

T. C.
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GÜVENİLİRLİK BÜYÜME MODELLERİ
— DEVLET DEMİRYOLLARINDA BİR UYGULAMA —

Y Ü K S E K L İ S A N S T E Z İ

DANIŞMAN : PROF. DR. MUSA ŞENEL

MÜJGÂN KERMAN

ESKİŞEHİR 1985

Ö Z E T

Güvenilirlik ve güvenilirlik büyüme modellerinin incelendiği bu çalışmada, demiryolu işletmesindeki lokomotiflerin fiziksel yapılarına ilişkin matematiksel bir model önerilerek, özgün analitik çözümü belirlenmiştir.

Buna bağlı olarak lokomotiflerin gelecekteki davranışları hakkında kestirimler yapmak mümkün olmaktadır.

A B S T R A C T

A mathematical model is developed for the failure and repair mechanism of locomotives. Thus, the probable rates of failure and repair for these locomotives throughout the period of study are assumed constant. Henceforth, the failure and repairing activities of locomotives in question are drawn.

The behaviour predicted by the analytical model, when compared with related physical data, furnishes the probable rates of failure and repair taken as parameters of the problem.

The model can be easily extended by assuming that, the probable rates of failure and repair are piece-wise constant, during the time intervals through the studied period.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TABLolar LİSTESİ	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ	vii
GİRİŞ	1

B İ R İ N C İ B Ö L Ü M

GÜVENİLİRLİK VE GÜVENİLİRLİKTE

BÜYÜME MODELLERİ

I.1 GÜVENİLİR BİR PARÇA SAĞLAMANIN TEMEL YÖNTEMLERİ	6
I.2 SİSTEMLERİN YAPI MODELLERİNE GÖRE GÜVENİLİRLİK FONKSİYONLARI	9
I.2.1 Seri Sistemler ve Bunların Güvenilirlik Fonksiyonları	10
I.2.2 Paralel Sistemler ve Bunların Güvenilirlik Fonksiyonları	14
I.2.3 Karma Sistemlerin Güvenilirlik Fonksiyonları	16
I.3 GÜVENİLİRLİKTE BÜYÜME KAVRAMI	17
I.3.1 Güvenilirlik Büyüme Eğrileri	18
I.3.2 Güvenilirlikte Büyümenin Bileşenleri	20
I.4 GÜVENİLİRLİKTE BÜYÜME MODELLERİ	21
I.4.1 Arızalar Arası Ortalama Zaman Büyüme Modelleri (AAOZ)	22

I.4.1.1	Duane Model	23
I.4.1.2	IBM Model	25
I.4.1.3	ARINC Araştırma Modeli	26
I.4.1.4	Diğer AAOZ Modelleri	28
	i) Üstel Üs Serisi Modeli	28
	ii) AEROF Modeli	29
	iii) LLOYD-LIPOW Modeli	29
	iv) Basit Üstel Model	29
	v) AAOZ Modellerinin	
	Karşılaştırması	29
I.4.2	Başarı Olasılığı Modelleri	30
I.4.2.1	LLOYD-LIPOW Modeli	30
I.4.2.2	BONIS Modeli	31
I.4.2.3	VIRENE Modeli	31
I.4.2.4	GROSS-KOMINS Modeli	32
I.4.3	Diğer Büyüme Modelleri	32

İ K İ N C İ B Ö L Ü M

DEMİRYOLU İŞLETMELERİNDE LOKOMOTİFLERİN BOZULMA VE TAMİR EDİLME EYLEMLERİNİN FİZİKSEL MODELİ

II.1	PROBLEM PARAMETRELERİNİN BELİRLENMESİ	36
II.2	SİSTEME LOKOMOTİFLERİN GİRMESİ YA DA ÇIKMASI	
	DURUMUNDA DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN OLUŞTURULMASI	41

II.3	λ ve μ 'NÜN BELİRLENMESİ	42
II.4	PARAMETRE ÇİFTİNİN BİRDEN FAZLA OLMASI DURUMUNDA ÖNERİLEN YAKLAŞIM MODELİ	49

Ü Ç Ü N C Ü B Ö L Ü M

GELİŞTİRİLEN MATEMATİKSEL MODELİN

D.D.Y. ESKİŞEHİR (İ.İŞLETME) BÖLGESİ'NDE UYGULAMASI

SONUÇ	63
YARARLANILAN KAYNAKLAR	65

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo III.1	İmdat Olaylarının Arıza Yoğunlukları	56
Tablo III.2	$\mu_{HL}(t)$ Fonksiyonunun Aylara Göre Aldığı Değerler	61

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil I.1	Parçaların Arıza Oranlarının Zamana Bağlı Olarak Değişimi	8
Şekil I.2	Seri Bir Sistemin Gösterimi	11
Şekil I.3	Paralel Bir Sistemin Gösterimi	14
Şekil I.4	Güvenilirlik Fonksiyonlarının Karşılaştırılması	16
Şekil I.5	Güvenilirlik Büyüme Eğrilerinin Gösterimi .	19
Şekil I.6	Güvenilirlikte Büyümenin Bileşenleri	21
Şekil II.1	Lokomotiflerde Hizmete Hazır Olmanın Zamana Bağlı Olarak Değişimi	44
Şekil II.2	Lokomotiflerde Hizmete Hazır Olmanın Bölgelere Bağlı Olarak Değişim Grafiği	50
Şekil II.3	λ^b 'lerin Değişim Grafiği	52
Şekil II.4	Ardışık Bölgelerin Değişim Grafiği	53
Şekil III.1	Bozuk Lokomotif Sayısının Zamana Bağlı Olarak Değişim Grafiği	62

G İ R İ Ő

Teknolojik, toplumsal, kültürel ve ekonomik gelişme-
lere paralel olarak, sistemlerin yapılarındaki karmaŐıklık-
lar da artmıŐtır. Bir sistemdeki, herhangi bir elemanın bo-
zulması sistemin iŐlerliliğini yitirmesine neden olabilecektir.
Bu yüzden, sistemlerin iŐlevlerini yerine getirebilmesi, on-
ların istenen düzeyde ve belirlenen bir zaman aralığında,
"güvenilir" olmalarıyla sağlanacaktır.

Günümüzde işletmelerin ürettięi mal ve hizmetlerdeki
kalitenin önemi gittikçe artmaktadır. Özellikle, rekabet ve
serbest pazar düzeninin hakim olduğu ülkelerde kalite, çoğu
zaman, fiyattan da önemli bir yer tutmaktadır. Ayrıca, ta-
sarlanan sistemlerde yapılan denemeler, iyi kalitenin yüksek
güvenilirliğin temel bileŐenlerinden biri olduğunu göstermiŐ-
tir. Buna ilişkin olarak, üretilecek bir parçanın güvenilir-
liğinin yüksek olmasını sağlamakta, tasarım aŐamasının da -
nemli olduęunun vurgulanması gerekmektedir.

Sistemin geleceğine yönelik kararların daha somut bir temelde verilebilmesi, sistemdeki değişimleri de içerecek dinamik çevre koşullarının gözönüne alındığı bir güvenilirlik büyüme modeline gereksinme duyulur. Sistemde güvenilirliğe ilişkin programların yapılması ve bu programların etkin bir şekilde uygulanabilmesi, güvenilirlik büyüme modeli aracılığı ile nicel olarak sağlanacaktır.

Bu çalışmada, önce genel olarak bir demiryolu işletmesinde, lokomotifler özelinde, sistem güvenilirliğini, arttırabilmek için bir büyüme modeli geliştirilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla, sisteme ilişkin fiziksel bir model kurularak kuramsal bir çatı oluşturulmuştur. Sistem parametrelerindeki değişiklikler de modele yansıtılmıştır. Parametrelerin hesaplanmasında bulunabilecek veriler önemlidir. Çalışmamızda belirlenen üç modeldeki parametreler için ne gibi verilere gereksinim duyulduğu da açıklanmıştır. Ayrıca, parametre çiftinin artması durumunda da yaklaşım modeli genelleştirilmiş ve çalışma açısından özgün olarak tartışılmıştır. Çalışmamızın son aşamasında, beş yıla yakın bir süreyle D.D.Y. İşletmesi'nden elde edilen verilerle, modelimizin parametreleri belirlenmiş ve modelin veri dağılımı ile tutarlılığı da saptanmıştır.

Tezin birinci bölümünde, güvenilirlik ve ilişkin kavramlar verildikten sonra, genelde sistem yapı modellerine göre güvenilirlik fonksiyonları açıklanmıştır. Daha sonra güvenilirlikte büyüme kavramı verilerek, güvenilirlik büyüme

eğrileri ve bu büyümenin bileşenleri anlatılmış ve güvenilirlikte büyüme modellerinden söz edilmiştir.

İkinci bölümde, demiryolu işletmelerinin yukarıda belirtilen sorunları için özgün bir yaklaşım modeli kurulmuştur. Ayrıca, sistem parametrelerindeki değişimler ve parametre çiftinin birden fazla olması durumunda önerilen yaklaşım modeli genelleştirilmiştir.

Üçüncü bölümde, önerilen yaklaşım modelindeki parametreler, Devlet Demiryolları Eskişehir (I.İşletme) Bölgesi'nden alınan verilerle, analitik olarak bulunmuştur.

B İ R İ N C İ B Ö L Ü M

GÜVENİLİRLİK VE GÜVENİLİRLİKTE BÜYÜME MODELLERİ

1950-ler'in başlarından bu yana, güvenilirlik kavramı endüstride önem kazanmıştır. Güvenilirlik kavramıyla ilgili olarak birbirine benzeyen, fakat çok az farklılıklar gösteren tanımlar yapılmıştır. Söz konusu tanımlardan bazıları aşağıda verilmiştir.

"Güvenilirlik; bir sistemin amacını, verilen bir zaman aralığı içinde ve verilen koşullar altında uygun olarak gerçekleştirme olasılığıdır (1)."

"Bir sistemin güvenilirliği, belirtilen bir zaman aralığı içinde verilen koşullar altında başarılı etkinlik gös-

(1) Grant, E.L., Leavenworth, R.S., *Statistical Quality Control*, Fifth Edition, McGraw Hill International Book Company, New York, 1980, s. 536.

termesinin olasılığıdır (2)."

"Başarısızlık, bir sistemin kendinden beklenileni yerine getirememesidir. Güvenilirlik, bir sistemin belirtilen çalışma süresi içinde başarısız olmama olasılığıdır (3)."

Bazovsky güvenilirliğin modern bir tanımını "bir sistemin, çalışırken başarısız olmama kapasitesi (4)", olarak vermiştir.

Bu tanımlarda ortak olan nokta, güvenilirliğin olasılık olarak tanımlanmasıdır. Diğer bir ortak nokta ise, bütün tanımlarda başarısızlıkla, neyin amaçlandığının kesinlikle vurgulanması gerektiğidir.

Güvenilirlik tanımları genelde dört kavramı içermektedir (5). Bu kavramlar sırasıyla;

(a) "Olasılık", bir rassal deney sonucu karşılaşılabılır her olayın ortaya çıkma şansı aynı olsun. Eşolasılı olaylardan oluşan böyle bir örnek uzayında, karşılaşılabılır birim sayısı $s(S)$ ve ilgilenilen O_i olayına ilişkin birim sayısı $S(O_i)$ ise, O_i olayının ortaya çıkma olasılığı $P(O_i)$ şeklinde gösterilir ve,

(2) Grant, E.L., Leavenworth, R.S., A.g.k., s. 536.

(3) Grant, E.L., Leavenworth, R.S., A.g.k., s. 536.

(4) Grant, E.L., Leavenworth, R.S., A.g.k., s. 536.

(5) Colabro, S.R., *Reliability Principles and Practices*, McGraw Hill Book Company, New York, 1962, s. 1-6.

$$P(O_i) = \frac{s(O_i)}{s(S)} = \frac{\text{İlgilenilen sonuç sayısı}}{\text{Karşılaşılabılır sonuç sayısı}}$$

olarak tanımlanır (6).

(b) "*Uygun Çalışma*", bir aracın kendisinden istenilen fonksiyonu yerine getirmesidir.

(c) "*Zaman*", bir aracın kendisinden beklenen fonksiyonu yerine getireceği çalışma süresini göstermektedir.

(d) "*Çalışma Koşulları*", bir sistemin ne tür koşullar altında bulunduğu göstergesi olmaktadır..

Çağımızda sistemler çok sayıda parçanın bir araya gelmesinden oluşmaktadır. Bunlardan birinin bozulması sistemin çalışmasını olumsuz etkileyebilmektedir. Bu yüzden bir sistem karmaşık ise ve yüksek derecede güvenilir olmak zorunday-
sa, sistemi oluşturan parçalar da yüksek derecede güvenilir olmak zorundadır. Bir parçanın gerektiği yerde verimli çalışmaması, insan yaşamını, toplum güvenilirliğini tehlikeye atacak, dolayısıyla maliyeti de yüksek olacaktır.

I.1 GÜVENİLİR BİR PARÇA SAĞLAMANIN TEMEL YÖNTEMLERİ

Bu kesimde, güvenilir bir parça elde etmede kullanılan temel yöntemlerden sözedilecektir.

Güvenilir bir parça sağlamanın temel yöntemlerinden biri, iyi bir tasarımıdır. Ayrıca, tasarım gereksinimleri de-

(6) Kara, İ., *Olasılık*, Bilim ve Teknik Yayınevi, İstanbul, 1983, s. 50-51.

ğiştiğinden parçaların güvenilirlik verileri her zaman elde bulunmayabilir. Bu durumda, özel yöntemlere başvurularak ayrıntılı denemeler yapılmalıdır. Diğer bir yöntem, güvenilirliğin önceden kestirimidir. Bu yöntemde sistemi oluşturan değişik parçaların güvenilirliklerinin birleştirilmesi ve belli istatistik yöntemler kullanılarak tüm güvenilirliğin hesaplanması yoluna gidilmesidir.

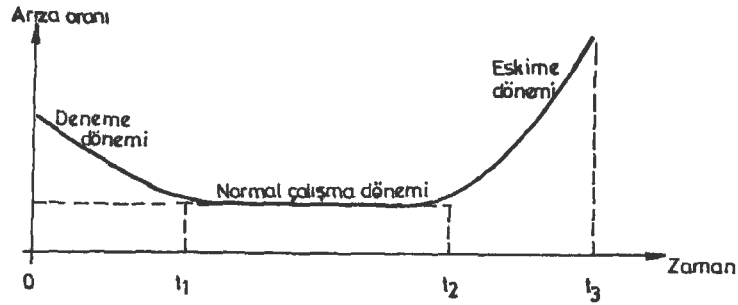
Sistemin güvenilirliğini sağlamanın diğer bir yöntemi de marjinal testleri kullanmaktır. Bu yöntemde yakın bir başarısızlık olasılığı kestirilir ve bu olasılığa bağlı olarak önceden planlanmış testler yapılır.

Sürdürülebilirlik (maintanability) kavramı, yüksek güvenilirlik elde etmede kullanılmaktadır. Eğer, parçalar değiştirilebilir ve yerleştirilebilir olursa, başarısızlıklar hatalı parçanın çalışan parçayla değiştirilmesi ile kolaylıkla giderilebilmektedir. Eğer sistem bu şekilde ise, sürdürülebilir bir sistem olmaktadır.

Güvenilirliği sağlamanın diğer bir yolu da hataların tek tek düzeltilmesidir. Şekil I.1'de gösterildiği gibi, bir sistem çalışma süresi içinde üç ayrı dönemden geçmektedir(7).

Birinci dönem, deneme dönemidir. Deneme döneminde yüksek bir başarısızlık oranı söz konusudur.

(7) Shooman, M.L., *Probabilistic Reliability : An Engineering Approach*, McGraw Hill Book Company, New York, 1968, s. 194.



ŞEKİL I.1 : Parçaların Arıza Oranlarının Zamana Bağlı Olarak Değişim Grafiği.

İkinci dönem, sistemin normal çalışma dönemidir. Normal çalışma döneminde sistem sabit başarısızlık oranına sahiptir.

Üçüncü dönem, eskime dönemidir. Eskime döneminde sistemin başarısızlığı hızla artar. Bu dönem sistemin kendisinden beklenilene yerine getiremediği bir dönemdir.

Deneme döneminde, arızalar sistemin yapısı nedeniyle fazla olacağı için, sistemin bütünü ve arızalar izlenerek, kontrol altına alınır. Gerekirse, sistem uzun bir süre çalıştırılarak ilk arızaların ortaya çıkış süresi hızlandırılır.

Başarısızlıkları yok etmenin diğer bir yöntemi dayanıklılık testidir. Bu yöntemde, sistemin normal çalışma koşullarının üstünde çalışma koşulları uygulandığında başarısız olacağı varsayımından hareket ederek dayanıklılığı belirlenmektedir. Tanımlanan bir diğer güvenilirlik yöntemi

de, özel testlere dayanarak parçaların seçilmesidir. Bu yöntemin maliyeti yüksek olduğu için kullanılması güç olmaktadır.

1.2 SİSTEMLERİN YAPI MODELLERİNE GÖRE GÜVENİLİRLİK FONKSİYONLARI

Bir sistemin güvenilirliği, sistemi oluşturan parçaların güvenilirliklerine ve bu parçaların birbirleriyle seri veya paralel bağlı olmalarına göre belirlenir. Bu belirlemede olasılığın çarpım ve toplam kurallarından yararlanılmaktadır (8).

Herhangi bir sistemin güvenilirlik fonksiyonu arızalara ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu ya da arıza oranına ilişkin modellerden yararlanarak tanımlanabilir.

(a) Olasılık yoğunluk fonksiyonu yardımıyla güvenilirlik fonksiyonunun belirlenmesi:

Bir sistemdeki herhangi bir parçanın arızalanma zamanı olan (t) rassal değişken olarak tanımlandığında, $f(t)$ parçadaki arızaların ortaya çıkış zamanlarının olasılık yoğunluk fonksiyonu olarak verilecektir. Bu fonksiyondan yararlanıldığında, birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu;

(8) Yüzügüllü, N., *Bakım Planlamasının Boyutları ve Planlama İçin Modeller*, Anadolu Üniversitesi Yayınları, Eskişehir, 1984, s. 23.

$$P(t \leq t) = F(t)$$

ya da

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt$$

şeklinde verilebilir.

Güvenilirlik bir sistemin arıza yapmama olasılığı olduğu için,

$$R(t) = 1 - F(t)$$

şeklinde tanımlanacaktır.

(b) Arıza oranına ilişkin modeller yardımıyla güvenilirlik fonksiyonunun belirlenmesi:

Bir sistemde arıza oranına ilişkin model $z(t)$ ile tanımlandığında, olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(t) = z(t) e^{-\int z(t)dt}$$

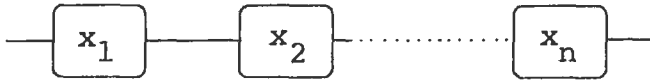
şeklinde verilecektir. Buradan da güvenilirlik fonksiyonuna geçiş yapılabilecektir.

Her iki halde de güvenilirlik fonksiyonunun bulunması sistemin şekline bağlıdır.

I.2.1 Seri Sistemler ve Bunların Güvenilirlik Fonksiyonları

Seri bir sistemin işlerliğini sürdürebilmesi, sistemi oluşturan tüm parçaların arıza yapmamasına bağlıdır.

Bir seri sistem Şekil I.2'de gösterilmiştir.



ŞEKİL I.2 : Seri Bir Sistemin Gösterimi.

n birimden oluşan bir seri sistemde, x sistemi oluşturan parçaların arıza yapmama sayıları ve birimler birbirinden bağımsız ise,

$$x = x_1 \cap x_2 \dots \cap x_n$$

ifadesi yazılabilir. Buna bağlı olarak x olayının ortaya çıkma olasılığı,

$$P(x) = P(x_1 \cap x_2 \dots \cap x_n)$$

ifadesinden yararlanılarak bulunabilir. Aynı ifade koşullu olasılık tanımından yararlanılarak,

$$P(x) = P(x_1/x_2 \cap x_3 \dots \cap x_n)P(x_2 \cap x_3 \dots \cap x_n)$$

şeklinde de yazılabilir.

Bir sistemin arıza yapmama olasılığı, güvenilirliği verdiği ve n birimin de birbirinden bağımsız olduğu varsayıldığından, güvenilirlik fonksiyonu;

$$R(t) = P(x_1) P(x_2) \dots P(x_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i)$$

eşitliğiyle bulunur.

Aşağıda seri sistemlerde karşılaşılan bazı güvenilirlik fonksiyonlarından söz edilecektir (9).

(a) Sistemde her birim, λ ile gösterilen sabit arıza olasılığına sahipse, model $e^{-\lambda_i t}$ fonksiyonuna uyduğu için, güvenilirlik fonksiyonu,

$$R(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i t} = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \lambda_i t\right)$$

şeklinde olacaktır.

(b) Sistemde bileşenler doğrusal artan arızaya sahipse, arıza sayısı için uygun model $z_i(t) = K_i t$ olur. Güvenilirlik fonksiyonu;

$$R(t) = \prod_{i=1}^n e^{-K_i t^2/2} = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \frac{K_i t^2}{2}\right)$$

olacaktır.

(c) Sistemde, p bileşen sabit, $(n - p)$ bileşen doğrusal artan arıza gösteriyorsa, güvenilirlik fonksiyonu,

$$R(t) = \left(\prod_{i=1}^p e^{-\lambda_i t} \right) \left(\prod_{i=p+1}^n e^{-K_i t^2/2} \right)$$

ya da

$$R(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^p \lambda_i t\right) \exp\left(-\sum_{i=p+1}^n \frac{K_i t^2}{2}\right)$$

(9) Bu kesimde açıklanan modeller için geniş ölçüde, (Shooman, M.L., A.g.k., s. 203-208.)'den yararlanılmıştır.

denklemleriyle gösterilir.

(d) Bazı durumlarda tek bir basit bileşik formül bulunamaz. Örneğin, her bileşenin arıza dağılımının iki parametrelili bir olasılık dağılım fonksiyonu olan Weibull dağılımına uyduğu varsayılır ise, arızalara ilişkin model;

$$z(t) = K_i t^{m_i}$$

olur. Burada m_i dağılımın şeklini belirleyen bir parametre, K_i ise oran değişimi belirleyen diğer bir parametredir.

(e) Her bileşen için K ve m farklı ise güvenilirlik fonksiyonu:

$$R(t) = \prod_{i=1}^n \exp \left(- \frac{K_i t^{m_i+1}}{m_i + 1} \right)$$

ya da

$$R(t) = \exp \left(- \sum_{i=1}^n \frac{K_i t^{m_i+1}}{m_i + 1} \right)$$

denklemleri ile verilir.

(f) Arıza sayıları bir polinoma uygun şekilde değişiyorsa, $z_i(t)$ ve $\sum_{i=1}^n z_i(t)$ 'ler de polinomdur. Bu durumda ve-

rilen bir t_j zamanı için $\sum_{i=1}^n z_i(t_j)$ polinom değeri ve buna

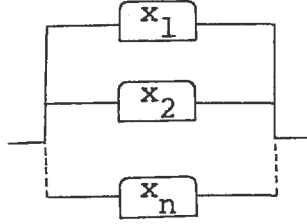
bağlı olan güvenilirlik fonksiyonu;

$$R(t) = \prod_{i=1}^n e^{-z_i(t)} = \exp \left(- \sum_{i=1}^n z_i(t) \right)$$

denklemleri ile bulunmaktadır.

I.2.2 Paralel Sistemler ve Bunların Güvenilirlik Fonksiyonları

Bir sistemdeki tüm parçaların arıza yapması halinde sistem kendisinden beklenileni yerine getiremiyorsa, bu sistemlere paralel sistemler denir. Başka bir deyimle, paralel sistemlerde sistemdeki bir parçanın arıza yapması sistemin çalışmasını etkilemeyecektir. Paralel bir sistem Şekil I.3'de gösterilmiştir.



ŞEKİL I.3 : Paralel Bir Sistemin Gösterimi.

Paralel sistemlerde güvenilirlik fonksiyonu olasılığın toplam kuralından yararlanarak,

$$R(t) = P(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

ya da

$$R(t) = 1 - P(\bar{x}_1 \bar{x}_2 \dots \bar{x}_n)$$

şeklinde gösterilir.

Paralel sistemlerde karşılaşılan bazı güvenilirlik fonksiyonları aşağıda verilmiştir.

(a) Sistemde belirli bir zaman aralığı içinde, sabit arıza sözkonusu ise, arıza fonksiyonu,

$$P(\bar{x}_i) = 1 - e^{-\lambda_i t}$$

olur. Böylece sistemin güvenilirlik fonksiyonu,

$$R(t) = 1 - \left[\prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t}) \right]$$

şeklinde olacaktır.

(b) Sistem doğrusal artan arızaya sahipse, güvenilirlik fonksiyonu;

$$R(t) = 1 - \left[\prod_{i=1}^n (1 - e^{-K_i t^2/2}) \right]$$

olacaktır.

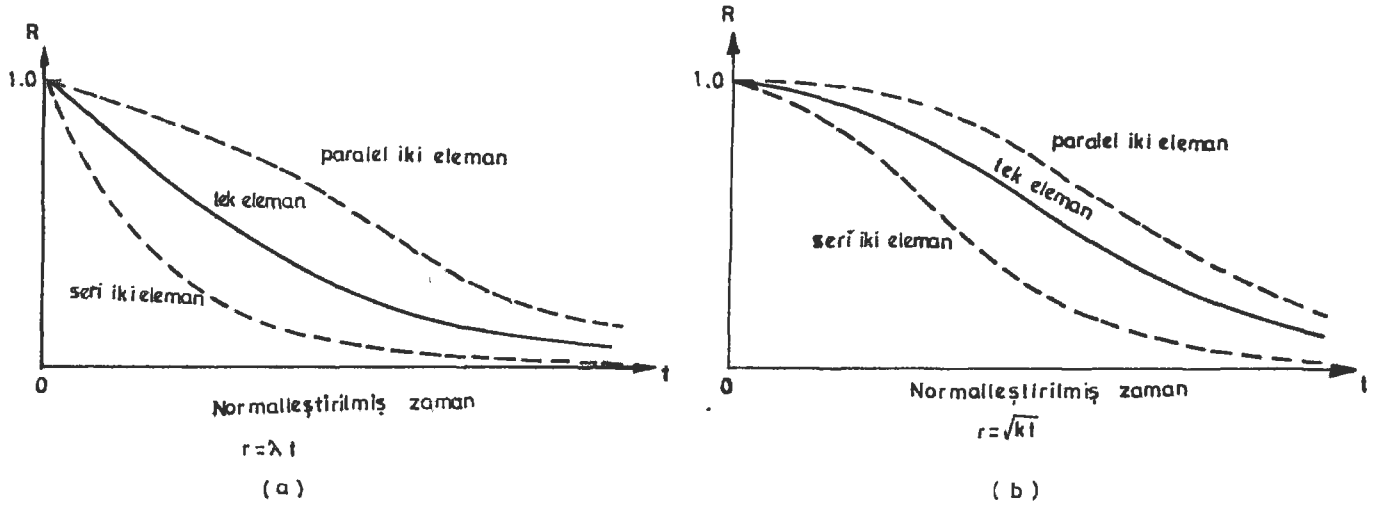
(c) Paralel bir sistem için genel olarak bir güvenilirlik fonksiyonu,

$$R(t) = 1 - \left[\prod_{i=1}^n (1 - e^{-z_i(t)}) \right]$$

şeklinde verilebilir.

Güvenilirlik fonksiyonlarının karşılaştırılması Şekil

I.4'de gösterilmiştir (10).



ŞEKİL I.4 : Güvenilirlik Fonksiyonlarının

Karşılaştırılması.

(a) Sabit Arıza Elemanları

(b) Doğrusal Artan Arıza Elemanları

Bir sistemde, bileşenlerin güvenilirlikleri hakkında elde bilgi olmasına karşın, bileşim nitelikleri bilinmiyor ise, seri ve paralel varsayımları, sınırlar olarak kullanılabilir.

I.2.3 Karma Sistemlerin Güvenilirlik Fonksiyonları

Uygulamalarda bütünüyle seri ya da paralel olan sistemlerle karşılaşılabilir. Sistemlerin çoğu, seri ve

(10) Shooman, M.L., A.g.k., s. 208.

paralel olarak bağlanmış parçalardan oluşabilir. İki tür olarak karşımıza çıkmakta olan bu sistemler, yedeklemesiz ve yedeklemeli karma sistemlerdir (11). Çalışmamızda karma sistemler hakkında fazla bilgiye gerek görülmemiştir.

I.3 GÜVENİLİRLİKTE BÜYÜME KAVRAMI

Bir sistemde "*güvenilirlik büyüme kavramı*" ile ilgilenilmesindeki temel neden; sistemin var olan güvenilirlik kestiriminin ve onun belirli bir zamana kadar olan büyüme hızının bulunarak, büyüme eğrisinin gelecek için genişletilip genişletilemeyeceği ya da ileriye dönük kestiriminin yapıp yapılamayacağıdır. Güvenilirlik büyüme hızının ve dolayısıyla güvenilirlik büyüme eğrisinin belirlenmesi halinde güvenilirliğin gelecekteki düzeyi kestirilebilir.

Sistemin geleceğine ilişkin kararların daha somut yapılabilmesi için, ne tür büyüme modelinin daha uygun olabileceği ve nedenlerinin araştırılması gerekir. Böylece bir sistemin güvenilirliğinin artması deneylerin sayısı, maliyet, tasarımın gözden geçirilmesi, insangücü uygulaması, tasarım değişikliklerinin türü ve sayısı gibi etkenlere ek olarak diğer bazı etkenlerle de belirlenebilir (12).

(11) Yüzügüllü, N., A.g.k., s. 26.

(12) Lloyd, D.K., Lipow, M., *Reliability: Management, Methods, and Mathematics*, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1964, s. 330-331.

Sonuç olarak, yukarıdaki etkenlerin uygun ve yerinde kullanılması, karar vericilerin gelecek programlar için daha etkin davranmalarını sağlayabilecektir. Ayrıca, zamana ve maliyete bağlı olarak sistemin gelişiminin (azalan verimin) hangi zamanda ve hangi güvenilirlikte olacağını ortaya çıkarabilmek önemli olmaktadır.

Genelde, sürekli olarak değişiklikler geçiren karmaşık sistemlerle ilgilenilmektedir. Buna bağlı olarak, bu tür sistemlerde güvenilirlik noktaları çeşitli değerler göstermektedir. Bu değerler deney sonuçlarının istatistik rassal değişimlerine ve güvenilirlik etkinliklerine bağlıdır. Aşağıda güvenilirlik büyüme eğrilerinden söz edilecektir.

I.3.1 Güvenilirlik Büyüme Eğrileri

Bir üretim sürecinde, güvenilirlikteki gelişmeler, büyüme eğrileri, sürdürülebilirlik, sağlanabilirlik ve üretimin güvenilirlik kontrolünü içermektedir (13). Aşağıda bu çalışmanın içeriğinde yer alan güvenilirlik büyüme eğrileri anlatılacaktır.

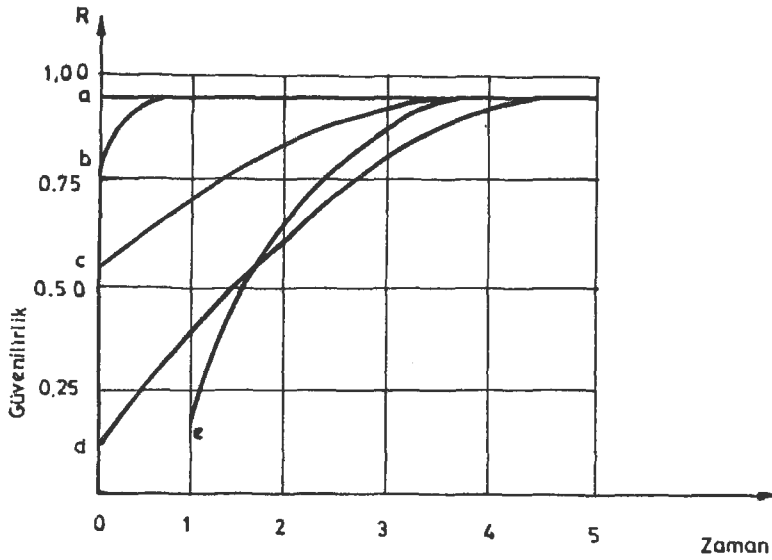
Güvenilirlik büyüme eğrileri, sistemdeki parçaların güvenilirliklerinin eldeki bilgilerinden, bilinmeyenleri ya da aradeğeri bulmaktır (14). Büyüme eğrilerinin bulunmasında

(13) Society of Automotive Engineers : *Reliability Control In Aerospace Equipment Development*, Technical Progress Series, Volume 4, New York, 1963, s. 53.

(14) Society Automotive Engineers, A.g.k., s. 53.

yöneticilerin kişisel yetenekleri ve çevre de etkili olmaktadır.

Güvenilirlik büyüme eğrilerinde yatay eksen, yapılan deneylerin sayısı, parça üretim sayısı ya da diğer uygun bir ölçütü, dikey eksen ise, güvenilirlik ölçümü gösterilmektedir. Beş yıllık gelişme aralığını içeren eğriler Şekil I.5'de gösterilmiştir. (15).



ŞEKİL I.5 : (a) Kendi donanımı dışında
 (b) Yeni tasarlanmış parça sayısı
 (c) Yeni tasarlanmış mekanik parça
 (d) Mekanik sistem için gösterilen eğri
 (e) Yeni ve daha karmaşık d'ye benzer
 sistem için kestirilmiş eğri

(15) Society Automotive Engineers, A.g.k., s. 53.

1.3.2 Güvenilirlikte Büyümenin Bileşenleri

Bir sistemde başarısızlık çeşitli şekillerde sınıflandırılabilir (16). Başarısızlık ya gizlidir ya da nedeni saptanabilir. Gizli olan başarısızlıklar tasarım değişikliği ile yok edilemezler. Sistemin ve çevre koşullarının kesişmelerinden ortaya çıkabilmektedir. Tasarım değişikliği ya da diğer bazı etkinliklerle yok edilen başarısızlıklar saptanabilen başarısızlıklardır.

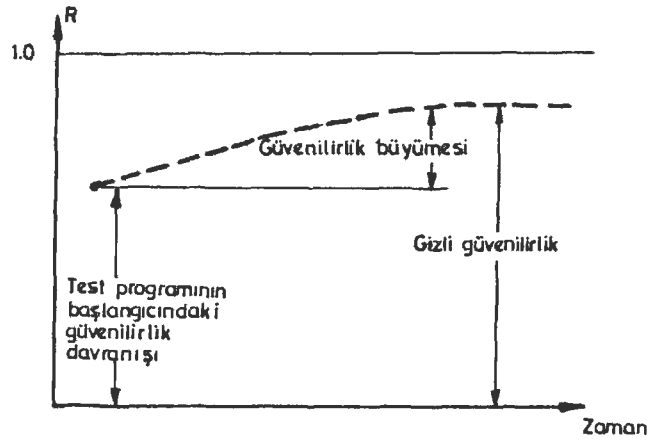
Başarısızlıkların belirlenebilmesi, parçanın değiştirilmesi, kalite kontrol yönteminin güçlendirilmesi ya da doğru olup olmadığı, yöntemin değiştirilmesi etkinliklerini içermektedir. Ayrıca, başarısızlıkların belirlenebilmesi nedeninin oluşumu şansa da bağlıdır. Bu şans çevrenin değişimi ve diğer durumların bileşiminden de oluşabilmektedir. Bu tür başarısızlıkların nedenlerini yok edebilmek için, her denemeden sonra yapılan uygun düzeltme etkinlikleri önerilmektedir.

Gizli başarısızlıklar ise, tanımından ve sistemin gizli bir karakteristiği olduğundan hiç bir zaman yok edilemez. Örneğin, uçuş deneme programlarının ana amaçlarından biri, sistemin doğru çalışma ortamının ortaya çıkartılması ve yer deneme programlarında, yok edilemeyen belirlenebilir başarısızlık nedenlerinin azaltılmasıdır. Birbirini izleyen dene-

(16) Wolman, W., "Problem In System Reliability Analysis", *Statistical Theory Of Reliability*, The University Of Wisconsin Press, Second Printing, Wisconsin, 1964, s. 149-150.

melerde başarısızlık nedenlerinin yok edilmesiyle, sistemde denemeler sırasında güvenilirlik büyümesi için bir temel sağlanacaktır.

Doğal olarak, gerekli tasarım ya da yöntem değişiklikleri yapılırken, yeni başarısızlıkların oluşmayacağı varsayılmıştır. Güvenilirlikte büyümenin bileşenleri Şekil I.6'da gösterilmiştir (17).



ŞEKİL I.6 : Güvenilirlikte Büyümenin Bileşenleri

Burada amaç, önce açıklananların analitik olarak ifade edilmesi olmaktadır. Ancak, hiç bir model bu karmaşık ilişkileri ve nedenleri ile karmaşık sistemin etki durumlarını tam olarak açıklayamaz.

I.4 GÜVENİLİRLİKTE BÜYÜME MODELLERİ

Bir sistemin güvenilirlik gereksinimleri kestimleri veya değerlendirmesi için, bir güvenilirlik büyüme

(17) Wolman, W., A.g.k., s. 150.

modeli gerekmektedir. Çoğu güvenilirlik büyüme modeli, sistemin içinde bulunduğu zamandaki güvenilirliğin anlamlı olup olmadığını ve güvenilirliğin niceliğinin gelecekteki gelişme süresinin ne olacağı, amaçlarını içermektedir. Güvenilirlik programının etkin olarak uygulanabilmesi, güvenilirlik büyüme modeli aracılığı ile nicel olarak sağlanabilir.

Güvenilirlik büyüme modellerinin uygulamaları; belirlenmiş güvenilirlik amaçlarının başarılı olup olmadığının kestirimi, güvenilirlik etkinlikleriyle, güvenilirlik değişimlerinin korelasyonu, güvenilirlik çözümlemeleri için parametre girdileri ya da dağılımlarının sağlanması, bakım ve insangücü kullanımına ilişkin planlamalar, ömür, maliyet analizlerinin yapılması şeklinde verilebilir.

Güvenilirlikte büyüme kavramı, kuramsal olmayıp rekabetle ilgili faktörler, düzeltme eylemi, yönetim, güvenilirlik stokunun sağlanması, başlangıç güvenilirlik düzeyi ve güvenilirlik gereksinimleri ile ilişkilidir.

İzleyen kesimlerde büyüme modellerinin üç şekli açıklanmıştır.

I.4.1 Arızalar Arası Ortalama Zaman Büyüme Modelleri (AAOZ)

Pratik açıdan, bir aracın arıza yapmadan çalışabileceği zaman kullanıcıyı öncelikle ilgilendirmektedir. Arıza yapması halinde tamir edilip tekrar hizmete alınan sistemlerde iki arıza arasındaki zaman (AAZ) olarak tanımlanan

bu değerin değışimi güvenilirliğı belirlemektedir. AAOZ'ın ilgili parametre olarak alındığı bu bölümde, güvenilirlik büyümesinin sürekli olduğu varsayılarak, AAOZ büyüme modelleri açıklanmaya çalışılacaktır (18).

I.4.1.1 . DUANE Model

Duane, gözlenen birikimli AAOZ'nın logaritmasının doğrusal bir fonksiyonu olduğunu 1962'de göstermiştir (19). Duane'ın büyüme modeli:

$$\ln\theta(0,t) = a + blnt \quad \dots(1)$$

denklemleri olmaktadır. Burada, $\theta(0,t)$; $(0,t)$ periyodunda gözlenen birikimli AAOZ'dır. Denklem (1) logaritmik olmayan şekli ile yazılırsa;

$$\theta(0,t) = e^{a+bt} \quad , \quad a > 0 \quad \dots(2)$$

olacaktır.

Modelde büyümenin pozitif olabilmesi için, büyüme faktörü olan (b) 'nin pozitif olması gerekir. Çünkü,

(18) Bu kesimde açıklanan modeller için geniş ölçüde, (Balaban, H.S., "Reliability Growth Models", *Journal of Enviromental Sciences*, Arınc Research Corporation, Jan/Feb, 1978, s. 11-18)'den yararlanılmıştır.

(19) Balaban, H.S., A.g.k., s. 12.

$$\theta(0,t) = \frac{t}{E[r(0,t)]} \quad \dots (3)$$

denklemini yazılabilir. Bu denklemde, $E[r(0,t)]$, $(0,t)$ periyodunda, başarısızlıkların beklenen sayısı olmaktadır. Denklem (2) ve (3)'den;

$$E[r(0,t)] = \frac{t^{1-b}}{e^a} \quad \dots (4)$$

denklemini bulunur.

Burada güvenilirlik büyümesinin ilgilendiği alan anlık AAOZ'dır. AAOZ anlık başarısızlık oranı ile karşılıklı olarak tanımlanmıştır. Bu tanımdan yararlanarak yukarıda verilen denklem (4),

$$\theta(t) = \left[\frac{dE[r(0,t)]}{dt} \right]^{-1} \quad \dots (5)$$

şeklinde gösterilebilir.

Yukarıdaki denklemlerde, $\beta = 1 - b$ ve $e^a = \frac{1}{\alpha}$ alınarak,

$$\theta(t) = \frac{t^{1-\beta}}{\alpha\beta} \quad \dots (6)$$

denklemini yazılabilir. Ani başarısızlık oranı olan, $r(t)$ ise;

$$r(t) = \alpha\beta t^{\beta-1} \quad \dots (7)$$

denklemini ile verilebilir.

Bu modelde parametre kestirimleri, en yüksek olabilirlik (maximum likelihood estimator) yöntemi ya da en küçük kareler yöntemiyle yapılabilir.

I.4.1.2 IBM Model

Bu model aşağıdaki varsayımlar altında geliştirilmiş diferansiyel denklem tabanına göre kurulmuştur.

(a) Başarısızlık, λ sabit oranıyla oluşan rassal başarısızlıklar ve üretim veya tasarım kusurlarına dayanan, rassal olmayan başarısızlıklar olarak iki şekilde karşımıza çıkmaktadır. Rassal olmayan başarısızlıkların sayısı deney başlangıcında bilinmez ve sabit varsayılacaktır.

(b) t zamanında geriye kalan rassal olmayan başarısızlıkların sayısı $N(t)$ ise, $N(t)$ değişme oranı ile orantılıdır. Böylece model,

$$\frac{dN(t)}{dt} = -K_2 N(t) \quad \dots (8)$$

denklemleri ile verilir. Denklem (8) aşağıdaki şekle getirilerek,

$$N(t) = K_1 e^{-K_2 t} \quad , \quad t, K_1, K_2 > 0 \quad \dots (9)$$

$t = 0$ 'da başarısızlık sayısı olan K_1 , denklem (9) aracılığı ile bulunabilir. t zamanına kadar olan birikimli başarısızlık sayısı ise,

$$V(t) = \lambda t + K_1 - N(t)$$

veya

$$V(t) = \lambda t + K_1 (1 - e^{-K_2 t}) \quad \dots(10)$$

denklemini ile bulunabilir. Böylece AAOZ :

$$\theta(0,t) = t / [\lambda t + K_1 (1 - e^{-K_2 t})] \quad \dots(11)$$

denkleminde yararlanılarak belirlenebilir.

IBM modelinde, rassal olmayan başarısızlıkların yüzdesi olan q değişebilir. Bu durum aşağıdaki denklem ile gösterilebilir.

$$q = 1 - e^{-K_2 t} \quad \dots(12)$$

Verilen modelde, λ , K_1 , K_2 parametreleri en küçük kareler yöntemiyle yararlanılarak ardıştırmalı olarak bulunabilir.

I.4.1.3 ARINC Araştırma Modeli

$\theta(0,t)$: $(0,t)$ zaman aralığında birikimli
AAOZ

$G(t)$: Büyüme fonksiyonu

θ_0 : Sıfır zamanında başlangıç AAOZ olması durumunda model;

$$\theta(0,t) = G(t)\theta_0$$

denklemleri ile verilmektedir. Büyüme fonksiyonu, $G(t)$;

$$G(t) = c - (c - 1)e^{-\alpha t^\beta}$$

denklemleriyle verilir. Burada c sabit olup, en büyük büyüme faktörüdür.

$$e^{-\alpha t^\beta} = \frac{c - G(t)}{c - 1}$$

Denklemleri, doğrusal forma getirilirse,

$$\ln \ln \left[\frac{c - 1}{c - G(t)} \right] = \ln \alpha + \beta \ln t, \quad \alpha > 0$$

elde olunur.

Bu modelde, büyüme verilerini AAOZ'na uygulamak için, aşağıdaki adımlardan geçilmesi gerekmektedir:

(a) θ_0 'ın kestirimi için ilk uygulanabilir veri noktası alınır.

(b) Gözlenen her bir periyotta, t başlangıç veri noktasından itibaren alınan birikimli saatler olmak üzere, aşağıdaki fonksiyon aracılığı ile hesaplanır.

$$G(t) = \frac{\theta(0, t)}{\theta_0}$$

(c) Enbüyük büyüme faktörü olan c için bir değer seçilir ve,

$$\ln \ln \left[\frac{c - 1}{c - G(t)} \right] = \ln \alpha + \beta \ln t$$

denkleminde yararlanılarak α ve β parametreleri en küçük kareler yöntemiyle belirlenir.

(d) Uydurmayı geliştirmek için c değeri uygun şekilde değiştirilerek yukarıda verilen ilk üç adım tekrarlanır.

(e) Dördüncü adımın kabul edilmesiyle α ve β 'nın en küçük kareler yöntemi ile kestiriminden sonra, gelecek için büyüme fonksiyonu, aşağıdaki fonksiyon aracılığı ile belirlenebilir.

$$\hat{G}(t) = \hat{c} - (\hat{c} - 1) e^{-\hat{\alpha} t^{\hat{\beta}}}$$

I.4.1.4 Diğer AAOZ Modelleri

i) *Üstel Üs Serisi Modeli (Exponential-Power Series Model) :*

Model,

$$\theta(0,t) = K(1 - K_1 e^{-K_2 t}) \quad , \quad t > 0$$

denklemleri ile verilmektedir. Büyüme oranının monoton olarak azaldığı modelde, K en büyük AAOZ ve $K(1 - K_1)$ başlangıç AAOZ'dir. Ayrıca bu model $\beta = 1$ olduğunda, Arınc araştırma modeline karşılık gelmektedir.

ii) *AEROF Modeli*

Modelin genel şekli,

$$\theta(0,t) = K e^{-K_2/t}, \quad t > 0$$

denklemleri ile verilmektedir. Burada K en büyük AAOZ'dir.

iii) *LLOYD - LİPOW Modeli*

Model,

$$\theta(0,t) = \begin{cases} K_1 - K_2/t & , t > K_2/K_1 \\ 0 & , 0 < t < K_2/K_1 \end{cases}$$

denklemleri ile verilir. K_1 en küçük AAOZ'dir.

iv) *Basit Üstel Model*

$$\theta(0,t) = K_1 e^{K_2 t}, \quad t, K_1, K_2 > 0$$

denklemleri ile verilen modelde K_1 'in başlangıç AAOZ olmasının önerilmesine karşın, AAOZ t sonsuza giderken, üstelliği sonsuza yaklaştırdığı için, modelin yaklaşımı gerçekçi olmayabilir.

v) *AAOZ Modellerinin Karşılaştırması*

AAOZ büyüme modellerinin bazı uygulamalarından aşağıdaki gibi söz etmek uygun olacaktır;

(a) Sonsuz birikimli AAOZ'nın istenen özellik olmasına karşın, basit üstel model bu durumda uygun modeldir.

(b) Eldeki verilerin üretim sürecinden alınması halinde ve yer sistemleri için Lloyd-Lipow, Aerof ve basit üstel model uygundur.

(c) Uygun ilk başlangıç ve son değerlerin olması durumunda Arınc araştırma modeli alternatif yaklaşım sağlar. Bu esneklik modeldeki parametrelere ve başlangıç AAOZ değerine bağlıdır. Buna karşın bu modelin uydurulması diğer modellere göre daha zordur ve Duane modelinde olduğu gibi istatistik özellikleri henüz geliştirilememiştir.

I.4.2 Başarı Olasılığı Modelleri

Başarı olasılığının ilgilenilen güvenilirlik karakteristiği olarak alındığı bu bölümde, çeşitli güvenilirlik büyüme modelleri incelenecektir (20).

I.4.2.1 LLOYD - LIPOW Modeli

Bu modelde, deney programlarının planlanması için, yapılan deneylerdeki başarılı olma sayıları elde edilerek, (N durum için) her bir durumun sonuçları, gelecekteki programa eklenerek deneylerin geliştirilmesinde kullanılmıştır.

(20) Balaban, H.S., A.g.k., s. 15-17.

Modelde, R_k , deneyin k'inci durumundaki güvenilirliği, R_∞ ise, $k \rightarrow \infty$ 'a ulaştığında elde edilen son güvenilirliği vermek üzere, büyüme modeli;

$$R_k = R_\infty - \frac{\alpha}{k}$$

denklemleriyle verilebilir. Modelin parametreleri en büyük benzerlik yöntemi kullanılarak belirlenmektedir.

I.4.2.2 BONIS Modeli

R_k : k'inci deneydeki güvenilirlik

R_∞ : Son güvenilirlik

Q : Başlangıç güvenilirliği

β : Büyüme faktörü

olarak alındığında, büyüme modeli;

$$R_k = R_\infty - Q\beta^{k-1}$$

denklemleri ile verilir.

I.4.2.3 VIRENE Modeli

$R(t)$: t gelişme yaşındaki güvenilirlik

a : $t \rightarrow \infty$ olduğunda, üst güvenilirlik limiti

olarak alındığında model;

$$R(t) = ab^{c^t}, \quad 0 < b < 1, \quad 0 < c < 1$$

denklemleri ile verilir.

I.4.2.4 GROSS - KOMINS Modeli

R_k : Gelişmenin k'inci durumundaki güvenilirlik

R_∞ : Sistemin son güvenilirliği

α : 1 ve ∞ büyüme durumları arasındaki sayısal miktarı

N : Uyarılma katsayısı

olarak alındığında, büyüme modeli;

$$R_k = R_\infty - \alpha e^{-(1-k)/N}$$

denklemleri ile verilir.

I.4.3 Diğer Büyüme Modelleri

Güvenilirlik büyümesi her defasında bir tasarım değişikliğinin yapıldığı kesikli fonksiyon olarak tanımlanmaktadır. Ancak bu değişimlerin ilerlemesi tüm süreler için bilinmeyebilir ve kesikli değerlere bir eğri uydurulabilir, bu nedenle güvenilirlik büyüme eğrileri sürekli olarak tanımlanabilir.

Bir büyüme denkleminde, her denemenin sonucunda geçerli oranın uydurulan yüzdesinin başarısızlık oranını azalttığını varsayan bir büyüme modeli aşağıdaki şekilde yazılabilir (21).

$$R = e^{-k^n \lambda_0}$$

Burada, λ_0 ilk başarısızlık oranı, k tasarım değişikliği sonuçları ve her deneyden sonra geriye kalan başarısızlık oranının yüzdesi, n tasarım değişiklikleri ve deneylerin sayısıdır.

İkinci büyüme denklemi,

$$R = 1 - ae^{-bx}$$

ile verilmektedir. Burada (a) başlangıçtaki güvenilirlik noktasını, (b) büyüme oranını veren sabitler, x ise deney sayısı veya zaman olarak verilmektedir.

Üçüncü büyüme denklemi,

$$R = 1 - \frac{a}{x^n}$$

ile verilebilir. Burada a , x 'den küçük olan pozitif bir sabit, x deneylerin sayısı ya da zaman olarak alınmaktadır.

(21) Bu kesimde açıklanan modeller için geniş ölçüde, (Armstadter, B.L., *Reliability Mathematics Fundamentals Practices Procedures*, McGraw Hill Book Company, New York, 1971, s. 221-241)'den yararlanılmıştır.

Yukarıda verilen üç eğri için de güvenilirlik limiti bire yakınsamaktadır. Üç denklem için de grafik yöntemi kullanılarak, noktalara uydurulan özel parametrelerin, büyüme denklemini matematiksel olarak bulmaya çalışmaktan daha pratik olabilmektedir. Böylece gereksinim duyulan büyüme oranı da bulunabilecektir.

İ K İ N C İ B Ö L Ü M

DEMİRYOLU İŞLETMELERİNDE LOKOMOTİFLERİN BOZULMA VE TAMİR EDİLME EYLEMLERİNİN FİZİKSEL MODELİ

Bu bölümde, birinci bölümde yapılan açıklamalardan bir ölçüde farklı olarak, demiryolu işletmelerinde, lokomotiflerin bozulma ve tamir eylemleri bir fiziksel model hazına oturtmaya çalışılarak, bunların güvenilirliği ya da hizmete hazır olma büyüklükleri, bu model çerçevesinde öngörülebcektir.

Ele alınan sistemin problemlerinin farklı olması nedeniyle, birinci bölümde verilen güvenilirlik büyüme modelleri ile sisteme yaklaşılma olanağı bulunamamıştır. Bu yüzden sistemin problemlerine özgün bir model kurulacak ve model analitik olarak çözülebcektir.

II.1 PROBLEM PARAMETRELERİNİN BELİRLENMESİ

Ele alınan problemde, lokomotifler ya arızalı ya da hizmette bulunmaktadır. Buna karşın, arızalı olanların rassal olarak tamir edildikleri, hizmette olanların da rassal olarak arızalandıklarını, kolaylık sağlamak üzere varsaymaktayız.

Bozuk bir lokomotifin herhangi bir birim zaman boyunca onarılma olasılığı, geçmişten bağımsız olarak, λ olsun. t anında ki bozuk toplam lokomotif sayısı $BL(t)$ olarak tanımlansın. t anında varolan $BL(t)$ lokomotiften, t dolayındaki dt boyunca, onarılacak olanların sayısı,

$$\lambda BL(t)dt \quad \dots(1)$$

olacaktır.

Benzer şekilde, *hizmetteki bir lokomotifin, herhangi bir birim zaman boyunca bozulma olasılığı, geçmişten bağımsız olarak, μ olsun. t anında hizmetteki $HL(t)$ lokomotiften, bu an dolayındaki dt boyunca, bozulacak olanların sayısı,*

$$\mu HL(t)dt \quad \dots(2)$$

olacaktır.

$t + dt$ anında varolan, toplam bozuk lokomotif sayısı, (lokomotif arızalanınca hizmetten alınıyor, onarılınca da hizmete sokuluyor varsayılacak) denklem (1) ve (2) ile,

$$BL(t + dt) = BL(t) - \lambda BL(t)dt + \mu HL(t)dt \quad \dots(3)$$

olarak verilmektedir.

$TL(t)$, t anındaki toplam lokomotif sayısı olarak verildiğinde, t anında hizmetteki lokomotif sayısı olan $HL(t)$ ise,

$$HL(t) = TL(t) - BL(t) \quad \dots(4)$$

denklemleri ile verilecektir.

Denklem (3)'e benzer şekilde,

$$HL(t + dt) = HL(t) - \mu HL(t)dt + \lambda BL(t)dt \quad \dots(5)$$

olur.

II.1.1 Parametrelere İlişkin Diferansiyel

Denklemlerin Oluşturulması

Denklem (3) düzeyinde (çift adımlı, Taylor açılımıyla),

$$BL(t + dt) = BL(t) + \frac{dBL(t)}{dt} dt \quad \dots(6)$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemde,

$$\frac{dBL(t)}{dt} = BL(t + dt) - BL(t)$$

$$\frac{dBL(t)}{dt} = \frac{BL(t + dt)}{dt} - \frac{BL(t)}{dt}$$

$$\frac{dBL(t)}{dt} = \frac{BL(t) - \lambda BL(t)dt + \mu HL(t)dt - BL(t)}{dt}$$

işlemleri yapılırsa,

$$\frac{dBL(t)}{dt} = -\lambda BL(t) + \mu HL(t) \quad \dots(7)$$

denklemine varılacaktır.

Aynı şekilde denklem (5) düzeyinde,

$$HL(t + dt) = HL(t) + \frac{dHL(t)}{dt} dt \quad \dots(8)$$

$$\frac{dHL(t)}{dt} = -\mu HL(t) + \lambda BL(t) \quad \dots(9)$$

denklemleri elde edilir.

Şimdi,

$$F(t) = \begin{bmatrix} BL(t) \\ HL(t) \end{bmatrix} \quad \dots(10)$$

sütun matrisini ve benzer şekilde,

$$M = \begin{bmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda & -\mu \end{bmatrix} \quad \dots(11)$$

kare matrisi tanımlansın. Elde edilen bu matrislerle denklem (7) ve (9) aşağıdaki şekle getirilecektir.

$$\frac{dF(t)}{dt} = MF(t) \quad \dots(12)$$

Denklem (12)'nin integrali alınır,

$$F(t) = F_0 \exp(Mt) \quad \dots(13)$$

denklemini yazılacaktır.

*

Denklem (7) ve (9), ya da denklem (12) arasında paralellik sağlamak üzere, bu denklemleri sağ ve sol taraflarını $TL(t)$ 'ye bölelim. Bu durumda,

$$TL(t) = TL \quad \dots(14)$$

ve sabit varsayılabilir.

Lokomotifin t 'de bozuk olma olasılığı;

$$PB(t) = \frac{BL(t)}{TL} \quad \dots(15)$$

denklemini ile, t 'de hizmette olma olasılığı ise,

$$PH(t) = \frac{HL(t)}{TL} \quad \dots(16)$$

denklemleri ile verilsin.

Denklem (15) ve (16) ile, denklem (7) ve (9),

$$\frac{dPB(t)}{dt} = -\lambda PB(t) + \mu PH(t) \quad \dots(17)$$

$$\frac{dPH(t)}{dt} = -\mu PH(t) + \lambda PB(t) \quad \dots(18)$$

şekline gelecektir.

$$\rho(t) = \begin{bmatrix} PB(t) \\ PH(t) \end{bmatrix} \quad \dots(19)$$

olsun. Bu durumda denklem (17) ve (18), denklem (11) ile,

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = M\rho(t) \quad \dots(20)$$

şekline getirilecektir. Buradan, hemen görüleceği gibi,

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^2 \rho_i(t) = 0 \quad \dots(21)$$

$$\sum_{i=1}^2 \rho_i(t) = 1 \quad \dots(22)$$

olacaktır.

II.2 SİSTEME LOKOMOTİFLERİN GİRMESİ YA DA ÇIKMASI DURUMUNDA DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN OLUŞTURULMASI

Problemimizde, bir önceki bölümde açıklananların ötesinde, özel bir durum bulunmaktadır. Ele alınan sisteme lokomotiflerin katılması ya da buradan lokomotiflerin çıkartılması sözkonusu olabilmektedir.

Sistemimiz ya da bölgemiz dışındaki lokomotiflerin sayısı, t anında $DL(t)$ olsun. Bunlardan, birim zaman boyunca bölgemize katılanların sayısı $\lambda^*DL(t)$. Bölgemizden aynı zaman sürecinde "*depoya*" gidenlerin sayısı $\mu^*HL(t)$ olsun. Burada λ^* , depodaki bir lokomotifin bir birim zaman boyunca bölgemize katılma olasılığı, μ^* ise bölgemizdeki bir lokomotifin bir birim zaman boyunca depoya gitme olasılığıdır.

Bu durumda denklem (9),

$$\frac{dHL(t)}{dt} = -(\mu + \mu^*)HL(t) + \lambda BL(t) + \lambda^*DL(t) \dots (23)$$

şekline gelecektir. $DL(t)$ ise öte yandan,

$$\frac{dDL(t)}{dt} = \mu^*HL(t) - \lambda^*DL(t) \dots (24)$$

diferansiyel denklemiyle verilecektir. Böylece denklem (12),

$$\frac{dF^*(t)}{dt} = M^*F^*(t) \dots (25)$$

şekline dönüştürülecektir. Bunun yanısıra,

$$F(t)^* = \begin{bmatrix} BL(t) \\ HL(t) \\ DL(t) \end{bmatrix} \quad \dots (26)$$

$$M^* = \begin{bmatrix} -\lambda & \mu & 0 \\ \lambda & -(\mu + \mu^*) & \lambda^* \\ 0 & \mu^* & -\lambda^* \end{bmatrix} \quad \dots (27)$$

matrisleri oluşturulabilir.

Denklem (25)'in çözümü, denklem (12)'nin çözümü benzeri olarak (denklem(13)),

$$F^*(t) = F_0^* \exp(M^*t) \quad \dots (28)$$

yazılacaktır. Buradan, $F^*(t)$ vektörü, ya da $BL(t)$, $DL(t)$ ve $HL(t)$ bulunacaktır.

II.3 λ VE μ 'NÜN BELİRLENMESİ

$A(t)$, hizmete hazır olma olasılığı olarak tanımlanırsa, $A(t)$, aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$A(t) = \frac{HL(t)}{TL(t)} \quad \dots (29)$$

Denklem (14)'den yararlanarak, yani TL sabitse, ve $HL(t)$ 'de denklem (13) aracılığı ile belirlenmekte ise, o za-

man $A(t)$:

$$A(t) = A_0 (\lambda + \mu)^{-1} [\lambda + \mu e^{-(\lambda + \mu)t_k}] \quad \dots (30)$$

denklemleriyle belirlenebilir. Burada, λ ve μ sabit olarak alınmıştır. Denklem (30)'un nasıl bulunduğu daha sonra verilecektir.

Bu arada aşağıdaki açıklamayı yapmak durumundayız. Eğer, sistemde tamir sözkonusu değil ise,

$$\lambda = 0 \quad \dots (31)$$

O takdirde güvenilirlik, $R(t)$ tanım olarak şu şekilde verilecektir.

$$R(t) = A(t) \quad \dots (32)$$

ya da

$$R(t) = A_0 e^{-\mu t} \quad \dots (33)$$

* *

*

Parametrelerin belirlenmesinde, bir ilk yaklaşım olarak TL'yi, λ ve μ 'yü de sabit alalım. Bu durumda problemi-miz, λ ve μ 'yü saptamak olacaktır.

Kuramsal olarak "hizmete hazır olma olasılığı", $A_k(t)$, denklem (30) aracılığıyla bilinmektedir. Pratikteki $A(t)$ büyüklüğü $A_p(t)$ ise, denklem (29) aracılığıyla bilinmektedir.

t_k ayında, $A_k(t_k)$ ile $A_p(t_k)$ arasında

$$E(t_k) = A_k(t_k) - A_p(t_k) \quad \dots(34)$$

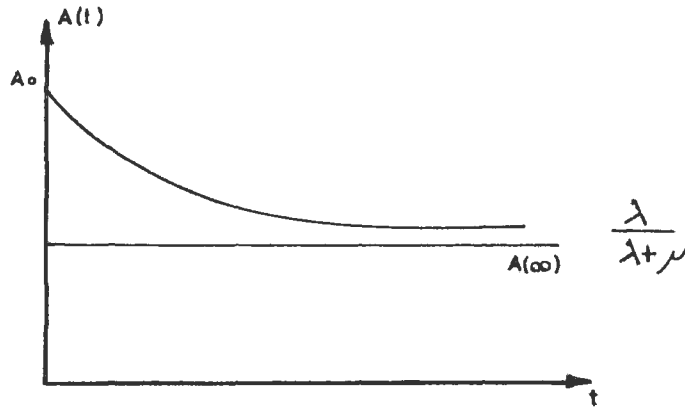
gibi bir hata bulunacaktır.

λ ve μ denklem (34) ve (30) aracılığıyla yazılırsa:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda, \partial \mu} \sum_{k=1}^k |A_0(\lambda+\mu)^{-1} [\lambda+\mu e^{-(\lambda+\mu)t_k}] - A_p(t_k)| = 0 \quad \dots(35)$$

denklem sisteminden λ ve μ belirlenebilir.

$A_k(t)$, Şekil II.3'deki gibi çizilirse, o zaman $A(\infty)$ ' un ne olduğunu belirleyebileceğiz.



ŞEKİL II.1 : Lokomotiflerde Hizmete Hazır Olmanın Zamana Bağlı Olarak Değişimi.

Ancak burada A_p 'ye ilişkin veriler bulunamadığından sayısal çözümleme yapılamamıştır.

λ ve μ 'nün belirlenmesinde ikinci bir yaklaşım olarak

aşağıdaki yol izlenecektir.

Denklem (7)'den $\mu HL(t)$ 'yi yazarsak:

$$\mu HL(t) = \frac{dBL(t)}{dt} + \lambda BL(t) \quad \dots (36)$$

Bu ifade denklem (9)'da kullanılacaktır.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{dBL(t)}{dt} + \lambda BL(t) \right] = -\mu \left[\frac{dBL(t)}{dt} + \lambda BL(t) \right] + \lambda \mu BL(t) \quad \dots (37)$$

denklem (37)

$$\frac{d^2 BL(t)}{dt^2} + (\lambda + \mu) \frac{dBL(t)}{dt} = 0 \quad \dots (38)$$

şeklinde yazılsın.

$$\frac{dBL(t)}{dt} + (\lambda + \mu) BL(t) = c_1 \quad \dots (39)$$

denklem (39) sağ tarafsız:

$$\frac{dBL(t)}{dt} + (\lambda + \mu) BL(t) = 0$$

bu denklemden $BL(t)$ yazılır ise,

$$BL(t) = c_2 e^{-(\lambda + \mu)t} \quad \dots (40)$$

denklemini elde edilir. Denklem (40)'dan, "Sabitin Değişimi Yöntemi" ile c_2' 'yi,

$$\frac{dBL(t)}{dt} = -c_2(\lambda+\mu)e^{-(\lambda+\mu)t} + c_2' e^{-(\lambda+\mu)t}$$

şeklinde belirlemek mümkündür.

Bu ifade denklem (39)'da yerine koyulur ise,

$$-c_2(\lambda+\mu)e^{-(\lambda+\mu)t} + c_2' e^{-(\lambda+\mu)t} + (\lambda+\mu)c_2 e^{-(\lambda+\mu)t} = c_1$$

bu denklemden c_2' yazılacak olursa,

$$c_2' = c_1 e^{(\lambda+\mu)t}$$

elde edilir. Bu denklemden c_2' 'yi çekelim,

$$c_2 = \frac{c_1}{\lambda + \mu} e^{(\lambda+\mu)t} + c_3 \quad \dots(41)$$

ve bu ifadeyi denklem (40)'a taşıyalım.

$$BL(t) = \frac{c_1}{\lambda + \mu} + c_3 e^{-(\lambda+\mu)t} \quad \dots(42)$$

$$t = 0, BL(t) = 0, HL(0) = HL(0) \quad \dots(43)$$

koşulları altında:

$$\frac{c_1}{\lambda + \mu} + c_3 = 0 \quad \dots(44)$$

elde edilir. Denklem (42)'den:

$$\frac{dBL(t)}{dt} = -c_3(\lambda+\mu) e^{-(\lambda+\mu)t} \quad \dots(45)$$

yazılır.

Denklem (45) ve (42) ile, denklem (36)'ya girilir i-se,

$$\mu HL(t) = -c_3(\lambda+\mu)e^{-(\lambda+\mu)t} + \lambda \left[\frac{c_1}{\lambda + \mu} + c_3 e^{-(\lambda+\mu)t} \right] \quad \dots(46)$$

denklemine varılacaktır.

$t = 0$ olması durumunda,

$$\mu HL(0) = -c_3(\lambda+\mu) + \lambda \left(\frac{c_1}{\lambda + \mu} + c_3 \right)$$

ya da

$$\mu HL(0) = \frac{\lambda c_1}{\lambda + \mu} - \mu c_3 \quad \dots(47)$$

denklemini elde edilir.

Denklem (44) ve (47)'den c_1 ve c_3 'ü bulabiliriz. Denklem (46)'ya tekrar dönülürse:

$$\mu HL(t) = \frac{\lambda c_1}{\lambda + \mu} - \mu c_3 e^{-(\lambda+\mu)t} \quad \dots(48)$$

denklemine varılır.

Bu arada denklem (30)'un nasıl bulunacağını verelim.

Denklem (44)'den c_1 'i çekersek,

$$c_1 = -c_3(\lambda + \mu)$$

elde edilir. Bu değer denklem (47)'de yerine yazılırsa,

$$\mu HL(0) = -c_3(\lambda + \mu)$$

denklemine varılacaktır. Bu denklemden c_3 'ü çekersek,

$$c_3 = - \frac{\mu HL(0)}{\lambda + \mu}$$

olur. Bu değer c_1 'de yerine yazılırsa,

$$c_1 = \mu HL(0)$$

olur. c_1 ve c_3 'ün bu değerleri denklem (48)'de yerine koyulursa,

$$\mu HL(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \mu HL(0) + \mu \frac{\mu HL(0)}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}$$

$$\frac{HL(t)}{HL(0)} = \frac{1}{\lambda + \mu} (\lambda + \mu e^{-(\lambda + \mu)t})$$

$$A(t) = (\lambda + \mu)^{-1} (\lambda + \mu e^{-(\lambda + \mu)t})$$

denklemini elde edilecektir.

Denklem (48)'den :

$$\frac{\partial}{\partial \lambda, \partial \mu} \sum_{k=1}^k (\mu H_L(t) - VI_k) = 0 \quad \dots (49)$$

veya

$$\frac{\partial}{\partial \lambda, \partial \mu} \sum_{k=1}^k \left(\frac{\lambda c_1}{\lambda + \mu} - \mu c_3 e^{-(\lambda + \mu)t_k} - VI_k \right) \quad \dots (50)$$

denklemini yazılır.

Denklem (50) aracılığıyla λ ve μ parametreleri bulunabilir (λ ve μ (ay)⁻¹ birimindedir). Burada VI_k Tablo III.1'de verilen ve ay bazındaki bozuk lokomotif sayısıdır.

II.4 PARAMETRE ÇİFTİNİN BİRDEN FAZLA OLMASI DURUMUNDA ÖNERİLEN YAKLAŞIM MODELİ

Hizmetteki bir lokomotifin, herhangi bir birim zaman boyunca bozulma olasılığı olan μ 'yi mekanistik bir özelliğe ilişkin olduğu için, sabit tutmakla birlikte, λ 'yı değişken varsayabiliriz. Bu durumda "işlerin iyiye gitmesi" bakımı gevşetebilir ve λ geçici de olsa düşebilir.

Böylece, işler bu nedenle kötüye gitmeye koyulduğunda, tamirat faaliyeti etkinleştirilmek zorunda kalınabilir.

Bozuk bir lokomotifin herhangi bir birim zaman boyunca onarılma olasılığı olan, λ

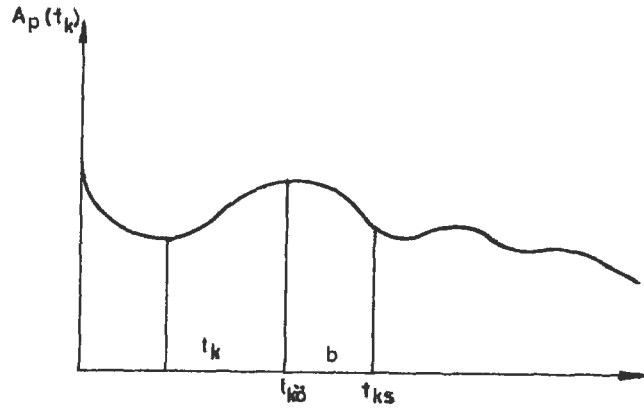
$$\lambda = \lambda(t) \quad \dots(51)$$

olacaktır.

Şekil II.2'de görüleceği gibi ekstremum noktalarında; "bölgeler arası" sabit tutacağımız λ ya da, buradaki λ^b ,

$$\lambda^b = \lambda(t) \quad , \quad t_{k\ddot{o}}^b \leq t \leq t_{ks}^b \quad \dots(52)$$

değişecektir.



ŞEKİL II.2 : Lokomotiflerde Hizmete Hazır Olmanın Bölgelere Bağlı Olarak Değişim Grafiği.

b. bölge aralığında denklem (30),

$$A_k^b(t) = A_0^b (\lambda^b + \mu)^{-1} \left[\lambda^b + \mu e^{-(\lambda^b + \mu)t} \right] \quad \dots(53)$$

şeklinde yazılacaktır.

Bu durumda, λ^b 'ler ve μ , denklem (35) benzeri yazılacak ve aşağıdaki denklem sisteminden hareketle bulunabilecektir.

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \sum_{b=1}^B \sum_{k=k_0}^{k_s^b} \left| A_0^b (\lambda^b + \mu)^{-1} [\lambda^b + \mu e^{-(\lambda^b + \mu)t_k^b}] - A_p(t_k^b) \right| = 0$$

...(54)

(Bu denklemde, görüldüğü gibi B(bölge sayısı) + 1 adet bilinmeyen bulunmaktadır).

Burada, k_0^b , b. bölgenin önünü belirleyen zaman alt simgesi, k_s^b 'de, bu bölgenin sonunu belirleyen zamanın alt simgesi olmaktadır.

Denklem (53)'e aşağıdaki denklemleri ilave etmek durumundayız.

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \sum_{k=k_0}^{k_s^b} \left| A_0^b (\lambda^b + \mu)^{-1} [\lambda^b + \mu e^{-(\lambda^b + \mu)t_k^b}] - A_p(t_k^b) \right| = 0$$

$$b = 1, 2, \dots, B$$

...(55)

Üstteki denklem sisteminden $\mu, \lambda, \dots, \lambda_B$ parametreleri bulunabilecektir.

Sözkonusu üstel ifadeler, çift adımlı Taylor açılımı çerçevesinde ele alınırsa, denklemlerin çözümü daha kolay olabilecektir.

$$e^{-(\lambda^b + \mu)t_k^b} = 1 - (\lambda^b + \mu)t_k^b \quad \dots(56)$$

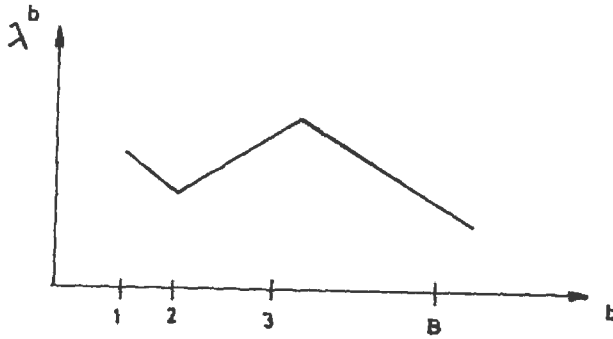
Üstel ifadeler Denklem (56) şeklinde yazılırsa, Denklem (54) ve (55) ya da Denklem (35) düzeylerinde ifade olunan sistemler "cebirsel" birer denklem sistemine indirgenebilir. Ancak burada, $(\lambda^b + \mu)t_k^b$ 'nin yeterince küçük olmasına gereksinim duyulacaktır.

*

$A_k^b(t)$ 'nin ($b = 1, \dots, B$) yol boyu $A_p(t)$ ile uyuşması bekleniyor olacaktır.

Böylelikle, $A_k^b(t)$ 'yi ($b = 1, \dots, B$) için çizebiliriz.

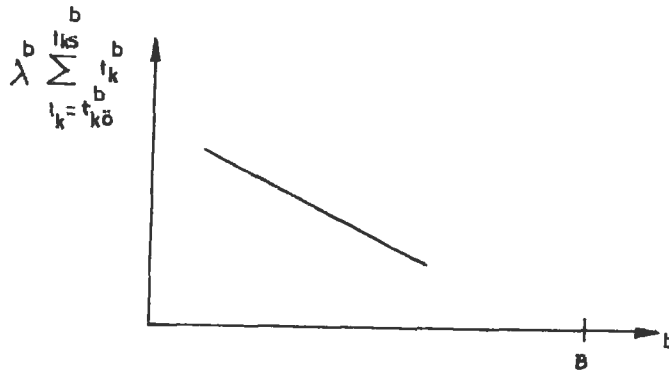
λ^b 'lerin, hangi sürelerde bundan böyle de nasıl bir yol izleyeceklerini kestirmek üzere aşağıdaki öngöründe bulunabiliriz:



ŞEKİL II.3 : λ^b 'lerin Değişim Grafiği.

Şekil II.3 aracılığı ile bir sonraki (ve gelecekteki bölge içerisinde) λ^b 'nin ne olacağını "kestirmeye" çalışabiliriz. Bu değer λ^{B+1} olsun.

Şekil II.4 aracılığı ile de, ardışık bölgelerin uzunluğu kestirilebilir. Buradan da $(\lambda^{B+1} \times (\text{ardışık bölgenin uzunluğu}))$ 'nu bulabiliriz. Bu uzunluk Δt^{B+1} olsun:



ŞEKİL II.4 : Ardışık Bölgelerin Değişim Grafiği.

$$\Delta t^{B+1} = t_{ks}^{B+1} - t_{kö}^{B+1} \quad \dots (57)$$

şeklinde yazılabilecektir.

Şekil II.3 ve Şekil II.4 aracılığı ile,

$$\Delta t^{B+1} = \frac{(\lambda^{B+1} \cdot \Delta t^{B+1})}{\lambda^{B+1}} \quad \dots (58)$$

formuna getirilebilecektir.

("Pay" daki büyüklük, Şekil II.4'den ekstrapolasyonla. "Payda" daki büyüklük ise, Şekil II.3'den, yine ekstrapolas-

yon ile bulunabilecektir).

*

Hizmete hazır olma olasılığı olarak tanımlanan $A(t)$ 'nin, B ötesindeki seyri kestirilince, özellikle bu anda yönetimsel müdahalede bulunabilecek ve öngörülü kötüye gidiş iyileştirilebilecektir.

Ya da, bu halde $A(t)$ 'nin nereye gittiğini yani $A(\infty)$ (dış müdahalemiz olmaksızın), belirlenebilecektir.

$$A_0^b = A_0^{b-1} (\lambda^{b-1} + \mu)^{-1} \left[\lambda^{b-1} + \mu e^{-(\lambda^{b-1} + \mu)t_{ks}^b} \right]$$

$$b = 2, \dots, B \quad \dots (59)$$

Denklem (54), (55) ve (59) yoluyla bilinmeyen μ , λ^b ($b = 1, \dots, B$) ve A_0^b ($b = 2, \dots, B$)'den oluşan $(1 + B + B - 1 = 2B)$ bilinmeyen için, $(1 + B + B - 1 = 2B)$ denklemden oluşan bir sistem tanımlanıyor olmaktadır.

Burada sunulan yaklaşımlar tezimiz açısından, tamamen özgün olarak tartışılmaktadır.

Ü Ç Ü N C Ü B Ö L Ü M

GELİŞTİRİLEN MATEMATİKSEL MODELİN

D.D.Y. ESKİŞEHİR (I.İŞLETME) BÖLGESİ'NDE UYGULAMASI

D.D.Y. İşletmelerin'de lokomotiflerin çeşitli nedenlerle arızalandıkları ve imdat istedikleri gözlenmiştir. Probleme, Eskişehir Lokomotif ve Motor Sanayii (ELMS) İşletme'sini de içeren, Birinci İşletme, baz alınarak yaklaşılmaya çalışılmıştır. Birinci İşletme'ye ilişkin imdat olaylarının arıza yoğunlukları Tablo III.1'de verilmiştir.

Bu bölümde, önerilen yaklaşım modelindeki λ ve μ parametrelerini belirlemek için, izlenen yol anlatılmaya çalışılacaktır.

Parametrelerin belirlenmesinde denklem (42) ve (48) temel alınacağı için, tekrar ele alınacaktır.

YIL		1980	1981	1982	1983	1984
AY						
Ocak			73	24	30	32
Şubat			70	52	34	38
Mart			52	25	30	29
Nisan			50	26	37	43
Mayıs			68	17	21	40
Haziran			65	28	23	32
Temmuz			57	31	23	55
Ağustos		96	54	18	50	38
Eylül		81	55	18	36	47
Ekim		55	52	31	37	26
Kasım		77	21	48	42	25
Aralık		71	24	36	22	26
Toplam İmdat İsteyen Lokomotif Sayısı		380	641	354	385	431

TABLO III.1 : İmdat Olaylarının Arıza Yoğunlukları
(I. İşletme)

$$BL(t) = \frac{c_1}{\lambda + \mu} + c_3 e^{-(\lambda+\mu)t} \quad \dots(42)$$

$$\mu HL(t) = \frac{\lambda c_1}{\lambda + \mu} - \mu c_3 e^{-(\lambda+\mu)t} \quad \dots(48)$$

Denklem (42)'nin sağ ve sol tarafları λ ile çarpıldığında,

$$\lambda BL(t) = \frac{\lambda c_1}{\lambda + \mu} + \lambda c_3 e^{-(\lambda+\mu)t} \quad \dots(60)$$

denklemini elde edilecektir. Bunun yanısıra denklem (48) ve (60) için t (zaman)'nin sonsuza ulaşması söz konusu ise,

$$\lambda BL(\infty) = \frac{\lambda c_1}{\lambda + \mu} \quad \dots(61)$$

$$\mu HL(\infty) = \frac{\lambda c_1}{\lambda + \mu} \quad \dots(62)$$

ifadelerine varılabilecektir (Burada t 'nin sonsuza gitmesi durumu, eldeki verilerden, son ay alınması olarak varsayılmıştır).

Denklem (61) ve (62)'den hemen görülebileceği gibi, t 'nin sonsuz olması durumunda, iki denklemin birbirine eşit olması söz konusudur. Denklem (61)'den yararlanarak, c_1 sabiti yazılırsa,

$$c_1 = \frac{[\lambda BL(\infty)] (\lambda + \mu)}{\lambda} \quad \dots(63)$$

denklemini elde edilecektir.

Denklem (48)'in sıfır olması durumunda ise, (burada da birinci ay baz alınmaktadır)

$$\mu_{HL}(0) = \frac{\lambda c_1}{\lambda + \mu} - \mu c_3 \quad \dots(64)$$

denklemini yazılabilecektir. Bulunan denklemden,

$$-\mu_{HL}(0) + \frac{\lambda c_1}{\lambda + \mu} = \mu c_3 \quad \dots(65)$$

denklemine varılabilecektir.

Tablo III.1'den; t'nin sıfır olması durumunda, arıza sayısının 96, sonsuz olması durumunda ise, 26 olduğu görülmektedir. Bu değerlerin yanısıra, $\lambda_{BL}(\infty) = \mu_{HL}(\infty)$ eşitliği de dikkate alınarak, Denklem (65)'de yerine koyulursa,

$$-\mu_{HL}(0) + \lambda_{BL}(\infty) = \mu c_3$$

$$- 96 + 26 = \mu c_3$$

veya

$$\mu c_3 = -70$$

değeri elde edilecektir.

$$\sum_{k=1}^k (\mu_{HL}(t) - VI_k) = 0 \quad \dots(66)$$

veya

$$\sum_{k=1}^k \left(\frac{\lambda c_1}{\lambda + \mu} - \mu c_3 e^{-(\lambda+\mu)t_k} - VI_k \right) = 0 \quad \dots(67)$$

denklemden yararlanılır ve bu denklemde,

$$\frac{\lambda c_1}{\lambda + \mu} = 26, \quad \mu c_3 = -70$$

değerleri yerine yazılır ise,

$$\sum_{k=1}^k (26 + 70 e^{-(\lambda+\mu)t_k} - VI_k) = 0 \quad \dots(68)$$

ya da

$$26 \sum_{k=1}^{53} - \sum_{k=1}^{53} VI_k + 70 \sum_{k=1}^{53} e^{-(\lambda+\mu)t_k} = 0 \quad \dots(69)$$

denklemini yazılabilecektir (bu denklemde, bozuk lokomotif sayısı 53 ay alınarak, çalıştırılmıştır).

Yukarıdaki denklem (69)'da, üstel ifadenin yaklaşık değerini aşağıdaki gibi bulabiliriz:

$$\sum_{k=1}^k e^{-(\lambda+\mu)t_k} \approx \frac{(1 - e^{-(\lambda+\mu)53})(e^{-(\lambda+\mu)})}{1 - e^{-(\lambda+\mu)}}$$

Bu denklemde, $e^{-(\lambda+\mu)} \approx 1 - (\lambda+\mu)$, ayrıca, $e^{-(\lambda+\mu)53}$ değerinin de çok küçük olduğu dikkate alınarak, ihmal edilmesi durumunda,

$$\sum_{k=1}^k e^{-(\lambda+\mu)t_k} \approx \frac{1 - (\lambda+\mu)}{1 - [1 - (\lambda+\mu)]}$$

ya da

$$\approx \frac{1 - \lambda - \mu}{\lambda + \mu}$$

olacaktır. Denklem (69)'a tekrar dönülür ise,

$$26.53 - 2191 = -70 \left(\frac{1 - \lambda - \mu}{\lambda + \mu} \right)$$

$$1378 - 2191 = \frac{-70 + 70\lambda + 70\mu}{\lambda + \mu}$$

$$\lambda + \mu = \frac{70}{883} = 0.08$$

değeri elde edilecektir. Bu değer Denklem (48)'de yazılır ise,

$$\mu_{HL}(t) = 26 + 70 e^{-0.08t}$$

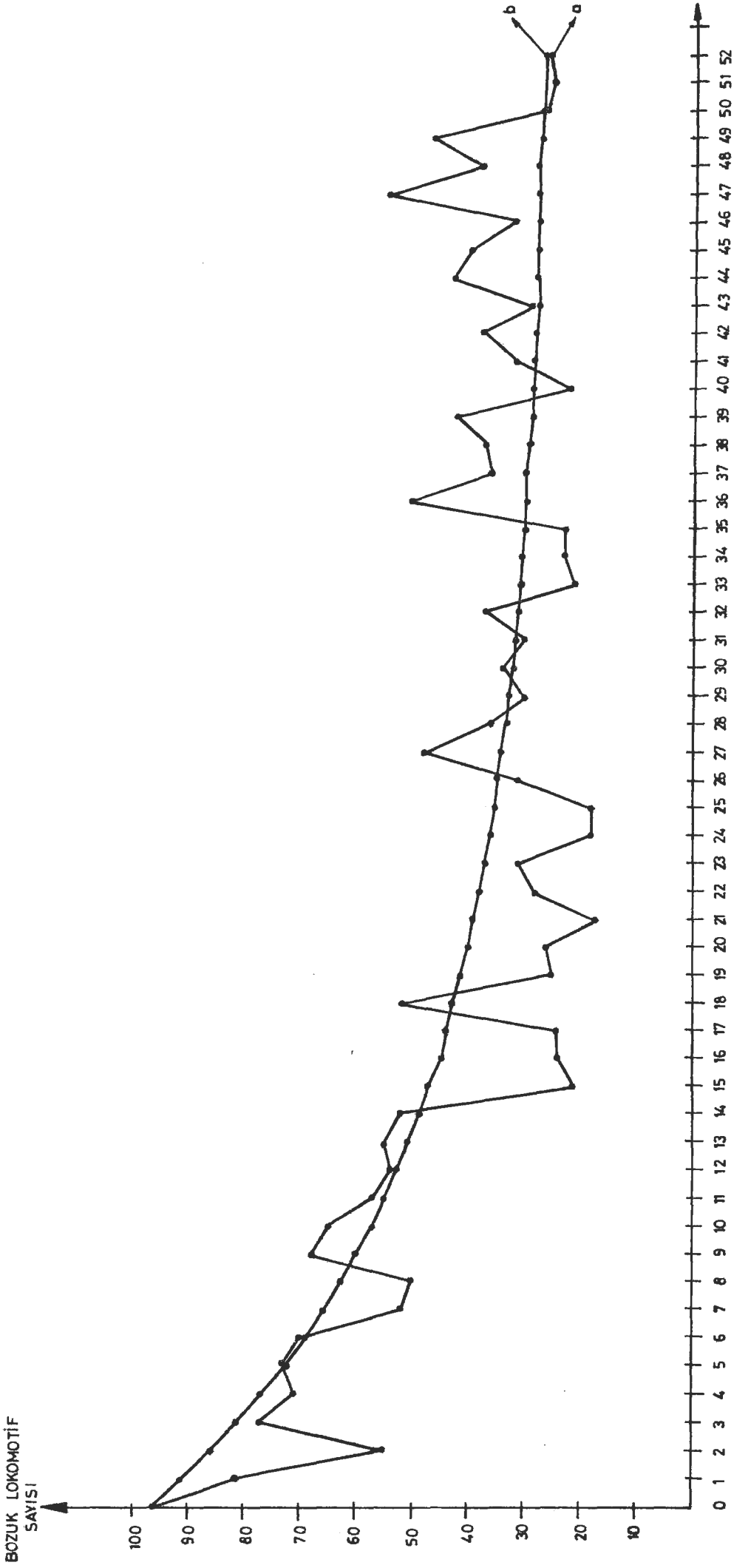
denklemine ulaşılabacaktır.

t'nin 53 durumuna karşın, $\mu_{HL}(t)$ fonksiyonunun bu durumlar karşısında aldığı değerler Tablo III.2'de gösterilmiştir.

Sonuçta, $\mu_{HL}(t)$ fonksiyonunun, yeni değerlere bağlı olarak grafiği çizilmiş ve bu değerlerin eski değerlerle karşılaştırılması Şekil III.1'de gösterilmiştir.

TABLO III.2 : $\mu_{HL}(t)$ Fonksiyonunun Aylara Göre Aldığı
Değerler

Aylar	Bozuk Lokomotif Sayısı	Aylar	Bozuk Lokomotif Sayısı
t = 0	$\mu_{HL}(0) = 96$	t = 27	$\mu_{HL}(27) = 34$
t = 1	$\mu_{HL}(1) = 91$	t = 28	$\mu_{HL}(28) = 33$
t = 2	$\mu_{HL}(2) = 86$	t = 29	$\mu_{HL}(29) = 33$
t = 3	$\mu_{HL}(3) = 81$	t = 30	$\mu_{HL}(30) = 32$
t = 4	$\mu_{HL}(4) = 77$	t = 31	$\mu_{HL}(31) = 32$
t = 5	$\mu_{HL}(5) = 72$	t = 32	$\mu_{HL}(32) = 31$
t = 6	$\mu_{HL}(6) = 69$	t = 33	$\mu_{HL}(33) = 31$
t = 7	$\mu_{HL}(7) = 66$	t = 34	$\mu_{HL}(34) = 31$
t = 8	$\mu_{HL}(8) = 63$	t = 35	$\mu_{HL}(35) = 30$
t = 9	$\mu_{HL}(9) = 60$	t = 36	$\mu_{HL}(36) = 30$
t = 10	$\mu_{HL}(10) = 57$	t = 37	$\mu_{HL}(37) = 30$
t = 11	$\mu_{HL}(11) = 55$	t = 38	$\mu_{HL}(38) = 29$
t = 12	$\mu_{HL}(12) = 53$	t = 39	$\mu_{HL}(39) = 29$
t = 13	$\mu_{HL}(13) = 51$	t = 40	$\mu_{HL}(40) = 29$
t = 14	$\mu_{HL}(14) = 49$	t = 41	$\mu_{HL}(41) = 29$
t = 15	$\mu_{HL}(15) = 47$	t = 42	$\mu_{HL}(42) = 28$
t = 16	$\mu_{HL}(16) = 45$	t = 43	$\mu_{HL}(43) = 28$
t = 17	$\mu_{HL}(17) = 44$	t = 44	$\mu_{HL}(44) = 28$
t = 18	$\mu_{HL}(18) = 43$	t = 45	$\mu_{HL}(45) = 28$
t = 19	$\mu_{HL}(19) = 41$	t = 46	$\mu_{HL}(46) = 28$
t = 20	$\mu_{HL}(20) = 40$	t = 47	$\mu_{HL}(47) = 28$
t = 21	$\mu_{HL}(21) = 39$	t = 48	$\mu_{HL}(48) = 28$
t = 22	$\mu_{HL}(22) = 38$	t = 49	$\mu_{HL}(49) = 27$
t = 23	$\mu_{HL}(23) = 37$	t = 50	$\mu_{HL}(50) = 27$
t = 24	$\mu_{HL}(24) = 36$	t = 51	$\mu_{HL}(51) = 27$
t = 25	$\mu_{HL}(25) = 35$	t = 52	$\mu_{HL}(52) = 27$
t = 26	$\mu_{HL}(26) = 35$		



ŞEKİL III.1 : Bozuk Lokomotif Sayısının Zamana Bağlı Olarak Değişim Grafiği.

(a) Gözlem Değerleri

(b) Kuramsal Değerler

S O N U Ç

Bir sistemin işlevini yerine getirebilmesi onun güvenilir olması ile sağlanabileceği için, sistemlerde güvenilirliği arttırıcı çalışmalar gittikçe yoğunluk kazanmaya başlamıştır. Bu yüzden günümüzdeki sistemlerde güvenilirlik büyüme modellemesi çalışmaları önemsenmek zorunda kalmıştır.

Ele alınan modele ilişkin inceleme süresince, lokomotiflerin bir birim zaman boyunca bozulma ve tamir edilme olasılıklarının sabit parametreler olduğu varsayılmıştır. Hat üzerinde hizmete hazır lokomotiflerin sayısıyla tamir bekleyen bozuk lokomotiflerin sayısının zamanla seyirleri ile ilgili matematiksel bir model oluşturulmuştur. Bağlı denklemlerin çözümüyle de anılan büyüklükler türetilmiştir.

Sisteme, ele alınan bölge dışından, lokomotiflerin girmesi ya da çıkması durumunda da sözkonusu davranışı belirleyecek diferansiyel denklemler oluşturulmuştur.

Lokomotiflerin bir birim zaman boyunca bozulma ve tamir edilme olasılıklarının sabit parametreler olduğu varsayılan, matematiksel modelin analitik çözümü yapılmış, katsayılar belirlendirilmiştir.

Modelin özelliğinden, bir t anı dolayındaki birim zaman zarfında bozuk olup tamir olan lokomotiflerin sayısıyla aynı zaman zarfında sağlam olup bozulan lokomotiflerin sayısının zamanla seyirleri de belirlenebilmektedir.

Çalışmada geliştirilen modelde, lokomotiflere ilişkin arıza türlerinin ayrıntısına inilebilir. Ayrıca lokomotiflerin bozulma ve tamir edilme olasılıklarının tüm inceleme süresi boyunca değil de, ardışık inceleme alt sürelerinin her biri boyunca, sabit alınarak genelleştirme çalışması yapılabilir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- ARMSTADTER, B.L. : *Reliability Mathematics Fundamentals Practices Procedures*, McGraw Hill Book Company, New York, 1971.
- BALABAN, H.S. : "Reliability Growth Models", *Journal of Enviromental Sciences*, Arinc Research Corporation, Jan./Feb., 1978.
- COLABRO, S.R. : *Reliability Principles and Practices*, McGraw Hill Book Company, New York, 1962.
- GRANT, E.L./
R.S. LEAVENWORTH. : *Statistical Quality Control*, McGraw Hill International Book Company, New York, 1980.
- KARA, İ. : *Olasılık*, Bilim ve Teknik Yayınevi, İstanbul, 1983.
- LLOYD, D.K./
M.LIPOW. : *Reliability: Management, Methods, and Mathematics*, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1964.
- SHOUMAN, M.L. : *Probabilistic Reliability : An Engineering Approach*, McGraw Hill Book Company, New York, 1968.
- SOCIETY OF
AUTOMOTIVE
ENGINEERS : *Reliability Control in Aerospace Equipment Development*, Technical Progress Series, Volume 4, New York, 1963.

- WOLMAN, W. : "Problem in System Reliability Analysis", *Statistical Theory of Reliability*, The University of Wisconsin Press, Wisconsin, 1964.
- YÜZÜGÜLLÜ, N. : *Bakım Planlamasının Boyutları ve Planlama İçin Modeller*, Anadolu Üniversitesi Yayınları, Eskişehir, 1984.