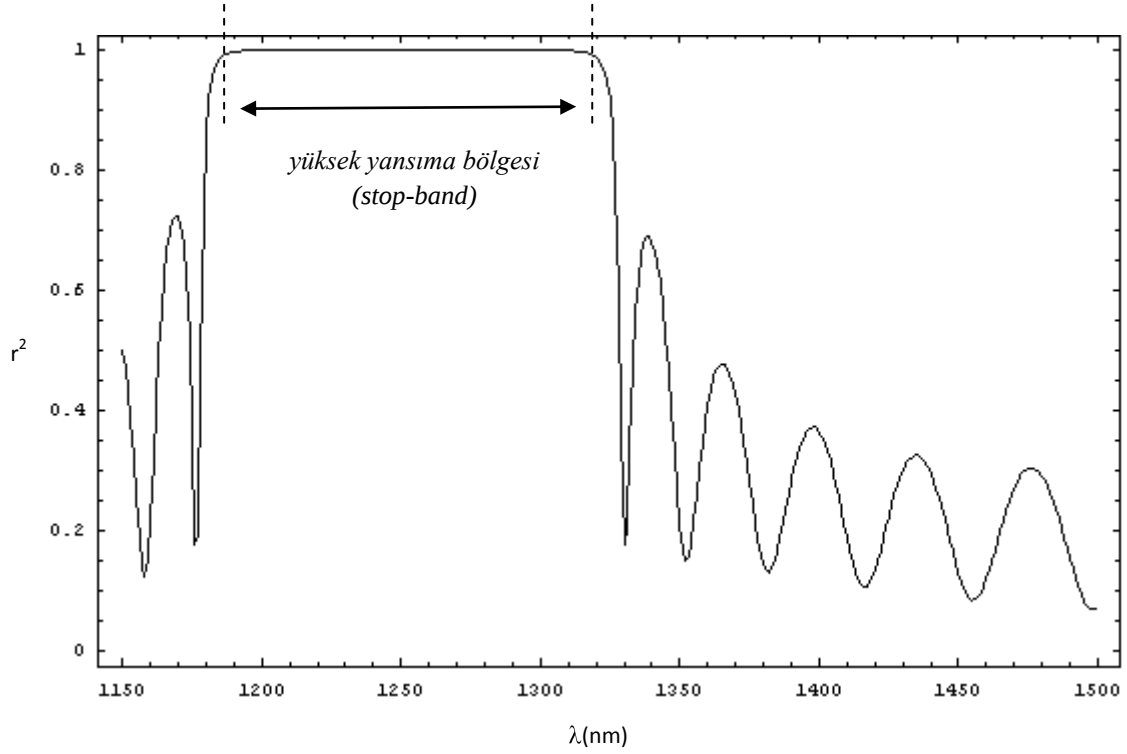
$$47 \text{ periyot için } r^2 = 0.999994$$

$$53 \text{ periyot için } r^2 = 0.999999$$

$$57 \text{ periyot için } r^2 = 1.$$

Taban maddesinin üzerine tek sayıda dielektrik tabaka konulur ve bu tabakalar düşük kırılma indisiyle başlayıp düşük kırılma indisiyle biterse; tabaka sayısının artışına bağlı olarak elde edilen şiddet yansıma katsayısı değerleri, yüksek kırılma indisiyle başlayıp yüksek kırılma indisiyle biten tabakalar için bulunan şiddet yansıma katsayısı değerlerinden daha düşük olur.

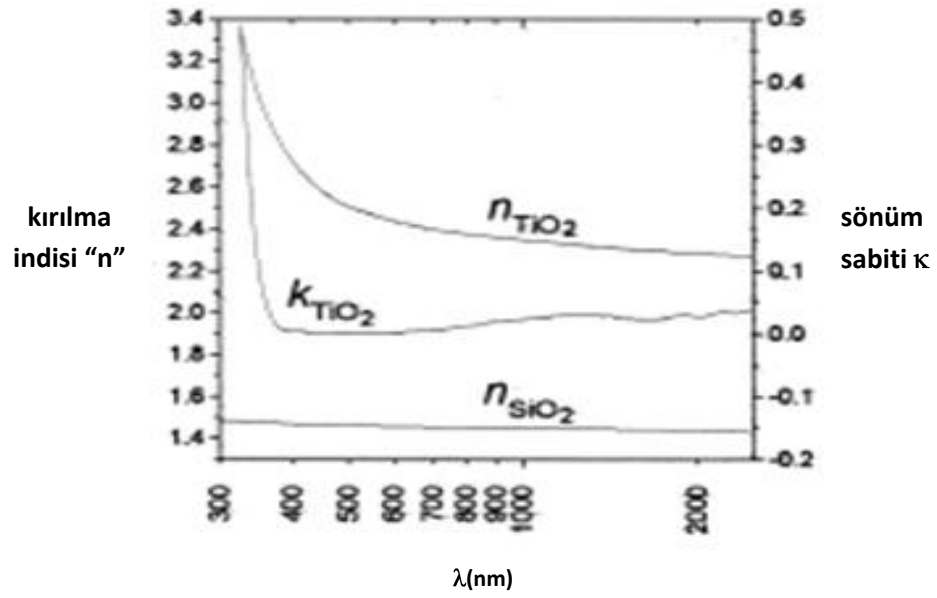
Şekil 6.12. 17 periyot $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$ tabakalarından oluşmuş ve taban maddesi TiO_2 olan bir yansıtıcı topluluğu için yansıyan ışığın şiddet yansıma katsayısının λ 'ya göre değişimi



Şekil 6.12 yüksek kırılma indisli TiO_2 tabakasıyla başlayıp, TiO_2 tabakasıyla biten 17 periyotlu $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$ yansıtıcı topluluğu için denklem (4.64) ve denklem (4.67) yardımıyla çizilmiştir. 1300 nm’de TiO_2 ’nin kırılma indisi $n_{\text{TiO}_2} \approx 2.4$ ve SiO_2 ’nin kırılma indisi ise $n_{\text{SiO}_2} \approx 1.4$ ’tür. 1150 nm ile 1500 nm dalga boyu aralığında SiO_2 ’in dalga boyuna bağlı olarak kırılma indisinin değişimiyle ilgili bağıntı Şekil 6.13 ile verilen deneysel eğrinin fit edilmesiyle bulunmuştur. TiO_2 için ise yine Şekil 6.13 ile verilen deneysel veriden yararlanarak 400-2000 nm dalga boyu aralığında doğru çalışan bir Sellmeier denklemi üretilmiştir. Şekilde de görüldüğü yüksek yansıma bölgesi Şekil 6.4’te verilen, 17 periyottan oluşmuş ve GaAs tabakasıyla biten GaAs/AlAs Bragg yansıtıcılarınıninkine oranla biraz daha geniştir. Bunun nedeni TiO_2 ve SiO_2 tabakalarının kırılma indisleri arasındaki farkın daha büyük olmasıdır. Çünkü daha önce de ifade edildiği gibi yüksek yansıma bölgesinin genişliği yansıtıcı topluluğu oluşturan malzemelerin kırılma indisleri arasındaki farkla doğru orantılıdır.

Tabaka sayısını arttırmak yansıma bölgesinin genişliğini artırır fakat bölgenin genişliği sınırlıdır. Daha fazla sayıda tabaka eklemek ise bölgenin dışındaki osilasyonları sıklaştırır.

Şekil 6.13. 300-2000 nm dalga boyu aralığında TiO_2 ve SiO_2 'in kompleks kırılma indisinin reel ve imajiner kısmının dalga boyuna bağlı olarak değişimini gösteren deneysel veri [15]



Şekil 6.13'te verilen deneysel veri kullanılarak TiO_2 için,

$$n^2 \lambda = A + \frac{B}{\lambda^2 - C} - D\lambda^2$$

eşitliği ile verilen Sellmeier denklemini sağlayan A , B , C , D katsayıları bulunmuştur:

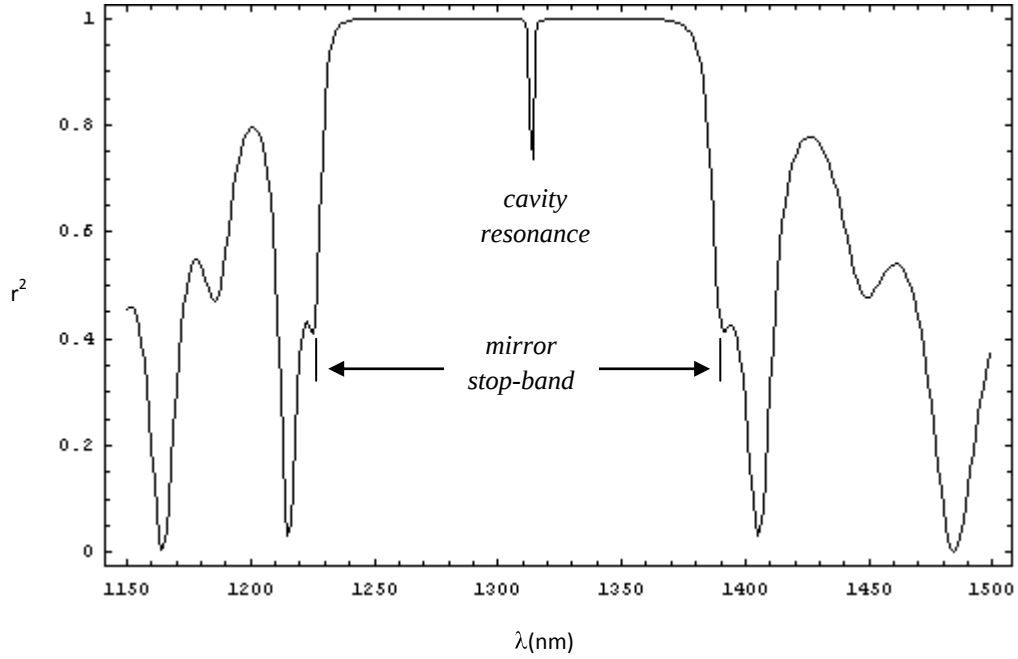
$$A = 5.69243$$

$$B = 0.148227$$

$$C = 0.10962$$

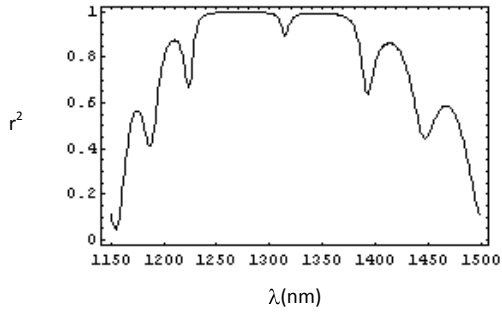
$$D = 0.00625725$$

Şekil 6.14. GaInNAs yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sisteminde şiddet yansıma katsayısının dalga boyuna göre değişimi

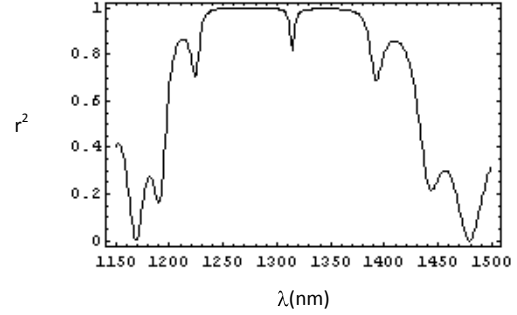


Şekil 6.1’de ayrıntıları verilen GaInNAs yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sistemine (VCSEL) 0° ’lik bir açıyla gelen elektromanyetik dalganın dalga boyuna göre elde edilen şiddet yansıma katsayısının değişimi çizilmiştir. Üst Bragg yansıtıcılarının periyodu 12’dir ($x = 12$). Değişim denklem (4.64)’teki geçiş matrisi ve denklem (4.67)’deki genlik yansıma katsayısı kullanılarak bulunmuştur. Kavite rezonansının (cavity resonance) gerçekleştiği ışınım dalga boyu ~ 1310 nm’dir. Yüksek yansıma bölgesi (mirror stop-band) ise ~ 160 nm’dir. Daha önce de ifade edildiği gibi bu genişlik alt ve üst Bragg yansıtıcılarında kullanılan yarıiletken tabakaların kırılma indisleri arasındaki farka bağlıdır ve bu fark ne kadar büyük olursa yansıma bölgesi de o kadar geniş olur.

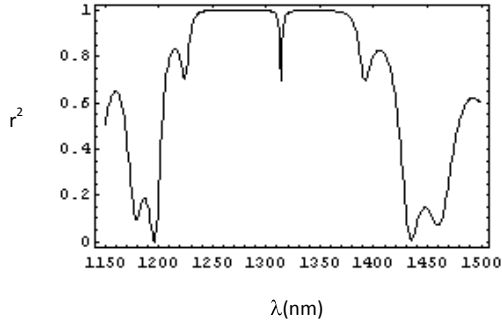
Şekil 6.15. GaInNAs yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sisteminde üst Bragg yansıtıcılarının periyot sayısının artışına bağlı olarak şiddet yansıma katsayısının dalga boyuna göre değişimi (a) 5 periyot için (b) 7 periyot için (c) 9 periyot için (d) 12 periyot için (e) 15 periyot için (f) 17 periyot için



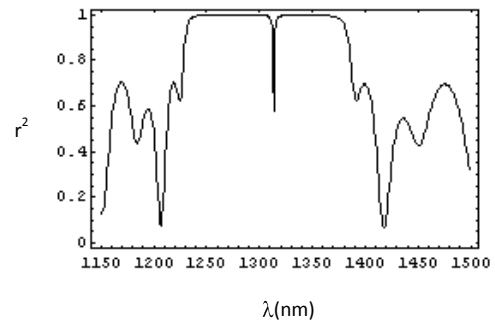
(a) 5 periyot



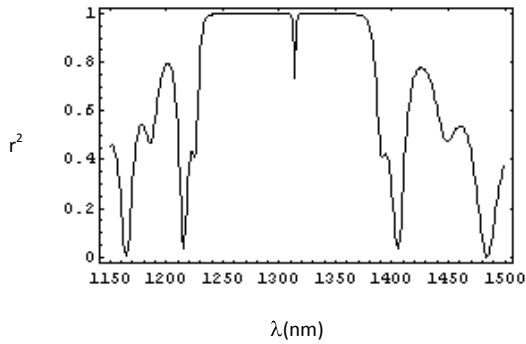
(b) 7 periyot



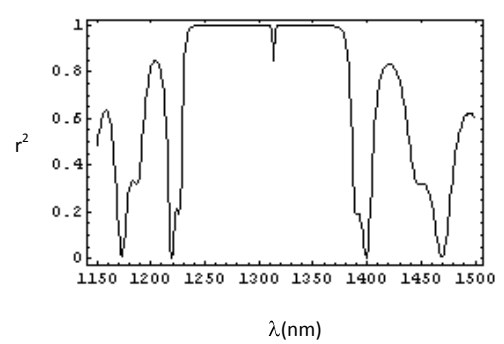
(c) 9 periyot



(d) 12 periyot



(e) 15 periyot



(f) 17 periyot

Şekil 6.15'te GaInNAs yüzeyden yayımlı lazer sisteminde üst Bragg yansıtıcılarının periyot sayısı değiştirilmiş ve bu değişimin lazerin ışıma şartlarına olan etkisi denklem (4.64) ve (4.67) yardımıyla incelenmiştir. Genel olarak dikine kuşatılmış elektrik alan ile yüzeyden yayımlı lazer sistemlerinde (VCSELs) üst Bragg yansıtıcılarının sayısı alt Bragg yansıtıcılarınıninkine oranla daha az seçilir. Çünkü periyot sayısı arttıkça şiddet yansıma katsayısı artar ve ışık yansıma katsayısı daha az olan yerden yol alacaktır. Grafiklerden de üst tabakaların sayısı arttırıldıkça şiddet yansıma katsayısının arttığı buna paralel olarak da dışarıya çıkan ışımanın azaldığı görülür. Aşağıda Şekil 6.1 ile verilen böyle bir sistemde $x = 5, 7, 9, 12, 15, 17$ olmak üzere periyot sayısının değişimine bağlı olarak şiddet yansıma katsayıların artışı sayısal olarak verilmiştir:

$$x = 5 \text{ periyot için } r^2 = 0.957$$

$$x = 7 \text{ periyot için } r^2 = 0.961$$

$$x = 9 \text{ periyot için } r^2 = 0.972$$

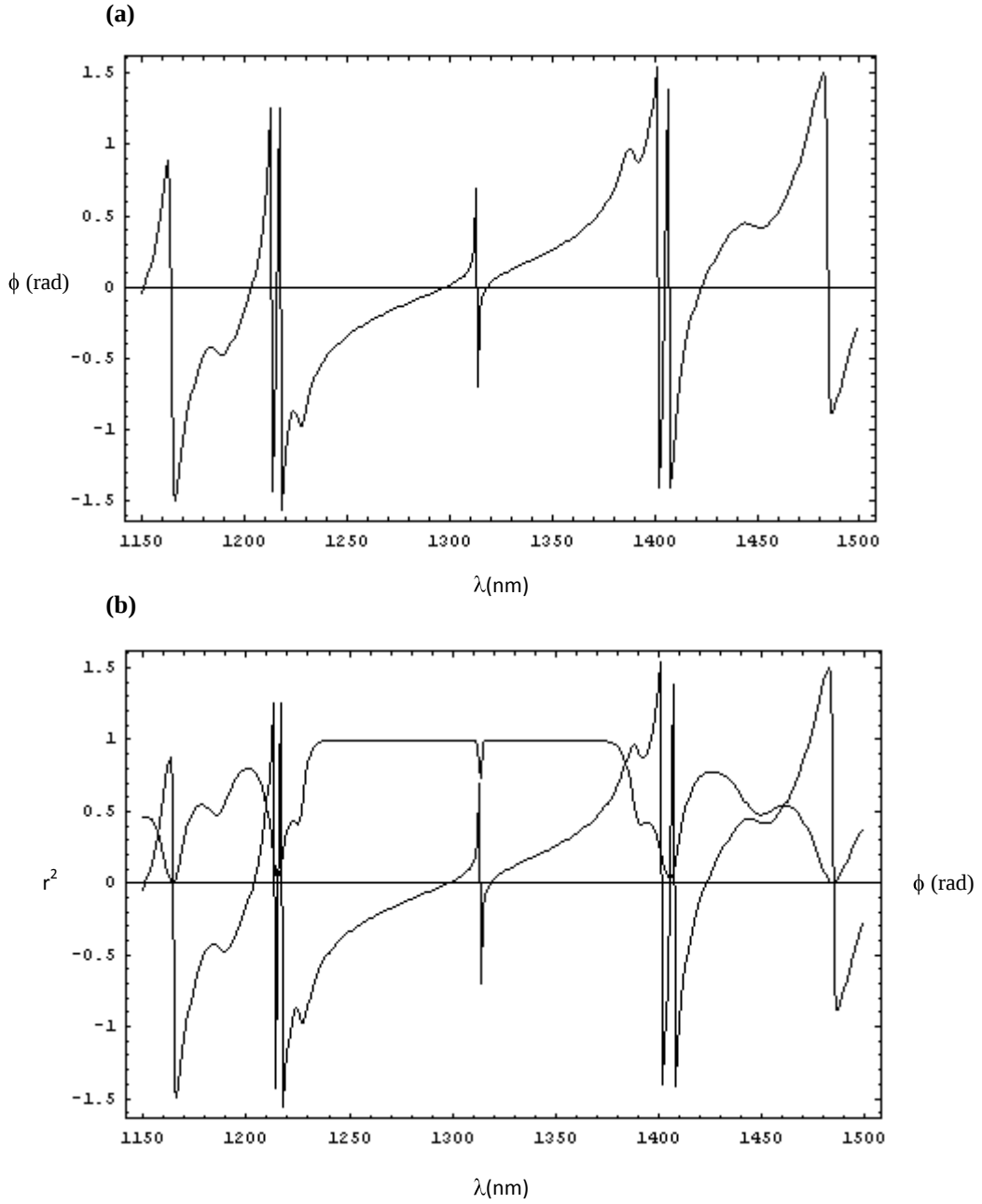
$$x = 12 \text{ periyot için } r^2 = 0.987$$

$$x = 15 \text{ periyot için } r^2 = 0.994$$

$$x = 17 \text{ periyot için } r^2 = 0.996$$

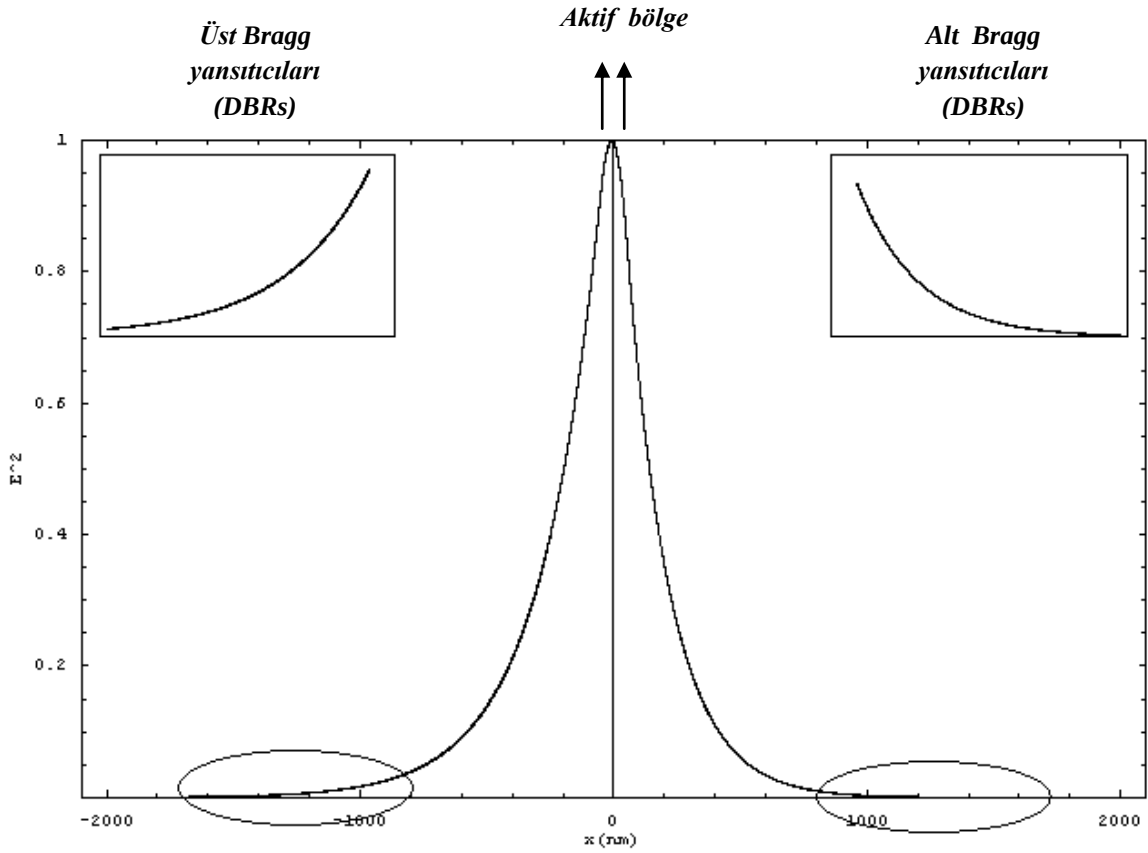
Örneğin periyot sayısı 9 alınırsa ışığın 0.972'si yapı içerisinde kalırken 0.028'i dışarı çıkar. Periyot sayısı 17'ye çıkarılsa 0.996'sı yapı içerisinde kalırken sadece 0.004'ü lazer sistemini terk eder.

Şekil 6.16. GaInNAs yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sisteminde (a) fazın dalga boyuna göre değişimi (b) fazın ve şiddet yansıma katsayısının dalga boyuna göre değişimi



GaInNAs yüzeyden yayımlı lazer sistemine 0° 'lik bir açıyla gelen elektromanyetik dalganın dalga boyuna göre elde edilen fazın değişimi denklem (4.64), (4.67) ve (4.79) kullanılarak çizilmiştir. Şekilde 1310 nm olan ışın dalga boyu için fazın sıfır olduğu görülmektedir. Çünkü yarıiletken lazerlerde elektromanyetik dalganın aynı fazda bulunması için ışın dalga boyunun bulunduğu değerde faz sıfır olmalıdır.

Şekil 6.17. GaInNAs yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sisteminde elektrik alan yoğunluğunun x uzaklığına göre değişimi



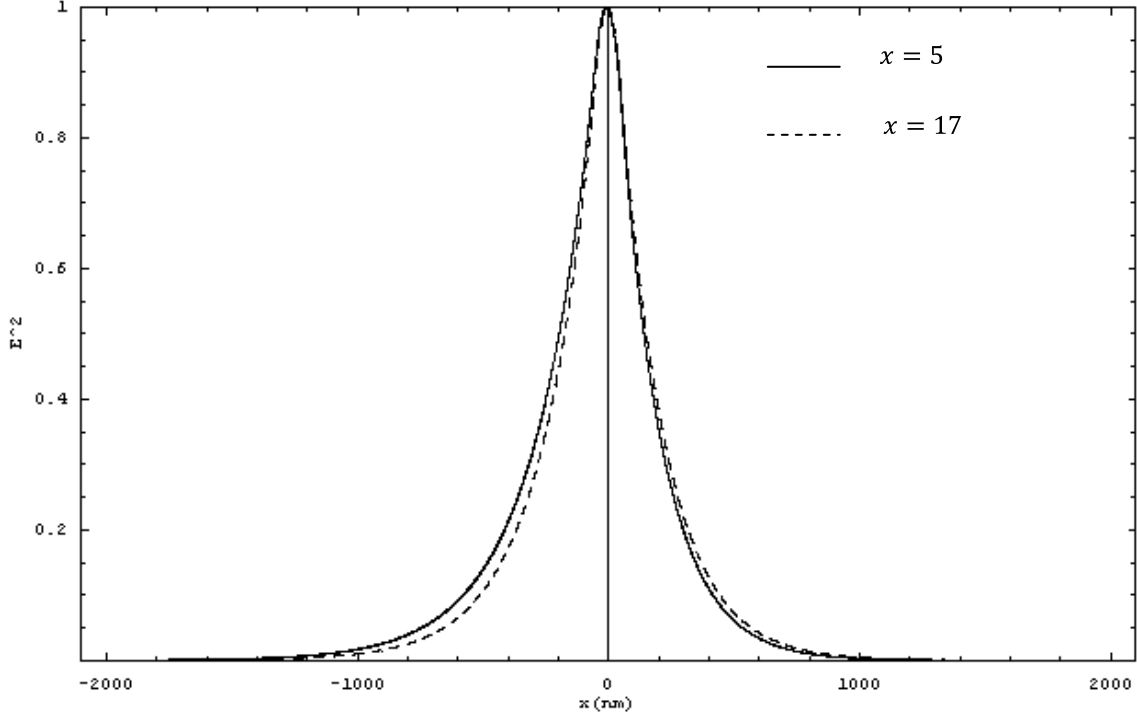
GaInNAs yüzeyden yayımlı lazer sistemine 0° 'lik bir açıyla gelen elektromanyetik dalganın elektrik alan yoğunluğunun x uzaklığına bağlı olarak değişimi Şekil 6.17'de çizilmiştir. Elektrik alan yoğunluğu denklem (5.53), denklem (5.54), denklem (5.55), denklem (5.56), denklem (5.57) ve denklem (5.58) kullanılarak bulunmuştur. Yüzeyden yayımlı lazer sistemleri bir bütün olarak asimetrik dalga kılavuzu gibi davranır. Bu nedenle de hesaplamalar üzerinde çalışılırken yapı, aktif tabaka ve Bragg yansıtıcılarının ayrı ayrı kırılma

indislerinin ortalaması alınarak $(n_{ort} = \frac{\sum n_i d_i}{\sum d_i})$ üçlü bir dielektrik ortama

indirgenmiştir. Şekildeki grafikte üst Bragg yansıtıcılarının periyodu 5 alınmış ($x = 5$) ve sonuç olarak üç ayrı tabaka için üst tabakadan başlamak üzere 3.15378, 3.474716, 3.12497 değerlerinde farklı kırılma indisleri elde edilmiştir.

Şekilden de görüldüğü gibi üst bandın elektrik alan şiddeti, alt bandın elektrik alan şiddetine göre daha yüksektir. Yani ışık üst Bragg yansıtıcıları boyunca ilerleyerek sistemi terk etmektedir. $x = 5$ periyot için şiddet yansıma katsayısı $r^2 = 0.957$ olduğuna göre de ışığın 0.043'ünün üst Bragg yansıtıcıları boyunca yol alarak sistemi terk ederken, 0.957'sinin ise yapı içerisinde kaldığı söylenebilir. Şeklin içindeki küçük kareler grafikte elipsle belirlenmiş bölgelerin büyütülmüş gösterimleridir.

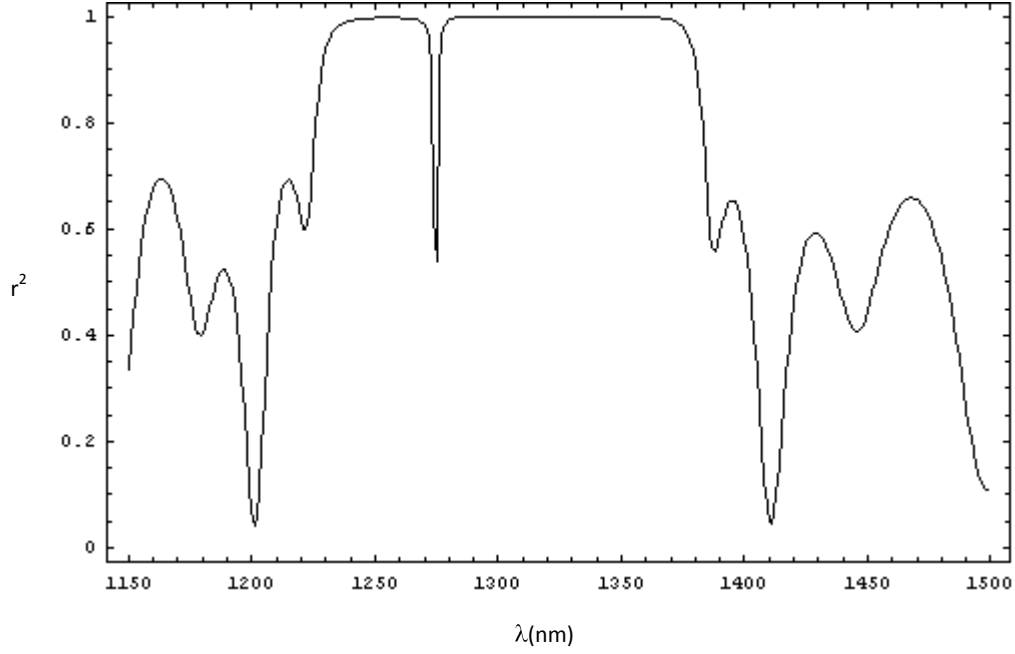
Şekil 6.18. GaInNAs yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sisteminde üst Bragg yansıtıcılarının periyot sayısı $x = 5$ ve $x = 17$ olmak üzere elektrik alan yoğunluğunun x uzaklığına göre değişimi



Şekilde GaInNAs yüzeyden yayımlı lazer sistemine 0° 'lik bir açıyla gelen elektromanyetik dalga için elektrik alan yoğunluğunun x uzaklığına bağlı olarak değişimi üst Bragg yansıtıcılarının periyot sayısı 5 ve 17 alınarak çizilmiştir. Elektrik alan yoğunluğu denklem (5.53), denklem (5.54), denklem (5.55), denklem (5.56), denklem (5.57), denklem (5.58) kullanılarak ve yapı yine üçlü bir dielektrik ortama yaklaştırılarak hesaplanmıştır. Grafikten üst tabakaların periyot sayısı 17 alındığında elektromanyetik dalganın yapının sol tarafında daha çabuk sönüme gittiği görülür. Bunun nedeni periyot sayısı arttırıldıkça şiddet yansıma katsayısının artması buna paralel olarak da kırılma indisinin ortalamasının azalmasıdır. 17 periyot için üst tabakadan başlamak üzere sırasıyla 3.13815, 3.474716, 3.12497 değerlerinde farklı kırılma indisleri bulunmuştur. Dolayısıyla periyot sayısı arttırıldığında üst tabakaların ortalama kırılma indisi aktif tabakaninkine oranla daha çok küçülürken alt tabakalarinkine de bir o kadar yaklaşmıştır.

Grafiğin sağ tarafında 5 periyot için elektromanyetik alan yoğunluğunun daha az olması da bu durumu açıklar. $x=17$ periyot için şiddet yansıma katsayısı $r^2 = 0.996$ olarak bulunmuştu. O halde ışığın 0.996'sının yapı içerisinde kalırken sadece 0.004'ünün üst Bragg yansıtıcıları boyunca yol alarak lazer sistemini terk edeceği söylenebilir.

Şekil 6.19. GaAs/AlAs tabakalarından oluşmuş yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sistemi (VCSEL) için şiddet yansıma katsayısının dalga boyuna göre değişimi



Şekil 6.1 ile verilen lazer sisteminde alt ve üst Bragg yansıtıcılarının tasarımı değiştirilmeden aktif bölgede $0.65 \mu\text{m}$ kalınlığında ($\lambda_0/2$) sadece bir tek GaAs tabakası kullanıldığında Şekil 6.19 ile verilen ışıma grafiği elde edilmiştir. Böyle bir yapı için rezonans dalga boyu 1270 nm bulunmuştur. Şiddet yansıma katsayısı denklem (4.64)'teki geçiş matrisi ve denklem (4.67)'deki genlik yansıma katsayısı kullanılarak hesaplanmıştır.

7. SONUÇLAR

Bu çalışmada üst Bragg yansıtıcıları 9 periyot GaAs/AlAs, alt Bragg yansıtıcıları ise 20.5 periyot AlAs/GaAs tabakalarından oluşmuş; aktif bölgesinde 10 nm kalınlığında GaAs bariyerleri ile 6 nm kalınlığında 6 tane $\text{Ga}_{0.67}\text{In}_{0.33}\text{N}_{0.01}\text{As}_{0.99}$ kuantum kuyusu bulunan yüzeyden yayımlı yarıiletken lazer sistemine (GaInNAs SESAM) 0° 'lik bir açıyla gelen elektromanyetik dalga için ışınım dalga boyu 1.31 μm bulunmuş ve bu ışınım dalga boyunda fazın sıfır olduğu görülmüştür. Üst tabakaların periyot sayısı değiştirilerek şiddet yansıma katsayısına olan etkileri incelenmiştir. Lazer sistemi üçlü bir dielektrik ortama indirgenmiş ve üst Bragg yansıtıcılarının periyodu değiştirildiğinde bunun elektrik alan yoğunluğunun değişimine dolayısıyla da ışımaya olan etkisi araştırılmıştır. Üst tabakaların periyot sayısı arttıkça şiddet yansıma katsayısının arttığı paralel olarak da dışarıya çıkan ışımanın azaldığı görülmüştür. Aktif bölgesinde, kalınlığı alt ve üst Bragg yansıtıcılarından yansıyan ışığın ışınım dalga boyunda aynı fazda olma koşuluna göre seçilmiş bir tek GaAs tabakası bulunan, üst Bragg yansıtıcıları GaAs/AlAs; alt Bragg yansıtıcıları ise AlAs/GaAs tabakalarından oluşmuş geleneksel yüzeyden yayımlı lazer sistemine (VCSEL) 0° 'lik bir açıyla gelen elektromanyetik dalga için ise ışınım dalga boyu 1270 nm olarak bulunmuştur. Kırılma indisleri $n_1 = 3.124$ ve $n_2 = 3.474$ olan simetrik üç tabakalı bir yapı tasarlanmış; farklı aktif bölge kalınlıkları ile TE çift ve TE tek modlar için elektrik alan yoğunluğu ve kuşatma faktörünün değişimi incelenmiştir. Aktif bölge kalınlığının artmasıyla kuşatma faktörünün büyüdüğü ayrıca çift modlarda kuşatmanın tek modlara göre daha iyi olduğu anlaşılmıştır. Bragg yansıtıcı toplulukları için tabaka sayısının ve tabakaların diziliminin şiddet yansıma katsayısı ile yüksek yansıma bölgesi genişliği (stop-band) üzerine etkisi araştırılmıştır. Periyot sayısının artmasıyla şiddet yansıma katsayısının arttığı ve en yüksek yansıtıcılığın yüksek kırılma indisli tabakayla başlayıp tekrar yüksek kırılma indisli tabakayla biten bir Bragg yansıtıcı topluluğundan elde edilebileceği ayrıca yüksek yansıma bölgesi genişliğinin tabakaların kırılma indisleri arasındaki farkla doğru orantılı olduğu bu fark arttıkça da bölgenin genişliğinin daha büyük olacağı görülmüştür.

KAYNAKLAR

- [1] T.E. Sale, IEE Proc. Optoelectron, **142 (1)**, p.37, February 1995.
- [2] H.C. Casey, Jr., M.B. Panish, Heterostructure Lasers, Part A Fundamental Principles, San Diego, New York, Berkeley, Boston, London, Sydney, Tokyo, Toronto.
- [3] Yariv, A., Optical Electronics in Modern Communications, Fifth Edition, New York, 1997.
- [4] Macleod, H.A (Hugh Angus), Thin-Film Optical Filters, American Elsevier Pub. Co., New York, 1969.
- [5] Singh, J., Semiconductor Optoelectronics, McGraw-Hill, Inc., United States of America, 1995.
- [6] Chuang, S.L., Physics of Optoelectronic Devices, John Wiley & Sons. Inc., United States of America, 1995.
- [7] Jacques, I.P., Optical Processes in Semiconductors, Dover Publications, Inc., New York.
- [8] Wilmsen C., Temkin H., Coldren L.A., Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers, United States of America, 1999.
- [9] Pollock, C.R., Fundamentals of Optoelectronics, Richard D. Irwin, Inc., United States of America, 1995.
- [10] Mc. Kelvev, J.P., Solid State and Semiconductor Physics, Harper & Row, New York, Evanston & London, John Weatherhill, Inc., Tokyo, 1966.
- [11] Bohm, D., Quantum Theory, Dover Publications, Inc., New York, 1979.
- [12] Neamen, D.A., Semiconductor Physics & Devices, Second Edition, McGraw-Hill, Inc., United States of America, 1997.
- [13] G. de Valicort, Design and Operation of a Dilute Nitride SESAM for 100 nm Operation, Msc Report, University of Essex, Department of Computing and Electronic Systems, 2008.
- [14] Kitatani, T., Kondow, M., Shinoda, K., Yazawa, Y., Okai, M., “Characterisation of the Refractive Index of Strained GaInNAs Layers by Spectroscopic Ellipsometry”, Jpn. J. Appl. Phys., **37**, p.753-757, 1998

- [15] Battaglin, C., Caccavale, F., Menelle, A., Montecchi, M., Nichelatti, E., Nicoletti, F., Polato, P., “Characterisation of Antireflective $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$ Coatings by Complementary Techniques, Thin Solid Films, **351**, p.176-179, 30 August 1999.
- [16] Jackson, J.D., Classical Electrodynamics, Berkeley, California, 1974.
- [17] Adachi, S., GaAs, AlAs and $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ Material parameters for use in research and device applications, J. Appl. Phys., **58 (3)**, pp.R1-R29, 1985.

Ek: Elektromanyetik Birimler [16]

Çizelge 7.1. Elektromanyetik birimler

CGS	Birim	MKS	Birim
C	cm/s	$1/(\epsilon_0\mu_0)^{1/2}$	m/s
D	$12\pi \cdot 10^5 \text{ statc.cm}^{-2}$	$(4\pi\epsilon_0)^{1/2}D$	$c.m^{-2}$
B	$10^4 G$	$\left(\frac{4\pi}{\mu}\right)^{1/2} B$	$Weber/m^2$
H	$4\pi 10^{-3} O$	$(4\pi\mu_0)^{1/2}H$	$A\text{-turn/m}$
E	$\frac{1}{3} 10^{-4} \text{ statc/cm}$	$(4\pi\epsilon_0)^{1/2}E$	V/m
J	$3 \cdot 10^5 \text{ statA.cm}^{-2}$	$\frac{J}{(4\pi\epsilon_0)^{1/2}}$	$A.m^{-2}$
<i>iletkenlik (σ)</i>	$9 \cdot 10^9/s$	$\frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0}$	Mho/m
<i>yük yoğ. (ρ)</i>	$3 \cdot 10^3 \text{ statc/cm}^3$	$\frac{\rho}{(4\pi\epsilon_0)^{1/2}}$	c/m^3
ϵ	ϵ_r	$\frac{\epsilon}{\epsilon_0}$	
μ	μ_r	$\frac{\mu}{\mu_0}$	
ϵ_0	1	ϵ_0	$10^7/4\pi c^2$
μ_0	1	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$
<i>kazanç (g)</i>	cm^{-1}		m^{-1}
<i>soğurma (α)</i>	cm^{-1}		m^{-1}