ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK OKURYAZARLIKLARININ NİCELİKSEL MUHAKEMELERİNİN GÜÇLENDİRİLEREK DESTEKLENMESİNİN İNCELENMESİ

Doktora Tezi

Ayça AKIN

Eskişehir, 2016

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK OKURYAZARLIKLARININ NİCELİKSEL MUHAKEMELERİNİN GÜÇLENDİRİLEREK DESTEKLENMESİNİN İNCELENMESİ

Ayça AKIN

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Doktora Programı
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Tangül KABAEL

Eskişehir
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ekim, 2016

Bu Tez Çalışması BAP Komisyonunca kabul edilen 1406E304 no.lu proje kapsamında desteklenmiştir.

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Ayça AKIN'ın "Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlıklarının Niceliksel Muhakemelerinin Güçlendirilerek Desteklenmesinin İncelenmesi" başlıklı tezi 17.10.2016 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programında, Doktora tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Doç.Dr. Tangül KABAEL	
Üye	: Prof.Dr. Ahmet KAÇAR	
Üye	: Prof.Dr. Şeref MİRASYEDİOĞLU	
Üye	: Doç.Dr. H.Bahadır YANIK	
Üye	: Doç.Dr. Ali ERSOY	

Prof.Dr. Esra CEYHAN
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitü Müdürü

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK OKURYAZARLIKLARININ NİCELİKSEL MUHAKEMELERİNİN GÜÇLENDİRİLEREK DESTEKLENMESİNİN İNCELENMESİ

Ayça AKIN

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ekim, 2016

Danışman: Doç. Dr. Tangül KABAEL

Bu araştırmada niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı (NMÖY) temelinde desenlenen öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki niceliksel muhakeme becerilerinin, düşünme yollarının ve matematik okuryazarlık performanslarının incelenmesi amaçlanmıştır. NMÖY kullanımına odaklanılan 6-aylık öğretim deneyine 19 ortaokul öğrencisi katılmıştır. Bu araştırmanın bulguları NMÖY'nin sekizinci sınıfta olan katılımcı öğrencilerinin niceliksel muhakemelerini güçlendirdiğini göstermiştir. Ayrıca, bu öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin niceliksel muhakemelerinin güçlenmesi dolaylı olarak bu öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını desteklemiştir. Bu araştırmanın kayda değer sonucu, öğretimsel müdaheleye (NMÖY) dayalı olarak katılımcı öğrencilerin düşünme yollarının arzu edilmeyenden arzu edilene doğru değişim göstermesidir. Buna ek olarak NMÖY, problem çözme davranışlarında arzu edilen değişime neden olmuştur. Çünkü bu öğrenme ortamında kural koyucu davranış ve çözüm odaklı problem çözme davranışlarından niceliksel muhakeme odaklı davranışa doğru göze çarpan bir meyil/hareket görülmüştür. Bu sonuçlar niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının doğası gereği ortaokul öğrencilerini gerçek yaşam bağlamlarındaki matematik okuryazarlığı problemlerini yorumlamaya, açıklamaya, analiz etmeye ve çözmeye ittiğini önermektedir.

Anahtar Sözcükler: DNR çerçevesi, Düşünme yolları, Matematik okuryazarlığı, Niceliksel muhakeme, Ortaokul.

ABSTRACT

AN ANALYSIS OF SUPPORTING MIDDLE SCHOOL STUDENTS' MATHEMATICAL LITERACY THROUGH STRENGTHENING THEIR QUANTITATIVE REASONING

Ayça AKIN

Department of Mathematics Education

Anadolu University, Institute of Educational Sciences, October, 2016

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Tangül KABAEL

The purpose of this study is to investigate the quantitative reasoning skills in the problem solving process, ways of thinking and mathematical literacy performance of eighth grade students in a learning environment which is designed based on a quantitative reasoning instructional approach (QRIA). 19 middle school students participated in a 6-month teaching experiment which is focused on using the QRIA. The results of the study indicated that the QRIA strengthens quantitative reasoning of the participant students who are eighth graders. Furthermore, the strengthening of eighth-grade students' quantitative reasoning in this learning environment has indirectly supported their mathematical literacy. The research's notable result is that the participant students' ways of thinking show the change from undesirable to desirable types based on the instructional intervention (QRIA). Moreover, the QRIA has led to a desirable change in problem-solving behavior. Because it was seen that there is a remarkable movement from prescribed behavior and goal (outcome) oriented problem solving behavior to a problem solving behavior associated with quantitative reasoning in this learning environment. The results suggested that a quantitative reasoning instructional approach by nature pushes to middle school students to interpret, explain, explore, analyze and solve mathematical literacy problems in the context of real life situations.

Keywords: DNR framework, Ways of thinking, Mathematical literacy, Quantitative reasoning, Middle school.

17/10/2016

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı"yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

.....

Ayça AKIN

ÖNSÖZ

Bu araştırmanın gerçekleştirilmesi sürecinde birçok kişinin emeği ve katkısı bulunmaktadır.

Öncelikle doktora öğrenim sürecim boyunca üzerimde büyük emeği olan, her konuda beni cesaretlendiren, akademik ve manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyen çok değerli hocam ve tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Tangül KABAEL'e tezimin her aşamasında bana yol gösterdiği, bilgi ve tecrübesini paylaştığı ve rehber olduğu için saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans mezuniyetimden itibaren doktora öğrenim sürecimin her aşamasında yer alan bana rehber olan, akademik tecrübelerini ve manevi desteğini eksik etmeyen, yeniliklere olan açıklığı ve görüşlere olan saygısı, daimi samimiyetiyle varlığını her zaman hissettiren çok değerli hocam Sayın Prof. Dr. Ahmet KAÇAR'a saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Doktora ders dönemi ve doktora tez izleme sürecinde her zaman kapısını çalabildiğim, engin bilgisine başvurduğum ve beni hiçbir zaman geri çevirmeyen çok değerli hocam Sayın Doç. Dr. Ali ERSOY'a saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Doktora tezimi savunma sürecinde yer alan, zaman ayıran ve değerli görüşleri ile doktora tezime katkı sağlayan çok değerli hocam Sayın Prof. Dr. Şeref MİRASYEDİOĞLU'na saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Doktora ders döneminde zevkle derslerine katıldığım, doktora tezimi savunma sürecinde yer alan, zaman ayıran ve değerli görüşleri ile doktora tezime katkı sağlayan çok değerli hocam Sayın Doç. Dr. Bahadır YANIK'a saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Doktora öğrenim sürecim boyunca öğrencisi ve asistanı olduğum Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalında yer alan çok değerli hocalarıma akademik bilgi, düşünce, tecrübe ve zamanlarını benimle paylaştıkları için saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmam sürecinde manevi desteklerini eksik etmeyen ve akademik bilgilerini benimle paylaşan Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi olan arkadaşlarım ile bu süreçte aynı ofisi paylaştığım çok değerli oda arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Tezimin uygulama aşamasının sorunsuz bir şekilde yürütülmesinde desteklerini esirgemeyen Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğüne ve ortaokul kurumlarının

yöneticilerine ve öğretmenlerine saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım. Doktora öğrenim sürecim boyunca sağladığı burs ile bana maddi destek veren Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'na teşekkürlerimi sunarım. Danışmanımın yürütücülüğündeki proje kapsamında tezime teknik destek sağlayan Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu'na teşekkürlerimi sunarım.

Tezimin öğretim deneyi sürecine katılmaya izin veren 19 isimsiz kahramanımın ailelerine saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım. Bu süreçte isimsiz kahramanlarımın güler yüzleri, azimleri, öğrenme istekleri, samimiyetleri, eğlenceli tavırları ve işbirlikleri sayesinde derslerimi bulunduğum ortama yabancılık çekmeden mutlulukla ve istekle yürütebildiğim için bu isimsiz kahramanlarıma gönülden teşekkür ederim. Benim tatlı öğrencilerim, sizleri çok seviyorum…

Son olarak, benim için maddi ve manevi her türlü fedakârlığı yapan ve benden hiçbir zaman yardımlarını esirgemeyen anneme, babama, ablama ve ağabeyim olarak gördüğüm enişteme sevgi, anlayış ve sabırları için sonsuz teşekkür ediyorum. Hazırladığım tezi onlara armağan ediyorum.

Eskişehir, 2016

Ayça AKIN

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI ……..…… i

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI …….…….…… ii

ÖZET…….…….…….. iii

ABSTRACT …….…….….. iv

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ ……..... v

ÖNSÖZ…….……..... vi

İÇİNDEKİLER…….…….…. viii

TABLOLAR DİZİNİ..…….…….... xiv

ŞEKİLLER DİZİNİ…….…….…….. xvi

GÖRSELLER DİZİNİ……... xix

KISALTMALAR DİZİNİ……..... xxiv

1. GİRİŞ……..……. 1

1.1. Niceliksel Muhakeme…… 1

1.1.1. Niceliksel muhakeme ile ilgili terimler……. 2

1.1.2. Niceliksel muhakemeye ilişkin alt beceriler……. 7

1.1.3. Niceliksel muhakemenin önemi…… 10

1.1.4. Niceliksel muhakemenin problem çözmedeki rolü……. 12

1.1.5. Ortaokul matematiğinde ve öğrenme ortamında niceliksel muhakemenin yeri……. 14

1.2. Matematik Okuryazarlığı ve PISA…….. 16

1.2.1. Matematik okuryazarlığının bileşenleri……... 20

1.3. PISA Sonuçlarına göre Başarılı olan Ülkelerdeki Matematik Öğretim Programında Niceliksel Muhakemenin Yeri... 23

1.4. DNR Teorik Çerçevesi…..……..…..... 25

1.4.1. DNR teorik çerçevesinin bileşenleri……. 26

1.5. Araştırmanın Amacı……. 36

1.6. Araştırmanın Önemi ve İhtiyaç……... 38

1.7. Araştırmanın Sınırlılıkları……... 42

1.8. Araştırmanın Sayıltıları……... 42

1.9. İlgili Araştırmalar……. 43

1.9.1. Niceliksel muhakeme ile ilgili araştırmalar……. 43

1.9.2. DNR teorik çerçevesi ile ilgili araştırmalar……. 52

2. YÖNTEM……..…… 58

2.1. Araştırmanın Modeli…… 58

2.2. Katılımcılar……..…….…..…… 61

2.2.1. Açık uçlu veri toplama aracının uygulanması……. 61

2.2.2. Açık uçlu veri toplama aracının analiz edilme süreci……. 62

2.2.3. Katılımcıların seçimi…….. 63

2.2.4. Katılımcılara ilişkin bilgiler…….. 64

2.2.5. Gözlemci…….. 65

2.2.6. Araştırmacı-öğretmen……... 66

2.3. Veri Toplama Araçları…….…..….. 66

2.3.1. Açık uçlu problem çözme aracı…..…… 66

2.3.2. Klinik görüşmeler…….. 68

2.3.3. Bilgi edinme (debrifing) görüşmeleri……... 69

2.3.4. Çalışma yaprakları…… 69

2.3.5. Araştırmacı günlüğü…….. 70

2.3.6. Gözlem……. 71

2.3.7. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımına göre desenlenmiş öğretim bölümleri……. 71

2.4. Verilerin Toplanması…….……... 76

2.5. Verilerin Analizi…….……..…… 78

3. BULGULAR ve YORUM…… 84

3.1. Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Klinik Görüşme Bulguları…… 84

3.2. Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları…….. 101

3.3. Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Klinik Görüşme Bulguları……. 107

3.4. Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları…….. 121

3.5. Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Klinik Görüşme Bulguları……. 125

3.6. Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları…….. 137

3.7. Öğretim Bölümlerine İlişkin Bulgular ve Yorumlar……. 140

3.7.1. Öğretim 1'in hazırlanması ve Öğretim 1'e ilişkin öğrenme ortamı (Niceliklerin belirlenmesi ya da oluşturulması)…….. 140

3.7.2. Öğretim 2'in hazırlanması ve Öğretim 2'e ilişkin öğrenme ortamı (Nicelikler arası ilişki kurulması)……. 158

3.7.3. Öğretim 3'ün hazırlanması ve Öğretim 3'e ilişkin öğrenme ortamı (Niceliklerin değişiminin analizi)……. 177

3.8. Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Klinik Görüşme Bulguları…….. 208

3.9. Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları…… 228

3.10. Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Klinik Görüşme Bulguları…….. 235

3.11. Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları…… 247

3.12. Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Klinik Görüşme Bulguları…….. 252

3.13. Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları…… 264

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER ……. 270

4.1. Sonuçlar……...……..…… 270

4.1.1. Ön klinik görüşme sürecinin sonuçları ve yorumları...……. 313

4.1.1.1. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci……..... 270

4.1.1.2. Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci……..... 275

4.1.1.3. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci……..... 279

4.1.2. Öğretim bölümlerine ilişkin sonuçlar ve yorumlar……...… 283

4.1.3. Gözlem sürecine ilişkin sonuçlar ve yorumlar …….. 288

4.1.4. Son klinik görüşme sürecinin sonuçları ve yorumları...…… 290

4.1.4.1. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci……..... 290

4.1.4.2. Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci……..... 293

4.1.4.3. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci……..... 295

4.1.5. DNR çerçevesine göre öğretim deneyi sürecindeki katılımcıların düşünme yollarına ilişkin sonuçlar ve yorumlar…… 298

4.1.5.1. Katılımcı öğrencilerin problem çözme yaklaşımları/stratejileri…….. 298

4.1.5.2. Katılımcı öğrencilerin kanıt şemaları…… 301

4.1.5.3. Katılımcı öğrencilerin matematiksel inançları…….. 301

4.1.6. Bulguların niceliksel muhakeme, düşünme yolları ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki bağlamında yorumlanması…… 327

4.1.6.1. Bulguların niceliksel muhakeme ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması…….. 327

4.1.6.2. Bulguların düşünme yolları ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması…….. 329

4.1.6.3. Bulguların zihinsel eylem olarak problem çözme becerisi ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması……. 330

4.1.6.4. Bulguların problem çözme stratejileri/yaklaşımları ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması……. 330

4.1.6.5. Bulguların kanıt şeması ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması…….……..... 331

4.1.6.6. Bulguların matematiksel inançlar ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması…….……..... 331

4.1.7. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımına ilişkin sonuçlar ve yorumlar…… 332

4.2. Tartışma……...……...…..... 336

4.3. Öneriler……...…..... 348

4.3.1. Uygulamaya yönelik öneriler...…… 348

4.3.2. İlerideki araştırmalara yönelik öneriler...…….. 350

KAYNAKÇA ……. 351

EKLER

ÖZGEÇMİŞ

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 2.1. Katılımcı Öğrencilerin Kod İsimleri ve Okullarının Özellikleri..... **65**

Tablo 2.2. Öğretim Bölümlerine İlişkin Bilgiler..... **76**

Tablo 2.3. Araştırma Verisi Toplama Takvimi..... **76**

Tablo 2.4. Araştırma Sürecinin Betimlenmesi..... **77**

Tablo 2.5. Problem Çözme Sürecinde Niceliksel Muhakeme Becerisiyle İlgili Göstergeler……... **80**

Tablo 2.6. Matematik Okuryazarlığı ve Alt Becerileriyle İlgili Göstergeler…. **82**

Tablo 3.1. Alara'nın Araştırmacı-öğretmenin Yönlendirmesi Sonucunda Para 1 Problemine İlişkin Niceliksel Anlam Açısından Uygun Tahtadaki Çözümü…… **152**

Tablo 3.2. Araştırmacı-öğretmenin Yönlendirmesi Sonucunda Para 1 Probleminin Tahtada Çözümüne ilişkin Örüntü Genelleme Süreci…….. **154**

Tablo 3.3. A Okulundaki Sınıf Tartışması Sonucunda Rafet Amca Problemindeki Niceliklerin Cebirsel Semboller ile Gösterimi ……. **156**

Tablo 3.4. B ve C Okulundaki Sınıf Tartışması Sonucunda Rafet Amca Problemindeki Niceliklerin Cebirsel Semboller ile Gösterimi…….. **156**

Tablo 3.5. Uçağın Hızı ile ilgili Özel Örnekleri Kullanarak Zaman-Uçağın Aldığı Mesafeyi Gösteren Tablosunu Oluşturma Semboller…… **167**

Tablo 3.6. Egrang Oyunu Probleminin İkinci Alt Problemi ile ilgili Yapılan Farklı Çözümler……... **187**

Tablo 3.7. Problemdeki Bisikletlerin Aldığı Yolu Gösteren Tahtaya Yazılan Kurallar……. **195**

Tablo 3.8. Bisikletler İkinci Alt Probleminin Çözümünde Kullanılan Stratejilerden Birkaçı…….. **199**

Tablo 4.1. Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin Problem Çözme Süreci……... **292**

Tablo 4.2. Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin Problem Çözme Süreci……... **295**

Tablo 4.3. Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin Problem Çözme Süreci……... **298**

Tablo 4.4. Katılımcı Öğrencilerin Matematik Okuryazarlığına İlişkin Performansları……..... **298**

Tablo 4.5. Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları…… **309**

Tablo 4.6. Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları…… **310**

Tablo 4.7. Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları…… **311**

Tablo 4.8. Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları…… **312**

Tablo 4.9. Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları…… **313**

Tablo 4.10. Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları…… **314**

Tablo 4.11. DNR Bileşenlerine Göre Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Katılımcıların Eylemleri…..……... **319**

Tablo 4.12. DNR Bileşenlerine Göre Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Katılımcıların Eylemleri…..……... **323**

Tablo 4.13. DNR Bileşenlerine Göre Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Katılımcıların Eylemleri…..……... **327**

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Belirleyiciler Üçlüsü..... **28**

Şekil 1.2. Kanıt Şemaları ve Bileşenleri..... **33**

Şekil 1.3. Belirleyiciler Üçlüsü ve Bileşenleri..... **34**

Şekil 1.4. Anlama ve Düşünme Yolları Arasındaki İlişki..... **35**

Şekil 2.1. Verileri Toplama Süreci……..... **77**

Şekil 3.1. Döviz Kuru Problemi……..... **84**

Şekil 3.2. Sos Problemi..... **90**

Şekil 3.3. Basamak Modeli Problemi ……..... **93**

Şekil 3.4. Elmalar Probleminin İlk Sorusu..... **96**

Şekil 3.5. Elmalar Probleminin İkinci Sorusu..... **97**

Şekil 3.6. Elmalar Probleminin Üçüncü Sorusu..... **99**

Şekil 3.7. Pizza Problemi..... **100**

Şekil 3.8. Toka Problemi..... **142**

Şekil 3.9. Bal Problemi..... **145**

Şekil 3.10. Araba Problemi..... **145**

Şekil 3.11. Okul Problemi..... **145**

Şekil 3.12. Haberleşme Problemi..... **148**

Şekil 3.13. Niceliksel Anlam Açısından Haberleşme Probleminin Çözümü..... **149**

Şekil 3.14. Benzin Problemi..... **149**

Şekil 3.15. Para 1 Problemi..... **151**

Şekil 3.16. Rafet Amca Problemi…… **154**

Şekil 3.17. Bilgisayar Problemi…… **160**

Şekil 3.18. Öğrenme Ortamında Bilgisayar Probleminin Çözümünde

Kullanılan Stratejiler……. **162**

Şekil 3.19. Cep Telefonu Problemi…….. **163**

Şekil 3.20. Cep Telefonu Probleminin Çözümünde Kullanılan Bar Modeli ve Çözümü ……. **164**

Şekil 3.21. Uçak Problemi…… **164**

Şekil 3.22. Öğrenme Ortamında Bir Nesnenin Hızı ile İlgili Oluşturulan Kural... **168**

Şekil 3.23. Uçağın Hızının Farklı Temsilleri Kullanarak Kavramsallaştırılması.. **169**

Şekil 3.24. Bisiklet Problemi…...……. **170**

Şekil 3.25. Öğrenme Ortamında Bisikletin Ortalama Hızı ile İlgili Çözümler….. **173**

Şekil 3.26. Bisiklet Sürücüsü Hale Problemi (6. Seviye)…….. **174**

Şekil 3.27. Rüzgâr Enerjisi Problemi ……... **178**

Şekil 3.28. Rüzgâr Enerjisi Problemi ile ilgili Tahtaya Yazılan Genel Kural…… **180**

Şekil 3.29. Vücut Kitle İndeksi (VKİ) Problemi …….. **180**

Şekil 3.30. VKİ Probleminin Son Alt Problemi ile ilgili Tahtaya Yazılan Cebirsel Manipülasyonları Kullanmaya Dayalı Yapılan Gerekçe……. **183**

Şekil 3.31. Egrang Oyunu Problemi ……. **184**

Şekil 3.32. Egrang Oyunu Probleminin İlk Alt Problemi ile ilgili Yapılan Farklı Çözümler ……... **185**

Şekil 3.33. Yürüyüş Problemi (Seviye 5 ve 6)…….. **188**

Şekil 3.34. Bisikletler Problemi...……. **192**

Şekil 3.35. Jale'nin Bisikletinin Tekerinin Tam Tur Dönüş Sayısı ile Santimetre Birimi Cinsinden Aldığı Yol Arasındaki İlişkiyi Gösteren Grafik …… **195**

Şekil 3.36. Bisikletler İkinci Alt Problemi ……... **196**

Şekil 3.37. Tır Problemi ……... **200**

Şekil 3.38. Tır Problemi ile ilgili Tahtaya Yazılan Genel Kural ……... **202**

Şekil 3.39. Paraşütlü Gemiler Problemi ……... **203**

Şekil 3.40. Araba Sürücüsü Problemi…….. **208**

Şekil 3.41. İnternette Sohbet Problemi……. **210**

Şekil 3.42. Paraşütlü Gemiler Problemi……..... **212**

Şekil 3.43. Döner Kapı Problemi ……. **214**

Şekil 3.44. Fuji Dağı Tırmanışı Problemi …….... **216**

Şekil 3.45. Damlama Oranı Problemi …… **221**

Şekil 3.46. Bisikletler Problemi…….. **225**

Şekil 4.1. DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yollarının Bileşenleri…… **315**

Şekil 4.2. Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları…….. **317**

Şekil 4.3. Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları…….. **318**

Şekil 4.4. Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları…….. **321**

Şekil 4.5. Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları…….. **322**

Şekil 4.6. Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları…….. **325**

Şekil 4.7. Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları…….. **326**

Şekil 4.8. NMÖY Bağlamında Katılımcı Öğrencilerin Becerilerinin Nedensel İlişkisi……... **335**

Şekil 4.9. NMÖY Bağlamında Matematik Okuryazarlığının Desteklenmesi Süreci…….. **335**

GÖRSELLER DİZİNİ

Görsel 1.1. Hareket Eden Aracın Hızını Düşünme/Anlamlandırma..... **6**

Görsel 1.2. Matematik Okuryazarlığı Tanımı Kapsamındaki Süreç..... **20**

Görsel 3.1. Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Alp'in Çözümü..... **86**

Görsel 3.2. Döviz Kurunun İkinci Alt Problemine İlişkin Bengü'nün Çözümü..... **87**

Görsel 3.3. Sos Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü..... **90**

Görsel 3.4. Sos Problemine İlişkin Alara'nın Çözümü..... **92**

Görsel 3.5. Basamak Modeli Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü..... **94**

Görsel 3.6. Basamak Modeli Problemine İlişkin İpek'in Çözümü..... **94**

Görsel 3.7. Elmaların İlk Alt Problemine İlişkin Gökalp'in Çözümü..... **97**

Görsel 3.8. Elmaların İkinci Alt Problemine İlişkin Alara'nın Çözümü..... **98**

Görsel 3.9. Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Nehir'in Çözümü..... **108**

Görsel 3.10. Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü..... **108**

Görsel 3.11. Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Gül'ün Çözümü..... **108**

Görsel 3.12. Sos Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü..... **111**

Görsel 3.13. Sos Problemine İlişkin Nehir'in Çözümü..... **111**

Görsel 3.14. Sos Problemine İlişkin Gül'ün Çözümü..... **111**

Görsel 3.15. Basamak Modeli Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü..... **112**

Görsel 3.16. Basamak Modeli Problemine İlişkin Sarp'ın Çözümü..... **113**

Görsel 3.17. Elmaların İlk Alt Problemine İlişkin Nehir'in Çözümü..... **115**

Görsel 3.18. Elmaların İlk Alt Problemine İlişkin Sarp'ın Çözümü..... **115**

Görsel 3.19. Elmalar İkinci Alt Problemine İlişkin Mert'in Çözümü..... **117**

Görsel 3.20. Elmalar İkinci Alt Problemine İlişkin Nejla'nın Çözümü..... **117**

Görsel 3.21. Pizza Problemine İlişkin Sarp'ın Çözümü……... **120**

Görsel 3.22. Pizza Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü …… **121**

Görsel 3.23. Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Duru'nun Çözümü..... **127**

Görsel 3.24. Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Figen'in Çözümü..... **127**

Görsel 3.25. Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Emir'in Çözümü..... **127**

Görsel 3.26. Sos Problemine İlişkin Mine'nin Çözümü..... **128**

Görsel 3.27. Sos Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü..... **129**

Görsel 3.28. Sos Problemine İlişkin Figen'in Çözümü..... **129**

Görsel 3.29. Basamak Modeli Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü..... **130**

Görsel 3.30. Basamak Modeli Problemine İlişkin Emir'in Çözümü..... **130**

Görsel 3.31. 200. Aşamadaki Kare Sayısına İlişkin Figen'in Çözümü …… **131**

Görsel 3.32. Elmalar İkinci Alt Problemine İlişkin Mine'nin Çözümü…….. **134**

Görsel 3.33. Elmalar İkinci Alt Problemine İlişkin Emir'in Çözümü……. **134**

Görsel 3.34. Pizza Problemine İlişkin Duru'nun Çözümü……... **136**

Görsel 3.35. Pizza Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü…….. **136**

Görsel 3.36. Pizza Problemine İlişkin Figen'in Çözümü…… **137**

Görsel 3.37. Bisiklet Sürücüsü Hale Probleminden Tam Puan Alan Simge'nin Çözümü..... **175**

Görsel 3.38. Bisiklet Sürücüsü Hale Probleminden Tam Puan Alan Emir'in Çözümü..... **175**

Görsel 3.39. Bisiklet Sürücüsü Hale Probleminden Tam Puan Alan Figen'in Çözümü..... **175**

Görsel 3.40. Bisiklet Sürücüsü Hale Probleminden Sıfır Puan Alan İpek'in Çözümü..... **176**

Görsel 3.41. Bisiklet Sürücüsü Hale Probleminden Sıfır Puan

Alan Bengü'nün Çözümü..... **176**

Görsel 3.42. Yürüyüşün İlk Probleminden Tam Puan Alan İpek'in Çözümü..... **188**

Görsel 3.43. Yürüyüşün İlk Probleminden Tam Puan Alan Sevgi'nin Çözümü.. **188**

Görsel 3.44. Yürüyüşün İlk Probleminden Tam Puan Alan Ancak Niceliğin Birimini Yazmayan Simge'nin Çözümü..... **189**

Görsel 3.45. Yürüyüşün İkinci Probleminden Tam Puan Alan Bengü'nün Çözümü..... **190**

Görsel 3.46. Paraşütlü Gemiler Probleminden Tam Puan Alan Simge'nin Çözümü..... **204**

Görsel 3.47. Paraşütlü Gemiler Probleminden Tam Puan Alan Anıl'ın Çözümü..... **205**

Görsel 3.48. Paraşütlü Gemiler Problemini Çözebilen ancak Çözümü Bağlamında Ele Alamayan Sarp'ın Çözümü..... **205**

Görsel 3.49. Paraşütlü Gemiler Probleminden Sıfır Puan Alan Bengü'nün Çözümü..... **206**

Görsel 3.50. Paraşütlü Gemiler Probleminden Sıfır Puan Alan İpek'in Çözümü..... **206**

Görsel 3.51. Paraşütlü Gemiler Probleminden Sıfır Puan Alan Alp'in Çözümü..... **206**

Görsel 3.52. Paraşütlü Gemiler Probleminden Sıfır Puan Alan Beste'nin Çözümü..... **207**

Görsel 3.53. Paraşütlü Gemiler Probleminden Sıfır Puan Alan Alara'nın Çözümü..... **207**

Görsel 3.54. Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü..... **212**

Görsel 3.55. Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Alp'in Çözümü..... **213**

Görsel 3.56. Döner Kapı Problemindeki Bir Niceliği Belirlemek için Beste'nin Yaptıkları..... **214**

Görsel 3.57. Döner Kapı Problemindeki Bir Niceliği Belirlemek için İpek'in Yaptığı Çizimler..... **215**

Görsel 3.58. Döner Kapı Problemindeki Bir Niceliği Belirlemek için Alp'in Yaptığı Çizimler..... **215**

Görsel 3.59. Döner Kapı Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü……..... **215**

Görsel 3.60. Döner Kapı Problemine İlişkin Bengü'nün Çözümü……..... **216**

Görsel 3.61. Fuji Dağı Tırmanışı Problemindeki Nicelikleri Belirlemek için Gökalp'in Çizdiği Şekil ve Aldığı Notlar..... **217**

Görsel 3.62. Fuji Dağı Tırmanışı Problemindeki Nicelikleri Belirlemek için Bengü'nün Çizdiği Şekil ve Aldığı Notlar..... **218**

Görsel 3.63. Fuji Dağının İlk Alt Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü……... **219**

Görsel 3.64. Fuji Dağının İlk Alt Problemine İlişkin İpek'in Çözümü……..... **219**

Görsel 3.65. Fuji Dağının İkinci Alt Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü….. **220**

Görsel 3.66. Fuji Dağının İkinci Alt Problemine İlişkin Alara'nın Çözümü…… **220**

Görsel 3.67. Damlama Oranı İlk Alt Problemine İlişkin İpek'in Çözümü……. **222**

Görsel 3.68. Yönlendirme ile Damlama Oranı İlk Alt Problemine İlişkin Bengü'nün Çözümü ve Sunduğu Gerekçe..... **223**

Görsel 3.69. Damlama Oranı İkinci Alt Problemine İlişkin Gökalp'in Çözümü……. **224**

Görsel 3.70. Bisikletler İkinci Alt Problemine İlişkin Alara'nın Çözümü……... **228**

Görsel 3.71. Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü..... **238**

Görsel 3.72. Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü..... **238**

Görsel 3.73. Fuji Dağının İlk Alt Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü…….. **240**

Görsel 3.74. Fuji Dağının İlk Alt Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü……..... **240**

Görsel 3.75. Fuji Dağının İkinci Alt Problemine İlişkin Nehir'in Çözümü…… **241**

Görsel 3.76. Fuji Dağının İkinci Alt Problemine İlişkin Sarp'ın Çözümü……... **241**

Görsel 3.77. Damlama Oranı İlk Alt Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü….. **243**

Görsel 3.78. Damlama Oranı İlk Alt Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü……. **243**

Görsel 3.79. Damlama Oranı İkinci Alt Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü……. **244**

Görsel 3.80. Bisikletlerin İlk Alt Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü…….. **245**

Görsel 3.81. Bisikletlerin İkinci Alt Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü..... **246**

Görsel 3.82. Bisikletlerin İkinci Alt Problemine İlişkin Gül'ün Çözümü..... **246**

Görsel 3.83. İnternette Sohbet Problemine İlişkin Emir'in Çözümü..... **254**

Görsel 3.84. Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü..... **255**

Görsel 3.85. Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Figen'in Çözümü..... **255**

Görsel 3.86 Fuji Dağının İlk Alt Problemine İlişkin Anıl'ın Çözümü..... **257**

Görsel 3.87. Fuji Dağının İlk Alt Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü..... **257**

Görsel 3.88. Fuji Dağının İkinci Alt Problemine İlişkin Anıl'ın Çözümü..... **258**

Görsel 3.89. Fuji Dağının İkinci Alt Problemine İlişkin Figen'in Çözümü..... **258**

Görsel 3.90. Damlama Oranı İlk Alt Problemine İlişkin Duru'nun Çözümü..... **260**

Görsel 3.91. Damlama Oranı İlk Alt Problemine İlişkin Emir'in Çözümü..... **260**

Görsel 3.92. Damlama Oranı İkinci Alt Problemine İlişkin Figen'in Çözümü..... **261**

Görsel 3.93. Bisikletlerin İlk Alt Problemine İlişkin Duru'nun Çözümü..... **263**

Görsel 3.94. Bisikletlerin İkinci Alt Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü..... **263**

Görsel 3.95. Bisikletlerin İkinci Alt Problemine İlişkin Figen'in Çözümü..... **264**

KISALTMALAR DİZİNİ

EARGED : Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı

DNR : Duality, Necessity and Repeated Reasoning

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NMÖY : Niceliksel Muhakeme Öğretimi Yaklaşımı

OECD : Organisation for Economic Co-operation and Development

PISA : The Programme for International Student Assessment

TIMMS : The Trends in International Mathematics and Science Study

1. GİRİŞ

Bu bölümde bu araştırma kapsamıyla ilgili olan niceliksel muhakeme, matematik okuryazarlığı, DNR (Duality, Necessity and Repeated Reasoning) teorik çerçevesi, araştırmanın amacı, araştırmanın önemi ve ihtiyaç, araştırmanın sınırlılıkları, araştırmanın sayıltıları ve ilgili araştırmalara yönelik açıklamalar yer almaktadır.

1.1. Niceliksel Muhakeme

Günümüz dünyasında gelişen teknoloji ile birlikte bireylerin kişisel, akademik ve profesyonel yaşamda bilinçli karar verebilmeleri, ilişki, veri ve olayları analiz edip yorumlayabilmeleri için niceliksel muhakeme yapmada belirli bir seviyeyi kazanmış olmaları gerekmektedir (Agustin, Agustin, Brunkow ve Thomas, 2012, s. 305). Agustin ve arkadaşlarına (2012) göre niceliksel muhakemeyle ilgili okuryazarlık çeşitli bağlamlarda niceliksel argümanları kullanma, anlamlandırma ve çıkarım yapma becerisi olarak ele alınmaktadır. Herhangi bir birey niceliksel muhakeme yaptığında günlük hayat problemlerindeki sayıların ve matematiğinin nasıl uygulanacağı ile ilgili bir anlayış geliştirmekte ve bu süreçte mantıksal (matematiksel) argümanları üretmekte ve kullanmaktadır (Powell ve Leveson, 2004, s. 301). Wilkins (2010) ise niceliksel muhakemeyi "bireyin niceliksel bilgileri kullanmasına ve inanç, değer ve matematiksel tutumlarının şekillenmesine neden olan ya da teşvik eden bir alışkanlık" olarak tanımlamıştır (s. 268).

En basit tanımla niceliksel muhakeme nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler ile ilgili muhakeme yapmadır (Ellis, 2009, s. 484). Niceliksel muhakeme herhangi bir bağlam ya da durumun analizi kapsamındaki nicelik ve nicelikler arası ilişkiler ile ilgili bir ağdır (Kaput, 1995, s. 45). Niceliksel muhakeme bir öğrencinin matematikle ilgili bir problem durumunu anlamlandırması, bu bağlamdaki nicelikleri oluşturması ve sonra onları birbirleriyle ilişkilendirmesi, manipüle etmesi ve problem durumuna uygun olarak bu nicelikleri kullanmasıyla ilgili zihinsel eylemlerini betimlemek için bir yoldur (Weber, Ellis, Kulow ve Ozgur, 2014, s. 25). Moore, Carlson ve Oehrtman'a (2009) göre niceliksel muhakeme öğrencilerin problem bağlamını anlaması, bu bağlamla ilgili nicelikleri oluşturması/belirlemesi, oluşturulan/belirlenen nicelikler arasında ilişki kurması, nicelikler arasındaki değişimi analiz etmesi gibi zihinsel eylemleri kapsamakta olup öğrencilerin problem bağlamında verilen durumu niceliksel yapı kurarak incelemesine yardımcı olmaktadır. Niceliksel muhakeme DNR teorik çerçevesine göre bir düşünme

yolu olarak ele alınmıştır. Bir düşünme yolu olan niceliksel muhakeme öğrencilerin nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler üzerine muhakeme yapmasıdır. Bu düşünme yolu problem bağlamıyla ilgili uygun imajların oluşturmasına neden olan alışkanlıklardır. Niceliksel muhakeme yapan bir öğrenci nicelikleri, nicelikler arası ilişkileri ve niceliklerin birimlerini göz önüne alarak sürekli niceliklerin anlamını oluşturmak için uğraşır, bütün bunlara ek olarak niceliklerle ilgili hesaplamalar yapar, niceliklerin çoklu imajlarına sahip olur ve onlar arasında esnek bir şekilde dönüşüm yapabilir (Harel, 2013, s. 441). Kısaca niceliksel muhakeme, bireysel olarak bir durumun algılanması (örn. yarıştaki bir koşucu), algılanılan durumla ilgili niceliklerin oluşturulması (örn. geçen süre, alınan mesafe), oluşturulan nicelikler arasında ilişkiler üzerine muhakeme yapma ve bunu geliştirme (alınan mesafe, geçen zaman, ortalama hız arasındaki ilişkiler) ile ilgili zihinsel eylemleri içermektedir (Moore ve ark., 2009). Niceliksel muhakemede kullanılan zihinsel eylemler öğrencilerin matematiksel kavrayışları ile ilgili muhakemelerinin gelişimine dayanak olmakta ve bunları derinlemesine düşünmelerini sağlamaktadır (Moore ve ark., 2009). Thompson'a (1995) göre öğrencilerin matematik ile ilgili öğrendiği en önemli görüş, matematiğin öğrencilere dünyayı niceliksel olarak görmelerine ya da anlamalarına yardımcı olmasıdır. Matematiğin içindeki büyük düşünceler, algoritmaların içinde bulunmaz; bu büyük düşünceler algoritmaları nasıl yapılandırdığımızla ve anlamlandırdığımızla ortaya çıkmaktadır. Matematiksel bir düşünceyi anlamak ise niceliksel muhakeme yapmak ile mümkündür. Çünkü dünyayı niceliksel olarak anlamak nesnelerin ölçülebilen yönlerinin kavramsallaştırılması anlamına gelir. Niceliksel muhakeme sayılarla ilgili yapılan muhakeme olmayıp, nesneler, nesnelerin ölçümleri ve nicelikler arasındaki ilişkilerle ilgili yapılan muhakemedir (Thompson, 1995, s. 205).

1.1.1. Niceliksel muhakeme ile ilgili terimler

Nicelik: Nicelikler nesnelerin ya da olayların algılanan (düşünülen) bir özelliği olup ölçüm sürecini hesaba katmayı gerektirmektedir (Smith ve Thompson, 2008, 105). Nicelik nesnelerin ya da olayların ölçülebilen özellikleridir ve bunları ölçme kapasitemiz ya da yeteneğimiz nicelikleri nicelik yapabilmektedir (Smith ve Thompson, 2008, 105). Bu nedenle nicelikler bilişsel bir nesne olup bireylerin zihinsel eylemleri ile oluşmaktadır (Moore ve ark., 2009). Nicelikler kavramsal oluşumlar olup insanların durumlar ile ilgili kavrayışları ya da algılamaları ile oluşmaktadır (Kaput, 1995, s. 45). Herhangi bir

niceliğin oluşum sürecinde bireyin nesne, nesnenin ölçülebilen özelliği, bu özelliğine uygun ölçü birimi ile ilgili kavrayışı sahip olması ve nesnenin bu ölçülebilen özelliğine ya da niteliğine sayısal değer atamak için yapılan işlemle ilgili farkında olması ve onu bilmesi gerekmektedir (Kaput, 1995, s. 45). Niceliklerin bilişsel bir nesne olduğu için her birey bir niceliği oluştururken kendi bakış açısını yansıtır ve bu da niceliğin istenilen ya da istenmeyen bir şekilde oluşturulmasına neden olmaktadır. Örneğin, birey bir niceliği düşünme sürecindeki kavrayışı bu niceliğin değişimini içerebilir ya da içermeyebilir. Ancak niceliğinin değişimini göz önüne alma eylemi ise istenen bir düşünme yoludur (Moore ve ark., 2009). Bütün bu nedenlerden dolayı önemli olan niceliklerin türü ya da isimlendirmesi olmayıp niceliklerle ilgili nasıl düşünüldüğüdür (Smith ve Thompson, 2008, s. 120). Nicelikler hakkında yorum yapabilmek için sayısal değerlere ihtiyaç yoktur, nicelikler sayılardan daha somuttur ve nicelik ile sayı aynı şey değildir (Thompson, 1993). Örneğin kendi ağırlığımızla ve başka birinin ağırlığını karşılaştırırken hangimiz daha kilolu göründüğünü hesaba katarak, gerçek değeri bilmeden de düşünebiliriz (Kaput, 1995, s. 45). Thompson (2011) niceliğin deneyimsel dünyada olmadığını iddia eder, bu araştırmacıya göre nicelik ancak birey tarafından oluşturulur (s. 33). Thompson'a (2011) göre nicelikler problem bağlamı ya da problem durumunun içerisinde yer almamaktadır. Bunun yerine nicelikler öğrencilerin bağlamlar ve onların ölçümü ile ilgili kavrayışlar/algılayışlarında var olup niceleştirme sürecinin gerçekleşmesini gerektirmektedir. Kısaca nicelikler zihinsel ölçme eylemlerinin kullanılması sonucunda oluşmaktadır.

Nicelleştirme: Nicelleştirme nesnenin algılanan özelliği ile ilgili doğrudan ya da dolaylı bir ölçüm sürecidir (Thompson, 1990, s. 5). Kısaca nicelleştirme bireyin algıladığı nesneyle ilgili özelliklere sayısal değerler atama sürecidir. Bu süreçte bireyin bir niceliği kavraması için, nesne ve nesnenin ölçülebilen özellikleri ile (örn. yarıştaki arabanın çeşitli özellikleri) ilgili zihinsel görüntülere, niceliği üreten doğrudan ya da dolaylı ölçme eylemlerine (örn. alınan mesafenin ölçümü) ve ölçümün sonucunda elde edilen değere sahip olması gerekmektedir (Moore ve ark., 2009). Nicelleştirme bir özelliğin ölçümünün sonucunun eşlenmesi süreci ile son bulmaktadır. Bir özelliğin ölçümünün sonucunda belirlenen sayı değerdir ve sadece sayı değildir. (Thompson, 1990, s. 6). Özetle nicelleştirme bir nesnenin ölçülebilen özelliğinin bir ölçü birimine (örn. kilometre) sahip olması için niceliksel anlam açısından bir nesne ve nesnenin ölçülebilen özelliğinin (örn. uçak ve onun ölçülebilen özelliğinin (örn. uçağın ne kadar uzağa gittiği))

kavramsallaştırılması sürecidir (Thompson, 2011, s. 37). Nicelleştirme süreci bir niceliğin oluşturulmasında gerekli ve önemlidir (Weber ve ark., 2014, s. 25).

Değer: Değer, oluşturulan niceliğin nicelleştirilmesi sürecindeki sonucunda ortaya çıkan sayısal bir üründür (Thompson, 1990, s. 6). Örneğin bir kişinin kütlesine değer atamada kütle nesnenin ölçülebilen özelliği olarak ele alınır ve birey kütlenin farklı yerçekimlerinde bile aynı miktarı temsil edeceğini düşünür. Aynı öğrenci nesnelerin kütlesinin değişmeyeceğini düşünürken ağırlığın yerçekimine bağlı olarak değiştiğini bilir. Daha sonra öğrenci doğru ya da dolaylı ölçümleme eylemlerini düşünür (örn. kütlenin ölçümünde kullanılan standart birimler) ve son olarak ölçüm sürecinden bir değer ortaya çıkar ve bu değer oluşturulan bir niceliğin nicelleştirilmesinin sayısal bir sonucudur (Weber, 2012, s.11). Örnekteki öğrencinin nicelik olarak bir nesnenin kütlesi ile ilgili algılamaları istenilen bir düşünme yolu olup niceliksel muhakemeyle ilişkilidir.

Özetle herhangi bir niceliği dört bileşenin oluşturduğu söylenebilir. Niceliği oluşturan bileşenler nesne, nesnenin ölçülebilen özelliği, uygun ölçü birimi ya da boyutu ve bu ölçülebilen özelliği sayısal değer atama sürecidir (Kaput, 1995, s. 45). Örneğin, dikdörtgen bir zemin ile ilgili bir nicelikte onun genişliği ya da eni göz önüne alınmaktadır. Bu örnekte nesne zemindir, nesnenin ölçülebilen özelliği genişlik ya da enin doğrusal miktarı/ölçüsüdür, uygun ölçü birimi metredir ve bu ölçülebilen özelliği sayısal değer atama sürecinde şerit metre ya da mezür kullanılmaktadır. Dikdörtgensel zemin ile ilgili diğer nicelikler ise bireyin zihninde dikdörtgensel zeminin uzunluğu, çevresi ve alanı ile oluşturduklarıdır (Belue, 2015, s. 5). Nicelikler doğrudan (örn., dikdörtgensel zeminin uzunluğu ya da genişliği) ya da yeni bir nicelik oluşturmak için eldeki niceliklerle ilgili işlemin sonucunda dolaylı olarak (örn. dikdörtgensel zeminin çevresi ya alanı) olarak ölçülebilmektedir (Belue, 2015, s. 5). Bireyler doğası gereği günlük yaşamda nicelikler ile uğraşmaktadır. Örneğin, tanıdığımız insanların ağırlıklarını, gördüğümüz ya da sürdüğümüz arabaların hızlarını, ahşap blokların kütlesini ya da yoğunluğunu düşünmemiz bizim aslında nicelikler ile meşgul olduğumuzu göstermektedir (Kaput, 1995, s. 45). Başka bir örnek olarak öğrencilerin bir nesnenin hızını anlamlandırmalarını göz önüne alalım. Bir nesnenin hızının ölçülmesinde, bireyin ilk önce tamamlanmış hareketin bir nicelleştirilmesi olarak hızı kavraması gerekir. Bu eylem nesnenin tamamlanmış hareketinin ölçülebilecek bir şeyin olması fikrine neden olur ve öğrencilerin bunu ölçmesi için bir yol düşünmesini sağlar (Thompson ve Thompson, 1994, s. 283). Bir nesnenin hızının ölçülmesi süreci iki niceliğin (kat edilen

mesafe, bu mesafeyi almak için geçen gerekli zaman) çarpımsal olarak kavramsallaştırmasına dayanmakta ve daha sonra öğrenci ölçüm süreci sonundaki değeri kavrayabilmektedir (Weber ve ark., 2014, s. 26). Bu değer nicelleştirme sürecinin ürünü olduğu için birim zamanda aracın kat ettiği mesafeyi (örn. arabanın hızı 100 km/s) gösterir. Kısaca herhangi bir niceliğin sayısal değeri yoktur. Nicelikler ancak sayısal değer atamak için bireyin zihinsel sürecindeki kavrayışın oluşması ile sayısal değer ile ilişkilendirilebilir (Belue, 2015, s. 5).

Niceliksel İşlem: Anlamlandırılmış iki niceliğin yeni bir nicelik üretmek için ele alınmasıdır (Thompson, 1990, s. 11). Bir niceliksel işlem aritmetiksel işlemlerdeki toplama, çıkarma, çarpma ve bölme ile aynı değildir. Niceliksel işlem ile uğraşan bir birey ilk anda verilen durumu niceliksel olarak düşünür. Niceliksel işlemler kavramsal olup sayısal işlemlerden bağımsızdır; bireyin durumları düşünmesini, aklında canlandırmasında ve muhakeme etmesinde kullanılmaktadır (Thompson, 1995, s. 212).

Yeni nicelikler oluşturmak için dört niceliksel işlem kullanılmaktadır. Bunlar niceliklerin toplamsal olarak birleştirilmesi, niceliklerin toplamsal olarak karşılaştırılması, niceliklerin çarpımsal olarak birleştirilmesi, niceliklerin çarpımsal olarak karşılaştırılmasıdır (Thompson, 2011, s. 43).

Belue (2015) dikdörtgensel zemini dört niceliksel işlem ile ilgili örnekler için kullanmıştır.

- Dikdörtgensel zeminin çevresi örneğine ilişkin nicelik, niceliklerin toplamsal olarak birleştirilmesi sonucunda oluşmaktadır. Burada zeminin iki genişliği ve iki uzunluğu birleştirilmesi düşünülmektedir.
- Dikdörtgensel zeminin uzunluğunun genişliğinden ne kadar büyük olduğuna ilişkin nicelik, niceliklerin toplamsal olarak karşılaştırılması sonucunda oluşmaktadır. Burada dikdörtgensel zeminin uzunluğu ve genişliği arasındaki miktar düşünülmektedir.
- Dikdörtgensel zeminin alanına ilişkin nicelik, niceliklerin çarpımsal olarak birleştirilmesi sonucunda oluşmaktadır. Burada uzunluk ve genişliğin nasıl birleştirilip bölge oluştuğu düşünülmektedir.
- Dikdörtgensel zeminin uzunluğunun genişliğinin kaç katı olduğuna ilişkin nicelik, niceliklerin çarpımsal olarak karşılaştırılması sonucunda oluşmaktadır. Burada dikdörtgensel zeminin uzunluğu ve genişliği arasındaki oran düşünülmektedir (s. 6).

Niceliksel İlişki: Niceliksel ilişki üç niceliğin görüntüleri (imgeleri) olup bu niceliklerden ikisi ile yapılan niceliksel işlemle üçüncü nicelik belirlenmektedir (Thompson, 1990, s. 13). Kısaca niceliksel ilişki niceliksel işlem ile doğrudan ilişkilidir ve en az üç niceliğin imajından oluşmaktadır.

Şekil 1 için üç farklı kişinin hareket eden aracın hızını anlamlandırma ile ilgili yorumları şu şekildedir. Birey A, resime bakar, iki arabanın olduğunu ve işarette yavaş yazdığını ve arka planda binaların olduğunu belirtir. Birey B iki arabanın arasında boşluk olduğunu söyler ancak arabaların arasındaki uzaklığı doğrusal bir birim ile ölçülebileceğini belirtmez. Birey C ise arabalar arasındaki uzaklık için bir takım metre cinsinden değerler atar, mavi aracının uzunluğunu gümüş aracın uzunluğu ile karşılaştırır ve resimde bulanıklığa neden olan şekli de zamana bağlı hareket eden aracın kat ettiği mesafe olarak düşünmektedir (Weber, 2012, s. 10).

Görsel 1.1. *Hareket Eden Aracın Hızını Düşünme/Anlamlandırma*
Kaynak: *Weber, 2012, s. 10.*

Birey A'nın hareket eden aracın hızını anlamlandırması niceliksel muhakeme ile ilgili değildir. Birey B'nin anlayışı ise niceliksel muhakeme yapma öncesi olup bir durumun niceliksel kavranışı için gerekli bir düşünme yoludur ancak tam olarak niceliksel muhakeme ile ilişkilendirilemez. Birey C verilen durumun özelliklerini (niteliğini) oluşturmuş ve onları ölçülebilir olarak canlandırmıştır. Birey A sadece resimdeki detayları not alırken Birey B düşünmesini oluşturan model daha niceliksel olduğu iddia

edilebilir. Sadece burada bireyin ortalama hızı anlaması ve bir niceliğin diğer niceliğe bağlı değişimini anlamlandırmasına ihtiyaç vardır (kameranın açık olduğu süreye bağlı kat edilen mesafe). Bu da mesafenin ve zamanın değişiminin ölçümünün anlamlandırılması gerekliliği ortaya koymaktadır. Eğer bir öğrenci bir niceliği oluşturacaksa, bu öğrencinin bir ölçüm sürecini kabul ederek nesnenin ölçülebilen özelliğini göz önüne alması gerekmektedir (Weber, 2012, s. 10). Bu örnek de nicelik ve nicelik ile ilgili terimler ışığında niceliksel muhakemede farklı, istenen ve istenmeyen düşünme yollarını ortaya koymaktadır.

1.1.2. Niceliksel muhakemeye ilişkin alt beceriler

Niceliksel muhakeme okul öncesinden itibaren geliştirilmesi gereken bir beceri olduğu için nicelik kavramının oluşturulması sürecinde birçok alt beceri kullanılmaktadır (Kabael ve Akın, 2016a, s. 878). Ortaokul matematiğinde öğrencilerin niceliksel muhakeme yapması için niceliksel muhakemenin alt becerilerinden problem bağlamında niceliklerin oluşturulması/belirlenmesi, nicelikler arası ilişkilerin belirlenmesi/kurulması, niceliksel işlem, niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu yapması gerekmektedir. Nicelikler ile ilgili terimler bölümünde öğrencilerin problem bağlamında nicelikleri oluşturmak ya da belirlemek için birçok zihinsel eylemi kullanarak nicelleştirme sürecinin farkında olması ve yerine getirmesi önem taşıdığı belirtilmiştir. Öğrenci problem bağlamında nicelikleri zihninde oluşturduktan sonra nicelikler arası ilişki kurmak için niceliksel işlemleri kullanmaktadır. Bu süreçte öğrenciler toplamsal ilişki, çarpımsal ilişki, oran, orantı, eşitliklerden yararlanarak niceliksel işlemler yapmaktadır. Gerçek yaşamdaki bağlamlarda farklı ölçü birimli nicelikler arasında niceliksel ilişkiyi kurmak için önce öğrenci nicelikleri oluşturmalı ve daha sonra niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerini kullanmalıdır. Niceliksel birim koordinasyonu problem bağlamındaki niceliklerin birimini fark ederek, niceliğe ait sayısal değer ile niceliğin birimi arasındaki ilişkiyi keşfedebilmektir (Olive ve Çağlayan, 2008, s. 270-271). Niceliksel birim korunumu ise farklı nicelikleri ve bunların farklı birimleri arasında dönüşüm yaparak bu nicelikleri tek bir birim cinsine göre bir bütün olarak ele almaktır (Olive ve Çağlayan, 2008, s. 270-271).

Niceliksel muhakemenin özel bileşenlerinden biri hesaplama akıcılığı becerisidir. Hesaplama akıcılığı becerisi de iki ayrı alt beceriden oluşmaktadır. Bunlar bağlamında ele alma ve bağlamından ayrı ele alma becerisidir. Hesaplama akıcılığı becerisi aynı

zamanda DNR kapsamında bir düşünme yoludur. Bağlamından ayrı ele alma becerisinde verilen bir durum soyutlanır ve sembolik olarak temsil edilir ve sembolik manipülasyonlar yapılır. Bu süreçte niceliksel anlam açısından cebirsel temsillerin ele alınması gerekli olmayıp semboller kendi doğasında kullanılır ve manipülasyonlar yapılır. Bağlamında ele alma becerisinde ise problem durumu ile ilgili sembollerin içerdikleri kavramsal ve niceliksel anlamlar derinlemesine araştırmak için manipülasyon sürecini gerektiği gibi duraklatılmaktadır (Harel, 2013, s. 442). Hesaplama akıcılığı becerisinin kullanılmasındaki amaç öğrencilerin cebiri araç olarak esnek ve ustaca kullanmalarını ve kullandıkları sembolleri ve yaptıkları sembolik manipülasyonları problem bağlamında niceliksel ve kavramsal anlam açısından analiz etmelerini sağlamaktır. Bu nedenle hesaplama akıcılığı becerisi niceliksel muhakemenin aritmetikten cebire geçişte kritik ve kilit bileşenidir.

Orantısal muhakeme ve kovaryasyonel muhakeme niceliksel muhakemenin önemli ve özel bileşenlerinden biri olarak ele alınmaktadır (Belue, 2015, s. 3). Niceliklerin çarpımsal olarak karşılaştırılarak bir oran oluşturulması ve oranın eş/denk formları (örn. orantı, cebirsel eşitlik yazarak orantı oluşturma) ile ilgili düşünmeler niceliksel muhakemenin özel bileşeni olup orantısal muhakeme olarak adlandırılmaktadır (Belue, 2015, s. 18). Orantısal muhakemede iki değişkenli doğrusal denklemlerin kavranması, eğim ve hız kavramının kavramsallaştırılmasında önemlidir. Ayrıca niceliksel muhakemenin fonksiyonel düşünme/muhakemenin temelini oluşturmaktadır. Öğrencilerin yüksek matematikte başarılı olabilmeleri için güçlü şekilde fonksiyonel düşünmeleri gerekmektedir. Fonksiyonel düşünmenin kökeni ise niceliksel muhakeme yapmaya dayanmaktadır (Ellis, 2011, s. 235). Nicelik temelli problem çözme yaklaşımı da öğrencilerin fonksiyonel düşünmeye becerisi kazanmalarını sağlamakla birlikte nicelikler arasındaki ilişkileri inceleme sürecinde birlikte değişen niceliklerin değişimini analiz edilmesi de kovaryasyonel düşünmeyi desteklemektedir (Ellis, 2011, s. 215). Ortaokul öğrencilerinin fonksiyonel düşünme ile ilgili deneyim kazanırken niceliksel muhakeme becerilerini kullanarak nicelikler ve nicelikler arası ilişkileri oluşturmaları fonksiyonel (eşleme ve kovaryasyonel ilişki) ilişkileri anlamlı bir şekilde koordine etme fırsatı vermektedir. Bu nedenle ortaokul matematiğinde öğrencilerin fonksiyonel (eşleme ve kovaryasyonel ilişki) düşünme becerisini geliştirirken niceliksel muhakeme ile birlikte ele alınması gerekliliği ortaya çıkmaktadır (Ellis, 2011, s. 235).

Fonksiyonel muhakeme/düşünmeyi cebirsel düşünme kapsamında ele almak yararlı olacak ve niceliksel muhakeme ile ilişkisi daha net bir şekilde görülecektir. Cebirsel düşünme matematiği okuma, anlama ve yapmanın hemen hemen her yerinde bireyin kullanmasını gerektiren matematiğin ana düşünme biçimidir. Blanton ve Kaput (2005) cebirsel düşünmeyi "özel örnekler kümesi üzerinden matematiksel düşüncelerin sözel argümantasyonlar ile genelleştirilmesi ve bu genelleştirmelerin giderek formal ve yaşa uygun şekilde ifade edilme süreci" olarak tanımlamıştır (s. 413). Cebirsel düşünme basit bir süreç olmayıp daha karmaşık bir süreci oluşturmaktadır. Çünkü cebirsel düşünmede cebirsel notasyon, temsil ve modellerle birlikte problem çözme, akıl yürütme ve fonksiyonel düşünme becerileri kullanılır. Cebirsel düşünmenin temel ve ana bileşeni ise fonksiyonel düşüme olup fonksiyonel düşünme matematiğin doğasını yansıtması nedeniyle matematiğin merkezini oluşturmaktadır (Tanışlı, 2011, s. 207). Bireyde fonksiyonel düşünmenin başlangıcı iki ya da daha fazla nicelik arasındaki ilişkiye odaklanması ile ortaya çıkar ve nicelikler arası bağıntılar kurularak genelleme yapılmasıyla da devam eder (Smith, 2008, s. 143). Fonksiyonel düşünme, bir ya da daha fazla değişen nicelikler arasındaki ilişkiye odaklanan temsilsel düşünme olup aynı zamanda bir düşünme yoludur (Smith, 2008, s. 145). Öğrencilerde fonksiyonel düşünme gelişimini sağlamak için en başta niceliklerin nasıl ve hangi yollarla değiştiğini ve niceliklerin birbiri ile olan ilişkilerini açıklamaları ve anlam vermeleri istenmesi gerektiği vurgulanmalıdır (NCTM, 2000). Fonksiyonel düşünme ya da muhakeme iki önemli beceri olan eşlemeli ilişki ya da muhakeme ve kovaryasyonel muhakeme ön plana çıkmaktadır. Eşlemeli ilişki ya da muhakemede öğrenci bağımlı ve bağımsız değişken arasında kural bulmayı amaçlar (örn. y x'in 2 katının 1 fazlası: $y = 2x + 1$). Burada öğrenci girdiye eşlenen çıktıyı bulmayı hedefler ve tabloya yukarıdan aşağıya bakmak yerine soldan sağa bakarak amacı olan genel kuralı elde etmeye çalışır (Confrey ve Smith, 1994, s. 33). Kovaryasyonel muhakeme kapsamlı bir fonksiyonel muhakeme çeşididir. Çünkü burada öğrenci hem eşleme ilişkisini hem de kovaryasyonel ilişkiyi kullanır (Tanışlı, 2011, s. 207). Kovaryasyonel muhakemede öğrenci eşleme ilişkisine ek olarak bağımsız değişkenin x_n den x_{n+1} 'e değişimi bağlı olarak bağımlı değişkenin y_n den y_{n+1} 'e değişimini işlemsel olarak (örn: x 1 arttığında y 5 artar) gösterir (Confrey ve Smith, 1994, s. 33). Yinelemeli (recursive) muhakemede ise ardışık terimler arasındaki ilişkiden (örn. her girdiye 7 eklenmesi gibi) yola çıkılarak bir sonraki terim bulunur. Kısaca, bağımlı değişkenin nasıl değişim gösterdiği tanınmaya çalışılır. Kovaryasyonel muhakemede

yinelemeli ilişkiden farkı yinelemeli ilişkide diğer veri kümeleri göz ardı edilerek tek veri kümesi üzerinden değişim analiz edilirken, kovaryasyonel muhakemede niceliklerin birbirine bağlı değişimi analiz edilmektedir (Confrey ve Smith, 1994; Moss, Beatty, Barkin ve Shillolo, 2008). Öğrenci veri tablosuna bakarak nicelikler arasındaki ilişkiyi birbirine bağlı olarak değişimini inceliyorsa burada kovaryasyonel muhakemeye başladığını söyleyebilir. Kovaryasyonel muhakeme yaklaşımı kazanan öğrenci veri setinin yukarıdan aşağıya değişimini gözler. Soldan sağa doğru veri tablosunu inceleyen öğrencinin amacı fonksiyonun kuralını eşleme ilişkiyle elde etmek olduğu için burada öğrenci fonksiyonu belirli bir girdi çıktı ilişkisiyle statik/eylemsel olarak adlandırır. Yukarıdan aşağıya ya da tam tersi bir biçimde veri tablosunu değerlendiren öğrenci fonksiyona, kovaryasyonel muhakeme tarzı ile yaklaşır; veri kümesindeki nicelikler arasındaki ilişkileri bir bütün halinde birleştirerek girdi ve çıktıları ardışık olarak zihninde canlandırır ve böylece dinamik yapısı olan fonksiyonun sürecini oluşturur (Carlson ve Oehrtmen, 2005; Dubinsky ve Harel, 1992; Payne, 2012). Carlson, Jacobs, Coe, Larsen ve Hsu (2002) kovaryasyonel muhakemeyi "birbirine bağlı olarak değişen niceliklerle uğraşılması yolu ile iki değişen niceliğin koordinasyonunu içeren bilişsel aktiviteler şeklinde ele almıştır (s. 354). Bu nedenle kovaryasyonel muhakeme yapan bir öğrencinin aynı zamanda niceliksel muhakeme yaptığı söylenebilir. Kovaryasyonel muhakeme yapan bir öğrenci aşağıdaki bilişsel aktiviteler ile uğraşmaktadır.

- Bir niceliğin başka bir niceliğe göre bağımlılığını koordine etme,
- Bir değişkendeki değişimin yönünü, diğer değişkendeki değişimle birlikte koordine etme,
- Bir değişkendeki değişim miktarını diğer değişkendeki değişime göre koordine etme,
- Bir değişkenin değerini diğer değişkendeki değişimle birlikte koordine etme /ayarlama,
- Bir niceliğin değişiminin geri kalan nicelikleri nasıl etkilediğini belirleme (Carlson ve Oehrtman, 2005).

1.1.3. Niceliksel muhakemenin önemi

Küreselleşme ve internet üzerindeki süregelen bağımlılık, şirketlerin üniversite öğrencilerinden, özelikle gerçek iş yaşamı senaryoları ile ilgili karmaşık iş problemlerini

çözme sürecinde niceliksel olarak düşünme ya da muhakeme yapma konusunda yeterli olmalarını beklemektedir (Sircar, 2009, s. 289). Etkili ve üretken vatandaşlar yetiştirebilmesi için ortaöğretim ve üniversite öğrencilerin mezun olurken niceliksel muhakemede belirli seviyedeki yeterliklerine sahip olmaları gerekmektedir. Her öğrencinin matematiği ileri ve çok yönlü bir şekilde öğrenmesine ihtiyaç yoktur ancak her bir öğrencinin anlama, yorumlama, değerlendirme, sorgulama ve sonuç çıkarabilmeleri için matematiğin temel uygulamalarına hâkim olması gerekmektedir. Üniversite mezunlarının profesyonel ve kişisel yaşamındaki argümanları değerlendirme, oluşturma ve iletişimde bulunmaları için niceliksel bilgileri işleme ve ilişkilendirme sürecinde donanımlı olmaları şarttır. Bu nedenle niceliksel muhakeme becerisi ortaöğretim ve lisans öğretim programlarında bilinçli bir biçimde yerleştirilmeli ve öğrenci deneyimleri açısından da ayrılmaz ve bütünleyici bir parça olmalıdır (Agustin ve ark., 2012, s. 306).

Ortaöğretim matematiği ve yüksek matematiğin önemli kavram ve konularının önemli bir kısmının kavramsal temelini niceliksel muhakeme yapmayı gerektirdiği anlaşılmaktadır (Thompson, 1994, s. 183). Niceliksel muhakeme ortaöğretim ve lisans öğretiminde olduğu kadar ilkokul ve ortaokul matematiğinde de kritik öneme sahiptir. Niceliksel muhakemenin matematik öğretiminde en kritik rolü aritmetikten cebire geçiş sürecinde görülmektedir. Çünkü niceliksel muhakeme, aritmetiksel ve cebirsel muhakemeyi birlikte tutan yapışkan görevini üstlenmektedir. Niceliksel muhakeme aritmetiksel muhakemeden cebirsel muhakemeye düzgün ve yumuşak bir geçiş sağlayarak bu süreçte köprü rolü oynamaktadır (Smith ve Thompson, 2008, s. 119). Niceliksel muhakeme yardımıyla nicelikler arasındaki genel ilişkileri temsil etme ve düşünme öğrencinin kavramsal gelişimini desteklemekle birlikte aritmetikten cebire geçiş sürecinde cebiri problem çözme, anlama ve düşünmede kullanılan anlamlı bir araç haline getirmektedir. Niceliksel muhakeme ile ilgili yaklaşımlarda öğrenciler belirli hesaplamalar yerine genel ilişkileri temsil etmeye odaklandıkları için bu yaklaşımlar cebirsel sembollerin anlamlandırılmasında erken bir rota rolünü görmektedir (Smith ve Thompson, 2008, s.117).

Aritmetik ve cebir ile yakından ilişkili olmasına rağmen niceliksel muhakeme her ikisinden de bağımsızdır. Niceliksel muhakeme hem aritmetik hem de cebir için temel oluşturmakla birlikte cebir ve aritmetiksel içeriğin oluşturulmasına neden olan itici bir güç olup sayısal ve sembolik ifadelerle ilgili hesaplamaların anlamlandırılmasına imkân

sağlamaktadır (Smith ve Thompson, 2008, s. 96). Bu nedenle Subramaniam ve Banerjee (2011) öğrencilerin aritmetiği işlemleri gerçekleştirmek için kullanılan bir dizi talimatlar kümesi olarak öğrenmek yerine aritmetiksel ve cebirsel ifadelerin nicelikler ilişkiler kapsamında ele alınıp analiz edilmesi gerektiğini ve öğrencilerin niceliksel muhakeme yaparak aritmetiği ve cebiri öğrenmelerinin önemli olduğunu vurgulamışlardır (s. 91-98).

Okul öncesinden yükseköğretime kadar öğrencilerin niceliksel muhakeme becerileri son yıllarda matematik eğitimi araştırmacılarının dikkatini çekmiştir. Özellikle matematik eğitimi araştırma konuları arasında öğrencilerin niceliksel muhakeme yapıları ve bu becerinin geliştirilmesi popüler hale gelmiştir. Bu çalışmalarda ilköğretim matematiğinden yükseköğretim matematiğindeki birçok kavramın gelişimi sürecinde niceliksel muhakemenin etkili olduğu ortaya çıkmıştır (örn. Ellis, 2007; Moore, 2011; Thompson, 1994; Weber, 2012). Örneğin Moore ve Carlson'ın (2012) araştırmasının bulguları öğrencilerin formülleri ve grafikleri kullanmadan önce problem bağlamıyla ilgili niceliksel anlam açısından zihinsel görüntü oluşturmaları ve nicelikler arası ilişkileri kurmalarının problem çözme sürecinde kritik öneme sahip olduğunu göstermiştir. Bu nedenle bu araştırmacılar niceliksel muhakemeyi öğrencilerin anlamlı formül ve grafik oluşturmasına gerektiren zihinsel görüntülerin yapılandırılmasına neden olan ana (esas) muhakeme olarak ele almıştır. Kısaca alanyazındaki araştırmaların bulgularına yönelik yaptıkları çıkarımlar öğrencilerin matematiksel düşüncelerle ilgili anlayış kazanmalarında niceliksel muhakemenin rolünü ve önemini vurgulamıştır.

1.1.4. Niceliksel muhakemenin problem çözmedeki rolü

Aritmetikten cebire geçiş sürecinde problem çözme önemli bir yere sahiptir. Cebir öncesindeki problem çözme ile ilgili tartışmalarda öğrencilerin düşünme yollarına odaklanılması, aritmetiksel, cebirsel ve niceliksel muhakeme gibi farklı düşünme yollarının geliştirilmesi amaçlanmalıdır. Örneğin, nicelik ve nicelikler arasındaki ilişkilere odaklanılmasına neden olan niceliksel muhakeme öğrencilerin cebiri anlamlı bir şekilde yapılandırmalarına ve üretken biçimde problem çözmelerine yardımcı olmaktadır (Smith ve Thompson, 2008, s. 123). Niceliksel muhakemede nicelikler hakkında sayısal olmayan çıkarımlar esas olduğu için niceliksel muhakemeye dayalı problem çözen bir öğrenci problemin çözme sürecinde problem durumundaki niceliklerin nasıl bir ilişkiye sahip olduğuna bakmaktadır. Problem çözme sürecini göz önüne aldığımızda en fazla üzerinde durulması gereken aşama problemi anlamadır. Niceliksel muhakeme yardımı ile

problem çözen bir öğrenci de problem çözmedeki en önemli ve kritik aşama olan problemi anlama aşamasına odaklanmaktadır. Problemi çözmede yaşanan güçlüklerin en önemli sebebi öğrencilerin problemleri çözme sürecinde öncelikler problem bağlamına yönelik niceliksel ilişkilere dayalı uygun zihinsel model yapmak yerine aritmetiksel hesaplamalar ya da işlemlerle uğraşmaya çalışmalarıdır (Mayer, Lewis ve Hegarthy, 1992 s. 150). Ortaokul matematiği öğrencilerin cebirsel düşünme sürecinde kritik önem taşıdığı için matematik öğretiminin ana odağının öğrencilerin problem bağlamlarını niceliksel olarak düşünme becerisi kazandırmasıdır (Mayer ve ark., 1992, s. 150; Nathan ve Young, 1990, s. 425). Bütün bunlara ek olarak alanyazındaki birkaç çalışma (örn. Moore, 2011; Weber, 2012) karmaşık ve zor olarak ele alınan problemlerde niceliksel muhakemenin etkili ve anahtar role sahip olduğunu ortaya koymuştur.

Öğrencilerin niceliksel muhakeme yapması onların gerçek yaşamdaki deneyimleri kullanmalarını ve bunlardan daha iyi faydalanmalarına olanak sağlamaktadır (Smith ve Thompson, 2008, s. 126). Benzer şekilde günlük yaşamda karşılaşılan problemleri de niceliksel muhakeme yardımı ile yapılan karşılaştırmalar ve anlamlandırmalar yoluyla çözülebilmektedir. Niceliksel/kavramsal problem çözme yaklaşımı nicelikler ve nicelikler arası ilişkileri problem çözmenin merkezi ve belirgin bir odağı olarak düşünmeyi sağlamaktadır. Bu yaklaşımla elde edilen kavramsal yapı birçok diyagramı oluşturarak nicelikleri temsil etmeyi, niceliksel çıkarımları ve sayısal hesaplamaları açıklama ve gerekçe sunmayı kullanma fırsatı vermektedir (Smith ve Thompson, 2008, s. 108). Ayrıca informal olarak fonksiyonel muhakeme yapmak için niceliksel temelli bir problem çözme yaklaşımın ele alınması öğrencilerin fonksiyonel ilişkilere yönelik niceliklerin birbirlerine göre değişimini incelemeleri fırsatı vermekte ve cebirsel kavram ve beceri gelişimine dayanak olmaktadır (Ellis, 2011, s. 216).

Niceliksel muhakemenin matematiği özellikle cebiri yapılandırmada önemli bir yönü olduğunu gösteren araştırmalarda niceliksel muhakeme ve problem çözme arasındaki ilişki incelendiği görülmektedir (örn. Akın ve Kabael, 2016, Ellis, 2007; Kabael ve Kızıltoprak, 2014; Kabael ve Akın, 2016b; Moore, 2011; Moore ve ark., 2009; Weber, 2012). Bu araştırmalarda öğrencilerin belirli matematiksel konularla (fonksiyon, trigonometri, informal olarak fonksiyonu oluşturma vb.) ilgili düşünmelerini karakterize etmek için araştırmacılar öğrencileri cebirsel sözel problemleri çözmeleri istemiştir. Böylece bu araştırmacılar öğrencilerin problem çözme sürecindeki düşünme yapılarını araştırmıştır. Bu çalışmaların ortak sonucu cebirsel sözel problemleri çözme sürecindeki

kritik ve kilit parçasının niceliksel muhakeme olduğunu ortaya çıkarmasıdır. Ayrıca Moore (2011) niceliksel muhakemenin öğrencilerin problem çözme basamaklarında ortaya çıkan problem çözme davranışlarını araştırmada faydalı bir büyüteç rolü üstlendiğini iddia etmiştir (s. 300).

1.1.5. Ortaokul matematiğinde ve öğrenme ortamında niceliksel muhakemenin yeri

Dünyadaki ortaokul matematik öğretim programları incelendiğinde genel olarak matematikte özellikle cebirde geleneksel ve alışılagelmiş muhakeme biçimleri ile öğretim yapıldığı görülmektedir. Cebirde kullanılan geleneksel yaklaşımlar öğrencileri verilen durumdan ve karmaşık ilişkilerden uzaklaştırmakta, öğrencileri cebirsel manipülasyonlar ya da sayısal işlemlere odaklanmalarına maruz bırakmaktadır (Smith ve Thompson, 2008, s. 125). Öğretmen ve öğrencilerin böyle bir yaklaşımı doğal ve kabul edilebilir bulmaları, matematiksel durumlardaki nicelik ve nicelikler arası ilişkileri yok sayıp sadece kuralların ve formüllerin büyüsünü kapılmaları ve bunları kullanmaları matematiği yapılandırma sürecinde kabul edilebilir bir davranış olarak ele alınamaz (Thompson, 1990, s.1). Bu nedenle matematik öğretimde kullanılan geleneksel yaklaşımlar öğrencilerin muhakeme yeteneklerini geliştirmelerine ve tam anlamıyla kullanmalarına izin vermediği için öğrencilere daha somut ve sezgisel muhakemelerini kullanmalarını sağlayacak ortamlar sunulmalıdır. Bu ise ancak niceliksel muhakeme ile mümkündür.

Günümüzdeki ortaokul matematik öğretim programları sayılar, aritmetik ve işlemler üzerine vurgu yaptıkları halde niceliksel muhakemeye gereken önemi vermemektedir. Şu anki öğretim programları ayrıca öğrencilerin deneyimsel dünya ile matematik arasında ilişki kurmaları açısından da yetersizdir (Smith ve Thompson, 2008, s. 126). Ortaokul matematik öğretim programındaki cebir öğrenme alanı öğrencilerin cebirsel notasyonel sistemi anlamlandırmalarına, bu sistemi etkili bir şekilde manipule etmelerine, açık bir şekilde kullanmalarına hazırlamamakla birlikte niceliksel ve sayısal ilişkiler hakkında düşünme yollarını biçimlendirmelerine de imkân vermemektedir (Thompson, 1990, s. 3). Araştırmalar (örn. Smith ve Thompson, 2008; Stigler, Fuson, Ham ve Kim, 1986) ders kitapları ve öğretim programlarının niceliksel muhakemeyi desteklemediğini göstermektedir. Birçok öğretmen niceliksel muhakemenin öğretimini şaşırtıcı bulmakta ve büyük çoğunluğu niceliksel muhakemeyi etkili bir şekilde kullanamamaktadır (Post, Harel, Lesh ve Behr, 1991, s. 189-190). Öğrencilerin niceliksel muhakeme sürecinin gelişiminde de öğretim programında birçok tezat iç içe

bulunmaktadır. Öğrenciler doğası gereği çocukluklarından itibaren nicelikleri oluşturarak dünyayı anlamlandırmalarına rağmen şu anki ortaokul matematik öğretim programları öğrencilerin karmaşık durumlarla uğraşmasına yönelik olan fırsatları en aza indirmeye eğilimli olduğunu göstermektedir (Smith ve Thompson, 2008, s. 120; Thompson, 1995, s. 213). Oysaki Thompson (1995) bu zamana kadar yaptığı her araştırmada, karmaşık durumlarla uğraşan öğrencilerin yetenekleri hakkında öğretmen ve kitap yazarlarının öngördüklerinin çok daha ilerisinde olduğunu bulgusunu elde etmiştir. Bütün bu kopuklukların sonuçları ortaokuldaki birçok öğrencinin matematiği sevmemesine ve olumsuz bakış açılarına sahip olmalarına neden olmaktadır. Öğrencilere matematiği güçlü ve üretken bir şekilde öğretilmesi niceliksel muhakemenin gelişimine önem verilmesine bağlıdır. Bu nedenle öğrencilerin niceliklerle ilgili durumlar hakkında yaptıkları muhakemeler ve becerilerinin gelişiminin kavramsallaştırılması ile ilgili yaptıkları eylemler hesaplama becerilerinden daha az önemli olmamalıdır (Smith ve Thompson, 2008, s. 125). Niceliksel muhakemeye gereken önem verilmediği sürece hiçbir yaklaşım matematik öğretiminde öğrencilerin kavram ve beceri gelişimine yardımcı olmayacaktır (Thompson, 1990, s. 29).

Matematik öğretimi ve problem çözme sürecinde niceliksel muhakemenin önemi göz önüne alındığında öğretmenlere de büyük roller düşmektedir. Araştırmalar hesaplamalara ve işlemlere odaklanan niceliksel anlamlar yönünden eksik olan bir öğretiminin, cebirsel sözel problemlerini çözmeye yardımcı olmayacağı gibi öğrencilerin güçlü problem çözme yeteneklerini ve bilgi yapılarını geliştirmelerine destek olmadığını göstermektedir (Moore, 2011, s. 311). Sowder (1988) da problem çözmede nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler yerine sayılar ve işlemler üzerine odaklanan öğrenme ortamını temelsiz ve işe yaramayan bir tartışma olarak nitelendirmiştir. Ancak alanyazındaki araştırmalar (örn. Harel ve Lim, 2004; Kabael ve Yayan, 2014) matematik öğretmeni ve matematik öğretmen adaylarının problemin çözümünde yalnızca prosedürel işlemlere odaklandığını, öğrencilerin zihinsel ihtiyaçlarını ve düşünme yollarını göz ardı ederek öğretim ya da yönlendirme yaptıklarını göstermektedir. Niceliksel ilişkiler yönünden zengin problem durumlarının öğrenme ortamında çözülmesi öğrencilerin problem çözme becerisi ve düşünme yollarını geliştireceği anlamına gelmemektedir. Çünkü öğrenciler genellikle problem durumunda işlemlere ve sayılara odaklanmaktadırlar. Öğrencilerin problem durumundaki nicelikleri oluşturması ve ilişkilendirmesinde ancak matematik öğretmeninin öğrencilerinin niceliksel muhakemelerini desteklemek için yaptığı uygun

ve iyi yapılandırılmış yönlendirmeler ve sorgulamalarla mümkün olmaktadır (Ellis, 2011, s. 233). Bu nedenle cebirsel sözel problemleri çözme sürecinde öğretmenlerin öğrencilerin muhakeme yapıları ile uğraşmaları ve nicelikler ve nicelikler arası ilişkilere dayalı olarak anlayış oluşturmayı amaçlamaları, onların öğrencilerini cebirsel sözel problemleri çözmeye daha iyi hazırlayacaktır (Moore, 2011, s. 311). Bütün bu nedenlerden dolayı öğretmenlerin matematik öğretimi ve problem çözme sürecinde öğrencilerin düşünme yollarına odaklanmaları ve onları geliştirmeye yönelik sorgulamalar yapmaları gerekmektedir. Ortaokul matematiği aritmetikten cebire geçiş sürecini kapsadığı için aritmetik ile cebir arasındaki ilişkiler niceliksel muhakeme ile ilişkilendirilerek ele alınmalıdır. Çünkü niceliksel muhakeme cebirdeki başarılı olma olasılığını arttırır, cebirsel ve aritmetiksel bilginin daha anlamlı ve üretken bir şekilde oluşmasını sağlamaktadır (Smith ve Thompson, 2008, s. 105).

Yapılandırmacı yaklaşımda her öğrencinin geliştirdiği kavrayışlar ve görüntüler kendilerine özgü olması ile birlikte öğrencilerin geliştirdiği kavrayışlar ve görüntüler öğretimin amaçları ile uygun olmayabilir. Moore ve arkadaşları (2009) öğretimin hedeflenen amaçlarla uyumlu olması öğrencilerin nicelikler ve durumlar üzerinde düşünmeleri ve niceliksel muhakeme ile ilgili modelleme ortamlarında deneyim yaşamalarıyla mümkün olacağını ileri sürmüşlerdir. Niceliksel muhakeme yönünden zengin matematik öğretim programları öğrencilerin çevresindeki nesneler, durumlar, ölçümler ve değişim ile matematik arasında ilişki kurmadaki temsilsel yeteneklerini ve kavramsal gelişimini desteklemektedir (Smith ve Thompson, 2008, s. 127). Ancak öğrencilerin çoğunluğunun kapsamlı ve çok yönlü bir şekilde niceliksel muhakeme becerileri oluşturması bir iki senelik programlarla mümkün değildir. Bu nedenle niceliksel muhakemenin ilkokul ve ortaokul matematiğinde devamlı ve sürekli olarak geliştirilmesi amaçlanmalıdır (Smith ve Thompson, 2008, s. 128).

1.2. Matematik Okuryazarlığı ve PISA

Her ülkenin içinde bulunduğu çağa ayak uydurabilmesi ve küreselleşen dünyada önemli bir yere sahip olması için eğitime önem vermesi gerekmektedir. Dünyadaki eğitim sistemlerinin amacı nitelikli ve başarılı bireyler yetiştirebilmektir. Bu nedenle eğitim sistemlerinin çağa uygun bir şekilde sürekli yenilenerek geliştirilmesi gerekmektedir. 21. yüzyılda nitelikli bireylerin sahip olması gereken özelliklerden biri de matematik okuryazarlığında yeterli olmasıdır. İçinde bulunduğumuz bu çağda karmaşık ve hızla

değişen toplumlardan oluşan ülkelerin küresel rekabette var olabilmeleri için sorgulayan ve üreten, matematiksel düşünebilen ve özellikle matematiği gerçek hayat durumlarında kullanabilen matematik okuryazarlığı yüksek bireylere ihtiyacı olduğu açıktır. Ayrıca günümüz dünyasında gelişen teknoloji ile birlikte bireylerin kişisel, akademik ve profesyonel yaşamda bilinçli karar verebilmeleri, ilişki, veri ve olayları analiz edip yorumlayabilmeleri ise, ancak matematik okuryazarlığı ile mümkündür (Agustin ve ark., 2012, s. 305). Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü'ne göre (OECD, 2004) globalleşen dünyada bireylerin karşılaştıkları güçlükleri aşmaları için her ülkenin matematik okuryazarlığına sahip öğrenciler yetiştirmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Bu nedenle matematik okuryazarlığı, son yıllarda çoğu ülkenin eğitim reformlarında öncelikli önem verdikleri popüler bir konu olmuştur.

21. yüzyılda ülkelerin gelişmişlik düzeyi; ekonomik yapıları, bilgiyi üretme ve kullanma hızları, eğitim olanakları ve nitelikli birey sayısı gibi birçok etmenle ilişkilendirilmektedir. Bu etmenler arasındaki temel unsurun birey olması göz önünde bulundurulduğunda, ulusların küresel rekabette var olabilmeleri için sorgulayan ve üreten okuryazar vatandaşlara ihtiyaçları vardır (Jablonka, 2003). Bu çağda matematik okuryazarlığının popüler ve önemli hale gelmesini sağlayan en önemli etken OECD tarafından yürütülen ve en kapsamlı uluslararası çalışma olan PISA uluslararası değerlendirme programının bir sonucudur. PISA 2012'de matematik okuryazarlığı tanımı tekrar ele alınmıştır. PISA 2012 kapsamında matematik okuryazarlığı *"çeşitli bağlamlarda bireyin formüle etme, matematiği kullanma ve yorumlama kapasitesi olarak tanımlanmaktadır. "Bu kapasite matematiksel olarak akıl yürütmeyi, bir olguyu açıklamak ve tahmin edebilmek için matematiksel kavramları, işlemleri ve araçları kullanmayı içerir"*. Matematik okuryazarlığı "*bireyin; dünyada matematiğin oynadığı rolü fark etmesine ve anlamasına, sağlam temellere dayanan yargılara ulaşmasına, yapıcı, ilgili, duyarlı bir vatandaş olarak kendi ihtiyaçlarını karşılayabilecek şekilde matematiği kullanmasına yardımcı olmaktadır*" (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2011, s. 12). Matematik okuryazarlığına ile ilgili matematik eğitimcileri birçok model ve tanım (örn., Kilpatrick, 2001; Madison ve Steen, 2003; Pugalee, 1999) kullanmışlar ve matematik okuryazarlığını ölçmeyi amaçlamışlardır. Martin (2007) matematik okuryazarlığını insanların gerçek yaşamdaki problemleri düşünmesi, analiz etmesi, formülleştirerek açık ve kesin ifade etmesi ve çözmesi olarak ele almıştır. MEB'in (2005) matematik okuryazarlığı tanımında ise matematiğin günlük yaşamda nasıl

kullanılabileceğini görme ve gereksinimlerini karşılamak için matematikten faydalanma gücü olarak ele almıştır. Matematik okuryazarlığının farklı tanımları ve modelleri olmasına rağmen bu tanımlar (Höfer ve Beckmann, 2009; Kaiser ve Willander, 2005) matematik okuryazarlığının bireyin matematiği gerçek hayat durumlarında kullanılabilir hale getirmesini etkileyen çok değerli bir beceriler topluluğu olduğunu ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını ölçen ve değerlendiren uluslararası karşılaştırmalı program PISA'dır. Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for İntenational Students Assessment-PISA) olan PISA, OECD'nin üç yıl arayla düzenlediği, 15 yaş grubu öğrencilerin kazandıkları bilgi ve becerilerin değerlendirilmesine yönelik bir tarama araştırmasıdır. PISA çeşitli alanlarda okuryazarlık kavramını incelemektedir. PISA 2000'de okuma becerileri, 2003'te matematik okuryazarlığı, 2006'da fen bilimleri, 2009'da okuma becerileri ve 2012'de matematik okuryazarlığı alanında katılımcı ülkelerden veri toplamıştır. Ayrıca PISA 2003'ten itibaren problem çözme becerileri üzerinde de değerlendirme yapmaktadır. PISA okuryazarlığı açık uçlu iyi yapılandırılmış problemlerle ölçmesinin yanı sıra öğrencilerin demografik özellikleri, okul ortamları, öğrenme biçimleri, aileleri, kendileri hakkındaki görüşleri ve o uygulama dönemindeki konu alanlarındaki motivasyonla ilgili veriler anketler aracılığıyla toplamaktadır (OECD, 2004). Bu nedenle PISA katılımcı ülkelerin eğitim sistemlerinin mevcut durumları hakkında aydınlatıcı bilgiler vermekte olup öğrencilerin yukarıda belirtilen alanlardaki okuryazarlık performansları ülkelerindeki eğitim sistemlerinin değerlendirilmesine ve katılımcı ülkelerin mevcut eğitim sistemlerine eleştirel gözle bakabilmelerine yardımcı olmaktadır (Güzeller ve Akın, 2011, s. 793-794). PISA'ya 2003 yılından itibaren katılan Türkiye, her PISA değerlendirmesinde matematik okuryazarlığı performansı düşük olan bir ülkeyi temsil etmiş olup başarı durumu en düşük olan son on ülkeden biri olarak gösterilmiştir (OECD, 2007; OECD, 2010b; OECD, 2013). Örneğin, PISA 2003'te matematik okuryazarlığı alanında Türkiye 39 katılımcı ülke arasında 34. sırada yer almıştır. PISA 2006, PISA 2009 ve PISA 2012'de de Türkiye'nin matematik okuryazarlığı performansı puanı biraz artış göstermesine rağmen Türkiye hep matematik okuryazarlığı performansı düşük olan bir ülke olarak kalmış olup PISA'daki başarı düzeyleri göz önüne alındığında risk grubu içerisinde yer alan öğrenci yüzdesinin en yüksek olduğu bir ülkedir. Türkiye'nin PISA matematik okuryazarlığındaki performansında son yıllarda az miktarda artış olsa bile

ülkemiz son on ülke arasında yerini hep korumuştur. Ülkemizin PISA matematik okuryazarlığındaki deneyimlerine göre 2003'ten itibaren Türkiye düzey 1 ve altı öğrenci yüzdesi azalış göstermesine rağmen bu oranın katılımcı ülkelerinin ortalamasındaki düzey 1 ve altı öğrenci yüzdesinin yaklaşık iki katına eşittir (MEB, 2011, s. 9). Diğer yandan Türkiye'deki katılımcı öğrencilerden matematik okuryazarlığında düzey 6'da performans gösteren öğrenci oranı diğer katılımcı ülkelere göre oldukça ve şaşırtıcı şekilde düşüktür. Örneğin PISA 2009'daki matematik okuryazarlığında Çin ve Singapurlu öğrencilerin yaklaşık % 15'i altıncı seviyede (en üst seviye) yer alırken Türkiye'den katılan öğrencilerin yaklaşık % 1'i altıncı seviyede (en üst seviye) yer almıştır (OECD, 2010b). Benzer şekilde PISA'ya Türkiye'den katılan öğrencilerin yaklaşık % 75'i matematik okuryazarlığında ikinci seviyede ya da ikinci seviyenin altında yer almıştır. Ayrıca Türkiye, Üçüncü Uluslararası matematik ve bilim çalışmalarında (The Third International Mathematics and Science Study- TIMMS) 1999, 2007, 2011 yıllarında hep düşük performansa sahip bir ülkeyi temsil etmiştir. PISA yeterlilik seviyeleri açısından altı seviye kapsamında ikinci seviyede konumlanan Türkiye'deki katılımcı öğrenciler 2006 PISA Ulusal Nihai Raporuna göre aşağıdaki yeterliliklere sahiptir;

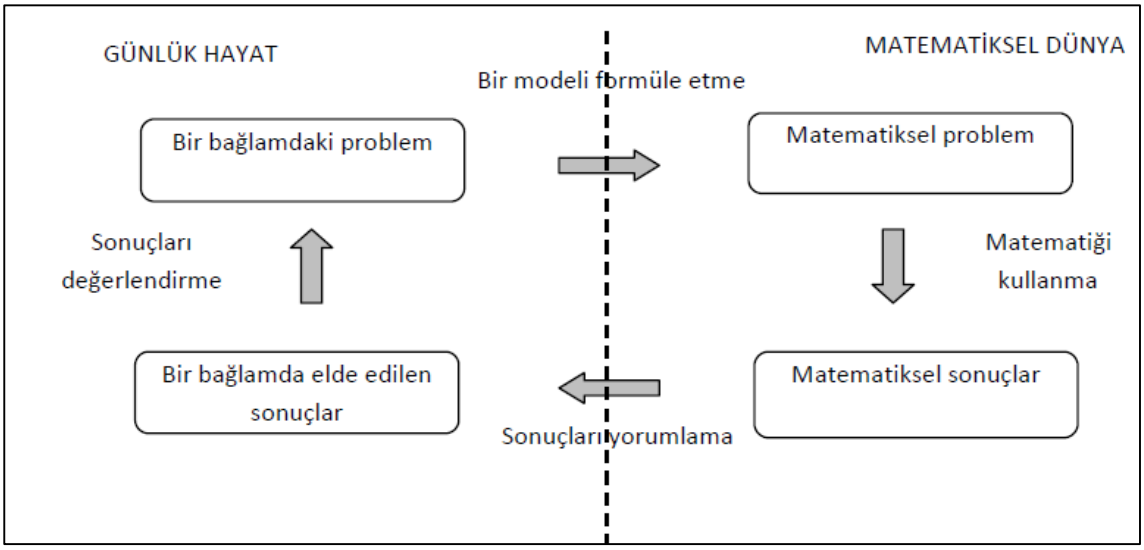
İkinci düzeyde yer alan öğrenciler, doğrudan çıkarım yapmaktan başka bir beceriye gerek olmayan bir bağlamda ifade edilmiş durumları tanıyabilir ve yorumlayabilirler. Bu öğrenciler tek bir kaynaktan gerekli bilgiyi elde edebilir ve sadece bir gösterişi biçimini kullanabilirler. Bu düzeydeki öğrenciler temel algoritmaları, formülleri ya da alışılageldik işlem yollarını kullanabilirler. Doğrudan bir biçimde akıl yürütebilirler ve sonuçlar üzerinde görülenin ötesine geçemeyen yorumlar yapabilirler (EARGED, 2010, s. 61).

Ayrıca PISA matematik okuryazarlığı kapsamında problem çözme ile ilgili olarak PISA 2012 uygulamasında ilk kez öğrenciler öğrenim olanakları ile ilgili anket çalışmasını doldurmuşlardır. Matematik öğrenim olanakları bağlamında matematik öğrenim olanaklarını sözel problem, formel matematik ve uygulamalı matematik olmak üzere üç bileşenle ele alan matematik soru örnekleri öğrencilere verilmiş ve bu sorular ve benzerleriyle öğrenme ortamında ne sıklıkla karşılaştıkları sorulmuştur. Türkiye'deki katılımcı öğrenciler öğrenme ortamında sözel problemlerle "daha az" formel ve uygulamalı matematikle ise "bazen" karşılaştıklarını ifade etmişlerdir (MEB, 2011).

Matematik okuryazarlığı hem günlük hayatta, hem okul ve iş yaşamında merkezi bir öneme sahip olduğu halde Türkiye'nin ulusal ve uluslararası performans değerlendirme çalışmalarında en düşük performansı gösteren ülkeler arasında yer alması düşündürücüdür. Ülkemizde yapılandırmacı yaklaşıma dayalı matematik öğretim programı hazırlanmış olmasına rağmen belki de niceliksel muhakemeye gereken önem verilmediği için hiçbir öğretim yaklaşımı öğrencilerin kavram, beceri ve matematik okuryazarlıklarının gelişiminde yeterli olmamaktadır (Thompson, 1990). Bütün bu nedenlerden dolayı eğitim sistemimizde öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeylerini arttırma odaklı yaklaşımlara gereksinim olduğu açıktır.

1.2.1. Matematik okuryazarlığının bileşenleri

PISA 2012 matematik okuryazarlığı tanımı çerçevesinde üç süreç dikkati çekmekte ve öğrencilerin aktif problem çözücü olarak "formüle etme, kullanma ve yorumlama" zihinsel eylemlerini kullanmaktadır (MEB, 2011, s. 13).



Görsel 1.2. *Matematik Okuryazarlığı Tanımı Kapsamındaki Süreç*

Kaynak: *MEB, 2011, s. 13.*

Ayrıca PISA 2012 kapsamında matematik okuryazarlığı tanımı kapsamı ile birlikte öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilmesi kapsamında matematiksel araç ve materyalleri ile bilgisayar yazılımlarının kullanmasına önem verilmektedir. PISA 2012 matematik okuryazarlığı kapsamında gerçek yaşamdaki bir problemin matematiksel modelleme süreçlerine göre formüle edilmesi, formüle edilen problemin çözümü için

matematiğin kullanılması ve elde edilen sonuçların yorumlanması vurgulanmaktadır. PISA değerlendirme kapsamında teknolojinin gerçek yaşamın her yerinde ele alınması ise iş yaşamındaki problemlerin matematiksel çözüm sürecinde ve matematiksel/mantıksal muhakeme yapma sürecinde gelişmelere neden olduğu düşünülmekte ve önem verilmektedir (MEB, 2011, s. 13).

PISA 2012 matematik okuryazarlığı çerçevesi kapsamlı bir şekilde ele alınmış olup matematiksel içerik, matematiksel bağlamlar ve öğrencinin etkinliğin açıklayan süreçleri içermektedir (MEB, 2011, s. 14). Matematiksel içerik, gerçek yaşamdaki matematik alanlarını belirtmektedir (MEB, 2011, s. 14). Matematik okuryazarlığının matematiksel içeriği de dört ayrı alanla ölçülmektedir. Bunlar, nicelik, değişim ve ilişkiler, uzay ve şekil ve belirsizlik alanlarıdır (OECD, 2010a). Nicelik alanında öğrencilerin ölçme ile ilgili muhakeme yapabilmelerini kazandırmak amaçlanmaktadır (MEB, 2011, s. 14). Nicelik alanında nicelik ve nicelikler arasında ilişki kurulduğu için öğrencilerin niceliksel muhakeme yapmasını gerektirmektedir. Değişim ve ilişkiler alanında öğrenci matematiksel ilişkilerin sembolik ve grafiksel gösterimlerini oluşturması, yorumlaması ve farklı şekillere dönüştürmesi beklenmektedir (MEB, 2011, s. 14-15). Değişim ve ilişkiler alanı niceliksel muhakeme yaklaşımı temelinde ele alınması öğrencilerin hem nicelikleri anlamlandırmasını sağlayacak hem de cebirsel kavramlar ve fonksiyonları yapılandırmasına olanak sunacaktır. Uzay ve şekil alanında öğrenci örüntüler, nesnelerin özellikleri, konumları ve yönelimi, nesnelerin gösterimi, görsel bilgiyi çözümleme, seyir aletleri ve benzeri yapıları anlamlandırmaya çalışırlar. Bu alan perspektifi anlama, harita okuma ve çizme, teknolojiyi kullanarak şekilleri dönüştürme problemleri içermektedir (MEB, 2011, s. 14). Belirsiz alanında veri toplama, veri analizi ve verilerin sunumu, olasılık ve çıkarımda bulunma söz konusudur (MEB, 2011, s. 15). PISA 2012 matematik okuryazarlığında fonksiyonlar, cebirsel ifadeler, denklemler, koordinat sistemi, Pisagor teoremi ve benzerlik, iki ya da üç boyutlu geometrik nesneler arasındaki ilişkiler, uzunluk, çevre ve açı ölçüleri, sayılar ve birimler, yüzde hesaplamaları, oran ve orantı, tahmin hesapları, tablo ve grafikler, veri toplama, örneklem ve aritmetik ortalama ve olasılık gibi konular yer almaktadır (MEB, 2011, s. 16).

Matematiksel süreçlerde öğrenciler problemin bağlamını matematikle ilişkilendirmekte ve bu süreçte neler yaptığını yorumlamakta, karşılaştırmakta, gerekçe sunmakta ve açıklamaktadır. Matematiksel süreçleri ele almak öğrencinin süreç becerilerini etkili ve anlamlı bir şekilde kullanabilmesine bağlıdır (MEB, 2011, s. 14).

Matematiksel süreçler akıl yürütme, iletişim kurma, model geliştirme, problemi ortaya koyma ve çözme, sembolik, formal ve teknik dil kullanma, işlem yapma, temsil etme ve muhakeme yapma gibi farklı becerileri içermektedir. Matematik okuryazarlığındaki matematiksel süreç becerilerinin iletişim, matematikleştirme, muhakeme ve çıkarım yapma, matematik dili ve işlemleri kullanma ve matematiksel araçları kullanma becerileri NCTM standartları ile uyumlu olduğu açıktır (OECD, 2010b). PISA 2012 matematik okuryazarlığı kapsamındaki süreç becerileri iki temel beceri ile ifade edilmiştir. Bunlar, problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme etme ile matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirmedir. Problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme etme becerisinde gerçek yaşamdaki bir problem ile ilgili niceliksel anlam açısından zihinsel model oluşturulmaktadır. Bu süreçte problemdeki nicelikler oluşturmakta, nicelikler belirlenmekte, temsil edilmekte ve nicelikler arası ilişki kurulmakta ya da niceliklerin değişimi analiz edilmektedir. Matematiksel sonuçlar elde etmek için de problem çözme yaklaşımlarının kullanılmakta, matematik kurallar uygulanmakta, matematiksel grafik ve diyagram oluşturulması ve genelleme yapılmaktadır. Bu aşamada öğrencilerin aritmetik hesaplamalar yapma, denklem çözümleri, matematiksel varsayımlardan yola çıkarak mantıklı çıkarımlar yapma, tablo ve grafiklerden bilgi çıkarımı yapma, uzayda şekillerin gösterimi ve manipulasyonu, verilerin analizi gibi becerileri kullanmasına ihtiyaç vardır (MEB, 2011, s. 16). Problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme etme becerisinde problem çözme ve kurma, sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanımı, temsil, iletişim ve muhakeme yapma becerilerinin kullanıldığı ortaya çıkmaktadır. Matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme becerisinde ise problem bağlamında ortaya çıkan çözüm ya da sonucun gerçek dünyada tekrar yorumlanmasını, matematiksel çözümün uygunluğunun gerçek dünyada karşılaşılan problem bağlamında değerlendirilmesini, matematiksel bir süreç veya modelin çıktılarının gerçek dünyaya etkilerinin, matematiksel kavram ve çözümlerin sınırlarının anlaşılmasını, problemi çözmek için kullanılan modelin sınırlarının belirlenmesini ve eleştirilmesini içermektedir (MEB, 2011, s. 17). Matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme becerisinde muhakeme ve argüman oluşturma, iletişim becerilerinin kullanıldığı ortaya çıkmaktadır.

Matematiksel bağlamlar ise PISA matematik okuryazarlığında yer alan problemlerdeki bağlam durumlarıdır. PISA 2012 de kullanılan bağlamlar; kişisel, mesleki, toplumsal ve bilimsel olarak dört farklı sınıfta toplanmıştır (MEB, 2011, s. 17). Kişisel bağlamda öğrencinin kendisi, ailesi ve yaşıtlarına ilişkindir. Genellikle bu bağlam yiyecek hazırlama, alışveriş, oyun, kişisel sağlık, yolculuk, seyahat, kişisel bütçe ve zaman yönetimi ile ilgili problemlerden oluşmaktadır (MEB, 2011, s. 17). Mesleki bağlamda iş yaşamı odaklı problemlerden oluşur. Genellikle buradaki problemler ölçme, maliyet, binalar için sipariş verme, muhasebe, kalite kontrol, zaman yönetimi, tasarım/mimari, iş tabanlı kararlar alma gibi konuları kapsamaktadır (MEB, 2011, s. 17). Toplumsal bağlam öğrencinin yaşadığı çevre ve toplumla ilgili problemlerden oluşmaktadır. Genellikle bu bağlamda seçim sistemleri, toplu taşıma, hükûmet/devlet, halk politikaları, nüfus yapısı, reklamcılık, ulusal istatistik ve ekonomi alanlarına ilişkin problemler yer alır. Bilimsel bağlam bilim ve teknoloji bağlantılı matematik uygulamalarına ilişkin problemlerden oluşmaktadır. Genellikle hava durumu ve iklim, çevrebilim, tıp, uzay bilimleri, genetik, ölçümler ve matematiğin kendi dünyasındaki problemler bu bağlamdadır.

PISA 2012'nin matematik okuryazarlığı bileşenlerinden olan matematiksel içeriğin temel vurgusu ve odağı nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler ile değişimlerin analizidir. Matematiksel süreçler ve bağlamlarda öğrencilerden matematiksel muhakeme becerilerini (örn. aritmetiksel muhakeme, niceliksel muhakeme, geometrik muhakeme) kullanarak durumlar ve nicelikler ile ilgili ilişki kurması, problem çözmesi ve modelleme yapması beklenmektedir. Öğrencilerin PISA 2012 matematik okuryazarlığında başarılı olması niceliksel muhakeme becerilerinin gelişimine bağlıdır. Çünkü matematiksel içerik, matematiksel süreç ve bağlamlar ile ilgili problemler niceliksel muhakeme kullanımını gerektirmektedir.

1.3. PISA Sonuçlarına göre Başarılı olan Ülkelerdeki Matematik Öğretim Programında Niceliksel Muhakemenin Yeri

PISA ve TIMSS gibi uluslararası karşılaştırmalı değerlendirme programları Uzakdoğu'daki ülkelerin matematikteki üstün başarısını ortaya çıkarmıştır. PISA'da matematikte performansı en yüksek olan ülkeler arasında Çin, Singapur ve Japonya bulunmaktadır. Her üç ülkenin matematik öğretim programı niceliksel muhakemenin merkezi bir öneme sahip olduğunu göstermektedir (Cai, Ng ve Moyer, 2011, s. 28).

Örneğin, Singapur ve Çin'deki ortaokul matematiğindeki cebirsel kavramların temel öğretimdeki amaç öğrencilerin niceliksel ilişkileri anlamalarını geliştirmek ve derinleştirmektir. Bu anlamda her iki programda cebirsel modellerin kapsamlı kullanımını içermekte olup bu modeller öğrencilerin niceliksel ilişkilerin derin anlamalarını kazandırılması amacına yardımcı olmak için tasarlanmıştır (Cai ve ark., 2011, s. 39).

Çin'deki ortaokul matematik öğretim programında öğrencilerin çeşitli düşünme alışkanlığı geliştirmesi hedeflenmektedir. Düşünme alışkanlıklarından birinde farklı perspektiflerden niceliksel ilişkileri incelemek amaçlanmaktadır. Bu amaçla öğrencilerin farklı yollardan niceliksel ilişkileri temsil etmeleri için kalıcı ve tutarlı bir biçimde desteklenmesi sağlayacak ve fırsatlar sunacak öğrenme ortamları hazırlanmaktadır (Cai ve ark., 2011, s. 29). Bu nedenle Çin öğretim programının genelinde çok sayıda örnek ve problemler, öğrencilerin niceliksel ilişkileri belirlemesi ve çoklu yollardan temsil etmesini gerektirmektedir (Cai, 2004a). Başka bir düşünme alışkanlığında ise bir problemin çözümünde aritmetik ve cebirsel yaklaşımları kullanılması amaçlandığı için Çin matematik öğretim programı öğrencilerden problemleri aritmetiksel ve cebirsel olarak çoklu yollardan çözmesini beklenmektedir (Cai, 2004b). Ayrıca problemlerdeki niceliksel ilişkilerin temsilindeki aritmetiksel ve cebirsel yolların karşılaştırmasını yapabilmeleri için öğretmenler öğrencilere soru sormaktadır. Çin öğretim programında denklem çözme tanıtıldıktan sonra, öğrenciler istatistik, yüzde, kesirler, oran ve orantıyı öğrendikçe uygulama problemlerde denklem çözme yaklaşımı kullanma fırsatına sahiptirler (Cai, 2004a). Program içindeki bu düzenleme öğrencilerin niceliksel ilişkilerinin anlamını derinleştirmek ve öğrencilerin denklem çözme yaklaşımını takdir etmelerine yardımcı olmak içindir. Çoklu perspektifleri düşünme öğrencilerin nicelikler arası ilişkilerin derin anlamını sağlam bir biçimde oluşturmalarını sağlamakta ve anlamlı bir öğretim sunmaktadır (Cai ve ark., 2011, s. 31). Çinli öğrenciler problemleri hem aritmetiksel hem de cebirsel yollardan çözmeleri, onlara aritmetikten cebire geçişte neden denklem çözme yaklaşımını öğrenmeye ihtiyaçları olduğuna göstermekle birlikte niceliksel ilişkilere dayalı problemlerin çözümünde denklem çözme yaklaşımının kullanmanın avantajlarını ortaya koymaktadır (Cai ve ark., 2011, s. 30).

Singapur matematiği model kullanımı ve özellikle de çubuk modelinin kullanımı ile tanınmaktadır. Çubuk modeli öğrencilerin cebirle ilgili problemlerdeki nicelikleri ve bilinmeyen durumları temsil etmelerini ve bu problemleri kolay bir şekilde

çözebilmelerini sağlamanın yanı sıra parça bütün, kesirler, oran, orantı, yüzde gibi kavramların öğretiminde açıkça başarılı olmaktadır (Hoven ve Garelick, 2007; Kho, 1987). Ayrıca Singapur ortaokul matematiğinde aritmetikten cebire geçişte, çubuk modeli ile cebirsel çözümün birlikte kullanıldığı, aritmetik ve cebir arasında ilişkinin vurgulandığı, nicelikler ve işlemler arasındaki ilişkileri keşfetme açısından da bu süreçte yapmak ve tersine yapmak etkinliklerinden faydalanıldığı görülmektedir (Cai ve ark., 2011, s. 32). Çubuk bilinmeyeni temsil etmekte olup görsel biçimde öğrencilerin bilinmeyen ile ilişki kurmasını sağlamakla birlikte öğrencilerin temsil etme ve problem çözmeye odaklanmalarına yardımcı olmaktadır (Cai ve ark., 2005; Ng, 2004). Cebir öncesi dönemde ise çubuk modeli öğrencilerin zor ve karmaşık problemleri çözebilme imkânı vermektedir. Kısaca, aritmetikten cebire geçişte ve cebirsel dönemde, öğrenciler çubuk modelinden faydalanarak cebir ile rahatlıkla ilişki kurmakta, bilinmeyen ve nicelikleri görsel olarak temsil edebilmektedirler (Fan ve Zhu, 2007; Garelick, 2006).

Son olarak Japonya'daki ortaokul matematik öğretim programında diğer ülkelerden farklı olarak Nicelikler ve Ölçme ile Niceliksel İlişkiler adında iki farklı matematik öğrenme alanının olduğu görülmektedir (Watanabe, 2011, s. 112). Smith ve Thompson (2008) matematik öğretim programlarında sayılar ve işlemler öğrenme alanını gibi nicelik ve niceliksel ilişkiler öğrenme alanının olması gerektiğini savunmaktadır. Japonya'daki ortaokul matematik öğrenme ortamında niceliksel muhakemenin Singapur'daki gibi problem çözmede diyagram çizme yaklaşımı ile geliştirilmesi amaçlanmaktadır (Watanabe, 2011, s. 123). Özetle, matematik öğretiminde başarılı ülkelerin ortak noktası niceliksel muhakemedir.

1.4. DNR Teorik Çerçevesi

DNR teorik çerçevesi Harel (2001) tarafından ortaya atılmış olan ve matematiği; öğrenme, öğretme ve program boyutları ile bir bütün içinde ele alan bir kavramsal çerçevedir. Harel (2001) matematik öğretimindeki eksikliklerden yola çıkarak, bu çerçeveyi geliştirmekteki temel hedefinin matematiksel içeriği merkeze alan ve matematik eğitimi araştırmalarında birlikte ele alınması gereken teori ve felsefeyi içeren bir sistem oluşturmak olduğunu belirtmiştir. Harel'in önerdiği DNR teorik çerçevesi, öğrencilerin arzu edilen anlama ve düşünme yollarının geliştirmesine amaçlayan pedagojik prensipleri ortaya koyan kavramsal bir çerçevedir (Harel, 2007, s. 263; Lim, 2006, s. 39). DNR temelli matematik öğretiminde öğrencinin matematiği öğrenmedeki

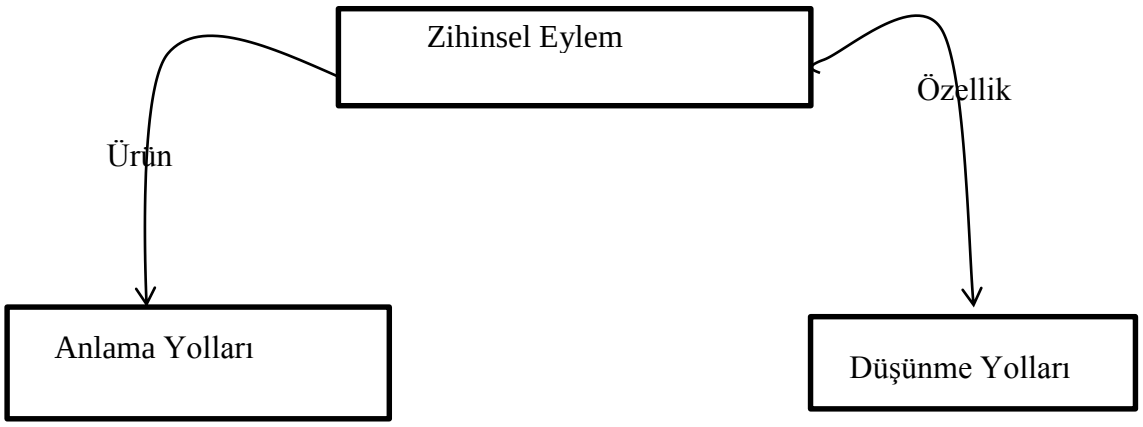
zihinsel ihtiyaçları uyandırılır ve bu ihtiyaçlar doğrultusunda arzu edilen anlama ve düşünme yollarının kazandırılmasına yardımcı olacak şekilde hazırlanan öğrenme ortamında, öğrencinin öğrendiği matematiksel bilgiyi özümsemesi ve akılda tutması hedeflenmektedir (Harel ve Koichu, 2010, s. 116). DNR temelli matematik öğretimde amaçlanan durum sadece, öğrencinin tam olarak kullandığı zihinsel kapasitesinin çözülmesi yolu ile zihinsel ihtiyaçlarına yoğunlaşmaktır (Harel, 2007, s. 263). Bu nedenle DNR temelli matematik öğretiminin anahtar bileşenleri dikkat çekici, eğlenceli ve ödüllendirici bir öğrenme ortamı olarak algılanmamalıdır. Günümüzdeki matematik öğretiminden farklı olarak DNR temelli matematik öğretiminde matematiksel kavramlar ve bu kavramların gelişimini destekleyen becerilerin öğretim bütünlüğü ile öğrencinin zihinsel ihtiyaçları eş merkeze konulmuş olup, herhangi bir öğrenme alanının matematiksel bütünlüğü zihinsel ihtiyaçları tetikleyen anlama ve düşünme yolları tarafından belirlenmektedir (Harel, 2007, s. 263-265).

1.4.1. DNR teorik çerçevesinin bileşenleri

DNR teorik çerçevesi öncüller, belirleyici olarak adlandırılan kavramlar ve öğretimsel prensipler olmak üzere üç kategoriye ayrılmış yapıların oluşturduğu bir sistemdir (Harel, 2008b, 893). Öncüller DNR kavramları ve iddiaların temelini oluşturan varsayımlardır (Harel ve Koichu, 2010, s. 116). DNR sistemin dört temel öncülü bulunmaktadır. Bunlar, matematik bilgisi, bilme, bilme-matematik bilgisi bağlantısı ve öznellik öncülleridir (Harel, 2008c, s. 894). Matematik bilgisi öncülü, epistemolojik bakış açısı ile matematik bilgisini değerlendirir. Matematik bilgisi matematik tarihi boyunca geliştirilen, otoriteler tarafından kabul görmüş ve kuramsallaşmış anlama ve düşünme yolları tarafından meydana gelmiştir (Harel, 2008a, s. 274). Bilme öncülünde Piaget'e göre dengeleme temel alınmıştır. Bireyin bilgiyi oluşturma süreci özümleme ve uyumsama süreçlerinin birbirleriyle etkileşimi sonucu dengeleme ile ortaya çıkmaktadır (Harel, 2008c, s. 894). Bilme-matematik bilgisi bağlantısı öncülüne göre insanoğlunun oluşturduğu her bir matematiksel bilgi problem temelli çözülerek ortaya çıkmıştır. Yani matematiksel bilginin oluşumu bir problem durumunun meydana gelmesine bağlıdır (Harel, 2007, s. 266). Son olarak öznellik öncülünde anlatılmak istenen görüş her bireyin kendine özgü şemasının var olmasıdır. Bu nedenle bireylerin düşünceleri zihinsel yapıların çevreye ne anlam yüklediğine bağlı olarak oluşmaktadır (Harel, 2007, s. 266).

DNR sistemdeki öncüllere bağlı olarak tasarlanmış ve tanımlanmış zihinsel eylemler, anlama yolları ve düşünme yolları içeren belirleyiciler üçlüsü olarak adlandırılan kavramlar DNR çerçevesinin merkezi ve kritik bir bileşenidir. Matematik eğitimindeki DNR sistemin öğrencilerin matematiksel anlama ve düşünme yollarını geliştirmek için tasarlanan bir öğretim programı olması DNR belirleyicilerinin programın odağı ve merkezi olduğunu ortaya koymaktadır (Harel, 2001, s. 193). Kısaca DNR sistemdeki DNR belirleyicileri merkezi bir role sahiptir. Dolayısıyla zihinsel eylem, anlama yolları ve düşünme yolları olarak adlandırılan belirleyiciler üçlüsü DNR sistemin temel kavramlarıdır. Belirleyiciler üçlüsü araştırmacının öğrencinin açıklamaları ve eylemlerini temel alarak onun belirli bir olaydan ne anladığını (örn ürün) ve nasıl anladığını (örn eylemin özelliği) analiz etmesini ve öğrenci hakkında derin bilgi elde etme fırsatı sunmaktadır (Lim, 2006). Anlama ve düşünme yollarının öncülü zihinsel eylemdir (Koichu ve Harel, 2010, s. 117). Zihinsel eylem yaşamın farklı yönlerinde yorumlama, problem çözme, açıklama, genelleme, araştırma, kanıtlama, ilişkilendirme ve sınıflama gibi ortak kullanılan becerilerin topluluğudur (Harel, 2007, s. 267). Bu beceriler sadece matematiksel aktivitelere özgü olmayıp doğuştan bireyde vardır ve geliştirilebilirdir (Duffy, 2006). Kısaca zihinsel eylem, zihnimizde gerçekleşen eylemleri temsil eden terimdir. Zihinsel eylem anlama ve düşünme yollarını oluşturmaktadır (Harel, 2007, s. 267). Harel (2008b) matematiği iki farklı alt kümeye ayırmıştır:

> *İlk altküme birtakım tanım, teorem, kanıt, problem ve çözümünü içeren yapı ya da koleksiyondur. Bu altküme matematik tarihi boyunca kurumsallaşmış tüm anlama yollarından oluşmaktadır. İkinci alt küme bütün düşünme yollarını içerir ki zihinsel eylemlerin özellikleridir. Hatta bu zihinsel eylemlerin ürünleri de birinci kümeyi oluşturmaktadır (s. 490).*



Şekil 1.1. *Belirleyiciler Üçlüsü*
Kaynak: *Harel, 2008b, s. 490-491.*

Harel (2008b)'in modeline göre öğrencilerin açıklamaları ve eylemleri, onun zihinsel eylemlerinin ürünleri olup bireyin anlama yollarını göstermektedir (s. 490). Verilen bir zihinsel eylemle ilgili anlama yollarının tekrarlı gözlenmesi ise eylemin belirli ve kalıcı özelliklerini ortaya çıkarır ki bu da eylemle ilgili düşünme yollarıdır (Harel, 2008a, s. 490-491). Bu nedenle birey tarafından gerçekleştirilen zihinsel eylemin belirli sonucu üründür ve anlama yolu olarak adlandırılır. Buna karşılık zihinsel eylemin birtakım karakteristiği ise özelliktir ve düşünme yolu olarak adlandırılır (Maskiewicz, 2006). Matematiksel anlama yollarını belirlemek mümkün değildir. Çünkü bugüne kadar matematikle ilgili elimize ulaşan her yayın, kitap ve makale bir anlama yolunu temsil etmektedir ve her bireyin kendine özgü anlama yolları bulunmaktadır (Larson, Harel, Oehrtman, Zandieh, Rasmussen, Speiser ve Walter, 2010, s. 64-65). Matematiksel düşünme yolları kanıt şeması, problem çözme yaklaşımları ve inançlar olarak sınıflandırılmasına karşın bu bileşenler matematiksel düşünme yollarının önemli bir bölümünü temsil etmektedir yani hepsini oluşturmamaktadır (Harel, 2007, s. 267).

Problem çözme zihinsel eylemlerden biri olduğu halde problem çözme sürecinde birçok zihinsel eylem birlikte kullanılmaktadır. Örneğin birey bir problemi çözerken yorumlama, genelleme, anlam çıkarma, oluşturma, sembolleştirme ve kanıtlama gibi zihinsel eylemleri kullanabilmektedir (Harel, 2007, s. 268). Bütün bu nedenlerden dolayı problem çözme çok önemli bir zihinsel eylemdir. Araştırmaların ve öğretimin niteliğini

arttırmak için problem çözmede kullanılan diğer zihinsel eylemleri ayrı ayrı incelemek faydalı olacaktır. Ancak okul matematiğinde problem çözmedeki başarı göstergesi problemi doğru yanıtlamak olduğu için problem çözme süreci ve yaklaşımları dikkate alınmamakta ve gereken önem verilmemektedir (Harel, 2007, s. 263). Problem çözme sürecinin ürünü olan çözüm, bir anlama yolunu temsil ederken, problem çözme yaklaşımları bir düşünme yolunu temsil etmektedir (Harel, 2008b, s. 490). Harel (2008b) problem çözme yaklaşımlarını ise problem çözme stratejileri olarak ele almaktadır. Harel, problem çözme yaklaşımlarının, problem çözme eyleminin bilişsel özelliklerini ifade ettiğini ve problem çözenin bakış açısını yansıttığını savunmaktadır. Alanyazın özel örnekler arama, anahtar kelime arama, örüntü arama, verilen nicelikler arasında ilişki arama, model yapma ya da diyagram çizme, liste yapma, tablo çizme, problemi basitleştirme, sembolik manipülasyon yapma, denklem ya da eşitlik yazma, deneme ve yanılma gibi isimler ile birçok farklı problem çözme strateji yer almaktadır (örn. Fan ve Zhu, 2007; Herman, 2007; Van Dooren, Verschaffel ve Onghena, 2003). Özel örnek arama stratejisinde cebirsel sözel bir problem çözülürken ya da incelenirken problemle ilgili özel durumlar incelenir ya da özel değerler atanır (Rott, 2012, s. 38). Anahtar kelime arama stratejisinde birey problem durumundaki anahtar kelimeleri arayarak çözümle ilgili yapılacak işlemleri bulmaya çalışır. Örüntü arama stratejisinde ise birey problem durumundaki verilerden yola çıkarak örüntü arar, veriler arasındaki ilişkiyi inceler ve genelleme yapmaya çalışır (Fan ve Zhu, 2007, s. 66). Verilen nicelikler arasında ilgili ilişki arama stratejisinde problem durumundaki nicelikler arasındaki ilişkiler incelenir ve çıkarımlar yapılarak ilişki bulmak amaçlanır (Harel, 2008c, s. 903). Model yapma ya da diyagram çizme stratejisinde problemin çözümünde model yapılır ya da diyagram kullanılır. Bu modeller, bir şekil, diyagram hatta grafik bile olabilir ve problem bağlamındaki durumu temsil etmek için oluşturulur (Fan ve Zhu, 2007, s. 66). Liste yapma stratejisinde problemle ilgili verileri düzenlemek ve organize etmek için liste yapılır. Böylelikle çözüm ile ilgili bütün durumlar sistematik olarak ortaya konulmuş olur (Fan ve Zhu, 2007, s. 66). Tablo yapma stratejisinde problem çözümünde tablo kullanılır, problemi çözmek için problemdeki veriler tabloya aktarılır ve organize edilir (Fan ve Zhu, 2007, s. 66). Problemi basitleştirme stratejisinin karmaşık bir problemin çözme sürecinde işe yaradığı görülmektedir. Bu stratejide problem durumu değiştirilmeden problemde geçen büyük sayılar ya da durumlar yerine küçük sayılar ve durumlar için çözüm yapılır ve böylelikle problemin çözümünün basit bir temsili yapılmış olur (Fan ve Zhu, 2007, s.

66). Sembolik manipülasyon yapma stratejisinde öğrenciler problem durumundaki niceliklere sembol atar ve oluşturdukları cebirsel temsilleri (denklem, eşitsizlik, eşitlik vb.) çözmeye çalışır (Herman, 2007). Denklem ya da eşitlik yazma stratejisinde problem durumundaki bilinmeyen nicelikler yerine semboller değişken olarak atanır ve oluşturulan denklem çözülür (Fan ve Zhu, 2007, s. 66). Formül kullanma stratejisi matematiksel problemlerin çözümünde araç olarak kullanılmaktadır. Öğrenciler formül kullanarak problemi çözmeye çalışmaktadırlar. Deneme ve yanılma stratejisi ise bireyin çözüme ulaşıncaya kadar denediği ve yanlış olduğunu fark ettiği bütün çözümleridir (Ishida, 2002). Van Dooren ve arkadaşları (2003) sembolik manipulasyonları, denklem ve formül kullanma stratejilerini genel olarak cebirsel stratejiler olarak ele alırken, aritmetik stratejileri ise deneme yanılma ve özel örnekleri inceleme gibi stratejilerle örneklemiş ve içinde değişkenin geçmediği yani sembollerin kullanılmadığı stratejiler olarak ifade etmiştir.

Kanıt şeması bireyin matematiksel bir ifadenin doğruluğunu göstermede, kendini ve başkasını ikna etmek için kullandığı bir düşünme yolu olup ve doğrulama eylemlerinin özelliklerini yansıtmaktadır (Harel ve Sowder, 1998, s. 244). Ayrıca kanıt şeması bireyin yaptığı kanıt ya da problem çözümünün doğruluğunu göstermede kullandığı düşünme yolları olarak ifade edebilir. DNR çerçevesine göre bireylerin kanıt şemasını kullanmalarının amacı ise kesinlik ihtiyaçlarını tatmin etmek istemelerinden kaynaklanmaktadır. Kısaca kanıt şemaları bireylerin doğrulama ya da gerekçelendirme yöntemleri olarak görülebilir. Harel ve Sowder (1998) kanıt şemalarını dışsal kanıt şeması, deneysel kanıt şeması ve tümdengelimsel kanıt şeması şeklinde sınıflandırmıştır (s. 245).

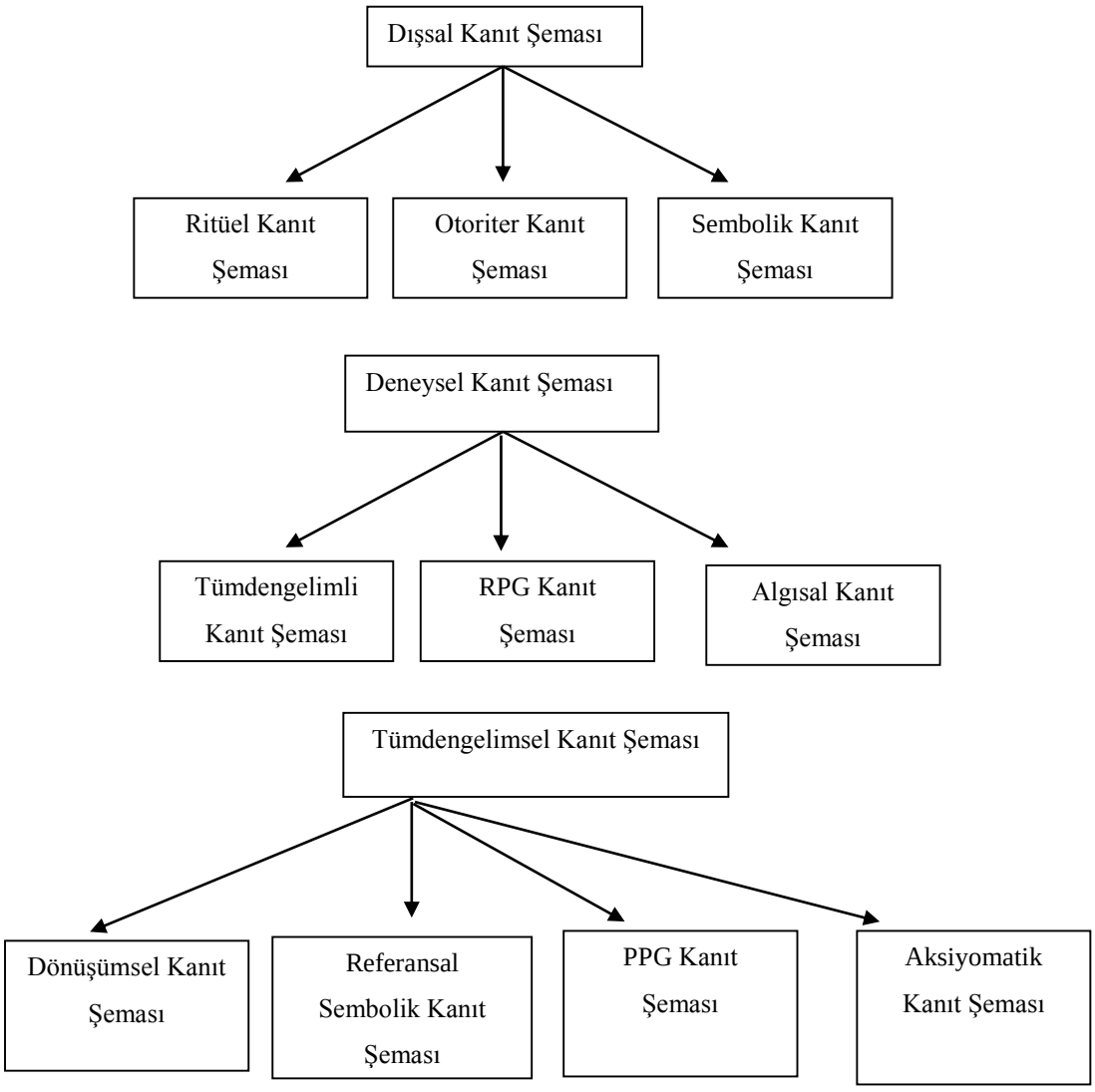
Dışsal kanıt şemasını kullanan öğrenciler matematiksel bir önerme, cümle ve ifadenin doğruluğunu gösterirken ya da problem çözme sürecinde gerekçe sunarken daha önce yapılan benzer kanıtlara, öğretmenin söylediklerine, kitaptaki ifadelere ya da sembollerin amaçsız ve ezbere kullanımına dayalı olarak savunmaktadırlar (Harel ve Sowder, 1998, s. 245). Dışsal kanıt şeması ritüel kanıt şeması, otoriter kanıt şeması ve niceliksel olmayan sembolik kanıt şemasına olmak üzere üç kategoriye ayrılmıştır. Ritüel kanıt şemasını kullanan öğrenciler problemin çözümünün ya da matematiksel bir önermenin doğruluğunu sorgularken matematiksel/mantıksal argümanlar üretmek yerine matematiksel önerme ya da problemin görünümünden etkilenerek matematiksel olmayan bir argüman üretirler. Kısaca bu öğrenciler problemdeki şekil ya da diyagramların nasıl

göründüğünden yola çıkarak çıkarım yapmaya çalışırlar (Harel ve Sowder, 1998, s. 245). Otoriter kanıt şemasını kullanan öğrenciler problemin çözümünün ya da matematiksel bir önermenin doğruluğunu sorgularken gerekçelerini kitapta geçen bir ifadeye, bilgiye ya da öğretmenin söylemlerine dayandırmaktadır. Buna ek olarak bu öğrenciler klinik görüşmelerde ya da öğrenme ortamında doğrulama yaparken, gerekçe sunarken ya da kanıt yaparken sıklıkla bir otoritenin onayına başvurma gereksinimi duymaktadır (Harel ve Sowder, 1998, s. 247). Niceliksel olmayan sembolik kanıt şemasını kullanan öğrenciler ise yaptıkları doğrulamalarda ya da sundukları gerekçelerde niceliksel anlam olmaksızın öğrenciler sembolik manüpulasyon yaparlar ve onlar matematiksel sembolleri yüzeysel ve amaçsız şekilde kullandıkları görülmektedir. Kısaca bu öğrenciler kullandıkları sembolleri, cebirsel ifadeleri, cebirsel eşitlik ya da cümlelerin nicelik anlam açısından ele alıp kullanmadıkları (örn. $(a + b)/(c + b) = (a + \cancel{b})/(c + \cancel{b}) = a/c$) için bunların anlamlarını göz önüne alıp yorumlayamaktadır (Harel ve Sowder, 2007, s. 814).

Deneysel kanıt şemasını kullanan öğrenciler matematiksel bir önerme, cümle ve ifadenin doğruluğunu gösterirken ya da problem çözme sürecinde gerekçe sunarken sınırlı sayıda özel örnek olarak seçilmiş sayısal değerler üzerinden ya da örnek çizimler üzerinden genellemeye yaparak argüman oluştururlar (Harel ve Sowder, 1998, s. 252). Deneysel kanıt şeması tümevarımsal kanıt şeması, sonuç temelli örüntü genelleme kanıt şeması (özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme ile doğrulama yapma-RPG) ve algısal kanıt şeması olmak üzere üç kategoriye ayrılmıştır. Tümevarımsal kanıt şemasını kullanan öğrenciler sıklıkla problem bağlamındaki veriler için rastgele ya da özel olarak seçilmiş sayısal değerler üzerinden genelleme yaparak argüman üretip gerekçe sunmaktadırlar (Harel ve Sowder, 1998, s. 252). Sonuç temelli örüntü genelleme (RPG) kanıt şemasını kullanan öğrenciler özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme ile doğrulama yapmaktadır (Harel, 2008b, s. 491). Algısal kanıt şemasını kullanan öğrenciler ise geometri ile ilgili problemlerde gerekçe sunarken sınırlı sayıda geometrik temsiller üzerinden argüman üretmeye çalışırlar (Harel ve Sowder, 1998, s. 255).

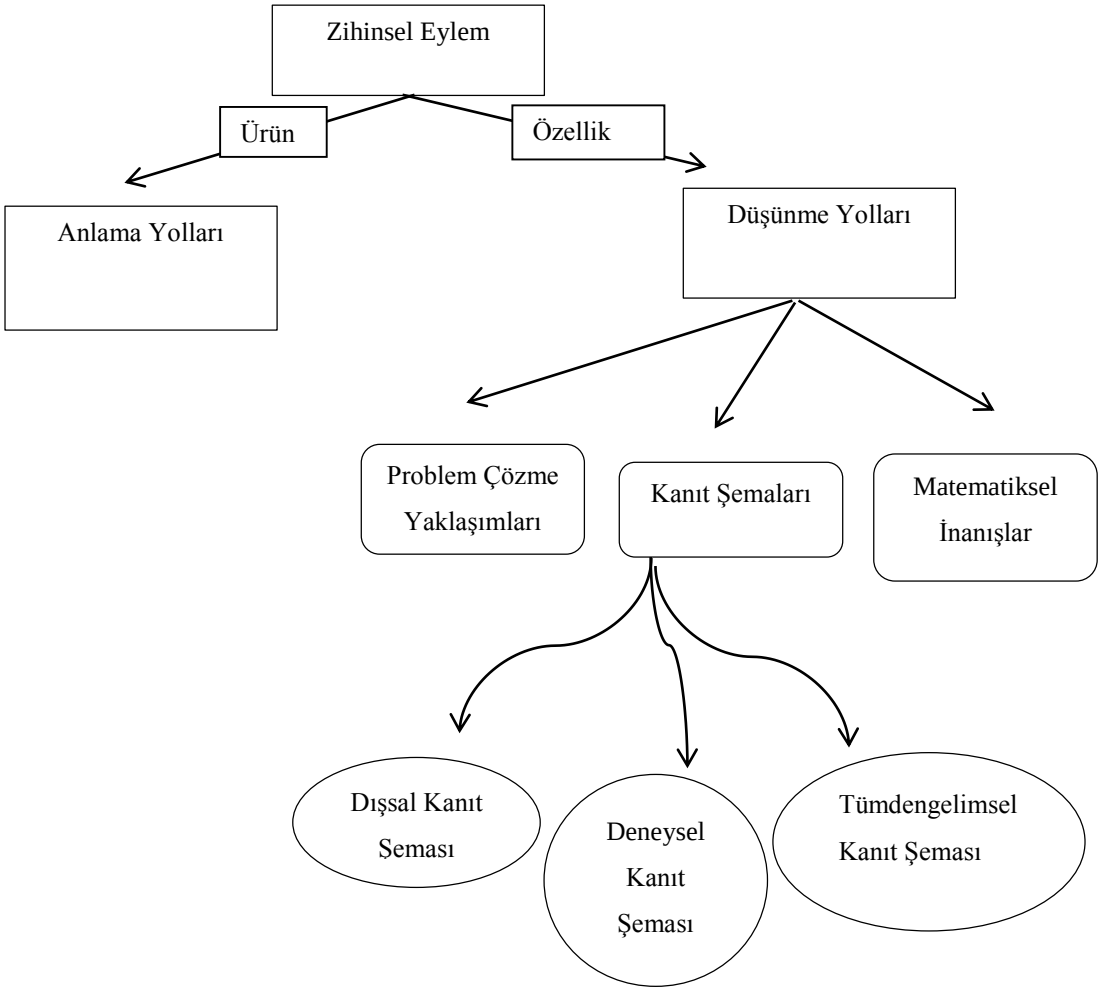
Tümdengelimsel kanıt şemasını kullanan öğrenciler matematiksel bir önerme, cümle ve ifadenin doğruluğunu açıklarken ya da problem çözme sürecinde gerekçe sunarken tümdengelimli muhakeme yapma ve süreç temelli düşünme eğilimi gösterirler (Harel ve Sowder, 1998, s. 258). Bu kanıt şemasına sahip öğrenciler varsayımları problem bağlamı ve matematikle ilgili mantıksal argümanlara dayanmaktadır. Tümdengelimsel

kanıt şeması dönüşümlü kanıt şeması, aksiyomatik kanıt şeması, süreç temelli örüntü genelleme kanıt şeması (PPG) ve referansal sembolik kanıt şeması olmak üzere dört kategoriye ayrılmıştır. Dönüşümlü kanıt şemasını kullanan öğrenciler gerekçe sunma sürecinde matematiksel kavram, tanım, teoremleri kullanır ve semboller arasında geçişler yaparak matematiksel ve mantıksal argüman ürütmeye çalışırlar (Harel ve Sowder, 1998, s. 258). Aksiyomatik kanıt şeması dönüşümlü kanıt şemasının özelliklerini kapsamaktadır. Aksiyomatik kanıt şemasını kullanan bireyler bir matematikçi gibi formal, sezgisel ve iyi şekilde yapılandırılmış bir kanıt yapmış olmaktadır (Harel ve Sowder, 1998, s. 273). Referansal sembolik kanıt şemasını kullanan öğrenciler niceliksel muhakeme yaparak, niceliksel anlam açısından semboller manipüle eder ve işlem ya da hesaplamalar yaparak gerekçe sunmaktadır. Referansal sembolik kanıt şemasını kullanan öğrenciler yazdıkları cebirsel ifadelerin anlamını her zaman düşünmeyebilirler ancak onlar bir an için durmalı ve yazdıkları cebirsel ifadeleri doğrulamak için belirlenmiş nicelikler ve nicelikler arası ilişkilere başvurarak çözümlemeli/açmalıdır (Harel, Fuller ve Rabin, 2008, s. 117). Süreç temelli örüntü genelleme kanıt şemasını (PPG) kullanan öğrenciler ise örüntünün oluşum sürecini temek alarak muhakeme yaparlar ve matematiksel/mantıksal argüman oluşturmaktadırlar (Harel, 2008b, s. 491). Bu nedenle ortaokul düzeyindeki öğrencilerin aksiyomatik ve dönüşümlü kanıt şemasını kullanmasını beklemek uygun olmaz. Ancak bu öğrencilerin tümdengelimsel kanıt şemalarından referansal sembolik kanıt şeması ve süreç temelli örüntü genelleme (PPG) kanıt şemasını kullanması beklenmesi uygundur. Ellis (2010) niceliksel muhakeme yapmanın tümdengelimsel kanıt şemasının gelişimini desteklediğini vurgulamıştır. Çünkü niceliksel muhakeme yaptığında bir öğrencinin yaptığı genellemelerinin doğası problemlerde gömülü olan önemli matematiksel yapılar ile yakından ilişkidir (s. 61). Bu nedenle bu öğrenci problemle ilgili kanıt oluştururken bu yapısal ilişkilerin anlamından yararlanabilir. Ellis'e (2010) göre informal muhakemeden daha formal olan tümdengelimsel muhakemeye geçişin matematik eğitimi araştırmacıları tarafından tam anlamıyla anlaşılmadığını, öğrencilerin bu geçişine yardımcı olan ve geçiş sürecindeki mekanizmaları ve bunların altındakileri açıklayan çalışmaların oldukça sınırlı sayıda olduğunu belirmiştir. Bu nedenle Ellis (2010) problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme kullanma yaklaşımının öğrencilerin tümdengelimsel kanıt üretmedeki becerilerini destekleme ve geliştirmede büyük bir söz ya da taahhüt sunduğunu önermiştir.



Şekil 1.2. *Kanıt Şemaları ve Bileşenleri*

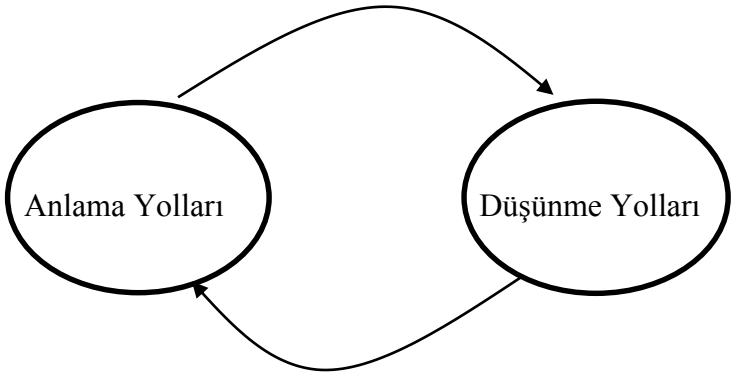
Üçüncü belirleyici olan matematiksel inançlar bireyin matematikle hakkındaki görüşleridir. Bireyin matematikle ilgili görüşlerinin matematikle ilgili yaptığı yorumlarının özelliklerinden ortaya çıkar. Matematikle ilgili bireyin görüşleri matematik nedir ya da ne değildir; nasıl oluşturulur; zihinsel ve pratik açıdan faydaları nelerdir açısından ele alınmaktadır (Harel, 2008b, s. 493). Matematiksel inançlar aynı zamanda öğrencilerin öğrenme ortamının yapısı, matematiksel performansına ilişkin görüşleri, matematiğe olan ilgisini ortaya koymaktadır.



Şekil 1.3. *Belirleyiciler Üçlüsü ve Bileşenleri*
Kaynak: *Harel, 2008b, s. 493.*

Öğretim prensipleri DNR kavramları arasındaki ilişkileri ifade eden iddialar olup ikililik (duality), gereklilik (necessity) ve tekrarlı muhakeme (repeated reasoning) prensiplerini içermektedir. Bu üç prensibin ilk harflerinin birleştirilmesi ile DNR kısaltması ortaya çıkmıştır. İkililik prensibine göre anlama ve düşünme yolları birbirinden karşılıklı olarak etkilenmektedir. Bireyin anlama yolları var olan düşünme yollarına bağlı olarak oluşmaktadır. Benzer şekilde düşünme yolları da ancak anlama yollarının oluşumuyla gelişmektedir (Harel, 2007, s. 270). Bu nedenle anlama ve düşünme yollarını birbirinden bağımsız olarak algılanmamalıdır. İkililik prensibinin anlama ve düşünme yolları ile yakından ilişkili olması bireye özgü zihinsel eylemlerin göz önüne alındığı

gösterir. Bu anlamda ikililik prensibi öznellik öncülüne dayanmaktadır (Harel, 2007, s. 272).



Şekil 1.4. *Anlama ve Düşünme Yolları Arasındaki İlişki*

Öğrencilerin okul ortamında sahip oldukları öğrenme ihtiyaçları okulda bulunuş amaçlarındandır. Gereklilik prensibi ise bireylerin zihinsel ihtiyaçları ile ilgilidir (Harel, 2007, s. 274). Thompson'a (2011) göre öğrencilerin matematik öğrenme sürecinde niceliksel muhakeme gerekli bir zihinsel ihtiyaç olduğu için bu durum DNR sistemin gereklilik prensibi ile açıklanmaktadır. Gereklilik prensibinde amaç öğrencinin ihtiyacı olan, ona yakın olan bağlam ya da durumun ona sunulmasıdır. Matematiksel bilgi, öğrencinin günlük yaşamı ve gerçek yaşamdan uzaklaştıkça ona yabancı olmakta ve çözme ihtiyacı uyandırmamaktadır. Gerçek ve günlük yaşama yakın olmayan problemlerin öğrencilerin ilgisini çekip çekmediğini matematik öğretmenleri genellikle sorgulamadığı için öğrencilerin öğrenme ortamında çözdükleri probleme zihinsel ve duyuşsal olarak ihtiyaç duyup duymadığını bilememektedir. Okul matematiğinde yaygın olarak rutin problemler çözülmektedir. Ancak öğretmen için rutin olmayan, yabancı ve karmaşık olan bir problemi öğrenci getirdiğinde, tam tersi bir durum olduğunda ya da öğretmen ve öğrenci için rutin olmayan, yabancı ve karmaşık olan bir problem ile karşılaştığında şaşkınlık yaşamakta ve güçlük çekmektedir. Bunun nedeni o ana kadar bu problem denenmemiş bir yaklaşımla çözülmesi gerekmektedir ve ilk defa böyle bir problemle karşılaşılmıştır. Ancak öğrenme ortamında rutin olmayan, karmaşık ve yabancı problemler üzerine daha önceden düşünüp bunun üzerine çalışılmış olsa düşünme ve anlama yolları da zenginleşecek ve iki taraf da yeni bakış açıları kazanmış olacaktır (Harel, 2007, s. 275). Bütün bu nedenlerden dolayı öğrenme ortamında öğrencilerin

ihtiyacına göre öğretim yapmak gerekmektedir. Öğrencilerin öğrenme ortamındaki bu ihtiyacı ekonomik ve sosyal ihtiyaç değil zihinsel ihtiyaçtır (Harel, 2007, s. 275).

DNR temelli matematik öğretiminde öğrencilerin arzu edilen şekilde anlama ve düşünme yolları geliştirerek matematiksel bilgiyi özümsemeleri, organize etmeleri ve akılda tutmaları amaçlanmaktadır. Bu ise tekrarlı muhakeme prensibi ile gerçekleşecektir. Tekrarlı muhakeme prensibine göre öğrencilerin anlama ve düşünme yolları ile yukarıdaki üç beceriyi geliştirmeleri için tekrarlı muhakeme uygulamaları yapmaları gerekmektedir (Harel, 2007, s. 276). Tekrarlı muhakeme prensibinde öğrencinin arzu edilen düşünme ve anlama yollarına nasıl ulaşabileceği tartışılmaktadır. Bu ise öğrenme ortamındaki deneyimler ve pratik uygulamalar ile olmaktadır. Tekrarlı muhakeme kapsamında öğrencilerin öğrenme sürecindeki pratiklerden yola çıkarak deneyim kazandırmak amaçlanmakta ve pratiklerin yeniden muhakeme edilmesiyle düşünme ve anlama yollarının geliştirilmesi düşünülmektedir (Harel, 2007, s. 277). Eğer anlama ve düşünme yolları gerçekten öğrencilerin zihinsel ihtiyacına göre düzenlenebilirse öğrenciler de bilgiyi sınıflayıp, özümseyecek ve çok daha kalıcı bilgiye ulaşılabilecektir (Harel, 2007, s. 277). Öğrenciler tekrarlı muhakeme sürecinde yaptığı eylemleri ve ürünleri belirtebilmesi ve sorgulama sürecine problem çözme sürecinde mutlaka girmesi gerekmektedir. Öğrencilere sorgulama yapmayı öğretmek onları sadece matematik alanında geliştirmeyip yaşama ilişkin farklı bir bakış açısı kazanmasına da yardımcı olmaktadır. Bu nedenle öğrencilerde arzu edilen anlama ve düşünme yolları ortaya çıktıkça onların problem çözme ve kanıtlama becerilerinin gelişeceği düşünülebilir.

1.5. Araştırmanın Amacı

Matematiksel okuryazar olan bireyler, gerçek yaşam bağlamlarında temel matematiksel becerileri anlamlı ve etkili bir şekilde kullanabilmektedir. Matematik okuryazarlığı gerçek yaşam bağlamlarındaki problemleri anlama, açıklama, yorumlama, değerlendirme, problem çözme, gerekçe sunma, sorgulama, matematiksel muhakemeler yapama ve sonuç çıkarma gibi birçok matematiksel beceriler topluluğundan oluşmaktadır. Matematik okuryazarlığının gelişiminde hiç şüphesiz niceliksel muhakemenin önemi yadsınamaz. Etkili ve üretken vatandaşlar yetiştirebilmesi için bireylerin matematik okuryazarlığı ve niceliksel muhakeme yapma ile ilgili belirli seviyedeki yeterliklere sahip olmaları önem teşkil etmektedir (Agustin ve ark., 2012, s. 306). Çünkü vatandaşların gerçek yaşam bağlamlarındaki problemlerle baş edebilmesi

için niceliksel anlam açısından argüman oluşturma, analiz etme, değerlendirme, niceliksel ilişki kurma, iletişimde bulunma, temsil etme, yorumlama ve açıklama gibi matematik okuryazarlığı becerisini kullanması gerekmektedir. Bu beceriler de niceliksel muhakeme becerisi ile yakından ilişkilidir. Bireyler matematik okuryazarlığındaki temel becerileri 15 yaşında ulaşmaktadır. Matematik okuryazarlığı kapsamında sekizinci sınıf seviyesindeki bir ortaokul öğrencisinin matematikte temel bilgi ve becerileri kazandığı düşünülmektedir. Özellikle ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerin temel bilgi ve becerileri kazanması için matematik okuryazarlıklarını desteklemek kritik önem taşımaktadır.

PISA ve TIMSS gibi uluslararası karşılaştırmalı değerlendirme programları son on yıldır Türkiye'nin düşük performanslı bir ülkeyi temsil ettiğini göstermektedir. Benzer şekilde ulusal çapta yapılan sınavlarda Türkiye'deki öğrencilerin matematik başarı ortalaması oldukça düşüktür. Yapılandırmacı öğretim yaklaşımları çerçevesinde ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını desteklemek için farklı öğretim yaklaşımlarını kullanmak bu noktada faydalı olabilir. PISA matematik okuryazarlığında ülkemizin performansı göz önüne alındığında başarılı ülkelerin öğretim programlarından faydalanılması gerekliliği açık olarak görülmektedir. PISA'da üst sıralarda yer alan Uzakdoğu ülkelerinin matematik öğretim programlarındaki niceliksel muhakemenin ele alınış biçimi matematik okuryazarlığı ile niceliksel muhakemeyi birlikte ele alınması ihtiyacını ortaya çıkarmaktadır. Ayrıca Uzakdoğu ülkelerinin PISA matematik okuryazarlıklarındaki üstün başarısının en önemli nedeni öğrencilerin ilkokuldan itibaren niceliksel muhakemelerini geliştirmek olduğu gerçeğidir. Bu nedenle ülkemizdeki ortaokul öğrencilerine niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı ile öğrenme fırsatı sunulması onların kavramsal anlamaları ve matematik okuryazarlığı performanslarını geliştirebilir.

Bu araştırmada niceliksel muhakeme odaklı matematik öğrenme ortamında (ya da niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı bağlamında) sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki niceliksel muhakeme becerilerinin, düşünme yollarının ve matematik okuryazarlık performanslarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu genel amaç doğrultusunda aşağıdaki alt problemler araştırma kapsamında sorgulanmıştır:

- 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı bağlamındaki niceliksel muhakeme yapıları nasıldır?

- 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı bağlamında PISA matematik okuryazarlık problemlerini çözme sürecindeki niceliksel muhakeme yapıları nasıldır?
- 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı bağlamında PISA matematik okuryazarlık problemlerini çözme sürecindeki performansları nasıldır?
- 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı bağlamında problem çözme sürecindeki düşünme yolları DNR çerçevesine göre nasıldır?

1.6. Araştırmanın Önemi ve İhtiyaç

Günümüz dünyasında hızlı teknolojik gelişmeler ve hızlı değişimler bireylerin kişisel, akademik ve profesyonel yaşamda bilinçli karar verebilmeleri, ilişkileri analiz etmek ve yorumlayabilmeleri için matematik okuryazarlığında ve niceliksel muhakeme yapmada yeterli olmayı ve temel becerileri kazandırmayı gerektirmektedir (Agustin ve ark., 2012, s. 305). Matematik okuryazarlığı bileşenlerinden olan matematiksel içeriğin temel vurgusu ve odağı nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler ile değişimlerin analizidir. Matematiksel süreçler ve bağlamlarda öğrencilerden muhakeme becerilerini kullanarak durumlar ve nicelikler arasında ilişki kurması, problem çözmesi, modelleme yapması beklenmektedir. Öğrencilerin matematik okuryazarlığında başarılı olması niceliksel muhakeme becerilerinin gelişimine bağlıdır. PISA'da matematik okuryazarlık performansı açısından üst sıralarda yer alan Çin, Singapur ve Japonya gibi ülkelerin de matematik öğretim programında niceliksel muhakemenin merkezi bir öneme sahip olduğu görülmektedir (Cai ve ark., 2011, s. 28). Ayrıca alanyazındaki araştırmalar ilköğretim matematiğinden yükseköğretim matematiğindeki birçok kavram ve beceri gelişimi sürecinde niceliksel muhakemenin kilit ve kritik bir rol oynadığını göstermiştir. Katıldığı günden itibaren Türkiye PISA matematik okuryazarlığında düşük performanslı bir ülkeyi temsil etmektedir. Türkiye'de yapılandırmacı yaklaşım çerçevesinde matematik öğretimi yapılmasına rağmen ortaokul öğrencilerin matematik okuryazarlıkları desteklemek için farklı yapılandırmacı öğretim yaklaşımlarını kullanmak faydalı olabilir. Özellikle ülkemizdeki alanyazına farklı bir bakış açısı sunabilmek için bu araştırmada niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında (ya da niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı bağlamında) sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki niceliksel muhakeme becerileri, düşünme yolları ve matematik okuryazarlık performansları incelenmiştir.

Yapılandırmacı öğretim yaklaşımları çerçevesinde göze çarpan yaklaşımlardan biri niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımıdır. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı kavramsal, problem çözme ve araştırmayla ilgili yapılandırmacı yaklaşım olarak ele alınabilir (Belue, 2015, s. 3). Aşağıda niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının özellikleri verilmiştir:

- Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında özellikle ortaokul öğrencilerinin niceliksel muhakeme becerileri ile cebirsel kavramlara ilişkin bilgileri geliştirilmektedir (Thompson, 1994).
- Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında her zaman gerçek yaşam bağlamındaki problemler ile öğretim başlar. Bu öğretimlerde öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri oluşturur, nicelikler arası ilişkileri kurar, niceliklerin değişimini analiz eder ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunmaktadır. Bu öğrenme ortamında öğrenciler niceliksel anlam açısından problem çözerek cebirsel kavramların anlamını keşfetmektedir (Belue, 2015, s. 3).
- Niceliksel muhakeme odaklı öğretim öğrencilerin matematiksel modelleme durumlarını desteklemede temel oluşturmaktadır. Çünkü niceliksel muhakeme öğrencilere nicelikler arası ilişki kurarak model oluşturmalarını sağlamaktadır. Bu nedenle niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında araştırıcı ya da araştırmacı bir ruh hâkimdir. Weber ve arkadaşları (2014) niceliksel muhakemeyi keşfetmeye dayalı öğrenme gibi araştırma ya da soruşturmaya dayalı öğrenmelerden (formlardan) farklı bir kategori olarak görmüşlerdir. Bu araştırmacılar niceliksel muhakemeyi tek başına bir öğretim tekniği olmadığını ama matematikteki özel bir düşünme yolu olduğunu belirtmişlerdir (s. 26). Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında ölçme, nicelikleri belirleme, nicelikler arası ilişki kurma, niceliklerin değişimini analiz etme ve nicelikleri kavramsallaştırma eylemlerinin olması nedeniyle doğasında keşfetme vardır. Bu nedenle niceliksel muhakeme yapılırken gerçek yaşam bağlamları ile ilgili problemler çözülür. Niceliksel muhakeme matematiksel bir yönlendirme olarak ele alınabilir. Çünkü niceliksel muhakemenin, öğretmenlerin keşfetmeye dayalı öğretim yaklaşımlarına bakmaksızın gerçek yaşam bağlamlarının modellenmesinde uygulanabilir olduğu açıktır (Weber ve ark., 2014, s. 26).

Bütün bu nedenlerden dolayı niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının özellikleri göz önüne alındığında öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını desteklemede

bu yaklaşım faydalı olabilir. Bu araştırmada niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı altında 8. sınıf öğrencilerinin düşünme yolları, DNR teorik çerçevesine göre analiz edilmiştir. DNR teorik çerçevesindeki öğretimin merkezinde niceliksel muhakeme ve aşamalı olarak hesaplama akıcılığının geliştirilmesi vardır. DNR temelli matematik öğretiminde öğrencilerin zihinsel ihtiyaçları çok önemlidir. Harel'e göre (2001) gereklilik prensibinde eğer öğrenciler öğretmenin öğrettiklerine zihinsel ihtiyaç duyarsa öğrenmeleri oldukça beklenebilirdir ya da muhtemeldir. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında öğrencilerin gerçek yaşam durumlarındaki nicelikleri dolaylı olarak ölçtükleri için matematiğe ihtiyaç duyarlar. Bu anlamda niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında öğrencilerin matematiği zihinsel olarak ihtiyaç duyması ve matematiği takdir etmesini beklemek mümkündür. Matematiği ihtiyaç duyan bir öğrenci matematiği öğrenmek için çaba harcayacak, matematiği takdir edecek ve matematik okuryazarlık performansı gelişecektir. Bu noktada ülkemizdeki öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını desteklemek için onların niceliksel muhakemelerini güçlendirmek kritik önem taşıdığı ve bu yaklaşımın yararlı olma olasılığının çok güçlü olabileceği söylenebilir. Ayrıca DNR teorik çerçevesi araştırmacıların öğrencilerin düşünme yollarını ayrıntılı ve ince (derin) bir analiz yapmalarını sağlamaktadır (Lim, 2006, s. 39).

Matematik okuryazarlığı çerçevesindeki çalışmalara bakıldığında PISA değerlendirmesinin sonucunu ve verilerini kullanan araştırmaların yoğunlukta olduğu görülmektedir. Bu çalışmalarda PISA değerlendirmesindeki katılımcı ülkelerin matematik okuryazarlığı performansları karşılaştırılmış ya da matematik okuryazarlığı performansını faktörler incelenerek ilişkisel analiz yapılmıştır. Bunun dışında PISA değerlendirmesinin sonuçlarına göre bazı ülkeler (örn. Avustralya ve Kanada) öğretim programında değişiklikler yapmaktadır. Aynı zamanda PISA matematik okuryazarlığında üstün başarı sergileyen ülkelerin matematik öğretim programı ve öğrenme ortamında kullandıkları yaklaşımlar dünyanın dört bir tarafındaki ülkelerin ilgilendiği ve merak ettiği bir konu olmuştur. Özellikle PISA'da başarılı ülkelerin matematik öğretim programları ve matematik öğretim yaklaşımları incelendiğinde hepsinin odağında niceliksel muhakemenin olduğu görülmektedir. Uzak Doğu Ülkelerinden Çin, Singapur, Güney Kore ve Japonya'nın ortaokul matematik öğretim programlarına bakıldığında cebirsel kavramların öğretimdeki amacın niceliksel ilişkilerin anlamlarını geliştirmek ve derinleştirmek olduğu ortaya çıkmaktadır. Çin'de çoklu problem çözme yaklaşımları Singapur'da çubuk modeli yaklaşımı kullanılarak öğrencilerin niceliksel muhakeme

yapmaları ve cebirsel düşünmeleri amaçlanmaktadır (Cai, Ng ve Moyer, 2011, s. 28). Güney Kore'nin ortaokul matematik öğretim programı incelendiğinde ise niceliksel anlam açısından argüman oluşturmanın önemli olduğu görülmektedir. Buna ek olarak Japonya'daki ortaokul matematik öğretim programında diğer ülkelerden farklı olarak Nicelikler ve Ölçme ile Niceliksel İlişkiler adında iki farklı matematik öğrenme alanı yer almaktadır. Japonya'daki ortaokul matematik öğrenme ortamında niceliksel muhakemenin Singapur'daki gibi problem çözmede diyagram çizme yaklaşımı ile geliştirilmesi amaçlanmaktadır (Watanabe, 2011, s. 123). Niceliksel muhakemenin özellikle ortaokul matematiğinde önemli ve kritik olduğu başarılı ülkelerin niceliksel muhakemeye verdiği önemden anlaşılmaktadır.

Diğer yandan alanyazındaki araştırmalar incelendiğinde niceliksel muhakeme öğretimi çerçevesinde belirli bir kavram (örn. doğrusal denklemler, fonksiyon ve trigonometri) ile ilgili öğrencilerin düşünme süreçlerinin betimlendiği görülmektedir. Ortaokul matematiğinde kritik öneme sahip olmasına rağmen matematiksel becerilerin gelişimi sürecinde niceliksel muhakemenin alanyazındaki araştırmalarda yer almaması şaşırtıcıdır. Matematik okuryazarlığı bileşenleri göz önüne alındığında da niceliksel muhakeme ön plana çıkmaktadır. Bu durum ise ortaokul öğrencilerinin matematik okuryazarlığını geliştirmek için onların niceliksel muhakemelerine odaklanmak gerektiği ihtiyacını doğurmaktadır. Ancak alanyazında niceliksel muhakemenin güçlendirilmesiyle ortaokul öğrencilerinin matematik okuryazarlıklarını desteklemeyi amaçlayan çalışmaya rastlanmamıştır. Böyle bir çalışma ortaokul öğrencilerin matematik okuryazarlığını desteklemede niceliksel muhakemelerini ve düşünme süreçlerini ortaya koyabilir. Ayrıca matematik eğitimi araştırmacılarına ve öğretmenlerine niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının matematik okuryazarlığını desteklemede nasıl ele alınabileceği ve bu süreçteki rolünü gösterebilir.

Türkiye'nin PISA'daki matematik okuryazarlığındaki düşük performansı düşünüldüğünde, niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansı, niceliksel muhakeme yapıları ve düşünme yollarını incelemek hem bu araştırmayı özgün yapacak hem de matematik eğitimi araştırmacılarına, öğretmenlerine ve Milli Eğitim Bakanlığına aydınlatıcı bilgiler sunabilecektir. Bu çalışma ülkemizde var olan matematik okuryazarlığının geliştirilmesi gereksiniminin karşılanmasına yönelik olması bakımından önemli bir yaygın etkisi olabilecek bir araştırma niteliğindedir. Bu araştırmanın çok yönlü (bireysel, okula,

topluma ilişkin) yaygın etkilerinin olacağı düşünülmüştür. Matematik okuryazarlığı becerileri gelişmiş bireyler gelişen teknoloji ile birlikte kişisel, akademik ve profesyonel yaşamda bilinçli karar verebilir, ilişki, veri ve olayları analiz edip yorumlayabilmektedir. Dolayısıyla bu çalışma öğrencilerin matematik okuryazarlığının geliştirilmesi ile ilgili matematik eğitimde yapılabilecek çalışmalara ışık tutabilir. Ayrıca bu çalışmanın bulgu ve sonuçları öğretmenlerin ve Milli Eğitim Bakanlığının, ortaokul öğrencilerinin niceliksel muhakemelerini dolayısıyla da matematik okuryazarlıklarını geliştirmek için somut adımlar atmalarına yardımcı olabilir. Bunun yanında araştırma sonuçları matematik eğitimcilerine de matematik okuryazarlığının niceliksel muhakemenin güçlendirilmesi yoluyla desteklenmesi konusunda farklı bir bakış açısı sunarak yeni fikirler üretmelerini sağlayabilir.

1.7. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırmada aşağıda belirtilen sınırlılıklar mevcuttur:

- Araştırma, Eskişehir ili ortaokullarında 2014-2015 öğretim yılında sekizinci sınıfta öğrenimlerine devam eden öğrencilerle sınırlıdır.
- Araştırma yedi aylık süre zarfında araştırmacı-öğretmenin gerçekleştirdiği öğretim deneyi sürecinde toplanan verilere dayanmaktadır.
- Araştırma, açık uçlu problem çözme aracının uygulanmasında 238 öğrenci ile gerçekleşmiştir. Öğretim deneyi süreci ölçüt örnekleme yaklaşımıyla bu 238 öğrenci arasından 19 öğrenci ile sınırlı kalmıştır.

1.8. Araştırmanı Sayıltıları

Bu araştırmada aşağıda belirtilen sınırlılıklar mevcuttur:

- Öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin hepsi sahip oldukları bilgi ve becerileri samimi bir şekilde sunmuşlardır.
- Öğrenme süreci ve klinik görüşmelerde yaşanan endişe, dikkatsizlik, dışarıdan gelen gürültüler gibi beklenmeyen durumlar bu araştırmanın sürecini olumsuz bir şekilde etkileyecek biçimde olmamıştır.
- Klinik ve bilgi edinme görüşmelerinde öğrenciler kendi doğal hallerini yansıtmışlardır. Bu öğrenciler görüşme süresince rahat davranmışlar ve yabancılık çekmeden bildiklerinin hepsini açıklamışlardır.

1.9. İlgili Araştırmalar

Alanyazın incelendiğinde niceliksel muhakeme, matematik okuryazarlığı ve DNR teorik çerçevesine ile ilgili çeşitli çalışmaların olduğu ortaya çıkmıştır. Ancak ortaokul öğrencilerinin matematik okuryazarlıklarının desteklemek için onların niceliksel muhakemelerini güçlendirmeyi amaçlayan ve bu süreçte DNR teorik çerçevesi bileşenlerinden olan öğrencilerin düşünme yollarına odaklanan herhangi bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu çalışmayla ilişkili olduğu düşünülen araştırmalar, niceliksel muhakeme ile ilgili araştırmalar ve DNR teorik çerçevesi ile ilgili araştırmalar olarak aşağıda özetlenmiştir.

1.9.1. Niceliksel muhakeme ile ilgili araştırmalar

Niceliksel muhakeme ya da niceliksel muhakeme odaklı öğretim yaklaşımı üzerine olan alanyazındaki sınırlı sayıdaki araştırmalar niceliksel muhakemenin problem çözme sürecindeki gücünü, niceliksel muhakeme odaklı yaklaşımın birçok yararını ve bu yaklaşımın içerdiği etkili öğretim stratejilerini ortaya koymuştur (Belue, 2015, s. 7). Belue (2015) niceliksel muhakemeyi geliştirmeye yönelik alanyazındaki çalışmaların ortaokul öğrencilerin ilişkileri aramaya, kovaryasyonel muhakeme yapmaya ve doğru bir şekilde genelleme yapma becerilerini kullanmaya güdülediğini belirtmiştir. Niceliksel muhakeme odaklı öğretim yaklaşımı ile ilgili araştırmalar ortaokul öğrencilerinin verilen zamanda problem bağlamını yansıtmalarına (açıklamalarına), niceliklerin ölçülebilen özelliklerini adlandırmak açısından nicelikleri belirleyebilmelerine ve değişen niceliklerin ortaya çıkan bir niceliği nasıl etkilediğini keşfetmelerine yardımcı olmuştur (s. 8).

Thompson (1988) gerçek yaşam bağlamlarındaki cebirsel muhakeme için niceliksel muhakemenin temel dayanak sağladığı hipotezini kurmuştur. Araştırmacı bu hipotezini göz önüne alarak altı aylık bir zaman kapsamında 25 sekizinci sınıf öğrencisini bilişsel-amaçlı bir model geliştirmiş ve test etmiştir. Çalışmasının bulguları niceliksel muhakeme açısından oldukça yetersiz olarak görülen öğrencilerin aritmetiksel ve cebirsel sözel problemleri çözmedeki performanslarının kötü ve yetersiz olduğunu ortaya çıkarmıştır. Bu nedenle araştırmanın bulguları Thompson'ın (1988) cebirsel muhakeme için niceliksel muhakemenin temel dayanak sağladığı hipotezini dolaylı olarak doğrulamıştır

(s. 163). Bu araştırmanın sonuçları kapsamında zayıf niceliksel muhakemeye sahip olan bu öğrencilerin niceliksel muhakeme yapma sürecinde üç ana güçlük belirlenmiştir:

- Bu öğrenciler baskın olarak nicelikleri nesne ve nesnenin ölçülebilen özelliği ile birlikte isimlendirmek yerine sayısal değeriyle isimlendirme (örn. Sam'in birikimi yerine 250 dolar) eğilimi göstermişlerdir. Bu öğrencilerin bir nicelik ve onun ölçülebilen özelliğini ayırt edememeleri nicelikler arası ilişkileri kurma yeteneğini kullanmalarını engellemiştir. Bu durumun iki nedeni vardır. İlki bu öğrencilerin sadece sayısal değeri verilen nicelikleri belirleyebilmeleridir. Bu nedenle bu öğrenciler problem bağlamında değeri verilmeyen nicelikleri ve özellikle nicelikler arası ilişki kurmada aracı rolü üstlenen ve problemde dile getirilmemiş nicelikleri belirleyememektedir. İkincisi ise problemi çözme sürecinde bu öğrencilerin zihinlerinde sadece sayısal değerler olduğu için problemde bilinmeyen ya da istenen değeri bulma sürecinde ne işlem yapacağına karar vermede onların hiçbir mantıklı dayanağının olmamasıdır. Örneğin, bir öğrencinin aklında problemde verilen sayısal değerlerle ilgili ilişkisel bilgi olmaksızın sadece "17,32 dolar" ve "12,87 dolar" olduğunda, bu öğrenci sadece bu bilgilerle üçüncü bir niceliğin değerini uygun bir şekilde hesaplamak için hangi işlemi kullanacağına karar veremeyecektir.
- Bu öğrenciler oran, birimli oran, birimsiz oran, orantı ve çarpım gibi çarpımsal nicelikleri belirlemede güçlük yaşamışlardır.
- Bu öğrenciler nicelikleri birleştirilip birleştirilmeyeceği ya da karşılaştırılıp karşılaştırılamayacağını kavramada güçlük yaşamışlardır (s. 169).

Mayer ve arkadaşları (1992) öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözme sürecindeki yaptıkları uygun olmayan eylemlerini incelemişlerdir. Araştırmaların bulguları problem çözücünün problem bağlamıyla ilgili zihinsel modelinin problem bağlamındaki verilerle çatıştığından ya da uyuşmadığında matematiksel bir anlaşmazlık ya da çözümsüzlük ortaya çıkmaktadır. Matematiksel bir çözümsüzlük/anlaşmazlığın en önemli nedeni ise öğrencinin problem bağlamıyla ilgili niceliksel anlam açısından zihinsel model oluşturmak yerine problemdeki sayısal verilerle ya da anahtar kelimelerden yola çıkarak hesaplama yapmaya çalışmalarıdır. Bu nedenle bu çalışmadaki araştırmacılar matematiksel problem çözme öğretiminde öğrencilerin problem bağlamına uygun zihinsel model geliştirmeleri için niceliksel muhakeme becerisine odaklanmak gerektiğini ve buna ek olarak hesaplama becerilerin uygulanmasına yönelik hesaplama akıcılığı becerisinin de desteklenmesi gerektiğini vurgulamışlardır (s. 137).

Ellis (2007) iki farklı grupta iki farkı öğretim yaklaşımı ile öğrenim gören ortaokul öğrencilerinin genelleme becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Ellis'in çalışmasındaki ilk gruptaki ortaokul öğrencilerine cebir derslerinde nicelikler arası ilişkilere odaklanarak öğretim yapılırken diğer gruptaki öğrencilere niceliklerden bağımsız sayı örüntüleri üzerine odaklanılarak öğretim yapılmıştır. Bu çalışmanın bulguları, nicelikler arası ilişki üzerine odaklanılarak yapılan öğretimde öğrenciler gerçek yaşam problemlerindeki durumlar arasında bağlantı kurabilmiş dinamik bir ilişki ortaya koyabilmiş ve en nihayetinde gerçek yaşam problemlerinde istenen ilişkileri anlamlı bir şekilde genelleyebilmişlerdir. Diğer yandan sayı örüntüleri üzerine odaklanılan öğretimin öğrencilerin kural, örüntü ve prosedürleri genellemeye yardımcı olduğunu ancak öğrencilerin problem bağlamındaki ilişkileri hem gerçek yaşam durumunda hem de niceliksel anlam açısından analiz etmeyi desteklemediği görülmüştür (s. 439). Bu araştırmada niceliksel muhakeme öğretim yaklaşımı ile iki değişkenli doğrusal denklemlerin öğretiminde üç önemli zihinsel eylem göze çarpmıştır. Bunlar şu şekilde ifade edilebilir:

- Niceliksel muhakeme öğretim yaklaşımı ortaokul öğrencilerini nicelikler arası ilişkileri araması konusunda onları harekete geçirmekte ve güdülemektedir.
- Niceliksel muhakeme öğretim yaklaşımı öğrencilerin farklı nicelik içeren problem bağlamları üzerine kovaryasyonel muhakeme yapmaya yönlendirmekte ve onları bu konuda harekete geçirmektedir.
- Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı öğrencileri nelerin doğrusal ilişki oluşturduğuna ve doğru genelleme kuralını bulmalarına yönlendirmekte ve onları bu konuda desteklemektedir (s. 473-476).

Ellis (2007) ortaokul öğrencilerin gerçek yaşam durumları ile ilgili yorumları ve etkileşimlerinin bu bağlamların her derde deva olacağı anlamını gelmediğini ifade etmiştir. Niceliksel açıdan zengin bir problem bağlamının tanıtılması ortaokul öğrencilerinin problem bağlamındaki nicelikleri belirleyeceği, nicelikler arası ilişki kuracağı ve en nihayetinde onların nicelikle ilgili nesnenin özelliği yerine onun ölçülebilen özelliğini algılayacağı anlamına gelmemektedir. Bu nedenle niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında öğretmenlerin öğrencileri niceliksel anlam açısından problem çözmeye yönlendirmesi gerekir. Örneğin öğrenciler sürekli olarak yeni nicelikleri geliştirmeye teşvik edilirse, onlar doğru, güçlü ve diğer bilgilerle ilişkili olarak genellemeler üretmeye hazır hale geleceklerdir. Bu nedenle Ellis (2007) ortaokul

öğrencilerin değişen ve başlangıçtaki niceliklerin, yeni ortaya çıkan bir niceliği nasıl etkilediğini keşfetmesi ve yeni ortaya çıkan nicelik sabit tutulduğunda başlangıçtaki niceliklerin nasıl bir ayarlama yapılacağının belirlenmesi ile ilgili aktivitelerle uğraşmalarını önermiştir (s. 475-476). Ellis (2007, 2011) ortaokul öğrencilerinin doğrusal ve kuadratik fonksiyon kavramalarını desteklemek için onları doğrudan nicelikler ile ilgili muhakeme yapmaya yönlendirmiştir. Bu araştırmaların bulguları niceliksel muhakemenin öğrencilerin kovaryasyonel açıdan fonksiyonla ilgili ilk kavramalarına ve daha sonra eşlemeli ilişkiyi içeren daha esnek fonksiyon görüşüne temel oluşturmaya hizmet ettiğini ortaya çıkarmıştır (Ellis, 2011, s. 215).

Olive ve Çağlayan (2008) cebirsel sözel problemlerin çözüm süreninde sekizinci sınıf öğrencilerinin ortaya çıkan niceliksel muhakeme becerilerinin nasıl ve neler ile ilişkili olduğunu incelemiştir. Bu araştırmanın bulguları niceliksel birim belirleme, niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerinin kullanılmasını içeren cebirsel sözel problem çözmede niceliksel muhakemenin kritik yönlerini teşkil ettiğini ve öğretim-öğrenme sürecinde vurgulanmasına ihtiyaç olduğunu göstermiştir. Bu araştırmacılar bir problem durumu ile ilgili muhakeme yapıldığında, anlamlı cebirsel eşitlik oluşturmak için niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerinin bilişsel önkoşul olduğunu sonucuna ulaşmışlardır (s. 269).

Moore (2011) üç lisans öğrencisinin trigonometriyi öğrenirken karşılaştıkları cebirsel sözel problemler bağlamındaki problem çözme davranışları incelenmiştir. Araştırmacı bu öğrencilerin yöneltme, planlama, uygulama ve kontrol etme isimli problem çözme aşamaları açısından zihinsel eylemleri sınıflandırılmış ve öğrencilerin problem çözme aşamaları esnasındaki zihinsel eylemleri ve problem çözme davranışları arasındaki ilişkiler betimlenmiştir. Bu araştırma kapsamındaki analizler sonucunda, niceliksel muhakeme ile ilgili öğrenci yetenekleri ve problem bağlamında oluşturulan zengin niceliksel yapıların katılımcıların eylemlerini ve her bir problem çözme aşaması esnasında oluşturdukları ürünleri etkilediğini göstermiştir. Araştırma bulguları, belirli zihinsel süreçlerin öğrencilerin üretken problem çözme davranışları sergilemesine olanak sağladığını ya da engel olduğunu göstermiştir. Özellikle, bu araştırma niceliksel muhakeme ile ilgili öğrencinin yeteneklerinin problem çözme aşamalarındaki eylemlerini nasıl şekillendirdiğini ayrıntılı şekilde betimlemiştir. Öğrencilerin problem çözme yaklaşımları, öğrencilerin muhakemeleri ve problem çözme davranışları arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmıştır. Örneğin niceliksel ilişkiler temelinde cebirsel sözel

problemleri çözen öğrencilerin ezbere işlem ve hesaplamalara dayalı problem çözen öğrencilere göre esnek geri çağırmalar ve güçlü anlamlandırmalar yaptığı görülmüştür (s. 298).

Moore ve Carlson (2012) genel matematik dersinin alan üniversite öğrencilerinin gerçek yaşam problemleri ile ilgili zihinsel eylemlerini ve yaklaşımlarını analiz etmişlerdir. Çalışmalarının bulguları gerçek yaşam problemlerdeki niceliklere ilişkin güçlü bir zihinsel model oluşturan öğrenciler bu problemleri doğru ve anlamlı bir şekilde çözebilmiştir. Diğer yandan bu problemleri yanlış çözen öğrenciler sürekli olarak problemin amacına yanlış ayarlanmış olan zihinsel görüntüler oluşturmuşlardır. Genelde bu öğrenciler problem bağlamındaki niceliklere odaklanmak yerine problemdeki sayısal değerlere odaklanmışlardır. Ancak bu öğrenciler zihinsel görüntülerinin problem bağlamındaki niceliklerle nasıl ilişkili olduğu inceledikçe çözümlerine ilişkin yanlışları fark edebilmişlerdir. Bu nedenle araştırmacılar anlamlı formül ya da grafik oluşturulmadan önce öğrencinin problem bağlamını görselleştirme zihinsel eylemiyle uğraşmasının ve nicelikler arası ilişki kurmasının kritik önem teşkil ettiğini savunmuşlardır (s. 48). Moore ve arkadaşları (2009) ise üniversite öğrencilerinin kullandıkları niceliksel muhakeme becerisinin problem çözme sürecinde nasıl bir rol oynadığını anlamayı amaçlamışlardır. Çalışma bulguları üretken bir şekilde problem çözme davranışı göstermede niceliksel muhakeme yapmanın etkili olduğu göstermiştir.

Weber (2012) doktora tez çalışmasında dört üniversite öğrencisinin iki değişkenli fonksiyonlar ve iki değişkenli fonksiyonlarda değişim oranı konusundaki düşünme yollarını incelemiş ve betimlemiştir. Araştırmacı acemi ya da uzman form/şekil düşünmesine odaklanarak öğrencilerin iki değişkenli fonksiyonlarla ilgili düşünme yollarını karakterize ederken; öğrencilerinin değişim oranı ile ilgili düşünme yollarını niceliksel muhakemeye odaklanarak karakterize etmiştir. Bu araştırmanın bulgularına dayalı olarak araştırmacı niceliksel ve kovaryasyonel muhakemenin öğrencilerin tek değişkenli fonksiyonların iki ve çok değişkenli fonksiyonlara genellenmesi becerisine temel oluşturduğunu ileri sürmüştür (s. ii).

Belue (2015) yüksek lisans tezinde iki değişkenli doğrusal denklemler konusu üzerine odaklanak katılmcıları deney ve kontrol gruplarından oluşan üniversite öğrencileri ile bir çalışma yürütmüştür. Kontrol grubundaki öğrencilere öğrenme prosedürleri odaklanılarak geleneksel öğretim yaklaşımıyla öğretim yapılırken deney grubundaki öğrencilere orantısal ve fonksiyonel muhakemeye odaklanılarak niceliksel

muhakeme öğretim yaklaşımıyla öğretim yapılmıştır. Deney grubundaki öğrencilere prosedürel/işlemsel anlamadan ödün verilmeden kontrol grubundaki öğrencilere kıyasla kavramsal anlamaya odaklanan daha fazla öğretim yapılmıştır. Bu araştırmanın niceliksel ve niteliksel verilere yönelik yapılan analizlerinin sonuçları deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre orantısal muhakeme yapmada daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymuştur. Diğer yandan deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin fonksiyonel muhakeme yapma ve prosedürel görevler üzerine performansları arasında anlamlı bir farklılık bulunamamıştır. Analiz sonuçları ayrıca cebire giriş dersine katılan üniversite öğrencilerinin doğrusal denklemleri nelerin oluşturduğu ve değişen niceliğin anlamı hakkında kavram yanılgılarına sahip oldukları ortaya çıkarmıştır (s. vii).

Agustin ve arkadaşları (2012) üniversitedeki öğretim programında niceliksel muhakemenin rolünü incelemişlerdir. Bu amaçla üniversite öğrencilerine niceliksel muhakeme testi uygulanmış ve ayrıca üniversite öğretim programları incelenmiştir. Bu araştırmanın bulguları üniversitedeki geleneksel matematik derslerinde niceliksel muhakemeyi geliştirmenin çok da önemli ve zorunlu olmadığını göstermiştir. Niceliksel muhakeme dersinde matematiksel uygulamalarla birlikte çeşitli bağlamlardaki niceliksel argümanları kesin ve açık biçimde belirtme becerisinin geliştirilmesi üzerine durulmakta iken geleneksel matematik derslerinde ise sınırlı bağlam kapsamında manipülasyon becerisi ve algoritmalar üzerinde yoğunlaşılmaktadır. Niceliksel muhakemenin matematikten yoksun anlam taşıdığı manası verilmemelidir. Niceliksel muhakemede yüzdeler, oranlar, ondalık çarpım, tahmin, tablo ve grafiklerin yorumlanması gibi temel kavramlar büyük önem taşımaktadır; diğer yandan birkaç isim vermek gerekirse polinomlarda çarpanlara ayırma, sembolik cebirsel ifadelerin manipülasyonu, türev alma gibi kavramlar ise temel matematiksel kavramlar kadar önemli değildir. Ama prosedürel işlemler ve cebirsel manipülasyonlar niceliksel anlam açısından ele alınınca anlam kazanmaktadır. Özetle niceliksel muhakeme dersi öğrencilerin yeni, özgün ve gerçek yaşam bağlamı uygulamalarını keşfetmeye ve analiz etmeye itmektedir. Niceliksel muhakeme dersi sadece işlem ve prosedürleri uygulamak yerine anlayış, fikir ya da kavrayış geliştirmeyi sağlamaktadır. Ayrıca bu araştırma kapsamında niceliksel muhakeme dersi alan öğrenciler diğer öğrencilere göre gerçek yaşam bağlamıyla ilgili problemleri daha iyi çözebilmişlerdir (s. 312).

Kabael ve Kızıltoprak (2014) cebirsel bir hikâye probleminin çözme sürecinde on altıncı sınıf öğrencisinin düşünme yollarını araştırmışlardır. Bu çalışmaya katılan

öğrencilerin düşünme yolları kullandıkları problem çözme yaklaşımlarına göre karakterize edilmiştir. Bu çalışmadaki katılımcı öğrencilerin çoğunun probleme ilişkin çözüm planı aşamasını atlayarak anahtar kelime arama yaklaşımını kullanmaya çalıştıkları ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler problemin çözümüne ulaşmak için anahtar kelime arama yaklaşımının fayda sağlamadığını görünce deneme yanılma yaklaşımını kullanmaya yönelmişlerdir. Problemdeki nicelikler ile ilgili muhakeme yapamayan bu öğrencilerin aritmetiksel yaklaşımları kullanmaları aritmetik düşünme yoluna sahip oldukları göstermiştir. Diğer yandan bu problemi çözme sürecinde niceliksel muhakeme yapabilen öğrenciler ise problem bağlamındaki niceliksel ilişkileri belirleyebilmiş oldukları için verilen nicelikler arasında ilişki arama yaklaşımını kullanarak üretken bir şekilde problemi çözmüşlerdir. Bu nedenle bu öğrencilerin problem çözmede kullandıkları problem çözme yaklaşımları, onların niceliksel düşünme yolunu sahip olduklarını ortaya çıkarmıştır (s. 121).

Kabael ve Akın (2016a) araştırmasında dokuz yedinci sınıf öğrencisinin bir cebirsel hikâye problemini çözerken kullandıkları problem çözme yaklaşımlarını ve niceliksel muhakeme becerilerini ele almışlardır. Bu çalışmanın analiz sonuçları katılımcı öğrencilerin çoğunun aritmetiksel yaklaşımları kullandığını ve öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte cebirsel yaklaşımları problem çözmede bir araç olarak kullanamadıklarını ortaya çıkarmıştır. Bu araştırmanın en önemli bulgusu ise katılımcı öğrencilerin problem çözme sürecinde aritmetiksel ya da cebirsel yaklaşımları etkili ve anlamlı kullanabilmesinde niceliksel muhakeme yapmanın kritik ve kilit rol oynamış olmasıdır (s. 875).

Akın ve Kabael (2016) problem çözme sürecinde ortaokul matematik öğretmen adaylarının niceliksel muhakemeleri ve onların bir ortaokul öğrencisi ile yaptıkları görüşmedeki öğrencilerinin niceliksel muhakemeleri desteklemeleri arasındaki ilişkiyi keşfetmeyi amaçlamışlardır. Nitel olarak desenlemiş olan bu çalışmada veriler araştırmacılarının dokuz ortaokul matematik öğretmen adayı ile yaptıkları klinik görüşmelerden ve onların her birinin ortaokul öğrencisi ile yaptıkları klinik görüşmelerden toplanmıştır. Klinik görüşmelerde niceliksel bakımdan zengin problemler kullanılmıştır. Araştırmacı ve katılımcılar tarafından yapılan klinik görüşmeler içerik analizi yolu ile analiz edilmiştir. Problemleri çözülmesi esnasında güçlü niceliksel muhakemeye sahip olan katılımcıların çoğu (dokuz kişi arasından beşi) nicelikleri belirlemiş ve nicelikler arası ilişki kurmuşlardır. Ayrıca bu öğretmen adayları sorgulama

sürecinde öğrencilerini nicelikleri belirlemeye ve yorumlamaya, nicelikler arası ilişkileri belirlemeye, nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri temsil etmeye, ve nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri farklı bakış açıları ile düşünmeye yönlendirmişlerdir. Bu katılımcıların öğrencilerinin niceliksel muhakemelerini desteklemeyi dikkate aldığı düşünülmüştür. Öte yandan, zayıf niceliksel muhakemeye sahip geri kalan dört katılımcı problem çözme sürecinde hesaplamalar ve prosedürleri uygulamış ve problemlerdeki niceliksel anlamlar açısından eksik bir şekilde anlamsız formülleri ve kuralları geri çağırmışlardır. Bunlara ek olarak, onlar öğrencilerini nicelikleri ve niceliksel birimleri belirlemeye, nicelikler arası ilişkileri belirlemeye yönlendirmeyi göz ardı etmişler; bu nedenle onlar problemdeki sayı ve işlemlere odaklanmışlarıdır. Bu öğretmen adaylarının yaptıkları sorgulama biçiminin öğrencilerinin niceliksel muhakemelerini engellediği düşünülmüştür. Araştırma bulguları ortaokul matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları niceliksel muhakemeyle ilgili becerilerin kalkülüs problemlerini üretken bir şekilde çözmeyi sağladığını ya da engel olduğunu göstermiştir. Ayrıca bu araştırmanın sonuçları, matematik öğretmen yetiştirme programlarında ortaokul matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecini desteklemek için spesifik derslerin gerekli olmasını kuvvetlendirmiştir. Araştırma sonuçlar problem çözme sürecinde ortaokul matematik öğretmen adaylarının niceliksel muhakemeleri ve niceliksel muhakemeleri desteklemeleri arasında bir ilişki olduğunu önermiştir.

Kabael ve Akın (2016b) problem çözme sürecinde ortaokul matematik öğretmen adaylarının niceliksel muhakemelerini ve öğrencilerin niceliksel muhakemelerini desteklemelerini incelemişlerdir. Bu araştırmada araştırma yöntemi olarak öğretim deneyi kullanılmıştır. Bu çalışmadaki veriler odak grup katılımcıları ile yapılan bir dizi keşfedici öğretim görüşmeleri ve her bir katılımcının bir ortaokul öğrencileri ile yürüttükleri klinik görüşmeden toplanmıştır. Araştırmacılar ve katılımcılar tarafından yürütülen klinik görüşmeler nitel içerik analizi ile çözümlenmiştir. Bulgular problem çözme sürecinde ortaokul matematik öğretmen adaylarının niceliksel muhakemeleri ve öğrencilerin niceliksel muhakemelerini desteklemeleri arasında güçlü bir ilişki olduğunu göstermiştir. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olan ortaokul matematik öğretmen adayları problem çözme sürecinde ortaokul öğrencilerinin niceliksel muhakemelerini destekleyememişlerdir. Bu öğretmen adayları niceliksel muhakeme ve öğretimi ile ilgili ders almalarına rağmen öğrendikleri bilgileri pratiğe dökememişlerdir. Diğer yandan güçlü niceliksel muhakemeye sahip olan ortaokul matematik öğretmen adayları ise

problem çözme sürecinde ortaokul öğrencilerinin niceliksel muhakemelerini destekleyebilmişlerdir. Bu öğretmen adayları niceliksel muhakeme ve öğretimi ile ilgili ders almaları nedeniyle bu öğretim onların niceliksel muhakemede bilinçlenmelerine ve bilgilerini pratiğe dökebilmelerini sağlamaya yardımcı olmuş olabileceği düşünülmüştür (s. 305).

Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2012) aritmetikten cebire geçiş sürecindeki 24 ortaokul öğrencilerinin problem çözme süreçlerindeki farklılaşmalarını değişim ve gelişim açısından ele almışlardır. Ayrıca bu araştırmacılar bu değişim ve gelişimi sınıf düzeyine göre birbirleriyle kıyaslamışlardır. Çalışmamın bulguları ortaokul öğrencilerin cebirsel sözel problemleri sıklıkla aritmetiksel yaklaşımları kullanarak çözdüklerini göstermiştir. Bu katılımcı ortaokul öğrencilerinin sınıf düzeyi arttıkça, cebirsel sözel problemlerin çözme sürecinde aritmetiksel stratejilerden cebirsel stratejileri kullanmaya geçişleri olumlu olmasına rağmen bu değişiminin ve gelişimin yetersiz ve çok az yaşandığı görülmüştür (s. 1). Didiş ve Erbaş (2012) 217 onuncu sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ile çözülebilen cebirsel sözel problemlere ilişkin performanslarını ve onların bu problemi çözmelerini etkileyen faktörlerin neler olduğunu ortaya koymaya çalışmışlardır. Bu çalışmanın sonuçları katılımcı öğrencilerin problemleri çözmedeki performanslarının oldukça düşük olduğunu ve bu katılımcıların çoğunun problem çözmede cebirsel yaklaşımları (eşitlik yazma) uygun şekilde kullanamadıklarını göstermiştir. Araştırmacılar cebirsel sözel probleminin başarılı bir şekilde çözülememesinin sebeplerini problem bağlamını kavrayamama nedeniyle denklem (eşitlik) yazamama ve problemi çözememe ve problem bağlamını yorumlanamaması nedeniyle denklem (eşitlik) yazamama ve problemi çözememe olarak belirtmişlerdir. Bütün bu çalışmalar, ortaokul öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözerken ortaya çıkan güçlükleri aşabilmeleri için özellikle cebir öncesi dönemde formal olmayan sembolleştirme önem verilmesi ve bu süreçte problem bağlamındaki niceliklerin oluşturulması, temsil edilmesi ve nicelikler arası ilişkilerin kullanılması gerektiğini ortaya koymaktadır (Akkan ve ark., 2011, s. 818-819).

Niceliksel muhakeme ile ilgili alanyazındaki çalışmalar incelendiğinde bu çalışmaların yoğunluklu olarak üniversite öğrencileri ve öğretmen adayları ile gerçekleştiği görüşmektedir. Bu çalışmaların çoğunda katılımcıların problem çözme sürecindeki eylemleri incelenmiş ya da niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımıyla bir kavram (örn. doğrusal denklemler, fonksiyon ve trigonometri) öğretimi yapılarak

öğrencilerin düşünme süreçleri betimlenmeye çalışılmıştır. Son altı yıldır alanyazındaki araştırmalar öğrenme ve öğretimde niceliksel muhakeme yapmaya odaklanmanın gerektiği savunmaktadır (Thompson ve ark., 2013). Bu nedenle niceliksel muhakeme becerisi matematik eğitimi araştırmacıları tarafından popüler bir konu haline gelmeye başlamıştır. Niceliksel muhakemeye ilişkin yurtdışında yapılan araştırmalar sınırlı sayıda olmasına karşılık ülkemizde yapılan çalışmalar oldukça azdır. Ayrıca bu çalışmaların genellikle üniversite öğrencilerinin düşünme süreci ile ilgili durum betimleme ya da kavram öğretimi üzerine olması alanyazında özellikle ortaokul öğrencileri ile beceri gelişimi açısından yapılacak çalışmalara ihtiyaç olduğunu göstermektedir. Özellikle ortaokul öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını niceliksel muhakemeyi güçlendirmek açısından ele almak faydalı olabilecektir.

1.9.2. DNR teorik çerçevesi ile ilgili araştırmalar

DNR teorik çerçevesi temel alarak yapılan alanyazındaki araştırmalarda matematik öğretmenleri, matematik öğretmen adayları, ortaöğretim veya ortaokul öğrencilerin anlama, düşünme yolları ile ilgilidir. Ayrıca bu çalışmalarda matematik öğretmenlerin pedagojik bilgileri kesirler, fonksiyonlar ve tamsayılar kavramlarına dayalı olarak ele alınmıştır.

DNR çerçevesinde kesirlerle ilgili yapılan çalışmalarda Harel ve arkadaşları (örn., Harel ve Koichu, 2010; Koichu ve Harel, 2007; Koichu, Harel ve Manaster, 2013) çalışılan kavramların epistemolojik özelliklerinin ya da problem durumlarının gerektirdiği anlama ve düşünme yollarını, arzu edilen anlama ve düşünme yolları olarak adlandırmışlardır. Bu araştırmalarda arzu edilen anlama ve düşünme yoluna sahip matematik öğretmenlerinin problem kurma becerilerinin de gelişmiş olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu çalışmalarda arzu edilir anlama ve düşünme yoluna sahip matematik öğretmenlerinin, kesirlerde bölme işlemi ile ilgili pedagojik yönden uygun bir problem kurabildiklerini göstermiştir. Ayrıca arzu edilir anlama ve düşünme yoluna sahip matematik öğretmenlerinin bölme kavramı bilgisinin de yeterli olduğu ortaya çıkmıştır. Bu nedenle Harel ve arkadaşları matematik öğretmenlerinin anlama ve düşünme yolları ile kavram bilgilerinin yeterliliğinin arasında doğrusal bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Harel ve Lim (2004) araştırmasında bir matematik öğretmeninin alan ve pedagojik bilgisini fonksiyon kavramı bağlamında DNR çerçevesi temelinde incelemiştir. Bu

matematik öğretmeni ile yapılan görüşmelerde fonksiyon kavramı ve öğretimi üzerine konuşulmuş ve bu öğretmenden fonksiyon kavramıyla ilgili bilgi temelini gösterecek bir problemi çözmesi istenmiştir. Araştırmanın bulguları katılımcı öğretmenin problemin çözümünde yalnızca prosedürel işlemlere odaklandığını, pedagojik açıdan ise öğrencilerin zihinsel ihtiyaçlarını ve anlama yollarını göz ardı ederek kendi tasarladığı şekilde kavramları öğretmeye çalıştığını göstermiştir. Ayrıca bu öğretmenin öğrencilere sembolik manipulasyon becerisi kazandırmayı amaçladığı ve kavramların modellemesini içeren problemlere öğretimin bir parçası olarak bakmadığı ortaya çıkmıştır. Harel ve Lim matematik öğretmeninin fonksiyonla ilgili anlama ve düşünme yollarının, pedagoji bilgisi ve öğrenci epistemoloji bilgisini yönlendirdiği sonucuna varmışlardır (s. 32).

Harel ve Koichu (2010) bir ilköğretim matematik öğretmeni ile kesirlerde problem kurma üzerine üç kez sesli düşünme görüşmesi yaparak, bu öğretmenin zihinsel düşünme sürecini DNR teorik çerçevesine göre analiz etmişlerdir Görüşmelerin hepsinde bu öğretmenden çözümü 4/5'in 2/3'e bölünmesi sonucunda hesaplanan bir günlük hayat problemi oluşturması istenmiştir. Her bir görüşmedeki katılımcı öğretmenin kurduğu problemler ve öğretmenin problem kurmadaki değişim göz önüne alınarak DNR teorik çerçevesi temelinde incelenmiştir. Bu öğretmenin düşünme sürecinde anlama ve düşünme yolları, zihinsel ve psikolojik ihtiyaçları, zihninin karışması, Piaget'in dengelememe-dengelememe durumu derinlemesine analiz edilmiştir. Sonuç olarak bu araştırmada bir öğretmenin problem kurma sürecindeki öğrenmesinin operasyonel (işlevsel) tanımı DNR teorik sisteme dayılı olarak açıklanmıştır (s. 115, s. 122-123).

Koichu ve Harel (2007) ile Koichu ve arkadaşları (2013) 24 matematik öğretmeni ile gerçekleştirdikleri çalışmalarda bu öğretmenlerden çözümü 4/5'in 2/3'e bölünmesi sonucunda hesaplanan bir günlük hayat problemi oluşturmaları istemişlerdir. Katılımcı öğretmenlerin problem kurma zihinsel eylemlerine ilişkin düşünme yolları DNR çerçevesine göre analiz edilmiştir. Bu araştırmanın analiz sonuçlarına göre kesirlerde bölme kapsamındaki problem kurmayla ilgili iki düşünme yolu belirlenmiştir. Bu düşünme yolları niceliksel koordinasyon ve referans noktasından yararlanmadır. Niceliksel koordinasyon düşünme yolu problem çözme ve kurmayla ilgili birçok bağlamda genel bir zihinsel süreç olarak ele alınmaktadır. Bu nedenle niceliksel koordinasyon düşünme yolu aynı zamanda problem çözme eylemi ile de ilişkilidir. Bu araştırmaların bulguları niceliksel koordinasyon ve referans noktasından yararlanma düşünme yollarını kullanan matematik öğretmenlerinin istenilen problemi senaryosu

oluşturabildikleri görülürken niceliksel koordinasyon eksikliği yaşayan matematik öğretmenleri ise uygun ve anlamlı şekilde istenilen problem senaryosu kuramadığı ve problem kurmada güçlük yaşadığı ortaya çıkmıştır (Koichu ve arkadaşları, 2013, s. 694).

Lim (2006) 11 ortaöğretim öğrencisinin cebirsel eşitlik ve eşitsizlikler bağlamında tahmin ve öngörü becerilerini DNR çerçevesinde incelemiştir. Araştırmanın bulguları, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının birbiri ile ilişkili olduğunu, arzu edilen düşünme yoluna sahip öğrencilerin denklemler ve eşitsizliklerle ilgili anlama yollarının çok yönlü ve kapsamlı olduğunu göstermiştir. Daha az arzu edilen düşünme yoluna sahip öğrencilerin denklemler ve eşitsizliklerle ilgili anlama yollarının (örn. çözümleri ve yorumları) ise sınırlı ve üstünkörü olduğu ortaya çıkmıştır. Kısaca araştırmada düşünme yollarının niteliği ile anlama yollarının niteliği arasında bir ilişki bulunmuştur (s. xv-xvi). Ayrıca Lim (2006) DNR teorik çerçevesindeki belirleyiciler üçlüsünün (zihinsel eylem-anlama yolları ve düşünme yolları) öğrencilerin zihinsel süreçlerini açıklamak, betimlemek ve karakterize etmek için çok ince ve hassas bir analiz sağlayacağını savunmuştur (s. 9).

Rabin, Fuller ve Harel (2013) araştırmasında bir sayının negatif üsleri konusunun işlendiği bir dersi DNR teorik sistem çerçevesince analiz etmiş ve DNR analizi ile Sfard'ın tam sayıların çarpımı konusunun işlenen bir derse yönelik yaptığı iletişim-bilişsel (commognitive) analizi karşılaştırılmış ve farklılıkları ortaya koymuştur. Her iki öğrenme ortamında didaktik engeller ortaya çıkmıştır. Sfard'a göre öğrencilerin öğretmenin yaptığı yolları benimsememe durumu iletişim-bilişsel çatışmadır. Harel'e göre ise bu durum öğrencilerin nedensellik ve hesaplama zihinsel ihtiyacından kaynaklanmaktadır. Bu nedenle Harel DNR temelli öğretim çerçevesinde öğrencilerin gereklilik prensibi bileşenlerinden nedensellik ve hesaplama zihinsel ihtiyaçlarının karşılanması amaçlanmasını vurgulamıştır. Bu araştırma kapsamında incelenen matematik derslerinde öğretmenler deneysel kanıt şemasına başvurdukları gözlenmiştir. Bu nedenle araştırmacılar ortaokul matematiğinde örüntülerin ve keşif etkinliklerinin önemli yeri olduğunu, örüntülerin ayrıca sayı duyusu ve tahmin becerilerini geliştirdiği ancak öğrenme ortamında doğrulama sürecinde örüntü aramanın istenmeyen düşünme yollarına neden olacağını belirtmişlerdir. Araştırmacılara göre sadece sınırlı örneklerden yola çıkarak doğrulama yapmak matematiğin doğası ile uyumlu olmayıp öğrencileri deneysel kanıt şemasına yönlendirmekte ve bu durum da öğrencilerin doğrulama sürecinde örüntü aramaya güvenmelerine yol açmaktadır (s. 649, s. 656-659).

Alanyazındaki araştırmalar da öğretmenlerin ve öğrencilerin yaygın olarak deneysel kanıt şemasını kullandığını göstermiştir (Harel, 2008b).

Maskiewicz (2006) ve Ursavaş ve Çimer (2015) öğrencilere biyolojiyi sevdirmek, daha iyi öğretmek, istenilen seviyede ve şekilde bilimsel bir anlayış geliştirebilmek için yeni ve farklı yöntemlerin biyoloji alanına da uygulanması ve etkililiğinin belirlenmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Bu nedenle, bu araştırmacılar DNR temelli matematik öğretimini biyoloji dersi kapsamında sindirim süreci ve insanda sindirim sistemi konusu ile çevrebilim konusuna uygulanabilirliği göstermeyi amaçlamışlardır. Bu araştırmaların bulguları DNR teorik çerçevesinin matematik alanı dışında fen bilimlerinin öğretiminde kullanılabileceğini göstermiştir. DNR temelli matematik öğretimi fen öğretiminde kullanılacağı gibi bu alanlarda öğrencilerin zihinsel süreçlerini karakterize etmek için de kullanılabilmektedir (Maskiewicz, 2006, s. xiv-xv; Ursavaş ve Çimer 2015, s. 261).

Şengül ve Güner (2013) ortaokul matematik öğretmen adaylarının kanıtlama zihinsel eylemine ilişkin düşünme yollarını yani kullandıkları kanıt şemalarını DNR çerçevesine göre analiz etmişlerdir. Araştırmanın bulguları bu katılımcıların kanıt şeması türlerinin hepsine (dışsal, deneysel ve tümdengelimsel) başvurduğu ortaya çıkarmıştır. Birinci sınıf matematik öğretmen adaylarının en çok deneysel kanıt şemasına başvurdukları görülürken son sınıf öğretmen adaylarının ise daha çok tümdengelimsel kanıt şemasını başvurdukları görülmüştür (s. 870).

Akın ve Kabael (2014) dokuz yedinci ve yedi sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme sürecindeki düşünme yollarının DNR teorik çerçevesine göre analiz etmişlerdir. Bu araştırmanın bulguları cebirsel sözel problemlerin çözme sürecinde yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin aritmetiksel çözüm odaklı olduklarını ve cebirsel düşünme yolunu etkili bir şekilde kullanamadıklarını göstermiştir. Bu çalışmadaki 16 öğrenciden sadece altısının problem çözme sürecinde cebirsel problem çözme yaklaşımları kullandıkları için cebirsel düşünme yoluna sahip olduğu düşünülmüştür. Aritmetiksel düşünme yoluna sahip olduğu düşünülen katılımcı öğrencilerin hiçbirisi cebirsel problem çözme yaklaşımlarını kullanmazken; cebirsel düşünme yoluna sahip olduğu düşünülen öğrenciler ise bu problemlerin aynı zamanda aritmetiksel problem çözme yaklaşımlarıyla da çözülebileceğini belirtmişlerdir (s. 1001-1002).

Kabael, Akın, Kızıltoprak ve Toprak (2014) çalışmasında ortaokul matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecindeki anlama ve düşünme yolları DNR çerçevesinde incelemiş ve bu yapıların aralarındaki ilişki ortaya koymayı

amaçlamışlardır. Araştırma bulguları katılımcıların düşünme yollarının iki gruba ayrılacak biçimde farklılaştığını ortaya çıkarmıştır. Bu iki yoldan birincisine sahip olduğu görülen öğretmen adayları, özel örneklerle örüntü arama ya da deneme yanılma yolları ile problemin çözümüne ulaşmaya çalışırken, ikinci düşünme yoluna sahip öğretmen adayları ise çalıştıkları problem durumunun zihinlerinde çağırdığı matematiksel kavramlara ilişkin matematiksel bilgi ile sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Birinci düşünme yoluna sahip öğretmen adayları deneysel kanıt şemasına sahip olduklarını yansıtırken, diğer öğretmen adaylarının ise analitik ya da dışsal kanıt şemasına sahip oldukları görülmüştür. Araştırma bulguları ayrıca, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının anlama yollarına paralel düşünme yollarına sahip olduklarını göstermiştir (s. 327).

Kabael ve Kızıltoprak (2014) cebirsel bir hikâye probleminin çözme sürecinde on altıncı sınıf öğrencilerinin düşünme yollarını DNR teorik çerçevesine göre analiz etmişlerdir. Katılımcı öğrencilerin düşünme yolları kullandıkları problem çözme stratejileri açısından ele alınmıştır. Araştırma kapsamında sorulan problemle ilgili niceliksel muhakeme yapamayan öğrencilerin sadece hesaplamalara ve işlemlere odaklandıkları için aritmetik düşünme yolunu sahip olduğu düşünülmüştür. Öte yandan problem bağlamını niceliksel anlam açısından ele alan öğrencilerin kullandıkları problem çözme yaklaşımları niceliksel düşünme yolunu sahip olduklarını göstermiştir (s. 121).

Alanyazında DNR temelli öğretim ya da DNR teorik çerçevesindeki belirleyiciler ile ilgili sınırlı sayıda çalışma olduğu görülmektedir. Yurt dışında yapılan çalışmalar Harel ve arkadaşları ile Harel'in doktora öğrencileri tarafından yapılmış olup DNR teorik çerçevenin bireylerin düşünme yollarını karakterize etmede yararlı olduğunu ve detaylı analiz sağladığını ortaya çıkarmıştır. DNR teorik çerçevesiyle ilgili yurt içindeki çalışmalar ise neredeyse yok denecek kadar azdır. Oysaki DNR teorik çerçevesi öğrencilerin düşünme süreçlerini betimlemede oldukça kullanışlıdır. Bu nedenle DNR teorik çerçevenin bireylerin düşünme süreçleri açısından ele alınması ülkemizdeki araştırmacılara, eğitimcilere ve eğitim politikacılarını yeni bakış açıları sunabilir. Ayrıca DNR temelli matematik öğretimin odağında öğrencilerin zihinsel ihtiyacını uyandırma, onların niceliksel muhakeme ve hesaplama akıcılığı becerilerini destekleme vardır. DNR temelli matematik öğretimi ve niceliksel muhakeme odaklı matematik öğretiminin temel dayanağı öğrencilerin niceliksel muhakeme becerilerini desteklemek olduğu anlaşılmaktadır. Bütün bu nedenlerden dolayı ortaokul öğrencilerin matematik

okuryazarlığı becerilerin geliştirilmesinde onların niceliksel muhakeme yapmalarına sağlamak ve bu becerilerini desteklemek için DNR temelli matematik öğretimi ya da niceliksel muhakeme odaklı matematik öğretiminin kullanılması faydalı olacaktır.

Matematik okuryazarlığıyla ilgili alanyazındaki araştırmaların bu alt bölümde verilmemiştir. Matematik okuryazarlığı ile ilgili çalışmaların bu alt bölümde sunulmamasının nedeni ise şunlardır:

- Ülkemizde yapılan PISA ile ilgili matematik okuryazarlığı ile ilgili çalışmalar genellikle PISA verilerine dayanarak niceliksel ya da niteliksel ilişkisel analiz yapılarak durum belirlemeye ve betimlemeye yöneliktir.
- Yurt dışında yapılan PISA ile ilgili matematik okuryazarlığı ile ilgili çalışmalar genellikle her ülkenin bu alandaki matematik okuryazarlığı performansları ve matematik okuryazarlığı performansını etkileyen faktörler ve analizi ile ilgilidir.
- Öğrencilerin matematik okuryazarlığı ile ilgili araştırmaların çoğu teorik çerçeve sunmakta ve matematik okuryazarlığını geliştirmek için etkili öğretim yaklaşımları hakkında bilgi vermektedir.

Alanyazında öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansları ve onların matematik okuryazarlığını etkileyen faktörlerle ilgili durum belirleme ve betimleme çalışmalarının alana birçok katkısı olmuştur. Ancak yurt içindeki alanyazında, ülkemizdeki ortaokul öğrencilerin matematik okuryazarlığını desteklemek ya da geliştirmek için farklı öğretimler ya da öğretim yaklaşımlarının kullanan ve bu süreçte öğrencilerin matematiksel muhakemelerine odaklanan akademik çalışmalara rastlanmaması şaşırtıcıdır. Bu nedenle ülkemizdeki öğrencilerin matematiksel muhakemelerine odaklanarak onların matematik okuryazarlığını desteklemek için farklı öğretimler ya da öğretim yaklaşımlarının kullanılan çalışmalara ihtiyaç olduğu açıktır.

2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırmanın örneklemini oluşturan katılımcılar, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, öğretim sürecinin ayrıntılı anlatımı ve elde edilen verilerin toplanması ve analizine ilişkin açıklamalar yapılmıştır.

2.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımına dayalı olarak sekizinci sınıf öğrencilerin problem çözme sürecindeki niceliksel muhakeme becerileri, matematik okuryazarlık performansları ve düşünme yollarının incelenmesi amaçlanmıştır. Katılımcı öğrencilerin düşünme yollarını derin ve ayrıntılı bir biçimde analiz etmek için DNR teorik çerçevesi kullanılmıştır. Katılımcıların problem çözme sürecindeki düşünme yolları ve niceliksel muhakemeleri ortaya çıkarabilmek ve öğrencilerin bu bilişsel yapılarına bağlı olarak matematik okuryazarlık performanslarını değerlendirmek için çalışmanın nitel araştırma süreci içerisinde gerçekleşmesi gerekmektedir. Strauss ve Corbin'e (1990) göre nitel araştırmalar bireyleri, süreçleri ve olayları daha iyi anlamak, açıklamak ve yorumlamak için kullanılan etkin bir yöntemdir. Bu tez araştırmasında niceliksel muhakeme üzerine açıklayıcı birçok bilgi verilmiştir. Nicelik terimi kadar önemli bir terim de nitel ya da nitelik kelimesidir. Nitel ya da nitelik terimi bir süreçteki frekans ve miktarların ölçümü olmayıp o sürecin açıklanması ve yorumlanması ile ilgili ayrıntılı betimlemelerdir (Winget, 1995). Yıldırım ve Şimşek'e (2013) göre de nitel araştırma gözlem, görüşme, alan notu, günlük, fotoğraf ve video gibi yollarla verilerin toplanarak algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ele alınıp irdelendiği bir yaklaşımdır. Ekiz (2003) ise nitel araştırma yaklaşımlarının bir bağlamı, olayı, durumu ya da bireylerin tecrübelerinden ortaya çıkan kavramaları, anlamaları, algıları, bilgileri ve becerileri sistematik ve kapsamlı bir şekilde araştırmacının analiz etmesini ve deneyimlemesini sağladığını belirtmiştir. Kısaca nitel araştırma yaklaşımları bireylerin davranışlarını doğal ortamında derinden sorgulanması amaçlanması nedeniyle araştırmacıların yoğun ve derin bilgiye ulaşması fırsatı vermektedir (Lempp ve Kingsley, 2007, s. 858).

Alanyazındaki matematik eğitimi çalışmalarında nitel araştırma yaklaşımları yaygın olarak kullanılmaktadır. Çünkü nitel araştırma yaklaşımları öğrencilerin zihinsel süreçlerini ve muhakeme yapılarını betimlememizi ve anlamlandırabilmemizle birlikte ihtiyaç duyulan zengin ve açıklayıcı verilere ulaşmaya imkân vermektedir. Bu çalışmada

nitel araştırma yaklaşımları çerçevesinde yer alan, özellikle matematik eğitiminde kullanılan, betimleme ve yorumlamalar ile model oluşturulması fırsatı veren öğretim deneyi kullanılmıştır (Wood, Cobb ve Yackel, 1990, s. 500). Araştırmada nitel araştırma yöntemleri kapsamında öğretim deneyi deseninin seçilmesinin nedeni niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı bağlamında 8. sınıf öğrencilerinin geliştirdikleri muhakeme yapıları, düşünme yolları ve matematik okuryazarlığı performanslarını açıklama, betimleme ve modelleme fırsatı sağlamasıdır.

Steffe ve Thompson'a (2000) göre öğretim deneyi için standart bir form tanımı yapılamaz. Çünkü her öğretim deneyi araştırmacı tarafından belirli bir bağlam kapsamında kendi bakış açısına göre tasarlanır. Aynı zamanda sınıf ortamındaki öğrencilerin düşünmelerinin betimlenmesi ve incelenmesi bu yöntemi "canlı ya da yaşayan" hale getirmektedir. Bu araştırmacılar, matematik eğitimi araştırmacılarının öğretim deneyi yöntemini kullanılmalarındaki öncelikli amacın, katılımcı-öğrencilerin matematiksel öğrenmelerini ve muhakemelerini birinci elden deneyimlemek olduğunu ifade etmişlerdir (s. 267). Bu nedenle Steffe ve Thompson (2000), öğretim deneyinin temel felsefesinde araştırmacıların alanyazındaki matematik ve matematik öğretimi ile ilgili gerçekliklerinden bağımsız olarak öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin fiziksel ve sosyo-kültürel çevreleri içindeki etkileşimlerinin bir sonucu olarak matematiği yapılandırmalarına odaklanmak olduğunu belirtmişlerdir (s. 270).

Piaget'in klinik görüşme yönteminden esinlenerek üretilen öğretim deneyinde öğrencilerin matematik ile ilgili bilgi, muhakeme ve davranışlarının ortaya çıkarılması ile birlikte öğrencilerin matematiği yapılandırma sürecini geliştirecek yaklaşımlar tasarlanmaktadır (Steffe ve Thompson, 2000, s. 273). Matematik eğitimi araştırmacıları tarafından yaygın bir şekilde kullanılmakta olan klinik görüşme tekniği ise bir matematik probleminin çözme sürecince görüşülen bireyin düşünme ve anlama yollarını derinlemesine incelemek için uygun bir yoldur (Koichu ve Harel, 2007, s. 351). Klinik görüşmeler bir matematik eğitimi araştırmacısına, öğrencinin bir problemin çözme sürecindeki davranışlarını gözlemleyerek bilişsel ve duyuşsal yapılarındaki değişimler ile ilgili çıkarım yapma fırsatı vermektedir (Goldin, 2000, s. 534). İyi bir klinik görüşmede açık uçlu ve rutin olmayan problemler tasarlanır ve görüşme ortamı da sesli düşünme protokollerine göre yapılandırılmaktadır (Clements, 2000, s. 571-572; Koichu ve Harel, 2007, s. 349).

Öğretim deneyi bir dizi öğretim bölümleri ve klinik görüşmelerden oluşmaktadır. Bu yöntemde klinik görüşmeler araştırmanın başında, sonunda ya da öğretim bölümlerinin aralarında yapılabilir. Öğretim bölümlerinde ise araştırmacı-öğretmen, birkaç öğrenci, gözlemci yer almaktadır. Öğretim deneyinde nitel veriler klinik görüşme, gözlem, alan notları ve öğretim bölümlerine ilişkin öğrenme ortamında çekilen video kayıtları ile toplanmaktadır (Knuth ve Elliot, 1997).

Öğretim deneyi, birçok öğretim bölümünü içeren ve temelinde dört aşamadan oluşan bir döngü olarak ele alınabilir. Bu döngüyü oluşturan dört aşama ise (1) araştırmacının varsayımlarına dayalı öğretim sürecini tasarlaması ve planlaması, (2) öğretim bölümleri olarak adlandırılan sınıf içi uygulamalar, (3) geçmişe yönelik analizler ve (4) bilişsel yapıların modellenmesidir (Cobb, 2000, s. 315-325). Öğretim deneyinde araştırmacı, öğretmen rolü üstlenmekte olup yapılandırmacı yaklaşım çerçevesinde az sayıda öğrenci ile öğretim gerçekleştirilmektedir (Cobb ve Steffe, 1983, s. 86). Az sayıda öğrenci ile öğretim deneyi yapılmasının nedeni araştırmacının öğrenciler ile daha çok etkileşimde bulunması ve onların bilişsel yapılarını daha iyi analiz edip yorumlamasını sağlamasıdır (Cobb ve Steffe, 1983, s. 86-88).

Steffe ve Thompson'a (2000) göre öğretim deneyinin klinik görüşmeden farkı öğretim deneyinin sadece klinik görüşmedeki gibi öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal yapıları ile süreçte meydana gelen değişiklikleri ortaya çıkarmak olmayıp; aynı zamanda bireyin bilişsel ve duyuşsal yapıların nelerden etkilendiğini ve şekillendirdiğini doğal ortamında göstermesi ve farklı durumlar ile ilgili deneyimleri içermesidir. Bu nedenle öğretim deneyinin klinik görüşmeden daha kapsamlı bir süreç olduğu söylenebilir (s. 273). Klinik görüşmelerde odak, öğrencilerin muhakemeleri olmasına rağmen öğrencilerin muhakemelerini ve zihinsel süreçlerini sadece bu yolla ortaya çıkarabilmek mümkün değildir. Çünkü öğrenmeye yönelik öğretim süreci olmaksızın yapılan matematik eğitimi araştırmaları, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ve zihinsel süreçlerini anlamada araştırmacılara sağlam bir temel oluşturamamaktadır (Steffe ve Thompson, 2000, s. 270). Ancak öğretim deneyinin kalbinde yer alan klinik görüşmelerin analiz edilmesi süreci öğrencilerin gözlemler içinde gömülü kalmış olan zihinsel yapıların ve süreçlerinin modellerinin oluşturulmasında kritik bir öneme sahiptir (Czarnocha, 2008; Steffe ve Thompson, 2000).

Matematik eğitimi araştırmacılarının öğrencilerin zihinsel süreçlerine dâhil olma gerekliliği ve bu süreçteki zorluklar öğretim deneyi yöntemini değerli kılmaktadır.

Çünkü, araştırmacılar öğretim deneyi yöntemi ile öğretim bölümlerinde yeni öğretim teknikleri ya da programını doğal sınıf ortamında uygulayabilir ve öğrencilerin bilişsel, duyuşsal ve kavramsal gelişiminin nelerden etkilendiğini ve nelerin şekillendirdiğini derinlemesine inceleyebilir ve her anlamda öğrencilerin zihinsel sürecine dahil olabilir (Engelhardt, Corpuz, Ozimek ve Rebello, 2003; Steffe ve Thompson, 2000). Özellikle matematik eğitiminde kullanılan, öğrencilerin düşünme sürecini betimleme ve yorumlama yolu ile model oluşturma fırsatı veren öğretim deneyi yöntemi, matematik öğreniminin doğasını ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin gelişimini incelemek için kullanılan bir yöntem olup araştırmacıların araştırma sorularını ve öğretimsel problemlerini süreç içerisinde kendi pencerelerinden bakabilmelerine imkân sağlar (Czarnocha, 2008). Bütün bu nedenler, bu araştırmada niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı altında 8. sınıf öğrencilerinin geliştirdikleri muhakeme yapıları, düşünme yolları ve matematik okuryazarlığı performanslarını açıklamak, betimlemek ve modellemek için öğretim deneyi yönteminin kullanılmasının uygun, kullanışlı ve yararlı olduğunu ortaya sermektedir.

2.2. Katılımcılar

Bu araştırma kapsamındaki katılımcıların seçim süreci dört aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk önce araştırmacı-öğretmen ve gözlemci açık uçlu problem çözme aracını hazırlamışlardır. Açık uçlu problem çözme aracının bu araştırmacılar tarafından nasıl hazırlandığı veri toplama araçları alt başlığında anlatılmıştır. İkinci aşamada araştırmacılar tarafından hazırlanan bu açık uçlu problem çözme aracı ortaokullarda uygulanmıştır. Üçüncü aşamada ortaokul öğrencilerinin açık uçlu problem çözme aracına ilişkin yaptıkları çözümler analiz edilmiştir. Dördüncü aşamada ise açık uçlu problem çözme aracı ve belirli kriterlere göre katılımcılar seçilmiştir.

2.2.1. Açık uçlu veri toplama aracının uygulanması

Hazırlanan açık uçlu problem çözme aracı Eskişehir ili merkez ilçelerinde bulunan sekiz farklı devlet ortaokulunun birer şubesinde öğrenimlerini sürdüren 8. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Açık uçlu problem çözme aracı uygulanırken okul seçimi belirli ölçütlere göre yapılmıştır. Eskişehir merkez ilçesindeki ortaokullardan 31 tanesinin Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş Sistemi (TEOG) değerlendirme sonuçlarına ilişkin çeşitli bilgiler elde edilebilmiştir. Bu bilgilere dayalı olarak araştırmacılar ortaokulları

dört gruba ayırmışlardır. Her gruptan ikişer okul olmak üzere merkez ilçelerden seçilen okul sayılarının eşit olması ve araştırmacıların ulaşım kolaylığı ölçütlerine göre toplamda sekiz ortaokul ölçüt örnekleme yolu ile seçilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s. 140). Bu uygulama yapılan ortaokullardaki matematik zümre öğretmenlerinden alınan bilgiler doğrultusunda bu okullardaki 8. sınıfların birer şubesine problem çözme aracı uygulanmıştır.

2.2.2. Açık uçlu veri toplama aracının analiz edilme süreci

238 öğrencinin açık uçlu problem çözme aracına yönelik yapmış oldukları çözümler niceliksel muhakeme becerisi açısından üç kategoriye ayrılmıştır (bkz: Ek-5). İlk kategoride niceliksel ilişkinin açıkça verildiği basit problemler ile nicelikler arası ilişkilerin açıkça verilmediği ve temsillerle gösterildiği ilişkilerin daha karmaşık yapıya sahip olduğu problemlerden (döviz kuru, sos problemi, basamak modeli ve elmaların ilk problemi) en az birini çözemeyen öğrenciler yer almaktadır. İkinci kategoride, niceliksel ilişkinin açıkça verildiği problemler ile nicelikler arası ilişkilerin temsillerle gösterildiği problemlerin hepsini çözebilen öğrenciler yer almaktadır. Bu öğrenciler, elmalar ikinci alt problemindeki niceliksel ilişki ile ilgili cebirsel temsilini yorumlayamamış ve nicelikler arası ilişki kurarak denklem çözememiştir. Bu katılımcılar elmalar üçüncü alt problemindeki niceliklerin değişimini analiz edememekte ve niceliklerin değişimini nedenleri ile açıklayamamaktadır. Son olarak, bu öğrenciler niceliksel açıdan karmaşık problemlerdeki niceliklerin değişimini analiz etmede ve cebirsel manipülasyon ve cebirsel yorum yapmada zorlanmışlar ve anlamlı gerekçe sunamamışlardır. Benzer şekilde bu öğrenciler niceliksel açıdan karmaşık bir problemdeki nicelikler arası ilişkiyi kurmada kavramsal bilgi, çarpımsal ilişki ya da oranı kullanmada güçlük yaşamış ve problemin çözümü ile ilgili anlamlı gerekçe sunamamışlardır. Kısaca, ikinci kategorideki yer alan öğrenciler, niceliksel ilişkinin açıkça verildiği problemler ile nicelikler arası ilişkilerin temsillerle gösterildiği problemlerin hepsini çözebilmelerine rağmen nicelikler arası ilişki kurulması ya da niceliklerin değişimini analiz edilmesi gereken çok adımlı ve karmaşık sözel cebirsel hiçbirini çözememiş ve aynı zamanda bunlarla ilgili uygun gerekçe sunamamışlardır. Üçüncü kategoride yer alan öğrenciler ise niceliksel ilişkinin açıkça verildiği problemler ile nicelikler arası ilişkilerin temsillerle gösterildiği problemlerin hepsini çözebilmişlerdir. Aynı zamanda bu öğrenciler nicelikler ya da niceliklerin değişiminin oluşturulması, nicelikler arası ilişkinin kurulması ve bu ilişkilerin

nedenleri ile açıklanmasını gerektiren karmaşık ve çok adımlı sözel cebirsel problemleri çözebilmelerine rağmen çözümleri ile ilgili niceliksel anlam açısından yeterli gerekçe sunamamışlardır. Bu öğrencilerin genel olarak problem durumları ile ilgili nicelikler arası ilişkiyi kurdukları halde gerekçe sunarak açıklama yapmada güçlük yaşadıkları görülmüştür. Kısaca bu öğrenciler niceliksel açıdan karmaşık problemleri çözebildikleri halde onlar problemlerin çözümünün doğruluğu hakkında gerekçe sunmamış ya da sundukları gerekçe yeterli bulunmamıştır.

2.2.3. Katılımcıların seçimi

Eskişehir merkez ilçelerinde sekiz devlet okulu ile yürütülen araştırmada, açık uçlu problem çözme aracına öğrencilerin verdiği yanıtlara göre dört okulun niceliksel muhakeme becerisi açısından elde edilen ve yukarıda açıklanan tüm kategorilerde bulunan öğrencilere sahip olduğu görülmüştür. Öğretim deneyini heterojen gruplar ile sürdürebilmek amacı ile bu dört farklı okuldan üçü öğretim deneyinin sürdürüleceği öğrencilerin seçimi için belirlenmiştir. Dört okuldan üçü belirlenirken TEOG sonuçlarının yanı sıra okulların bulundukları konumlardaki sosyo-kültürel ve ekonomik koşullar göz önüne alınmıştır. Bunların göz önünde bulundurulmasındaki amaç öğrencinin sosyo-kültürel ve ekonomik yaşam koşullarına bağlı olarak problemin bağlamına olan yakınlığının problem çözme becerisini etkileyebildiği gerçeğidir. Üç okuldan A ortaokulu Eskişehir merkezde sosyo-ekonomik ve kültürel açıdan oldukça iyi imkânlara sahip öğrencilerin devam ettiği bir okuldur. TEOG değerlendirme sonuçlarına göre bu ortaokul yüksek performanslı bir okulu temsil etmektedir. B ortaokulu Eskişehir merkezde sosyo-ekonomik ve kültürel açıdan iyi imkânlara sahip olup TEOG sonuçlarına göre ortalamanın biraz üzerinde performans göstermektedir. C ortaokulu ise Eskişehir merkezde sosyo-ekonomik ve kültürel açıdan orta ya da zayıf imkânlara sahip olup okulun bulunduğu bölgede Eskişehir'de göç alan mahalleler yer almaktadır. C ortaokulu TEOG sonuçlarına göre ortalamanın altında yer alan bir okulu temsil etmektedir.

Her bir okuldaki öğrencilerin açık uçlu problem çözme aracındaki performansı niceliksel muhakeme becerileri açısından üç kategoriye ayrılmış ve bu kategorilerine göre sıralanmıştır. Bu kategorilendirme ve sıralama öğrencilerin matematik öğretmenleri ile paylaşılarak öğretim deneyi sürecine katılabilecek öğrencilere ilişkin çeşitli bilgiler elde edilmiştir. Kısaca niceliksel muhakeme becerisi açısından açık uçlu problem çözme aracı ile ilgili elde edilen sonuçlar öğrenci seçimindeki ölçütlerden biri olmuştur. Katılımcıların

belirlenmesinde öğretmenlere, her kategoriden ikişer öğrenci seçileceği ve bu seçimin gönüllülük esasına dayalı olarak, derse devamlılık ve matematiksel düşünceleri açıkça ifade edebilme yetenekleri göz önünde bulundurularak yapılacağı belirtilmiştir. Bu nedenle katılımcı seçimindeki ikinci ölçüt matematik öğretmenlerinin düşüncesine dayalı olarak öğrencilerin derse devamlılık durumu ve matematiksel düşünceleri açıkça ifade edebilme yetenekleridir. Katılımcı seçimindeki üçüncü ölçüt gönüllülük ilkesidir. Katılımcı seçimindeki dördündü ölçüt ise katılımcı öğrencilerin 15 yaşında olmalarıdır. Ölçüt örnekleme kapsamında belirlenen ölçütlere göre katılımcı öğrenciler seçilmiştir. Ölçüt örnekleme yönteminde araştırmacılar tarafından daha önceden belirlenmiş birtakım ölçütü karşılayan ölçüt listesi kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s. 140). Sonuç olarak araştırmacı-öğretmen, bu öğretmenlerle birlikte her kategoriden iki ve her okuldan toplam altı öğrenci olmak üzere 18 sekizinci sınıf öğrencisi belirlemiş ve gönüllülük esasına dayalı olarak bu öğrenciler öğretim deneyi sürecine katılmıştır. Her bir okulda öğretim deneyi süreci birbirinden ayrı olarak gerçekleşmiştir. Çünkü katılımcılar farklı okulda öğrenim görmeleri ve ergenlik döneminde olmaları nedeniyle doğal ortamlarından koparmamak için bu yol izlenmiştir. Bunun yanı sıra çalışmaya katılma konusunda oldukça ısrarlı olan bir öğrencinin daha eklenmesiyle araştırma kapsamında toplam 19 katılımcıya ulaşılmıştır. Ayrıca öğretim deneyi süreci başlamadan önce iki öğrenciyle pilot uygulama yapılmıştır. Bu öğrenciler ile yapılan pilot uygulamalarda klinik görüşme problemlerinin ve araştırmacı-öğretmenin sorularının uygunluğunun incelenmesi amaçlanmıştır. Daha sonra bu öğrencilerin dönütlerine göre klinik görüşme soruları tekrar düzenlenmiştir. Katılımcılardan 12'si kız ve yedisi erkek öğrencidir. Pilot çalışmadaki katılımcıların ikisi de erkek öğrencidir. Bu araştırma kapsamında, niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı altında 8. sınıf öğrencilerin geliştirdikleri muhakeme yapıları, düşünme yolları ve matematik okuryazarlığı performanslarını açıklamak, betimlemek ve modellemek için öğretim deneyi sürecine üç farklı devlet ortaokulundan toplamda 19 öğrenci katılmıştır.

2.2.4. Katılımcılara ilişkin bilgiler

Katılımcı-öğrenciler üç farklı devlet ortaokulundan öğretim deneyi sürecine kendi öğrenim görükleri okulda (doğal ortamda) katılmışlardır. Bu öğrencilerin öğrenim görükleri okulların ve dersliklerin özelliklerine ilişkin bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir. Bu öğrencilerin hepsine kod isim verilmiştir.

Tablo 2.1. *Katılımcı Öğrencilerin Kod İsimleri ve Okullarının Özellikleri*

Okulunun özellikleri	**Öğretim bölümleri yapılan sınıfın özellikleri**	**Bu okuldaki katılımcı öğrencilerin kod isimleri**	**Katılımcıların yaşı**
A ortaokulu: TEOG'da yüksek performanslı bir devlet okulunu temsil etmekte ve bu okul Eskişehir'de gelir düzeyi yüksek ailelerin oturduğu semtte yer almaktadır. Bu okuldaki bütün sınıflar öğretim açısından tüm teknik donanıma sahip olup, okulda spor salonu, kütüphane, konferans salonu, müzik dersliği, resim dersliği ve revir bulunmaktadır.	Sınıfta akıllı tahta, yazı tahtası, internet bağlantısı ve matematiksel somut araçlar (tangram vb.) yer almakta.	Beste Gökalp Simge Nehir Anıl Duru	15 yaş
B ortaokulu: TEOG'da ortalamanın biraz üstünde performans sergileyen bir devlet okulu temsil etmektedir. Sosyo ekonomik açıdan karma veli profiline sahip fakat orta gelir düzeyindeki öğrencilerin oldukça fazla olduğu bir okul. Bu okuldaki bütün sınıflarda teknik donanım açısından yetersiz (akıllı tahta yok), okulda küçük bir kütüphane var ancak yetenek ile ilgili derslere ait derslikler yoktur.	Sınıfta sadece yazı tahtası (tebeşirli) var ve matematiksel somut araçlar yok.	İpek Alara Sarp Okan Mine Sevgi	15 yaş
C ortaokulu: TEOG'da düşük performanslı bir devlet okulunu temsil etmektedir. Bu okulda sosyo ekonomik açıdan daha çok düşük gelir düzeyine sahip öğrenciler öğrenim görmekte ayrıca az sayıda orta gelir düzeyine sahip öğrenciler bulunmaktadır. Bu okul Eskişehir'de göç alan bir semtte yer almaktadır. Bu okuldaki bütün sınıflarda teknik donanım açısından yetersiz (akıllı tahta yok), okulda küçük bir kütüphane var ancak yetenek ile ilgili derslere ait derslikler yoktur.	Sınıfta sadece yazı tahtası (tebeşirli) var ve matematiksel somut araçlar yok.	Bengü Alp Gül Mert Nejla Figen Emir	15 yaş

2.2.5. Gözlemci

Gözlemci, araştırma süreci ve öğretim deneyi sürecinde aktif rol oynamıştır. Gözlemci matematik eğitimi alanında doçent doktor ünvanına sahiptir ve matematik öğrenme teorileri üzerine birçok çalışması bulunmaktadır. Gözlemci niceliksel muhakeme ve matematik okuryazarlığı üzerine proje yürütücülüğü yapmıştır. Gözlemci ayrıca araştırmacı-öğretmenin doktora tez danışmanıdır. Araştırmacı-öğretmen ve gözlemci katılımcı seçimi, açık uçlu problem çözme araçlarının hazırlanması, öğretim bölümlerinin hazırlanması, klinik ve bilgi edinme görüşmeleri sorularının hazırlanmasını

birlikte gerçekleştirmişlerdir. Gözlemci ve araştırmacı-öğretmen öğretim deneyi sürecinde katılımcı öğrencilerin ortaya koyduğu eylemlerden yola çıkarak bu süreci birlikte planlamışlardır.

2.2.6. Araştırmacı-öğretmen

Araştırmacı-öğretmen araştırma süreci ve öğretim deneyi sürecinde merkezi rol oynamıştır. Araştırmacı-öğretmen ilköğretim matematik öğretmenliği lisans ve ilköğretim yüksek lisans programı mezunudur. Araştırmacı-öğretmen şuan matematik eğitimi anabilimdalında doktora öğrencisidir; matematik öğrenme teorileri, matematiksel düşünme ve cebirsel düşünme üzerine birçok ders almıştır. Ayrıca gözlemcinin yürüttüğü niceliksel muhakeme ile ilgili projesinde araştırmacı olmuştur. Gözlemcinin cebirsel düşünme ile ilgili lisans derslerini asiste etmiştir. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımını kullanmadan önce araştırmacı-öğretmen gözlemcinin niceliksel muhakeme açısından ortaokul matematik öğretmen adaylarının alan ve pedogojik bilgilerini desteklemeyi amaçlayan projesi kapsamındaki dersinde bir dönem boyunca aktif olarak katılmış.

2.3. Veri Toplama Araçları

Bu araştırma kapsamında öğretim deneyi yöntemi kullanılmıştır. Öğretim deneyi yönteminin doğası gereği bu araştırmanın veri toplama araçları klinik görüşmeler, bilgi edinme (debrifing) görüşmeleri, açık uçlu problem çözme aracı, öğrencilerin öğretim bölümlerinde ve klinik görüşmelerde kullandıkları bireysel çalışma yaprakları, araştırmacı günlüğü ve gözlemden oluşmaktadır. Bu araştırma kapsamındaki veri toplama araçlarına ait açıklamalar aşağıda ayrıntılı olarak verilmiştir.

2.3.1. Açık uçlu problem çözme aracı

Bu araştırmanın başında ortaya konulan açık uçlu problem çözme aracı 8. sınıf öğrencilerinin önkoşul bilgilerini ve niceliksel muhakeme becerilerini belirleyebilmek ve katılımcıları seçmek amacıyla hazırlanmıştır. Açık uçlu problem çözme aracı PISA değerlendirme programında 2000 ile 2012 yılları arasında kullanılmış ve yayınlanmış olan, nicelik ile değişim ve ilişkiler içerik alanlarından beş ana problem ve alt problemlerle birlikte sekiz matematik okuryazarlığı probleminden oluşmaktadır (Bkz:

Ek-5). Bu seçilmiş olan sekiz problemin dayandığı kavramlar ortaokul matematik öğretim programındaki kazanımlarda açıkça görülmüştür. Döviz Kuru (PISA 2003) problemi altındaki problemler ortaokul matematik öğretim programındaki sayılar ve işlemler öğrenme alanındaki oran ve orantı kavramları ve cebir öğrenme alanındaki denklem/eşitlik yazma ve yorumlama konuları ile ilgilidir. Sos problemi (PISA 2012) sayılar ve işlemler öğrenme alanındaki oran ve orantı kavramları ile ilişkidir. Basamak modeli problemi cebir öğrenme alanındaki günlük yaşam durumlarındaki şekil örüntüleri konuları ile ilgilidir. Elmalar (PISA 2012) ana problemi altında yer alan üç alt problemden birincisi şekil örüntüsünde yer alan niceliklerin değişimini tabloda gösterme ile ilgili olup cebir öğrenme alanındaki günlük yaşam durumlarındaki şekil örüntüleri konuları ile ilişkilidir. Elmaların ikinci problemi cebir öğrenme alanı denklem/eşitlik ve cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırma konuları ile ilgilidir. Elmaların üçüncü problem ise cebir öğrenme alanı cebirsel ifadeleri anlamlandırma ve yorumlama, değişen niceliklerin değişimini analiz etme ve gerekçelendirme becerisi ile ilişkilidir. Pizzalar (PISA 2000) problemi ise geometri ve ölçme öğrenme alanında dairenin alanı, sayılar ve işlemler öğrenme alanında oran kavramı ve formüle etme, iletişim, matematik diline aktarma, temsille gösterme, akıl yürütme becerileri ile yakından ilişkilidir. Basamak modeli (PISA 2003) problemi, matematik öğretimi programında öğrencilerin sıklıkla karşılaştığı bir problemle olarak düşünülmektedir. Çünkü öğrenciler yenilenen 2005 yılı matematik dersi öğretim programı ile örüntüler konusu ile sıklıkla karşılaşmaktadır (Kabael ve Tanışlı, 2010, s. 227).

Açık uçlu problem çözme aracındaki problemlerin seçimi için PISA matematik okuryazarlığı problemleri niceliksel muhakeme becerisi açısından ele alınarak analiz edilmiştir. Açık uçlu problem aracında yer alan problemler hem niceliksel muhakeme becerisi hem de matematik okuryazarlık düzeyi açısından giderek zor olacak şekilde hazırlanmıştır. Niceliklerin doğrudan verildiği ve nicelikler arası ilişkilerin açıkça eşitlik ile "=" verildiği Döviz Kuru problemindeki iki soruda niceliklerin birbirine dönüştürülmesi istenmiştir. PISA standartlarına göre bu problemlerin zorluk seviyesi 1 ve 2. seviyededir. Sos ve basamak modeli problemlerinde ise nicelikler arası ilişkiler döviz kuru problemindeki gibi açıkça eşitlik "=" ile verilmemiş olup farklı temsillerle ele alınmıştır. Sos probleminde nicelikler arası ilişkileri temsil etmede tablo temsili, basamak modeli probleminde ise şekil örüntüsü verilmiştir. Bu problemlerde nicelikler arası ilişkiler açıkça verilmediği için Döviz Kuru problemlerine göre daha karmaşık yapıya

sahiptir. Bu problemlerin zorluk seviyesi 3'tür. Elmalar probleminin ilk alt probleminde niceliklerin değişimi göstermeleri için öğrencilerden tablo temsilini doldurmaları istenmiştir. Bu problemlerin zorluk seviyesi 4'tür. Elmaların ikinci alt probleminde ise öğrencilerden niceliklerin cebirsel temsilini yorumlayıp, nicelikler arası ilişki kurarak denklem çözmeleri beklenmiş olup seviyesi 5'tir. Elmaların üçüncü alt probleminde, öğrencilerin niceliklerin birlikte değişimini yorumlayıp, niceliklerin değişimini nedenleri ile açıklaması gerektirmektedir. Bu problem 6. seviyede yer almaktadır. Son olarak pizzalar probleminde ise öğrencilerin nicelikleri oluşturup, nicelikler arası ilişkiyi kurmada çarpımsal ilişki ya da oranı kullanmaları ve problemin çözümünü gerekçe sunarak açıklamaları beklenmektedir. Bu problem de 6. seviyede yer almaktadır. Açık uçlu problem çözme aracında yer alan problemlerin hepsi PISA değerlendirmesinde önceden kullanıldığı için bu aracın geçerliği ve inandırıcılığı konusunda araştırmacılar herhangi bir pilot çalışma ve uzman görüşüne başvurmamıştır. Ancak açık uçlu problem çözme aracı hazırlanırken araştırmacı-öğretmen ve gözlemci PISA değerlendirmesi kapsamındaki yayınlanan problemlerin hepsini niceliksel muhakeme, matematik okuryazarlığı düzeyi ve ortaokul matematik öğretim programındaki yeri açısından ayrıntılı olarak incelemiş ve birlikte her bir problem üzerinde tartışmışlardır. Ayrıca açık uçlu problem çözme aracı uygulanmadan önce doktora tez izleme komitesi üyeleri bu aracı 8. sınıf ortaokul öğrencilerine uygulanabilir olduğu konusunda fikir birliğine varmışlardır.

2.3.2. Klinik görüşmeler

Öğretim deneyi sürecinde katılımcı öğrencilerin her biri ile ön ve son klinik görüşme olmak üzere toplamda iki klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Ön klinik görüşmeler açık uçlu problem çözme aracına ilişkin katılımcı öğrencilerin derinlemesine ve ayrıntılı bir biçimde niceliksel muhakeme becerileri, düşünme yolları ve matematik okuryazarlığı performanslarını belirlemek için yapılmıştır. Araştırmacı-öğretmenin katılımcı öğrenciler ile yaptığı ön klinik görüşmelerin süresi 37 ile 65 dakika aralığında değişim göstermiştir.

Son klinik görüşme yapmadan önce araştırmacı-öğretmen ve gözlemci PISA değerlendirme kapsamında yayınlanmış olan problemlerden yola çıkarak nicelik ile değişim ve ilişkiler içerik alanı ile ilgili gittikçe düzeyi zorlaşan on problem hazırlamışlardır (Bkz: Ek-5). Son klinik görüşme için hazırlanan problemler niceliksel

muhakeme becerisi açısından ele alınmıştır. Bu problem çözme aracı sadece niceliklerin belirlenmesini gerektiren problemler, niceliklerin belirlenmesi ve nicelikler arası ilişkilerin kurulmasını gerektiren basit problemler, niceliklerin değişimini analiz etmeyi gerektiren basit problemler, niceliklerin belirlenmesi ve nicelikler arası ilişiklerin kurulmasını gerektiren çok adımlı karmaşık problemler ve niceliklerin değişimini analiz edilmesi ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunulmasını gerektiren çok adımlı karmaşık problemlerden oluşmaktadır. Son klinik görüşmeler katılımcı öğrencilerin öğretim deneyi süreci sonundaki niceliksel muhakeme becerileri, düşünme yolları ve matematik okuryazarlığı performanslarını derinlemesine belirlemek ve bu öğrencilerin düşünme süreçlerindeki değişimi modellemek için yapılmış olup bu on problem bu süreçte kullanılmıştır. Araştırmacı-öğretmenin katılımcı öğrenciler ile yaptığı son klinik görüşmelerin süresi 43 ile 67 dakika aralığında değişim göstermiştir. Bu görüşmeler ses ve video kaydına alınmıştır.

2.3.3. Bilgi edinme (debrifing) görüşmeleri

Öğretim deneyi sürecinde katılımcı öğrencilerin her biri ile ön ve son bilgi edinme görüşmesi olmak üzere toplamda iki bilgi edinme görüşmesi gerçekleştirilmiştir. Bilgi edinme görüşmeleri DNR teorik çerçevesi kapsamındaki öğrencilerin düşünme yollarının bileşeni olan matematiksel inançları belirlemek için yapılmıştır. Ön bilgi edinme görüşmesinde katılımcı öğrencilerin okul matematiğindeki öğretimin yapısı, matematiğin doğası, matematiksel performansları ve matematiğe olan ilgileri hakkındaki inançlarını belirlemek için yapılmıştır. Benzer şekilde son bilgi edinme görüşmesinde katılımcı öğrencilerin okul matematiğindeki öğretimin yapısı, niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının doğası, matematiğin doğası, matematiksel performansları ve matematiğe olan ilgileri hakkındaki inançlarını belirlemek için yapılmıştır. Araştırmacı-öğretmenin her bir katılımcı öğrenci ile yaptığı bu bilgi edinme görüşmelerin süresi 17 ile 32 dakika aralığında değişim göstermiştir. Bu görüşmeler ses ve video kaydına alınmıştır.

2.3.4. Çalışma yaprakları

Öğretim deneyi sürecince katılımcı öğrencilere hem klinik görüşmelerde hem de öğretim bölümlerinde bireysel çalışma yaprakları verilmiştir. Bireysel çalışma yapraklarında katılımcı-öğrencilerin her birinin gerçek yaşam problemlerine ilişkin çözümleri yer almaktadır. İlk öğretim bölümünde öğrencilerin niceliksel muhakeme

öğretimi yaklaşımına aşina olmaları ve gerçek yaşam bağlamındaki problemlerin niceliklerini belirlemeleri amaçlandığı için öğrencilere bireysel olarak ayrı bir çalışma yaprağı verilip problem çözmeleri istenmemiştir. Ancak ikinci, üçüncü ve dördüncü öğretim bölümlerinde bu öğretimlerin amacına uygun bir şekilde gerçekleşip gerçekleşmediğini değerlendirmek için öğrencilere bireysel olarak ayrı bir çalışma yaprağı verilmiştir. Öğrencilerin bu çalışma yaprağındaki problemleri bireysel olarak çözmeleri istenmiş ve araştırmacı-öğretmen tarafından bunlar toplanmıştır. Katılımcı öğrencilerin öğretim bölümlerinin sonunda çözdükleri problemler ile ilgili çalışma yaprakları, araştırmacı-öğretmenin hem öğretimini değerlendirmesini hem de katılımcı öğrencilerin niceliksel muhakeme becerileri ve matematik okuryazarlığı performanslarındaki değişimi ve gelişimi ortaya koyabilmesini sağlamıştır.

2.3.5. Araştırmacı günlüğü

Araştırmacı günlüğü öğretim deneyi sürecini yöneten araştırmacı-öğretmen tarafından tutulmuştur. Araştırmacı-öğretmen öğretim deneyi süreci öncesinde öğrenme ortamının yapısı, derslikler, okul yönetimin tutumu, katılımcı-öğrencilerin özellikleri ile ilgili notları araştırmacı günlüğüne yazmıştır. Her bir katılımcı-öğrencinin kişilik özellikleri, aile yapısı ve hassas olduğu konular üzerine fikir almak için araştırmacı-öğretmen bu öğrencilerin matematik öğretmenleri, sınıf rehber öğretmenleri ve okul rehber öğretmenlerinden çeşitli bilgiler almış ve bunları araştırmacı günlüğüne geçirmiştir. Öğretim deneyi sürecinde ise araştırmacı-öğretmen klinik görüşmelerin, bilgi edinme görüşmelerinin ve öğretim bölümlerinin öncesinde ve sonrasında gerçekleşen araştırmanın amacıyla ilgili problemler ve alınması gereken gerekli önlemleri günlüğüne not almıştır. Araştırmacı-öğretmen öğretim bölümlerinde gerçekleşen katılımcı öğrencilerin birbirleriyle ve araştırmacı-öğretmenle olan iletişimleri, öğrenme ortamındaki düşünme süreçleri ve öğrenme ortamının yapısı ve teknik sorunlar üzerine aldığı notları da günlüğüne geçirmiştir. Ayrıca araştırmacı-öğretmen problem çözme sürecinde katılımcı öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal özellikleriyle ilgili yaşadıkları problemleri ya da güçlükleri ilişkin gözlem notlarını günlüğüne yazmıştır. Araştırmacı günlüğünün özellikle katılımcı öğrencilerin düşünme yollarını betimlenmesinde önemli rol oynadığı düşünülmüştür.

2.3.6. Gözlem

Araştırmacı-öğretmen araştırma sürecine başlamadan önce katılımcı okulların ve dersliklerin fiziksel özellikleriyle ilgili gözlem yapmıştır. Gözlem sonuçları Tablo 2.1.'de ayrıntılı şekilde verilmiştir. Araştırmacı-öğretmen katılımcı öğrencileri yakından tanımak için öğretim bölümlerine başlamadan önce onları matematik öğretmenleri ve okul rehber öğretmenlerinden çeşitli bilgiler almıştır. Araştırmacı-öğretmen katılımcı öğrenciler ile doğal ve yakın ilişki kurabilmek için öğretim deneyi sürecine başlamadan önce onlarla birlikte iki ay boyunca rehberlik derslerinde özel olarak vakit geçirmiştir. Öğretim deneyi sürecinde araştırmacı-öğretmenin karşılaştığı sorunlar, yaptığı çözümler ve gözlemleri sonuçlar bölümünde ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır.

2.3.7. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımına göre desenlenmiş öğretim bölümleri

Öğretim deneyi sürecinde gerçekleşen öğrenme bölümlerinde araştırmacı-öğretmen niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımını kullanmıştır. Öğretim bölümleri gerçekleştirilmeden önce katılımcı öğrencilerin her biriyle klinik görüşmeler yürütülmüştür. Ön klinik görüşmede öğrencilerin niceliksel muhakeme yapıları ve düşünme yollarına ilişkin bulgular temel alınarak ilk öğretim bölümü niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı altında araştırmacı-öğretmen ve gözlemci tarafından hazırlanmıştır. Daha sonra gerçekleşen öğretim bölümlerin hazırlanmasında ise şu şekilde yol izlenmiştir: (i) Araştırmacı-öğretmen gözlemci ile birlikte bir önceki öğretim bölümü ile ilgili araştırmacı-öğretmenin günlüğü, gözlem notları ve kamera kayıtları üzerine öğrencilerin eylemleri hakkında tartışmıştır. (ii) Öğrencilerin bir önceki öğretimdeki eylemleri ve performansları göz önüne alınarak niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı altında öğretimler tasarlanmıştır. Kısaca niceliksel muhakeme öğretimine ilişkin öğretim bölümleri tasarlanırken öğrencilerin bir önceki klinik görüşme ve öğretim bölümündeki eylemleri, düşünme süreçleri ve performanları göz önüne alınmıştır.

Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin sayılar ve işlemler ile cebir öğrenme alanındaki temel kavram ve becerileri matematik okuryazarlığı kapsamında kazanması gerekmektedir. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında ise bir ortaokul matematik öğretmeni öğrencilerini öğrenme ortamında gerçek yaşam bağlamındaki problemlerdeki nicelikleri belirlemeye, nicelikler arası ilişki kurmaya, niceliklerin değişiminin analiz etmeye ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunmaya yönlendirmektedir. Araştırmacı-

öğretmen ve gözlemci niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımına dayalı olarak ders planı hazırlarken Weber ve arkadaşlarının (2014) aritmetikten cebire geçişte, ortaokul öğrencilerin niceliksel muhakemelerini gelişmek için matematik öğretmenlerine önerdikleri pratik ipuçlarını ya da standartlarına odaklanmışlardır. Bu standartlar öğrenme ortamında matematik öğretmenlerinin öğrencilerin niceliksel muhakeme yapması için onları nasıl yönlendirmesi gerektiği ile ilgilidir. Aşağıda bu standartlar ya da ipuçları yer almaktadır (Weber ve ark., 2014, s. 26):

- Öğrencileri problemin çözümü ile ilgili olan nicelikleri belirmeleri için problem durumunu tekrar yazmaya ya da yorumlamaya yönlendirilmelidir (Standart 1),
- Öğrencilerin neden belirli nicelikleri belirlemeyi tercih ettikleri sorgulanmalı ve bu niceliklerin nasıl ölçüldüğünü düşünmeleri ya da canlandırmalarına odaklanmalarını sağlayacak problemle bağlamıyla ilgili sorular sorulmalıdır (Standart 2),
- Öğrencilerin problem bağlamındaki ölçülebilen nicelikler arasındaki ilişkileri belirleyebilmeleri ve test etmeleri sağlanmalıdır. Öğrenciler bu ilişkilerin her zaman geçerli olup olmadığı hakkında gerekçe sunmaya yönlendirilmelidir (Standart 3),
- Öğrenciler bir model ya da temsil oluşturduğunda, bu model ya da temsile göre öğrencilerin bir niceliğin değişiminin diğer nicelikleri nasıl etkilediğini açıklayabilmeleri için sorular sorulmalıdır (Standart 4),
- Öğrencileri problem bağlamındaki niceliklerin hepsini göstermeleri ve nicelikleri arası ilişkileri kurmaları için temsil kullanmaya (örn. görsel, somut, fiziksel vb.) yönlendirmelidir (Standart 5),
- Öğrencilerin problemin bağlamıyla ilgili modelleri ya da temsilleri uygun olmadığında bunları yeniden test etmeye ve revize etmeye yönlendirilmelidir (Standart 6).

Araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğretim bölümlerini hazırlarken Weber ve arkadaşlarının niceliksel muhakemeyi desteklemeye yönelik standartlarını ders planların amacına uygun ve gerekli olması halinde kullanmışlardır. Niceliksel muhakemenin en önemli bileşenlerinden olan nicelikleri belirleme/oluşturmaya ilişkin öğretim planı bu standartlara uygun olarak hazırlanmıştır. Ön klinik görüşmelerde özellikle zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gerçek yaşam problemlerindeki nicelikleri belirlemede

güçlük yaşadıkları için ilk öğretimde bu beceriyi kullanmaya odaklanılmıştır. İlk öğretimde katılımcılar sayma, zaman ölçme, uzunluk ölçme, alan ölçme ile ilgili nicelikleri gerçek yaşam bağlamında belirlemişlerdir. Bu öğrenciler gerçek yaşam problemlerindeki nicelikleri (örn. zaman ölçme, uzunluk ölçme, alan ölçme) dolaylı olarak ölçtükleri için matematiğe hem zihinsel olarak ihtiyaç duymuşlar hem de matematiğin doğasını keşfetmişlerdir. Bu öğretimde aynı zamanda zayıf niceliksel muhakemeye sahip öğrenciler ön klinik görüşmede anahtar kelime arama stratejisini kullanmayı tercih ettikleri için nicelik odaklı anahtar kelimeler içeren problemleri Weber ve arkadaşlarının standartları temel alınarak öğrenme ortamında çözülmüştür. Buna ek olarak ilk öğretimdeki ana amaç öğrencileri nicelik belirlemeye yönlendirmek olmasına rağmen onlar problem bağlamında basit nicelikler arası ilişkileri belirlemeye ve cebirsel eşitlikleri niceliksel anlam açısından yorumlamaya yönlendirilmiştir. İlk öğretimde Weber ve arkadaşlarının (2014) niceliksel muhakemeye ilişkin öğretmenlere önerdiği standartlardan özellikle standart 1 ve standart 2'ye odaklanılarak ders planı hazırlanmıştır.

Her üç okulda öğretim 1 gerçekleştirildikten sonra katılımcı öğrencilerin gerçek yaşam bağlamı ile ilgili problemlerdeki nicelikleri belirlemeye ve yorumlamaya çalıştıkları görülmüştür. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğrencileri gerçek yaşam bağlamındaki problemlerdeki basit nicelikler arası ilişkileri belirlemeye yönlendirmeyi amaçlamıştır. Öğretim 2'de özellikle zaman ve mesafe arasındaki çarpımsal ilişki kurmayı gerektiren bir nesnenin hızının kavramsallaştırılmasına odaklanmıştır. Bu amaçla Weber ve arkadaşlarının (2014) önerdiği standartlardan özellikle standart 1, 2 ve 5'e odaklanılarak öğrenciler bir nesnenin hızını keşfetmeye ve yorumlamaya yönlendirilmiştir. Ayrıca katılımcı öğrencilerin matematik alanında okuryazar olabilmeleri için öğretim 2'de gerçek yaşamda kullanılan yüzde problemleri, oran ve orantı problemlerindeki nicelikler arası ilişkileri kurmaya yönlendirilmiş ve tartışma ortamında bu problemlerin birlikte çözülmesi amaçlanmıştır. Öğretim 2'nin sonunda katılımcı öğrencilerin bir nesnenin hızı ile ilgili PISA matematik okuryazarlığı kapsamındaki bir problemi (seviye 6) bireysel olarak çözmeleri planlanmıştır. Bu planlamanın nedeni hem öğrencilerin performanslarını hem de öğretimi değerlendirebilmektir.

Her üç okulda öğretim 2 gerçekleştirildikten sonra katılımcı öğrencilerin gerçek yaşam bağlamı ile ilgili problemlerdeki basit nicelikler arası ilişkileri kurmak için uğraştıkları ve bunları yorumlamaya çalıştıkları görülmüştür. Bu öğretimde bir nesnenin

hızı ile ilgili değerlendirme problemini bu katılımcıların çoğunun çözebildiği görülmüştür. Ancak zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden ikisi niceliksel muhakeme bileşenlerinden niceliksel birim koordinasyonu ve korunumu bileşenlerini kullanmada güçlük yaşamışlardır. Bu öğrencilerin öğretim 2'deki eylemleri ve değerlendirme problemine ilişkin performanları göz önüne alınmış ve öğretim 3'te araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğretim öğrencilerini karmaşık gerçek yaşam problemlerindeki nicelikler arası ilişkileri kurma ve niceliklerin değişiminin analiz etme becerilerinin kullanmaya yönlendirmeyi amaçlamıştır. Bu amaçla katılımcı öğrencilerin bir nesnenin hızı kavramsallaştırmalarına ilişkin yaşadıkları güçlükleri aşmaları için Egrang oyunu problemi hazırlanmıştır. Bu problemde öğrenciler çarpımsal ilişkiyi kullanarak bir nesnenin hızını keşfetmekte ve niceliklerin değişimini analiz etmektedir. Öğretim 3'te öğrencilerin niceliklerin birbirine bağlı değişimi keşfetmeleri ve yorumlamaları için vücut kitle indeksi problemi hazırlanmıştır. Ayrıca bu öğrencilerin gerçek yaşam bağlamındaki problemlere ilişkin doğrusal denklem/eşitlik yazmaları ve çözmeleri için başka bir problem daha hazırlanmıştır. Araştırmacı-öğretmen Weber ve arkadaşlarının (2014) önerdiği standartlardan özellikle standart 3, 4, 5 ve 6'ya odaklanarak öğrencileri bu gerçek yaşam problemlerini çözmeye ve yorumlamaya yönlendirmeyi amaçlamıştır. Öğretim 2'de bazı öğrencilerin bir nesnenin hızına ilişkin becerileri kullanmada güçlük yaşadığı görüldüğü için öğretim 3'ün sonunda yine bir nesnenin hızı ile ilgili PISA matematik okuryazarlığı kapsamındaki bir problemi (seviye 6) katılımcı öğrencilerin bireysel olarak çözmeleri planlanmıştır. Öğretim 3'de ana amaç niceliklerin değişiminin analiz edilmesi olmasına rağmen tüm öğrencilerin bir nesnenin hızının kavramsallaştırabilmeleri için nicelikler arası çarpımsal ilişkilerin kullanılmasına da odaklanılmıştır.

Her üç okulda öğretim 3 gerçekleştirildikten sonra katılımcı öğrencilerin gerçek yaşam bağlamı ile ilgili problemlerdeki niceliklerin değişimini analiz etmek için uğraştıkları ve bir nesnenin hızını niceliksel anlam açısından (niceliksel ilişki kurma) yorumlamaya çalıştıkları görülmüştür. Öğretim 3'te bir nesnenin hızına ilişkin değerlendirme problemini katılımcı öğrencilerin hepsi çözebilmişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen ve gözlemci bir nesnenin hızı kavramı ile ilgili problem hazırlamaya ihtiyaç duymamıştır. Öğretim 3'te öğrenciler niceliklerin değişimini analiz etmeye başladıkları için öğretim 4'te öğrencilerin doğrusal denklemler ve eğim kavramını içeren karmaşık gerçek yaşam problemlerindeki niceliklerin değişimini analiz etmeye

yönlendirmek amaçlanmıştır. Bu amaçla araştırmacı-öğretmen ve gözlemci doğrusal denklemler ve eğim kavramı ile ilgili niceliksel açıdan zengin gerçek yaşam problemleri hazırlamışlardır. Thompson'a (1994) göre de niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımıyla ortaokul öğrencilerin niceliksel muhakeme becerileri ve cebirsel kavram yapıları geliştirilmesi gerekmektedir. Öğretim 3 ve öğretim 4'te katılımcı öğrencilerin niceliksel muhakeme odaklı problem çözme yaklaşımını kullanmaya yönlendirilerek cebirsel kavramlardan eşitlik, doğrusal denklemler ve eğim kavramının anlamını keşfetmeleri planlanmıştır. Öğretim 3'e benzer şekilde öğretim 4'te araştırmacı-öğretmen Weber ve arkadaşlarının (2014) önerdiği standartlardan özellikle standart 3, 4, 5 ve 6'ya odaklanarak öğrencileri bu gerçek yaşam problemlerini çözmeye ve yorumlamaya yönlendirmeyi amaçlamıştır. Öğretim 4'ün sonunda katılımcı öğrencilerden çok adımlı ve niceliksel ilişki açısından karmaşık bir PISA matematik okuryazarlığı problemini bireysel olarak çözmeleri planlanmıştır.

Özetle katılımcı öğrencilerin ön klinik görüşme ve ardışık öğretim bölümlerindeki problem çözme eylemleri ve yaşadıkları güçlükler ile niceliksel muhakeme bileşenleri göz önüne alınarak niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı çerçevesinde araştırmacı-öğretmen ve gözlemci dört öğretimi hazırlamıştır. Öğretim 1'de öğrencilerin farklı gerçek yaşam problemlerindeki nicelikleri belirlemesi ya da oluşturması amaçlanmıştır. Öğretim 2'de öğrencilerin farklı problem bağlamlarındaki nicelikleri belirleyebilmeleri ve nicelikler arası ilişki kurabilmeleri hedeflenmiştir. Ayrıca bu öğretim bölümünde bir nesnenin hızının kavramsallaştırılmasına odaklanılmıştır Öğretim 3'te öğrencilerin farklı gerçek yaşam problemleri bağlamlarındaki niceliklerin birbirlerine bağlı değişimlerini analiz etmesi ve çok adımlı problemlerde nicelikler arası ilişkileri kurması amaçlanmıştır. Öğretim 4'te gerçek yaşam problemleri bağlamlarındaki niceliklerin birbirlerine bağlı değişimlerini analiz etmesi, niceliklerin değişimine bağlı olarak grafik çizmesi ve yorumlaması hedeflenmiştir (Her bir öğretim bölümü planı bkz: Ek-4). Öğretim bölümlerinin hepsi ayrıca Weber ve arkadaşlarının (2014) öğrencilerin niceliksel muhakemelerini geliştirmek için önerdikleri standartlar göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Buna ek olarak öğretim bölümlerinin hepsinde öğrencilere birçok gerçek yaşam problemi içeren çalışma yaprakları verilmiş ve bu problemler öğrenme ortamında tartışılarak çözülmesi amaçlanmıştır. Öğretim 2'den itibaren katılımcı öğrencilere bireysel olarak problem çözmeleri için ayrı bir çalışma yaprağı verilerek öğrencilerin gelişimi ve öğretimlerin verimliğini analiz etmek amaçlanmıştır. Her bir okulda dört tane

öğretim bölümü gerçekleştirilmiş olup toplamda araştırmacı-öğretmen niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı altında 12 ders yapmıştır. Bu öğretim bölümleri öğrencilerin okul ders saatlerinden farklı olarak okul idarecilerinin araştırmacı-öğretmenin ders yapması için hazırladığı sınıflarda gerçekleşmiştir. Öğretim bölümleri iki ders saati süresini biraz aşmıştır. Her bir öğretim 90 (40 + 50 = 90) dakikada tamamlanmıştır.

Tablo 2.2. *Öğretim Bölümlerine İlişkin Bilgiler*

Öğretim Bölümleri	**Odaklanılan Beceriler**
Öğretim I	Niceliklerin belirleme ve oluşturma
Öğretim II	Basit nicelikler arası ilişki kurma ve nicelikleri belirleme
Öğretim III	Karmaşık nicelikler arası ilişki kurma ve niceliklerin değişiminin analiz etme
Öğretim IV	Niceliklerin değişiminin analiz etme ve temsil etme

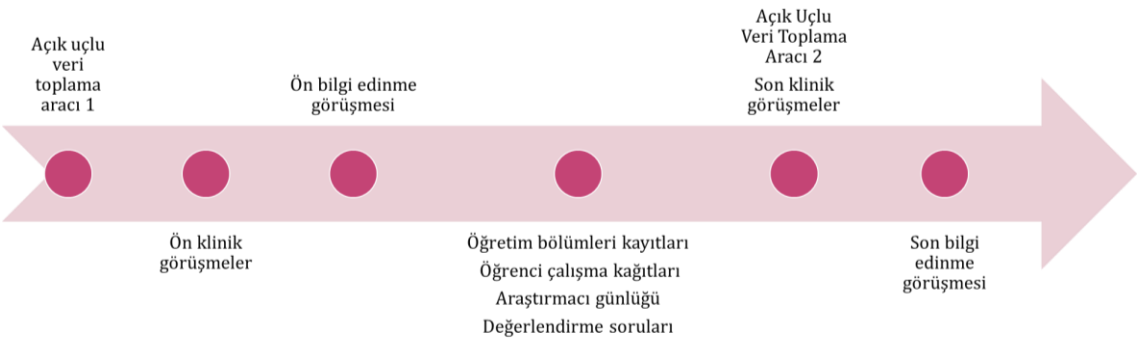
2.4. Verilerin Toplanması

Bu araştırmanın verileri, öncelikle öğretim deneyi süreci öncesindeki açık uçlu problem çözme aracı ile ve daha sonra öğretim deneyi sürecindeki klinik görüşmeler, bilgi edinme görüşmeleri, öğretim bölümleri, her bir öğrencinin bireysel çalışma yaprakları ve araştırmacı günlüğünden toplanmıştır. Bu çalışmanın verilerinin toplanma süreci yaklaşık yedi ay sürmüştür. Araştırma verilerinin toplanmasına ilişkin takvim aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 2.3. *Araştırma Verisi Toplama Takvimi*

Etkinlik	**Tarih**
Açık uçlu problem çözme aracının uygulanması	01. 12. 2014- 15. 01. 2015
Öğretim deneyi süreci için katılımcı öğrencilerin seçilmesi	09. 02. 2015- 22.02.2015
Ön klinik görüşmeler ve ön bilgi edinme görüşmelerin gerçekleştirilmesi	23.02. 2015- 15.03. 2015
Öğretim bölümlerinin gerçekleştirilmesi	16. 03. 2015- 03.05.2015
Son klinik görüşmeler ve son bilgi edinme görüşmelerin gerçekleştirilmesi	11.05. 2015- 05.06.2015

Araştırmacı-öğretmenin verileri analiz etmesi ve bulguları ortaya koyması için klinik görüşmeler, bilgi edinme görüşmeleri ve öğretim bölümlerinin hepsi video ve ses kaydına alınmıştır.



Şekil 2.1. *Verileri Toplama Süreci*

Ayrıca araştırma sürecine ilişkin yapılanlar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Tablo 2.4. *Araştırma Sürecinin Betimlenmesi*

Araştırma sürecinde yapılan eylemler
İlk amaç: Katılımcıların seçim süreci
Odak: Eskişehir ilindeki katılımcıların özelliklerini yansıtmak için amaçlı katılımcı seçimine odaklandı.
İlk önce amaçlı ortaokul seçimi (Kriter: Sosyo-ekonomik-kültürel yapı ve TEOG sonuçları) yapıldı ve sekiz devlet ortaokulu belirlendi.
PISA yayınlanmış problemlerden açık uçlu problem çözme aracı niceliksel muhakeme bileşenleri açısından hazırlandı.
Açık uçlu problem çözme aracı sekiz ortaokulun matematik öğretmenleri tarafından en başarılı bulunan birer şubesine uygulandı.
238 ortaokul sekizinci sınıf öğrencisi açık uçlu problem çözme aracını çözdü.
Açık uçlu problem çözme aracının analizi (araştırmacı ve doktora tez danışmanı) yapıldı.
Araştırmacıların katılımcı seçiminde amacı, öğrencilerin problem çözme aracı sonuçlarını sınıflama yapmak olmamasına rağmen niceliksel muhakeme bileşenlerine göre üç farklı öğrenci grubunun ortaya çıktığı görüldü ve bu öğrencilerin performanslarının benzerlikleri dikkat çekiyordu.
İlk grup: Basit problemlerdeki nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri belirlemede güçlük çekenler. İkinci grup: Sadece basit problemleri ve nicelikler arası ilişkiler temsillerle verilmiş problemleri çözebilenler. Üçüncü grup: Çok adımlı ve karmaşık problemleri çözebilen ancak argüman oluşturmada güçlük yaşayanlar.
Katılımcı seçiminde ayrıca öğretmen görüşü, gönüllülük, düşüncelerin açıkça ifade edilmesi gibi özellikler dikkate alındı.
19 katılımcı öğrenci seçildi. Bu öğrencilerden 12'i kız ve 7'i erkek öğrencidir.
İkinci amaç: Öğretim deneyi süreci
İlk önce ön klinik görüşmeler ve ön bilgi edinme görüşmeleri yapıldı.
Araştırmacı ve doktora tez danışmanı tarafından öğretim bölümleri desenlendi.
Öğretim bölümleri niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımına (NMÖY) göre hazırlandı.
Her bir okulda 4 öğretim toplamda 12 öğretim yapıldı.
Öğretimler: 1. Niceliklerin belirlenmesi; 2. Nicelikler arası ilişki kurulması; 3. Niceliklerin değişiminin analizi; 4. Niceliklerin değişiminin analizi ve nicelikler arası ilişki kurulması olarak adlandırıldı.
İkinci öğretimden itibaren öğretimleri değerlendirmek ve öğretimler arası karşılaştırma yapmak için öğrenciler bireysel olarak en üst düzey (6. düzey) PISA problemlerini çözdü.
Son klinik görüşmeler ve son bilgi edinme görüşmeleri yapıldı.
Proje yürütücüsü ve araştırmacı-öğretmen katılımcı öğrenciler için Anadolu Üniversitesi Gezisi düzenledi.

2.5. Verilerin Analizi

Bu araştırma kapsamındaki katılımcı öğrencilerin seçim süreci ve öğretim deneyi sürecindeki veriler nitel analiz çerçevesinde yapılmıştır. Katılımcı öğrencilerin seçilebilmesi için açık uçlu problem çözme aracı uygulanmıştır. Açık uçlu problem çözme aracındaki problemlerin her biri matematik okuryazarlık düzeyleri göz önüne alınarak niceliksel muhakeme becerisi açısından betimsel analiz yaklaşımı ile kategorilendirilmiştir. Betimsel analizde, araştırmacılar verilerinin daha önceden belirlenen kategori ya da temalara göre yorumlar ve çıkarımlar yapmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s. 256). Betimsel analiz sonuçlarına göre bu problemler nicelikler arası ilişkilerin açıkça verildiği basit problemler, nicelikler arası ilişkilerin açıkça verilmediği temsillerle gösterildiği daha karmaşık problemler ve nicelikler arası ilişki kurulması ya da niceliklerin değişiminin analiz edilmesi ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunmayı gerektiren karmaşık ve çok adımlı problemler olarak sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırmaya göre 238 öğrencinin her birinin açık uçlu problem çözme aracına ilişkin verileri aynı yaklaşımla analiz edilmiştir. Betimsel analiz yaklaşımına dayalı olarak öğrencilerin açık uçlu problem çözme aracıyla ilgili çözümleri araştırmacıların daha önce belirlediği üç kategoride toplanmıştır. İlk kategoride bulunan katılımcılar zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerdir. Bu öğrenciler nicelikler arası ilişkilerin açıkça verildiği basit problemler ya da nicelikler arası ilişkilerin temsillerle gösterildiği daha karmaşık problemleri çözmede güçlük yaşamaktadır. İkinci kategoride bulunan katılımcılar orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerdir. Bu öğrenciler niceliksel ilişkinin açıkça verildiği problemler ile nicelikler arası ilişkilerin temsillerle gösterildiği problemlerin hepsini çözebilmelerine rağmen nicelikler arası ilişki kurulması ya da niceliklerin değişimini analiz edilmesi gereken çok adımlı ve karmaşık cebirsel sözel problemlerin hiçbirini çözememiş ve aynı zamanda bunlarla ilgili uygun gerekçe sunamamışlardır. Üçüncü kategoride bulunan katılımcılar ise güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerdir. Bu öğrenciler açık uçlu problem çözme aracındaki problemlerin hepsini doğru çözebilmelerine rağmen çok adımlı ve karmaşık problemlerle ilgili niceliksel anlam açısından gerekçe sunmamışlar ya da gerekçe sunmada güçlük yaşamışlardır.

Bu araştırma kapsamında öğretim deneyi sürecinde toplanan verilerin analizinde açık kodlama, eksen kodlama (Strauss ve Corbin, 1990) ve kavramsal analiz (Thompson, 2000) yaklaşımları kullanılmıştır. Açık kodlamada nitel veriler sistematik olarak

tümevarımsal biçimde parçalara ayrılır, bu veri parçaları kendi içerisinde analiz edilir, benzerlikleri, farklılıkları belirlenir, yorumlanır ve en nihayetinde etiketleme işlemi yapılır. Açık kodlama yaparken nitel araştırmacılar belirli kriterlere göre nitel verileri parçalara ayırmalıdır. Daha sonra nitel araştırmacı, belirli kriterlere göre parçalara ayırdığı ve incelediği veri setini (örn. problem çözümleri, yorumlar, cümleler, paragraf) araştırma problemine dayalı olarak "bu veriler ne anlatmak istiyor?", "burada ne yapılmış?" ve "bu veri seti nasıl isimlendirilebilir?" sorularını kendine sormalıdır. Bu aşamadan sonra nitel araştırmacı bu veri setlerini etiketlendirmelidir. Parçalara ayrılmış veri setiyle ilgili etiketlendirme ya da isimlendirmeler açık kodlamanın yapıldığı göstermektedir (Strauss ve Corbin, 1990, s. 63). Açık kodlamayla ortaya çıkan etiketlerin kendi içerisinde kategoriler oluşturmaktadır. Bu kategoriler arasında ilişki kurulması sonucunda parçalanmış olan veri kümelerinin bir araya getirilmesi gerekmektedir. Bu süreç ise eksen kodlamayı zorunlu kılmaktadır. Eksen kodlamada nitel araştırmacı oluşturduğu katerogileri görsel bir şekilde temsil eder ve birleştirmeye çalışır. Nitel araştırmacı eksen kodlama yaparken veri setindeki ana kategoriler ile alt kategoriler arasında bağlantı kurar ve onları ilişkilendirmeye bütünsel olarak göstermek için uğraşır (Strauss ve Corbin, 1990, s. 13). Öğretim deneyi sürecinde toplanan veriler açık kodlama ve eksen kodlama yapıldıktan sonra oluşturulan kategoriler ve alt kategoriler, alanyazında niceliksel muhakeme becerisi açısından problem çözme eylemleri ile ilişkilendirilerek ilk analiz çerçevesi oluşturulmuştur. Tablo 2.5.'te verilen analiz çerçevesinde problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme becerisiyle ilgili göstergeler yer almaktadır.

Tablo 2.5. *Problem Çözme Sürecinde Niceliksel Muhakeme Becerisiyle İlgili Göstergeler*

Niceliksel muhakemenin özellikleri	**Örnek problem çözme eylemleri**
Problem durumunu/bağlamını anlama ya da idrak etme	- Problem bağlamındaki nicelikler ile ilgili zihinsel model oluşturmak için önemli miktarda zaman ayırma, - Problem bağlamını anlayabilmek için çaba harcama.
Problem bağlamındaki nicelikleri belirleme ve yorumlama	- Problemle ilgili niceliklerin belirlenebilmesi ve yorumlanabilmesi için niceliklerin nasıl ölçüldüğünü hayal edebilme ya da tasarlayabilme (niceliklerin ölçülebilen özellikleri ve birimini idrak etme), - Nicelikleri ve niceliklerin birimlerini ayırt edebilme, - Problemin çözümü ile ilgili olan nicelikleri belirleyebilme, - Problemin çözümü ile ilgili nicelikleri anlamlı bir şekilde yorumlama ya da ifade etme (niceliklerin nesne, nesnenin ölçülebilen özelliği ve birimini birlikte ele alarak ifade edebilme) - Niceliklerin oluşturulabilmesi için niceliklerin kapsamı ve sınırlıklarını ele alabilme (kavramsal bilgiye sahip olma).
Niceliksel anlam (niceliksel ilişkileri belirleme ya da niceliklerin değişimini analiz etme) açısından çözüm planı yapma	- Hesaplama yapmadan önce bilinmeyen değeri bulmak ve bir dizi hesaplamaları öngörmek/tahmin etmek için nicelikler arası ilişkiler ile ilgili muhakemeler (örn. ilişkisel muhakeme, çarpımsal muhakeme ve orantısal muhakeme yapabilme) yapabilme, - Problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkileri kurma, - Nicelikleri birleştirebilme ve karşılaştırabilme, - Çarpım, birimli oran ve birimsiz oran gibi çarpımsal nicelikleri belirleyebilme, -Nicelikler arası ilişki kurmak için çarpımsal ilişki, oran ve orantı gibi kavramları kullanarak orantısal muhakeme yapabilme, - Nicelikler arası ilişki açısından bir formül, model, kural ve prosedürleri çağırma ve bunları betimleyebilme, - Bir model, formül ve cebirsel cümledeki tüm nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri ifade edebilme, - Bir model, formül ve cebirsel cümledeki tüm nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri temsil edebilme, - Bir cebirsel cümle, model ve formülü nicelikler arası ilişki açısından yorumlayabilme, - Bir niceliğin ya da niceliklerin farklı temsilleri arasında ilişki kurabilme,

Tablo 2.5. (Devam) *Problem Çözme Sürecinde Niceliksel Muhakeme Becerisiyle İlgili Göstergeler*

Niceliksel anlam (niceliksel ilişkileri belirleme ya da niceliklerin değişimini analiz etme) açısından çözüm planı yapma	- Problem bağlamındaki niceliklerin değişimini koordine edebilme, * Bir niceliğin başka bir niceliğe göre bağımlılığını koordine edebilme, * Bir değişkendeki değişimin yönünü, diğer değişkendeki değişimle birlikte koordine edebilme, * Bir değişkendeki değişim miktarını diğer değişkendeki değişime göre koordine edebilme, * Bir değişkenin değerini diğer değişkendeki değişimle birlikte koordine edebilme, * Bir niceliğin değişiminin geri kalan nicelikleri nasıl etkilediğini belirleyebilme.
Problemdeki nicelikler açısından hesaplamalar yapma	- Problem bağlamına/durumuna uygun bir şekilde nicelikleri kullanabilme, nicelikler ile ilgili işlem yapabilme ve bunları manipüle edebilme, - Bağlamından ayrı ele alma becerisini kullanarak cebirsel ya da aritmetik işlemler yapabilme, - Problem bağlamındaki nicelikler ile ilgili nasıl hesaplama yapacağını bilme ve bunu anlatabilme/betimleyebilme, - Problem bağlamındaki nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler açısından yapılan hesaplamaları betimleyebilme/açıklayabilme, - Hesaplanan değerin anlamını ve bu değerin problemin amacı ile nasıl bir ilgisi olduğunu belirleyebilme, - Hesaplanan değerin anlamını açıklayabilme, - Çözüm ya da bir değeri elde etmeden önce bu değerin anlamını açıklayabilme, -Bağlamında ele alma becerisi ile yapılan hesaplamaları yorumlayabilme/inceleyebilme,
Nicelikler arası ilişki ya da niceliksel koordinasyon açısından hesaplamaları kontrol etme	- Niceliksel ilişki açısından çözüm planının her yönünü tekrar gözden geçirebilme ve yeniden test edebilme, - Nicelikler arası ilişkileri test edebilme, bu ilişkilerinin her zaman geçerli olup olmadığını savunabilme ve bu süreçte problem bağlamındaki durumu referans gösterebilme, - Nicelikler arası ilişki ve niceliksel koordinasyon açısından yapılan hesaplamaları kontrol edebilme, - Beklenmeyen bir değer bulduğunda problem bağlamındaki duruma geri dönebilme, -Problem bağlamındaki nicelikleri ve problem bağlamını referans göstererek çözüme güvenebilme, - Niceliksel muhakeme becerisini kullanarak (örn. problem bağlamındaki niceliklerin değişimini analiz etme, matematiksel kavramlar ile ilişkilendirme ve yorumlama) çözümün doğruluğu ile ilgili gerekçe sunabilme ya da argüman oluşturabilme.

Kaynak: Carlson ve Oehrtman, 2005; Harel, 2013; Moore, 2011; Weber ve ark., 2014; Thompson, 1988 kaynaklarından uyarlanmıştır.

Öğretim deneyi sürecinde toplanan veriler açık kodlama ve eksen kodlama yapıldıktan sonra oluşturulan kategoriler ve alt kategoriler, alanyazında matematik okuryazarlığı becerisinin bileşenleri ve bunların özellikleriyle ilişkilendirilerek ikinci analiz çerçevesi oluşturulmuştur. Tablo 2.6.'te verilen analiz çerçevesinde matematik okuryazarlığı ve alt becerileriyle ilgili göstergeler yer almaktadır.

Tablo 2.6. *Matematik Okuryazarlığı ve Alt Becerileriyle İlgili Göstergeler*

Matematik okuryazarlığının bileşenleri	**Örnek eylemler**
Problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme yapma (Bu temel becerinin alt becerileri sırasıyla problem çözme ve kurma, sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanımı, temsil, iletişim ve muhakeme yapmadan oluşmaktadır)	- Matematiksel çözüm elde etmek için bir strateji geliştirebilme, -Farklı problem çözme stratejilerini kullanabilme, - Problem bağlamıyla ilgili matematiksel bir formülü, kuralı ve prosedürleri geri çağırabilme ve uygun bir biçimde yorumlayabilme, - Matematiksel bir formülü, kuralı ve prosedürleri uygulayabilme, - Aritmetiksel hesaplamalar yapabilme, cebirsel manipülasyonları yapabilme, denklem çözebilme ve değişken kullanabilme, - Sembolik ve formal dili yorumlayabilme ve çözümleyebilme ve ana dil ile ilişkisini anlayabilme, - Anadilden sembolik dile çevirme/dönüştürebilme ya da tam tersi, - Sembol ve formül içeren cümleleri ve ifadeleri (cebirsel cümleleri, ifadeleri, eşitlikleri) anlamlı bir şekilde yorumlayabilme ya da ele alabilme, - Grafik, tablo, şekil, diyagramla ilgili örüntüler ve benzeri temsilleri çözümleyebilme, kodlayabilme, dönüştürebilme, oluşturabilme, yorumlayabilme, - Matematiksel nesnenin ya da durumun farklı formdaki temsillerini ayırt edebilme, - Çeşitli temsiller arasında karşılıklı ilişkiyi yorumlayabilme, ayırt edebilme ve birbirlerine dönüştürebilme, - Farklı formdaki temsilleri durum ve amaca göre seçebilme ve birbirinden diğerine geçebilme, - Şekil ve diyagram örüntüleri ile ilgili genelleme yapabilme, - Çeşitli biçimlerde kendini ifade edebilme, - Matematiksel içerik ile kendini ifade edebilme, - Sözlü bunun yanı sıra yazılı olarak kendini ifade edebilme, - Bu tür konularda başkalarının yazılı veya sözlü ifadeleri anlayabilme, - Matematiksel kavram, nesne ve durumların kapsamı ve sınırlılıklarını ele alabilme ve anlamlandırabilme, - Farklı matematiksel muhakemeler yapabilme - Matematiksel varsayımlar oluşturma ve bu varsayımlardan yola çıkarak çıkarımlar yapabilme.

Tablo 2.6. (Devam) *Matematik Okuryazarlığı ve Alt Becerileriyle İlgili Göstergeler*

Matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme (Bu temel becerinin alt becerileri sırasıyla muhakeme ve argüman oluşturma, iletişimden oluşmaktadır)	- Bulunan matematiksel çözümün gerçek dünyada tekrar yorumlama ve değerlendirebilme, - Bulunan matematiksel çözümü problem bağlamında yorumlayabilme ve değerlendirebilme, - Bulunan matematiksel çözümün uygunluğunun gerçek dünyada karşılaşılan problem bağlamında yorumlayabilme ve değerlendirebilme, -Bulunan matematiksel kavram ve çözümün kapsam ve sınırlıklarını belirtebilme, yorumlayabilme ve anlayabilme, - Problemi çözmek için kullanılan strateji, model, kural ya da prosedürün kapsam ve sınırları/sınırlıklarını belirleyebilme ve eleştirebilme, - Farklı matematiksel muhakemeler (aritmetik, niceliksel, cebirsel) yaparak gerekçe sunabilme, - Sezgisel süreçte matematiksel argüman oluşturabilme ve yazılı ve sözlü biçimde uygun ve anlamlı olarak ifade edebilme, - Farklı tipteki matematiksel argümanları takip edebilme ve değerlendirebilme.

Kaynak: OECD, 2014; Saenz, 2009; Niss, 1999, 2003 kaynaklarından uyarlanmıştır.

Araştırmacının oluşturduğu analiz çerçevelerindeki bu karekterizasyonlar ile çalışmak, katılımcıların niceliksel muhakeme becerisi ve matematik okuryazarlığı açısından problem çözme eylemleriyle ilgili örüntüleri anlama fırsatı sağlamıştır. Bu çalışmada katılımcı öğrencilerin eylemlerini (sözlü, yazılı ve jest-mimikle ilgili ürünleri) ve inançlarını bütünsel olarak resmetmek ve modellemek amacıyla verilere kavramsal analiz yapılmıştır (Thompson, 2000, s. 428). Öğretim deneyi yönteminde katılımcıların eylemleri, inançları, ürünlerindeki değişim ve gelişimi gösterme önemli ve kritiktir (Glasersfeld, 1995). Bu süreci gösterebilmek için de katılımcılara ilişkin her bir veri kümesinin kavramsal analiz yapılması şarttır (Bkz: Açık, eksen ve kavramsal analiz örnekleri Ek-8 ve Ek-9). Ayrıca bu araştırmadaki verilerin analizi ile ilgili tutarlılık ve inandırıcılığın sağlanması için araştırmacı ve araştırmacının doktora tez danışmanı toplanan verileri ayrı ayrı ele alarak incelemişlerdir. Daha sonra bu araştırmacılar birlikte verileri nasıl analiz edecekleri konusunda tartışmış, bireysel ele aldıkları analizleri karşılaştırmış ve daha sonra fikir birliğine varmışlardır.

3. BULGULAR VE YORUM

Araştırmanın bu bölümünde öğretim deneyi sürecinde gerçekleştirilen klinik görüşmelerden, bilgi edinme görüşmelerden ve öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgulara yer verilmiştir.

3.1. Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Klinik Görüşme Bulguları

Araştırmacı-öğretmenin zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen Beste, Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp yaptığı ön görüşmelerdeki her bir problemi çözme süreci bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Katılımcıların ön klinik görüşmede ilk olarak iki alt soru içeren döviz kuru problemini sesli olarak çözmeleri istenmiştir. Döviz kuru problemi matematik okuryazarlığı kapsamında nicelik içerik alanı ile ilgilidir. Her iki problemde farklı birimlere sahip nicelikler arasında birim dönüşümü yapılmasını gerektirmektedir. İlk problemin matematik okuryazarlığı kapsamında birinci seviyede, ikinci problem ise ikinci seviyede yer almaktadır.

Döviz kuru problemi: Singapur'dan Mei-Ling karşılıklı değişim öğrencisi olarak 3 ay süreyle Güney Afrika'ya gitmek için hazırlık yapıyordu. Onun, bir miktar Singapur dolarını (SGD) Güney Afrika para birimi olan randa (GAR) çevirmesi gerekti.

Soru 1.1: DÖVİZ KURU

Mei-Ling, Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kuru işlemlerinin şu biçimde olduğunu öğrendi:

1 SGD = 4,2 GAR

Mei-Ling bu döviz kurundan 3000 Singapur dolarını Güney Afrika randına çevirdi. Mei-Ling ne kadar Güney Afrika randı aldı?

Soru 1.2: DÖVİZ KURU

3 ay sonra Singapur'a döndüğünde, Mei-Ling'in 3 900 GAR parası kalmıştı. O, döviz kurunun aşağıdaki gibi değiştiğini dikkate alarak bu parayı Singapur dolarına çevirdi:

1 SGD = 4,0 GAR

Mei-Ling ne kadar Singapur doları aldı?

Şekil 3.1. *Döviz Kuru Problemi*

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olan bu öğrencilerin hepsi döviz kuru problem bağlamındaki durumu anlatmak yerine hemen problemi çözmek için işlem yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Örneğin, döviz kuru probleminin ilk sorusunda Bengü problem

bağlamını niceliksel anlam açısından analiz etmek yerine anahtar kelime arama stratejisini kullanarak problemi çözmeye çalışmıştır.

Görüşmeci: Bu problemden ne anladın?

Bengü: İki farklı ülke farklı paraları kullanıyormuş. Mei-Ling de 3000 Singapur dolarını diğer paraya çevirmek istiyormuş. Bu problemde para çevirmemiz istiyor. Bu nedenle 3000'i 4,2'ye bölmem gerekiyor (işlem yapıyor 3000'i 4,2'ye bölüyor). 66 buldum.

Görüşmeci: Neden 3000'i 4,2'ye bölmem gerektiğini düşündün?

Bengü: Genelde çevirme ve dönüştürme ile ilgili problemleri çözmek için ters işlem yapılır. Ters işlem yapmak için bölme işlemi kullanılır. Bu nedenle 3000'i 4,2'ye bölünce 66 buldum. Ters işlemden yaptım…

Araştırmacı-öğretmen, Bengü'nün problem bağlamını anlayabilmesi için problem ile ilgili kural ve formül düşünmeden problem durumunu yorumlamaya yönlendirmiştir. Ancak Bengü, problem durumunu yorumlamak yerine hemen orantı kurma stratejisi kullanarak problemi çözmeye çalışmış olmasına rağmen çözümü doğru bulabilmiştir.

Görüşmeci: Problemle ilgili kural ve işlemleri düşünmeni istemiyorum. Problemi anlayarak yorum yapmanı istiyorum.

Bengü: (sessizlik). Bence ters işlemle bu problemi çözemedim. O zaman içler dışlar çarpımı yaparak problemi çözebilirim. 1 SGD 4,2 GAR ediyorsa, 3000'in neye eşit olduğu gösteren orantı kurdum. İçler dışlar çarpımını yapmak için 3000 ile 4,2 çarptım. 12600 buldum…

Döviz kuru problemi İpek'in ilgisini çekmediği için bu problemi çözmek istememiştir. İpek, döviz kuru probleminin her iki alt sorusuna da önyargılı bir şekilde tutum geliştirmiş olup çözmek istememiştir. Bu öğrenci bu problemin bağlamını farklı ve karışık bulmuş, çözmek istememiş ve endişe duymuştur. İpek döviz kuru probleminin ilk sorusuna ilişkin çözüm bulabilmek için problemde verilen sayıları çarparak anlamsız işlemler yapmasına rağmen Bengü gibi çözümü doğru bulabilmiştir.

Görüşmeci: Bu problemden ne anladın?

İpek: Mei-Ling Güney Afrika'ya gidecekmiş. Mei-Ling'in kendi parasını gideceği ülkenin parasına çevirmesi gerekiyormuş.

Görüşmeci: Ne anlatmak istiyorsun?

İpek: Singapur doları parasını Güney Afrika Rand'ına çevirmesi gerekiyormuş.

Görüşmeci: Problemde verilen şu matematiksel ifadeden ne anlıyorsun? (1SGD = 4,2 GAR)

İpek: (Sessizlik)

Görüşmeci: Problemde ne isteniyor?

İpek: Ne istiyor? …(sessizlik)

Görüşmeci: Problemde ne isteniyor?

İpek: Ne istiyor? …(sessizlik). Mei-Ling para çevirecekmiş ve onun ne kadar para aldığı sorulmuş ama bu problemde ne anlatılmak istenildiğini anlayamadım.

Görüşmeci: Tamam birlikte probleme bakalım. Mei-Ling'in ne kadar parası varmış?

İpek: 3000.

Görüşmeci: 3000 ne?

İpek: 3000 Singapur Doları varmış.

Görüşmeci: Peki Mei-Ling ne yapacakmış?

İpek: Parasını çevirecekmiş.

Görüşmeci: Nasıl?

İpek: 3000 Singapur Dolarını Güney Afriya Randına çevirecekmiş…

…

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

İpek: Ben ilk başta bu problemi çözerken hiç bir şey yapamadım. Daha sonra işlem yapmayı düşündüm. Problemdeki verilenleri çarptım. 3000 ile 4,2'yi çarptım ve 12600 buldum sonucu. Açıkçası problemi çok anlamadım. Çok garip buldum. Çözmek istemiyorum, biraz korktum…

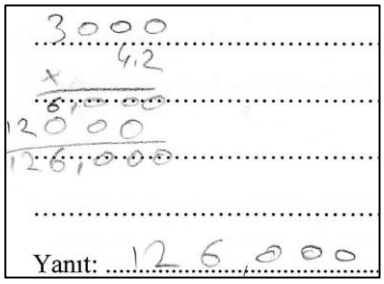
Beste, Gökalp, Alara ve Alp döviz kuru probleminin ilk sorusunu yönlendirmesiz çözmelerine rağmen problemdeki nicelikler yerine sayılara ve işlemlere odaklandıkları ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler problemin çözümü ile ilgili niceliklerin birimini göz ardı etmişler, nicelikleri sadece niceliğe ilişkin atanan değer ile sözlü bir şekilde ifade etmeye çalışmışlardır. Ayrıca bu öğrenciler problem bağlamında verilen matematiksel ifadeleri niceliksel anlam açısından yorumlayamamışlardır.

Görüşmeci: Problemde verilen matematiksel cümleden ne anlıyorsun? (1 SGD = 4, 2 GAR)

Beste: 1 SGD 4,2 Gar'mış. Döviz kuruna göre 3000 Singapur Doları ne kadar para yaptığını bulmam gerekiyor. O zaman 3000 ile 4,2'yi çarparım. 12600 buldum. Cevap 12600'dür.

Görüşmeci: Neden 3000 ile 4,2'yi çarptın?

Beste: Çünkü 4,2, 1'in 4,2 katı olduğundan 3000 ile 4,2'yi çarptım...



Görsel 3.1. *Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Alp'in Çözümü*

Döviz kuru probleminin ikinci sorusunda da zayıf niceliksel muhakemeye sahip öğrencilerin ilk sorudaki gibi problem bağlamındaki niceliklerin anlamını analiz etmek yerine hemen işlem yapmaya çalışmışlardır. Örneğin bu öğrencilerden Gökalp ve Alp

problem bağlamındaki nicelikleri belirleyip yorumlamak yerine bu problemi çözmek için ezbere kural çağırmışlardır.

Gökalp: Bu problemde Mei-Ling bir önceki problemde yaptığının tam tersini yapmış.

Görüşmeci: Mei-Ling bir önceki problemde nasıl yaptığının tam tersini yapmış?

Gökalp: (uzun süren sessizlik) Hımm, tamam. Güney Afrika'da iken Mei-Ling eskiden çevirdiği paraları harcamış ve 3900 kalmış. Sonra o, bu sefer de garı Singapur Dolarına çevirecekmiş… İlk problemi çözmek için çarpma işlemini kullanmıştım. Şimdi bu problemi çözmek için ise ters işlem yapmam gerekeceğinden çarpma işleminin tersi olan bölmeyi kullanmalıyım. Bu nedenle 3900'ü 4'e böldüm ve 975 buldum. Çözüm 975'tir.

İlk problemin çözüm sürecinde ters işlem kuralını uygulayan ve bu kuralın çözüme ulaştırmayı sağlamadığını gören Bengü orantı kurarak bu problemi çözmüştür. Benzer şekilde Bengü araştırmacı-öğretmenin problemi anlatmasını istemesine rağmen problemi çözmek için kullanacağı stratejiyi anlatmış ve problemi nicelikleri ve niceliklerin birimlerini göz ardı ederek çözmüştür. Bengü nicelikleri ve niceliklerin birimini göz ardı ederek işlem yaptığı için yazdığı eşitliklerde iki farklı sayı birbirine eşit olmuştur. Ayrıca Bengü problem durumundaki nicelikleri anlatırken sayılara odaklanmış, nicelikleri anlamsız ve yetersiz kullanmıştır.

Görüşmeci: Problemleri çözmeden önce problemde neler verildiğini açıklar mısın?

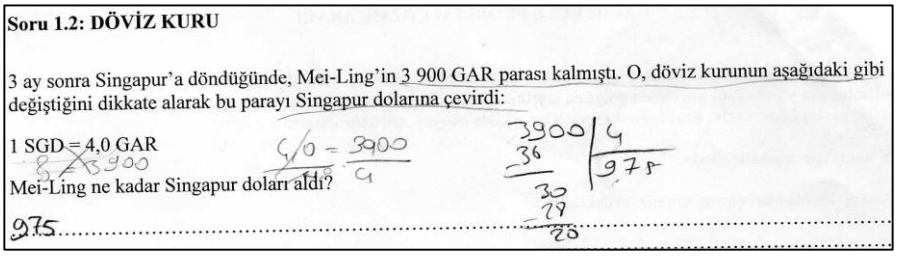
Bengü: 3900 Güney Afrika Randı kalmış. Sanırım bu parayı Singapur dolarına çevirmek istiyormuş. O zaman bu problemi çözebilmek için yine içler dışlar çarpımı yapmam gerekiyor.

Görüşmeci: Problemi biraz sonra çözmene izin vereceğim. İlk önce problemden ne anladığını açıklar mısın?

Bengü: Yine 1 SGD 4 GAR'mış. Şimdi 3 ay önceye göre Güney Afrika parası 0.2 düşüş göstererek azalmış ya da eksilmiş. Çünkü 4,2 den 4'e düşmüş. Mei-Ling'in 3900 parası kalmış. Öğretmenim ben bu problemi içler dışlar çarpımı yaparak çözerim.

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Bengü: Yine içler dışlar yaparım çünkü ters işlem kuralı doğru çözüm olmayabiliyor. 1 SGD 4 GAR ise 3900'un kaç olduğunu gösteren içler dışlar çarpımı yaptım. 4 eşittir 3900 oldu. Her iki tarafı dörde böldüm. Sonucu 975 buldum.


Soru 1.2: DÖVİZ KURU

3 ay sonra Singapur'a döndüğünde, Mei-Ling'in 3 900 GAR parası kalmıştı. O, döviz kurunun aşağıdaki gibi değiştiğini dikkate alarak bu parayı Singapur dolarına çevirdi:

1 SGD = 4,0 GAR

Mei-Ling ne kadar Singapur doları aldı?

975

Görsel 3.2. *Döviz Kurunun İkinci Alt Problemine İlişkin Bengü'nün Çözümü*

Beste ve Alara ise bu problemi hemen çözebilmek için anlamsız işlemler yapmışlardır. Daha sonra araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile problem bağlamını anlamlandırmaya çalışmışlar ve çözüme ulaşmışlardır. Bu öğrenciler de problem bağlamındaki nicelikleri hem yazılı hem de sözlü olarak eksik bir şekilde ifade etmişlerdir. Örneğin bu katılımcılar çözümlerinde niceliklerin birimlerini yazmamış ve sayıları herhangi bir nicelikle ilişkilendirilerek göstermemişlerdir.

Görüşmeci: Problemleri çözmeden önce problemde neler verilmiş buna açıklar mısın?

Beste: … Mei-Ling'in 3900 parası kalmış ve 1 SGD 4 GAR olduğu için 3900 ile 4'ü çarptım…

Alara: 12600'u 4'e böldüm. 31,5 buldum.

Görüşmeci: Niye 12600 4'e bölmeyi düşündün?

Alara: Bir önceki problemi esas aldım. Çünkü bu iki problem birbirine çok benziyor. İlk problemde Mei-Ling'in 12600 para alıyordu. Bu parayı tekrar çevirmek için ters işlem yaptım ve 12600'u 4'e böldüm…

…

Görüşmeci: Şimdi problem ile ilgili herhangi bir işlem yapmadan bu problemi bana anlatmalısın.

Alara: Tamam. (problemi hikâyeleştiriyor). 3 ay sonra Singapur'a döndüğünde, Mei-Ling'in 3900 GAR parası kalmış. O, döviz kurunun aşağıdaki gibi değiştiğini dikkate alarak bu parayı Singapur dolarına çevirmiş. 1 SGD 4,0 GAR'mış. (Sessizlik).

Görüşmeci: Başka problem ile ilgili ne anlatabilirsin?

Alara: Aaaa, öğretmenim ben problemi anlamamışım. Mei-Ling'in 3 ay sonra 3900 parası kalmış. Bu sefer 1 SGD 4 GAR'mış. Bir önceki problemde SGD'yi GAR'a çevirdim, şimdi ise GAR'ı SGD'ye çevireceğim. Yani tam tersi işlem yapmam gerekir. O zaman çarpma yerine bölme işlemi yaparım. 12600'ü değil 3900'u 4'e bölmem gerekir…

Bu katılımcılardan İpek, döviz kuru probleminin ikinci sorusunu da çözmek istememiştir. İpek bu problemlere karşı önyargısının oluştuğunu, problem bağlamına ve problemdeki verilenlere aşina olmadığını söylemiştir.

İpek: …Hım. Çözemem ben bu problemi. Bende bu problemlere karşı bir önyargı oldu. Çok da anlamadım. Bu problemleri çözmek için ne yapılabilir bilmiyorum. Bu problemde Singapur, Güney Afrika, adı değişik olan bir öğrenci var. Bu problemler ilgimi çekmedi, farklı ve karışık buldum…

Matematik okuryazarlığı problemi olan döviz kurunun alt sorularında yer almamasına rağmen araştırmacı-öğretmen katılımcı öğrencilerin problem bağlamındaki nicelikler arası ilişki ya da nicelikleri birbirlerine göre karşılaştırarak gerekçe sunabilmeleri için bir tane daha soru sormuştur. Bu soruda araştırmacı-öğretmen öğrencilerin üç ay sonraki döviz kuru işlemlerine göre hangi para biriminin daha değerli olduğunu açıklamalarını istemiştir. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen

öğrencilerin hiçbiri bu soruyu çözememiş ve anlamlı gerekçe sunamamışlardır. Bu katılımcılardan Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp döviz kuru işlemleri ile ilgili verilen eşitlikteki sayıların büyüklüklerini karşılaştırarak büyük olan sayı ile ilgili niceliğin daha değerli olduğu çıkarımını yapmışlardır. Bu öğrenciler para birimlerinin dönüşümü ile ilgili cebirsel eşitliğin niceliksel anlam açısından ele almak yerine sayılara odaklanarak sayıların büyüklüğüne göre hangi niceliğin daha değerli olduğunu karşılaştırmaya çalıştıkları görülmüştür.

Görüşmeci: Hangi para daha değerlidir?

Gökalp: GAR daha değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

Gökalp: Çünkü bu problemleri çözmek için çarpma ve bölme işlemi yaptığımda Güney Afrika Rand'ının Singapur Doları'nın hep daha fazla olduğunu fark ettim. İlk problemde 3000 SGD'ye karşılık 12600 GAR vardı. İkinci problemde 3900 GAR'a karşılık 975 SGD vardı. Hep GAR miktarı SGD miktarından fazla olduğu için GAR daha değerlidir.

…

Görüşmeci: Hangi para daha değerlidir?

Alp: Gar daha değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

Alp: Çünkü Gar her zaman daha büyüktür. 1 SGD 4 GAR'a eşitmiş. 3900 GAR 975 SGD'ye eşitmiş. Benzer şekilde 3000 SGD 12600 GAR'a eşitmiş. Her zaman GAR miktarı SGD'den daha fazla oluyor. GAR daha büyük olduğu için daha değerlidir.

…

Görüşmeci: Hangi para daha değerlidir?

Bengü: Gar parası daha değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

Bengü: Çünkü 1 tane SGD alıyorken 4 tane gar alabiliyoruz. Daha çok para alabiliyoruz.

…

Görüşmeci: Hangi para daha değerlidir?

Alara: GAR daha değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

Alara: Çünkü 1 SGD 4 GAR ettiğine göre GAR daha yüksek bir miktar oluyor. 3000 SGD aynı zamanda 12600 gardı. Gar her zaman daha yüksek değer aldığı için Gar daha değerlidir.

Beste ise hangi para biriminin daha değerli olduğunu günlük yaşamdaki deneyimlerinden yola çıkarak basmakalıp düşünceler ile yorumlamaya çalıştığı için uygun gerekçe sunamamıştır.

Görüşmeci: Hangi para daha değerlidir?

Beste: Singapur Doları daha değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

Beste: Çünkü Dolar en değerli paradır. Dolar her paradan daha değerlidir.

Katılımcı öğrenciler döviz kuru probleminden sonra sos problemini çözmüşlerdir. Sos probleminde nicelikler arası ilişkilerin tablo temsili ile verilmiş olup çözüm sürecinde orantısal muhakeme yapmayı gerektirmektedir. Sos problemi matematik okuryazarlığı kapsamında üçüncü seviyede yer almaktadır.

Sos problemi: Kendi salata sosunuzu yapmaktasınız. Bu salata sosunun 100 mililitrelik (ml) tarifi aşağıdaki gibidir.

Salata yağı:	60 ml
Sirke:	30 ml
Soya sosu:	10 ml

Bu salata sosunun 150 ml'si için kaç mililitre (ml) salata yağı gerekir?

Şekil 3.2. *Sos Problemi*

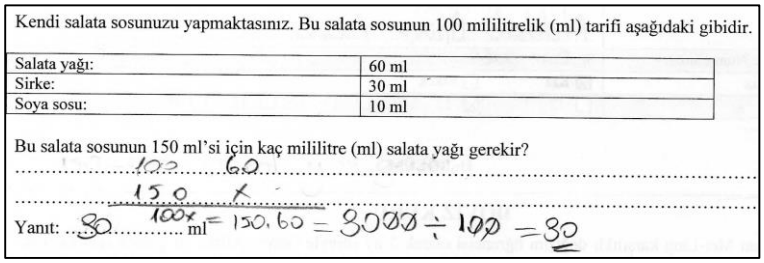
Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden Beste, Alara ve Bengü sos problemini yönlendirmesiz çözebilirken, Gökalp ve İpek araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile çözebilmiştir. Alp ise sos problemini çözememiştir. Sos problemini Beste ve Bengü orantı kurma stratejisini kullanarak çözmelerine rağmen bu problemin çözüm sürecinde problem bağlamındaki niceliklere ait birimleri ve sayıların ilişkili olduğu nesneleri yazılı ve sözlü bir şekilde ifade etmemişlerdir. Bu öğrencilerin orantı kurma stratejisini ezbere algoritmalara dayalı olarak kullandıkları düşünülmüştür.

Görüşmeci: Problemden ne anladığını açıklar mısın?

Bengü: Toplamda 100 ml'lik bir salata sosu varmış. Bu salata sosunda salata yağı 60'mış. Salata sosu 150 olduğunda kaç salata yağına ihtiyaç duyulduğu soruluyor. Bu problemi çözmek için yine içler dışlar çapımı yaparak çözerim

Görüşmeci: İçler dışlar çarpımı yapmak ne demektir?

Bengü: Bir çeşit çözüm yoludur (Çözüm yapıyor). 100'de 60'a eşit ise 150'de kaça eşit olduğunu gösteren içler dışlar çarpımı yaptım. Çözümü 90 buldum…



Görsel 3.3. *Sos Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü*

Açık uçlu problem çözme aracı uygulandığında Gökalp ve İpek sos problemini boş bırakmışlar ve çözmemişlerdir. Gökalp bu probleme aşina olmadığını için çözmediğini belirtmiş, İpek ise sos problemine aşina olmadığını ve döviz kuru problemlerinin her ikisini de çözemeyince moralinin bozulduğunu, bu nedenle sos problemini de çözemeyeceğine düşünmüştür. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen bu öğrencilerin problem bağlamındaki verilenleri analiz etmeye yönlendirmiş ve Gökalp ve İpek bu problemi parça-bütün ilişkisi kullanarak çözmüşlerdir. Bu süreçte bu katılımcılar 150 ml salata sosu ile 100 ml salata sosu arasında ilişki kurmaya çalışmışlardır. Daha sonra bu öğrenciler 150 ml salata sosunu 100 ml salata sosu ve 50 ml salata sosunun birleşiminden oluştuğunu düşünmüşlerdir. Bu katılımcılar parça-bütün ilişkisine dayanarak toplamsal ilişki ile 150 ml salata sosu niceliğini oluşturmaya çalışmış ve sos problemini çözmüşlerdir. Ayrıca Alara de parça-bütün ilişkisi kurarak sos problemini çözmüştür. Ancak Gökalp, İpek ve Alara parça-bütün ilişkisini kullanırken niceliklerin birimini ya da nesnesini yazılı ve sözlü olarak ifade etmemişlerdir.

Görüşmeci: Galiba bu problemi çözememişsin, çünkü çalışma kâğıdına soru işareti (?) koymuşsun. Şimdi bu problemi tekrar düşünmeni istiyorum. Problemden ne anladığını bana açıklar mısın?

İpek: Bu problemde kendi salata sosumuzu hazırlayacakmışız. Tabloda verilenleri topladığımızda tarif 100 ml'miş. Gerekli salata yağı 60, sirke 30 ve soya sosu 10'muş.

Görüşmeci: Problemde ne isteniyor?

İpek: Galiba tarifi 150 ml yapmamız isteniyor (sessizlik). "150 ml salata sosu için kaç mililitre salata yağı gerekiyor?" denilmiş bu problemde (sessizlik).

Görüşmeci: Şuanda ne düşünüyorsun?

İpek: (sessizlik)… Tamam, galiba salata sosu malzemelerini arttırmak gerekiyor. Çünkü salata sosu 150 yapılacakmış.

Görüşmeci: Salata sosu malzemelerini nasıl arttırmayı düşünüyorsun?

İpek: Problemde salata sosu 50 daha artmış. Bu nedenle (salata sosunun içindekilerin) hepsini yarım arttırmam lazım. (salata yağı, sirke, soya sosunun miktarlarının yarısını hesapladı ve bunları 100 ml'deki miktarlarının üzerine ekledi.) Salata sosu 90, sirke 45, soya sosu 15 oldu. Tamam, o zaman salata yağı 90'dır.

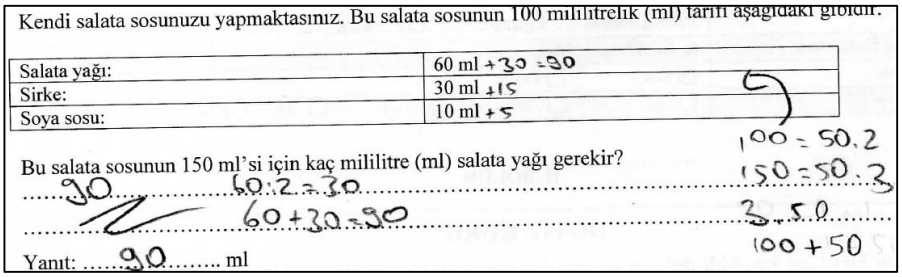
Görüşmeci: Problemi şimdi çözebildin. Tek başına iken problemi çözememişsin.

İpek: Evet, çözemedim. Şimdi problemi sizle beraber yorumlayıp mantık yürütünce çözebildim. Problem ilk başta tanıdık gelmedi farklı geldi. O nedenle ilk başta çözemeyeceğimi düşündüm. Döviz kuru problemlerini çözemedim ve moralim bozuldu. Döviz kuru problemlerini de çözemediğim için bu problemi de çözemeyeceğimi düşündüm. Aslında bu problem pek zor değilmiş.

...

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Alara: 150 100'den 50 fazladır. 50 de 100'ün yarısıdır. Bu nedenle 60'ın yarısı 30'dur. 60 ile 30 topladım. Çözümü 90 buldum…


Kendi salata sosunuzu yapmaktasınız. Bu salata sosunun 100 mililitrelik (ml) tarifi aşağıdaki gibidir.

Salata yağı:	60 ml + 30 = 90
Sirke:	30 ml + 15
Soya sosu:	10 ml + 5

Bu salata sosunun 150 ml'si için kaç mililitre (ml) salata yağı gerekir?

90 60:2=30 60+30=90

Yanıt: 90 ml

100 = 50.2
150 = 50.3
3.5.0
100+50

Görsel 3.4. *Sos Problemine İlişkin Alara'nın Çözümü*

Sos problemini tek başına çözemeyen öğrencilerden bir diğeri de Bengü'dür. Araştırmacı-öğretmenin Bengü'yü problem bağlamını düşünmeye yönlendirmesine rağmen Bengü hemen anlamsız işlemler yapmaya çalışmış ve problem bağlamındaki nicelikler arasında çarpımsal ilişki kuramadığı için bu problemi çözememiştir.

Görüşmeci: Problemi bana anlatır mısın?

Bengü: 100 mililitrelik tarifi için gereken malzemeler tabloda verilmiş. 100 ml için salata yağı 60, sirke 30 ve soya sosu 10 olması gerekiyormuş. 150'de ne kadar salata yağı olduğu istenmiş.

Görüşmeci: Nasıl bir yol izledin problemi çözerken?

Bengü: Açıkçası ben problemi çözemedim (sessizlik)…

Görüşmeci: Biraz düşün istersen. Problemi tek başına tekrar inceleyebilirsin.

Bengü: 100 60'a bölerim.

Görüşmeci: Neden?

Bengü: 100 ml de 60 katıldığı için 100'ü 60'a bölerim. Ama sonuç tamsayı çıkmıyor, küsuratlı bir sayı çıkıyor. Bölme yapsam olmaz. 150 ml de 100'e göre daha fazla olması lazım. Mesela 80 olabilir. Biraz daha arttıralım, 80 olsun (sessizlik)… Haa, 100 ml 60 ml olduğunu için aralarındaki fark 40'tır. 150 ml de de aralarındaki fark 40 olursa 110 olur. 110, 150 ml'deki salata yağı olur (sessizlik)… 80 de olabilir 110 da olabilir… Bence ben bu problemi çözemedim. Ben bu problemi çözemeyeceğim, zor geldi.

Basamak modeli problemi ön klinik görüşmede ele alınan başka bir problemdir. Bu problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkiler şekil örüntüsü temsili ile verilmiştir. Matematik okuryazarlığı kapsamında basamak modeli probleminin seviyesi 3'tür.

Basamak modeli problemi: Rafet, kareleri kullanarak bir basamak modeli yapmaktadır. Onun izlediği aşamalar şöyledir.

Görebileceğiniz gibi, o, Aşama 1 için bir kare, Aşama 2 için üç kare ve Aşama 3 için altı kare kullanmaktadır. Rafet, dördüncü aşama için kaç tane kare kullanmalıdır?

Şekil 3.3. *Basamak Modeli Problemi*

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Beste, Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp) basamak modeli problemini tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrencilerden Bengü basamak modeli problemini ilk önce şekil örüntüsü problemine benzetmiştir. Bengü önceden bu probleme benzer çözdüğü bir problemin çözümüne hatırlamaya çalışarak anlamsız bir kural çağırmıştır. Bu nedenle, Bengü'nün problem bağlamındaki nicelikleri incelemek yerine öncelikle problem ile ilgili olmayan bir kuralı çağırdığı görülmüştür. Daha sonra Bengü, bu kuralın basamak modeli probleminin çözümünde kullanılamayacağını fark edince yinelemeli (recursive) yaklaşım ile problemi çözmüştür.

Görüşmeci: Problemden ne anladın?

Bengü: Birinci aşamada bir kare, ikinci aşamada üç kare, üçüncü aşamada altı kare varmış. Problemde Rafet'in dördüncü aşama için kaç tane kare kullanması gerektiğini isteniyor (problemi hikâyeleştirerek anlatıyor).

Görüşmeci: Problemi nasıl çözdün?

Bengü: Bu problem zor bir problem olduğu için bu problemin bir kuralı var. Bu kurala göre basamak modeli büyüyor ya da ilerliyor. Bu kuralı 2n+1 buldum. Bu kuralda n yerine 1 verdiğimde 3 oluyor. Ama birinci aşamada bir kare olması gerekiyordu. O zaman bu kural doğru değil (sessizlik). 2. aşamadaki basamak modelini oluşturmak için 2 kare daha eklenmiş. 3. aşamada basamak modelini oluşturmak için 3 kare daha eklenmiş. O zaman 4. aşamadaki basamak modelini oluşturmak için 4 kare daha eklenmesi gerekir. Bu nedenle, 6'ya 4 ekledim 10 buldum. Yani 4. aşamada 10 kare kullanılmalıdır.

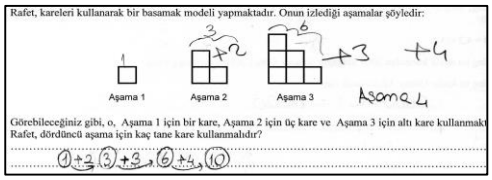
Bu öğrencilerden Beste, Gökalp, Bengü ve Alp yinelemeli (recursive) yaklaşım ile ardışık terimler arası farktan yola çıkarak bir sonraki terimi bulabilmişlerdir.

Görüşmeci: Şu anda ne düşünüyorsun?

Beste: Kareler 1, 3 ve 6 olmuş. Kareler 1 iken 3 olmuş sonra 6 olmuş. İlk aşamada bir kare ikinci aşamada üç kare üçüncü aşamada altı kare var. Aşamaların arasında herhangi bir kat ilişkisi

göremedim. Birinci ve ikinci aşama arasındaki fark +2, ikinci ve üçüncü aşama arasındaki fark +3, o zaman üçüncü ve dördüncü aşama arasındaki fark ise + 4 olur. 6'ya 4 ekledim 10 buldum. Dördüncü aşamada on kare vardır.

Alp: Burada (aşama 1'den aşama 2'ye geçişi gösteriyor) ikişer burada (aşama 2'den aşama 3'e geçişi gösteriyor) üçer artmış, burada da (aşama 3'ten aşama 4'e geçişi gösteriyor) dörder artması lazım. Altı artı dört ona eşittir. Cevap ondur. Bu problem başka türlü yapılamaz.

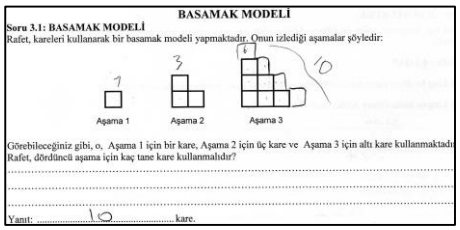


Görsel 3.5. *Basamak Modeli Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü*

İpek ve Alara ise basamak modeli problemini çözerken yinelemeli yaklaşım altında görsel strateji kullanarak yakın adıma ilişkin terim sayısını bulmuşlardır.

İpek: Öğretmenim ben Rafet'in bir sonraki aşamadaki basamak modeli oluştururken, bir önceki aşamadaki basamak modelindeki her sütunun üstüne birer kare ve bu basamak modelinin sağına bir kare eklediğini fark ettim (şekil çiziyor). Dördüncü aşamada on kare varmış.

Alara: Rafet basamak yapıyormuş. Rafet'in tekrar basamak oluşturmak için bir önceki basamağın üstüne ve yanına birer kare eklemesi gerekir. Ben de üçüncü aşamadaki basamağın yanına ve üstüne birer kare ekledim. Bu nedenle Rafet dördüncü aşamada on kare kullanmalıdır.



Görsel 3.6. *Basamak Modeli Problemine İlişkin İpek'in Çözümü*

Bu öğrencilerden hiçbirisi adım sayısı ile terim sayısı arasında ilişkilendirmek ya da ardışık adımların değişimine bağlı olarak ardışık terimlerin değişimini analiz etmek yerine sadece terimlerle ilgili tek bir veri setinin değişimine odaklanmışlar ve uzak aşamalar için Rafet'in toplam kaç tane kare kullanacağını bulamamışlardır. Bu öğrenciler nicelikler arası ilişki kurmak yerine sadece bir veri kümesi (bağımlı değişken) üzerinden değişimi analiz etmeye çalışmaları nedeniyle basamak modeline ilişkin verilen şekil örüntüsünün genel kuralını bulamamışlardır.

Görüşmeci: Rafet 200. aşamada kaç tane kare kullanması gerekirdi?

Gökalp: 200. aşamadaki basamak modelini kafamda canlandıramıyorum. Yapamıyorum, zor geldi bana. 5., 6., 7., hatta 10. aşamada kaç kare olduğunu bulabilirim ama çok uzak aşamada kaç kare olduğunu bulamam. Çözemeyeceğim ben bu problemi.

Alara: (sessizlik uzun süre) 200. aşamada kaç tane kare kullanıldığını bulamazdım. Ben sadece yakın adımlarda kaç tane kare kullanıldığını bulabilirim. Örneğin 5. aşamadaki kareleri yine çizerek bulurum, 6. 7. 8. aşamaları da yine çizerek bulurum ama uzak aşamadaki kareleri bulamam.

Bu öğrencilerden Bengü şekil örüntüsü ile ilgili uzak adıma karşılık gelen terimi bulmak için problem bağlamındaki nicelikleri analiz etmeden problem bağlamıyla ilgili olmayan cebirsel kuralı geri çağırarak genelleme yapmaya çalışmış ve başarılı olamamıştır. Bengü basamak modelindeki şekil örüntüsünü aritmetik bir dizi olarak ele almış ancak düzenli aritmetik dizi olmak için örüntünün düzenli bir şekilde artış ya da azalış göstermesi gerektiğini düşünememiştir.

Görüşmeci: Rafet 200. aşamada kaç tane kare kullanması gerekirdi?

Bengü: 200. aşamadaki kareleri bulmak için aritmetik dizi formülünü kullanırım. $A_n = a_1 + (n-1).r$

Buradaki a_1 birinci aşama olup 1'dir. Ortak fark 1 arttığı için r 1dir. $A_n = 1 + n-1$ olur.

$A_n = 1 + (n-1)1 = n$ olurdu. Yani n de aşamayı gösterdiği için 200. aşamada 200 kare olurdu.

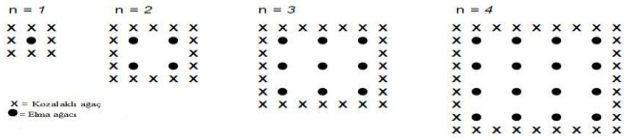
Benzer şekilde İpek, basamak modeli problemindeki niceliklerin değişimini ve nicelikler arası ilişkiyi incelemek yerine önceden çözdüğü şekil örüntüsü problemlerinin kurallarını geri çağırmış ve problemi çözememiştir.

Görüşmeci: Rafet 200. aşamada kaç tane kare kullanması gerekirdi?

İpek: Bu basamak modelinin kuralı n+1 olur. Genelde örüntülerin kuralları n+ 1 olur. Burada n aşama sayısıdır. 200. aşamada n yerine 200 koyarsam 201 kare olur. Bu problemi çözebilmek için bu tip bir kural kullanıldığını hatırlıyorum. Ama çok da emin değilim.

Katılımcıların çözdüğü bir diğer problem elmalardır. Elmalar problemi üç farklı sorudan oluşmaktadır. Elmalar probleminin ilk sorusu matematik okuryazarlığı kapsamında dördüncü seviyede yer almaktadır. Bu problemin ilk sorusunda öğrencilerin problem bağlamındaki şekil örüntüsünde yer alan niceliklerin yakın adımlar için değişimini tabloda göstermeleri gerekmektedir.

Elmalar problemi: Bir çiftçi elma ağaçlarını kare şeklindeki bir düzende ekiyor. Elma ağaçlarını rüzgâra karşı korumak için, meyve bahçesinin çevresine kozalaklı ağaç dikiyor. Aşağıda elma ağaçlarının ve kozalaklı ağaçların dikiliş modelinin bulunduğu, her sayıdaki ağaç için, bu durumu gösteren diyagramı görüyorsunuz.



Soru 4.1: ELMALAR

Aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

n	Elma ağaçlarının sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Şekil 3.4. *Elmalar Probleminin İlk Sorusu*

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi elmalar probleminin ilk sorusunu yinelemeli yaklaşım ile çözmüşlerdir. Bu öğrenciler dördüncü aşamaya kadar diyagramlardaki elma ve ağaç sayılarını sayarak hesaplamışlardır. 5. aşamadaki diyagramdaki elma ve ağaç sayılarını ise tablodaki elma ve kozalaklı ağaçlarının terim sayıları arasındaki artış miktarına göre hesapladıkları görülmüştür. Bu öğrenciler adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiye ya da ardışık adım sayısı arasındaki değişime bağlı olarak ardışık terim sayısı arasındaki ilişkiye odaklanmak yerine diyagramlardaki ağaç sayılarına ya da tablodaki ağaç sayılarına odaklanmışlardır. Ayrıca bu öğrenciler problem bağlamındaki niceliklerin ölçülebilen özelliğini yine sözlü bir biçimde ifade etmemişlerdir.

Görüşmeci: Tabloyu nasıl doldurdun?

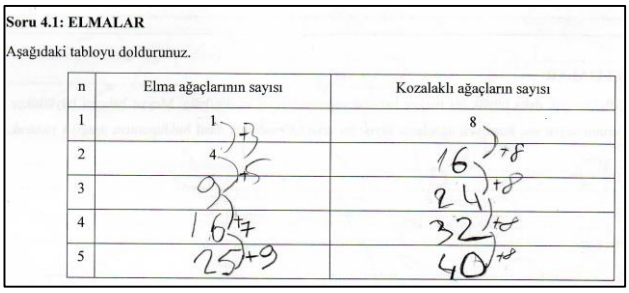
Gökalp: 1. diyagramda elma ağaçları 1, kozalaklı ağaçlarının 8'miş. 2. diyagramda elma ağacı 4 ve kozalak ağaçları 16'mış.

Görüşmeci: 1. ve 2. diyagramda elma ve kozalaklı ağaçların sayısını nasıl hesapladın?

Gökalp: Sayarak buldum. 3. diyagramda elma 9 ve kozalak 24'müş yine sayarak buldum. 4. diyagramda elma 16 ve kozalak 32'miş. Yine saydım.

Görüşmeci: Peki 5. adıma ilişkin ağaç diyagramı verilmemiş, 5. adımdaki elma ağaçlarının ve kozalaklı ağaçların sayısını nasıl buldun?

Gökalp: Kozalak ağaçları sekizer sekizer arttığı için 5. adımda 32'ye 8 daha eklersem kozalak ağacı 40 olur. Elma ağaçları ise 3, 5, 7, şeklinde artıyor (tabloda artışı hesaplıyor). Elma ağaçları tek sayı tek sayı artıyor. Bu nedenle 5. aşamada elma ağaçları 9 artar. 16'ya 9 eklersem 25 olur…



Soru 4.1: ELMALAR

Aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

n	Elma ağaçlarının sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Görsel 3.7. *Elmaların İlk Alt Problemine İlişkin Gökalp'in Çözümü*

Elmalar probleminin ikinci sorusunda öğrencilerin problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkiler ile ilgili cebirsel temsilini yorumlamaları ve denklem çözmeleri gerekmektedir. Matematik okuryazarlığı kapsamında elmaların ikinci alt problemi beşinci seviyededir.

Soru 4. 2: ELMALAR: Bir önceki sayfada tanımlanan model için elma ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplayabileceğiniz iki formül bulunmaktadır.

Elma ağaçlarının bir satırı n ile gösterildiğinde;

Elma ağaçlarının sayısı = n^2

Kozalaklı ağaçların sayısı = 8n

Elma ağaçlarının sayısının kozalaklı ağaç sayısına eşit olduğu bir n değeri vardır. Bu n değerini bulunuz ve hesaplama yönteminizi gösteriniz.

Şekil 3.5. *Elmalar Probleminin İkinci Sorusu*

Elmalar probleminin ikinci sorusunu zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hiçbirisi çözememişlerdir. Bu öğrenciler elma ve kozalak ağaçlarının sayısı ile ilgili verilen formülü yorumlamadıkları gibi bu formüldeki sembollerin ne anlama geldiğini de açıklayamamışlar; problemin amacı ile ilişkilendirememişlerdir.

Görüşmeci: Problemi anlatır mısın?

Gökalp: Herhangi bir satırı n ile gösterdiğimizde; elma ağaçlarının sayısı n kare kozalaklı ağaçların sayısı 8n formülü ile gösteriliyormuş (problemi hikâyeleştiriyor). Kozalak ağaçları sekizer sekizer artıyordu. Kozalak ağaçlarının sayısına ilişkin formülün nasıl 8n olduğunu anlayamadım. Ama elmaların

formülünün de nasıl n kare olduğunu anlayamadım. Ben elmaların 3, 5, 7, 9 tek sayılar ile arttığını bulmuştum. Bu elmaların sayısını bu formül ile nasıl bulunur, anlamadım. Kozalaklı ağaçların sayısı ile elma ağaçlarının sayısının eşit olduğu bir n değeri varmış bu n değerini bulmam gerekiyor. Ama benim matematiğim bu problemi çözmeye gücü yetmez. Tıkandım bu problemi çözemem. Karışık buldum.

Görüşmeci: Neden çözemezsin?

Gökalp: Çünkü kafam karıştı. Hem formüller var hem de elma ve kozalaklı ağaçların sayısının eşit olduğu bir n değerini bulmam gerekiyor. Formüller, sayılar ve n ile arasında bir ilişki kuramadım. Benim matematik seviyem bu problemi çözmede yetersiz kalır.

…

Bengü: Elma ve kozalak ağaçları ile ilgili iki formül verilmiş. Elma ağaçlarının sayısı n^2 formülü verilmiş, bu formül neden verilmiş anlamadım. Kozalak ağaçlarının sayısı 8n'miş. Formüller var, n var kafamı karıştırdı. (sessizlik)

Görüşmeci: Neden kafan karıştı?

Bengü: (sessizlik)… Elma ve kozalaklı ağaçlar bir noktada kesişiyormuş, bir yerde her ikisinin sayısı da eşit olacakmış. Nasıl bulabilirim her ikisinin de eşit olduğu değeri? (sessizlik) Her iki ağacında sayısı artar ama nerede eşit olur bilmiyorum. Bilmiyorum yapamayacağım; çözemeyeceğim bu problemi. Bu problemde formüller verilmiş, bu formüller nereden çıktı? Nasıl oldu? n sembolü de var, kafam iyice karıştı.

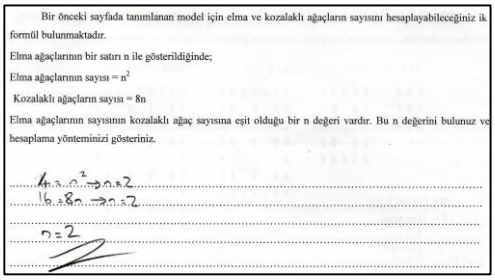
Bu öğrenciler bu problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkiler ile ilgili verilen cebirsel temsili anlamlı şekilde yorumlayamadıkları için bu problemi çözme sürecinde cebirsel manipülasyonlar yapamamışlardır. Örneğin Alara bu problemdeki cebirsel formülleri anlamsız bir şekilde yorumlamış olduğu için problemin çözümünü yanlış bulmuştur. Araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile Alara problemi yanlış çözdüğünü fark etmiştir.

Görüşmeci: Problemi nasıl çözdün?

Alara: n kare formülü verilmiş. n kare olduğu için üs 2 olarak verilmiş. Bu nedenle elmalar ve kozalaklar 2. aşamada eşitlenir (işlemler yapmış).

Görüşmeci: Peki yaptığın işlemlerde elmalar ve kozalakların sayısı ikinci aşamada nasıl eşit oldu?

Alara: Aaa hayır eşit olmuyor biri 4 biri 16 oluyor. Ben bu problemin çözümü nasıl yapılır bilmiyorum. Aklıma bir şey gelmiyor…


Bir önceki sayfada tanımlanan model için elma ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplayabileceğiniz iki formül bulunmaktadır.
Elma ağaçlarının bir satırı n ile gösterildiğinde;
Elma ağaçlarının sayısı = n^2
Kozalaklı ağaçların sayısı = 8n
Elma ağaçlarının sayısının kozalaklı ağaç sayısına eşit olduğu bir n değeri vardır. Bu n değerini bulunuz ve hesaplama yönteminizi gösteriniz.

Görsel 3.8. *Elmaların İkinci Alt Problemine İlişkin Alara'nın Çözümü*

Elmalar probleminin üçüncü sorusunda öğrencilerin problem bağlamındaki niceliklerin birlikte değişimini yorumlamaları, genellemeleri ve niceliklerin değişimini gerekçe sunarak açıklamaları beklenmektedir. Bu problem matematik okuryazarlığı kapsamında altıncı seviyede yer almaktadır.

Soru 4. 3: ELMALAR Çiftçinin çok daha büyük bir meyve bahçesi yapmak istediğini düşünün. Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağaçlarının sayısı mı, kozalaklı ağaçların sayısı mı daha fazla artar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu aşağıya yazarak anlatınız.

Şekil 3.6. *Elmalar Probleminin Üçüncü Sorusu*

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hiçbiri elmalar probleminin üçüncü alt sorusunu çözememiştir. Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkileri kurmak ya da niceliklerin değişimini analiz etmemişler; bu problemin bağlamını niceliksel anlam açısından ele almamışlardır. Bu öğrencilerden Bengü problem ile ilgili verilen diyagramın görünümünden yola çıkarak her zaman kozalak ağaçlarının sayısının elma ağaçlarının sayısından daha fazla olacağını savunmuştur.

Bengü: Her iki ağacın sayısı da artar. Ancak elma ağaçları ile kozalak ağaçlarının artışını karşılaştırdığımız zaman kozalak ağaçları elma ağaçlarına kıyasla daha fazla artmaktadır. Kozalak ağaçları bahçenin her tarafını kaplıyor. Ama elma ağaçları bahçenin sadece ortasında seyrek bir şekilde bulunuyor. Kozalaklar her zaman daha fazladır. Çünkü elmaların etrafını sarmaktadır.

Bu problemi Beste, Gökalp, İpek, Alara ve Alp ise problem bağlamındaki nicelikleri analiz etmeden, problem bağlamıyla ilgili olmayan basmakalıp ya da sıradan düşünceler ile gerekçe sundukları görülmüştür. Ayrıca bu katılımcılar bu gerekçelerini yakın adımlardaki elma ve kozalak ağaçlarının sayısını kıyaslayarak özel örnekler üzerinden genelleme yaparak gerekçelerini desteklemeye çalıştıkları ortaya çıkmıştır.

Görüşmeci: Problemi çözmek için ne düşünüyorsun?

İpek: Her iki ağacın sayısı da artar. Sonuçta bahçe büyüdükçe daha çok meyve ekilir. Meyve ekildikçe kozalak ağaçları da ekilir. Ama her zaman kozalaklar elmaların etrafını saracağı için kozalaklar elmalardan daha fazla olması gerekir. Bu nedenle kozalakların sayısı daha fazla artar. Ayrıca şu ana kadar yaptığım hesaplamalarda da hep kozalaklar elmalardan fazla oldu. Biraz önce doldurduğum tabloda her zaman kozalaklar elmalardan daha fazladır…

…

Görüşmeci: Hangi ağacın sayısı daha fazla artar?

Beste: Kozalaklı ağaçların sayısı daha fazla artar çünkü kozalaklı ağaçlar daha fazla dikiliyor.

Görüşmeci: Daha büyük bir bahçede kozalaklı ağaçların sayısının daha fazla artacağını nereden anladın?

Beste: Çünkü problemi okurken şunu fark ettim. Elma ağaçlarını rüzgâra karşı korumak için bahçenin her tarafına kozalaklı ağaçlar dikiliyormuş. Bu nedenle elmalara göre kozalaklı ağaçlar daha fazla artar. Çünkü rüzgâra karşı elma ağaçlarını korumak için daha çok kozalak ağaçları dikilmesi gerekir. Zaten tabloda da elmalar hep kozalaklardan daha fazladır.

…

Alp: Bence meyve bahçesi büyüdükçe hem elmalar hem de kozalaklar artar. Çünkü meyve bahçesinin büyüklüğü ile elma ve kozalaklar arasında doğru orantı vardır. Biri büyürse diğeri de büyür. Elmalar büyürse kozalaklar da büyür. Tabloya baktığımızda meyve bahçesi büyüdükçe elma ve kozalaklar da artıyor. Örneğin diyagram 1'de elma 1 ve kozalak 8; diyagram 2'de elma 4 ve kozalaklar 16 olmuş. Sürekli ağaçların sayısında bir artış var çünkü bahçe büyüyor.

Görüşmeci: Peki hangi ağacın sayısı daha fazla artar?

Bengü: Kozalaklı ağaçları daha fazla artar. Kozalak ağaçları elma ağaçlarını rüzgâra karşı korumak için daha sık ve çok dikilmesi gereklidir. Çünkü elmalı ağaçların etrafını kozalaklı ağaçlar sardığı için kozalaklı ağaçların sayısı daha fazladır.

Son olarak araştırmacı-öğretmen katılımcı öğrenciler pizza problemi ile ilgili soruyu sormuştur. Pizza problemi matematik okuryazarlığı kapsamında altıncı seviyede yer alıp öğrencilerin nicelikleri oluşturup, nicelikler arası ilişkiyi kurmada çarpımsal ilişki ya da oranı kullanmaları ve problemin çözümünü gerekçe sunarak açıklama yapmaları gerekmektedir.

Pizza problemi: Bir pizzacı aynı kalınlıkta farklı boyutta iki yuvarlak pizza sunmaktadır. Küçüğü 30 cm çapındadır ve maliyeti 30 zeddir. Büyüğü 40 cm çapındadır ve maliyeti 40 zeddir. (Açıklama: Zed ülkesinin para birimi zeddir).
Soru 1 : PİZZALAR
Hangi pizza maliyetine göre daha uygundur? Gerekçenizi belirtiniz.

Şekil 3.7. *Pizza Problemi*

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hiçbirisi pizzalar problemini çözememişlerdir. Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri belirleyip nicelikler arası ilişkileri kurmak yerine problem bağlamı ile ilgili olmayan basmakalıp ve sıradan düşünceler ile problem çözmeye ve gerekçe sunmaya çalışmışlardır. Örneğin, Beste, İpek ve Alp küçük pizzanın maliyetin daha uygun olduğunu sadece iki pizzanın fiyatının büyüklüğünü karşılaştırarak savunmuşlardır.

İpek: Küçük pizzanın maliyeti daha uygundur.

Görüşmeci: Neden?

İpek: Küçük pizza 30 zed büyük pizza 40 zedmiş. Büyük pizzaya göre küçük pizzanın fiyatı daha ucuz olduğu için daha maliyeti uygundur. Küçük pizzayı yersek daha az doyarız ama 10 zed cebimizde kalır ve kar etmiş oluruz.

…

Alp: Küçük pizzanın maliyeti daha uygundur.

Görüşmeci: Neden?

Alp: Daha çok tasarruf etmek istiyorsak daha az para harcamamız gerekir. Küçük pizza 30 zed büyük pizza 40 zed'miş. Büyük pizzaya göre küçük pizzanın fiyatı daha ucuzdur. Ucuz olan pizzayı alırsak 10 zed tasarruf ederiz, bu da bizim için daha karlıdır ve maliyeti daha uygundur. 30 cm'lik pizza daha ucuz olduğu için daha az para ödenmesi nedeniyle hem daha karlıdır hem de maliyeti daha uygundur. Gökalp, Alara ve Alp ise büyük pizzanın maliyetin daha uygun olduğunu problem ile alakası olmayan bakış açılarını öne sürerek iddialarını savunmuşlardır.

Gökalp: Büyük pizza daha karlı ve maliyeti daha uygundur… Çünkü büyüğü 40 cm çapındadır ve maliyeti 40 zed, küçük pizza ise 30 cm çapındadır ve maliyeti 30 zed'dir. Ben olsam küçük pizzaya vereceğim paranın biraz daha fazlasını veririm. 10 zed az bir para olduğu için biraz daha para verip daha büyük bir pizza alırım karnımı daha fazla doyurmuş olurum. Benim için daha iyi olur.

Alara: Bence küçük pizza daha az malzemesi ve daha küçük olduğu için maliyeti daha pahalıdır. Büyük pizza hem daha çok malzemeli ve daha büyük olduğu için maliyeti daha ucuzdur. Çünkü hem daha çok doyurucudur hem de büyük pizzanın parasının diğerinden fazla olması daha lezzetli ve daha kaliteli olduğunu gösterir. Herhangi bir şeyin fiyatının pahalı ise kaliteli ve değerli olduğunu gösterir.

Bengü: Büyük pizzanın maliyeti daha uygundur. Hem karnımız daha çok doyar. 10 zed daha fazla verip daha büyük pizza yiyebildiğimiz için büyüğünün maliyeti daha uygundur. 10 zed çok fazla bir para değildir, az para daha verip büyük bir pizza almak daha mantıklıdır. Hem de maliyetinin uygun olduğunu gösterir.

3.2. Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları

Araştırmacı-öğretmen katılımcılar ile öğretim deneyi sürecinin öğretim bölümleri başlamadan önce ön bilgi edinme görüşmesi gerçekleştirmiştir. Ön bilgi edinme görüşmesince araştırmacı-öğretmen öğrencilerin okul matematiği, matematik okuryazarlığı performansları, matematik başarısı, problem çözme sürecindeki yaklaşımları ile ilgili görüşlerini anlamayı amaçlamıştır. Bu amaçla araştırmacı-öğretmen ön klinik görüşmede öğrencilerin çözdüğü PISA kapsamındaki matematik okuryazarlığı problemleri ile ilgili düşüncelerini öğrenmeye çalışmıştır. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler (Beste, Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp) PISA

kapsamında çözdükleri problemler ile okul matematiğinde hiç karşılaşmadıklarını, bu problemleri çok farklı, değişik, karışık ve zor olduğuna inandıklarını belirtmişlerdir. Bu katılımcılar PISA kapsamında çözdükleri problemleri aşina olmamalarına rağmen, bu problemleri günlük hayattan, güzel, eğlenceli ve problem bağlamlarının daha çok açıklama içermesi açısından anlaşılır bulmuşlardır. Ayrıca bu öğrencilerden Gökalp, Alara, Bengü ve Alp ilk defa problem çözerken zevk aldıklarını ve bu problemlerin insanı kendine çektiğini belirtmişlerdir. Beste ise bu problemleri çözerken önemli bir iş yaptığını hissetmiş olup problemleri faydalı bulmuştur.

Görüşmeci: Bu çözdüğün problemler hakkında neler düşünüyorsun?

Beste: Bu problemler bana çok değişik geldi. Hayatımda hiç bu tarz problemler çözmedim. Sanki bu problemlerde kendimi daha büyük yaşta hissettim. Çünkü bu problemleri çözerken yorum yapıyorsun, düşünüyorsun ve düşünceni açıklıyorsun. Bu problemler hep günlük hayatla ilgili olduğu için sanki önemli bir iş yapıyormuşum gibi geldi.

Görüşmeci: Önemli bir iş yapıyormuş gibi hissetmek ile ne anlatmak istiyorsun?

Beste: Mesela döviz kuru problemimde paraları değiştiriyorsun, sos probleminde sos tarifi yapıyorsun. Bütün bunlar önemli bir iş yapıyormuşum gibi hissettirdi…

…

Görüşmeci: Bu problemler hakkında ne düşünüyorsun?

Gökalp: Bu çözdüğümüz problemler çok güzel. Çünkü insanı düşünmeye zorluyor ve öğrenmeye teşvik ediyor. Ben problemleri çözmek için çaba sarf ettim çünkü hoşuma gitti. Bu problemler çok farklı ve eğlenceli, insanda çözme isteği uyandırıyor. Normalde problem çözmeyi çok sevmem. Bu problemleri çözerken çok eğlendim ve bu problemleri eğlenceli buldum…

…

Görüşmeci: Bu problemler hakkında ne düşünüyorsun?

Alara: Bu problemlere benzer problemler ile hiç karşılaşmadım. İlk başta bu problemleri zor buldum. Ama daha sonra bunların kolay olduğunu anladım. Çünkü bana okuldaki öğrendiğim matematiksel konularla ilgili olmayan daha çok düşünme gerektiren problemler daha kolay geliyor. Problem çözmekten hiç zevk almam ama bu problemleri çözmek zevkliydi… Ben de şaşırdım açıkçası ilk defa problem çözerken sıkılmadım.

…

Görüşmeci: Bu problemler hakkında ne düşünüyorsun?

Bengü: Bu problemler çok farklı geldi hayatım boyunca ilk defa karşılaştım diyebilirim. Bu problemler çok farklı oldu için zor. Ama ben bu problemlerin çoğunu çözdüğümü düşünüyorum. Çünkü bu problemleri çözmek için hemen mantık yürütebildim…

Alp: Bu problemler çok değişik ve garip buldum, kolay gibi gözüküyorlar ama bu problemleri çözünce zor olduğunu fark ettim…

Araştırmacı-öğretmen bu öğrencilere PISA kapsamında çözdükleri problemlerden hangileri ile okulda ya da öğrenme yaşantısında karşılaştıklarını sormuştur. Bu öğrenciler

sadece basamak modeli, sos problemi ya da her iki probleme benzer problemleri okulda çözdüklerini belirtmelerine rağmen diğer problemlerin hiçbirisi ile karşılaşmadıklarını söylemişlerdir.

Görüşmeci: Bu çözdüğün problemlerden hangileri ile daha önceden karşılaşmış olabilirsin?

Beste: Okulda sos problemine benzer problemler çözüyoruz. Bir de okulda en çok basamak modeline benzer örüntü problemleri çözdük.

İpek: Sadece basamak modeli çok tanıdık geldi. Sos problemine benzer problemler çözüyorduk ama çözdüğümüz problemler bu kadar uzun ve anlaşılması zor değildi.

Alara: Basamak modeline benzer problemleri okulda çözdük. Sos problemine benzer problemler ile de okulda karşılaştım. Sos problemini kolay buldum.

Alp: Basamak modeline benzer problemleri okulda çözdük. Bu basamak modeli probleminin aynısı değil ama şekil örüntüsü problemlerini okulda hep çözüyoruz… Sadece basamak modeline benzer problemleri okulda çözdük… Bu problemlerden basamak modeli hariç hiçbiri ile okulda karşılaşmadık… Bu problemlere benzer hiçbir problemi okulda çözmedik.

Bu öğrencilerden İpek, Bengü ve Alp döviz kuru probleminin bu öğrencilerde çözme isteği uyandırmadığını problem bağlamındaki verilenlere (Güney Afrika, Singapur, Mei-Ling, Güney Afrika Randı, Singapur Doları) yabancı olduklarını ifade etmişlerdir.

İpek: İlk başta döviz kuru problemini görünce çok korktum ilk başta. Çünkü ömrü hayatım boyunca para, para hesaplamaları ile ilgilenmek istemiyorum. Üstelik virgül ile gösterilen sayılardan ömrü hayatım boyunca çok korkuyorum. Para çevirme, para işleri benden uzak olsun. Hiç sevmediğim konular bunlar… Döviz kuru problemlerine olan önyargımdan dolayı korkarak çözmeye başladım, anlayamadım problemi. İlk başta çözemedim zaten karışık geldi bana. Farklı ülkelerin paraları var, ismi garip bir öğrenci vardı problemde çok garip bir problemdi. Neden Türkiye ile ilgili problem çözmüyoruz diye düşündüm. Niye Singapur ve Güney Afrika ile ilgili problem çözmek zorundayız diye düşündüm.

Bengü: Döviz kuru problemi hiç ilgimi çekmedi. Garip bir problemdi. Mei-Ling ismini ilk defa duydum. Singapur ve Güney Afrika ile ilgili önceden hiçbir bilgim yoktu…

Alp: İlk başta problemleri okurken hiç bunları çözemeyeceğimi düşündüm. Çünkü hep matematik testi ya da problemi çözerken ilk başta çözemeyeceğimi yapamayacağımı düşünürüm. Ama sonradan çözdüğümüz problemlerin çok zor olmadığını anladım. Bu problemler başta gözüme zor gözüktü. Ayrıca, problemlerde kullanılan kelimelerde problem çözmemi etkiler. Örneğin, Mei-ling, Singapur, Güney Afrika, bu ülkelerin parası gözümü korkuttu, hem ilk defa karşılaştım hem de hiç tanıdık değildi. Ama daha sonra okuyup anlayınca döviz kuru problemlerinin zor olmadığını çözünce basit olduğunu gördüm. Bu problemler çok uzun, farklı şekiller, farklı hiç karşılaşmadığım kelimeler içerdiği için çözmeden önce gözüm korktu.

Ayrıca bu öğrencilerden Beste, Gökalp, Alara, Bengü ve Alp problem bağlamındaki cebirsel ifadeleri anlama, yorumlama, cebirsel ifadeleri kullanma ve cebirsel manipülasyon yapmada güçlük çektikleri için elmalar problemini çözemediklerini düşünmektedir.

Gökalp: Elmalar problemi ile ilgili formülleri hiç anlamadım. Çünkü benim matematiğim bu problemi çözmeye gücü yetmez. Tıkandım bu problemi çözemem. Karışık buldum.

Görüşmeci: Neden çözemezsin?

Gökalp: Çünkü kafam karıştı. Hem formüller var hem de elma ve kozalaklı ağaçların sayısının eşit olduğu bir n değerini bulmam gerekiyor. Formüller ve n ile arasında bir ilişki kuramadım. Benim matematik seviyem bu problemi çözmede yetersiz kalır. Ben denklemleri çözemiyorum. Formüllerin ve denklemlerin problemde ne anlatmak istediğini de anlayamıyorum…

…

Alara: Ben çözdüğümüz problemlerden elmalar probleminin ikinci sorusundaki elma ağaçlarının sayısının kozalaklı ağaç sayısına eşit olduğu bir n değeri vardır. Bu n değerini bulunuz cümlesini anlamada güçlük çektim, anlayamadım. Zaten ben denklem ve formüller ile ilgili problemleri çözemiyorum. Anlayamıyorum bu problemleri. Denklemler konusunda iyi değilim.

Alp: Elmaların ilk problemi basitti, ama ikinci ve üçüncü problemi çok farklı geldi hayatım boyunca ilk defa karşılaştım. Elmanın ikinci problemini çok zor buldum cebirsel ifadeler, eşitlik, n in farklı değerler alması kafamı karıştırdı…

Araştırmacı-öğretmen okuldaki matematik öğrenme ortamı ile ilgili bilgi edinmek amacıyla katılımcılara okulda çözdükleri problemler ve okul matematiği ile ilgili ne düşündüklerini sormuştur. Bu katılımcılar okul matematiğindeki öğrendikleri konuların ve çözdükleri problemlerin günlük hayatla ilişkili olmadığını, kural, işlem ve formülleri matematiksel konular ile ilgili problemleri çözebilmek için kullandıklarını belirtmişlerdir. Bu nedenle bu öğrencilerin hepsi PISA kapsamındaki problemlerin okul matematiğinde yapılan öğretim ve çözülen problemler ile ilgisi olmadığını düşünmektelerdir. Bu katılımcılar PISA kapsamındaki problemlerin günlük hayatla ilgili uzun bir hikâyesi olduğunu ve çözmek için muhakeme yapmaları gerektiğine inanmaktadır. Buna karşılık bu öğrenciler okul matematiğindeki problemleri çözebilmek için önceden problem tiplerini tanıma, yapılacak işlem ya da kullanılacak formül ve kuralın bilinmesi gerektiğine inanmaktadır. Bu öğrenciler ayrıca okul matematiğinin günlük hayatla ilişkili olmadığı için matematiğin günlük hayatta kullanılamayacağına ve yararlı bir bilim dalı olmadığını düşünmektelerdir.

Beste: Bu problemleri mantıksal buldum. Çünkü çok işlem yapmanızı gerektirmiyor. Bu problemler işlem yapmak yerine daha çok mantıksal olarak düşünüp problem çözmenizi gerektiriyor.

Görüşmeci: Okul matematiği ile bu problemleri nasıl karşılaştırırsın?

Beste: Okulda böyle, bu tarzda problem hiç çözmüyoruz.

Görüşmeci: Peki nasıl problemler çözüyorsunuz?

Beste: Mesela okulda karekök almasını öğreniyoruz. Üs almayı öğreniyoruz. Kareköklü sayılar ve üslü sayılarla uğraşıyoruz. İşlem yapıyoruz daha çok. Okuldaki çözdüğümüz problemleri daha zor buluyorum bu problemleri sevdim ama. Ama ben problem çözmenin zaten kendisini zor buluyorum.

…Okuldaki problemler de buradaki problemlerde mantık gerektiriyor ama okuldaki problemler ayrıca bazı bilgileri, kuralları ve formülleri ezberlemeni gerektiriyor. Örneğin, okuldaki üslü sayılar ile ilgili problemleri çözmek için üslü sayılarda çarpmanın kuralını ezberlemek zorundayız. Çünkü okuldaki problemleri çözebilmek için kuralları, formülleri ve işlemleri öğrenmemiz, bilmemiz gerekir.

…

Görüşmeci: Bu problemlerin okuldaki çözdüğünüz problemlerden farkı nedir?

Alp: Bu problemler okuldaki çözdüklerimizden çok farklı. Okulda çözdüğümüz problemlerde sahip olduğun matematik bilgine göre problemi çözebiliyorsun. Yani okul problemlerinde problem ile ilgili konuyu, bilgiyi, kuralı ve formülü biliyorsan çözebiliyorsun. Ama bu problemlerde problemim içinde bilgiler verilmiş, problem uzun uzadıya anlatılmış. Bu problemleri okuyup anlayınca içindeki bilgileri kullanınca çözebiliyorsun. Okuldaki problemleri ise kendi başına anlaman, hangi bilgiyi kullanacağını düşünmen ve bu bilgileri, kuralı ve formülü uygulaman gerekiyor. Hiçbir yardım yok ama bu problemleri okuyunca problemin kendisi zaten seni problemi çözmeye yönlendiriyor… Okulda matematik öğrenirken ya da problem çözerken günlük hayatla ilgili bilgiler öğrenmiyoruz. Daha çok işlem yapıyoruz, kural kullanıyoruz. Matematik ile uğraşırken günlük hayatı düşünmüyoruz. Ama bu problemler hep günlük hayatla ilgili ve bu problemleri çözerken matematiği kullanıyorsun. Çok farklı matematiğin günlük hayatta kullanmak garip bence, matematik bence hiçbir işe yaramaz neden öğreniyoruz bu dersi anlamıyorum… Ama elmalar probleminde bile çiftçi matematiği kullanması gerekiyor. Bu problemler matematiğin faydalı olduğunu gösteriyor.

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler PISA kapsamındaki problemleri çözüm sürecinde performansları düşük olmasına rağmen bu problemlerin çoğunu çözebildiklerine belirtmişlerdir. Bu nedenle bu öğrencilerin problem çözme sürecinde neleri yapıp neleri yapamadıklarını ele almadıkları ya da değerlendiremedikleri düşünülmüştür. Bu katılımcıların hepsi okul matematiğindeki başarılarını yetersiz bulmakta olup matematik derslerinde ve problem çözerken bunaldıklarını, gerildikleri ve mutsuz hissettiklerine inanmaktadırlar. Bu katılımcıların matematik problemlerini çözme konusunda kendilerine güven duymadığını söylenebilir. Ancak bu öğrenciler PISA kapsamındaki problemleri çözerken ilk defa eğlendiklerini belirtmişlerdir. Beste, Gökalp, İpek ve Bengü ise bu problemleri çözerken matematik ile uğraştıklarını unuttukları için bu problemlerin eğlenceli ve çözme hevesi verdiğini ifade etmişlerdir.

Görüşmeci: Okul matematiği ve okulda çözdüğünüz problemler hakkında ne düşünüyorsun?

Gökalp: Hayatımda ilk defa problem çözerken eğlendim. Okulda gördüğümüz matematiği ve çözdüğümüz problemi hiç eğlenceli bulmuyorum, zevk almıyorum. Matematik dersini normalde hiç sevmem. Matematik dersini dinlerken problem çözerken mutsuz hissederim ve kaygı yaşarım. Hemen matematik dersinin geçmesini isterim. Matematik başarım zaten iyi değil. Ama bu problemlerin biçimi, problemlerin günlük hayattan olması, sanki bu problemler çözerken insanı kendi içine çekiyor, problemle

o an bütünleşiyorsun. Bu problemleri okuyorsun, daha sonra anlamak için uğraşıyorsun, yorum yapıyorsun, düşünüyorsun ve çözüyorsun çok zevkliler.

Görüşmeci: Okuldaki çözdüğünüz problemler nasıl?

Gökalp: Örnekle açıklayayım. Okuldaki problemlerde örneğin bir üçgendeki x'in ne olduğu soruluyor. Bu tip problemlerde anlamayı gerektirecek bir şey yok ki. Sadece eğer kuralları, formülleri biliyorsan işlem yapıp bunları çözeceksin. Ben de zaten kural, formül ezberlemiyorum daha da kafamı karıştırıyor bunlar. Çok yapamıyorum okuldaki matematiği…Bu çözdüğümüz problemler okuldakilere göre daha açıklayıcı daha net ve daha güzel, günlük hayattan. Mesela okulda bir üçgenin kosinüsü veriliyor tanjantını bulmamızı isteniyor. Hiç çözmek istemiyorum bu nedenle bu tarz problemleri çok sıkıcılar. Ama bence kesinlikle bu çözdüğümüz problemler daha zevkli ilk defa problem çözerken zevk aldım. Bu problemlerin çoğunu çözebildim. Normalde matematik problemlerinin çoğunu çözemem ama bu problemlerin neredeyse tamamını yakınını çözebildim, çok farklı ve değişik olmalarına rağmen.

…

İpek: Okulda hiç bu tarz problemler çözmedik. Okulda hiç böyle problemler ile karşılaşmadım. Okulda daha çok işleme dayalı problemler çözüyoruz. Bu problemler okulda çözdüğümüz problemlerden hem daha zor hem de anlaşılması güç. Bu problemleri çözmek için hangi işlemi ya da kuralı kullanacağını önceden bilmiyorsun…

…

Görüşmeci: Okulda gördüğün matematik ile bu problemler hakkında ne düşünüyorsun?

Alara: Bu problemler çok daha kolay bence. Bu problemlerin önceden bilsen de bilmesen de düşününce çözebiliyorsun. Ama okuldaki çözdüğümüz problemlerde, sorulan problem ile ilgili matematiksel konuyu, formülü ve yapılacak işlemi bilmiyorsan çözemezsin… Bu problemler de matematik ile ilgili ama okulda gördüğümüz matematiksel konuları bilmeden de çözülebiliyor. Okulda gördüğüm matematikte örneğin trigonometri probleminde sinüsün karşı bölü hipotenüs olduğunu bilmezsek çözemiyoruz. Bu problemlerin önceden bilsek de bilmesek de biraz düşünüp, mantık yürütünce çözebiliyorsun.

…

Bengü: Okulda çözdüğümüz problemler ile bu problemler birbirlerinden çok farklılar. Çok farklı bu problemler, çok eğlenceli ama mantık kurup çözebiliyorsun. Okulda daha çok işlem yapıyoruz, kural, formülleri ezberleyip problemleri çözüyoruz. Ama bu problemler çok farklı, çok değişik ve güzel sanki matematik çözdüğümü bana unutturdu. Hem matematik çözdüm, hem de eğlendim. Hem de bana matematikle uğraşmıyormuşum gibi geldi bu da beni rahatlattı. Okulda matematik dersini dinlerken ya da problem çözerken geriliyorum ama bu problemler ile uğraşmak istedim, çözmek istedim. Mutlu hissettim ilk defa… Matematikte iyi değilim çoğu problemi çözemiyorum. Ama bu problemleri çözmek istedim ve çözebildim de…

Bu katılımcılardan araştırmacı-öğretmen herhangi bir problem çözerken neler yapılması gerektiğini belirtmelerini istemiştir. Bu öğrencilerin hepsi matematik problemi çözerken ilk önce problemin türüne göre hangi formül, kural ya da işlem kullanmaları gerektiğini hatırlamak zorunda olduğuna inanmaktadırlar. Bu katılımcılar problemleri

çözmek için problemdeki sayıları odaklanarak hemen işlem yapmaları gerektiğini düşünmektedirler. Bu öğrencilerden Gökalp, İpek ve Bengü ise bir problemi çözmek için hemen işlem yapmanın faydalı olduğuna inanmaktadırlar. Çünkü bu öğrencilere göre bir problemi okuyup anlamaya çalışmak kafa karıştırıcıdır.

Görüşmeci: Matematik ile ilgili bir problemi nasıl çözersin?

İpek: İlk önce problem türüne bakarım. Problemin türüne göre hemen işlem yaparım ya da kural kullanırım… Problemde verilenler sayılar neler? Problemi çözmek için hangi işlemi yapmalıyım bunları düşünürüm…

Bengü: Bir problemi çözmek için hemen hangi işlemi yapacağımı düşünürüm. Bu nedenle problemde verilen sayılara bakarım. Problemin hangi tip olduğuna da anlamaya çalışırım. Problem tipine göre hangi işlem yapmam gerektiğini anlamaya çalışırım. Ben bir problemi çözerken hemen işlem yapmaya çalışıyorum. Çünkü problemi okuyunca kafam dağılıyor, hangi işlemi yapacağımı ve problemin hangi konu ile ilgili olduğunu unutuyorum. Bu nedenle problemi anlamaya çalışınca kafam karışıyor hemen problemle ilgili işlem yapmak istiyorum…

3.3. Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Klinik Görüşme Bulguları

Araştırmacı-öğretmenin orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen Simge, Nehir, Sarp, Okan, Gül, Mert ve Nejla yaptığı ön görüşmelerdeki her bir problemi çözme süreci bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Bu katılımcılar döviz kuru problemi ile ilgili iki sorusunu çözerken problem bağlamındaki verilenleri analiz etmek yerine hemen strateji seçmeye yöneldikleri görülmüştür. Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri yorumlarken sadece niceliklere ait sayıları ifade ettikleri, niceliklerin birimlerini ya da ölçülebilen özelliklerini genellikle göz ardı ettikleri ortaya çıkmıştır. Araştırmacı-öğretmen bu öğrencileri problem bağlamını betimlemeye yönlendirmesine rağmen bu öğrenciler problem bağlamındaki sayılara odaklanarak problemin çözümü ile ilgili kullanmayı düşündükleri stratejiyi anlatmışlardır.

Görüşmeci: Bu problemden ne anladın?

Sarp: Mei-Ling'in üç bin Singapur Doları varmış. Bu parayı Güney Afrika Randına çevirmiş. Burada bir Singapur Doları 4,2 gara çevrildiğine göre 3000 ile 4,2 çarptığımda para çevirme işlemini yapmış olurum…

Gül: 1 Singapur Doları 4,2 GAR ise 3000 SGD'nin ne kadar para olduğunu bulmak için 3000 ile 4,2'yi çarparım...

Döviz kuru probleminin her iki sorusunu da bu öğrencilerin hepsi yönlendirmesiz çözebilmiş ve tam puan almışlardır. Bu öğrencilerin Okan haricinde diğerleri problem bağlamındaki nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiden yararlanarak döviz kuru

problemini çözmüşlerdir. Bu öğrenciler ilk problemi çözerken problem bağlamında verilen nicelikler arasında ilişki arama stratejisini kullanmışlardır. Okan ise bu problemi orantı kurarak çözmüştür. Bu öğrencilerden Gül haricinde hepsi problemin çözümü ile ilgili buldukları sayısal değerin birimini yazılı olarak gösterme ihtiyacı duymamışlardır.

Görüşmeci: Problemi çözme sürecinde nasıl bir yol izledin?

Nejla: 3000 ile 4,2'i çaptım.

Görüşmeci: Neden?

Nejla: Çünkü 1 SGD 4,2 GARa eşit ise 3000 SGD'nin ne kadar paraya eşit olduğunu bulmak için problemde verilen ilişkiyi kullanmalıyım.

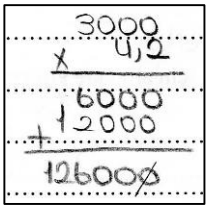
Görüşmeci: Problemde verilen ilişki nedir?

Nejla: 1 SGD'nin 4 GAR olduğunu gösteren eşitlik para ilişkisidir Bu problemi çözebilmek için Mei-Ling'in parası ve döviz kuru ilişkinin önemli olduğunu düşünüyorum. Bu nedenle 3000 ile 4,2 i çaptım ve böylece 3000 Singapur Dolarının neye eşit olduğunu bulmuş oldum…

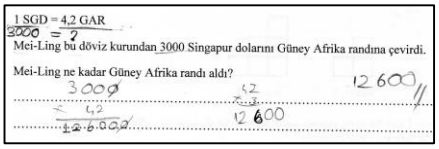
...

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

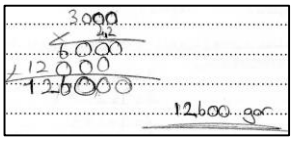
Mert: 1 SGD yerine 3000 Singapur Dolarını düşündüm. 1 SGD 4, 2 GAR olduğuna göre 3000 SGD 4,2'nin 3000 katı olur 3000 ile 4,2'yi çarptım 12600 buldum…



Görsel 3.9. *Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Nehir'in Çözümü*



Görsel 3.10. *Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü*



Görsel 3.11. *Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Gül'ün Çözümü*

Bu katılımcılardan döviz kuru probleminin ikinci sorusunu Nehir, Sarp ve Mert ters işlem kuralı ile çözerken, Okan orantı kurma kuralını kullanarak çözmüştür. Diğer öğrenciler (Simge, Gül ve Nejla) ise bu soruyu problem bağlamındaki çarpımsal açıdan nicelikler arası ilişkiyi kullanarak çözmüştür.

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Sarp: Bu problemde Güney Afrika Rand'ını Singapur Dolarına çevirmem gerekiyor. Bir önceki problemde Singapur Doları Güney Afrika Rand'ına çevirmiştim ve çarpma işlemi kullanmıştım. Şimdi bu problemi çözmek için ters işlem kuralını uygulayacağım. Bu nedenle bu problemi çözmek için çarpma işleminin tersi bölmeyi kullanmam gerekir. 3900'ü 4'e böldüm ve 975 buldum…

…

Görüşmeci: Problem ile ilgili ne düşünüyorsun?

Mert: Bu problemde az önce çözdüğüm problemdeki durumun tam tersi söz konusudur.

Görüşmeci: Ne anlatmak istiyorsun?

Mert: Az önce çözdüğüm problemde Mei-Ling SGD'yi GAR'a çeviriyordu. Şimdi ise GAR'ı SGD'ye çeviriyor. Az önce çözdüğüm problemde çarpma işlemi yapmıştım. Şimdi ise ters işlem kuralını düşünerek tam tersi işlemi yapmam gerekir, bu nedenle bölme yaptım. 3900'u dörde bölünce 975 buldum.

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hiçbiri bu problemin çözümüne ilişkin buldukları sayısal değerle ilgili niceliğin birimini yazılı olarak göstermişlerdir. Bu katılımcılar ile döviz kuru problemlerinin çözüm süreci tartışıldıktan sonra araştırmacı-öğretmen üç ay sonraki döviz kuru işlemlerine göre hangi para biriminin daha değerli olduğunu açıklamalarını istemiştir. Bu öğrencilerden Simge, Nehir, Sarp ve Okan günlük hayattaki deneyimlerinden yola çıkarak özel örnekler üzerinden Singapur Dolarının Güney Afrika Rand'ından daha değerli olduğuna ilişkin gerekçe sunmuşlardır.

Görüşmeci: Peki, üç ay sonraki döviz kuru işlemlerine göre hangi para biriminin daha değerlidir?

Nehir: Singapur doları daha değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

Nehir: Çünkü 1 SGD 4 GAR'mış. Singapur doları daha değerlidir. Çünkü daha az miktardaki bir Singapur Doları Güney Afrika parasına göre daha fazla para miktarını gösteriyor, aynı dolar ile Türk lirası gibi. Mesela 1 lira 1 lira değerinde, 1 dolar ise 2,5 gibi şuan 2,50-2,55 değerinde değişiyor. İkisi de madeni para ama dolar daha değerli ve daha çok para ediyor.

…

Görüşmeci: Hangi para daha değerlidir?

Okan: SGD daha değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

Okan: Çünkü 1 SGD 4 GAR'a eşittir. Günlük hayattan örnek verirsem, 1 Singapur Doları ile daha büyük ve dolu bir su şişesi alabilirken, 1 Gar ile küçük ve dolu bir su şişesi alabilirim…

Gül, Mert ve Nejla ise araştırmacı-öğretmenin döviz kuru ile ilgili bu sorusunu nicelikler arasındaki ilişkiyi örnekle açıklayarak gerekçe sunmaya çalışmışlardır. Ancak bu süreçte orta niceliksel muhakeme becerisine sahip öğrenciler nicelikleri eksik bir şekilde ifade ettikleri ve kullandıkları için gerekçeleri ikna etme açısından yeterli olmadığı düşünülmüştür.

Görüşmeci: Peki, üç ay sonraki döviz kuru işlemlerine göre hangi para biriminin daha değerlidir?

Gül: Singapur doları daha değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

Gül: Çünkü İlk problemde 3000 karşılık 12600 vardı. İkinci problemde 3900 karşılık 975 vardı…

…

Nejla: SGD daha değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

Nejla: 3900 para 975 Singapur parasına eşitmiş. Bu da demek oluyor ki SGD daha değerlidir.

Sos problemini orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi çözebilmiştir. Bu öğrencilerden Simge, Sarp, Gül ve Nejla sos problemini betimlerken aynı zamanda bu problemi çözmek için kullanacağı strateji açıklamaya çalışmışlardır.

Sarp: (Problemi okuyor ve hemen yapacağı çözümü anlatmaya çalışıyor). 100 ml'nin içinde 60 ml'miş. 100 de 60 ise 150 de kaç olduğunu gösteren orantı kurarak bu problemi çözebilirim.

Görüşmeci: Bana ilk önce problemi anlatmanı istiyorum. Problemin çözümünü daha sonra anlatmalısın.

Sarp: Bu problemde 100 ml'lik tarifi verilmiş. Bu 100 ml tarifin içerisinde 60 ml salata yağı, sirke 30 ml ve soya sosu 10 ml'miş. Burada salata sosunun 150 ml'si için kaç mililitre salata yağı gerektiği isteniyor (problemi hikâyeleştiriyor).

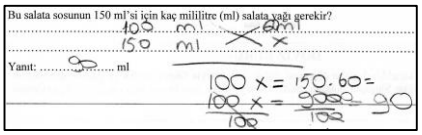
Görüşmeci: Bu problemi çözmek için nasıl bir yol izledin?

Sarp: Bu problem oran-orantı kurarak çözmeyi denedim. 100'de 60 ise 150'de kaç olduğunu gösteren bir orantı kurdum. İçler dışlar çarpımını kullanarak 90 buldum.

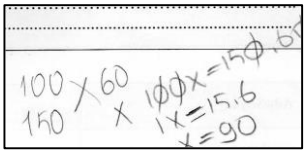
Bu katılımcılardan Simge, Nehir, Sarp ve Okan orantı kurma kuralını kullanarak sos problemi çözerken, Gül ve Nejla problemde verilen nicelikler arası ilişki arama stratejisini kullanarak iki nicelik arasında çarpımsal olarak karşılaştırma yapmış ve problemi çözmüştür. Sos probleminin çözümünde Mert ise sistematik deneme yanılma stratejisini kullanmıştır.

Görüşmeci: Problemi çözmek için ne yapmayı düşünüyorsun?

Okan: Salata yağı 100'de 60 ise 150'de kaç olduğunu gösteren bir orantı kurdum. İşlemleri yaptım ve 90 buldum.



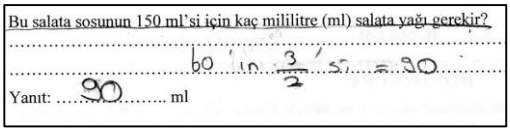
Görsel 3.12. *Sos Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü*



Görsel 3.13. *Sos Problemine İlişkin Nehir'in Çözümü*

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Gül: Ben burada 150'nin 100'un kaç katı olduğunu buldum(işlem yapıyor). Salata sosu $\frac{3}{2}$ kat büyürse salata yağı da $\frac{3}{2}$ kat büyür. Ben de 60'ın $\frac{3}{2}$'ini hesapladım ve sonucu 90 buldum.



Görsel 3.14. *Sos Problemine İlişkin Gül'ün Çözümü*

Görüşmeci: Problem çözerken nasıl bir yol izledin?

Mert: Ben bu problemi zihinden çözdüm, işlem yapmadım.

Görüşmeci: Nasıl zihinden yaptın?

Mert: İlk başta salata sosunun içindekileri 2 ile çarptım 120, 60 ve 20 değerlerini buldum. Bu değerlerin toplamı 150'yi geçtiği için bu yaptığım çözümün doğru olmadığını fark ettim. Sonra salata sosunun içindekileri 1 ile çarptım. Bulduğum değerlerin toplam problemde verilen değer 100 oldu. O zaman salata sosunun içindekileri 1 ile 2 arasındaki bir sayı ile çarpmam gerektiğini düşündüm her birini 1,5 ile çarptım. Salata sosunun içindekileri 1,5 ile çapınca 90, 45 ve 15 değerlerini buldum. Bu değerleri topladığımda 150 buldum. Böylece salata yağının 90 olduğunu bulmuş oldum.

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler problemin çözümünü sözlü olarak anlatırken niceliklerin sadece sayılarına odaklanmışlar, niceliklerin ölçülebilen özelliği ve birimini ifade etmeyi genellikle göz ardı ettikleri görülmüştür. Bu öğrencilerden sadece Simge kurduğu orantıdaki sayılarla ilgili problem

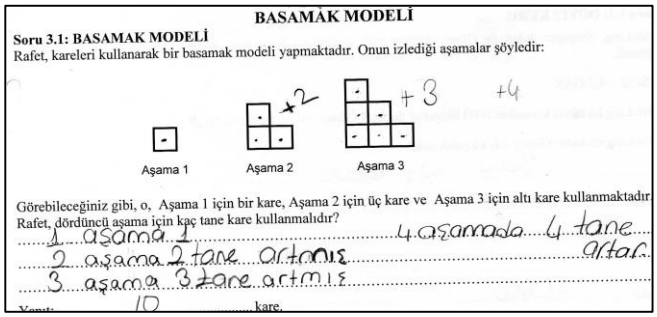
bağlamındaki niceliklerin birimini yazılı olarak göstermesine rağmen bu sayılara ilgili olan nesneyi göstermemiştir. Diğer öğrenciler ise çözümlerinde sadece sayıları kullanmış olup bu sayıların hangi nicelikle ilgili olduğunu gösteren nesne ve nesnenin ölçülebilen özelliğini ortaya koymamışlardır.

Basamak modeli problemini orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi tam puan alarak çözmüşlerdir. Bu öğrencilerden Simge, Okan, Gül yinelemeli (recursive) yaklaşımı kullanırken, Nehir, Sarp, Mert ve Nejla çözerken yinelemeli yaklaşım altında görsel strateji kullanarak yakın adıma ilişkin terim sayısını bulmuşlardır. Bu öğrenciler problem bağlamında bağımlı değişken olan toplam basamak sayısının artış miktarına odaklandıkları, problem bağlamındaki adım sayısına ilişkin niceliği, nicelikler ile ilgili nesneyi ya da niceliğin ölçülebilen özelliğini ifade etmeyi genellikle göz ardı ettikleri görülmüştür.

Görüşmeci: Nasıl bir yol izledin problemi çözerken?

Simge: Fraktal gibi düşünürdüm. 1'de 1, 2'de 3, 3'te 6 olmuş. Şimdi aşamalar arasındaki artışı bulacağım. 1. aşamadan 2. aşamada geçerken 2 tane artmış, 2. aşamadan 3. aşamada geçerken 3tane artmış. Bu nedenle 3. aşamadan 4. aşamada geçerken 4 tane artması gerekir. Sonra basamak modeli 5, 6, 7 ve artarak devam edecek. 4.aşamada 6'ya 4 eklersem 10 kare olur.

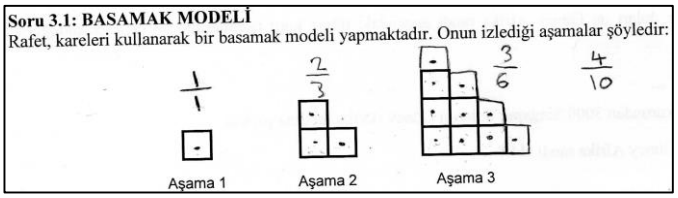
Okan: Birinci ve ikinci aşama arasındaki fark +2 ikinci ve üçüncü aşama arasındaki fark +3, o zaman üçüncü ve dördüncü aşama arasındaki fark + 4 olur. 6'ya 4 ekledim 10 buldum. Dördüncü aşamada on kare vardır…



Görsel 3.15. *Basamak Modeli Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü*

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Nejla: 1. aşamada 1 tane var. Rafet 2. aşamayı yapmak için 1 tane karenin sağına üstüne birer kare daha eklemiş. 3. aşamada da 2. aşamanın sağına ve her sütünün üstüne birer tane kare daha eklenmiş. 4. aşamada da 3. aşamanın sağına ve her sütünün üstüne birer tane kare daha eklenmesi gerekir. Ben de 4. aşama için eklenmesi gereken bu kareleri 3. aşamaya ekledim (çiziyor). Kareleri sayınca 10 buldum.



Görsel 3.16. *Basamak Modeli Problemine İlişkin Sarp'ın Çözümü*

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden Sarp, Okan ve Mert uzak aşamalardaki basamak modelini oluşturmada Rafet'in toplam kaç tane kare kullanacağını bulmak için öncelikle problem bağlamıyla ilgili olmayan cebirsel kuralı geri çağırarak genelleme yapmaya çalışmış ve başarılı olamamıştır.

Sarp: İlk aşamada bir kare ikinci aşamada üç kare üçüncü aşamada altı kare var. Aşamaların arasında herhangi bir kat ilişkisi olduğunu göremedim. Bu bir aritmetik dizide değil çünkü aynı sayıda (miktarda demek istiyor) bir artış yok. Bu örüntüdeki aşamalar arasındaki artış 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ve artarak devam ediyor. Bu örüntü + 1 artarak gittiğine göre kural 2n-1 olur. Deneyeceğim. 1 aşamada 2 çarpı 1 eksi 1 eşittir 2, 2. aşamada 2 çarpı 2 eksi 1 eşittir 3, 3. aşamada 2 çarpı 3 eksi 1 eşittir 5 ama 1. aşamada 1, 2. aşamada 3 ve 3. aşamada 6 olması gerekirdi. O zaman bu örüntünün kural 2n-1 değil (sessizlik)…

Daha sonra Sarp, Okan ve Mert aşama sayısı ile bu aşamadaki toplam kare sayının artış miktarı arasında ilişki kurabilmişlerdir. Diğer öğrencilerden Simge, Nehir, Gül ve Nejla ise ilk önce bu ilişkiyi kurmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu katılımcıların hepsi Rafet'in toplam kaç tane kare kullanacağını bulamamış olmalarına rağmen aşama sayısı ile bağımlı değişken olan toplam kare sayısının artış miktarı arasında ilişki kurabilmişlerdir. Bunun nedeni öğrencilerin bağımsız ve bağımlı değişken arasındaki ilişkiye odaklanmak yerine ardışık terimler arasındaki artış miktarına odaklanmaları ile ilişkilendirilebilir.

Görüşmeci: Rafet 200. aşamada kaç tane kare kullanması gerekirdi?

Simge: 200'üncü aşamadaki kareleri bulmak için kaçıncı aşama olduğu ile artış sayısı arasındaki ilişkiden yararlanırdım.

Görüşmeci: Ne demek istiyorsun?

Simge: Aşama 2'de + 2 artmış, aşama 3 de artı 3, aşama 4 te +4 artacaktır. Bu nedenle aşama ile artış sayısı arasında bir ilişki var. 200. Aşamada 201 kare olur.

Görüşmeci: Neden?

Simge: Hayır 200. aşamada 201 kare olmaz. 200. aşamada +200 artar ve 200 kare daha eklemem gerekir. Ama 199. Aşamadaki kaç kare olduğunu bilmediğim için bunun neyin üzerine eklenmesi gerektiğini bulamadım. Bilmiyorum neyin üzerine 200 eklemek gerektiğini…

…

Görüşmeci: Rafet 200. aşamada kaç tane kare kullanması gerekirdi?

Gül: Öğretmenim, 2. aşamaya geçerken 2 kare eklenmiş, 3. aşamaya geçerken 3 kare eklenmiş, 4. aşamaya geçerken 4 ve böyle devam edecek. 200. aşamada kaç tane kare kullanılmasını bulmak için şunu yapardım. Her zaman hangi aşamadaki kareleri bulmak istediğimizde o aşamadaki kadar kare eklediğimiz fark ettim. 200. Aşamada 206 kare vardır.

Görüşmeci: Neden?

Gül: Önceden 6 kare vardı. 200 daha ekledim 206 kare oldu…

Problem bağlamındaki şekil örüntüsünde yer alan niceliklerin yakın adımlar için değişimini tabloyu doldurarak göstermeyi amaçlayan elmalar probleminin ilk sorusunda orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi tam puan almışlardır. Bu problemdeki tabloyu doldurmada Simge, Sarp, Okan, Gül ve Mert yinelemeli (recursive) yaklaşımı, Nehir ve Nejla ise yinelemeli yaklaşım altında görsel strateji kullanmışlardır. Bu öğrenciler problem bağlamındaki diyagram numarası ve terim sayısına (toplam ağaç sayısı) odaklanmak yerine öncelikle problem bağlamındaki ağaçların sayılarına odaklanmışlardır. Bu nedenle ardışık terim farkından yararlanarak tabloyu doldurmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Ayrıca bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri betimlerken nicelikler ile ilgili nesneleri ve ölçülebilen özelliklerini eksik kullandıkları ya da ifade etmedikleri görülmüştür.

Görüşmeci: Tabloyu nasıl doldurdun?

Okan: 1. aşamada 1 elma ve 8 kozalak var. 2. diyagramda da 4 elma ve 16 kozalak var.

Görüşmeci: Bu değerleri nasıl buldun?

Okan: Sayarak buldum. Zaten diyagramlardaki ağaçlar görsel olarak verildiği için sayarak kaç tane olduklarını hesaplayabiliyorsun. 3. diyagramda da 9 elma ve 24 kozalak var. Elmaları ve kozalakları yine sayarak buldum. 4. diyagramda 16 elma ve 32 kozalak var. Bu değerleri yine sayarak buldum.

Görüşmeci: 5. diyagramla ilgili elma ve kozalaklı ağaçların sayısı problem bağlamında verilmemiş. Sen 5. diyagramdaki elma ağaçları ve kozalaklı ağaçların sayısını nasıl buldun?

Okan: Elmalar 1'den 4'e 3 tane artmış, 4'ten 9'a 5 tane artmış, 9'dan 16'a 7 tane artmış, Bu elmalar 3, 5, 7 hep tek sayı düzeninde artış göstermiş. Bu durumda 5. Adımdaki elmalar 9 tane artacağı için 16'ya 9 ekledim ve 25 buldum. Kozalaklar ise 8'den 16'ya 8 artmış, 16'dan 24'e 8 artmış, 24'ten 32'e 8 artmış. Kozalak ağaçları da hep sekizer sekizer attığından 32'ye 8 ekledim 40 buldum…

…

Görüşmeci: Tabloyu nasıl doldurdun?

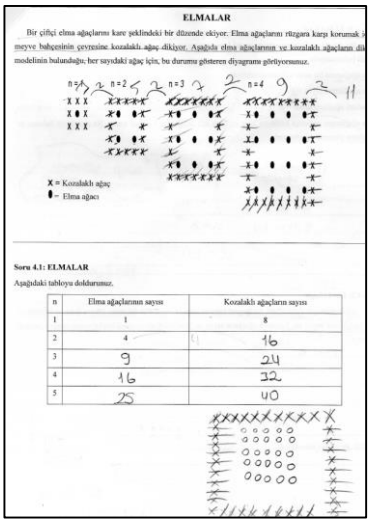
Nehir: 1. Şekilde 1 elma ve 8 kozalak dikilmiş. 2. şekilde 4 elma ve 16 kozalak dikilmiş. 3. Şekilde ise 9 elma ve 24 kozalak dikilmiş.

Görüşmeci: 3. diyagrama kadarki elma ve kozalaklı ağaçların sayısını nasıl buldun?

Nehir: Sayarak buldum. 4. şekilde de 16 elma ve 32 kozalak vardır. Elmaları ve kozalakları yine sayarak buldum.

Görüşmeci: Peki, 5. satırda oluşan çiftliğin şekli verilmemiş. 5. Satırda oluşsan çiftlikteki elma ve kozalaklı ağaç sayısını nasıl hesapladın?

Nehir: 5. Satırdaki elma ve kozalakların sayısını bulabilmek için şekil çizdim. Hem de elmaların ve kozalakların her bir satırdaki artış miktarına baktım. Kozalaklar bir diyagramdan diğer ardışık diyagrama geçerken her bir satırı +2 (her bir satırındaki kozalaklı ağaç sayısı ikişer artarı kast ediyor) artıyor. Elmalar ise her bir satırı +1 (her bir satırındaki elma ağacı sayısı birer artar) artıyor ve aynı sayıda bir satır (her bir satırdaki elma ağacı sayısını kast ediyor) daha ekleniyor (şekil çiziyor). 5. diyagramda kozalakların her bir satırı ikişer artacağından 11 olur, kozalaklar toplamda 11 çarpı 4 eşittir 44 eksi dört 40 tane olur. 5. diyagramda kozalakların her bir satırı birer artacağından her bir satırda 5 elma olur ve satırda bir artacağından 4 iken 5 olur. 5. diyagramda 5 kere 5 eşittir 25 elma olur.


ELMALAR

Bir çiftçi elma ağaçlarını kare şeklindeki bir düzende ekiyor. Elma ağaçlarını rüzgara karşı korumak için meyve bahçesinin çevresine kozalaklı ağaç dikiyor. Aşağıda elma ağaçlarının ve kozalaklı ağaçların dikildiği modelinin bulunduğu; her sayıdaki ağaç için, bu durumu gösteren diyagramı görüyorsunuz.

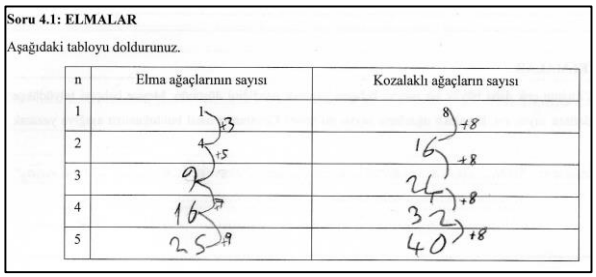
X = Kozalaklı ağaç
● = Elma ağacı

Soru 4.1: ELMALAR

Aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

n	Elma ağaçlarının sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Görsel 3.17. *Elmaların İlk Alt Problemine İlişkin Nehir'in Çözümü*


Soru 4.1: ELMALAR

Aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

n	Elma ağaçlarının sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Görsel 3.18. *Elmaların İlk Alt Problemine İlişkin Sarp'ın Çözümü*

Elmalar probleminin ikinci sorusunda orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Simge, Nehir, Sarp, Okan ve Mine) satır sayına göre elma ağaçlarının sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısına ilişkin verilen eşitliği ya da formülü doldurdukları tablodaki sayısal değerleri temel alarak yorumlamışlardır. Bu öğrenciler

problemde verilen formülleri problem bağlamındaki niceliklerin anlamı açısından ele almak yerine sayısal değerlere odaklanarak formüllerin doğru olup olmadığı açıklamaya çalıştıkları ortaya çıkmıştır.

Görüşmeci: Bu problemde verilen formüller hakkında neler söyleyebilirsin?

Simge: Elma ağaçlarının sayısını bulmak için n^2 formülünü kullanılıyormuş. Kozalaklı ağaçların sayısı için de 8n formülü kullanılıyormuş…(sessizlik). Bu formülleri biraz önce doldurduğum tabloya göre yorumlayacağım. Kozalaklı ağaçlar için n yerine 1, 2, 3 koyduğumda kozalak ağaçları 8, 16 ve 24 oluyor. Ben de kozalak ağaçlarının sekizer sekizer arttığını bulmuştum. O zaman bu formülde (8n) kozalaklı ağaçları veriyor. Elma ağaçlarına bakayım tabloya göre elma ağaçları 1, 4, 9, 16, 25'ti. Elma ağaçları ile ilgili n^2 formülü verilmişti. n yerine 1, 2, 3, 4 ve 5 verdiğimde 1, 4, 9, 16, 25 oluyor. O zaman bu formülde (n^2) elma ağaçlarını veriyor. Bu formüller doğru verilmiş…

…

Görüşmeci: Elma ağaçlarının sayısı = n^2 ; Kozalaklı ağaçların sayısı = 8n ifadelerinden ne anlıyorsun?

Gül: Örneğin n yerine 6 koyalım, elmalar 6'nın karesi 36 oluyorken kozalaklar 8'in 6 katı 48 oluyormuş. Görüşmeci: 6. diyagramda kaç tane elma ağacı ve kozalaklı ağaç vardır?

Gül: (bir önceki soruda doldurduğu tabloya bakıyor). 5. aşamada elmalar 25'ti 25'e 11 ekledim, 36 tane elma oldu. Beşinci aşamada kozalaklar 40'tı ve 40'a 8 ekledim 48 kozalak oldu. Aaa bu formülleri kullanarak 6. diyagramdaki (satırda) ağaçları bulmuştum biraz önce. n 6 olduğunda elmalar için 6'nın karesi 36 kozalaklar için 6 kere 8 48 olmuştu. Ben de 6. Aşamada elmaları 36 ve kozalakları 48 bulmuştum. O zaman bu formüller kısa yoldan elma ve kozalak ağaçlarını bulmamıza sağlıyor (Gülüyor).

Bu katılımcılar bu sorudaki cebirsel formülleri problem bağlamındaki niceliklerin anlamı açısından yorumlamadıkları için cebirsel stratejiler kullanamamışlardır. Bu nedenle bu öğrencilerin bu soruyu deneme yanılma stratejisi çözdüğü görülmüştür. Bu katılımcılar matematik okuryazarlığı değerlendirmesi kapsamında bu soruyu cebirsel muhakeme yaparak cebirsel yöntemler ile çözemedikleri için kısmi puan almışlardır.

Görüşmeci: Bu problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Nejla: Sayıları deneyerek bir çözüm bulmaya çalıştım.

Görüşmeci: Nasıl sayıları denedin anlatır mısın?

Nejla: 1'den itibaren 8'e kadar denedim. 5. satırda elmalar 25, kozalaklar 40 taneydi, 6. Satırda elmalar 36, kozalaklar 48'di, 7. satırda, 49 elma, 56 kozalak oldu yine eşitlenmedi. 8 satırda elmalar 64 ve kozalaklar da 64 oluyor, eşitlik sağlandı.

Görüşmeci: Başka bir yol ile çözebilir misin?

Nejla: Yok, çözemem başka yol aklıma gelmiyor.

…

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Sarp: Deneyerek buldum ben hangi sayıda elma ve kozalakların eşitlendiğini. n = 8 olsa (yazıyor 8'in karesi = 64 8.8 =64 oluyor) elmalar ve kozalaklar n 8 olduğunda eşitleniyor ve 64 oluyor.

Görüşmeci: Deneme yolunu kullanmadan bu problemi nasıl çözersin?

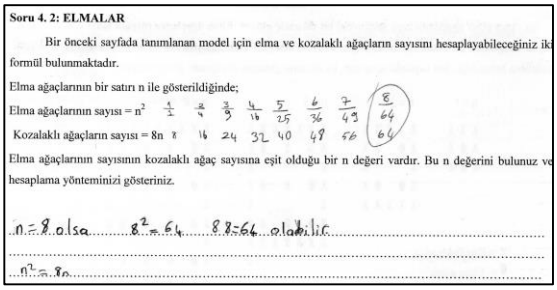
Sarp: bu problem deneme yapılmadan da çözülebilir. Tabloyu doldurarak da n yerine değer vermeden 8. satırda elmaların ve kozalakların eşitlendiğini bulabilirdik.

Görüşmeci: Elma ağaçlarının sayısının kozalaklı ağaç sayısına eşit olduğunu gösteren bir cebirsel ifade yazabilir misin?

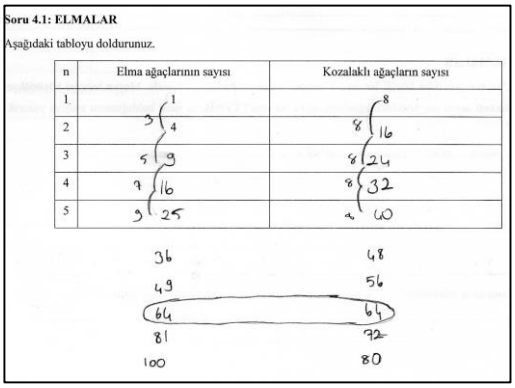
Sarp: $n^2 = 8n$ yazıyor.

Görüşmeci: Sen bu eşitliği (denklemi) çözebilir misin?

Sarp: Ben sadece n yerine sayı vererek bu denklemi çözebilirim. n yerine sayı vermeden bu denklemi çözemem.



Görsel 3.19. *Elmalar İkinci Alt Problemine İlişkin Mert'in Çözümü*



Görsel 3.20. *Elmalar İkinci Alt Problemine İlişkin Nejla'nın Çözümü*

Orta niceliksel muhakemeye sahip öğrencilerden hepsi elmalar probleminin üçüncü sorusundan sıfır puan almışlardır. Bu sorunun çözüm sürecinde bu öğrencilerden Simge, Nehir, Sarp, Gül ve Nejla yakın adımlardaki elma ve kozalak ağacı sayısından yola çıkarak özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri seti genelleyerek gerekçe sunmuşlardır. Bu katılımcıların bu soru ile ilgili çözümleri aşırı genellemeye yaptıklarını göstermektedir. Ayrıca Simge bu formülleri cebirsel ve niceliksel anlam açısından anlamsız yorumlayarak çıkarım yapmıştır. Daha sonra bu öğrenciler özel örnekler üzerinden yaptıkları gerekçeleri problem bağlamıyla ilişki olmayan basmakalıp

düşüncelerle ya da diyagramındaki elma ve kozalak ağaçlarının yerleştirme düzeni ile ilgili görünümü ile desteklemeye çalışmışlardır.

Simge: Kozalaklı ağaçların sayısı artar çünkü kozalakları bulmak 8n formülünü kullanıyoruz. Bu sayı artarsa kozalak ağaçlarının sayısı artar. Bence kozalak ağaçları daha fazla artar. Çünkü elma ağaçlarını bulurken n'in karesi alıyoruz. n'in karesini alırken n'i iki kez çarpıyoruz. Ama n'i 8 ile çarptığımızda n'i kendisiyle değil de 8 ile çarpıyoruz. n'nin 8 ile çarpımı kendisi ile çarpımından daha büyük olduğunu düşünüyorum. Tabloda da zaten hep kozalak ağaçları elma ağaçlarından daha fazladır.

Gül: Doldurduğum tablodaki sayıları incelediğimde hep kozalakların sayısı daha fazladır. Tablodaki her satırı incelediğimizde her zaman kozalaklar elmalardan daha fazladır. Hem de kozalak ağaçları elma ağaçlarını sarması ve çiftinin daha çok ürün elde etmesi için elma ağaçlarının kozalak ağaçlarından daha fazla olması gerekir.

Nejla: Kozalaklı ağaçların sayısı daha fazla artar. Doldurduğum tabloda kozalak ağaçları hep daha fazladır. Sekizinci satıra kadar da hep kozalak ağaçları elma ağaçlarından fazladır. Sadece 8. satırda elma ve kozalak ağaçlarında bir eşitlik olmuştu. Ayrıca diyagramlarda elma ağaçları arasında boşluklar konularak yerleştirilmiş olmasına rağmen kozalak ağaçları boşluk konulmadan yan yana sık bir şekilde dikilmiş. Yani kozalak ağaçlar daha sık ve yan yana dikilmiş. Kozalaklı ağaçlar aynı yere ya da alana daha fazla sığdırılmış. Kısaca elma ağaçları daha aralıklı, kozalak ağaçları daha sık bir şekilde dikildiği için kozalaklı ağaçların sayısı daha fazla artar.

Diğer yandan Okan ve Mert bu soruda uzak adımlar için elma ve kozalak ağacı sayısının değişimini özel örnekler üzerinden göstererek anlamlı gerekçe sunmalarına rağmen daha sonra problem bağlamıyla ilgili olmaksızın ortaya attıkları basmakalıp ya da sıradan düşüncelerin baskın olması nedeniyle kısmi puan alamamışlardır.

Okan: Çiftçinin çok daha büyük bir meyve bahçesi yapmak istiyormuş. Yani elma ağaçlarının sayısı çoğaltmayı amaçlıyormuş. Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağaçlarının sayısı mı, kozalaklı ağaçların sayısı mı daha fazla artacağı sorulmuş (problemi hikâyeleştiriyor).

Görüşmeci: Ne düşünüyorsun?

Okan: Her ikisi de artar. n yerine çok büyük sayı deneyeceğim.

100. satırı düşündüm. n 100'e eşit olsun.

n = 100 olduğunda,

Elmalar 100 çarpı 100 eşittir 10000'dir

Kozalaklar 8 çarpı 100 eşittir 800'dür. O zaman elma ağaçları daha çok artmaz mı?

Görüşmeci: Bilmiyorum bu soruyu sen yanıtlayacaksın?

Okan: Elma ağaçları daha çok artarsa çiftçinin amacı sapar yani amacına ulaşamaz. Çünkü çiftçi daha çok kaliteli elma yetiştirmek amacıyla elma ağaçlarını korumak için çevresine kozalak ağacı dikiyor. Her zaman kozalak ağaçlarının sayısının daha fazla olması gerekir. Kozalaklar daha fazla artar. Çünkü elmaların etrafını çevrelediği için daha etkili büyür ya da artar. Ayrıca elmalar içeride kaldığı için kozalak ağaçları kadar çok rahat bir şekilde büyüyemez, çünkü kozalak ağaçları elmaları çevrelediği için elma ağaçları daha az gelişir.

…

Görüşmeci: Hangi ağacın sayısı daha fazla artar?

Mert: 10. ve 11. Satırdaki elma ve kozalak ağaçlarını bulalım.

n = 10 olduğunda elmalar 100, kozalaklar 80 olur

n= 11 olduğunda elmalar 121, kozalaklar 88 olur. Elmalar 21 artarken, kozalaklar 8 artmış. (sessizlik).

Görüşmeci: Ne düşünüyorsun?

Mert: Elmalar kozalaklara göre daha fazla artış gösteremez. Yani elma ağaçlarının kozalak ağaçlarından daha fazla olmaması ve artamaması gerekir.

Görüşmeci: Neden?

Mert: Çünkü problemde verilen diyagramları incelediğimizde ve problemi okuduğumuzda elmaların etrafını kozalaklar sarmaktadır. Bu durumda elmalar daha az kozalaklar daha çok oluyor. Çünkü kozalaklı ağaçlar elma ağaçlarını korumak için elmaların etrafında toplanmış ve elmalara göre oldukça sık dikilmiş Ayrıca, elmaları rüzgârdan korunup daha çok ürün elde etmek için kozalakların fazla olması gerekir. Elma da artar ama kozalaklar daha fazla artmalıdır.

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin (Simge, Nehir, Sarp, Okan, Gül, Mert ve Nejla) hiçbiri pizzalar problemini çözememiş ve tam puan alamamışlardır. Bu öğrencilerden (Simge, Nehir, Sarp ve Nejla) problem bağlamını anlatırken genellikle nicelikleri sözlü bir şekilde ifade ederken niceliklerin ölçülebilen özelliklerini, nesnesini ve birimini dikkat etmemişlerdir. Bu öğrenciler problem bağlamını anlamlandırmak yerine hemen problemi çözmeye çalışmışlar. Bu nedenle Simge, Nehir, Sarp ve Nejla problemdeki nicelikler oluşturmadan (belirlemeden) problemdeki nicelikler arası ilişkileri orantı kullanarak kurmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu öğrenciler orantı kullanarak nicelikler arası ilişki kurmaya çalışmalarına rağmen problem bağlamındaki nicelikleri oluşturmadıkları için problemi yanlış çözmüşlerdir. Bu katılımcılar pizza problemi ile ilgili gerekçelerinde özel örnekleri kullandıkları ve problem ile ilgili olmayan basmakalıp sıradan düşünceleri savundukları ortaya çıkmıştır.

Nehir: Bence iki pizzanın maliyeti de aynıdır.

Görüşmeci: Neden?

Nehir: 30'luk pizza yediğimizde 30 zed ödüyoruz. 40'lık pizza yediğimizde de 40 zed ödüyoruz. Bu pizzaların çapı ile maliyeti doğru orantılıdır. Sonuçta ne kadar pizza yersem o kadar para ödüyorum. Yani pizza büyüse de küçülse de herhangi bir şey değişmiyor. Bu neden ile her iki pizzanın maliyeti de aynı uygunluktadır, aynıdır.

…

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Sarp: Her iki pizza da 10 cm'e 10 zed düşüyorsa ikisinin de maliyeti eşittir.

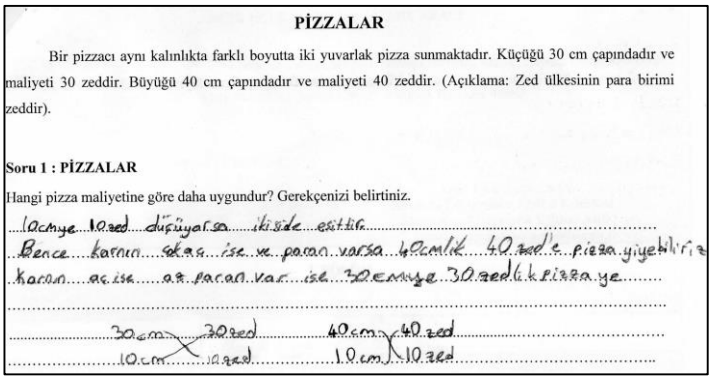
Görüşmeci: 10 cm çapındaki pizzaya 10 zed düştüğünü nasıl anladın?

Sarp: Orantı kurdum. Küçük pizza için 30 cm 30 zed düşüyorsa

10 cm 10 zed düşer. İçler dışlar çarpımı yaptım. Büyük pizza için de 40 cm 40 zed düşüyorsa 10 cm 10 zed düşer. Bence karnın çok aç ise ve paran varsa büyük pizza yemelisin Karnın aç ise az paran var ise küçük pizza yemelisin.

Görüşmeci: Neden?

Sarp: Çünkü her iki pizzanın çapı ile zedi arasında aynı orantı ya da oran bulunuyor.



PİZZALAR

Bir pizzacı aynı kalınlıkta farklı boyutta iki yuvarlak pizza sunmaktadır. Küçüğü 30 cm çapındadır ve maliyeti 30 zeddir. Büyüğü 40 cm çapındadır ve maliyeti 40 zeddir. (Açıklama: Zed ülkesinin para birimi zeddir).

Soru 1 : PİZZALAR

Hangi pizza maliyetine göre daha uygundur? Gerekçenizi belirtiniz.

10cmye 10zed düşüyorsa ikisi eşittir.
Bence karnın çok aç ise ve paran varsa 40cmlik 40 zed'e pizza yiyebilirsi
karnın aç ise az paran var ise 30cmye 30 zed'lik pizza ye

30cm 30zed 40cm 40zed
10cm 10zed 10cm 10zed

Görsel 3.21. *Pizza Problemine İlişkin Sarp'ın Çözümü*

Diğer yandan Okan ve Mert problem bağlamındaki nicelikleri oluşturmada güçlük çektikleri görülmüştür. Örneğin Okan problemdeki pizzaların büyüklüğünü hesaplamada dairenin alanını kullanılacağını belirtmesine rağmen dairenin alanı ile ilgili formülü doğru bir şekilde geri çağıramamıştır. Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikler arası ilişki kurmada oran, orantı ya da çarpımsal ilişki kullanmak yerine toplamsal ilişkiyi kullanmışlardır. Bu nedenle anlamlı bir şekilde problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkiyi kuramamış ve dolayısıyla uygun gerekçe sunamamışlardır.

Okan: İlk başta pizzaların alanlarını buldum. Bu pizzaların alanlarını bulmak için yarıçapları ile pi'yi çarptım. Pi'yi 3 aldım. 40 cm çaplı pizzanın alanı 60, 30 cm çaplı pizzanın alanı 45 oldu.

Görüşmeci: Bu hesaplamalarına göre ne oluyor?

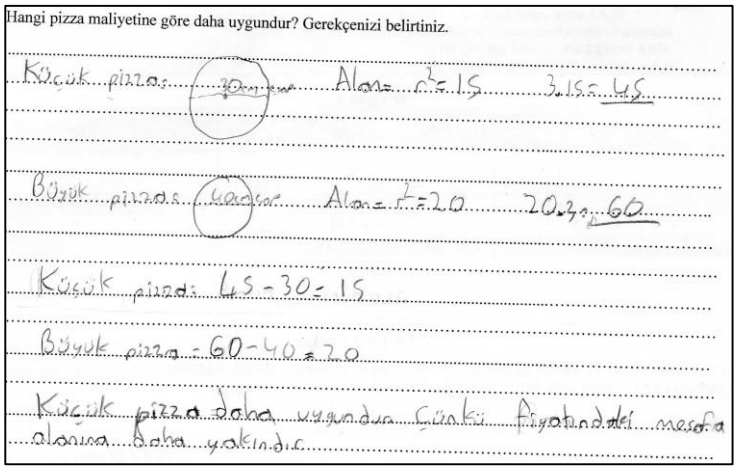
Okan: 40 cm pizza için 60'a 40 zed düşüyor. 30 cm için 45'e 30 zed düşüyor.

Görüşmeci: Bu cümleler ile ne anlatmak istiyorsun?

Okan: Bence küçük pizza daha avantajlı oluyor.

Görüşmeci: Neden?

Okan: Çünkü küçük pizzanın alanı ve maliyeti arasında 15, büyük pizzanın alanı ve maliyeti arasındaki fark 20 oldu. Küçük pizzanın çevresi ve maliyeti arasındaki fark büyük pizzanınkinden daha az olduğu için küçük pizza daha uygundur. Yani o zaman küçük olan pizza maliyetine göre daha uygundur.



Görsel 3.22. *Pizza Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü*

3.4. Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları

Araştırmacı-öğretmen ön klinik görüşmede orta niceliksel muhakemeye (Simge, Nehir, Sarp, Okan, Gül, Mert ve Nejla) sahip olduğu düşünülen öğrencilerin çözdüğü PISA kapsamındaki matematik okuryazarlığı problemleri ile ilgili düşüncelerine yönelik sorular sormuştur. Bu öğrencilerin hepsi PISA problemlerine aşina olmadıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca bu katılımcılar, bu problemleri günlük hayattan, faklı, değişik, güzel, eğlenceli ilginç, merak uyandırıcı, mantıksal, düşündürücü ve faydalı olduklarını düşünmektelerdir. Bu öğrenciler zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi PISA problemlerinin günlük hayatla ilişkili olmasına rağmen bu problemlerin çözüm sürecinde matematiği kullanılması şaşırtıcı bulmuşlardır. Bu nedenle bu katılımcıların okul matematiğinin günlük hayatla ilişkili olmadığını düşündükleri söylenebilir. Simge, Nehir, Sarp, Okan ve Gül PISA problemlerinin günlük hayatla ilişkili olup matematik yapması gerektirmesi nedeniyle bu problemlerin matematiğin her yerde olduğunu gösterdiğini düşünmektelerdir. Bu öğrenciler zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilere göre PISA problemlerinin yapısını daha iyi analiz ettikleri söylenebilir. Çünkü bu katılımcılar bu problemlerin ilk başta bakıldığında zor, farklı ve genellikle çok uzun bir hikâyesi ya da metni olduğunu düşünmelerine rağmen iyi muhakeme yapılınca çözülebileceğine inanmaktadırlar. Bu katılımcılar da zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen katılımcılar gibi PISA kapsamındaki problemlerden sadece basamak modeli ve sos problemini tanıdık bulmuşlardır.

Görüşmeci: Bu çözdüğün problemler hakkında neler düşünüyorsun?

Simge: Bu problemler çok değişik, güzel ve ilginç. Okulda daha önce hiç çözmediğimiz türden bu problemler. Bu problemler hoşuma gitti, problemleri kolay çözdüğüm için mesela farklı ülkelerin paraları ile ilgili problem çözünce çok farklı geldi bana. Bu problemlerde hem mantığını kullanıyorsun hem de işlem yapıyorsun. Ama mantığını daha çok kullanıyorsun daha çok düşünüyorsun.

Görüşmeci: Bu problemlerin hangileri ile önceden karşılaştın?

Simge: Sos problemi ve basamak sorusunu okulda karşılaştım. Basamak problemimin fraktal problemi olduğunu düşünüyorum. Elmalar ve pizza soruları ile daha önce hiç karşılaşmadım çok farklı buldum. Şaşırtıcı geldi…

…

Görüşmeci: Çözdüğümüz problemler hakkında ne düşünüyorsun?

Nehir: Bu problemler ilk başta bakıldığında zor. Çünkü çok farklılar ve çok uzunlar. Problemler test olmadığı için doğru mu yanlış mı yaptığını da bilmiyorsun. Ama problemleri okuyup anlayıp düşününce çözebildiğimi gördüm. Okulda matematik problemleri günlük hayatla ilgili değiller. Günlük hayatla ilgili olan bu problemlerde matematik işlemleri yapmak çok şaşırtıcı geldi bana. Bu problemlerin hepsi yaşamımızda karşımıza çıkabilir. Bu problemler aynı zamanda matematiğin her yerde olduğunu gösteriyor. Bu problemler okuldaki çözdüklerimize göre daha çok düşünme gerektiriyor. Bence bu problemler matematiğin mantığa ve düşünmeye dayalı olduğunu gösteriyor… Çözdüğümüz problemlerden basamak modeli ve sos problemine benzer problemler ile çok karşılaştın. Elma problemi ile karşılaşmadım. Pizza problemi ile hiç karşılaşmadım. Çok farklı ve orijinal buldum bu problemi…

…

Mert: … Bu problemleri çözmek ben de merak duygusu uyandırdı. Çünkü bu problemleri neden çözdüğümü anlamadım. Siz üniversitede matematik öğretmenliği bölümünde çalıştığınızı söylediniz. Ama bu problemleri okulda öğrendiğimiz matematikle fazla ilgisi olmadığını düşündüm. Ben matematiği ve problem çözmeyi çok severim. Problemler arasında herhangi bir ayrım yapmam, o nedenle bu problemleri de çözdüm, farklı bulmama rağmen… Ayrıca bu problemler yorum yapmayı, mantıksal olarak düşünmeyi gerektirdiği için problemdeki detayları düşünmek zorundasın. Örneğin elmalar probleminde elmalar ve kozalaklar nasıl artış gösteriyor? Biri artarsa diğeri nasıl artar, nasıl değişir? Bunları düşünmek gerekiyor ve bunlar hep düşünme, yorum ve mantık gerektiriyor.

Nejla: …Bu problemleri okuduğumda sanki okulda gördüğümüz matematik konuları ile ilgisi yok gibi gelmişti bana. Ama problemleri çözümleri okul matematiğinin konuları ile ilgili olduğunu fark ettim. Bu problem günlük hayatta karşılaşabileceğimiz türden ama çözüm yaparken matematiği kullanman gerekiyor...

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen bu öğrenciler okulda çözdükleri matematik problemlerini işlemsel ve öğrenilen bilgileri pekiştirmeye yönelik olduklarını ifade etmişlerdir. Bu katılımcılara göre okulda çözülen matematik problemleri PISA kapsamındaki problemlere göre hikâyesi yok ya da yok denecek kadar az olup çok düşünmeden ve yorum yapmadan formül ve kural kullanarak ya da işlem yaparak çözülebilmektedir. Bu öğrenciler PISA kapsamında çözdükleri problemleri ise

muhakeme yapmaya dayalı olduğu için çok fazla işlem yapmak gerektirmediğini, kural ve formülleri hatırlamaya gerek kalmadığını düşünmüşlerdir. Ayrıca bu katılımcılar okuldaki problemlerin tiplerine göre önceden öğrenilen matematiksel bilgi, işlemler, kurallar ve formüller kullanılarak çözülebildiğini belirtmişlerdir.

Sarp: Bu problemler yoruma dayalı olduğu için biraz zordu. Okuldaki problemlerde kullanılan işlem, formül ve kuralı biliyorsan hemen çözebiliyorsun. Bu problemlerdeki kadar düşünmene ve yorum yapmana gerek yok.

Okan: Bu problemlere benzer problemleri okulda hiç karşılaşmadık. Sadece basamak modeli ve sos problemini biraz tanıdık buldum. Okulda bu tip problemler hiç çözmüyoruz. Okulda çözdüğümüz problemler çok farklı bu problemlerden. Okuldaki çözdüğümüz problemler bu kadar uzun değil ve daha zor. Örneğin problemde üçgen veriliyor üçgenin üzerinde sayılar var, senin bu sayıları kullanarak Pisagor'u bulmanı istiyor. Ya da problem tanjantın değerini veriyor kosinüsü soruyor. Yani daha çok işlem gerektiriyor. Bu problemler gibi uzun değil okuldakiler. Kısa ve hemen çözüm yapmanı gerektiriyor, daha karmaşık buluyorum okuldakileri. Buradaki problemler hikâye gibi, iyi okuyup iyi bir şekilde anlayınca çözebiliyorsun.

Gül: Okulda çözdüğümüz problemler eğer bir formül kullanılarak çözülüyorsa hiç yorum yapmadan formülü kullanarak kolay bir şekilde çözebiliyorsun. Okulda çözdüğümüz problemler direkt formüller ile çözülüyor. Mesela okuldaki öğretmenimiz çözdüğümüz problemlerin hangi yolla çözüldüğünü gösteriyor. Öğretmenimizin çözdüğü problemlere benzer problemleri bize öğrettiği aynı çözüm yolları ile çözüyorum. Hiç farklı yolla çözmek için uğraşmıyorum, düşünmeme de gerek kalmıyor. Öğretmenimiz de sınavlarda vakit kazanmamız için problemlerin çözümüyle ilgili en basit yollarını öğretiyor. Ben de düşünmeden, çok fazla zaman harcamadan bu basit yolları kullanarak problemleri çözüyorum. Okulda daha çok işlem gerektiren ve işlemlerin çok kullanıldığı problemler çözüyoruz.

Bu öğrencilerden Okan okul matematiğinde çözdükleri problemlerin akademik başarısını etkilemesinden başka bir hiçbir işe yaramadığına inanırken PISA kapsamındaki problemlerin günlük hayatta karşısına çıkacağına inanmaktadır.

Görüşmeci: Okul matematiği ile bu çözdüğümüz problemler hakkında ne düşünüyorsun?

Okan: Okul matematiğini öğrenmek ve öğretmeni dinlemek zorundasınız. Çünkü okul matematiğinde öğrendiklerimiz sınavlarda karşımıza çıkacak, bu nedenle bilmek ve öğrenmek zorundayız. Ama bu çözdüğümüz problemler hayatın içinden. Eninde sonunda hayatımızda bu problemler karşımıza çıkacak, bu nedenle bu problemleri bilsek iyi olur.

Görüşmeci: Bu çözdüğümüz problemler ile okulda çözdüğünüz problemler hakkında ne düşünüyorsun?

Okan: Bu problemler mantığa dayanıyor, daha çok düşünmek gerektiriyor. Okulda çözdüğümüz problemlerde önceden bu problemler ile ilgili bize bir formül verilir ve biz bu formülü kullanarak okul problemlerini çözeriz. Ama ben bu problemleri mantık yürüterek anlamaya ve çözmeye çalıştım. Okulda çözdüğümüz problemlerde formülü kuralı yaparak çözmek ve doğru şıkkı işaretlemek

yeterli oluyor. Yani uzun süre düşünmek, mantık yürütmek, yaptığın çözümü nedenini açıklaman gerekmiyor.

Görüşmeci: Bu problemleri çözerken neler hissettin?

Okan: Bu problemler günlük hayatın içindeler. Her tarafta karşımıza çıkabilirler pazarda bile karşımıza çıkabilirler açıkçası. Ya da yurt dışına çıkınca döviz kuru ile ilgili para değişimi, dönüşümü karşımıza çıkabilir. Sonuçta bu problemlerin hepsi hayatın içinden eninde sonunda karşımıza çıkacaklar. Bu nedenle bu problemlerin çözümünü öğrensen iyi ve faydalı olur. Aynı zamanda bu problemleri eğlenceli buldum çünkü bu problemler günlük hayatın içinden geliyorlar.

Bu öğrencilerin hepsi okul matematiğinde başarılı olduklarına inanmaktalardır. Bu katılımcılar PISA kapsamındaki problemleri çözme sürecindeki performanslarını ne iyi ne de kötü olarak olduğuna düşünmüşlerdir. Çünkü bu katılımcılar matematiksel kaynak eksikliği ve cebirsel ifadeleri anlamlandırma ve kullanmada güçlük yaşamaları nedeniyle seviye 5 ve seviye 6'daki problemleri çözemediklerini belirtmişlerdir. Ayrıca problem çözme sürecinde bu öğrenciler araştırmacı-öğretmenin neden, niçin ve nasıl sorularını yanıtlamada zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Bu katılımcılar okul matematiğinde önemli olanın çözüme ulaşmak olduğu için gerekçe sunmaya çalışmalarını hem şaşırtıcı bulmuşlar hem de zorlanmışlardır.

Gül: Normalde matematik başarımı iyi bulurum. Ama bence bu problemleri çözerken çok başarılı değildim… Şunu fark ettim siz ile beraber bu problemleri çözerken siz bana problemlerin hepsini detaylı detaylı bütün içeriğini anlattırdınız. Ama okulda bir problem sorulduğunda problemi bu şekilde ayrıntılı biçimde açıklamadan hemen şu sayı ile bu sayıyı çarpıp şuna ekleyeceğimizi söylüyoruz. Okulda problemleri hemen çözüyoruz, çözümü doğru bulduysak tamam bulduk problemi, çözdük bitti diyoruz. Problemleri çözerken çok konuşmuyoruz, daha çok problemleri çözmek için hangi işlemlerin kullanmanın gerekli olduğu konusunda konuşuyoruz. Böyle uzun uzadıya problemlerden ne anladığımızı, problemi çözmek için nasıl bir yol düşündüğümüz konuşmuyoruz. Problemi çözmek için hangi işlemleri kullanmak gerektiğini bulmaya çalışıyoruz. İlk başta ben bu problemleri hemen çözmek istedim siz izin vermediniz, önce problemi anlatmam gerektiğini söylediniz, sürekli yaptığım işlemleri neden kullandığımı sordunuz Açıkça siz bana problemi anlat, problemi çözmek için ne düşünüyorsun sorusunu sorduğunuzda problemi açıklamakta ve problemin çözümüne yönelik yorum yapmada zorlandım. İşlemleri hep nasıl ve neden kullandığımı sordunuz ve ben bunları neden ve nasıl kullandığımı bildiğim halde düzgün bir şekilde açıklayamadım, çok zorlandım.

…

Nejla: Bu problemleri çözme performansımı eh işte buldum çok iyi olduğunu düşünmüyorum…

Görüşmeci: Neden?

Nejla: Elmalar problemini ve pizza problemini çok iyi çözemedim. Pizza problemini çözmede zorlandım. Şimdi de çözemedim aslında… (sessizlik). Çünkü pizzanın alanını bulmakta

zorlanıyorum. Hem bilmiyorum pizzanın alanını ve çevresini artık neyse bunları hesaplamayı bilmiyorum. O nedenle pizza problemini yanlış çözdüm bence…

Bu öğrenciler herhangi bir matematiksel problem çözerken bu problemin okulda öğrendikleri hangi konu ile ilgili olduğunu düşünerek ilgili kural ve formülü ya da yapılacak işlemi hatırlamaya çalıştıklarını belirmişlerdir. Herhangi bir problemi çözmek için bu katılımcılar hemen işlem yapmak istemektedirler. Ayrıca Nehir, Sarp, Okan ve Nejla okul matematiğindeki problemlerin düşünmeden önceden öğrenilen kural ve prosedürler kullanılarak, çok yoğun işlem yapmayı gerektirmesi nedeniyle çözmek istemediklerini söylemişlerdir. Bunun yerine bu öğrenciler PISA problemleri gibi günlük hayattan, düşünme, mantık yürütme ve yorum yapmayı gerektiren problemler çözmek istediklerini belirtmişlerdir.

Görüşmeci: Herhangi bir matematiksel problemi çözerken neler yaparsın?

Simge: Zamandan kazanmak için hemen bu problemin hangi problem türü ve matematik konusu ile ilgili olduğunu anlamaya çalışırım. Daha sonra işlem yaparım problemi çözmek için. Problem türüne göre gerekli kuralları ele alıp problemde verilenleri kullanırım.

Mert: Hemen hangi işlemi yapacağıma karar vermeye çalışırım. Problem hangi konu ile ilgili ona bakarım. Gerekli işlemleri ya da formülleri kullanarak çözüme ulaşırım…

…

Görüşmeci: Bu problemleri çözerken ne hissettin?

Okan: Açıkçası okulda ya da dershanede bu tarz problemleri hiç çözmüyoruz. Okulda ya da dershanede böyle problemler hazırlanmıyor ve bize hiç böyle problemler sorulmuyor. Okulda çözdüğümüz problemler işlem yapmaya yönelik, kurallar, formüllerle çözülebiliyor. Okulda ilk önce matematik konusu, bu konunun formülleri ve kuralları öğretilir. Bu kuralların kullanarak öğretmenin sorduğu problemleri çözüyoruz. Hep aynı tarzda ve hikâyesi olmayan, buradaki gibi uzun olmayan problemler çözüyoruz. Ben artık bıktım hep aynı tarzda problemler çözmekten. Bu çözdüğümüz problemler gibi eğlenceli, düşündürücü, yani düşünmek gerektiriyor. Bu problemler çok farklı, hem günlük hayattan hem de matematikle ilgili. Yani ben hep böyle düşündürücü mantık gerektiren problemler çözmeyi isterim. Okuldaki aynı tarz problemleri çözmekten sıkıldım.

3.5. Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Klinik Görüşme Bulguları

Araştırmacı-öğretmenin güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Figen ve Emir yaptığı ön görüşmelerdeki her bir problemi çözme süreci bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Bu katılımcılar orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi döviz kuru problemi ile ilgili iki soru çözme sürecinde problem bağlamındaki verilenleri analiz etmek yerine hemen

strateji seçmeye yöneldikleri görülmüştür. Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri yorumlarken sadece niceliklere ait sayıları ifade ettikleri, niceliklerin birimlerini ya da ölçülebilen özelliklerini genellikle göz ardı ettikleri ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler döviz kuru probleminin her iki sorusunu da hepsi yönlendirmesiz çözebilmiş ve tam puan almışlardır. Döviz kurunun ilk sorusunu Duru, Sevgi ve Emir orantı kurarak çözerken, Anıl, Mine ve Figen ise çarpımsal nicelikler arası ilişkiyi kurarak çözmüşlerdir. Bu öğrencilerden sadece Duru, Sevgi ve Emir bu problemin çözümü ile ilgili buldukları sayısal değerin birimini yazılı olarak gösterme ihtiyacı duymamışlardır. Bu katılımcılar çözüm ile ilgili sayısal değeri bulmalarına rağmen yönlendirmesiz bu değerin hangi niceliği temsil ettiğini belirtmemişlerdir. Ayrıca bu öğrencilerin kurduğu orantılar niceliksel anlam açısından eksiktir. Örneğin Duru ve Figen kurduğu orantıda problem bağlamındaki niceliklerin ölçülebilen özelliklerini ya da birimlerini yazmamışlardır. Figen kurduğu orantıda nicelikleri sadece sayılar ile gösterdiği için farklı sayıları birbirine eşit olarak göstermiş ve orantı kurmuştur. Figen'in kurduğu orantı hem cebirsel hem de niceliksel açıdan anlamsız olmuştur.

Görüşmeci: Problemin hikâyesini bana anlatmanı istiyorum

Figen: Tamam. Mei-Ling Singapur'dan Güney Afrika'ya gidecekmiş. Bu nedenle Singapur dolarını Afrika garına çevirmesi gerekiyormuş. 3000 ile 4,2'yi çarparsam çözümü bulmuş olurum.

Görüşmeci: Problemin çözümünü anlatmadan önce problemin hikâyesini devam etmelisin.

Figen: Paraları çevirmek için Mei-Ling döviz kuruna gitmiş ve 1 SGD'nin 4,2 GAR'a eşit olduğunu öğrenmiş. Mei-Ling 3000 SGD varmış.

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Figen: 1 SGD'nin 4,2 gar olduğu için 3000 SGD'nin ne kadar gar olduğunu 3000 ile 4.2yi çarparak bulabilirim. 3000 ile 4,2'yi çarptım 12600 buldum.

Görüşmeci: Bu bulduğun 12600 nedir?

Figen: 12600, 3000 SGD'nin ne kadar GAR olduğunu gösteriyor.

…

Görüşmeci: Problemden ne anladın?

Emir: 1 SGD 4,2 GAR'a eşitmiş. Mei-Ling 3000 SGD'yi çevirecekmiş. 1 SGD 4, 2 GAR'a eşit ise 3000 SGD'nin ne kadar GAR'a eşit olduğu isteniyor.

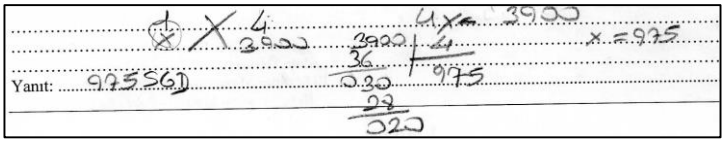
Görüşmeci: bu matematiksel ifadeden ne anlıyorsun?

Emir: 1 SGD 4,2 GAR'a eşit olduğunu anlıyorum.

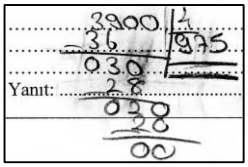
Görüşmeci: Nasıl bir yol izledin problemi çözerken?

Emir: Bu problem orantı konusu ile ilgilidir. Bu nedenle orantı kurdum. 1 eşittir 4,2 ise 3000 eşittir kaç olduğunu gösteren orantı kurdum. (1= 4,2 ise 300 = ? yazıyor). Sonuç 12600 GAR'dır.

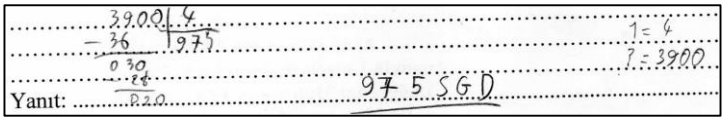
Benzer şekilde bu katılımcılar döviz kuru probleminin ikinci sorusunu Duru, Sevgi ve Emir orantı kurarak çözerken, Anıl, Mine ve Figen ise çarpımsal nicelikler arası ilişkiyi kurarak çözmüşler ve bu öğrencilerden sadece Duru, Sevgi ve Emir bu problemin çözümü ile ilgili buldukları sayısal değerin birimini yazılı olarak göstermiştir.



Görsel 3.23. *Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Duru'nun Çözümü*



Görsel 3.24. *Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Figen'in Çözümü*



Görsel 3.25. *Döviz Kurunun İlk Alt Problemine İlişkin Emir'in Çözümü*

Araştırmacı-öğretmen güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden üç ay sonraki döviz kuru işlemlerine göre hangi para biriminin daha değerli olduğunu gerekçe sunarak belirtmeye yönlendirmiştir. Bu öğrenciler problem bağlamında para birimlerinin dönüşümü ile ilgili cebirsel eşitliğin niceliksel anlam açısından yorumlayarak anlamlı gerekçe sunabilmişlerdir.

Görüşmeci: Hangi para birimi daha değerli?

Duru: Tabiki Singapur Doları değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

Duru: Çünkü 1 SGD 4 GAR'mış. Yani SGD daha değerlidir. Nasıl açıklasam (sessizlik)… 4 GAR 1 SGD ediyormuş. Yani 4 tane gar parası 1 tane SGD parası ediyormuş. Gar parasının 4 tanesi SGD'nin 1 tanesi ettiği için SGD daha değerlidir.

…

Görüşmeci: Hangi para daha değerlidir?

Mine: Singapur Doları daha değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

Mine: Çünkü 1 SGD 4 GAR'a eşitmiş. Bu nedenle SGD daha değerlidir. 1 GAR ise 1 Singapur Dolarının dörtte birine ($\frac{1}{4}$)eşittir.

…

Görüşmeci: Hangi para daha değerlidir?

Emir: Singapur Doları daha değerlidir.

Görüşmeci: Neden?

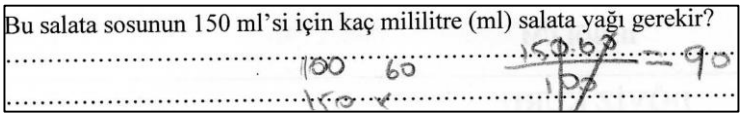
Emir: 1 SGD 4 GAR'a eşit ise 1 GAR 0,25 SGD'ye eşittir. Bu nedenle Singapur Doları daha değerlidir.

Sos problemini güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi çözebilmiş ve tam puan almışlardır. Bu öğrenciler problemi kavramaya çok kısa bir zaman ayırmışlar, problem bağlamındaki nicelikleri eksik ifade etmişler ve daha sonra problemi çözmek için kullanacağı stratejiyi açıklamaya çalışmışlardır. Anıl, Duru, Mine ve Sevgi bu problemi orantı kurma stratejisini kullanarak çözerken; Figen ve Emir problemde verilen nicelikler arası ilişki arama stratejisini kullanarak iki nicelik arasında çarpımsal karşılaştırma yapmış (oran kullanma) ve problemi çözmüşlerdir.

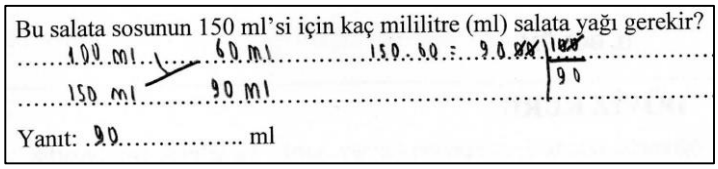
Mine: 100 ml'lik salata sosunda 60 ml'lik salata yağı gerekiyorsa, 150'de kaç gerektiğine ilişkin orantı kurdum. (işlem yapıyor) ve 90 buldum…

Emir: …İlk başta 150 bölü 100 işlemini yaptım. 150, 100'ün $\frac{3}{2}$ 'si oluyor. Problemde salata yağı isteniyor. 100 ml salata sosunda 60 salata yağı kullanılmış. 150 ml de salata yağında $\frac{3}{2}$ oranında büyüyeceği için 60'ın $\frac{3}{2}$ 'sini aldım ve 90 buldum…

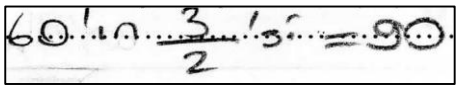
Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden Anıl, Mine, Figen ve Emir problemin çözümünü sözlü olarak anlatırken niceliklerin sadece sayılarına odaklanmışlar, niceliklerin ölçülebilen özelliği ve birimini ifade etmeyi genellikle göz ardı etmişlerdir. Duru ve Sevgi ise problemin çözümü ile ilgili kurduğu orantıda sadece problem bağlamındaki niceliklerin sayıları ve niceliklerin birimlerini göstermişler, bu niceliklere ait nesneyi göstermemişlerdir.



Görsel 3.26. *Sos Problemine İlişkin Mine'nin Çözümü*



Görsel 3.27. *Sos Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü*



Görsel 3.28. *Sos Problemine İlişkin Figen'in Çözümü*

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Figen ve Emir) bir diğer problem olan basamak modelini tam puan alarak çözmüşlerdir. Duru ve Sevgi bu problemi yinelemeli (recursive) yaklaşım ile çözmüş Emir de yinelemeli yaklaşım altında görsel strateji ile çözmüşlerdir. Bu problemi Anıl ve Mine hem yinelemeli yaklaşımdan hem de aşama sayısı ile bağımlı değişken olan toplam kare sayısının artış miktarı arasında ilişkiden yararlanarak yakın aşamadaki toplam kare sayısını bulurken, Figen aşama sayısı ve toplam kare sayısı arasındaki ilişkiyi kullanarak problemi çözmüştür. Ayrıca bu öğrencilerin problem bağlamındaki nicelikleri, nicelikler ile ilgili nesneyi, niceliğin ölçülebilen özelliği ve birimi ile birlikte ifade etmek yerine sadece nicelikleri sayısal değerleri ile anlatmaya çalıştıkları ortaya çıkmıştır.

Görüşmeci: Problemden ne anladın?

Mine: Bu problem bir örüntüdür. 1. aşamadan 2. aşamaya giderken 2 artmış, 2. Aşamadan 3. aşamaya giderken 3 artmış. Bu örüntüde her bir sonraki aşamaya geçerken 1 kare daha artıyor. Bir aşamadan bir aşamaya geçerken 1 fazla artıyor (sessizlik) Anlatamadım ne demek istediğimi.

Görüşmeci: Ne demek istiyorsun?

Mine: Yani bir sonraki aşamada bir önceki aşamadan 1 fazla kare ekleniyor (sessizlik). Aaa başka bir şey buldum. Haa. 1 aşamada 1 artmış, 2. aşamada 2 artmış, 3. aşamada 3 artmış. O nedenle 4. aşamada 4 artacak ve 10 olacak…

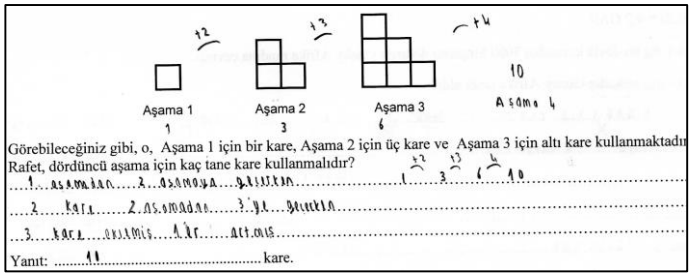
…

Görüşmeci: Problemden ne anladın?

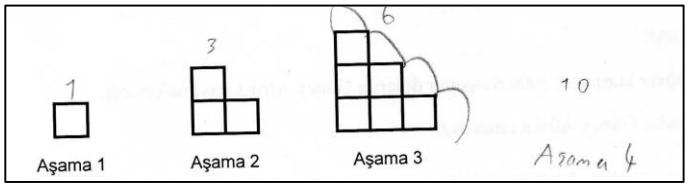
Sevgi: Rafet bir basamak modeli oluşturuyormuş. Bu problemi okurken aklıma sayı ya da şekil örüntüleri geldi. Düzgün olarak büyüyen ya da küçülen örüntülerin genelde bir kuralı vardır. O kurala göre örüntüler artar ya da azalır. O nedenle birinci aşamaya baktım. 1 tane var, 2. aşamamaya baktım 3 tane var. Diğer aşamada da 6 tane kullanılmış. Bunlar (bu aşamalardaki kare sayılarını kast ediyor) belli bir sayı ile artmış.

Görüşmeci: Bu aşamalardaki kare sayıları nasıl artmış?

Sevgi: 1. Aşamadan 2. Aşamaya geçerken 2 tane, 2. Aşamadan 3. Aşamaya geçerken 3 tane eklenmiş. Bir aşamadan bir aşamaya geçerken birer daha fazla eklendiğini fark ettim. 3. Aşamadan 4. Aşamaya geçerken 1 tane daha fazla kare eklenir yani 4 tane kare daha eklenmesi gerekir. Bu nedenle 6'ya 4 ekledim ve 4. Aşamada 10 tane kare kullanılması gerekir…



Görsel 3.29. *Basamak Modeli Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü*



Görsel 3.30. *Basamak Modeli Problemine İlişkin Emir'in Çözümü*

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden Anıl, Duru ve Sevgi uzak aşamalardaki basamak modelini oluşturmada Rafet'in toplam kaç tane kare kullanacağını bulmak için öncelikle problem bağlamıyla ilgili olmayan cebirsel kuralı geri çağırarak genelleme yapmaya çalışmış ve başarılı olamamışlardır. Daha sonra bu öğrenciler özel örnekler üzerinden geri çağırdıkları kuralın problem bağlamındaki örüntüyü temsil etmediğini fark etmişler ve aşama sayısı ve toplam kare sayısı arasında ilişki kurarak problemi çözmüşlerdir.

Görüşmeci: Rafet'in 200. adımda kaç tane kare kullanman gerekir?

Anıl: Basamak modelinde kare sayısının artışını gösteren bir formül bulurdum. Mesela bu 2n+1 ya da 2n-1 gibi bir formül olabilir. Ona göre bulduğum formüldeki n yerine 200'ü yerleştirirdim 200. aşamadaki basamağı bulurdum.

Görüşmeci: Bahsettiğin formülü şimdi nasıl uygularsın?

Anıl: O formül 2n-1 olabilir.

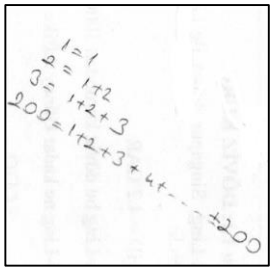
Görüşmeci: Peki 2n-1 basamak modelindeki kare sayısını gösteren bir formül olduğunu nasıl gösterirsin?

Anıl: Deneyerek kontrol edeyim. 1 aşamada 1, 2. aşamada 3, 3 aşamada 5, ama 6 olması gerekiyor olmuyor. Formül 2n-1 değilmiş. O zaman aşamalar ile kareler arasındaki ilişkiyi bakmam gerekir.

Görüşmeci: Problem bağlamındaki nasıl bir ilişkiden bahsediyorsun?

Anıl: Aşama 1'de bir, aşama 2'de 1+2, aşama 3'te aşama 2'den 3 fazla kare eklenmiş 1+2 +3 olur. Her aşamada eklenen kare bir önceki aşamaya eklenen kareden bir fazla olacağı için 4 aşamada 1 + 2 + 3 + 4 = 10 kare kullanılmalıdır. Bir de şunu fark ettim. Her aşamada o aşamanın sayısı kadar kare ekleniyor. Bu durumda, 200. aşamada 1'den 200'e kadar olan sayıların toplamı kadar kare vardır. . Ben 1'den 200'e kadar olan sayıların toplamını çok uzun sürede hesaplayabilirim (sessizlik). Bence bu sayıların toplamına ilişkin kısa bir yol vardır ama bilmiyorum…

Benzer şekilde Mine, Figen ve Emir de aynı stratejiyi kullanarak uzak adımlar için Rafet'in kullandığı toplam basamak sayısını bulmuşlardır. Bu öğrenciler problemdeki nicelikler yerine sayıları ifade etmeye odaklandıkları için uzak adımlar için Rafet'in kullandığı kare sayısını gösteren ilişkinin niceliksel anlam açısından eksik olduğu görülmüştür.



Görsel 3.31. *200. Aşamadaki Kare Sayısına İlişkin Figen'in Çözümü*

Ayrıca bu öğrencilerden Mine ve Duru ardışık sayıların toplamı ile ilgili formülü kullanarak uzak adımlar için kullanılacak toplam kare sayısını bulmalarına rağmen kullandıkları formülün nasıl ortaya çıktığı konusunda bilgilerinin olmadığını okulda öğrenip ezberlediklerini belirtmişlerdir. Diğer öğrenciler ise bu formülü kullanmadan uzak adımlar için kullanılacak toplam kare sayısını sözel olarak açıklamaya çalışmışlardır.

Görüşmeci: 150. aşamada bu basamak modeli için kaç tane kare kullanılırdı?

Mine: Ne yapardım (sessizlik). Bunlar galiba üçgensel sayılar, evet üçgensel sayılardır.

Görüşmeci: Üçgensel sayılar nasıldır?

Mine: Nasıl anlatsam mesela 1, 2, 3, 4 bu sayıların toplamı bir sayıya eşit. Anlatamıyorum üçgensel sayının ne olduğunu ama (sessizlik). Üçgensel sayıların formülü $\frac{n.(n+1)}{2}$ olduğunu hatırlıyorum. 150. aşamada n 150'ye eşittir. Sonuç $\frac{150.151}{2}$ olur.

Görüşmeci: Formül kullanmadan bu problemi nasıl çözerdin?

Mine: Formül kullanmadan nasıl çözülebilir. Yok ya formülsüz herhangi bir çözüm yapamam. Bu formülü de okulda öğrendik. Bu formül kısa yoldan üçgensel ya da ardışık sayıların toplamını bulmamıza yarıyor.

Görüşmeci: Bu formül nasıl ortaya çıkmış olabilir?

Mine: Bilmiyorum (sessizlik). Kullandığımız formüllerin nasıl ortaya çıktığını hiç düşünmem ki…

Problem bağlamındaki şekil örüntüsünde yer alan niceliklerin yakın adımlar için değişimini tabloyu doldurarak göstermeyi amaçlayan elmalar probleminin ilk sorusunu güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi doğru çözerek tam puan almışlardır. Bu öğrenciler (Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Figen ve Emir) önce yinelemeli yaklaşım ile tabloyu doldurmaya başlamışlar daha sonra satır sayısı ve toplam ağaç sayısı arasındaki ilişkiden yararlanarak 5. satır için dikilecek toplam elma ve kozalaklı ağaç sayısını bulmuşlardır. Bu katılımcılar aynı zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi bu problemdeki nicelikleri betimlerken nicelikler ile ilgili nesneleri ve ölçülebilen özelliklerini eksik kullanmışlar ya da ifade etmemişlerdir. Bunun yerine bu öğrenciler problem bağlamındaki sayıları ifade etmeye odaklanmışlardır.

Duru: Bu tabloyu 4. aşamaya kadar doldurduğumda kozalaklı ve elmalı ağaçların bir örüntü oluşturduğu ortaya çıkıyor. Elma ağaçları 1'in karesi, 2'in karesi, 3'ün karesi, 4'ün karesi düzeninde devam etmiş 5. satırda 5'in karesi 25 tane elma bulunur. Elma ağaçları ayrıca tek sayı düzeninde artıyor. 3, 5, 7, 9 ve devam ediyor. Kozalak ağaçları 8 arttığı için 32'ye 8 ekledim ve 5. satırda 40 tane elma bulunur.

…

Görüşmeci: …Tamam. Peki, 5. satırdaki elma ve kozalaklı ağaç dikiliş modeline ilişkin diyagram verilmemiş. 5. satırdaki diyagrama ilişkin modelde elma ve kozalaklı ağaçların sayısını nasıl bulursun?

Sevgi: Ben elma ve kozalaklı ağaçların bir örüntü olduğunu fark ettim. Çünkü elmalar ve kozalaklar belirli bir düzende ilerliyor. Elma ağaçları 1'in karesi 1, 2'in karesi 4, 3'ün karesi 9, 4'ün karesi 16 düzeninde ilerliyorsa 5. satırda elmalar 5'in karesi 25 olur. Kozalaklı ağaçlar ise sekizer sekizer artıyor. 5. satırda kozalak ağaçları sekizer arttığı için 32'ye 8 ekledim ve 40 buldum.

Görüşmeci: Elma ağaçlarının sayısı nasıl bir artış gösteriyor?

Sevgi: Elmalar 3, 5, 7, 9 düzeninde artıyor. Kozalaklar ise sekizer sekizer artıyor. Her bir satırda kozalaklar sekizer sekizer artıyor…

Elmalar probleminin ikinci sorusunda güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Figen ve Emir) satır sayına göre elma ağaçlarının sayısını ve kozalaklı ağaçların sayısına ilişkin verilen eşitliği ya da formülü, hem kurdukları satır sayısı ile toplam ağaç sayısı ilişkiden hem de doldurdukları tablodaki sayısal değerleri temel alarak yorumlayabilmişlerdir. Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkiler ile ilgili formülü cebirsel anlam açısından yorumlayabilen tek öğrenci grubu olmuştur.

Görüşmeci: Problemde verilen formüller hakkında ne düşünüyorsun?

Emir: Elma ağaçları her bir satır sayısının karesi olduğu için n kare formülü ile verilmiş. Bu doğru bir formüldür. Çünkü ben de 5. Satırdaki elma ağaçlarını bulmak için satır sayısının karesi ile çarptım yani ben de bu formülü bulmuştum. Kozalaklı ağaçları ile ilgili formül 8n'miş. 8n, n ile 8'in çarpımı yani satır sayısı ile 8'in çarpımıdır. Kozalak ağaçları 8'er 8' er arttığı için satır ile 8'in çarpımı ile her bir satırdaki kozalakları kısa yoldan bulmamızı sağlıyor…

…

Anıl: …Bu formüller elma ve kozalaklı ağaçların sayısını kolay bir şekilde bulmamızı sağlıyor.

Görüşmeci: Neden?

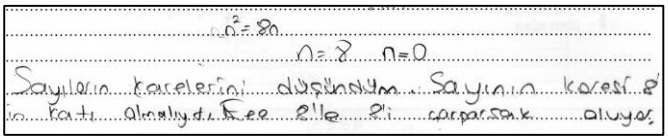
Anıl: Kozalaklı ağaçların sayısı 8n'e eşitmiş. Kozalak ağaçları her bir satırın 8 katı alınarak bulunabiliyormuş. Ayrıca bir önceki tabloya baktığımızda, n yerine 1 koyduğumuzda 8.1 den 8, n 2 olduğunda 8 çarpı 2'den 16, n 3'ü gösterdiğinde 8 çarpı 3'ten 24 olur. n eşittir 4'te 8 çarpı 4'ten 32 oluyor. Bu formül (kozalaklı ağaçların sayısı = 8n) her bir aşama için kozalak ağaçlarını veriyor. Elma ağaçların sayısı n^2'e eşitmiş. Elma ağaçları her bir satırın karesi alınarak bulunabiliyormuş. Bir önceki tabloya baktığımızda, n eşittir 1 için 1'in karesi 1 olur. Tabloda ve 1. şekilde zaten 1 tane elma ağacı var. n eşittir 2 için 2'in karesi 4 olduğu için 4 tane, n eşittir 3 için 3'ün karesi 9 olduğu için 9 tane, n eşittir 4'te 4'ün karesi 16 olduğu için 16 tane, n eşittir 5'te 5'in karesi 25 olduğu için 25 tanedir. Ben 5. adımdaki elma ağaçlarının sayısını hem artış miktarına bakarak hem de satır sayısının karesini alarak bulmuştum. Ama elma ağaçlarına ilişkin formülü kullandığımızda daha kolay bir şekilde elmaların sayısı buluruz.

Bu öğrencilerden Mine ve Emir bu problemi yönlendirme ile cebirsel manipülasyon yaparak çözebilirken Anıl, Duru, Sevgi ve Figen problem bağlamındaki cebirsel eşitlikleri yorumlayarak bir niceliğin bilinmeyen değerini bulabilmişlerdir. Mine ve Emir cebirsel manipülasyonlar yapabildikleri için bu problemden tam puan alabilmişlerdir. Diğer öğrenciler cebirsel manipülasyon yapamadıkları halde cebirsel eşitliklerin anlamı açısından problemi çözebildikleri için tam puan aldıkları düşünülmüştür. Aynı zamanda bu öğrenciler bu soruyu deneme yanılma stratejisi ile de çözülebileceğini belirtmişlerdir.

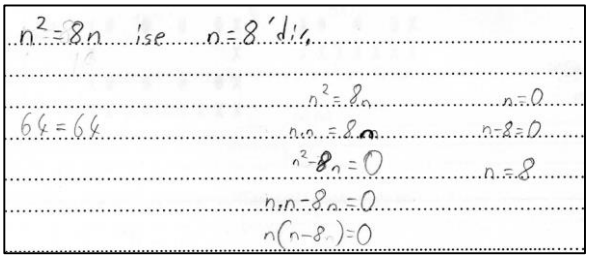
Duru: Kozalaklı ağaçların sayısı 8n ile elma ağaçlarının sayısı n^2 ile gösterilmişti. Kozalak ağaçları ile elma ağaçlarının eşit olması için 8n ile n^2 ifadelerinin bir değerde eşitlenmesi gerekecek. Bu nedenle ben 8n ifadesinde n'e hangi değer verirsem karesel sayı elde edebileceğimi düşündüm. 8'i kendisi ya da 0 ile çarparsam karesel sayı elde ederim. 8n olduğu için 8n ifadesinin karesel sayı olması için 8 ya da 0'dan başka sayı veremezdim zaten. Elma ağaçlarının sayısı n^2 ve karesel sayı olduğu için n = 8 ya da n = 0 olmalıdır. n = 8 için 8'in karesi 64 ve 8 çarpı 8 = 64 oluyor…

Görüşmeci: Bu soruyu başka bir yolla çözebilir misin?

Duru: 0'dan 8'e kadar sayı deneyerek kozalak ağaçları ile elma ağaçlarının eşit olduğu değeri bulabilirim. $n^2 = 8n$ eşitliği de çözülebilir ama bu eşitliği çözemeyeceğimi düşünüyorum…



Görsel 3.32. *Elmalar İkinci Alt Problemine İlişkin Mine'nin Çözümü*



Görsel 3.33. *Elmalar İkinci Alt Problemine İlişkin Emir'in Çözümü*

Elmalar probleminin üçüncü sorusunu güçlü niceliksel muhakemeye sahip olan öğrencilerden (Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Figen ve Emir) kısmi puan alarak çözmüşlerdir. Bu öğrenciler problem bağlamındaki niceliklerin değişimi niceliksel ve cebirsel anlam açısından yorumlayamadan gerekçe sundukları için tam puan alamamışlardır. Bu öğrenciler doldurdukları tablo ya da özel örnekler üzerinden elma ve kozalak ağaçlarının sayısının daha fazla arttığı konusunda gerekçe sunmaya çalışmışlardır. Bu katılımcılar bu sorunun doğru cevabını bulmalarına rağmen niceliksel anlam açısından gerekçe sunamamışlardır. Bu nedenle sundukları gerekçeler cebirsel ve niceliksel anlam açısından tam anlamıyla ikna edici değildir.

Mine: Meyve bahçesi büyüdükçe hem elma ağaçları hem de kozalaklı ağaçları artar. Elma ağaçları daha fazla artar çünkü kozalak ağaçları sekizer sekizer artarken kozalak ağaçları tam kare olacak şekilde büyüyor, bu nedenle elma ağaçları daha çok artar. Örneğin n = 9 için 9'un karesi 81, 8 kere 9 72'dir. Elma ağaçları gittikçe daha çok artıyor.

…

Figen: Elma ağaçları daha fazla artar.

Görüşmeci: Neden?

Figen: Çünkü sekizinci satıra kadar kozalaklar elmalardan daha büyüktür. Sekizinci satırda her iki ağaç da eşittir. Sekizinci satırdan sonra elma ağaçları hep daha fazladır. Tabloyu doldurduğumda elma ağaçlarının kozalak ağaçlarına göre giderek daha fazla büyüdüğünü fark ettim. Tabloyu doldurduğumda şunu da fark ettim. Kozalaklar hep 8'er 8'er artarken, elmalar 3, 5, 7, 9 yani tek sayı düzeninde artıyor. 4. Aşamadan itibaren elmaların artışı 7'den fazla olurken kozalakların artışı ise her zaman 8 oluyor.

…

Emir: Bence ikisinin de sayısı artar. Çünkü meyve bahçesinin alanı büyüyor. Meyve bahçesinin alanı büyüdükçe daha fazla ağaç dikilecek alan olduğu için her iki ağacında sayısı artar.

Görüşmeci: Peki hangi ağacın sayısı daha fazla artar?

Emir: Hangisinin daha fazla artacağını deneyerek bulabilirim. 10 ve 11. satır için elma ve kozalak ağaçlarının sayısını bulacağım. 10. adımda elma ağaçları 10'nun karesi 100 tane kozalak ağaçları 8 çarpı 10 80 tanedir. 11. adımda elma ağaçları 121 tane kozalak ağaçları 88 tanedir. Elma ağaçları 10. Adımdan 11. Adıma geçerken 21 artmış kozalaklı ağaçlar ise 8 artmış. Bu nedenle daha büyük bir bahçede elma ağaçları daha fazla artar.

Görüşmeci: Deneme yanılma yolunu kullanmadan problemi nasıl çözerdin?

Emir: Sayıları denediğimde ağaçların artışını net bir şeklide görebiliyorum. Ama deneme yolunu kullanmadan hangi ağacın daha fazla artacağını nasıl gözümde canlandıracağımı bilemiyorum…

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerde hepsi (Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Figen ve Emir) pizzalar problemini çözebilmelerine rağmen çalışma yaprağında gerekçe sunmadıkları ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler pizza problemini çözmek için öncelikle problem bağlamındaki nicelikleri oluşturmuşlar daha sonra oran ya da çarpımsal ilişkiyi kullanarak nicelikler arası ilişki kurmuşlardır. Bu katılımcılar çalışma yapraklarında pizzalar probleminin çözümü ile ilgili hesaplama yapmışlar ve sadece büyük pizzanın maliyetinin daha uygun olduğunu yazmışlardır. Ancak araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile bu katılımcıların buldukları çözüme ilişkin gerekçe sunması istenmiş ancak bu katılımcılar gerekçe sunmada güçlük çekmişler bir süre sessiz kaldıkları gözlenmiştir. Bu katılımcıların sunduğu gerekçeler niceliksel anlam açısından eksik olup yaptıkları çözümü yansıtmadığı için ikna edici bulunmamıştır. Ayrıca bu öğrenciler hem çözümlerinde hem de yönlendirme ile sundukları gerekçelerinde nicelikleri oluştururken niceliklerin birimlerini (pizzaların alanları birimi cm^2) yazmamışlar ya da ifade etmemişlerdir.

Görüşmeci: Nasıl bir çözüm yaptın?

Duru: Ben alanlarına göre çözüm yaptım.

Görüşmeci: Anlamadım.

Duru: Pizzanın alanlarına göre problemi çözdüm.

Görüşmeci: Neden pizzaların alan hesapladın?

Duru: Güzel soru (gülüyor ve sessizlik). Çünkü pizzanın yenilen miktarını bulmak için pizzanın alanını hesapladım, pi çarpı r kare formülünü kullandım.

Görüşmeci: Yine anlamadım. Neden pi çarpı r kare formülünü kullandın?

Duru: Amacım ne kadar pizza yedik ne kadar para ödedik onu bulmaktı. Problemde iki yuvarlak pizza anlatıldığı için pizzanın kapladığı miktarı bulmak için dairenin alanını kullandım. . Küçük pizzanın alanı 675 ve 30 zed'miş Büyük pizzanın alanı 1200 ve 40 zed'miş. Büyük pizzanın maliyeti daha uygundur.

Görüşmeci: Neden?

Duru: (Sessizlik)… Küçük pizza büyüğünün yaklaşık yarısı iken parası büyük pizzanın parasının yarısından daha fazladır…

…

Görüşmeci: Hangi pizzanın maliyeti daha uygundur?

Figen: Büyük pizza maliyeti daha uygundur.

Görüşmeci: Neden?

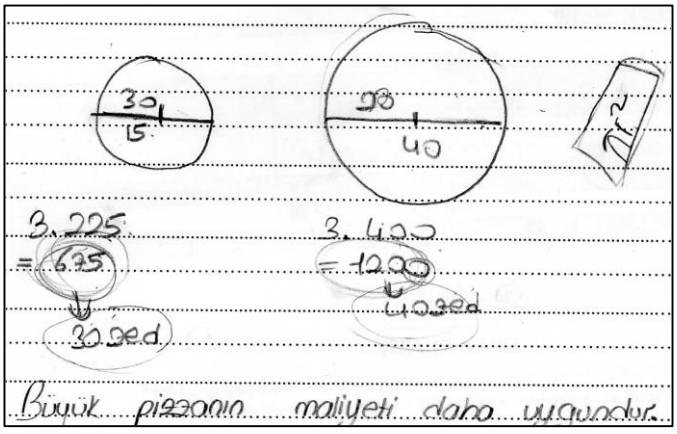
Figen: Çünkü büyük pizzada daha fazla pizza yiyebiliyoruz.

Görüşmeci: "Büyük pizzada daha fazla pizza yiyebiliyoruz" demek ile ne kast ediyorsun?

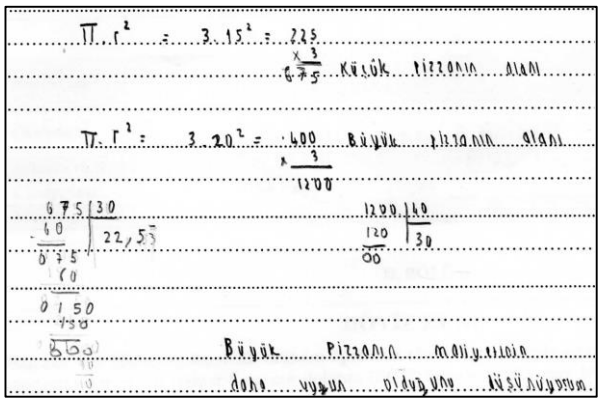
Figen: Küçük pizzada 1'e 22,5 yerken, büyük pizzada 30 yiyebiliyormuşuz.

Görüşmeci: Peki neden problemi çözerken sadece maliyeti daha uygun olduğunu düşündüğün pizzayı yazdın? Neden çalışma kâğıdına gerekçe sunmadın?

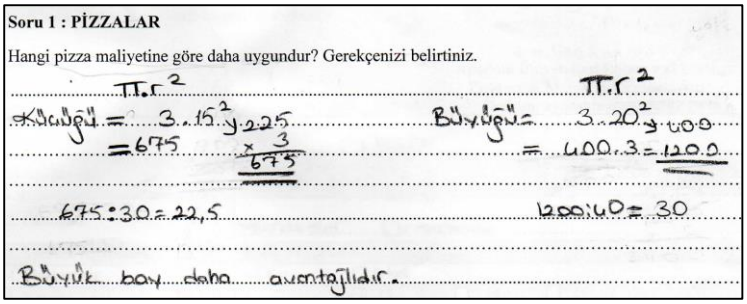
Figen: Ben problem ile ilgili bütün işlemleri yaptım ve büyük pizzanın maliyetinin daha uygun olduğunu buldum. Açıklama yapmama gerek kalmadı. Hesaplama yapmak kolay ama yaptığın işlemlerinin nedenini anlatmak zor. Yani problemi çözebiliyorum ama neden ve nasıl yaptığını anlatmakta çok zorlanıyorum.



Görsel 3.34. *Pizza Problemine İlişkin Duru'nun Çözümü*



Görsel 3.35. *Pizza Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü*



Görsel 3.36. *Pizza Problemine İlişkin Figen'in Çözümü*

3.6. Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Ön Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları

Araştırmacı-öğretmen ön klinik görüşmede güçlü niceliksel muhakemeye (Anıl, Anıl, Mine, Sevgi, Figen ve Emir) sahip olduğu düşünülen öğrencilerin çözdüğü PISA kapsamındaki matematik okuryazarlığı problemleri ile ilgili düşüncelerine yönelik sorular sormuştur. Bu öğrencilerin hepsi PISA diğer öğrenciler gibi problemlerine aşina olmadıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca bu katılımcılar bu problemler farklı, değişik, ilginç, merak uyandırıcı, mantıksal, düşündürücü, zekâ geliştirici, sorgulayıcı, günlük hayattan ve faydalı olduğunu düşünmektelerdir. Bu öğrenciler de zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi PISA problemlerinin günlük hayatla ilişkili olmasına rağmen bu problemlerin çözüm sürecinde matematiği kullanılması bu öğrencileri şaşırtmıştır. Bu öğrenciler günlük hayat problemlerinin çözüm sürecinde matematiği kullanılmayacağına inanmaktadırlar. Ayrıca bu katılımcılar PISA problemlerin sözel bir hikâyesi olması ve bu problemleri çözme sürecinin muhakeme ve yorum yapmayı gerektirdiği için bunları okuldaki matematik problemleri olarak görmemişlerdir. Bu katılımcılar bu öğrencilere göre PISA problemleri ilk başta bakıldığında zor, farklı (aşina olmama) ve genellikle çok uzun bir hikâyesi ya da metni olmasına rağmen iyi muhakeme yapılınca çözülebileceğine inanmaktadırlar. Bu katılımcılar PISA problemlerinin çözülebilmesi için detaylı şekilde düşünme ve genellikle orantısal muhakeme yapmak gerektiğini belirtmişlerdir. Bu katılımcılar PISA problemlerini çözebilmek için en önemli unsurun, iyi muhakeme yapma ve basit temel konuları bilme ya da basit temel becerileri kullanma olduğunu ifade etmişlerdir. Bu katılımcılar çözdükleri PISA problemlerini oran-orantı, örüntü ve denklem konuları ile ilgili olduğunu söylemişlerdir. Bu öğrenciler bu problemleri çözmek için yapılan işlemleri

ise çözüme ulaşmak için kullanılan bir araç olarak görmektedirler. Bu öğrencilerden Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Emir göre bu problemler öğrencilerin zekâ, muhakeme ya da sorgulama düzeyini ölçmektedir. Bu nedenle güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler diğer katılımcılara göre PISA problemlerini matematiksel konu, beceri ve kapsam açısından detaylı bir şekilde ele aldıkları ve analiz edebildikleri söylenebilir.

Görüşmeci: Bu çözdüğün problemler hakkında neler düşünüyorsun?

Anıl: Bu problemler hem matematik bilgimizi ölçüyor hem de mantıksal zekâmızı, düşünme sınırımızı ortaya koyuyor. Bu problemlerin sorgulama, sınama özelliği var. Bu problemleri çözmek için mantıksal düşünmek gerekiyor. Bu problemler günlük hayattan hem matematik bilgisi var hem de mantıksal düşünmen gerekiyor.

Duru: Çok zevkliler. Bu problemleri çözerken özellikle elmalar ile pizzalar problemlerinde daha iyi bir şekilde matematiksel düşünerek çözmem gerektiğini anladım. Çok zor problemler değildi. Okulda çözdüğüm problemler ile karşılaştırırsam bu problemler gündelik yaşamda kullanmamıza yarayan hesaplamalar yapmamızı sağlıyor. Bunlar matematiği nerede ve nasıl kullanacağımızı ve matematiğin günlük hayatı nasıl işimize yaradığını görmemizi sağlıyor. Örneğin pazara gittiğimizde bu çözdüğümüz problemlerde kullandığımız hesaplamaları yapacağız. Bu problemler hem günlük hayat ile ilgili hem de problemlerin çözümü matematiksel düşünmeyi ve hesaplama yapmayı gerektiriyor. Bu problemleri günlük yaşam problemleri olarak değerlendiriyorum… Bu problemler daha çok günlük hayatta da karşılaşabileceğimiz ve işimize yarayacak problemler. Bu problemlerde okulda öğrendiğimiz orantı, dairenin alanı, denklem konularını kullanıyorsunuz. Okulda daha çok günlük hayatımızda yeri olmayacak birçok gereksiz bilgiler öğrendiğimizi düşünüyorum. Sürekli işlem yapıyoruz. Ama bunları da öğrenmek zevkli çünkü bir şeyler öğrenmek insanı mutlu eder.

Sevgi: Bence bu problemler zekâmızı ölçmeye yarıyor. Çünkü bence bu problemler öğrencinin zekâsının ve IQ'sunun nasıl olduğunu görmeye yarar. Bu problemler hem çok farklı hem de biraz zorlayıcıydı. Bu problemlerin çoğu orantı kurularak çözülebiliyor. Oran-orantı konusunu 7. Sınıfta görmüştük. Döviz kuru tipinde olmasa da sos problemine benzer problemleri okulda çözdük. Basamak problemine benzer örüntü problemlerini okulda oldukça çözdük. Elma problemi ile hiç karşılaşmadım ve zor buldum. Pizza problemi ve elma problemini zor ve daha çok mantık yürütmeyi gerektiriyordu. Pizza problemi ile ilk defa bugün karşılaştım. Pizza problemi çok zor değildi ama çok iyi bir mantık yürütmeyi gerektiriyordu. Bence çok farklı bir problemdi.

Figen: Bu çözdüğümüz problemler çok güzel. Bence bu problemler beynimizi çalışması açısından faydalıdır. Bu problemleri zekâ geliştirici buldum. Bana göre normal bir insan yani okula gitmeyen bir insanda çözebilir bu problemleri. Bu problemleri çözerken mutlu oldum. Hem çözebildiğim için bu problemleri sevindim hem de çözerken eğlendim. Bu problemler günlük hayatta da karşımıza çıkabilir. Mesela döviz kuru işlemleri ile ilgili çözdüğümüz problem, para çevirmede bana yardımcı olur.

Emir: Bu problemleri mantıksal buldum. Problemleri çözmek için güzel ve iyi bir şekilde düşünmek gerekiyor. Bu problemleri çözmek için genelde orantı kullanmak gerekiyor. Bazılarını da denklem kullanarak çözdüm.

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler okul matematiğindeki problemlerin uzun ve çok işlem yapmayı, kural ve formül kullanmayı gerektirdiğini düşünmektedirler. Bu öğrenciler bu problemleri çözmek için matematiksel bilgi, kural ve işlemleri ezberlemek gerektiğine inanmaktadırlar. Bu katılımcılar okulda herhangi bir matematiksel konuyu ya da kavramı öğrenirken buna ilişkin işlemlerin nasıl yapıldığını öğrendiklerini ve bu nedenle bu öğrenciler okulda işlem ve cebirsel manipülasyon yapmaya dayalı problemler çözdüklerini belirtmişlerdir. Bu öğrencilere göre PISA problemlerinin okul matematiğinden farkı günlük hayatla ilgili olmaları, çözüm sürecinde hem matematiksel muhakeme yapmayı hem de matematiksel bilgiyi kullanmayı gerektirmesidir. Bu katılımcılar PISA problemlerini çözebilmek için en önemli şeyin iyi muhakeme yapma olduğuna inanmaktadırlar.

Anıl: Okulda çözdüğümüz problemler ise daha çok işleme yönelik, herhangi bir matematiksel konuya ilişkin işlemlerin nasıl ve hangi şekilde yapılacağına yönelik problemler çözüyoruz. Bu problemleri çözmek mantık gerektirmiyor, hepsi işlem yeteneğine yönelik ve bilgiyi yani konuyu biliyorsan yapabilirsin.

Duru: Okulda daha çok günlük hayatımızda yeri olmayacak birçok gereksiz bilgiler öğrendiğimizi düşünüyorum. Sürekli işlem yapıyoruz… Sizle birlikte çözdüğümüz problemleri daha kolay buldum. Çünkü problemlerde açıklamalar verilmiş, bu problemleri çözmek için anlamak gerekiyor. Bu problemdeki açıklamalarda daha çok öğrenciye problemi anlatmak için uğraşılmış, problemlerde birçok açıklama var. Ama okulda çözdüğümüz problemlerde herhangi bir açıklama yok direkt çözümü düşünmen gerekiyor. Okulda çözdüğümüz problemlerde problemi anladığımız ya da anlamadığımız önemli değil sorgulanmıyor zaten. Direkt bu problemleri çözebilir miyiz çözemez miyiz buna bakıyoruz. Problemdeki işlemleri ve hesaplamaları kendin önceden bilmen gerekiyor. Bu problemler gibi açıklama yok. Çok daha kısa problemler çözüyoruz. Problemlerde şimdi çözdüklerimiz gibi herhangi bir açıklama yok çözümü bulmak için uğraşıyorsun. Problemi tek başına anlamaya çalışıyorsun, anlamazsan çözemezsin, anlamak zorundasın problemi. Okuldaki problemleri çözmek daha zor çünkü anlamaya yönelik değil. Bu problemlerde açıklamalar var problemi anlatmak için uğraşılmış bu problemleri güzel bir şekilde açıklamaları okuyup anlarsak kolay bir şekilde çözebiliriz. Ama okuldaki problemlerin türüne göre yapacağın işlemleri ve kullanacağım kuralları ve matematiksel bilgiyi bilmeden çözemezsiniz.

Mine: Okulda çözdüğümüz problemler daha çok işleme yapmaya yönelik. Yani düşünmeyi daha az gerektiren problemler çözüyoruz okulda. Bu problemler ise çok fazla işlem yapmayı gerektirmiyor. Bu problemleri çözebilmek için daha çok düşünmek ve iyi bir mantık yürütmek gerekiyor. Çünkü bence çözdüğümüz problemlerin hepsi daha çok düşünmeye yönelikti. Bu problemler daha çok düşünüp mantık

yürüttükten sonra işlemleri kullanıp çözümü yapabiliyorsun. Bu nedenle bu problemlerde yaptığım işlemler çözüme ulaşmak için bir araç, bir bağlayıcı gibidir.

Figen: Okulda çözdüğümüz problemler daha çok işlem yapmaya yönelik, bu problemlerdeki gibi basit dört işlem kullanarak çözmek mümkün değil. Daha çok ve uzun işlem gerektiren problemler çözüyoruz okulda. Burada çözdüğümüz problemlerde daha az işlem yaptım ve bu nedenle bu problemleri sade yani temel konular ağırlıklı buldum. Bu problemler bir, iki işlemle çözülebiliyor. Okuldaki çözdüğümüz problemlerde birçok işlemi aynı anda yapıyoruz ve çok farklı işlemler kullanıyoruz örneğin formüller, kurallar ve cebirsel işlemler. Bu problemler dört işlem kullanmak yeterli, kural formül kullanmana gerek yok.

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen bu öğrenciler okuldaki matematik başarılarının çok iyi olduğuna inanmaktadırlar. Bu öğrenciler PISA problemlerinin neredeyse tamamını çözdüklerini düşünmelerine rağmen araştırmacı-öğretmenin özellikle bu problemlerin çözümüne ilişkin gerekçe sunmada (neden, niçin ve nasıl sorularını yanıtlamada) güçlük çektiklerini belirtmişlerdir. Bu katılımcılar Görüşmecinin neden, niçin, nasıl sorularını yanıtlamada güçlük yaşamışlar, bu sorular ile okulda karşılaşmadıkları için şaşkınlık ve endişe duymuşlar; donup kaldıklarını belirtmişlerdir. Bunun nedenini ise bu öğrenciler, okulda problemin çözümüne ilişkin gerekçe sunmamaları nedeniyle açıklama yapmada güçlük çekmelerine dayandırmıştır. Bu katılımcılara göre bir problemin çözümüne ilişkin hesaplama yapmanın kolay iken; gerekçe sunma ve açıklama yapmanın oldukça zordur.

Duru: Ben okulda her derste özellikle matematikte çok başarılı bir öğrenciyim. Okul birincisiyim. Aynı zamanda TEOG sınavından tam puan aldım. Ama bu problemlerden elmaların son sorusu ve pizza problemini tam anlamıyla çözemediğim için çok şaşırdım. Neden bu problemleri istediğim gibi çözümünü yapamıyorum, neden açıklama yapamıyorum şaşırdım ve merak ettim. Bu son iki problem daha çok düşünme gerektiriyor. Ama okulda böyle problemlerle karşılaşmıyoruz ve çözüm yaparken nedenini de açıklamıyoruz. Bu nedenle siz problemler ve yaptığım çözümler ile ilgili nedeni ya da gerekçesini açıklamamı isteyince çok zorlandım. Gerekçe sunmak için daha iyi düşünmem gerektiğini anladım. Biraz üzüldüm istediğim gibi problemlerin çözümünü açıklayamadığım için.

3.7. Öğretim Bölümlerine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

3.7.1. Öğretim 1'in hazırlanması ve Öğretim 1'e ilişkin öğrenme ortamı (Niceliklerin belirlenmesi ya da oluşturulması)

Öğretim 1'in amacı öğrencilerin farklı problem bağlamları ya da problem durumlarındaki nicelikleri belirleyebilmelerini sağlamaya yardımcı olmaktır. Bu amaçla öğrenciler farklı problem bağlamlarındaki nicelikleri belirlemeleri istenmiştir. Bu

problemlerde sayma, uzunluk, ağırlık, alan, sıvıların hacmi, mesafe, para ve zaman ölçme ile ilgili nicelikler kullanılmıştır. Öğrencilerin problem bağlamındaki nicelikleri belirleyebilmeleri için öğretim boyunca problem durumundaki nicelikleri oluşturma sürecinde niceliklerin nesnenin ölçülebilen özelliğine odaklanmaları, bu özelliğe ilişkin uygun birimlendirme hakkında kavrayış oluşturmaları ve nesnenin odaklanılan özelliğine sayısal değer vermek amacı ile yapılan işlemin ya da sürecin ne olduğunun farkına varmaları gerekmektedir (Kaput, 1995, s. 45). Bu nedenle öğrencilerin problem bağlamındaki niceliklerin nasıl ölçüldüğü, birimleri ve niceliğe atanan değer ile ilgili düşünmeleri istenmiştir.

Öğretim 1'de araştırmacı-öğretmen ve gözlemcinin ana amacı, öğrencilerin öncelikle bir problem durumunu anlamalarını ve daha sonra problem bağlamındaki nicelikleri belirlemelerini ve yorumlamalarını sağlamaktır. Bu amaçla, araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğretim 1'in planını hazırlarken öğrencilerin öncelikle problem durumunu anlayabilmeleri için Polya (1957) problem çözme sürecini temel alarak aşağıdaki genel soruları sormayı düşünmüşlerdir (örn. "Problem ne anlatıyor?", "Problemde neler verilmiş?" ve "Problemde neler isteniyor?"). Weber ve arkadaşlarına (2014) göre öğrencilerin problemin çözümü ilgili olan nicelikleri belirleyip yorumlayabilmeleri için problem bağlamındaki niceliklere odaklanmaları gerekmektedir (s.26). Bu nedenle araştırmacı-öğretmen ve gözlemci her problem bağlamındaki niceliklerin belirlenebilmesi için öğrencilerin problem durumu ile ilgili nicelikleri düşünebileceği ve ifade edebileceği soruları sormayı amaçlamışlardır. Daha sonra araştırmacı-öğretmen ve gözlemci, eğer katılımcı öğrenciler problem durumundaki nicelikleri anlamlı bir şekilde betimleyebiliyorlarsa, neden problemdeki belirli niceliklere odaklandıklarını ve bu niceliklerin ölçümü nasıl düşündükleri ya da canlandırdıkları açıklamaları ile ilgili soru sormayı düşünmüşlerdir (örn. "Bu problemi çözebilmek için problem ile ilgili nelere odaklanmamız gerekir?", "Neden problem durumundaki bu nesneye (örn. toka) odaklandın?", "Problem durumundaki bu nesnenin hangi özelliğine odaklandın?" "Problem durumundaki bu nesneye ilişkin verilen değer nasıl elde edilmiştir?", "Problem durumundaki bu nesneye ilişkin verilen değer nasıl ölçülmüştür?"). Araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğrenciler ile birlikte problem bağlamındaki nicelikleri belirledikten sonra ön klinik görüşme bulgularını göre öğrencilerin problem çözme sürecinde yaşadıkları güçlükleri gidermek için niceliksel anlam açısından Rafet Amca, benzin ve para 1 problemlerini öğrenme ortamında ayrıntılı

bir biçimde çözmeyi amaçlamışlardır. Örneğin, zayıf niceliksel muhakeme becerisine sahip öğrencilerin problem çözme sürecinde niceliklere odaklanmak yerine anahtar kelime arama stratejisini kullandıkları için benzin problemini hazırlamışlardır. Zayıf ve orta niceliksel muhakeme becerisine sahip olduğu düşünülen öğrenciler ise örüntü genelleme sürecinde fonksiyonel yaklaşım yerine yinelemeli (recursive) yaklaşıma odaklandıkları için para 1 problemini öğrenme ortamında çözmeleri istenmiştir. Ayrıca öğrencilerin hepsinin niceliksel anlam açısından cebirsel sembolleri ve eşitliği kullanma, yorumlama ve manipüle etmelerini sağlamak için Rafet Amca problemi hazırlanmıştır.

Öğretim 1 toplam iki ders saati (40+50= 90 dk) süresinde tamamlanmıştır. Öğretim-1'de araştırmacı-öğretmen öğrenciler ile birlikte toplam basit dokuz problemi niceliklerin anlamı açısından incelemişlerdir. Dokuz problemin en az sekiz tanesi öğrenme ortamında çözülmüştür. Bu süreçte araştırmacı-öğretmen çalışma yaprağındaki problemleri dağıtmış daha sonra öğrencilerin tek başına problemi okumalarını ve daha sonra içlerinden birinin sesli bir şekilde problemi okumasını istemiştir. Daha sonra araştırmacı-öğretmen öğrencilerin kendi cümleleri ile problem durumlarını anlatmaya yönlendirmiştir. Böylece araştırmacı-öğretmen öğrencileri dinleyerek bu öğrencilerin problem bağlamındaki hangi nicelikten nasıl bahsettiklerini öğrenmiş ve öğrencilerin problem durumundaki nicelikleri problemin bağlamı ve diğer niceliklerle nasıl ilişkilendirdiğini görebilmiştir (Soto ve Esmende, 2014).

Öğretim 1'de öğretmen-araştırmacı ve öğrenciler ilk olarak toka problemini incelemişler ve çözmüşlerdir. Toka problemi basit bir aritmetiksel problem olup problemdeki nicelikler sayma ölçümü ile ilgilidir.

Toka Problemi: Elif'in 20 saç tokası vardır. Ablası Elif'e 10 toka daha almıştır. Elif 7 tokasını küçük kız kardeşine vermiştir. Ninesi Elif'e bir miktar toka almıştır. Elif'in toplamda 40 tokası bulunduğuna göre ninesi Elif'e kaç toka almıştır?

Şekil 3.8. *Toka Problemi*

Her üç okulda araştırmacı-öğretmen öğrencilerden toka problemini anlatmalarını istemesine rağmen katılımcı öğrenciler problemi anlatmak yerine hepsi ilk başta problemi çözmek için hangi hesaplamaları yapmaları gerektiğinden bahsetmişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen öğrencilerinden yapılan işlem ya da hesaplamalardan önce problemi betimlemelerini istemiştir. Ancak bu öğrenciler genellikle problemleri

hikâyeleştirerek açıklamışlar ve bu süreçte nicelikleri eksik ve anlamsız kullandıkları ortaya çıkmıştır.

Görüşmeci: Problemde ne anlatılıyor?

Bengü: 23 varmış, 40 olmuş. O zaman sonuç 17'dir değil mi?

Görüşmeci: Şuanda çözümün değerinin kaç olduğu önemli değil. Problem ile ilgili neler verilmiş?

Alp: 20 tokası varmış. Ablası 10 toka almış. Sonra 7 tanesini vermiştir. Geriye 23 kalmış. Toplamda 40 varmış ise ninesi Elif'e kaç tane almış. Problemde bu soruluyor.

Görüşmeci: Anlamadım. Açık bir şekilde problemde neler anlatıldığını anlatır mısın?

Alp: Elif'in 20 saç tokası varmış. Ablası Elif'e 10 toka daha almış. Elif 7 tokasını küçük kız kardeşine vermiş. Ninesi Elif'e bir miktar toka almış. Elif'in toplamda 40 tokası bulunduğuna göre ninesi Elif'e kaç toka almış? (Hikâyeleştiriyor).

Görüşmeci: Evet, problemi hikâyeleştirerek anlattın. Problemin hikâyesini biriniz özetleyebilir mi?

Gül: Öğretmenim bu çok basit bir problem. 20 tokası varmış, 10 daha almış ve sonra yedisini vermiş. Toplamda tokası 40 olmuş, ninesi ne kadar vermiş?

Her üç okuldaki bu öğrenciler problemdeki niceliklerin nesnesini, ölçülebilen özelliğini ve birimini söylemek yerine sadece bunlardan biri ile nicelikleri ifade etmişlerdir. Ayrıca bu öğrencilerden birçoğu genellikle toka problemindeki nicelikler ile ilgili nesnenin kime ait olduğunu da belirtmemişlerdir (örn. Elif'in toplam toka sayısı yerine toplamda toka 40 olmuş). Araştırmacı-öğretmen öğrencilerin nicelikleri anlamsız kullandıklarını fark edince bu öğrencileri problemin çözümü ile ilgili olan nicelikleri belirleme ve yorumlamaya yönlendirmiştir. Bu amaçla araştırmacı-öğretmen öğrencileri problem bağlamındaki nicelikleri adım adım belirlemeye ve niceliklere ait nesne, ölçülebilen özellik ve birimini ifade etmeye yönlendirmiştir.

Görüşmeci: Problemi çözmek için neye odaklandık?

İpek: Tokalara odaklandık.

Görüşmeci: İpek, problemi çözmek için odaklandığı nesnenin tokalar olduğunu belirtti. Peki, daha ayrıntılı bir şekilde problemi çözmek için odaklandığınız nesneyi nasıl belirtirsiniz?

Sevgi: Elif'in tokalarını düşündük.

Okan: Hayır, Elif'in toplam tokalarına düşündük.

Görüşmeci: Biz problemi çözmek için Elif'in tokalarının hangi özelliğine odaklandık?

Mine: Elif'in tokalarının miktarına odaklandık.

Alara: Ya da Elif'in tokalarının sayısını hesapladık.

Görüşmeci: Neden Elif'in tokalarının sayısına göz önünde bulundurduk?

Okan: Çünkü problemde Elif'in toka sayısı ile ilgili verilen değerleri bilirsek ve adım adım istenen değeri bulmak için uğraşırsak problemi daha kolay bir şekilde çözebiliriz.

Sevgi: Çünkü problemde verilenler Elif'in toka sayısı ile ilgilidir. Problemde istenen de Elif'in ninesinin Elif'e kaç tane toka verdiğidir.

Görüşmeci: Peki, önünüze bir miktar toka koysalar siz toka sayısını nasıl bulursunuz?

İpek: Sayarak bulurum öğretmenim.

Görüşmeci: Sayma sonucunda ortaya çıkan değer neyi veriyor?

Alara: Toplamı.

Görüşmeci: Toplamı ne demek?

Alara: Toplam toka sayısı.

Görüşmeci: Tamam. Bu problemde 20 değeri verilmiş. 20 değeri ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?

Sarp: 20, Elif'in tokalarıdır.

Görüşmeci: Anlamadım.

Mine: Elif'in toka sayısı ya da miktarı 20'dir.

İpek: Hayır, öğretmenim Elif'in başlangıçtaki toka sayısı 20'dir.

Görüşmeci: Çok güzel. İsteyince problemdeki verilenleri ne güzel anlatabiliyorsun. Aferin size. (Gülüşmeler)

Araştırmacı-öğretmen daha sonra öğrencilerin niceliksel anlam açısından toka probleme ilişkin çözüm planını açıklamaya yönlendirmiştir. Problemdeki nicelikler açısından hesaplamaları açıklamalarını istemiştir. Öğrencilerden Beste, Alara ve Bengü bu problemi tahtada çözmüş, çözümle ilgili niceliğini birimini yazmayı unutmuşlar ve araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile çözümü niceliksel anlam açısından uygun bir şekilde yazabilmişlerdir.

Görüşmeci: Bu problemi çözmek için neleri hesaba kattınız?

Sarp: Öğretmenim toka problemini çözmek için öncelikle Elif'in tokalarına, ablasının ne kadar verdiğine ve onun kız kardeşine ne kadar verdiğine dikkat ettim. Daha sonra Elif'in toplam tokasını düşünerek ninesinin kaç toka verdiğini bulmaya çalıştım.

Görüşmeci: Güzel. Ancak daha anlamlı ve ayrıntılı şekilde problemde nelere odaklanmamız gerektiğini nasıl anlatırsınız?

Alara: Öğretmenim bu problemi çözmek için Elif'in başlangıçtaki toka sayısına, ablasının Elif'e verdiği toka sayısına, Elif'in küçük kız kardeşine verdiği toka sayısına odaklanmalıyız. Böylece Elif'in kaç tokası olduğunu bulabiliriz.

Görüşmeci: Güzel başka.

İpek: Öğretmenim problemde verilen Elif'in toplam toka sayısını düşünerek, Elif'in ninesinin kaç toka verdiğini bulabiliriz.

Görüşmeci: Sonuç olarak bu problemi çözebilmek için nelere odaklandık ve hangi işlemler ile uğraştık?

Okan: Problemde Elif'in başlangıçtaki toka sayısı ve son durumdaki toplam toka sayısı ve akrabaları ile ilgili verilen toka sayılarını düşündük. Problemi çözebilmek için de sayma ve toplama işlemi ile uğraştık.

Görüşmeci: Şimdi problemle ilgili ne yapmak istediğinizi anlayabildim. Bu nedenle her öğretimde problem çözerken sanki beni görme engelli bir birey olduğumu düşüneceksiniz. Bana problem ilgili düşüncülerinizi anlamlı ve ayrıntılı bir şekilde anlatacaksınız anlaştık mı?

Öğrenciler: Anlaştık (Gülüşmeler).

Araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler ikinci olarak bal problemini çözmüşlerdir. Bal probleminin bağlamındaki nicelikler ağırlık ölçme ile ilgili olup niceliklerin birimleri kg cinsinden verilmiştir.

Bal Problemi: Bir teneke bal 30 kg gelmektedir. 90 teneke bal taşıyacağımız, boş iken kamyonetin ağırlığı 900 kg'dır. Yüklü halde iken kamyonet kaç kg gelecektir?

Şekil 3.9. *Bal Problemi*

Araba problemi ise öğrenme ortamında çözülen üçüncü problemdir. Araba probleminin bağlamındaki nicelikler uzunluk ölçme ile ilgili olarak niceliklerin birimleri metre cinsinden verilmiştir.

Araba Problemi: 7 tane aynı model araba uç uca dizilmiştir. Arabaların oluşturdukları toplam uzunluk 56 metredir. 11 arabanın oluşturacağı toplam uzunluk kaç metre olur?

Şekil 3.10. *Araba Problemi*

Öğrenme ortamında çözülen bir başka problem okul problemidir. Okul probleminin bağlamındaki nicelikler mesafe ölçme ilgili olarak niceliklerin birimleri kilometre cinsinden verilmiştir.

Okul Problemi: Her gün işe arabasıyla gidip gelen bir üniversite öğrencisinin evi ile okulu arasındaki mesafe 6 kilometredir. Bu öğrenci bir hafta içinde okula gittiği günlerde toplam kaç kilometre mesafe almaktadır?

Şekil 3.11. *Okul Problemi*

Bal, araba ve okul problemleri basit aritmetiksel problemleri temsil etmektedir. Her üç problemin çözümünde öğrencilerin niceliksel muhakemenin özel bir bileşeni olan orantısal muhakemeye yapmaları gerekmektedir. Bu problemler oran, orantı kurma ya da çarpımsal ilişki kullanma stratejileri ile çözülebilmektedir. Araştırmacı-öğretmen bu problemlerin çözüm sürecinde öğrencilerin hem nicelikleri belirlemelerini ve yorumlamalarını hem de nicelikler arasında çarpımsal ilişki kurmalarını amaçlamıştır.

Her üç problemde, araştırmacı-öğretmen öğrencileri problem bağlamındaki nicelikleri belirlemeye ve yorumlamaya yönlendirmiştir. Araştırmacı-öğretmen öğrencilerinin anlamlı bir şekilde nicelikleri ifade etmeleri ve niceliklerin birimlerini farkına varmaları için sorgulama yapmıştır. Aşağıda araştırmacı-öğretmenin bal problemindeki niceliklerin anlamını keşfetmek açısından yönlendirmeleri yer almaktadır.

Görüşmeci: Bal problemini çözmek için nelere odaklanmalıyız?

Beste: Teneke bala.

Görüşmeci: Ne anlatmak istiyorsun?

Beste: Teneke balın kilogramına.

Görüşmeci: Anlamadım.

Beste: Teneke balın ağırlığına.

Gökalp: Bir teneke balın ağırlığına odaklanmalıyız öğretmenim.

Görüşmeci: Bir teneke balın ağırlığı problemde nasıl ölçülmüş?

Nehir: Kg birimine göre ölçülmüş.

Görüşmeci: Evet, teneke balın ağırlığı kg birimi ile ölçülmüş. O zaman problem bağlamında neye odaklanmış oluyoruz?

Duru: Kg birimi cinsinden bir teneke balın ağırlığına odaklandık.

Görüşmeci: Başka neye odaklandık?

Simge: Boş iken kamyonetin ağırlığının 900 kg olduğuna odaklandık…

Daha sonra araştırmacı-öğretmen öğrencilerini problem bağlamındaki nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler açısından hesaplama yapmalarını ve bunları açıklamalarını istemiştir. Öğrencilerden Simge, Okan ve Mert bu problemi tahtada niceliksel anlam açısından eksik ve uygun olmayan bir orantı kurarak (örn. 1 = 30, 90 = x; 1 30 ise 90'a x'tir) çözmüşlerdir. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen bu öğrencileri çözümlerinde nicelikleri anlamlı bir şekilde kullanmaya (niceliklere ilişkin nesne ve niceliklere ilişkin birimi çözümde yer alması) yönlendirmiştir. Aşağıdaki alıntıda Mert'in bal problemine ilişkin çözümü ve yorumları yer almaktadır.

Görüşmeci: Bal problemini çözmek için ne yapmanız gerekir?

Mert: Öğretmenim ben bu problemi orantı kurarak çözdüm. Tahtaya kalkabilir miyim?

Görüşmeci: Tabi. Neden orantı kurmayı düşündün?

Mert: Öğretmenim bu problemde 1 teneke balın 30 kg olduğu verilmiş. 90 teneke bal taşınacağı için öncelikle 90 teneke balın kaç kg geldiğini bulmamız gerekir. Bu nedenle orantı kurdum. (Orantı kuruyor).

Mert: 1 = 30

90 = x ise 90.30 = x, x = 2700 (tahtada kurduğu orantı)

Görüşmeci: Ben bu yazdığın orantıdan hiç bir şey anlamadım. 1 nasıl 30' a eşit oluyor?

Mert: (Kızarıyor ve gülüyor). Tekrar orantı kurabilir miyim?

Görüşmeci: Evet.

Mert: 1 teneke bal 90 kg

30 teneke bal x kg buradan 1. x = 90. 300, x = 2700 (yazıyor)

Görüşmeci: x = 2700 nedir?

Mert: x, 30 teneke balın 2700 kg olduğunu gösteriyor.

Görüşmeci: x'in birimini yazmayı unutmuşsun galiba.

Mert: evet (gülüyor ve x = 2700 kg yazıyor). Daha sonra 2700 ile 900'u topladım ve çözümü 3600 kg buldum.

Görüşmeci: Neden Mert 2700 ile 900'u topladı?

Alp: Çünkü yüklü halde iken kamyonetin ağırlığının kaç kg olduğunu bulmak için 30 teneke balın ağırlığı ile boş kamyonetin ağırlığını topladık…

Araştırmacı-öğretmenin bu yönlendirmeleri sonucunda öğrenciler ilk iki problemin (toka ve bal problemi) çözümünün tamamlanmasının ardından problem bağlamında niceliklere odaklanarak nicelikleri anlamlı bir şekilde açıklamaya başlayabilmişlerdir. Artık bu öğrenciler nicelikleri ifade ederken sadece niceliklerin değerlerini ya da nesnesini kullanmak yerine niceliklerin hangi nesneye ait olduğu, bu nesnenin ölçülebilen özelliği ve birimini dikkate alarak birlikte kullanmaya çalıştıkları görülmüştür. Örneğin, B okulunda araba problemine ilişkin nicelikleri belirleme sürecinde öğrencilerin nicelik anlamlı bir şekilde ifade etmeye çalıştıkları ve yorumladıkları aşağıdaki alıntıda yer almaktadır.

Alara: İlk başta yedi tane aynı model araba uç uca dizilmesi sonucunda toplam uzunluklarını 56 metre olduğuna.

Görüşmeci: Problem bağlamıyla ilgili neden arkadaşınız buna odaklanmış olabilir?

İpek: Çünkü bir tane arabanın kaç metre uzunluğu olduğuna bulabilirsek problemi çözebiliriz.

Görüşmeci: Problemde ne istiyordu?

Sevgi. 11 arabanın toplam uzunluğu isteniyor.

Görüşmeci: Nasıl anlamadım?

Sarp: 11 arabanın toplam uzunluğunun kaç metre olduğu isteniyor.

Mine: Ya da metre cinsinden 11 tane arabanın toplam uzunluğu isteniyor.

İpek: Öğretmenim, bir arabanın kaç metre olduğunu hesaplarsak, toplam 11 arabanın uzunluğunun kaç metre olduğunu bulabiliriz…

Öğrenme ortamında çözülen bir diğer problem ise haberleşme problemidir. Bu problem PISA 2003 uygulamasındaki internette sohbet problemi temel alınarak adapte edilmiştir. Haberleşme problemini bağlamındaki nicelikler zaman ölçme ile ilgilidir. Bu problemin çözüm sürecinde öğrencilerin aynı anda farklı yerlerdeki zamanları karşılaştırmaları gerekmektedir.

Haberleşme Problemi: Ayça (Eskişehir), Allegra (Colorado) ve Singapur (Ban) internet ortamında haberleşebilmektedir. Her üçünün de haberleşebilmeleri için internete aynı saatte bağlanmaları gerekmektedir. Sohbet edebilmek için uygun bir zaman bulabilmek amacıyla, Ban dünya saat çizelgesine bakarak aşağıdakileri öğrendi:

Eskişehir'de saat sabah 10:00 iken Colorado ve Singapur'da saat kaçtır?

Şekil 3.12. *Haberleşme Problemi*

Haberleşme probleminde araştırmacı-öğretmen öğrencileri öncelikle problem bağlamındaki nicelikleri belirlemeye ve yorumlamaya daha sonra nicelikler arası ilişki kurma ve niceliklerin değişimini koordine etmeye yönlendirmiştir. Aşağıdaki alıntıda A okulunda haberleşme probleminde yapılan sınıf tartışması yer almaktadır.

Görüşmeci: Bu problemi çözmek için nelere odaklanacağız?

Gökalp: Zamana odaklanacağız.

Görüşmeci: Daha net ve açık şeklide anlatın.

Beste: Her üç şehirdeki zamana odaklanacağız. Zamanlar ise saat cinsinden verilmiş.

Görüşmeci: Problemi çözme için başka nelere odaklanacağız?

Nehir: Öğretmenim bu problemi çözmek için saatler, üç şehir ile ilgili saatler arasındaki ilişkiyi düşünmeliyiz. (O sırada Duru söz istiyor ve parmak kaldırıyor).

Duru: Bu problemi çözmek için öncelikle saat cinsinden ülkelerdeki zamanlara bakmalıyız. Colorado' da saat 15:00 iken Eskişehir'de saat 23:00 ve Singapur'da saat 5:00'miş. Bu nedenle problemi çözmek için saat cinsinden ülkeler arasındaki zaman farkı ilişkisine odaklanmalıyız.

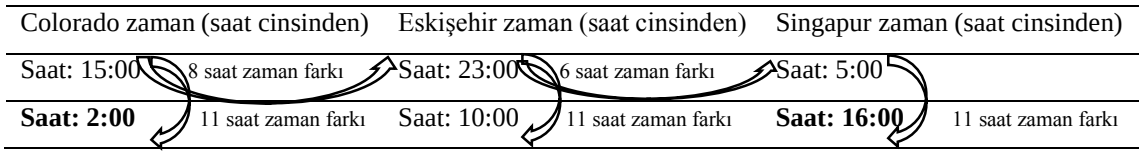
Görüşmeci: Ülkeler arasındaki zaman farkı ile ilgili neler söyleyebilirsiniz?

Simge: Öğretmenim, Colorado' da saat 15:00 iken Eskişehir'de saat 23:00 ise Colorado Eskişehir'deki zamandan sekiz saat geridedir.

Görüşmeci: ya da?

Simge: Eskişehir'de zaman Colorado'dakinden sekiz saat ileridedir…

Haberleşme problemini araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler niceliksel anlam açısından ilişkilere odaklanarak çözmüşlerdir.



Şekil 3.13. *Niceliksel Anlam Açısından Haberleşme Probleminin Çözümü*

Öğretim 1'de benzin problemi öğrenciler ile birlikte çözülmüştür. Benzin problemi bağlamındaki nicelikler sıvıların hacmini ölçme ve para ile ilgilidir. Bu problemi çözme sürecinde öğrencilerin sıvıların hacmi ile ilgili nicelik ve para ile ilgili nicelik arasında ilişki kurması gerekmektedir. Ayrıca öğrencilerin para ile ilgili nicelikleri problem çözme sürecinde kullanabilmeleri için niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerini odaklanmaları önemlidir. Niceliksel birim koordinasyonu problem bağlamındaki niceliklerin birimini fark ederek, niceliğe ait sayısal değer ile niceliğin birimi arasındaki ilişkiyi keşfedebilmektir (Olive ve Çağlayan, 2008, s. 270-271). Niceliksel birim korunumu ise farklı nicelikleri ve bunların farklı birimleri arasında dönüşüm yaparak bu nicelikleri tek bir birim cinsine göre bir bütün olarak ele almaktır (Olive ve Çağlayan, 2008, s. 270-271). Benzin problemi hikâyesinde anahtar kelimeler içermektedir. Bu nedenle problemin çözülebilmesi için öncelikle hesaplamalar yapmak yerine basit niceliksel ilişkilere dayalı bir bilişsel model oluşturmak gerekmektedir. Bu problem Mayers ve arkadaşları (1992) gaz problemi temel alınarak adapte edilmiştir (s.139).

Benzin Problemi: BZN isimli benzin istasyonunda benzinin litresi 1 lira 50 kuruştan satılmaktadır. Bu, BZGS isimli benzin istasyonunda satılan benzinin litresinden 10 kuruş eksiktir. BZGS benzin istasyonundan 20 litre benzin almak için kaç lira ödemek gerekir?

Şekil 3.14. *Benzin Problemi*

Benzin probleminin öğretim 1'de yer almasının nedeni ön klinik görüşmelerde zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin problem bağlamını niceliksel anlam açısından analiz etmeden birden aritmetiksel stratejileri kullanmaya

yönelmeleridir. Bu öğrencilerden çoğu (Beste, İpek, Bengü ve Alp) ön klinik görüşmelerdeki gibi benzin probleminde nicelikler arası ilişki kurmak yerine anahtar kelimelere aramaya odaklanmışlardır. Araştırmacı-öğretmen öğrencilerin basit nicelikler arası ilişkileri kurabilmeleri için onları problemdeki nicelikleri ayrıntılı şekilde anlatmaya ve niceliklerin birbirleri ile olan ilişkisini yorumlatmaya yönlendirmiştir. Bu amaçla araştırmacı-öğretmen problemdeki cümleleri tek tek okutarak öğrencilerin yorumlamasını sağlamıştır. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip öğrenciler bu yönlendirme ile problemdeki sayılara ya da anahtar kelime aramaya odaklanmak yerine niceliklerin anlamlarını keşfedebilmişlerdir. Ayrıca araştırmacı-öğretmen öğrencilerinin niceliksel birim koordinasyonu ve birim korunumu becerilerini kullanabilmeleri için katılımcı öğrencileri farklı para birimleri olan kuruş ve lira arasında ilişki kurmaya ve bunları yorumlamaya yönlendirmiştir.

Görüşmeci: Bu problemi çözebilmek için nelere odaklanmak gerekiyor?

Bengü: BZN ve BZGS benzin istasyonlarındaki benzinlerin litre fiyatına ve BZGS benzin istasyonundan 20 litre benzin almanın fiyatının ne kadar olacağını odaklanmak gerekir.

Görüşmeci: Bu problem ile ilgili başka ne düşündünüz?

Gül: Öğretmenim, BZN ve BZGS benzin istasyonlarındaki benzinlerin litre fiyatları hem lira hem de kuruş parası ile verilmiş. Bu nedenle bu benzinlerin fiyatlarını kuruş cinsinden yazmalıyız.

Görüşmeci: Neden?

Figen: Çünkü farklı para birimlerini aynı para birimine dönüştürmeliyiz ki kolay bir şekilde bu benzinlerin fiyatlarını hesaplayabilelim.

Görüşmeci: Bu benzinlerin fiyatlarını kuruş cinsine nasıl dönüştürünüz?

Alp: Öğretmenim, BZN'deki benzinin litre fiyatı 1 lira 50 kuruşmuş. O zaman bu benzinin fiyatı 150 kuruştur.

Görüşmeci: Alp, BZN'deki benzinin fiyatı 150 kuruş olduğunun nasıl hesapladın?

Alp:1 lira 100 kuruş ise 1 lira 50 kuruş 150 kuruşa eşit olur.

Görüşmeci: Güzel. Peki, BZGS isimli benzin istasyonunda satılan benzinin litresi kaç kuruştur?

Bengü: 140 kuruştur öğretmenim.

Görüşmeci: 140 kuruşu nasıl buldun Bengü?

Bengü: Problemde 10 kuruş eksik olduğu belirtilmiş. Problemde eksik kelimesi verilmiş ise çıkarma yapmalıyız. 150 kuruştan 10 kuruş çıkarırsak 140 kuruş kalır. Bu da BZGS'de satılan benzinin litre fiyatıdır.

Görüşmeci: Bengü, bu problemi senle birlikte tekrar inceleyelim. "BZN isimli benzin istasyonunda benzinin litresi 1 lira 50 kuruştan satılmaktadır. Bu, BZGS isimli benzin istasyonunda satılan benzinin litresinden 10 kuruş eksiktir". Sen bu cümlelerden ne anlıyorsun?

Bengü: BZN isimli benzin istasyonunda benzinin litresi 1 lira 50 kuruştan satılmaktaymış. Bu, BZGS isimli benzin istasyonunda satılan benzinin litresinden 10 kuruş eksikmiş.

Görüşmeci: Evet bu cümleleri yorumlar mısın?

Bengü: BZN' de benzinin litresi 150 kuruşmuş. Bu, BZGS'de satılan benzinin litresinden 10 kuruş eksikmiş (susuyor uzun süre). Aaa BZGS'de benzinin litre fiyatı 160 kuruştur. Yanlış bulmuşum (Gülüyor). Çünkü BZN'deki benzinin litre fiyatı BZGS'dekinden 10 kuruş eksikmiş.

Görüşmeci: Neden BZGS'deki benzinin litre fiyatını yanlış hesaplamış olabilirsin?

Bengü: Çünkü problemi anlamadan problemdeki kelimelere göre hesaplama yaptım. Ama problemi anlayınca yanlış çözüm yaptığımı fark ettim…

Öğrenme ortamında çözülen bir diğer problem ise para 1 problemidir. Para 1 problemindeki nicelikler paraların ölçülmesi ile ilgilidir. Para 1 problemi örüntü genelleme problemi olup farklı birimleri sahip nicelikler arasında dönüşüm yapılmasını gerektirmektedir. Benzin problemi gibi bu problemi çözmek için öğrencilerin niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerini kullanması gerekmektedir.

Para 1 Problemi: Her gün bir önceki günden 2 lira 50 kuruş daha fazla para biriktiren Pelin ilk gün 150 kuruş biriktirmiştir. Pelin 6 günde kaç lira biriktirmiştir?

Şekil 3.15. *Para 1 Problemi*

Öte yandan ön klinik görüşmelerin bulguları zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin (Beste, Gökalp, Simge, Nehir; İpek, Alara, Sarp, Okan; Bengü, Alp, Gül, Mert, Nejla) örüntü genelleme probleminde yinelemeli (recursive) ilişkiye odaklandıkları için fonksiyonel ilişki kuramamışlardır. Bu öğrenciler niceliklerin birbirine bağlı değişimini analiz etmek yerine sadece bağımlı değişken olan niceliğin artış miktarına odaklanmışlardır. Bu nedenle araştırmacı-öğretmen öğrencilerin hem para ile ilgili nicelikleri belirlemesi hem de fonksiyonel ilişki yaklaşımını kullanabilmeleri için para 1 problemini hazırlamıştır. Araştırmacı-öğretmen bu problemin çözüm sürecinde öncelikle öğrencilerle problemdeki nicelikleri anlamlı bir şekilde belirlemeye ve yorumlamaya yönlendirmiştir.

Görüşmeci: Para 1 problemini çözmek için nelere odaklanmak gerekir?

Mine: Pelin'in ilk günkü para tutarına ve onun her gün bir önceki günden ne kadar fazla para biriktirdiğine odaklanmamız gerekiyor.

Görüşmeci: Güzel. Problemde ne isteniyor?

Sarp: Pelin'in 6 günde kaç lira biriktirdiği soruluyor.

Görüşmeci: Problemi nasıl çözdünüz?

Alara: Öğretmenim tahtada çözebilir miyim bu problemi?

Görüşmeci: evet.

Alara: (tablo yapma stratejisini kullanıyor, araştırmacı-öğretmen onu bu stratejiyi niceliksel anlam açısından uygun bir şekilde kullanmaya yönlendiriyor).

Görüşmeci: Problemi nasıl çözdün Alara?

Alara: Öğretmenim, ben tablo yaptım, ilk gün Pelin 150 kuruş biriktirdiği için 1'in karşısına 150 yazdım. Daha sonra her gün 2 lira 50 kuruş ekleyerek 6. Günde Pelin'in biriktirdiği parayı buldum. 2 lira 50 kuruş 250 kuruştur.

Görüşmeci: Neden?

İpek: Çünkü 1 lira 100 kuruştur. 2 lira 200 kuruş olur. 2 lira 50 kuruş ise 250 kuruştur.

Görüşmeci: Altıncı gün sonunda Pelin kaç lira biriktirmiştir?

Sevgi: 1400 kuruş ya da 14 lira.

Tablo 3.1. *Alara'nın Araştırmacı-öğretmenin Yönlendirmesi Sonucunda Para 1 Problemine İlişkin Niceliksel Anlam Açısından Uygun Tahtadaki Çözümü*

Gün		Biriktirilen para (kuruş)
1	→	150 krş
2	→	150 + 250 = 400 krş
3	→	150 + 250 + 250 = 650 krş
4	→	150 + 250 + 250 + 250 = 900 krş
5	→	150 + 250 + 250 + 250 + 250 = 1150 krş
6	→	150 + 250 + 250 + 250 + 250 + 250 = 1400 krş

Daha sonra problemin çözümü ile ilgili kullanılan stratejiler tartışılmıştır. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Beste, Gökalp; İpek, Alara; Bengü, Alp) ile orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin birkaçı (Simge, Sarp, Gül, Mert) yalnız yinelemeli (recursive) yaklaşımı kullanarak sadece yakın adımlardaki para miktarını hesaplayabilmişlerdir. Diğer yandan güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler (Anıl, Duru; Mine, Sevgi; Figen, Emir) ile orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin birkaçı (Nehir, Okan, Nejla) adım sayısı (gün sayısı) ve biriktirilen para arasında ilişkiye odaklanarak fonksiyonel yaklaşımı kullanabilmişlerdir. Araştırmacı-öğretmen öğrenciler ile birlikte niceliklerin birbirine bağlı değişimini analiz etmeye ve yorumlamaya yönlendirerek zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler fonksiyonel ilişkiyi kullanabilmelerini ve niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini keşfedebilmelerini

sağlamıştır. Aşağıdaki alıntıda araştırmacı-öğretmenin öğrencileri yinelemeli (recursive) yaklaşımdan fonksiyonel yaklaşımı kullanmaları için yaptığı yönlendirmeler ve sınıf tartışması yer almaktadır.

Görüşmeci: Peki arkadaşlar bu problemde Pelin'in 200 gün sonra lira cinsinden ne kadar para biriktirdiği sorulsa ne yapardınız?

Sevgi: Öğretmenim ben bu problemi Alara'nın yaptığı gibi çözmedim. Ben problemde gün ile para arasında bir ilişki olduğunu fark ettim.

Görüşmeci: Anlamadım. Daha anlamlı bir şekilde açıklama yapmalısın.

Sevgi: Yani, gün sayısı ile ilk gün haricinde biriktirdiği para miktarı arasında bir ilişki olduğunu fark ettim.

Görüşmeci: Hmm. Bu ilişkiyi biz de keşfedelim o zaman. Para 1 probleminin çözümüne ilişkin tabloyu tekrar inceleyelim. Bu tabloyu kullanarak yakın adım olan 6. Gün için Pelin'in toplam biriktirdiği paranın 14 lira olduğunu bulduk. Peki, bu tabloya göre nasıl çıkarımlar yapabilirsiniz?

Sarp: (sessizlik) Aaa (gülüyor) öğretmenim günün bir eksiği ile 250'yi çarparsak Pelin'in ne kadar para eklediğini bulabiliriz.

Görüşmeci: Ne demek istediğini hiç anlamadım. Daha anlamlı bir şekilde açıklama yapmalısın ki ikna olayım

Sarp: Öğretmenim ben bu problemi 250 kuruş ekleye ekleye Pelin'in biriktirdiği parayı bulmuştum. Ama tabloyu inceleyince gün sayısı ve Pelin'in biriktirdiği para miktarı arasında ilişki var. Bu ilişki şöyle Pelin, her gün gün sayısının bir eksiğinin 250 katı kadar para daha biriktiriyor.

Görüşmeci: Tamam. Peki, Pelin'in toplam biriktirdiği parayı nasıl açıklarsınız?

Mine: Öğretmenim, Pelin'in toplam biriktirdiği parayı gün sayısının bir eksiğinin 250 katına 150 kuruş eklenmesi ile bulabiliriz.

Görüşmeci: Güzel, peki Pelin'in 200. gün sonunda biriktirdiği toplam parayı nasıl bulursunuz, tabloda gösteriniz?

İpek: (tabloda 200. Adım için biriktirilen para miktarını hesaplıyor).

Görüşmeci: Arkadaşlar, öyle bir kural yazın ki Pelin'in herhangi bir günde biriktirdiği para miktarını kolayca bulalım.

Okan: Öğretmenim tablodaki gün sayısına x ile gösterelim. Bu durumda, x gün sonunda Pelin'in biriktirdiği para miktarı 150 artı (x-1)'in 250 katı toplamı olur. (tabloda gösteriyor)

Görüşmeci: Peki, 150 artı (x-1)'in 250 katı toplamı neye eşittir?

Okan: Pelin'in biriktirdiği toplam para miktarına.

Görüşmeci: Ama ben bunu yazdığın cebirsel ifadede göremiyorum.

Okan: Tamam, Pelin'in biriktirdiği toplam para miktarını da y ile gösterdim. Şimdi oldu…

Tablo 3.2. *Araştırmacı-öğretmenin Yönlendirmesi Sonucunda Para 1 Probleminin Tahtada Çözümüne ilişkin Örüntü Genelleme Süreci*

Gün		Biriktirilen para (kuruş)
1	→	150 krş
2	→	150 + 250 = 400 krş
3	→	150 + 250 + 250 = 650 krş
4	→	150 + 250 + 250 + 250 = 900 krş
5	→	150 + 250 + 250 + 250 + 250 = 1150 krş
6	→	150 + 250 + 250 + 250 + 250 + 250 = 1400 krş
...	→	…….
200	→	150 + (200-1).250 = 49900 krş
x	→	150 + (x-1).250 = y

Öğretim 1'de araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler son olarak Rafet Amca problemini çözmüşlerdir. Rafet Amca problemi bağlamındaki nicelikler alan ölçme ile ilgilidir.

Rafet Amca Problemi: Rafet Amca elma ve portakal yetiştiren bir çiftçidir. Geçen sene portakal ağaçlarının yetiştirildiği tarlanın alanı elma ağaçlarının yetiştirildiği alandan 20 hektar daha küçüktür. Bu yıl, Rafet Amca daha çok elma yetiştirmek için 35 hektar ekstra toprak daha almış, daha çok portakal yetiştirmek için ise portakal yetiştirilen tarlanın alanını 3 katına çıkarmıştır. Son durumda, elma ağaçlarının yetiştirildiği tarlanın alanı portakal ağaçlarının yetiştirildiği tarlanın alanından 9 hektar daha küçük olduğuna göre, geçen yıl her iki çiftlik kaç hektarlık alana sahiptir?

Şekil 3.16. *Rafet Amca Problemi*

Ön klinik görüşmelerde zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ise cebirsel sembolleri ve eşitlikleri yorumlamada ve bunlarla ilgili cebirsel manipülasyon yapmada güçlük yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler problemleri doğru çözmelerine rağmen niceliksel anlam açısından eksik ya da uygun olmayan çözümleri dikkat çekmiştir. Bu neden ile araştırmacı-öğretmen Rafet Amca probleminde öğrencilerin hem alan ölçme ile ilgili nicelikleri belirleyebilmelerini hem de nicelikler arası ilişkiler kurarak niceliklerin değişimini cebirsel temsil ile gösterip, cebirsel manipülasyon yaparak problemi çözmelerini amaçlamıştır. Bu problem Harel'in (2010) çiftlik probleminden adapte edilmiştir (s. 346).

Rafet Amca problemini öğrenciler ilk okuduklarında karışık ve zor bulduklarını belirtmişlerdir. Araştırmacı-öğretmen öncelikle öğrencilerin problem bağlamını anlayabilmeleri için problemdeki cümleleri tek tek anlatmalarını istemiştir. Daha sonra problemdeki nicelikleri belirlemeye ve yorumlamaya yönlendirmiştir. Öğrenciler bu yönlendirmeler ile niceliklerin arasında ilişki ile ilgili muhakeme yapmaya çalışmışlar ve niceliklerin değişimini yorumlayabilmişlerdir.

Öğrenciler: (problemi okuyor).

Görüşmeci: Rafet Amca problemi ne anlatıyor?

Beste: Beynim durdu. Çok karışık bir problem, anlamadım.

Simge: Gerçekten çok karışık bir problem. Anlaşılması zor.

Görüşmeci: Neden?

Simge: Çünkü elma ağaçları, portakal ağaçları, geçen sene ve bu sene ile ilgili birçok şey var problemde. Bu problem oldukça uzun. Okurken diğer cümleleri unutuyorsun.

Görüşmeci: O zaman tek tek cümleleri okuyalım ve birbirimize ne anladığımızı açıklayalım.

Öğrenciler: Tamam.

Görüşmeci: "Geçen sene portakal ağaçlarının yetiştirildiği tarlanın alanı elma ağaçlarının yetiştirildiği alandan 20 hektar daha küçüktür" cümlesinden ne anlıyorsunuz?

Anıl: Elma ağaçlarının yetiştirildiği alan portakal ağaçlarının yetiştirildiği alandan daha fazla ya da daha genişmiş ya da tam tersi durum söz konusudur.

Görüşmeci: Ne kadar fazlaymış?

Nehir: Elma ağaçlarının yetiştirildiği alan portakal ağaçlarının yetiştirildiği alandan 20 hektar daha fazladır… (problemdeki cümleler teker teker okunuyor ve problem ile ilgili çıkarımlar yapılıyor).

…

Görüşmeci: Bu problemi çözmek için nelere odaklanmak gerekir?

Duru: Elma ve portakal ağaçlarının yetiştirildiği tarlaların bu sene ve geçen seneki alanlarına odaklanılmalıdır.

Görüşmeci: Peki, bu tarlaların alanları ile ilgili başka ne verilmiş?

Gökalp: Elma ve portakal ağaçlarının yetiştirildiği tarlaların alanları hektar cinsinden verilmiş.

Anıl: Evet, bu tarlaların alanını hesaplamak için hektar birimi kullanılmış…

Daha sonra araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler problemdeki niceliklere ve nicelikler arası ilişkilere odaklanarak adım adım problemdeki cümleleri analiz etmişler ve problemdeki cümleleri anadilden sembolik dile çevirmişlerdir. Bu problemi çözmek için tablo yapma ve cebirsel eşitlik yazma stratejisini birlikte tartışmışlar ve kullanmışlardır. Araştırmacı-öğretmen öğrencileri nicelikleri temsil eden sembollerin anlamını açıklamaya yönlendirmiştir. Bu öğrencilerin niceliklerin değişimini temsil eden cebirsel sembolleri ve ifadelerin yorumlamalarını istemiştir. Öğrencilerden bazıları (Beste, İpek

ve Bengü) niceliklerin değişimini yanlış yorumlayınca bilişsel çatışma yapılarak niceliksel anlam açısından cebirsel ifadeler analiz edilmiştir.

Tablo 3.3. *A Okulundaki Sınıf Tartışması Sonucunda Rafet Amca Problemindeki Niceliklerin Cebirsel Semboller ile Gösterimi*

Zaman	Elma Ağaçları (hektar)	Portakal Ağaçları (hektar)
Geçen sene	x +20	x
Bu sene	(x +20) + 35	3x

Tablo 3.4. *B ve C Okulundaki Sınıf Tartışması Sonucunda Rafet Amca Problemindeki Niceliklerin Cebirsel Semboller İle Gösterimi*

Zaman/Tarla	Elma Ağaçları (hektar)	Portakal Ağaçları (hektar)
Geçen sene	x	x- 20
Bu sene	x + 35	3(x- 20)

Araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler niceliksel anlam açısından problem bağlamındaki nicelikleri cebirsel ifadeler ile göstermiştir. Daha sonra öğrencilerden birkaçı (Simge, Mine ve Emir) tahtaya kalkarak bu problemin çözümü ile ilgili cebirsel eşitliği yazmışlar ve çözmüşlerdir. Araştırmacı-öğretmen öğrencilerin cebirsel eşitliği çözerken eşitliğin anlamına odaklanmadan işlem yaptıklarını fark edince eşitliğin diğer tarafına neden sayının ters işareti ile geçtiğini sormuştur. Öğrenciler "denklemi çözebilmek için bu kural uygulanır" demiştir. Araştırmacı-öğretmen eşitliğin sonuç gösteren sembol olmak yerine denge anlamına odaklanarak katılımcı öğrencileri eşitliğin anlamını keşfetmeye yönlendirmiştir.

Emir: Son durumda, elma ağaçlarının yetiştirildiği tarlanın alanı portakal ağaçlarının yetiştirildiği tarlanın alanından 9 hektar daha küçükmüş. Ben bu cümleyi eşitlik ile yazacağım (Tahtada bu eşitliği yazıyor 3(x-20) – (x + 35) = 9).

Görüşmeci: 3(x-20) – (x + 35) = 9 (işaretle gösteriyor) Bu yazdığın eşitlik ne anlama geliyor?

Emir: Öğretmenim, son durumda hektar cinsinden elma ağaçlarının alanını x + 35; portakal ağaçlarının alanını da 3(x-20) ile göstermiştik. Son durumda elma ağaçlarının alanını portakal ağaçlarının alanından 9 hektar küçük olduğuna göre den 3(x-20)'den x + 35'i çıkardığımızda geriye 9 hektar kalır. Ben de böyle bir eşitlik yazdım.

Görüşmeci: Tamam. Şimdi eşitliği çöz ve bize açıkla.

Emir: (eşitliği çözüyor) (işlem yapıyor)

3(x-20) – (x + 35) = 9

3x - 60 – x -35 = 9

2 x – 95 = 9

2 x = 104

x =52

Görüşmeci: Eşitliği nasıl çözdün?

Emir: İlk önce dağılma kuralını kullandım. Çünkü ilk önce parantezden kurtulmam gerekir.

Görüşmeci: Arkadaşınız çarpma işlemimin çıkarma işlemi üzerinde dağılma özelliği olduğu için parantez içini açabildi. Sonra ne yaptın?

Emir: Eşitliğin diğer tarafına -95'i +95 olarak geçirdim 2x eşittir 104 oldu. x'i yalnız bırakmak için 104'ü 2'ye buldum. x 52'e eşit oldu.

Görüşmeci: Neden eşitliğin diğer tarafına +95 ters işareti ile geçti?

Öğrenciler: Denklemi çözebilmek için bu kural uygulanır. Sayılar eşitliğin diğer tarafına ters işareti ile geçer.

Görüşmeci: Eşitlik sembolü ne anlama gelir?

Bengü: Eşitlik sonucu ya da çözümü verir.

Görüşmeci: Başka?

Öğrenciler: Yanıt yok (sessizlik).

Görüşmeci: 2 x – 95 = 9 eşitliğini terazi olarak düşünelim. Terazi ne işlev görür?

Gül: Denge, dengelemek.

Görüşmeci: Güzel. Bu terazinin sol kefesine 95 ilave edersek dengede kalması için ne yapmamız gerekir?

Mert: Terazinin sağ kefesine de 95 eklemeliyiz.

Nejla: Aaa eşitlik sembolü terazideki denge anlamına geliyor. Bu nedenle sayılar eşitliğin diğer tarafına ters işareti ile geçiyor. Eşitliğin bir tarafındaki sayıdan kurtulmak için onun her iki tarafına bu sayının ters işaretini ekliyoruz.

Görüşmeci: Evet eşitlik aynı zamanda denge anlamına gelir. Eşitliğin her iki tarafının aynı olduğunu gösterir. Biz bu denklemi çözebilmek için eşitliğin denge görevinden yararlandık. İçerisinde değişken bulunan ifadeleri eşitliğin bir tarafına içerisinde değişken bulunmayanları da eşitliğin bir tarafına bulunacak şekilde yerleştirerek denklemi çözdük…

Ön klinik görüşmelerde öğrencilerin hepsi niceliksel anlam açısından gerekçe sunmada güçlük yaşadıkları için araştırmacı-öğretmen öğretim boyunca öğrencilere neden ve nasıl sorularını yöneltmiştir. Özellikle güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler öncelikle bu soruları yanıtlarken zorlanmışlar; belli bir süre sessiz kalmışlar, gülmüşler ya da utanmışlardır. Daha sonra bu öğrenciler problem bağlamındaki niceliklerin anlamını ve ilişkisini ortaya koyarak gerekçe sunabilmişlerdir. Bu derste öğrenciler ile problem bağlamları günlük hayat ve diğer disiplinler açısından ele alınıp tartışılmıştır. Örneğin, okul probleminde öğrenciler, problemdeki öğrencinin maddi durumunun güçlü olduğu ve okul ile evi arasının yakın olmadığını, neredeyse C okulu ile otogar arasındaki mesafe kadar olduğunu belirtmişlerdir. C okulundaki

öğrencilerin hepsi okula yürüyerek gittikleri için problemdeki öğrencinin evinin yakınlarında bir okula gitmesinin daha iyi olacağını önermişlerdir. Haberleşme probleminde ise A ve B okulundaki öğrenciler sosyal bilgiler dersi ile ilişkilendirmişler. Örneğin, Simge ve Duru meridyenlerden dolayı ülkelerin aynı anda farklı zamanları yaşadıklarını söylemişlerdir.

Öğretim 1'de öğrenciler farklı problem bağlamlarını anlamlandırmış ve problem bağlamındaki nicelikleri belirleyip anlamlı bir şekilde yorumlamışlardır. Ayrıca bu öğrenciler nicelikleri ve niceliklerin temsillerini anlamsız ve eksik kullandıkları için eşitlik ve cebirsel sembollerin anlamları keşfedilmiştir. Orantılar niceliksel anlam açısından uygun bir şekilde kurulmuştur. Süreç boyunca öğrenciler problem bağlamında nicelikler ile ilgili muhakemeler yaparak basit nicelikler arası ilişki ve niceliklerin değişimini analiz etmişlerdir. Kısaca öğretim 1'de araştırmacı-öğretmen öncelikle farklı problem bağlamındaki niceliklerin belirlenmesini amaçlamış, ön klinik görüşme bulgularına göre niceliklere ilişkin sembollerin ve niceliklerin anlamını keşfetmeyi amaçlamış ve bu süreci uygun bir şekilde yönetmiştir.

3.7.2. Öğretim 2'in hazırlanması ve Öğretim 2'e ilişkin öğrenme ortamı (Nicelikler arası ilişkilerin kurulması)

Öğretim 2'nin amacı öğrencilerin farklı problem bağlamlarındaki nicelikleri belirleyebilmelerini ve nicelikler arası ilişki kurabilmelerini sağlamaya yardımcı olmaktır. Bu amaçla öğrenciler farklı problem bağlamlarındaki nicelikleri belirlemeleri ve bu nicelikler arasında ilişki kurması için farklı problemler hazırlanmıştır. PISA değerlendirmesinde öğrencilerin temel becerileri kullanabilmesi hedeflenmektedir. Bu beceriler öğrencilerin niceliksel muhakemenin özel bileşeni olan orantısal muhakeme yapmaları ile ilgilidir. Örneğin, PISA 2012 matematik okuryazarlığında öğrencilerin oran ve orantı kurmaları ve yüzde hesaplamaları yapmaları beklenmektir (MEB, 2011, s.15). Ön klinik görüşmelerde özellikle zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler, nicelikleri çarpımsal olarak karşılaştırmada ve çarpım, oran gibi çarpımsal nicelikleri belirlemede, kullanma ve yorumlamada güçlük çekmişlerdir. Öğrencilerin nicelikler arası ilişki kurabilmeleri için ise çarpımsal ilişkiyi kullanabilmeleri, oran-orantı kurabilmeleri ve yüzde hesaplamaları yapabilmeleri gerekmektedir. Bu nedenle, bu öğretimde araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğrencilerin bir niceliğe ait çokluğun belirli bir yüzde miktarını hesaplamalarını, nicelikler arası ilişkiyi kurmada ve nicelikler arası

ilişkileri genellemede yüzde hesaplamalarını kullanmalarını amaçlamıştır. Araştırmacı-öğretmen ve gözlemcinin öğretim 2'deki ana amacı ise öğrencilerin bir nesnenin hızının kavramsallaştırmasını sağlamaktır. Bir nesnenin hızının ölçülmesi süreci iki niceliğin (kat edilen mesafe, bu mesafeyi almak için geçen gerekli zaman) çarpımsal olarak kavramsallaştırmasına dayanmaktadır. Bir nesnenin hızı ile ilgili kavramsallaştırmada önemli olan öğrencilerin iki farklı niceliğin çarpımsal olarak karşılaştırılmasını düşünmeleridir (Thompson ve Thompson, 1994, s. 283; Weber ve ark., 2014, s. 26). Bir nesnenin hızı niceliğini oluşturmada ayrıca öğrencilerin iki niceliğin değişimini koordine etmesi (örn. bir niceliğin başka bir niceliğe göre bağımlılığını koordine etme) gerekmektedir (Carlson ve Oehrtman, 2005). Bu amaçla araştırmacı-öğretmen ve gözlemci nicelikler arası ilişkileri ve niceliklerin değişimi açısından muhakeme etmelerini destekleyerek öğrencilerin gerçek yaşam problemlerindeki modelleri anlama, geliştirme ve keşfetmesine yardımcı olmaya çalışmıştır (Weber ve ark., 2014, s. 26).

Öğretim 2 ders süreci 90 dakikada tamamlanmıştır. Öğretim 2'de araştırmacı-öğretmen öğrenciler ile birlikte toplam dört problemi öncelikle niceliklerin anlamı açısından incelemişler. Daha sonra bu katılımcılar bu problemleri çözebilmek için nicelikler arası ilişki kurmaya ve niceliklerin değişimini analiz etmeye çalışmışlardır. Bu dört problemin çözüm sürecinin ardından araştırmacı-öğretmen, öğrencilerin nicelikler ve niceliksel anlam açısından nasıl problem çözdüklerini anlamak ve bu deste neler öğrendiklerini görmek amacıyla PISA 2012 değerlendirilmesinde kullanılan ve altıncı seviyedeki problem olan "bisiklet sürücüsü Hale" bireysel problemini çözmelerini istemiştir. Böylece araştırmacı-öğretmen ve gözlemci bir öğretim bölümü sonucunda öğrencilerin kazandıkları becerileri değerlendirebilme fırsatı elde etmiştir. Öğretim 1 gibi öğretim 2'de araştırmacı-öğretmen çalışma yaprağındaki problemleri dağıtmış daha sonra öğrencilerin tek başına problemi okumalarını ve daha sonra içlerinden birinin sesli bir şekilde problemi okumasını istemiştir. Daha sonra araştırmacı-öğretmen öğrencilerin kendi cümleleri ile problem durumlarını anlatmaya yönlendirmiştir. Bu yolla araştırmacı-öğretmen öğrencilerini dinleyerek problem bağlamındaki hangi nicelikten nasıl bahsettiklerini öğrenmiş ve öğrencilerin problem durumundaki nicelikleri problemin bağlamı ve diğer niceliklerle nasıl ilişkilendirdiğini ya da değişimi analiz ettiğini görebilmiştir (Soto ve Esmende, 2014).

Öğretim 2'de araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler ilk olarak bilgisayar problemini incelemişler ve çözmüşlerdir. Bilgisayar problemi Kohar'ın (2014) telefon probleminden

uyarlanmıştır (s. 675). Bilgisayar probleminde araştırmacı öncelikle bir niceliğe ait çokluğun belirli yüzdesini hesaplanmasını ve bu hesaplamadan sonra niceliklerin çokluklarının karşılaştırarak gerekçe sunulmasını gerektirmektedir. Bu nedenle bu problemi çözmeden önce araştırmacı-öğretmen ve gözlemci nedenlein ne olduğunun tartışılmasının uygun olacağını düşünmüştür. Van de Walle, Karp ve Bay-Williams'a (2010) göre yüzde matematiksel bir kavram olmayıp yeni bir terminoloji ya da gösterimdir (s. 338). Yüzde terimi basitçe yüzde-bir ve bu anlamda, paydası 100 olan standart bir oran için kullanılan diğer bir isimdir. Örneğin, ¼ kesrini düşünelim. Bu kesir 0,25 ve $\frac{25}{100}$ ile aynı anlama gelmekte ve denk anlamları da aynı şekilde yüzde yirmi beş olarak okunmaktadır. Yüzdelerin kesir ve ondalık sayılarla ilişkisinin yanında bir de orantısal muhakeme ile yani oranlarla da ilişkisi vardır. Öğrencilerin bağlamsal olmayan durumlarla deneyimler yaşadıktan sonra, gerçek yaşamdaki bağlamsal durumlarda da ilişkileri incelemelerine fırsatlar tanınmalıdır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010, s. 276). Bu amaçla araştırmacı-öğretmen ve gözlemci bilgisayar problemini hazırlamışlardır.

Bilgisayar Problemi:

Bilgisayar firması ANG piyasaya üç yeni ürün sürmüştür. Bu ürünler PC111, PC112' ve PC113tür. Her gün üç farklı türde yeni bilgisayarlar üretilmekte olup hepsi piyasaya sürülmeden önce test edilmektedir. Aşağıda her gün ortalama üretilen bilgisayarların sayısı ve günlük test sonucu bozuk olup teknik servise gönderilecek bu bilgisayarların ortalama yüzdesi ile ilgili bilgiler verilmiştir.

Bilgisayar Türü	Günlük ortalama üretilen bilgisayar sayısı	Test sonucu bozuk olan bu bilgisayarın ortalama yüzdesi
PC111	1000	%9
PC112	2000	%5
PC113	3000	%3

Günlük ortalama hangi bilgisayar türü daha çok teknik servise gönderilmektedir? Nedeniyle birlikte açıklayınız.

Şekil 3.17. *Bilgisayar Problemi*

Araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler problem durumunu anlamak için tartışmışlar ve bu süreçte problemin çözümü ile ilgili nicelikleri belirlemişlerdir.

Görüşmeci: Bu problemde ne anlatılmış?

Beste: Öğretmenim ANG piyasaya üç yeni ürün sürmüş ve bunlar PC111, PC112' ve PC113'müş. Her gün üç farklı türde bilgisayarlar üretiliyormuş ve daha sonra test ediliyormuş. Öğretmenim

bir tablo verilmiş. Bu tabloda her gün ortalama üretilen bilgisayarların sayısı ve günlük test sonucu bozuk olup teknik servise gönderilecek bilgisayarın ortalama yüzdesi verilmiş.

Görüşmeci: Problemde verilen tabloyu nasıl yorumlarsınız?

Anıl: PC111 bilgisayarı günlük ortalama 1000 tane üretilmiş ve test sonucu olan bu bilgisayarların ortalama %9'u bozukmuş.

Duru: PC112 bilgisayarı günlük ortalama 2000 tane üretilmiş ve test sonucu olan bu bilgisayarların ortalama %5'u bozukmuş.

Nehir: PC113 bilgisayarı günlük ortalama 3000 tane üretilmiş ve test sonucu olan bu bilgisayarların ortalama %3'u bozukmuş.

Görüşmeci: Peki problemde ne istenmiş?

Gökalp: Günlük ortalama hangi bilgisayar türü daha çok teknik servise gönderildiği sorulmuş.

Görüşmeci: Evet ancak günlük ortalama hangi bilgisayar türü daha çok teknik servise gönderildiğini nedeniyle birlikte açıklamanız gerekiyor. Bu problemi çözmek için nelere odaklanmak gerekir?

Simge: Günlük ortalama üretilen bilgisayarların sayısına ve günlük test sonucu bozuk olup teknik servise gönderilecek bilgisayarın ortalama yüzdesine odaklanmak gerekir…

Daha sonra araştırmacı-öğretmen öğrencileri yüzde terimini açıklamaya ve yorumlamaya yönlendirmiştir. Öğrenciler yüzde terimini paydası 100 olan bir kesir, ondalık sayı ve oran ile ilişkilendirdikleri ortaya çıkmıştır.

Görüşmeci: Arkadaşlar %9 ne anlama gelir?

Sarp: 9 bölü 100 ($\frac{9}{100}$).

Görüşmeci: Anlamadım.

Sarp: (Tahtaya $\frac{9}{100}$ yazıyor). %9, $\frac{9}{100}$ kesrine denktir.

Görüşmeci: Başka?

Sevgi: %9 aynı zamanda 0, 09'dur.

Görüşmeci: Örnek ile % 9'u ne anlama geldiğini nasıl açıklasınız?

Mine: Öğretmenim, Benim 100 elmam var. 9 tanesi çürük çıktı. Çürük elmalar, toplam elmaların % 9'unu oluşturur. (Tahtaya çıkıyor ve yazıyor). $\frac{\text{Çürük elma sayısı}}{\text{Toplam elma sayısı}} = \frac{9}{100} = \%\ 9$

Görüşmeci: O zaman arkadaşlar yüzde aynı zamanda neyi gösterir?

Sevgi: Oran.

Görüşmeci: Nasıl yani?

Sevgi: Yüzde, Bir şeyin bir şeye oranını gösterir. Mine'nin kurduğu problemde %9 çürük elma sayısının toplam elma sayısına oranını gösteriyor…

Araştırmacı-öğretmen öğrencileri günlük test sonucu bozuk olup teknik servise gönderilecek üç farklı bilgisayar türünün ortalama yüzdesi ayrı ayrı hesaplamaya yönlendirmiştir. Öğrenciler bir niceliğe ait çokluğun belirli yüzdesini hesaplarken oran,

orantı ve kesirlerde çarpma işlemini kullandıkları görülmüştür. Aşağıda PC111 bilgisayarın günlük test sonucu bozuk olan bilgisayarlarının ortalama yüzdesinin farklı yollarla hesaplanması yer almaktadır.

Çözüm 1 (oran kullanma): % 9 $= \frac{9}{100} = \frac{x}{1000}$ *ise* 100. x = 9.1000, $\frac{\cancel{100}x}{\cancel{100}} = \frac{9.1\cancel{000}}{\cancel{100}}$, $x = 90$ tane

Çözüm 2 (orantı kurma): PC 111 için 100 tane bilgisayarın 9 tanesi bozuksa

1000 tane bilgisayarın x tanesi bozuktur

100. x = 9.1000 ise $x = 90$ tane

Çözüm 3 (kesirlerde çarpma):1000 tane PC 111'in 100'de 9'u (%9); 1000 . $\frac{9}{100} = 90$ tane

Şekil 3.18. *Öğrenme Ortamında Bilgisayar Probleminin Çözümünde Kullanılan Stratejiler*

Bilgisayar probleminde öğrencilerin bir niceliğe ait çokluğun belirli yüzdesini hesapladıktan sonra çözümü ile ilgili gerekçe sunması istenmiştir. Gerekçe sunma matematik okuryazarlığında hem iletişim hem de muhakeme yapma ve argüman oluşturma becerileri açısından önemlidir. Bu nedenle araştırmacı-öğretmen öğrencileri günlük ortalama hangi bilgisayar türü daha çok teknik servise gönderildiğini nedeniyle birlikte açıklamaya yönlendirmiş ve öğrencilerin niceliksel anlam açısından uygun gerekçe sunmaya başladığı görülmüştür.

Görüşmeci: Günlük ortalama hangi bilgisayar türü daha çok teknik servise gönderilmektedir?

Alp: PC112

Görüşmeci: Neden?

Bengü:PC111 ve PC113'te 100 bozuk çıkarken, PC112'de 90 bozuk çıktı.

Görüşmeci: Anlamadım. Daha ayrıntılı ve anlamlı şekilde açıklama yapmalısın.

Bengü: Öğretmenim, PC111 ve PC113'te günlük ortalama 90 bilgisayar bozuk çıkarken, PC112'de günlük ortalama 90 bilgisayar bozuk çıkıyor.

Görüşmeci: Yani?

Alp: Günlük ortalama olarak PC112 markasının bilgisayarları diğer bilgisayar markalarından daha çok teknik servise gitmektedir…

Öğrenme ortamında yüzdeler terimi ile ilgili olan bir diğer problem cep telefonu isimli problemdir. Bu problemde öğrencilerin yüzde hesapları yaparak nicelikler arası ilişkiler ile ilgili genel kural yazmaları istenmiştir.

Cep Telefonu Problemi:

Elektronik eşya satan bir mağazada cep telefonları % 25 oranında kar içermektedir. Arda bu mağazadan bir cep telefonu almış 2250 lira ödemiştir.

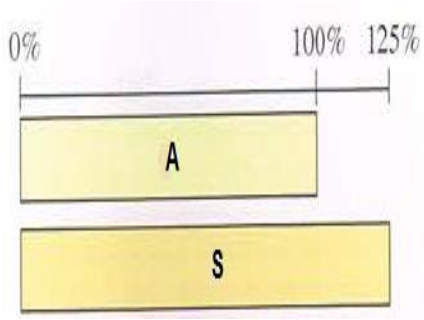
A) Bu telefonun kar payı içermeyen fiyatını bulunuz.

B) Bu telefonun kar payı içermeyen fiyatı toptan alım fiyatı A, müşterilere satış fiyatı S ile gösterilsin. Bu telefonun toptan alım fiyatı ve müşterilere satış fiyatı arasındaki ilişkiyi gösteren bir kural yazınız.

Şekil 3.19. *Cep Telefonu Problemi*

Bilgisayar probleminin çözüm sürecine benzer olarak cep telefonu problemi araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler ile birlikte problem bağlamını anlama, problemdeki nicelikleri belirleme ve nicelikler arası ilişki kurma açısından ele alınmıştır. Bu problemin çözüm süreci okul türüne göre farklılaştığı görülmüştür. C okulundaki öğrenciler diğer okuldaki öğrencilerden farklı olarak cep telefonu problemini anlamada güçlük çekmişlerdir. Bu öğrenciler "*cep telefonu problemine aşina olmadıklarını, kar payı içeren fiyat, toptan alış fiyatı ve %25 kar oranının neyi anlattığını bilmediklerini*" belirtmişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen öğrencilerin bu problemi anlayabilmeleri için kar payı içeren fiyat, toptan alış fiyatı ve belirli bir kar oranın ne anlama geldiğini açıklamıştır. Ancak A ve B okulundaki öğrenciler bu problem bağlamındaki teknik terimlere aşina oldukları görülmüştür. Hatta bazı öğrenciler (Simge, Nehir, Duru; İpek, Mine, Sevgi) "*ailesi ile birlikte alışverişe gittiklerini ve %50 ya da %70 ürün indirimlerini takip ettiklerini söylemişlerdir*". Benzer şekilde ön klinik görüşmelerde öğrencilerin çoğu açık uçlu problem çözme aracındaki problemlere aşina olmadıkları için problemi anlamlandırmada güçlük çekmişler ve problemi çözememişlerdir. Bu nedenle problem bağlamına aşina olma ya da problemi anlamlandırma ile problemi çözebilme arasında ilişki olduğu söylenebilir.

Araştırmacı-öğretmen cep telefonu probleminin çözüm sürecinde Singapur matematik öğretiminde etkili bir şekilde ele alınan çubuk ya da bar modeli çizme stratejini kullanmıştır. Bu yolla öğrenciler çubuk modeli üzerinde parça bütün ilişkisini ve bir niceliğe ait çokluğun belirli yüzdesini farklı temsiller ile göstermeye yönlendirilmiştir. Bu stratejinin kullanılması öğrencilerin hem anlamlı niceliksel ilişki kurmasına hem de orantısal muhakeme yapabilmelerine yardımcı olduğu düşünülmüştür. Aşağıda cep telefonu probleminin tahtada yapılan çözümü yer almaktadır.



Çözüm 1: $\frac{100}{100}.\mathbf{A}+\frac{25}{100}.\mathbf{A}=\mathbf{S}$ ya da $\frac{5}{4}.\mathbf{A}=\mathbf{S}$

Çözüm 2: Çubuğun %100'ü **A** ise %125'i **S'**dir.

$\frac{125}{100}.\mathbf{A}=\mathbf{S}$ ya da 1,25 **A** = **S**

Çözüm 3: Çubuğun %100'ü **A** ise %125'i **S'**dir. **Ç**: Çubuk uzunluğu

$\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{S}}=\frac{\cancel{Ç.}\frac{100}{\cancel{100}}}{\cancel{Ç.}\frac{125}{\cancel{100}}}=\frac{4}{5}$ ise 5**A** = 4**S**

Şekil 3.20. *Cep Telefonu Probleminin Çözümünde Kullanılan Bar Modeli ve Çözümü*

Öğretim 2'deki ana amacı öğrencilerin bir nesnenin hızının kavramsallaştırmasını sağlamak olduğu için araştırmacı-öğretmen ve gözlemci iki tane hız problemi hazırlamışlardır. Bu problemlerden ilki uçak isimli problemdir. Uçak probleminde bir uçağın zamana bağlı olarak aldığı yol ile ilişki kurularak, varacağı yere saat kaçta ulaşacağının hesaplanmasını gerektirmektedir.

Uçak Problemi:

Antalya hava limanından İstanbul havalimanı arasındaki mesafe 750 km'dir. Hızı 1000 km/sa olan bir uçak Antalya'dan saat 9'da kalktığına göre İstanbul'a ne zaman varır?

Şekil 3.21. *Uçak Problemi*

Öğrenme ortamında araştırmacı-öğretmen öğrencilerin uçak problemi bağlamındaki nicelikleri ayrıntılı biçimde düşünebilmeleri için öncelikle problem bağlamındaki nicelikleri betimlemeye yönlendirmiştir. Weber ve arkadaşlarına (2014) göre öğrencilerin problemin çözümü ile ilgili nicelikleri belirlemeleri için öğretmenlerin öğrencilerinin problem ile ilgili nicelikleri düşünebileceği sorular sorulması gerekmektedir (Standart 1). Bu nedenle, araştırmacı-öğretmen öğrencilere nesnelerin ölçülebilen özellikleri ve bu özelliklerin problemde nasıl ifade edildiği ve bu özelliklerle ilgili birimleri hakkında sorgulama yapmıştır.

Görüşmeci: Problemde uçak hakkında neler verilmiş?

İpek: Uçağın hızı 1000 km'miş.

Görüşmeci: Anlamadım.

İpek: (gülüyor). Bu uçağın hızı 1000 km/sa'miş.

Görüşmeci: Arkadaşlar bu uçak nasıl hareket ediyormuş?

Mine: 1000 km mesafe alıyormuş.

Görüşmeci: 1000 km mesafeyi bu uçak ne kadar zamanda alıyor?

Sevgi: Bu uçak 1000 km mesafeyi 1 saatte alıyor.

Görüşmeci: Peki, arkadaşlar bu uçağın hızı olan 1000 km/sa ne anlama geliyor?

Okan: Bu uçak 1 saate 1000 km yol yapıyormuş.

Görüşmeci: Bu uçağın hızı nasıl ölçülmüş?

Sarp: Bu uçağın hızı km/sa ile ölçülmüş.

Görüşmeci: km/sa birimi ne anlama geliyor?

Mine: Uçağın hızı ile ilgili ölçü birimi, sanki ağırlık birimi kg gibi…

Görüşmeci: Antalya ve İstanbul arasındaki mesafe hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Alara: Antalya ve İstanbul arasındaki mesafe 1000 km'miş. Öğretmenim bu uçak Antalya'dan saat 9'da kalkış yapmış.

Araştırmacı-öğretmenin böyle bir yönlendirme yapmasının nedeni bir niceliğin oluşturulmasında nicelleştirme sürecinin gerekli olmasıdır (Thompson, 2011, s.35). Nicelleştirme bir nesnenin ölçülebilen özelliğinin (ör., kilometre) bir ölçü birimine sahip olması için niceliksel anlam açısından bir nesnenin (ör., uçak ve onun ölçülebilen özelliğinin (ör., uçağın ne kadar uzağa gittiği) kavramsallaştırılması sürecidir (Thompson, 2011, s. 37). Bu süreçte bireyin bir niceliği kavraması için, nesne ve nesnenin ölçülebilen özellikleri ile (ör., yarıştaki arabanın çeşitli özellikleri) ilgili zihinsel görüntülere, niceliği üreten doğrudan ya da dolaylı ölçme eylemlerine (ör. alınan mesafenin ölçümü) ve ölçümün sonucunda elde edilen değere sahip olması gerekmektedir (Moore ve ark., 2009). Uçak probleminin çözüm sürecinde öğrencilerin uçağın hızını anlamaları en önemli amaçtır. Bir nesnenin hızının ölçülmesi iki niceliğin kavramsallaştırılmasına dayanmaktadır. Nesnenin hızının ölçülmesi sürecinde bu nesnenin aldığı mesafe ile bu mesafeyi alması için geçmesi gereken zaman arasında çarpımsal karşılaştırma yapılmaktadır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26). Bu nedenle öğrencilerin bir nesnenin hızını hayal etmeleri için öğrencilerin tamamlanmış hareketin nicelleştirilmesi olarak hızı ele almaları gerekmektedir. Bu düşünce nesnenin hareketinin ölçülebileceğinin kavranmasını sağlamaktadır (Thompson ve Thompson, 1994). Daha sonra araştırmacı-öğretmen öğrencileri problem bağlamındaki nicelikleri betimleyebildiği için problemi çözmek için hangi niceliklere odaklanması gerektiğini ve bu niceliklerin ölçümünü nasıl düşündüklerini ya da canlandırdıklarını (Standart 2) sormuştur (Weber ve ark., 2014, s. 26).

Görüşmeci: Arkadaşlar bu problemi çözmek için problem ile ilgili neleri düşünmek ya da hesaba katmak gerekir?

Sarp: Zaman, mesafe ve hızı düşünmek gerekir.

Görüşmeci: Çok kapalı bir anlatım. Daha açık ve anlaşılır bir anlatım istiyorum her zaman biliyorsunuz.

Öğrenciler: (Gülüşmeler)

Alara: Uçağın hızı 1000 km/sa.

İpek: Antalya ve İstanbul arasındaki mesafe 750 km.

Mine: Uçağın kalkış saati olan 9:00.

Araştırmacı-öğretmen öğrencilerin bir nesnenin hızını kavramsallaştırabilmesi ve uçak problemini çözebilmeleri için Weber ve arkadaşlarının (2014) problem çözmede çözme sürecinde öğrencilerin niceliksel muhakemelerini geliştirmek için öğretmenlere önerilen pratik ipuçlarına ilişkin standartları göz önüne alarak yönlendirme yapmıştır. Öncelikle araştırmacı-öğretmen, öğrencilerin problem bağlamındaki ölçülebilen nicelikler arasındaki ilişkileri belirleyebilmeleri ve test etmesini amaçlamıştır (Standart 3). Bu amaçla araştırmacı-öğretmen öğrencilerinin problemdeki nicelikleri oluşturmaları ve nicelikler arası ilişkileri kurabilmeleri için görsel şekil kullanmaya (ör., tablo yapma) yönlendirmiştir (Standart 5).

Görüşmeci: Uçağın hızı 1000 $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$ ne demektir?

Bengü: Bu uçak 1000 km'yi 1 saatte alıyormuş.

Emir: Bu uçak 1 saat zaman zarfında 1000 km yol alıyormuş.

Görüşmeci: Ne anlatmak istiyorsun Emir?

Emir: Öğretmenim bu uçak 1 saat zamanın sonunda 1000 km mesafeyi alıyormuş.

Görüşmeci: Yani bu uçak 1 saat zamanın sonunda 1000 km'lik mesafeyi tamamlamış oluyormuş. Peki, arkadaşlar bu uçak 2 saat sonunda ne kadar mesafe almış olur?

Alp: 2000 km mesafe almış olur.

Görüşmeci: Bu uçak 5 saat sonunda ne kadar mesafe almış olur?

Mert: bu uçak 5 saat sonunda 5000 km mesafe almış olur (Tahtada tablo yapılıyor).

Tablo 3.5. *Uçağın Hızı ile ilgili Özel Örnekleri Kullanarak Zaman-Uçağın Aldığı Mesafeyi Gösteren Tablosunu Oluşturma*

Zaman (saat)	Uçağın aldığı mesafe (km)
0 sa	0 km
1 sa	1000 km
2 sa	2000 km
….	…..
5 sa	5000 km
n sa	n000 km

Bu aşamadan sonra araştırmacı-öğretmen tabloya göre öğrencilerin bir niceliğin değişiminin diğer nicelikleri nasıl etkilediğini açıklayabilmeleri için sorgulama yapmıştır (Standart 4). Aynı zamanda araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler tartışarak bir nesnenin hızını tanımlamaya çalışmışlardır. Bu süreçte bir nesnenin hızının neler ile nasıl ilişkili olduğu ve bir nesnenin hızı ile ilgili niceliklerin arasındaki bağımlılık ilişkisi tartışılmış ve keşfedilmiştir.

Görüşmeci: Bu uçak ile ne söyleyebilirsiniz?

Beste: Öğretmenim, bu uçağın aldığı yol arttıkça zaman da artıyor.

Duru: Hayır, zaman arttıkça uçağın aldığı mesafe artar. Beste, zaman geçmeden uçak mesafe kat edebilir mi? Zamana göre uçağın kat ettiği mesafe değişir.

Beste: (Gülüyor) Evet ben de zamana göre uçağın aldığı hız değişeceğini söylemek istemiştim.

Görüşmeci: Arkadaşlarınızın da belirtiği gibi zamana bağlı olarak uçağın aldığı yol değişmektedir. Peki, bu uçağın hızını nasıl anlatırsınız?

Anıl: Bu uçağın hızı belirli bir sürede ne kadar gittiğini gösterir.

Görüşmeci: Belirli bir süre ile ne anlatmak istiyorsun?

Anıl: (sessizlik).

Görüşmeci: Tamam tekrar birlikte tartışalım. Uçağın hızı 1000 $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$'ten ne anlamam gerekir?

Gökalp: Uçak 1 saatte 1000 km mesafe aldığını anlamak gerekir.

Görüşmeci: O zaman bir nesnenin hızını nasıl tarif edersiniz?

Nehir: Bir nesnenin hızı aldığı yol ile zaman arasındaki ilişkidir.

Simge: Bir nesnenin hızı belirli zaman içerisinde aldığı belirli miktar yolu gösteren ilişkidir.

Görüşmeci: Ama beni ikna edin, daha matematiksel konuşun ki bir nesnenin hızının ne olduğunu anlayabileyim. Belirli zaman ve belirli miktar yol ile ne anlatmak istiyorsunuz?

Anıl: Bir nesnenin hızı nesnenin kat ettiği mesafe ve bu mesafeyi kat etmek için geçen zaman arasındaki ilişkidir.

Görüşmeci: Bir nesnenin hızı kavramı açısından nesnenin kat ettiği mesafe ve bu mesafeyi kat etmek için geçen zaman arasında nasıl bir ilişki vardır?

Gökalp: Bölme öğretmenim. Çünkü hızın birimi km/sa. Bir nesnenin hızını bulmak için km'yi saate bölmemiz gerekiyor?

Görüşmeci: Arkadaşınız Gökalp ne anlatmak istiyor?

Duru: Bir nesnenin hızı nesnenin kat ettiği mesafenin bu mesafeyi almak için geçen zamana bölümüdür.

Görüşmeci: Ya da?

Simge: Bir nesnenin hızı nesnenin kat ettiği mesafenin bu mesafeyi almak için geçen zamana oranıdır.

Görüşmeci: Peki, bir nesnenin hızı hakkında neler söyleyebilirsiniz?

Beste: Bir nesnenin hızı, nesnenin aldığı yola bağlıdır.

Görüşmeci: Başka?

Gökalp: Bir nesnenin hızı nesnenin aldığı mesafe için gerekli zamana bağlıdır.

Görüşmeci: Güzel. Bir nesnenin hızı ile ilgili bir formül ya da kural hatırlıyor musunuz?

Öğrenciler: 6. Sınıfta fen ve teknoloji dersinde öğretmenimiz hız ile ilgili bir kural yazmıştı ama hatırlamıyoruz. Çok uzun zaman oldu çünkü.

Görüşmeci: Peki, sizle birlikte bir nesnenin hızı ile ilgili nasıl bir kural yazabiliriz?

Duru: Hızın ölçmek için gerekli birim $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$ olduğu için bir nesnenin hızı nesnenin aldığı mesafenin bu mesafeyi almak için geçen zamana bölümüdür (Tahtaya çıkıyor).

Bir nesnenin hızı ile ilgili sınıf tartışmasının ardından araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler anlamlı bir şekilde bir nesnenin hızına ilişkin formül (kural) oluşturmuşlardır.

Bir nesnenin hızı = $\frac{nesnenin\ aldığı\ mesafe\ (km\ cinsinden)}{bu\ mesafeyi\ almak\ için\ geçen\ zaman\ (sa\ cinsinden)}$ ise V = $\frac{X\ (km)}{t\ (sa)}$

Şekil 3.22. *Öğrenme Ortamında Bir Nesnenin Hızı ile İlgili Oluşturulan Kural*

Ayrıca bu öğrenciler uçak problemimdeki uçağın hızını, bu formülü kullanarak tartışmışlardır. Araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile öğrenciler bu süreçte bir nesnenin hızının bir oranı belirtiğini fark etmişlerdir. Araştırmacı-öğretmenin öğrencilere bir nesnenin hızının oran belirttiğini keşfettirmesi sonucunda Nehir, Duru, Mine ve Emir bir nesnenin hızını, "nesnenin birim zamanda aldığı yol" olarak tanımlayabilmişlerdir.

Zaman (saat)	Uçağın aldığı mesafe (km)
0 sa	0 km
1 sa	1000 km
2 sa	2000 km
….	…..
5 sa	5000 km
n sa	n000 km

V = $\frac{X\ (km)}{t\ (sa)}$ ise

$V_{uçak} = \frac{1000\ km}{1\ sa} = \frac{2000\ km}{2\ sa} = \frac{3000\ km}{3\ sa} = 1000\ \frac{km}{sa}$

Şekil 3.23. *Uçağın Hızının Farklı Temsilleri Kullanarak Kavramsallaştırılması*

Uçak probleminin çözümünü öğrenme ortamında orantı kurma, oran kullanma ve cebirsel kural kullanma gibi farklı stratejilerle çözülmüştür. B ve C okulundaki İpek ve Alp problem bağlamındaki nicelikleri ve niceliklerin anlamını göz ardı ederek alışılagelmiş muhakeme yaparak bu problemi çözmeye çalıştıkları görüşmüştür. Bunun

üzerine bu öğrencilerin arkadaşları (Okan ve Emir) çözümlerin uygun olmadığını arkadaşları gerekçe sunarak çürütmüşlerdir. Bu öğrenciler (Okan, Nejla, Emir) niceliksel anlam açısından yaptıkları hesaplamaları ve çözüm yolunu açıklamışlardır.

Görüşmeci: Bu uçak saat kaçta İstanbul'a varır?

Bengü: Öğretmenim bu uçak 12:00'de İstanbul'a varır.

Görüşmeci: Neden?

Bengü: Çünkü öğretmenim iki şehir birbirine çok uzaktır. Uçakla Antalya'dan İstanbul'a bence en az 2-3 saatte varılabilir. Türkiye haritasına göre de Antalya bir uçta, İstanbul bir uçta bulunuyor.

Emir: Bengü, tahtadaki tabloyu incelesene. Bu uçağın 12:00'de İstanbul'a varması mümkün değil. Bu uçak 1 saat sonunda 1000 km mesafe alıyor. Antalya-İstanbul arası 750 km'miş. Uçak 9'da kalktığına göre uçak 1 saatten daha az bir süre içerisinde İstanbul'a varır. Yani saat 10'dan önce uçağın İstanbul'a varması lazım.

Görüşmeci: Sizce bu uçak saat kaçta İstanbul'a varır?

Gül: Bu uçak 1 saatte 1000 km gidiyormuş. Antalya-İstanbul arası 750 km'miş. 750 km 1000 km'den 250 km daha azdır. 250 km' de 1000 km'nin dörtte biridir. Bu nedenle bu uçak 250 km mesafeyi 1 saatin dörtte birini sürede alır. Öğretmenim, bu uçak 1 saatten 15 dakika daha az bir sürede İstanbul'a varır değil mi?

Görüşmeci: Birlikte tartışalım. Gül'ün düşüncesi hakkında ne düşünüyorsun?

Nejla: Ben bu problemi orantı kurarak çözdüm öğretmenim.

Görüşmeci: Nasıl bir orantı kurdun?

Nejla: Uçak 1 saatte 1000 km giderse ne kadar zamanda 750 km gideceğini gösteren orantı kurdum. Hesaplamaları yaptım. Bu uçağın kalkışından ¾ saat sonra İstanbul'a varacağını buldum. 1 saat 60 dakikadır. ¾ saat ise 45 dakikadır. Bu uçak 9 de kalkış yaptı ve 9:45'te İstanbul'a varır. Gül de bu uçağın aldığı yolları oran kullanarak karşılaştırmış. Ve sonra zamanları oranlayarak aynı çözümü bulmuş. Bence iki çözüm de doğrudur ve kabul edilebilir. Ama bana göre orantı kurarak problemi çözmek daha kolaydır.

Öğretim 2'de çözülen son problem bisiklet problemidir. Bisiklet problemi bir nesnenin ortalama hızı ile ilgilidir. Bu problemde problem çözücünün bisikletin ortalama hızının bisikletin aldığı toplam mesafe ile bu mesafeyi almak için geçen zamana bağlı olduğuna odaklanmaları gerekmektedir.

Bisiklet Problemi:

Bir bisikletli bulunduğu yere 60 km uzaklıkta olan bir yolu 3 saatte gitmiş ve bu yoldan başlangıçta bulunduğu yere geri dönmesi 2 saat sürmüştür. Bu bisikletlinin gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç $\frac{km}{sa}$'tir?

Şekil 3.24. *Bisiklet Problemi*

Bisiklet probleminin çözüm sürecinde araştırmacı-öğretmen uçak problemindeki gibi Weber ve arkadaşlarının (2014) problem çözmede çözme sürecinde öğrencilerin niceliksel muhakemelerini geliştirmek için öğretmenlere önerilen pratik ipuçlarına ilişkin standartları göz önüne alarak sorgulama yapmıştır. Bu problemin bağlamını anlamlandırma ve nicelikleri belirleme sürecinde Gökalp problemdeki bisikletlinin aynı mesafeyi gidişte ve dönüşte aynı zamanda alması gerektiğini savunmuş. Bu nedenle, problemi anlamsız bulmuştur. Gökalp'in problem ile ilgili bu düşüncesinin uygun olmadığını arkadaşları gerekçe sunarak onu ikna etmeye çalışmışlardır.

Gökalp: Öğretmenim bu problemi çok saçma buldum. Çözmek istemiyorum.

Görüşmeci: Neden?

Gökalp: Çünkü bu bisikletli 60 km mesafeyi giderken 3 saatte dönerken 2 saatte almış. Öğretmenim bu bisikletlinin giderken ve dönerken 60 km mesafe almış. Bu bisikletli gidiş ve dönüşte aynı mesafeyi aynı süre içerisinde alması gerekmez mi? Yani, bu bisikletli 60 km yolu 3 saatte gidiyorsa aynı yoldan 3 saatte geri dönmesi gerekmez mi?

Görüşmeci: Arkadaşınızın bu görüşü hakkında ne düşünüyorsunuz?

Simge: Hepimiz evden okula yürüyerek gidiyoruz. Okuldan eve de yürüyerek dönüyoruz. Gökalp, sen her gün evden okula gidiş ve dönüşünü aynı sürede mi tamamlıyorsun?

Gökalp: (sessizlik). Hmm. Nereden bileyim evden okula ne kadar sürede gidip döndüğümü.

Nehir: Gökalp, sizin ev okula yürüyerek yaklaşık on dakikadır. Ama sen sabah okula geç kalmamak için hızlı hızlı yürüyorsun ve hemen okula geliyorsun. Ama okul çıkışında ise yavaş yavaş yürüyorsun eve daha geç süre içerisinde varıyorsun.

Gökalp: Aaaa, evet haklısınız. Bu bisikletli aynı yolu aynı sürede almak zorunda değil. Belki de bu bisikletlinin aldığı yol yokuş ya da rampalı olduğu için giderken daha çok zaman harcıyor. Dönerken de daha az zaman harcıyordur.

Görüşmeci: Olabilir. Farklı ve güzel bir bakış açısı…

…

Duru: Öğretmenim, bu bisikletli 60 km'lik yolu 3 saate giderse, 1 saatte 20 km'lik yol alır. Bu nedenle bu bisikletlinin gidiş hızı 20 $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$'tir.

Görüşmeci: Tamam, peki bu bisikletlinin dönüş yolundaki hızı kaç $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$'tir?

Simge: Dönüşte, bu bisikletli 60 km'lik yolu 2 saate giderse, 1 saatte 30 km'lik mesafe alır. Bisikletlinin dönüş hızı 30 $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$'tir…

Beste başlangıçta bisiklet problemini anlamlı bulmayınca çözmek istememiştir. Benzer şekilde C okulundaki öğrenciler cep telefonu problemindeki terimlere aşina olmadıkları için problemi çözememişler ya da çözmek istememişlerdir. Bengü de uçak probleminde uçak ile seyahat etme konusunda bir deneyimi olmadığı için problemi çözerken niceliksel

muhakeme yapmak yerine alışılagelmiş muhakeme yapmıştır. Daha sonra araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri tartışarak betimleyip yorumlamışlardır. Bu öğrenciler birlikte bisikletlinin hızının gidişte 20 $\frac{km}{sa}$ ve dönüşte 30 $\frac{km}{sa}$ olduğunu belirlemişlerdir.

Her üç okuldaki öğrencilerin bisikletlinin ortalama hızını hesaplamak için beklenmedik bir genelleme yaptıkları ortaya çıkmıştır. Araştırmacı-öğretmen öğrencilerin yaptığı beklenmedik genelleme sonucunda bilişsel çatışma yaparak onları bir nesnenin ortalama hızını hesaplama yönlendirmiştir. Bu süreçte öğrenciler bir nesnenin ortalama hızını aritmetik ortalama ile ilişkilendirdikleri için beklenmedik bir genelleme yapmışlardır. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen öğrencileri bir nesnenin hızını yorumlamaya ve bir nesneni hızının neler ile ilişkili olduğunu belirtmeye yönlendirmiştir. Bu yönlendirmeler sonucunda öğrenciler bir nesnenin hızı ile ilgili niceliklere odaklanarak bisikletlinin gidiş dönüşteki ortalama hızını hesaplayabilmişlerdir. Bu süreçte bu öğrenciler yaptıkları beklenmedik genellemenin yanlış olduğunu fark etmişler; bir nesnenin hızını niceliksel anlam açısından yorumlayarak gerekçe sunmuşlardır.

Görüşmeci: Bu bisikletlinin gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$'tir?

Sevgi: Bu bisikletlinin gidiş hızı 20 $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$ ve dönüş hızı 30 $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$'tir. O zaman, bu bisikletlinin gidiş hızı ile dönüş hızını toplayıp ikiye bölersek ortalama hızını bulabiliriz.

Mine: Evet, öğretmenim ben de öyle düşündüm. Bu bisikletlinin ortalama hızını 25 $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$'tir.

Okan: Ben de aynı mantıkla bisikletin ortalama hızı 25 $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$'tir.

Görüşmeci: Tamam, içinizden biri bu bisikletin ortalama hızını nasıl 25 $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$ olduğunu göstersin.

Sevgi: Sevgi tahtaya çıkıyor ve hesaplamalar yapıyor.

Görüşmeci: Peki arkadaşlar, neden bu bisikletin ortalama hızını bulurken, bu bisikletlinin gidiş hızı ile dönüş hızını toplayıp ikiye böldünüz?

Okan: Çünkü bir grubun ortalama yaşını bulurken gruptaki yaşların toplamını, toplam kişi sayısına bölüyoruz.

Mine: Öğretmenim ya da herhangi bir veri setinin aritmetik ortalamasını verilerin toplamını, eleman ya da veri sayısına bölerek buluyoruz. Bu nedenle aynı mantıkla düşündük. Bisikletinin ortalama hızını bulurken aritmetik ortalama ya da yaş ortalaması kuralını düşünerek hesaplama yaptık.

Görüşmeci: Anladım. Bir nesnenin hızı nelere bağlıdır?

İpek: Nesnenin aldığı mesafeye ve bu mesafeyi alması için geçen zamana.

Görüşmeci: O zaman bir nesnenin ortalama hızı nelere bağlı olabilir?

Sarp: Aldığı toplam yola ve bu yolu almak için geçen toplam zamana bağlıdır.

Sevgi: Aaaa ortalama hızı bulurken biz çok saçma bir mantık yürütmüşüz. Bisikletlinin ortalama hızı aldığı toplam yolun, bu yolu almak için geçen toplam zamana bölümüdür.

Görüşmeci: O zaman içinizden biri gelip, bisikletin ortalama hızını km/sa cinsinden tekrar hesaplasın.

Alara: (Alara, tahtaya gelip bisikletlinin ortalama hızını hesaplıyor).

Görüşmeci: Peki arkadaşlar bu bisikletlinin ortalama hızını ilk önce 25 $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$ sonra 24 $\frac{\text{km}}{\text{sa}}$ buldunuz. Neden bu bisikletlinin ortalama hızına ilişkin farklı iki değer bulmuş oldunuz?

Sevgi: Çünkü bisikletin ortalama hızına ilişkin bulduğumuz ilk değer yanlıştır. Çünkü biz bisikletin ortalama hızını hesaplarken bir nesnenin hızının nelere bağlı olduğunu düşünmeden aritmetik ortalama kuralına odaklanarak hesaplama yaptık. Aritmetik ortalama hesaplanırken sadece bir tane veri setini düşünmek gerekiyorken, bisikletin ortalama hızını bulmak için iki farklı şeyi (değişkeni) düşünmek gerekiyor. Yani, bir nesnenin hızı alınan yolu ve bu yolu almak için gerekli zamana oranıydı. Bizim de bir nesnenin hızın ne olduğunu düşünmemiz gerekiyordu. Ama biz bir nesnenin hızının ne olduğu yerine aritmetik ortalama hesabı yapmayı düşündük.

Görüşmeci: Güzel. Arkadaşlar bir nesnenin hızı çarpımsal bir ilişkiyi gösterir. Sizin bisikletin hızını bulmak için yaptığınız hesaplamada bir nesnenin hızın nelere bağlı olduğunu ve bu çarpımsal ilişkiyi göremiyoruz. Bir nesnenin hızı zaman ve alınan yol arasındaki ilişkiye bağlı iken aritmetik ortalama sadece verilerin toplamı ve eleman sayısı ile ilgilidir.

Okan: Hata yaptık öğretmenim bu problemi çözerken. Ama hatalar yapıldıkça doğrular öğrenilir…(Gülüşmeler).

Öğrencilerin yaptığı ilk çözüm:	Öğrencilerin yaptığı ikinci çözüm:
Vgidiş= 20 $\frac{km}{sa}$	Toplam alınan mesafe: 60 + 60 =120 km
Vdönüş = 30 $\frac{km}{sa}$	Toplam geçen zaman: 3 + 2 = 5 saat
Vort = $\frac{20+30}{2} = 25\,\frac{km}{sa}$	Vort = $\frac{\text{toplam alınan yol (km)}}{\text{toplam geçen zaman (sa)}} = \frac{120\ km}{5\ sa} = 24\ \frac{km}{sa}$

Şekil 3.25. *Öğrenme Ortamında Bisikletin Ortalama Hızı ile İlgili Çözümler*

Araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğretim 2' ile ilgili hazırladıkları problemleri öğrenme ortamında öğrenciler ile birlikte çözdükten sonra öğrencilerin PISA 2012 kapsamında hazırlanmış olan "bisiklet sürücüsü Hale" problemini çözmelerini bireysel olarak çözmelerini istemiştir. Bu problem açık uçlu yapılandırılmış bir problem olup değişim ve ilişkiler matematik okuryazarlığı içerik alanı kapsamında ve kişisel bağlam ile ilgilidir (OECD, 2014, s. 125). Bisiklet sürücüsü Hale'nin üçüncü alt problemi PISA 2012 değerlendirmesinde seviye 6'yı temsil etmektedir. Bu problem öğrencilerin bir nesnenin ortalama hızın ne anlama geldiğini, bir nesnenin hızının ölçülürken toplam

zaman ve toplam yol arasında ilişki kurmasını gerekli kılmaktadır. Ayrıca, bu problem, hem gerçek yaşam bağlamı hem de matematiksel açıdan problem durumunu anlamlandırmayı, matematik okuryazarlığı alt becerilerinden sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanımı, iletişim ve muhakeme ve argüman oluşturma becerilerini kullanmayı gerektirmektedir (OECD, 2014, s.125). PISA 2012 kapsamında bu problemin türü bir uygulama yapma sürecini olarak sınıflandırılmıştır. Çünkü bu problemin çözüm sürecinin büyük bir kısmı, özellikle öğrencilerin hız-mesafe-zaman formüllerini kullanarak bir nesnenin ortalama hızının matematiksel tanımını ve niceliksel birim koordinasyonu ve korumu becerisini ele almasına dayanmaktadır (OECD, 2014, s.125). Kısaca bu problemde öğrenciler problemdeki alınan yol ve geçen süre ile ilgili verileri kullanarak iki yolculuğun ortalama hızını hesaplamaya çalışmaktadır.

Bisiklet sürücüsü Hale:

Hale, yeni bir bisiklet almıştır. Bisikletin gidonunda bir hızölçer bulunmaktadır. Hızölçer, Hale'nin gittiği mesafeyi ve yolculuğundaki ortalama hızını gösterebilmektedir.

Problem 3: BİSİKLET SÜRÜCÜSÜ

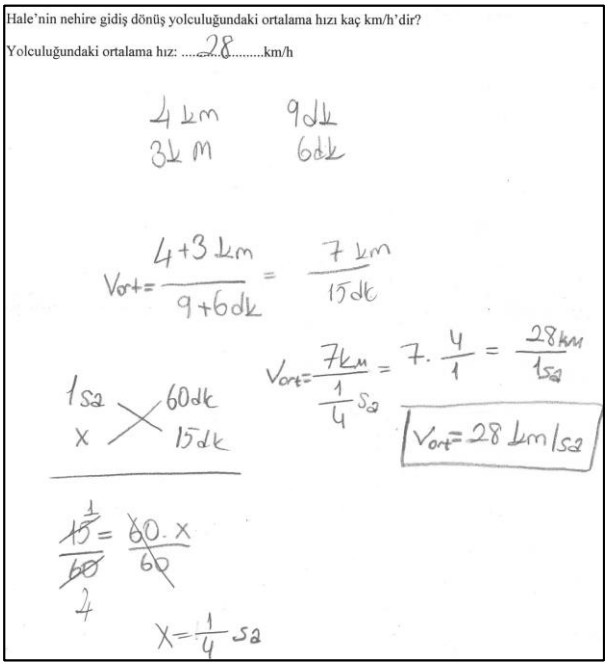
Hale, evinden 4 km uzaklıkta olan nehire kadar bisikletle gitmiş ve bu yolculuğu 9 dakika sürmüştür. Eve dönüşünde, 3 km'lik daha kısa bir yolu kullanmış ve bu yoldan dönmesi sadece 6 dakika sürmüştür.

Hale'nin nehire gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç km/h'dir?

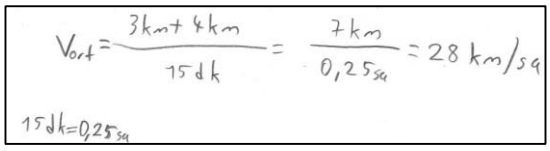
Şekil 3.26. *Bisiklet Sürücüsü Hale Problemi (6. Seviye)*

Bisiklet sürücüsü Hale'nin üçüncü alt problemini on dokuz öğrenciden on yedisi PISA 2012 matematik okuryazarlığı rubrik puanlamasına göre tam puan alarak çözebilmişlerdir. A okulundaki öğrencilerin hepsi bu problemden tam puan alabiliyorken B ve C okullarındaki öğrencilerden sadece İpek ve Alp bu problemi çözememiş ve bu değerlendirmeye göre sıfır puan almışlardır. Bu problemin çözümüne ilişkin tam puan alan öğrencilerin hepsi bir nesnenin ortalama hızı tanımından ortaya çıkan hız-mesafe-zaman formülünü kullandıkları görüşmüştür. Bu öğrenciler bisiklet sürücüsü Hale'nin

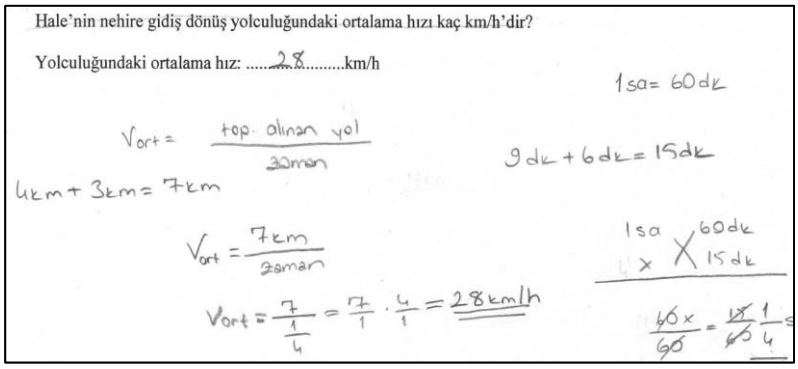
nehire gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızını önce $\frac{km}{dk}$ birimi cinsinden hesaplamışlardır. Daha sonra bu öğrenciler niceliksel birim koordinasyonu ve korunumu becerilerini kullanarak dakika ve saat birimi arasında dönüşüm yapmışlardır. Böylece Hale'nin bisikletinin ortalama hızını $\frac{km}{sa}$ birimi cinsinden hesaplayabilmişlerdir. Bu on yedi öğrencinin bu problem ile ilgili yaptıkları çözümler; bu öğrencilerin problem bağlamındaki niceliklerin birimlerini göz önüne aldıklarını, bir nesnenin ortalama hızı ile ilgili formülü uygun şekilde kullanabildiklerini, farklı birime sahip nicelikler arasında birim korunumu ve koordinasyonu yaptıklarını ve bu süreçte niceliksel muhakeme ve orantısal muhakeme becerilerini etkili bir şekilde kullandıklarını göstermiştir. Dolayısıyla bu problem kapsamında bu öğrencilerin matematik okuryazarlığı alt becerilerinden sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanımı, iletişim ve muhakeme yapma becerilerini kullanabildikleri düşünülmüştür.



Görsel 3.37. *Bisiklet Sürücüsü Hale Probleminden Tam Puan Alan Simge'nin Çözümü*

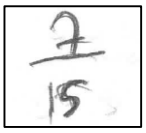


Görsel 3.38. *Bisiklet Sürücüsü Hale Probleminden Tam Puan Alan Emir'in Çözümü*

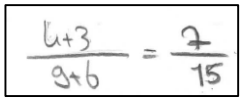


Görsel 3.39. *Bisiklet Sürücüsü Hale Probleminden Tam Puan Alan Figen'in Çözümü*

Öte yandan İpek ve Bengü'nün bu problemle ilgili çözümleri bir nesnenin ortalama hızı ile ilgili formülünü kullanmaya çalıştıklarını göstermesine rağmen bu formülü niceliksel anlam açısından yetersiz kullandıklarını göstermiştir. Bu öğrenciler bir nesnenin hızı ile ilgili formülü kullanırken problemdeki niceliklerin birimleri göz ardı ettikleri için birimsiz bir şekilde Hale'nin bisikletinin ortalama hızını hesaplamışlardır. Bu öğrenciler problem bağlamındaki niceliklerin birimlerini dikkate almadıkları için problemi çözme sürecinde nicelikleri anlamlı bir şekilde belirlemedikleri için niceliksel birim koordinasyonu ve korunumu becerileri kullanamamışlardır. Dolayısıyla bu problem kapsamında bu katılımcıların matematik okuryazarlığı alt becerilerinden sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanımı, iletişim ve niceliksel muhakeme yapma becerilerini kullanmada güçlük yaşadıkları söylenebilir.



Görsel 3.40. *Bisiklet Sürücüsü Hale Probleminden Sıfır Puan Alan İpek'in Çözümü*



Görsel 3.41. *Bisiklet Sürücüsü Hale Probleminden Sıfır Puan Alan Bengü'nün Çözümü*

Öğretim 2 'de öğrenciler farklı problem bağlamlarını anlamlandırmış ve problem bağlamındaki nicelikleri belirleyip anlamlı bir şekilde ilişki kurmaya çalışmışlardır. Araştırmacı-öğretmen öğrencilerinin nicelikler arası ilişki kurabilmeleri amacıyla onları

orantısal muhakeme ve niceliksel muhakeme yapmaları için yönlendirmiştir. Bu süreçte öğrenciler yüzde hesaplamaları, oran-orantı kurma ile uğraşmışlardır. Öğretim 2'nin ana amacı öğrencilerin bir nesnenin hızını kavramsallaştırmalarını sağlayabilmek olduğu için araştırmacı-öğretmen öğrencileri niceliksel anlam açısından bir nesnenin hızı, aldığı mesafe ve zaman ile ilgili olarak yorum yapmaya ve bunlar arasında ilişki kurmaya yönlendirmiştir. Bu süreçte bu öğrenciler niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerini kullanmışlar ve bir nesnenin ortalama hızı ile ilgili tanım yapıp, bununla ilgili bir formül ortaya koymuşlardır. Öğretim 2'nin sonunda öğrencilerin bireysel olarak çözdükleri probleme ilişkin değerlendirme sonuçları öğrencilerin büyük çoğunluğunun [%89] niceliksel anlam açısından problemi analiz ettiklerini, matematiksel kuralları kullanabildiklerini, etkili bir şekilde niceliksel muhakeme yapabildiğini göstermiştir. Bütün bu nedenlerden dolayı öğretim 2'nin amacına uygun olarak araştırmacı-öğretmenin öğrencilerin yönlendirdiği ve bu süreci uygun şekilde yönettiği düşünülmüştür.

3.7.3. Öğretim 3'ün hazırlanması ve Öğretim 3'e ilişkin öğrenme ortamı (Niceliklerin değişiminin analizi ve karmaşık nicelikler arası ilişki kurulması)

Öğretim 3'ün ana amacı farklı problem bağlamlarındaki niceliklerin birbirlerine bağlı değişimlerini analiz etmek ve nicelikler arası ilişkileri kurmak için uğraşmaktır. Bu amaçla öğrenciler farklı problem bağlamlarındaki nicelikleri belirlemeleri, bu nicelikler arasında ilişki kurması ve niceliklerin değişimlerini birbirleri ile ilişkilendirerek açıklamaları istenmiştir. Burada araştırmacı-öğretmen öğrencilerin nicelikler arası ilişkileri kurmaları ve niceliklerin birbirlerine bağlı değişimleri ile ilgili muhakeme etmelerini destekleyerek katılımcı öğrencilerin gerçek yaşam problemlerindeki modelleri anlama, geliştirme ve keşfetmesine yardımcı olmaya çalışmıştır (Weber ve ark., 2014, s.26).

Öğretim 3'ün ders süreci 90 dakikada tamamlanmıştır. Öğretim 3'te araştırmacı-öğretmen öğrenciler ile birlikte toplam üç problemi niceliksel anlam açısından nicelikleri belirlemeye ve yorumlamaya çalışmışlardır. Daha sonra bu katılımcılar bu problemleri çözebilmek için nicelikler arası ilişki kurmuşlar ve niceliklerin değişimini analiz etmişlerdir. Bu üç problemin çözüm sürecinin ardından araştırmacı-öğretmen, öğrencilerin nicelikler ve niceliksel anlam açısından nasıl problem çözdüklerini analiz etmek ve bu deste neler öğrendiklerini görmek amacıyla PISA 2003 değerlendirilmesinde

kullanılan, beşinci ve altıncı seviyedeki problem olan "yürüyüşü" bireysel problemini çözmelerini istemiştir. Böylece araştırmacı-öğretmen ve gözlemci bir öğretim bölümü sonunda öğrencilerin kazandıkları becerileri değerlendirebilme fırsatı sağlamış olmuştur. Öğretim 1 ve 2'deki gibi öğretim 3'te araştırmacı-öğretmen çalışma yaprağındaki problemleri dağıtmış ve bu çalışma yaprağındaki problemler ayrıntılı bir şekilde çözülmüştür.

Öğretim 3'te araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler ilk önce rüzgâr enerjisi problemini incelemişler ve çözmüşlerdir. Bu problem PISA 2012 pilot uygulamadaki aynı isimli problemden adapte edilmiştir. Rüzgâr enerjisi problemi hem aritmetiksel hem de cebirsel stratejiler ile çözülebilir olup orantısal muhakeme yapmayı gerektirmektedir. Bu problemde araştırmacı-öğretmen ve gözlemci problemdeki bağımsız ve bağımlı d12eğişkenlere odaklanarak öğrencileri cebirsel eşitlik yazmaya yönlendirmeyi hedeflemiştir. Bu süreçte öğrencilerin PISA matematik okuryazarlığı süreç bileşenlerinden olan iletişim becerisine odaklanılmıştır. Problem bağlamındaki cümleler anadilden sembolik dile çevrilmiştir. Sembolik dile çevrilen cümleler de anadilde yorumlanmıştır. Cebirsel stratejiler ile çözülmesi amaçlanan bu problemi öğrencilerin aritmetiksel stratejileri kullanarak çözmesi de matematik okuryazarlığı kapsamında problem çözme becerisi bileşeni açısından önemlidir.

Rüzgâr Enerjisi: Antalya şehri, rüzgâr enerjisi istasyonu inşa edildiğinde oluşacak gider ve kârı hesaplamak istemektedir. Antalya şehrinin belediye başkanı RZG111 modelini inşa ederlerse 4 500 000 lira ödeyeceklerini her yıl 500 000 lira kazanacaklarını öğrenmiştir.

a) Belediye başkanı bu rüzgâr enerjisi istasyonu kurulduğunda inşaat masrafını çıkarması için en az kaç yıl çalıştırılması gerektiğini merak etmektedir. Bu konuda başkana yardımcı olunuz en az ne kadar süre geçmesi gerekir bulunuz.

b) Bu enerji istasyonundan 3000 000 lira kazanılabilmesi için kaç yıl geçmesi gerekir? Hesaplayınız.

Şekil 3.27. *Rüzgâr Enerjisi Problemi*

A ve B okulundaki öğrencilerden farklı olarak C okulundaki öğrenciler rüzgâr enerjisi problemini anlamada güçlük çektikleri görülmüştür. Bu öğrenciler öğretim 2'de de yüzde problemlerindeki kar oranı, alış ve satış fiyatı terimlerine aşina olmadıkları için araştırmacı-öğretmen bu terimlerin ne anlama geldiğini tartışmıştı. Benzer şekilde bu öğrenciler "masraf çıkarma ya da karşılama" terimine aşina olmadıkları için problem

bağlamını yorumlayamamışlardır. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen masraf karşılama teriminin ne anlama geldiğini açıklamıştır.

Görüşmeci: Problem ne anlatıyor?

Mert: Problemin anlamada zorlandım.

Bengü: Ben de anlamadım öğretmenim.

Alp: Ben de…

Görüşmeci: Neden?

Gül: Masrafını çıkarmak ne anlama geliyor öğretmenim?

Görüşmeci: Masrafını çıkarmanın ne anlama geldiğini bilen var mı?

Öğrenciler: Bilmiyoruz (sessizlik)…

Görüşmeci: Peki, ben açıklayayım. Arkadaşlar ticaretle uğraşan bir iş insanı düşünelim. Bu iş insanı lunapark açtığını düşünelim. Bu lunaparkı açmak için ne yapması gerekir?

Alp: Lunaparka oyuncaklar almak için para harcaması gerekir.

Görüşmeci: Evet bu iş insanı lunapark açmak için birçok masraf yapacaktır. O, birkaç ay ya da yıl sonra kazandığı paralarla masrafını çıkarabilir…

Her üç okulda niceliksel anlam açısından bu problem tartışılıp yorumlanmıştır. Daha sonra araştırmacı-öğretmen öğrencilerin rüzgâr enerjisi problemini nasıl çözdüklerini anlamaya çalışmıştır. Bu öğrencilerden güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin çoğunun muhakeme yapma stratejisini kullanarak bu problemi kalem oynatmadan esnek bir şekilde çözdükleri fark edilmiştir. Örneğin, Mine'nin bu problemi çözmek için ellerini kullanarak muhakeme yapmıştır.

Görüşmeci: Problemi çözmek için ne yapmayı düşündünüz?

Mine: Öğretmenim bu enerji istasyonundan her yıl beş yüz bin lira kazanç elde ediyormuş. İki tane beş yüz yüz bin bir milyon yapar (ellerini gösteriyor). Bu durumda, dokuz tane beş yüz bin 4 milyon 500 bin lira yapar. Bu enerji istasyonu masrafını karşılamak için dokuz yıl çalışması gerekir.

Araştırmacı-öğretmen öğrencilerin aritmetiksel stratejiler ile rüzgâr enerjisi problemini çözdüklerini fark edince onları bu problemin çözümü ile ilgili kural yazmaya yönlendirmiştir. Her üç okuldaki öğrenciler rüzgâr enerjisi istasyonunun kazancı ile ilgili kural yazabilmelerine rağmen bağımlı değişkene sembol atamadıkları ortaya çıkmıştır. Bu nedenle araştırmacı-öğretmen katılımcı öğrencilerin yazdıkları matematiksel ifadenin ne anlama geldiğini sorgulayarak bağımlı değişkeni cebirsel olarak temsil etmelerini sağlamıştır.

Görüşmeci: Aferin arkadaşlar, bu problemi kolay bir şekilde, hesap yapmadan mantık yürüterek çözdünüz. Ancak ben sizin bu enerji istasyonunun yıl açısından toplam kazancını gösteren bir kural yazmanızı istiyorum. Düşünün bakalım.

Beste: Öğretmenim bu enerji istasyonu her yıl beş yüz bin lira kazanıyor. Yılı y ile gösterirsek kural 500000y olur.

Nehir: (Söz almak istiyor). Kuralı eksik buldun. Enerji istasyonunun oluşturulması için harcanan dört buçuk milyon lirayı unuttun Beste.

Beste: Aaa evet.

Gökalp: (Söz almak istiyor). Öğretmenim toplam kazancı bulmak için masrafı çıkarmamız gerekir. Kural bu olur (500000.y -4500000)

Görüşmeci: Arkadaşınızın yazdığı 500000.y -4500000'e neyi gösteriyor?

Simge: Kuralı.

Görüşmeci: Bu cebirsel ifade de yılı "y" ile gösterdiniz. Ama ben enerji istasyonunun toplam kazancını ne ile gösterdiğinizi anlayamadım.

Anıl: Öğretmenim, 500000.y -4500000 toplam kazanca eşittir.

Görüşmeci: Tamam. O zaman yıl açısından toplam kazancını gösteren bir kuralı tekrar düzenleyin…

Öğrencilerin yazdığı cebirsel kural: *500000.y -4500000 (y: yıl)*
Öğretmen yönlendirmesi ile yazılan cebirsel kural (eşitlik): *K= 500000.y -4500000*
(y: yıl; K: Kazanç)

Şekil 3.28. *Rüzgâr Enerjisi Problemi ile ilgili Tahtaya Yazılan Genel Kural*

Öğretim 3'te niceliklerin değişimini analiz etme süreci ile ilgili problemlerden biri Vücut Kitle İndeksidir (VKİ). Bu problem Kohar, Zulkardi ve Darmawijoyo'nun (2014) BMI probleminden adapte edilmiştir (s.675). VKİ probleminde öğrencilerin üç farklı niceliğe odaklanarak değişimlerini yorumlamaları gerekmektedir. Bu problemdeki nicelikler bir bireyin kilogram birimi cinsinden ağırlığı, metre birimi cinsinden boy uzunluğu ve kg/m^2 birimi cinsinden VKİ'dir. Bir bireyin kilogram birimi cinsinden ağırlığı (w) ve metre birimi cinsinden boy uzunluğu (h) birincil nicelikler olup; bir bireyin kg/m^2 birimi cinsinden VKİ'si ise w ve h'a bağlı olarak hesaplanabilen ikincil bir niceliktir. Bu problemdeki nicelikler cebirsel semboller ile temsil edilmesi ve bu niceliklerin değişiminin gerekçe sunularak açıklanması için öğrencilerin matematik okuryazarlığı süreç becerilerinden iletişim, sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanımı ve muhakeme ve argüman oluşturma alt becerilerini kullanmasına ihtiyaç vardır.

Vücut Kitle İndeksi (VKİ):

Vücut Kitle İndeksi (VKİ) yetişkin bireyde ağırlığı ve boy uzunluğu dikkate alınarak hesaplanmaktadır. VKİ bireylerin vücut şişmanlığını ortaya koyan ve var olabilecek sağlık problemlerini açığa çıkaran bir göstergedir. VKİ aşağıdaki formül ile hesaplanmaktadır:

w = ağırlık (kilogram); h = boy uzunluğu (metre); $VK\dot{I} = \frac{w}{h^2}$

a) Beril boy uzunluğu 160 cm olup ağırlığı 90 kg'dır. Beril'in ideal ağırlığa sahip olabilmesi için VKİ'nin 25 olması gerekmektedir. Beril'in ideal ağırlığına kavuşması için kaç kg vermesi gerekir?

b) VKİ formülü hesaplanırken bireyin ağırlığının iki katı alınıp boy uzunluğu ile ilgili her hangi bir değişiklik yapılmazsa VKİ'nin nasıl değiştiğini tam olarak anlatınız.

c) VKİ formülü hesaplanırken bireyin ağırlığının iki katı alınıp boy uzunluğunun da iki katı alınırsa VKİ'nin nasıl değiştiğini tam olarak anlatınız.

Şekil 3.29. *Vücut Kitle İndeksi (VKİ) Problemi*

VKİ problemi üç alt problemden oluşmaktadır. Araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler ilk önce niceliksel anlam açısından VKİ'nin ne anlama geldiğini tartışmışlardır. Daha sonra alt problemlerden ilkini çözmüşlerdir.

Görüşmeci: Arkadaşlar VKİ problemi ne anlatıyor?

Mine: Vücut Kitle İndeksi (VKİ) yetişkin bireyde ağırlığı ve boy uzunluğu dikkate alınarak hesaplanmaktaymış. VKİ insanların vücut şişmanlığını gösteren bir göstergeymiş.

Görüşmeci: Başka?

Alara: VKİ bir formüller hesaplanabiliyor. VKİ, w'nun h'ın karesine bölümüne eşitmiş.

Görüşmeci: Çok kapalı bir açıklama oldu. VKİ'yi ayrıntılı olarak yorumlamanızı istiyorum.

Sarp: Vücut Kitle İndeksi, ağırlığın boy uzunluğunun karesine bölümü ile hesaplanıyormuş.

Görüşmeci: Daha açık ve bütün özellikleri ortaya koyarak açıklamalar yapmanız gerek.

İpek: Öğretmenim VKİ bir insanın kg cinsinden ağırlığının, metre cinsinden boy uzunluğunun karesine bölümü ile hesaplanıyormuş.

Görüşmeci: Ya da

Sevgi: VKİ bir insanın kg cinsinden ağırlığının, metre cinsinden boy uzunluğunun karesine oranıdır.

Görüşmeci: Peki arkadaşlar VKİ'nin birimi nedir?

Mine: kilogram bölü metre

Alara: Hayır, VKİ hesaplarken h'ın karesini almamız gerekiyor. Bu nedenle, VKİ'nin birimi kilogram bölü metre karedir…

$VK\dot{I} = \frac{w}{h^2}$	Verilenler
w = ağırlık (kilogram)	Beril'in boy uzunluğu: 160 cm = 1,6 metre
h = boy uzunluğu (metre)	Beril'in ağırlığı: 90 kg
$VK\dot{I}_{ideal} = 25\ \frac{kg}{m^2}$	Çözüm: $25\ \frac{kg}{m^2} = \frac{(90-x)kg}{(1{,}6)^2 m^2}$
	$25.\frac{256}{100} = (90 - x)$
	$64 = 90 - x$
	$x = 26\ kg$

Şekil x.x. *VKİ Probleminin İlk Alt Problemi ile ilgili Tahtaya Yazılan Genel Kural*

VKİ'nin diğer iki alt probleminin çözüm sürecinde problemdeki niceliklerin değişimi koordine edilmeye çalışılmıştır. Araştırmacı-öğretmen öğrencileri problemdeki bir niceliğin diğer niceliklere göre bağımlılığını koordine etmeye; bir nicelikteki değişim miktarını diğer niceliklerdeki değişime göre koordine etmeye; bir niceliğin değişiminin geri kalan nicelikleri nasıl etkilediğini belirlemeye yönlendirmiştir.

Görüşmeci: Peki arkadaşlar VKİ hakkında neler söyleyebilirsiniz?

Nehir: İnsanların VKİ'si metre cinsinden boy uzunluğu ve kg cinsinden ağırlığına göre değişir…

Gökalp: Öğretmenim bir insanın ağırlığı arttıkça VKİ'si de artar.

Görüşmeci: Neden?

Beste: VKİ'yi hesaplamak için bir insanın ağırlığını kilograma göre düşünmek gerek, VKİ ile bir insanın kg bakımından ağırlığı orantılıdır…

Simge: VKİ'yi arttıkça bir insanın kilogram cinsinden ağırlığı artarken, metre cinsinden boy uzunluğu azalır.

Görüşmeci: VKİ'nin değişimi nasıl gerçekleşir, daha ikna edici şekilde anlatınız.

Anıl: Öğretmenim, VKİ arttıkça, bir insanın kilogram cinsinden ağırlığı artar ya da bu insanın metre cinsinden boy uzunluğu azalır. Ya da VKİ azaldıkça bir insanın kilogram cinsinden ağırlığı azalır ya da bu insanın metre cinsinden boy uzunluğu artar.

Görüşmeci: Bir insanın VKİ'si ile bir insanın kilogram birimi cinsinden ağırlığı ve metre birimi cinsinden boy uzunluğu nasıl değişmektedir?

Duru: Öğretmenim, bir insanın VKİ'si bir insanın kilogram birimi cinsinden ağırlığı orantılıdır. Ancak bir insanın VKİ'si ile bu insanın metre birimi cinsinden boy uzunluğu arasında ters orantılı bir ilişki vardır…

Bu alt problemlerdeki niceliklerin değişimini bazı öğrenciler (Gökalp, İpek, Alara, Bengü, Alp) anlamsız ya da yanlış şekilde açıklayınca araştırmacı-öğretmen niceliksel anlam açısından sorgulama yapmış ve öğrencilerinin niceliklerin değişimini anlamı

şekilde açıklamaya yönlendirmiştir. Bu süreçte o öğrencilerin tümden gelimsel kanıt şemasını kullanarak gerekçe yapmasını amaçlamıştır. Bu nedende problemdeki nicelikler ile ilgili cebirsel eşitlikleri manipüle ederek öğrencilerini karşılaştırma yapmaya yönlendirmiştir.

Görüşmeci: VKİ formülü hesaplanırken bireyin ağırlığının iki katı alınıp boy uzunluğunun da iki katı alınırsa VKİ'nin nasıl değişir?

Alp: Öğretmenim tahtada bu problemi çözebilir miyim?

Görüşmeci: Evet.

Alp: Yeni formülde w yerine 2w yazmalıyız. h yerine de $2h^2$ yazmalıyız. ($VKİ = \frac{w}{h^2}$ ise $VKİ_{Yeniformülb} = \frac{2w}{2h^2} = \frac{w}{h^2}$) (Tahtaya bu formülü yazıyor).

Görüşmeci: Arkadaşınızın çözümü hakkında ne düşünüyorsunuz?

Nejla: Hayır, h yerine 2h yazıp 2h'ın karesini almalıyız. Alp, bir bireyin metre cinsine göre boy uzunluğunu h ile gösteriyorduk değil mi?

Alp: Evet.

Nejla: Eğer yeni formülde bir bireyin metre cinsine göre boy uzunluğu iki katına çıkarılırsa h'ı ne ile göstermemiz gerekir?

Alp: 2h…(sessizlik) 2h'ın karesi 4h karedir ($VKİ = \frac{w}{h^2}$ ise $VKİ_{Yeniformülb} = \frac{2w}{4h^2} = \frac{w}{2h^2}$). (Tahtaya bu formülü yazıyor).

Görüşmeci: Peki, yeni formül b'de VKİ nasıl bir değişim gösterdi?

Bengü: yeni formül b'deki VKİ eski formüldekine göre 2 kat azaldı.

Görüşmeci: 2 kat azaldı ne anlama gelir? Örnek verir misin?

Bengü: Öğretmenim, VKİ 1 olsun, yeni formülde VKİ ½ olmuş. Yani VKİ 2 kat azalmış.

Görüşmeci: Nasıl yani anlamdım ben. VKİ 1 olsun dedin. Eğer VKİ 1 ise 2 katı 2 olur. VKİ 2 kat azalması için -1 olması gerekmez mi?

Bengü: (sessizlik) Hayır, yanlış bir açıklama yaptım. VKİ yeni formülde yarısı kadar azalır…

Görüşmeci: Başka yeni formül b'de VKİ'nin değişimini nasıl anlatırsınız?

Emir: VKİ yeni formülde yarıya düşer ya da iner.

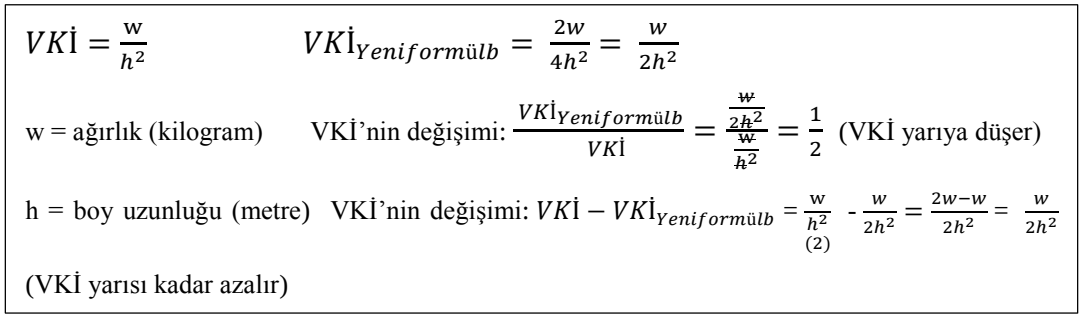
Görüşmeci: Neden?

Mert: VKİ 1 olsun, yeni formülde VKİ ½ olmuş. Yani VKİ yarısına düşmüş.

Görüşmeci: Örnekleri kullanmadan VKİ'nin değişimini nasıl açıklarsınız?

Öğrenciler: (sessizlik).

Görüşmeci: İpucu vereyim size, VKİ ile ilgili formülleri karşılaştırarak gerekçe sunabilirsiniz…



Şekil 3.30. *VKİ Probleminin Son Alt Problemi ile ilgili Tahtaya Yazılan Cebirsel Manipülasyonları Kullanmaya Dayalı Yapılan Gerekçe*

Bu çalışmaya katılan öğrenciler ergenlik döneminde olmaları nedeniyle kişisel özellikleri problem çözüm sürecinde dikkate alınmıştır. Bu nedenle B okulundaki katılımcılardan birkaçının VKİ açısından şişman oldukları için bu öğrencilerin kendi VKİ'sini hesaplamaları istenmemiştir. Ancak A ve B okulundaki öğrenciler elektronik hesap makinesi ile kendi VKİ'lerini hesaplamışlardır. Bu öğrenciler bu problemi çözerken gülümsemeleri ve seslerindeki canlılıktan bu süreçte istekli oldukları ya da eğlendikleri düşünülmüştür.

Öğretim 3'te öğretim 2'ye paralel bir şekilde bir hız problemi çözülmesi amaçlanmıştır. Bu derste Egrang oyunu isimli hız problemin çözüm süreci bir nesnenin hızının kavramsallaştırılması, niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumunu dikkate almayı gerektirmektedir (Olive ve Çağlayan, 2008, s. 270-271; Thompson ve Thompson, 1994, s. 283). Bu problem Ahyan, Zulkardi ve Darmawijoyo'nun (2014) aynı isimli probleminden uyarlanmıştır (s. 54). Egrang oyunu Endonezyalı çocukların oynadığı geleneksel bir oyundur. Bu problemde İsmail isimli bir çocuk Egrang oyunu oynamakta olup metre cinsinden aldığı mesafeye ilişkin bir kural modellenmiştir. Bu problemim çözümünde öğrencilerin Egrang oyununa ilişkin bireyin aldığı mesafeyi (metre) gösteren formüldeki nicelikleri yorumlaması ve niceliklerin birbirlerine bağlı değişimine odaklanması beklenmektedir.

Egrang Oyunu:

Egrang oyunu Endonezyalı çocukların oynadığı geleneksel bir oyundur. Bu oyunda çocuklar tahta çubukları kullanarak mesafe almaktadırlar. Resimde İsmail Egrang oyunu oynamaktadır. Bireyin aldığı mesafeyi (m) onun iki ayağı arasındaki mesafesi kullanarak hesaplanıyor olup bununla ilgili aşağıda formül verilmiştir.

n = bir dakikadaki adım sayısı;

t = zaman dakika olarak;

m = alınan mesafe metre olarak veriliyor

Bu formül $\frac{n.t}{m} = 4$

a) Bu formül İsmail'in aldığı mesafeyi hesaplamak için kullanılıyor. İsmail dakikada 40 adım attığına göre 3 dakika sonunda aldığı yol kaç metre olur?
b) İsmail'in bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak hesaplayınız. İşleminizi gösteriniz.

Şekil 3.31. *Egrang Oyunu Problemi*

Egrang oyunu problemi iki alt problemden oluşmaktadır. Araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler ilk önce niceliksel anlam açısından bireyin metre cinsinden aldığı mesafe ile ilgili verilen formülün ne anlama geldiğini yorumlamışlardır.

Görüşmeci: Egrang oyununda bireylerin metre cinsinden aldığı mesafeye ilişkin verilen formülü nasıl yorumlarsınız?

Alara: Bu formülde n bireyin bir dakikada attığı adım sayısı, t dakika cinsinden zamanı ve m de bireyin metre cinsinden aldığı mesafeyi gösteriyormuş.

Görüşmeci: Aferin Alara, çok iyi bir şekilde formüldeki sembollerin ne anlama geldiğini açıkladın. Başka?

Okan: Öğretmenim, bireyin bir dakikada attığı adım sayısı ile dakika cinsinden zamanın çarpımının bireyin metre cinsinden aldığı mesafeye bölümü dörtte eşitmiş.

Mine: Ya da bireyin bir dakikada attığı adım sayısı ile dakika cinsinden zamanın çarpımının bireyin metre cinsinden aldığı mesafeye oranı dörtmüş.

Görüşmeci: Bu formülü farklı bir şekilde nasıl gösterirsiniz?

İpek: n.t = 4m olabilir.

Görüşmeci: Neden?

İpek: Çünkü bireyin bir dakikada attığı adım sayısı ile dakika cinsinden zamanın çarpımının bireyin metre cinsinden aldığı mesafeye bölümü dörtte eşit olduğuna göre bireyin bir dakikada attığı adım

sayısı ile dakika cinsinden zamanın çarpımı bir bireyin metre cinsinden aldığı mesafenin dört katına eşittir…

Daha sonra Egrang oyunu alt problemlerinden ilkini birçok farklı yolla çözülmüştür.

a) İsmail dakikada 40 adım attığına göre 3 dakika sonunda aldığı yol kaç metre olur? $\frac{n.t}{m} = 4$ (Formül)

İlk yol:	**İkinci yol:**	**Üçüncü yol:**
$\frac{n.t}{m} = 4$ ise $\frac{40.3}{m} = 4$	$n.t = 4m$ ise 120 = 4m	İsmail'in 1 dakikada aldığı mesafe: $\frac{40.1}{m} = 4$
120 = 4*m* ise *m* = 30 metre	*m* = 30 metre	40 = 4*m* ise *m* = 10 metre
		1 dakikada İsmail 10 metre yol alıyorsa
		3 dakikada İsmail 30 metre yol alır

Şekil 3.32. *Egrang Oyunu Probleminin İlk Alt Problemi ile ilgili Yapılan Farklı Çözümler*

Egrang oyunu ikinci alt probleminde İsmail'in bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak hesaplanması istenmektedir. Bu nedenle, öğrenciler öğretim 2'deki ön bilgileri yoklanarak, bir nesnenin hızını tanımlamaya ve ardından problemdeki İsmail'in dakikadaki hızını açıklamaya yönlendirilmiştir.

Görüşmeci: Arkadaşlar ikinci dersimizde bir nesnenin hızını birlikte tanımlamıştık. Bir nesnenin hızını nasıl tanımlarsınız?

Beste: Bir nesnenin hızı belirli bir yolun belirli zamanda alınması ile ilişkidir.

Görüşmeci: Nasıl daha açık bir şekilde anlatın?

Simge: Bir nesnenin hızı, nesnenin aldığı belirli bir mesafenin, bu mesafeyi almak için geçen zamana bölümüdür.

Görüşmeci: Başka?

Gökalp: Bir nesnenin hızına ilişkin $V = \frac{x}{t}$ formülü yazmıştık.

Görüşmeci: Peki, bu formül neyi anlatıyordu?

Duru: Öğretmenim bir nesnenin hızının birimi olması gerekir. Aynı şekilde bu nesnenin aldığı yol ve bu yolu almak için gerekli zamanın birimi olması gerekir.

Görüşmeci: Örnekle açıklayabilir misin?

Duru: Örneğin, bir nesnenin hızının birimi $\frac{km}{sa}$ olabilir. Bu durumda bu nesnenin aldığı yolun birimi kilometre ve bu yolu almak için gerekli zamanın birimi ise saat olur.

Görüşmeci: Başka?

Anıl: Bir nesnenin hızının birimi olduğu için bir nesnenin hızı birim zamanda aldığı yoldur…

Görüşmeci: Peki bu problemdeki İsmail'in hızı hakkında ne söyleyebilirsiniz.

Nehir: Öğretmenim, İsmail 1 dakikada 10 metre alıyormuş. O zaman İsmail'in hızı $10\ \frac{m}{dk}$*'dır…*

C okulundaki öğrencilerden Bengü İsmail'in hızının neden $10\ \frac{m}{dk}$ yerine $10\ m$ ile yazılmadığını sormuştur. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen bir nesnenin hızının neler ile ilişkili olduğunu tartışarak öğrencilerin bir nesnenin hızının birimini anlamlı bir şekilde ifade etmeye yönlendirmiştir.

Bengü: Öğretmenim, neden İsmail'in hızını $10\ \frac{\text{m}}{\text{dk}}$ yerine 10 m ile gösteremiyoruz?

Görüşmeci: Bir nesnenin hızı nelere bağlıdır?

Bengü: Nesnenin aldığı yola ve bu yolu alması için geçen zamana bağlıdır.

Görüşmeci: Peki, 10 metre ve $10\ \frac{\text{m}}{\text{dk}}$ arasındaki farkı nasıl açıklarsınız?

Mert: 10 metre sadece İsmail'in aldığı yolu gösterir. Ama $10\ \frac{\text{m}}{\text{dk}}$ İsmail'in bir dakikada aldığı yol olan 10 metreyi gösterir. Bu nedenle İsmail'in hızı $10\ \frac{\text{m}}{\text{dk}}$'dır…

Araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler İsmail'in bir saatteki kilometre olarak hesaplama sürecinde öncelikle niceliksel birim koordinasyonu becerisini kullanmışlardır. Bu amaçla kilometre ile metre ve dakika ile saat arasında birim dönüşümü yapmışlardır. Daha sonra bu problemdeki nicelikleri tek bir birim cinsine göre bir bütün olarak ele almışlardır. Öğrenciler ilk alt problem gibi ikinci alt problemi de birçok farklı yolla (oran, orantı, formül kullanma) çözmüşlerdir.

Tablo 3.6. *Egrang Oyunu Probleminin İkinci Alt Problemi ile ilgili Yapılan Farklı Çözümler*

Birinci Çözüm	**İkinci Çözüm**	**Üçüncü Çözüm**
$V_{ismail} = 10\ \frac{m}{dk}$ 1 km = 1000 m 0,01 km = 10 m 1 saat = 60 dakika $\frac{1}{60}$ saat = 1 dakika $V_{ismail} = 10\ \frac{m}{dk} = \frac{0,01km}{\frac{1}{60}sa}$ $V_{ismail} = 0,6\ \frac{km}{sa}$	$V_{ismail} = 10\ \frac{m}{dk}$ 1 saat = 60 dakika İsmail 1 dk'da 10 m alıyorsa İsmail 60 dk (1 saatte) 600 m alır 600 m = 0, 6 km İsmail 1 saatte 0,6 km alır. $V_{ismail} = 0,6\ \frac{km}{sa}$	1 saat = 60 dakika $\frac{n.t}{m} = 4$ ise $\frac{40.60}{m} = 4$ $m = \frac{40.60}{4} = 600\ metre$ 600 m = 0, 6 km İsmail 1 saatte 0,6 km alır. $V_{ismail} = 0,6\ \frac{km}{sa}$

Araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğretim 3' ile ilgili hazırladıkları problemleri öğrenme ortamında öğrenciler ile birlikte çözdükten sonra öğrencilerin PISA 2003 kapsamında hazırlanmış olan "yürüyüş" problemini çözmelerini bireysel olarak çözmelerini istemiştir. Bu problem açık uçlu yapılandırılmış iki alt problemden oluşmakta olup değişim ve ilişkiler matematik okuryazarlığı içerik alanı kapsamında ve

kişisel bağlam ile ilgilidir (MEB, 2011, s. 22). Bu problemin ilk alt problemi PISA 2003 değerlendirmesinde seviye 5'yı temsil ederken diğeri de seviye 6'daki bir problemi temsil etmektedir. Her iki alt problemdeki nicelikler cebirsel şekilde ifade edildiği için nicelikler arası ilişkilere odaklanılmayı gerektirmektedir. İlk alt problemin çözüm sürecinde öğrencilerin problemle ilgili verilen kuralı niceliksel anlam açısından değerlendirerek anlamlandırması ve bu süreçte matematik okuryazarlığı alt becerilerinden sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanımı ve iletişim becerilerinin kullanabilmesi açısından önem teşkil etmektedir (MEB, 2011, s.22). Bu süreçte öğrencilerin problemdeki niceliklerin cebirsel temsiline odaklanarak işlem yapmaya çalışmaktadırlar. Yürüyüş probleminin ikinci alt problemi PISA değerlendirmesinde çok az öğrencinin başarılı bir şekilde çözdüğü uluslararası madde güçlüğü % 36 olan bir problem olup ilk alt probleme göre daha zor ve karmaşık bir problemdir (MEB, 2011, s.23). Bu problemi çözebilmek için öğrencilerin öncelikle problemi anlamlandırmaları (iletişim becerisi) ve matematik okuryazarlığı alt becerilerinden sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanımı, muhakeme yapma (orantısal muhakeme ya da niceliksel muhakeme yapma) becerilerini kullanmalarını gerekmektedir (MEB, 2011, s. 23). Bu süreçte bu öğrenciler ayrıca niceliksel muhakemenin alt becerilerinden niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerini ele almalıdır. Çünkü bu problem bağlamında farklı birimlere sahip nicelikler arasında birim dönüşümü yapılması gerekmektedir.

Yürüyüş Problemi:

Resim, yürüyen bir erkeğin ayak izlerini gösteriyor. Adım uzunluğu *P*, ardışık iki ayak izinin topukları arasındaki mesafedir.
n = bir dakikadaki adım sayısı
P = adım uzunluğunu metre olarak belirtirse;

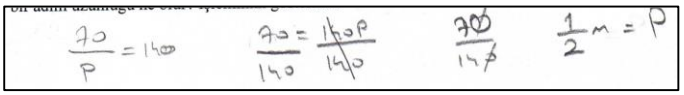
Erkekler için, $\frac{n}{P} = 140$ formülü, *n* ve *P* arasındaki yaklaşık bir ilişkiyi gösterir.

Problem 1: YÜRÜYÜŞ
Eğer formül Hakkı'nın yürüyüşüne uygulanırsa ve Hakkı dakikada 70 adım atarsa, Hakkı'nın bir adım uzunluğu ne olur? İşleminizi gösteriniz.

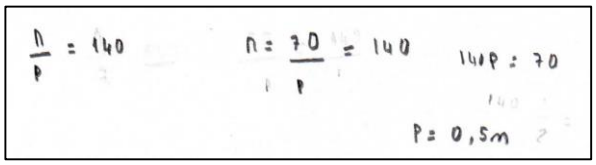
Problem 2: YÜRÜYÜŞ
Burak, adım uzunluğunun 0,80 metre olduğunu biliyor. Formül Burak'ın yürüyüşüne uygulanır. Burak'ın bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak hesaplayınız. İşleminizi gösteriniz.

Şekil 3.33. *Yürüyüş Problemi (Seviye 5 ve 6)*

Yürüyüşün iki alt problemini on dokuz öğrenciden hepsi [% 100] PISA 2003 matematik okuryazarlığı rubrik puanlamasına göre tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrenciler yürüyüşün ilk alt probleminin çözüm sürecinde problem bağlamında yürüyüş ile ilgili kuralı ele alarak manipülasyon becerisini kullandıkları görülmüştür. Ayrıca bu öğrencilerden on iki tanesi [% 63] buldukları çözüm ile ilgili niceliğe ait birimi yazmışlardır.

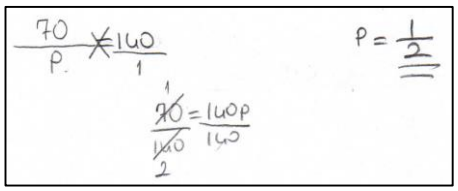


Görsel 3.42. *Yürüyüşün İlk Probleminden Tam Puan Alan İpek'in Çözümü*



Görsel 3.43. *Yürüyüşün İlk Probleminden Tam Puan Alan Sevgi'nin Çözümü*

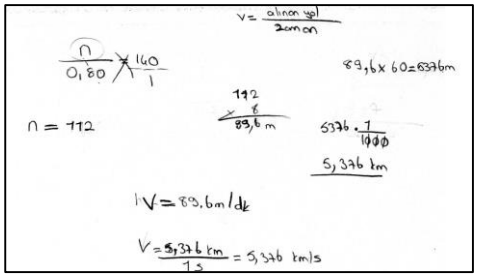
Diğer yedi öğrenci [% 37] (Beste, Simge, Nehir, İpek, Sarp, Alp, Gül) çözümü bulabilmelerine rağmen çözüm ile ilgili niceliğe ait birimi yazmaya ihtiyaç duymadıkları düşünülmüştür. On dokuz katılımcının hepsinin bu problem bağlamında matematik okuryazarlığı alt becerilerinden sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanımı ve iletişim becerilerinin kullanabildiği söylenebilir. Sadece Beste, Simge, Nehir, İpek, Sarp, Alp ve Gül'ün niceliklere ait birimleri çözüm içerisinde kullanmaması yazılı olarak nicelikleri anlamlı bir şekilde ifade etmeyi alışkanlık haline getirememeleri ile ilişkili olabilir. Bu da matematiksel içerik ile çözümü ifade etmede güçlüğe neden olmakta ve iletişim becerisinin etkili ve anlamlı kullanımını düşürmektedir.



Görsel 3.44. *Yürüyüşün İlk Probleminden Tam Puan Alan Ancak Niceliğin Birimini Yazmayan Simge'nin Çözümü*

Yürüyüşün diğer alt probleminin çözümünde öğrencilerin hepsinin öncelikle problem bağlamında verilen kuralı kullanarak Burak'ın bir dakikada kaç metre mesafe aldığını hesaplamışlardır. Buna bağlı olarak bir nesnenin ortalama hızı tanımından ortaya çıkan hız-mesafe-zaman formülünü kullanarak Burak'ın yürüyüş hızını $\frac{m}{dk}$ birimi cinsinden bulmuşlardır. Daha sonra bu öğrenciler niceliksel birim koordinasyonu ve birim korunumu becerilerini kullanarak Burak'ın yürüyüş hızını $\frac{m}{dk}$ birimi cinsinden $\frac{km}{sa}$ birimi cinsine dönüştürmüşlerdir. Bu süreçte bu öğrencilerin problem bağlamındaki niceliklerin birimlerine odaklandıkları ve niceliksel muhakemenin özel bileşeni olan orantısal muhakeme yaptıkları ortaya çıkmıştır. Böylece bu öğrenciler Burak'ın yürüyüş hızını $\frac{m}{dk}$ birimi ve $\frac{km}{sa}$ birimi cinsinden hesaplayabilmişlerdir. Bu problemin çözüm sürecinde öğrencilerin matematik okuryazarlığı alt becerilerinden sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanımı, iletişim ve muhakeme yapma (niceliksel ve orantısal muhakeme) becerilerini kullanabildikleri düşünülmüştür.

Öğretim 2'nin sonunda öğrencilerin bireysel olarak çözdükleri bisiklet sürücüsü Hale probleminde, İpek ve Bengü bir nesnenin hızı ile ilgili formülü kullanmalarına rağmen niceliklere ait birimi göz önüne almamaları nedeniyle nicelikleri anlamlı bir şekilde belirleyememiş ve bu problemi çözememişlerdi. Ancak İpek ve Bengü yürüyüşün her iki alt probleminde çözümle ilgili niceliklere ait birimleri yazılı biçimde ifade ettikleri ortaya çıkmıştır. Bu nedenle, bu öğrencilerin problem çözme sürecinde yaşadıkları güçlükler ile ilgili deneyimlerin, onları problem bağlamındaki nicelikleri anlamlı bir şekilde kullanmaya ve niceliklere ait birimleri yazılı olarak ifade etmeyle ilgili farkındalık kazanmaya teşvik ettiği söylenebilir.



Görsel 3.45. *Yürüyüşün İkinci Alt Probleminden Tam Puan Alan Bengü'nün Çözümü*

Öğretim 3 ‘te öğrenciler farklı problem bağlamlarını anlamlandırmış ve problem bağlamındaki nicelikleri belirleyip anlamlı bir şekilde ilişki kurmaya ve niceliklerin değişimini analiz etmeye çalışmışlardır. Araştırmacı-öğretmen öğrencileri cebirsel temsil ile gösterilen niceliklerin değişimi ile ilgili kuraları yorumlamaya ve bunları manipüle etmeye yönlendirmiştir. Ayrıca, bu süreçte araştırmacı-öğretmen öğrenciler ile birlikte problem bağlamında hem niceliklerin değişimini yorumlamışlar hem de bir niceliğin hızını hesaplamışlardır. Öğrenciler bu problemleri çözebilmek için niceliksel muhakemenin bileşenlerinden niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu ve orantısal muhakeme yapma becerilerini kullanmışlardır. Öğretim 2’nin sonunda öğrencilerin bireysel olarak çözdükleri probleme ilişkin değerlendirme sonuçları birkaç öğrencinin nicelikleri anlamlı bir şekilde belirlemedikleri ve ifade etmediklerini göstermiş olup bu nedenlerden dolayı bu öğrencilerin değerlendirme problemini çözemedikleri ortaya çıkmıştır. Öğretim 3’nün sonunda bireysel olarak çözülen problemlere ilişkin değerlendirme sonuçları ise bu öğrencilerin hepsinin bir nesnenin hızı ile ilgili formülü anlamlı bir şekilde kullanabildiklerini ve doğru çözüme ulaştıklarını ortaya koymuştur. Öğretim 2’de niceliklerin birimini dikkate almayan öğrenciler nicelikleri belirleme ile ilgili farkındalık kazandıkları için bu problemleri anlamlı bir şekilde çözebilmişlerdir. Bütün bu nedenlerden dolayı öğretim 3’ün amacına uygun olarak araştırmacı-öğretmenin öğrencilerin yönlendirdiği ve bu süreci uygun şekilde yönettiği düşünülmüştür.

3.7.4. Öğretim 4’ün hazırlanması ve Öğretim 4’e ilişkin öğrenme ortamı (Niceliklerin değişiminin analizi ve temsili)

Öğretim 4’ün ana amacı farklı problem bağlamlarındaki niceliklerin birbirlerine bağlı değişimlerini analiz etmek, niceliklerin değişimine bağlı olarak grafik çizmek ve yorumlayabilmektir. Bu öğretim kapsamında ele alınan problemler lineer (doğrusal) denklemler ve eğim kavramı ile ilgilidir. Bu problemlerin seçilmesinin nedeni okul matematiği ile eş zamanlı olarak bu kavramları niceliksel anlam açısından analiz etmektir. Bu öğretimde araştırmacı-öğretmen öğrencilerin niceliklerin birbirlerine bağlı değişimleri muhakeme etmelerini destekleyerek öğrencilerin gerçek yaşam problemlerindeki modelleri anlama, geliştirme ve keşfetmesine yardımcı olmaya çalışmıştır (Weber ve ark., 2014, s. 26).

Öğretim 4'ün ders süreci 90 dakikada tamamlanmıştır. Öğretim 4'te araştırmacı-öğretmen öğrenciler ile birlikte toplam iki problemi niceliksel anlam açısından çalışmış; daha sonra bu öğrenciler bu problemleri çözebilmek için nicelikler arası ilişki kurmaya ve niceliklerin değişimini analiz etmeye çalışmışlardır. Bu iki problemin çözüm sürecinin ardından araştırmacı-öğretmen, öğrencilerin nicelikler ve niceliksel anlam açısından nasıl problem çözdüklerini anlamak ve dört ders boyunca nicelikler arası ilişkileri nasıl kurduklarını görmek amacıyla PISA 2012 değerlendirilmesinde kullanılan, altıncı seviyedeki problem olan "paraşütlü gemileri" bireysel olarak çözmelerini istemiştir. Öğretim 1, 2 ve 3'teki gibi öğretim 4'te araştırmacı-öğretmen çalışma yaprağındaki problemleri dağıtmış ve bu çalışma yaprağındaki problemler ayrıntılı bir şekilde çözülmüştür.

Öğretim 4'te araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler ilk önce bisikletler problemini çözmüşlerdir. Bisikletler problemi iki alt problemden oluşmakta olup; bu alt problemlerden ilki beş alt sorulardan oluşmaktadır. Bu ilk problemde araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğrencilerin problemdeki bağımsız ve bağımlı değişkenleri belirlemeye ve daha sonra cebirsel eşitlik yazmaya yönlendirmiştir. Ayrıca öğrencilerin problemdeki nicelikler arası ilişkilere yönelik cebirsel temsili grafik temsiline dönüştürmesi ve eğim kavramı açısından problemle ilgili oluşturulan cebirsel temsili ve grafik temsilini analiz etmesi amaçlanmıştır.

Bisikletler:

Jale, Sinem ve Rafet birbirinden farklı üç bisiklete sahiptir. Aşağıdaki tablo bu bisikletlerin tekerleklerin 1 tam tur bir dönüş yaptığında aldıkları mesafeyi (cm) göstermektedir.

	Alınan mesafe (cm)					
	1 dönüş	2 dönüş	3 dönüş	4 dönüş	5 dönüş	6 dönüş
Jale	72	144	216	288	360	…
Sinem	140	280	420	560	700	…
Rafet	210	420	630	840	1050	…

a) Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri 6 tam dönüş yaptığında aldıkları mesafe kaç metre olur?

b) Jale'nin bisikletinin tekerlekleri 5 tam tur dönüş yapıyor. Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri de aynı tam tur dönüş yaptığında Jale'nin bisikletinin aldığı mesafeden kaç metre uzağa gider?

c) Sinem'in bisikleti 1680 cm mesafe aldığında bu bisikletin tekerleklerini kaç tur tam dönüş yapar?

d) Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri 100 tam tur dönüş yaptığında bisikletlerinin aldığı mesafe kaç cm olur?

e) Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri tam tur dönüşler yapması ile aldıkları mesafe (cm) arasındaki ilişkiyi gösteren bir kural yazıp grafiğini çiziniz.

Şekil 3.34. *Bisikletler Problemi*

Araştırmacı-öğretmen Weber ve arkadaşlarının (2014) problem çözme sürecinde öğrencilerin niceliksel muhakemelerini geliştirmek için öğretmenlere önerilen pratik ipuçlarına ilişkin standartları göz önüne alarak yönlendirme yapmıştır. Bu öğretim niceliklerin değişimini analiz etme ile ilgili olduğu için araştırmacı-öğretmen ve gözlemci standart 4 ve standart 5'e odaklanmışlardır. Bu standartlarda öğretmenin bir temsile göre bir niceliğin değişiminin diğer nicelikleri nasıl etkilediğini açıklayabilmesine yönelik sorgulama yapması ile ilgilidir. Bu amaçla öğrenme ortamında ilk önce problemdeki niceliklerin betimlenmesi ve belirlenmesi amaçlanmıştır.

Görüşmeci: Bisikletler hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Alp: Jale, Sinem ve Rafet birbirinden farklı üç bisiklete sahipmiş. Bu bisikletlerin tekerleklerin bir tam tur bir dönüş yaptığında aldıkları mesafeyi gösteren bir tablo verilmiş.

Görüşmeci: Bisikletler ile ilgili verilen tabloyu anlatır mısınız?

Mert: Bu tabloda Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerleri bir tam tur dönüş yaptığında bisikletlerinin aldığı yol verilmiş.

Görüşmeci: Daha açık ve anlaşılır şekilde tabloyu nasıl yorumlarsınız?

Figen: Bu tabloda Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerleri tam tur dönüş yapmalarına göre cm birimi cinsinden aldıkları yol verilmiş.

Görüşmeci: Peki, Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin cm birimi cinsinden aldıkları yol hakkında neler söyleyebilirsiniz?

Alp: Jale'nin bisikletinin tekeri bir tam tur attığında 72 cm mesafe alıyormuş. Sinem ve Rafet'in bisikletinin tekeri bir tam tur attığında sırasıyla 140 ve 210 cm mesafe alıyormuş…

Bu alt problemdeki a, b, c ve d şıkkı ile ilgili sorular öğrencilerin özel örnekler üzerinden bisikletlerin tekerleklerinin tam tur dönüşleri ile aldıkları mesafe arasındaki ilişkileri genellemelerine yardımcı olabilmek amacıyla hazırlanmıştır. Bu problemlerin çözümünde öğrenciler yinelemeli yaklaşım ya da fonksiyonel yaklaşımı kullanarak yakın adımlar için bu bisikletlerin cm birimi cinsinden aldıkları mesafeyi bulabilmişlerdir. Ayrıca öğrenciler bu problemleri çözerken niceliksel birim koordinasyonu becerisini kullanarak santimetre birimi cinsinden bisikletlerin aldığı yolu metre birimi cinsine dönüştürmüşlerdir.

Görüşmeci: Jale bisikletinin tekerlerinin altı tam dönüş yaptığında aldıkları mesafe kaç metre olduğu nasıl hesapladınız?

Beste: Öğretmenim, Jale'nin bisikletinin tekeri bir tam tur attığında 72 cm mesafe almış, tekerleği iki tam tur döndüğünde 144 cm, tekerleği üç tam tur döndüğünde 216 cm, tekerleği dört tam tur döndüğünde 288 cm, tekerleği beş tam tur döndüğünde 360 cm yol aldığına göre Jale'nin bisikletinin tekeri 72 cm mesafe alarak ilerlemektedir. Bu nedenle 360'a 72 ilave etmeliyiz ki Jale'nin bisikletinin altı tam tur dönüşte kaç cm yol aldığını bulabilelim. Jale'nin bisikleti altı tam tur dönüş yaptığında 432 cm mesafe almış olur.

Görüşmeci: Başka bir yol ile bu problemi çözen var mı?

Nehir: Öğretmenim tabloya göre Jale'nin bisikletinin tekeri her bir tam tur dönüşte 72 cm mesafe almaktadır. Jale'nin bisikletinin tekeri her bir tam tur dönüşte 72 cm mesafe alırsa bu bisikletin tekeri altı tam tur döndüğünde 72'nin 6 katı olan 432 cm mesafe almış olur.

Görüşmeci: Peki, Jale bisikletinin tekerlerinin altı tam dönüş yaptığında aldıkları mesafe kaç metre olur?

Anıl: 4,32 metre olur.

Görüşmeci: Jale bisikletinin tekerlerinin altı tam dönüş yaptığında 4,32 metre mesafe aldığını nasıl buldunuz?

Gökalp: Birimler arasında dönüşüm yaptık öğretmenim. 100 santimetre 1 metreye eşit ise 432 santimetre 4,32 metreye eşittir…

Özel örnekler üzerinden öğrenciler bu bisikletlerin tekerleklerinin tam tur dönüş sayısı ve aldıkları mesafeyi hesapladıktan sonra araştırmacı-öğretmen bu öğrencileri bu ilişkiyi gösteren kural yazmaya yönlendirmiş ve bu kurallara ilişkin bağımlı ve bağımsız değişkeni bulup açıklamalarını istemiştir. Son olarak bu ilişkiyi gösteren grafiği araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler birlikte çizmişler ve bu bisikletlerin tekerleklerinin her bir tam dönüşte aldıkları mesafenin eğimi gösterdiğini keşfetmişlerdir.

Görüşmeci: Bu bisikletlerin tekerleklerinin tam tur dönüş yaptığında nasıl mesafe almaktadırlar?

Okan: Jale'nin bisikletinin tekeri her bir tam tur dönüşte 72 cm mesafe almaktadır. Benzer şekilde Sinem'in bisikletinin tekeri her bir tam tur dönüşte 140 cm ve Rafet'in bisikletinin tekeri de her bir tam tur dönüşte 210 cm mesafe almaktadır.

Görüşmeci: Peki, bu bisikletlerin aldığı mesafeler hakkında ne söyleyebilirsiniz?

İpek: Bu bisikletlerin aldığı mesafeler, tekerleklerinin tam tur dönüş sayısına göre değişmektedir.

Görüşmeci: Başka?

Sarp: Bu bisikletlerin tekerlerinin tam tur dönüş sayısı arttıkça aldıkları mesafe de artmaktadır.

Sevgi: Öğretmenim, kısaca bu bisikletlerin tekerlerinin tam tur dönmesine bağlı olarak bu bisikletler mesafe kat etmektedirler.

Görüşmeci: Peki, Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri tam tur dönüşler yapması ile aldıkları mesafe (cm) arasındaki ilişkiyi gösteren nasıl bir kural yazabilirsiniz?

Alara: Jale'nin için bu kural 72n, Sinem için 140n ve Rafet için 210n'dir…(Tahtaya kurallar yazılıyor)...

Görüşmeci: yjale = 72n eşitliğindeki değişkenler hangileridir?

Mine: n ve yjale'dir.

Görüşmeci: Bu değişkenler nasıl sınıflarsınız?

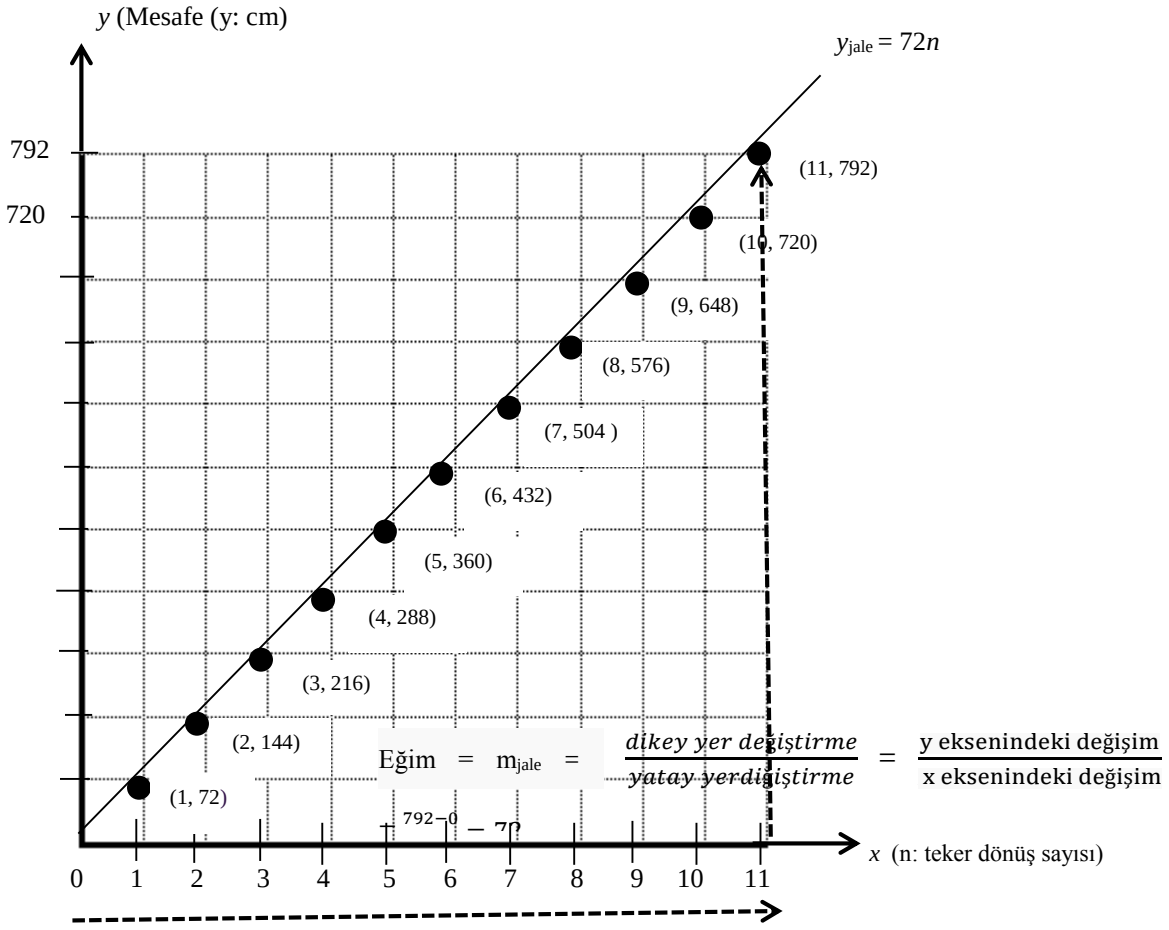
Okan: n, bağımsız değişken; yjale ise bağımlı değişkendir.

Görüşmeci: Neden?

Sevgi: Çünkü bu bisikletlerin tekerlerinin tam tur dönmesine bağlı olarak bu bisikletler yol aldığı için alınan yol bağımlı değişkendir. Bisikletlerin tekerlerinin tam tur dönmesi ise bağımsız değişkendir, çünkü bu bisikletlerin tekerlerinin tam tur dönmesi hiçbir şeye bağlı değildir…

Tablo 3.7. *Problemdeki Bisikletlerin Aldığı Yolu Gösteren Tahtaya Yazılan Kurallar*

Jale'nin bisikletinin tekerinin tam tur dönüş sayısı ile cm birimi cinsinden aldığı yol arasındaki ilişkiyi gösteren kural	**Sinem'in bisikletinin tekerinin tam tur dönüş sayısı ile cm birimi cinsinden aldığı yol arasındaki ilişkiyi gösteren kural**	**Rafet'in bisikletinin tekerinin tam tur dönüş sayısı ile cm birimi cinsinden aldığı yol arasındaki ilişkiyi gösteren kural**
$y_{jale} = 72n$ n: bisikletin tekerinin tam tur dönüş sayısı (bağımsız değişken) y_{jale}: cm birimi cinsinden Jale'nin bisikletinin aldığı yol (bağımlı değişken)	$y_{sinem} = 140n$ n: bisikletin tekerinin tam tur dönüş sayısı (bağımsız değişken) y_{sinem}: cm birimi cinsinden Rafet'in bisikletinin aldığı yol (bağımlı değişken)	$y_{rafet} = 210n$ n: bisikletin tekerinin tam tur dönüş sayısı (bağımsız değişken) y_{rafet}: cm birimi cinsinden Rafet'in bisikletinin aldığı yol (bağımlı değişken)



Şekil 3.35. *Jale'nin Bisikletinin Tekerinin Tam Tur Dönüş Sayısı ile Santimetre Birimi Cinsinden Aldığı Yol Arasındaki İlişkiyi Gösteren Grafik*

Bisikletler probleminin ikinci alt probleminin çözüm sürecinde niceliksel muhakemenin özel bileşeni olan orantısal muhakeme yapma ile ilgilidir. Öncelikle öğrencilerin bisikletin tekerinin geometrik olarak çember şekli ile ilgili olarak düşünüp, çemberin çevresi ile ilişkili olarak bisikletin tekerinin çevresinin hesaplanabileceğini

konusunda nicelikleri oluşturmaya yönlendirilmelidir. Daha sonra öğrencilerin bisiklet sürme ile ilgili deneyimleri tartışılarak vites dişlisi oranı hakkında muhakeme yapmaları için sorgulama yapılmalıdır.

Bisikletler:

Jale, Sinem ve Rafet birbirinden farklı üç bisiklete sahiptir. Aşağıdaki tablo bu bisikletlerin tekerleklerin 1 tam tur bir dönüş yaptığında aldıkları mesafeyi (cm) göstermektedir.

	Alınan mesafe (cm)					
	1 dönüş	2 dönüş	3 dönüş	4 dönüş	5 dönüş	6 dönüş
Jale	72	144	216	288	360	…
Sinem	140	280	420	560	700	…
Rafet	210	420	630	840	1050	…

Rafet'in bisikletinin tekerinin çevresi 105 cm'dir. Bu bisiklet üç farklı hızlı biri düşük, biri orta ve biri yüksek vites dişlilerine sahiptir. Vites dişlileri oranı ise şu şekilde verilmiştir.

Düşük 5:1 Orta 8:5 Yüksek 1: 4

Örneğin vites dişli oranının 6:1 olması pedalın 6 tam tur çevrilmesine karşılık tekerleğin 1 tam tur dönüş yapacağı anlamına gelmektedir.

a)Rafet düşük vitesle bisiklet sürerek 525 m mesafe aldığında pedal kaç tur tam dönüş yapar?

b)Rafet orta vitesle bisiklet sürerek 525 m mesafe aldığında pedal kaç tur tam dönüş yapar?

c)Rafet düşük vitesle bisiklet sürerek 525 m mesafe aldığında pedal kaç tur tam dönüş yapar?

d) Rafet hangi vitesi tercih ederse daha az yorulur?

Şekil 3.36. *Bisikletler İkinci Alt Problemi*

Bu nedenle, araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler bu problemdeki nicelikleri oluşturmaya, nicelikleri belirlemeye ve yorumlamaya çalışmışlardır. Bu amaçla araştırmacı-öğretmen öğrencilerin bisikletinin tekeri ile ilgili geometrik şekil olan çember ve özelliklerine odaklandırmak için yönlendirmiştir.

Görüşmeci: Rafet'in bisikleti hakkında problemde neler verilmiş?

Bengü: Öğretmenim, Rafet'in bisikletinin tekerinin çevresi 105 cm'miş. Bu bisiklet üç farklı hızlı biri düşük, biri orta ve biri yüksek vites dişlilerine sahipmiş. Düşük vites dişli oranı 5:1, Orta vites dişli oranı 8:5 ve yüksek vites dişli oranı 1:4'müş.

Görüşmeci: Başka, Rafet'in bisikleti hakkında problemde neler verilmiş?

Gül: Rafet'in bisikletinin tekeri her bir tam tur dönüş yaptığında 210 cm mesafe alıyormuş. Rafet bisikleti ile 525 metre mesafe almış.

Görüşmeci: Güzel. Rafet'in bisikletinin tekerleri hakkında birlikte konuşalım. Rafet'in bisikletinin tekerleri nasıldır?

Alp: Öğretmenim, her bisikletin tekeri yuvarlağa benzemektedir.

Görüşmeci: Yuvarlak kelimesi ile arkadaşınız ne anlatmak istiyor?

Mert: Her bisikletin tekeri çember şekline benzer öğretmenim.

Görüşmeci: Peki, arkadaşlar, Rafet'in bisikletinin tekerinin çevresi 105 cm'miş. Bu cümleden ne anlamamız gerekir?

Figen: Öğretmenim, Rafet'in bisikletin tekeri çember şeklinde olduğu için bu çemberin çevresinin 105 cm olduğunu düşünmemiz gerekir.

Görüşmeci: Bir çemberin çevresi ile ilgili ne hatırlıyorsunuz?

Emir: Çemberin çevresi formülü, Alan eşittir 2 çarpı pi çarpı r'dir. (tahtaya $Ç = 2\pi r$ yazıyor). Eğer π'yi 3 alırsak (Formülü düzenliyor ve tahtaya yazıyor).

$$Ç = 2\pi r$$

$Ç_{rafetbisiklet}$ = 105 cm = 2.3. r ise r = $\frac{105}{6} = \frac{35}{2}$ cm

Bu durumda Rafet'in bisikletinin tekerinin yarıçapı $\frac{35}{2}$ cm$'$dir ...

Daha sonra bu öğrenciler Rafet'in bisikletinin vites dişli oranı hakkında tartışmışlardır. Bu problem ile ilgili nicelikleri belirleme ve oluşturma sürecinin tamamlanmasının ardından bazı öğrenciler (Gökalp, Nehir, İpek, Sarp, Bengü, Gül) bisiklet sürmesini ya da bisiklet ile ilgili bir deneyimi olmayan kişilerin bu problemi çözemeyeceğini iddia etmişlerdir. Çünkü bu öğrencilere göre bir bireyin bu problemi çözebilmesi için bisikletin tekerinin neye benzediği, vites dişli oranının ne anlama geldiği, bir bisikletin elemanlarının (pedal ve tekerin) ne işe yaradığı ve nasıl çalıştığı hakkında bilgi sahibi olması gerekmektedir.

Görüşmeci: Rafet'in bisikleti üç farklı hızlı biri düşük, biri orta ve biri yüksek vites dişlilerine sahipmiş. Düşük vites dişli oranı 5:1, Orta vites dişli oranı 8:5 ve yüksek vites dişli oranı 1:4'müş. Bu bisikletin vites dişli oranlarını nasıl yorumlayabilirsiniz?

Beste: Öğretmenim Rafet'in bisikleti ile üç farklı hızda bisiklet sürebiliyormuşuz. Bu problemde vites dişli oranının 6:1 olması pedalın 6 tam tur çevirmesine karşılık tekerleğin 1 tam tur dönüş yapacağı anlamına gelmekteydi… Sonra ne yapacağımızı düşünemedim (sessizlik).

Görüşmeci: Peki Rafet, düşük hızda bisiklet sürmek isterse pedalın tam tur çevrilmesi ve bisikletin tam tur dönüş yapması hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Nehir: Problemdeki örneği düşünürsek, eğer Rafet, düşük hızda bisiklet sürmek isterse düşük vites oranı kullanmayı tercih etmesi gerekir. Bu da 5:1'dir. Yani düşük vites dişli oranının 5:1 olması pedalın 5 tam tur çevirmesine karşılık tekerleğin 1 tam tur dönüş yapacağı anlamına gelir…

Görüşmeci: Rafet, orta hızda bisiklet sürmek isterse pedalın tam tur çevrilmesi ve bisikletin tam tur dönüş yapması hakkında şimdi neler söyleyebilirsin?

Beste: (Gülüyor). Şimdi problemi anladım. Eğer Rafet, orta hızda bisiklet sürmek isterse orta vites oranı kullanmayı tercih etmesi gerekir. Bu da 8:5'dir. Yani orta vites dişli oranının 8:5 pedalın 8 tam tur çevirmesine karşılık tekerleğin 5 tam tur dönüş yapması demektir…

Nehir: Öğretmenim bu problemi bisiklet sürmeyi bilmeyen birisi çözemez.

Gökalp: Bence de çözemez.

Görüşmeci: Neden?

Nehir: Çünkü bu problemi çözmek için bisikletin ne işe yaradığını ve nasıl çalıştığını bilmek gerekir.

Gökalp: Bisiketin vites dişli oranı, pedal ve bisikletin tekerinin nasıl çalıştığını önceden anlamak gerekir. Pedalın, vites dişlisinin ne olduğunu bilmeyen ve bisikletin nasıl çalıştığını görmeyen bir kişi bu problemi nasıl çözebilsin ki…

Araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler Rafet'in bisikletin aldığı mesafenin nelere bağlı olduğunu tartışarak problemdeki niceliklerin değişimini analiz etmişler ve nicelikler arası ilişki kurmuşlardır.

Görüşmeci: Biraz da Rafet'in bisikletinin aldığı mesafe hakkında konuşalım. Rafet bisikleti nasıl mesafe almaktadır?

Mine: Rafet'in bisikletinin aldığı mesafe bisikletinin tekerinin tam tur dönüş sayısına bağlıdır. Zaten biraz önce yazdığımız kuralda bu bisikletlerin aldığı mesafeyi gösteren y'i bağımlı değişken, tam tur dönüş sayısı n'i de bağımsız değişken ile göstermiştik.

Görüşmeci: Mine, Rafet bisikletinin aldığı mesafenin bisikletinin tekerinin tam tur dönüş sayısına bağlı olduğunu söyledi. Sizce ne anlatmak istedi?

İpek: Öğretmenim bu bisikletin tekeri tam tur dönüş yaptıkça aldığı mesafe de artacaktır. Rafet'in bisikletinin tekeri her bir tam tur dönüş yaptığında 210 cm mesafe alıyordu. Örneğin bu bisikletin tekeri iki tam tur dönüş yaparsa 420 cm mesafe alacak ve bu şekilde mesafe almaya devam edecekmiş. Rafet'in bisikleti bu şekilde ilerleyerek 525 metre mesafe almış.

Görüşmeci: Peki Rafet'in bisikletinin aldığı mesafe hakkında başka ne söyleyebilirsiniz?

Sevgi: Öğretmenim bu bisikletin aldığı mesafe tekerin tam tur dönüş sayısına bağlıdır. Bisikletin tam tur dönüş sayısı da bisikletin pedalının tam tur çevrilmesine bağlıdır. Zaten pedalın tam tur çevrilmesi ve bisikletin tekerinin tam tur dönmesi arasındaki ilişki vites dişli oranına göre hesaplanıyor…

Ayrıca problemde Rafet'in bisikletinin aldığı mesafe metre birimi cinsinden verildiği için öğrencilerin niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerini kullanmaları gerektiği için sorgulama yapılmıştır. Araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler ikinci alt problemi oran, orantı ve eşitlik yazma gibi birçok problem çözme stratejisini

kullanarak çözmüşler ve Rafet'in hangi vites bisiklet sürmeyi tercih ederse daha az yorulacağını tartışmışlardır. Bu süreçte öğrenciler günlük hayattaki deneyimlerini anlatarak gerekçe sunmuşlardır. Örneğin, yüksek hızlı viteste orta ve düşük vitese göre daha az pedal çevirerek aynı mesafeyi kat ettiklerini, bu nedenle yüksek hızlı vitesle bisiklet sürerek daha az yorulacaklarını belirtmişlerdir.

Tablo 3.8. *Bisikletler İkinci Alt Probleminin Çözümünde Kullanılan Stratejilerden Birkaçı*

a) Rafet düşük vitesle bisiklet sürerek 525 m mesafe aldığında pedal kaç tur tam dönüş yapar?
Çözüm 1: (orantı kurma) Rafet'in bisikleti tekeri her bir tam tur dönüşte 210 cm mesafe alıyorsa Rafet'in bisikleti tekeri x tam tur dönüşte 525 m =52500 cm mesafe alır. 52500.1 = x.210 ise x = $\frac{52500}{210} = 250$ (tekerlek tam tur dönüş) Düşük hızlı vites dişli oranının 5:1 ise Pedalın 5 tam tur çevrilmesine karşılık tekerlek 1 tam tur dönüş yaparsa Pedalın x tam tur çevrilmesine karşılık tekerlek 250 tam tur dönüş yapar. 250.5 = x. 1 ise x = 1250 (pedal tam tur dönüş)
Çözüm 2: (oran kullanma) $\frac{Rafet'in bisikletinin tekerinin tam tur dönüş sayısı}{Rafet'in bisikletinin aldığı mesafe\ (cm)} = \frac{1}{210} = \frac{x}{52500}\ ise$ 52500.1 = x.210 ise x = $\frac{52500}{210} = 250$ (tekerlek tam tur dönüş) Düşük hızlı vites dişli oranı: $\frac{Pedal\ tam\ tur\ çevrilme\ sayısı}{Tekerlek\ tam\ tur\ dönüş\ sayısı} = \frac{5}{1} = \frac{x}{250}\ ise$ 250.5 = x. 1 ise x = 1250 (pedal tam tur dönüş)

Öğretim 4'te son olarak tır problemi öğrenme ortamında çözülmüştür. Tır probleminde öğrencilerin problemdeki niceliklerin birbirine göre değişimini analiz ederek nicelikler arası ilişkiye dayalı genel kural yazmaları gerekmektedir.

Tır Problemi: Bir tır petrol istasyonuna benzin doldurmaya gelmiştir. Aşağıdaki tablo tırın benzin depolarına benzin doldurulmaya başlanan andan itibaren geçen zaman (dakika) ve tırların benzin deposunda bulunan benzin miktarı (litre) ilişkiyi göstermektedir.

Zaman (dk)	Litre
3	17
6	29
9	41
12	53
15	65

- 21. dakikada bu tırın benzin deposunda kaç litre benzin bulunur?
- Bu tıra dakikada kaç litre benzin doldurulmaktadır?
- Bu tıra benzin istasyonuna geldiğinde (benzin doldurulmaya başlamadan önce) deposunda kaç litre benzin vardır?
- Tırın benzin depolarına benzin doldurulmaya başlanan andan itibaren geçen zaman (dakika) ile tırların benzin deposunda bulunan benzin miktarı (litre) ilişkiyi gösteren bir kural yazıp grafiğini çiziniz.

Şekil 3.37. *Tır Problemi*

Araştırmacı-öğretmen tır probleminde bisikletler ilk problemindeki gibi benzer şekilde öğrencileri yönlendirmiştir. Tır probleminin çözüm sürecinde araştırmacı-öğretmen öğrencileri öncelikle problemdeki tabloya göre nicelikleri yorumlamalarını istemiştir. Daha sonra bu öğrenciler özel örnekler üzerinden tırın deposuna ne kadar litre benzin doldurulduğunu hesaplamaya çalışmışlardır.

Görüşmeci: Bu tablodan ne anlıyorsunuz?

Alp: Bu tablo tırın benzin depolarına benzin doldurulmaya başlanan andan itibaren geçen dakika birimi cinsinden zaman ve tırların deposunda bulunan litre cinsinden benzin miktarı arasındaki ilişkiyi gösteriyormuş.

Görüşmeci: Başka?

Bengü: 3 dakika sonra bu tırın deposunda 17 litre benzin varmış.

6 dakika sonra bu tırın deposunda 29 litre benzin varmış.

9 dakika sonra bu tırın deposunda 41 litre benzin varmış.

12 dakika sonra bu tırın deposunda 53 litre benzin varmış.

15 dakika sonra bu tırın deposunda 65 litre benzin varmış.

Görüşmeci: Peki, 21. dakikada bu tırın benzin deposunda kaç litre benzin bulunur?

Alp: Öğretmenim bu tırın deposu on ikişer litre benzin ilave edilerek doluyor. Bu durumda 18 dakika sonra bu tırın deposunda 65 artı 12 eşittir 77 litre benzin bulunur. 21 dakika sonra da bu tırın deposunda 77'ye 12 eklersek 89 litre benzin bulunması gerekir. (yinelemeli ilişki stratejisi).

Görüşmeci: Yakın adımlar için örneğin 18. ya da 21. Dakikada bu tırın deposuna ne kadar litre benzin bulunduğunu bir önceki adım sayısındaki litre birimi cinsinden benzin miktarına 12 litre ekleyerek hesaplayabiliyorsunuz. Peki, 200. dakikada bu tırın deposunda kaç litre benzin bulunur?

Alp: (Sessizlik)

Bengü: Öğretmenim ben 45. dakikaya kadar bu tırın deposunda kaç litre benzin olduğunu bulabilirim. Ama 100. ya da 200. dakika gibi uzak zamanlar için tırın deposunda ne kadar litre benzin olduğunu bulamam…

Bu süreçte özellikle zayıf niceliksel muhakeme becerisine sahip olduğu düşünülen öğrenciler yinelemeli ilişki kurmaları nedeniyle uzak adımlar için bu tırın deposundaki ne kadar litre benzin olduğunu bulamamışlardır. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen öğrencilerini tablodaki nicelikler ile ilgili olarak birim zamanda (dk) tırın deposuna kaç litre benzin doldurulduğu ve benzin doldurulmadan önce tırın deposunda ne kadar litre benzin bulunduğu hakkında muhakeme yapmaya yönlendirmiştir.

Görüşmeci: Peki arkadaşlar, bu tıra birim zamanda ya da dakikada kaç litre benzin doldurulmaktadır?

Simge: Öğretmenim bu tıra her üç dakikada on iki litre benzin dolduruluyorsa bir dakikada on ikinin üçte biri olan dört litre benzin dolar.

Görüşmeci: Bu tıra benzin istasyonuna geldiğinde ya da benzin doldurulmaya başlamadan önce deposunda kaç litre benzin vardır?

Duru: Beş litre öğretmenim.

Görüşmeci: Duru, benzin doldurulmaya başlamadan önce bu tırın deposunda 5 litre benzin olduğunu nasıl hesapladın?

Duru: Tabloya göre 3. dakikada bu tırın deposunda 17 litre benzin bulunmaktadır. Bu tıra her bir dakikada dört litre benzin dolduruluyorsa üç dakika sonra 12 litre benzin doldurulması gerekir. Bu nedenle 17'den 12'yi çıkarırsam başlangıçta tırın deposunda kaç litre benzin olduğunu bulurum. Bu da beş litredir.

Bu aşamadan sonra araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler birlikte tırın benzin depolarına benzin doldurulmaya başlanan andan itibaren geçen zaman (dakika) ile tırların benzin deposunda bulunan benzin miktarı (litre) ilişkiyi gösteren bir kural yazmışlar ve yorumlamışlardır. Bu yazdıkları kurala ilişkin bağımlı ve bağımsız değişkenler açısından açıklanmıştır. Bisiklet probleminin çözüm sürecine benzer şekilde, son olarak bu ilişkiyi gösteren grafiği araştırmacı-öğretmen ve öğrenciler birlikte çizmişler ve bu tıra her bir dakikada dolan litre birimi cinsinden benzin miktarının eğime eşit olduğunu keşfetmişlerdir.

Başlangıçta tırın deposunda bulunan litre birimi cinsinden benzin miktarı: 5 litre
Her bir dakikada tırın deposunda dört litre benzin doluyor.
$y = 4t + 5$
y: tırın deposundaki litre cinsinden benzin miktarı (bağımlı değişken)
t: zaman (dakika) (bağımsız değişken)
$m = 4$

Şekil 3.38. *Tır Problemi ile ilgili Tahtaya Yazılan Genel Kural*

Araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğretim 4 ile ilgili hazırladıkları problemleri öğrenme ortamında öğrenciler ile birlikte çözdükten sonra öğrencilerin PISA 2012 kapsamında hazırlanmış olan "paraşütlü gemiler" probleminin dördüncü alt problemini bireysel olarak çözmelerini istemiştir. Bu problem açık uçlu yapılandırılmış olup değişim ve ilişkiler matematik okuryazarlığı içerik alanı kapsamında ve bilimsel bağlam ile ilgilidir (Teknoloji ve Tasarım Eğitimcileri Derneği, 2013). PISA 2012 değerlendirmesinde bu problemi sadece % 15 öğrenci çözmüştür. Dolayısıyla bu problem seviye 6'daki bir problemi temsil etmektedir. Paraşütlü gemilerin dördüncü alt problemi karmaşık gerçek bir durumu çözmek için çok adımlı bir modellemeyi kullanmayı gerektirmektedir (Teknoloji ve Tasarım Eğitimcileri Derneği, 2013, s. 10). Bu problemin çözüm sürecinde öğrencilerin matematik okuryazarlığı alt becerilerinden iletişim, muhakeme yapma ve argüman oluşturma becerilerini etkili bir şekilde kullanmaları önemlidir. Bu problemde karmaşık gerçek bir durumu çözmek için çok adımlı bir modelleme yapma sürecinde ise öğrencilerin niceliksel muhakeme becerisinin bileşeni olan orantısal muhakemeye odaklanmaları ihtiyacını doğurmaktadır. Öğrencilerin problemin çözümü ile ilgili adımları modelleyebilmesi için öncelikle problemin çözümü ile ilgili nicelikleri belirlemesi daha sonra problemi niceliksel anlam açısından yorumlayarak oran-orantı kurması ve yüzde hesaplamalarını kullanması gerekmektedir. Bu problemin bağlamının birçok farklı nicelik içermesi ve bu problemi çözebilmek için karmaşık nicelikler arası ilişkileri kurmak gerektiğinden öğrencilerin orantısal muhakeme yapma ve iletişim becerilerini güçlü bir şekilde ortaya koymaları ihtiyacı bulunmaktadır.

Paraşütlü Gemiler Problemi: Dizel yakıtın litresinin 0,42 zed olmasından dolayı Büyük Dalga gemisinin sahipleri gemilerine paraşüt taktırmayı düşünmektedir. Böyle bir paraşütün dizel yakıt tüketimini toplamda yaklaşık %20 azaltacağı tahmin edili

Ad: Büyük Dalga

Tür: Yük gemisi

Uzunluk: 117 metre

Genişlik: 18 metre

Yük kapasitesi: 12 000 ton

Maksimum hız: 19 knot (denizcilikte kullanılan hız birimi)

Paraşütsüz bir yıllık dizel tüketimi: yaklaşık 3 500 000 litre

Soru 4: Büyük Dalga gemisine paraşüt takılmasının maliyeti 2 500 000 zed'dir.

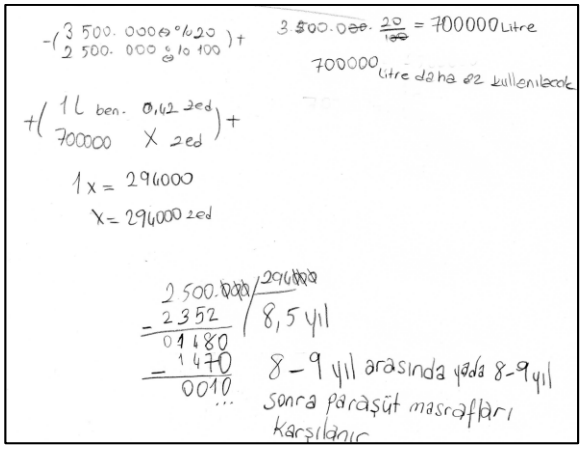
Yapılan dizel yakıtı tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar? Yanıtınızı destekleyen hesaplamalarınızı gösteriniz.

Şekil 3.39. *Paraşütlü Gemiler Problemi*

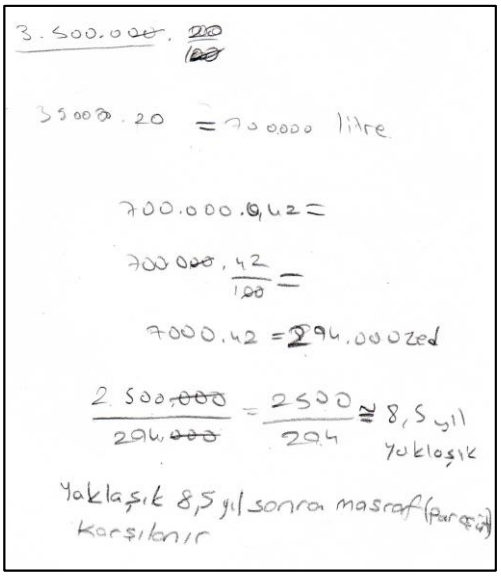
Paraşütlü gemilerin dördüncü alt problemini on dokuz öğrenciden on tanesi [% 53] PISA 2012 matematik okuryazarlığı rubrik puanlamasına göre tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu problemi zayıf niceliksel muhakeme becerisine sahip olduğu düşünülen öğrencilerin (Beste, Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp) hiçbiri [% 32] çözememiştir. Diğer yandan güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Figen ve Emir) [%33] bu problemi çözmüşler ve tam puan alabilmişlerdir. Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Simge, Nehir, Sarp, Okan, Gül, Mert ve Nejla) bu problemi çözebilmelerine rağmen Sarp, Gül, Mert'in [% 16] çözümlerini günlük hayat bağlamında ele alıp yorumlamadıkları görülmüştür.

Bu problemi tam puan alarak çözebilen öğrencilerin çözümlerinde öncelikle problemin çözümü ile ilgili nicelikleri belirlemek için problemin senaryosunda işaretlemeler yaptıkları ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler bu problemdeki karmaşık gerçek bir durumu çözebilmek için adım adım farklı stratejiler kullanarak çözüme ulaştıkları görülmüştür. Bu öğrenciler ilk strateji olarak problem durumundaki bir niceliğin belirli yüzdesini bulmak için hesaplama yapmışlardır. Daha sonra bu katılımcılar problemde verilen nicelikler arasında ilişki arama stratejisini kullanarak benzinin litresi ile fiyatı arasında nicelikler arası ilişkiden yararlanmışlar ve belirli litre benzinin fiyatını bulmak için orantı kurmuşlar ya da çarpımsal ilişkiyi kullanarak çarpma yapmışlardır. Son strateji

olarak bu öğrenciler yine nicelikler arasında ilişki arama stratejisini kullanarak maliyet ve bu maliyeti karşılamak için geçmesi gereken zaman ilişkisine odaklanmışlar ve bölme işlemi yaparak çözümü bulmuşlardır. Bu öğrencilerin hepsi buldukları çözümü bağlamında ele alarak yorumlamışlardır. Bu nedenle bu katılımcıların bu problemde bağlamında ele alma becerisi (Harel, 2013, s. 441) ve matematik okuryazarlığı temel becerilerinden matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirmeyi etkili bir şekilde kullanabildikleri düşünülmüştür. Bu katılımcılar karmaşık bir problemdeki teknik kelimeleri yorumlayabilmiş, problem bağlamını anlamlandırabilmiş, niceliksel ve orantısal muhakeme yaparak problemi çözebilmek için uygun stratejileri kullanabilmiş ve çözümünün uygunluğu problem bağlamında ele alarak değerlendirebilmişlerdir. Bu nedenle bu katılımcıların matematik okuryazarlığı becerileri kapsamında muhakeme yapma (niceliksel ve orantısal) ve argüman oluşturma iletişim ve problem çözme becerilerini bu problemi çözmede üretken bir şekilde kullanabildikleri düşünülmüştür.

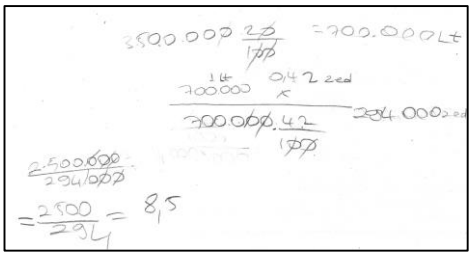


Görsel 3.46. *Paraşütlü Gemiler Probleminden Tam Puan Alan Simge'nin Çözümü*



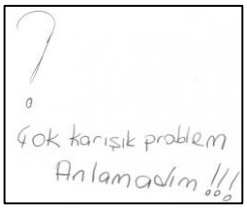
Görsel 3.47. *Paraşütlü Gemiler Probleminden Tam Puan Alan Anıl'ın Çözümü*

Diğer yandan Sarp, Gül ve Mert bu problemin çözümünü bulabilmelerine rağmen çözümlerini problem bağlamında ele alarak yorumlamamış ve analiz etmemişlerdir. Bu nedenle bu öğrencilerin çözümü doğru olmasına rağmen onlar bu problemde bağlamında ele alma becerisi (Harel, 2013, s. 441) ve matematik okuryazarlığı temel becerilerinden matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirmeyi kullanmadıkları için bu öğrencilerin çözümlerinin niteliğini düşürmüştür.



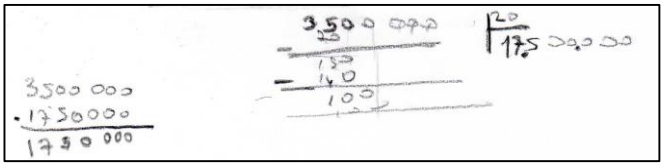
Görsel 3.48. *Paraşütlü Gemiler Problemini Çözebilen ancak Çözümü Bağlamında Ele Alamayan Sarp'ın Çözümü*

Zayıf niceliksel muhakeme becerisine sahip olduğu düşünülen öğrencilerden İpek ve Bengü problemi çok karışık bulduklarını, anlamakta güçlük çektiklerini ve problemi anlamadıklarını belirtmişlerdir.

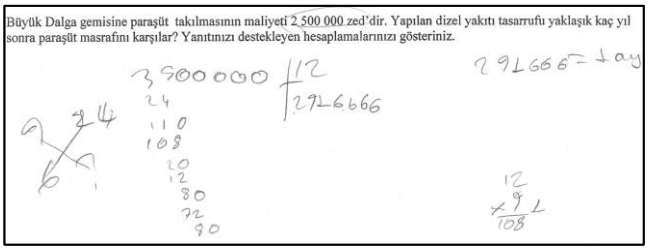


Görsel 3.49. *Paraşütlü Gemiler Probleminden Sıfır Puan Alan Bengü'nün Çözümü*

İpek ve Gökalp ise bu problemi çözerken anlamsız işlemler yaptıkları için bu problemi bu öğrencilerin de anlamlandıramadığı düşünülmüştür.

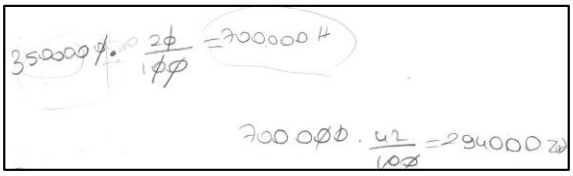


Görsel 3.50. *Paraşütlü Gemiler Probleminden Sıfır Puan Alan İpek'in Çözümü*

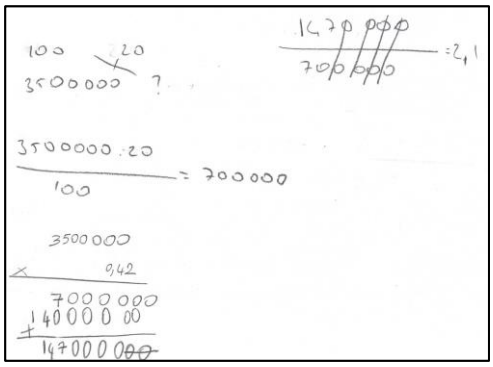


Görsel 3.51. *Paraşütlü Gemiler Probleminden Sıfır Puan Alan Alp'in Çözümü*

Beste ve İpek ise çözüm sürecinde çok adımlı bir modelleme yapmayı gerektiren bu problemde her ikisi de ilk adımla ilgili problemdeki bir niceliğin belirli yüzdesini hesaplamışlardır. Beste bu problem bağlamındaki benzinin litresi ile fiyatı arasında ya da maliyet ve bu maliyeti karşılamak için geçmesi gereken zaman arasındaki ilişkiyi kuramadıkları için problem durumunda verilen nicelikler arasındaki ilişkiyi arama stratejisini kullanamamış ve dolayısıyla bu problemi çözememiştir. Diğer yandan Alara, bu problem bağlamındaki benzinin litresi ile fiyatı arasındaki ilişkiyi kurmasına rağmen problem durumundaki maliyet ve bu maliyeti karşılamak için geçmesi gereken zaman arasındaki ilişkiyi kuramadığı için bu problemi çözememiştir.



Görsel 3.52. *Paraşütlü Gemiler Probleminden Sıfır Puan Alan Beste'nin Çözümü*



Görsel 3.53. *Paraşütlü Gemiler Probleminden Sıfır Puan Alan Alara'nın Çözümü*

Bu öğrencilerin özellikler çoklu adım içeren problemlerdeki nicelikler arası ilişkiyi kurmada güçlük yaşadığı ortaya çıkmıştır. Zayıf niceliksel muhakeme becerisine sahip oldukları düşünülen bu katılımcılar gerçek bir problem durumunu çözmek için çok adımlı bir modelleme yapma sürecinde problemin çözümü ile ilgili nicelikleri belirlemede ve adım adım problem bağlamındaki nicelikler arası ilişki kurmada zorlanmışlardır. Bu nedenle bu öğrencilerin bu problemin çözüm sürecinde matematik okuryazarlığı alt becerilerinden muhakeme yapma (niceliksel ve orantısal), problem çözme, iletişim becerilerine kullanmada güçlük yaşadıkları söylenebilir.

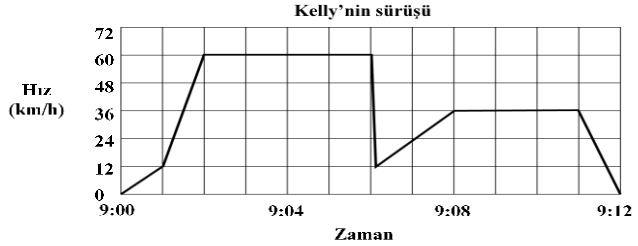
Öğretim 4'te öğrenciler farklı problem bağlamlarını anlamlandırmış ve problem bağlamındaki nicelikleri belirleyip, niceliklerin değişimi analiz etmiş ve farklı temsilleri kullanarak nicelikler arası ilişkileri genellemeye çalışmışlardır. Araştırmacı-öğretmen bisiklet probleminde öncelikler öğrencilerinin nicelikleri oluşturması ve problemin çözümü ile ilgili nicelikleri belirleyebilmeleri için yönlendirmiştir. Daha sonra o öğrencilerini hem bisiklet hem de tır problemimde farklı temsilleri yorumlatarak problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkileri genellemeleri için sorgulama yapmıştır. Bu süreçte öğrenciler nicelikleri belirlemek ve nicelikler arası ilişki kurabilmek için orantısal muhakeme ve niceliksel muhakeme yapmışlardır. Ayrıca bu öğrenciler bisiklet probleminde niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerini kullanarak nicelikler arasındaki birim dönüşümünü yapabilmişlerdir. Öğretim 4'ün

sonunda öğrencilerin büyük çoğunluğunun [% 53] bireysel olarak çözdükleri probleme ilişkin değerlendirme sonuçları öğrencilerin niceliksel anlam açısından problemi analiz ettiklerini ve etkili bir şekilde niceliksel muhakeme yapabildiğini göstermiştir. Ancak zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin karmaşık gerçek bir durumu çözmek için çok adımlı bir modelleme yapamadıklarını göstermiştir. Bu öğrenciler sadece bu problemdeki bir ya da iki adımla ilgili strateji geliştirebilmişler, problem bağlamında bütünsel bir şekilde nicelikler arası ilişkileri kurmada ve belirlemede güçlük yaşamışlardır. Bütün bu nedenlerden dolayı öğretim 4'ün amacına uygun olarak araştırmacı-öğretmenin öğrencilerin yönlendirdiği ve bu süreci uygun şekilde yönettiği düşünülmüştür.

3.8. Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Klinik Görüşme Bulguları

Araştırmacı-öğretmenin zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen Beste, Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp yaptığı son görüşmelerdeki her bir problemi çözme süreci bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Katılımcıların son klinik görüşmede ilk olarak araba sürücüsü problemini çözmeleri istenmiştir. Bu problem matematik okuryazarlığı kapsamında değişim ve ilişkiler içerik alanı ile ilgili olup çözüm sürecinde araba sürücüsünün hız-zaman grafiğini yorumlanması gerekmektedir. Araba sürücüsü problemi matematik okuryazarlığı kapsamında birinci seviyede yer almaktadır.

Araba sürücüsü problemi: Kelly kendi arabasını sürmektedir. Araba sürerken arabanın önüne kedi çıkmıştır. Kelly frene basmış ve kedi kaçmıştır. Bu olaydan sarsılan Kelly eve dönmeye karar vermiştir. Aşağıdaki grafik sürüş sırasında aracın hızını gösteren basit bir kayıttır.



Sürüş sırasında aracın maksimum hızı nedir? Maksimum hız:……..km/h

Şekil 3.40. *Araba Sürücüsü Problemi*

Araba sürücüsü problemini zayıf niceliksel muhakemeye sahip olan öğrencilerin Kelly'nin sürüşü ile ilgili hız-zaman grafiğini yorumlayabilmiş ve Kelly'nin sürüşü sırasında aldığı maksimum hızı bulabilmişlerdir. Bu nedenle Beste, Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp bu problemi tam puan alarak çözmüşler ve problemde verilen grafiği niceliksel anlam (nicelikleri oluşturan bileşenleri ifade etme ve birimlendirmeyi dikkate alma) açısından yorumlayabilmişlerdir.

Görüşmeci: İlk önce problemde verilen grafiğin ne anlattığını söyler misin?

Gökalp: Bu grafik Kelly'nin sürüş sırasındaki arabasının hızı ile zaman arasındaki ilişkiyi gösteriyor. Kelly'nin arabasının hızı Saat 9'da 0 km/h iken 9:01 geçe hızı 12 km/h oluyor. 9:02 geçe onun hızı 60 km/h oluyor. 9:03 geçe hızı yine 60 km/h, 9:04 geçe hızı yine 60 km/h, 9:05 geçe hızı yine 60 km/h oluyor. 9:06 geçe hızı yine 60 km/h oluyor. 9:06 geçeden 9:07geçeye bu aracın hızı aşağıya iniyor ve 12 km/h oluyor. 9:08 geçeye kadar hızlanıyor ve 9:08'den 9:11'e kadar aynı hızda gidiyor. Kelly 9:12 geçe evine ulaştığı için araba yavaşlıyor ve duruyor.

Görüşmeci: Kelly'nin sürüş sırasında aracının maksimum hızı nedir?

Gökalp: Topu topu Kelly 12 dakika mı araba sürmüş çok az bence. Bu zaman aralığında Kelly'nin arabasının hızı en çok 60 km/h a çıkmış.

Görüşmeci: Nereden anladın?

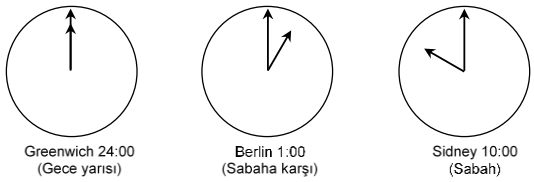
Gökalp: Çünkü grafiğe göre Kelly'nin sürüşünün en yüksek hızı 60 km/h'miş.

…

Alp: Kelly'nin arabası aat 9'dan itibaren yavaş yavaş hızlanmış, daha sonra hızını daha da arttırmış. Bir süre bu araba 60 km/h da sabit hızla gitmiş. Ondan sonra kedi çıkmış ve Kelly bu arabanın hızını 12 km/h e düşürmüş. Kelly eve gitmeye karar verdiğinde arabasının hızını biraz arttırmış ve 36 km/h'e getirmiş ve bu hızla bir süre ilerlemiş daha sonra yavaş yavaş hızını düşürmüş ve eve varmış. Bu süre zarfında Kelly arabası en fazla 60 km/h hızla gitmiş.

Katılımcı öğrenciler araba sürücüsü probleminden sonra internette sohbet problemini çözmüşlerdir. İnternette sohbet probleminde öğrencilerin farklı ülkelerdeki zamanları karşılaştırılarak bir ülkedeki zamanın saat kaç olduğunu bulması gerekmektedir. Bu problemin çözüm sürecinde zaman dilimi ile ilgili, nicelikleri belirleme, nicelikler arası ilişki kurma ve niceliklerin değişimi koordine etme ve sayı hissi becerilerinin kullanılması beklenmektedir. İnternette sohbet problemi matematik okuryazarlığı kapsamında değişim ve ilişkiler içerik alanı ilgili olup üçüncü seviyede yer almaktadır.

Haberleşme problemi: Mark (Avustralya, Sidney'den) ve Hans (Almanya, Berlin'den) internet ortamında "çet" (chat) aracılığıyla haberleşiyorlar. 'Sohbet' edebilmeleri için internete aynı saatte bağlanmaları gerekmektedir. Sohbet edebilmek için uygun bir zaman bulabilmek amacıyla, Mark dünya saat çizelgesine bakarak aşağıdakileri öğrendi:



Sidney'de saat akşam 7:00 iken, Berlin'de saat kaçtır?

Yanıt : .....

Şekil 3.41. *İnternette Sohbet Problemi*

İnternette sohbet probleminin çözüm sürecinde Beste, Gökalp, İpek ve Alp problem bağlamındaki nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri analiz etmişler ve daha sonra problemi çözerek tam puan almışlardır. Bu öğrenciler problem bağlamındaki farklı şehirlerdeki zaman farka göre nicelikler arası ilişkileri kurdukları görülmüştür. Ayrıca bu katılımcılar problemin çözümü ile ilgili olmayan nicelikler arası ilişkileri de belirleyebilmişlerdir.

Beste: Hans ve Mark çet yapıyorlarmış ve aynı anda internete girmeleri gerekiyormuş. Dünya saat çizelgesinde Berlin'de sabah 1 iken ve Sidney'de saat sabah 10'muş. Sidney'de saat akşam 7:00 iken, Berlin'de saat kaç olduğu isteniyormuş. Bu nedenle Greenwich'te saatin kaç olduğunun bir önemi yok çünkü problem Berlin ile Sidney arasında geçiyor. Sidney'de zaman Berlin'dekinden 9 saat ileridedir.

Görüşmeci: Neden?

Beste: Çünkü Berlin'de sabah 1 iken ve Sidney'de saat sabah 10'muş. Berlin ve Sidney arasında 9 saat zaman farkı var. Berlin de gece iken Sidney'de sabah olduğundan Sidney'de zaman Berlin'dekinden 9 saat ileridedir.

Görüşmeci: Problemi nasıl çözdün?

Beste: Sidney'de saat akşam 7:00, saatin öğleden sonra 19:00 olduğunu gösterir. Bu nedenle Berlin Sidney'den 9 daha geride ve iki şehir arasında 9 saat fark olduğu için 19:00'dan 9 çıkardım ve Berlin'de saati 10 buldum.

…

Gökalp: … Berlin'de saat 1 iken Sidney'de saat 10 olduğu için bu şehirlerarasındaki saat farkına baktım. Berlin'den Sidney'e 9 saat zaman farkı var.

Görüşmeci: Tamam. Sonra ne yaptın?

Gökalp: Sidney'de saat akşam 7'miş. Berlin'de saat kaçtır denilmiş. Ben de Berlin'de saatin kaç olduğunu bulmak için Sidneydeki akşam 7'den 9 saat geriye doğru saydım ve Berlin'de saatin 10 olduğunu buldum…

Bu problemi çözerken İpek ve Bengü ise problemdeki nicelikler arası ilişkileri anlayabilmek için özel örnekler üzerinden ilişki kurmaya çalışmış ya da özel örnekler üzerinden niceliklerin değişimini analiz etmiş ve daha sonra problemdeki nicelikler arası ilişkileri yorumlayabilmiştir.

Bengü: … Sidney'de sabah saat 10 iken, Berlin'de saat sabaha karşı 1 oluyormuş. O zaman Berlin ve Sidney'deki saatleri tek tek arttıracağız. Sidney'de saat 11 iken Berlin de saat 2 olur, Sidney'de saat 12 iken Berlin'de saat 3 olur, Sidney'de saat 13 iken Berlin'de saat 4 olur. Sidney'de saat 14 iken Berlinde saat 5 olur ve öyle öyle gider. Sonucunda Sidney ile Berlin arasında 1, 2, 3, 4…10 (sayıyor) yani 9 saatlik bir zaman farkı var. O zaman şöyle olur: Berlin'de saat 1 iken Sidney'de saat 10 oluyorsa, Sidney'de saat akşam 7, yani 19 iken Berlinde saat şöyle olur. (şekil üzerinde saat üzerinde 19'u gösteriyor ve geriye doğru 10'a kadar sayıyor). Berlin'de saat 10 olur.

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler bu problemi sadece bir strateji ile çözebilmişler, Beste, İpek ve Bengü bu problemi çözerken zaman farkını kullanmak yerine ileriye ya da geriye doğru sayarak bir şehirdeki zamanı hesaplamaya çalıştıkları ortaya çıkmıştır.

Paraşütlü gemiler problemi son klinik görüşmede ele alınan başka bir problemdir. Bu problem bağlamında öğrencilerin bir nesnenin hızı ile ilgili verilenleri yorumlaması, oran-orantı kurması ya da yüzde hesaplaması yapması beklenmektedir. Matematik okuryazarlığı kapsamında paraşütlü gemiler değişim ve ilişkiler içerik alanda olup seviyesi 3'te yer almaktadır.

Paraşütlü gemiler problemi:

Dünya ticaretinin yüzde doksan beşi yaklaşık olarak 50 000 tanker, yük gemisi ve konteynır aracılığıyla deniz yoluyla yapılmaktadır. Bu gemilerin büyük bir çoğunluğu dizel yakıt kullanmaktadır. Mühendisler bu gemilerde rüzgâr enerjisinin kullanımını geliştirmeyi planlamaktadır. Mühendisler hem dizel tüketimini hem de yakıtların çevreye olan etkilerini azaltmak için gemilere paraşüt takılmasını önermektedir.

Soru: PARAŞÜTLÜ GEMİLER

Paraşüt kullanılmasının avantajlarından biri paraşütlerin 150 m yükseklikte açılmasıdır. Bu noktada rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazladır. Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/h olduğunda paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızı kaç olur?

A. 6 km/h B. 18 km/h C. 25 km/h D. 30 km/h E. 49 km/h

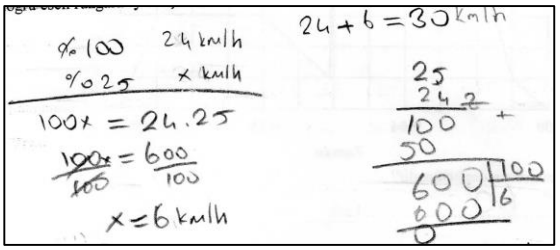
Şekil 3.42. *Paraşütlü Gemiler Problemi*

Bu katılımcılar paraşütlü gemiler problemindeki geminin güvertesindeki rüzgârın hızını yorumlayabilmişler ve paraşüte doğru esen rüzgârın hızını hesaplayabilmişlerdir. Bu problemi Beste, İpek ve Alara orantı kurarak çözerken Gökalp, Bengü ve Alp ise bir sayının yüzdesini alarak çözmüşlerdir.

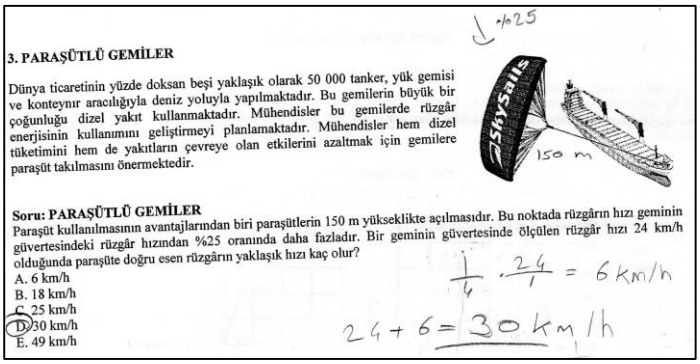
Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

İpek: Geminin güvertesindeki rüzgârın hızını %100 olarak düşündüm. Paraşüte doğru esen rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgârın hızından %25 fazla olduğu için bunu artırarak %125 olarak düşündüm ve orantı kurdum. Rüzgâr hızının %100 24 km/h ise %125 kaç olduğunu gösteren orantı kurdum. İçler dışlar çarpımı yaptım ve paraşüte doğru esen rüzgârın hızı 30 km/h buldum.

Bengü: Geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/h'miş. Paraşüte doğru esen rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızına göre %25 artacağına göre 24 ile %25'i çarparım ve sonucu 24'e eklerim. Bu durumda paraşüte doğru esen rüzgârın hızı 30 km/h olur.



Görsel 3.54. *Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü*



3. PARAŞÜTLÜ GEMİLER

Dünya ticaretinin yüzde doksan beşi yaklaşık olarak 50 000 tanker, yük gemisi ve konteynır aracılığıyla deniz yoluyla yapılmaktadır. Bu gemilerin büyük bir çoğunluğu dizel yakıt kullanmaktadır. Mühendisler bu gemilerde rüzgâr enerjisinin kullanımını geliştirmeyi planlamaktadır. Mühendisler hem dizel tüketimini hem de yakıtların çevreye olan etkilerini azaltmak için gemilere paraşüt takılmasını önermektedir.

Soru: PARAŞÜTLÜ GEMİLER

Paraşüt kullanılmasının avantajlarından biri paraşütlerin 150 m yükseklikte açılmasıdır. Bu noktada rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazladır. Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/h olduğunda paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızı kaç olur?

A. 6 km/h
B. 18 km/h
C. 25 km/h
D. 30 km/h
E. 49 km/h

%25

$\frac{1}{4} \cdot \frac{24}{1} = 6$ km/h

$24 + 6 = 30$ km/h

Görsel 3.55. *Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Alp'in Çözümü*

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen katılımcılar problem bağlamındaki rüzgârın hızını yorumlayabilmişlerdir. Ancak bu öğrenciler bir nesnenin hızı ile ilgili tanım yapmaları istenince özel örnekler üzerinden bir nesnenin hızını anlatmaya, hız formülünü geri çağırıp onu anlatmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu öğrenciler bir nesnenin hızını niceliksel anlam açısından tanımlayamamalarına rağmen örnekler ya da formüller üzerinden açıklama yapmaya çalışmışlardır.

Görüşmeci: Geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/h ifadesinden ne anlıyorsun?

Beste: Rüzgârın ölçülen hızını 24 km/h olduğunu anlıyorum.

Görüşmeci: Farz etti ki ben matematik ve fen bilimleri ile ilgilenmiyorum ya da uğraşmıyorum ve sana rüzgâr hızı 24 km/h cümlesinden ne anlamam gerektiğini soruyorum.

Beste: Bu rüzgâr bir saatte 24 km gittiğini anlamalısın. İki saatte bu rüzgâr 48 km gider, 3 saatte 72 km gider.

Görüşmeci: Peki bir nesnenin hızını nasıl tanımlarsın?

Beste: Alınan yol bölü mesafe. Ayy unuttum (ımm) Hayır. Bir nesnenin hızı alınan yol bölü zamandır…

Görüşmeci: Rüzgâr hızı 24 km/h tan ne anlıyorsun?

Alp: km/sa 'te kilometre metrenin 1000 katıdır. Saatte 1 saattir. Yani bu rüzgâr 24 km'yi 1 saatte gidiyormuş.

Görüşmeci: Peki, bir nesnenin hızını nasıl açıklarsın?

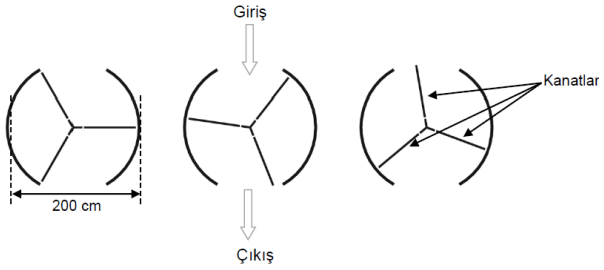
Alp: Nesnenin hızı bir zaman süresinde aldığı yol ölçülerek hesaplanır. Örneğin arabanın hızı 100 km/sa olsun. 100 km'yi bu araba 1 saatte gidiyor bu nedenle bu arabanın hızı 100 km/sa'tir.

İpek: …Nesnenin hızı alınan yolun harcanan zamana bölümüdür.

Döner kapı problemi matematik okuryazarlığı kapsamında nicelik içerik alanıyla ilgili olup ve dördüncü seviyede yer almaktadır. Bu problemde katılımcıların problemin çözümü ile ilgili döner kapının özelliklerinden yola çıkarak nicelikleri oluşturması ve nicelikler arası ilişki kurması beklenmektedir. Öğrencilerin bu problemi çözmek için

niceliksel bir model ya da yapı geliştirerek problem bağlamındaki nicelikleri kullanarak çözüme ulaşmaktadırlar.

Döner kapı problemi: Bir döner kapının, daire şeklinde bir alan içerisinde dönen üç kanadı vardır. Bu alanın iç çapı 2 metre (200 santimetre)'dir. Üç kapı kanadı, bu alanı üç eşit bölüme ayırmaktadır. Aşağıdaki plan, yukarıdan bakıldığında bu üç kapı kanadının üç farklı konumunu göstermektedir.

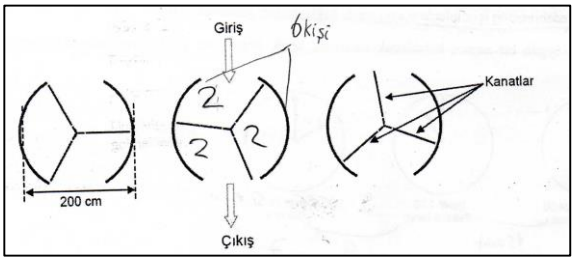


Kapı bir dakikada 4 tam tur atmaktadır. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır. 30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaçtır?

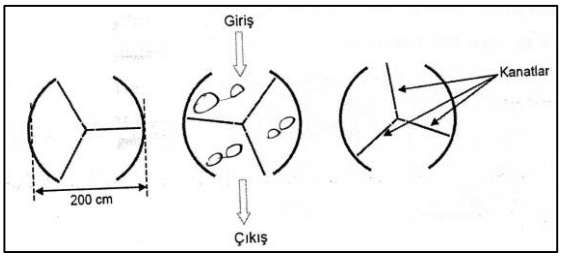
A. 60 B. 180 C. 240 D. 720

Şekil 3.43. *Döner Kapı Problemi*

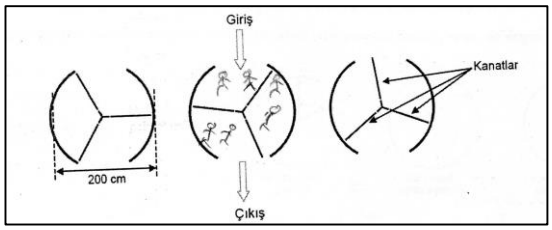
Döner kapı problemini zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen katılımcılar yönlendirmesiz çözmüşler ve tam puan almışlardır. Beste, Gökalp, İpek, Alara ve Bengü bu problemi anlamak için problem bağlamındaki döner kapıya bir dönüşte en fazla kaç kişi sığabileceğini bulma amacıyla döner kapının her bir bölümüne çöp adam, yuvarlak ya da sayı yerleştirdiği görülmüşlerdir. Benzer şekilde paraşütlü gemiler probleminde Alp'in gemi görseli üzerinde problemdeki verilenler ile ilgili notlar aldığı görülmüştür. Bu öğrenciler problemin çözümü ile ilgili nicelikleri belirleyebilmiş, dakika cinsinden zaman ile döner kapının tam tur dönüş sayısı ilişki kurabilmişlerdir.



Görsel 3.56. *Döner Kapı Problemindeki Bir Niceliği Belirlemek için Beste'nin Yaptıkları*



Görsel 3.57. *Döner Kapı Problemindeki Bir Niceliği Belirlemek için İpek'in Yaptığı Çizimler*

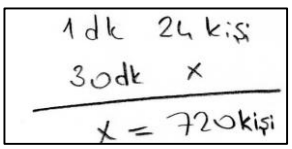


Görsel 3.58. *Döner Kapı Problemindeki Bir Niceliği Belirlemek için Alp'in Yaptığı Çizimler*

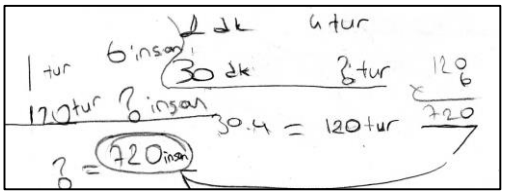
Beste: Bu kapı 1 dakikada 4 tam tur atıyormuş ve bu kapıya en fazla 6 kişi sığabiliyor. Bu nedenle 6 ile 4 ü çaptım. Döner kapıya 1 dakikada 24 kişi girer ve çıkar. 1 dakikada 24 kişi döner kapıya giriyorsa 30 dakikada kaç kişi gireceğini ilişkin orantı kurdum ve bu kapıdan 720 kişinin girip çıkacağını buldum.

Alara: Döner kapı 1 dakikada 4 tam tur atıyor. Her bir bölüme 2 insan sığabiliyor ve üç bölümü olduğundan 6 insan sığar. Bu nedenle kapıya 1 dakikada 24 insan giriş yapar. 30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaç olduğu sorulduğundan 24 ile 30'u çarptım. 30 dakikada döner kapıdan en fazla 720 kişi giriş yapabilir.

Bengü: Bu kapı 1 dakikada 4 tur atıyorsa 30 dakikada kaç tam tur attığını düşünerek 720 tur attığını buldum. 30 dakikada döner kapı 120 tur atıyor. Döner kapının 3 bölümü ve her bölümüne 2 kişi sığıyor. Döner kapıya 1 turda en fazla 2,4, 6, yani 6 kişi sığar. Döner kapı 1 turda 6 kişi alıyorsa 120 turda kaç kişi alacağını düşündüm ve orantı kurdum. İçler dışlar çarpımı yaptım.720 buldum. Döner kapıya 30 dakikada, 120 tur atar ve 720 kişi giriş yapar.



Görsel 3.59. *Döner Kapı Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü*



Görsel 3.60. *Döner Kapı Problemine İlişkin Bengü'nün Çözümü*

Fuji Dağı tırmanışı probleminin son iki sorusunun ilki matematik okuryazarlığı kapsamında değişim ve ilişkiler, diğeri nicelik içerik alanıyla ilgili olup ve beşinci seviyede yer almaktadırlar. Fuji Dağı probleminin ikinci sorusunda öğrencilerin bir yürüyüşçünün iki farklı hızını ve onun kat edeceği yola bağlı olarak geçen toplam zamanı hesaplaması gerekmektedir. Bu problemde öğrenciler bir nesnenin hızını düşünerek ne kadar zamanda yürüyüş yolunu tamamlaması gerektiğini düşünecektir. Bu süreçte öğrenci yürüyüşçünün kat ettiği mesafe, yürüyüşçünün hızı ve zaman arasında ilişki kuracaktır. Bu problemin üçüncü sorusunda ise öğrencilerin problem bağlamındaki mesafe ile ilgili verilen niceliği birimin farklı birime dönüştürerek adım uzunluğunu bulması beklenmektedir. Öğrencilerin bu problemde orantısal muhakeme, niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerini kullanmaları gerekmektedir.

Fuji dağı tırmanışı problemi: Fuji Dağı Japonya'da bulunan sönmüş bir yanardağdır.

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir. Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

Soru 1: FUJİ DAĞI TIRMANIŞI

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

Soru 2: FUJİ DAĞI TIRMANIŞI

Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır. Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir. Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Şekil 3.44. *Fuji Dağı Tırmanışı Problemi*

Fuji Dağı probleminin ilk sorusunu zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Beste, Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp) yönlendirmesiz tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu katılımcılardan Beste, Gökalp, İpek, Bengü ve Alp bu problemi anlamak için Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolunu şekil çizerek göstermiştir. Diğer öğrencileri ise problemi en az iki kere okuyarak problemde verilen nicelikler ile ilgili bilgileri not almışlardır.

Gökalp: Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki mesafe 9 km'miş (not alıyor). Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekiyormuş. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin ediliyormuş (sessizlik, problemi tekrar okuyor).

Görüşmeci: Bu dağdan inerken Tolga'nın yürüyüş hızı hakkında ne söyleyebilirsin?

Gökalp: Tolga hızı katlanacak yani artacak.

Görüşmeci: Bu cümle ile ne anlatmak istiyorsun?

Gökalp: Tolga dağdan inerken hızı tabiki artar. Çünkü öğretmenim, dağa, bayıra yokuş yukarı bisikletle ya da yürüyerek tırmanırken nefes nefese kalırız hızımız azalır. Ama dağdan ya da bayırdan inerken yokuş aşağı ineceğimiz için hızımız artar, uçuyormuş gibi hissederiz.

Görüşmeci: Çok farklı bir açıklama oldu bu.

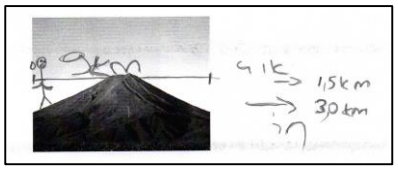
Gökalp: Bu nedenle 1,5 ile 2'yi çarpacağım. Tolganın hızı dağdan inerken 3 $\frac{km}{sa}$ olacak.

Görüşmeci: Başka problemde ne verilmiş?

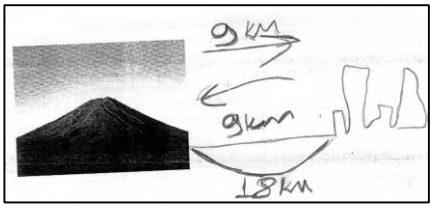
Ö: Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlaması gerektiği istenmiş (sessizlik). Akşam saat 8, aynı zamanda saatin 20:00 olduğunu gösterir…

…

Bengü: …Bu sönmüş yanardağ ile şehir arasındaki yürüyüş yolu 9 km'miş (şekil çiziyor). Yürüyüşçülerin, bu gidiş ve dönüşteki 18 km'lik yürüyüş yolundan akşam saat 8'de dönmeleri gerekiyormuş (sessizlik). Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin ediliyormuş (tekrar okuyor). Yani Tolga eğer dağa tırmanırken saatte 1,5 km yol alıyorsa Tolga'nın hızı 1,5 $\frac{km}{sa}$ 'dir. Tolga'nın dağdan inerken hızı ikiye katlanır neden? Çünkü Tolga dağdan inerken yokuş aşağı iner dağa tırmanırken ise yokuş yukarı çıkar. Bu nedenle dağdan inerken Tolga'nın hızı daha da artar ve saate 3 km olur…



Görsel 3.61. *Fuji Dağı Tırmanışı Problemindeki Nicelikleri Belirlemek için Gökalp'in Çizdiği Şekil ve Aldığı Notlar*



Görsel 3.62. *Fuji Dağı Tırmanışı Problemindeki Nicelikleri Belirlemek için Bengü'nün Çizdiği Şekil ve Aldığı Notlar*

Bu öğrencilerden Beste yürüyüşçünün hızını yorumlayarak çubuk-bar modeli kullanmış ve toplamsal muhakeme ile problemi çözmüştür. Benzer şekilde Gökalp ve İpek de yürüyüşçünün hızını yorumlayarak toplamsal ilişki üzerinden bu problemi çözmüş olup Alara'nın bu süreçte ellerini kullandığı görülmüştür. Diğer öğrenciler ise hız-yol-zaman formülünü kullanarak problemi çözmüşlerdir. Ayrıca Gökalp, Bengü ve Alp'in yürüyüşçünün hızını yorumlarken günlük hayattaki deneyimlerini göz önüne aldıkları ya da yararlandıkları ortaya çıkmıştır. Bunlara ek olarak, bu katılımcılar problemdeki niceliklerin birimini dikkate almışlardır.

Görüşmeci: Bu problemi çözerken nasıl bir yol izlersin?

Beste: Ben bu problemi çubukları kullanarak çözdüm. Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki mesafe 9 km'miş. Tolga bu dağı 1,5 $\frac{km}{sa}$ hızla tırmanacakmış. Tolga 1,5 $\frac{km}{sa}$ hızla tırmanacaksa, çubuklar 1,5 km olarak düşünüp 9 km'ye kadar çubuk ekleyeceğim. 1,5, 3, 4,5, 6, 7,5 ve 9. 6 tane çubuk çizdiğim için Tolga 1,5 $\frac{km}{sa}$ hızla bu dağı 6 saatte tırmanır.

Görüşmeci: Peki bu dağdan Tolga kaç saatte iner?

Beste: Tolga 9 km mesafeyi 3 $\frac{km}{sa}$ hızla bu dağı inecek. Bu kez çubuklar 3 km olarak düşünüp 9' km'ye kadar çubuk ekleyeceğim. 3, 6, 9 dedim. 3 tane çubuk çizdiğim için tolga 3 $\frac{km}{sa}$ hızla bu dağı 3 saatte tırmanır. Daha sonra 6 ile 3 ü topladım. Tolga'nın bu yürüyüşte 9 saat harcadığını buldum. En son 20 den 9'u çıkardım. Tolga akşam saat 8'de yürüyüşten dönmesi için Tolga sabah 11'de yola çıkması gerekir.

…

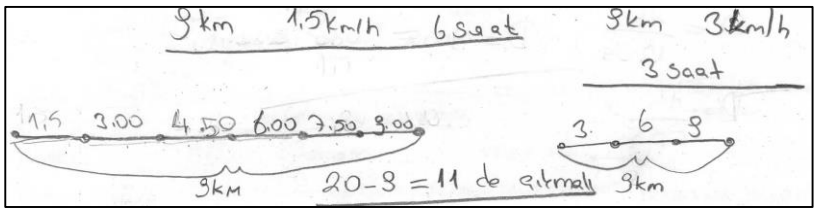
Alp: …Tolga 9 km'lik yolu, saatte 1,5 km yol alarak giderse 6 saatte bu dağı tırmanır.

Görüşmeci: Tolga'nın Fuji Dağı'na 6 saatte tırmanacağını nasıl buldun?

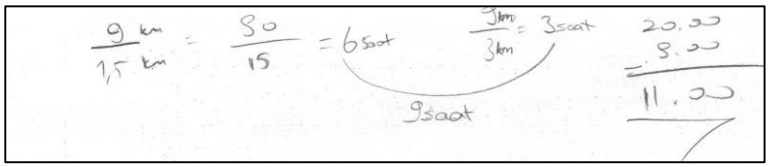
Alp: Hız formülünü kullandım. Hız eşittir alınan yol bölü harcanan zamandır. 9'u 1,5 böldüm ve 6 sa buldum. Dağdan inerken Tolga hızını ikiye katlayacağından, dağdan inme süresi dağa çıkış süresinin yarısına iner. O nedenle Tolga dağdan 3 saatte iner. Çünkü normalde aşağıdan inerken hız artar. Yani eğer ki Tolga yukarı çıkıyorsa daha yavaş olur; aşağı inerken ise aşağı inmesi çok kolay olduğundan Tolga hızını ikiye katlar. Tolga'nın harcayacağı süre de yarıya düşer.

Görüşmeci: Anladım. Daha sonra bu problemi çözmek için ne yaparsın?

Alp: Tolga yürüyüşte toplam 6 artı 3'ten 9 saat zaman harcar. Saat 20'den yürüyüşte toplam geçen süre olan 9'u çıkardım. O nedenle Tolga en geç 11'de yürüyüşe çıkmalıdır.



Görsel 3.63. *Fuji Dağının İlk Alt Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü*



Görsel 3.64. *Fuji Dağının İlk Alt Problemine İlişkin İpek'in Çözümü*

Fuji Dağı probleminin diğer sorusunu ise bu katılımcılar öncelikle problemi anlamak için problemdeki verilenleri ayrıntılı bir şekilde yorumlamış ve daha sonra niceliksel birim koordinasyonu becerisini kullanarak zihinden farklı birimler arasında dönüşüm yaptığı ortaya çıkmıştır. Bu katılımcılardan İpek, Alara ve Alp Fuji Dağı probleminin ikinci sorusunu çarpımsal ilişkiyi kullanarak çözerken Beste, Gökalp ve Bengü ise orantı kurarak çözmüşlerdir.

Görüşmeci: Problem çözerken nasıl bir yol izledin?

Alara: Cm cinsinden çözüm istendiği için 9 km 9000 m ve 900000 cm oluyor. Tolga 900000 cm de 22500 adım attığı için 90000'i 22500'e böldüm ve 40 cm buldum.

Görüşmeci: Neden 900000 22500'e böldün?

Alara: Çünkü problemde Tolga'nın adım mesafesini bulmam isteniyor. 9 km'lik Gotemba yolunda Tolga tırmanışı esnası 22500 adım atıyormuş. Tolga'nın adım mesafesini bulmak için toplam aldığı yolu, toplam attığı adıma böldüm ve adım mesafesini buldum.

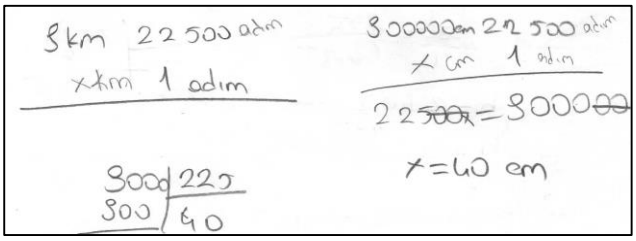
…

Görüşmeci: Problem çözerken nasıl bir yol izledin?

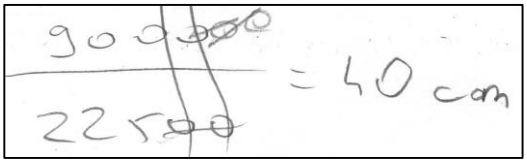
Gökalp: Tolga'nın adım uzunluğunun kaç cm olduğu istenmiş. Bu nedenle km'yi cm'ye çevirdim. 9 km'yi cm cinsine çevirirsek 9km 9000 metre ve 900000 cm ediyor. 90000'cm yi 22500'e bölersek 40 cm çıkar.

Görüşmeci: Ortalama bir adım mesafesini nasıl hesapladın?

Gökalp: Tolga 9 km yol boyunca 22500 adım atıyorsa 1 adım attığında ne kadar cm yol alacağını düşündüm. Ve orantı kurarak Tolga'nın ortalama adım uzunluğunu buldum.



Görsel 3.65. *Fuji Dağının İkinci Alt Problemine İlişkin Beste'nin Çözümü*



Görsel 3.66. *Fuji Dağının İkinci Alt Problemine İlişkin Alara'nın Çözümü*

Damlama oranı problemi iki sorudan oluşmakta olup matematik okuryazarlığı kapsamında değişim ve ilişkiler içerik alanıyla ilgilidir. Bu problemin ilk sorusu altıncı seviye diğer sorusu ise beşinci seviyede yer almaktadır. Damlama oranı probleminin ilk sorusunda problem bağlamında verilen bir formüldeki niceliklerden biri sabit tutulup diğer nicelik iki katına çıkarıldığında, sonucu veren niceliğin nasıl değiştiğinin açıklanması beklenmektedir. Bu problemi çözerken öğrencilerin cebirsel temsili verilen problemler bağlamıyla ilgili nicelikleri yorumlaması ve niceliklerin değişimini analiz etmesi gerekmektedir. Bu problemin diğer sorusunda ise öğrenciler problem bağlamındaki niceliklerin bilinen değerlerini cebirsel formülde yerine koyarak başka bir niceliğin bilinmeyen değeri bulmaya çalışmaktadır. Bu nedenle bu problemin çözüm sürecinde niceliklerin farklı temsillerini yorumlama ve cebirsel manipülasyon yapma becerisi ön plana çıkmaktadır.

Damlama oranı problemi: Bazı ilaç ve sıvıları hastalara nakletmek üzere serum kullanılmaktadır.

Hemşirelerin serum için D ile gösterilen damlama oranını, yani bir dakikada düşen damla sayısını hesaplamaları gerekmektedir.

Hemşireler bunun için $D = \frac{dh}{60s}$ formülünü kullanmaktadırlar. Formüldeki;

d, bir mililitredeki (ml) damla sayısıyla ölçülen damla faktörüdür

h, serumun ml cinsinden hacmidir.

s, serumun akması için gereken süredir (saat).

Soru 1: DAMLAMA ORANI

Bir hemşire, serumun akma süresini iki katına çıkarmak istemektedir. s iki katına çıkarılıp d ve h sabit kaldığında D'nin nasıl değiştiğini tam olarak anlatınız.

Soru 2: DAMLAMA ORANI

Hemşirelerin serumun hacmi olan h'yi, damlama oranı D'den, hesaplamaları gerekmektedir. Bir dakikada 50 damlalık bir damlama oranına sahip olan bir serumun hastaya 3 saatte verilmesi gerekmektedir. Bu serum için damla faktörü mililitre başına 25 damladır. Serumun hacmi kaç ml'dir?

Serumun hacmi: ..... ml

Şekil 3.45. *Damlama Oranı Problemi*

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden hiçbiri damlama oranı probleminin ilk sorusunu çözememişler. Bu öğrenciler sadece problem bağlamında verilen bir formüldeki niceliklerden biri sabit tutulup diğer nicelik iki katına çıkarıldığında, sonucu veren niceliğin azalacağını belirtmişlerdir. Bu nedenle bu katılımcılar bu problemden tam puan alamamışlardır. Bu öğrencilerden İpek, Alara ve Alp problem bağlamındaki damlama oranı niceliğinin azalacağını sezgisel olarak düşünebilmelerine rağmen bu niceliğin değişimini analiz etmemişler ve matematiksel olarak bu niceliğin nasıl değişim gösterdiğini açıklayamamışlardır. Ancak bu öğrenciler araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile D'nin değişimini analiz edebilmişlerdir.

Görüşmeci: Bu formül ne anlatıyor?

İpek: Damlama oranı bir mililitredeki damla sayısıyla ölçülen damla faktörü ile serumun mililitre cinsinden hacmi ile çarpımının 60 ile serumun akması için saat cinsinden sürenin çarpımına bölümüdür.

Görüşmeci: Anladım. Ne düşünüyorsun?

İpek: Formülü aynı şekilde yazdım ama problemde s'nin iki katına çıkıyormuş. Bu nedenle formülde s yerine 2s yazdım.

Görüşmeci: Peki 120s'yi nasıl buldun?

İpek: 60 ile 2s'yi çarptım.

Görüşmeci: Damlama oranı ile ilgili yeni formülü nasıl yazdın?

İpek: Yeni formülde damlama oranı $D = \frac{dh}{120s}$ oldu.

Görüşmeci: Damlama oranı nasıl değişir?

İpek: Damlama oranı D azalır.

Görüşmeci: Neden?

İpek: Damlama oranı d azalmış işte. Anlatamıyorum ama azaldığı görebiliyorum… Yani damlama oranı azalır da nasıl değiştiğini anlatamıyorum…

Görüşmeci: Düşün bakalım. Bu yeni formülde $= \frac{dh}{120s}$ olmuş. Yeni formülde damlama oranı nasıl değişmiş olabilir?

İpek: (sessizlik)… D azalır.. (sessizlik) yarıya iner…

…

Alp: s iki katına çıkarılıp d ve h sabit kalacağı için bu formülü tekrar düzenledim. Formülde s iki katına çıkacağı için s yerine 2s yazdım. $D = \frac{dh}{120s}$ buldum. $D = \frac{dh}{60s}$ iken $D = \frac{dh}{120s}$ olmuş. 120s yani 120 saat zaman 60 saat zamandan daha fazla olduğu için damla oranı azalır yani damla sayısı azalır. Çünkü süre artarsa daha az damla akar. Ama tam olarak D ne kadar azalır bilmiyorum…

Görsel 3.67. *Damlama Oranı İlk Alt Problemine İlişkin İpek'in Çözümü*

Diğer yandan Beste, Gökalp ve Bengü ise problemdeki damlama oranı niceliğinin azalacağını belirtmelerine rağmen bu niceliğin değişimin büyüklüğünü matematiksel olarak yanlış bir şekilde açıkladıkları gözlenmiştir. Bu nedenle bu öğrenciler damlama oranı niceliğinin değişimini analiz edebilmelerine rağmen bu değişimi anlamlı bir şekilde yorumlayamamışlar. Bu neden ile bu öğrenciler yönlendirmesiz bu problemi tam puan alarak çözememişlerdir. Araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile bu öğrencilerin hepsi damlama oranı niceliğinin nasıl değişim gösterdiğini açıklayabilmişlerdir. Araştırmacı-

öğretmen bu öğrencilerden çözümleri ile ilgili gerekçe sunmalarını istediğinde onlar sadece özel örneklerden ya da günlük yaşam örneklerinden yola çıkarak gerekçe sunmuşlar, bu süreçte cebirsel formül ve niceliklerin anlamından yararlanamamışlardır.

Bengü: Bir hemşire, serumun akma süresini iki katına çıkarmak istiyormuş. s iki katına çıkarılıp d ve h sabit kaldığında D'nin nasıl değiştiğini tam olarak anlatmak gerekiyormuş. Şimdi $\frac{dh}{60s}$ D'ye eşittir. Bu hemşire de serumun akma süresini 2 katına çıkarmak istiyor yani $\frac{dh}{60.2s}$ =$\frac{dh}{120s}$ = D olur okuyor.

Görüşmeci: Peki D damlama oranı nasıl değişmiş?

Bengü: İlk formülde 60s süreydi ikinci formülde 120s süre oldu. Yani D 2 kat azaldı.

Görüşmeci: Damlama oranı D iki kat azaldı ile ne anlatmak istiyorsun?

Bengü: (sessizlik)… Damlama oranı $D = \frac{dh}{60s}$ iken D = $\frac{dh}{120s}$ olmuş. D iki kat azalmış…(sessizlik)…(sessizlik) Aaa D yarısı kat azalır. Ya da D yarıya iner. Yanlış açıklama yapmışım.

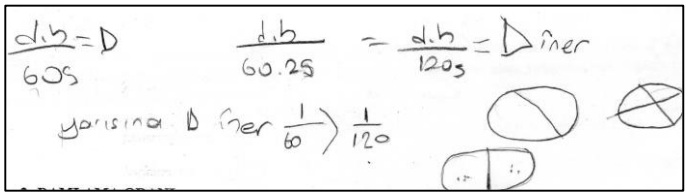
Görüşmeci: Damlama oranı D neden yarıya inmiştir?

Bengü: (Uzun süren sessizlik).. Eğer bu formülde üstteki dh'ı 1 olarak ve s'yi de 1 olarak düşünürsek; $\frac{1}{60} > \frac{1}{120}$ olur. Yani bir pizza ile açıklayacak olursak bu $\frac{1}{60}$ daha büyük bir yarımdır oysaki $\frac{1}{120}$ $\frac{1}{60}$'dan daha küçüktür. Pizzayı 1 kabul edersek $\frac{1}{120}$ parçası $\frac{1}{60}$ parçasının yarısı oluyor. Pizzanın $\frac{1}{60}$parçası bu olsun (yuvarlak pizza şekli çiziyor). Bunun yarısı $\frac{1}{120}$ olur…

…

Görüşmeci: İlk başta damlama oranı D'nin 2 katına düştüğünü belirtmiştin. Bu cümlenin üzerinde tartışınca D'nin yarıya düştüğünü fark ettin. Neden damlama oranı yarıya düşer?

Alara: (Sessizlik)… Aaa… (Sessizlik)… Formüldeki dh'ı 1 olduğunu varsayalım. s'de 1 olsun. Bu durumda D $\frac{1}{60}$ iken D $\frac{1}{120}$ oldu yani yarısı oldu…



Görsel 3.68. *Yönlendirme ile Damlama Oranı İlk Alt Problemine İlişkin Bengü'nün Çözümü ve Sunduğu Gerekçe*

Damlama oranı probleminin ikinci sorusunda ise zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Beste, Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp) tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrenciler problem bağlamında verilen cebirsel formülü ve nicelikleri yorumlayabilmeleri bir niceliğin bilinmeyen değeri bulmalarını sağlamıştır.

Ön klinik görüşmede bu katılımcıların hiçbiri cebirsel formülleri yorumlayamadığı gibi cebirsel eşitlikleri de çözemiyorlardı.

Bengü: Bir dakikada 50 damlalık bir damlama oranına sahip olan bir serumun hastaya 3 saatte verilmesi gerekiyormuş. Bu serum için damla faktörü mililitre başına 25 damlaymış. Problemde serumun hacmi kaç ml olduğu sorulmuş.

Görüşmeci: Ne düşünüyorsun?

Bengü: Damlama oranı olan D, problemde verilen formülden hesaplanıyordu.

Görüşmeci: Peki, D nasıl hesaplanıyordu?

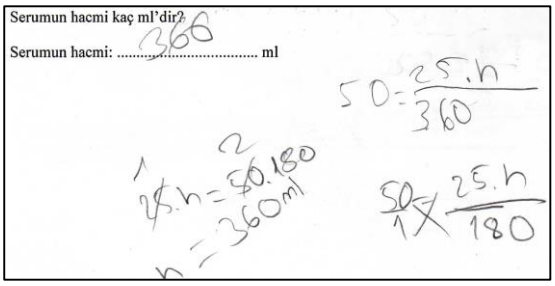
Bengü: $D = \frac{dh}{60s}$ 'den hesaplıyorduk. Şimdi problemde verilenlerin hepsini formülde yerlerine yerleştirdim. Bu serum Bir dakikada 50 damlalık bir damlama oranına sahipmiş. Bu nedenle D yerine 50 yazmam gerekecek. Bir serumun hastaya 3 saatte verilmesi gerektiğinden s yerine 3 yazmalıyım. Bu serum için damla faktörü mililitre başına 25 damlaymış, d yerine formülde 25 yazdım. $50 = \frac{25h}{180}$ oldu. Buradan da içler dışlar çarpımı yaparak serumun hacmini ml cinsinden buldum. Serumun hacmini ml cinsinden yani bu serumun hacmi 360 ml oldu.

…

İpek: …Hemşirelerin serumun hacmi olan h'yi, serumun ml cinsinden hacmi damlama oranı D'den, hesaplamaları gerekmekteymiş. D'de $D = \frac{dh}{60s}$ formülünden hesaplanıyordu. Bir dakikada 50 damlalık bir damlama oranına sahip olan bir serumun hastaya 3 saatte verilmesi gerekiyormuş. Bu serum için damla faktörü mililitre başına 25 damlaymış. Problemde serumun hacmi kaç ml olduğu isteniyor.

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

İpek: Formülde D yerine 50, d ye 25, s ye 3 koydum; sadece h'nin kaç olduğunu bilmediğim için formülde h'i aynı h harfi ile gösterdim ve formülü düzenledim. İşlemleri yaptım h = 360 ml buldum. Serumun hacmi 360 milimetreymiş.



Görsel 3.69. *Damlama Oranı İkinci Alt Problemine İlişkin Gökalp'in Çözümü*

Bisikletler probleminin iki sorusu son görüşmede kullanmış olup matematik okuryazarlığı kapsamında değişim ve ilişkiler içerik alanıyla ilgilidir. Bu problemin ilk sorusu ikinci seviye diğer sorusu ise altıncı seviyede yer almaktadır. Bisikletler probleminin ilk sorusunda bisikletlerin tekerinin tur sayısı ve kat ettikleri mesafeler ile

ilgili tablo temsilini yorumlayarak problem bağlamındaki değeri verilen kat edilen mesafeyi göz önüne alarak bisikletin tekerinin yaptığı tur sayısının bulunması gerekmektedir. Bisikletler probleminin ikinci sorusunda öğrencilerin öncelikle bisikletin tekerinin geometrik olarak çember şekli ile ilgili olduğunu ve çemberin çevresi ile ilişkili olarak bisikletin tekerinin çevresinin hesaplanabileceğini düşünmesi gerekmektedir. Daha sonra bu öğrencilerin bisikletin tekerinin çevresine göre kat ettikleri mesafeden bisikletin tekerinin kaç tur attığını bulması ve vites dişli oranını yorumlayarak (pedal dönüşü sayısı ve tekerlek dönüşü sayısı) pedalın kaç tam tur döndüğünü bulması gerekmektedir. Bu problemde karmaşık çok adımlı gerçek yaşam durumunu çözmek için öğrencilerin niceliksel muhakeme becerisinin bileşeni olan orantısal muhakeme yapmaları ve bu süreçte nicelikleri oluşturmaları ve nicelikler arasındaki basit ilişkileri yorumlamaları önemlidir.

Bisikletler: Justin, Samantha ve Peter birbirinden farklı üç bisiklete sahiptir. Aşağıdaki tablo bu bisikletlerin tekerleklerin 1 tam tur bir dönüş yaptığında aldıkları mesafeyi (cm) göstermektedir.

	Alınan mesafe (cm)					
	1 dönüş	2 dönüş	3 dönüş	4 dönüş	5 dönüş	6 dönüş
Peter	96	192	288	384	480	…
Samantha	160	320	480	640	800	…
Justin	190	380	570	760	950	…

Soru 1: BİSİKLETLER

Samantha'nın bisikleti 1280 cm mesafe aldığında bu bisikletin tekerleklerini kaç tur tam dönüş yapar?

Yanıt: ..... tur tam dönüş.

Soru 2: BİSİKLETLER

Peter'ın bisikletinin tekerinin çevresi 96 cm (ya da 0.96 m). Bu bisiklet üç farklı hızlı biri düşük, biri orta ve biri yüksek vites dişlilerine sahiptir. Vites dişlileri oranı ise şu şekilde verilmiştir.

Düşük 3:1 **Orta** 6:5 **Yüksek** 1: 2

Peter orta vitesle bisiklet sürerek 960 m mesafe aldığında pedal kaç tur tam dönüş yapar?

Not: vites dişli oranının 3:1 olması pedalın 3 tam tur dönmesine karşılık tekerleğin 1 tam tur dönüş yapacağı anlamına gelmektedir.

Şekil 3.46. *Bisikletler Problemi*

Bisikletler probleminin ilk sorusunu zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi çözebilmişlerdir. Bu katılımcılar problem bağlamındaki tablo temsili üzerinden bisikletlerin tekerinin tur sayısı ve kat ettikleri mesafeler arasında ilişki kurarak çözüme elde etmeye çalıştıkları görülmüştür. Bu problemi Gökalp yinelemeli (recursive) ilişkiyi kullanarak çözerken, Beste önce problem bağlamında yinelemeli ilişkileri fark etmiş daha sonra fonksiyonel ilişkiden yola çıkarak problemi çözmüştür. Diğer öğrenciler (İpek, Alara, Bengü ve Alp) ise bu problem bağlamındaki tekerlerin dönüş sayısı ve aldıkları mesafe ilişkisinden yararlanarak çözüme ulaşmış olup fonksiyonel ilişki yaklaşımı kullanmışlardır.

Görüşmeci: Nasıl bir yol izledin problemi çözerken?

Gökalp: Ben tablodaki boşlukları doldurmaya devam ettim. Samantha'nın bisikleti 160'ar 160'ar cm ilerleyerek yol aldığı için 160 ekleyerek tabloyu doldurmaya devam ettim. 6. Dönüşte Samantha 800'e 160 eklediğimde 960 cm yol alır. Bu bisikletinin tekeri 7. dönüşte 960'e 160 eklediğimde 1120 cm yol alır ve 8. dönüşte 1120'ye 160 eklediğimde 1280 cm yol alır. Bu durumda Samantha'ın bisikleti 1280 cm mesafe aldığında bu bisikletin tekerlekleri 8 tam tur dönüş yapmış olur.

…

Görüşmeci: Peter'ın bisikletlerin tekerleklerinin dönüş sayısı ile bu bisikletin aldığı mesafe nasıl verilmiş?

Beste: Peter'ın bisikletlerin tekerlekleri 1 dönüşte 96 cm mesafe almış, 2 dönüşte 192 cm, 3 dönüşte 288 cm yol almış. Tabloya göre Peter'ın bisikleti 96'ar cm yol alarak ilerliyor. 192'den 96 çıkardım 96, 288'den 192'yi çıkardım 96, Peter'ın bisikletinin tekeri bir dönüşten bir dönüşe geçerken 96'ar cm artarak yol alıyor. 96 cm de Peter'ın tekerinin 1 tur dönüşte aldığı mesafedir… Ben bu problemi orantı kurarak çözdüm. Samantha'nın bisikleti 1 tam tur dönüşte 160 cm yol alıyorsa x turda 1280 cm yol alacağını düşünerek orantı kurdum ve x'i 8 buldum. Samantha'nın bisikleti 1280 cm yol aldığında bisikletinin tekeri 8 tam tur dönüş yapar.

…

Alp: Samantha'nın bisikleti 1 dönüş yaptığında 160 cm, 2 dönüş yaptığında 320 cm, 3 dönüş yaptığında 480 cm, bu da 160 160 cm gidiyor. Yani Samantha'nın bisikleti 160'ar cm mesafe alarak ilerliyor.

Görüşmeci: Samantha'nın bisikleti nasıl mesafe kat ediyor?

Alp: Samantha'nın bisikletinin tekerinin dönüş sayısına göre yol alıyor.

Görüşmeci: Problemde ne istenilmiş?

Alp: Samantha'ın bisikleti 1280 cm mesafe aldığında bu bisikletin tekerleklerini kaç tur tam dönüş yaptığı istenmiş.

Görüşmeci: Problemin çözümü ile ilgili ne düşünüyorsun?

Alp: Samantha'nın bisikleti 1280 cm mesafe alıyormuş zaten. Bizden Samantha'nın bisikletinin tekerinin kaç tur dönüş yaptığı isteniyor. Samatha'nın bisikleti 160'ar 160'ar cm gittiği için 1280'i 160' böldüm.

Görüşmeci: Nasıl anlamadım ne demek istiyorsun?

Alp: Samatha'nın bisikletinin tekeri her dönüşünde yüz altmışar cm gittiği için 1280 cm'i 160 cm'e böldüm ve Samantha'nın bisikletinin tekerinin 8 tam tur dönüş yaptığını bulmuş oldum.

Bisikletler probleminin ikinci sorusunda zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hiçbirisi (Beste, Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp) çözemediği için sıfır puan almışlardır. Bu öğrencilerden İpek, Bengü ve Alp problemi çok karışık buldukları için çözemeyeceklerini düşünmüşler ve herhangi bir çözüm yapmamışlardır.

Görüşmeci: Bisikletler probleminin ikinci sorusunu neden çözmedin?

İpek: Çok karışık bir problem bu. Anlamakta çok zorlandım… Çözemem ben problemi, hem karışık hem de ilişkiler iç içe girmiş… Zor…

…

Bengü: Bu problemi anlayamadım.

Görüşmeci: Neden?

Bengü: Çok karışık, bisiklet tekeri, pedalı ve bisikletin aldığı mesafeler çok fazla veriler var problemde. Pedal ve tekerlek ilişki de varmış. Karmakarışık bir problem olduğu için çözemeyeceğimi düşündüm.

…

Alp: Bu problemi çözmedim… Karmaşık olduğu için ve anlamadığım için çözmedim.

Görüşmeci: Problemde neleri anlamadın?

Alp: Problemdeki verilenleri nasıl kullanılacağını bilmediğim için çözüm yapamıyorum. Problemi anlayamadım… (sessizlik)…Offff…

Buna karşılık Beste, Gökalp ve Alara ise problem bağlamındaki nicelikleri oluşturabilmişler ancak problem çok aşamalı olduğu için nicelikler arası ilişki kuramamışlardır.

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Beste: Peter'ın bisikleti 1 tam tur dönüşte 96 cm yol alıyorsa x tam turda 960 m yol aldığını gösteren orantı kurdum. 960 metreyi de cm ye çevirdim. İşlemi yaptım ve x'i 1000 teker dönüşü buldum… Ama bu bisikletin pedalının kaç tam tur attığını nasıl bulunacağını bilemedim.

…

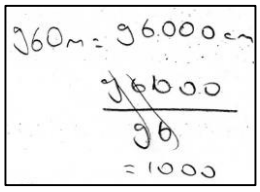
Alara: 960m 96000 cm'dir. 96000'i 96'ya böldüm.

Görüşmeci: Neden?

Alara: Çünkü Peter'ın bisikleti 1 tam tur dönüşte 96 cm mesafe alıyor. Bu bisikletin 96000 cm mesafe alması için 96000'i 96'ya böldüm…1000 kere bisikletin tekerleği dönmüş oldu.

Görüşmeci: Peter orta vitesle bisiklet sürerek 960 m mesafe aldığında pedal kaç tur tam dönüş yaptığı sorulmuştu.

Alara: Evet… Ama problemde verilen vites dişlileri oranını anlayamadım. Karışık buldum. Buraya kadar çözebildim.



Görsel 3.70. *Bisikletler İkinci Alt Problemine İlişkin Alara'nın Çözümü*

Bu katılımcıların araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile bu problemdeki nicelikleri adım adım betimleyebilmiş ve nicelikler arası ilişkiyi kurabilmiştir. Kısaca bu öğrenciler araştırmacının uzun bir süre yönlendirmesi sonucunda çözebilmişlerdir.

3.9. Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları

Öğretim deneyi sürecinin öğretim bölümleri tamamlanıp son klinik görüşmeler gerçekleştikten sonra araştırmacı-öğretmen katılımcılar ile birlikte son bilgi edinme görüşmesi yapmıştır. Son bilgi edinme görüşmesi süresince araştırmacı-öğretmen öğrencilerin klinik görüşmeler ve öğretim bölümlerinde çözdükleri problemler hakkında düşünceleri, öğretim bölümlerindeki öğrenme ortamı hakkındaki düşünceleri, herhangi bir matematik problemi çözerken ki yaklaşımları ve matematiksel performansları ile ilgili düşüncelerini öğrenmeyi amaçlamıştır. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler (Beste, Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp) klinik görüşmelerde PISA kapsamında çözdükleri problemler ve öğretim bölümlerinde çözdükleri problemleri günlük hayattan, eğlenceli, düşündürücü, faydalı ve muhakeme gerektiren problemler olarak ele almışlardır. Bu öğrenciler ön bilgi edinme görüşmesinde PISA kapsamındaki problemleri aşina olmadıklarını, acayip, fantastik ve zor bulduklarını belirtmelerine rağmen süreç sonunda kolay bulmuşlar ve giderek bu problemlere aşina olmuşlardır. Bu durumu ise iyi muhakeme yapmaları ile ilişkilendirmişlerdir.

Görüşmeci: Çözdüğümüz problemler hakkında ne düşünüyorsun?

Beste: Kolay. Mantığını oturtunca kolay hepsi. Aslında bu problemler ilk bakışta zor gibi görünüyor ama problemi anladıkça; problemin çözümü ilgili mantık yürütünce, problemdeki ilişkileri kurdukça kolay olduğunu anlıyorsun. Bu problemleri anlayıp, mantığını çalıştırırsan çözebilirsin. Bu çözdüğümüz problemlerin hepsi günlük hayat problemidir. Çünkü her zaman arabaların, insanları hızı, zamanlar günlük hayatımızın içerisindedir. Bu problemler günlük hayatımızda karşımıza çıkabilecek durumlardır. Bu problemler eğlenceli buldum.

…

Gökalp: İlk görüşmede çözdüğümüz problemler zordu. Ama son görüşmede çözdüğümüz problemler kolaydı. Kolay geldi bana belki de benim matematik başarım geliştiği için kolay gelmiştir. Ama sanki son görüşmede çözdüğümüz problemler diğerlerine göre daha kolaydı. Problemlerin çoğunu çözebildiğim için bana kolay geldi. Görüşmelerde ve derslerde çok fazla günlük yaşam problemi çözdük. Bu problemleri eğlenceli buldum. Bu problemler hem günlük hayattan hem de güzel hazırlanmış ve soruları yapmak zorundasın yani yapabiliyorsun. Yani şu demek istiyorum. Bu problemleri hiç bir şey bilmesen de aklını çalıştırıp mantık yürütünce bu problemleri çözebiliyorsun. Her şey akılda bitiyor. Artık aklımı iyi çalıştırdığım için bu problemleri çözebiliyorum (Gülüyor).

Görüşmeci: Problemleri çözerken neler hissettin?

Gökalp: Son görüşmedeki problemleri çözerken endişe duymadım, rahat rahat çözdüm. Artık problem çözmeye alıştım galiba eskiden matematik problemi çözerken geriliyordum ve endişe duyuyordum. Ama şimdi böyle bir sorun yaşamıyorum.

…

Görüşmeci: Çözdüğümüz problemler hakkında ne düşünüyorsun?

İpek: İlk görüşmedeki çözdüğümüz problemler çok zordu ve bu problemleri çözmede bayağı zorlandım. İlk görüşmedeki problemler son görüşmedekilere göre oldukça zordu, çok zorlandım ve zaten çoğu problemi çözemedim. Hatta çözebildiğim problem sayısı oldukça azdı. Bilmiyorum ama daha zor geldi. Ama son görüşmedeki problemler kolaydı bence. Kolay olan problemleri çözmek eğlenceliydi. Son görüşmede ilk problem çok güzel bir başlangıçtı. Giderek zorlaşıyordu problemler ama iyi bir başlangıç yapabildiğim için problemleri çözebildim. Art arda güzel problemler olunca iyi bir şekilde problemleri çözebildim. Görüşmelerde ve derslerde hep günlük yaşamla ilgili problemler çözdük.

…

Bengü: …Bu çözdüğümüz problemlerin hemen hemen hepsi günlük hayatta karşılaştığımız problemler olduğunu düşünüyorum. Problemler güzeldi ve sevdim. Çok böyle ne diyeyim çok fantastik, acayip buldum bu problemleri. Ömrü hayatımda ilk defa böyle problemler gördüm desem yalan söylemiş olmam herhalde.

Görüşmeci: Neden fantastik ve acayip buldum?

Bengü: Hiç böyle problemler çözmemiştim. Böyle değil de denklem çözme olsun, işlem yapma olsun hep işleme yönelik problemler çözdüm hayatım boyunca. Yani şöyle söyleyeyim okuldaki çözdüğüm problemlerde bu problemler gibi ilk önce kafamı bunları anlamaya yormuyorum. Direkt olarak işleme yoruyorum ve işlem yapmaya yöneliyorum hemen. Ama bu problemleri anlamadan yapamıyorum. İllaki iyice bu problemleri anlamam gerekiyor çözebilmek için… Ayrıca okulda da tabii bu tip problemleri çözmeyi tercih ederim. Çok eğlenceli buldum ve hoşlandım bu problemlerden.

…

Alp: Bu çözdüğümüz problemleri iyi anlamak gerekiyor. Yani problemleri iyi okuyup iyi anlama gerekiyor. Bu problemlerin hepsi günlük hayatla ilgilidir. Bu problemleri çözerken hiç sıkılmadım. Derslerde problemleri sınıf arkadaşlarımla ve sizle birlikte tartışarak çözdüğüm için çok mutlu oldum.

Öğretim deneyi sürecinde gerçekleştirilen öğretim bölümlerini zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi eğlenceli, ilgi çekici, faydalı

bulmuşlardır. Bu öğrenciler öğrenme ortamındaki çözdükleri problemlerin günlük hayatla ilişkili olduğu için sıkıcı bir matematik dersi olmadığını belirtmişlerdir. Ayrıca bu katılımcılara göre öğrenme ortamında problemlerin hepsi hakkında uzun uzadıya konuşulması ve tartışılması muhakeme yapmalarını ve problemleri çözebilmeleri sağlamıştır. Bu öğrenciler öğretim bölümlerinde herhangi bir problemin nasıl çözülmesi gerektiği öğrendiklerini belirtmişlerdir. Bu süreçte bu katılımcılar önceden hız problemleri ve yüzde problemlerini çözememelerine rağmen şimdi çözebilmişlerdir. Örneğin bu öğrencilerden Bengü öğretimlerde hem bir nesnenin hızının nasıl oluştuğunu ve bir problemi çözerken nelere dikkat etmesi gerektiğini öğrendiğini anlatmıştır.

Görüşmeci: Dönem boyunca yaptığımız dersler hakkında ne düşünüyorsun?

Beste: Dersler hep eğlenceli geçti, normalde okuldaki matematik derslerinde sıkılırım ama ben bu derslerde çok eğlendim. Bu derslerde hız problemleri, zaman problemleri çalıştık, birçok problem çözdük. İlk önce tek başımıza problemi okuduk, sonra içimizden biri problemi sesli okudu. Sonra biz problemi sınıfta anlattık, problemle çözebilmek için neler yapacağımızı tartıştık. Problemlerin hepsini tartışarak birlikte çözdük… Problemlerin her birini ayrıntılı bir biçimde anlattık ve problemi çözmek için mantık yürüttük ve yürüttüğümüz mantığı birlikte sınıfta tartıştık. Vücut kitle indeksi problemini çok hoşuma gitti, hem şişman olup olmadığımızı öğrendik hem de çok eğlendim bu problemi çözerken. Vücut kitle indeksi problemini çözmek acayip eğlenceliydi. Çünkü sınıftaki herkesin şişman olup olmadığını merak ettik. Zamanla ilgili problemleri çözmek çok hoşuma gitti ve eğlenceli buldum. Bu derslerde biz problem çözerken en çok problemi anlamaya ve problemin çözümü için mantık yürütmeye dikkat ettik

Görüşmeci: Mantık yürütmekten ne kastediyorsun?

Beste: Mesela problemi okuyup, problemi birbirimize anlatırken, problemdeki verilenler ile ilgili ilişki kurduk, problemdeki verilenleri nasıl kullanacağımızı düşündük; problemi çözmek için verilenleri ve istenenler arasında ilişki kurduk, neler yapabileceğimizi konuştuk. Bunları yaptık. Bu nedenle bazı problemlerde fazla işlem yapmamıza gerek kalmadan sadece mantık yürüterek çözebildik.

…

Alp: İlk görüşmede ve derslerdeki problemlerin başta nasıl çözüleceğini bilmiyordum. Sizin sayenizde matematikle ilgili günlük hayat problemlerinin nasıl çözülmesi gerektiğini öğrenmiş oldum. Örneğin bir arabanın hızının ne olduğunu önceden bilmiyordum. Artık önüme birçok farklı problem gelse bu problemleri çözmek için neler yapmam gerektiğini biliyorum. Artık bu tarz problemleri çözebiliyorum. En önemlisi problemde neler anlatıldığını ve neler istendiğini öğrendim. Yani problem çözmek için en önemli olan şeyin problemin ne anlattığını anlamak için problemi iyice incelemek ve yorumlamak gerektiğini öğrendim. Problem çözmede önemli olan problemi anlamakmış, işlem yapmak değilmiş. Problemleri anladığımız sürece rahatlıkla problemleri çözebiliyoruz… Bu projeden önce matematik derslerinde çözdüğümüz hız, yaş ve zaman problemleri hiç sevmiyordum. Çünkü bunların hiçbirini önceden çözemiyordum. Sizin sayenizde bu problemleri artık severek çözüyorum çünkü artık yapabiliyorum…

Bu katılımcılardan Gökalp, İpek, Bengü ve Alp okuldaki matematik öğrenme ortamı ile öğretim bölümlerindeki öğrenme ortamını karşılaştırmışlardır. Bu katılımcılar okuldaki öğrenme ortamında ilgi çekici problem senaryoların olmasını, bunların sınıfla tartışma ortamında ele alınmasını, problem çözme sürecinin her aşamasında ne yapıldığının açıklanması ve günlük hayatla ilişkilendirilmesini ve problemler üzerinde uzunca bir süre ayrıntılı biçimde incelenmesini istemektedirler.

Görüşmeci: Dönem boyunca yaptığımız dersler hakkında ne düşünüyorsun?

Gökalp: Herkes kafa dengiydi. İlk defa problem çözerken eğlendim çünkü matematiği fazla sevmem. Matematik dersinde problem çözerken ilk defa eğlendim ve her hafta bu dersi iple çektim. Çok güzel bir ortamdı. Çözdüğümüz problemler günlük yaşamla ilgiliydi. Matematiğin günlük yaşamın her yerinde olduğunu görmemi sağladı bu dersler.

Görüşmeci: Okuldaki matematik derslerini neden sevmiyorsun?

Gökalp: Ben mesela bu derslerde ve görüşmelerdeki problemleri çözmeyi çok sevdim. Ama okuldaki matematik dersini ve bu derslerde öğrendiğimiz konuları sevmiyorum. Sevmiyorum yani. Sizin derslerde matematiği öğrenmek çok zevkli ama okuldaki derslerde mesela iki bilinmeyenli denklemleri ve histogramı öğrenmeyi sevmiyorum.

Görüşmeci: Peki bu problemleri ve dersleri sevdiren sana ne oldu?

Gökalp: Bu derslerde ve görüşmelerdeki problemler hem günlük hayattan hem de güzel hazırlanmış ve derslerdeki problemleri uzun uzadıya tartışarak çözdük. Bu derslerde problemleri çözerken birçok şey öğrendim. Artık bu tip problemleri çözebilirim ama hala okuldaki günlük konular ile ilgili problemleri çok iyi yapamıyorum ama eskiye oranla bunları da daha iyi çözebiliyorum artık.

Görüşmeci: Neden okuldaki matematik konularını öğrenemiyorsun?

Gökalp: Okuldaki konuları sevmeye ve öğrenmeye çalıştım ama bir türlü sevemedim. Çünkü soyut geliyor, kafam almıyor, kafama yatmıyor ve hiç ilgili çekmiyor… Sizin gibi matematik öğretseler belki okuldaki matematik konularını öğrenirdim… Problem çözme süreci çok iyi çünkü sürekli tartışıyoruz. Mesela ben problemi yanlış çözdüğümde doğa yanlış çözüyorsun diyor ve neden yanlış çözdüğümü ya da nasıl çözülmesi gerektiğini sınıfta tartışıyoruz. Problemi ve problemi çözümünü doğru ya da yanlış ne olursa olsun düşüncelerimizi söylüyoruz. Yanlışsa neden yanlış olduğunu doğru ise de nasıl doğru olduğunu tartışıyoruz, birbirimize ne yaptığımızı ve anladığımızı anlatıyoruz. Ama okulda matematik dersinde öğretmen problemi soruyor ve hemen çözümünü gösteriyor. Sınıftaki herkes problem çözümünü anlıyor hiç kimse anlamadım hayır demiyor. Hemen başka bir problemi çözmeye başlanıyor. Konuşa konuşa, tartışa tartışa okuldaki matematiği öğrenmeyi ve problemleri çözmek isterim. Aynı sizin öğrettiğiniz gibi. Bence okul matematiğinde sizin derslerinizde yaptığımız her şeyi yaparsak öğrenme yüzdemiz artar. Ben anlamıyorum mesela hep geride kalıyorum ezbere birçok formül ve kuralı nasıl kullanacağımı soramıyorum da çünkü hiç böyle ayrıntılı uzun uzu problem çözmüyoruz ve ben de anlamıyorum öğrenemiyorum. Bence okuldaki matematik derslerinde her problem üstünde tartışılmalı, nasıl çözülmesi gerektiği ayrıntılı bir şekilde tartışılıp öyle çözülmelidir.

…

Görüşmeci: Dönem boyunca yaptığımız dersleri değerlendirebilir misin?

Alara: Hayatımda ilk defa matematik dersi dinledim. Ve bu derste çözdüğümüz problemleri eve gidince tekrar çözdüm. Çok eğlendim ve mutlu oldum. Eğlenceliydi bu dersler. İlk derslerde çözdüğümüz problemler kolaydı ve dersler devam ettikçe gerçekten git gide problemler zorlaşmaya başladı ve problemler git gide daha çok mantıksal açıdan mantık yürüterek çözebilmeye gerektirdi bu. Bu problemler kafamızı çalıştırmaya ve zekâmızı geliştirmeye yönelikti. Okulda gördüğümüz matematik dersinden çok daha eğlenceliydi. Zaten ben okuldaki matematik derslerini çoğu zaman dinlemiyorum. Okuldaki matematik dersleri sıkıcı ama sizin derslerinizi severek dinledim.

…

Bengü: ... Bence okulda çözdüğümüz problemler sadece okunup geçilmemeli, bu problemler sınıf ortamında tartışılarak anlatılmalı, he problemim her detayına bakılmalı ona göre problem çözülmeli. Yani problem anlatılarak çözülmeli, bence işlem en son yapılması gereken meseledir. Üstlü ve köklü sayılar öğretilirken bile problemle başlanarak öğretim yapılmalı. Yani bir senaryo, günlük hayat problemi ile konular anlatılmalı, mesela kareköklü sayılarda kare şeklindeki bir bahçenin alanı 16 birim kare ise bir kenarının uzunluğunu ayrıntılı bir şekilde tartışarak 4 birim olduğunu bulmalıyız. Daha sonra kareköklü sayıdan ne anlamamız ve bunları nasıl işlem yapmamız gerektiğini öğrenmeliyiz. Konular da günlük hayatla ilişkilendirilerek öğretilmelidir.

Araştırmacı-öğretmen ön bilgi edinme görüşmesindeki gibi katılımcılara herhangi bir matematiksel problemi nasıl çözdüklerini sormuştur. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler matematiksel bir problem çözerken problem bağlamındaki verilenlere odaklanacaklarını, problemde verilen sayıların hangi verilene ait olduğunu anlamlandırmaya çalıştıklarını, bu süreçte en fazla problem bağlamını anlama/kavrama ile geçirdiklerini belirtmişlerdir. Bu öğrenciler problem bağlamındaki verilenleri anlamlandırdıktan sonra verilenler arasında ilişki kurmaya çalışacaklarını söylemişlerdir. Bu nedenle bu katılımcılar problem çözerken en az işlem yapmaya zaman ayrılması gerektiğine inanmaktadırlar. Ayrıca bu katılımcılar problem bağlamındaki verilenlerin birimlerini göz önüne alarak dönüşüm yapmak gerekiyorsa birim dönüştürme yapmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu katılımcılar herhangi bir matematiksel problemi çözerken önceden yaptıkları hatalı yaklaşımlardan bahsetmişler ve bir öğrencinin herhangi bir problemi çözebilmesi için bu tip davranışları yapmaması gerektiğini vurgulamışlardır.

Görüşmeci: Herhangi bir problemi nasıl çözersin?

Bengü: İlk önce problemi iyi bir şekilde anlamam lazım. Problem iyice anladıktan sonra problemdeki verilenler ve istenen arasında ilişki kurup, bunlarla ilgili mantık yürüterek problemi çözmeye çalışırım. Bence problem çözmede en önemli şey problemi iyi okuyup, iyi anlamaktır. İyi anlamak için de problemdeki verilenlere iyice incelemek ve dikkat etmek gerekir.

Görüşmeci: Sence problem çözen birey nasıl problem çözerse başarılı olur?

Bengü: Bence problem çözmede en önemli şey problemi iyi okuyup, iyi anlamaktır. Bu nedenle bence öğrenciler problemi iyice okuyup, önce işlem yapmadan problemlerdekiler ile ilgili mantık yürütülürse daha iyi problem çözebilirler ve daha kısa bir şekilde problemi çözerler. Önemli olan problemdeki verilenleri iyi bir şekilde anlamak ve bunlarla ilgili mantık yürütmek, yorum yapmaktır. Bunlar yaptıktan sonra işlem yapmak gerekir. İşlemlere odaklanmak yerine problemi okuyup anlamak ve problemdekiler ile ilgili mantık yürütmek daha önemlidir. Eğer hemen işlem yaparsak problemi anlamadığımız için çözemeyiz.

…

Görüşmeci: Herhangi bir problemi nasıl çözülmelidir?

İpek: Problemde verilenlere odaklanılmalı, bunlara göre arasındaki bağları ilişkileri analiz etmeli, not alınmalıdır. Problemdeki sayılar nasıl verilmiş, sayılar ne ile anlatılmış, hangi birim ile gösterilmiş bunlar hakkında not alınmalıdır. Eğer öğrenci ilk önce sayılarla işlem yapıp problemi çözmeye başlarsa bir şey bulamaz. Problemde sayılar yerine, problemin kendisine odaklansın. Sayıların temsil ettiği durumlara odaklansın. Ona göre problemi ve problemdeki ilişkileri anlarsa problemi çözebilir. Yani ancak problemi anlayınca problemi çözebilir.

…

Görüşmeci: Herhangi bir problemi nasıl çözülmelidir?

Beste: İlk önce problem çözenin problemde verilenlere ve problemde ne anlatılmak istenildiğini düşünmeleri gerekir. İlk başta problemi çözmeyi yönelik şeyler düşünülmemelidir.

Görüşmeci: Ne demek istiyorsun?

Beste: Başta haldır haldır problemi çözeyim, bitireyim gibi bir şey yapmamalıyız. Problemde verilenleri ve neler anlatılmak istenildiğini düzgünce anlamaya çalışılmalıdır. Yani problemde verilenleri ve ne anlatılmak istenildiğini anladıktan sonra problemi çözmeye yani işlem yapmaya başlanmalıdır. Mesela ben artık problemi çözmeye ilk başladığımda problemdeki sayılara, görsellere ve işlem yapmayı hiç kafama takmıyorum ve dikkat etmiyorum. Problemde ne anlatılmak istendiğine ve bize ne sorduğuna anlamaya çalışırım. Örneğin bazı problemlerde alınan mesafenin birimi kilometre olarak veriyor ama santimetre, ya da metre birimi cinsinden çözüm isteniyor. Ya da saat veriyor dakika, saniye, salise olarak istiyor. Bunları düşünürüm. Yani problemdeki verilenlerin ve istenenin birimlerine dikkat ederim. Problemde hangi birim cinsinden çözüm istenildiğine dikkate alırım. Sonra problemdeki tabloya bakarım ve iyice anlamaya çalışırım. Yani ilk önce problemi anlamak, problemdeki verilenleri yorumlamak daha sonra çözüme geçmek önemlidir.

…

Görüşmeci: Herhangi bir problemi nasıl çözülmelidir?

Alp: Bir kere önce çözüme odaklanılmamalıdır. Hemen çözüme değil, ilk önce problemi anlamaya, bir kavramaya çalışmalı. Mesela bir problemi okuduktan sonra tek tek cümle cümle gidip problemde bize verilenler hakkında kısa notlar alarak yazması lazımdır. Sayıların neyi temsil ettiğini dikkat edilmeli ve not alınmalıdır. Formül kullanmak gerekiyorsa bu formülü problemdeki verilenler açısından yorumlanmalıdır. Problemdeki verilenler arasında ilişki kurmalı, istenen ile verilenleri ilişkilendirmelidir. Daha sonra bu notlardan yararlanarak problemi çözmesi lazım. Mesela problemde farklı birimlere çevirme yapılması gerekiyor mu bunlara dikkat edilmesi gerekir. Problemin içinde ben olsaydım ne yapabilirdim

gibi sorulara yönelmiş olması lazım. Ondan sonra problemin çözümü ile ilgili olan her şey çorap söküğü gibi geliyor arka arkaya. Önemli olan problemi anlamak, problemi yorumlamak problemi gözünde ve zihninde canlandırabilmektir. Verilenler ile bilinmeyen arasında ilişki kurulmalıdır. Hemen çözümü bulmak için işlem yapmaya değil problemi kavramaya çalışmalıdır.

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin öğretim deneyi sürecinde hem matematik başarılarının geliştiğini hem de okuma, anlama, düşünme ve problem çözme gibi hemen hemen her becerilerinin geliştiğini ve kalıcı öğrenme olduğunu belirtmişlerdir. Bu katılımcılar önceden problem çözerken eskisi kadar gergin ve endişeli hissetmediklerini söylemişlerdir. Bu öğrenciler bunun nedenini önceden nasıl problem çözüleceğini bilmemelerine dayandırmış olup bu süreçte nasıl problem çözülmesi gerektiğini öğrendikleri ifade etmişlerdir. Bu anlamda bu öğrencilerin matematik ile ilgili özgüven kazanmaya başladıkları söylenebilir.

Görüşmeci: Bu projeyi nasıl değerlendirirsin?

Beste: Bu katıldığım proje güzel ve önemli bir projeydi. Mesela ben problem çözmede iyi değildim ama şimdi problem çözmede iyi olduğumu düşünüyorum. En azından problem çözerken problemi anlamanın çok önemli olduğunu öğrenmiş oldum ve problemi nasıl anlamam, incelemem ve yorumlamam gerektiğini öğrendim. Bu da Türkçe derslerimdeki başarımı arttırdı. Türkçe derslerinde daha iyi olmamı sağladı.

Görüşmeci: Bu nasıl oldu peki?

Beste: Türkçe dersinde de okuduğumuzu anlamaya yönelik problemler çözdüğümüz için bu derslerde hep problemleri okuyup, birbirimize anlattık ve verilenlerle ilgili mantık yürüttük ve yorum yaptık. Artık bu dersler sayesinde okuduğumu daha iyi anlıyorum, yorumluyorum ve daha iyi anlatabiliyorum. Artık Türkçe problemlerini de aynı bu derslerde öğrendiğim mantıkla okuyorum ve anlamaya çalışıyorum. Özellikle paragraf sorularını artık daha iyi yapabiliyorum. Bu proje bana göre her şeyde etkili oldu. Çünkü en azından unutulmayacak bir şey, derslerde öğrendiğim her şey kalıcı oldu bence beynimde unutacağımı düşünmüyorum. Unutmayacağım bir deneyim oldu her açıdan. Ama okuldaki matematikteki kuralları, konuları ve formülleri ezberlerken zorlanıyorum ve çabuk unutuyorum. Bence okuldaki matematik öğretilirken bu tarz günlük hayat problemler üzerinden konular öğretilmeli bu problemleri okuyarak, anlayarak, tartışarak ve problemlerle ilgili mantık yürüterek konular, problemler çözülmelidir. Bence günlük hayat problemlerini okul derslerinde çözsek daha iyi olur çünkü bu problemler günlük hayatla ilgili olunca mantık yürüterek çözüm yapabiliyoruz, sayılar kafamızı karıştırmıyor…

…

Görüşmeci: Bu projeyi nasıl değerlendirirsin?

Gökalp: Belki bu derslerde çok problem çözdüğümüz için artık problem çözmeye alıştığımı düşünüyorum. Bu derslerde problem çözerken eğlenmem belki beni rahatlattı ve artık problem çözerken bunalmadan, sıkılmamadan rahat bir şekilde çözebiliyorum. Problemleri artık daha iyi anlayarak çözebiliyorum. Kendimi aştım artık problem çözebiliyorum (Gülüyor). Mesela İngilizce öğretmenim artık düşünebiliyorsun dedi. Bence bu proje sayesinde daha iyi düşünüyorum, daha iyi konuşuyorum ve

anlatabiliyorum. Artık problem çözerken düşünebiliyorum, düşünebildiğimi düşünüyorum ve bunu fark edebiliyorum. Problemler ile ilgili düşünebildiğim için çözebiliyorum. Bu proje kafamı yormamı ve kullanmamı sağladı, problemlere nasıl odaklanmam gerektiğini kazandırdı. Problemleri anlamayı, düşünmeyi ve odaklanmamı sağladı bu proje.

…

Alara: … Artık problem çözebiliyorum. Eskiye oranla şuan problem çözmeyi daha çok seviyorum.

Görüşmeci: Neden?

Alara: Çünkü problemde verilenleri ve ilişkileri artık yorumlayabiliyorum. Bu problemleri artık kolay buluyorum ama aynı zamanda problem çözerken endişe duymuyorum.

…

Görüşmeci: Bu projeyi nasıl değerlendirirsin?

Beste: Eskiden problem çözmede bayağı zorlanırdım. Direkt olarak çözümü yapmaya çalışırdım problemi çözerken. Allah'ım ben bu problemi nasıl çözeceğim derdim ve endişe duyardım ve heyecanlanırdım. Şimdi problem durumunun içine iyice daldığımdan dolayı heyecanlanmadan problemi çözebiliyorum. Şöyle açıklayacağım… Önceden direkt problemi çözmeye haldır haldır düşünmeden, taşınmadan, problemi anlamadan, incelemeden başlardım. Önceden problem çözmeye balıklama dalardım. ya da atlardım. Sanki havuza dalar gibi problemleri çözmeye işlem yapmaya dalardım. Sizin sayenizde ilk önce problemi okuyup soruda ne anlatılmak istenildiğini anlayıp ona göre problemleri çözmeye başladım. Problem çözmeyi havuzda yüzmeye benzetiyorum. Artık havuzun merdivenlerinden yavaş yavaş iniyorum, önce havuz suyunun sıcaklığına alışıyorum ve sonra yüzmeye başlıyorum ya onun gibi. Yani önce probleme odaklanıyorum daha sonra çözüme geçiyorum ve işlem yapıyorum.

…

Görüşmeci: Bu projeyi nasıl değerlendirirsin?

Alp: Artık daha iyi problem çözebiliyorum. Daha iyi düşünebiliyorum daha iyi mantık yürütüyorum, daha iyi kafam çalışıyor problemleri çözerken. Birisinin benim matematik ile ilgili kafamı aktif hale getirmesi gerekiyordu o da siz oldunuz. Yani birisinin benim matematiksel düşünmemi tetiklemesi gerekiyordu. Onu da siz başardınız (Gülümseme)…

3.10. Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Klinik Görüşme Bulguları

Araştırmacı-öğretmenin orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen Simge, Nehir, Sarp, Okan, Gül, Mert ve Nejla yaptığı son görüşmelerdeki her bir problemi çözme süreci bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Araba sürücüsü problemini orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrenciler zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden niceliksel anlam açısından daha ayrıntılı bir şekilde grafiği

yorumlayabildikleri ve Kelly'nin sürüyüşü ile ilgili fren yaptığı zamanı belirleyebildikleri görülmüştür.

Görüşmeci: Kelly'nin sürüş sırasındaki aracının sürüş sırasındaki hızı ile ilgili verilmiş grafiği yorumlar mısın?

Nehir: Bu grafik zamana göre Kelly'nin aracının hızını anlatıyor. Başlangıçta yani saat 9:00'da Kelly'nin aracının 0 km/sa'miş Daha sonra Kelly'nin aracının hızı 9:00'dan 9:02 zaman aralığında artmış ve 9:01'de Kelly'nin aracının hızı 12 km/sa'e ulaşmış, 9:01 ile 9:02 arasında Kelly'nin aracının hızı artmaya devam etmiş ve 9:02 de 60 km/sa'e ulaşmış. Daha sonra Kelly'nin aracının hızı 9:02'den 9:06'ya kadar 60 km/sa sabit hızla ilerlemiş ve işte tam bu noktada araç fren yapmış.

Görüşmeci: Kelly'nin aracının 9:06'da fren yaptığını nasıl anladın?

Nehir: Çünkü 9:06'dan sonra aracın hızı birden azalmış ve tekrar 12 km/sa'e düşmüş, 9:06'dan 9: 08 zaman aralığına kadar Kelly'nin aracının hızı 12 km/sa'den 36 km/sa'e çıkmıştır. 9:08'den 9:11'e kadar Kelly'nin aracının hızı 36 km/sa olmuş. 9:11'den 9:12'ye kadar Kelly'nin aracının hızı azalmış 36 km/sa'den 0 km/sa e düşmüş. 9: 12'de Kelly'nin arasının hızı 0 km/sa ulaşmış ve eve dönmüştür. Çünkü bu araç durmuştur…

…

Görüşmeci: Problemdeki grafik ne anlatıyor?

Mert: Belirli bir zaman aralığında Kelly'nin sürüş sırasında yaptığı hızı anlatıyor. Saat 9'da Kelly araba sürmeye yeni başlamış ve hızı 0 km/sa'miş . Sonra bu aracın hızı gittikçe artmış, 9:02 geçeye kadar 60 km/sa'e ulaşmış. 9:02'den 9:06'e kadar bu aracın hızı 60 km/sa hızla yoluna devam etmiş ve 9:06'da bu araç fren yapmış. Bir süre sonra hızı 12km/sa' te kadar inmiş. Aracın hızı 12 km/sa olduktan sonra 9:08 geçeye kadar hızı artmış ve 36 km/sa olmuş. Daha sonra 9:12 geçe aracın hızı 0 km/sa inmiş, araç evine dönmüş ve bu araç durmuştur.

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi internette sohbet problemini tam puan alarak çözebilmişlerdir. İnternette sohbet problemini bu katılımcılardan Simge, Nehir, Sarp, Okan ve Gül problem bağlamındaki farklı şehirlerdeki zaman farkına göre nicelikler arası ilişkileri kurarak çözerken, Mert ve Nejla ise bir şehirdeki zaman farkını göz önüne alarak başka bir şekildeki zamanı bulabilmişlerdir. Bu öğrencilerin zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilere göre daha az zaman harcayarak problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkileri kurabildikleri gözlenmiştir. Bu öğrenciler problemdeki farklı nicelikler arası ilişkileri kurabildikleri için kendileri tercih ettikleri yol ile problemi çözmüşlerdir. Ayrıca bu katılımcılar herhangi bir işlem yapmadan zihinden çözümü bulmuşlardır.

Okan: Sidney Berlin'den 9 saat önde gidiyor.

Görüşmeci: Problemi nasıl çözdün?

Okan: Sidney'de saat akşam 7 ise Sidney'de zaman Berlin'den daha önce olduğu için Berlin'de zaman daha geridedir. Berlin ile Sidney arasında 9 saat farkı var. Berlin Sidney'den 9 saat geride olduğu için Sidney'de akşam 7 iken Berlinde saat 10'dur.

Görüşmeci: Sidney'de akşam 7 iken Berlinde saat 10 olduğunu nasıl buldun?

Okan: Kafadan yaptım. Berlin'de saatin 10 olduğunu bulmak için 19'dan 9'u çıkardım.

…

Nejla: Şuanda Sidney'de sabah saat 10 iken Berli'de sabaha karşı saat 1:00'miş. Sidney'de saat akşam 7:00 iken, Berlin'de saat kaç olduğu isteniyor. Berlin ve Sidney arasında 9 saat zaman farkı var. Problemde şu anda Sindey'de saat sabah 10 iken Sidney'de saat akşam 7:00 olduğunda ise zaman 9 saat sonrası olmuştur ani 9 saatlik bir zaman geçmiştir. 9 saat sonra Berlin'de saat ise sabah 10 olur. Başka bir yoldan da bu problemi çözebilirim.

Görüşmeci: Nasıl çözersin?

Nejla: Berlin ve Sidney arasında 9 saat zaman farkı olduğu için Sidney'de saat akşam 7:00 yani 19:00 olduğunda Berlin'de saat gündüz 10:00'dur.

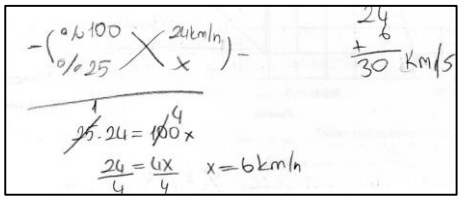
Paraşütlü gemiler problemini orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi öncelikle geminin güvertesindeki rüzgârın hızını yorumlamış, daha sonra bu veriden yola çıkarak paraşüte doğru esen rüzgârın hızını hesaplayabilmişlerdir. Bu problemi Simge haricinde Nehir, Sarp, Okan, Gül, Mert ve Nejla bir sayının yüzdesini hesaplayarak çözerken Simge orantı kurarak çözmüştür. Bu öğrenciler hem problem çözümünü anlatırken hem de problemi çözerken niceliklerin birimlerini kullanmışlar ve göz önüne almışlardır.

Simge: Bu geminin güvertesindeki rüzgâr hızının %100'ü 24 km/h olduğunu düşündüm. Eğer bu geminin güvertesindeki rüzgâr hızının %100'ü 24 km/h ise bu rüzgârın hızının %25 kaç km/h olduğunu hesaplamaya çalıştım. Bunu düşündüm ve orantı kurdum. İşlemleri yaptım ve bu rüzgârın hızının % 25'ini 6 km/h buldum. Bu problemde paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızının yaklaşık değeri soruluyor. Bu nedenle 6 km/h'i 24 km/h ekledim.

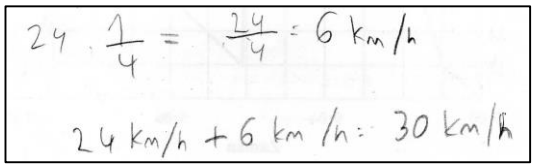
Görüşmeci: Neden ekledin?

Simge: Çünkü paraşüte doğru esen rüzgârın hızı geminin güvertesindeki hızından %25 daha fazla olduğu için bu işlemi yaptım… Geminin güvertesindeki rüzgârın hızı %100, bu hızı %125 yapmak için 24 km/h'i 6 km/h ekledim.

Sarp: …Bu problemde paraşüte doğru esen rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızına göre % 25 oranında daha fazla olduğu verildiği için 24 km/h'i %25'ini aldım ve 6 km/h çıktı. Paraşüte doğru esen rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından daha fazla olduğu için 24 km/h ile 6 km/h' ı topladım ve paraşüte doğru esen rüzgârın hızını 30 km/h buldum.



Görsel 3.71. *Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü*



Görsel 3.72. *Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü*

Bu katılımcılar problem bağlamındaki rüzgârın hızını anlamlı bir şekilde yorumlayabilmiştir. Araştırmacı-öğretmen bu öğrencilere bir nesnenin hızı ile ilgili tanım yapmaya yönlendirmiştir. Bir nesnenin hızı ile ilgili tanım yapmak için bu katılımcılar hız formülünü geri çağırmışlarına rağmen niceliksel anlam açısından (birimlendirme sürecini tam olarak ifade edememe ya da niceliklerin birimlerini örneklendirerek açıklama) tam olarak yeterli olmayan eksik tanımlar yapmışlardır.

Görüşmeci: Geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/h ifadesinden ne anlıyorsun?

Nehir: Geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr 1 saatte 24 km gittiğini ya da estiğini anlıyorum.

…

Görüşmeci: Peki bir nesnenin hızını nasıl tanımlarsın?

Mert: … Bir nesnenin hızı bir dakikada metre cinsinden aldığı yol olabilir… Yani bir nesnenin hızı, nesnenin belirli bir sürede herhangi bir birim cinsinden aldığı yolun, bu yolu alması için gerekli olan birim cinsinden zamana bölünmesidir.

Görüşmeci: Birim cinsinden yol ve zaman ifadeleri ile ne anlatmak istiyorsun?

Mert: Örneğin yolun birimi kilometre, zamanın birimi saat olduğunda hız da $\frac{km}{sa}$ birimi ile gösterilir.

Mert: …Bir nesnenin hızı bir saatte aldığı yoldur (sessizlik). Tam olarak tanım yapamıyorum ama. Ya da bir nesnenin hızı belirli bir zamanda km cinsinden aldığı yoldur.

Döner kapı problemini orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi tam puan alarak çözmüşlerdir. Bu katılımcılar öncelikle döner kapının bir tam tur dönüşte en fazla kaç kişi sığacağını bulmuş daha sonra dakika cinsinden zaman ile döner kapının tam tur dönüş sayısı ilişkiyi kurarak çözümü bulmuşlardır. Bu öğrencilerden Sarp, Okan ve Nejla çarpımsal ilişkiyi kullanma, Simge, Nehir, Gül ve Mert ise orantı kurma stratejisi seçtikleri görülmüştür.

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Sarp: … Bu döner kapı 1 dakikada 4 tam tur atıyorsa 30 dakikada 120 tur atar. Döner kapının 3 tane bölüm var her bölüme 2 kişi sığıyor bu nedenle kapıya en fazla 6 kişi sığar. 30 dakikada bu döner kapıdan en fazla kaç kişinin giriş yaptığını bulmak için 120 ile 6'yı çarpmam gerekir. 30 dakikada bu döner kapıdan en fazla 720 kişi giriş çıkış yapar…

Gül: … Döner kapının bir bölümüne en fazla 2 insan sığıyor ve bu kapının 3 bölümü olduğuna göre bu kapıya en fazla 6 insan sığar. Bu kapı bir dakikada 4 tam tur atıyormuş. Bir dakikada döner kapıdan giriş yapabilen insan sayısını bulmak için 6 ile 4'ü çarptım ve en fazla 24 insanın döner kapı ile binaya giriş yaptığını buldum. 1 dakikada bu binaya döner kapı ile en fazla 24 insan giriş yaparsa 30 dakikada binaya döner kapı ile kaç insan girdiğini düşünerek orantı kurdum. İşlemleri yaptım. Döner kapı ile 30 dakikada en fazla 720 kişinin giriş yapabileceğini buldum…

Fuji Dağı probleminin ilk sorusunu orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Simge, Nehir, Sarp, Okan, Gül, Mert ve Nejla) yönlendirmesiz tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrenciler zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilere göre problemi anlamlandırma sürecini daha kısa zaman harcadıkları, problemin çözümü ile ilgili nicelikleri not alarak problemdeki nicelikler arası ilişkileri belirleyebildikleri gözlenmiştir. Bu katılımcıların hiçbirisi problemi anlamak için şekil ya da diyagram çizme stratejisini kullanmamışlardır. Bu öğrencilerin hepsi problemdeki yürüyüşçünün dağa tırmanırken ve inerken ki hızını yorumlamış ve daha sonra hız-yol-zaman formülünü kullanarak çözüme ulaştıkları görülmüştür. Ayrıca bu katılımcıların hepsi hem problemin çözüm sürecinde hem de problemin çözümünde niceliklerin birimini göz önünde bulundurmuşlardır.

Görüşmeci: Bu problemde Fuji dağı ve Tolga hakkında neler verilmiş?

Simge: Gotemba şehrinden Fuji Dağına çıkış 9 km'miş. Bir de bu yolun dönüşü vardır. O da 9 km'dir. Yürüyüşçüler toplam 18 km'lik bir yol yürüyecekmiş. Tolga yürüyüşe başlayıp akşam 8'de dönmek istiyormuş. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alıyormuş. Bu yolu dönüşte, Tolga dağdan inerken saatte aldığı km birimi cinsinden yolu 2 katına çıkaracakmış.

Görüşmeci: Neden?

Simge: Çünkü Tolga dağa tırmanırkenki yürüyüş hızını ikiye katlıyormuş.

Görüşmeci: Tolga bu dağdan inişteki hızı hakkında ne söyleyebilirsin?

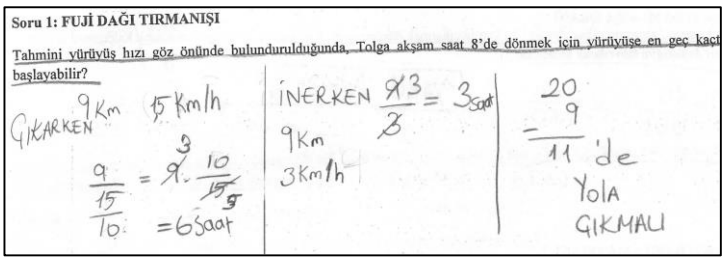
Simge: Yani, Tolga bu dağdan inerken saatte 3 km yol alıyormuş. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınıyormuş. Problemde tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe sabah en geç kaçta çıkması gerektiği istenmiş.

Görüşmeci: Nasıl bir yol izledin problem çözerken?

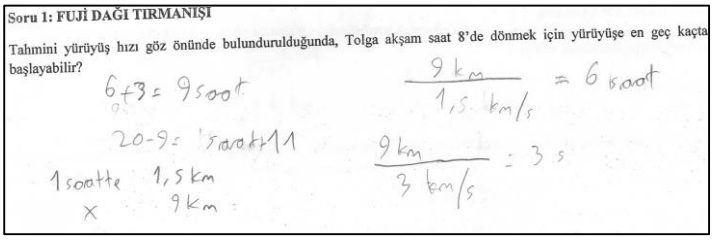
Simge: Önce problemdeki verilenler ile ilgili notlarımı aldım. Tolga dağa çıkarken 9 km yürüyor ve ortalama hızı 1, 5 km/h'tir. Tolga dağa ne kadar zamanda çıktığını bulmak için 9 km'yi 15/10

km/h bölmemiz gerekiyor. Tolga bu dağı 6 saatte çıkıyor. Tolga bu dağı inerken saatte 3 km yol alıyormuş. Tolga bu dağdan ne kadar zamanda indiğini bulmak için 9'u 3'e böldüm ve Tolga bu dağı 3 saatte iniyormuş. Tolga akşam saat 8'de yürüyüşten dönmesi gerekiyormuş. Akşam saat 8'i, aynı zamanda 20:00 olarak gösterilir. Tolganın dağı çıkması ve inme süresi toplam 9 saattir. O nedenle tolga akşam saat 8 de yürüyüşten dönmesi gerekiyorsa saat 20'den 9'u çıkarırım. Bu nedenle Tolga sabah 11'de yola çıkmalıdır…

Nejla: …Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alıyormuş, dağdan inerken dağa tırmanış hızını ikiye katlayacağından 1,5 ile 2'yi çarparım ve Tolga saate 3 km yol almış olur. Dağı tırmanış yolu 9 km ve Tolga dağı tırmanırken saatte 1,5 km yol aldığından 9'u 1,5'a böldüm ve Tolganın, bu dağı 6 saatte tırmanıyor. Tolganın dağdan inerken hızı ikiye katlanacağından tolganın dağa tırmanış süresinin yarısı zamanda dağdan iner. Yani 3 saatte Tolga dağdan iner. Ya da tolga dağdan inerken hızını ikiye katlayacağından 3km/s hızı olur ve 9'u da 3'e bölersek, Tolga bu dağdan 3 saatte inmiş olur. Tolga dağdan inerken ve çıkarken toplam 9 saat zaman harcadı. Tolganın akşam saat 8'de dönmüş olması gerektiği için 20'den de 9'u çıkardım. Tolga en geç saat 11'de en geç yürüyüşe başlaması lazım.



Görsel 3.73. *Fuji Dağı'nın İlk Alt Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü*



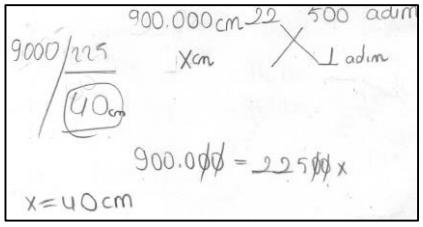
Görsel 3.74. *Fuji Dağı'nın İlk Alt Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü*

Fuji Dağı problemi bu öğrencilerin hepsi tam puan alarak çözmüşlerdir. Bu öğrenciler problem bağlamındaki farkı niceliklerin birimleri arasında dönüşüm yapmışlar ve bu süreçte niceliksel birim koordinasyonu becerisini kullanmışlardır. Ayrıca bu öğrenciler bu problemi çözmek için problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkiyi kurmada Sarp, Okan ve Nejla çarpımsal ilişkiyi kullanırken Simge, Nehir, Gül ve Mert ise orantıyı kullanmışlar ve çözümü ulaşmışlardır. Bu öğrencilerin hepsi problemin çözüm sürecinin her aşamasında niceliklerin birimini dikkate aldıkları gözlenmiştir.

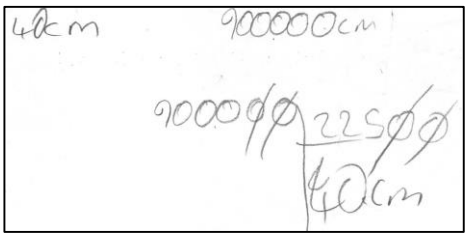
Görüşmeci: Problem çözerken nasıl bir yol izledin?

Okan: İlk önce yanıtınızı cm cinsinden bulmam belirtildiği için 9 km'nin kaç cm olduğunu buldum. Yani km'yi cm'ye çevirdim. Km'yi metreye çevirmek için 1000 ile çarpmamız gerekir. 9 kilometre 9000 metredir. Metreyi de santimetreye çevirmek için 100 ile çarparım. 9000 metre de 900000 santimetre eder. Yani 9 km 900000 cm'dir. Tolganın ortalama adım mesafesinin kaç cm olduğunu bulmak için Tolganın toplam aldığı mesafeyi, bu mesafeyi kaç adımda attığını gösteren toplam adım sayısına böldüm. Tolga dağa tırmanış sırasındaki 9 km'lik yürüyüşü boyunca 22500 adım atmıştı. İşlemleri yaptım ve böylece Tolganın ortalama bir adım mesafesini cm cinsinden bulmuş oldum. (900000/22500 =40 cm'yi gösteriyor). Tolganın ortalama bir adım mesafesi 40 cm'dir.

Nehir: … İlk önce 9 km'nin kaç cm olduğunu bulmak için km'yi cm'ye çevirdim. 9 km aynı zamanda 900000 cm'dir. Daha sonra orantı kurdum. Tolga 900000 cm mesafede 22500 adım attığına göre kaç cm mesafede 1 adım attığını gösteren orantı kurdum. İşlemleri yaptım x = 40 buldum. Tolganın ortalama adım uzunluğunu 40 cm buldum.



Görsel 3.75. *Fuji Dağı'nın İkinci Alt Problemine İlişkin Nehir'in Çözümü*



Görsel 3.76. *Fuji Dağı'nın İkinci Alt Problemine İlişkin Sarp'ın Çözümü*

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden hepsi damlama oranı problemini tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrenciler ilk önce saat cinsinden verilen serumun akma süresinin değişimine göre damlama oranı ile ilgili yeni formülü oluşturmuşlar. Daha sonra damlama oranı D'nin değişimini analiz edip yorumlayabilmişlerdir. Araştırmacı-öğretmen bu öğrencilerden çözümleri ile ilgili gerekçe sunmalarını istediğinde onlar öncelikle özel örnekler ya da günlük hayat örneklerinden yararlanarak gerekçe sunmuşlardır. Araştırmacı-öğretmen bu öğrencilerin çözümlerinin doğruluğunu göstermede matematiksel olarak daha ikna edici gerekçeler

sunmaya yönlendirdiğinde onların cebirsel formüllerin anlamını açıklamaya çalıştıkları ya da cebirsel manüpulasyonları kullanarak açıklama yapmaya çalıştıkları gözlenmiştir.

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Nejla: Problemde damlama oranı formülü $D = \frac{dh}{60.s}$ olarak verilmişti. Problemde hemşire s'yi iki katına çıkartıp d ve h sabit bırakıyormuş. Bu nedenle yeni formülde s yerine 2s yazmalıyım. Damlama oranına ilişkin ilk formül $D = \frac{dh}{60.s}$ verilmişti. Hemşirenin damlama süresini iki katına çıkarmak istediği için bu formül $D = \frac{dh}{120.s}$ olur. Bu durumda yeni formülde damlama oranı D yarısı olur ya da yarıya iner.

Görüşmeci: Peki damlama oranı D'nin yeni formülde neden yarıya düşmüştür?

Nejla: Bölme işlemini düşünerek D'nin nasıl değiştiğini anlatmaya çalışacağım. Mesela, 10'u 2'ye bölünce sonuç 5'tir. Böleni yani 2'yi artırıp 5'e çıkardığımızda 10'u 5'e bölersek sonuç 2 olur. Bu durumda bölen arıtıldığında çıkacak sonuç (bölüm) azalır. Damla oranının değişimini de yine bölme işlemi ile açıklayacağım. 10'u 5 e bölersek sonuç 2 olur, 10'u 10 a bölersek sonuç 1 olur. Yani sonuç (bölüm) yarısına düşer. Bu nedenle D yarıya iner…

Görüşmeci: Senden matematiksel olarak daha ikna edici gerekçeler sunmanı istiyorum.

Nejla: (sessizlik)…$D = \frac{dh}{120.s}$ formülünü bölme işlemi olarak düşündüm. Bölme işleminde böleceğin şey (bölen) artarsa sonuç (bölüm) azalır. Bu formülde böleceğin şey (bölen) iki katına çıkmış bu nedenle sonuç (bölüm) yarıya iner…

Simge:...Tekrar gerekçe sunacağım (sessizlik)… D yarıya indi. (damlama oranı ile ilgili ilk formülden ikinci formülü çıkarıyor)…D'nın yarısı azalır. Ben ilk formülden ikinci formülü çıkardım. Sonucu $D = \frac{dh}{120.s}$ buldum. Bu da yeni formülde D'nin yarısı kadar azaldığını gösterir.

…

Okan: Şimdi $D = \frac{dh}{60.s}$ formülünde dh'ın 60 olduğunu düşünelim. s de 1 olsun. Dolayısıyla $\frac{60}{60}$ 'dan D 1 olur. Fakat dh sabit kaldığı için yeni formülde ($D = \frac{dh}{120.s}$) ve s'ye de 1 değeri alsın. $\frac{60}{120}$ 'den D $\frac{1}{2}$ olur Dolayısıyla D 1'in yarısı oluyor, yani D yarıya düşer

Görüşmeci: Sen D'nin değişimini özel örnekle açıkladın. Özel örnekleri kullanmadan D'nin değişimini açıklar mısın?

Okan: Bölünen sayının sabit kalıp bölen sayının artması o sayıyı (bölümü) küçültür.

Görüşmeci: Bu yeni formülde ne olmuş?

Okan: Bölünen sayı sabit kalıp bölen sayı iki katına çıkmış doğal olarak bölüm (yani formüldeki D) yarıya iner.

…

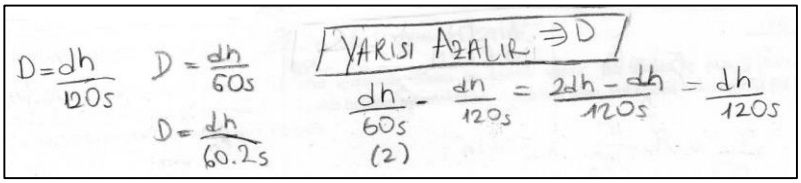
Gül: İlk formül $D = \frac{dh}{60.s}$ ve ikinci (yeni) formül $D = \frac{dh}{120.s}$'dir. Yani yeni formülde ilk formüle göre süre artmıştır. Süre artığında yani iki katına çıktığında D nasıl değişiyor? Mesela damlama oranı $\frac{1}{2}$ ise $\frac{1}{4}$'e yükseliyor ya da çıkıyor

Görüşmeci: Neden D $\frac{1}{4}$ 'e çıkıyor?

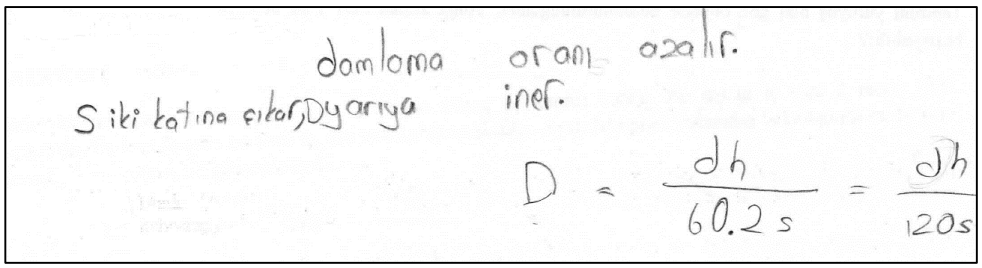
Gül: Ben dh bir sayı olarak düşünüyorum ve 1 değeri atıyorum. 60s yeni formülde iki katına yükseliyor ve 120s oluyor. Bir şeyi 120 bölmek (bir şeyin 120'ye bölümü) , bir şeyi 60'a bölmekten (bir şeyin 60'a bölümünden) daha küçüktür.

Görüşmeci: Damlama oranı D'nin değişimini matematiksel olarak daha ikna edici bir şekilde nasıl açıklarsın?

Gül: …Bu formül aynı zamanda bir bölme işlemidir. Yani bölen 2 katına çıkarsa bölüm daha da azalır ve yarısına düşer. Dolayısıyla damlama oranı D yarısı kadar daha azalır ya da düşer.



Görsel 3.77. *Damlama Oranının İlk Alt Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü*



Görsel 3.78. *Damlama Oranının İlk Alt Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü*

Damlama oranı probleminin ikinci sorusunda ise orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Simge, Nehir, Sarp, Okan, Gül, Mert ve Nejla) yönlendirmesiz tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrenciler problem bağlamındaki cebirsel formülü yorumlayabilmiş ve verilen niceliklerin değerlerini formülde yerine koyarak başka bir niceliğin bilinmeyen değerini bulabilmişlerdir. Bu öğrenciler ön klinik görüşmelerde cebirsel formülü sadece özel örnekler üzerinden yani niceliklerin değerlerini temel alarak yorumlayabilmiş olup cebirsel manipülasyon yapamamışlardı.

Okan: Bu problemi çözmek için problemde verilen aynı formülü kullanacağım.

Görüşmeci: Neden?

Okan: Çünkü hemşirelerin serumun hacmi olan h'yi, damlama oranı D'den, hesaplamaları gerekiyormuş. Damlama oranı formülü de $D = \frac{dh}{60s}$ olarak verilmişti. Problemde verilenleri bu formülde yerine koyacağım.

Görüşmeci: Tamam, anlat dinliyorum.

Okan: Aklımda şu formülün görüntüsünü tutuyorum. Formülde D yerine 50 koydum, çünkü serum bir dakikada 50 damlalık bir damlama oranına sahipmiş. Serum 3 saatte verilmesi gerekiyormuş bu durumda sure saat cinsinden olduğu için formüldeki payda 60 çarpı 3'ten 180 olacaktır. Formüldeki pay ise damlama faktörü ve serumun hacminin çarpımıydı. Yani formüldeki pay kısmında d ve h'ın çarpımı vardı. Problemde damlama faktörü 25'di formülde d yerine 25 koydum ve hacim bilinmediği için h ile gösterdim. Problemde verilenleri formüle yerleştirdim. $50 = \frac{25h}{60.3}$ oldu. Bir şeyi 180'a bölünce 50 çıkıyormuş. Bu nedenle 180 ile 50'yi çarptım ve 9000 buldum. 25 ile h'nın çarpımı 9000 olduğu için 9000'i 25e böldüm. h'ı 360 ml buldum.

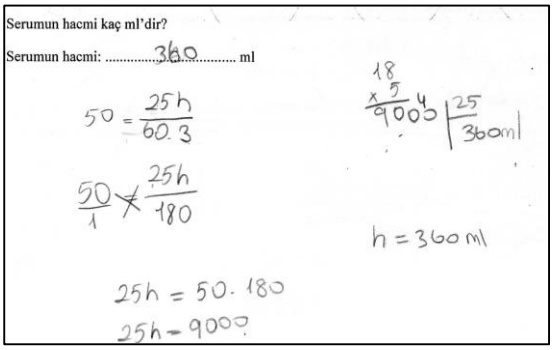
…

Görüşmeci: Bu problemi anlatır mısın?

Nehir: Hemşirelerin serumun hacmi olan h'yi, damlama oranı D'den, hesaplamaları gerekiyormuş. Damlama oranı da $D = \frac{dh}{60s}$ formülü ile hesaplanıyordu. Bir dakikada 50 damlalık bir damlama oranına sahip olan bir serumun hastaya 3 saatte verilmesi gerekmekteymiş. Bu serum için damla faktörü mililitre başına 25 damlaymış. Serumun hacminin kaç ml olduğu sorulmuş.

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Nehir: Damlama oranı formülü kullanarak problemi çözdüm. Problemde Damlama oranı 50, Damlama faktörü mililitre başına 25, süre de 3 saat verildiği için formülde D yerine 50, d yerine 25 ve s yerine 3 koyarak formülü düzenledim. $50 = \frac{25h}{60.3}$ yazdım. Buradan h yani serumun hacmini 360 ml buldum.



Görsel 3.79. *Damlama Oranının İkinci Alt Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü*

Bisikletler probleminin ilk sorusunu orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu katılımcılar problem bağlamındaki tablo temsili üzerinden bisikletlerin tekerinin tur sayısı ve kat ettikleri mesafeler arasında ilişkiyi kurma sürecinde fonksiyonel ilişkiden yararlanmışlar ve çözüme ulaşmışlardır. Ayrıca Nejla bu problemi yinelemeli (recursive) yaklaşımdan yararlanarak da çözdüğü ortaya çıkmıştır.

Sarp: Justin, Samantha ve Peter birbirinden farklı üç bisiklete sahipmiş. Bu tablo bu bisikletlerin tekerleklerin 1 tam tur bir dönüş yaptığında aldıkları mesafeyi cm cinsinden gösteriyormuş.

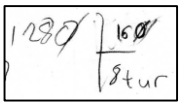
Peter'ın bisikletinin tekeri 1 dönüşte 96 cm yol alıyor, Samantha'nın bisikletinin tekeri 1 dönüşte 160 cm yol alıyor, Justin'in bisikletinin tekeri 1 dönüşte 190 cm yol alıyormuş. Samantha'ın bisikleti 1280 cm mesafe aldığında bu bisikletin tekerleklerini kaç tur tam dönüş yaptığı sorulmuş.

Görüşmeci: Evet ne yaptın problemi çözmek için?

Sarp: Bu problemde Samantha'nın aldığı yol olan 1280 cm'yi Samantha'nın bisikletinin tekerinin 1 tam tur dönüş yaptığında aldığı yol olan 160 cm böldüm ve Samantha'nın bisikletinin 8 tur dönüş yaptığını buldum. Samantha'nın bisikletinin tekeri 1 kere döndüğünde 160 cm yol alıyor, 2. dönüşte 320 cm yol alıyor. Yani Samantha'nın bisikleti tekerinin 2. dönüşünde 160'ın 2 katı cm yol almış. Samantha'nın bisikletinin tekerinin dönüş sayısına göre aldığı yol ile ilgili kural koyarsak n çarpı 160 eşittir y olur…

…

Nejla: …Zaten tabloda bisikletlerin 6. dönüşte bu bisikletlerin kaç cm yol aldığı boştu. İlk önce bunları doldurdum. Bisikletin tekeri 6. dönüşte Samantha'nın bisikleti 960 cm mesafe alıyordu ve Samantha'nın 1280 cm yol almasına az kaldığını fark ettim. 1280'e 160 ekleyerek toplama işlemi yaptım. Samantha'nın bisikletinin tekeri 7. dönüşte 1120 cm ve 8. dönüşte problemde istenen 1280 cm aldığını buldum. Yani Samantha'nın bisikleti 1280 cm mesafe aldığında bu bisikletinin tekerleri 8 tur dönüş yapmış olur. Aynı zamanda Samantha'nın bisikletinin tekerleri her bir dönüşte 160 cm mesafe aldığı için 1280'i 160'a bölerek Samantha'nın bisikletinin tekerinin kaç tur dönüş yaptığını kısa yoldan buldum.



Görsel 3.80. *Bisikletlerin İlk Alt Problemine İlişkin Okan'ın Çözümü*

Bisikletler probleminin ikinci sorusunda orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu katılımcılar problem bağlamındaki bisikletin tekerinin çevresi ile kat ettiği mesafeden yararlanarak bisikletin tekerinin kaç kere tam tur dönüş yapabildiklerini bulabilmişlerdir. Bu öğrenciler daha sonra bisikletin vites dişli oranını yorumlayarak (pedal dönüşü sayısı ve tekerlek dönüşü sayısı) pedalın kaç tam tur döndüğünü hesaplamışlardır. Bu süreçte bu öğrenciler genellikle orantı kurma stratejisinden yararlanarak problemi çözdükleri ve nicelikleri anlamlı kullandıkları görülmüştür.

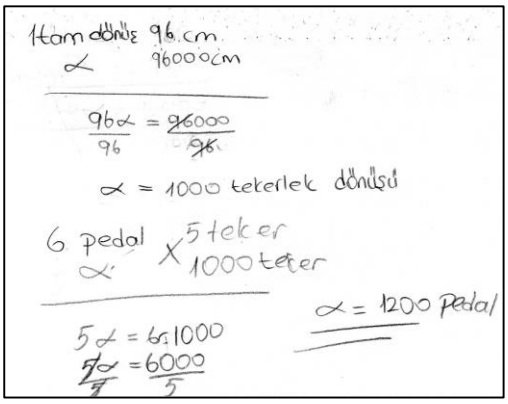
Görüşmeci: Bu problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Simge: Başta 960 metreyi santimetreye çevirdim. 960 metre 96000 cm'ye eşittir. Daha sonra bisikletin tekerlerin kaç tur döndüğünü bulmak için orantı kurdum. Tekerlerin 1 tam dönüşünde 96 cm mesafe alıyorsa kaç dönüşünde 96000 cm mesafe alacağını gösteren orantı kurdum. İşlemleri yaptım. 1000 tekerlek dönünce bisiklet 96000 cm yol alıyormuş. Orta viteste pedalın 6 tam tur dönmesi tekerin 5 tam tur dönmesine eşitmiş. Eğer tekerleğin 6 tam tur dönüşünde 5 tam tur tekerlek dönüyorsa kaç pedal dönüşünde

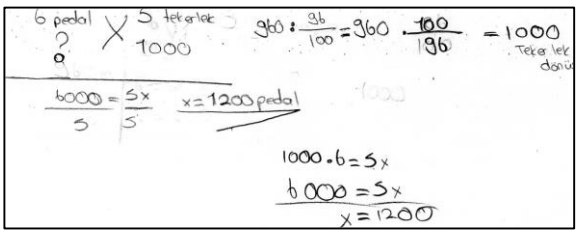
100 tam tur kere tekerlek döndüğünü gösteren orantı kurdum. Yine içler dışlar yaptım ve pedal 1200 tam tur dönüş yaptığını buldum…

Sarp: Ben bu problemde direkt 960 metreyi 0,96 metreye böldüm. Çünkü Peter orta vitesle bisiklet sürerek 960 m almıştı ve bisikletinin tekerinin çevresi 0,96 metreydi. Peter'in bisikleti 960 m yol aldığında tekerinin kaç kere döndüğünü bulmak için 960 metreyi 0,96 metreye böldüm ve tekerinin 1000 kere döndüğünü buldum. Bu bisikletin 6 pedal dönmesine karşılık 5 kere tekerlek dönüyorsa ise 1000 teker dönüşüne karşılık kaç kere pedalın döndüğünü olduğu gösteren orantı kurdum. Orantı işlemini yaptım ve 6000'i 5e böldüm. Pedalın 1200 tam tur dönüş yaptığını buldum…

Nejla: Peter'in bisikletinin vites dişlileri oranı 6:5 verilmişti. İlk önce 960 metrenin kaç cm olduğunu bulmak için 960 metreyi cm ye çevirdim. 1 m 100 cm olduğu için 960 m 96000 cm ye eşittir. Peter'in bisikletin tekerinin çevresi 96 cm'di ve Peter'in bisikleti 96000 cm yol aldığı verilmişti. Bu nedenle 96000'i 96'ya böldüm 1000 buldum. Peter'in bisikleti 96000 cm mesafe aldığı için 96000'i 960 bölerek Peter'in bisikletinin tekerinin 1000 tur dönüş yaptığını bulurdum. Peter'in bisikletinin vites dişlileri oranı 6:5 verilmişti. Bu oran, Peter'in bisikletinin pedalını 6 kez çevirdiğinde bisikletinin tekerleri 5 kez döndüğünü gösterir. Şimdi Peter'in bisikletinin pedalını 6 kez çevirdiğinde bisikletinin tekerleri 5 kez dönerse, kaç kere pedal çevirince bisikletinin tekerleri 1000 kez döneceğini gösteren orantı kurdum. İşlemleri yaptım ve Peter'in 1200 pedal çevirmesi gerektiğini buldum…



Görsel 3.81. *Bisikletlerin İkinci Alt Problemine İlişkin Simge'nin Çözümü*



Görsel 3.82. *Bisikletlerin İkinci Alt Problemine İlişkin Gül'ün Çözümü*

3.11. Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler (Simge, Nehir, Sarp, Okan, Gül, Mert ve Nejla) klinik görüşmelerde PISA kapsamında çözdükleri problemleri genellikle orantısal muhakeme yapmayı gerektiren günlük hayattan, eğlenceli, öğretici, matematiğin önemini ve her yerde olduğunu ortaya koyan, kolay ve faydalı olarak ele almışlardır. Bu öğrenciler görüşmelerde ve öğretimlerde çözülen problemlerin zorluk düzeyinin artarak ilerlediğini ve daha iyi düşünmeyi gerektirdiğini belirtmişlerdir. Bu katılımcılar çözdükleri problemlerin giderek zorlaşmasına rağmen giderek daha iyi performans gösterdiklerine ve bu problemlere aşina olduklarına inanmaktadırlar.

Simge: …Bu çözdüğümüz problemler hem eğlenceli hem de öğreticiydi.

Görüşmeci: Öğretici derken ne anlatmak istiyorsun?

Simge: Bu problemlerden günlük hayatta ilgili birçok bilgi öğrendim. Artık adım ölçer kullandığımda attığım toplam adım sayından kaç kilometre yürüdüğümü kendim bulabilirim. Yurt dışındaki bir arkadaşımla internette sohbet etmek için ikimize göre de uygun olan zamanı hesaplayabilirim. Artık alışveriş merkezlerine girmek için kullandığım döner kapıdan kaç kişi geçtiğini düşünürüm. Eskiden hiç döner kapı ile ilgili kaç kişinin geçtiği, döner kapının özelliklerini hiç düşünmezdim. Ama bu proje ile birlikte şimdi günlük yaşamda kullandığımız eşyaların özelliklerini ve ne işe yaradığını matematiksel olarak düşünmeye ve yorum yapmaya başladım. Mesela hastalandığım zaman hemşireler serum verdiğinde serumun ne kadar sürede kanıma geçeceğini, serumun akmasının nelere göre değiştiğini görebilir ve tahmin edebilirim. Bisiklet sürerken aldığım yolu bulabilirim artık. Eskiden olsa bu tip şeyleri düşünmek hiç aklıma gelmezdi ama şimdi ise hayatımdaki olayları daha çok matematiksel olarak düşünerek hesaplama yapacağım. Bu problemlerin hepsini severek ve heyecanla çözdüm.

…

Görüşmeci: Çözdüğümüz problemler ile ilgili ne düşünüyorsun?

Sarp: Kolay buldum. Bu problemlerin hepsi ile günlük hayatta karşılaşabiliriz. Mühendislikte bu problemler karşımıza çıkabilir. Mesela döner kapı yapmada, dönüş ve kapının girişinin nasıl olacağını bu problemi düşünerek yapabiliriz. Bu çözdüğümüz problemlerden birçok yeni bilgi öğrendim ve problemlerin hepsini eğlenceli buldum… İlk başlarda ben bu problemleri çözmede bayağı zorlanıyordum

Görüşmeci: Neden?

Sarp: Zor ve çok değişik geliyordu ilk başlarda. Sonra baktım kolay. Zamanla geçtikçe ve dersler devam ettikçe problemleri çözebildiğimi fark ettim. Artık problemlerin kolay olduğunu ve çözebildiğimi fark ettim.

…

Görüşmeci: Çözdüğümüz problemler hakkında ne düşünüyorsun?

Gül: Derslerde ve görüşmelerdeki problemleri çözmek için genelde oran-orantı kuruyoruz.. Bu problemler çok eğlenceli ve faydalıydı…

Mert: Çözdüğümüz problemler güzel ve keyiflidir. Çözdüğümüz problemlerin bazıları kolaydı bazıları da zordu. Bence damlama oranı ve bisikletler probleminin ikinci sorusu uzun, zor ve biraz karışık olmasına rağmen çözebildim.

Görüşmeci: Bu problemleri uzun ve karışık bulmana rağmen çözebildin. Neden acaba?

Mert: Çünkü problem çözmede ilerlediğimi düşünüyorum… Bu derslerde ve görüşmelerde çözdüğümüz problemler hepsi birbirinden daha güzel ve hepsi ilerleyici bir düzeydedir. Sevdim yani, hepsi birbirinden güzeldi.

Görüşmeci: Ne anlatmak istiyorsun?

Mert: Çözdüğümüz problemlerin zorluk seviyesi gittikçe arttı ve gittikçe bu problemler zorlaştı. Bu problemler giderek zorlaşmasına rağmen çözebildim. Çünkü bu problemleri çözmenin matematiğimi geliştirdiğini ve ilerlettiğini düşünüyorum. Matematiğim ilerlediği için daha zor problemleri de çözebiliyorum artık…

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi öğretim bölümlerini eğlenceli, ilgi çekici, günlük hayattan, rahatlatıcı, düşünme odaklı ve öğretici bir öğrenme ortamı olarak değerlendirmişlerdir. Bu öğrenciler öğrenme ortamındaki çözdükleri problemlerin matematiğin kendisi olduğunu anladıklarını ve bu süreçte matematiğin günlük hayatın yer yerinde olduğunu gördüklerini belirtmişlerdir.

Nehir: Ben bu derslerde çok eğlendim ve öğrendim. Derslerde çözdüğümüz problemlerin matematiğin kendisi olduğunu düşünüyorum. Hep günlük hayat problemleri çözdük ve bu problemde bir gün mutlaka karşılaşacağız.

Gül: Ders ortamı zaten sürekli eğlenceli geçiyordu. Sizinle olmak bile konuşurken beni rahatlatıyordu. Bu derslerde genelde günlük hayata düşündüğümde matematiğin günlük hayat için ne kadar önemli olduğunu anladım. Matematiğin günlük hayatta olmadığı yer yok gibi…

Bu öğrencilerden Nehir ilk öğretimde bazı arkadaşlarının matematik başarısının kendisinden daha iyi olduğunu düşündüğü için kaygılanmıştır. Ancak o öğrenme ortamında problemin doğru ya da yanlış çözülmesinin önemli olmadığını önemli olanın problemli ayrıntılı bir şekilde ele almanın olduğunu farkedince rahatlamıştır. Bu katılımcıların hepsi öğrenme ortamında problemler ile ilgili her düşüncenin tartışılmasını ve ayrıntılı bir şekilde yorumlanmasına önem verildiğini belirtmişlerdir. Öğretim bölümlerinde gerçekleşen tartışma ortamında Simge kendini iş insanı gibi hissettiğini ve önemli bir iş yaptığını düşündüğünü dile getirmiştir.

Görüşmeci: Dönem boyunca yaptığımız dersleri nasıl buldun?

Nehir: İlk başta proje kapsamında dersler başlamadan önce biraz korkuyordum. Çünkü matematiğim pek mükemmel değil. Çünkü bu projeye katılacak bazı arkadaşlarımın matematiği benden daha iyidir. Ama siz derslerde açıkça aklımızdan geçeni söylememiz gerektiğini ve yanlış düşünsek yapsak

da olumsuz eleştiri yapmayacağınızı belirttiniz. Ben yanlış açıklamalar yaptım, arkadaşlarım da bazı problemler yanlış çözdü ya da yorumladı. Sadece ben problemlerin çözümü ile ilgili yanlış düşünmedim diğer arkadaşlarımda düşündü ve siz de yanlış düşündüğümüz için bize hiçbir olumsuz eleştiri yapmadınız. Siz problemleri tartışmaya ve yorumlamaya çok önem verdiniz. Biz yanlış düşünsek bile tartışarak doğrusunu öğrendik ve bu da beni rahatlattı. Bu ortamda da yanlış yapma kaygımı azalttı ve bu beni rahatlattı… Bu derslerde problemde verilenlere ve istenenler ile ilgili her şeye dikkat ettik. Problemlerdeki verilenlerin her birinin ne anlama geldiğini nelerle ifade edildiği, birimlerinin ne olduğunu ayrıntılı bir şekilde anlattık ve yorumladık. Problemleri çözerken işlem yapmaya odaklanmadık; problemdeki verilenleri ayrıntılı bir şekilde yorumlamaya, anlatmaya ve problemin çözümü ile ilgili mantık yürüttük; verilenler ile istenenler arasında ilişki kurduk ve tartıştık. En son işlem yaptık ve problemin çözümünü bulduk…

…

Nejla: … Bu derslerde problem çözerken ilk önce ayrıntılı bir şekilde problemi anlamaya çalıştık. Problemde neler verilmiş, neler isteniyor, problemde nelere dikkat etmemiz gerekir bunları düşündük. Problemi çözerken zihnimizde problemi kısımlara ayırarak tek tek verilenleri inceleyerek ve açıklayarak çözdük. Yani problemi çözerken problemdeki verilenleri kısımlara ayırdık ve ayrıntılı bir biçimde anlattık, birbirleri ile istenenle ilişkilerini kurduk…

…

Simge: … Bu derslerde çok eğlendim ve çok mutlu oldum. Bir de u şeklindeki masa etrafında problemleri karşılıklı olarak tartışmak beni iş kadınları gibi hissettirdi. Çok önemli bir iş yaptığımızı hissettim. Zaten çözdüğümüz problemler günlük yaşamdan olduğu için tartışırken önemli bir iş yaptığımızı düşünüyordum.

Bu katılımcılardan Simge, Nehir, Gül ve Nejla önceden yüzde ve hız problemlerini çözmede zorlanırken, Sarp, Okan ve Mert ise eşitlik yazma strateji ile problem çözmede güçlük yaşadıkları ifade etmişlerdir. Öğretim bölümleri sürecinde bu öğrenciler yüzde, hız ve eşitlik yazma ile ilgili problemleri çözebildikleri ve artık endişe yaşamadıklarını söylemişlerdir.

Nejla: … Eskiden hız, yüzde, zaman, ilişki ve uzun problemleri çözemezdim. Bu problemleri çözmeyi de hiç sevmezdim. Şimdi bu problemleri biraz daha çok seviyorum. Galiba bu problemleri önceden çözemediğim için sevmiyordum. Ama şimdi bu tür problemleri çözerken eskisi gibi beni bunaltmıyorlar, şimdi hoşuma gitmeye başladılar. Şimdi bu problemleri çözebildiğim için eskisi gibi endişe duymuyorum…

Sarp: Denklem yazma problemlerini önceden çözemiyordum. Bir ilişkiyi gösteren kural ya da formül yazamıyordum ve problemdeki ilişkileri gösteren denklemi de yazamıyordum. Bu derslerde denklemle ilgili problem çözdükçe artık bu problem kolay bir şekilde çözebiliyorum. Hiç sevmiyordum denklem ile ilgili problemleri ama artık hep bu problemleri çözmek istiyorum…

Bu katılımcıların hepsi okuldaki matematik öğrenme ortamı ile öğretim bölümlerindeki öğrenme ortamını karşılaştırmışlardır. Bu öğrenciler okuldaki öğrenme ortamında çözdükleri problemleri düşünmek yerine sadece ezbere yaklaşımları

kullanmaya ittiğini belirtmişler ve bu problemleri işe yaramayan, sıkıcı, işlemsel ve günlük hayatla ilgili olmadığını ifade etmişlerdir. Bu nedenle bu öğrenciler okuldaki öğrenme ortamında günlük hayattan ve düşünmeye teşvik eden problemlerin tartışılarak çözülmesi gerektiğini savunmuşlardır.

Okan: … Derslerde ve görüşmelerde çözdüğümüz problemler özel sınavlarda sorulan problemlere benziyordu. Sanki bu problemler yetenek ve mantıksal düşünmemiz ile ilgiliydi. Bu problemlerin hepsi aklını daha çok kullanmayı, iyi düşünüp iyi yorum yapmanı gerektiriyor ve farklı düşünmene neden oluyor. Okuldaki yazılılardan ve TEOG sınavından sıkıldım hep aynı tarz problemler soruluyor. Bu problemler düşünme gerektirmiyor, farklı açıdan bakmana da gerek yok, çok sıradan problemler hiç düşünmene gerek yok yani. Hep işlem gerektiren problemler işlemi biliyorsan yapabiliyorsun üslü sayı, köklü sayı, trigonometri, üçgen ve denklem sıkıldım. Bunların hepsi aynı yere çıkıyor. Artık daha farklı ve kafamı çalıştıracak bu tarz problemler çözmek istiyorum. Bu nedenle okuldaki çözdüğümüz problemlerden sıkıldım artık…

Nejla: … Bir düşüncem var da ifade edemiyorum. Okulda matematikle ilgili öğrendiklerimiz hayatımızda işe yaramayacak, çok kötü ve gereksiz şeyler (bilgileri kast ediyor). Ay! Çok kötü bunların hayatımızı bitirdiğini ya da tükettiğini düşünüyorum. Sizin derslerde çözdürdüğünüz ya da görüşmelerde çözdüğümüz problemler gibi okulda günlük hayattan ve işe yarar problemler çözmeliyiz. Sizin derslerinizle bu tarz problemleri iyice düşünerek ve tartışarak çözünce insanın matematik zekâsı gelişiyor ve daha iyi problem çözüyor. Çünkü bu tarz problemler hem hayattan hem de matematik zekânı bu problemlerle geliştirebilirsin bu şekilde problem çözersen. Ama biz normal okuldaki matematik derslerinde formülleri ezberleyerek ve kurallar ezberleyerek problemleri çözmek için hangi işlemlerin yapmamız gerektiğini ezberleyerek problem çözüyoruz. Böyle bir ders ortamı hem şimdi ve ilerideki yaşamımda hiçbir işe yaramayacak, hem de sıkıcı ve zekâmızı geliştirmeye hiçbir faydası yok. Matematiğin ne işe yaradığını gösteren ve aynı zamanda sizinle çözdüğümüz gibi anlatarak, düşünerek çözersek zekâmız gelişir ve matematik yararlı bir ders olur.

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler matematiksel bir problem çözerken çözüme ulaşmak için işlem yapmak yerine problem bağlamındaki niceliklere, nicelikler arası ilişkilere ve niceliklerin birimlerine odaklanacakları belirtmişlerdir. Bu öğrencilere göre bir problemi çözebilmek için problem bağlamını anlamlandırmak gerekmekte olup bu süreçte sayılar yerine sayıların nelerle anlatıldığına dikkat edilmelidir. Bu öğrenciler herhangi bir problemi çözerken önceden yaptıkları uygun olmayan yaklaşımlarından söz ederek problem çözme süreçlerini eleştirmişlerdir. Ayrıca bu katılımcılar zayıf niceliksel muhakemeye sahip olan öğrencilerden farklı olarak problem çözme sürecinde yaptıkları işlemleri problem bağlamında gerekçelendirmeleri gerektiğini düşünmektedirler.

Görüşmeci: Herhangi bir problemi nasıl çözülmelidir?

Simge: İlk önce problemi anlamak lazım. Çünkü problemde ne verildiğini anlamadan problemin çözümü ile ilgili nasıl bir yol izlemen gerektiğini bilemezsin. Problemde verilenlerin birimleri dikkat edilmelidir. Eğer verilenlerin birimleri aynı değil ise birimler arasında dönüşüm yapılmalıdır. İşlem yapmak yerine öncelikle problemi anlamaya ve problemdeki verilenleri ayrıntılı bir şekilde yorumlayıp, birbirleri ve istenen ile ilişki kurmaları gerekmektedir…

Okan: …Bence problemde ne anlatıldığı ve ne istenildiği iyice anlayıp kavranırsa problem rahat bir şekilde çözülebilir. Bir öğrenci problemi iyice anladıktan sonra çözebilir, yeter ki problemi anlasın. Bunun için problemdeki ayrıntılara dikkat etmeli. Yani problemi iyi bir şekilde anlamak için problemdeki durumları iyi bir analiz etmeli, ilişkilere odaklanmalı ve birimlere odaklanmalıdır. Ben problem çözerken ilk baş sayıları bir kenara ayırıyorum. Önce bütün yazıları okuyorum. Ondan sonra yazılarla ilgili düşünüyorum sayıları sonraki plana bırakıyorum…

Gül: Sizinle ders işlemeye başladığımızdan beri ben ilk önce problemdeki verilenlere dikkat etmemiz gerektiğini öğrendim. Çünkü önceden verilenlere dikkat etmediğim için problem çözerken bazı küçük şeyleri kaçırdığımı fark ettim. Bunları da dikkatsizlikten, meseleyi iyi kavramadığım olduğunun farkına vardım. Bundan sonra problemlere daha dikkatli bir şekilde inceliyorum ve anlamaya çalışıyorum… Bu projeden önce ben problem çözerken sayılara odaklanıyordum. Ama artık sayılara odaklanmayacağım problem çözerken, çünkü bu da yanlışmış. Problemde sayılar yerine her şeye, yani sayıların neyle bağlı olduklarına, neyle ilişkili olduklarına odaklanmam gerektiğini öğrendim. Bu nedenle problem çözmeden önce problemdeki sayılar hariç her şeye odaklanmalıdır. Sayıları en son problemi çözmek için işlem yaparken kullanmalıdır. Sayıların nelere bağlı olduğuna bakıp ondan sonra işlem yaparken sayılara dikkat etmek lazımdır. Yoksa hepten kaybederiz, problemi anlamayız ve çözemeyiz. Ben onu anladım. Ayrıca problemim aşamalarına ve problemdeki ilişkilere de odaklanılmalı hani bunla bunu çarparsak bunu buluruz. Bunla bunu bölersek gibi şeylere yani problem çözerken yaptığımız işlemleri nedenlerini düşünerek odaklanmalıdır…

Nejla: … Problemi çözmek için problemi anlamak gerekir. Çünkü problemi anlamak çok önemlidir. Problemdeki verilenlerin birimlerin ne olduğunu dikkat etmek gerekir. Problemde ne istendiği ve istenenin biriminin hangi cinsten olması gerektiği önemlidir. Şu şekilde özetleyebilirim: İlk önce zihnimizde problemi anlamak gerekir. Bunun için problemi bir hikâye gibi kendi kendine anlatarak öğrenci ilk önce kafasında problemle ilgili model oluşturmalıdır. Problemi anladıktan sonra problemim çözümünün nasıl olabileceğini sakin bir şekilde düşünmek gerekir. Çünkü problemler ne yaptığını bilerek ezbere olmadan, anlamlı bir şekilde çözülmelidir. Eskiden ne yaptığımı bilmeden problem çözüyordum, o nedenle problem çözerken kafam karışıyordu, neyi, nasıl ve neden yaptığımı bilmeden çözdüğüm için kafam karışıyordu ve problemi çözerken zorlanıyordum, bocalıyordum, donup kalıyordum. Esasında ne yaptığını bilerek, düşünerek, yavaş yavaş problemi çözmek en iyisi ve en mantıklısıdır. Hemen işlem yapınca ne yaptığını ve neden yaptığını da bilmiyorsun şaşırıyorsun…

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler öğretim deneyi sürecinde hem matematik başarılarının ve matematiksel düşünmelerinin geliştiğini hem de matematiğin doğası, önemi ve yeri hakkında farkındalık kazandıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca Okan, PISA problemlerinin rutin olmayan problemler olması

nedeniyle bakış açısının değiştiğini inanmaktadır. Bu öğrenciler öğretim deneyi sürecinde alan olarak matematiği takdir etmeye başlandıkları söylenebilir. Ayrıca bu katılımcılar okuldaki matematik öğrenme ortamında öğretim deneyi sürecindeki gibi günlük hayat problemlerini tartışarak çözmek ve matematiği öğrenmek istediklerini dile getirmişlerdir.

Görüşmeci: Bu projeyi nasıl değerlendirirsin?

Nehir: Bu proje bana çok şey kattı. Matematiğin herkesin düşündüğü gibi sadece işlemlerden oluşan bir ders olmadığını matematiğin anlamı olduğunu ve anlayarak yapılması gerektiğini öğrendim. Çözdüğümüz problemlerde matematiğin günlük hayatta kullanıldığını fark ettim. Örneğin hız problemlerini çözmekten hem çok zevk aldım hem de günlük hayatta problemlerinde matematiği kullandık. Bu proje ile zihnimin yenilendiğini düşünüyorum. Çünkü artık problem çözerken daha çok anlam çıkarıyorum ve beynim artık bu şekilde çalışıyor. Hayat testlerden ve sadece problemlerin çözümünden ibaret değil. Bu nedenle okuldaki matematik derslerinde de bu proje kapsamındaki derslerde çözdüğümüz günlük hayat problemleri çözmeliyiz. Ama aynı sizin derslerinizdeki gibi bir problemdeki verilenleri ayrıntılı bir şekilde inceleyerek, matematiksel anlam çıkararak problemi çözmeliyiz.

Okan: Benim için bu proje, dersler ve görüşmeler güzel oldu. Matematik problemlerine bakış açım değişmiş olabilir. Eskiden mesela bir problemde direkt üçgen gördüğümde eşlik, benzerlik ya da direkt trigonometri ilgili olduğunu düşünürdüm. Bu proje ile artık bir problemde üçgen gördüğümde bu problem denklemler, olasılık ya da farklı birçok matematik konusu ile ilgili olabilir. Yani bu problemler problem çözme ile ilgili bakış açımı değiştirdi çünkü sıran değiller. Okuldaki gibi bu problemleri çözerken şu konudan ve formülden çözmem gerekir diye yorum yapamıyorum…

Nejla: … Matematiği zaten seviyordum bu problemlerle daha çok sevdim, ortam eğlenceliydi. Bayağı iyi bir uygulamaydı benim için eğlenceliydi hem de öğreticiydi. Ve matematiği daha çok sevdirdi. Artık problemleri daha iyi anlıyorum ve daha iyi çözüyorum. Düşünmem daha da gelişti ve matematikle ilgili daha iyi konuşuyorum artık…

3.12. Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Klinik Görüşme Bulguları

Araştırmacı-öğretmenin güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Figen ve Emir yaptığı son görüşmelerdeki her bir problemi çözme süreci bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Araba sürücüsü problemini bu katılımcıların hepsi tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrenciler orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi bu problem bağlamındaki grafiği niceliksel anlam açısından ayrıntılı bir şekilde betimleyebilmiş ve Kelly'nin arabasının fren yaptığı zamanı belirleyebilmişlerdir.

Görüşmeci: Kelly'nin sürüş sırasındaki aracının sürüş sırasındaki hızı ile ilgili verilmiş grafiği yorumlar mısın?

Duru: Problemdeki bir hız-zaman grafiğidir. Zamana bağlı olarak aracın hızını göstermektedir. Başlangıçta yani saat 9:00'da Kelly'nin aracının hızı 0 km/sa'miş Daha sonra 9:00' dan 9:02 zaman aralığında Kelly'nin aracının hızı artmış. 9:01'de Kelly'nin aracının hızı 12 km/sa, 9:02 de ise 60 km/sa olmuş. Daha sonra Kelly'nin aracı 9:02 den 9:06'ye kadar 60 km/sa hızla ilerlemiş ve Kelly'nin aracı en yüksek hıza bu zaman aralığında ulaşmış olup bu hız 60 km/sa'dir.

Görüşmeci: Peki Kelly araba sürerken arabanın önüne kedi çıkmıştı. Grafiğe göre Kelly ne zaman frene basmış olabilir?

Duru: Saat 9:06'da Kelly frene basmıştır. Kelly bu olaydan dolayı sarsılmış ve evine dönmeye kadar vermiş. Frene bastığı zaman hızı tekrar düşmeye başlamış ve 12 km/sa olmuştur. 9:06'dan 9: 08 zaman aralığına kadar Kelly'nin aracının hızı 12 km/sa'den 36 km/sa'e çıkmıştır. 9:08 den 9:11'e kadar Kelly'nin aracının hızı 36 km/sa olmuş. 9:11'den 9:12'ye kadar Kelly'nin aracının hızı azalmış 36 km/sa'den hızı 0 km/sa'e düşmüş. 9: 12'de Kelly'nin aracının hızı 0 km/s ulaşmıştır.

…

Görüşmeci: Problemdeki grafik ne anlatıyor?

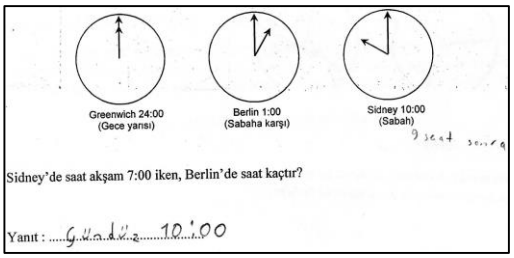
Emir: Bu grafikte Kelly'nin araba sürüşü sırasındaki hız-zaman grafiği anlatılıyor. Kelly 9'da arabası ile yola çıkmış. 1 dakika içerisinde bu araç 12 km/h hıza çıkmış. 2 dakika içerisine bu araç 60 km/h hızına çıkmış ve bu araç 4 dakika boyunca aynı hızla yola devam etmiştir…

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi internette sohbet problemini tam puan alarak çözebilmişlerdir. İnternette sohbet problemini bu katılımcılardan Duru ve Mine problem bağlamındaki farklı şehirlerdeki zaman farkına göre nicelikler arası ilişkileri kurarak çözerken, Anıl, Sevgi, Figen ve Emir ise bir şehirdeki zaman farkını göz önüne alarak başka bir şekildeki zamanı hesaplamışlardır. Bu öğrenciler problem bağlamındaki tüm nicelikler arası ilişkileri kurabildikleri için problemin çözümünü kendilerine göre en kolay yaklaşım ile çözmeyi tercih ettikleri görülmüştür. Bu katılımcıların hepsi bu problemin çözüm sürecinde hiç işlem ya da hesaplama yapmamış olup zihinden problemi çözebilmişlerdir. Zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilere göre güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler internette sohbet problemi kısa zamanda nicelikler arası ilişki kurarak çözüme ulaşabildikleri gözlenmiştir. Ayrıca bu öğrencilerin problemin çözümünün makul olup olmadığını göstermek için yönlendirmesiz niceliksel anlam açısından gerekçe sunmuşlardır.

Mine: …Problemde Sidney'de saat akşam 7:00 iken, Berlin'de saat kaç olduğu isteniyordu. Bir gün 24 saattir. Bu nedenle Sidney'de akşam 7:00, saatin 19:00 olduğunu gösterir. Berlin'de saat sabaha karşı 1:00 iken Sidney'de sabah saat 10'muş. Bu nedenle Sidney ile Berlin arasında 9 saatlik bir zaman farkı vardır. Sidney Berlin'den 9 saat daha ileridedir ya da Berlin Sidney'den 9 saat daha geridedir. Sidney'de saat akşam 19:00 ise, Berlin'de saat 10'dur çünkü Berlin Sidney'den 9 saat daha geridedir.

…

Figen: Sidney'de akşam 7, dijital saatte zamanın 19 olduğunu gösterir. Çünkü bir gün 24 saat olduğu için 7'nin üzerine 12 saat eklememiz gerekir. Ayrıca bir gün içerisinde bir sabah 7, bir de akşam 7 vardır. Problemde Sidney'de saat 10 iken akşam 7 olması isteniyor ve sabah 10 ile akşam 7 arasında 9 saatlik bir zaman farkı vardır. Berlin'de saat sabaha karşı 1'di. 1'e 9 ekleyince Berlin'de saat 10 olduğunu bulmuş olurum.



Görsel 3.83. *İnternette Sohbet Problemine İlişkin Emir'in Çözümü*

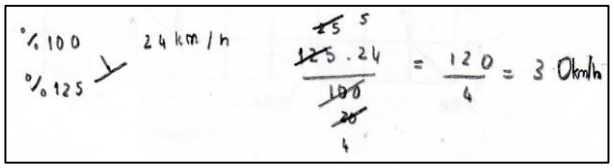
Paraşütlü gemiler problemini güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi öncelikle geminin güvertesindeki rüzgârın hızını yorumlamış, daha sonra bu veriden yola çıkarak paraşüte doğru esen rüzgârın hızını hesaplayabilmişlerdir. Bu problemi Duru ve Sevgi orantı kurarak çözerken Anıl, Mine, Figen ve Emir bir sayının yüzdesini hesaplayarak çözmüştür. Bu öğrencilerin hepsi hem problem çözümünü anlatırken hem de problemi çözerken niceliklerin birimlerini kullanmışlar ve göz önüne almışlardır. Bu nedenle bu problemin çözüm sürecinden başından itibaren bu katılımcıların problem bağlamında yaptıklarını niceliksel anlam açısından betimlendiği düşünülmüştür.

Anıl: Geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/h olduğu verilmiş. Ayrıca paraşüte doğru esen rüzgâr hızın geminin güvertesindeki esen rüzgârın hızından %25 daha fazla olduğunu bildiğim için paraşüte doğru esen rüzgârın hızının geminin güvertesindeki esen rüzgârın hızından ne kadar fazla olduğunu bulmam gerekir. Bu nedenle 24 $\frac{km}{h}$ 'in %25'ini bulmam gerekir. % 25 $\frac{25}{100}$ 'dür. Bu nedenle 24 $\frac{km}{h}$ ile $\frac{25}{100}$ çarptım ve 6 $\frac{km}{h}$ buldum. Bu paraşüte doğru esen rüzgâr hızın geminin güvertesindeki esen rüzgârın hızından 6 $\frac{km}{h}$ daha fazla olduğunu gösterir. Geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 $\frac{km}{h}$ ise paraşüte doğru esen rüzgâr hızı 30 $\frac{km}{h}$ 'dir…

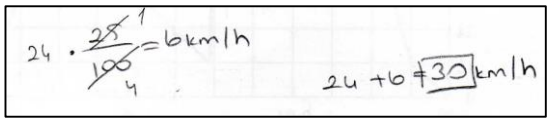
Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Sevgi: …Bir geminin güvertesindeki rüzgârın hızı 24 $\frac{km}{h}$ 'miş. Paraşüt açılan yerde rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazlaymış. Ben şöyle bir oran kurdum. Geminin güvertesindeki rüzgârın hızının %100'ünün 24 $\frac{km}{h}$ olduğu varsaydım. Paraşüte esen rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgârın hızından %25 daha fazla olduğundan bu rüzgârın hızı daha da artacak. O

nedenle bir orantı kurdum. Rüzgârın hızının %100 24 $\frac{km}{h}$ ise %125'i ne kadar hız olduğunu düşündüm ve paraşüte doğru esen rüzgârın hızını 30 $\frac{km}{h}$ buldum.



Görsel 3.84. *Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü*



Görsel 3.85. *Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Figen'in Çözümü*

Bu katılımcılar problem bağlamındaki rüzgârın hızını anlamlı bir şekilde yorumlayabilmiş hatta problem bağlamındaki rüzgârın hızını yorumlarken bir nesnenin hız tanımına da başvurdukları gözlenmiştir. Araştırmacı-öğretmen bu katılımcılardan bir nesnenin hızı ile ilgili tanım yapmalarını istediğinde onların niceliksel anlam açısından bir nesnenin hızını tanımlayabildikleri ortaya çıkmıştır. Bu süreçte iki farklı niceliği çarpımsal olarak karşılaştırdıkları ve niceliklerin birimlerini dikkate aldıkları görülmüştür.

Görüşmeci: Paraşüte doğru esen rüzgâr hızı 30 $\frac{km}{h}$ ifadesinden ne anlamam gerekir?

Anıl: Bir saatte paraşüte doğru esen rüzgârın aldığı mesafe 30 km'dir. Yani birim sürede paraşüte doğru esen rüzgârın aldığı mesafe 30 km'dir.

Görüşmeci: Peki bir nesnenin hızını nasıl tanımlarsın?

Anıl: Bir nesnenin hızı, bu nesnenin birim zamanda aldığı yoldur…

Mine: Bir nesnenin hızı, bu nesnenin birim zamanda aldığı yola eşittir. Bir nesnenin hızı için birim zaman dakika cinsinden ve alınan yol metre cinsinden olursa bu nesnenin hızının birimi $\frac{m}{dk}$ olur.

Figen: Bir nesnenin hızı, nesnenin aldığı mesafenin, bu yolu alması için geçen gerekli olan süreye oranıdır. Burada nesnenin hızını ölçerken hızı oluşturan bileşenlerin birimlerini dikkate almamız gerekir. Yani bir nesnenin hızı birim cinsinden ölçülür. Burada alınan yol genelde km ya da m cinsinden oluyor. Zaman ise saat, dakika ya da saniye birimi cinsinden hesaplanıyor.

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi döner kapı problemini tam puan alarak çözmüşlerdir. Orta niceliksel muhakemeye sahip öğrenciler gibi bu öğrenciler öncelikle döner kapının bir tam tur dönüşte en fazla kaç kişi

sığacağını bulmuş daha sonra dakika cinsinden zaman ile döner kapının tam tur dönüş sayısı ilişkiyi kurarak çözümü bulmuşlardır. Bu öğrencilerden Duru, Mine, Sevgi ve Figen orantı kurma stratejisi ile bu problemi çözerken, Anıl ve Emir ise çarpımsal ilişkiyi kullanarak problemi çözmüşlerdir.

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Duru: … Döner kapının her bir bölmesine en fazla 2 insan sığıyor ve bu döner kapının 3 bölmesi var. Bu durumda bu döner kapıya toplamda en fazla 6 insan sığar. Döner kapı 1 dakikada 4 tam tur atarsa, 30 dakikada kaç tur atacağını gösteren orantı kurdum. Orantı ile ilgili işlemleri yapınca döner kapının 30 dakikada 120 tam tur atacağını buldum. 120 tam tur atışta bu döner kapıya kaç insan girip çıkacağını bulmak için 6 ile 120'yi çarptım 720 buldum. Böylece 30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla 720'dir…

Anıl: … Döner kapının üç bölmesi ve her bir bölmeye 2 insan sığacağından döner kapı 1 tam tur dönüş yaptığında 6 kişi binaya giriş yapabilir. Döner kapı 1 dakikada 4 tam tur atarsa 30 dakikada 120 tam tur atar. Daha sonra döner kapının 30 dakikada kaç kez döneceğini buldum. Döner kapı 120 tam tur dönüş yaptığında binaya kaç tane kişinin giriş yaptığını bulmak için de 120 ile 6'yı çarpmam gerekir. 30 dakikada döner kapı 120 kez tam tur atar ve dolayısıyla binaya 720 kişi girer…

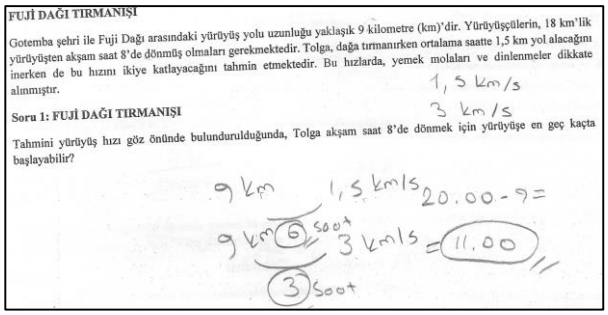
Fuji Dağı probleminin her iki sorusunu da güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin (Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Figen ve Emir) hepsi yönlendirmesiz tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrenciler ilk problemde verilen nicelikleri not almışlar ve problem bağlamındaki niceliklerin anlamından yola çıkarak yürüyüşçünün dağı tırmanırken ve inerken ki hızını yorumlamışlardır. Daha sonra bu öğrenciler orantı kurma, hesaplama (işlem) yapma, şekil (diyagram) çizme ya da hız-yol-zaman formülü kullanma stratejilerini kullanarak problemin çözümüne ulaşmışlardır. Bu öğrenciler bir nesnenin hızını niceliksel anlam açısından tam olarak yorumlayabilmeleri problemdeki nicelikleri kullanabilmelerine ve bunlar arasındaki ilişkileri kolaylıkla kurabilmelerini sağladığı düşünülmüştür.

Görüşmeci: Nasıl bir yol izledin problem çözerken?

Anıl: … Şimdi Tolga dağa tırmanırken saatte 1,5 km yol alacağından 1,5'ar km giderek 9 km'lik yolu kaç saatte alacağını düşünerek 9'u 1,5'e böldüm ve Tolga'nın 6 saatte dağa tırmandığını buldum. Tolga dağdan inerken 9 km yolu saate 3 km yol alacağı için 9'u 3'e böldüm. Tolga'nın 3 saatte bu dağdan indiğini buldum. Farklı şekilde de açıklama yapabilirim. Şimdi ben 9 km'lik yolu bir ip gibi düşündüm, bu Tolga'nın yürüyüş yolu olsun. Bu ipi Tolga saatte 1,5 km yol aldığı için 1,5 km'lik parçalara ayırdığımı düşündüm ve 9'u 3'e böldüm ve onun 6 saatte dağa tırmandığını buldum. Dönüş yolu da 9 km olduğu için bu yolu da 9 km'lik ip olduğunu düşündüm. Tolga inerken saatte 3 km aldığı için 9 km de kaç tane 3 km olduğunu bulmak için 9'u 3'e böldüm. Sonuç 3 saat oluyor. Zamanların toplamı 9 saat oluyor. Tolga'nın akşam 8 yani 20de dönmesi için 9 saat çıkardım. Tolga en geç 11'de yürüyüşe başlamalıdır.

Duru: (Not alıyor ve diyagram çiziyor) Tolga'nın gidiş yolu 9 km ve gidişte de 1,5 $\frac{km}{h}$ hızla gitmiş. İniş yolu da 9 km ve Tolga inişte gidişteki hızını iki katına çıkaracağı için de 3 $\frac{km}{h}$ hızla inecekmiş. Bu nedenle Tolga dağa kaç saatte tırmandığını bulmak için 9 km'yi 1,5 $\frac{km}{h}$ böldüm ve Tolga'nın 6 saatte bu dağı tırmandığını buldum. Yine tolga dağa kaç saatte indiğini bulmak için 9 km'yi 3 $\frac{km}{h}$ böldüm ve Tolga'nın 3 saatte bu dağdan indiğini buldum. Tolga 6 saate bu dağa gitti ve bu dağdan 3 saate döndü. Tolga yürüyüşten akşam 8'de dönmek istiyor. O nedenle Tolga'nın akşam 8'den 9 saat önceden ya da geriden, erken yürüyüşe başlaması gerekir. 20'den daha erken bir vakitte Tolganın yürüyüşe başlaması lazımdır. Tolga yürüyüşçe toplam 9 saat zaman harcayacağı için 20'den 9 saat erkene zamanı çekmem ya da almam gerekiyor. Bu nedenle saat 11'de Tolga'nın yürüyüşe çıkması gerekir.

Figen: Önce problemdeki verilenler ile ilgili notlarımı aldım. Tolga dağa çıkarken 9 km yürüyor ve ortalama hızı 1,5 $\frac{km}{h}$'tir. Tolga dağı tırmanırken Tolga, 1 saatte 1,5 km tırmanırsa, kaç saatte 9 km tırmanacağını gösteren bir orantı kurdum. X'i 6 buldum. Yani tolga gidiş için 6 saat harcıyormuş. Tolga Dönüşte ise; 1 saatte 3 km yol alırsa 9 km'yi kaç saatte alacağını gösteren orantı kurdum. X'i 3 saat buldum. Tolga Fuji Dağından dönmesi 3 saat sürüyormuş, Fuji Dağına gitmesi de 6 saat sürüyormuş. Bunların ikisini topladım. Tolga bu yürüyüşü toplamda 9 saat gidip dönüyormuş. Tolganın akşam 8'de yürüyüşten dönmesi gerekiyormuş. Akşam 8 olduğu için bu dijital saatte 20:00'dır. 20:00'den 9:00'ı çıkardığımızda Tolga'nın en geç 11:00'de yürüyüşe başlaması gerekiyor.


FUJİ DAĞI TIRMANIŞI

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir. Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

1,5 km/s

3 km/s

Soru 1: FUJİ DAĞI TIRMANIŞI

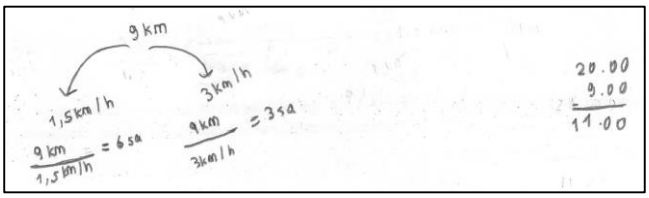
Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

9 km 1,5 km/s 20.00 - 9 =

9 km (6) saat 3 km/s = 11.00

(3) saat

Görsel 3.86. *Fuji Dağının İlk Alt Problemine İlişkin Anıl'ın Çözümü*



Görsel 3.87. *Fuji Dağının İlk Alt Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü*

Fuji Dağı ikinci probleminin çözüm sürecinde ise bu katılımcılar öncelikle problem bağlamındaki nicelikler arasında birim dönüşümü yapmışlar daha sonra onlar problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkiyi kurmak için Anıl, Mine ve Emir çarpımsal ilişkiyi

kullanırken Duru, Sevgi ve Figen ise orantıyı kullanmış ve çözüme ulaşmışlardır. Ayrıca Fuji Dağı ile ilgili her iki problemin çözüm sürecince bu katılımcıların hepsinin problem bağlamındaki nicelikleri anlamlı ve yeterli bir şekilde yazılı ve sözlü ifade ettikleri gözlenmiştir. Bu katılımcılar hem Fuji Dağı ile ilgili problemlerini hem de diğer problemleri başka yollar ile de çözebileceklerini belirtmişlerdir. Araştırmacı-öğretmen soru sormamasına rağmen bu öğrenciler bu problemlerin çözümünün doğruluğunu göstermeleri gerekçe sunarak yaptıkları çözümü desteklemeye çalışmalarından kaynaklanabilir.

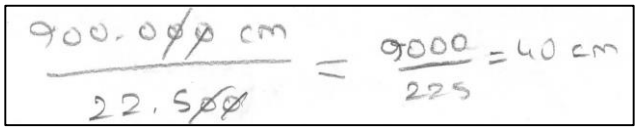
Görüşmeci: Problem çözerken nasıl bir yol izledin?

Mine: İlk önce 9 km'yi santimetreye çevirdim.90000 cm'yi de 22500'e böldüm.

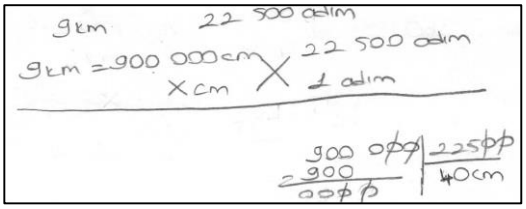
Görüşmeci: Neden?

Mine: Yine bir ip düşündüm ya da hayal ettim. Bu ip Tolga'nın yürüyüş yolunu göstersin ve 900000 cm olsun. 900000 cm'yi 22500 adıma ayırdım ve Tolga'nın bir adım uzunluğunu 40 cm buldum. Kısaca yine paylaşım yaptım. Tolga 40 cm adım ile 22500 adım attığında Tolga 900000 cm yürümüş olur…

Figen: Tolga 9 km yürüyüşte 22500 adım atıyorsa, yani cm cinsinde 9 km, 900000 cm'dir. Tolga 900000 cm yürüyüş yolunda 22500 adım atıyorsa, Kaç cm'de 1 adım atacağını düşünerek orantı kurdum. Tolga'nın 40 cm'de 1 adım atıyormuş. Saçma bir cümle oldu bu. Tolga'nın bir adımı 40 cm'miş. Yani, Tolga'nın ortalama adım mesafesi 40 cm'miş.



Görsel 3.88. *Fuji Dağının İkinci Alt Problemine İlişkin Anıl'ın Çözümü*



Görsel 3.89. *Fuji Dağının İkinci Alt Problemine İlişkin Figen'in Çözümü*

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden hepsi damlama oranı problemini tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu katılımcılar problem bağlamında verilen niceliklerin değişimi analiz edebilmek için öncelikle cebirsel manipülasyon yapmışlar ve daha sonra niceliklerin değişimini yorumlamışlardır. Araştırmacı-öğretmen bu öğrencilerden çözümleri ile ilgili gerekçe sunmalarını istemiş

ve onlar yaptıkları çözümlerinin doğruluğunu göstermede matematiksel olarak daha ikna edici gerekçeler sunmuşlardır. Bu süreçte bu öğrenciler cebirsel formüllerin anlamını ya da problem bağlamındaki nicelikler ve nicelikler arası ilişkilerin anlamını yorumlamışlar ve ayrıca cebirsel manüpulasyonları kullanarak bu gerekçelerini desteklemeye çalıştıkları ortaya çıkmıştır.

Görüşmeci: Hiç işlem yapmadan D'nin yarıya düşeceğini açıklamışsın. Bu problemi nasıl çözdün?

Anıl: s iki katına çıkarılırsa D yarısına iner çünkü böleni iki katına çıkartırken sonuç yarıya düşer. d ile h'ın çarpımı olan bölünen sabit kalmış, bölen ise iki katına çıkmıştır. Bu nedenle sonuç (bölüm) yarıya düşer.

…

Görüşmeci: Damlama oranı D nasıl değişmiş?

Mine: Damlama oranı yarıya inmiş çünkü sonuçta damlama oranı ile ilgili ilk formülü $\frac{1}{2}$ ile çarparsak yeni formülü ulaşıyoruz.

Görüşmeci: Ne demek istediğini anlayamadım?

Mine: Yani damlama oranı ile ilgili ilk formülü $\frac{1}{2}$ ile çarpınca yeni formül oluşuyor. Çünkü süre 2 katına çıkınca formüldeki paydayı 2 ile çarpmamız gerekir. Formülde paydayı 2'yi çarpmak ve formülü $\frac{1}{2}$ ile çarpmak aynıdır.

…

Görüşmeci: D nasıl değişim göstermiştir?

Sevgi: Serumun akma süresi iki katına çıkıyor. $\frac{dh}{60.s}$, $\frac{dh}{120.s}$'den daha büyüktür.

Görüşmeci: Neden?

Sevgi: Çünkü ikinci formülde serumun akması için daha fazla süre gerekiyor. İlk formülde ise serumun akması için daha az süre gerekiyor. Bu da ilk formüldeki D'nin ikinci formüldeki D'den daha büyük olduğunu gösteriyor. Bu nedenle D yarıya iner.

Görüşmeci: Nasıl anlayamadım?

Sevgi: İlk formülde, damlama oranı D bir dakikada düşen damla sayısı oluyor. İkinci formülde ise damlama oranı D iki dakikada düşen damla sayısı oluyor ve yavaş yavaş azalıyor (sessizlik)… Daha iyi bir açıklama yapayım… İlk formüldeki D bir dakikadaki düşen damla sayısını gösterirken ikinci formülde D iki dakikada düşen damla sayısını gösteriyor, D yavaş yavaş azalıyor. Zaman gittikçe artıp iki katına çıktığı için damlama oranı yarıya iner. Ayrıca ilk formüldeki damlama oranı D ikinci formüldeki damlama oranı D'nin $\frac{1}{2}$ katıdır.

Görüşmeci: Bunu nasıl anladın?

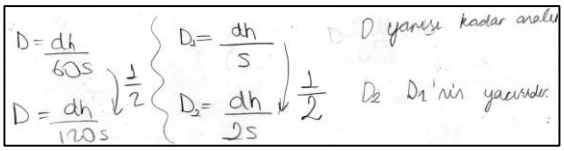
Sevgi: İlk formülü $\frac{1}{2}$ ile çarparsam ikinci formülü elde ederim. Ya da ikinci formülü 2 ile çarparsam ilk formülü elde ederim. Bu nedenle D yarıya iner…

…

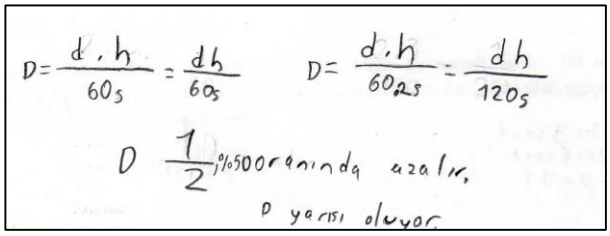
Emir: İlk baştaki formül $D = \frac{dh}{60.s}$'miş ama daha sonra $D = \frac{dh}{120.s}$ olmuş. Pay sabit kaldığında payda eğer ki artarsa sonuçta bir azalma olur. Burada (bu formüldeki D de) payda iki katına çıkmış bu nedenle sonuç yarıya düşer yani $\frac{1}{2}$ ya da % 50 oranında azalır. Aynı zamanda $D = \frac{dh}{60.s}$ formülü $D = \frac{dh}{120.s}$ formülünden $D = \frac{dh}{120.s}$ fazladır. Bu durumda damlama oranı yarısı kadar azalır ya da damlama oranı yarısı kadar yani $\frac{1}{2}$ oranında azalır.

Görüşmeci: D $\frac{1}{2}$ ya da % 50 oranında azalması halinde D nasıl değişir?

Emir: D yarısına düşer yani D yarısı oluyor.



Görsel 3.90. *Damlama Oranını İlk Alt Problemine İlişkin Duru'nun Çözümü*



Görsel 3.91. *Damlama Oranını İlk Alt Problemine İlişkin Emir'in Çözümü*

Damlama oranı probleminin ikinci sorusunda ise güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi (Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Figen ve Emir) yönlendirmesiz tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrenciler problem bağlamındaki cebirsel formülü yorumlayabilmiş ve verilen niceliklerin değerlerini formülde yerine koyarak başka bir niceliğin bilinmeyen değerini bulabilmişlerdir. Bu öğrenciler ön klinik görüşmelerde cebirsel formülü anlamlı bir şekilde yorumlayabilmelerine rağmen sadece iki öğrenci manipülasyon stratejisini kullanabilmişti.

Görüşmeci: Problemi anlatır mısın?

Emir: Bir serum bir dakikada 50 damlalık bir damlama oranına sahipmiş ve hastaya 3 saatte verilmesi gerekiyormuş. Bu serum için damla faktörü mililitre başına 25 damlaymış. Bize serumun hacminin kaç ml olduğu soruluyor. Hemşirelerin serumun hacmi olan h'yi, damlama oranı D'den, hesaplamaları gerekmekteymiş. Damlama oranı ise bir mililitredeki damla sayısıyla ölçülen damla faktörünün serumum mililitre cinsinden hacmi ile çarpımının serumun akması için saat cinsinden gereken

süre ile 60'ın çarpımına bölümüne eşittir. Zaten problemde damlama oranı formülü de $D = \frac{dh}{60s}$ olarak verilmişti.

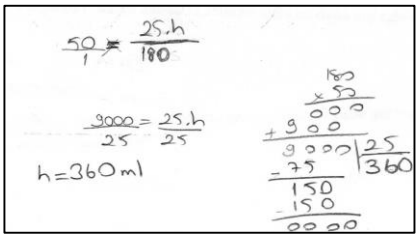
Görüşmeci: Bu problemi nasıl çözdün?

Emir: Serum bir dakikada 50 damlalık bir damlama oranına sahipmiş yani formülde D yerine 50 koydum. Problemde bize h yani serumun hacminin ne kadar mililitre olduğu verilmemişti. Bu nedenle formülde h' nin kaç ml olduğunu bilmediğim için formülde aynen yazdım. Bu serum için damla faktörü mililitre başına 25 damlaymış yani d de 25 miş. Bu serum hastaya 3 saatte verilmesi gerekiyormuş, formülde s yerine 3 koydum. Formülde h'yi bilmediğim için paya 25h yazdım, payda da 60 çarpı 3 ten 180 oluyor. Yani formül $50 = \frac{25h}{180}$ oluyor. Çapraz çarpım yaptım. 9000 25h'ye eşit oldu. h'nin tek kalmasını sağlamak için de her iki tarafı 25'e böldüm. h = 360 ml. Yani serumun hacmi 360 mililitredir.

…

Görüşmeci: Problemi anlatır mısın?

Anıl: Hemşirelerin serumun hacmi olan h'yi, damlama oranı D'den yani problemde verilen formülü kullanarak hesaplamaları gerekmekteymiş. D'yi de problemde verilen formül kullanarak yani $D = \frac{dh}{60s}$ eşitliğini kullanarak hesaplanabiliyormuş. Bir dakikada 50 damlalık bir damlama oranına, yani bu D'nin 50 olduğunu gösterir. Ve bir serumun hastaya 3 saatte verilmesi gerekmekteymiş. Bu da s'nin 3 olmasını gösterir. Bu serum için damla faktörü yani d mililitre başına 25 damladır. Serumun hacmi kaç mililitre olduğu sorulmuş. Yani h'nin kaç mililitre olduğu isteniyor…(Tekrar anlatıyor). Bu durumda büyük D 50 damlalık bir damlama oranı, serumun akma süresi yani s 3 saat olarak verilmiş. Bu serum için damlama faktörü yani d 25 verilmiş. h'ı bilmiyoruz ve bulmamız istenmiş. Problemde verilenleri formüle yerleştirirsek (yazıyor), $50 = \frac{25h}{60.3}$… (Tekrar anlatıyor)…Bu formülde D yani bir dakikada düşen damla oranını göstermekte olup 50'dir.. d, yani bir mililitredeki (ml) damla sayısıyla ölçülen damla faktörünü 25 damladır. 3 de s yani serumun akması için geçen süredir. Problemde verilen sayıları formülde yerine koydum. İşlemleri yaptım $h = \frac{9000}{25}$ oldu. Ben 9000'i 25'e bölmedim. Payı ve paydayı 40 ile çarptım işlem kolaylığı sağlamak için $h = \frac{360000}{1000}$ =360 ml buldum. h'ı 360 ml bulmuş oldum…



Görsel 3.92. *Damlama Oranını İkinci Alt Problemine İlişkin Figen'in Çözümü*

Bisikletler probleminin ilk sorusunu güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu katılımcılar problem bağlamındaki tablo temsili üzerinden bisikletlerin tekerinin tur sayısı ve kat ettikleri

mesafeler arasında ilişkiyi kurma sürecinde fonksiyonel ilişkiden yararlanmışlar ve çözüme ulaşmışlardır. Bu öğrencilerden birçoğu (Anıl, Duru, Mine ve Emir) bisikletlerin tekerinin tur sayısı ve kat ettikleri mesafeler arasındaki ilişkiyi kural ile temsil ederek çözüm yaptıkları ortaya çıkmıştır

Görüşmeci: Bu tablodan ne anladın?

Duru: Peter'ın bisikletlerinin tekerleri bir tam tur dönüş yaptığında 96 cm, 2 bir tam tur dönüş yaptığında 192 cm, 3 tam tur dönüş yaptığında 288 cm, 4 tam tur dönüş yaptığında 384 cm ve 5 tam tur dönüş yaptığında 480 cm ve böyle ilerleyerek mesafe alıyormuş. Samantha'nın bisikletlerinin tekerleri bir tam tur dönüş yaptığında 160 cm, 2 bir tam tur dönüş yaptığında 320 cm, 3 tam tur dönüş yaptığında 480 cm, 4 tam tur dönüş yaptığında 640 cm ve 5 tam tur dönüş yaptığında 800 cm ve böyle ilerleyerek mesafe alıyormuş. Justin'in bisikletlerinin tekerleri ise bir tam tur dönüş yaptığında 190 cm, 2 bir tam tur dönüş yaptığında 380 cm, 3 tam tur dönüş yaptığında 570 cm, 4 tam tur dönüş yaptığında 760 cm ve 5 tam tur dönüş yaptığında 950 cm ve böyle ilerleyerek mesafe alıyormuş. Ben bu tabloya göre bisikletlerinin tekerlerinin aldığı mesafeler arasındaki farkı hesapladım ve bu bisikletlerin hep aynı miktarda artarak mesafe aldıklarını fark ettim. Samantha, Peter ve Justin'in bisikletleri tekerleklerinin tam tur dönüş yapmasına bağlı olarak aldığı mesafe artıyor. Örneğin Samanta'nın bisikletinin tekerleri 160 cm, 2 bir tam tur dönüş yaptığında 320 cm mesafe alarak devam etmiş. Tabloya göre Samantha'nın bisikletinin tekerleri her bir tam dönüş yaptığında 160 cm mesafe alıyor. Peter için bisikletinin tekerleri her bir tam dönüş yaptığında 96 cm ve Justin de 180 cm yol alır… Problemde Samantha'ın bisikleti 1280 cm mesafe aldığında bu bisikletin tekerleklerini kaç tur tam dönüş yaptığını bulmam gerekiyor.

Görüşmeci: Problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Duru: Samantha'nın bisikletlerinin tekerlerinin tam tur dönüş yaptığında aldığı mesafe bir örüntüyü temsil ediyor. Bu örüntü 160n = alınan mesafe (cm), harfle yazayım.. (160n = f yazıyor)

Görüşmeci: Bu yazdığın eşitlikte n neyi temsil ediyor?

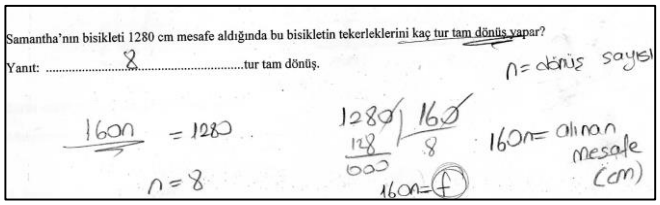
Duru: n tekerin dönüş sayısını temsil ediyor. 160n = 1280 yazdım. f yerine 1280 yazdım. Çünkü örüntüde f cm cinsinden alınan yoldur ve problemde Samantha'ın bisikleti 1280 cm mesafe aldığında bu bisikletin tekerleklerini kaç tur tam dönüş yaptığı sorulmuş. n = 8 buldum. Yani Çünkü Samantha'nın bisikleti 1280 cm mesafe aldığında bu bisikletin tekerlekleri 8 tam tur dönüş yapar…

…

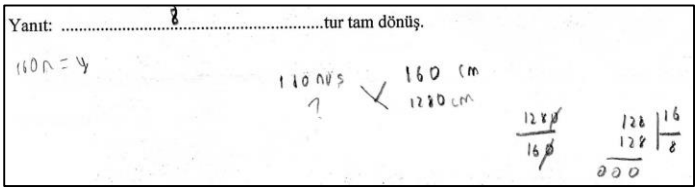
Sevgi: …Bu tabloda bu bisikletlerin tekerleklerinin dönüş sayısı ile aldıkları mesafe santimetre cinsinden anlatılmış. Mesela Samantha'nın bisikletinin tekeri bir dönüşte 96 cm almış ve bu katlanarak yol almaya devam etmiş. Bu problem çözmek için yine bir oran yapabiliriz.

Görüşmeci: Bu problemi çözmek için nasıl bir oran yaptın?

Sevgi: Samantha'nın bisikletinin tekeri 1 dönüşünde 160 cm yol almış, belirli bir dönüş yaptığında 1280 cm yol almış yani bu bisikletin aldığı mesafe 160 cm'in katı olarak ilerlemiş. Daha sonra Samantha'nın bisikletinin tekeri 1 dönüşünde 160 cm yol alırsa ? dönüşte 1280 cm yol alacağını gösteren orantı kurdum. Bu bir orantı olduğundan 1280 cm'i 160 cm'ye bölerim. Böylece Samantha'nın bisikletinin tekeri 8 tam tur dönüş yaptığında 1280 cm yol aldığını buldum…



Görsel 3.93. *Bisikletlerin İlk Alt Problemine İlişkin Duru'nun Çözümü*



Görsel 3.94. *Bisikletlerin İlk Alt Problemine İlişkin Sevgi'nin Çözümü*

Bisikletler probleminin ikinci sorusunda güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu katılımcılar problem bağlamındaki nicelikleri belirleyebilmiş ve nicelikler arası ilişikleri kurabilmişlerdir. Bu süreçte bu öğrencilerin genellikle oran ya da orantı kurma stratejisinden yararlanarak çözüme ulaşmışlar ve nicelikleri anlamlı kullanmışlardır.

Görüşmeci: Bu problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Duru: Bu bisiklet 960 m mesafe almış. 960 metre 96000 cm'ye eşittir. Bisikletin çevresi 96 cm'miş. Bu bisikletin tekerlerinin kaç tam tur dönüş yaptığını bulmak için 96000 cm'i 96 cm'ye böldüm ve tekerlerin 1000 tam tur dönüş yaptığını buldum. Bu bisiklet orta vitesle sürüldüğünde pedal 6 tam tur döndüğünde tekerlekler 5 tam tur dönüyormuş. Bu nedenle bisikletin pedalının kaç tam tur döndüğünü bulmak için orantı kurdum. Bu bisikletin pedalı 6 tam tur döndüğünde tekerlekler 5 tam tur dönüş yaparsa bu tekerler 1000 tam tur dönüş yaptığında pedalın kaç tam tur dönüş yapacağını gösteren orantı kurdum. Bu orantı ile ilgili işlemleri yaptım. X = 1200 yani bisikletin pedal dönüşünün sayısını 1200 buldum.

…

Görüşmeci: Nasıl bir yol izledin problemi çözerken?

Emir: Bu bisikletin kat ettiği yol 960 metreymiş. Bu bisikletin tekerinin çevresi 96 cmi metreye çevirince 0,96 cm oluyor. 960 m mesafede tekerleğin kaç kez döndüğünü bulmak için 960 metreyi 0,96 metreye böldüm ve 1000 buldum.

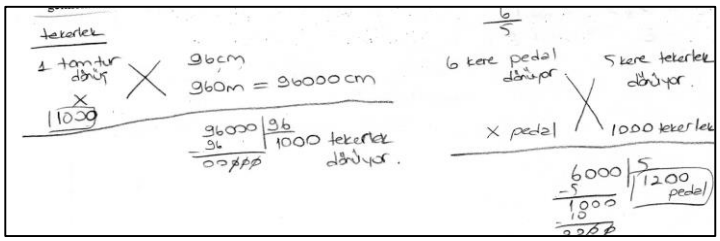
Görüşmeci: 1000 neyi temsil ediyor?

Emir: 1000 tam tur tekerleğin dönüşünü temsil ediyor.

Görüşmeci: Sonra ne yaptın?

Emir: Orta vites dişli oranı $\frac{6}{5}$ 'miş. Bu $\frac{6}{5}$ pedal dönüş sayısının tekerlek dönüş sayısına oranıymış. Bu orana göre 1000 tekerlek dönüşünün kaç pedal dönüşüne karşılık geldiğini)bulmaya

çalıştım. Yani 1000 tekerlek dönüşünde kaç kere pedalın döneceğini bulmaya çalıştım Bu nedenle 1000'i 5 böldüm 200 çıktı. 200 ile de 6'yı çarptım. 1200 çıktı. Peter'in 1200 tam tur pedal çevirdiğini buldum.



Görsel 3.95. *Bisikletlerin İkinci Alt Problemine İlişkin Figen'in Çözümü*

3.13. Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerle Yapılan Son Bilgi Edinme Görüşmesi Bulguları

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler (Anıl, Duru, Mine, Sevgi, Figen ve Emir) klinik görüşmelerde PISA kapsamında çözdükleri problemleri matematiksel muhakeme yapmayı gerektiren kolay, günlük hayattan, eğlenceli, bilgilendirici, öğretici, faydalı, matematiğin önemini ve her yerde olduğunu gösterdiğine inanmaktadırlar. Ayrıca Anıl PISA problemlerinde Türkiye ile ilgili bilgiler yerine başka ülkeler ile ilgili bilgiler verilmesini garip bulmuştur.

Anıl: …Ban bu problemleri biraz garip geldi. Bunları tuhaf buluyorum.

Görüşmeci: Neden?

Anıl: Çünkü Türkiye'den birinin Japonya'daki Fuji dağına çıkması ilginç. Neden Tolga Fuji dağı yerine ülkemizdeki Uludağ ya da Ilgaz dağına çıkmıyor. Niye o kadar uzak bir ülkeye gidiyor. Biraz garip bence bu problemler. Yani Türk ismi ile Japonya Fuji dağının problemde bir arada kullanılması biraz garip ve alakasız geldi bana. Ama olanaksız bir şey değil. Japonya ve Fuji dağı yabancı isim, Tolga türk ismi, üçünün yan yana kullanılması bana garip geldi ama olanaksız bir şey değil. Bu problemler çok fazla yabancı isim içeriyor. Örneğin zaman problemi Mark, Hans, Almanya, Sidney ve Greenwich falan ile ilgili hiç Türkiye ile ilgili bir şey yok problemde. Çok tuhaf bence…

Duru: … Çözdüğümüz problemlerin hepsi günlük hayat problemidir. Örneğin dünya saat çizelgesi probleminde farklı ülkelerin arasındaki zaman farkını öğrendim. Bu problemleri çözmek eğlenceliydi ve bu problemleri çözmeyi sevdim.

Sevgi: Zor değil aslında bu problemler çünkü bu problemlerin mantığını kavradığımızda çözülebilmektedir. Yani problemlerin mantığını kavramaktan kastım; probleme nereden başlamamız ve nasıl ilişki kurmamız gerekiyor ve verilenlerin birimlerine de dikkat etmek lazım. Bu nedenle bu problemler biraz daha dikkatli çözmek gerektiriyor, iyi anlamak ve problemleri iyi kavramak gerektiriyor. Bu problemler günlük yaşamda hepimizin yaptığı işleri anlatıyor. Bisikletlerin aldığı mesafe, hastanelerde serum kullanma, adım ölçme günlük hayatta hep yapılan ve karşılaşılan durumlardır.

Figen: Bu problemleri çözebilmek için daha iyi düşünmek gerekiyor. Bu problemleri anlamak biraz zor çünkü problemdeki ilişkiler biraz karışık olduğu için problemi iyi anlamak ve düşünmek zorundasın. Ama aslında bu problemleri çözmek hoşuma gitti. Çünkü bu problemleri ileride bana lazım olacak ve sonuçta her problemde yeni bilgiler öğreniyorum.

Diğer öğrencilerden farklı olarak güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler PISA problemlerini okul matematiğindeki problemler ile karşılaştırmışlardır. Bu öğrenciler bu problemlerin düşünme odaklı olduğu için kural ya da işlem odaklı yaklaşımları kullanmaya gerek kalmadığını düşünmektedirler. Bu öğrencilere göre bu problemlerin doğasında iyi bir şekilde muhakeme yapma var olup problemi iyi şekilde anlamak gerekmektedir. Bu anlamda güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler diğer öğrencilere göre PISA problemlerinin amacını ve neye hizmet ettiğini anlamlı bir şekilde değerlendirebilmişlerdir.

Emir: Bu problemler basitti?

Görüşmeci: Neden basitti bu problemler?

Emir: Çünkü bu problemler sadece formülleri ezberlemeden ve (hangi) işlemleri kullanacağımızı bilmeden, mantık yürüterek basit bir yolla çözülebiliyor. Çünkü bu problemler sadece formül kullanarak ya da önceden hangi işlemi yapacağımızı bilmeden, yani mantık yürüterek, bir düşünce üzerinden basit bir yolla çözülebiliyor. Şunu söylemek istiyorum: Bu problemler çözülebilmesi için ilahi tek bir formül üzerinden uzun işlem kullanılmasını gerektirmiyor. Bu problemler mantık yürüterek, düşünce yürüterek, düşünerek kısa işlem yapılarak çözülebildiği için bana basit geldi. Bu problemler ezbere formül kullanmayı gerektirmeden, işlem kalabalığı olmadan sadece mantık yürüterek, düşünerek, problemi inceleyerek çözülebildiği için bu problemleri basit buldum…

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi öğretim bölümlerinin eğlenceli, günlük hayattan, düşünme odaklı, açıklama ve yorumlama yapmayı sağlayan bir tartışma ortamı olduğunu ve bu ortamda çözülen problemlerin yeni bilgiler öğrettiğini söylemişlerdir. Bu problemler ile bu öğrenciler matematiğin günlük hayatta ne kadar önemli olduğunu gördüklerini ifade etmişlerdir.

Anıl: Derslerde çözdüğümüz problemlerin hepsini enine boyuna her yönden ayrıntılı bir şekilde anlamaya çalıştık. Biz problem çözerken problemde neler verildiğini ayrıntılı bir biçimde inceledik. Problemde ne istendiği ve ne birimi cinsinden istendiği yani çevirmenin gerekli olup olmadığına dikkat ettik. Problemdeki veriler arasında ilişki ve istenenle ilişki kurmaya dikkat ettik. En çok problemi anlamaya odaklandık, çözüm kendiliğinden geldi…

…

Mine: Sizin yaptığınız dersler bana iyi geldi. Benim için bu dersler değişiklik, eğlenceli ve güzel oldu.

Görüşmeci: Ne açıdan güzel oldu?

Mine: Yeni şeyler öğrendik ve böyle bir projeye dâhil olmak çok güzeldi.

Görüşmeci: Ne anlatmak istiyorsun?

Mine: Problemleri tartışmak ve ayrıntılı şekilde incelemek güzel oluyor. Hiç duymadığım şeylerle ilgili problem çözmek hem benim bilgimi artırdı, hem de birçok yeni şeyler öğrenmemi sağladı. Vücut kitle indeksi, Egrang oyunu hem bilgilendirici, hem de eğlenceliydi. Hiç duymadığım şeyler bu problemlerde matematikle ilişkilendirilmişti. Matematiğinin çok önemli bir ders olduğunu biliyordum ama her şeyde matematik varmış. Günlük hayatta matematiğin olmadığı yer yokmuş neredeyse…

Bu katılımcılardan hepsi önceden hız problemlerini çözmede güçlük yaşadıklarını söylemişlerdir. Bu öğrenciler hız problemlerini çözememelerinin nedenini okuldaki işlem ve kural odaklı matematik öğretimi ile ilişkilendirmişlerdir. Öğretim bölümleri ile bu öğrenciler bir nesnenin hızını ve hız-mesafe-zaman formülünü anlamlandırabildikleri için hız problemlerini artık anlayarak çözebildiklerini ifade etmişlerdir.

Sevgi: Bence derslerde hız problemlerini çözmemiz çok iyi oldu. Çünkü ben hız problemlerini çözemiyordum. Hız problemleri formüllerini de bir türlü ezberleyemiyordum. Ama siz, bize hız problemlerini çözerken ayrıntılı bir şekilde problemleri yorumlamamızı ve analiz ederek çözmeye yönlendirdiniz. Ayrıca biz sınıfta hepimiz ayrı ayrı bir nesnenin hızını tanımladık. 6. Sınıfta fen dersinde de hız konusunu işlemiştik ama ben hiç anlamamıştım. Şimdi bu projeden sonra her zaman hız problemlerini rahatlıkla çözebileceğimi ve bu konuda çözemeyeceğim problem olmayacağını düşünüyorum. Çünkü bir nesnenin hızının ne olduğu ve nelerle ilgili olduğunu ayrıntılı bir biçimde biliyorum artık. Bir zahmette artık hız ile ilgili eksiğim kalmasın. Çünkü bu derslerde her bir problemi çok ayrıntılı bir şekilde çözdük. Her bir problemi çözerken problemi birbirimize anlattık, problemler ilgili yorum yaptık, problemdeki verilenlerin her birini ayrı ayrı betimledik, birbirleriyle ilişkisini inceledik, problemi çözebilmek için verilenleri nasıl kullanacağımızı tartıştık. Yani bu derslerdeki problemleri hemen çözmeye başlamadık hemen problem durumunu üstün körü geçmedik. Bu problemlerin hepsini anlayarak çözdük, problemlerin durumunu ve problemle ilgili her şeyi anladığımız için kalıcı öğrenme oldu bu derslerde.

Görüşmeci: Neden eskiden hız problemlerini çözmede güçlük çekiyordun?

Sevgi: Çünkü hızın ne olduğunu doğru dürüst bilmiyordum. Hızla ilgili formüllerin ne anlama geldiğini ve nasıl kullanıldığını bilmiyorum. Hız formüllerini ezberlesem de nasıl kullanılacağı konusunda mantık yürütemiyordum. Önceden öğrendiğim hız eşittir yol bölü zaman formülü okulda direkt hiç yorum yapmadan verilmişti. Ama sizin derslerinizde bir nesnenin hızının ne olduğunu hızın formülünün nasıl yazılması gerektiğini birlikte yorumladık ve hız ile ilgili yorum yaparak hız formülünü değerlendirdik. Doğal olarak her bir problemi ve her formülü analiz ediyoruz, yorum yapıyoruz ve ilişki kurmaya çalışıyoruz. Bu nedenle bu tarz yolla matematiği kalıcı öğrendiğimizi düşünüyorum. Bir nesnenin hızı yol bölü zaman değil birim zamanda alınan yoldur…

Bu öğrencilerin hepsi okuldaki matematik öğrenme ortamı ile öğretim bölümlerindeki öğrenme ortamını karşılaştırmışlardır. Bu katılımcılar da orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi okuldaki öğrenme ortamında çözdükleri problemlerin düşünmek yerine sadece ezbere yaklaşımları kullanmaya ittiğini,

kalıcı öğrenme olmadığını söylemişlerdir. Bu öğrenciler bu problemleri işe yaramayan ve günlük hayatla ilgili bulmamışlardır. Ayrıca bu katılımcılar okuldaki matematik öğrenme ortamında sadece problemin çözümünü bulduklarını hiç gerekçe sunmadıklarını dile getirmişlerdir. Bu nedenle bu öğrenciler de diğer öğrenciler gibi okulda tartışma ortamı içerisinde günlük hayat problemi çözmek istemişlerdir.

Duru: … Bence matematik sizin proje kapsamında işlediğiniz dersler gibi öğretilmelidir. Okulda matematik öğretmenimiz tahtaya çıkıyor ve direkt formül ve kurallar yazıyor ve bunları ezberlememiz gerektiği söylüyor. Ben de gece geç saatlere kadar ders çalışıyorum kural ve formül ezberliyorum. Sadece bu tarz öğrenme, sınavlarda başarılı olmamı sağlıyor sınavlar bitince zaten öğrendiğimiz formül ve bilgileri unutuyoruz. Yani bence sizinle işlediğimiz derslerdeki gibi uygulamaya yönelik günlük hayat problemi çözmeliyiz, çünkü bu problemler matematiğin işe yarar olduğu düşüncesi uyandırıyor. Bu derslerde hep uygulama yaptık, öğrenmeye yönelik problem çözdük, hiç ezber yapmadık. Biz her problemi anlayarak çözdük. Hep öğrenmeye yönelik çalışmalar yaptık siz hiç formül ezberlememizi istemediniz. Ben başarılı bir öğrenci olmama rağmen ve birçok problemi çözebildiğim halde sadece çözümü buluyormuşum. Önceden problemlerin çözümünü nasıl bulduğunu anlatamıyordum. Problemlerin çözümüne ilişkin neden de sunamıyordum. Çünkü okuldaki matematik derslerinde sadece problemlerin çözümüne ulaşmaya çalışıyoruz. Tartışma yok, yorum yok sadece çözüm. Çok yetersiz bir öğretim bence. Okulda da sizin öğrettiğiniz gibi günlük hayat problemlerini ayrıntılı ve tartışma yaparak çözmeliyiz…

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler matematiksel bir problem çözerken çözüme ulaşmak için problemi anlamlandırmanın çok önemli olduğu belirtmişlerdir. Bu öğrenciler bu süreçte problemin çözümü ile ilgili verilenleri belirlemek gerektiğini problem stratejisini seçmeden önce problem bağlamındaki niceliklere, nicelikler arası ilişkilere ve niceliklerin birimlerine odaklanmak ve bunlarla ilgili muhakeme yapmak gerektiğini anlatmışlardır. Bu katılımcılar problemi çözmek için işlem yapmak yerine problemdeki niceliklere ve yapılan işlem ve kullanılan kuralların anlamına odaklanılması gerektiğini savunmuşlardır. Ayrıca Emir problem çözmeden önce bireyin probleme çözebileceğini inanmasının önemli olduğunu söylemiştir.

Görüşmeci: Herhangi bir problemi nasıl çözülmelidir?

Anıl: İlk önce problemde neler verildiğini ve ne istendiğini anlamamız gerekir. Sonra da verilen tüm bilgileri kullanarak nasıl çözebileceğimize dair tahminlerde bulunmak o problemi hangi yollarla çözebileceğimize dair mantık yürütmek ve düşünmek, en son da problemdeki verilenlerle ilgili yürüttüğüm mantık üzerinden işlem yaparak problemi çözmek gerekir…

Mine: İlk önce problemdeki verilen bilgilere odaklanmak gerekir. Problemdeki verilen bilgilerden hangilerinin problemin çözümü ile ilgili olduğuna odaklanılması gerekir. Bana göre önemli olan problemi anlamak problemi anladıktan sonra işlem yapmak ve çözüme ulaşmak çok kolay. Problemi anlamazsan çözemezsin… Bence problem çözerken en çok problemi anlamaya odaklanılmalı. Problemi

anlamak için problemdeki verilenlerin her birini tek tek, birlikte ve istenenle ilişkisini yorumlanmalıdır. Bence problem çözerken ezbere öğrenme yapmamalıyız. Ezbere formülleri ve kuralları kullanmamalıyız. Hemen işlem yapmak yerine problemi anlamaya ve yorumlaya çalışmalıyız, kısaca problemdeki sayılara ve işlemlere değil problemdeki verilenlere ayrıntılı bir biçimde düşünerek odaklanmalı ve yorumlamalıdır.

Emir: İlk önce problemi çözebileceğine inanmak lazım. Moral çok önemli. Ben bu problemi çözebilirim diye düşünmek gerekir. Daha sonra karşısına bir problem geldiği zaman soruyu dikkatlice okumalı, anlamasa bile iki üç defa okumalı, daha sonra problemden bilgi çıkartılması gerekiyor.

Görüşmeci:Nasıl bir bilgi çıkartılması gerekiyor?

Emir: Verilen bilgileri ayırt etmek gerekiyor. Matematikten örnek vereyim. Mesela problemdeki bir sayı ne ile ilgili, bunu ayırt etmek gerekir. Yani problemdeki sayılara değil problemdeki sayıların ne ile temsil edildiğini ayırt etmeye çalışılmalıdır. Daha sonra da probleme bakarak bizden istenen şeyi çözebilir bence.

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler öğretim deneyi sürecinde hem matematik başarılarının ve matematiksel düşünmelerinin geliştiğini hem de çok iyi bir problem çözücü olduklarına inanmaktadırlar. Ayrıca bu öğrencilerin hepsi matematik öğrenme ve problem çözmenin doğası hakkında bilinçlendiklerini ve farkındalık kazandıklarını dile getirmişlerdir. Bu katılımcılar öğretim deneyi sürecinde çözdükleri problemlerin ve öğrenme ortamının eğlenceli, günlük hayattan olması nedeniyle matematiği daha çok sevdiklerini ve takdir ettikleri anlatmışlardır.

Görüşmeci: Bu projeyi nasıl değerlendirirsin?

Duru: Bu proje bana çok şey kattı. Neler katmadı ki, konuşma yorum yapma becerim bile gelişti. Matematiksel zekâm ve mantığım çok gelişti. Matematiği nasıl öğrenmem gerektiğini anladım. Bilinçlendim. Ben çalışkan bir öğrenci olmama rağmen okulda matematik öğrenirken bir bıkkınlık yaşıyorum. Ama sizinle matematik derslerinde öğrenme isteğim arttı, çok zevk aldım ve eğlendim. Problemlerin hepsini anlayarak çözdük. Normalde problem türlerine göre kullanacağım formülü ya da yapacağım işlemi ezberliyordum. Ama problemleri ayrıntılı bir şekilde anlayarak çözünce hangi işlemi yapmam ya da formül kullanmayı ezberlememe gerek kalmadı. Sizin derslerinizde ve bu görüşmelerde her problem hakkında ayrıntılı bir şekilde yorum yaptım, yaptığım işlemlerin nedenini açıkladım, mantık yürüttüm. İlk başlarda siz "neden" sorusu sorunca donup kalıyordum ve şaşırıyordum ama şimdi yorum yapabiliyorum ve neden açıklayabiliyorum…

Sevgi: TEOG'da ve okuldaki matematik derslerinde denklemler, doğrusal denklemler ve eğim konuları yer alıyor. Sizin proje kapsamında yürüttüğünüz derslerde çözdüğümüz problemler denklemler, doğrusal denklemler ve eğim ile ilgiliydi. Bu derslerde çözdüğümüz problemler okuldaki çözdüklerimize göre çok farklıydı. Bu problemler hem günlük hayattan hem de düşünme gerektiren problemlerdi. Derste çözdüğümüz her problemi ayrıntılı bir biçimde inceledik ve tartıştık. Bu problemler mantık yürütmek gerektirdiği için bu problemleri derslerde hep birlikte çözdükçe zihnim açıldı ve daha iyi matematiği yapmaya başladım. Daha iyi matematiksel mantık geliştiriyorum ve daha iyi matematiksel düşünüyorum. Bu derslerde hem çok eğlendim, hiç sıkılmadım hem de çok öğrendim. Yani en çok da bu

dersler matematiksel mantığın nasıl yürütülmesi ve nasıl problem çözmem gerektiği konusunda beni bilinçlendirdi…

Emir: Problemleri daha iyi anlamamı ve daha iyi mantık yürütmemi ve problemleri daha hızlı ve daha kısa, kolay yoldan problemi çözmemi sağladı. Bu proje ile matematiği daha iyi yapabildiğimi düşünüyorum. Matematik sevdiğim bir dersti. Bu proje matematiği daha çok sevmemi sağladı. Çünkü bu derslerin eğlenceli olması derslerde çözdüğümüz problemlerin eğlenceli olmasıdır; bu problemleri hem düşünerek, hem de uzun işlemler ve formüller olmadan basit işlemler ile çözülmesi, bıkmamamı ve matematiği biraz daha sevmemi sağladı. Bu problemler matematiğin çok faydalı bir ders olduğunun da kanıtıdır…

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın bulgularına dayalı olarak ulaşılan sonuçlara, bu sonuçların alanyazında yer alan ilgili çalışmalar ile tartışılmasına ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

4.1. Sonuçlar

4.1.1. Ön klinik görüşme sürecinin sonuçları ve yorumları

4.1.1.1. *Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci*

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin problem çözme sürecindeki eylemleri genellikle şu şekildedir: Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler problem bağlamındaki durumu anlamak yerine problemi çözmek için birden anlamsız işlemler ya da hesaplamalar yaptıkları ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri belirlemek ve yorumlamak yerine problem bağlamındaki sayılara odaklanmışlar ya da çözdükleri problemle ilgili olduğunu varsaydıkları problemleri hatırlamaya çalışmışlardır. Bu katılımcıların nicelikleri yazılı ve sözlü olarak ifade etme biçimi ise eksik ya da anlamsızdır. Bu öğrenciler problem çözme süreci boyunca nicelikleri bir nesne ve bir nesnenin ölçülebilen özelliği ile birlikte ele almak yerine sadece sayısal değeriyle isimlendirmişlerdir. Bu öğrenciler sadece problemdeki sayılara odaklandıkları için niceliklerin ölçülebilen özellikleri ve birimlerini göz ardı etmişlerdir. Bu nedenle bu öğrenciler problem bağlamındaki niceliklere belirlemeye odaklanmamakta ve nicelikleri uygun bir şekilde yorumlayamamaktadırlar. Aynı zamanda bu öğrenciler problemdeki nicelikler arası ilişki kurma ya da niceliklerin değişiminin belirlenmesi açısından çözüm planı yapmak yerine genellikle problemleri çözmek için ezbere ve anlamsız kural, formül ve prosedürleri geri çağırma, anahtar kelime arama, anlamsız hesaplama ya da işlem yapma gibi sayı, işlem ve kural odaklı stratejileri kullanmaya çalıştıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca bu öğrencilerin çoğu araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle orantı kurma ve parça-bütün ilişkini kullanma stratejisini ele almışlardır. Bu öğrencilerin hiçbirisi problem çözme sürecinde nicelikler ve nicelikler arası ilişkilerin cebirsel temsilini yorumlayamadıkları için cebirsel

stratejileri kullanamamışlardır. Bu katılımcılar sadece problemleri aritmetiksel stratejiler ile çözmeye çalışmışlardır. Bu katılımcılardan çoğu (sos probleminde üç öğrenci [%50], döviz kuru ikinci problemi dört öğrenci [%67]) özel bir niceliksel muhakeme becerisi olarak ele alınan orantısal muhakeme yapmada da güçlük yaşamışlardır. Örneğin, bu öğrencilerden üçü [%50] nicelikleri çarpımsal olarak karşılaştırmada ve çarpım, oran gibi çarpımsal nicelikleri belirlemede, kullanma ve yorumlamada zorlanmışlardır. Niceliklerin değişimi ile ilgili olan problemleri bu öğrencilerin hepsi [%100] yinelemeli (recursive) yaklaşım ile çözdükleri için problem bağlamındaki niceliklerin değişimini koordine edememişler ve dolayısıyla örüntülerin genel kuralını hem yazılı hem de sözlü olarak ifade edememişlerdir. Bu öğrenciler niceliklerin değişimi koordine edemediklerinden dolayı bir niceliğin ya da nicelikler arası ilişkinin temsilini anlamlandıramamışlar ve yorumlayamamışlardır. Bu katılımcılar problemdeki değişkenler belirleme ve değişkenler arasındaki bağımlılık ilişkisine odaklanmak yerine sadece bağımlı değişkenin artış miktarını odaklanarak örüntü genellemeye çalışmışlardır. Bu süreçte öğrenciler sadece yinelemeli muhakemeyi kullanmış olup fonksiyonel muhakeme, kovaryasyonel muhakeme ve eşleme (ilişkisel) muhakemeyi kullanmamışlardır. Bu öğrencilerin problemdeki niceliklerin değişimini koordine etmedeki güçlüklerinin ana nedeni problemdeki değişen nicelikleri belirleyememeleri ve niceliklerin birbirlerine göre değişimlerini analiz etmemeleri ile ilişkilendirilebilir. Bu nedenle bu öğrencilerin niceliksel koordinasyon eksikliğine sahip oldukları ve niceliklerin değişimini koordine etmede güçlük yaşadıkları düşünülmektedir (Koichu, Harel ve Manaster, 2013, s. 690).

Niceliksel muhakeme becerisinin önemli bileşenlerinden biri hesaplama akıcılığı becerisidir (Harel, 2013, s. 441). Bu beceri ise bağlamından ayrı ele alma ve bağlamında ele alma olarak adlandırılan iki alt beceriden oluşmaktadır. Zayıf niceliksel muhakeme becerisine sahip olduğu düşünülen öğrenciler hesaplama akıcılığı becerisini kullanmada zorluk yaşamışlardır. Çünkü bu katılımcılar niceliksel anlam açısından hesaplamalar yapmak yerine problem bağlamındaki nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri göz ardı ederek sayılarak odaklanarak hesaplamalar yapmışlardır. Ayrıca bu öğrenciler nicelikler ile ilişkili sembolleri ve cebirsel ifadeleri anlamsız bir şekilde yorumlamışlar, problemin amacı ile ilişkilendirememişler, cebirsel manipülasyon ve denklem çözme stratejilerini kullanamamışlardır. Öğrenciler problemdeki matematiksel sembolleri problem bağlamındaki niceliksel, ilişkisel ve cebirsel anlamından bağımsız olarak uygun

olmayan anlamsız bir şekilde ele aldıkları görülmüştür. Örneğin bu öğrencilerin birçoğu (Gökalp, İpek, Alara, Bengü ve Alp; [%83]) cebirsel bir eşitliğin problem bağlamında anlamını yorumlamak yerine sayıların büyüklüklerini karşılaştırarak yorum yapmaya çalışmışlardır. Bu öğrencilerin kurdukları orantı formu da niceliksel anlam açısından uygun değildir. Bu katılımcılar genellikle problem bağlamıyla ilişkisi olmaksızın anlamsız hesaplamalar yapmışlar, hesapladıkları değeri sayılar ve sayısal işlemler açısından açıklamışlardır. Hesaplanan değerin problem bağlamındaki hangi nicelikle ilişkili olduğunu belirtmedikleri gibi bu değerin nesnesi ve ölçülebilen özelliği ya da birimini de çözümde göstermemişlerdir. Bu nedenle bu katılımcıların hem bağlamından ayrı ele alma becerisi hem de bağlamında ele alma becerisi ile ilgili güçlük çektikleri düşünülmektedir.

Bu öğrencilerin hiçbirisi [%0] çözümün doğruluğunu gösterme ihtiyacı duymamışlardır. Ancak Görüşmecinin yönlendirmesi ile çözümün doğruluğu konusunda gerekçe sunmuşlardır. Bu katılımcılar çözümün doğruluğunu kontrol ederken görsel bakış açısına dayalı muhakeme yapma, problem bağlamından bağımsız önerdiği sıradan/basmakalıp düşünceler ile muhakemeler yapma, otoriteye dayalı muhakeme yapma ya da sayıların estetik değerine ve büyüklüğüne odaklanma ile gerekçe sundukları ortaya çıkmıştır. Ayrıca bu öğrenciler genellikle problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkileri ve niceliklerin değişimini referans göstermeden problem bağlamından bağımsız olarak niceliksel ve matematiksel olmayan muhakemeler yaparak gerekçe sunmuşlardır. Bu katılımcılar çok nadir de olsa bazen sıradan/basmakalıp düşünceler ile muhakemeler yaparak sundukları gerekçeleri özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleyerek desteklemeye çalışmışlardır.

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen bu öğrencilerden sadece ikisi [%33] nicelikler arası ilişkilerin açıkça verildiği problemleri yönlendirmesiz çözebilirken diğer katılımcılar [%66] Görüşmecinin yönlendirmesi ile problem durumlarını yorumlayabilmiş ve çözebilmişlerdir. Alp haricinde bu öğrencilerin hepsi nicelikler arası ilişkilerin temsille gösterildiği problemlerin çoğunu (örn. yinelemeli yaklaşımla tablo doldurma ve basamak modelini tamamlama, sos problemi) çözebilmelerine rağmen onlar cebirsel strateji kullanma, nicelikler arası ilişki kurulması ya da niceliklerin değişimini referans göstererek gerekçe sunulmasını gerektiren problemlerin hiçbirini çözememişlerdir. Ayrıca bu öğrencilerin hiçbirisi örüntü problemlerdeki genel kuralı yazılı ve sözlü bir biçimde ifade edememişlerdir.

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansları, matematik okuryazarlıkları bileşenlerine göre analiz edilmiştir. Matematik okuryazarlığının temel iki becerisi bulunmaktadır. Bunlar problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme etme ile matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirmeden oluşmaktadır. Problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme etme becerisi becerisinde ise problem çözme ve kurma, sembollerin işlemlerin ve formal dilin kullanımı, temsil, iletişim ve muhakeme etme alt becerileri kullanılmaktadır. Matematik okuryazarlığı açısından zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler, genellikle problem bağlamına uygun strateji seçemedikleri için problem çözme ve kurma becerisinde güçlük yaşamışlardır. Bu öğrenciler problem tiplerine göre problemi yorumlamadan kural, formül, prosedürlere odaklandıkları için anlamsız hesaplamalar yaparak problemleri çözmeye çalışmışlar ve dolayısıyla çoğu problemi çözememişlerdir. Bu öğrenciler nicelikler ile ilişkili sembolleri ve cebirsel ifadeleri anlamsız bir şekilde yorumlamışlar, problemin amacı ile ilişkilendirememişler, cebirsel manipülasyon ve denklem çözme stratejilerini kullanamamışlardır. Öğrenciler problemdeki matematiksel sembolleri uygun niceliksel, cebirsel ve ilişkisel anlamından bağımsız olarak almışlardır. Bu katılımcılar matematiksel eşitlikleri ve nicelikleri de niceliksel anlam açısından eksik kullanmışlardır. Aynı zamanda bu öğrenciler cebirsel stratejileri kullanamadıklarını, cebirsel sembol ve ifadeleri anlamadıklarını belirtmeleri nedeniyle sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanımında da güçlük yaşamışlardır. Bu öğrenciler farklı temsiller arasındaki karşılıklı ilişkiyi belirleyememiş ve yorumlayamamışlardır. Farklı formdaki temsilleri durum ve amacına göre seçme ve birinden diğerine de geçmede zorlanmışlar ve bunu başaramamışlardır. Bu nedenle bu öğrencilerin cebirsel muhakemede yaşadıkları güçlüklerin temsil becerisini kullanmalarını da engellediği düşünülmüştür. Bu katılımcılar genellikle problem bağlamında nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri belirlemek yerine hesaplama yapmaya odaklandıkları için problem bağlamındaki durumu anlamlandıramamışlardır. Bu öğrencilerden bazıları ise problem bağlamındaki durumu algılayamamış, problemde ne istenildiğini yorumlamada güçlük çekmişlerdir. Bu katılımcılar nicelikleri ifade etme biçimi ise eksik ya da anlamsızdır. Bu öğrenciler problem çözme süreci boyunca nicelikleri bir nesne ve bir nesnenin ölçülebilen özelliği

ile birlikte isimlendirmek yerine sadece sayısal değeri ile isimlendirmişlerdir. Bu öğrenciler sadece problemdeki sayılara odaklandıkları için niceliklerin ölçülebilen özellikleri ve birimlerini göz ardı etmişlerdir. Bu nedenle öğrencilerin yazılı ve sözlü ifadeleri incelendiğinden matematiksel anlam açısından eksik hatta anlamsız olduğu görülmüştür. Öğrencilerin özellikle iletişim becerisi ile ilgili güçlük yaşadığı düşünülmüştür. Bu öğrenciler matematiksel muhakeme yapma sürecinde de sıkıntı çektikleri düşünülmüştür. Çünkü bu katılımcılar niceliksel muhakeme yerine referensal olmayan sembolik muhakeme, alışılagelmiş muhakeme yapmışlardır. Bu katılımcılar fonksiyonel muhakeme yerine yinelemeli (recursive) muhakemeyi kullanmışlardır. Bu öğrenciler sadece yinelemeli muhakemeyi kullanmış olup fonksiyonel muhakeme, kovaryasyonel muhakeme ve eşleme (ilişkisel) muhakemeyi kullanmamışlardır. Bu katılımcılar problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkiyi kurmada ya da niceliklerin değişimi analiz edemedikleri için niceliksel muhakemenin özel bileşeni olan orantısal muhakeme yapmada da güçlük yaşamışlardır. Bu nedenle bu öğrencilerin farklı muhakeme biçimlerini kullanamadıkları söylenebilir.

Matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme becerisinde ise muhakeme yapma, argüman oluşturma ve iletişim alt becerileri kullanılmaktadır. Bu öğrencilerin problem çözme süreci boyunca çözümün doğruluğunu kontrol ederken görsel bakış açısına dayalı muhakeme, problem bağlamında önerdiği sıradan/basmakalıp düşünceler ile muhakemeler yapma, otoriteye dayalı muhakeme yaptıkları ya da sayıların estetik değerine ve büyüklüğüne odaklanarak gerekçe sundukları ortaya çıkmıştır. Bu nedenle bu öğrencilerin matematiksel muhakeme yaparak sezgisel süreçte matematiksel argüman oluşturamadığı ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler argümantasyon yapmada güçlük çekmekten ziyade argüman oluşturamadıkları görülmüştür. Aynı zamanda bu katılımcılar matematiksel çözümü problem bağlamında yorumlamamış ve değerlendirmemişlerdir. Bu öğrenciler çözümlerini de gerçek dünyada tekrar yorumlamak yerine sayılar ve sayısal işlemler açısından ele almışlardır. Bütün bu nedenlerden dolayı bu öğrencilerin matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme becerisinde farkındalıkları olmadığı gibi bu beceriyi kullanmada önemli güçlükler yaşadığı düşünülmüştür. Bu öğrencilerden ikisi [%33] yönlendirme olmaksızın yönlendirme ile matematik okuryazarlığı kapsamındaki seviye 4'e kadar olan problemleri çözebilmişlerdir. Diğer öğrenciler [%67] ise seviye 1, seviye 2 ya da seviye 3'teki problemleri çözememişlerdir.

4.1.1.2. *Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci*

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin problem çözme sürecindeki eylemleri genellikle şu şekilde betimlenebilir: Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri açıklamak/betimlemek için çok az zaman ayırdığı ve problemin çözümüne ilişkin kullanacağı stratejiyi seçmeye ya da kullanmaya çalıştığı ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri yorumlamak yerine problem bağlamındaki sayılara odaklandıkları görülmüştür. Bu nedenle bu katılımcıların nicelikleri ifade etme biçimi eksik ya da anlamsızdır. Bu öğrenciler problem çözme süreci boyunca nicelikleri bir nesne ve bir nesnenin ölçülebilen özelliği ile birlikte kullanmak yerine sadece sayısal değeriyle isimlendirdikleri görülmüştür. Bu öğrenciler genellikle nicelikleri belirleyebilmelerine rağmen özellikle niceliklerin ölçülebilen özelliği ve birimini dikkate almadıkları için niceliklere ilişkin yorumları anlamsızdır. Örneğin, bu öğrencilerden beşi [%71] pizza problemini çözerken pizzaların büyüklüklerine ilişkin niceliklerin ölçülebilen özelliği olan alanı dikkate almadıkları için nicelikleri oluşturmamışlar ve problemi yanlış çözmüşlerdir. Ayrıca bu öğrencilerden ikisi ise [%29] kavramsal bilgilerinin eksik olması sebebiyle nicelikler ile ilgili kavramın kapsamını ve sınırlılıklarını ele almada güçlük yaşamışlar. Dolayısıyla bu öğrenciler de nicelikleri anlamlı bir şekilde oluşturamamış ya da belirleyememişlerdir. Bu öğrenciler orantısal muhakeme gerektiren problemler ile ilgili nicelikler arası ilişki kurma açısından çözüm planı yapabilmelerine rağmen niceliklerin değişiminin analizini gerektiren problemlerde ise sayılara odaklandıkları için sayılar ve sayısal işlemler açısından çözüm planı yapmaya çalışmışlardır. Bu öğrenciler orantısal muhakeme yapmayı gerektiren problemleri çözebilmek için kural, formül ve prosedürleri geri çağırma ve uygulama (oran-orantı, ters işlem) ve sistematik deneme yanılma stratejilerini kullanmışlardır. Ancak bu öğrenciler orantısal muhakeme yapmayı gerektiren problemleri doğru çözmelerine rağmen kurdukları orantılar ve bununla ilgili açıklamaları niceliksel anlam açısından eksiktir. Niceliklerin değişimi ile ilgili olan problemleri bu katılımcılar öncelikle yinelemeli (recursive) yaklaşım ile çözmeye başlamışlardır, örüntü genelleme sürecinde eşleme (ilişkisel) yaklaşımı kullanmaya çalışmalarına rağmen bağımlı değişkenin artış miktarına odaklandıkları için örüntüyü genelleyememişlerdir. Ayrıca bu öğrenciler örüntüye ilişkin kural bulmak için yinelemeli yaklaşımdan sonra

önceden çözdüğü örüntü genelleme problemlerinin genel kuralını geri çağırmışlardır. Bu öğrenciler yinelemeli (recursive) yaklaşımın baskın olması nedeniyle fonksiyonel ilişki kurmada güçlük çekmişler ve basamak modeli problemi ile ilgili örüntünün genel kuralını elde edememişlerdir. Problem bağlamında nicelikler arası ilişkinin temsili ile ilgili verilen genel kuralı bu öğrenciler sadece sayılar açısından ele aldıkları için niceliksel anlam açısından genel kuralı yorumlamak yerine veri tablosundaki niceliklerin sayısal değerlerine göre genel kuralın doğruluğunu göstermeye çalışmışlardır. Bu nedenle bu katılımcılar problem bağlamında nicelikler arası ilişki kurma ve niceliklerin değişimi açısından çözüm planı hazırlamada zorlanmışlardır. Bu öğrencilerin nicelikler arası ilişki kurma ya da niceliklerin değişimini koordine etmedeki güçlüklerinin nedeni niceliklerin sadece sayısal değerine göz önünde bulundurmaları ile niceliklerin birbirine bağlı değişimi yerine sadece bağımlı değişkenin artış miktarına odaklanmalarıyla ilişkilendirilebilir. Bu öğrencilerin nicelikler arası ilişki kurmada güçlük yaşamalarının başka bir nedeni de yinelemeli (recursive) muhakemenin baskın olması yüzünden fonksiyonel muhakeme yapmada güçlük çekmeleri ile ilişkilendirilebilir.

Bu öğrenciler orantısal muhakeme yapmayı gerektiren niceliklerin açık verildiği ve temsillerle gösterildiği basit problemi çözerken hesaplama akıcılığı becerisini kullanabiliyorken nicelikler arası ilişkilerin daha karmaşık bir şekilde verildiği problemlerde bu beceriyi kullanmada zorlanmışlardır. Örneğin bu öğrenciler örüntü genellemeye ilişkin genel kuralın anlamını yorumlayamadıkları için cebirsel manipülasyon yapma stratejisini kullanamamışlardır. Bu nedenle bu öğrenciler deneme yanılma stratejisini kullanarak bir niceliğin bilinmeyen değerini bulmaya çalışmışlardır. Bu katılımcılar orantısal muhakeme gerektiren problemleri çözerken orantı kurma, çarpımsal ilişki kurma stratejilerini niceliksel anlam açısından eksik bir şekilde kullanmışlardır. Kurdukları orantıda sadece sayılar var olup bu sayıların hangi niceliği temsil ettiği ve niceliklerin biriminin ne olduğu anlaşılmamaktadır. Bu katılımcılar hesaplanan değerin problem bağlamındaki hangi nicelikle ilişkili olduğunu sözlü olarak belirtmedikleri gibi bu değerin nesnesi ve ölçülebilen özelliği ya da birimini de çözümde de göstermemişlerdir. Bu nedenle bu öğrenciler basit problemlerde hesaplama akıcılığı bileşenlerinden bağlamında ayrı ele alma becerisini eksik ve yetersiz kullandıkları söylenebilir. Ayrıca bu öğrenciler cebirsel stratejileri kullanamadıkları için aritmetiksel stratejileri kullanmaya yönelmişler ve bağlamından ayrı ele alma becerisi ile ilgili güçlük yaşamışlardır. Örneğin, bu öğrenciler örüntü genelleme ile ilgili cebirsel kuralları

anlamını yorumlama güçlük çektikleri için deneme-yanılma stratejisini kullanarak cebirsel kuralların doğruluğunu göstermeyi tercih etmişlerdir. Bu öğrenciler niceliksel anlam açısından problem çözme stratejilerini eksik bir şekilde kullanmışlar, buldukları değerlerine de niceliksel anlam açısından yorumlayamamışlardır. Bu nedenle bu katılımcılar bağlamından ayrı ele alma ve bağlamında ele alma becerisini kullanmada güçlük çekmişlerdir. Böylece bu öğrencilerin hesaplama akıcılığı becerisini kullanmada farkındalıklarının olmadığı düşünülebilir.

Bu öğrenciler genel olarak problemlerin çözümünü doğrulamaya çalışmamaları gözlenmesine rağmen onlar cebirsel stratejileri etkili bir şekilde kullanamadıkları için niceliklerin ilişkileri ile ilgili verilen cebirsel temsillerinin doğruluğunu gösterme ihtiyacı duymuşlardır. Bu öğrenciler bir problemin çözümün doğruluna ilişkin gerekçe sunarken en çok ise özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme (Rabin, Fuller ve Harel, 2013, s. 653) ve günlük hayattaki özel örnekler üzerinden doğrulama yapmayı kullanmışlardır. Ayrıca bu öğrenciler özel örnekler üzerinden doğrulama yaparak sundukları gerekçelerini desteklemek için problem bağlamından bağımsız olarak önerdiği sıradan/basmakalıp düşünceler ile muhakemeler yapmışlardır. Örneğin, elmalar probleminde bu öğrencilerden Okan ve Mert [%28] önce özel örnekler üzerinden gerekçe sunmalarına rağmen buna güvenmeyip daha sonra alışılagelmiş muhakeme yapmışlardır. Bunun nedeni bu öğrencilerin niceliklerin değişimini anlamlı bir şekilde analiz edememe ya da problemin bağlamını nicelikler açısından yorumlamak yerine problem bağlamında önerdiği sıradan/basmakalıp düşüncelere güvenme ile ilişkilendirebilir. Pizza problemini çözerken de bu katılımcılar niceliklerin ölçülebilen özelliklerini dikkate almamaları yüzünden niceliklerin kapsamı ve sınırlılıklarını ele alma, anlamlandırma ve oluşturmada güçlük çekmişlerdir. Bu nedenle bu öğrenciler niceliksel muhakeme yapmada yaşadıkları güçlük nedeniyle örnekler üzerinden doğrulama ya da alışılagelmiş muhakeme yapma yaklaşımı ile gerekçe sunmuşlardır. Ayrıca bu katılımcılardan dördü [%57] nadir olmasına rağmen bazı problemlerin türüne göre farklı kural ya da prosedürleri kullanarak (ters işlem ve orantı vb.) çözüleceğini savundukları için bazen otoriteye başvurdukları ortaya çıkmıştır.

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler klinik görüşmelerde Görüşmecinin yönlendirmesi olmaksızın nicelikler arası ilişkilerin açıkça verildiği problemleri ve nicelikler arası ilişkilerin temsille gösterildiği problemlerin hepsini çözebilmişlerdir. Ancak bu öğrenciler nicelikler arası ilişki kurulması ya da

niceliklerin değişimini referans göstererek gerekçe sunulmasını gerektiren problemleri çözememişlerdir. Ayrıca bu katılımcıların hepsi [% 100] cebirsel stratejileri etkili kullanamadıkları için nicelikler arası ilişkileri ilgili temsili çözümlemede sadece aritmetiksel stratejilere başvurabilmişlerdir.

Matematik okuryazarlığı kapsamı göz önüne alındığında orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler genellikle orantısal muhakeme yapmayı gerektiren problemlerin çözümünde uygun strateji kullanabiliyorken niceliklerin değişimini analiz edilip cebirsel stratejilerin uygun bir şekilde ele almasını gerektiren problemleri çözememişlerdir. Bu nedenle bu öğrencilerin cebirsel stratejileri uygun şekilde kullanma, anlama ve yorumlamada güçlük çekmeleri nedeniyle sembollerin, işlemleri ve formal dilin kullanımı ile problem çözme ve kurma alt becerisini kullanmada güçlük çektiği düşünülmüştür. Bu öğrenciler niceliksel muhakemenin önemli bir bileşeni olan orantısal muhakeme yapabildiği görülmüştür. Ancak bu katılımcılar yinelemeli muhakemeye odaklandıkları için fonksiyonel muhakeme (kovaryasyonel ve eşleme muhakemesi) yapmada güçlük çekmişlerdir. Ayrıca bu öğrenciler kavramsal bilgi eksikliği nedeniyle bazı matematiksel kavramları ele almada zorlandıkları için problemleri çözememişlerdir. Bu nedenle bu öğrencilerin basit problemleri çözerken niceliksel muhakeme yapabilmelerine rağmen niceliksel anlam açıdan karmaşık ve seviyesi zor olan problemlerde niceliksel muhakeme yerine aritmetiksel ve alışılagelmiş muhakeme yapmışlardır. Kısaca bu öğrenciler niceliksel anlam açısından karmaşık ve zor problemleri çözme sürecinde niceliksel muhakeme yapamadıkları için muhakeme yapma becerisinde güçlük yaşamışlardır. Bu öğrenciler cebirsel stratejileri yorumlamada ve kullanmada güçlük yaşamaları nedeniyle çeşitli temsiller arasındaki karşılıklı ilişkileri yorumlamada da zorlanmışlardır. Bu nedenle temsil becerisini kullanmada zorluk yaşamışlardır. Bu öğrencilerin nicelikleri ifade etme biçimi ise eksik ve anlamsızdır. Bu katılımcılar problem çözme süreci boyunca nicelikleri bir nesne ve bir nesnenin ölçülebilen özelliği ile birlikte isimlendirmek yerine sadece sayısal değeri ile isimlendirmişlerdir. Bu öğrenciler sadece problemdeki genellikle niceliklerin ölçülebilen özellikleri ve birimlerini göz ardı etmişlerdir. Bu nedenle öğrencilerin yazılı ve sözlü ifadeleri incelendiğinden matematiksel anlam açısından eksik, yetersiz hatta anlamsız olduğu görülmüştür. Öğrencilerin iletişim becerisini uygun bir şekilde kullanılmadığı düşünülmüştür. Bu öğrenciler çözümün doğruluna ilişkin gerekçe sunarken en çok ise özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme, özel örnekler üzerinden

doğrulama yapmayı kullanmışlardır. Bu öğrenciler niceliksel muhakeme yapamadıkları problemlerde genellikle örnekler üzerinden doğrulama (RPG) ya da alışılagelmiş muhakemeye başvurdukları için anlamlı matematiksel argümanlar oluşturamamışlardır. Bu nedenle bu öğrencilerin argüman oluşturmada güçlük çektikleri düşünülmüştür. Ayrıca bu katılımcılar matematiksel çözümü problem bağlamında yorumlamamış ve değerlendirmemişlerdir. Çözümlerini de gerçek dünyada tekrar yorumlamak yerine sayılar ve sayısal işlemler açısından ele almışlardır. Bütün bu nedenlerden dolayı bu katılımcıların problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme etme ile matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme becerisinde farkındalıklarının yeterli olmadığı ve özellikle argüman oluşturmada güçlük yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Bu öğrencilerin hepsi [%100] yönlendirmesiz seviye 4'e kadar olan problemleri çözebilmişlerdir. Ancak, bu katılımcıların hiçbirisi [%0] seviye 5 ve 6'daki problemlerin hiçbirini çözememişlerdir.

4.1.1.3. *Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci*

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin problem çözme sürecindeki eylemleri aşağıda betimlenmeye çalışılmıştır: Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri açıklamak/betimlemek için çok az zaman ayırdığı ve problemin çözümüne ilişkin kullanacağı stratejiyi seçmeye ya da çözümü sayılar açısından anlatmaya çalıştığı ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri yorumlamak yerine problem bağlamındaki sayısal değerler açısından problemi yorumlamışlardır. Bu katılımcıların nicelikleri ifade etme biçimi eksik ya da anlamsızdır. Bu katılımcılar problem çözme süreci boyunca nicelikleri bir nesne ve bir nesnenin ölçülebilen özelliği ile birlikte adlandırmak yerine sadece sayısal değeri ile isimlendirmişlerdir. Bu öğrenciler genellikle nicelikleri belirleyebilmelerine rağmen özellikle nicelikleri eksik bir şekilde (sadece nesneyi, sayısal değeri söyleme; niceliklerin ölçülebilen özelliği ve birimini dikkate almama) ifade ettikleri için niceliklere ilişkin yorumları anlamsızdır. Bu öğrenciler zorluk düzeyi düşük ya da yüksek olan problemlerdeki niceliklerin kapsam ve sınırlıklarını ele alarak nicelikleri oluşturdukları ancak niceliklerin birimlerini göz ardı ettikleri ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler orantısal muhakeme gerektiren problemleri ve niceliklerin değişiminin analizini gerektiren

problemleri nicelikler arası ilişki kurarak ya da niceliklerin değişimini belirleyerek çözüm planı hazırlayabilmişlerdir. Bu katılımcılar orantısal muhakeme yapmayı gerektiren problemleri çözebilmek için prosedürleri (orantı kurma) geri çağırma, oran kullanma ve çarpımsal ilişki kullanma stratejilerini kullanmışlardır. Ancak bu öğrenciler orantısal muhakeme yapmayı gerektiren problemleri doğru çözmelerine rağmen kullandıkları stratejiler ve bununla ilgili açıklamaları niceliksel anlam açısından eksiktir. Niceliklerin değişimi ile ilgili olan basamak modeli problemini Figen haricindeki öğrenciler [%83] öncelikle yinelemeli (recursive) yaklaşım ile çözmeye başlamışlardır, örüntü genelleme sürecinde fonksiyonel ilişki yaklaşımı kullanabilmişlerdir. Ancak bu öğrencilerden dördü [%67] örüntüye ilişkin kural bulmak için ilk önce önceden çözdüğü örüntü genelleme problemlerinin genel kuralını geri çağırmışlardır. Görüşmecinin yönlendirmesi ile özel örnekler üzerinden bu kuralların yanlış olduğunu fark etmişler ve daha sonra fonksiyonel ilişkiyi kullanarak genel kuralı bulmuşlardır. Bu anlamda güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin fonksiyonel yaklaşım ve kovaryasyonel yaklaşımları kullandıkları söylenebilir. Bu öğrenciler elmalar problemindeki nicelikler arası ilişkiler ile ilgili verilen cebirsel temsili cebirsel niceliksel/cebirsel anlam açısından yorumlayabilmişlerdir. Ayrıca bu katılımcılar nicelikler arası bir ilişkinin farklı temsillerinin kullanışlılığını değerlendirmişlerdir.

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler bağlamından ayrı ele alma becerisini ön klinik görüşmelerdeki her problemin çözüm sürecinde kullanabildikleri ortaya çıkmıştır. Örneğin bu öğrenciler orantısal muhakeme gerektiren problemleri çözerken birçok stratejiyi (orantı formülü, oran ve çarpımsal ilişki) kullanabilmişlerdir. Diğer katılımcı gruplarına göre sadece bu öğrenciler nicelikler ile ilgili olan formülleri cebirsel anlam açısından yorumlayarak (4 öğrenci [%67]) ya da cebirsel manipülasyon yaparak (2 öğrenci [%33]] bir niceliğinin bilinmeyen değerini hesaplayabilmişlerdir. Bu nedenle bu öğrenciler katılımcılar arasında cebirsel stratejileri kullanabilen tek öğrenci grubudur. Bu öğrencilerden dördü [%67] cebirsel manipülasyon yapmalarına rağmen niceliklerin temsilini cebirsel anlam açısından yorumlayarak çözüme ulaştıkları görülmüştür. Ancak bu katılımcıların problemlere ilişkin çözümlerinin niceliksel anlam açısından yetersiz olduğu ortaya çıkmıştır. Örneğin, bu öğrencilerin kurdukları orantıda sadece sayılar var olup bu sayıların hangi niceliği temsil ettiği ve biriminin ne olduğu bilinmemektedir. Bu katılımcıların yazdıkları eşitliklerde ise niceliklerle ilgili sadece sayı kullandıkları için bunlar cebirsel anlam açısından uygun

değildir. Bu nedenle bu öğrencilerin bağlamında ele alma becerisini eksik ve yetersiz kullandıkları, çözümlerini niceliksel anlam açısından açıklayamadıkları söylenebilir. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen bu katılımcıların niceliksel muhakeme açısından özellikle bağlamında ele alma becerisini kullanmada farkındalıklarının yeterli olmadığı anlaşılmaktadır.

Bu katılımcılar diğer öğrenciler gibi yönlendirmesiz, problemlere ilişkin yaptıkları çözümlerin doğruluğunu açıklamaya çalışmamışlardır. Bu öğrencilerin sundukları gerekçelerin problem durumunun zorluk seviyesine göre farklılaştığı ortaya çıkmıştır. Örneğin, bu öğrenciler niceliklerin açıkça verildiği basit problemlerdeki eşitlikleri niceliksel anlam açısından yorumlayarak gerekçe sunabilmişlerdir. Ancak bu öğrenciler nicelikler arası ilişkilerin karmaşık verildiği problemlere ilişkin gerekçe sunmada oldukça güçlük çekmişlerdir. Çünkü bu öğrenciler görüşmedeki problemlerin neredeyse tamamını çözebilmelerine rağmen hem çözümlerinde hem de çözümlerini anlatırken nicelikleri anlamsız ve eksik kullanmaları nedeniyle sundukları gerekçelerinin niteliği düşmektedir. Ayrıca bu katılımcıların çoğu bir problemle ilgili yaptıkları hesaplamaları nedenleri ile açıklamada zorlandıklarını söylemişlerdir. Bu nedenle bu katılımcılar hem nicelikleri eksik ve yetersiz ifade etmeleri hem de matematiksel anlam açısından detaycılık ve titizlik gerektirmeden ana dili gelişigüzel kullandıkları için nitelikli ve ikna edici gerekçe sunamamışlardır. Bu durumun nedeni bu öğrencilerin hesaplama akıcılığı becerisi (bağlamından ayrı ele alma ve bağlamında ele alma) ile ilgili güçlüklerden kaynaklanabilir. Bu öğrenciler genellikle niceliksel muhakeme yaparak gerekçe sunmaya çalışmalarına rağmen özel örnekler üzerinden doğrulama yapma, özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme, çok nadir de olsa otoriteye başvurarak doğrulama yaptıkları ortaya çıkmıştır.

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler [%100] ön klinik görüşmelerde Görüşmecinin yönlendirmesi olmaksızın nicelikler arası ilişkilerin açıkça verildiği problemleri ve nicelikler arası ilişkilerin temsille gösterildiği problemlerin hepsini çözebilmişlerdir. Ayrıca bu öğrencilerden sadece ikisi [%33] cebirsel stratejileri (örn., cebirsel manipülasyon yapma) etkili bir şekilde kullanabilmektedir. Diğer öğrenciler ise cebirsel stratejileri kullanmak yerine formüllerin cebirsel anlamını yorumlayarak çözüme ulaşabilmişlerdir. Ancak bu öğrencilerin hepsi [%100] nicelikler arası ilişki kurulması ya da niceliklerin değişiminin analiz edilmesini gerektiren

problemlerine çözebilmelerine rağmen problem bağlamındaki niceliksel anlam açısından gerekçe sunmada güçlük yaşamışlardır.

Matematik okuryazarlığı kapsamında güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi [%100] ön klinik görüşmedeki tüm problemleri çözmek için uygun stratejiyi kullanabilmişlerdir. Sadece bu öğrencilerden dördü cebirsel manipülasyon yapmada güçlük yaşadıkları için sembollerin işlemlerin ve formal dilin kullanımı becerisini kullanmada zorlanmışlardır. Ancak bu katılımcılar cebirsel sembollerin ve eşitlikleri anlamlı bir şekilde yorumlayabildikleri için bir niceliğin bilinmeyen değerini bulabilmişlerdir. Bu katılımcılar niceliksel muhakemenin önemli bir bileşeni olan orantısal muhakemeyi etkili bir şekilde yapabildiği görülmüştür. Bu öğrencilerin beşi yinelemeli muhakeme ile örüntü genelleme problemini çözmeye başlasalar bile fonksiyonel muhakeme (kovaryasyonel ve eşlemeli muhakeme) yaparak genel kurala ulaşmışlardır. Ayrıca bu öğrenciler kavramsal bilgilerini etkili kullanabildikleri için bazı matematiksel kavramları ele alabilmişler, sadece niceliklerin değişimini yorumlamada cebirsel stratejileri tam olarak etkili kullanamadıkları için niceliklerin kapsam ve sınırlıklarını açıklamada güçlük yaşamışlardır. Bu nedenle bu öğrencilerin birçok farklı muhakeme becerisini kullandığı söylenebilir. Bu katılımcılar cebirsel ifade ve sembolleri anlamlı yorumlayabildikleri için çeşitli temsiller arasındaki karşılıklı ilişkileri yorumlamış ve birbirlerine dönüştürebilmişlerdir. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen bu öğrenciler de zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip öğrenciler gibi nicelikleri ifade etme biçimi ise eksik ya da anlamsızdır. Ayrıca bu öğrenciler diğerleri gibi problem çözme süreci boyunca nicelikleri bir nesne ve bir nesnenin ölçülebilen özelliği ile birlikte isimlendirmek yerine sadece sayısal değeri ile isimlendirmişlerdir. Bu nedenle katılımcı öğrencilerin hepsinin niceliklerin ölçülebilen özellikleri ve birimlerini odaklanmadıkları söylenebilir. Bu nedenle bu öğrencilerin de yazılı ve sözlü ifadeleri incelendiğinde niceliksel anlam açısından eksik hatta anlamsız olduğu görülmüştür. Bu öğrencilerin iletişim becerisini uygun bir şekilde kullanamadığı ve özellikle iletişim becerisini kullanma ile ilgili güçlük yaşadıkları düşünülmüştür.

Bu öğrencilerin problem çözme süreci boyunca çözümün doğruluğu ile ilgili gerekçe sunmada güçlük çektikleri özellikle dikkat çekmiştir. Örneğin bu öğrenciler bir problemle ilgili yaptıkları hesaplamaları nedenleri ile açıklamada zorlanmışlardır. Bu katılımcılar problemlerin neredeyse tamamını çözebilmelerine rağmen detaycılık ve

titizlik gerektirecek şekilde nitelikli ve ikna edici gerekçe sunamamışlardır. Bu nedenle bu katılımcıların özellikle ve en çok hem iletişim becerisini kullanmada hem de argüman oluşturmada güçlük yaşadıkları söylenebilir. Bu nedenle bu öğrencilerin problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme etme becerisini etkili kullanmalarına rağmen matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme becerisini kullanmada yeterli olmadıkları ve yeterli farkındalığa sahip olmadıkları düşünülmüştür. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip öğrenciler [%100] klinik görüşmelerde problemlerin hepsini doğru çözebilmelerine rağmen argüman oluşturma ve iletişim kurmada güçlük yaşamaları nedeniyle seviye 5 ve seviye 6 problemleri ile ilgili kısmi puan alabilmişlerdir.

4.1.2. Öğretim bölümlerine ilişkin sonuçlar ve yorumlar

Öğretim bölümlerini hazırlanmasında araştırmacı-öğretmen ve gözlemci niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamının özelliklerini ve katılımcı öğrencilerin ön klinik görüşmelerdeki problem çözme süreçlerini göz önüne almışlardır. Bu amaçla araştırmacı-öğretmen ve gözlemci niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında dört farklı öğretim yürütmüşlerdir. Bu öğretim bölümlerinin ilkinde problem bağlamındaki niceliklerin belirlenmesine/oluşturulması, ikincisinde problem bağlamındaki nicelikler arası ilişki kurulması, üçüncüsünde ve dördüncüsünde ise problem bağlamındaki niceliklerin değişiminin analizi ve nicelikler arası ilişki kurulması amaçlanmıştır. Araştırmacı-öğretmen öğretim bölümlerinin her birinde Weber ve arkadaşlarının (2014) matematik öğretmenlerine öğrenme ortamında niceliksel muhakemeyi entegre etmek için önerdikleri altı pratik ipucunu amacına uygun olarak kullanarak öğrencilerini yönlendirmiştir. Weber ve arkadaşlarına (2014) göre öğrencilerin problemin çözümü ile ilgili nicelikleri belirlemeleri için öğretmenlerin onları problem ile ilgili nicelikleri düşünebileceği sorular sorulması gerekmektedir (Standart 1). Bu nedenle, araştırmacı-öğretmen öğrencilere nesnelerin ölçülebilen özellikleri ve bu özelliklerin problemde nasıl ifade edildiği ve bu özelliklerle ilgili birimleri hakkında sorgulama yapmıştır. Daha sonra araştırmacı-öğretmen öğrencileri problem bağlamındaki nicelikleri betimleyebildiği için problemi çözmek için hangi niceliklere odaklanması gerektiğini ve bu niceliklerin ölçümünü nasıl düşündüklerini ya da canlandırdıklarını (Standart 2) sormuştur. Öncelikle araştırmacı-öğretmen, öğrencilerin problem bağlamındaki ölçülebilen nicelikler arasındaki ilişkileri belirleyebilmeleri ve test etmeyi amaçlamıştır (Standart 3). Bu amaçla araştırmacı-

öğretmen öğrencilerinin problemdeki nicelikleri oluşturmaları ve nicelikler arası ilişkileri kurabilmeleri için görsel şekil kullanmaya (örn. tablo yapma) yönlendirmiştir (Standart 5). Bu aşamadan sonra araştırmacı-öğretmen farklı temsillere göre öğrencilerin bir niceliğin değişiminin diğer nicelikleri nasıl etkilediğini açıklayabilmeleri için sorgulama yapmıştır (Standart 4). Son olarak araştırmacı-öğretmen problem bağlamında öğrencilerin oluşturdukları modellerin (çözüm sürecini) doğru olup olmadığını revize etmeye ya da yeniden test etmeye yönlendirmiştir (Weber ve ark., 2014, s. 26). Kısaca araştırmacı-öğretmen niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamının her bir öğretim bölümüne amacına göre standartlarını oluşturmuştur. Örneğin ilk öğretimde bu standartlardan, standart 5 ve standart 6'ya odaklanmak yerine standart 1 ve standart 2'ye odaklanılmıştır.

Öğretim bölümlerin sürecinde katılımcı öğrencilerin hepsi özellikle ilk iki öğretimde problem bağlamındaki nicelikleri belirlemek ya da problemi analiz etmek yerine problemi çözmek için hesaplama ya da işlem yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Başlangıçta bu öğrencilerin problem bağlamındaki niceliklere odaklanmak yerine sayılara odaklanmaları ve problemin çözümü ile ilgili hesaplama yapmayı istemelerinin nedeninin okul matematiğindeki öğrenme ortamıyla ilişkili olduğu düşünülmüştür. Çünkü bu öğrencilerin bu davranışları okuldaki matematik derslerinde sayı, işlem ve hesaplama odaklı niceliksel anlam açısından eksik bir öğretim yapıldığı iddiasını güçlendirmektedir. Ön klinik görüşmelerde katılımcı öğrencilerin hemen hemen hepsinin nicelikleri belirlemede ve ulaştıkları çözümleri yazılı ve sözlü biçimde ifade etmede niceliklerin nesnesi, ölçülebilen özellikleri ve birimlerini hep birlikte göz önüne almadıkları ve nicelikleri eksik kullandıkları görülmüştür. Öğretim bölümleri süresince araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hepsi yazılı ya da sözlü biçimde nicelikleri anlamlı betimleyebilmişlerdir. Diğer yandan zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler ise problem bağlamıyla ilgili ulaştıkları çözümleri ifade ederken niceliksel anlam açısından git gide daha uygun bir şekilde kullanabildikleri gözlenmiştir. Ancak bu öğrencilerin bazı problemlerin çözümlerini yazılı olarak ifade ederken ölçülebilen özellikleri ya da birimlerini kullanmayı unuttukları görülmüştür. Bu nedenle öğretim bölümleri süreci sonunda katılımcı öğrencilerin hepsinin niceliklerin özellikleri ve nicelikleri belirlenmesi ile ilgili farkındalık kazandıkları düşünülmüştür.

Öğretim bölümleri süresi boyunca araştırmacı-öğretmen öğrencilerinin niceliksel, cebirsel ve orantısal muhakemelerini geliştirmek için öğrenme ortamında farklı bağlamlarda birçok günlük hayat problemi (cebirsel düşünme gerektiren problemler (ilişki içeren cebirsel temsiller, kurallar ve bunları çözme için cebirsel manipülasyon yapma), yüzde problemleri ve hız problemleri) çözülmüştür. Bu süreçte bu katılımcılar bir niceliğin belirli yüzdesini hesaplama, bir nesnenin hızının kavramsallaştırılması, niceliklerin farklı temsilleri yorumlama ve aralarında dönüşüm yapma, cebirsel stratejileri problem çözmek için kullanma, problem bağlamındaki niceliklerin değişimini analiz etme, genelleme ve temsil etme ile ilgili deneyim kazanmışlardır. Ön klinik görüşmelerde problem bağlamındaki nicelikler ile ilgili cebirsel temsili, sembolleri ve eşitlikleri anlamlı şekilde yorumlayamayan ve cebirsel manipülasyon yapamayan özellikle zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler için öğretim bölümleri süreci niceliksel anlam açısından niceliklerin cebirsel temsilini yorumlayabilme, onları keşfedebilme ve cebirsel manipülasyon yapma fırsatı sağlamıştır. Ayrıca öğretim bölümleri sürecinde ön klinik görüşmelerde niceliksel anlam açısından gerekçe sunamayan güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler öğretim bölümleri sürecinde araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile matematiksel açıdan giderek daha anlamlı ve ikna edici gerekçeler ortaya koyabilmişlerdir. Benzer şekilde zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler ön klinik görüşmelerde matematiksel olmayan muhakemelere ya da özel örneklere başvurarak gerekçe sunmalarına rağmen öğretim bölümleri sürecinde nicelikleri ve bu öğrencilerin ilişkilerinden yola çıkarak gerekçe sunmaya başladıkları gözlenmiştir. Bütün bunlara ek olarak, öğretim bölümlerinde bu katılımcıların hepsi araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile probleme ilişkin ulaştıkları çözümü problem bağlamındaki niceliklerin anlamı açısından yorumlayarak gerekçe sunma fırsatına sahip olmuşlardır.

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler öğretim bölümleri boyunca problem bağlamına aşina olmak ve problemleri kendi mantık süzgecinden geçirmeye çalışarak problem çözme sürecine başladıkları ortaya çıkmıştır. Örneğin Gökalp bisiklet problemindeki bisiklet sürücüsünün gidiş ve dönüş yolunda aynı süre harcaması gerektiğini belirtmiştir. Bengü de bisikletler probleminin bisiklet sürme ile deneyimi olmayan kişilerin çözemeyeceğini iddia etmiştir. Öğrenme ortamında bu öğrencilerin alışılagelmiş muhakeme yaparak oluşturdukları problem bağlamı ile iddialarını orta ve güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler

niceliksel anlam açısından gerekçe sunarak ve günlük hayat durumlarını örnek göstererek çürüttükleri görülmüştür. Öğretim bölümlerinin sonunda PISA kapsamında değerlendirme problemleri ile zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin performansları süreç boyunca değişim gösterdiği gözlenmiştir. PISA değerlendirmesi kapsamından seviye 6'da yer alan hız probleminin ilkini bu öğrencilerden ikisi hariç diğerleri [% 66] tam puan alarak çözebilmiştir. Bu iki öğrencinin bu problemi çözememesinin nedeni niceliksel birim koordinasyonu ve niceliksel birim korunumu becerilerini kullanmada güçlük yaşamalarıdır. Bu öğrenciler problem bağlamındaki niceliklerin birimlerini ve ölçülebilen özelliklerini göz ardı ettikleri için bu problemi çözememişlerdir. Diğer hız problemini ise bu öğrencilerin hepsinin çözerek tam puan aldıkları görülmüştür. Ayrıca ilk problemde dört öğrenci [% 66], ikinci problemin ilk alt probleminde üç öğrenci [% 50] ve bu problemin ikinci alt probleminde bu öğrencilerin hepsi [%100] problemin çözümü ile ilgili niceliklerin birimini göstermişlerdir. Ön klinik görüşmelerde zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler niceliksel muhakemenin özel bileşeni orantısal muhakeme yapmada güçlük yaşadıkları ortaya çıkmıştır. İlk üç öğretim bölümü sonunda bu öğrenciler niceliksel anlam açısından orantı kurabilmiş, hız-yol-zaman formülünü kullanabilmiş, farklı niceliklerin birimleri arasında dönüşüm yapabilmiş ve bir niceliğin yüzdesini hesaplayabilmişlerdir. Ön klinik görüşmelerde, bu öğrenciler niceliksel muhakemenin bileşenlerinden orantısal muhakeme, niceliksel birim korunumu ve koordinasyonu yapmada güçlük yaşarken zamanla bu becerileri etkili bir şekilde kullanabildikleri ortaya çıkmıştır. Son öğretim bölümü değerlendirme problemini ise bu katılımcıların hiçbirisinin çözemediği görülmüştür. Bu öğrenciler artık problem bağlamını niceliksel anlam açısından analiz etmeye çalışmalarına rağmen karmaşık gerçek bir durumu çözmek için çok adımlı bir modelleme yapamamışlardır. Bunun nedeni problem bağlamında nicelikler arasındaki ilişkileri kendi içerisinde ve bütünsel olarak kuramamaları ile ilişkilendirilebilir. Bu anlamda zayıf niceliksel muhakemeye sahip olan öğrenciler karmaşık gerçek yaşam durumu ile ilgili ilişkileri içeren problemleri çözemedikleri söylenebilir. Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden hepsi [%100] PISA kapsamın değerlendirme problemlerinden üçünü tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrenciler hız problemlerini çözerken orantısal muhakeme, niceliksel muhakemeyi etkili bir şekilde yapabilmişlerdir. Bu katılımcılardan sadece üçü [% 43] yürüyüş problemini çözmelerine rağmen çözüm ile ilgili niceliğin birimini

yazmamışlardır. Bu öğrencilerin de zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi bazen nicelikleri oluşturan bileşenleri yazılı ve sözlü olarak ifade etmeyi unuttukları görülmüştür. Son öğretim bölümü değerlendirme problemine ilişkin bu öğrencilerin hepsi doğru çözümü bulabilmelerine rağmen bu problemden onların sadece dördü [%57] tam puan alabilmişlerdir. Bunun nedeni ise bu öğrencilerin buldukları çözümü problem bağlamında ele alıp niceliksel anlam ve günlük hayat açısından yorumlayamamalarından kaynaklandığı düşünülmüştür. Ön klinik görüşmelerde nicelikler arası ilişkilerin ya da niceliklerin değişimini analiz etmeyi gerektiren çok adımlı problemleri çözemeyen bu öğrenciler, öğretim süreci sonunda bu problemleri çözebildikleri görülmüştür. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden hepsi [%100] PISA kapsamın değerlendirme problemlerinin hepsini tam puan alarak çözebilmişlerdir. Bu öğrencilerin öğretim bölümleri süresince yazılı ve sözlü nicelikleri anlamlı ve yeterli kullanabildikleri, orantısal muhakeme ve niceliksel muhakeme yapabildikleri ve problem bağlamında ele alma becerisini etkili bir şekilde kullanabildikleri görülmüştür.

Öğretim bölümleri sürecinde katılımcı öğrencilerin hepsi niceliksel anlam açısından problemi analiz etmeye ve matematiksel kuralları kullanabilmeye çalışmışlardır. Bu anlamda bu öğrenciler süreç boyunca etkili bir şekilde niceliksel muhakeme ve orantısal muhakeme yapmaya yönlendirilmiştir. Özellikle zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler bu süreçte nicelikleri belirleme, yorumlama, problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkileri kurma ve farklı problem çözme stratejilerini niceliksel anlam açısından kullanma ile ilgili deneyim yaşamış olup bu deneyimlerinin çoğunu değerlendirme problemlerinin çözüm sürecinde kullanabilmişlerdir. Bu süreçte orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler ise niceliksel anlam açısından problem çözme yaklaşımları kullanabilmişler ve problem bağlamını analiz edebilmişlerdir. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olan öğrenciler öğretim bölümleri boyunca niceliksel anlam açısından eksiksiz bir şekilde problemleri çözdükleri ve gerekçe sundukları görülmüştür. Öğretim bölümleri sürecinin başlangıcında katılımcı öğrencilerin hepsi problem çözme sürecini sadece sayılar, işlemler ve hesaplamalar açısından ele alırken süreç sonunda onların problem çözme sürecini niceliksel anlam açısından ele aldıkları ortaya çıkmıştır.

4.1.3. Gözlem sürecine ilişkin sonuçlar ve yorumlar

Araştırmacı-öğretmen öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin duyuşsal özellikleri ile ilgili birçok psikolojik deneyim yaşamıştır. Araştırmacı-öğretmen hem klinik görüşmelerde hem de öğretim bölümlerinde öğrencilerin ergenlik döneminde olması nedeniyle kendileri, akranları ve aileleri ile ilgili sorunlar yaşadığını belirlemiştir. Ön klinik görüşmede bu öğrencilerden Gökalp problemlerin çoğunu çözemediği için kızarmış ve lavaboya gitmek istemiştir. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen Gökalp'e rahat olması gerektiğini, sadece birlikte tartışarak problem çözmeye çalıştıklarını belirtmiştir. Araştırmacı-öğretmen, bu görüşmede yaşananların araştırmacı ile kendi arasında kalacağını ve buradaki sürecin aile, matematik öğretmeni ve arkadaşları ile paylaşılmayacağını söylemiştir. Araştırmacı Gökalp'in aşırı heyecanlı olduğunu fark ettiği için onu okul kantinine götürmüş, birlikte çikolata yemişler, okul bahçesinde bir tur yürüdükten sonra klinik görüşmeye devam etmişlerdir. Araştırmacı-öğretmen ergenlik dönemindeki bir öğrenci ile çalıştığı için ona akranı gibi davranarak süreci yönetmeye ve öğrencisini rahatlatmaya çalışmıştır. Ayrıca ön klinik görüşmelerde Gökalp, Alara, Simge, Gül ve Nejla problemleri çözemeyince "Ben size yardımcı olamadım değil mi öğretmenim?, Benim ile yaptığınız görüşmeniz iyi değil mi?" gibi cümleler kullanmışlardır. Bunun üzerine araştırmacı kendisi için öğrencilerinin problemleri çözüp çözemediğinin önemli olmadığını belirtmiştir. Araştırmacı-öğretmenin bu görüşmeleri öğrencilerini daha iyi tanımak ve onlara uygun öğrenme ortamı hazırlamak için yaptığını söylemiştir. Ayrıca araştırmacı öğrencileri kendi arkadaşı olarak gördüğünü, arkadaşların birbirlerini olduğu gibi kabul etmeleri gerektiğini söyleyerek klinik görüşme sürecini yönetmiştir. Araştırmacı-öğretmen klinik görüşmelerde öğrencilerin psikolojik güçlükler yaşadıklarını fark etmiş, öğrencilerin düşünme süreçlerine dahil olmak için onlar ile arkadaş olmayı tercih etmiştir.

Araştırmacı-öğretmen öğretimler boyunca öğrencilerin akranları ile ergenlik özelliklerinden kaynaklandığı düşünülen sorunlar yaşadıklarını gözlemlemiştir. Özellikle teneffüslerde A okulundaki matematik performansı yüksek olan öğrencilerin, matematik performansı düşük öğrencilerden bazılarına "Sen nasıl bu çalışmaya kabul edildin? Senin ve benim matematik başarım aynı mı?" gibi kırıcı cümleler kullandıkları görülmüştür. Araştırmacı-öğretmen öğrencilerin birbirleriyle kırıcı konuşmalarına şaşırmıştır. Ama araştırmacı-öğretmen öğrenciler arasında kutuplaşmayı engellemek için "Hepiniz benim için önemli ve değerlisiniz. Hepimiz birlikte matematiği öğreniyoruz ve iyi bir ekip olduk.

Çok daha iyi bir ekip olacağız" gibi cümleler kurmuştur. Üçüncü öğretimde araştırmacı-öğretmen öğrenciler ile birlikte vücut kitle indeksi (VKİ) değerlerini hesaplamasına yönelik bir problem çözmüştür. Araştırmacı-öğretmen ayrıca A ve C okulundaki öğrencilerinin kendi VKİ değerlerini hesaplamalarını istemiş ve birlikte zayıf, normal ve kilolu olma durumlarını da tartışmışlardır. Araştırmacı-öğretmen B okulundaki öğrencilerinden ikisinin biraz şişman olması ve araştırmacının okul rehber öğretmeninden edindiği bilgiye göre İpek'in bu durumu takıntı haline getirmesi nedeniyle onların kendi VKİ değerini bulmalarını istememiştir. Araştırmacı-öğretmen öğretim deneyi sürecinde katılımcı öğrencilerin duyuşsal özellikleri ve bireysel farklılıklarını dikkate almıştır.

Araştırmacı ve gözlemci bu çalışmaya katılan öğrencilerin ergenlik döneminde olması nedeniyle derslerde dikkat dağınıklığı yaşayabileceklerini ve sıkılabileceklerini göz önüne almıştır. Bu nedenle öğretimler boyunca teneffüslerde araştırmacı ve öğrenciler birlikte vakit geçirmiş, çikolata, bisküvi yiyerek günlük hayat, okul dersleri ve TEOG sınavı hakkında konuşmuşlardır. Hatta araştırmacı A okulunda üçüncü öğretimden sonra bir ders saati daha okulda kalarak öğrencileri ile birlikte sessiz sinema oyunu oynamıştır. Araştırmacı, C okulunda ise öğrencileri ile birlikte dördüncü öğretimden sonra pizza yemeye gitmiştir. Araştırmacı bu okullardaki katılımcıların çalışma ile ilgili motivasyonlarını düşürmemek için öğretim deneyi süreci bittikten sonra araştırmacıların çalıştığı üniversiteye onları davet edeceğini belirtmiştir. Ayrıca klinik görüşmeler sırasında Gökalp, Anıl, Mert, Simge ve Alara problem çözümü bittikten sonra araştırmacı ile özel görüşmek istediğini söylemişlerdir. Bu görüşmelerde öğrenciler aileleri, kendisi ve TEOG sınavı ile ilgili sorunlarını araştırmacıya anlatmış ve araştırmacı ile birlikte bu problemler üzerine konuşmuşlardır. Araştırmacının öğrencilerin özel hayatları ile ilgili yaşadıkları sorunları anlatmalarını şaşırtıcı bulmasına rağmen öğrencilerin kendisine güven duyduğunu görmek onu memnun etmiştir. Araştırmacı-öğretmen niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı çerçevesinde öğretim deneyi sürecinde, katılımcıların doğal eylemde bulunması ve aktif rol almaları için onların duyuşsal yaşadıkları problemleri birlikte aşmaya çalışmıştır. Çünkü öğretim deneyi sürecinde araştırmacıların model oluşturabilmesi ve varsayımlarını uygun bir şekilde test edebilmeleri için çocuklarla yakın ve güven içerisinde bir iletişim kurmaları gerekmektedir (Steffe,1991).

4.1.4. Son klinik görüşme sürecinin sonuçları ve yorumları

4.1.4.1. *Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin son klinik görüşmedeki problem çözme süreci*

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin son klinik görüşmedeki problem çözme sürecindeki eylemleri aşağıda özetlenmeye çalışılmıştır. Bu öğrenciler ön klinik görüşmedekinin aksine son klinik görüşmede özellikle PISA kapsamında orta ve yüksek (Seviye 4 ve Seviye 5) seviyedeki problemlerin bağlamını anlamak ya da zihinsel model oluşturmak için problem ile ilgili şekil ya da diyagram çizdikleri ortaya çıkmıştır. Bu katılımcılar problem bağlamındaki nicelikler belirlemek ve onları kavramak için yine şekil ve diyagram çizmişlerdir. Ayrıca bu öğrenciler problemleri çözebilmek için problem bağlamındaki nicelikler (niceliklerin nesnesi, ölçülebilen özelliği ve birimi) ile ilgili notlar aldıkları görülmüştür. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri anlamlı kullanmış, niceliklerin nesnesi, ölçülebilen özellikleri ve birimlerini birlikte dikkate almışlardır.

Bu öğrenciler problem çözme sürecinde şekil ya da diyagram çizme, çubuk-bar modeli kullanma, özel örnekleri inceleme, verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama ve bu süreçte elle sayma, ileri ya da geriye sayma, formül ya da kural kullanma (orantı kurma, hız-yol-zaman formülünü kullanma), çarpımsal ilişki kurarken toplamsal ilişkiden yararlanma, yinelemeli yaklaşım, yinelemeli yaklaşımının ardından fonksiyonel yaklaşım, fonksiyonel yaklaşım ve cebirsel manipülasyon yapma yaklaşımlarını kullanmışlardır. Bu katılımcılar özellikle niceliklerin değişimi ile ilgili olan problemleri anlayabilmek için özel örnekler üzerinden niceliklerin değişimini inceledikleri, özel örnekler üzerinden ilişki kurmaya çalışmışlardır. Bu öğrenciler problem bağlamındaki niceliklerin değişimini analiz etmek ya da nicelikler arası ilişki kurmak için toplamsal ilişkiyi kullandıkları, ellerini kullanarak ileri ya da geriye doğru saydıkları gözlenmiştir. Örüntü genelleme ile ilgili problemin çözüm sürecinde ise bu öğrencilerden bir tanesi (%16) yinelemeli yaklaşım, bir diğeri yinelemeli yaklaşımının ardından fonksiyonel yaklaşımı (%16) kullanırken, diğerleri (%68) ise fonksiyonel yaklaşımı kullanabilmişlerdir. Bu öğrenciler genel olarak aritmetiksel problem çözme yaklaşımlarını kullanmalarına rağmen problem durumuna göre cebirsel problem çözme yaklaşımlarını da kullanabildikleri görülmüştür. Bu katılımcılar cebirsel manipülasyon

yapabilmelerine karşılık cebirsel ve niceliksel anlam açısından niceliklerin değişimini açıklamada güçlük yaşamışlardır.

Bu katılımcılar hız-yol-zaman formülünü anlamlı kullanabilmelerine rağmen niceliksel anlam açısından bir nesnenin hızını tanımlayamamışlardır. Bu öğrenciler bir nesnenin hızını özel örnekler üzerinden anlatmaya çalışmışlar ya da hız formülünü geri çağırıp onu anlatmışlardır. Bu nedenle, bu katılımcıların matematiksel tanım yapmada güçlük çektikleri söylenebilir. Bu katılımcılar problem çözme sürecinde kullandıkları işlem ve stratejileri ne amaçla yaptıklarını araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle belirtmişlerdir. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gerekçe sunarken özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme ile doğrulama yaptıkları (RPG), özel örnekler üzerinden doğrulama yapma yaklaşımını kullandıkları ya da günlük yaşam örnekleri üzerinden doğrulama yapmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Bu öğrenciler gerekçe sunarken matematiksel kavram, tanım, cebirsel formül ve niceliklerin anlamından yararlanamamışlardır.

Hesaplama akıcılığı becerisi açısından bu öğrenciler bağlamında ele alma becerisi kapsamında birçok problem çözme stratejisini kullanmışlardır. Ön klinik görüşmede cebirsel manipülasyon yapma yaklaşımını kullanamayan bu öğrenciler artık bu stratejiyi kullanabilmektedir. Diğer yandan bu öğrenciler bağlamından ayrı ele alma becerisinde kolay ve orta seviyedeki problemler ile ilgili yaptıklarını açıklayabilirken zor problemde bu beceriyi kullanamadıkları gözlenmiştir. Çünkü bu katılımcılar niceliklerin değişimini niceliksel anlam açısından açıklamada güçlük çekmişler ve nicelikler arası ilişkilerin ya da niceliklerin değişimini analiz etmeyi gerektiren çok adımlı karmaşık gerçek yaşam problemlerini çözememişlerdir. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen bu öğrenciler niceliklerin açıkça verildiği problemler ile nicelikler arası ilişkilerin temsille gösterildiği problemleri yönlendirmesiz çözebilirken nicelikler arası değişimin analiz ederek yorumlanması gereken problemi ve gerçek bir durumu çözmek için çok adımlı bir modelleme gerektiren bir diğer problemi çözememişlerdir.

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin matematik okuryazarlığı kapsamında performansları ve becerileri göz önüne alındığında genellikle problem bağlamına uygun strateji seçebildikleri, sembollerin işlemlerin ve formal dili kullanabilmelerine rağmen niceliksel ve cebirsel anlam açısından açıklama yapmada güçlük çektikleri gözlenmiştir. Bu öğrenciler nicelikler ile ilgili farklı temsilleri kullandıkları ve birbirleri arasında dönüşüm yapabilmişlerdir. Bu katılımcılar bu süreçte

yinelemeli muhakeme, fonksiyonel muhakeme, niceliksel muhakeme ve orantısal muhakeme gibi birçok farklı muhakeme biçimini ele alabilmişlerdir. Bu katılımcılar niceliksel ve cebirsel anlam açısından matematiksel tanım yapmada ve niceliklerin değişimi ile ilgili cebirsel temsili yorumlamada zorlandıkları için iletişim becerilerini kullanmada sıkıntı yaşamışlardır. Ayrıca bu öğrenciler nicelikleri anlamlı olarak yazılı ve sözlü bir şekilde ifade edebilmeleri, iletişim becerilerini ön klinik görüşmeye göre daha iyi kullandıkları ortaya koymuştur. Bu öğrencilerin problem çözme süreci boyunca gerekçe sunarken özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme ile doğrulama yapma (RPG), özel örnekler üzerinden doğrulama yapma yaklaşımını kullanma ve günlük yaşam örnekleri üzerinden doğrulama yapma yaklaşımlarını kullanmışlardır. Bu öğrenciler sezgisel süreçte doğrulama yapabilmelerine rağmen detaycılık ve titizlik gerektiren matematiksel argüman oluşturamamışlardır. Bütün bu nedenlerden dolayı bu katılımcılar problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme etme becerisini iyi kullanabiliyorken; matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirmede becerilerine anlamlı kullanmada güçlük çektikleri söylenebilir. Bu öğrencilerin hepsi seviye 6 haricindeki son klinik görüşmede sorulan tüm problemleri yönlendirmesiz tam puan alarak çözebilmişlerdir.

Tablo 4.1. *Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin Problem Çözme Süreci*

Öğretim Deneyi Süreci- Başlangıç	**Öğretim Deneyi Süreci- Bitiş**
Nicelikleri belirlemede güçlük çekme	Nicelikleri belirleyebilme
Nicelikler arası ilişki kurmada güçlük çekme	Karmaşık niceliksel ilişkiler hariç nicelikler arası ilişkileri kurabilme
Niceliklerin değişiminin analizini yapamama ve yorumlayamama	Niceliklerin değişiminin analizini özel örnekler üzerinden yapma ve bunların yorumunu yapmada güçlük çekme
Niceliksel anlam açısından gerekçe sunamama	Deneysel şekilde ve örneklerle niceliksel anlam açısından gerekçe sunma
Niceliksel ilişki açısından basit problemleri çözmede güçlük çekme	Niceliksel ilişki açısından basit problemleri çözebilme
Niceliksel ilişkileri temsil ile verilen problemleri çözmede güçlük çekme	Niceliksel ilişkileri temsil ile verilen problemleri çözebilme
Çok adımlı ve niceliksel ilişki açısından karmaşık problemleri çözememe	Çok adımlı ve niceliksel ilişki açısından karmaşık problemleri çözmede güçlük çekme

4.1.4.2. *Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin son klinik görüşmedeki problem çözme süreci*

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin son klinik görüşmede problem çözme sürecinde problem bağlamını anlamak için problemdeki nicelikleri belirledikleri ve niceliklerle ilgili çalışma yaprağına not aldıkları gözlenmiştir. Bu süreçte bu öğrenciler yazılı ve sözlü bir biçimde nicelikleri anlamlı kullanmışlar, niceliklerin nesnesi, ölçülebilen özellikleri ve birimlerini birlikte ele almışlardır. Son klinik görüşmede bu katılımcılar problem çözme sürecinde verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama, çarpımsal ilişkiyi kullanma, kural ya da formül kullanma (orantı kurma, hız-yol-zaman formülü), fonksiyonel yaklaşım ve cebirsel manipülasyon yapma stratejilerini kullanmışlardır. Genel olarak bu öğrenciler cebirsel problem çözme yaklaşımlarını kullanarak problem çözmektedirler. Ayrıca bu katılımcılar farklı problem çözme yaklaşımlarıyla problemlerin çözebileceğini belirtmişlerdir. Örneğin bu öğrencilerden birkaçı bisiklet probleminin ilk sorusunu fonksiyonel yaklaşım yerine yinelemeli yaklaşımla da çözülebileceğini ifade etmişlerdir. Bu katılımcılar nicelikler arası ilişki kurma ya da niceliklerin değişiminin analizini gerektiren problemlerin hepsini çözebilmişlerdir. Bu öğrenciler bir nesnenin hızını matematiksel olarak tam anlamıyla tanımlayamamalarına rağmen niceliksel anlam açısından bir nesnenin hızını ele aldıkları ancak bu tanımlarının niceliksel anlam açısından yeterli olmadığı ortaya çıkmıştır. Bu katılımcılar genel olarak problem çözme sürecinde kullandıkları işlem ve stratejileri ne amaçla yaptıklarını araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi olmadan belirtmemişlerdir. Bu nedenle bu öğrencilerin de zayıf niceliksel muhakemeye sahip olan öğrenciler gibi bağlamında ele alma becerisini kullanmaya ihtiyaç duymadıkları söylenebilir.

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin yönlendirmesiz gerekçe sunarken ilk başta özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme ile doğrulama yaptıkları (RPG), özel örnekler üzerinden doğrulama yapma yaklaşımını kullandıkları ve günlük yaşam örnekleri üzerinden doğrulama yapmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Bu öğrenciler matematiksel olarak daha ikna edici gerekçe sunmaya yönlendirme sonucunda cebirsel ve nicelikler anlam açısından niceliklerin değişimi yorumlamaya çalışmışlar, matematiksel kavramların ve cebirsel formüllerinden anlamından yararlanarak gerekçe sunmuşlardır.

Hesaplama akıcılığı becerisi açısından bu öğrenciler bağlamından ayrı ele alma becerisi kapsamında birçok problem çözme stratejisi her bir problem durumuna göre

uygun ve anlamlı bir şekilde kullanabilmişlerdir. Bu öğrenciler ön klinik görüşmede cebirsel manipülasyon yapma yaklaşımını kullanamamalarına rağmen artık bu yaklaşımı kullanabilmektedir. Diğer yandan bu katılımcılar bağlamından ayrı ele alma becerisini kullanmaya ihtiyaç duymadıkları araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile bu beceriyi anlamlı kullandıkları görülmüştür. Araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi sonucunda bu öğrenciler bağlamında ele alma becerisi kapsamında bölme ve oran kavramının yorumlayarak gerekçe sunmuşlardır. Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen bu öğrenciler niceliklerin açıkça verildiği problemleri, nicelikler arası ilişkilerin temsille gösterildiği problemleri ve nicelikler arası ilişkilerin ya da niceliklerin değişimini analiz etmeyi gerektiren çok adımlı karmaşık gerçek yaşam problemlerini yönlendirmesiz çözebilmişlerdir.

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin matematik okuryazarlığı kapsamında performansları ve becerileri göz önüne alındığında genellikle problem bağlamına uygun strateji seçebildikleri, sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanabildikleri ve bu süreçte niceliksel ve cebirsel anlam açısından açıklama yapabildikleri ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler nicelikler ile ilgili farklı temsilleri kullandıkları ve birbirleri arasında dönüşüm yapmışlardır. Bu katılımcılar niceliksel ve orantısal muhakeme başta olmak üzere yinelemeli muhakeme, fonksiyonel muhakeme gibi farklı muhakeme türlerini ele almışlardır. Bu katılımcılar niceliksel ve cebirsel anlam açısından matematiksel tanım yapmak istemelerine rağmen bu süreçte niceliklerin değişimini ve niceliklerin ölçülebilen özelliklerini birlikte ele almada güçlük yaşadıkları için iletişim becerilerini etkili bir şekilde kullanmada sıkıntı yaşamışlardır. Ayrıca bu öğrencilerin zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi nicelikleri anlamlı olarak yazılı ve sözlü bir şekilde ifade edebilmeleri iletişim becerilerini daha iyi kullandıklarını göstermiştir. Bu öğrencilerin yönlendirmesiz problem çözme süreci boyunca gerekçe sunarken özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme ile doğrulama yapma (RPG), özel örnekler üzerinden doğrulama yapma yaklaşımını kullanma ve günlük yaşam örnekleri üzerinden doğrulama yapma yaklaşımlarını kullanmışlardır. Ancak bu öğrenciler araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile niceliksel ve cebirsel anlam açısından gerekçe sunabildikleri ortaya çıkmıştır. Bu katılımcılar sezgisel süreçte doğrulama yapabilmelerine karşılık ihtiyaç halinde detaycılık ve titizlik gerektiren matematiksel argüman oluşturabilmişlerdir. Bütün bu nedenlerden dolayı bu öğrenciler problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel

olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme etme becerisini oldukça etkili kullanabiliyorken; matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirmede becerilerine yönlendirmesiz olarak etkili kullanmadıkları ihtiyaç halinde bu becerileri kullanabildikleri söylenebilir. Bu öğrencilerin özellikle iletişim ve argüman oluşturma becerilerini ihtiyaç halinde anlamlı kullandıkları ve matematiksel tanım yaparken zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Bu öğrencilerin hepsi klinik görüşmede sorulan tüm problemleri yönlendirmesiz tam puan alarak çözebilmişlerdir.

Tablo 4.2. *Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin Problem Çözme Süreci*

Öğretim Deneyi Süreci- Başlangıç	**Öğretim Deneyi Süreci- Bitiş**
Zor problemlerdeki (niceliksel ilişki açısından karmaşık) nicelikleri belirlemede güçlük çekme	Nicelikleri belirleyebilme
Zor problemlerdeki nicelikler arası ilişkileri kurmada güçlük çekme	Nicelikler arası ilişkileri kurabilme
Niceliklerin değişiminin analizini yapmada ve yorumlamada güçlük çekme	Niceliklerin değişiminin analizini ve yorumunu yapabilme
Niceliksel anlam açısından gerekçe sunamama	Yönlendirme olmadan niceliksel anlam açısından gerekçe sunamama (ihtiyaç duymama)
Niceliksel ilişki açısından basit problemleri çözebilme	Niceliksel ilişki açısından basit problemleri çözebilme
Niceliksel ilişkileri temsil ile verilen problemleri çözebilme	Niceliksel ilişkileri temsil ile verilen problemleri çözebilme
Çok adımlı ve niceliksel ilişki açısından karmaşık problemleri çözmede güçlük çekme	Çok adımlı ve niceliksel ilişki açısından karmaşık problemleri çözebilme

4.1.4.3. *Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin son klinik görüşmedeki problem çözme süreci*

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin son klinik görüşmede problem çözme sürecinde problem bağlamını anlamak için problemdeki nicelikleri yorumlamış ve belirlemişlerdir. Bu katılımcılar her bir problemdeki nicelikleri belirleme sürecinde nicelikleri yazılı ve sözlü bir biçimde nicelikleri anlamlı kullanmışlar; niceliklerin nesnesi, ölçülebilen özellikleri ve birimlerini birlikte ele almışlardır. Son klinik görüşmede bu öğrenciler problem çözme sürecinde verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama, şekil ya da diyagram çizme, çarpımsal ilişkiyi kullanma, kural ya da formül kullanma (orantı kurma, hız-yol-zaman formülü), fonksiyonel yaklaşım ve cebirsel manipülasyon yapma stratejilerini kullanmışlardır. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen bu öğrenciler cebirsel yaklaşımları

etkili şekilde kullanabilmekle birlikte nicelikleri ilgili cebirsel temsilleri hem problem bağlamında hem de cebirsel anlam açısından açıklayabilmişlerdir. Bu öğrenciler orta ve zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden farklı olarak her bir problemi çözme sürecinde çözüme en kolay şekilde götürebilen ve zaman tasarrufu sağlayan esnek yaklaşımı kullanmışlardır. Bu katılımcılar son klinik görüşmedeki problemlerin farklı yaklaşımlarla çözülebileceğini belirtmelerine rağmen esnek, en kolay şekilde çözüme götürebilen ve zaman tasarrufu sağlayan yaklaşımları kullandıklarını ifade etmişlerdir. Bu öğrenciler bir nesnenin hızını hız-yol-zaman formülünü ele almadan niceliksel anlam açısından tanımlayabilmişlerdir.

Bu katılımcılar problem çözerken kullandıkları işlem ve stratejileri neden kullandığını öğretmen yönlendirmesine ihtiyaç duymadan kendiliğinden açıklamışlardır. Bu nedenle bu öğrencilerin diğer öğrenci gruplarından farklı olarak bağlamında ele alma becerisini kullanmaya ihtiyaç duymadan kullandıkları ortaya çıkmıştır. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler niceliksel anlam açısından matematiksel tanımları, cebirsel kuralları yorumlayarak gerekçe sunmuşlardır. Bu süreçte bu öğrenciler cebirsel formüllerin anlamını ya da problem bağlamındaki nicelikler ve nicelikler arası ilişkilerin anlamını yorumlamışlar ve ayrıca cebirsel manüpulasyonları kullanarak bu gerekçelerini desteklemeye çalışmışlardır.

Hesaplama akıcılığı becerisi açısından bu öğrencilerin bağlamında ele alma becerisi ve bağlamında ele alma becerilerini etkili kullandıkları görülmüştür. Bu öğrenciler problem çözme sürecinde farklı problem çözme stratejilerini değerlendirerek en esnek stratejiyi kullanarak problem çözmüşlerdir. Bu katılımcılar bağlamında ele alma becerisi kapsamında problem bağlamındaki durumu günlük yaşam deneyimlerinden yararlanarak niceliksel anlam açısından yorumlamışlardır. Bu öğrenciler bu süreçte matematiksel kavram ve kuralların anlamından yararlanmışlardır. Bu anlamda bu katılımcıların diğer öğrencilere göre yönlendirme olmaksızın bağlamında ele alma becerisini ele aldıkları ve anlamlı bir şekilde kullandıkları söylenebilir. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen bu öğrenciler de orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi niceliklerin açıkça verildiği problemleri, nicelikler arası ilişkilerin temsille gösterildiği problemleri ve nicelikler arası ilişkilerin ya da niceliklerin değişimini analiz etmeyi gerektiren çok adımlı karmaşık gerçek yaşam problemlerini yönlendirmesiz çözebilmişlerdir.

Matematik okuryazarlığı kapsamında performans ve beceriler göz önüne alındığında güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler orta niceliksel muhakemeye sahip olan öğrenciler gibi problem bağlamına uygun strateji seçebildikleri, sembollerin, işlemlerin ve formal dilin kullanabildikleri ve bu süreçte niceliksel ve cebirsel anlam açısından açıklama yapabildikleri ortaya çıkmıştır. Bu öğrenciler nicelikler ile ilgili farklı temsilleri kullandıkları ve birbirleri anasında dönüşüm yapabilmişlerdir. Bu katılımcılar niceliksel ve orantısal muhakeme başta olmak üzere yinelemeli muhakeme, fonksiyonel muhakeme gibi farklı muhakeme türlerini ele alabilmişlerdir. Bu katılımcılar problem çözme ve kurma becerisi kapsamında diğer öğrencilere göre en esnek stratejiyi seçerek problem çözmeleri onların problem çözmede ustalaştıklarını ve farkındalıklarının güçlü olduğunu ortaya koymaktadır. Yine bu öğrenciler diğer öğrencilerden farklı olarak niceliksel ve cebirsel anlam açısından matematiksel tanım yapabilmiş, yaptıkları hesaplamaları ve işlemleri yönlendirmesiz açıklayabilmişlerdir. Bu anlamda bu katılımcıların iletişim becerilerini etkili bir şekilde kullandıkları söylenebilir. Bu öğrencilerin niceliksel anlam açısından matematiksel kavramları ve kuralları kullanarak gerekçe sundukları gözlenmiştir. Bu katılımcılar yönlendirme olmaksızın detaycılık ve titizlik gerektiren matematiksel argüman oluşturabilmektelerdir. Bütün bu nedenlerden dolayı bu öğrenciler problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme etme becerisi ile matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirmede becerilerini diğer katılımcılara göre yönlendirmesiz bir biçimde oldukça etkili kullanmışlardır. Bu katılımcıların hepsi klinik görüşmede sorulan tüm problemleri yönlendirmesiz tam puan alarak çözebilmişlerdir.

Tablo 4.3. *Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin Problem Çözme Süreci*

Öğretim Deneyi Süreci- Başlangıç	Öğretim Deneyi Süreci- Bitiş
Zor problemlerdeki (niceliksel ilişki açısından karmaşık) nicelikleri belirleyebilme	Nicelikleri belirleyebilme
Zor problemlerde nicelikler arası ilişki kurabilme ancak ifade etmede güçlük çekme	Zor problemlerde nicelikler arası ilişki kurabilme ve yorumlayabilme
Niceliklerin değişiminin analizini yapabilme ancak yorumlamada güçlük çekme	Niceliklerin değişiminin analizini ve yorumunu yapabilme
Niceliksel anlam açısından gerekçe sunmada güçlük çekme	Yönlendirmesiz niceliksel anlam açısından gerekçe sunma (ihtiyaç duyma)
Niceliksel ilişki açısından basit problemleri çözebilme	Niceliksel ilişki açısından basit problemleri çözebilme
Niceliksel ilişkileri temsil ile verilen problemleri çözebilme	Niceliksel ilişkileri temsil ile verilen problemleri çözebilme
Çok adımlı ve niceliksel ilişki açısından karmaşık problemleri çözebilme ancak gerekçe sunamama	Çok adımlı ve niceliksel ilişki açısından karmaşık problemleri çözebilme ve gerekçe sunma

Tablo 4.4. *Katılımcı Öğrencilerin Matematik Okuryazarlığına İlişkin Performansları*

Katılımcılar	Öğretim Deneyi Süreci- Başlangıç	Öğretim Deneyi Süreci- Bitiş
Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Öğrenciler	Seviye 4'e kadar olan problemlerden en az birini çözememe	Seviye 6 hariç tüm problemleri çözebilme
Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Öğrenciler	Seviye 4'e kadar problemleri çözebilme	Seviye 6 dâhil her problemi çözebilme
Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Öğrenciler	Seviye 5 ve Seviye 6 problemlerinden kısmi puan alma, diğer problemleri çözebilme	Seviye 6 dâhil her problemi çözebilme

4.1.5. DNR çerçevesine göre öğretim deneyi sürecindeki katılımcıların düşünme yollarına ilişkin sonuçlar ve yorumlar

DNR çerçevesine katılımcı öğrencilerin öğretim deneyi sürecindeki düşünme yollarını açığa çıkarmak için bu katılımcıların problem çözme yaklaşımları/stratejileri, kanıt şemaları ve matematiksel inançları incelenmiştir.

4.1.5.1. *Katılımcı öğrencilerin problem çözme yaklaşımları/stratejileri*

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler ön klinik görüşmelerdeki problem çözme sürecinde ezbere kural, formül ya da prosedürleri geri çağırma, anahtar kelime arama, anlamsız hesaplama ya da işlem yapma, formül/kural kullanma (orantı kurma, ters işlem kuralı), deneme yanılma stratejisi, yinelemeli

(recursive) yaklaşım gibi sayı, işlem ve kural odaklı stratejileri kullanmışlardır. Ön klinik görüşmede bu öğrenciler problem çözme sürecinde nicelikler yerine sayılara odaklandıkları için aritmetiksel stratejileri kullanmışlardır. Bu öğrencilerin hiçbiri cebirsel ifadeleri ve eşitliklerin anlamını yorumlayamadıkları için problem çözme sürecinde cebirsel stratejileri kullanamamışlardır. Bu katılımcılar problem bağlamını niceliksel anlam açısından analiz etmeden birden aritmetiksel stratejileri kullanarak problem çözmeye çalışmışlardır. Bu nedenle bu öğrenciler ön klinik görüşmedeki problemlerin çoğunu çözememişlerdir. Bu katılımcıların hiçbiri problem bağlamını anlamak için niceliksel anlam açısından zihinsel model oluşturmak için problem çözme yaklaşımlarını kullanamamışlardır. Son klinik görüşmede özellikle zor problemlerin çözüm sürecinde zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler zor problemlerin bağlamını niceliksel anlam açısından kavramak ya da zihinsel model oluşturmak için şekil ya da diyagram çizmişler; diğer problemleri anlamlandırmak için de problem bağlamındaki nicelikler ile ilgili verilenleri not almışlardır. Son klinik görüşmede bu katılımcılar problem çözme sürecinde şekil ya da diyagram çizme, çubuk-bar modeli kullanma, özel örnekleri inceleme, verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama ve bu süreçte elle sayma, ileri ya da geriye sayma, formül ya da kural kullanma (orantı kurma, hız-yol-zaman formülünü kullanma), çarpımsal ilişki kurarken toplamsal ilişkiden yararlanma, yinelemeli yaklaşım, yinelemeli yaklaşımının ardından fonksiyonel yaklaşım, fonksiyonel yaklaşım ve cebirsel manipülasyon yapma stratejilerini kullanmışlardır. Bu öğrenciler çoklu problem yaklaşımla çözülebilen problemleri aritmetiksel stratejileri kullanarak çözmeyi tercih etmişlerdir. Buna karşılık bu katılımcılar sadece cebirsel yaklaşımları kullanmak gerektiren problemleri çözmek için cebirsel manipülasyon yapma stratejisini kullanabilmişlerdir. Ancak bu öğrenciler cebirsel manipülasyon sonucunda ortaya çıkan cebirsel ifade, eşitlik ya da kuralı niceliksel ve cebirsel anlam açısından yorumlayamamışlardır. Ön klinik görüşmede sadece yinelemeli yaklaşımı kullanan bu öğrenciler artık fonksiyonel yaklaşımı problem çözme sürecinde kullanabilmişlerdir. Bu öğrencilerin çoğunun ön klinik görüşmede çarpımsal ilişki kurma stratejisini kullanmada güçlük çekerken son klinik görüşmede çarpımsal ilişki kurabildikleri ve bu süreçte toplamsal ilişkiden yararlandıkları görülmüştür. Ayrıca bu öğrenciler son klinik görüşmedeki problemleri çözmede sadece bir yaklaşımla çözebilmişler ve onlar alternatif olarak çoklu yaklaşımları önerememişlerdir.

Orta niceliksel muhakeme becerisine sahip öğrencilerin ön klinik görüşmedeki sürecinde sistematik deneme yanılma, örüntü arama, verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama, formül, kural ve prosedürler kullanma (orantı kuralı, ters işlem), yinelemeli yaklaşım, primitif (ilkel) fonksiyonel yaklaşım stratejilerini kullanmışlardır. Bu öğrenciler zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi sadece aritmetiksel stratejileri kullanmışlardır. Bu katılımcılar cebirsel stratejileri kullanamadıkları için çoklu yaklaşım ile çözülebilen problemleri sadece aritmetiksel stratejiler kullanarak çözebilmişlerdir. Son klinik görüşmede bu öğrenciler problem çözme sürecinde verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama, çarpımsal ilişkiyi kullanma, kural ya da formül kullanma (orantı kurma, hız-yol-zaman formülü), fonksiyonel yaklaşım ve cebirsel manipülasyon yapma stratejilerini kullanmışlardır. Ön klinik görüşmede cebirsel stratejileri kullanamayınca aritmetiksel stratejileri kullanarak problemleri çözmeye çalışan bu katılımcılar artık aritmetiksel stratejilere kullanmaya başvurmadan cebirsel stratejileri kullanarak problemleri çözebilmektedirler. Ön klinik görüşmede ilkel fonksiyonel yaklaşımı kullanabilen bu öğrenciler son klinik görüşmede fonksiyonel yaklaşımla problemleri çözebilmişlerdir. Ayrıca bu öğrenciler son klinik görüşmedeki birkaç problemin çözümü ile ilgili kendilerinin kullanmadığı alternatif problem çözme yaklaşımlarını önermişlerdir.

Güçlü niceliksel muhakeme becerisine sahip öğrencilerin ön klinik görüşmedeki sürecinde verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama (oran, çarpımsal ilişki), formül, kural ve prosedürler kullanma (orantı kuralı), örüntü arama, yinelemeli yaklaşım ve fonksiyonel yaklaşım stratejilerini kullanmışlardır. Bu öğrencilerden sadece ikisi cebirsel manipülasyon stratejisini kullanabilmelerine rağmen onların hepsi cebirsel eşitliğin anlamını yorumlayabildikleri için bir niceliğin bilinmeyen değerini bulabilmişlerdir. Son klinik görüşmede bu öğrenciler problem çözme sürecinde verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama, şekil ya da diyagram çizme, çarpımsal ilişkiyi kullanma, kural ya da formül kullanma (orantı kurma, hız-yol-zaman formülü), fonksiyonel yaklaşım ve cebirsel manipülasyon yapma stratejilerini kullanmışlardır. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen bu öğrencilerin çoğu çok aşamalı karmaşık problemleri çözerken estetik ve matematiksel açıdan göze hitap eden çözümler yapmışlar ve bu süreçte diyagram çizme stratejisini kullanmışlardır. Ön klinik görüşmede bu öğrencilerden sadece ikisi cebirsel manipülasyon yapabilirken son klinik görüşmede onların hepsi bu stratejiyi kullanabilmişlerdir. Bu öğrenciler diğer katılımcılardan farklı

olarak son klinik görüşmedeki her bir problemi esnek, en kolay şekilde çözüme götürebilen ve zaman tasarrufu sağlayan yaklaşımlar kullanarak çözmüşlerdir. Ayrıca bu öğrenciler araştırmacı-öğretmene bu problemleri farklı birçok yaklaşımla çözülebileceğini de belirtmişlerdir.

4.1.5.2. *Katılımcı öğrencilerin kanıt şemaları*

Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler ön klinik görüşmede problem çözme sürecinde dışsal kanıt şemasını ve deneysel kanıt şemasını kullanmışlardır. Bu katılımcıların problem çözme sürecinden en çok ve baskın bir şekilde dışsal kanıt şemasını kullandıkları görülmüştür. Bu öğrenciler dışsal kanıt şeması çeşitlerinden ritüel kanıt şeması, otoriter kanıt şeması ve niceliksel olmayan sembolik kanıt şemasına başvurmuşlardır. Örneğin ritüel kanıt şemasına başvuran bu katılımcılar, elmalar probleminin son sorusu ile ilgili niceliksel ya da cebirsel muhakeme yapmak yerine problemdeki diyagramın görümünden etkilenerek gerekçe sunmuştur. Benzer şekilde bu öğrenciler pizza ve elmalar problemlerinde niceliksel muhakemeye dayalı gerekçe sunma yerine problem bağlamında önerdiği sıradan/basmakalıp düşünceler ile muhakemeler yapmaları nedeniyle dışsal kanıt şemasına başvurdukları düşünülmüştür. Bu katılımcılar problemlerin bağlamını analiz etmeden farklı problem türlerine göre farklı kuralları ve prosedürleri geri çağırılarak çözülmesi gerektiğini savunmaları ise otoriter kanıt şemasına başvurduklarını ortaya çıkarmıştır. Örneğin, Alp zor olduğuna inandığı problemlerin çözümünde cebirsel bir kural kullanmak gerektiğini savunmuştur. Ayrıca bu öğrenciler genellikle araştırmacı ile göz kontağı kurarak dışarıdan onay almaya çalışmışlardır. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen bu öğrencilerin çoğu [%83] cebirsel bir eşitliğin problem bağlamında anlamını yorumlamak yerine sayıların büyüklüklerini karşılaştırarak gerekçe sunmaya çalışmaları niceliksel olmayan sembolik kanıt şemasını kullandıklarını göstermiştir. Bu katılımcılar problem bağlamındaki cebirsel ifade, sembol ve eşitlikleri niceliksel anlam açısından analiz etmeden ve bunları anlamlı bir şekilde yorumlayadan ya da kullanamadan gerekçe sunmuşlardır. Bu öğrenciler deneysel kanıt şemasına dışsal kanıt şeması ile sundukları gerekçeleri desteklemek için kullanmışlardır. Bu nedenle ön klinik görüşmede bu katılımcılar deneysel kanıt şemasına nadir olarak başvurmuşlardır. Örneğin bazı öğrenciler elmalar problemine ilişkin gerekçe sunarken özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genellemeyle doğrulama yapmışlardır. Son klinik görüşmede zayıf

niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin hiçbirisi gerekçe sunarken dışsal kanıt şemasına başvurmamışlardır. Araştırmacı-öğretmen bu katılımcıları gerekçe sunmaya yönlendirdiğinde sadece deneysel kanıt şemasını kullandıkları görülmüştür. Bu öğrencilerin hiçbiri matematiksel kavram, tanım, cebirsel formül ve niceliklerin anlamından yararlanarak gerekçe sunamadığı için tümdengelimsel kanıt şemasını kullanamamışlardır. Ayrıca bu öğrenciler sadece araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile yaptıkları işlemler, çözümler ve kullandıkları stratejiler ile ilgili gerekçe sunmuşlardır. Bu nedenle bu katılımcıların problem çözme sürecinde tek başına gerekçe sunmaya zihinsel ihtiyaç duymadığı söylenebilir.

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler ön klinik görüşmedeki problem çözme sürecinde dışsal kanıt şemasını ve deneysel kanıt şemasını kullanmışlardır. Bu öğrencilerin problem çözme sürecinde en çok ve baskın bir şekilde deneysel kanıt şemasını kullandıkları görülmüştür. Bu katılımcılar gerekçe sunarken özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme ile doğrulama yapma (RPG), özel örnekler üzerinden doğrulama yapma yaklaşımlarını kullandıkları için deneysel kanıt şemasına başvurdukları anlaşılmaktadır. Örneğin, bu öğrenciler problem bağlamındaki cebirsel kuralları niceliksel anlam açısından yorumlamak yerine özel örnekler üzerinden doğrulama yaparak analiz etmişlerdir. Bu öğrenciler dışsal kanıt şemasını ise otoriter kanıt şemasına başvurarak kullanmışlardır. Örneğin bu katılımcılar farklı problem türlerine göre farklı kuralları ve prosedürleri geri çağırılarak çözülmesi gerektiğini savunmuşlardır. Bu öğrenciler niceliksel muhakeme yapmada (özellikle niceliklerin değişimi ve niceliklerin oluşturulması) güçlükler yaşamaları nedeniyle alışılagelmiş muhakeme yapmışlardır. Bu nedenle yaptıkları deneysel kanıt şemasına güvenmeyip dışsal kanıt şemasına başvurmuşlardır. Bu katılımcıların dışsal kanıt şemasına başvurma nedeni niceliksel muhakeme yapmada güçlükler çekip matematiksel olmayan alışılagelmiş muhakeme (basmakalıp/sıradan düşünceler) yapmaları ve bazen de niceliksel anlam açısından problemi analiz etmeden anlamsız kural ve formül çağırmalarıyla ilişkilendirilebilir. Son klinik görüşmedeki problem çözme sürecinde orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gerekçe sunarken öncelikle deneysel kanıt şemasına başvurmuşlardır. Araştırmacı-öğretmen bu öğrencilere matematiksel açıdan daha ikna edici bir gerekçe sunmalarını istediğini belirtince onlar niceliksel ve cebirsel anlam açısından gerekçe sunarak tümdengelimsel muhakemeyi kullanmışlardır. Kısaca bu katılımcılar öncelikle doğrulamalarını sezgilere ve özel

örneklere dayalı olarak yapmaktadırlar. Ancak bu öğrenciler yönlendirme yapıldığında detaycılık ve titizlik gerektiren matematiksel argüman oluşturabilmişlerdir. Bu öğrencilerin hiçbiri son klinik görüşmede dışsal kanıt şemasına başvurmamışlardır. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi bu katılımcılar sadece araştırmacının yönlendirmesiyle problem çözme sürecinde gerekçe sunmuşlardır. Bu öğrenciler de problem çözme sürecinde gerekçe sunmaya zihinsel ihtiyaç duymamaktadırlar.

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler ön klinik görüşmedeki problem çözme sürecinde dışsal, deneysel ve tümdengelimsel kanıt şemasını kullanmışlardır. Bu öğrencilerin sundukları gerekçelerin problem durumunun zorluk seviyesine göre farklılaştığı ortaya çıkmıştır. Örneğin, bu öğrenciler niceliklerin açıkça verildiği basit problemlerdeki eşitlikleri niceliksel anlam açısından yorumlayarak gerekçe sunabilmişlerdir. Bu nedenle bu katılımcılar tümdengelimsel kanıt şemalarından referansal sembolik kanıt şemasına başvurmuşlardır. Referansal sembolik kanıt şemasında niceliksel muhakeme yapılarak, niceliksel anlam açısından semboller manipüle edilerek ya da işlem yapılarak gerekçe sunulmaktadır. Ancak bu öğrenciler nicelikler arası ilişkilerin karmaşık verildiği problemlere ilişkin gerekçe sunmada oldukça güçlük çekmişlerdir. Bu katılımcılar zor problemleri çözebilmelerine rağmen problemdeki nicelikleri yazılı ve sözlü olarak eksik şekilde ifade etmişler ve problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkileri ya da niceliklerin değişimini niceliksel anlam açısından detaycılık ve titizlik gerektirmeden ana dili gelişigüzel kullanarak gerekçe sunmuşlardır. Bu nedenle güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler tümdengelimsel kanıt şemasından referansal sembolik kanıt şemasını kullanmada güçlük çekmişler ve bunu uygun olarak kullanamamışlardır. Bu öğrenciler çözümün doğrululuğu, bir işlemi nasıl ve neden yaptığını açıklamada güçlük çekmişler ve tıkanmışlardır. Bu öğrenciler niceliksel muhakeme yapmadaki yaşadıkları güçlükler (niceliksel anlam açısından gerekçe sunma) nedeniyle özel örnekler üzerinden doğrulama yapma, özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme yaklaşımlarını kullanarak deneysel kanıt şemasına başvurmuşlardır. Bu öğrenciler çok nadir de olsa dışsal kanıt şemasından otoriteye başvurarak doğrulama yapmışlardır. Örneğin bu katılımcılar kullandığı formül ya da kuralın nasıl ortaya çıktığını bilmeden ezbere kullanmışlardır, bazen de niceliksel anlam açısından problemi analiz etmeden anlamsız kural ve formül çağırmışlardır. Son klinik görüşmede bu katılımcılar niceliksel anlam

açısından matematiksel tanımları, cebirsel kuralları yorumlayarak gerekçe sunmuşlardır. Bu süreçte bu öğrenciler cebirsel formüllerin anlamını ya da problem bağlamındaki nicelikler ve nicelikler arası ilişkilerin anlamını yorumlamışlar ve ayrıca cebirsel manüpulasyonları kullanarak bu gerekçelerini desteklemeye çalışmışlardır. Bu nedenle bu katılımcılar son klinik görüşmede sadece tümdengelimsel kanıt şemasına başvurarak gerekçe sunmuşlar ve referansal sembolik kanıt şemasını kullanmışlardır. Bu öğrencilerin hiçbirisi son klinik görüşmede dışsal ve deneysel kanıt şemasına başvurarak gerekçe sunmamışlardır. Zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerden farklı olarak bu öğrenciler problem çözme sürecinde kullandıkları işlem, stratejiler ve çözümlerle ilgili yönlendirme olmaksızın gerekçe sunmaları, onların bu beceriyi problem çözmede kullanmaya zihinsel ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

4.1.5.3. *Katılımcı öğrencilerin matematiksel inançları*

Ön bilgi edinme görüşmesinde katılımcı öğrencilerin hepsi matematik okuryazarlığı kapsamında çözdükleri problemlere karşı olumlu tutumlar sergilemişlerdir. Bu katılımcıların hepsi bu problemlere aşina olmadıklarını belirtmelerine rağmen bunların eğlenceli, ilginç, hoş, güzel, günlük hayattan, farklı, değişik ve merak uyandırıcı gibi olumlu özelliklerinden söz etmişlerdir. Bu öğrencilerin hepsine göre PISA matematik okuryazarlığı problemlerini matematik dersi ve matematikle ilgili değildir. Bu katılımcılara göre matematiğin günlük hayatta kullanılması şaşırtıcıdır. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler PISA problemlerini sadece tutum açısından ele alırken orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler ayrıca bu problemleri genel olarak analiz (tutum ve beceri) etmişlerdir. Diğer yandan güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler bu problemleri tutum, kavram bilgisi ve beceri açısından analiz etmişlerdir. Son bilgi edinme görüşmesinde ise bu öğrencilerin hepsi artık PISA kapsamındaki problemlere aşina olduklarını ve onları çözmeyi sevdiklerini belirtmişlerdir. Bu öğrenciler niceliksel muhakeme odaklı öğretim sayesinde bu problemleri çözdüklerine inanmaktadırlar.

Ön bilgi edinme görüşmesinde bu öğrencilerin hepsi matematiği günlük hayatta kullanılmayan bir bilim olarak düşündüklerini, matematiği birbiriyle ilişkisiz ve gerçekler yığını olarak ele aldıklarını, matematiği statik bulduklarını ve faydalı bulmadıklarını ifade etmişlerdir. Bu öğrenciler okul matematiğini de günlük hayatla ilişkisi olmadığını, matematiği izole edilmiş bir şekilde kural, işlem ve formül odaklı öğrendiklerini ve

sadece akademik başarı açısından önemli olduğunu belirtmişlerdir. Bu katılımcılara göre okul matematiğindeki matematiksel bilgi, kural ve işlemleri ezberlemek gerekmektedir. Bu problemler daha çok işlem yapmaya yönelik olup çok düşünmeye yönelik değildir. Bu öğrenciler türlerine göre matematiksel problemleri önceden öğrenilen işlemler, kurallar ve formülleri kullanılarak çözülebilmektedir. Katılımcı öğrencilerin okul matematiği ile ilgili görüşlerinden matematiği ezbere/üstün körü öğrendikleri ve bu öğretimlerde kural koyucu yaklaşımlar ve davranışların onlara benimsetilmeye çalışıldığı ortaya çıkmıştır. Bu sonuçlar katılımcı öğrencilerin okul matematiğinde temel öğeler ile düşünme yaklaşımına göre öğretim yapıldığını göstermektedir. Temel öğeler ile düşünme yaklaşımına göre yapılan bir öğretimde amaç öğrencilere matematiksel ya da bilimsel bilgi sağlamaktır. Öğrenciler bu bilgileri yeterince öğrendikten sonra bunları matematiksel ya da bilimsel düşünmede kullanabilirler (Greeno, 1992, s. 39). Geleneksel cebir programında temel öğeler ile düşünme yaklaşımı var olup öğrencilerin günlük hayat problemleri ve kanıtlamayla ilgilenmeden önce yeterli sembolik manipülasyon becerisi kazanması amaçlanmaktadır (Harel, 2013, s. 485). Öğretim deneyi kapsamında ise araştırmacı-öğretmen ve gözlemcinin birlikte yürüttüğü öğretim bölümleri, klinik görüşmeler ve bilgi edinme görüşmeleri niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında gerçekleşmiştir. Öğretim bölümlerinde niceliksel muhakeme odaklı öğretim yapılmıştır. Katılımcı öğrencilerin hepsi bu öğrenme ortamının eğlenceli, öğretici, bilgi ve beceri geliştirmeye yönelik ve düşünme odaklı olduğunu belirtmişlerdir. Bu öğrenciler günlük hayat problemleri çözerek hem matematiksel bilgi hem de günlük hayat bilgisi kazandıklarını ileri sürmüşler; bu süreçte en çok matematiksel düşünmelerinin geliştiğini savunmuşlardır. Araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğretim bölümlerinde günlük hayat problemlerini öğrencilerde zihinsel ihtiyaç uyandırarak çözmeyi hedefledikleri için DNR temelli öğretimi benimsemişlerdir (Harel, 2010, s. 357). DNR temelli öğretimin kökeninde niceliksel muhakeme odaklı öğretim yer almaktadır (Harel, 2013, s. 445). Niceliksel muhakeme odaklı öğretimde ayrıca öğretimin başından itibaren öğrenme aktivitesinin ana odağı bilimsel ve matematiksel düşünmeyi öğrenmek olduğu için öğrencilerin de ifade ettiği sözlerden öğretim bölümlerinin okul matematiğindeki temeli ile düşünme yaklaşımı yerine temelini düşünme yaklaşımı benimsenerek yürütüldüğünü göstermektedir. Son bilgi edinme görüşmesi öğrencilerin hepsinin özellikle zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin kural koyucu, işlem ve formül odaklı öğretim yerine niceliksel muhakeme odaklı ya da DNR temelli öğretimle

öğrenmek istediklerini ortaya koymuştur. Bu öğrenciler okul matematiğindeki öğretimde benimsenen temelleri ile düşünme yaklaşımı yerine temelini düşünme yaklaşımı ile bilimsel ve matematiksel düşünmelerini geliştirerek matematiksel kavram ve bilgileri eğlenceli bir şekilde öğrenmeye ihtiyaç duyduklarını ileri sürmüşlerdir. Ayrıca bu katılımcılar artık işlem ve hesaplamalara dayalı kural koyucu problemler yerine günlük hayattan rutin olmayan problemleri çözerek matematiği öğrenme ihtiyacı duymaktadır.

Ön bilgi edinme görüşmelerinde katılımcı öğrenciler okul matematiği ve matematiği sadece akademik başarı için öğrenilmesi gereken bir ders olarak gördüklerini söylemişlerdir. Bu öğrencilere göre matematik işlemler, kurallar, formüller ve denklemler dizisinden oluşmakta olup statik, günlük hayatla ilişkisi olmayan, faydasız, ilişkisiz gerçekler kümesidir. Ernest'in (1989) matematiğin doğası ile ilgili üç temel bilgibilimsel ve felsefi görüşleri ele alındığında bu öğrencilerin matematiğin doğası ile ilgili instrümentalist (mekaniksel) ya da Platonist görüşü benimsedikleri ortaya çıkmıştır. İnstrümentalist (mekaniksel) görüşe göre matematik "faydalı fakat ilişkisiz bilgi, kural ve becerilerin bir koleksiyonudur" (s. 21). Platonist görüşte ise matematik ilişkisiz yapı ve mutlak doğrulardan oluşan statik/durgun fakat bütüncül bilgi koleksiyonudur. Bu görüşte matematiksel bilgi, kavram, kanıt ve benzerleri oluşturulamaz ancak matematiksel gerçekler keşfedilmektedir (s. 21). Son bilgi edinme görüşmesinde katılımcı öğrencilerin hepsinin matematiğin doğası ve öğrenilme süreci ile bakış açılarının değiştiği ortaya çıkmıştır. Orta ve güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler matematiğin hemen hemen yaşamın her yerinde olduğunu, matematiğin yaşamı kolaylaştırdığını, matematiğin her alanda kullanıldığını ve problemleri çözmeye yaradığını belirtmişlerdir. Bu öğrenciler süreç sonunda matematiğin önemi hakkında farkındalık kazanarak matematiğin dünyadaki yeri ve önemini takdir etmişlerdir. Diğer yandan zayıf niceliksel muhakemeye sahip olan öğrenciler günlük hayatla ilgili matematik problemleri çözmek istediklerini ifade etmişlerdir. Bu öğrencilerin hepsinin matematik ve problem çözmenin doğasıyla ilgili görüşleri değişmiştir. Bu katılımcılar matematik yaparken ve problem çözerken matematiksel düşünerek, eğlenerek, aktif bir şekilde bilgiyi oluşturup beceri geliştirilmesi gerektiğini savunmuşlardır. Bu öğrenciler artık matematiği dinamik ve aktif bir şekilde oluşturularak, problem çözme temelli öğretimle öğrenmek istediklerini anlatmışlardır. Bu görüşler bu katılımcıların matematiğin doğasıyla ilgili öğretim deneyi süreci sonunda problem çözme görüşünü benimsediklerini ortaya koymuştur. Bu görüşe göre "öğrenciler yeni matematiksel bilgiyi

aktif olarak yapılandırır ve matematiği dinamik ve problem tabanlı bir disiplin olarak ele alır" (Ernest, 1989, s. 21). Öğretim deneyi sürecinin başlangıcında katılımcı öğrenciler matematiğin doğası ile ilgili instrümentalist (mekaniksel) ya da Platonist görüşü benimserken süreç sonunda matematiğin doğası ile ilgili problem çözme görüşünü benimsedikleri görülmüştür. Kısaca bu öğrencilerin matematiğin doğası ile ilgili görüşleri instrümentalist (mekaniksel) ya da Platonist görüşten problem çözme görüşünü dönüşmüştür.

Ön bilgi edinme görüşmesinde zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler matematik dersini sevmediklerini, problem çözerken mutsuz, gergin hissettiklerini ve endişe duyduklarını ifade etmişlerdir. Son bilgi edinme görüşmesinde ise bu öğrenciler problem çözerken eskisi gibi gergin, endişeli hissetmediklerini ve araştırmacı-öğretmenin yürüttüğü niceliksel muhakeme odaklı öğretimi sevdiklerini söylemişlerdir. Ancak buna karşılık bu katılımcılar okuldaki matematik derslerinde sıkıldıklarını ve sevmediklerini belirtmişlerdir. Kısaca bu öğrenciler matematik ve matematik dersi ile ilgili olumsuz tutumlara sahipken süreç sonunda onların bu tutumlarının olumlu yönde değiştiği özellikle problem çözme ile ilgili özgüvenlerinin geliştiği söylenebilir. Bu katılımcılar ön klinik görüşmede PISA problemlerinin çoğunu çözememelerine rağmen performanslarının oldukça iyi olduğunu düşünmüşlerdir. Bu nedenle bu öğrenciler üstbiliş becerilerini performans değerlendirmede kullanamamışlardır. Son bilgi edinme görüşmesinde bu öğrenciler performanslarını değerlendirebilmiş olup üstbilişlerini kullanabilmişlerdir. Bu öğrenciler öğretim deneyi sürecinin onların akademik başarısını geliştirdiğini, problem çözerken özgüven kazandıklarını, matematiksel bilgi ve becerilerinin geliştiğini ve bir problemin nasıl çözülmesi gerektiğini öğrendiklerini söylemişlerdir. Orta ve güçlü niceliksel muhakemeye sahip olan öğrenciler ise ön bilgi edinme görüşmesinde matematik dersinde başarılı olduklarını söylemişlerdir. Ancak bu öğrenciler ön klinik görüşmede PISA problemlerinin zor sorularını çözemedikleri ve gerekçe sunamadıkları için endişe duymuşlardır. Bu nedenle bu katılımcılar performanslarını değerlendirdikleri için üstbilişlerini kullanabilmişlerdir. Kısaca bu öğrencilerin matematikle ilgili olumlu tutuma sahip olduğu söylenebilir. Son bilgi edinme görüşmesinde bu katılımcılar problem çözme ile ilgili bakış açılarının değiştiğini artık iyi bir problem çözücü olduklarını, akademik başarılarının daha geliştiğini ve daha iyi muhakeme yaparak becerilerini kullandıklarını belirtmişlerdir. Özetle bu öğrencilerin süreç sonunda matematiksel ve problem çözme

performansları ile ilgili daha olumlu tutumlara sahip olduğu ve matematiği yeri ve önemi açısından takdir ettikleri görülmüştür.

Bu araştırmanın en önemli sonuçlarından biri katılımcı öğrencilerin problem çözme davranışlarındaki değişimdir. Özellikle zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler başlangıçta kural koyucu, işlemsel ve hesaplamalara dayalı yaklaşımlarla problem çözmek gerektiğini düşünmektedir. Süreç sonunda bu öğrenciler niceliksel muhakeme odaklı yaklaşımlarla problem çözme gerektiğini savunmuşlardır. Bu katılımcılar önceden yanlış ve anlamsız bir şekilde problem çözdüklerini ifade etmişlerdir. Katılımcı öğrencilerin hepsine göre problem çözerken öncelikle problem ile ilgili niceliksel anlam açısından zihinsel model oluşturulmalıdır. Bu öğrenciler bu süreçte niceliklerin belirlenmesinin önemli olduğunu savunmuşlardır. Kısaca bu öğrencilerin problem çözme davranışları başlangıçta işlem, kural ve hesaplamalara odaklı/dayalı yaklaşımlardan süreç sonunda niceliksel muhakeme odaklı yaklaşımlara dönüştüğü söylenebilir.

Tablo 4.5. *Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları*

Problem Çözme Stratejileri	Kanıt Şemaları	Matematiksel İnançlar
- Ezbere kural, formül ya da prosedürleri geri çağırma, - Anahtar kelime arama, - Anlamsız hesaplama ya da işlem yapma, - Formül/kural kullanma (orantı kurma, ters işlem) - Deneme yanılma stratejisi, - Yinelemeli (recursive) yaklaşım Genel olarak sayı, işlem ve kural odaklı stratejileri kullanma; Sadece aritmetiksel problem çözme stratejilerini kullanma; Cebirsel problem çözme stratejilerini kullanamama.	- Baskın bir şekilde dışsal kanıt şemasını kullanma, - Ritüel kanıt şeması, - Otoriter kanıt şeması, - Niceliksel olmayan sembolik kanıt şeması - Dışsal kanıt şemasını deneysel kanıt şeması ile desteklemeye çalışma. - Problem çözme sürecinde gerekçe sunmaya ve doğrulama yapmaya kendiliğinden ihtiyaç duymama.	- PISA problemlerini matematik problemi olarak görmeme ve aşina olmama; bu problemlere karşı olumlu tutum geliştirme, - Okul matematiğindeki öğrenme ortamına ilişkin temel öğeleri ile düşünme yaklaşımının benimsenmesi, - Matematiğin doğası ile ilgili instrumentalist ya da Platonist inançlar, - Okul matematiğini sevmeme, - Matematik öğretimi ve matematik ve problem çözme ile ilgili olumsuz tutumlar, - Matematik yaparken ve problem çözerken düşük özgüven duyma ve başarısız olduğu inanışı, - Matematik ve matematiğin doğasına değer vermeme ve takdir etmeme, - Üstbiliş becerilerini performans değerlendirmede kullanamama, - Problem çözmede işlemsel ve kural koyucu davranışları benimseme.

Tablo 4.6. *Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları*

Problem Çözme Stratejileri	Kanıt Şemaları	Matematiksel İnançlar
- Zor problemleri anlamak için şekil ya da diyagram çizme, - Nicelikleri belirlemek için şekil çizme, - Diğer problemleri anlamak için niceliksel anlam açısından verilenleri not alma, - Çubuk-bar modeli kullanma, - Nicelikler arası ilişki kurarken ve niceliklerin değişimini analiz ederken özel örnekleri inceleme, - Verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama ve bu süreçte elle sayma, ileri ya da geriye sayma, - Çarpımsal ilişki kurarken toplamsal ilişkiden yararlanma, - Yinelemeli yaklaşım kullanma, - Yinelemeli yaklaşımının ardından fonksiyonel yaklaşım kullanma, - Formül ya da kural kullanma (orantı kurma, hız-yol-zaman formülünü kullanma), - İhtiyaç halinde cebirsel manipülasyon yapma stratejisine başvurma Problem çözme sürecinde aritmetiksel problem çözme stratejilerini kullanmayı tercih etme, İhtiyaç halinde cebirsel problem çözme stratejilerini kullanabilme, Problemleri çözmede sadece bir problem çözme yaklaşımını kullanma, Alternatif problem çözme stratejilerini önerememe.	- Gerekçe sunarken sadece deneysel kanıt şemasına başvurma, - Problem çözme sürecinde gerekçe sunmaya ve doğrulama yapmaya kendiliğinden ihtiyaç duymama.	- PISA problemlerini matematik problemi olarak görme ve aşina olma; bu problemlere karşı olumlu tutum geliştirme, - Okul matematiğinde kural koyucu, işlem ve formül odaklı öğretim yerine niceliksel muhakeme odaklı ya da DNR temelli öğretimle öğrenme ihtiyacı, - Okul matematiğinde temelleri ile düşünme yaklaşımı yerine temelini düşünme yaklaşımı ile öğrenme ihtiyacı, - Matematiğin doğası ile ilgili problem çözme görüşünü benimseme, - Okul matematiğini sevmeme ancak niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamını sevme, - Matematik yaparken ve problem çözerken daha olumlu özgüven geliştirme, - Matematik yapma ve problem çözme ile ilgili performans, bilgi ya da becerisinin geliştiğine inanma, - Problem çözerken olumsuz tutum yerine daha olumlu tutumlara sahip olma, - Üstbiliş becerilerini performans değerlendirmede kullanabilme, - Niceliksel muhakeme odaklı problem çözme davranışını benimseme.

Tablo 4.7. *Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları*

Problem Çözme Stratejileri	Kanıt Şemaları	Matematiksel İnançlar

- Sistematik deneme yanılma,
- Örüntü arama,
- Verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama,
- Yinelemeli yaklaşım,
- Primitif fonksiyonel yaklaşım,
- Formül, kural ve prosedürler kullanma (orantı kuralı, ters işlem).
 	
Cebirsel stratejileri kullanmada güçlük çekilmesi nedeniyle aritmetiksel problem çözme stratejileri kullanarak problem çözme.
	- Baskın bir şekilde deneysel kanıt şemasını kullanma,
	  - Özel örnekler üzerinden sonuçları tüm veri setine genelleme ile doğrulama yapma (RPG),
	- Deneysel kanıt şemasına güvenmeme ve dışsal kanıt şemasına başvurma.
	  - Otoriter kanıt şeması,
	  - Ritüel kanıt şeması,
	- Problem çözme sürecinde gerekçe sunmaya ve doğrulama yapmaya kendiliğinden ihtiyaç duymama.
		- PISA problemlerini matematik problemi olarak görmeme ve aşina olmama; bu problemlere karşı olumlu tutum geliştirme,
		- PISA problemlerinin yapısını genel olarak analiz etme,
		- Okul matematiğindeki öğrenme ortamına ilişkin temel öğeleri ile düşünme yaklaşımının benimsenmesi,
		- Matematiğin doğası ile ilgili instrumentalist ya da Platonist inançlar,
		- Matematik yaparken ve problem çözerken özgüven duyma ve başarılı olduğu inanışı,
		- Ancak PISA problemlerindeki bazı problemleri çözemeyince endişe duyma ve üzülme,
		- Matematik ve matematiğin doğasına değer vermeme ve takdir etmeme,
		- Matematik dersini sevme ancak faydasız, sıkıcı ve işlem açısından yoğun bulma,
		- Matematiğin sadece akademik performans için önemli bir ders olarak görme,
		- Üstbiliş becerilerini performans değerlendirmede kullanabilme,
		- Problem çözmede işlemsel ve kural koyucu davranışları benimseme

Tablo 4.8. *Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları*

Problem Çözme Stratejileri	Kanıt Şemaları	Matematiksel İnançlar
- Verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama, - Çarpımsal ilişkiyi kullanma, - Formül ya da kural kullanma (orantı kurma, hız-yol-zaman formülünü kullanma), - Fonksiyonel yaklaşımı kullanma, - Cebirsel manipülasyon yapma Problem çözme sürecinde cebirsel problem çözme stratejilerini kullanmayı tercih etme, Birçok problemin çözümü ile ilgili alternatif problem çözme stratejilerini önerme.	- Gerekçe sunarken deneysel kanıt şemasına başvurma, - İhtiyaç halinde yönlendirme sonucu tümdengelimsel kanıt şemasını kullanabilme, - Problem çözme sürecinde gerekçe sunmaya ve doğrulama yapmaya kendiliğinden ihtiyaç duymama.	- PISA problemlerini matematik problemi olarak görme ve aşina olma; bu problemlere karşı olumlu tutum geliştirme, - Okul matematiğinde kural koyucu, işlem ve formül odaklı öğretim yerine niceliksel muhakeme odaklı ya da DNR temelli öğretimle öğrenme ihtiyacı, - Okul matematiğinde temelleri ile düşünme yaklaşımı yerine temelini düşünme yaklaşımı ile öğrenme ihtiyacı, - Matematiğin doğası ile ilgili problem çözme görüşünü benimseme, - Okul matematiğini sıkıcı ve yararlı bulmama ancak niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamını eğlenceli ve faydalı bulma - Matematik ve matematiğin doğası ve önemini fark etme ve takdir etme, - Matematik yaparken ve problem çözerken başarılı olduğu inanışı, - İyi bir problem çözücü olduğuna inanma - Matematik yapma ve problem çözme ile ilgili performans, bilgi ya da becerisinin geliştiğine inanma, - Problem çözerken daha olumlu tutumlara sahip olma, - Üstbiliş becerilerini performans değerlendirmede kullanma, - Niceliksel muhakeme odaklı problem çözme davranışını benimseme.

Tablo 4.9. *Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları*

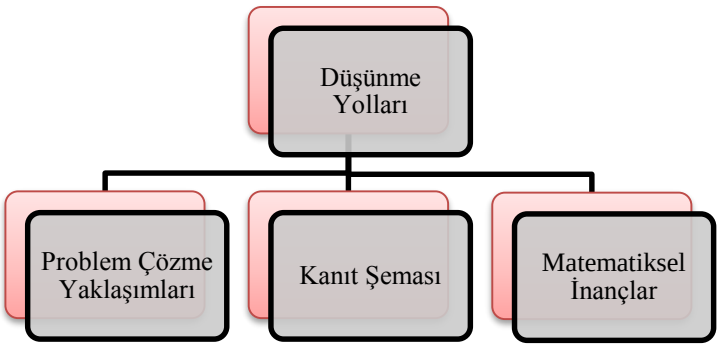
Problem Çözme Stratejileri	Kanıt Şemaları	Matematiksel İnançlar
- Verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama (oran, çarpımsal ilişki), - Formül, kural ve prosedürler kullanma ve geri çağırma (orantı kuralı), - Örüntü arama, - Yinelemeli yaklaşım, - Fonksiyonel yaklaşım, - Formül, kural ve prosedürler kullanma (orantı kuralı, ters işlem). Cebirsel stratejileri kullanabilme; ancak cebirsel manipülasyon yapmada çoğu öğrencinin güçlük çekmesi nedeniyle cebirsel ifade ve sembolleri anlamını yorumlayarak bir niceliğin bilinmeyen değerini bularak problem çözme.	Kullandıkları kanıt şemaları problemin zorluk düzeyine göre değişmekte; - Kolay problemlerde tümdengelimsel kanıt şeması - Referansal sembolik kanıt şeması, - Zor problemleri çözmelerine rağmen niceliksel muhakemeyi iletişim ve gerekçe sunma sürecinde kullanmada (örn., nicelikleri eksik kullanma, yapılan işlemleri niceliksel anlam açısından açıklayama) güçlük çekme sonucunda tümdengelimsel kanıt şemasını kullanmada sıkıntı yaşama, - Etkili ya da anlamlı şekilde tümdengelimsel muhakeme ya da kanıt şemasını kullanmayınca deneysel kanıt şeması ile gerekçe sunma, Problem çözme sürecinde gerekçe sunmaya ve doğrulama yapmaya kendiliğinden ihtiyaç duymama.	- PISA problemlerini matematik problemi olarak görmeme ve aşina olmama; bu problemlere karşı olumlu tutum geliştirme, - PISA problemlerinin yapısını ve neye hizmet ettiğini ayrıntılı bir şekilde analiz etme, - Okul matematiğindeki öğrenme ortamına ilişkin temel öğeleri ile düşünme yaklaşımının benimsenmesi, - Matematiğin doğası ile ilgili instrumentalist ya da Platonist inançlar, - Matematik yaparken ve problem çözerken özgüven duyma ve başarılı olduğu inanışı, - Ancak PISA problemlerindeki bazı problemleri gerekçe sunamayınca üzülme, şaşırma ve endişe duyma - Matematik ve matematiğin doğasına değer vermeme ve takdir etmeme, - Matematik dersini sevme ancak faydasız, sıkıcı ve işlem açısından yoğun bulma, - Matematiğin sadece akademik performans için önemli bir ders olarak görme, - Üstbiliş becerilerini performans değerlendirmede etkili kullanabilme, - Problem çözmede işlemsel ve kural koyucu davranışları benimseme.

Tablo 4.10. *Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Problem Çözme Yaklaşımları, Kanıt Şemaları ve Matematiksel İnançları*

Problem Çözme Stratejileri	Kanıt Şemaları	Matematiksel İnançlar
- Verilen nicelikler arasında ilgili ilişkiler arama - Çarpımsal ilişki kullanma, - Formül ya da kural kullanma (orantı kurma, hız-yol-zaman formülünü kullanma), - Fonksiyonel yaklaşımı kullanma, - Muhakeme yapma stratejisini kullanarak hiç işlem yapmadan problemleri çözebilme, - İşlem akıcılığını kullanma, - Cebirsel manipülasyon yapma Problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme odaklı olarak cebirsel problem çözme stratejilerini kullanmayı tercih etme, Problemleri esnek, çözüme en kolay şekilde götürebilen ve zaman tasarrufu sağlayan yaklaşımları kullanarak çözme, Problemleri çözümü ile ilgili alternatif problem çözme stratejileri önerme.	- Gerekçe sunarken tümdengelimsel kanıt şemasına başvurma, - Referansal sembolik kanıt şemasını kullanma, - Problem çözme sürecinde gerekçe sunma ve doğrulama yapmaya kendiliğinden ihtiyaç duyma	- PISA problemlerini matematik problemi olarak görme ve aşina olma; bu problemlere karşı olumlu tutum geliştirme, - Okul matematiğinde kural koyucu, işlem ve formül odaklı öğretim yerine niceliksel muhakeme odaklı ya da DNR temelli öğretimle öğrenme ihtiyacı, - Okul matematiğinde temelleri ile düşünme yaklaşımı yerine temelini düşünme yaklaşımı ile öğrenme ihtiyacı, - Matematiğin doğası ile ilgili problem çözme görüşünü benimseme, - Okul matematiğini sıkıcı ve yararlı bulmama ancak niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamını eğlenceli ve faydalı bulma - Matematik ve matematiğin doğası ve önemini fark etme ve takdir etme, - Matematik yaparken ve problem çözerken çok başarılı olduğu inanışı, - Çok iyi bir problem çözücü olduğuna inanma, - Matematik yapma ve problem çözme ile ilgili performans, bilgi ya da becerisinin geliştiğine inanma, - Problem çözerken daha olumlu tutumlara sahip olma, - Üstbiliş becerilerini performans değerlendirmede kullanma, - Niceliksel muhakeme odaklı problem çözme davranışını benimseme.

4.1.5.4. *Katılımcı öğrencilerin düşünme yolları*

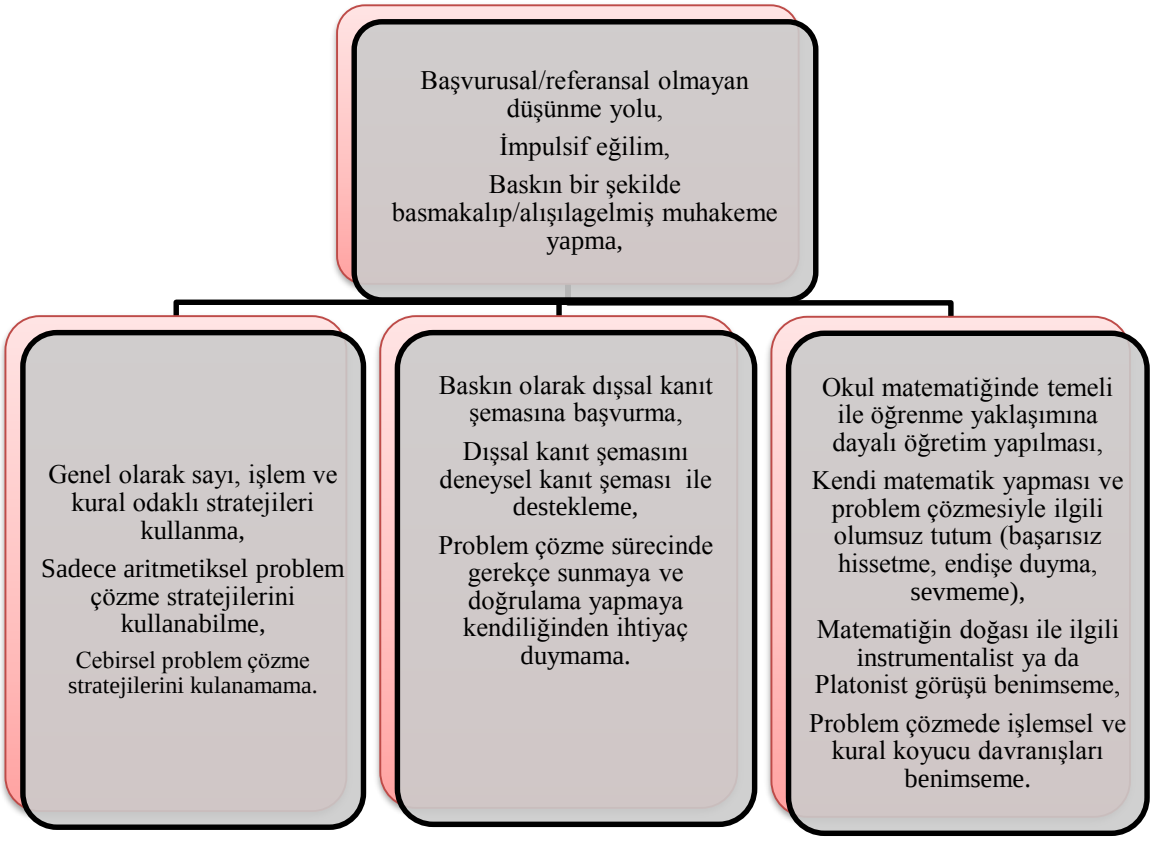
DNR teorik çerçevesine göre bireyin problem çözme sürecinde düşünme yollarının belirlenmesi için problem çözme yaklaşımları/stratejiler, kanıt şemalarının ve matematiksel inançlarının tekrarlı bir şekilde gözlenerek incelenmesi ve bunların belirli ve kalıcı özelliklerinin ortaya çıkması gerekmektedir (Harel, 2008b, s. 290).



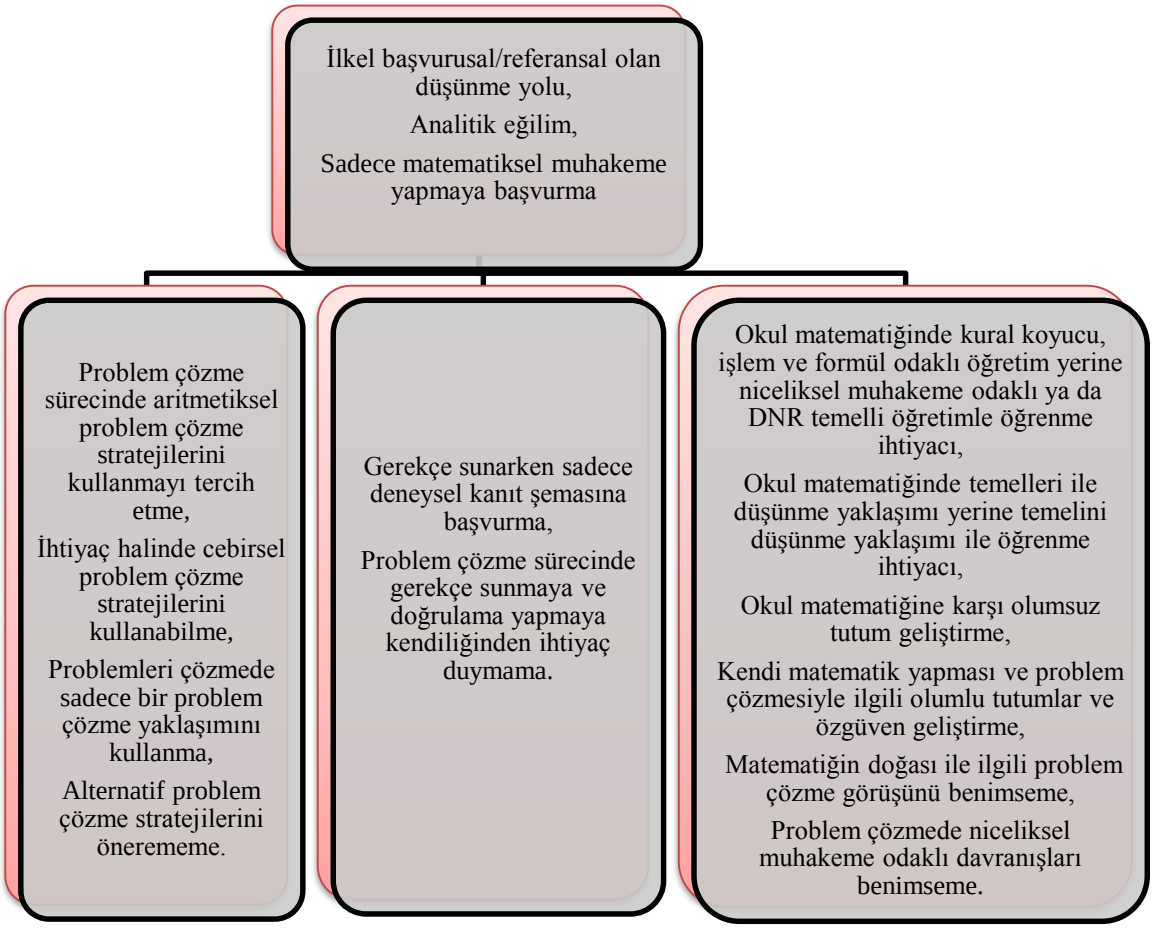
Şekil 4.1. *DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yollarının Bileşenleri*

Bu çalışmada katılımcı öğrencilerin öğretim deneyi sürecindeki düşünme yolları DNR çerçevesine göre düşünme yollarının bileşenlerinden yola çıkılarak ortaya konulmaya çalışılmıştır. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci ve eylemleri impulsif eğilim, başvurusal/referansal olmayan düşünme yolu ve baskın bir şekilde basmakalıp/alışılagelmiş muhakemenin özeliklerini göstermişlerdir. İmpulsif eğilim düşünme yolunda öğrenci problem durumunu analiz etmeden ya da problem durumu ile ilgili öngörülen eylemi düşünmeden spontane bir biçimde akla gelen eylemi yapmaya girişme eğilimidir (Lim ve Wagner, 2012, s. 457). Bu öğrenciler de ön klinik görüşmede problem bağlamını niceliksel anlam açısından analiz etmeden hemen işlem yapmaya çalışmıştır. Bu katılımcılar özellikle seviye 5 ve seviye 6 problemlerinde niceliksel muhakeme yapmak yerine matematiksel olmayan alışılagelmiş muhakeme yaparak problemleri çözmeye çalışmışlardır. Alışılagelmiş/basmakalıp muhakemede bireylerin problem bağlamıyla ilgisi olmayan günlük hayattaki deneyimlerinden yola çıkarak sıradan, alışılagelmiş ve basmakalıp düşüncelerle çıkarım yaptıkları gözlenmiştir (Saenz, 2009, s. 132). Başvurusal/referansal olmayan düşünme yolunda ise bireyler sembollerin, yapılan hesaplamaların ya da işlemlerin problem bağlamındaki niceliksel, fonksiyonel ya da cebirsel anlamını hesaba katmadan sembolleri uygun olmayan şekilde manipüle etmekte, işlem ya da hesaplama yapmaktadır (Harel, 2013, s.116). Zayıf niceliksel

muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin son klinik görüşmede analitik eğilim, ilkel başvurusal/referansal olan düşünme yolu ve matematiksel muhakeme yapmanın (aritmetiksel, niceliksel vb.) özeliklerini göstermişlerdir. Analitik eğilimde birey bir eylem ya da işlem yapmadan problem durumu, amacını ve kriterlerini analiz eder ya da oluşturmaya çalışır (Lim ve Wagner, 2012, s. 457). Bu katılımcılar öğretim deneyi süreci sonunda artık problem bağlamını anlamaya çalıştıktan sonra eylem yaptıkları görülmüştür. Bu öğrenciler sembollerin, yapılan hesaplamaların ya da işlemlerin problem bağlamındaki niceliksel, fonksiyonel ya da cebirsel anlamını sadece araştırmacı-öğretmen yönlendirmesiyle hesaba katarak sembolleri uygun bir şekilde manipüle etmiş, işlem ya da hesaplama yapmışlardır. Ancak bu katılımcıların gerekçeleri özel örnekler üzerinden doğrulamaya dayalı olduğu için çözümlerinin niceliksel, fonksiyonel ya da cebirsel anlamını yetersiz bir şekilde düşünebilmişlerdir. Bu nedenle bu öğrenciler süreç sonunda ilkel başvurusal/referansal olan düşünme yolunu kullanmışlardır. Ayrıca bu katılımcılar öğretim deneyinin başlangıcında basmakalıp/alışılagelmiş muhakeme yaparken süreç sonunda çoğu problem bağlamını niceliksel anlam açısından analiz etmeyi denedikleri için niceliksel muhakeme yapmaları nedeniyle matematiksel muhakeme yapmaya başvurdukları söylenebilir. Öğretim deneyi sürecinde zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin impulsif eğilim, başvurusal/referansal olmayan düşünme yolu ve basmakalıp/alışılagelmiş muhakemeleri sırasıyla analitik eğilim, ilkel başvurusal/referansal olan düşünme yolu ve matematiksel muhakeme yapmaya (aritmetiksel ve niceliksel vb.) dönüştüğü söylenebilir. Benzer şekilde bu öğrencilerin matematiğin doğası ile ilgili instrumentalist ya da Platonist görüşten problem çözme görüşüne dönüştüğü ortaya çıkmıştır. Bu katılımcılar problem çözmede işlemsel ve kural koyucu davranışları benimserken süreç sonunda problem çözmede niceliksel muhakeme odaklı davranışları benimsedikleri görülmüştür.



Şekil 4.2. *Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları*



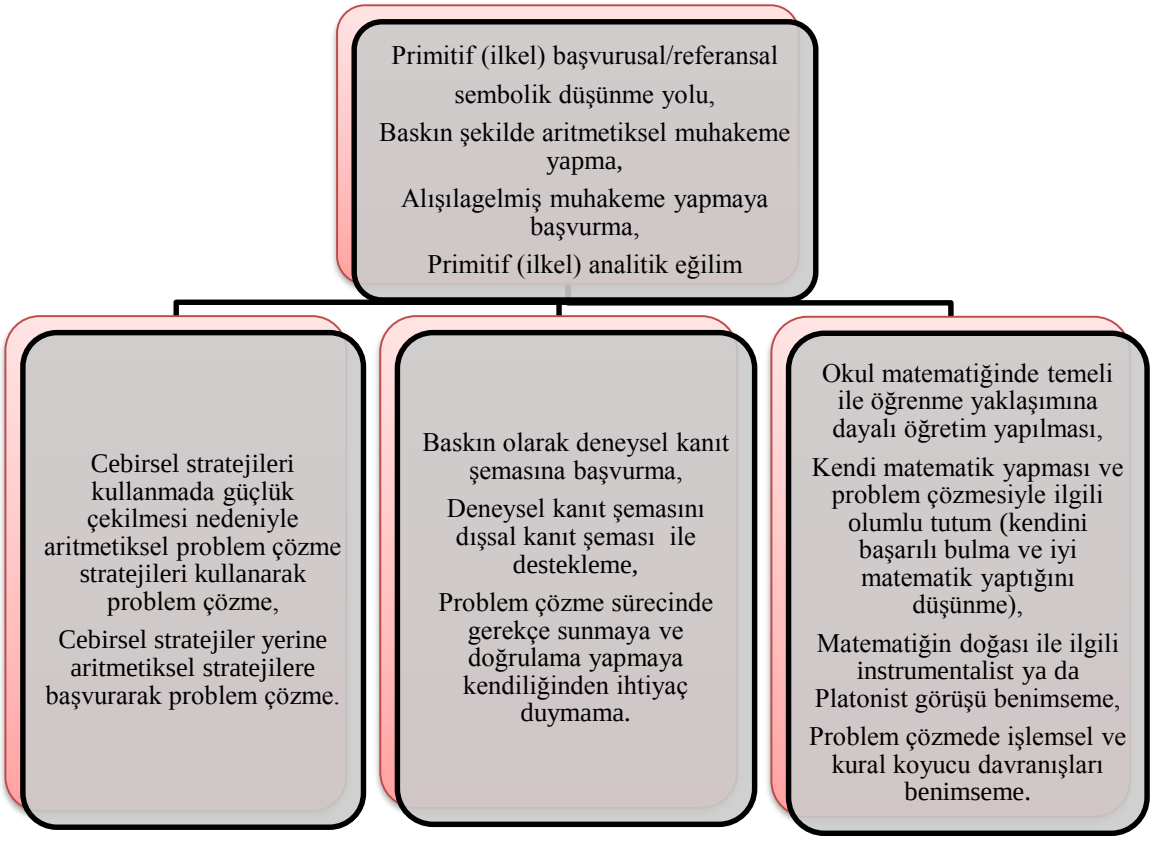
Şekil 4.3. *Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları*

Tablo 4.11. *DNR Bileşenlerine Göre Zayıf Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Katılımcıların Eylemleri*

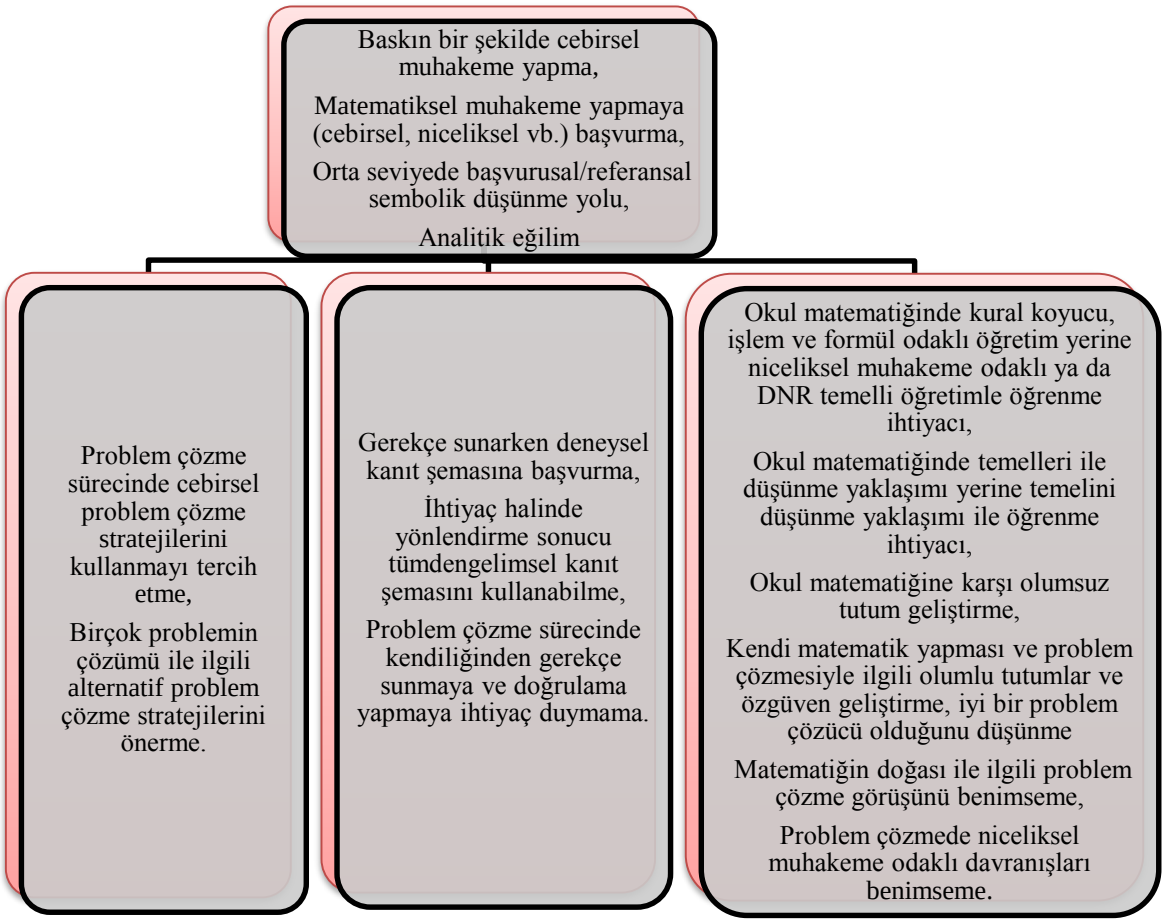
DNR Bileşenleri	Öğretim Deneyi Süreci-Başlangıç	Öğretim Deneyi Süreci-Bitiş
Problem çözme yaklaşımları	Anahtar kelime arama, hemen işlem (hesaplama) yapma, kural geri çağırmaya çalışma stratejileri, Sadece aritmetiksel stratejileri kullanabilme	Baskın olarak aritmetiksel stratejileri kullanma, Gerektiğinde cebirsel stratejileri kullanabilme, alternatif yaklaşımlar önerememe
Kanıt şeması	Baskın olarak dışsal kanıt şemasını kullanma, Argümanını destelemek için deneysel kanıt şemasını kullanma	Baskın olarak deneysel kanıt şeması, Yönlendirme olmadan gerekçe sunmaya ihtiyaç duymama
Matematiksel inançlar	Matematiği sevmeme, olumsuz inançlar, İnstrumentalist/platonist inançlar, İşlemsel ve kural koyucu davranışları benimseme	Matematiği daha olumlu inançlar, Problem çözme inancı, Niceliksel muhakeme odaklı davranışları benimseme
Düşünme yolu	Matematiksel olmayan muhakeme ve eğilimler	Matematiksel muhakeme yapmaya çalışma, Başvurusal sembolik düşünme yolunu ilkel şekilde kullanma

Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci ve eylemleri primitif (ilkel) başvurusal/referansal sembolik düşünme yolu, cebirsel muhakemede yaşanan güçlükler nedeniyle aritmetiksel muhakeme yapma, niceliksel ve cebirsel muhakeme yapmada yaşanan güçlükler nedeniyle alışılagelmiş muhakeme yapmaya başvurma ve primitif (ilkel) analitik eğilimde olduğunu göstermiştir. Bu katılımcıların son klinik görüşmedeki problem çözme süreci ve eylemleri analitik eğilim, baskın bir şekilde cebirsel ve niceliksel muhakeme yapma ve orta seviyede başvurusal/referansal sembolik düşünme yolunun özeliklerini ortaya çıkarmıştır. Bu öğrenciler ön klinik görüşmede problem bağlamını anlamak için çok az zaman ayırıp hesaplama yapmaya yöneldikleri için primitif (ilkel) analitik eğilime sahipken son klinik görüşmede problem bağlamını niceliksel anlam açısından detaylı bir şekilde analiz ettikten sonra işlem ya da hesaplama yaptıkları için analitik eğilime sahip oldukları söylenebilir. Bu öğrencilerin öğretim deneyi süreci sonunda aritmetiksel stratejilere başvurmadan cebirsel stratejiler ile problemleri çözmeleri nedeniyle cebirsel muhakeme yapmada güçlük çekmedikleri ortaya çıkmıştır. Bu katılımcılar cebirsel muhakeme yapabildikleri için niceliksel anlam açısından cebirsel eşitlik/cümle/ifadelerin değerlendirebilmişler ve bu nedenle alışılagelmiş muhakeme yapmadan niceliksel

muhakeme yaparak gerekçe sunmuşlardır. Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler yönlendirme olmadan gerekçe sunarken sadece deneysel kanıt şemasına başvurdukları için tümdengelimsel kanıt şemasını ancak araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile kullanmışlardır. Bu nedenle bu öğrencilerin orta seviyede başvurusal/referansal sembolik düşünme yolunu sahip oldukları söylenebilir. Öğretim deneyi sürecinde orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin baskın şekilde aritmetiksel muhakeme yapma, alışılagelmiş muhakeme yapmaya başvurma, ilkel başvurusal/referansal olmayan düşünme yolu ve primitif (ilkel) analitik eğilimleri sırasıyla baskın bir şekilde cebirsel muhakeme yapma, matematiksel muhakeme yapmaya (cebirsel, niceliksel vb.) başvurma, orta seviyede başvurusal/referansal sembolik düşünme yolu ve analitik eğilime dönüştüğü söylenebilir. Bu öğrencilerin matematiğin doğası ile ilgili görüşleri instrumentalist ya da Platonist görüşten problem çözme görüşüne dönüşüm göstermiştir. Bu katılımcılar problem çözmede işlemsel ve kural koyucu davranışları benimserken süreç sonunda problem çözmede niceliksel muhakeme odaklı davranışları benimsedikleri görülmüştür.



Şekil 4.4. *Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları*



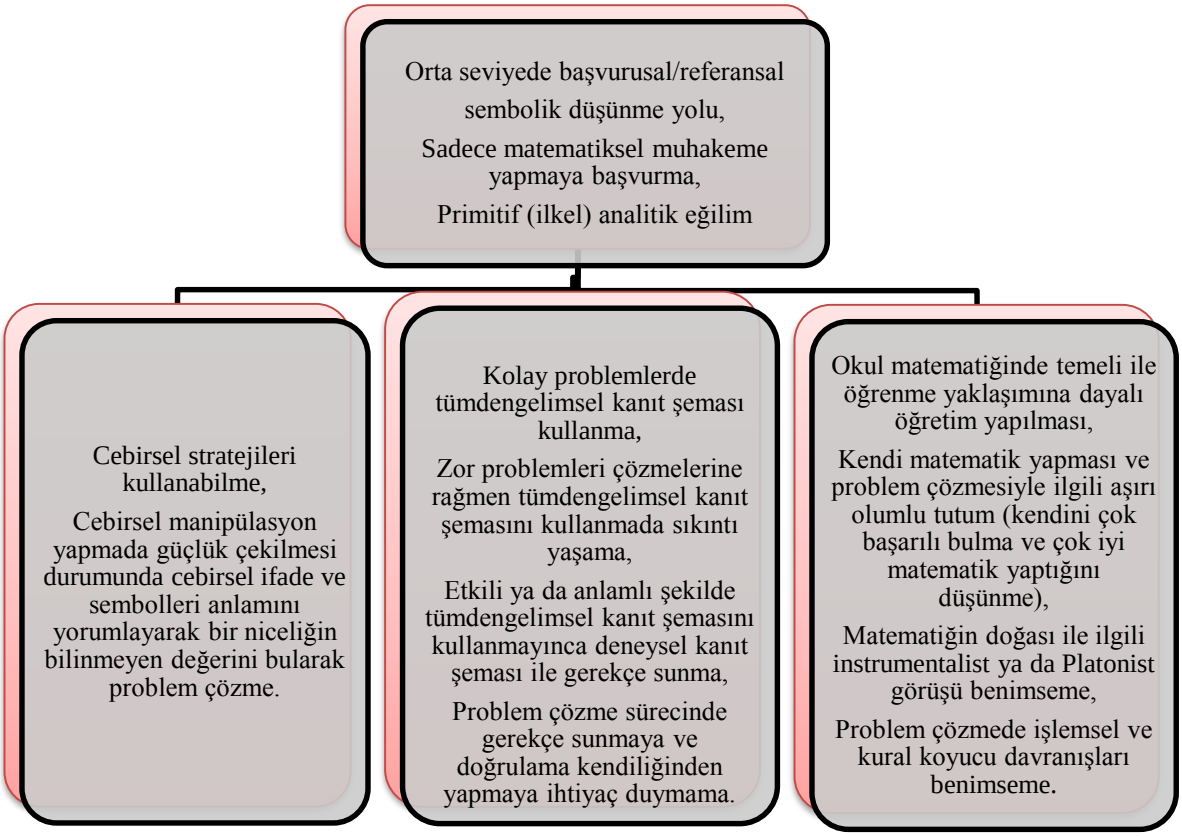
Şekil 4.5. *Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları*

Tablo 4.12. *DNR Bileşenlerine Göre Orta Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Katılımcıların Eylemleri*

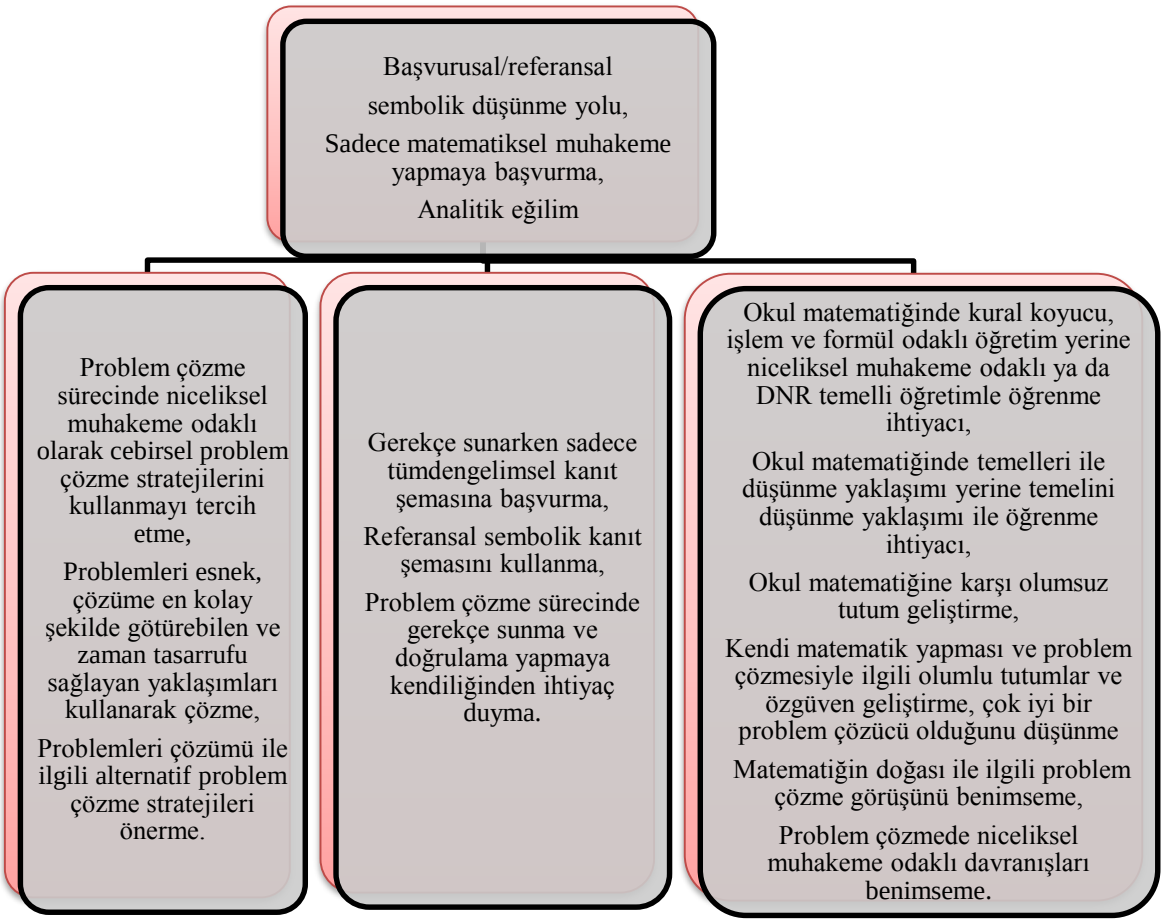
DNR Bileşenleri	Öğretim Deneyi Süreci-Başlangıç	Öğretim Deneyi Süreci-Bitiş
Problem çözme yaklaşımları	Aritmetiksel stratejileri kullanma, Cebirsel stratejileri kullanamama	Baskın olarak cebirsel stratejileri kullanabilme, alternatif yaklaşımlar önerebilme
Kanıt şeması	Deneysel kanıt şemasını kullanma, Argümanını desteklemek için dışsal kanıt şemasını kullanma	Deneysel kanıt şemasına başvurma, Yönlendirme ile tümdengelimsel kanıt şemasını kullanılma, Gerekçe sunmaya ihtiyaç duymama
Matematiksel inançlar	Matematiği sevme, olumlu inançlar, İnstrumentalist/platonist inançlar, İşlemsel ve kural koyucu davranışları benimseme	Matematiğe ilişkin daha olumlu inançlar, Problem çözme inancı, Niceliksel muhakeme odaklı davranışları benimseme
Düşünme yolu	Basit problemlerde matematiksel muhakeme yapabilme (yeterli değil/ilkel), Zor problemlerde matematiksel olmayan muhakemeler yapma	Matematiksel muhakeme yapma, Başvurusal sembolik düşünme yolunu kullanmaya çalışma ancak bu düşünme yolunun bileşenlerinden niceliksel anlam açısından gerekçe sunmayı yeterli şekilde kullanama

Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin ön klinik görüşmedeki problem çözme süreci ve eylemleri basit problemler için başvurusal/referansal sembolik düşünme yolu, zor problemler için primitif (ilkel) başvurusal/referansal sembolik düşünme yolu, sadece matematiksel muhakeme yapmaya (cebirsel, fonksiyonel vb) başvurma ve primitif (ilkel) analitik eğiliminin özelliklerini göstermiştir. Bu katılımcıların son klinik görüşmedeki problem çözme süreci ve eylemleri analitik eğilim, başvurusal/referansal sembolik düşünme yolu, baskın bir şekilde cebirsel muhakeme yapma ve sadece matematiksel muhakeme yapmaya (cebirsel, niceliksel, fonksiyonel vb) başvurma özeliklerini ortaya çıkarmıştır. Bu öğrenciler de orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler gibi ön klinik görüşmede problem bağlamını anlamaya çok az zaman ayırıp hesaplama yapmaya yönelmişler son klinik görüşmede ise problem bağlamını niceliksel anlam açısından detaylı bir şekilde analiz ettikten sonra işlem ya da hesaplama yapmışlardır. Bu katılımcılar diğer katılımcılardan farklı olarak ön ve son klinik görüşmedeki PISA problemlerinin hepsini matematiksel

muhakeme yaparak çözmeye çalışmışlardır. Bu öğrenciler sadece iletişim ve argüman oluşturma becerilerinde güçlük çektikleri için ön klinik görüşmede gerekçe sunarken yönlendirme sonucu başvurusal/referansal sembolik düşünme yolunu sadece kolay problemde kullanmışlardır. Zor problemlerde ise bu katılımcılar başvurusal/referansal sembolik düşünme yolunu ilkel bir şekilde kullanmışlar ve tümdengelimsel kanıt şemasını kullanmada sıkıntı yaşamışlardır. Son klinik görüşmede ise güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi olmadan yaptıkları hesaplamalar, çözümler ve kullandıkları yaklaşımlar ile ilgili gerekçe sunmuşlardır. Bu öğrenciler gerekçe sunarken sadece başvurusal/referansal sembolik düşünme yoluna başvurmuşlardır. Öğretim deneyi sürecinde güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin kullandığı orta seviyede başvurusal/referansal sembolik düşünme yolu, primitif (ilkel) analitik eğilimi sırasıyla başvurusal/referansal sembolik düşünme yolu ve analitik eğilime dönüştüğü söylenebilir. Diğer katılımcıları gibi bu öğrenciler matematiğin doğası ile ilgili görüşleri instrumentalist ya da Platonist görüşten problem çözme görüşüne dönüşüm göstermiştir. Bu katılımcıların problem çözmede işlemsel ve kural koyucu davranışları benimserken süreç sonunda problem çözmede niceliksel muhakeme odaklı davranışları benimsedikleri görülmüştür.



Şekil 4.6. *Ön Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları*



Şekil 4.7. *Son Klinik ve Bilgi Edinme Görüşmesinde Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Öğrencilerin DNR Çerçevesine Göre Düşünme Yolları*

Tablo 4.13. *DNR Bileşenlerine Göre Güçlü Niceliksel Muhakemeye Sahip Olduğu Düşünülen Katılımcıların Eylemleri*

DNR Bileşenleri	Öğretim Deneyi Süreci-Başlangıç	Öğretim Deneyi Süreci-Bitiş
Problem çözme yaklaşımları	Aritmetiksel stratejiler, Cebirsel stratejileri kullanmada güçlük çekme	Esnek, en kolay çözüme götüren ve zaman tasarrufu sağlayan stratejileri, alternatif yaklaşımlar önerme.
Kanıt şeması	Baskın olarak deneysel kanıt şemasına başvurma, Kolay problemlerde tümdengelimsel kanıt şemasını kullanma, Zor problemlerde tümdengelimsel kanıt şemasını kullanamama ve gerekçe sunmada zorlanma, Çok nadir de olsa dışsal kanıt şemasına başvurma	Yönlendirmesiz tümdengelimsel kanıt şemasını kullanma, Gerekçe sunmaya kendiliğinden ihtiyaç duyma
Matematiksel inançlar	Matematiği sevme, olumlu inançlar, İnstrumentalist/platonist inançlar, İşlemsel ve kural koyucu davranışları benimseme	Matematiğe ilişkin oldukça olumlu inançlar, Problem çözme inancı, Niceliksel muhakeme odaklı davranışları benimseme
Düşünme yolu	Matematiksel muhakeme yapabilme ancak niceliklerin değişiminin analizi ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunmada güçlük yaşama	Matematiksel muhakeme yapma, Başvurusal sembolik düşünme yolunu kullanma (yeterli şekilde)

4.1.6. Bulguların niceliksel muhakeme, düşünme yolları ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki bağlamında yorumlanması

4.1.6.1. *Bulguların niceliksel muhakeme ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması*

Bu çalışmadaki elde edilen bulgular ışığında niceliksel muhakeme becerisi ile matematik okuryazarlığı arasında güçlü bir ilişki olduğu görülmüştür. Çalışmanın başında niceliksel muhakeme becerisi oldukça zayıf olduğu görülen öğrenciler [6 kişi, %32] verilen PISA problemlerinin matematikleştirme sürecinde oldukça düşük performans göstermişlerdir. Bu altı öğrenci PISA problemlerinin matematikleştirme sürecinde kavram ve prosedürleri kullanmak bir yana problemleri bağlamı dışında günlük hayatta kullandıkları sıradan/basmakalıp düşüncelerle çözmeye çalışmışlardır. Bu öğrenciler niceliksel anlam ve problem bağlamı açısından yaptıkları çözümleri yorumlamamaları

onların problemin çözümünde niceliksel muhakemenin bağlamında ele alma becerisini de kullanamadıklarını ortaya çıkarmıştır. Bu nedenle bu öğrenciler matematikleştirme sürecinde matematiksel sonuçları anlamlı bir şekilde yorumlayıp değerlendirememişlerdir. Bu katılımcıların problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme yerine alışılagelmiş muhakeme yapmaları matematik okuryazarlığının temel iki becerisi olan problem durumlarını/bağlamlarını matematiksel olarak formüle etme ve matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme etme ile matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme becerilerini kullanmada güçlük yaşamalarına ve matematik okuryazarlığı problemlerinin çoğunu çözememelerine neden olmuştur.

Bu çalışma kapsamındaki öğretim bölümlerinde katılımcı öğrencilerin hepsi günlük hayat problemlerinin çözüm sürecinde niceliksel muhakeme becerisinin bileşenlerinden nicelikleri oluşturma/belirleme, nicelikler arası ilişki kurma, niceliklerin değişimini analiz etme, orantısal muhakeme yapma ve hesaplama akıcılığı (bağlamında ele alma ve bağlamından ayrı ele alma becerisi) becerilerini kullanarak deneyim yaşamışlardır. Öğretim bölümleri süresince çalışmanın başında niceliksel muhakeme becerisi oldukça zayıf olduğu görülen öğrenciler niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında matematiksel olmayan muhakemeler yapmak yerine niceliksel muhakeme yapmaya başlamışlardır. Bu öğrenciler problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme yaptıkça PISA problemlerin matematikleştirme sürecinde performanslarının geliştiği görülmüştür. Bu katılımcıların problem çözme sürecinin başında sayılara odaklanma ya da işlem/hesaplama yapmaları yerine problem bağlamını niceliksel anlam açısından analiz etmeleri kolay ve orta güçlükte olan PISA problemlerini rahatlıkla çözmelerini sağlamıştır. Öğretim süreci sonunda katılımcı öğrencilerden niceliksel muhakeme becerisinin alt bileşenlerinden niceliksel anlam açısından gerekçe sunmayı yönlendirmesiz gerçekleştiren öğrencilerin [%32] kolay, orta ve zor güçlükte olan PISA problemlerinin hepsini matematikleştirebildiği ortaya çıkmıştır. Niceliksel anlam açısından gerekçe sunma özellikle öğrencilerin PISA kapsamında seviye 6'daki problemleri çözmelerine yol açtığı söylenebilir. Aynı zamanda niceliklerin değişimini analiz etme ve niceliksel anlam açısından cebirsel ifade/eşitlikleri yorumlama becerisini kullanma ise katılımcı öğrencilerin PISA kapsamında seviye 5'deki problemleri çözmelerini sağladığı ortaya çıkmıştır. Bu nedenle niceliksel muhakemenin alt bileşenlerinden niceliklerin değişimini analiz etme, çok adımlı karmaşık gerçek yaşam

problemlerinde nicelikler arası ilişkiyi kurabilme ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunma becerilerinin etkili kullanılması öğrencilerin PISA kapsamında nicelik ile değişim ve ilişkiler içerik alanındaki seviye 5 ve seviye 6 problemlerini çözmesini imkân vermiştir. Kısaca PISA problemleri bağlamında niceliksel anlam açısından zihinsel model oluşturulması ya da niceliklerin belirlenmesi/oluşturulması ve yorumlanması öğrencilerin kolay ve orta seviyedeki problemleri çözmelerine sağladığı söylenebilir. Diğer yandan öğrencilerin çok adımlı problemlerde nicelikler arası ilişki kurması ya da niceliklerin değişimini analiz etmesi ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunmaları ise PISA kapsamındaki zor problemleri çözmelerine fırsat vermektedir. Bütün bu nedenlerden dolayı öğrencilerin niceliksel muhakeme becerileri geliştikçe matematik okuryazarlıkları ile ilgili yüksek performans göstermesi beklenebilir. Aynı zamanda öğrencilerin niceliksel muhakeme yapmak yerine problem bağlamındaki sayılara odaklanmaları ve hesaplama/işlem yapmaya çalışmaları matematik okuryazarlığında düşük performans göstermelerine neden olduğu düşünülebilir.

4.1.6.2. *Bulguların düşünme yolları ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması*

Bu araştırmada ortaya çıkan düşünme yolların türlerine göre matematik okuryazarlığı performanslarının değiştiği görülmüştür. Arzu edilen/istendik düşünme yoluna sahip olan katılımcı öğrenciler matematik okuryazarlığında oldukça yüksek performans gösterirken arzu edilmeyen/istenmedik düşünme yoluna sahip olan katılımcı öğrenciler matematik okuryazarlığında oldukça düşük performans sergilemişlerdir. Örneğin ön klinik görüşmede başvurusal/referansal olmayan düşünme yolu, impulsif eğilim, baskın bir şekilde basmakalıp/alışılagelmiş muhakeme yapan öğrenciler (%32) matematik okuryazarlığı kapsamındaki problemlerin çoğunu çözememişlerdir. Bu öğrencilerden çoğu birinci ve ikinci seviyedeki PISA problemlerini bile çözmede güçlük çekmişlerdir. Diğer yandan son klinik görüşmede başvurusal/referansal sembolik düşünme yolu, sadece matematiksel muhakeme yapmaya başvurma ve analitik eğilim sahip olduğu düşünülen öğrenciler (%32) matematik okuryazarlığı problemlerinin hepsini yönlendirmesiz çözebilmiş olup oldukça yüksek performans sergilemişlerdir. Bütün bu nedenlerden dolayı öğrencilerin düşünme yolları arzu edilmeyenden/istenmedikten arzu edilen/istendiğe doğru değişim gösterdikçe matematik okuryazarlığında daha iyi ya da yüksek performans sergiledikleri ortaya çıkmıştır.

DNR çerçevesine göre düşünme yolları problem çözme yaklaşımları/stratejileri, kanıt şemaları ve matematiksel inançlardan ortaya çıkmaktadır. PISA problemlerinin hepsi gerçek yaşam problemleri olduğu için belirleyiciler üçlüsünün zihinsel eylemi problem çözme olmaktadır. Bu nedenle zihinsel eylem olarak problem çözme becerisi, problem çözme yaklaşımları/stratejileri, kanıt şemaları ve matematiksel inançları ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkinin yorumlanması gerekmektedir.

4.1.6.3. *Bulguların zihinsel eylem olarak problem çözme becerisi ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması*

Bu araştırmanın başında problemi anlama aşamasında bağlamıyla ilgili olmayan basmakalıp/alışılagelmiş muhakeme yapan öğrencilerin problem çözme süreci başlamadan bittiği görülmüştür. Bu katılımcılar problem bağlamını niceliksel anlam açısından analiz etmek yerine problem bağlamıyla ilişkili olmayan basmakalıp/sıradan düşüncelerle problemleri çözmeye çalıştıkları için PISA problemlerinin çözüm sürecinde oldukça kötü performans sergilemişlerdir. Diğer yandan problemi anlama aşamasında problem bağlamını niceliksel anlam açısından analiz eden ve matematiksel muhakemeler yapan katılımcı öğrenciler kolay ve orta seviyedeki PISA problemlerini kolaylıkla çözdükleri ve tam puan almışlardır. Problem çözme kapsamında problemin çözümünü değerlendirme aşamasında problem bağlamındaki nicelikler arası ilişkiler ya da niceliklerin değişimiyle ilgili gerekçe sunabilen katılımcı öğrenciler ise zor seviyedeki PISA problemlerini tam puan alarak çözmüşlerdir. Bu nedenle zihinsel eylem olan problem çözme becerisi ile matematik okuryazarlığı arasında güçlü bir ilişki olduğu görülmüştür. Problem çözme kapsamında problemi anlama aşaması ve problemin çözümünü değerlendirme aşamasının ele alınma süreci matematik okuryazarlığı üzerinde kritik rol oynadığı söylenebilir. Özellikle problemi anlama aşamasında öğrencinin etkili bir şekilde ele alması onun matematik okuryazarlığında iyi bir performans sergilemesini sağlayacağı çıkarımı yapılabilir.

4.1.6.4. *Bulguların problem çözme stratejileri/yaklaşımları ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması*

Bu çalışmadan elde edilen bulgular katılımcı öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları problem çözme stratejilerinin türlerine göre matematik okuryazarlığı performanslarının farklılaştığını göstermiştir. Problem çözme sürecinde sadece

aritmetiksel stratejileri kullanabilen katılımcı öğrenciler cebirsel muhakeme yapmayla ilgili matematik okuryazarlığı problemlerinin hiçbirini çözemedikleri ortaya çıkmıştır. Bu problemler ise PISA kapsamında genellikle seviye 5 ya da seviye 6'da yer aldığı ve ayırt ediciliği yüksek olarak tanımlanmıştır. Diğer yandan problem çözme sürecinde hem cebirsel hem de aritmetiksel stratejileri kullanabilen katılımcı öğrencilerin ise problemi anlamayla ilgili güçlük yaşanmaması halinde matematik okuryazarlığı problemlerinin hepsini çözebildikleri görülmüştür. Ayrıca katılımcı öğrencilerin problem çözme sürecinde esnek, en kolay şekilde çözüme götürebilen ve zaman tasarrufu sağlayan problem çözme yaklaşımları kullandıkça daha iyi matematik okuryazarlığı performansı sergiledikleri söylenebilir.

4.1.6.5. *Bulguların kanıt şeması ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması*

Bu çalışmadan elde edilen bulgular katılımcı öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları kanıt şemalarının türlerine göre matematik okuryazarlığı performanslarının farklılaştığı ortaya çıkmıştır. Baskın olarak dışsal kanıt şemasını kullanan katılımcı öğrencilerin genellikle matematiksel olmayan muhakemeler yaptıkları ve matematik okuryazarlığı performanslarının oldukça düşük olduğu görülmüştür. Baskın olarak deneysel kanıt şemasını kullanan katılımcı öğrenciler genellikle matematik okuryazarlığı kapsamında kolay ve orta seviyedeki problemleri çözebilirken niceliksel anlam açısından gerekçe sunmak gerektiren zor problemleri çözmede güçlük çektikleri söylenebilir. Baskın olarak tümdengelimsel kanıt şemasını kullanılan öğrencilerin ise matematik okuryazarlığı kapsamında kolay, orta ve zor seviyedeki problemlerin hepsini rahatlıkla çözebildikleri gerekçe sunmaya zihinsel ihtiyaç duydukları ortaya çıkmıştır. Ayrıca bu çalışmanın bulguları gerekçe sunmaya zihinsel ihtiyaç duyan katılımcı öğrencilerin tümdengelimsel kanıt şeması kullanmaya başvurduklarını ve matematik okuryazarlığında oldukça yüksek performans sergilediklerini göstermiştir. Bu nedenle gerekçe sunmaya zihinsel ihtiyaç duyma ile matematik okuryazarlığı arasında ilişki olduğu düşünülebilir.

4.1.6.6. *Bulguların matematiksel inançlar ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki açısından yorumlanması*

Bu çalışmadaki elde edilen bulgular ışığında matematiksel inançlar ile matematik okuryazarlığı performansı arasında ilişki olduğu ortaya çıkmıştır. Katılımcı öğrenciler

PISA kapsamındaki gerçek yaşam problemlerine aşina oldukça performansları yükselmiştir. Öğretim deneyi süreci sonunda bu katılımcılardan hepsinin, özellikle çalışma başında niceliksel muhakeme becerisi oldukça zayıf olan öğrencilerin, problem çözmede işlemsel ve kural koyucu davranışları benimsemek yerine niceliksel muhakeme odaklı problem çözme yaklaşımlarını benimsenmesi PISA kapsamında çok adımlı karmaşık gerçek yaşam problemleri hariç diğer problemleri çözebilmesini sağlamış olabilir. Çünkü bu öğrenciler çalışmamanın başında herhangi bir matematiksel problemin işlemsel ve kural koyucu yaklaşımlarla çözülmesi gerektiğini ve hatta problemi okuyup anlamanın kafayı karıştırdığını belirtmişlerdir. Katılımcı öğrenciler niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında zamanla işlemsel ve kural koyucu problem çözme davranışlarını uygun bulmamışlar ve niceliksel muhakeme odaklı davranışlar ile problem çözmenin gerektiğini savunmuşlardır. Bu nedenle katılımcı öğrencilerin hepsinin işlemsel ve kural koyucu problem çözme davranışlarından niceliksel muhakeme odaklı davranış değişikliği yaşamaları matematik okuryazarlığı performanslarını iyileşmesine yol açmıştır. Çalışmanın başlangıcında matematiğin doğasıyla ilgili instrumentalist ya da Platonist görüşü benimseyen katılımcılar süreç sonunda problem çözme görüşünü benimsemişlerdir. Öğrencilerin matematiğin doğasıyla ilgili inançlarındaki bu değişiklik matematiğin ve problem çözmenin doğasını betimlemeye ve takdir etmelerini sağlamıştır. Bu katılımcılar problem çözerek matematiksel bilgiyi oluşturmaya ya da matematik yapmaya çalışmaları PISA kapsamındaki problemleri takdir etmelerini ve olumlu tutum geliştirmelerine yol açıp matematik okuryazarlık performanslarını geliştirmiştir. Ayrıca katılımcı öğrenciler matematiksel başarısı ile ilgili olumlu tutumlar kazandıkça ve matematiğin doğası ile ilgili görüşleri istendik yönde değiştikçe matematik okuryazarlığı performansları yükselmiştir. Bu nedenle bu öğrencilerden matematik okuryazarlık performansı oldukça iyi olanlar rutin olmayan gerçek yaşam problemleri ile matematiği öğrenmek istediklerini ve bu yolla problem çözerek öğrenmeye zihinsel ihtiyaç duyduklarını belirtmişlerdir.

4.1.7. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımına ilişkin sonuçlar ve yorumlar

Bu çalışmada niceliksel muhakeme odaklı matematik öğrenme ortamında (ya da niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı bağlamında) sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki niceliksel muhakeme becerileri, düşünme yolları ve matematik okuryazarlık performansları incelenmiştir. Çalışma sonuçlarına göre niceliksel

muhakeme öğretimi yaklaşımına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının katılımcı-öğrencilerin hepsinin niceliksel muhakemelerini güçlendirdiğini göstermiştir. Bu öğrenme ortamında 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel muhakeme becerilerinin güçlenmesi ise onların matematik okuryazarlıklarını desteklemiştir. Bu araştırmada kullanılan niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının (NMÖY) ortaokul öğrencilerinin niceliksel muhakemelerinin güçlendirmesi ve matematik okuryazarlıklarını desteklemesinde etkili olmasının en önemli nedeni, araştırmacı-öğretmenin öğretim bölümlerinde ve klinik görüşmelerde yaptığı kaliteli öğrenci yönlendirmesi ve sorgulamasından kaynaklanmaktadır.

Ülkemizde 2005 yılından itibaren yapılandırmacı yaklaşım benimsenerek matematik öğretim programları hazırlanmasına rağmen uluslararası ve ulusal sınavlarda öğrencilerimiz düşük performans sergilemiştir. Bu durum matematik öğretmenlerinin öğrenci yönlendirmesindeki eksiklerinden kaynaklanabilir. Bu nedenle bu çalışmada her ne kadar NMÖY kullanılsa da öğrencilerin niceliksel muhakemelerini geliştirmek için yapılması gereken öğretmen yönlendirmelerine ve sorgulamalarına odaklanılmıştır. Bu amaçla araştırmacılar niceliksel muhakemenin gelişimi ve Weber ve arkadaşlarının (2014) öğrencilerin niceliksel muhakemelerini gelişmek için matematik öğretmenlerine önerdikleri pratik ipuçlarını ya da standartlarını göz önünde bulundurarak öğretim bölümlerini hazırlamışlardır. Ayrıca araştırmacı-öğretmen ve gözlemci Smith ve Thompson'in (2008) niceliksel muhakeme öğretimine ilişkin öğretmen yönlendirmelerini dikkate almışlardır. Bu nedenle onlar gerçek yaşam problemlerini hazırlarken bağlamının hangi nicelikleri içereceğine, nelerle ilişkili olacağına ve problem durumunun niceliksel yönden betimlemesinin nasıl olacağına karar vermeye çalışmışlardır. Daha sonra araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğrencilerin problem bağlamları ile ilgili nasıl farklı betimlemeler yapacaklarına ve bu betimlemelerde öğrencilerin ne gibi kavramsal engelleri takılacağına ilişkin tartışmışlardır. Kısaca araştırmacı-öğretmen ve gözlemci öğretim bölümlerine ilişkin hazırladığı her bir problemi niceliksel muhakemenin bileşenleri ve niceliksel muhakemenin gelişimine uygun olarak hazırlamıştır. Buna ek olarak onlar niceliksel muhakemenin gelişimi açısından öğretmenlere önerilen standartlar ve niceliksel muhakeme öğretimine ilişkin öğretmen yönlendirmelerini göz önüne alarak öğrenme ortamında her bir gerçek yaşam problemine ilişkin problem çözme sürecini yönetmişlerdir.

Her bir öğretim bölümü hazırlanmadan önce öğrencilerin geçmiş performansları ve düşünme süreçleri dikkate alınmıştır. İlk öğretim bölümünde Weber ve arkadaşlarının (2014) standartları temelinde öğrenciler sayma, uzunluk, ağırlık, alan, sıvıların hacmi, mesafe, para ve zaman ölçme ile ilgili en basit nicelikleri belirlemişlerdir. İkinci öğretim bölümünde de yine bu standartlar dikkate alınarak öğrenciler gerçek yaşam bağlamı ile ilgili problemlerdeki farklı nicelikleri belirlemişler ve nicelikler arası ilişki kurmuşlardır. Ayrıca bu öğretimde çarpımsal nicelik olan bir nesnenin hızının kavramsallaştırılmasına odaklanılmıştır. Üçüncü öğretim bölümünde ise ikinci öğretim bölümü değerlendirmesine göre bazı öğrenciler bir nesnenin hızının kavramsallaştırılmasında güçlükler yaşadıkları için çarpımsal niceliksel ilişkilerin kurulması ve niceliklerin değişiminin analizi birlikte ele alınmıştır. Son olarak dördüncü öğretim bölümünde karmaşık gerçek yaşam problemlerindeki niceliklerin değişimine odaklanılmıştır. Kısaca bu çalışma kapsamında niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında araştırmacı-öğretmen katılımcı öğrencilerle birlikte niceliksel anlam açısından gerçek yaşam problemlerini inceleyerek çözmüşlerdir.

Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında ölçme, nicelikleri belirleme, nicelikler arası ilişki kurma, niceliklerin değişimini analiz etme, niceliksel anlam açısından gerekçe sunma ve niceliksel yapıları kavramsallaştırma eylemlerini kullanıldığı için katılımcı öğrenciler gerçek yaşam bağlamındaki nicelikleri ve niceliksel yapıları bu öğrenme ortamında keşfedebilmişlerdir (Weber ve ark., 2014, s. 26). Bu süreçte bu öğrenciler gerçek yaşam bağlamındaki nicelikleri dolaylı olarak ölçtükleri için matematiğin her yerde olduğunu ve nicelikleri oluşturmasında matematikle uğraşmak gerektiğini görmüşler, matematiğin doğasını takdir etmişler ve matematiğe ilişkin daha olumlu tutumlar geliştirmişlerdir. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı bağlamında ortaokul öğrencilerin niceliksel muhakemeleri güçlenmiş, onların niceliksel muhakemelerinin gelişmesiyle problem çözme yaklaşımları çeşitlik kazanmış, kanıt şemaları istendik yönde değişmiş, matematiksel inançları gelişmiş ve dolayısıyla düşünme yolları istendik şekilde gelişim göstermiştir. Ayrıca bu öğrencilerin niceliksel muhakemeleri güçlendikçe iletişim becerileri de gelişmiştir. Kısaca katılımcı öğrencilerin niceliksel muhakemeleri güçlendikçe iletişim becerileri, problem çözme yaklaşımları, kanıt şemaları, matematiksel inançları gelişmiş ve dolayısıyla onların düşünme yolları istendik yönde gelişim göstermiştir. Bu becerilerin gelişimi ise katılımcı öğrencilerin matematik

okuryazarlığını desteklemiştir. Çünkü matematik okuryazarlığı bu becerilerin tümünü kapsamaktadır.

Şekil 4.8. *NMÖY Bağlamında Katılımcı Öğrencilerin Becerilerinin Nedensel İlişkisi*

Şekil 4.9. *NMÖY Bağlamında Matematik Okuryazarlığının Desteklenmesi Süreci*

Bu araştırma göstermektedir ki yalnızca 6-aylık niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı çerçevesinde desenlenen öğretim deneyinde katılımcı öğrencilerin akademik başarılarının ilerlemesi tahminlerin ötesine geçmiştir. Bu araştırma, araştırmacı öğretmenin niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının doğası, bileşenleri ve niceliksel anlam açısından kalite sorgulamaları ve yönlendirmelerinin öğrencilerin niceliksel muhakeme becerilerini güçlendirmesinde ve matematik okuryazarlıklarının desteklenmesinde önemli bir rol oynadığını ortaya sermiştir. Ülkemizde yapılandırmacı yaklaşım çerçevesinde geliştirilen matematik öğretim programlarının etkili olabilmesi

için öğretmenlerin öğrenci yönlendirmesinde nitelikli olması gerekmektedir. Bu nedenle bir matematik öğretmeni niceliksel muhakemenin ne olduğu ve niceliksel muhakemenin bileşenlerine ilişkin hizmetiçi eğitim alırsa öğretimde en az bu araştırmadaki kadar başarı elde edebilir.

4.2. Tartışma

Bu araştırmada niceliksel muhakeme odaklı matematik öğrenme ortamında (ya da niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı bağlamında) sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki niceliksel muhakeme becerilerine, düşünme yollarına ve matematik okuryazarlık performanslarına odaklanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamının katılımcı-öğrencilerin hepsinin niceliksel muhakemelerini güçlendirdiğini göstermiştir. Bu öğrenme ortamında 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel muhakeme becerilerinin güçlenmesi ise dolaylı olarak onların matematik okuryazarlıklarını desteklemiştir.

Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı özellikle zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin muhakeme becerilerini oldukça güçlendirmiştir. Bu öğrenciler öğretim süreci başında matematik okuryazarlığı problemi bağlamındaki nicelikleri belirleyemezken/oluşturamazken süreç sonunda bu problemlerle ilgili nicelikleri belirleyebildikleri, nicelikler arası ilişki kurabildikleri ve niceliklerin değişimini analiz edip yorumlayabildikleri görülmüştür. Ayrıca zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin sadece matematik okuryazarlığı kapsamında çok adımlı ve karmaşık gerçek yaşam problemlerini çözememişlerdir. Orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler öğretim süreci başında problem bağlamında nicelikler arası ilişki kurma, niceliklerin değişimini analiz etme ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunmada güçlük yaşamışlardır. Bu öğrenciler süreç sonunda çok adımlı ve karmaşık matematik okuryazarlığı problemlerindeki nicelikler arası ilişkileri kurabildikleri, niceliklerin değişimini analiz edebildikleri ve araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle niceliksel anlam açısından gerekçe sundukları görülmüştür. Güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler ise öğretim deneyi süreci başında matematik okuryazarlığı problemlerinin neredeyse hepsini çözebilmelerine rağmen cebirsel yorum yapma ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunmada güçlük yaşamışlardır. Öğretim deneyi süreci sonunda bu öğrenciler matematik okuryazarlığı problemlerinin hepsini esnek ve çoklu yaklaşımları kullanarak çözebilmiş

ve araştırmacı-öğretmen sorgulama yapmadan cebirsel yorumlamalar yapmışlar ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunmuşlardır.

Niceliksel muhakeme öğretime dayalı olarak tasarlanan bir öğrenme ortamı niceliksel muhakeme becerisi bileşenleri göz önüne alındığında 8. sınıf öğrencilerinin nicelikleri belirleme, niceliksel ilişkileri belirleme/kurma, niceliksel birim koordinasyonu, niceliksel birim korunumu, orantısal muhakeme, hesaplama akıcılığı becerisinden bağlamında ayrı ele alma alt becerilerini desteklemiştir. Diğer yandan bu öğrenme ortamı öğrencilerin niceliklerin değişimini analiz etme (kovaryasyonel ve fonksiyonel muhakeme) ve yorumlama, hesaplama akıcılığı becerilerinden bağlamında ele alma ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunmayı yeteri kadar destekleyememiştir. Bu durumun olası nedenlerinin okul matematiğindeki öğrenme ortamından kaynaklandığı düşünülmüştür. Okul matematiğinde gerçek yaşam bağlamlarındaki niceliklerin değişimini analiz etmek yerine sayı örüntüleri üzerine odaklanılmaktadır. Öğrenme ortamında sayı örüntüleri ile uğraşmak öğrencilerin kural, örüntü ve prosedürleri genellemeye yardımcı olmasına rağmen gerçek yaşam bağlamı ve niceliksel anlam açısından niceliklerin değişimini dinamik bir şekilde analiz etmeyi desteklememektedir (Ellis, 2007, s. 439). Okul matematiğinde problem çözmedeki başarı göstergesi problemi doğru çözmek olduğu için öğrenme ortamında problem çözüm süreci yerine çözüme odaklanılmaktadır (Harel, 2007, s. 263). Bu nedenle öğretmenler öğrencileri problemin çözümünün doğruluğu hakkında gerekçe sunmaya yönlendirmemektedir. Problemin çözümü ile ilgili gerekçe sunmaya zihinsel ihtiyaç duymayan öğrencilerden niceliksel anlam açısından gerekçe sunmalarını beklemek uygun olmaz. Bu araştırmada sadece güçlü niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler öğretim deneyi süreci sonunda niceliksel anlam açısından gerekçe sunabilmiş ve buna zihinsel ihtiyaç duymuştur.

Diğer yandan orta ve zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler ise öğretmen yönlendirmesi olmadan gerekçe sunmamışlardır. Bu durum bu öğrencilerin problem çözüm sürecinde gerekçe sunmaya zihinsel ihtiyaç duymadıklarını göstermektedir. Bu katılımcıların araştırmacının yönlendirmesiyle sundukları gerekçeler de niceliksel anlam açısından yetersizdir. Harel (2001), öğrencilerin herhangi bir beceri ya da bilgiyi kazanabilmesi için öncelikle öğretilenlere zihinsel ihtiyaç duyması gerektiğini savunmuştur. Bu araştırmada, araştırmacı-öğretmen öğretim bölümlerinde çözülen her bir problemde öğrencileri niceliksel anlam açısından gerekçe sunmaya

yönlendirmesine rağmen bu öğrencilerin çoğunun klinik görüşmelerde niceliksel anlam açısından gerekçe sunamamalarının nedeni problem çözme sürecinde gerekçe sunmaya zihinsel ihtiyaç duymamaları ve bu konuda matematiksel bir alışkanlık kazanmamaları ile ilişkilendirilebilir. Ayrıca, öğretim deneyi sürecinde katılımcı öğrencilerin gerekçe sunmada yeteri kadar desteklenememesinin bir diğer nedeni ise öğrenme ortamında kanıtlama becerisinin gelişim sürecine odaklanan ve bu süreçteki geçiş mekanizmaları ve kritik bileşenleri açıklayarak matematik eğitimi araştırmacılarına ve matematik öğretmenlerine bu konuda yardımcı olan alanyazında yok denecek kadar az çalışma bulunması olabilir (Ellis, 2010, s. 61).

Bu araştırmanın en önemli sonuçlarından birisi katılımcı öğrencilerin sahip oldukları niceliksel muhakeme becerilerinin, onların PISA kapsamındaki matematik okuryazarlığı problemlerini çözmeyi sağlaması ya da engel olmasıdır. Bu çalışmada katılımcı öğrencilerin niceliksel muhakeme becerileri geliştikçe, bu öğrenciler PISA düzeyleri açısından çok adımlı ve karmaşık problemleri (seviye 5 ve seviye 6) çözebilmişlerdir. Öte yandan öğretim deneyi sürecinin başında ön klinik görüşmelerde PISA düzeyleri açısından niceliklerin açıkça verildiği basit problemleri (seviye 1 ve seviye 2) zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler niceliksel muhakeme yerine matematiksel olmayan muhakemeler kullandıkları için çözememişlerdir. Benzer şekilde Thompson'ın (1988) araştırmasında niceliksel muhakeme açısından oldukça yetersiz görülen öğrenciler aritmetiksel ve cebirsel sözel problemleri çözememişlerdir. Aritmetikten cebire geçişte ortaokul öğrencilerinin problem çözme sürecini inceleyen birkaç araştırma (örn. Akın ve Kabael, 2014; Kabael ve Kızıltoprak, 2014, Kabael ve Akın, 2016a, Olive ve Çağlayan, 2008) ise niceliksel muhakeme yapmanın cebirsel sözel problemleri çözebilme fırsatı verdiğini ve problem çözme yaklaşımlarını etkili ve uygun bir şekilde kullanmayı sağladığını ortaya koymuştur. Moore ve Carlson (2012), Moore ve arkadaşları (2009) ile Akın ve Kabael (2016) üniversite öğrencileri ile yürüttükleri çalışmalarda kalkülüs problemlerinin üretken bir şekilde çözülebilmesi için niceliksel muhakeme yapmanın gerekli olduğunu göstermiştir. Bu araştırmalar yüksek matematikte ve karmaşık gerçek yaşam problemlerin çözüm sürecinde niceliksel muhakemenin kritik ve kilit rol oynadığı ortaya çıkarmıştır.

Matematik okuryazarlığı problemlerin yapısı incelendiğinde bu problemlerin gerçek yaşam bağlamlarıyla ilişkili olduğu görülmektedir. Gerçek yaşam bağlamlarıyla ilgili problem durumu ve problem durumunda verilenlerin iyi bir şekilde analiz edilmesi,

temel bilgi ve becerilerin kullanılmasıyla matematik okuryazarlığındaki kolay ve orta zorluktaki problemler rahatlıkla çözülebilmektedir. Bu araştırmadaki öğrencilerin hepsinin son klinik görüşmede niceliksel muhakeme odaklı problem çözme yaklaşımlarını kullanarak basit ve orta düzeydeki matematik okuryazarlığı problemlerini çözebildikleri görülmüştür. Niceliksel muhakeme odaklı problem çözme yaklaşımını kullanan bir öğrenci öncelikle gerçek yaşam durumunu anlamaya çalışır daha sonra bağlamdaki nicelikleri oluşturur, onları birbirleriyle ilişkilendirir, manipüle eder ve problem durumuna uygun olarak bu nicelikleri kullanarak çözüme ulaşmaktadır (Weber ve ark., 2014, s. 25). Kısaca niceliksel muhakeme odaklı problem çözme yaklaşımında gerçek yaşam bağlamı niceliksel anlam açısından analiz edilmektedir.

Niceliksel muhakeme odaklı yaklaşımının en kritik bileşeni gerçek yaşam bağlamındaki durumu anlamak ve problemin çözümüyle ilgili nicelikleri oluşturmaktır/belirlemektir. Bu araştırmanın sonuçları niceliksel anlam açısından matematik okuryazarlığı problemleri ele alıp yorumlamayan öğrencilerin bu problemleri çözemediğini göstermiştir. Bu öğrenciler ön klinik görüşmelerde problem bağlamını anlamak ve problem bağlamındaki nicelikleri belirlemek ve nicelikler arası ilişkiler kurmak yerine problemdeki sayılara odaklanarak hesaplama yapmışlar ya da formül kullanmışlardır. Bu nedenle bu katılımcılar basit matematik okuryazarlığı problemlerini dahi çözememişlerdir. Mayer ve arkadaşlarına (1992) göre öğrencilerin başarılı bir şekilde problem çözememesinde en büyük engel problem durumunu anlayamamalarıdır. Ayrıca bu araştırmacılar öğrencilerin problem bağlamıyla ilgili niceliksel anlam açısından zihinsel model oluşturmak yerine problemdeki sayısal verilerle ya da anahtar kelimelerden yola çıkarak hesaplama yapmaya çalıştıklarında cebirsel sözel bir problemi çözemeyeceklerini belirtmişlerdir.

Bu araştırma katılımcı öğrencilerin matematik okuryazarlığı problemlerini çözememelerinin en büyük nedeninin niceliksel anlam açısından gerçek yaşam durumunu kavrayamamaları olduğunu göstermiştir. Bu öğrenciler problem bağlamını anlamlandırmak yerine işlem yapmaya yöneldikleri için başarısız olmuşlardır. Bu katılımcılar problem bağlamındaki nicelikleri belirleyememeleri ya da oluşturamamaları ise matematik okuryazarlığı problemlerini çözmedeki engelin bir başka nedenidir. Bu öğrenciler problem bağlamındaki nicelikleri nesne ve nesnenin ölçülebilen özelliği ile birlikte isimlendirmek yerine sayısal değeriyle isimlendirdikleri için problem bağlamındaki nicelikleri belirleyememiştir. Bu katılımcıların problem bağlamındaki

nicelik ve niceliğin ölçülebilen özelliğini ayırt edememeleri ise nicelikler arası ilişkileri kurmalarını engellemiştir (Thompson, 1988, s. 169).

Diğer yandan niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında niceliksel muhakeme odaklı yaklaşımları kullanarak gerçek yaşam problemleri çözülmüştür. Katılımcı öğrenciler zamanla sayı, işlem ve kural odaklı yaklaşımlarla problem çözmek yerine niceliksel muhakeme odaklı yaklaşımları kullanarak matematik okuryazarlığı problemlerini çözmüşler ve performansları yükselmiştir. Bu öğrencilerin niceliksel muhakeme becerileri geliştikçe matematik okuryazarlığı problemlerini niceliksel muhakeme odaklı yaklaşımlarla çözmüşler; sayı ve hesaplama odaklı yaklaşımları kullanmayı tercih etmemişlerdir. Niceliksel muhakeme odaklı problem çözme yaklaşımının merkezinde niceliksel anlam açısından problemi kavramak ve analiz etmek olduğu için bu öğrenciler matematik okuryazarlığı problemlerini kolay bir şekilde çözebilmişlerdir. Bütün bu nedenlerden dolayı, matematik okuryazarlığı problemlerini çözmedeki en büyük yardımcısının problem bağlamını niceliksel anlam açısından kavramak olduğu söylenebilir.

Bu araştırmada, niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamında katılımcı öğrencilerin hepsinin niceliksel muhakeme becerileri güçlendiği için matematik okuryazarlığı performansları yükselmiştir. Bu çalışma kapsamında niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında araştırmacı-öğretmen katılımcı öğrencilerle birlikte niceliksel anlam açısından gerçek yaşam problemlerini inceleyerek çözmüşlerdir. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında ölçme, nicelikleri belirleme, nicelikler arası ilişki kurma, niceliklerin değişimini analiz etme ve nicelikleri kavramsallaştırma eylemlerinin olması nedeniyle katılımcı öğrenciler gerçek yaşam bağlamındaki nicelikleri ve niceliksel yapıları bu öğrenme ortamında keşfedebilmişlerdir (Weber ve ark., 2014, s. 26).

Niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında katılımcı öğrenciler gerçek yaşam bağlamlarındaki nicelikleri oluşturmuşlar ya da belirlemişlerdir. Bu süreçte bu öğrenciler gerçek yaşam bağlamındaki nicelikleri dolaylı olarak ölçtükleri için matematiğin her yerde olduğunu ve nicelikleri oluşturmasında matematikle uğraşmak gerektiğini görmüşlerdir. Katılımcı öğrenciler öğretim deneyi sürecinin başlangıcında matematiği sadece akademik performans için önemli bir ders olarak düşünürken süreç sonunda matematiğin her yerde olduğunu ve her zaman matematiğe ihtiyaç duyacaklarını

belirtmişlerdir. Bu öğrenciler niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı ile matematiğin doğası ile ilgili olumlu tutumlar geliştirmiş ve matematiği takdir etmişlerdir.

Matematik okuryazarlığı performansını etkileyen bileşenlerden biri matematiksel tutumlar olarak ele alınmaktadır (MEB, 2011, s. 18). "PISA matematik okuryazarlığı değerlendirilirken sadece bireylerin matematik alanındaki zihinsel becerileri değil, aynı zamanda bireylerin matematiksel tutumları da göz önüne alınmaktadır" (MEB, 2011, s. 18). PISA 2012 matematik değerlendirme çerçevesinde öğrencilerde pozitif tutum, duygu ve inanç geliştirmenin önemi vurgulanmıştır (MEB, 2011, s. 18). Bu nedenle niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının 8. sınıf öğrencilerinin hem matematik okuryazarlığını hem de matematiksel tutumlarını desteklediği söylenebilir. Ayrıca niceliksel muhakeme odaklı öğrenme ortamında gerçek yaşam problemlerini çözmek ve nicelikleri ölçmek için matematiğe kullanılması gerektiğinin fark edilmesi, özellikle zayıf niceliksel muhakemeye sahip olan öğrencilerin matematiği öğrenme isteğini arttırmış, bu süreçte öğrenmek için bu öğrencilerin oldukça çaba harcamalarını matematik okuryazarlığı performanslarını geliştirmiş olabilir.

Harel'e (2001) göre öğrenciler öğretmenin öğrettiklerine zihinsel ihtiyaç duymaları halinde öğrenme gerçekleşmektedir. Zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin okuldaki matematik derslerinde matematiği öğrenmemelerinin en önemli sebebi, bu derslerle zihinsel ihtiyaç uyandırmadan kural odaklı öğretim yapılması ile ilişkilendirilebilir. Bu araştırmada katılımcı öğrencilerden en çok zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansının yükseldiği görülmüştür. Bu öğrenciler süreç başında en basit matematik okuryazarlığı problemlerini çözmede zorlanırken süreç sonunda çok adımlı ve nicelikler açısından karmaşık problemler haricinde her problemi çözebilmişlerdir. Bu anlamda niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı özellikle zayıf matematik performansını sahip olan öğrencileri desteklemede en önemli öğretim yaklaşımlarından biri olarak ele alınabilir.

Alanyazındaki araştırmalar (Agustin, 2015; Belue, 2015; Ellis, 2007, 2011) niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının öğrencilerin niceliksel, kovaryasyonel, orantısal ve fonksiyonel muhakemelerini geliştirdiğini göstermiştir. Agustin ve arkadaşları'na göre (2012) niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı öğrencilerin yeni, özgün ve gerçek yaşam bağlamı uygulamalarını keşfetmesini ve incelemesini sağlamaktadır. Bu araştırmacıların çalışmasının bulguları niceliksel muhakeme öğretimi

ile öğrenen öğrencilerin diğer öğrencilere göre gerçek yaşam problemlerini daha iyi çözdüklerini göstermiştir (s. 312). Bu araştırmada niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı ile öğrenen 8. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı problemlerindeki performanslarının gelişmesinin bir diğer nedeni matematik okuryazarlığı problemlerinin gerçek yaşam problemi olmasıdır. Çünkü niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının merkezinde gerçek yaşam problemlerini niceliksel anlam açısından çözmek vardır.

Bu araştırmada niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı katılımcı öğrencilerin hepsinin cebirsel muhakemelerini desteklediği ortaya koymuştur. Özellikle zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler öğretim deneyi sürecinin başlangıcında cebirsel ifade, eşitlik ve cümleleri niceliksel anlam açısından yorumlayıp cebirsel manipülasyon yapamazken süreç sonunda bu becerilerin hepsinin problem çözme sürecinde kullanabilmişlerdir. Niceliksel açıdan zengin bir problemleri öğrencilerin muhakemeleri geliştirmede doğru bir kaynaktır. Bu problemler ortaokul öğrencilerinin cebirsel problem çözme yaklaşımlarını kullanmadaki gelişimine temel oluşturmakta ve desteklemektedir (Smith ve Thompson, 2008, ss. 96-97). Smith ve Thompson (2008) problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme yapmaya odaklanmanın ortaokul öğrencilerin cebirsel kavram gelişimini desteklediğini ve cebirsel sembollerin anlamlandırılmasında erken bir rota rolü gördüğünü ifade etmiştir (s. 117-119).

Bu araştırmada altı ay süre zarfında niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı kapsamında 19 sekizinci sınıf öğrencisi birçok niceliksel açısından zengin gerçek yaşam problemleri çözmüşlerdir. Bu öğrencilerin hepsinin öğretim deneyi sürecinde matematik okuryazarlığı performansının gelişmesi niceliksel açıdan zengin gerçek yaşam problemlerini çözmeleri ile ilişkilendirilebilir ancak bu tek başına yeterli değildir. Çünkü Ellis (2007) öğrenme ortamında niceliksel bakımdan zengin problem çözmenin öğrencilerin problem çözme becerilerini ve muhakemelerini geliştireceği garanti etmeyeceğini ve problem çözme sürecinde ortaya çıkan tüm sorunlarda her derde deva işlevi görmeyeceğini vurgulamıştır. Bu araştırmada öğrenme ortamında niceliksel ilişkiler açısından zengin problemler kullanılmasına rağmen öğrencilerin niceliksel muhakemelerinin güçlenmesi araştırmacı-öğretmenin niceliksel anlam açısından yaptığı kaliteli sorgulamalarla yakından ilişkilidir. Niceliksel muhakeme öğretimi kapsamında yapılan öğretimlerin hepsinde araştırmacı-öğretmen Weber ve arkadaşlarının (2014) aritmetikten cebire geçişte, ortaokul öğrencilerin niceliksel muhakemelerini gelişmek için

matematik öğretmenlerine önerdikleri pratik ipuçlarını ya da standartlarını kullanmıştır. Bu standartlarla yapılan yönlendirmelerle öğrenciler muhakeme yaparak problem bağlamındaki nicelikleri oluşturmuş, nicelikler arası ilişki kurmuş, niceliklerin değişimini analiz etmiş ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunmuştur. Ellis'in (2007) de vurguladığı gibi ortaokul öğrencilerinin niceliksel muhakemelerinin desteklenmesi ancak iyi yapılandırılmış sorgulama yapabilen ortaokul matematik öğretmenleri ile mümkündür. Bu nedenle araştırmacı-öğretmen öğrenme ortamında niceliksel muhakeme ve bileşenlerini göz önüne alarak öğrencileri yönlendirmiştir.

Smith ve Thompson (2008) niceliksel muhakeme öğretiminin iki ana bileşenden oluştuğunu belirtmiştir. Bunlar (i) problem durumlarının seçimi ve sırası ve (ii) öğrencilerin muhakemeleri için uygun desteğin sağlanmasıdır. Öğretmenin öğretimden önce yapması gereken öğrencilere sunacağı problem durumların hangi nicelikleri içereceğine, nelerle ilişkili olacağına ve durumun niceliksel yönden betimlemesinin nasıl olacağına karar vermesidir. Daha sonra öğretmen öğrencilerin problem durumlarına ilişkin nasıl farklı betimlemeler yapacaklarına ve bu betimlemelerde öğrencilerin ne gibi kavramsal güçlüklere takılıp kalacaklarına dair canlandırmalar yapması gerekmektedir. Her öğretimin ana amacı nicelikler ve niceliklerin durumlarla nasıl ilişkili olduğudur. Sınıf tartışmaları sayılar üzerine değil nicelikler üzerine olmalıdır. Öğrencilere bu tartışmalarda "burada neler oluyor?" sorusu yöneltilebilir. Buradaki amaç öğrencilerin verilen durumu nasıl gördüklerini ve nicelikler arası ilişkileri nasıl kurduklarına yönelik betimlemelerini sağlamaktır (s. 107-108). Öğretim deneyi sürecinde araştırmacı-öğretmen ve gözlemci niceliksel muhakeme öğretimi derslerinin her birinde sunulacak problemleri birlikte seçmiş ve sıralamış daha sonra öğrencilerin bu problem durumları için olası eylemleri üzerine tartışarak öğretim planları hazırlamışlardır. Bütün bu nedenlerden dolayı bu araştırmada niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının doğası, bileşenleri ve niceliksel anlam açısından araştırmacı-öğretmenin kalite sorgulamalarının öğrencilerin niceliksel muhakeme becerilerini güçlendirmesinde rol oynayan en önemli faktörler olduğu ortaya çıkmıştır.

Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı katılımcı öğrencilerin hepsinin niceliksel muhakemelerini güçlendirmiş ve bu öğrenciler matematiğin doğası ve matematikle ilgili olumlu inançlar geliştirmişlerdir. Özellikle zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler okul matematiğini sevmediklerini ve bu dersleri dinlemediklerini belirtmişlerdir. Bu öğrenciler okulda yapılan matematik derslerinde cebiri kural, formül

ve sayı odaklı yaklaşımlarla öğrendiklerini ve gerçek yaşam problemleri çözmedikleri için matematiğin deneyimsel dünya ile ilişkisiz bir bilim olarak gördüklerini söylemişlerdir. Bu öğrenciler öğretim deneyi süreci sonunda matematik başarılarının geliştiğini, matematiği niceliksel muhakeme öğretimine dayalı öğrenmek istediklerini, ilk defa ders dinlediklerini ve öğrenebildiklerini ifade etmişlerdir. Özellikle zayıf ve orta niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrenciler niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımıyla kural, formül, sayı odaklı problem çözme davranışı yerine niceliksel muhakeme odaklı problem çözme yaklaşımı kazanmışlar ve bu davranışı benimsediklerini söylemişlerdir. Bu öğrenciler önceden problem çözmede kural, formül, sayı odaklı problem çözme davranışı benimsedikleri için çözemediklerini ifade etmişlerdir.

Ülkemizdeki ortaokul öğrencilerin matematik dersi ve matematik okuryazarlığında başarısız olmasının nedeni ortaokul matematik öğretim programının niceliksel muhakemeye gereken önemi vermemesiyle ilişkilendirilebilir. Günümüzdeki ortaokul matematik öğretim programları sayılar, aritmetik ve işlemler üzerine vurgu yaptıkları halde niceliksel muhakemeye gereken vurguyu yapmamaktır. Şu anki öğretim programları ayrıca öğrencilerin deneyimsel dünya ile matematik arasında ilişki kurmaları açısından da yetersizdir (Smith ve Thompson, 2008, s. 126). Öğrenciler doğası gereği çocukluklarından itibaren nicelikleri oluşturarak dünyayı anlamlandırmalarına rağmen şu anki ortaokul matematik öğretim programları öğrencilerin niceliksel açıdan karmaşık durumlarla uğraşmasına yönelik olan fırsatları en aza indirme eğiliminde olduğunu göstermektedir (Smith ve Thompson, 2008, s. 120; Thompson, 1995, s. 213). Ayrıca Moore (2011) hesaplamalara ve işlemlere odaklanan niceliksel anlamlar yönünden eksik olan bir öğretiminin, matematik okuryazarlığı problemlerini çözmeye yardımcı olmayacağı gibi öğrencilerin güçlü problem çözme yeteneklerini ve bilgi yapılarını geliştirmelerine destek olmadığını ifade etmiştir. Bu nedenle Sowder (1988) problem çözmede nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler yerine sayılar ve işlemler üzerine odaklanan öğrenme ortamını temelsiz ve işe yaramayan bir tartışma olarak nitelendirmiştir.

Smith ve Thompson (2008) şuanda sayılar ve aritmetik işlemler üzerine odaklanan ortaokul matematik öğretim programlarında önemli bir değişim olmadığı sürece hiçbir yaklaşımın başarılı olmayacağını iddia etmişlerdir. Bu çalışma da bu araştırmacıların iddiasını doğrulamış, matematik başarısı oldukça düşük olan öğrencilerin bile niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımıyla matematik okuryazarlıklarının ve cebirsel

muhakemelerinin geliştiğini göstermiştir. Ayrıca matematik başarısı yüksek olan öğrenciler niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımıyla muhakeme yapma ve argüman oluşturma becerisini kullanmada oldukça gelişmesi, kanıtlama becerisinin gelişiminin zor ve uzun bir süreç gerektirmesi açısından niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının önemini göstermiştir.

Ülkemizdeki öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını geliştirmek ve PISA değerlendirmesinde yüksek matematik okuryazarlığı performansı gösteren bir ülkeyi temsil etmek için niceliksel muhakeme yönünden zengin matematik öğretim programları geliştirilmelidir. Bu öğretim programları öğrencilerin deneyimsel dünyadaki nesneler, durumlar, ölçümler ve değişim ile matematik arasında ilişki kurmadaki temsilsel yeteneklerini ve kavramsal gelişimini desteklemektedir (Smith ve Thompson, 2008, s. 127).

Bu araştırmada altı ay süren öğretim deneyi süreci kapsamında 19 sekizinci sınıf öğrencisine niceliksel muhakeme öğretimi yapılmıştır. Bu öğrencilerden sadece 13 tanesi son klinik görüşmede matematik okuryazarlığı problemlerinin hepsini çözebilmiş ve yönlendirmesiz sadece altı öğrenci niceliksel anlam açısından gerekçe sunabilmiştir. Katılımcı öğrencilerin niceliksel muhakemede tüm yeterlikleri kazanabilmesi altı ay süren niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı altındaki öğretim deneyi sürecinde gerçekleşememiştir. Bu durumun nedeni Smith ve Thompson'ın (2008) ortaokul öğrencilerin büyük çoğunluğunun kapsamlı ve çok yönlü bir şekilde niceliksel muhakeme becerisi kazanmasının bir iki senelik programlarla mümkün olmayacağı iddiasıyla ilişkilendirilebilir. Bu nedenle bu araştırmacılar öğrencilerin matematiksel yeterliklere sahip olmaları için niceliksel muhakeme becerilerinin ilkokuldan itibaren devamlı ve sürekli olarak geliştirilmesi ve desteklenmesi gerektiğini vurgulamışlardır (s. 128).

Bu araştırmada niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı altında 8. sınıf öğrencilerinin düşünme yolları arzu edilmeyenden arzu edilene doğru değişim göstermiştir. Bu öğrencilerin niceliksel muhakeme becerisi açısından düşünme yolları başvurusal/referansal olmayan düşünme yolundan başvurusal/referansal sembolik düşünme yoluna doğru gelişim gösterdiği gözlenmiştir. Niceliksel muhakeme öğretimi çerçevesinde bu öğrencilerin düşünme yolları arzu edilene doğru değiştikçe matematik okuryazarlığı performansları yükseldiği ortaya çıkmıştır. Öğretim deneyi süreci sonunda en istendik düşünme yolu olan başvurusal/referansal sembolik düşünme yolunu kullanan öğrenciler matematik okuryazarlığı problemlerinin hepsini çözebilmiş olup diğer

öğrencilerden farklı olarak tümdengelimsel kanıt şemasını yönlendirmesiz kullanmıştır. Bu araştırmada niceliksel muhakeme becerisi açısından öğrencilerin düşünme yollarını belirleyen en kritik bileşenin kanıt şeması olduğu ortaya çıkmıştır. Çünkü tümdengelimsel kanıt şemasını kullanabilen öğrenciler niceliksel anlam açısından gerekçe sunabildikleri için niceliksel muhakeme becerilerinin diğer bileşenlerini problem çözmede etkili bir şekilde kullanabilmişlerdir. Diğer taraftan dışsal kanıt şemasını kullanan öğrenciler matematiksel muhakemeler yapamadıkları için problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme yapamamışlar ve ön klinik görüşmelerde matematik okuryazarlığı problemlerinin neredeyse hepsini çözememişlerdir. Niceliksel muhakeme açısından öğrencilerin düşünme yolları geliştikçe birçok (aritmetiksel ve cebirsel) problem çözme yaklaşımlarını etkili kullanabilmişler, gerekçeleri niceliksel anlam açısından daha kaliteli olmaya başlamış ve matematiksel inançları olumlu yönde değişmiştir.

Bu araştırmada niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında öğrenciler niceliksel muhakeme odaklı problem çözme davranışı çerçevesinde problem çözmüşlerdir. Bu öğrenciler bu öğrenme ortamında birçok aritmetiksel ve cebirsel problem çözme yaklaşımlarını niceliksel anlam açısından kullanma ve niceliksel anlam açısından gerekçe sunma deneyimi yaşamışlardır. Bu katılımcılar gerçek yaşam problemlerini niceliksel muhakeme odaklı yaklaşımlarla çözdükleri için dolaylı olarak deneyimsel dünyadaki nicelikleri ölçmüşler, nicelikler arası ilişki kurmuşlar ya da niceliklerin değişimini analiz etmişlerdir. Bu süreçte bu öğrencilerin matematiğin doğasının deneyimsel dünyanın her yerde olduğunu gösterdiği için matematiği sevmelerine ve takdir etmelerine neden olmuş olabilir. Özellikle zayıf niceliksel muhakemeye sahip olduğu düşünülen öğrencilerin zamanla geliştirdiği matematiğe olumlu tutumları da matematik okuryazarlığı performanslarını gelişmesinde etkili olmuştur. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımıyla bu süreçte katılımcı öğrenciler etkili bir şekilde birçok problem çözme stratejisini kullanabilmiş, kullandıkları gerekçeler matematiksel açıdan anlam kazanmış ve matematiksel inançları olumlu yönde değişmiştir. Bu öğrenme ortamında bu öğrencilerin problem çözme yaklaşımları, kanıt şemaları ve matematiksel inançları olumlu yönde değişim gösterdikçe bu katılımcılar niceliksel muhakeme açısından arzu edilen düşünme yollarını kullanabilmişlerdir. Bu nedenle bu araştırmanın sonuçlarından niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının ortaokul öğrencilerin düşünme yollarını

istendik yönde geliştirdiği ve dolaylı olarak matematik okuryazarlığını desteklediği çıkarımı yapılabilir.

Bu araştırmanın en önemli sonucu niceliksel muhakeme öğretim yaklaşımının 8. sınıf öğrencilerin niceliksel muhakemesini güçlendirdiği ve dolaylı olarak bu öğrencilerin matematik okuryazarlığını desteklediğini ortaya koymasıdır. Bu çalışmadaki katılımcı öğrencilerin çoğu ön klinik görüşmelerde niceliksel muhakeme yapmak yerine matematiksel olmayan alışılagelmiş/basmakalıp muhakemeler yaptıkları için matematik okuryazarlığı problemlerinin çoğunu çözememişlerdir. Alışılagelmiş/basmakalıp muhakeme yapan öğrenciler problem çözme sürecinde problem bağlamını niceliksel anlam açısından yorumlayıp analiz etmek yerine problem bağlamıyla ilgisi olmayan günlük hayattaki deneyimlerinden yola çıkarak sıradan, alışılagelmiş ve basmakalıp düşüncelerle çıkarım yapmaktadır (Saenz, 2009, s. 132). Ayrıca bu öğrenciler ön klinik görüşmelerde matematik okuryazarlığı problemlerini çözerken problem bağlamındaki sayılara odaklandıkları için problem bağlamını kavramak yerine problemdeki sayıları anlamsız bir biçimde kullanarak hesaplama yapmışlardır. Bu zihinsel eylemler de onların problem çözmesini engellemiştir.

Katılımcı öğrencilerin çoğu PISA matematik okuryazarlığı problemlerine aşina olmadıkları ve okul matematiğinde karşılaşmamaları onların bu problemleri çözmelerini engellemiş olabilir. Öğretim deneyi kapsamında gerçekleşen niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımında katılımcı öğrenciler birçok gerçek yaşam problemi çözdükleri için son klinik görüşmede bu öğrenciler matematik okuryazarlığı problemlerini çözerken yabancılık çekmemişlerdir. Niceliksel muhakeme öğretimi ile katılımcı öğrencilerin niceliksel muhakemeleri güçlendikçe problem çözme sürecinde matematiksel olmayan muhakemeler ya da anlamsız işlemler yapmak yerine niceliksel muhakeme yapmışlardır. Problem çözmedeki bu yaklaşım da katılımcı öğrencilerin matematik okuryazarlığı problemlerini çözmelerini sağlamıştır. Bu nedenle bu araştırma, niceliksel muhakeme yapan bir öğrencinin öncelikle niceliksel anlam açısından problem bağlamını kavramaya çalışmasının matematik okuryazarlığı problemlerini çözmedeki en büyük yardımcısı/desteği olduğunu göstermiştir. Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımının katılımcı öğrencilerin niceliksel muhakemelerini güçlendirmesi, bu öğrencilerin problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme odaklı problem çözme davranışı benimsemelerini sağlamıştır. Öğrencilerin niceliksel muhakeme odaklı problem çözme yaklaşımını kullanmaları ise matematik okuryazarlığı problemlerini çözebilmelerine yardımcı

olmuştur. Kısaca niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamında katılımcı öğrenciler gerçek yaşam problemlerini çözme sürecinde niceliksel muhakeme yapmaya odaklandıkları için matematik okuryazarlığı problemlerine aşina olmalarını sağlamıştır.

Katılımcı öğrenciler problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme yaparak problem çözme yaşadıkları engellerin üstesinden gelmişlerdir. Niceliksel muhakeme odaklı problem çözme sürecinde öğrencilerin öncelikle problem bağlamını kavrama eylemini kullanması matematik okuryazarlığı problemlerini çözebilmelerine yardımcı olmuştur (Moore ve ark., 2009). Ayrıca niceliksel muhakeme öğretimine dayalı öğrenme ortamı katılımcı öğrencilerin matematiğin doğası, matematiksel performansları ve matematiği takdir etme ile ilgili olumlu inançlar geliştirmesini desteklediğini göstermiştir. Öğrencilerin matematik okuryazarlığının değerlendirmesinde sadece matematik okuryazarlığı problemlerini çözme performansı değil aynı zamanda matematiksel inançları da dikkate alınması gerektiği vurgulanmaktadır (MEB, 2011, s. 18). Sonuç olarak niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımına dayalı öğrenme ortamı 8. sınıf öğrencilerinin niceliksel muhakemelerini ve matematiksel inançlarını geliştirdiği için dolaylı olarak bu öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını desteklemiştir.

4.3. Öneriler

Araştırmanın sonuçlarına dayalı olarak uygulamaya ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik geliştirilen öneriler aşağıda belirtilen iki başlık altında yer almıştır.

4.3.1. Uygulamaya yönelik öneriler

- Aritmetikten cebire geçiş dönemindeki ortaokul öğrencilerinin cebirsel kavram ve becerilerini geliştirmek için ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik derslerini niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı çerçevesine göre desenlenmesi önerilmektedir. Ancak bu öğretimlerde niceliksel muhakemenin gelişimi açısından öğretmenlerin öğrenci yönlendirmesi ve sorgulama yapması gerekmektedir.
- Özellikle ortaokul öğrencilerin cebirsel kavramları kavramaları, yorumlamaları ve problem çözme sürecinde kullanabilmeleri için öğrenme ortamında bu kavramların öğretiminin niceliksel anlam açısından ele alınması faydalı olacaktır.

- Ülkemizin PISA matematik okuryazarlığı değerlendirmesinde düşük performanslı bir ülkeyi temsil etmesi ortaokul matematik öğretim programının öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansını desteklemede yeterli olmadığını göstermektedir. Bu araştırma, katılımcı öğrencilerin niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımıyla matematik okuryazarlığındaki pek çok problemi çözebildiğini göstermiştir. Bu nedenle ülkemizdeki öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını geliştirmek ve PISA değerlendirmesinde yüksek matematik okuryazarlığı performansı gösteren bir ülkeyi temsil etmek için niceliksel muhakeme yönünden zengin matematik öğretim programları geliştirilmesi önerilmektedir.
- İnsanoğlu doğası gereği dünyayı nicelikleri oluşturarak, ölçerek ve keşfederek öğrenmektedir. Ancak öğrenciler ilkokulda matematik öğrenmeye başladığında onların deneyimsel dünyadaki nicelikleri oluşturmaya ve nicelikler arası ilişkileri keşfetmeye yönlendirmek yerine sayılar, kurallar ve anlamsız hesaplamalar yapmaya yönlendirmek öğrencilerin matematiği sevmemesine, matematiğin doğasını tanımamasına ve niceliksel muhakemelerini kullanamamalarına neden olmaktadır. Bu nedenle insanoğlunun doğasında dünyayı keşfetmek ve niceliksel muhakeme yapmak olduğu için bu becerinin okul öncesinden itibaren matematik öğretim programlarının merkezinde olup geliştirilmesi önerilmektedir.
- Bu araştırmanın sonuçları öğrenme ortamında öğretmenlerin öğrenci yönlendirmesi ve sorgulamasının çok önemli olduğunu göstermektedir. Bu nedenle öğretmenlerin öğrenme ortamında kaliteli sorgulama yapması için niceliksel muhakemenin gelişimi ve bileşenler ile ilgili hizmet içi eğitim alması önerilmektedir.
- Matematik öğretmen adaylarının niceliksel muhakeme becerisi ve bu bağlamdaki pedagojik yaklaşımlarını geliştirmek için zorunlu derslerin öğretmen yetiştirme programına konulması önerilmektedir.
- Öğrenme ortamında öğretmenler öğrencileri sayıları, işlemleri ve kuralları anlamsız bir şekilde kullanmasına izin vermemelidir. Bunun yerine öğretmenin öğrencileri niceliksel anlam açısından yapılan işlemleri ve hesaplamaları analiz etmeye yönlendirmesi ve onları konuşturması gerekmektedir.
- Öğrenme ortamında öğrencilerin gerçek yaşam problemlerini çözebilmeleri için öğretmenin öğrencilerini problem bağlamını kavramaya yönlendirmesi çok önemlidir. Ayrıca öğretmen öğrencilerini problem bağlamındaki problem bağlamındaki sayılar yerine niceliklerin hakkında konuşmaya yönlendirilmelidir.

4.3.2. İlerideki araştırmalara yönelik öneriler

- Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı çerçevesinde ortaokul öğrencilerinin niceliksel muhakemeleri, bilgi yapıları ve matematik okuryazarlıkları birkaç yıl süren boylamsal çalışmalarla incelenebilir.
- Niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımıyla ortaokul öğrencilerinin oran, eşitlik, eğim, doğrusal denklemler kavramlarını oluşturma süreçleri incelenebilir ve bu süreçte zihinsel yol haritaları çıkarılabilir.
- Öğrenme ortamında ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin niceliksel muhakemelerini güçlendirmek için yaptığı sorgulamaları ve niceliksel muhakeme ile ilgili farkındalıkları bir durum çalışması kapsamında gözlenebilir ve incelenebilir.
- Ortaokul matematik öğretmenlerin niceliksel muhakeme becerileri ile öğrenme ortamında öğrencilerin niceliksel muhakeme becerisini desteklemeleri arasındaki ilişkiye odaklanan bir çalışma yapılabilir ve bu ilişkiler nedensel olarak açıklanabilir.
- Ortaokul matematik öğretmenlerinin sorgulamaları ve yönlendirme biçimlerinin ortaokul öğrencilerin niceliksel muhakemelerini güçlendirmedeki etkisi araştırılabilir.

KAYNAKÇA

Akın, A. and Kabael, T. (2014). Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin hikâye problemlerini çözme sürecindeki düşünme yolları. Fettahlıoğlu, O. Keleş, E. Çilingir, B. Turhan, M. Yeşilpınar, B. Karaduman, T. Demircioğlu ve D. Işık (Eds.). *XI. Uluslararası Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongre Kitabı* (s. 1001-1002). Çukurova Üniversitesi, Adana.

Ahyan, S., Zulkardi, D. and Darmawijoyo, D. (2014). Developing mathematics problems based on PISA level. *IndoMS-JME, 5*(1), 47-56.

Akın, A. and Kabael, T. (2016). The link between pre-service mathematics teachers' quantitative reasoning and their support for quantitative reasoning. *13th International Congress on Mathematical Education (ICME 13)*, Hamburg, Germany, 24-31 July 2016.

Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. Sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi, 43*, 1-13.

Agustin, M. Z., Agustin, M., Brunkow, P. and Thomas, S. (2012). Developing quantitative reasoninGörüşmeci: Will taking traditional math courses suffice? An empirical study. *The Journal of General Education, 61*(4), 305-313.

Belue, P. T. (2015). *The impact of a quantitative reasoning instructional approach to linear equations in two variables on student achievement and student thinking about linearity*. Unpublished Master Thesis. Idaho: Boise State University.

Blanton, M. L. and Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*, 412-446.

Cai, J. (2004a). Introduction to the special issue on developing algebraic thinking in the earlier grades from an international perspective. *The Mathematics Educator (Singapore), 8*(1), 1–5.

Cai, J. (2004b). Developing algebraic thinking in the earlier grades: A case study of the Chinese mathematics curriculum. *The Mathematics Educator (Singapore), 8*(1), 107–130.

Cai, J., Lew, H. C., Morris, A., Moyer, J. C., Ng, S. F. and Schmittau, J. (2005). The development of studients' algebraic thinking in earlier grades. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 37*(1), 5-15.

Cai, J., Ng, S. F. and Moyer, J. C. (2011). Developing students' algebraic thinking in earlier grades: Lessons from China and Singapore. In J. Cai and E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 25-41). Springer Berlin Heidelberg.

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. and Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education, 33*(5), 352-378.

Carlson, M. and Oehrtman,M. (2005). *Key aspects of knowing and learning the concept of function*. Mathematical Association of America Research Sampler.

Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundation and model viability. In A. E. Kelly and R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 547–589). New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiment in collaboration with teachers. In A. E. Kelly and R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp.307-333). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Cobb, P. and Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*(2), 83-94.

Confrey, J. and Smith, E. (1994). Exponential functions, rates of change, and the multiplictive unit. *Educational Studies in Mathematics, 26*(2/3), 135-164.

Czarnocha, B. (2008). *Handbook of mathematics teaching-research: Teaching experiment- a tool for teacher-researchers*. University of Rzeszow, Poland.

Didiş, M. G. ve Erbaş, A. K. (2012). *Lise öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözmedeki başarısı.* X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Özetleri Kitabı, (p. 430). Niğde: Niğde Üniversitesi, Türkiye.

Dubinsky, E. and Harel, G. (1992). The nature of the process conception of function. In E. Dubinsky and G. Harel (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 85 - 106). Washington, DC: Mathematics Association of America.

Duffy, A. M. (2006). Students' ways of understanding aromaticity and electrophilic aromatic substitution reactions. Unpublished dissertation, California: University of California, San Diego and San Diego State University.

Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı (EARGED). (2010). *PISA 2006 ulusal nihai raporu*. Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) Yayınları, Ankara. http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA2006-Ulusal-Nihai-Rapor.pdf adresi (Erişim tarihi: 16. 08.2016).

Ekiz, D. (2003). *Eğitimde araştırma yöntem ve metodlarına giriş*. Ankara: Anı Yayıncılık

Ellis, A. B. (2007). The influence of reasoning with emergent quantities on students' generalizations. *Cognition and Instruction, 25*(4), 439-478.

Ellis, A. B. (2009). Patterns, quantities, and linear functions. *Mathematics Teaching in the Middle School, 14*(8), 482-491.

Ellis, A. B. (2010). Invited commentary for thompson's paper and presentation. In S. A. Chamberlin, L. L. Hatfield and S, Belbase (Eds.) *New Perspectives and Directions for Collaborative Research in Mathematics Education: Papers from a Planning Conference for WISDOM* (pp. 57-62). College of Education, University of Wyoming.

Ellis, A. B. (2011). Algebra in the middle school: Developing functional relationships through quantitative reasoning. In J. Cai and E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 215-238). Springer Berlin Heidelberg.

Engelhardt, P. V., Corpuz, E. G., Ozimek D. J. and Rebello, N. S. (2004). The teaching Experiment –What it is and what it isn't? *Proceedings of Physics Education Conference-AIP Conference* (pp. 157-160). Madison, WI.

Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model *Journal of Education for Teaching, 15*, 13-33.

Fan, L. and Zhu, Y. (2007). From convergence to divergence: The development of mathematical problem solving in research, curriculum, and classroom practice in Singapore, *ZDM, 39*(5-6), 491-501.

Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. In A. J. Bishop (Ed.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 75-102). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Garelick, B. (2006). *Miracle math: A successful program from Singapore tests the limits of school reform in the suburbs*. Education Next. http://www.hoover.org/publications/ednext/3853357.html adresi. (Erişim tarihi: 16.08.2016).

Goldin, G. (2000). A scientific perspective on structures, task-based interviews in mathematics education research. In A. E. Kelly ve R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 517–545). New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Greeno, G. (1992). Mathematical and scientific thinking in classroom and other situations. In D. Halpern (Ed.), *Enhancing Thinking Sills in Sciences and Mathem*atics (pp. 39–61). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Güzeller, C. O. and Akın, A. (2011). An examination of the programme for international student assessment (PISA) 2003 Turkish database with the aim of exploring the relationship between homework variables and mathematics achievement. *Educational Research and Reviews, 6*(13), 793-803.

Harel, G. (2001). The development of mathematical induction as a proof scheme: A model for DNR-Based instruction. In S. Campbell and R. Zaskis (Eds.), *Learning and teaching number theory* (pp.185-212). New Jersey, Ablex Publishing Corporation.

Harel, G. (2007). The DNR system as a conceptual framework for curriculum development and instruction. In R. Lesh, J. Kaput and E. Hamilton (Eds.),

Foundations for the future in mathematics education (pp. 263-280). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Harel, G. (2008a). What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question. In R. B. Gold and R. Simons (Eds.), *Proof and Other Dilemmas: Mathematics and philosophy* (pp. 265-290). Washington DC: Mathematical Association of America.

Harel, G. (2008b). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, Part I: focus on proving. *ZDM, 40*(3), 487-500.

Harel, G. (2008c). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, part II: With reference to teachers' knowledge base. *Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik, 40,* 893-907.

Harel, G. (2010). DNR-Based instruction in mathematics as a conceptual framework. In B. Sriraman and L. English (Eds.) *In Theories of Mathematics Education: Seeking New Frontiers (pp. 343-367).* Springer Berlin Heidelberg.

Harel, G. (2013). The Kaputian program and its relation to DNR-based instruction: A common commitment to the development of mathematics with meaning, In M. Fried and T. Dreyfus (Eds.), *The SimCalc vision and contribution* (pp. 438-448). Springer.

Harel, G., Fuller, E. and Rabin, J. M. (2008). Attention to meaning by algebra teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, *27*(2), 116-127.

Harel, G. and Koichu, B. (2010). An operational definition of learning. *Journal of Mathematical Behavior, 29,* 115–124.

Harel, G. and Lim, K. H. (2004). Mathematics teachers' knowledge base: Preliminary results. In M.J. Hoines and A.B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*,(Vol. 3(3), pp. 25– 32). Bergen, Norway.

Harel, G. and Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. In A. H. Schoenfeld, J. Kaput and E. Dubinsky (Eds.), *Research in*

collegiate mathematics education. III (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society and Washington, DC: Mathematical Association of America.

Herman, M. (2007). What students choose to do and have to say about use of multiple representation in college algebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 26*(1), 27-54.

Hoven, J. and Garelick, B. (2007). Singapore math: Simple or complex? *Educational Leadership, 65*(3), 28–31.

Höfer, T. and Beckmann, A. (2009). Supporting mathematical literacy: examples from a cross-curricular project. *ZDM, 41*(1-2), 223-230.

Kabael, T. and Akın, A. (2016a). Problem solving strategies and quantitative reasoning skills in solving algebraic verbal problems of seventh grade students. *Kastamonu University Kastamonu Education Journal, 24*(2), 875-894.

Kabael, T. and Akın, A. (2016b). Investigating pre-service middle school mathematics teachers' quantitative reasoning and their support for students' quantitative reasoning in the problem solving process. In Csíkos, C., Rausch, A. and Szitányi, J. (Eds.). *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 305). Szeged, Hungary: PME.

Kabael, T., Akın, A., Kızıltoprak, F. and Toprak, O. (2014). Pre-service middle school mathematics teachers' ways of thinking and pedagogical approaches in problem solving process. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, and D. Allan (Eds.). *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PMENA 36) (Vol. 6. p. 327). British Colombia University, Vancouver, Canada.

Kabael, T. and Kızıltoprak, F. (2014). Sixth grade students' ways of thinking associated with solving algebraic verbal problems. In S. Oesterle, C. Nicol, P. Liljedahl and D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 6, p. 120). Vancouver, Canada: PME.

Kabael, T. U. ve Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim Online, 9*(1), 213-228.

Kabael, T. and Yayan, B. Middle school pre-service mathematics teachers' guidance for sixth grade students in problem solving process. *Proceedings of the Frontiers in Mathematics and Science Education Research Conference* (pp. 118-121). Famagusta, North Cyprus.

Kaiser, G. and Willander, T. (2005). Development of mathematical literacy: Results of an empirical study. *Teaching Mathematics and its Applications, 24*(2-3), 48-60.

Kaput, J. (1995). Long term algebra reform: Democratizing access to big ideas. In C. Lacampagne, W. Blair and J. Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium* (pp. 33–52). Washington, DC: U.S. Department of Education.

Kho, T. H. (1987). *Mathematical models for solving arithmetic problems.* Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education (ICMI-SEAMS), Singapore: Institute of Education.

Kohar, A. W. (2014*). Investigating students' difficulties in completing mathematical literacy processes: A case of Indonesian 15-year-old students on PISA-like math problems*. Paper presented at Sriwijaya University Learning and Education-International Conference (pp. 662-677), Sriwijaya University, Palembang.

Kilpatrick, J. (2001). Understanding mathematical literacy: The contribution of research. *Educational Studies in Mathematics, 47*(1), 101-116.

Knuth, E. and Elliott, R. (1997). Pre-service secondary mathematics teachers' interpretations of mathematical proof. *Proceedings of the 19th Conference of Psychology of Mathematics Education North American Chapter* (pp.545-551) Bloomington, IL.

Koichu, B. and Harel, G. (2007). Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics, 65,* 349-365.

Koichu, B., Harel, G. and Manaster, A. (2013). Ways of thinking associated with mathematics teachers' problem posing in the context of division of fractions. *Instructional Science, 41*(4), 681-698.

Larson, C., Harel, G., Oehrtman, M., Zandieh, M., Rasmussen, C., Speiser, R. and C, W. (2010). Modeling perspectives in math education research. In R. Lesh, P.L.

Galbraith, C. R. Haines and A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 61-69). ICTMA 13. New York: Springer.

Lempp, H. and Kingsley, G. (2007). Qualitative assessments. *Best Practice and Research Clinical Rheumatology, 21*(5), 857-869.

Lim, K. H. (2006). *Students' mental acts of anticipating in solving problems involving algebraic inequalities and equations*. Unpublished dissertation. California: University of California, San Diego and San Diego State University.

Lim, K. H. and Wagner, A. (2012). Impulsive-analytic disposition in mathematical problem solving: A survey and a mathematics test. In J. Dindyal, L. P. Cheng and S. F. Ng (Eds.), *Proceedings of the 35th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Singapore: MERGA

Madison, B. L. and Steen, L. A. (Eds.). (2003). *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges*. Princeton, NJ: The National Council on Education and the Disciplines.

Martin, H. (2007). Mathematical literacy. *Principal Leadership, 7*(5), 28-31.

Maskiewicz, A. L. (2006). *Rethinking biology instruction: The application of DNR-based instruction to the learning and teaching of biology*. Unpublished dissertation, California: University of California, San Diego and San Diego State University,

Mayer, R. E., Lewis, A. B. and Hegarty, M. (1992). Mathematical misunderstandings: Qualitative reasoning about quantitative problems. *Advances in Psychology, 91*, 137-153.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2005). *İlköğretim matematik 6-8. sınıf öğretim programı ve kılavuzu*. MEB Yayınları, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2011). PISA Türkiye. *Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Müdürlüğü,* Ankara. http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA-kitab%C4%B1.pdf adresi. (Erişim tarihi: 16.08.2016).

Moore, K. C., Carlson, M. P. and Oehrtman, M. (2009). The role of quantitative reasoning in solving applied precalculus problems. *Proceedings of the Twelfth Annual*

Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education. Raleigh, NC: North Carolina State University.

Moore, K. C. (2011). Relationships between quantitative reasoning and students' problem solving behaviors. In S. Brown, S. Larsen, K. Marrongelle and M. Oehtman (Eds.), *Proceedings of the Fourteenth Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 298-313). Portland, OR: Portland State University.

Moore, K. C. and Carlson, M. P. (2012). Students' images of problem contexts when solving applied problems. *The Journal of Mathematical Behavior, 31*(1), 48-59.

Nathan, M. J. and Young, E. (1990). Thinking situationally: Results with an unintelligent tutor for word algebra problems. In A. McDougell and C. Dowling (eds.), *Computers and education* (pp. 187-216). NY: North Holland.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.

Ng, S. F. (2004). Developing algebraic thinkinGörüşmeci: A case study of the Singaporean primary school curriculum, *The Mathematics Educator (Singapore), 8*(1), 39–59.

Niss, M. (1999). Competencies and subject description, *Uddanneise, 9*, 21-29.

Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In A. Gagatsis and S. Papastavridis (Eds.), *Proceeding of thr 3rd mediterranean conference on mathematical education* (pp. 115-124). Athens, Greece: The Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2004). *Learning for tomorrow's world-first results from PISA 2003*. OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) (2007). *PISA 2006: Science competencies for tomorrow's world: Volume 1: Analysis*. Paris: PISA, OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) (2010a). *PISA 2012: Mathematics framework*. Paris: PISA, OECD Publications.

Organisation for Economic Co-operation and Development (2010b). *PISA 2009 results: What students know and can do – Student performance in reading, mathematics and science (Volume I)*. Paris: PISA, OECD Publishing.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) (2014). *PISA 2012 results: What students know and can do — Student performance in mathematics, reading and science*. Paris: PISA, OECD Publishing.

Olive, J. and Çağlayan, G. (2008). Learners' difficulties with quantitative units in algebraic word problems and the teacher's interpretation of those difficulties. *International Journal of Science and Mathematics Education, 6*(2), 269-292.

Payne, N. T. (2012). *Tasks that promote functional reasoning in early elementary school students*. Unpuplished dissertation, Greensboro: The University of North Carolina.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical methods* (2nd ed.). Garden City, NJ: Doubleday.

Post, T. R., Harel, G., Behr, M. and Lesh, R. (1991). Intermediate teachers' knowledge of rational number concepts. In E. Fennema, T. Carpenter, and S. Lamon (Eds.), *Integrating Research on Teaching and Learning Mathematics* (pp. 177 – 198), SUNY, Albany, NY State University of New York Press.

Powell, W and Leveson, D. (2004). The unique role of introductory geology courses in teaching quantitative reasoning. *Journal of Geoscience Education, 52*, 301–305.

Pugalee, D. K. (1999). Constructing a model of mathematical literacy. *The Clearing House, 73*(1), 19-22.

Rabin, J. M., Fuller, E. and Harel, G. (2013). Double negative: the necessity principle, commognitive conflict, and negative number operations. *The Journal of Mathematical Behavior, 32*(3), 649-659.

Rott, B. (2013). Comparison of expert and novice problem solving at grades five and six. In Lindmeier, A. M. and Heinze, A. (Eds.). *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 113-120). Kiel, Germany: PME.

Sáenz, C. (2009). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA). *Educational Studies in Mathematics, 71*(2), 123-143.

Sircar, S. (2009). Business intelligence in the business curriculum. *Communications of the Association for Information Systems, 24*, 289–302.

Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In J. J. Kaput, D. W. Carraher and M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 133-163). New York, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

Smith, J. and Thompson, P. (2008). Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning. In J. Kaput and D. Carraher (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 95-132). New York, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

Soto, O. and Esmende, G. (2014). *Developing algebraic reasoning from quantitative reasoning*. Paper presented at the 55th Annual Mathematics Conference, California: California Mathematics Council-South.

Sowder, L. (1988). Children's solutions of story problems. *Journal of Mathematical Behavior, 7*, 227-238.

Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Implication and illustrations. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (s. 177-194). Dordercht, Hollanda: Kluver.

Steffe, L.P. and Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh and A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Stigler, J. W., Fuson, K. C., Ham, M. and Sook Kim, M. (1986). An analysis of addition and subtraction word problems in American and Soviet elementary mathematics textbooks. *Cognition and Instruction, 3*(3), 153-171.

Strauss, A. L. and Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (1nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Subramaniam, K. and Banerjee, R. (2011). The arithmetic-algebra connection: A historical-pedagogical perspective. In J. Cai and E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 87-107). Springer Berlin Heidelberg.

Şengül S. and Güner P. (2013). Investigation of preservice mathematics teachers' proof schemes according to DNR Based instruction. *The Journal of Academic Social Science Studies, 6*, 869-878.

Tanışlı, D. (2011). Functional thinking ways in relation to linear function tables of elementary school students. *The Journal of Mathematical Behavior*, *30*(3), 206-223.

Teknoloji ve Tasarım Eğitimcileri Derneği (2013). PISA 2012 açıklanan matematik soruları. OECD PISA – Uluslararası Öğrenci Başarılarını Değerlendirme Programı 2012. www.tvted.org.tr adresi. (Erişim tarihi: 16.08.2016).

Thompson, K. V., Cooke, T. J., Fagan, W. F., Gulick, D., Levy, D., Nelson, K. C., Redish, E. F., Smith, R. F. and Presson, J. (2013). Infusing quantitative approaches throughout the biological sciences curriculum. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 44*(6), 817-833.

Thompson, P. W. (1988). Quantitative concepts as a foundation for algebraic reasoninGörüşmeci: Sufficiency, necessity, and cognitive obstacles. In M. Behr, C. Lacampagne and M. Wheeler (1988) (Eds.), *Proceedings of the Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 163-170). Dekalb, IL: Northern Illinois University.

Thompson, P. W. (1990). *A theoretical model of quantity-based reasoning in arithmetic and algebra*. Center for Research in Mathematics and Science Education: San Diego State University.

Thompson, P. W. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate. In G. Harel and J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 181–234). Albany, NY: State University of New York Press.

Thompson, P. W. (1995). Notation, convention, and quantity in elementary mathematics. In J. Sowder and B. Schapelle (Eds.), *Providing a foundation for teaching middle school mathematics* (pp. 199–221). Albany, NY: SUNY Press.

Thompson, P. W. (2000). Radical constructivism: Reflections and directions. In L. P. Steffe and P. W. Thompson (Eds.), *Radical constructivism in action: Building on the pioneering work of Ernst von Glaserfeld* (pp. 412–448). London: Falmer Press.

Thompson, P. W. (2011). Quantitative reasoning and mathematical modeling. In L. L. Hatfield, S. Chamberlain and S. Belbase (Eds.), *New perspectives and directions for collaborative research in mathematics education. WISDOMe Mongraphs* (Vol. 1, pp. 33-57). Laramie, WY: University of Wyoming.

Thompson, P. W. and Thompson., A. G. (1994).Talking about rates conceptually, Part I: A teacher's struggle. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*, 279–303.

Ursavaş, N. ve Çimer, S. O. (2015). Biyoloji eğitiminde yeni bir yaklaşım: EGS tabanlı öğretim. *Eğitimde Kuram ve Uygulama, 11*(1), 261-290.

Van de Walle, John A., Karen S. Karp, and Jennifer M. Bay-Williams. (2010). Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally (7th ed.). Boston: Allyn and Bacon.

Van Dooren, W., Verschaffel, L. and Onghena, P. (2003). Pre-service teachers' preferred strategies for solving arithmetic and algebra word problems. *Journal of Mathematics Teacher Education, 6*(1), 27-52.

Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. London: Falmer.

Watanabe, T. (2011). Shiki: A critical foundation for school algebra in Japanese elementary school mathematics. In J. Cai and E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 109-124). London: Springer.

Weber, E. (2012). *Students' ways of thinking about two variable functions and rate of change in space*. Unpublished Doctoral Dissertation. Tempe AZ: Arizona State University.

Weber, E., Ellis, A., Kulow, T. and Ozgur, Z. (2014). Six principles for quantitative reasoning and modeling. *Mathematics Teacher, 108*(1), 24-30.

Winget, M. (2005). *Qualitative research: The "Ethnography of Annotation" model.* North Carolina: University of North Carolina.

Wilkins, J. (2010). Modeling quantitative literacy. *Educational and Psychological Measurement, 70,* 267–90.

Wood, T., Cobb, P. and Yackel, E. (1990). The contextual nature of teachinGörüşmeci: Mathematics and reading instruction in one second-grade classroom. *The Elementary School Journal, 90*(5), 497-513.

Yılmaz, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (9. Baskı).* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EK-1 Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 88074293/605/6092608 05/12/2014
Konu: Araştırma Projesi

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
(Genel Sekreterlik)

İlgi : a) 02/12/2014 tarih ve 5950754 sayılı olur.
b) Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü Genel Sekreterliğinin 13/11/2014 tarih ve 12236 sayılı yazısı.

İlgi (b) yazı ile istemiş olduğunuz "Araştırma Projesi" incelenmiş ve uygun görülmüş olup, ilgi (a) Olur ekte sunulmuştur.
Bilgilerinize rica ederim.

11.12.2014
2382

Ali PEHLİVAN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdür V.

EKLER :
1-İlgi (a) Olur (1 sayfa)
2-Araştırma Değerlendirme Formu (2 sayfa)

Aslı ile Aynıdır
5070 Sayılı Yasa ile elektronik olarak imzalanmıştır.
05/12/2014

Adres :
Anadolu Üniversitesi
Rektörlüğü
Yunus Emre Kampüsü
PK.26470 ESKİŞEHİR

Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü
Evrak Kayıt Servisi
K. TARİHİ: 10 Aralık 2014
K. NOSU: 11501

Rektörlük

- Yazı İş. Md.
- Eğitim Bil. Bşk.

Büyükdere Mh.Atatürk Blv.No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: wwweskisehir.meb.gov.tr
e-posta: strateji26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: Lokman TOKAT
Tel: (0 222) 239 72 00 / 213-425
Faks: (0 222) 239 39 22

EK - 1. (Devam) Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 88074293/605/5950754 02/12/2014
Konu : Araştırma Projesi

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Eskişehir Anadolu Üniversitesi Genel Sekreterliği' nin 13/11/2014 tarih ve 12236 sayılı yazısı.

İlgi yazı ile; Eskişehir Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matemetik Eğitimi Anabilim Dalı Matemetik Eğitimi Doktora programı öğrencisi Ayça AKIN' ın "Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlıklarının Niceliksel Muhakemelerinin Güçlendirilmesi İle Desteklenmesi" başlıklı tez çalışma uygulama başvurusu Araştırma İzin Komisyonu tarafından incelenmiş ve komisyon tarafından sakınca görülmediği tespit edilmiş olup, Müdürlüğümüze bağlı Araştırma İzin Komisyonu tarafından belirtilen okullarda yukarıda adı geçen projenin gerçekleştirilmesi uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde takdirlerinize arz ederim.

Aziz BOR
Şube Müdürü

OLUR
.../12/2014

Ali PEHLİVAN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdür V.

ASLI... FOTOKOPİSİDİ

EK - 2. Öğrenci Velisini Bilgilendirme ve İzin Formu

Öğrenci Velisini Bilgilendirme

Sayın Öğrenci Velisi,

Bu araştırma Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora Programı'nda yürütmekte olduğum doktora tez çalışmamı kapsayan bilimsel araştırma projesidir. Araştırmada ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlıklarının güçlendirilmesi amaçlanmaktadır.

Araştırma 2014 – 2015 eğitim ve öğretim yılı bahar döneminde 8. sınıf matematik dersi öğretim programında yer alan sayılar ve işlemler ile cebir öğrenme alanına ait kazanımları içine alan dersleri kapsamaktadır. Araştırma kapsamındaki uygulamaların yaklaşık altı ay süreceği tahmin edilmektedir. Bu araştırmaya katılacak 8. Sınıf öğrencileri ile 2014 – 2015 eğitim ve öğretim yılı bahar döneminde araştırmacı öğrencilerin matematik okuryazarlığının güçlendirilmesine yönelik öğretimler yapacaktır. Bu süreçte öğrencilerin, araştırmacı ile birlikte sayılar ve işlemler ile cebir öğrenme alanıyla ilgili kazanımlar çerçevesinde problem çözerek matematik okuryazarlıklarının güçlenmesi ve desteklenmesi sağlanacaktır. Öğrencilere yönelik yapılacak olan öğretim uygulamaları Anadolu Üniversitesinde araştırmacılar tarafından yürütülecektir.

Projeye dâhil olan öğrencilerin her biriyle araştırmanın başında ve sonunda ikişer; araştırma süreci içinde görüşmeler yapılması planlanmıştır. Tüm bu görüşmelerde öğrencilerin matematiksel bilgileri, düşünme becerileri ve matematik okuryazarlığı performansları incelenecek ve değerlendirilecektir. Bunun yanında öğrencilerin öğrenmelerinin daha iyi incelenebilmesi amacıyla dersler video kamera ile kayıt altına alınacaktır. Öğrenciler ile yapılacak olan derslerde öğrenciler çalışma yaprağı üzerinden problem çözeceklerdir. Görüşmelerde ve derslerde öğrencilerin problem çözmesine yönelik verilen çalışma kâğıtlarını araştırmacı tarafından toplanacaktır. Araştırma kapsamındaki video kayıtları, öğrenci çalışma yaprakları ve yalnızca araştırmayı analiz etme ve raporlaştırma aşamasında kullanılacak; öğrencilerin yüzleri ve isimleri gizlenecektir. Ayrıca video kayıtları, öğrenci çalışma yaprakları ve günlükler araştırma kapsamı dışında hiçbir kişi ya da kurumla kesinlikle paylaşılmayacaktır. Bu araştırmaya katılacak öğrenciler gönüllülük ilkesine bağlı olarak seçilecek olup öğrenciler dilediklerinde araştırmanın herhangi bir aşamasında çekilme hakkına sahiptirler.

Velisi olduğunuz öğrencinin projeye katılmasını istiyorsanız lütfen aşağıdaki izin belgesini doldurunuz. İlginize teşekkür ederim.

Araş. Gör. Ayça AKIN
Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi
İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
e-mail: aycaakin@anadolu.edu.tr

İzin Belgesi

Yukarıda açıklanan araştırma kapsamında gerçekleştirilecek derslerde velisi olduğum öğrencinin katılımcı olarak bulunmasını onayladığımı beyan ederim. Ayrıca öğrencinin katılacağı derslerin ve görüşmelerin video kamera ile kayıt altına alınmasında sakınca yoktur.

Öğrenci Velisi İmzası

EK - 3. Öğrenciyi Bilgilendirme ve İzin Formu

Öğrenciyi Bilgilendirme

Sevgili Öğrenci,

Bu araştırma Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora Programı'nda yürütmekte olduğum doktora tez çalışmamı kapsayan bilimsel araştırma projesidir. Araştırmada ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlıklarının güçlendirilmesi amaçlanmaktadır.

Araştırma 2014 – 2015 eğitim ve öğretim yılı bahar döneminde 8. sınıf matematik dersi öğretim programında yer alan sayılar ve işlemler ile cebir öğrenme alanına ait kazanımları içine alan dersleri kapsamaktadır. Araştırma kapsamındaki uygulamaların yaklaşık altı ay süreceği tahmin edilmektedir. Bu araştırmaya katılacak 8. Sınıf öğrencileri ile 2014 – 2015 eğitim ve öğretim yılı bahar döneminde araştırmacı öğrencilerin matematik okuryazarlığının güçlendirilmesine yönelik öğretimler yapacaktır. Bu süreçte öğrencilerin, araştırmacı ile birlikte sayılar ve işlemler ile cebir öğrenme alanıyla ilgili kazanımlar çerçevesinde problem çözerek matematik okuryazarlıklarının güçlenmesi ve desteklenmesi sağlanacaktır. Öğrencilere yönelik yapılacak olan öğretim uygulamaları Anadolu Üniversitesinde araştırmacılar tarafından yürütülecektir.

Projeye dâhil olan öğrencilerin her biriyle araştırmanın başında ve sonunda ikişer; araştırma süreci içinde görüşmeler yapılması planlanmıştır. Tüm bu görüşmelerde öğrencilerin matematiksel bilgileri, düşünme becerileri ve matematik okuryazarlığı performansları incelenecek ve değerlendirilecektir. Bunun yanında öğrencilerin öğrenmelerinin daha iyi incelenebilmesi amacıyla dersler video kamera ile kayıt altına alınacaktır. Öğrenciler ile yapılacak olan derslerde öğrenciler çalışma yaprağı üzerinden problem çözeceklerdir. Görüşmelerde ve derslerde öğrencilerin problem çözmesine yönelik verilen çalışma kâğıtlarını araştırmacı tarafından toplanacaktır. Araştırma kapsamındaki video kayıtları, öğrenci çalışma yaprakları ve yalnızca araştırmayı analiz etme ve raporlaştırma aşamasında kullanılacak; öğrencilerin yüzleri ve isimleri gizlenecektir. Ayrıca video kayıtları, öğrenci çalışma yaprakları ve günlükler araştırma kapsamı dışında hiçbir kişi ya da kurumla kesinlikle paylaşılmayacaktır. Bu araştırmaya katılacak öğrenciler gönüllülük ilkesine bağlı olarak seçilecek olup öğrenciler dilediklerinde araştırmanın herhangi bir aşamasında çekilme hakkına sahiptirler.

Bu projeye katılmak istiyorsanız lütfen aşağıdaki izin belgesini doldurunuz. İlginize teşekkür ederim.

Araş. Gör. Ayça AKIN
Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi
İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
e-mail: aycaakin@anadolu.edu.tr

İzin Belgesi

Yukarıda açıklanan araştırma kapsamında gerçekleştirilecek derslerde katılımcı olarak bulunmayı onayladığımı beyan ederim. Ayrıca katılacağım derslerin ve görüşmelerin video kamera ile kayıt altına alınmasında sakınca yoktur.

Öğrenci İmzası

EK-4. Ders Planı Örnekleri

Öğretim I: Niceliklerin Oluşturulması

Farklı Problem Bağlamları ve Problem Durumlarındaki Nicelikler

Amaç: Bu öğretimin amacı öğrencilerin farklı problem bağlamları/problem durumlarındaki nicelikleri belirleyebilmelerini (oluşturmalarını) sağlamaya yardımcı olmaktır. Bu amaçla öğrenciler farklı problem bağlamlarındaki nicelikleri belirlemeleri istenecektir. Bu problemlerde sayma, uzunluk, ağırlık, alan, sıvıların hacmi, mesafe ve zaman gibi nicelikler kullanılmıştır. Öğrencilerin problem bağlamındaki nicelikleri belirleyebilmeleri için öğretim boyunca problem durumundaki nicelikleri oluşturma sürecinde onların nesnenin ölçülebilen/odaklanılan özelliğine ve bu özelliğe ilişkin uygun birimlendirme hakkında kavrayış oluşturup, nesnenin odaklanılan özelliğine sayısal değer vermek amacı ile yapılan işlemin ne olduğunun farkına varmaları gerekmektedir (Kaput, 1995, s. 45). Bu nedenle öğrencilerin problem bağlamındaki niceliklerin nasıl ölçüldüğü, birimleri ve niceliğe atanan değer ile ilgili düşünmeleri istenecektir.

Öğretimde Kullanılacak Problemler

Toka (Sayma): Elif'in 20 saç tokası vardır. Ablası Elif'e 10 toka daha almıştır. Elif 7 tokasını küçük kız kardeşine vermiştir. Ninesi Elif'e bir miktar toka almıştır. Elif'in toplamda 40 tokası bulunduğuna göre ninesi Elif'e kaç toka almıştır?

Bal (Ağırlık ölçme) : Bir teneke bal 30 kg gelmektedir. 90 teneke bal taşıyacağımız, boş iken kamyonetin ağırlığı 900 kg'dır. Yüklü halde iken kamyonet kaç kg gelecektir?

Araba (Uzunluk ölçme): 7 tane aynı model araba uç uca dizilmiştir. Arabaların oluşturdukları toplam uzunluk 56 metredir. 11 arabanın oluşturacağı toplam uzunluk kaç metre olur?

Rafet amca (Alan ölçme): Rafet Amca elma ve portakal yetiştiren bir çiftçidir. Geçen sene portakal ağaçlarının yetiştirildiği tarlanın alanı elma ağaçlarının yetiştirildiği alandan 20 hektar daha küçüktür. Bu yıl, Rafet Amca daha çok elma yetiştirmek için 35 hektar ekstra toprak daha almış, daha çok portakal yetiştirmek için ise portakal yetiştirilen tarlanın alanını 3 katına çıkarmıştır. Son durumda, elma ağaçlarının yetiştirildiği tarlanın alanı portakal ağaçlarının yetiştirildiği tarlanın alanından 9 hektar daha küçük olduğuna göre, geçen yıl her iki çiftlik kaç hektarlık alana sahiptir?

Benzin (Litre ve Para ilişkisi): BZN isimli benzin istasyonunda benzinin litresi 1 lira 50 kuruştan satılmaktadır. Bu, BZGS isimli benzin istasyonunda satılan benzinin litresinden 10 kuruş eksiktir. BZGS benzin istasyonundan 20 litre benzin almak için kaç lira ödemek gerekir?

Okul (Mesafe ölçme): Her gün işe arabasıyla gidip gelen bir üniversite öğrencisinin evi ile okulu arasındaki mesafe 6 kilometredir. Bu öğrenci bir hafta içinde okula gittiği günlerde toplam kaç kilometre mesafe almaktadır?

Para problemleri:

Para 1: Her gün bir önceki günden 2 lira 50 kuruş daha fazla para biriktiren Pelin ilk gün 150 kuruş biriktirmiştir. Pelin 6 günde kaç lira biriktirmiştir?

Para 2: 25 kuruş ve 50 kuruşluk madeni paraların bulunduğu kumbarada toplam 100 tane madeni para vardır. Madeni paraların tutarı 40 lira olduğuna göre bu kumbarada kaç tane 25 kuruş vardır?

Para 3: İpek'in 5 kuruş, 10 kuruş, 25 kuruşlardan oluşan bozuk paraları bulunmaktadır. Selin'in 10 kuruşlarının sayısı 5 kuruşlarının sayısının üç fazla, 25 kuruşlarının sayısı 5 kuruşlarının sayısından iki eksiktir. Toplamda Selin'in 9 lira 40 kuruş parası olduğuna göre kaç tane 5 kuruş, 10 kuruş ve 25 kuruşu vardır?

Haberleşme (Zaman ölçme): Ayça (Eskişehir), Allegra (Colorado) ve Singapur (Ban) internet ortamında haberleşebilmektedir. Her üçünün de haberleşebilmeleri için internete aynı saatte bağlanmaları gerekmektedir.

'Sohbet edebilmek' için uygun bir zaman bulabilmek amacıyla, Ban dünya saat çizelgesine bakarak aşağıdakileri öğrendi:

Eskişehir'de saat sabah 10:00 iken Colorado ve Singapur'da saat kaçtır?

Ders Planı

Öğrencilere çalışma kâğıtları dağıtıldıktan sonra içlerinden birinin problemleri okunması istenecektir. Burada amacımız öğrencilerin kendi cümleleri ile problem durumlarını anlatması istenecektir. Araştırmacı öğrencileri dinleyerek onların problem bağlamındaki hangi nicelikten nasıl bahsettiklerini öğrenmeye çalışacaktır ve öğrencilerin problem durumundaki nicelikleri nasıl problemin bağlamı ve diğer niceliklerle nasıl ilişkilendirdiğini görebilecektir (Soto ve Esmende, 2014).

1. Öğrencilerin problemin çözümü ile ilgili olduğuna inandıkları nicelikleri belirlemeleri için onları problem ile ilgili nicelikleri düşünebileceği sorular sorulması gerekmektedir (Weber ve ark., 2014, s. 25-26).

Problem durumları ile ilgili olası sorular:

- Problem ne anlatıyor?
- Problemde neler verilmiş?
- Problem bizden ne istiyor?
- Problemi çözebilmemiz için problem ile ilgili neleri düşünmemiz/hesaba katmamız gerekir?

2. Eğer öğrenciler problem durumundaki nicelikleri betimleyebiliyorlarsa, neden problemdeki belirli niceliklere odaklandığı sorulmalı ve bu niceliklerin ölçümü nasıl düşündükleri/canlandırdıkları sorulmalıdır (Weber, Ellis, Kulow ve Ozgur, 2014).

Bu amaçla öğrencilere yöneltilebilecek olası sorular: (1. Problem üzerinden)

- Neden problem ile ilgili toka (örn) üzerine odaklandın?
- Tokanın hangi özelliğini düşündün?
- Bu özelliği nasıl elde ederiz?
- Ölçüm (sayma) sonucunda elde edilen sayı ne oluyor?
- O zaman 20 saç tokası ile ilgili neler söyleyebiliriz?

Öğretim II: Nicelikler Arası İlişki Kurulması

Amaç: Bu öğretimin amacı öğrencilerin farklı problem bağlamları/problem durumlarındaki nicelikleri belirleyebilmelerini (oluşturmalarını) ve nicelikler arası ilişki kurabilmelerini sağlamaya yardımcı olmaktır. Bu amaçla öğrenciler farklı problem bağlamlarındaki nicelikleri belirlemeleri ve bu nicelikler arasında ilişki kurması istenecektir. Burada araştırmacı-öğretmen öğrencilerin nicelikler arası ilişkileri muhakeme etmelerini

destekleyerek öğrencilerin gerçek yaşam problemlerindeki modelleri anlama, geliştirme ve keşfetmesine yardımcı olmayı amaçlamaktadır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26).

Problem 1: Bilgisayar

Bilgisayar firması ANG piyasaya üç yeni ürün sürmüştür. Bu ürünler PC111, PC112' ve PC113'tür. Her gün üç farklı türde yeni bilgisayar üretilmekte olup hepsi piyasaya sürülmeden önce test edilmektedir. Aşağıda her gün ortalama üretilen bilgisayarların sayısı ve günlük test sonucu bozuk olup teknik servise gönderilecek bu bilgisayarların ortalama yüzdesi ile ilgili bilgiler verilmiştir.

Bilgisayar Türü	Günlük ortalama üretilen bilgisayar sayısı	Test sonucu bozuk olan bilgisayarın ortalama yüzdesi
PC111	1000	%9
PC112	2000	%5
PC113	3000	%3

Günlük ortalama hangi bilgisayar türü daha çok teknik servise gönderilmektedir? Nedeniyle birlikte açıklayınız.

Problem 2: Cep Telefonu

Elektronik eşya satan bir mağazada cep telefonları % 25 oranında kar içermektedir. Arda bu mağazadan bir cep telefonu almış 2250 lira ödemiştir.

A) Bu telefonun kar payı içermeyen fiyatını bulunuz.
B) Bu telefonun kar payı içermeyen fiyatı toptan alım fiyatı A, müşterilere satış fiyatı S ile gösterilsin. Bu telefonun toptan alım fiyatı ve müşterilere satış fiyatı arasındaki ilişkiyi gösteren bir kural yazınız.

Hız Problemleri:

Problem 3: Uçak

Antalya hava limanından İstanbul havalimanı arasındaki mesafe 750 km'dir. Hızı 1000 km/sa olan bir uçak Antalya'dan saat 9'da kalktığına göre İstanbul'a ne zaman varır?

Problem 4: Bisiklet

Bir bisikletli bulunduğu yere 60 km uzaklıkta olan bir yolu 3 saatte gitmiş ve bu yoldan başlangıçta bulunduğu yere geri dönmesi 2 saat sürmüştür. Bu bisikletlinin gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç km/sa'dir?

Öğrencilerin bireysel çözeceği problem:

Bisiklet sürücüsü Hale (seviye 6):

Hale, yeni bir bisiklet almıştır. Bisikletin gidonunda bir hızölçer bulunmaktadır. Hızölçer, Hale'nin gittiği mesafeyi ve yolculuğundaki ortalama hızını gösterebilmektedir.

Problem 3: Bisiklet sürücüsü

Hale, evinden 4 km uzaklıkta olan nehire kadar bisikletle gitmiş ve bu yolculuğu 9 dakika sürmüştür. Eve dönüşünde, 3 km'lik daha kısa bir yolu kullanmış ve bu yoldan dönmesi sadece 6 dakika sürmüştür.

Hale'nin nehire gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç km/h'dir?

Yolculuğundaki ortalama hız: .....km/h

Ders Planı

Öğrencilere çalışma kâğıtları dağıtıldıktan sonra içlerinden birinin problemleri okunması istenecektir. Burada amacımız öğrencilerin kendi cümleleri ile problem durumlarını anlatması istenecektir. Araştırmacı-öğretmen öğrencileri dinleyerek onların problem bağlamındaki hangi nicelikten nasıl bahsettiklerini öğrenmeye çalışacaktır ve öğrencilerin problem durumundaki nicelik arasındaki ilişkileri nasıl anladıklarını görülebilecektir (Soto ve Esmende, 2014).

Bu amaçla;

1. Öğrencilerin problemin çözümü ile ilgili olduğuna inandıkları nicelikleri belirlemeleri için onları problem ile ilgili nicelikleri düşünebileceği sorular sorulması gerekmektedir (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 1). Burada amaç öğrencinin problemi anlamalarına yardımcı olmaktır.

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Uçak ile ilgili problem üzerinden)

- Problem ne anlatıyor?
- Problemde neler verilmiş?
- Problem bizden ne istiyor?

2. Öğrencilerin nicelikleri daha ayrıntılı biçimde düşünebilmeleri için onları nicelikleri betimlemeleri sağlanmalıdır. Bu amaçla araştırmacı-öğretmen öğrencilere nesnelerin ölçülebilen özellikleri ve bu özelliklerin problemde nasıl ifade edildiği aynı zamanda bu özelliklerle ilgili birimleri hakkında sorgulama yaparak nicelleştirme sürecine geçişmelidir. Nicelleştirme nesnenin ölçülebilen özelliğinin (ör., kilometre) bir ölçü birimine sahip olması için bir nesnenin (ör., uçak ve nesnenin ölçülebilen özelliğinin (ör., uçağın ne kadar uzağa gittiği) kavramsallaştırılması sürecidir (Thompson, 2011, s. 37). Öğrencinin uçağın hızını anlamalarını sağlanmalıdır. Bir nesnenin hızını hayal etmeleri için öğrencilerin tamamlanmış hareketin nicelleştirilmesi olarak hızı anlamaları gerekmektedir. Bu düşünce nesnenin hareketinin ölçülebileceğinin kavranmasına neden olur (Thompson ve Thompson, 1994, s. 283).

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Uçak ile ilgili problem üzerinden)

- Uçakla ilgili neler söyleyebilirsiniz?
- Uçak nasıl hareket ediyor?
- Uçağın hızı 1000 km/sa ne anlama geliyor?
- Uçağın hızının nasıl ölçülüyor?

- Antalya ve İstanbul arasındaki mesafe hakkında ne söyleyebilirsiniz?
- Uçak ne zaman Antalya'dan kalkışa geçiyor?
- Uçak kalkışı nasıl ifade edilmiş?

3. Eğer öğrenciler problem durumundaki nicelikleri betimleyebiliyorlarsa, neden problemdeki belirli niceliklere odaklandığı sorulmalı ve bu niceliklerin ölçümü nasıl düşündükleri/canlandırdıkları sorulmalıdır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 2).

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Uçak ile ilgili problem üzerinden)

- Bu problemi çözebilmemiz için problem ile ilgili neleri düşünmemiz/hesaba katmamız gerekir?

4. Öğrencilerin ölçülebilen nicelikler arasındaki ilişkileri belirleyebilmeleri ve test edebilmeleri sağlanmalıdır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 3). Hızın ölçülmesi iki niceliğin kavramlaştırılmasını dayanmaktadır (kat edilen mesafe ve bu mesafeyi almak için gerekli zaman). Burada önemli olan öğrencilerin iki niceliğin çarpımsal karşılaştırılmasını düşünmelerini sağlamaktır (Thompson ve Thompson, 1994, s. 283; Weber ve ark., 2014, s. 25-26). Bu aşamada öğrenciler 1000 km/sa anlamı derinlemesine sorgulanacaktır.

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Uçak ile ilgili problem üzerinden)

- Uçağın hızı 1000 km/sa ne demektir?
- Uçak 2 saat sonra kaç km mesafe alır?
- Uçak 5 saat sonra kaç km mesafe alır?

4. Bu aşamadan sonra öğrencilerin model oluşturarak bir niceliğin değişiminin diğer nicelikleri nasıl etkilediğini oluşturulmaları sağlanmalıdır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26). (Standart 4)

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Uçak ile ilgili problem üzerinden)

- Uçak mesafe kat ettikçe neler değişmektedir?
- Mesafe ve zaman arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Bu ilişkiyi problemde nasıl gösterilmiş?

5. Onların problemdeki nicelikleri oluşturmaları ve nicelikler arası ilişkileri görmeleri için görsel şekil kullanmak (ör., tablo yapma) gerekmektedir (Standart 5) (Weber ve ark., 2014, s. 25-26).

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Uçak ile ilgili problem üzerinden)

- Tablo yapılacak ve görsel olarak öğrencilerin şekil çizmesi ya da tablo yapması istenecektir.
- Bu aşamadan sonra öğrencilerin tablo üzerinden Antalya ve İstanbul arasındaki mesafeden yola çıkarak bu mesafeyi (750 km) 1000 km/sa hızla uçağın ne kadar zamanda alacağı düşündürülecektir. Burada niceliklerin birimleri hakkında öğrencilerin konuşturulması istenecektir.

Öğretim III: Nicelikler Arası İlişki Kurulması ve Niceliklerin Değişiminin Analizi

Amaç: Bu öğretimin amacı öğrencilerin farklı problem bağlamları/problem durumlarındaki nicelikleri belirleyebilmelerini (oluşturmalarını), nicelikler arası ilişki kurabilmelerini ve niceliklerin birbirlerine bağlı değişimlerini ifade edebilmelerini sağlamaya yardımcı olmaktır. Bu amaçla öğrenciler farklı problem bağlamlarındaki nicelikleri belirlemeleri ve bu nicelikler arasında ilişki kurması ve niceliklerin değişimlerini birbirleri ile ilişkilendirerek açıklamaları istenecektir. Burada araştırmacı-öğretmen öğrencilerin nicelikler arası ilişkileri ve birbirlerine bağlı değişimleri muhakeme etmelerini destekleyerek öğrencilerin gerçek yaşam problemlerindeki modelleri anlama, geliştirme ve keşfetmesine yardımcı olmayı amaçlamaktadır (Weber ve ark., 2014, s. 25-25).

Problem 1: Egrang oyunu

Egrang oyunu Endonezyalı çocukların oynadığı geleneksel bir oyundur. Bu oyunda çocuklar tahta çubukları kullanarak mesafe almaktadırlar. Resimde İsmail Egrang oyunu oynamaktadır. Bireyin aldığı mesafeyi (m) onun iki ayağı arasındaki mesafesi kullanarak hesaplanıyor olup bununla ilgili aşağıda formül verilmiştir.

n = bir dakikadaki adım sayısı;

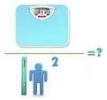
t = zaman dakika olarak;

m = alınan mesafe metre olarak veriliyor

Bu formül $\frac{n.t}{m} = 4$

a) Bu formül İsmail'in aldığı mesafeyi hesaplamak için kullanılıyor. İsmail dakikada 40 adım attığına göre 3 dakika sonunda aldığı yol kaç metre olur?
b) İsmail'in bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak hesaplayınız. İşleminizi gösteriniz.

Problem 2: Vücut Kitle İndeksi (VKİ)



Vücut Kitle İndeksi (VKİ) yetişkin bireyde ağırlığı ve boy uzunluğu dikkate alınarak hesaplanmaktadır. VKİ bireylerin vücut şişmanlığını ortaya koyan ve var olabilecek sağlık problemlerini açığa çıkaran bir göstergedir. VKİ aşağıdaki formül ile hesaplanmaktadır:

w = ağırlık (kilogram)

h = boy uzunluğu (metre)

VKİ = $\frac{w}{h^2}$

a) Beril boy uzunluğu 160 cm olup ağırlığı 90 kg'dır. Beril'in ideal ağırlığa sahip olabilmesi için VKİ'nin 25 olması gerekmektedir. Beril'in ideal ağırlığına kavuşması için kaç kg vermesi gerekir?
b) VKİ formülü hesaplanırken bireyin ağırlığının iki katı alınıp boy uzunluğu ile ilgili herhangi bir değişiklik yapılmazsa VKİ'nin nasıl değiştiğini tam olarak anlatınız.
c) VKİ formülü hesaplanırken bireyin ağırlığının iki katı alınıp boy uzunluğunun da iki katı alınırsa VKİ'nin nasıl değiştiğini tam olarak anlatınız.

Problem 3: Rüzgâr enerjisi

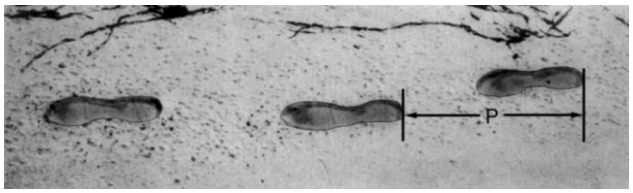
Antalya şehri, rüzgâr enerjisi istasyonu inşa edildiğinde oluşacak gider ve kârı hesaplamak istemektedir. Antalya şehrinin belediye başkanı RZG111 modelini inşa ederlerse 4 500 000 lira ödeyeceklerini her yıl 500 000 lira kazanacaklarını öğrenmiştir.

a) Belediye başkanı bu rüzgâr enerjisi istasyonu kurulduğunda inşaat masrafını çıkarması için en az kaç yıl çalıştırılması gerektiğini merak etmektedir. Bu konuda başkana yardımcı olunuz en az ne kadar süre geçmesi gerekir bulunuz.

b) Bu enerji istasyonundan 3000 000 lira kazanılabilmesi için kaç yıl geçmesi gerekir? Hesaplayınız.

Öğrencilerin bireysel çözeceği problem:

Yürüyüş (Seviye 5 ve Seviye 6)



Resim, yürüyen bir erkeğin ayak izlerini gösteriyor. Adım uzunluğu *P*, ardışık iki ayak izinin topukları arasındaki mesafedir.

n = bir dakikadaki adım sayısı

P = adım uzunluğunu metre olarak belirtirse;

Erkekler için, $\frac{n}{P} = 140$ formülü, *n* ve *P* arasındaki yaklaşık bir ilişkiyi gösterir.

Problem 1: Yürüyüş

Eğer formül Hakkı'nın yürüyüşüne uygulanırsa ve Hakkı dakikada 70 adım atarsa, Hakkı'nın bir adım uzunluğu ne olur? İşleminizi gösteriniz.

Problem 2: Yürüyüş

Burak, adım uzunluğunun 0,80 metre olduğunu biliyor. Formül Burak'ın yürüyüşüne uygulanır. Burak'ın bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak hesaplayınız. İşleminizi gösteriniz.

Ders Planı

Öğrencilere çalışma kâğıtları dağıtıldıktan sonra içlerinden birinin problemleri okunması istenecektir. Burada amacımız öğrencilerin kendi cümleleri ile problem durumlarını anlatması istenecektir. Araştırmacı-öğretmen öğrencileri dinleyerek onların problem bağlamındaki hangi nicelikten nasıl bahsettiklerini öğrenmeye çalışacaktır ve öğrencilerin problem durumundaki nicelik arasındaki ilişkileri nasıl anladıklarını görülebilecektir (Soto ve Esmende, 2014).

Bu amaçla;

1. Öğrencilerin problemin çözümü ile ilgili olduğuna inandıkları nicelikleri belirlemeleri için onları problem ile ilgili nicelikleri düşünebileceği sorular sorulması gerekmektedir (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 1). Burada amaç öğrencinin problemi anlamalarına yardımcı olmaktır.

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Egrang oyunu problemi için)

- Problem ne anlatıyor?
- Problemde neler verilmiş?
- Problem bizden ne istiyor?

2. Öğrencilerin nicelikleri daha ayrıntılı biçimde düşünebilmeleri için onları nicelikleri betimlemeleri sağlanmalıdır. Bu amaçla araştırmacı-öğretmen öğrencilere nesnelerin ölçülebilen özellikleri ve bu özelliklerin problemde nasıl ifade edildiği aynı zamanda bu özelliklerle ilgili birimleri hakkında sorgulama yapmalıdır (Nicelleştirme süreci). (Thompson, 2011, s. 37). Nicelleştirme nesnenin ölçülebilen özelliğinin (ör., kilometre) bir ölçü birimine sahip olması için bir nesnenin (ör., uçak ve nesnenin ölçülebilen özelliğinin (ör., uçağın ne kadar uzağa gittiği)

kavramsallaştırılması sürecidir (Thompson, 2011, s. 37). Öğrencinin İsmail'in hızını anlamalarını sağlanmalıdır. Bir nesnenin hızını hayal etmeleri için öğrencilerin tamamlanmış hareketin nicelleştirilmesi olarak hızı anlamaları gerekmektedir. Bu düşünce nesnenin hareketinin ölçülebileceğinin kavranmasına neden olur (Thompson ve Thompson, 1994, s. 283).

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Egrang oyunu problemi için)

- Egrang oyunu hakkında ne söyleyebilirsiniz?
- Problemde bu oyun ile ilgili bir formül verildiğini söylediniz. Bu formül neyi anlatıyor?

n = bir dakikadaki adım sayısı;

t = zaman dakika olarak;

m = alınan mesafe metre olarak veriliyor

Bu formül $\frac{n.t}{m} = 4$

- Adım sayısı ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?
- Zaman ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?
- Alınan mesafe ile ilgili ne söyleyebilirsiniz?
- Alınan mesafe, zaman ve adım sayısı hakkında neler düşünüyorsunuz?
- Alınan mesafe neler ile ilişkilidir? Vb..
- Alınan mesafe artması durumunda neler olabilir?

3. Eğer öğrenciler problem durumundaki nicelikleri betimleyebiliyorlarsa, neden problemdeki belirli niceliklere odaklandığı sorulmalı ve bu niceliklerin ölçümü nasıl düşündükleri/canlandırdıkları sorulmalıdır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 2).

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Egrang oyunu problemi için)

- Bu problemi çözebilmemiz için problem ile ilgili neleri düşünmemiz/hesaba katmamız gerekir?
- Öğrencilerin ölçülebilen nicelikler arasındaki ilişkileri belirleyebilmeleri ve test edebilmeleri sağlayın (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 3). Hızın ölçülmesi iki niceliğin kavramlaştırılmasını dayanmaktadır (kat edilen mesafe ve bu mesafeyi almak için gerekli zaman). Burada önemli olan öğrencilerin iki niceliğin çarpımsal karşılaştırılmasını düşünmelerini sağlamaktır (Thompson ve Thompson, 1994, s. 283; Weber ve ark., 2014, s. 25-26).

Bu aşamada öğrencilere İsmail'in bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak hesaplanacak ve yapılan işlemlerin gösterilmesi gerekecektir. Probleminde, İsmail'in hızı derinlemesine sorgulanacaktır.

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Egrang oyunu problemi için)

- İsmail'in bir dakikadaki yürüme hızından ne anlıyorsunuz?
- Hızı nasıl ifade etmiştik?
- İsmail'in hızını bulabilmek için neleri düşünmemiz gerekmektedir?
- İsmail'in bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak hesaplarken neler üzerine odaklanmalıyız? vb.

4. Öğrenciler bir model oluşturduğunda onlara bir nicelik değiştiğinde modeldeki diğer niceliklerin nasıl etkilendiğini sorgulanacaktır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 4). Öğrencilere hem formülde hem de İsmail'in hızını anlatırken ayrı ayrı alınan yol, zaman, adımların değişimi sonucunda diğer niceliklerin nasıl değişeceği öğrencilere sorulacaktır. Bu aşamadan sonra öğrencilerin model oluşturarak bir niceliğin değişiminin diğer nicelikleri nasıl etkilediğini oluşturulmaları sağlanmalıdır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 4) .

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Egrang oyunu problemi için)

- Alınan yol değiştikçe neler olur?

- Zaman geçtikçe neler olur? vb.
- Problemdeki ilişkileri niceliklerin değişimine göre nasıl yorumlarsınız? vb.

5. Problemdeki nicelikleri oluşturmaları ve nicelikler arası ilişkileri görmelerinde görsel şekil ya da tablo yapmaları gerekmektedir (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 5).

- Tablo yapılacak ve görsel olarak öğrencilerin şekil ya da tablo oluşturması istenecektir.

6. Öğrencilere yanlış oluşturabileceği modellerle ilgili bakış açılarını revize edip yeniden düzenlemelerini sağlanması gerekmektedir (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 6).

- Öğrenciler için oluşturulan problemlerde örneğin Egrang oyunu probleminde onlar farklı birim ile ölçülen nicelikleri yeniden düzenleyip modeli test ederek çözüme ulaşacaklardır.
- Ayrıca modellerindeki düşüncelerde akranları tarafından bilişsel çatışma yapılarak niceliklerin değişimini ve nicelikler arası ilişkiyi anlamlı bir şekilde kurmaları sağlanmaya çalışılacaktır.

Öğretim IV: Niceliklerin Değişiminin Analizi ve Temsili

Amaç: Bu öğretimin amacı öğrencilerin farklı problem bağlamları/problem durumlarındaki nicelikleri belirleyebilmelerini (oluşturmalarını), nicelikler arası ilişki kurabilmelerini ve niceliklerin birbirlerine bağlı değişimlerini ifade edebilmelerini sağlamaya yardımcı olmaktır. Bu amaçla öğrenciler farklı problem bağlamlarındaki nicelikleri belirlemeleri ve bu nicelikler arasında ilişki kurması ve niceliklerin değişimlerini birbirleri ile ilişkilendirerek açıklamaları istenecektir. Burada araştırmacı-öğretmen öğrencilerin nicelikler arası ilişkileri ve birbirlerine bağlı değişimleri muhakeme etmelerini destekleyerek öğrencilerin gerçek yaşam problemlerindeki modelleri anlama, geliştirme ve keşfetmesine yardımcı olmayı amaçlamaktadır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26).

Problem: Bisikletler

Problem 1:

Jale, Sinem ve Rafet birbirinden farklı üç bisiklete sahiptir. Aşağıdaki tablo bu bisikletlerin tekerleklerin 1 tam tur bir dönüş yaptığında aldıkları mesafeyi (cm) göstermektedir.

	Alınan mesafe (cm)					
	1 dönüş	2 dönüş	3 dönüş	4 dönüş	5 dönüş	6 dönüş
Jale	72	144	216	288	360	…
Sinem	140	280	420	560	700	…
Rafet	210	420	630	840	1050	…

- Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri 6 tam dönüş yaptığında aldıkları mesafe kaç metre olur?
- Jale'nin bisikletinin tekerlekleri 5 tam tur dönüş yapıyor. Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri de aynı tam tur dönüş yaptığında Jale'nin bisikletinin aldığı mesafeden kaç metre uzağa gider?

- Sinem'in bisikleti 1680 cm mesafe aldığında bu bisikletin tekerleklerini kaç tur tam dönüş yapar?
- Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri 100 tam tur dönüş yaptığında bisikletlerinin aldığı mesafe kaç cm olur?
- Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri tam tur dönüşler yapması ile aldıkları mesafe (cm) arasındaki ilişkiyi gösteren bir kural yazıp grafiğini çiziniz.

Problem 2

Rafet'in bisikletinin tekerinin çevresi 105 cm'dir. Bu bisiklet üç farklı hızlı biri düşük, biri orta ve biri yüksek vites dişlilerine sahiptir. Vites dişlileri oranı ise şu şekilde verilmiştir.

Düşük 5:1 **Orta** 8:5 **Yüksek** 1: 4

a) Örneğin vites dişli oranının 6:1 olması pedalın 6 tam tur dönmesine karşılık tekerleğin 1 tam tur dönüş yapacağı anlamına gelmektedir.

b) Rafet düşük vitesle bisiklet sürerek 525 m mesafe aldığında pedal kaç tur tam dönüş yapar?

c) Rafet orta vitesle bisiklet sürerek 525 m mesafe aldığında pedal kaç tur tam dönüş yapar?

d) Rafet düşük vitesle bisiklet sürerek 525 m mesafe aldığında pedal kaç tur tam dönüş yapar?

e) Rafet hangi vitesi tercih ederse daha az yorulur?

Problem 3: Tır

Bir tır petrol istasyonuna benzin doldurmaya gelmiştir. Aşağıdaki tablo tırın benzin depolarına benzin doldurulmaya başlanan andan itibaren geçen zaman (dakika) ve tırların benzin deposunda bulunan benzin miktarı (litre) ilişkiyi göstermektedir.

Tır

Zaman (dk)	Litre
3	17
6	29
9	41
12	53
15	65

- 21. Dakikada bu tırın benzin deposunda kaç litre benzin bulunur?
- Bu tıra dakikada kaç litre benzin doldurulmaktadır?
- Bu tıra benzin istasyonuna geldiğinde (benzin doldurulmaya başlamadan önce) deposunda kaç litre benzin vardır?
- Tırın benzin depolarına benzin doldurulmaya başlanan andan itibaren geçen zaman (dakika) ile tırların benzin deposunda bulunan benzin miktarı (litre) ilişkiyi gösteren bir kural yazıp grafiğini çiziniz.

Öğrencilerin bireysel çözeceği problem:

Paraşütlü gemiler (seviye 6)

Dizel yakıtın litresinin 0,42 zed olmasından dolayı Büyük Dalga gemisinin sahipleri gemilerine paraşüt taktırmayı düşünmektedir. Böyle bir paraşütün dizel yakıt tüketimini toplamda yaklaşık %20 azaltacağı tahmin edilmektedir.

Ad: Büyük Dalga

Tür: Yük gemisi

Uzunluk: 117 metre

Genişlik: 18 metre

Yük kapasitesi: 12 000 ton

Maksimum hız: 19 knot (denizcilikte kullanılan hız birimi)

Paraşütsüz bir yıllık dizel tüketimi: yaklaşık 3 500 000 litre

Büyük Dalga gemisine paraşüt takılmasının maliyeti 2 500 000 zed'dir. Yapılan dizel yakıtı tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar? Yanıtınızı destekleyen hesaplamalarınızı gösteriniz.

Ders Planı

Öğrencilere çalışma kâğıtları dağıtıldıktan sonra içlerinden birinin problemleri okunması istenecektir. Burada amacımız öğrencilerin kendi cümleleri ile problem durumlarını anlatması istenecektir. Araştırmacı-öğretmen öğrencileri dinleyerek onların problem bağlamındaki hangi nicelikten nasıl bahsettiklerini öğrenmeye çalışacaktır ve öğrencilerin problem durumundaki nicelik arasındaki ilişkileri nasıl anladıklarını görülebilecektir (Soto ve Esmende, 2014).

Bu amaçla;

1. Öğrencilerin problemin çözümü ile ilgili olduğuna inandıkları nicelikleri belirlemeleri için onları problem ile ilgili nicelikleri düşünebileceği sorular sorulması gerekmektedir (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 1). Burada amaç öğrencinin problemi anlamalarına yardımcı olmaktır.

Problem durumları ile ilgili olası sorular: (Bisiklet problemi için)

- Problem ne anlatıyor?
- Problemde neler verilmiş?
- Problem bizden ne istiyor?

2. Öğrencilerin nicelikleri daha ayrıntılı biçimde düşünebilmeleri için onları nicelikleri betimlemeleri sağlanmalıdır. Bu amaçla araştırmacı-öğretmen öğrencilere nesnelerin ölçülebilen özellikleri ve bu özelliklerin problemde nasıl ifade edildiği aynı zamanda bu özelliklerle ilgili birimleri hakkında sorgulama yapmalıdır (Nicelleştirme süreci). (Thompson, 2011, s. 37). Öğrencinin bisikletlerin aldığı yol ve bisikletlerin tekerleklerinin bir tam tur dönüş yapmalarını anlamalarını sağlanmalıdır. Bunun için açıklama, yorum ve jest-mimikler kullanılarak nesnelerin ölçülebilen özelliklerinin kavranması gerekmektedir.

- Bisikletler hakkında ne söyleyebilirsiniz?
- Bisikletler ile ilgili verilen tabloyu anlatır mısınız?
- Bu bisikletlerin tekerleklerin 1 tam tur dönüş yapması aldıkları mesafe (cm) cümlelerinden ne anlıyorsunuz?

- Tekerleklerin 1 tam tur dönüş yapması ne demektir?
- Bisikletlerin aldıkları mesafe nasıl anlatılmış?
- Bisikletlerin aldıkları mesafenin artması durumunda neler olabilir?
- Bisikletlerin aldıkları mesafe neler ile ilişkilidir?

3. Eğer öğrenciler problem durumundaki nicelikleri betimleyebiliyorlarsa, neden problemdeki belirli niceliklere odaklandığı sorulmalı ve bu niceliklerin ölçümü nasıl düşündükleri/canlandırdıkları sorulmalıdır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 2).

- Bu problemi çözebilmemiz için problem ile ilgili neleri düşünmemiz/hesaba katmamız gerekir?
- Öğrencilerin ölçülebilen nicelikler arasındaki ilişkileri belirleyebilmeleri ve test edebilmeleri sağlayın (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 3). Bu problemde öğrenciler tekerleklerin tam dönüş yapmaları ve alınan mesafe arasındaki ilişkileri betimlemeleri için açıklama yapmaları ve test etmeleri sağlanmalıdır.
- Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri bir tam dönüş yaptıklarında ne kadar mesafe almışlardır?
- Jale, Sinem ve Rafet'nın bisikletlerinin tekerlekleri bir, iki, üç, dört ve beş tam dönüş yaptıklarında ne kadar mesafe almışlar?
- Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri altı tam dönüş yaptıklarında ne kadar mesafe almışlardır? Nasıl buldunuz?
- Sinem'in bisikleti 1680 cm mesafe aldığında bu bisikletin tekerleklerini kaç tur tam dönüş yapar? Nasıl buldunuz? Bisikletin kaç tur dönüş yaptığını bulmak için neye odaklandınız?
- Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri 100 tam tur dönüş yaptığında bisikletlerinin aldığı mesafe kaç cm olur? Nasıl buldunuz? Bu bisikletin aldığı mesafeyi bulmak için neye odaklandınız?

4. Öğrenciler bir model oluşturduğunda onlara bir nicelik değiştiğinde modeldeki diğer niceliklerin nasıl etkilendiğini sorgulanmalıdır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 4). Bu aşamadan sonra öğrencilerin model oluşturarak bir niceliğin değişiminin diğer nicelikleri nasıl etkilediğini oluşturulmaları sağlanmalıdır (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 4).

- Bisikletlerin tekerleklerinin tam tur dönüş yaptığında nasıl mesafe almaktadırlar?
- Bisikletlerin tekerleklerinin 1 tam tur dönüş yapmaları ile aldıkları mesafe arasında nasıl bir ilişki var?
- Jale, Sinem ve Rafet'in bisikletlerinin tekerlekleri tam tur dönüş(ler) yapması ile aldıkları mesafe (cm) arasındaki ilişkiyi gösteren bir kural yazıp grafiğini çiziniz vb.

5. Problemdeki nicelikleri oluşturmaları ve nicelikler arası ilişkileri görmelerinde görsel model oluşturmak gerekmektedir (Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 5).

- Problemde tablo temsili verilmişti.

6. Öğrencilere yanlış oluşturabileceği modellerle ilgili bakış açılarını revize edip yeniden düzenlemelerini sağlamak gerekmektedir ((Weber ve ark., 2014, s. 25-26) (Standart 6).

- Öğrenciler için oluşturulan problemlerde örneğin bisiklet 1 ve bisiklet 2 probleminde onlar farklı birim ile ölçülen nicelikleri yeniden düzenleyip modeli test ederek çözüme ulaşacaklardır.
- Ayrıca modellerindeki düşüncelerde akranları tarafından bilişsel çatışma yapılarak niceliklerin değişimini ve nicelikler arası ilişkiyi anlamlı bir şekilde kurmaları sağlanmaya çalışılacaktır.

EK-5. Açık Uçlu Problem Çözme Araçları

AÇIK UÇLU PROBLEM ÇÖZME ARACI I

AÇIK UÇLU PROBLEM ÇÖZME ARACI

Sevgili Öğrenciler,

Aşağıdaki problemler sizlerin matematik okuryazarlığını ölçmeye yönelik olarak hazırlanmış problemlerdir. Problemler için yapacağınız çözümler, yalnızca araştırma amacı ile kullanılacak olup araştırmayla ilgisi olmayan kişilerle sonuçlar paylaşılmayacaktır. Problemleri dikkatli bir şekilde okuyup, çözünüz. Başarılar dileriz.

Katılımınız için teşekkür ederiz.

Açıklama: Problemleri çözme süreniz 40 dakikadır.

Araş. Gör. Ayça AKIN
Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi
İlköğretim Matematik Eğitimi ABD
İletişim: aycaakin@anadolu.edu.tr

I. BÖLÜM

Adı-Soyadı:	……
Okulunuz:	……..
Şubeniz ve Numaranız:	8(……) / ……
Cinsiyetiniz	☐ Kız ☐ Erkek
Yaşınız:	☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 16

II. BÖLÜM

Döviz kuru

Singapur'dan Mei-Ling karşılıklı değişim öğrencisi olarak 3 ay süreyle Güney Afrika'ya gitmek için hazırlık yapıyordu. Onun, bir miktar Singapur dolarını (SGD) Güney Afrika para birimi olan randa (GAR) çevirmesi gerekti.

Soru 1.1: Döviz kuru

Mei-Ling, Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kuru işlemlerinin şu biçimde olduğunu öğrendi:

1 SGD = 4,2 GAR

Mei-Ling bu döviz kurundan 3000 Singapur dolarını Güney Afrika randına çevirdi.

Mei-Ling ne kadar Güney Afrika randı aldı?

Yanıt:.....

Soru 1.2: Döviz kuru

3 ay sonra Singapur'a döndüğünde, Mei-Ling'in 3 900 GAR parası kalmıştı. O, döviz kurunun aşağıdaki gibi değiştiğini dikkate alarak bu parayı Singapur dolarına çevirdi:

1 SGD = 4,0 GAR

Mei-Ling ne kadar Singapur doları aldı?

Yanıt:.....

Sos

Soru 2.1: Sos

Kendi salata sosunuzu yapmaktasınız. Bu salata sosunun 100 mililitrelik (ml) tarifi aşağıdaki gibidir.

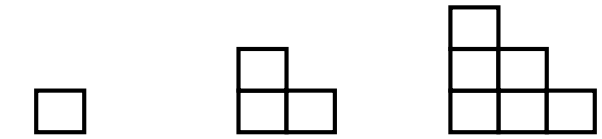
Salata yağı:	60 ml
Sirke:	30 ml
Soya sosu:	10 ml

Bu salata sosunun 150 ml'si için kaç mililitre (ml) salata yağı gerekir?

Yanıt: …….. ml

Basamak modeli

Soru 3.1: Basamak modeli: Rafet, kareleri kullanarak bir basamak modeli yapmaktadır. Onun izlediği aşamalar şöyledir:



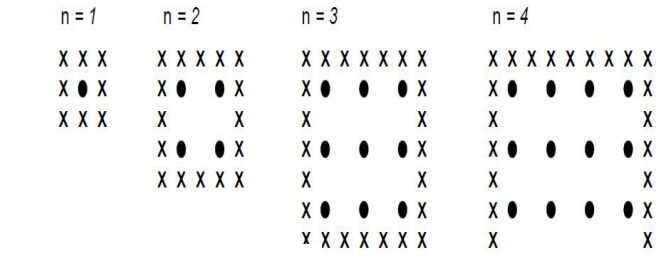
Görebileceğiniz gibi, o, Aşama 1 için bir kare, Aşama 2 için üç kare ve Aşama 3 için altı kare kullanmaktadır.

Rafet, dördüncü aşama için kaç tane kare kullanmalıdır?

Yanıt: …….

Elmalar

Bir çiftçi elma ağaçlarını kare şeklindeki bir düzende ekiyor. Elma ağaçlarını rüzgara karşı korumak için, meyve bahçesinin çevresine kozalaklı ağaç dikiyor. Aşağıda elma ağaçlarının ve kozalaklı ağaçların dikiliş modelinin bulunduğu, her sayıdaki ağaç için, bu durumu gösteren diyagramı görüyorsunuz.



X = Kozalaklı ağaç

● = Elma ağacı

Soru 4.1: Elmalar

Aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

n	Elma ağaçlarının sayısı	Kozalaklı ağaçların sayısı
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Soru 4. 2: Elmalar

Bir önceki sayfada tanımlanan model için elma ve kozalaklı ağaçların sayısını hesaplayabileceğiniz iki formül bulunmaktadır.

Elma ağaçlarının bir satırı n ile gösterildiğinde;

Elma ağaçlarının sayısı = n^2

Kozalaklı ağaçların sayısı = 8n

Elma ağaçlarının sayısının kozalaklı ağaç sayısına eşit olduğu bir n değeri vardır. Bu n değerini bulunuz ve hesaplama yönteminizi gösteriniz.

Yanıt: …….

Soru 4.3: Elmalar

Çiftçinin çok daha büyük bir meyve bahçesi yapmak istediğini düşünün. Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağaçlarının sayısı mı, kozalaklı ağaçların sayısı mı daha fazla artar? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu aşağıya yazarak anlatınız.

Yanıt: …….

Pizzalar

Bir pizzacı aynı kalınlıkta farklı boyutta iki yuvarlak pizza sunmaktadır. Küçüğü 30 cm çapındadır ve maliyeti 30 zeddir. Büyüğü 40 cm çapındadır ve maliyeti 40 zeddir. (Açıklama: Zed ülkesinin para birimi zeddir).

Soru 1 : Pizzalar

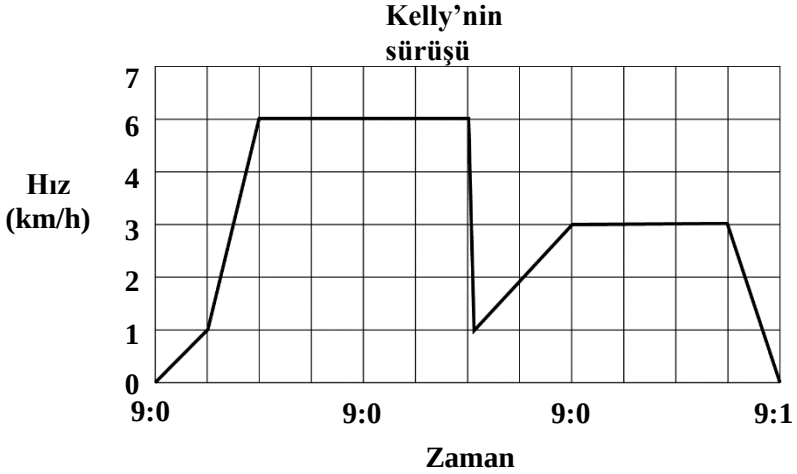
Hangi pizza maliyetine göre daha uygundur? Gerekçenizi belirtiniz.

Problemler sona erdi. ☺☺☺

AÇIK UÇLU PROBLEM ÇÖZME ARACI II

1. Problem: Araba Sürücüsü

Kelly kendi arabasını sürmektedir. Araba sürerken arabanın önüne kedi çıkmıştır. Kelly frene



basmış ve kedi kaçmıştır. Bu olaydan sarsılan Kelly eve dönmeye karar vermiştir. Aşağıdaki grafik sürüş sırasında aracın hızını gösteren basit bir kayıttır.

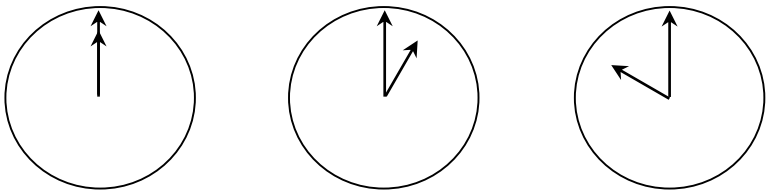
Sürüş sırasında aracın maksimum hızı nedir?

Maksimum hız:……..km/h

2. Problem: İnternette Sohbet

Mark (Avustralya, Sidney'den) ve Hans (Almanya, Berlin'den) internet ortamında "çet" (chat) aracılığıyla haberleşiyorlar. 'Sohbet' edebilmeleri için internete aynı saatte bağlanmaları gerekmektedir.

'Sohbet edebilmek' için uygun bir zaman bulabilmek amacıyla, Mark dünya saat çizelgesine bakarak aşağıdakileri öğrendi:



Sidney'de saat akşam 7:00 iken, Berlin'de saat kaçtır?

Yanıt : .....

3. Paraşütlü gemiler

Dünya ticaretinin yüzde doksan beşi yaklaşık olarak 50 000 tanker, yük gemisi ve konteynır aracılığıyla deniz yoluyla yapılmaktadır. Bu gemilerin büyük bir çoğunluğu dizel yakıt kullanmaktadır. Mühendisler bu gemilerde rüzgâr enerjisinin kullanımını geliştirmeyi planlamaktadır. Mühendisler hem dizel tüketimini hem de yakıtların çevreye olan etkilerini azaltmak için gemilere paraşüt takılmasını önermektedir.

Soru: Paraşütlü gemiler

Paraşüt kullanılmasının avantajlarından biri paraşütlerin 150 m yükseklikte açılmasıdır. Bu noktada rüzgârın hızı geminin güvertesindeki rüzgâr hızından %25 oranında daha fazladır. Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/h olduğunda paraşüte doğru esen rüzgârın yaklaşık hızı kaç olur?

A. 6 km/h

B. 18 km/h

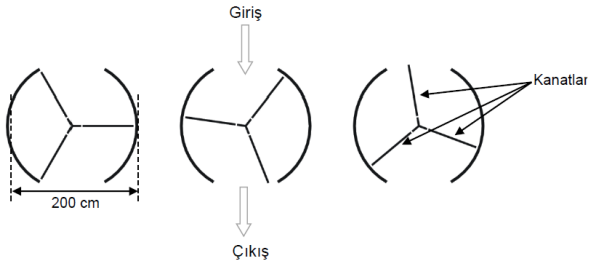
C. 25 km/h

D. 30 km/h

E. 49 km/h

4. Döner kapı

Bir döner kapının, daire şeklinde bir alan içerisinde dönen üç kanadı vardır. Bu alanın iç çapı 2 metre (200 santimetre)'dir. Üç kapı kanadı, bu alanı üç eşit bölüme ayırmaktadır. Aşağıdaki plan, yukarıdan bakıldığında bu üç kapı kanadının üç farklı konumunu göstermektedir. Kapı bir dakikada 4 tam tur atmaktadır. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır. 30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaçtır?



A. 60

B. 180

C. 240

D. 720

5. Problem: Fuji Dağı tırmanışı

Fuji Dağı Japonya'da bulunan sönmüş bir yanardağdır.

Fuji Dağı tırmanışı

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir. Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

Soru 1: Fuji Dağı tırmanışı

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

Yanıt: ……

Soru 2: Fuji Dağı tırmanışı

Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır. Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir. Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: ……

6. Problem Damlama oranı

Bazı ilaç ve sıvıları hastalara nakletmek üzere serum kullanılmaktadır.

Hemşirelerin serum için D ile gösterilen damlama oranını, yani bir dakikada düşen damla sayısını hesaplamaları gerekmektedir.

Hemşireler bunun için $D = \frac{dh}{60s}$ formülünü kullanmaktadırlar. Formüldeki;

d, bir mililitredeki (ml) damla sayısıyla ölçülen damla faktörüdür

h, serumun ml cinsinden hacmidir.

s, serumun akması için gereken süredir (saat).

Soru 1: Damlama oranı

Bir hemşire, serumun akma süresini iki katına çıkarmak istemektedir. s iki katına çıkarılıp d ve h sabit kaldığında D'nin nasıl değiştiğini tam olarak anlatınız.

Yanıt: ……

Soru 2: Damlama oranı

Hemşirelerin serumun hacmi olan h'yi, damlama oranı D'den, hesaplamaları gerekmektedir.

Bir dakikada 50 damlalık bir damlama oranına sahip olan bir serumun hastaya 3 saatte verilmesi gerekmektedir. Bu serum için damla faktörü mililitre başına 25 damladır.

Serumun hacmi kaç ml'dir?

Serumun hacmi: ..... ml

7. Problem: Bisikletler

Justin, Samantha ve Peter birbirinden farklı üç bisiklete sahiptir. Aşağıdaki tablo bu bisikletlerin tekerleklerin 1 tam tur bir dönüş yaptığında aldıkları mesafeyi (cm) göstermektedir.

	Alınan mesafe (cm)					
	1 dönüş	2 dönüş	3 dönüş	4 dönüş	5 dönüş	6 dönüş
Peter	96	192	288	384	480	…
Samantha	160	320	480	640	800	…
Justin	190	380	570	760	950	…

Samantha'ın bisikleti 1280 cm mesafe aldığında bu bisikletin tekerleklerini kaç tur tam dönüş yapar?

a) Yanıt: …… tur tam dönüş.

Soru 2. Peter'ın bisikletinin tekerinin çevresi 96 cm (or 0.96 m). Bu bisiklet üç farklı hızlı biri düşük, biri orta ve biri yüksek vites dişlilerine sahiptir. Vites dişlileri oranı ise şu şekilde verilmiştir.

Düşük 3:1 **Orta** 6:5 **Yüksek** 1: 2

Peter orta vitesle bisiklet sürerek 960 m mesafe aldığında pedal kaç tur tam dönüş yapar?

Not: vites dişli oranının 3:1 olması pedalın 3 tam tur dönmesine karşılık tekerleğin 1 tam tur dönüş yapacağı anlamına gelmektedir.

b) Yanıt: ……tur tam dönüş.

Problemler sona erdi. ☺☺☺

EK- 6. Klinik Görüşme Soruları

ÖN KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI

Döviz kuru problemleri: (1. ve 2. problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Problemde neler verilmiş? (Bu problemdeki nicelikler ile ilgili neler anlatıyor, nicelikleri nasıl anlatıyor, aldığın yanıtlara göre sonda sorular sorulacak).
- Problem bizden ne istemiş?
- Sen bu problemi çözerken nasıl bir yol izledin anlatır mısın?

Sos problemi (3. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Problemde neler verilmiş? (Bu problemdeki nicelikler ile ilgili neler anlatıyor, nicelikleri nasıl anlatıyor, aldığın yanıtlara göre sonda sorular sorulacak).
- Problem bizden ne istemiş?
- Sen bu problemi çözerken nasıl bir yol izledin anlatır mısın?

Basamak modeli problemi (4. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Rafet aşamalar için nasıl basamak oluşturuyor?
- 4. Aşamada Rafet oluşturacağı basamak için kaç kare kullanır? (Nasıl bir yol izledin anlatır mısın?)
- Sonda soru: eğer sana 150. aşamada basamak modeli için kaç kare kullanılması gerekirdi? (Yaklaşımı ortaya koymak için)

Elmalar 1 (5. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Problemde tabloyu doldurmanız istenmiş. Tabloyu nasıl doldurdun anlatır mısın?

Sonda sorular: Elma ağaçların sayısını nasıl hesapladın?

Kozalak ağaçlarının sayısını nasıl hesapladın?

- Elma ve kozalak ağaçlarının artışı hakkında ne düşünüyorsun?

Elmalar 2 (6. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Problemde elma ve kozalak ağaçları ile ilgili neler söylenmiş?
- Elma ağaçlarının satır sayısı n ile gösterildiğinde;
  Elma ağaçlarının sayısı = n^2
  Kozalaklı ağaçların sayısı = 8n ifadeleri sana neyi anlatıyor?
- "Elma ağaçlarının sayısının kozalaklı ağaç sayısına eşit olduğu bir n değeri vardır. Bu n değerini bulunuz ve hesaplama yönteminizi gösteriniz" denilmiş. Bu cümleden ne anladın açıklar mısın?
- Sen bu problemi çözerken n değerini bulmak nasıl bir yol izledin anlatır mısın?

Elma 3 (7. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Problemde ne istenilmiş?
- Meyve bahçesi büyüdükçe elma ağaçlarının sayısı mı, kozalaklı ağaçların sayısı mı artar? sorusunu hakkında ne düşünüyorsun?
- Elmalar ve kozalaklar nasıl bir artış gösteriyor anlatır mısın?

- Sana göre kozalaklı/elma ağaçlarının daha fazla artacağını nasıl düşündün? (Neye göre düşündün?)

Pizza (7. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Problemde ne istenilmiş?
- Peki, sen ne düşünüyorsun hangi pizzanın maliyeti uygundur?
- Pizzalardan birinin (30 cm ya da 40 cm) maliyetinin uygun olduğunu söyledin. Peki, bu pizzanın maliyeti daha uygun olduğu konusunda beni nasıl ikna edersin? (Gerekçe sunma).

SON KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI

Araba Sürücüsü: (1. problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Grafikte neler verilmiş? (Bu problemdeki nicelikler ile ilgili neler anlatıyor, nicelikleri nasıl anlatıyor, aldığın yanıtlara göre sonda sorular sorulacak).
- Grafiği bana yorumlar mısın?
- Problem bizden ne istemiş?
- Sen bu problemi çözerken nasıl bir yol izledin anlatır mısın?

İnternette Sohbet (2. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Problemde neler verilmiş? (Bu problemdeki nicelikler ile ilgili neler anlatıyor, nicelikleri nasıl anlatıyor, aldığın yanıtlara göre sonda sorular sorulacak).
- Problem bizden ne istemiş?
- Sen bu problemi çözerken nasıl bir yol izledin anlatır mısın?

Paraşütlü Gemiler (3. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Problemde neler verilmiş? (Bu problemdeki nicelikler ile ilgili neler anlatıyor, nicelikleri nasıl anlatıyor, aldığın yanıtlara göre sonda sorular soracağım).
- Geminin güvertesindeki hızı hakkında neler verilmiş?
- Bir nesnenin hızı hakkında neler söyleyebilirsin? Bir geminin güvertesinde ölçülen rüzgâr hızı 24 km/h tan ne anlıyorsun?
- Problem bizden ne istemiş?
- Sen bu problemi çözerken nasıl bir yol izledin anlatır mısın?

Döner Kapı (4. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Problemde neler verilmiş? (Bu problemdeki nicelikler ile ilgili neler anlatıyor, nicelikleri nasıl anlatıyor, aldığın yanıtlara göre sonda sorular sorulacak).
- Bir döner kapının, daire şeklinde bir alan içerisinde dönen üç kanadı vardır. Bu alanın iç çapı 2 metre (200 santimetre)'dir. Üç kapı kanadı, bu alanı üç eşit bölüme ayırmaktadır. Aşağıdaki plan, yukarıdan bakıldığında bu üç kapı kanadının üç farklı konumunu göstermektedir. Kapı bir dakikada 4 tam tur atmaktadır. Kapının üç bölümünün her birinde en fazla iki insanın sığacağı kadar yer vardır. 30 dakikada bu kapıdan binaya giriş yapabilecek insan sayısı en fazla kaçtır?
- Bu problemdeki nicelikleri nasıl anlattığını öğrenebilmek için döner kapı hakkında neler anlatılmış?
- Problem bizden ne istemiş?
- Sen bu problemi çözerken nasıl bir yol izledin anlatır mısın?

Fuji Dağı tırmanışı (5 ve 6. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Fuji dağı hakkında neler verilmiş? Tolga neler yapıyormuş?
- Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır. Cümlesinden ne anlıyorsun? Tolganın hızı dağa tırmanırken ve inerken ne kadardır?
- Problem bizden ne istemiş?
- Sen bu problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Diğer problem için de benzer yönlendirme yapılarak sorular sorulacaktır.

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Adım ölçer ve Gotembo yolu ile ilgili neler verilmiş?
- Problem bizden ne istemiş?
- Sen bu problemi çözerken nasıl bir yol izledin?

Damlalama Oranı (7 ve 8. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Hemşirelerin serum için D ile gösterilen damlama oranını, yani bir dakikada düşen damla sayısını hesaplamaları gerekmektedir. Hemşireler bunun için $D = \frac{dh}{60s}$ formülünü kullanmaktadırlar. Formüldeki;

d, bir mililitredeki (ml) damla sayısıyla ölçülen damla faktörüdür

h, serumun ml cinsinden hacmidir.

s, serumun akması için gereken süredir (saat). İfadeleri sana ne anlatıyor? Bu formülü bana yorumlar mısın?

- Problem bizden ne istemiş? Bir hemşire, serumun akma süresini iki katına çıkarmak istemektedir. s iki katına çıkarılıp d ve h sabit kaldığında D'nin nasıl değiştiğini tam olarak anlatınız. Problemini çözerken nasıl bir yol izledin?
- Damlalama oranı olan D nasıl bir değişim gösteriyor?

Diğer problem için de benzer yönlendirme yapılarak sorular sorulacaktır.

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- "Hemşirelerin serumun hacmi olan h'yi, damlama oranı D'den, hesaplamaları gerekmektedir. "Cümlesinden ne anlıyorsun?
- "Bir dakikada 50 damlalık bir damlama oranına sahip olan bir serumun hastaya 3 saatte verilmesi gerekmektedir. Bu serum için damla faktörü mililitre başına 25 damladır." cümlelerini bana anlatır mısın?
- Problem bizden ne istemiş?
- Problemi çözmek için nasıl bir yol izledin?

Bisikletler (9 ve 10. Problem)

- Problemi okur musun? Problemi bana anlatır mısın?
- Problemde bir tablo verilmiş bu tabloyu bana anlatır mısın?
- Bisikletlerin tam tur dönüşleri hakkında neler verilmiş?
- Problem bizden ne istiyor?
- Problemi çözmek için nasıl bir yol izledin?

Diğer problem için de benzer yönlendirme yapılarak sorular sorulacaktır.

- Peter'ın bisikleti ve bisikletinin vitesleri hakkında neler verilmiş?
- Vites dişlisi oranı sana neyi anlatıyor?
- Problem bizden ne istiyor?
- Problemi çözmek için neye odaklandın?
- Problemi çözmek için nasıl bir yol izledin?

EK- 7. Bilgi Edinme Görüşmesi Soruları

ÖN BİLGİ BİLGİ EDİNME GÖRÜŞMESİ SORULARI

- Bu çözdüğün problemler hakkında neler düşünüyorsun? (Aşina/tanıdık olma durumu, anlaşılması zor/kolay, günlük yaşam bağlamları olma durumu ve benzeri sonda sorular)
- Bu çözdüğün problemlerden hangileri ile daha önceden karşılaşmış olabilirsin?
- Okulda çözdüğünüz matematik problemleri ile bu problemleri nasıl karşılaştırırsın?
- Okul matematiği ve okulda çözdüğünüz problemler hakkında ne düşünüyorsun?
- Bu problemleri çözerken neler hissettin?
- Matematik ile ilgili bir problemi nasıl çözersin?

SON BİLGİ BİLGİ EDİNME (DEBRİFİNG) GÖRÜŞMESİ SORULARI

- Çözdüğümüz problemler hakkında ne düşünüyorsun? (Aşina/tanıdık olma durumu, anlaşılması zor/kolay, günlük yaşam bağlamları olma durumu ve benzeri sonda sorular)
- Bu problemleri çözerken neler hissettin?
- Dönem boyunca yaptığımız dersleri değerlendirebilir misin?
- Derslerde çözdüğümüz problemler hakkında neler düşünüyorsun?
- Derslerimizi ve çözdüğümüz problemleri (hız, yüzde, para problemleri, zaman, ilişki problemleri (zaman litre, tam tur dönüş ile alınan yol vb) Eğer zor bulduğu konular varsa bunlar hakkında öğrencinin ne düşündüğü sorgulanmalıdır.
- Herhangi bir problemi nasıl çözersin?
- Herhangi bir problemi çözerken nelere odaklanman gerekir?
- Bu derslerde problem çözerken nelere dikkat ettik?
- Sence problem çözen birey nelere odaklanarak problem çözerse başarılı olur?
- Bu projeyi nasıl değerlendirirsin?

EK-8. Bengü'nün Bilgi Edinme Görüşmesi Verilerine İlişkin Yapılan Kodlama Örnekleri

Görüşme sorusu	**Öğrencinin görüşme sorusuna verdiği yanıt**	**Açık kodlama**	**Eksen kodlama**
Ön bilgi edinme görüşmesinden: S: Herhangi bir matematiksel problemi çözerken neler yaparsın?	Y: Bir problemi çözmek için hemen hangi işlemi yapacağımı düşünürüm. Bu nedenle problemde verilen sayılara bakarım. Problemin hangi tip olduğuna da anlamaya çalışırım. Problem tipine göre hangi işlem yapmam gerektiğini anlamaya çalışırım. Ben bir problemi çözerken hemen işlem yapmaya çalışıyorum. Çünkü problemi okuyunca kafam dağılıyor, hangi işlemi yapacağımı ve problemin hangi konu ile ilgili olduğunu unutuyorum. Bu nedenle problemi anlamaya çalışınca kafam karışıyor hemen problemle ilgili işlem yapmak istiyorum…	- Problem çözme sürecinde hemen işlem yapma isteği, - Problem bağlamını anlama/kavramayı reddetme, - Problemi kavramaya çalışmamın yapılacak işlemi engel olacağı düşüncesi, - Problem türüne göre yapacağı işlem ve kuralları geri çağırmayı amaçlama, - Problem türüne göre işlem ya da kural yapma düşüncesi.	- Problemlerin işlem odaklı çözüleceğine inanma, - Problem çözme sürecinde odaklanılanlar: işlemler, sayılar, problem türü ve ilgili olduğu matematiksel konu, - Problem çözme basamaklarından sadece probleme ilişkin çözüm planına uygulamayı kullanma.
Son bilgi edinme görüşmesinden: S: Herhangi bir matematiksel problemi çözerken neler yaparsın?	Y: İlk önce problem çözenin problemde verilenlere ve problemde ne anlatılmak istenildiğini düşünmeleri gerekir. İlk başta problemi çözmeyi yönelik şeyler düşünülmemelidir… Başta haldır haldır problemi çözeyim, bitireyim gibi bir şey yapmamalıyız. Problemde verilenleri ve neler anlatılmak istenildiğini düzgünce anlamaya çalışılmalıdır. Yani problemde verilenleri ve ne anlatılmak istenildiğini anladıktan sonra problemi çözmeye yani işlem yapmaya başlanmalıdır. Mesela ben artık problemi çözmeye ilk başladığımda problemdeki sayılara, görsellere ve işlem yapmayı hiç kafama takmıyorum ve dikkat etmiyorum. Problemde ne anlatılmak istendiğine ve bize ne sorduğuna anlamaya çalışırım. Örneğin bazı problemlerde alınan mesafenin birimi kilometre olarak veriyor ama santimetre, ya da metre birimi cinsinden çözüm isteniyor…Yani problemdeki verilenlerin ve istenenin birimlerine dikkat ederim. Problemde hangi birim cinsinden çözüm istenildiğine dikkate alırım. Sonra problemdeki tabloya bakarım ve iyice anlamaya çalışırım. Yani ilk önce problemi anlamak, problemdeki verilenleri yorumlamak daha sonra çözüme geçmek önemlidir.	- Problem çözme sürecinde problem bağlamını anlamaya odaklanma, - Problem bağlamındaki nicelikleri belirleme, - Problem bağlamındaki niceliklerin birimlere dikkat etme ve eğer gerekirse birimler arasında dönüşüm yapma, - Problem çözme süreci ile ilgili deneyimlerine dayalı öneride bulunma, -Problem bağlamındaki niceliklere odaklanma, - Problem çözme sürecinde işlem yapmayı son aşamalarda ele alma.	- Problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme yapmaya çalışma (nicelikleri belirleme, niceliksel koordinasyon vb.), - Problem bağlamını anlamaya önem verme, - Problem çözme basamaklarını ele alma ve en çok problemi anlamak için uğraşma.

EK-9. Bengü'nün Bilgi Edinme Görüşmesi Verilerine İlişkin Yapılan Kavramsal Analiz

İnanç Bileşenleri	Öğretim deneyi süreci başlangıç	Öğretim bölümleri	Öğretim deneyi süreci sonu	Kavramsal etiket
Matematiğin doğası	Yararsız, öğrenmek zorunda olduğu bir ders, birbiriyle ilişkisiz işlem ve kural yığını vb.	Öğrenme ortamında matematiğin gerçek yaşamda olduğunu fark etme, matematiği gerçek yaşamda keşfetme, matematikte ilişkileri gerçek yaşam problemleri ile keşfetme.	Yararlı, gerçek yaşamın her yerinde olan, birbiriyle ilişkili kavram, işlem ve kural topluluğu, problem çözerek öğrenmek isteme.	Değişim mevcut: İnstrumentalist /Platonist inançlar, Dönüşüm: Problem çözme inancı.
Matematik öğrenme ortamı	Kural ve işlemleri ezberleme, problem türüne göre yapacağı işlemi öğrenme, Düşüncelerini ve problemlerini bu ortamda soramama, Öğrenemediği için geride kaldığını düşünme.	Keşfederek, eğlenerek ve tartışarak öğrenme, problem çözme sürecinin her bir basamağını ayrıntılı olarak ele alma, Düşüncelerini ve problemlerini rahatça tartışma ve öğrenebildiğini düşünme.	Matematiği problem çözme sürecinde öğrenmek isteme, NMÖY dayalı öğrenme isteği, Kural ve işlem yoğunluğu olmadan öğrenmek isteme.	Değişim mevcut: Temel öğeleri ile düşünme yaklaşımı yerine Temelini düşünme yaklaşımı ile öğrenme ihtiyacı.
Problem çözme süreci	Hemen işlem yapmaya yönelme, matematiksel kural hatırlamaya çalışma, problemi anlamayı reddetme, ana amaç problem türüne göre yapacağı işlemi ya da geri çağıracağı kuralı hatırlamaya çalışma.	Öğretmen yönlendirmesi ile problem bağlamını anlamaya çalışma, İşlem yapmak için acele etme, Öğrenme ortamında problem çözme basamaklarına uygun olarak birçok niceliksel muhakeme becerisi bileşenini kullanma.	Problem bağlamını kavramaya odaklanmak için uğraşma, Niceliksel muhakeme becerisi bileşenlerini ayrıntılı olarak bu süreçte ele alma, Nicelikleri belirlemeye ve problemi kavramaya merkezi önem verme.	Değişim mevcut: İşlemsel ve kural koyucu davranışlar, Dönüşüm: Niceliksel muhakeme odaklı davranışlar.
Matematik performansı	Kendini başarısız bulma.	Gün geçtikçe matematik başarısının yükseldiğini ve sınav sonuçlarının iyi geldiğini belirtme.	Matematikte artık kendini başarısız görmeme, ortalama bir öğrenci olduğuna inanma ve matematikte başarılı olacağına inanma.	Değişim mevcut: Matematik performansına ilişkin özgüven geliştirme.
Matematiğe ilişkin düşünceler	Matematiği sevmeme, öğrenmek zorunda hissettiği bir ders ve işe yaramaz bir ders.	Matematik dersinin eğlenceli ve yararlı olduğunu şaşırtıcı bulma, matematiğin sevilebileceğini düşünme, düşünce ve inançlarda ikilem yaşama.	NMÖY'e dayalı öğretimi sevme ve eğlenceli bulma, Okul matematik öğrenme ortamını sevmeme ve eğlenceli bulmama	Değişim mevcut: Matematiğin doğasını takdir etmeye başlama ve NMÖY'e ihtiyaç duyma.

Not: Kavramsal analiz öğrencilerin eylemlerini (sözlü, yazılı ve jest-mimikle ilgili ürünleri) ve inançlarını bütünsel olarak resmetmek ve modellemek amacıyla yapılmaktadır.