

**ULUSLARARASI BAKALORYA PROGRAMI VE MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞI
ORTAOKUL MATEMATİK DERS KİTAPLARININ PRAKSEOLOJİK ANALİZİ:
CEBİRSEL İFADE, DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER**

Yüksek Lisans Tezi

Lale GÜLER

Temmuz 2022

**ULUSLARARASI BAKALORYA PROGRAMI VE MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞI
ORTAOKUL MATEMATİK DERS KİTAPLARININ PRAKSEOLOJİK ANALİZİ:
CEBİRSEL İFADE, DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER**

Lale GÜLER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı

Danışman: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Temmuz 2022

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

ÖZET

ULUSLARARASI BAKALORYA PROGRAMI VE MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞI ORTAOKUL MATEMATİK DERS KİTAPLARININ PRAKSEOLOJİK ANALİZİ: CEBİRSEL İFADELER, DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER

Lale GÜLER

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Temmuz 2022
Danışman: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Çalışma kapsamında, MEB tarafından açıklanan 2023 Vizyon Belgesi ile eğitim anlayışı ve felsefesi yönünden benzetilen, dünya çapında 150'den fazla ülkede benimsenmiş Uluslararası Bakalorya Programı ile Millî Eğitim Bakanlığı öğretim programlarını ve ders kitaplarını karşılaştırmak, öğretim programlarında ve ders kitaplarında cebir konularının nasıl ele alındığını karşılaştırmak amaçlanmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın amacı doğrultusunda IB Programının standart ve ileri düzey matematik ders kitapları ve MEB 6,7,8. Sınıf ders kitapları biçimsel ve programa uygunluk açısından incelenmiş; ardından her iki programın ders kitaplarında cebir alanındaki (cebirselle ifadeler, denklem ve eşitsizlikler) konuların ekolojik ve prakseolojik analizi yapılmıştır. Prakseolojik analizde tespit edilen problem çözme görevlerindeki problem tiplerinin bağlamlarına göre dağılımı incelenerek karşılaştırma yapılmıştır. Yapılan araştırma sonucunda, ders kitaplarında biçimsel ve programa uygunluk açısından büyük farklılıklar olmadığı, cebir konusunun ekolojisinin her iki kitapta farklı olduğu ve ekolojik analize göre aritmetikten cebire geçiş sürecinin farklı olduğu belirlenmiştir. Belirlenen 12 matematiksel organizasyonda yapılan prakseolojik analizler sonucunda MEB kitaplarında toplam 710 görev, 47 görev tipi ve 49 teknik; IB kitaplarında toplam 1759 görev, 58 görev tipi ve 78 tekniğin verildiği belirlenmiştir. MEB'de verilen görevlerden %35,63'ü; IB'de ise %3,75'i çözümlü olarak verilmektedir. MEB'de verilen görevlerden 43 tanesi, IB'de 149 tanesi problem çözme görevidir.

Anahtar Sözcükler: Uluslararası Bakalorya Programı, Örüntü ve Cebirselle İfadeler, Denklemler ve Eşitsizlikler, Didaktiğin Antropolojik Teorisi, Ekolojik ve Prakseolojik Analiz.

ABSTRACT

PRAXEOLOGICAL ANALYSIS OF THE INTERNATIONAL BACCALAUREATE PROGRAMME AND THE MINISTRY OF NATIONAL EDUCATION SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS TEXTBOOKS: ALGEBRAIC EXPRESSION, EQUATIONS AND INEQUALITIES

Lale GÜLER

Department of Mathematics and Science Education
Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, July 2022
Supervisor: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Within the scope of the study, it is aimed to compare the International Baccalaureate Program adopted in more than 150 countries around the world, which is similar to the 2023 Vision Document announced by the Ministry of National Education in terms of education understanding and philosophy, and the curriculums and textbooks of the Ministry of National Education, and to compare how algebra topics are handled in curriculums and textbooks. In the study, the document analysis method, one of the qualitative research methods, was used. In line with the purpose of the study, the standard and advanced mathematics textbooks of the IB Program and the 6, 7 and 8th grade textbooks of the Ministry of Education were examined in terms of formality and suitability, and ecological and praxeological analysis of the topics in the field of algebra (algebraic expressions, equations and inequalities) in the textbooks of both programs has been made afterwards. The distribution of the problem types in the problem solving tasks determined in the praxeological analysis according to their contexts was examined and a comparison was made. As a result of the research, it was determined that the textbooks did not differ greatly in terms of formality and compliance with the program, the ecology of the algebra subject was different in both books, and the transition process from arithmetic to algebra was different according to ecological analysis. As a result of the praxeological analyses made in 12 determined mathematical organizations, it was determined that a total of 710 tasks, 47 task types and 49 techniques in the MEB books and a total of 1759 tasks, 58 task types and 78 techniques were given in the IB books. 35.63% of the tasks in MEB and 3.75% of the tasks in IB were given as solved. 43 of the tasks given in MEB and 149 of the tasks in IB are problem solving tasks.

Keywords: International Baccalaureate Program, Pattern and Algebraic Expressions, Equations and Inequalities, Anthropological Theory of Didactics, Ecological and Praxeological Analysis.

TEŞEKKÜR

Lisans eğitimimin başladığı ilk günden itibaren önce eğitim bilimine, ardından matematiğe hayranlığımı arttırarak matematik eğitimine dair bilimsel araştırmalar okumak, kendimi geliştirmeye çalışmak ve bilime katkı sağlamak hayalini kurdum. O hayalin de gücüyle, uzun süredir ciddi bir emek ve özveri ile hazırladığım yüksek lisans tezimi tamamlamanın heyecanını ve gururunu yaşıyorum. Bu bölümü bana bu süreçte destek olmuş, beni teşvik etmiş insanlara teşekkür etmek için bir fırsat olarak kullanacağım.

Öncelikle kendisiyle çalışmaktan gurur duyduğum, motivasyonumun en büyük kaynağı, fikirleri ve davranışları ile bana rol model olan ve desteğini her zaman hissettiğim değerli tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN'a bana bu yoldaki güveni, desteği ve öğrettiği her şey için teşekkür ediyorum.

Tez çalışmam için zaman ayırarak önemli noktalarda yapıcı eleştiri ve yorumları ile tezin son şeklini almasını sağlayan hocalarım Prof. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN ve Dr. Öğr. Üyesi Abdullah ÖZKALE'ye verdikleri değerli katkılardan dolayı teşekkür ediyorum.

Hayatım boyunca beni destekleyen, başarılarımda heyecanlanıp her koşulda daima arkamda duran, haklarını asla ödeyemeyeceğim aileme; annem Zehra GÜLER'e, babam Cahit GÜLER'e ve kardeşlerim Sena ve Mehmet Emre'ye teşekkürlerimi sunuyorum.

Son olarak, yapmış olduğum bu çalışmayı, sevgisini kalbimde yaşatmaya devam ettiğim, hayata bakış açımın şekillenmesinde büyük rol oynamış Tahire SELVİ'ye, içinde onun adını yaşatacak ve bilime katkılar sunacak bir armağan olması için ithaf ediyorum.

Lale GÜLER
Eskişehir - 2022

20/07/2022

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Lale GÜLER

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	iv
TEŞEKKÜR.....	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ	vi
İÇİNDEKİLER.....	ii
TABLolar DİZİNİ	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xviii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	1
1.1.1. Uluslararası Bakalorya programına genel bakış.....	2
1.1.2. Türkiye eğitim sistemine genel bir bakış.....	4
1.1.3. Türkiye ve IB öğretim programları bağlamında matematik dersi.....	5
1.1.4. Matematik eğitiminde ders kitaplarının yeri ve önemi	8
1.1.5. Cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler	9
1.2. Araştırmanın amacı.....	12
1.3. Araştırmanın önemi	13
1.4. Sınırlılıklar	13
2. KURAMSAL ÇERÇEVE	14
2.1. Didaktiğin Antropolojik Teorisi.....	14
2.1.1. Ekolojik analiz	16
2.1.2. Kitap analizi için teorik bir çerçeve: Prakseolojik Yaklaşım	18
2.2. İlgili Araştırmalar.....	19

	<u>Sayfa</u>
2.2.1. IB hakkında yapılan araştırmalar	20
2.2.2. Cebirsel İfadeler, denklemler ve eşitsizlikler konusunun öğretime ile ilgili yapılan araştırmalar	22
2.2.3. Ekolojik ve prakseolojik analiz ile ilgili yapılan araştırmalar	27
3. YÖNTEM.....	30
3.1. Araştırma Modeli	30
3.2. Verilerin Toplanması	30
3.3. Veri Seti	30
3.3.1. IB ve MEB Kitaplarında Konu Başlıkları	30
3.3.2. Kitap Tasarımlarına Genel Bir Bakış	31
3.4. Veri Analizi	31
4. BULGULAR	33
4.1. Ekolojik Analiz	33
4.1.1. MEB matematik dersi öğretim programındaki cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler konusunun ekolojik analizi.....	33
4.1.2. IB matematik dersi öğretim programındaki cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler konusunun ekolojik analizi	36
4.2. IB Ortaokul Kitaplarında Cebirsel İfadeler, Denklemler ve Eşitsizlikler Konuları ile İlgili Prakseolojik Analiz Bulguları	42
4.2.1. IB MYP-1 matematik ders kitabının prakseolojisi	42
4.2.2. IB MYP-2 matematik ders kitabının prakseolojisi	51
4.2.3. IB MYP-3 matematik ders kitabının prakseolojisi	63
4.2.4. MYP-3 matematik ders kitabındaki problem tiplerinin bağlımlarına göre incelenmesi	82
4.2.5. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabının prakseolojisi	82
4.2.6. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabındaki problem tiplerinin bağlımlarına göre incelenmesi.....	103

4.2.7.	IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabının prakseolojisi.....	104
4.2.8.	IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabındaki problem tiplerinin bağlamlarına göre incelenmesi.....	111
4.3.	MEB Ortaokul Kitaplarında Cebirsel İfadeler, Denklemler ve Eşitsizlikler Konuları ile İlgili Prakseolojik Analiz Bulguları	111
4.3.1.	MEB 6. Sınıf matematik ders kitabının prakseolojisi.....	112
4.3.2.	MEB 7. Sınıf matematik ders kitabının prakseolojisi.....	117
4.3.3.	MEB 7. sınıf matematik ders kitabındaki problem tiplerinin bağlamlarına göre incelenmesi.....	128
4.3.4.	MEB 8. Sınıf matematik ders kitabının prakseolojisi.....	129
4.3.5.	MEB 8. sınıf matematik ders kitabındaki problem tiplerinin bağlamlarına göre incelenmesi.....	157
5.	SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	158
5.1.	Sonuç	158
5.1.1.	Biçim ve programa uygunluk açısından olarak karşılaştırma.....	158
5.1.2.	Ekolojik analize göre karşılaştırma.....	159
5.1.3.	Prakseolojik analize göre karşılaştırma	160
5.1.4.	Kitaplardaki problem tiplerinin bağlamlarına göre karşılaştırma.....	165
5.2.	Tartışma	166
5.3.	Öneriler.....	170
	KAYNAKÇA	172
	ÖZGEÇMİŞ.....	180

TABLolar DİZİNİ

Sayfa

Tablo 3.1. IB ve MEB kitaplarında cebir konu başlıkları	30
Tablo 3.2. MEB cebir konu dağılımı (Programlarda aynı yaşlara denk gelen kademeler aynı renkte gösterilmiştir)	31
Tablo 3.3. Örnek bir prakseolojik analiz bileşenleri tablosu	32
Tablo 4.1. MEB ortaöğretim matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler	34
Tablo 4.2. MYP matematik yıllık planındaki cebir konusuna ilişkin genel kazanımlar	36
Tablo 4.3. IB MYP-1 matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler	37
Tablo 4.4. IB MYP-2 matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler	37
Tablo 4.5. IB MYP-3 matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler	38
Tablo 4.6. IB MYP-4&5 standart düzey matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler	39
Tablo 4.7. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler	40
Tablo 4.8. IB MYP-1 kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler ..	42
Tablo 4.9. IB MYP-1 matematik ders kitabında cebirsel ifade ve denklemler konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları	43
Tablo 4.10. IB MYP-1 kitabında MO_1 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	43
Tablo 4.11. IB MYP-1 matematik ders kitabında MO_1 'in prakseolojik yapısı (T; τ)	44
Tablo 4.12. IB MYP-1 matematik ders kitabında MO_1 'de (T, τ) sayısal dağılımı	47
Tablo 4.13. IB MYP-1 kitabında MO_2 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	47
Tablo 4.14. IB MYP-1 matematik ders kitabında MO_2 'nin prakseolojik yapısı (T; τ)	48
Tablo 4.15. IB MYP-1 matematik ders kitabında MO_2 'de (T, τ) sayısal dağılımı	49
Tablo 4.16. IB MYP-1 kitabında MO_3 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	49
Tablo 4.17. IB MYP-1 matematik ders kitabında MO_3 'ün prakseolojik yapısı (T; τ)	50
Tablo 4.18. IB MYP-1 matematik ders kitabında MO_3 'te (T, τ) sayısal dağılımı	51

Tablo 4.19. IB MYP-2 kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler	52
Tablo 4.20. IB MYP-2 matematik ders kitabında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları.....	52
Tablo 4.21. IB MYP-2 kitabında MO ₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	53
Tablo 4.22. IB MYP-2 matematik ders kitabında MO ₁ 'in prakseolojik yapısı (T; τ ; θ ; θ)....	54
Tablo 4.23. IB MYP-2 matematik ders kitabında MO ₁ 'de (T, τ) sayısal dağılımı.....	56
Tablo 4.24. IB MYP-2 kitabında MO ₂ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	56
Tablo 4.25. IB MYP-2 matematik ders kitabında MO ₂ 'in prakseolojik yapısı (T; τ).....	58
Tablo 4.26. IB MYP-2 matematik ders kitabında MO ₂ 'de (T, τ) sayısal dağılımı.....	60
Tablo 4.27. IB MYP-2 kitabında MO ₃ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	61
Tablo 4.28. IB MYP-2 matematik ders kitabında MO ₃ 'ün prakseolojik yapısı (T; τ ; θ ; θ)...	62
Tablo 4.29. IB MYP-2 matematik ders kitabında MO ₃ 'te (T, τ) sayısal dağılımı.....	63
Tablo 4.30. IB MYP-3 kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler	64
Tablo 4.31. IB MYP-3 matematik ders kitabında doğrusal ilişkiler, denklemler ve lineer denklem sistemleri konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları.....	64
Tablo 4.32. IB MYP-3 kitabında MO ₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	64
Tablo 4.33. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO ₁ 'in prakseolojik yapısı (T; τ).....	66
Tablo 4.34. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO ₁ 'de (T, τ) sayısal dağılımı.....	70
Tablo 4.35. IB MYP-3 kitabında MO ₂ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	70
Tablo 4.36. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO ₂ 'nin prakseolojik yapısı (T; τ).....	72
Tablo 4.37. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO ₂ 'de (T, τ) sayısal dağılımı.....	73
Tablo 4.38. IB MYP-3 kitabında MO ₃ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	73
Tablo 4.39. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO ₃ 'ün prakseolojik yapısı (T; τ).....	74
Tablo 4.40. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO ₃ 'te (T, τ) sayısal dağılımı.....	75
Tablo 4.41. IB MYP-3 kitabında MO ₄ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	76
Tablo 4.42. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO ₄ 'ün prakseolojik yapısı (T; τ).....	78

Tablo 4.43. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO ₄ 'te (T, τ) sayısal dağılımı.....	81
Tablo 4.44. IB MYP-3 kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans ve yüzde dağılımları	82
Tablo 4.45. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler.....	83
Tablo 4.46. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında doğrusal denklemler, doğrusal denklem sistemleri, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, rasyonel denklemler ve eşitsizlikler konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları. 83	
Tablo 4.47. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	84
Tablo 4.48. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₁ 'in prakseolojik yapısı (T; τ).....	85
Tablo 4.49. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₁ 'de (T, τ) sayısal dağılımı	86
Tablo 4.50. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₂ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	86
Tablo 4.51. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₂ 'nin prakseolojik yapısı (T; τ).....	87
Tablo 4.52. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₂ 'de (T, τ) sayısal dağılımı	89
Tablo 4.53. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₃ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	90
Tablo 4.54. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₃ 'ün prakseolojik yapısı (T; τ ; θ ; θ).....	91
Tablo 4.55. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₃ 'ün (T, τ) sayısal dağılımı	94
Tablo 4.56. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₄ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	94
Tablo 4.57. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₄ 'ün prakseolojik yapısı (T; τ).....	96
Tablo 4.58. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₄ 'ün (T, τ) sayısal dağılımı	97
Tablo 4.60. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₅ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları.....	97

Tablo 4.60. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₅ 'in prakseolojik yapısı (T; τ ; θ ; θ).....	99
Tablo 4.61. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO ₅ 'in (T, τ) sayısal dağılımı	102
Tablo 4.62. IB-MYP4&5 standart düzey matematik ders kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları	103
Tablo 4.63. IB MYP-4&5 ileri düzey kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler.....	104
Tablo 4.64. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında eşitsizlikler konusu kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları	104
Tablo 4.65. IB MYP-4&5 ileri düzey kitabında MO ₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları.....	105
Tablo 4.66. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında MO ₁ 'in prakseolojik yapısı (T; τ).....	107
Tablo 4.67. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında MO ₁ 'de (T, τ) sayısal dağılımı.....	110
Tablo 4.68. IB-MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları.....	111
Tablo 4.69. MEB 6. sınıf ders kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler	112
Tablo 4.70. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadeler konusu kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları	112
Tablo 4.71. MEB 6. Sınıf kitabında MO ₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	113
Tablo 4.72. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında MO ₁ 'in prakseolojik yapısı (T; τ)	114
Tablo 4.73. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında MO ₁ 'de (T, τ) sayısal dağılımı	117
Tablo 4.74. MEB 7. sınıf ders kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler	117
Tablo 4.75. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadeler, örüntüler ve denklemler konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları	118
Tablo 4.76. MEB 7. Sınıf kitabında MO ₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	118
Tablo 4.77. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO ₁ 'in prakseolojik yapısı (T; τ)	119

Sayfa

Tablo 4.78. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO ₁ 'de (T, τ) sayısal dağılımı	121
Tablo 4.79. MEB 7. Sınıf kitabında MO ₂ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	121
Tablo 4.80. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO ₂ 'nin prakseolojik yapısı (T; τ)	122
Tablo 4.81. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO ₂ 'de (T, τ) sayısal dağılımı	123
Tablo 4.82. MEB 7. Sınıf kitabında MO ₃ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	124
Tablo 4.83. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO ₃ 'ün prakseolojik yapısı (T; τ).....	125
Tablo 4.84. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO ₃ 'te (T, τ) sayısal dağılımı	128
Tablo 4.85. 7. Sınıf MEB matematik kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları	128
Tablo 4.86. MEB 8. sınıf ders kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler.....	129
Tablo 4.87. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadeler, özdeşlikler, çarpanlara ayırma, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, doğrusal ilişkiler ve eşitsizlikler konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları	129
Tablo 4.88. MEB 8. Sınıf kitabında MO ₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	130
Tablo 4.89. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₁ 'in prakseolojik yapısı (T; τ)	131
Tablo 4.90. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₁ 'de (T, τ) sayısal dağılımı	134
Tablo 4.91. MEB 8. Sınıf kitabında MO ₂ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	134
Tablo 4.92. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₂ 'nin prakseolojik yapısı (T; τ)	135
Tablo 4.93. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₂ 'de (T, τ) sayısal dağılımı	136
Tablo 4.94. MEB 8. Sınıf kitabında MO ₃ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	136
Tablo 4.95. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₃ 'ün prakseolojik yapısı (T; τ).....	137
Tablo 4.96. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₃ 'te (T, τ) sayısal dağılımı	138
Tablo 4.97. MEB 8. Sınıf kitabında MO ₄ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	139
Tablo 4.98. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₄ 'ün prakseolojik yapısı (T; τ).....	140
Tablo 4.99. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₄ 'te (T, τ) sayısal dağılımı.....	142
Tablo 4.100. MEB 8. Sınıf kitabında MO ₅ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	143
Tablo 4.101. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₅ 'in prakseolojik yapısı (T; τ)	144

Sayfa

Tablo 4.102. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₅ 'te (T, τ) sayısal dağılımı	152
Tablo 4.103. MEB 8. Sınıf kitabında MO ₆ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları	153
Tablo 4.104. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₆ 'nın prakseolojik yapısı (T; τ) ..	154
Tablo 4.105. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO ₆ 'da (T, τ) sayısal dağılımı	157
Tablo 4.106. 8 Sınıf MEB matematik kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları	157
Tablo 5.1. MYP matematik ders kitaplarındaki çözümlü ve çözümsüz görevlerin frekans dağılımları	160
Tablo 5.2. MEB matematik ders kitaplarındaki çözümlü ve çözümsüz görevlerin frekans dağılımları	160
Tablo 5.3. IB ve MEB ortaokul matematik ders kitaplarındaki görev tipi ve tekniklerin frekans dağılımları	164
Tablo 5.4. MEB matematik kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları	165
Tablo 5.5. MYP matematik kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları	165

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1. IB matematik müfredatında sınıf seviyelerine göre matematik dersi (IBO, 2014)....	8
Şekil 2.1. Didaktik üçgeni (Astolfi, Darot, GinsburgerVogel ve Toussaint, 1998).....	14
Şekil 2.2. Didaktik dönüşüm basamakları (Bosch, Chevallard ve Gascon, 2005).....	15
Şekil 2.3. Prakseolojik yaklaşımın bileşenleri (Chevallard ve Sensevy, 2014).....	18
Şekil 4.1. IB MYP-1 matematik ders kitabında T_1 ve T_5 görev tipine ve τ_2 tekniğine ilişkin örnek (IB, MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s. 95).....	43
Şekil 4.2. MYP-1 matematik ders kitabında τ_1 tekniğine ilişkin örnek (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s. 111).....	45
Şekil 4.3. MYP-1 matematik ders kitabında τ_4 (b ve c şıklarının çözümü) ve τ_5 (a şıklarının çözümü) tekniklerine ilişkin örnek (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s. 98).....	46
Şekil 4.4. IB MYP-1 matematik ders kitabında T_2 görev tipine ilişkin örnek (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s.99)	48
Şekil 4.5. IB MYP-1 matematik ders kitabında T_4 görev tipine ilişkin örnek (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s.107)	49
Şekil 4.6. MYP-1 standart düzey matematik ders kitabında τ_{11} tekniğine ilişkin örnek (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s. 107)	51
Şekil 4.7. IB MYP-2 matematik ders kitabında T_1 görev tipine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s.149)	53
Şekil 4.8. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_4 tekniğine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 165).....	55
Şekil 4.9. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_5 tekniğine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 151).....	55
Şekil 4.10. IB MYP-2 matematik ders kitabında T_6 görev tipine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s.162)	57
Şekil 4.11. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_6 tekniğine ilişkin bir diğer örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 171)	58
Şekil 4.12. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 164).....	59
Şekil 4.13. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_9 tekniğine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 165).....	59
Şekil 4.14. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_{10} tekniğine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 168)	60

Şekil 4.15. IB MYP-2 matematik ders kitabında T_{11} görev tipine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s.176)	61
Şekil 4.16. IB MYP-3 matematik ders kitabında $T_{2,3}$ görev tipine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s.126)	65
Şekil 4.17. IB MYP-3 matematik ders kitabında τ_6 tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s.126).....	65
Şekil 4.18. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_3 , τ_9 ve τ_{10} tekniklerine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 105).....	67
Şekil 4.19. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 127)	68
Şekil 4.20. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_{12} tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 110)	69
Şekil 4.21. IB MYP-3 matematik ders kitabında $T_{10.2}$ görev tipine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s.130)	71
Şekil 4.22. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_{16} tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 140).....	72
Şekil 4.23. IB MYP-3 matematik ders kitabında $T_{12.1}$ görev tipine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 320)	74
Şekil 4.24. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_{17} tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 319)	75
Şekil 4.25. IB MYP-3 matematik ders kitabında T_{14} görev tipine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 336)	76
Şekil 4.26. IB MYP-3 matematik ders kitabında T_{14} görev tipine ilişkin örnek (Devamı) (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 336).....	77
Şekil 4.27. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_{20} tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 330).....	78
Şekil 4.28. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_{20} tekniğine ilişkin örnek (Devamı-1) (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 331)	79
Şekil 4.29. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_{20} tekniğine ilişkin örnek (Devamı-2) (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 331)	79
Şekil 4.30. IB MYP-3 matematik ders kitabında τ_{24} tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 326)	80
Şekil 4.31. IB MYP-3 matematik ders kitabında τ_{25} tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 326)	81

Şekil 4.32. IB MYP-3 matematik ders kitabında τ_{25} tekniğine ilişkin örnek (devamı) (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 326)	81
Şekil 4.33. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında T_2 görev tipine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s.410).....	84
Şekil 4.34. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında T_4 görev tipine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s.413).....	87
Şekil 4.35. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_5 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 416).....	88
Şekil 4.36. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 419).....	89
Şekil 4.37. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında T_7 görev tipine ilişkin örnek (IB, MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s.426).....	90
Şekil 4.38. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_8 ve τ_{11} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 426).....	91
Şekil 4.39. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_9 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 430).....	92
Şekil 4.40. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{10} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 431).....	92
Şekil 4.41. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{12} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 427).....	93
Şekil 4.42. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{13} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 432).....	93
Şekil 4.43. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında $T_{13.2}$ görev tipine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s.445).....	95
Şekil 4.44. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{16} tekniğine ilişkin örnek (MYP, 4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 447)	96
Şekil 4.45. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında $T_{17.2}$ görev tipine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s.562).....	98
Şekil 4.46. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{19} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 561).....	100
Şekil 4.47. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{20} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 566).....	100
Şekil 4.48. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{21} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 563).....	101

Şekil 4.49. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{22} ve τ_{23} tekniklerine ilişkin örnek (devamı) (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 567)	102
Şekil 4.50. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında $T_{2.1}$ görev tipine ve τ_1 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s.285)..	106
Şekil 4.51. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında $T_{2.1}$ görev tipine ve τ_1 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s.286)..	107
Şekil 4.52. MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında τ_3 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 289)	108
Şekil 4.53. MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında τ_5 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 295)	109
Şekil 4.54. MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında τ_6 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 295)	110
Şekil 4.55. MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 295)	110
Şekil 4.56. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında $T_{1.5}$ görev tipine ilişkin örnek (MEB 6. sınıf Matematik Ders Kitabı, s.139)	113
Şekil 4.57. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında τ_1 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 137)	114
Şekil 4.58. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında τ_2 ve τ_3 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 138)	115
Şekil 4.59. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında τ_6 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 140)	115
Şekil 4.60. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında τ_7 ve τ_9 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 141)	116
Şekil 4.61. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında τ_8 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 141)	116
Şekil 4.62. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında $T_{1.1}$ görev tipine ilişkin örnek (MEB 7. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 79)	119
Şekil 4.63. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_2 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 82)	120
Şekil 4.64. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_3 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 78)	120
Şekil 4.65. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında $T_{2.2}$ görev tipine ilişkin örnek (MEB 7. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 85)	122

Şekil 4.66. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_4 ve τ_5 tekniğine ilişkin örnek (MEB 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 84)	123
Şekil 4.67. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında T_3 görev tipine ilişkin örnek (MEB 7. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 88)	124
Şekil 4.68. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında T_3 görev tipine ilişkin örnek (devamı) (MEB 7. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 88)	124
Şekil 4.69. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MEB 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 91)	126
Şekil 4.70. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_8 tekniğine ilişkin örnek (MEB, 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 87)	126
Şekil 4.71. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_9 tekniğine ilişkin örnek (MEB 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 84)	126
Şekil 4.72. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_{10} tekniğine ilişkin örnek (MEB 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 94)	127
Şekil 4.73. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_{11} tekniğine ilişkin örnek (MEB 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 95)	127
Şekil 4.74. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında $T_{2.1}$ görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 107)	130
Şekil 4.75. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_1 ve τ_4 tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 104)	132
Şekil 4.76. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_2 tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 104)	132
Şekil 4.77. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_3 tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 104)	132
Şekil 4.78. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_5 tekniğine ilişkin bir diğer örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 106)	133
Şekil 4.79. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_6 ve τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 106)	133
Şekil 4.80. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında T_3 görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 109)	134
Şekil 4.81. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_9 tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 114)	135
Şekil 4.82. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında T_5 görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 117)	137

Şekil 4.83. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{11} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 120)	138
Şekil 4.84. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{12} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 120)	138
Şekil 4.85. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında T_8 görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 131)	139
Şekil 4.86. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{13} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 129)	141
Şekil 4.87. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{14} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 129)	141
Şekil 4.88. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{15} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 130)	142
Şekil 4.89. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{16} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 130)	142
Şekil 4.90. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında $T_{9,2}$ görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 142)	144
Şekil 4.91. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{18} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 139)	145
Şekil 4.92. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{20} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 141)	146
Şekil 4.93. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{21} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 141)	146
Şekil 4.94. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{22} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 145)	147
Şekil 4.95. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{23} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 145)	147
Şekil 4.96. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{23} tekniğine ilişkin örnek (devamı) (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 145)	147
Şekil 4.97. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{24} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 148)	148
Şekil 4.98. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{25} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 150)	148
Şekil 4.99. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{26} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 151)	149

Sayfa

Şekil 4.100. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{27} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 157)	149
Şekil 4.101. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{28} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 159)	150
Şekil 4.102. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{29} ve τ_{30} tekniklerine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 160)	150
Şekil 4.103. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{31} ve τ_{32} tekniklerine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 162)	151
Şekil 4.104. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{33} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 162)	151
Şekil 4.105. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{34} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 163)	152
Şekil 4.106. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında $T_{12.1}$ görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 166)	153
Şekil 4.107. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{36} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 169)	154
Şekil 4.108. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{37} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 168)	155
Şekil 4.109. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{38} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 168)	155
Şekil 4.110. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{39} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 170)	155
Şekil 4.111. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{40} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 172)	156
Şekil 4.112. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{41} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 174)	156
Şekil 5.1. Konulara göre IB kitaplarındaki görev sayıları	161
Şekil 5.2. Konulara göre MEB kitaplarındaki görev sayıları.....	162
Şekil 5.3. Konulara göre kitaplardaki görev sayılarının yüzde üzerinden dağılımı.....	163
Şekil 5.4. Matematiksel organizasyonlarda praksiş yapısı	164

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

- DAT** : Didaktiğin Antropolojik Teorisi
IB : Uluslararası Bakalorya
IBO : Uluslararası Bakalorya Organizasyonu
M.Ö. : Milattan Önce
M.S. : Milattan Sonra
MEB : Millî Eğitim Bakanlığı
MYK : Mesleki Yeterlilik Kurumu
NCTM: Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi
TDK : Türk Dil Kurumu
TTKB : Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı
TYÇ : Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi
T : Görev Tipi
τ : Teknik
θ : Teknoloji
Θ : Teori

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Toplumların her anlamda gelişebilmesi, öncelikle benimsedikleri eğitim politikalarına ve oluşturdukları öğretim programlarına bağlıdır. Teknoloji ve bilimdeki gelişmelerin etkisiyle programlar sürekli ve değişken bir yapıya sahiptir (Uysal ve İncikabı, 2018). Çağın gerektirdiği niteliklere uygun eğitim programlarının benimsenmesi ve bu programların gerektiği şekilde düzenlenerek eksiklerinin giderilmesi, eğitim biliminin temel gereksinimlerinden birisidir. Eğitim bilimlerinden matematik eğitimi de günümüz becerilerini kazandırmayı amaçlamakta, analitik ve eleştirel düşünebilen bireylerin yetiştirilmesi hususunda önem taşımaktadır. Etkili bir matematik öğretimi, öğrencinin ihtiyaçlarının bilinciyle hazırlanmış ve bu ihtiyaçlar doğrultusunda şekillendirilebilecek bir öğretim yapısı üzerine kurulmuştur (Dikkartın-Övez ve Mert Uyangör, 2012).

21. yüzyılla birlikte, eğitim-öğretimde köklü yenilikleri yapmak bütün dünya ülkeleri için önem kazanmıştır. Avustralya, Brezilya, Çin, İngiltere ve Güney Afrika gelecek becerileri bağlamında eğitim politikalarında reformlar yapmayı ve dönüşmeyi mesele haline getirmiştir (Hamarat ve Arkan, 2018). Darling-Hammond'un da (2008) belirttiği üzere giderek karmaşıklaşan bir topluma ve hızla değişen, teknolojiye dayalı bir ekonomiye yanıt olarak, günümüz okullarının, her zamankinden daha yüksek akademik standartlara göre eğitim-öğretim vermeleri bir gereklilik haline gelmiştir.

Dünyadaki eğitim anlayışı değişip ülkeler yenilikler yaparken, Türkiye'de de Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] tarafından 2018 yılında yeni bir belge sunulmuştur. Millî Eğitim Bakanlığının 23 Ekim 2018'de açıkladığı 2023 Eğitim Vizyon Belgesi (Millî Eğitim Bakanlığı, 2018a) Türkiye'deki eğitimin her kademesini kapsayan yeni kararlar içermektedir. Temel amacının “çağın ve geleceğin becerileriyle donanmış ve bu donanımı insanlık hayrına sarf edebilen, bilime sevdalı, kültüre meraklı ve duyarlı, nitelikli, ahlaklı bireyler yetiştirmek” (MEB, 2018a, s. 7) olduğu belirtilen eğitim vizyonunda bir diğer hedef de “insanı merkeze konumlandıran bir varlık ve bilgi anlayışına hayat vermek” (s. 18) olarak vurgulanmıştır. Vizyonda altı çizilen bir diğer unsur da ‘küresellik’ tir.

Yayınlanan vizyon belgesi, birçok eğitimci tarafından tartışılmış ve yorumlanmıştır. Bu tartışmalara bakıldığında; Gümüş ve Özmen, gazetelerde yayınlanan makalelerinde MEB'in açıkladığı 2023 eğitim vizyonunu pek çok anlamda Uluslararası Bakalorya [IB] programına benzerliğine dikkat çekmişlerdir (http-1; http-2). Uluslararası Bakalorya programının amacı, misyon bildirisinde “kültürlerarası anlayış ve saygı yoluyla daha iyi ve daha barışçıl bir dünya yaratmaya yardımcı olan araştıran, bilgili ve şefkatli genç insanlar yetiştirmek” olarak

belirtilmiştir (IBO, 2015e, s. 1). Bu amaç doğrultusunda dünyadaki bütün öğrencileri insanları farklılıklarıyla kabul eden, insanlara karşı şefkat duygularıyla hareket eden ve yaşamları boyunca öğrenmeye açık öğrenciler yetiştirmek üzerine hazırlanmış bir programdır. Her iki programın da “küresellik” ve “insanı merkeze konumlandıran bir eğitim” vurgusu yapması dikkat çekmektedir. Bu anlamda, 2023 Eğitim Vizyon Belgesi ile IB programının amaçlarının benzer olduğu söylenebilir. MEB eğitim vizyonunun IB programına benzetilmesinin beraberinde, bu iki programın karşılaştırmalı analizinin eğitim literatürüne katkısı olacağı düşünülmektedir.

Matematiksel bilginin oluşturulması sürecinde, hedeflenen kazanımlar doğrultusunda hazırlanan ders kitapları yol göstericidir. Matematikteki temel yapı taşlardan olan cebir konusunun MEB öğretim programında ve IB programında ve dersi kitaplarında nasıl ele alındığının kapsamlı bir şekilde analizinin önemli olduğu düşünülmektedir. Bu tespitlerden hareketle bu çalışma kapsamında her iki programın cebir alanındaki yaklaşımlarının cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlik konuları üzerinden karşılaştırılması amaçlanmaktadır.

1.1.1. Uluslararası Bakalorya programına genel bakış

Uluslararası Bakalorya, küresel bir eğitim anlayışına dayanan uluslararası bir eğitim programıdır. 1960'lı yılların sonunda Uluslararası Bakalorya Organizasyonu [IBO], öğrencilerin uluslararası bir eğitim anlayışı ve vatandaşlık duygusu geliştirmeyi sağlayacak, farklı kültürlere saygılı bireyler yetiştirmeyi amaç edinen Uluslararası Bakalorya programını geliştirmiştir (Van Oord, 2007). IB, ulusun ötesinde yönetilen ve faaliyete geçirilen, sınırları olmayan bir müfredata sahip bir ulusötesi eğitim yapısıdır (Doherty, 2009). Dünyada 5000'i aşkın, Türkiye'de 98 okulda uygulanan eğitimleriyle Uluslararası Bakalorya Organizasyonu, dünya çapındaki okullarda öğretilmek üzere 3-19 yaş aralığını kapsayan dört farklı eğitim programı sunmaktadır (IBO, 2015e, s. 5):

1. PYP (Primary Years Programme): İlk Yıllar Programı
2. MYP (Middle Years Programme): Orta Yıllar Programı
3. DP (Diploma Programme): Diploma Programı
4. CP (Career-related Programme): Kariyer Odaklı Program

IB PYP (IB İlk Yıllar Programı); 3-12 yaşları arasındaki öğrenciler için tasarlanan; dil, sosyal bilgiler, matematik, sanat, fen bilimleri ile kişisel-toplumsal eğitim ve beden eğitimi olmak üzere altı disiplinler üstü temaya sahip olan bir eğitim programıdır (IBO, 2015a, s. 1). Farklı dil ve kültürlere karşı anlayışlı, sorumluluklarının bilincinde öğrenciler yetiştirmeye yönelik olan PYP, öğrencileri bu süreçten sonra görecekları orta yıllar programına hazırlar. 7

yaşından itibaren birden fazla yabancı dil öğrenmelerini de hedef haline getirmiştir (IBO, 2015a, s. 2).

IB MYP (IB Orta Yıllar Programı); 11-16 yaşları arasındaki öğrenciler için tasarlanan, dil edinimi, dil ve edebiyat, bireyler ve toplumlar, fen bilimleri, matematik, sanat, beden eğitimi ile sağlık eğitimi ve tasarım olmak üzere sekiz ders grubundan oluşan bir eğitim programıdır (IBO, 2015b, s. 1). MYP, ulusal ve uluslararası anlamda bireyler yetiştirme sürecinde esnek bir müfredat benimserken öğrencileri diploma programı ve kariyer odaklı program için hazırlar. MYP, IB programını benimsemiş okulların uygun gördüğü formatlarda esnetilebilen (iki, üç veya beş yıllık), beş yıllık bir öğretim programıdır (IBO, 2015b).

MYP’de öğretilen dersler sekiz ders grubuna ayrılmıştır (IBO, 2015b):

1. Dil edinimi
2. Dil ve edebiyat
3. Bireyler ve toplumlar
4. Fen bilimleri
5. Matematik
6. Sanat
7. Beden eğitimi ve sağlık eğitimi
8. Tasarım

İlk üç kademede bütün dersler zorunluken dördüncü ve beşinci kademelerde öğrencilere bu sekiz ders grubundan müfredat içeriklerine uygun olarak en az 50 saat, en fazla altı farklı ders seçebilirler (IBO, 2014).

IB DP (IB Diploma Programı); 16-19 yaşları arasındaki öğrenciler için tasarlanmıştır. Program kapsamında, aşağıda belirtilen altı ders grubunda (ilk beş grupta her birinden en az bir ders olmak şartıyla), yer alan derslerden istediklerini seçmeleri istenmektedir (IBO, 2015c, s. 1-2):

1. Dil ve edebiyat çalışmaları
2. Dil öğrenimi
3. Bireyler ve toplumlar
4. Fen bilimleri
5. Matematik
6. Sanat

IB CP (IB Kariyer Odaklı Program); 16-19 yaş aralığındaki öğrenciler için ortaokulun son iki sınıf seviyesinde kariyer odaklı bir eğitim için tasarlanmıştır. IB Diploma

Programı'ndan akademik dersler, Kariyer Programı'nın temel bileşenleri ve kariyer odaklı çalışmalar olmak üzere üç temel ögeye ait derslerden oluşmaktadır (IBO, 2015d, s. 1-2).

1.1.2. Türkiye eğitim sistemine genel bir bakış

Eğitim bir sisteme dayalı olarak gerçekleştirilir. Eğitim sistemleri oluşturulurken, felsefi temellere dayanır ve bu felsefi temellere yönelik hedef ve araçlar belirlenir. Eğitim ve felsefe arasında, tutarlı bir etkileşim vardır; bu etkileşim sayesinde eğitim ve felsefe alanları birbirlerini sürekli olarak geliştirme olanağı bulur (Kaygısız, 1997). Eğitim sistemi, felsefenin topluma aktarılmasında ve uygulanmasındaki en önemli araçtır.

Türkiye'nin eğitim felsefesindeki gelişmelere aktığımızda, öğretim programlarının ve eğitim anlayışının iyileştirilmesine yönelik birçok girişimde bulunduğu görülmektedir. Cumhuriyetin ilanından sonra modern bir eğitim sistemi kurma amacıyla Türkiye, 1920'lerden itibaren oldukça önemli eğitim reformları gerçekleştirmiştir (Başgöz, 2005). Reformlar doğrultusunda John Dewey 1924 yılında Türkiye'ye davet edilmiş ve bir rapor hazırlamıştır. Hazırlanan rapordan sonra ilköğretim programlarının geliştirilmesi üzerinde durulmuş, 1953-1954 yıllarında da Türkiye ortaöğretim programlarının geliştirilmesi çalışmaları ağırlık kazanmıştır (Demirel, 1992). Zaman geçtikçe, çağa ayak uydurmak ve çağın gerektirdiği insan profilini yetiştirmek amacıyla Türkiye'de eğitim programları 1954 yılından sonra da tartışılmış ve değiştirilmiştir.

Türkiye'de eğitim felsefesi uzun süre boyunca tam anlamıyla oluşturulamamış, bundan dolayı da eğitim sisteminde ve öğretim programlarında sürekli değişiklikler yapılmıştır. 1983, 1990, 1998 ve 2004 yıllarında oluşturulan öğretim programlarında tüm zorunlu derslerin amaç, hedef ve içeriğinin yeniden yapılandırılmaya çalışıldığı özellikle matematik öğretim programında yapılandırmacı felsefeye uygun değişiklikler dikkat çekmektedir (Ersoy, 2006; Çelik ve Cinemre, 2012). Türkiye eğitim programı ile ilgili son değişiklik ise 2017 yılında gerçekleştirilmiştir. Programda en dikkat çeken unsur, öğrencilere kazandırılması gereken değerler eğitimidir. Felsefi ve toplumsal değerlerin aktarımında en elverişli araçlardan birinin eğitim olduğu ve değerler ve eğitim arasında sağlam ve dinamik bir ilişkinin bulunduğu belirtilmiştir (Kart ve Şimşek, 2020).

Eğitim sisteminin ve felsefesinin tayin edilmesinde en önemli unsurlardan biri de ülkenin geleceği için koyulan hedeflerin doğru bir şekilde ortaya konularak bir vizyon oluşturulmasıdır. Ülkelerin gelecekle ilgili beklentileri, hedefleri, değiştirmek ve dönüştürmek istedikleri her şey eğitim vizyonlarına yansımaktadır. Şişman (2020), eğitimin sadece ulusal amaçları olmadığını, bir dünya vatandaşı yetiştirme hususunda uluslararası amaçlarının da olduğunu belirtmektedir.

Bu nedenle eğitim vizyonunda uluslararası eğitim programları ve diğer ülkelerde benimsenen eğitim anlayışlarını da göz önünde bulundurarak hedefler koymak, ülkenin gelişimi açısından önem arz etmektedir. Ertürk'e (2020) göre; eğitimin yönetim organı, geleceği ne kadar doğru görüp tasarlayabilirse ve vizyon oluşturma yeteneği ne kadar iyi ise o kadar başarılıdır. Gelişmekte olan Türkiye'nin etkili bir ilerleme kat edebilmesinde diğer ülkelerdeki değişim ve dönüşümleri de takip ederek stratejiler üretmesi ve yeni dünya düzenine ayak uydurup etkin rol oynayacak bir mertebeye gelmesi, ülke için bir hedef olmalıdır (Sever, Baldan, Tuğlu, Kabaoğlu ve Hamzaj, 2018). Bu nedenle, ülkenin 2023 eğitim vizyonunu açıklayan eğitim vizyonunun kapsam ve içeriği eğitim sistemi için büyük bir önem taşımaktadır.

Yayınlanan vizyon belgesinde en çok dikkat çeken unsurlardan biri, küresellik kavramına değinilmesidir. Vizyon belgesinde eğitimin her kademesinde küresel bir eğitimden bahsedilmiş ve insanın merkeze konumlandırılarak çağın becerileriyle donatılıp çağa ayak uyduracak nitelikleri kazanması gerektiğine vurgu yapılmıştır (MEB, 2018a).

1.1.3. Türkiye ve IB öğretim programları bağlamında matematik dersi

Türkiye'de öğretim programında yapılan son değişiklik 2018 yılında olup; güncel öğretim programı 2018-2019 eğitim-öğretim yılından itibaren kullanılmaya devam etmektedir. Türkiye ortaokul matematik ders programı 5 öğrenme alanından oluşmaktadır (MEB, 2018):

1. Sayılar ve İşlemler
2. Cebir
3. Geometri ve Ölçme
4. Veri İşleme
5. Olasılık

Öğrenme alanları, öğrencilerin ortaöğretim yılları boyunca öğrenmeleri gereken matematik dersinin iskelet yapısını oluşturmaktadır. Bu öğrenme alanlarına ait alt öğrenme alanları, matematik konularını oluşturmaktadır. Öğrenciler "olasılık" dışındaki her bir öğrenme alanıyla bütün sınıf kademelerinde karşılaşmaktadırlar; olasılık öğrenme alanı ise öğrencilere ise sadece 8. Sınıfta verilmektedir (MEB, 2018).

Türkiye'de 2006 yılında kurulan Mesleki Yeterlilik Kurumu (MYK), ulusal bir yeterlilik sistemi oluşturmakta ve eğitim programlarında kazandırılması gereken yeterlilikleri belirlemektedir. Bu yeterlilikler belirlenirken Avrupa Birliği ile paralel olmasına özen gösterilmektedir (Ünsal, 2016; Yurtseven Avcu ve Seçkin Kapucu, 2020). Yetkinlikler zaman geçtikçe çağın gelişme ve ihtiyaçlarına uygun olarak güncellenmektedir. Son olarak 2018

yılında MYK Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi (TYÇ) tarafından güncellenen yetkinliklerin son hali aşağıdaki gibidir (MYK, 2018):

1. Okuma yazma yetkinliği
2. Çoklu dil yetkinliği
3. Matematiksel yetkinlik ve bilim, teknoloji ve mühendislikte yetkinlik
4. Dijital yetkinlik
5. Kişisel, sosyal ve öğrenmeyi öğrenme yetkinliği
6. Vatandaşlık yetkinliği
7. Girişimcilik yetkinliği
8. Kültürel farkındalık ve ifade yetkinliği

MEB matematik dersi öğretim programında, öğrencilere matematik derslerinde TYÇ tarafından açıklanan 8 yetkinlikle birlikte beş adet değerin kazandırılma amacının olduğu belirtilmektedir (MEB, 2018):

1. Adalet
2. Dostluk
3. Dürüstlük
4. Öz denetim
5. Sabır
6. Saygı
7. Sevgi
8. Sorumluluk
9. Vatanseverlik
10. Yardımseverlik

MEB öğretim programında yer verilen bu değlerle, öğrencilerin hayata hazırlanmaları ve bilinçli bireyler olarak mezun olup sosyal değlere saygılı bir şekilde yaşamaları amaç edinilmiştir. Değerler programda belirtilirken; öğretmenlere bu değlerin hangi basamakta ve konuda, nasıl verilmesi gerektiğine dair bir yönlendirme bulunmamaktadır.

Matematik ders kitapları, Türkiye’de merkezi ders kitaplarıyla verilmektedir. Öğretmenlerin bu kitapları esnek bir şekilde ve sınıf ortamının ihtiyaçlarını göz önünde bulundurarak kullanabilecekleri (MEB, 2018) belirtilmektedir.

Matematik dersi Türkiye eğitim sisteminin her kademesinde işlenmesi gereken zorunlu derslerden biridir. Öğrencilere matematik dersini seçmeleri bir seçenek olarak sunulmazken; matematik dersine ek olarak haftanın belirli saatlerinde işleyebilecekleri seçmeli “matematik uygulamaları” dersi programda seçmeli ders olarak yer almaktadır. Matematik uygulamaları

dersi de matematik dersindeki beş öğrenme alanı (sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme, olasılık) üzerine kurulmuştur (MEB, 2018c).

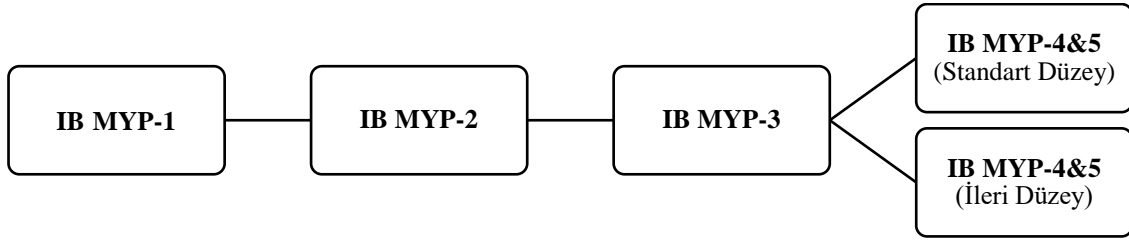
Matematik uygulamaları dersi, matematik dersini destekleyici ve öğrencilerin günlük bağlam durumlarını fark edip problemler çözmesini hedefleyici bir şekilde planlanmıştır. Bu ders kapsamında öğrencilerden günlük hayat ve diğer derslerle kendi düşünme becerileriyle ilişkilendirmeler yapmaları, gerçekçi ve günlük hayat durumlarına ilişkin problemler çözüp modellemeler yaparak aktif bir öğrenme süreci gerçekleştirmeleri gerektiği belirtilmektedir (MEB, 2018c).

Matematik dersi IB MYP’de öğrencilerin ilgilerine ve öğrenmek istedikleri zorluk seviyesine göre “standart matematik (standard mathematics)” ve “genişletilmiş matematik (extended mathematics)” olmak üzere öğrencilere iki farklı şekilde sunulmaktadır. Standart matematik, öğrencilerin programda hedeflenen temel matematik becerilerini kazandırmak için hazırlanan bir programken; genişletilmiş matematik ise temel becerilerin yanı sıra ek konularla desteklenmiş ve derinleştirilmiş bir programdır (http-3).

MYP matematik öğretim programında vurgulanan beş müfredat hususu vardır: Bağlam içerisinde öğretim ve öğrenim, kavramsal anlayış, toplum hizmeti (eylem olarak hizmet) ve öğrenme yaklaşımları (ATL), dil ve kimlik (2017b). Bağlam içerisinde öğrenim ve öğretim; öğrenmenin küresel bağlam, uluslararası sorunlar gibi bağlamlar içerisinde daha kalıcı olacağını belirtmektedir. Kavramsal anlayış; MYP müfredatının kavramlara dayalı olduğunu, kavramların büyük fikir ve bilgilerin temelinde olduğunu savunur. Toplum hizmeti; eğitimin toplum için olduğunu ve IB’nin en temel noktalarından biri olduğunu belirtir. Öğrenme yaklaşımları (ATL); düşünme, sosyal, iletişim, öz-yönetim ve araştırma becerilerini kapsamaktadır. IB programı bu becerileri kazandırmaya yönelik hazırlanmıştır. Son olarak dil ve kimlik unsuru ile de öğrencilerin dil öğreniminin önemi vurgulanmaktadır. Bu nedenle MYP öğretim programı öğrencilerin en az iki yabancı dil (2017b) öğrenmelerine uygun olarak hazırlanmıştır.

Yukarıda açıklanan bu beş müfredat hususu, öğretmenlere ve IB dünya okullarına MYP Matematiğini planlama ve uygulamada yardımcı olmak için Matematik becerileri çerçevesi ile desteklenerek kullanılır. Bu hususlar tüm MYP ders gruplarına dahil edilmiştir ancak matematik müfredatında özellikle belirtilerek açıklanmıştır.

Program, beş yıllık öğretim sürecinde ilk üç yılda standart matematik dersini zorunlu tutarken, dördüncü ve beşinci yıllarında öğrencilere standart ya da gelişmiş düzeyde olmak üzere iki farklı seviyedeki matematik derslerinden birini seçme hakkı tanır (IBO, 2014).



Şekil 1.1. IB matematik müfredatında sınıf seviyelerine göre matematik dersi (IBO, 2014)

IB-MYP’de matematik dersi dört temel başlıkla çerçevenmiştir (http-3):

1. Sayı
2. Cebir
3. Geometri ve trigonometri
4. İstatistik ve olasılık

Öğrencilerin her sınıf seviyesinde bu dört başlığı görmeleri zorunlu değildir ancak MYP boyunca bütün başlıkları işleyip öğrenmiş olmaları zorunludur. Bu bağlamda MYP uygulayan okullar esnek bir şekilde matematik öğretim programı hazırlayabilir.

1.1.4. Matematik eğitiminde ders kitaplarının yeri ve önemi

Ders kitapları, eğitimin temel yapıtaşlarından biridir. Bir ders kitabı, öğretilecek bilgi ve öğrenciler arasında köprü görevi kurarken öğretmenler için de bir kılavuzdur (Çavuş Erdem vd., 2017; Senk, Thompson ve Wernet, 2014). Yapılan araştırmalarda ortaöğretim öğrencilerinin başarısı ile ders kitabının niteliği ve yönlendirmeleri arasında kuvvetli bir ilişki olduğu belirlenmiştir (Senk, Thompson ve Wernet, 2014; Tarr, Chávez, Reys ve Reys, 2006; Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt ve Houang, 2002). Bu araştırmalarda ders kitaplarının öğrencilere sağladığı fırsatlar arttıkça ilgili derse karşı tutumları ve akademik başarılarının arttığı tespit edilmiştir.

Öğretmenler birçok ülkede matematik eğitiminde merkezi ders kitapları doğrultusunda ders vermektedir. Matematik ders kitapları, matematik dersinin öğretiminin planlanması ve şekillendirilmesi konusunda merkezi bir müdahale stratejisi olarak kullanılmaktadır. Öğretmenlerin içeriğin öğretimi ve öğretim sırası hususunda ders kitaplarına büyük bir güven duyduğu, ders için içeriklerin ve materyallerin seçiminde ders kitaplarının önem taşıdığı sonuçlarına ulaşılmıştır (Porter, 2002; Weiss, Pasley, Smith, Banilower ve Heck, 2003; Haggarty ve Pepin, 2002; Johansson, 2003; Pepin, 2001; Li vd., 2009).

Matematik ders kitapları, matematiği öğretme ve öğrenme bağlamında değişiklikleri teşvik edici, derse ve konuya yönelik ilgi çekici bir unsur olmak amacıyla etkinlik ve materyal

fikirleriyle dolu bir araç görevi üstlenmektedir (Reys, Reys & Chavez, 2004; Toprak ve Özmantar, 2019). Matematik dersi için gerek öğrencilere gerekse öğretmenlere birçok fikir verir.

Korkmaz, Tutak ve İlhan (2020)'a göre bir matematik ders kitabının nitelikli ve işlevsel olması için sahip olması gereken başlıca özellikler şu şekilde sıralanabilir:

1. Kitabın içeriğinin yanında günlük hayatta karşılaşılabilecek unsurlar ve örnekler içermeli,
2. Görsel açıdan zengin olmalı
3. Sade ve akıcı bir dil kullanılmalı
4. Öğrencilerin soyut düşünebilmesine yardımcı olacak şekilde modellemelerle zenginleştirilmelidir.

Öğrencilerin somut düşünmeden soyut düşünmeye geçtiği ortaokul kademesinde matematik ders kitapları öğrencilerin soyut düşünme becerilerini geliştirecek etkinlik ve görevler içermelidir. Aynı zamanda aritmetikten cebire geçiş sürecini de kapsayan bu öğrenme çağında ders kitaplarının hazırlanması, incelenmesi ve değerlendirilmesi; eğitim sistemini analiz edip sistemin her bir bireyine yol göstermesi açısından önemlidir. Ders kitaplarının incelenmesi, yalnızca içeriği değil aynı zamanda tasarım ve boyut gibi fiziksel unsurları da kapsamaktadır.

1.1.5. Cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler

Cebir, matematiğin temel yapıtaşlarından olmakla beraber, sayı, sembol ve genellemelerle matematiğin bir dil olarak benimsenmesine katkı sağlayan bir alandır, hatta ve hatta matematik dilinin ta kendisidir. Bu düşünceyi Lacampagne (1995), “cebir matematiğin dilidir. O, tam manasıyla öğrenilmesi durumunda, ileri matematiksel konular için kapılar açar.” diyerek desteklemiştir (s.12). Matematiğin en önemli dallarından biri olan cebir, zihnin matematiksel düşünmeyi öğrenme sürecinde kritik bir rol oynar.

Cebir, günlük hayatta karşılaşılan sorunların çözümünü eşitlik veya eşitsizlikler düşünerek bulmaya çalışma çabasından doğmuştur. Mezopotamya’da bulunan ve üzerindeki problemlerde bilinmeyen miktarların hesaplanmasını anlatan kil tabletlerde cebire rastlamak mümkündür (Demirtaş, 2021), bu tabletlerin milattan önce 1900-1600 yıllarına ait olduğu düşünüldüğünde cebirin kökenlerinin ne kadar eski olduğunu anlamak mümkündür. Bu problemlerin ve çözümlerinin sözel olarak ifade edildiği belirlenmiştir (Baki, 2014).

Tarihte papirüs kağıtlarına yazılmış ilk kitap olan Ahmes papirüsünde yer alan “Karanlık Şeyleri Bilmenin Yolları” isimli kitabında dört işlem, denklemlerin çözümleri, sayı dizileri,

piramitlerin ölçümleri ve tahıl depolarının hacimleri konularıyla alakalı 87 farklı problem yer almaktadır (Baki, 2014). Ahmes'in M.Ö. 1650 yıllarında yazdığı bu kitap, o zamana dek kabul edilen bilgileri içermektedir ve cebirsel denklemlerle ilgili problem çözümlerinin yer aldığı göz önünde bulundurulduğunda, cebirsel denklemlerin tarihinin de eski zamanlara dayandığı görülmektedir.

M.S. 830 yıllarında birinci ve ikinci dereceden denklemlerin çözümü ve eşitliğin korunumu ilgili kavramların kapsamlı bir şekilde açıklandığı El-Kitabul Muhtasar fil Hesabil Cebr vel Mukabele isimli kitabında, Ebû Ca'fer Muhammed bin Mûsâ el-Hârizmî (Harezmi) cebire büyük katkı sağlamıştır. Harezmi kitabında cebirsel ifadeye bilinmeyen yerine sembol kullanmazken, bilinmeyeni “şey” ifadesiyle göstermiştir. Kitapta eşitliğin korunumundan, her iki tarafa aynı işlem uygulandığında eşitliğin bozulmadığından, “indirgeme” ve “dengeleme” kavramlarıyla bahsedilmiştir (Boyer, 1991'den akt. Demirtaş, 2021). Katz ve Barton'a göre (2007) Harezmi'nin bu kitabı, kendisine “cebirin babası, kurucusu” unvanını kazandırırken, kitabın adı da “cebir” kelimesinin ortaya çıkmasını sağlamıştır. Sonraki yıllarda matematiğe katkı sağlayan ve matematikle uğraşan birçok bilim insanı cebire katkı sağlamış ve cebir dalını genişleterek cebir ile ilgili yeni bilgiler kazandırmışlardır.

Cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler kavramlarının en sonuncusu olan eşitsizlikler; cebir için yeni bir kavramdır. Antik çağda “kısa kalmak”, “fazla olmak” gibi terimlerle üçgen eşitsizliği, iki sayının aritmetik ve geometrik karşılaştırılması gibi durumlar içerisinde dile getirilse de eşitsizlik ifadesi ilk olarak Newton (1642-1726) tarafından bazı matematiksel ispatlarda kullanılan eşitsizlik kavramı, zaman geçtikçe Cauchy (1789-1857) ile çözülmeye başlamıştır (Çelik ve Güler, 2016).

1.1.5.1. Cebirsel ifade, denklem ve eşitsizliklerin öğretimi

Cebir, matematikte ve günlük hayatta büyük öneme sahip, öğrenilmesi artık ihtiyaç haline gelen bir daldır. Matematik eğitiminde; ortaokullarda öğretilen cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlik konuları öğrencilerin en çok zorlandığı konuların başında gelmektedir (Cortes ve Pfaff, 2000; Şandır, Ubuz ve Argün, 2007; Tsamir ve Bazzini, 2004). İki büyüklük arasındaki ilişkileri görme, belirli bir bağlamda bir bilinmeyenini değerini belirlemek için doğru işlemleri seçme veya yürütme gibi becerilerin kazandırılması; öğrencilerin cebirsel düşünme ve problemleri çözebilme yeteneği kazanmalarında büyük öneme sahiptir (Van Dooren, Verschaffel ve Onghena, 2002). Öğrencilerin cebiri tam manasıyla öğrenmeleri, matematikte daha ileri seviyelerde görecekları konuları anlamlandırmaları için temel teşkil eder.

Literatürde, cebir öğretimi ile ilgili yapılan birçok çalışmada, öğrencilerin cebir ile ilgili öğrendiği her yeni bilgiyi, aritmetik bilgileri yardımıyla yapılandırdıklarına dair pek çok araştırma bulunmaktadır (Kieran, 1992; Kieran & Chalouh, 1993; Hersovics ve Linchevski, 1994; Sfard, 1995). Yapılan çalışmalarda öğrencilerin aritmetikten cebire geçerken yaşadıkları öğrenme süreçlerinde, aritmetik bilgilerinin sağlam temellere dayandırılarak genelleştirebilmesinin önemli olduğu vurgulanarak cebir ve aritmetiğin güçlü ilişkisine vurgu yapılmıştır.

Ortaokul matematiği, öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş süreci için bir temel inşa etmektedir. Bu geçiş süreci ile ilgili olarak Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (NCTM) 1989 yılında yayınladıkları standartlarda aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

İlköğretim ikinci kademe (ortaokul) matematik müfredatı, somut ilköğretim birinci kademe matematik müfredatı ile soyut lise matematik müfredatı arasındaki bir köprüdür. Burada en önemli geçişlerden biri aritmetik ile cebir arasındaki geçiştir. Bu nedenle 5-8 sınıflarda öğrenciler, daha sonra çalışacakları soyut cebir için bir temel oluşturabilecek cebirsel kavramları informal bir yolla alırlar... (s.102)

Çağdaş eğitim programları incelendiğinde, cebirle ilgili ulaşılmak istenen hedeflerin zaman geçtikçe daha da arttığı, bu amaç doğrultusunda okul, bölge, ülke genelinde hatta uluslararası anlamda çalışmalar yapıldığı gözlemlenmektedir (Ersoy ve Erbaş, 2005, s. 20). Ortaokul MEB öğretim programında öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş süreci göz önünde bulundurularak, cebir öğrenme alanına ilk olarak 6. sınıf seviyesinde; sayı örüntüsünde istenen terimleri bulmaları ve cebirsel ifadeleri anlamlandırmaları hedeflenmiştir. 7. Sınıf seviyesinde ise cebirsel ifadelerle işlem yapabilen, eşitlik kavramını anlayıp birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözebilen öğrenciler yetiştirme amacı güdülmektedir. Ortaokulun son yılında cebir öğrenme alanına çok daha fazla ağırlık verildiği, 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler konularını anlamlandırıp ilgili problemleri çözebilmeleri beklenmektedir (MEB, 2018b, s. 13).

Öğrencilerin öğrenme ortamında çeşitli problemlerle karşılaşması, cebirsel düşünme kazanmaları açısından büyük bir önem arz etmektedir. Bireyler günlük yaşamda birçok sözel problemle karşılaşılır, bu nedenle ortaokul matematiğinde aritmetikten cebire geçişin başarılı bir şekilde gerçekleştirilmesi ve öğrencilerin cebir öğreniminde çeşitli sözel problemlerle karşılaşmaları anlamlı öğrenmelerine katkı sağlar (Kılıç, 2011; Kabael ve Akın, 2016). Öğrenme sürecinde karşılaştıkları problemlerin hangi bağlamda verildiğini tespit etmek, öğrencilerin konu ile ilgili problemleri çözerken karşılaştıkları zorlukları ve çözmekte zorlandıkları problem bağlamlarını anlamlandırmak açısından önemlidir.

1.2. Araştırmanın amacı

Çalışmada MEB tarafından açıklanan 2023 Vizyon Belgesi ile eğitim anlayışı ve felsefesi yönünden benzetilen, dünya çapında 150'den fazla ülkede benimsenmiş IB ile MEB öğretim programlarını ve ders kitaplarını karşılaştırmak, öğretim programlarında ve ders kitaplarında cebir konularının nasıl ele alındığını ortaya koymak amaçlanmıştır. Çalışmanın amacı doğrultusunda IB Programının standart ve ileri düzey matematik ders kitapları ve MEB 6,7,8. Sınıf ders kitapları biçimsel ve programa uygunluk açısından incelenecek; ardından her iki programın ders kitaplarında cebir alanındaki (cebirsal ifadeler, denklem ve eşitsizlikler) konuların ekolojik ve prakseolojik analizi yapılacaktır. Prakseolojik yaklaşım çerçevesinde, IB ve MEB ders kitaplarında sunulan görev tipleri ve çözümlerinde kullanılacak teknikler incelenecek, benzerlik ve farklılıkların neler olduğunu belirlenecektir. Prakseolojik analizde tespit edilen problem çözme görevlerindeki problem tipleri incelenecek, bu problem tiplerinin bağlamları belirlenerek bağlamlarına göre karşılaştırma yapılacaktır. Çalışma kapsamında aşağıdaki sorulara yanıt aranacaktır:

- IB ve MEB matematik ders kitaplarının biçimsel olarak (tasarım, sayfa sayısı) benzerlikleri ve farklılıkları nelerdir?
- IB ve MEB matematik dersi öğretim programlarının kazanımlar bakımından benzerlikleri ve farklılıkları nelerdir?
- IB ve MEB matematik ders kitaplarının, ait olduğu öğretim programına uygunluğu açısından benzerlikleri ve farklılıkları nelerdir?
- IB ve MEB matematik ders kitaplarında cebir konularının ekolojik analizi sonucunda ulaşılabilecek benzerlikler ve farklılıklar nelerdir?
- IB ve MEB matematik ders kitabında cebirsal ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler konularıyla ilgili hangi görev tipleri istenmektedir ve bu görev tiplerinin sınıf seviyelerine göre dağılımı nasıldır?
- IB ve MEB matematik ders kitabında cebirsal ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler konuları kapsamında verilen görevleri gerçekleştirmelerinde öğrencilerden hangi teknikleri kullanmaları beklenmektedir?
- IB ve MEB matematik ders kitaplarının cebirsal ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler konuları kapsamında görev tiplerinin ve tekniklerinin benzerlikleri ve farklılıkları nelerdir?
- IB ve MEB matematik ders kitaplarında cebir öğrenme alanı kapsamında öğrencilere verilen problem tiplerinin bağlamları açısından benzerlikleri ve farklılıkları nelerdir?

Çalışmanın sonunda ortaokul düzeyinde IB ve MEB kapsamında benimsenen cebir öğretimi yaklaşımlarının ortaya konması hedeflenmektedir. Bu çalışma ile ülkemizde benimsenen cebir öğretimi yaklaşımının uluslararası düzeydeki durumunun bir değerlendirmesi yapılabilecektir.

1.3. Araştırmanın önemi

Gelişen dünyaya ayak uyduracak neslin yetiştirilmesinde eğitim-öğretimin de titizlikle yürütülmesi, zamana uyum sağlaması ve diğer ülkelerle karşılaştırılarak yeniden düzenlenmesi önemlidir. Küresel anlayışa sahip bireyler yetiştiren, son zamanlarda gittikçe daha da popülerleşen Uluslararası Bakalorya eğitim anlayışının ve ülkemiz eğitim programı ile karşılaştırılıp incelenmesi, literatüre katkı sağlayacaktır.

1.4. Sınırlılıklar

Bu araştırma 2018 yılında yayınlanan ilköğretim matematik öğretim programı ve 2021-2022 yılında MEB tarafından kabul edilen 6,7 ve 8. Sınıf ders kitapları ile Uluslararası Bakalorya Orta Yıllar Programının ulaşılabilen bir yayınevini standart ve ileri düzeydeki matematik ders kitapları ile sınırlıdır.

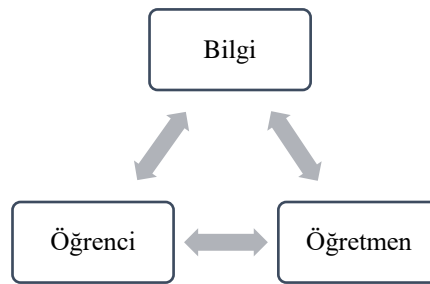
2. KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Didaktiğin Antropolojik Teorisi

Günümüzde benimsenmeye başlanan matematik öğretimi programları kavramsal öğrenme ve problem çözmeye önem vererek, disiplinler arası düzeyde ve günlük yaşamla bağdaştırılacak öğrenmelerin gerçekleştirilmesini hedeflemektedir (Erdoğan ve Özdemir-Erdoğan, 2013). Bu hedeflerin belirlenmesi ve gerçekleştirilebilmesinin kaynağı, sağlam teorik temellere dayanan eğitim anlayış ve yaklaşımlarının varlığıdır. Bir öğrenme ortamındaki öğrenme faaliyetini iyileştirme amacı güden bilim dallarından biri de “didaktik”tir.

İlk olarak 1554 yılında orta çağda Büyük Larouse Ansiklopedisinde karşılaşılan “didaktik” kelimesi, Eski Yunancada “didaktitos” karşılığına gelmektedir ve kökeni öğretmek fiiline dayanmaktadır (Kaya, 2010). Günümüze kadar birçok eserde “pedagoji” kelimesi yerine de kullanılan didaktik; öğretici, öğretim bilimi gibi anlamlar taşımaktadır (Sağlam, 2010; Ateş, 2019; Kaya, 2010). Türk Dil Kurumu büyük sözlüğüne bakıldığında ise didaktik; “öğretim yöntemlerini ele alan bilgi, öğretim bilgisi” olarak tanımlanmaktadır (Türk Dil Kurumu [TDK], 2022).

Didaktik bilimi, üç bileşene dayanan ve bu üç bileşenin birbiriyle etkileşimini inceleyen bir bilim dalıdır. Didaktik bilimi; “öğretmen”, “öğrenci” ve “bilgi” kavramlarını ve bu kavramlar arasındaki etkileşimi önemser (Ladage ve Chevillard, 2011). Johsua ve Dupin’e (1991) göre didaktik, bir bilim dalının öğretimine ilişkin olgu, bilgi ve bilimsel kültürün öğrenciler tarafından özümseme şartlarını incelemektedir (akt. Yavuz, 2009). Bu üç bileşen, didaktik üçgeni yapısıyla gösterilmektedir.



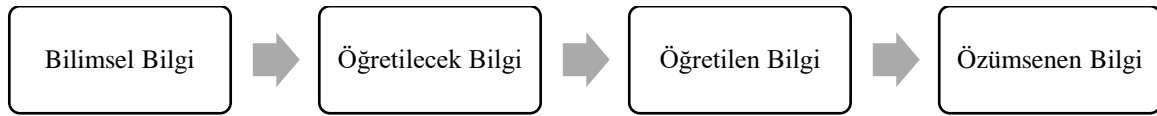
Şekil 2.1. Didaktik üçgeni (Astolfi, Darot, GinsburgerVogel ve Toussaint, 1998)

Didaktik teorileri, birbirinden ayrı düşünülemez ve birbiri ile sürekli etkileşim halinde olan bilgi-öğretmen, bilgi-öğrenci, öğrenci-öğretmen ve bilgi-öğrenci-öğretmen bileşenleri arasındaki ilişkilerle ilgilenir. Üçgendeki bilgi bileşeni kavramsal yapı ve epistemolojiyi; öğrenci bileşeni farklı öğrenme durumlarını, öğretmen bileşeni ise

psikososyoloji ve öğretme modellerini temsil eder (Astolfi, Darot, GinsburgerVogel ve Toussaint, 1998). Üçgenin temsil ettiği didaktik sistemde, öğretmen ve öğrencinin birbirine karşı sorumlulukları vardır. Öğrencinin sorumluluğu öğreneceği bilgileri temellendirip kavramları öğrenmek iken öğretmenin sorumluluğu ise kavramsal ağlar oluşturarak öğrenme zorluklarının üstesinden gelerek öğretim ortamını oluşturmaktır (Kaya, 2010).

Didaktik bilimi, matematik için büyük bir öneme sahiptir. Didaktik matematik alanında yapılan çalışmalar, matematiksel bilginin epistemolojisi ve tarihini araştırıp incelemeye yönelmiş, matematiksel bilginin ortaya çıkışından itibaren gelişim sürecini, öğretimi ve öğreniminde karşılaşılan zorlukları ortaya koymak için çeşitli didaktik teorileri ortaya atılmıştır (Sağlam Arslan, 2016). Didaktik Dönüşüm Teorisi de ortaya atılan bu teorilerden biridir.

Didaktik Dönüşüm Teorisi (DDT) ile Chevallard 1980'li yıllarda, bilimsel bilgi ve öğretilecek bilgi arasında farklılıklar olduğunu belirtmiş ve herhangi bir alandaki bilginin, öğretilecek bilgiye dönüşüm sürecini ele almıştır (Chevallard, 1982). Teoride öğretilecek bilginin yeniden düzenlenmesi ve bilginin işlenişinden öğrenciye aktarılmasına kadar geçen dönüşüm vurgulanır (Chevallard, 1988; Chevallard, 1991; Yıldırım ve Şahin, 2009). DDT eğitim ve öğretimde derslerdeki bilgilerin bilimselliğe dayalı oluşturulmasını, öğretim programlarının ve öğretilecek bilgilerin kapsamlı ve açıklayıcı bir şekilde düzenlenmesini gerektirir (Komis, 2001'den akt. Yıldırım, 2008).



Şekil 2.2. Didaktik dönüşüm basamakları (Bosch, Chevallard ve Gascon, 2005)

Şekilde gösterilen dönüşüm basamaklarında, bilimsel bilginin öğretilecek bilgiye dönüştürülmesinde program geliştirilme komisyonunun; öğretilecek bilginin öğretilen bilgiye dönüştürülmesinde öğretmenin dönüşümü; son olarak öğretilen bilginin özümşenen bilgiye (öğrenci tarafından öğrenilen bilgiye) dönüştürülmesinde öğrencinin bilgiyi zihninde yapılandırarak dönüşümünün rol oynadığı söylenebilir (Kaya, 2010).

1980'li yılların sonuna gelindiğinde, öğrencilerin matematikte sahip oldukları kavram yanlışları ve yaptıkları hataların tamamen öğrenciden kaynaklanmadığı fikrinden yola çıkan Chevallard, bilginin hazırlanıp sunulmasının da etkisinin olduğunu belirterek didaktik dönüşümü Didaktik Antropolojik Teorisi (DAT) adıyla daha da geniş bir kapsamda ele almaktadır (Chevallard, 1991). Bu teoriye göre okul, aile, öğretmen ve çevre gibi unsurların

öğrencilerde kavram yanılığının oluşmasında etkileri bulunmaktadır. DAT, ilk başta bir matematik eğitimi teorisi olarak ortaya çıksa da son kırk yıl boyunca matematiğin yanı sıra İngilizce, biyoloji, tarih gibi farklı disiplinlerde de her türlü bilginin öğretimini ve öğrenimini açıklayıp anlamak amacıyla kullanılmaktadır (Chevallard, 2019).

Yves Chevallard'ın ortaya koyduğu Didaktiğin Antropolojik Teorisi; nesne, birey ve kurum bileşenlerinden oluşur ve teori, bu üç bileşen arasındaki etkileşim üzerine kuruludur. Nesne (*O*) herhangi bir konu, kavram, sayıyı; birey (*X*) bilgiye ulaşabilecek tüm kişileri; kurum (*I*) ise içinde bulunulan ve bilgilerin öğrenildiği düzeni açıklamak için kullanılır (Sağlam Arslan, 2016). Didaktiğin antropolojik teorisinde $R(X, O)$ birey ve nesne arasındaki bireysel ilişkiyi, $R(I, O)$ da kurum ve nesne arasında kurumsal ilişkiyi sembolize etmektedir. Örneğin bu çalışmada matematikte cebir konusu ele alınacağından, nesne (*O*) matematiksel bilgiyi, birey (*x*) öğrenciyi, kurum (*I*) ise dersi temsil etmektedir.

Herhangi bir kurumda öğrenci, öğretmen gibi farklı pozisyonlar bulunmaktadır ve kurumsal tanıma, bu pozisyonlara göre farklı beklentiler içerisinde olabilir. Kurumsal tanıma, bir kurumda rolü olan bireylerden *O* ile ilgili beklentiler (Sağlam Arslan, 2016) olarak da tanımlanabilir. Örneğin bir *I* kurumunda *p* pozisyonundaki öğretmen ve *p'* pozisyonundaki öğrencinin *O* ile ilgili kurumsal tanımları farklıdır. Öğretmenin kurumsal tanınması $RI(p, o)$, öğrencinin kurumsal tanınması $RI(p', o)$ olarak ifade edilirse bu durumda $RI(p, o) \neq RI(p', o)$ olacaktır.

Didaktiğin antropolojik teorisi, kurum ve bireysel tanımlara dayanarak bilginin kurumda var olma sürecini, özelliklerini, bilgi öğretilirken karşılaşılan zorluk ve kavram yanılıklarını açıklayabilmektedir. Bunları açıklarken kullandığı iki analiz yaklaşımı vardır: Ekolojik analiz ve prakseolojik analiz. Ekolojik analiz didaktik üçgeninde yer alan bilgilerin yaşadığı yerlerin analizini merkez alırken prakseolojik analiz ise bilgiye bağlı eylemlerin analizini merkez almaktadır. Ekolojik analiz, herhangi bir konunun öğretim programındaki yerini ve işlevini sorgulayıp analiz etmeyi (Chevallard, 1992, 2002; Rajoson, 1988), prakseolojik analiz ise bilimsel bir bilginin öğrenme ortamında aktarılma sürecinde nasıl değiştiği, öğretilen bilginin altında yatan anlamları açıklayıp ortaya koymayı (Bosch ve Gascón, 2006; Chevallard, 2006) hedeflemektedir. Çalışmanın devamında bu iki analiz yönteminden bahsedilecektir.

2.1.1. Ekolojik analiz

Ekolojik analizden bahsetmek için önce “ekoloji” kelimesinin tanımına bakılması uygun olur. Ekoloji, Türk Dil Kurumu güncel sözlüğünde “canlıların hem kendi aralarındaki hem de çevreleriyle olan ilişkilerini tek tek veya birlikte inceleyen bilim dalı”; ekosistem ise “belirli bir

alandaki bulunan canlılar ile bunları saran çevrenin karşılıklı ilişkileri ile meydana gelen ve süreklilik gösteren ekolojik sistem” (TDK, 2022) olarak tanımlanmaktadır. Chevallard ortaya attığı ekolojik analizde, ekoloji kelimesini bilgi boyutunda yeniden ele almıştır. “Habitat” ve “niş” kavramlarını kullanarak tanımladığı ekolojik analiz yaklaşımının daha iyi anlaşılması için, bu iki kavramın kelime anlamının bilinmesi önemlidir. Habitat “bir canlı türünü veya canlı topluluklarını barındıran ve kendine özgü özellikler gösteren yaşama ortamı”; niş ise “bir organizmanın yaşam sahası ve görevi” (TDK, 2022) olarak tanımlanmaktadır. Chevallard’a (1988) göre gerçek veya varsayımsal bir epistemolojik oluşumun varlığının koşullarının ve biçimlerinin, belirlenmiş bir kültürel evrene referansla analizine, bilginin ekolojik analizi denir.

Bilginin ekolojik analizi çerçevesinde düşünüldüğünde habitat bilginin yaşadığı ortam anlamını taşıırken; niş ise bilginin bulunduğu ortamdaki işlevi olarak tanımlanmaktadır (Erdoğan, Eşmen ve Fındık, 2015). Ekosistemdeki her bilgi, varlığını devam ettirebilmek için diğer bilgilerden beslenir; dolayısıyla her bir bilginin görevi, diğer bilgileri besleyerek yeni bilgilerin inşa edilmesine, oluşumuna katkıda bulunmaktır (Chevallard, 2002; Rajoson, 1988).

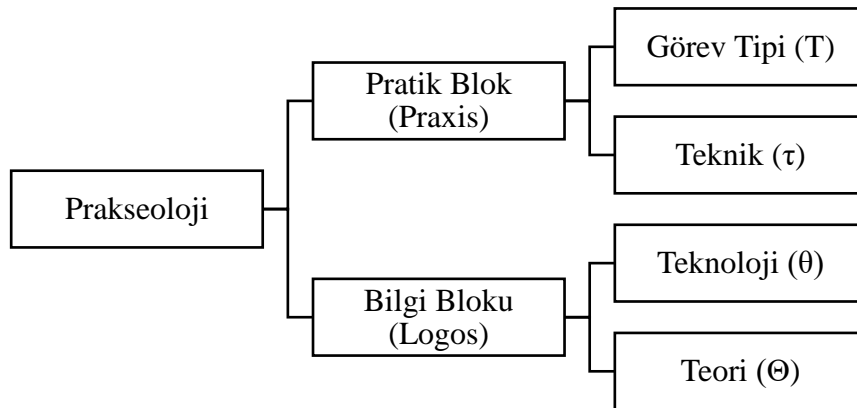
Öğretilecek bilginin ekolojik bir denge içerisinde olması, bilginin aktarılma sürecinde büyük bir önem taşır. Matematikçilerin ortaya atıp kullandığı matematiksel bilgi ile öğrenme ortamında aktarılan matematik dersi bilgisinin doğası birbirinden farklıdır (Chevallard, 1985). Matematik dersinde yapılan araştırmalardan elde edilen bulgulara göre, konuların öğretiminde karşılaşılan öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlarının ortaya çıkmasının esas nedeninin kavramlar arasındaki ekolojik ilişkilerde bağlantı kuramamak olduğu belirtilmektedir (Fındık, 2019, Özmantar, 2013; Sierpinska, 1987). Bu nedenle konuların öğretim programında hangi sırayla ele alındığı, anlatılırken ekolojik sistemdeki diğer konularla nasıl ve ne derece ilişkilendirildiği büyük önem taşımaktadır.

Ekolojik analiz yaklaşımında her bir bilgi için habitatı ve nişi incelenerek analiz edilir. Örneğin bir ders kitabında cebirsel ifadeler konusunun ekolojik analizinde öğretim programındaki yeri habitatı, ders kitabındaki diğer bilgiler ile arasındaki işlev nişi olarak tanımlanabilir. Bu bakımdan ekolojik analiz, ders kitaplarının incelenmesi için önemli bir yere sahiptir (Erdoğan, 2015; Gök, 2018). Ekolojik analiz sayesinde bilginin; dayandığı diğer bilgiler, habitattaki bilgilerle ilişkisi ve uyumu ortaya konmaktadır.

2.1.2. Kitap analizi için teorik bir çerçeve: Prakseolojik Yaklaşım

1990'lı yılların sonunda Chevallard, bilimsel bilginin de kendi içinde analiz edilmesi gerektiği düşüncesinden hareketle yeni bir yaklaşım ortaya atmıştır (Chevallard, 1998). Chevallard'ın "Prakseolojik Organizasyon" olarak açıkladığı bu yaklaşım, Didaktığın Antropolojik Teorisine dahil edilmiştir. Chevallard'a (2006) göre, insan eylemleri mutlaka belirli sebep ve açıklamalara dayanır ve eylemler hangi akıl yürütme metodu ile gerçekleşirse gerçekleşsin mutlaka bir gerekçeye sahiptir. Yunanca "praxis (uygulama, eylem)" ve "logos (düşünme, mantık)" kelimelerinden oluşan prakseoloji kavramı, ait bulunduğu teorideki "antropolojik" ifadesinden de anlaşılacağı üzere, insanın matematik ya da başka bir alandaki davranışını analiz etmek amacıyla ortaya atılmıştır (Chevallard, 2006; 2019; Fındık, 2019). Kısaca prakseoloji, "insan tarafından gerçekleştirilen eylemlerin analizi" anlamını taşımaktadır ve burada "eylem", insana ait bütün davranışlar için kullanılabilir (Yavuz, 2009). Bilimsel bir bilginin prakseolojisi ise, bilginin oluşturulması sürecinin tamamıyla ilgilenir ve bu süreçte gerçekleştirilen eylemlerin analizini belirtir (Chevallard, 2006; Fındık, 2019).

Prakseoloji, aynı konu için sıklıkla karşıt olarak görülen iki terimi dikkate almaya olanak sağlar, "pratik blok (know-how)" ve "bilgi bloku (knowledge)" olmak üzere iki blok altında toplanan 4 bileşenden oluşmaktadır (Bosch, 2015). Chevallard'ın (2006) belirttiği gibi, praksis, praksisi destekleyen logoslara gereksinim duyar; yani praksisin desteğe ihtiyacı vardır. Bundan dolayı, teoride verilen ve uygulamaları ifade eden pratik blok, bilgi blokundaki bileşenlerle açıklanıp anlam kazanır (Sağlam-Arslan, 2016). Bu 4 bileşen, seviyeli ve birbirini takip edecek şekilde ilerleyerek bir bütün oluşturur. Bloklarda yer alan bileşenleri kısaca açıklamak gerekirse:



Şekil 2.3. Prakseolojik yaklaşımın bileşenleri (Chevallard ve Sensevy, 2014)

Görev Tipi (T): Bir prakseolojinin ilk bileşeni bir tür görevdir (örneğin bir oran-orantı problemini çözmek, kek yapmak, çeviri yapmak, ...).

Teknik (τ): İkinci bileşen olan teknik ise, görev tipini yapabilmek için kullanılan düzenli ve sistematik yöntemlerdir.

Teknoloji (θ): Prakseolojinin üçüncü bileşeni teknoloji, tekniği açıklayıp gerekçelendirir. Görev tipini gerçekleştirmek için kullanılan tekniğin doğru ve kullanışlı olması teknolojiyi ilgilendirir.

Teori (Θ): Son fakat en önemli (Chevallard ve Sensevy, 2014) bileşen teoridir. Teori teknolojiyi açıklar ve haklı gösterir. Her teknolojinin dayandığı bir teori mutlaka vardır.

DAT, matematiksel bilgiyi tanımlayan genel bir model önerir, matematiksel bilgi ve çalışmaların kurumsal matematiksel organizasyonlar (prakseolojiler) halinde yapılandırıldığını varsayar. Matematiksel organizasyon (MO), görev tipi, teknik, teknoloji ve teori (sırasıyla T, τ , θ , Θ) bileşenlerinden oluşur. (Bolea, Bosch ve Gascón, 2010). Öğrenilmek istenen prakseolojinin bu dört bileşenin açık ve anlaşılır bir şekilde tespiti, araştırılmak istenen konunun matematiksel organizasyonunu (prakseolojisini) doğru bir şekilde belirlemeyi sağlar.

Öğretilmek istenen bir matematiksel bilginin oluşturması sürecinde, hedeflenen kazanımlar ve bu kazanımlar doğrultusunda hazırlanan ders kitapları yol göstericidir. Bir okul matematik ders kitabının temel işlevlerinden biri de (aslında çözümlerle birlikte sunuluyorsa bile) öğrenciye verilen “görevler” deposu olmaktır (Wijayanti ve Winslow, 2017). Matematik faaliyetlerinin ana bileşeni olarak öğrencilere verilen bu görevlerin (alıştırmalar, problemler vb.) önemi araştırmacılar tarafından giderek daha fazla kabul görmektedir.

Derste kullanılan kitapta konu ile ilgili bilginin nasıl ele alındığı ve nasıl oluşturulduğunu analiz edebilmek, öğretimin niteliği için önemlidir. Öğretim programından başlayarak bireyin öğrenme sürecine etki edebilecek bütün unsurların oluşturulması ve düzenlemesi hususunda, bazı teorik araçların katkısı yadsınmaz (Erdoğan, Gök ve Bozkır, 2014). Kitap analizinde Chevallard (1998) tarafından ortaya atılan Didaktiğin Antropolojik Teorisi ve prakseolojik yaklaşımın benimsenebileceğini savunan araştırmalar vardır (González-Martín, Giraldo ve Souto, 2013; Wijayanti ve Winslow, 2017). Wijayanti ve Winslow (2017), öğretimde kullanılan ders kitabındaki örnek ve alıştırmaların didaktiğin antropolojik teorisine ait olan prakseolojik yaklaşım çerçevesinde ayrıntılı bir şekilde analiz edilebileceğini vurgulamış ve önermişlerdir.

2.2. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde çalışmada yararlanılan literatür hakkında bilgi verilecektir.

2.2.1. IB hakkında yapılan araştırmalar

Demirer (2002), Uluslararası Bakalorya Programı çerçevesinde eğitim veren öğretmenlerin programa ilişkin tutumları ile iş tatminleri arasında herhangi bir anlamlı ilişkinin olup olmadığını araştırdığı çalışmasında IB Programını benimseyen eğitim kurumlarındaki öğretmenlerin iş tatminlerinin ortalama değerden oldukça fazla olduğunu tespit etmiştir. Araştırmaya katkı sağlayan öğretmenlerin cinsiyete ilişkin iş tatminleri değişmezken, yabancı öğretmenlerin ücrete yönelik iş tatminlerinin; Türk öğretmenlerin ise sosyal yardıma yönelik iş tatminlerinin anlamlı bir fark ile daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Öğretmenlerin, mesleki deneyimlerinin artması ile IB'nin yaratıcılığına yönelik iş tatminlerinin arttığı sonucuna ulaşılmıştır.

Göçmen (2010), Uluslararası Bakalorya Diploma Programı'nın, öğrencilerde uluslararası bir anlayış geliştirme konusunda etkisinin olup olmadığını belirlemek amacıyla yaptığı çalışmasında, öğrencilerin Uluslararası Anlayış Anketine verdikleri cevaplardan anlamlı bir farkın ortaya çıkmadığı ancak öğrencilerin yaptıkları tanımlamalar incelendiğinde IB-DP öğrencilerinin ulusal program bünyesinde eğitim gören öğrencilere kıyasla daha kapsamlı ve açıklayıcı, özgün tanımlar yaptığı, bu tanımların literatürdeki uluslararası anlayış tanımlarına diğer öğrencilerin cevaplarından daha yakın olduğu görülmüştür.

Sağlam (2012), Türkiye, Singapur ve Uluslararası Bakalorya Diploma Programı bünyesinde hazırlanan üç farklı matematik ders kitabını karşılaştırdığı bir içerik analizi çalışması yapmıştır. Bu çalışma kapsamında kitaplardaki ikinci dereceden denklem, eşitsizlik ve fonksiyon konuları içerik, organizasyon ve sunuş şekli bakımından karşılaştırılmıştır. Çalışma sonucunda, Türk ders kitabının içeriğinin diğer kitaplardan daha detaylı olduğu belirlenmiştir. Matematiksel bilgilerin organizasyonuna bakıldığında ise Türk ders kitabının denklemlerden fonksiyonlara tümevarımsal; diğer iki matematik ders kitabındaki kavramların fonksiyonlardan denklemlere tümdengelimli bir şekilde ele alındığı tespit edilmiştir.

Şengül (2015), Uluslararası Bakalorya İlk Yıllar Programı öğrencileri ile MEB 4. sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna ilişkin kavram yanlışlarını tespit etmek amacıyla bir araştırma yürütmüştür. Araştırma kapsamında öğrencilere sorulan 27 sorudan yalnız 7 tanesinde farklılık olduğu; altısında IB İlk Yıllar Programı öğrencilerinin MEB öğrencilerinden daha düşük kavram yanlışlığı olduğu tespit edilmiştir.

Dulun'un (2018) çalışmasında, öğrencilerin Uluslararası Bakalorya Diploma Programına hazırlanan öğrencilerin nasıl hazırlandıklarını araştırmıştır. Araştırmaya Türk milli eğitim müfredatı ile hazırlanan öğrenciler, uluslararası genel ortaöğretim sertifika programıyla hazırlanan öğrenciler ve son olarak IB-MYP ile hazırlanan öğrenciler olmak üzere üç ayrı

gruptan 9 ve 10. sınıf öğrencileri katılmıştır. Araştırma sonucunda, Türk milli eğitim müfredatına ve uluslararası genel öğretim sertifikasına dahil olan öğrencilerin, sınava IB-MYP ile hazırlanan öğrencilere nispeten, sınavlara daha hazır hissettikleri belirlenmiştir. IB-MYP'nin, öğrencilere diğer iki programdan daha fazla araştırma ve düşünme ortamı sağladığı tespit edilmiştir.

Vatansever (2019), MEB ilkököl 2. sınıf öğretim programı ile Uluslararası Bakalorya İlk Yıllar Programının benzerlikler ve farklılıklar bağlamında değerlendirilmesini amaçlayarak yaptığı çalışmada, IB programının sorgulamaya dayalı küresel ve her alanda sözü geçen bireyler yetiştirmek amacıyla olduğu, MEB öğretim programlarının ise yerel bir program olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Öztermiyeci (2019), öğrencilerin 21. yüzyıl becerileri konusunda Uluslararası Bakalorya Diploma Programı ve Milli Eğitim Bakanlığı Ulusal Öğretim Programı arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını araştırmıştır. Yapılan araştırmanın sonucunda, IB-DP öğrencilerinin 21. Yüzyıl becerilerine ilişkin algılarının MEB öğrencilerine göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlarda, 21. Yüzyıl beceri algılarının karşılaştırılması hususunda en yüksek orandaki (%8) farkın bilişsel boyutta, en düşük orandaki (%2,6) farkın duyuşsal boyutta olduğu; sosyokültürel farkın %2 oranla IB-DP lehine olduğu belirlenmiştir.

Pehlivan Polat'ın (2019) çalışmasında, IB-DP uygulayan liselerde karşılaşılan sorunları araştırmak ve bu sorunlara çözüm yolları bulmak amacıyla Ankara'da programı benimsemiş bazı özel liselerdeki öğretmen ve öğrencilerle birlikte bir araştırma yürütmüştür. Öğrencilerin IB diploma programını neden seçtikleri araştırıldığında, öğrencilerin sırasıyla en çok kendi kararlarının, aile isteğinin ve son olarak da okulun yönlendirmesinin etkili olduğu görülmüştür. Öğrencilerin yurt dışında eğitim almak, yabancı dillerini geliştirmek için bu programı seçtikleri sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmaya katılan öğrenciler, öğretmenlerin programa ilişkin bilgi eksiklikleri olduğunu; velilerden yeterince destek almadan yürütmeye çalıştıkları ve bu programın bütün noktalarda tamamen ulusal programla uyuşmadığını, dersler arasında bazı içeriklerin çok farklı olduğunu belirtmişlerdir.

Kalafatoğlu (2020), IB kapsamında eğitim-öğretimde yer alan yöneticiler ve öğretmenlerin IB eğitim felsefesi ne ilişkin görüşlerini incelemek amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Çalışmaya katılan yönetici ve öğretmenlerde, IB eğitim felsefesinin öğrencilere bilgi öğretmekten ziyade, günümüz ihtiyaçlarına uygun becerileri geliştirmeye odaklandığı görüşünün yaygın olduğu ortaya çıkmıştır. IB eğitiminde velilerin desteğinin de önemli olduğu, öğretmenlerin programa dair düşüncelerini zenginleştirmek amacıyla felsefeye ilişkin daha fazla eğitim alarak düşüncelerinin geliştirilmesi gerektiği sonuçlarına da ulaşılmıştır. Çalışma

kapsamında, IB eğitimi ile uluslararası eğitimin hedefleri ile uyumlu olduğu ve akademik ya da kültürel açıdan herhangi bir tezatlığın olmadığı vurgulanmıştır.

Yaşatürk Midilli (2020), IB-DP öğrencileri ile MEB öğretim programı öğrencilerinin akademik anlamda risk alma, problemleri çözme becerileri, bilimsel yaratıcılıkları ve biyoloji dersine ilişkin tutumlarını karşılaştırmak için bir çalışma yürütmüştür. Bu çalışma sonucunda, IB-DP öğrencilerinin başarısızlık sonrasında olumsuz hisler taşımaya daha fazla eğilimli olduğu ortaya çıkmıştır. MEB ulusal öğretim programında eğitim gören öğrencilerin verilen ödevleri yapmamaya daha fazla eğilimli olduğu, Problem çözme becerileri ve biyoloji dersine ilişkin tutumları açısından herhangi bir farklılığın olmadığı tespit edilmiştir. Araştırmaya katılan IB-DP öğrencilerinin bilimsel yaratıcılık konusunda yapılan testten istatistiksel açıdan anlamlı olarak daha fazla puan aldıkları belirlenmiştir.

Nakawa (2020), makalesinde dört farklı matematik ders kitabının benzerliklerini ve farklılıklarını inceleyip karşılaştırmıştır. Bu 4 kitap; iki Japon matematik ders kitabı ile Avustralya ve İngiltere'de yayınlanan Orta Yıl Programı (MYP) için iki Uluslararası Bakalorya matematik ders kitabından oluşmaktadır. Çalışmada, IB matematiğinde öğrenme rehberliğinin genellikle Japonya kökenli öğretmenler tarafından sağlandığından, Japon matematik eğitimi ile IB matematik eğitimi arasındaki farkları karşılaştırıp incelemenin ve farklılıkları matematik eğitimi perspektifinden göstermenin önemine vurgu yapılmıştır. Elde edilen sonuçlarda iki Japonca ders kitabının ve Avustralya MYP ders kitabının benzer alt temalara sahip olduğu, üç kitabın da geleneksel matematik ders kitabı formatlarını takip ettiği; matematiksel bilginin tanımları, kuralları, formüllerinin benzer terminolojiyle ifade edildiği, örnek ve alıştırmaların birbirine paralel olduğu belirlenmiştir. Öte yandan İngiliz ders kitabında sadece temel matematiksel beceri ve bilgileri incelemekle kalmayıp aynı zamanda eleştirel matematik eğitimi ve gerçekçi matematik eğitimi destekleyecek soruların olduğu ve bu soruların matematik eğitiminde üst düzey düşünme becerilerini teşvik etmeye çalıştığı, İngiliz ders kitabı uygulanabilir bakış açısına odaklandığı tespit edilmiştir.

2.2.2. Cebirsel İfadeler, denklemler ve eşitsizlikler konusunun öğretimi ile ilgili yapılan araştırmalar

Yaman, Toluk ve Olkun'un (2003) yaptıkları araştırmada ilköğretim 2, 3, 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin eşitlik kavramı ve eşit işaretini nasıl algıladıkları incelenmiş ve araştırma sonucunda öğrencilerin eşit işaretini bir "ilişkisel sembol" olarak değil daha çok bir "işlem işareti" olarak algıladıkları tespit edilmiştir.

Yıldızhan ve Şengül (2017), aritmetikten cebire geçiş döneminde yer alan 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelerdeki harfleri anlamlandırmaları ve cebire ilişkin kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Bu çalışma kapsamında öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarının matematik dersine yönelik tutum ve öz yeterlikleri ile karşılaştırmayı da amaçlamıştır. Yapılan araştırmada elde edilen bulgularda, 6. Sınıf öğrencilerinin harfleri anlamlandırmada zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Lee, (2006) eski Sovyetler Birliğinde geliştirilen; Davydov'un ortaya attığı matematik programını öğretim ortamında kullanarak deneysel bir çalışma yapmıştır. Okul matematiğinde "aritmetikten cebire" geçişin vurgulandığı görüşün tam tersini savunan, Davydov'un "cebirden aritmetiğe" müfredatını düzenlemiş ve ilkokulun başından itibaren cebirsel düşünmeye odaklanarak bir öğretim deneyi yapmıştır. Öğretim deneyinde hangi müfredatın doğru olduğunun aksine, öğrencilerin farklı sıralamalarla öğrendikleri zaman, bu bağlamlarda karşılaştıkları problemleri ve yaşadıkları zorlukları incelemek amaçlanmıştır. Araştırmada, çocuklarda matematik problemlerinin cevaplarının sayısal bir değer olduğu algısına sahip oldukları ancak erken yaşlarda karşılaştıkları cebirsel bağlamlarda cebirsel ifadeler ve veriler arasındaki ilişkileri doğru şekilde ilişkilendirip açıklayabilecekleri ve her öğrencinin önemli cebirsel kavramları birçok insanın inandığından çok daha önce teorik olarak sağlam bir şekilde anlayıp ve kullanabilecekleri sonucuna ulaşılmıştır.

McNeil ve arkadaşlarının (McNeil, Weinberg, Hattikudur, Stephens, Asquith, Knuth, ve Alibali, 2010) yaptığı çalışmada, anımsatıcı (gerçek) sembollerin kullanılmasının öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlamalarını nasıl etkilediği üzerine bir araştırma yapmış ve cebirsel ifadeleri oluştururken bilinmeyenler yerine nesnelere kullanıldığında öğrenciler için cebirsel ifadelerin anlaşılması üzerinde etkisi olup olmadığını incelemişlerdir. Yapılan çalışmalarda, bilinmeyenler yerine nesne sembolleri kullanıldığında (Örneğin c harfi yerine kek sembolü) öğrencilerin diğer öğrencilere göre semboller nesnelere ait etiketler olarak algılayabileceklerini ve cebirsel ifadeleri yanlış yorumlayabilecekleri sonucuna ulaşılmıştır. İncelenen ders kitabında sembollerin doğru kullanıldığı belirlenmiştir. Doğru kullanılmadığı durumda öğrencilerin cebirsel ifadeleri yanlış yorumlayabilecekleri ve bu takdirde doğru öğrenmelerini engelleyebileceğini vurgulanmıştır.

Köse ve Tanışlı, 2011 yılında yaptıkları araştırmada Türkiye'de birinci sınıftan beşinci sınıf eğitim kademesine kadar matematik derslerinde kullanılan kitapları analiz etmişler ve bu kitaplarda eşit işaretinin nasıl kullanıldığını araştırmışlardır. İncelenen kitaplardaki eşit işaretinin kullanım durumlarının ilişkisel düşünmeyi ne derece etkilediğini incelemişlerdir.

Araştırma sonucunda, eşit işaretinin çoğunlukla işlemlerin sonucunu göstermek amacıyla kullanıldığı, ilişkisel anlamının istenilen düzeyde verilmediği sonucuna ulaşımlardır.

Kabael ve Akın (2016), yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel problemleri çözerken hangi problem çözmeye stratejilerini kullandıklarını ve niceliksel muhakeme becerilerini incelemek amacıyla dokuz öğrenciyle bir çalışma yürütmüştür. Bu çalışma sonrasında cebirsel problemleri çözerken dokuz öğrenciden yedisinin aritmetiksel, ikisinin ise cebirsel stratejiler kullandıklarını tespit etmişlerdir.

Y. Akkan, P. Akkan ve Güven'in 2017 yılında yaptıkları araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin aritmetik ve cebir kavramlarına ilişkin farkındalıklarını belirlemek amacıyla on beş matematik öğretmeni ile görüşmüş ve elde ettikleri bulgular neticesinde, araştırmaya katılan öğretmenlerin aritmetik ve cebir kavramları ile aritmetikten cebire geçiş sürecindeki bağlantıları kurma ve ilişkileri anlamlandırıp farklılıkları ayırt etme konusunda zorlandıklarını belirlemiştir.

Tavşan (2020), ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadelerden sözel ifadelere geçebilme becerilerini incelemek amacı ile 6. Sınıf öğrencileriyle bir çalışma yürütmüştür. ve bu temsil biçimleri arasındaki geçiş durumlarını ortaya koymak amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Yapılan çalışma sonucunda, öğrencilerin çoğunun cebirsel ifadeyi oluşturan değişkenleri ve katsayıları doğru tanımladıkları ve cebirsel ifadeleri sözel bir ifadeye dönüştürmekte başarılı oldukları belirlenmiştir.

Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2012), yeniden yapılandırılan ilköğretim matematik öğretimi programını öğrencilerin karşılaştıkları farklı problem çeşitleri ile ilgili çözüm süreçlerinin aritmetikten cebire geçiş süreci açısından irdelemek amacıyla öğrencilerle birlikte bir araştırma yürütmüşlerdir. Araştırma sonucunda elde edilen verilerde, eğitim kademesi arttıkça öğrencilerin problemleri çözerken aritmetik çözümlerden cebirsel çözümlere geçtiği ancak bu geçişteki gelişimin yeterli olmadığı ve bunun neticesinde öğrencilerin genellikle problemleri çözerken aritmetik çözüm yöntemlerini kullandıkları belirlenmiştir.

Akkurt Denizli, 2012 yılında yaptığı çalışma kapsamında öğretmen adaylarının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerine ilişkin kavramsal anlamalarını ve bu denklem sistemleri konusunda ne tür güçlükler yaşadıklarını incelemek amacıyla 162 sınıf öğretmeni adayı ile bir araştırma yürütmüştür. Çalışma sonucunda elde edilen bulgularda, araştırmaya katılan öğretmen adaylarının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerini yorumlayıp anlamlandırmakta zorlandıkları, kavramların anlamları konusunda eksikliklerinin olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır.

Akyüz ve Hangül (2014), ortaokul öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki hatalarını incelemek ve bu hataların çözümü konusunda yol göstermek amacıyla bir çalışma yürütmüşlerdir. Öğrencilerin denklemlerin çözümleri konusunda işlemsel olarak birçok güçlük yaşadıkları ve eşitlik kavramı ile ilgili hatalar yaptıklarını belirlemişlerdir. Öğrencilerin aritmetikteki bilgilerini yanlış bir şekilde cebire genelledikleri görülmüştür. Çalışma kapsamında, yapılan hataların temelde eşitlik kavramı ile bağlantılı olduğundan yola çıkılarak eşit işaretinin ilişkisel anlamının öne çıkarıldığı etkinlikler tasarlanıp öğrencilere uygulanmıştır. Bu öğretim etkinlikleri sonrasında öğrencilerin yanlışlarının azaldığı sonucuna ulaşılmıştır.

Gürbüz ve Toprak (2014), 7. sınıf öğrencilerinin denklemler konusunda aritmetikten cebire geçişlerini sağlayacak etkinlikleri tasarlamak, uygulamak ve değerlendirmek amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Çalışmada öğrencilerin kendilerine verilen problemleri çözerken aritmetiksel işlem yapma alışkanlıklarını sürdürdüğünü ve 6. sınıfta gördükleri bilinmeyen içeren işlemleri kullanmayı halen içselleştiremedikleri tespit edilmiştir. Elde edilen bulgular neticesinde etkinlik temelli öğretimin geleneksel öğretime göre, denklemler konusunun öğretiminde daha etkili olduğu belirlenmiştir.

Girit ve Akyüz (2016), cebirsel düşünmenin geliştiği ortaokul yıllarındaki farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin akıl yürütme ve çözüm stratejilerini araştırmak amacı ile 154 ortaokul öğrencisine farklı tipte örüntü soruları sorulmuş ve her biriyle görüşmeler yapılarak soruların çözümlerinde hangi stratejilerin kullanıldığını araştırmıştır. Çalışmanın bulguları, sınıf seviyeleri arttıkça, öğrencilerin cebirsel sembolleri kullanmaya daha eğilimli olduğunu; öğrencilerin değişken kavramı ile ilgili algılarında sıkıntılar olduğu görülmüştür.

Turgut ve Doğan Temur, 2017 yılında yaptıkları çalışmada erken cebir kapsamında yapılan öğretim etkinliklerinin ilkökul dördüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına etkisini belirlemeyi amaçlamışlardır. Erken yaşta öğretilen cebir etkinliklerinin, öğrencilerin akademik başarılarını artırdığı, erken cebirin ve bu kapsamda hazırlanacak etkinliklerin müfredatta yer almasının öğrencilere akademik anlamda olumlu katkı sağlayacağı sonuçlarına vurgu yapılmıştır.

Birgin ve Demirören, 2020 yılında yaptıkları çalışmada ortaokul öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki başarı düzeylerini araştırmak için yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileriyle bir araştırma yürütmüştür. Yapılan araştırmada, öğrencilerin cebirsel ifadeler konusunda orta düzeyde bir performans gösterdikleri; en çok cebirsel ifadelerle işlemler yaparken, en az ise cebirsel ifadelerin anlamını açıklama hususunda başarı performansları sergiledikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin sekizinci sınıfa geçtiklerinde, bir önceki yıla göre başarı

performanslarının arttığı, başarı performanslarının öğrencilerin cinsiyetleri ile ilişkili olmadığı tespit edilmiştir.

Yıldız (2020), ortaokul matematik öğretmenlerinin cebirsel ifadelerle işlem sürecine ilişkin alan bilgilerini incelemek amacı üç ortaokul matematik öğretmeni ile gözlem ve görüşme yöntemlerini kullanarak bir araştırma yürütmüştür. Araştırma sonucunda, öğretmenlerin cebirsel ifadelerle işlem sürecine ilişkin alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı tespit edilmiştir. Çalışmaya katılan öğretmenlerin cebirsel ifadelerle işlem sürecini ‘meyve-salata’ yaklaşımını kullanarak açıkladıkları; ‘benzer terimler’ ve ‘benzer olmayan terimler’ yaklaşımını kural odaklı ele aldığı belirlenmiştir. Öğretmenlerin cebirsel ifadenin matematiksel anlamına yönelik alternatif yaklaşımlardan yararlanmadıkları gözlemlenmiştir.

Tekin Sitrava (2017), ilköğretim matematik öğretmen adayları ile yürüttüğü çalışmada, adayların cebirsel ifade ve denklem kavramlarına ilişkin kavram imajlarını belirleyip incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmaya katılan 57 öğretmen adayından 52 tanesinin cebirsel ifadeyi doğru tanımladığı, 5 tanesinin ise cebirsel ifadenin tanımını bilmediği; 55 öğretmen adayının denklemi doğru tanımladığı belirlenmiştir. Bu tanımlardan hareketle cebirsel ifade ve denklem ile ilgili üç tip kavram imajı tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının cebirsel ifadelerle ilgili bilinmeyenli ifadeler, matematiksel ifade ve genelleme; denklemler ilgili eşitlik, eşitsizlik ve denge kavram imajlarına sahip olduğu tespit edilmiştir. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının çoğunun cebirsel ifadeleri bilinmeyenli ifadeler, denklemi eşitlik olarak tanımladıkları tespit edilmiştir.

Bozkurt, Çırak Kurt ve Tezcan, yaptıkları çalışmada (2019) Türkiye ve Singapur ortaokul düzeyindeki matematik öğretim programlarındaki cebir konularının içerikleri, alt öğrenme alanları, hangi kademelerde öğretiminin uygulandığını ve bu iki öğretimin Bloom taksonomisinde hangi basamaklarda yer aldığını karşılaştırarak araştırmayı amaçlamışlardır. Yapılan çalışmada, Singapur matematik öğretim programında ikinci dereceden denklemler ve fonksiyonlar gibi üst düzey konulara yer verildiği, MEB matematik programını kapsayıp daha fazla konu içerdiği belirlenmiştir. Singapur öğretim programındaki temel cebirsel bazı kavramların (değişken, eşitlik, eşitsizlik...) öğretim sürecinin daha farklı olduğu, öğretimde teknolojiye ve grupla çalışmaya daha fazla yer verildiği ve üst düzey bilişsel becerilere MEB programına kıyasla daha fazla vurgu yapıldığı ortaya çıkmıştır.

Çoban ve Eğilmez (2020) ortaokul öğrencilerinin konusunda hangi güçlükleri yaşadıklarını tespit etmek amacıyla öğrencilerinin eşitsizlikler konusunda yaşadıkları güçlükleri incelemek amacıyla 8. Sınıf öğrencileriyle birlikte bir çalışma yürütmüşlerdir. Öğrencilerin eşitsizliklerle ilgili birçok güçlük yaşadıkları; eşitsizliklerin yönünü belirlemekte,

sayı doğrusunda göstermede zorlandıkları ve çözerken işlem ya da işaret hatası yapma eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Öğrencilerin yaşadıkları güçlüklerin yanı sıra eşitsizliklere ilişkin kavramsal bilgilerinin zayıf olduğu ve sadece işlemsel bilgiye odaklandıkları, kavramların ve sembollerin karşılaştıkları bağlamlarda yorumunu yapamadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Dankal (2017), yaptığı çalışmada, dinamik matematik yazılımlarının öğretimde kullanılmasının, öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlara etkisinin belirlenmek amacıyla 8. Sınıf öğrencileri ile yürüttüğü çalışmada, teknoloji destekli eğitimin öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarına olumlu yönde etkisi olduğu tespit etmiştir.

2.2.3. Ekolojik ve prakseolojik analiz ile ilgili yapılan araştırmalar

Çalışmanın bu kısmında, Didaktığın Antropolojik Teorisi ve bu teori kapsamındaki ekolojik ve prakseolojik analizi benimseyen, kitap analizi için bu teorinin oldukça elverişli olduğunu savunan çalışmalar ele alınacaktır.

Erdoğan, Eşmen ve Fındık (2015), ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan matematik tarihi bilgilerinin ne derece ve ne şekilde sunulduğunu incelemek amacıyla 2013-2014 eğitim-öğretim yılında okutulmak üzere Talim ve Terbiye Kurulu tarafından onaylanan ortaokul matematik ders kitaplarının tamamı incelemiştir. Çalışma sonucunda, kitaplardaki matematik tarihi bilgilerinin yetersiz olduğu tespit edilmiştir. Aynı zamanda çalışma sonucunda, ders kitaplarındaki matematik tarihi öğelerinin büyük kısmının öğrencileri konuya motive ederken anlama ve analiz etme gücünün yetersiz olduğu, ekolojik öğelerin sorun taşıdığı tespit edilmiştir.

Gök (2018), 2013 matematik öğretim programı değişikliğindeki fonksiyon konusuyla ilgili ekolojik sorunları, matematik öğretmenlerinin onuncu sınıfta fonksiyonların öğretimiyle ilgili ortaya koydukları didaktik prakseolojileri ve didaktik anları belirlemek amacıyla bir araştırma yürütmüştür. Bu çalışmada öğretim programının ekolojik analizi sonucunda programdaki değişiklikler neticesinde öğretmenlerin fonksiyon kavramını öğretme yaklaşımlarını büyük ölçüde değiştirmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin öğrenme ortamındaki prakseolojilerinin analizi sonucunda da eksiklikler gözlemlenmiş, prakseolojilerinin birçok bileşeninin eksik olduğu tespit edilmiştir. Öğrenme sürecinde öğretmenlerin öğrenme ortamındaki didaktik anları organize edemediği ve anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilmesi hususunda yetersiz kaldığı sonuçlarına ulaşılmıştır.

Akar (2018), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının grafiklere ilişkin alan bilgilerini antropolojik açıdan incelemek amacıyla, Didaktığın Antropolojik Teorisi

çerçevesinde ekolojik ve prakseolojik analizini yapmıştır. Araştırma sonucunda, ilgili kurumda grafiklerin sayı ve işlemler, cebir ve veri işleme konularında hem amaç hem de araç olarak kullanıldığı, grafiklere ilişkin 11 görev tipi ve 3 matematiksel organizasyon olduğu belirlenmiştir. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının bireysel tanımları incelendiğinde bu tanımların sütun ve daire grafiği için kurumla uyumlu olduğu belirlenmiştir. Kurumsal tanımlarda sütun grafiği için verilen tekniklerin histogram için kullanılması sebebiyle adayların sütun ve histogram grafikleri arasındaki farkları anlamlandırmada güçlükler yaşadığı vurgulanmıştır.

González-Martín, Giraldo ve Souto (2013) araştırmasında Brezilya ortaöğretim ders kitaplarında irrasyonel ve gerçek sayıların girişini ve özellikle bunların nasıl öğretilmesi gerektiğine ilişkin önermeleri, Didaktiğin Antropolojik Teorisi kullanarak analiz etmişlerdir. Araştırmada, irrasyonel sayı kavramının genellikle sayıların ondalık gösterimi temelinde tanıtıldığını ve gerçek sayılar alanının inşası için matematiksel ihtiyacın ders kitaplarında belirsiz kaldığı sonucuna ulaşmışlardır. Ortaöğretim kurumlarında kullanılan ders kitaplarının pratik bloğa odaklanan matematiksel organizasyonların olduğunu tespit etmişlerdir.

Lago Mendes (2017), öğretilecek okul bilgisi ve bilimsel bilgiler kapsamındaki ikili sayı sistemini araştırmak amacıyla, Yves Chevallard'ın ortaya attığı Didaktiğin Dönüşüm Teorisi ve Didaktiğin Antropolojik Teorisinden yararlanarak Brezilya ulusal öğretim programında ve kullanılan dört matematik ders kitabında ikili sayı sisteminin prakseolojik analizini yapmıştır. Yapılan analiz sonucunda ikili sayı sisteminin müfredat yönergelerinde hesaplama ölçü birimleri için temel öğrenme içeriği olarak yer aldığı ve matematik kitaplarında öğrencilerin merak duygularını besleyerek öğrenme içeriklerine zenginlik kazandırıp konuların öğrenilmesini desteklediği sonuçlarına ulaşılmıştır.

Wijayanti ve Winslow ise yaptıkları araştırmada (2017), ders kitabı analizinde, görev düzeyinde bir ders kitabının (veya ders kitabı bölümünün) matematiksel içeriğinin, okuyuculara maruz kalan veya onlardan talep edilen görevler ve teknikler açısından analiz edilmesini; bu daha sonra metnin söylemsel ve teorik seviyesinin tartışılmasıyla yorumlanabileceğinden hareketle Endonezya'daki üç ders kitabındaki örnekleri ve alıştırmaları analiz ederek, aritmetik orantı ile ilgili bölümleri analiz etmek üzerine bir çalışma yürütmüşlerdir. Bu titiz analizin bir konudaki ders kitaplarının nicel bir "profilini" sağlamak için nasıl kullanılabileceğini de açıklayıp öneriler sunmuşlardır.

Takeuchi ve Shinno'nun (2020) yaptığı çalışmada, Japonya ve İngiltere'deki matematik ders kitaplarındaki simetri ve dönüşüm konularını analiz etmek amacıyla prakseolojik analiz

yapmışlardır. Analiz sonucunda, Japon ders kitaplarında dönüşüm konusunun öğretilmesinde geometrik ispatların büyük bir yer kapladığı sonucuna ulaşılmıştır. İngiltere ders kitaplarında ise dönüşüm konusunun, İngiltere ders kitaplarında ise dönüşüm konusunun diğer konularla bağlantı kurmayı ve ilişkilendirmeler yapmayı desteklediği belirlenmiştir. Sonuç olarak simetri ve dönüşüm bilgilerinin iki ülkedeki ders kitapları içeriklerinde farklı prakseolojik organizasyonlar içerisinde konumlandırıldığı tespit edilmiştir.

Literatüre bakıldığında ortaokul düzeyinde iki programın prakseolojik yaklaşımla analizinin yapıldığı çalışmalara rastlanılmamıştır. Yapılması planlanan bu çalışmanın, literatüre ve eğitim-öğretimin gerçekleşmesinde faaliyeti olan her bir birime katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, incelenen doküman, veri toplama araçları ve veri analizi ile ilgili bilgilere yer verilecektir.

3.1. Araştırma Modeli

Çalışma kapsamında ortaokul ders kitaplarında sunulan görev tiplerinin ve çözümlerinde kullanılan tekniklerin tespit edilmesi; ders kitapları ve program kazanımları arasındaki ilişkinin ortaya konması amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi yöntemi kullanılacaktır. Doküman incelemesi, incelenen konuyla ilgili bilgi içeren yazılı belgelerin incelenmesi yoluyla veri elde etme yöntemidir ve bu yöntemle araştırma yapılan alanla ilgili pek çok bilgiye görüşme ve gözlem yapmaya gerek kalmaksızın belge inceleme yoluyla ulaşılabilir (Karataş, 2015, s. 72).

3.2. Verilerin Toplanması

Çalışmanın veri kaynaklarını 2018 yılında yayınlanan ilköğretim matematik öğretim programı ve 2020-2021 yılında MEB tarafından onaylanmış 6, 7 ve 8. sınıf ders kitapları ile IB Orta Yıllar Programı (IB MYP) tarafından onaylanmış, ulaşılabilir bir yayınevinin standart ve ileri düzeydeki matematik ders kitapları oluşturmaktadır.

3.3. Veri Seti

3.3.1. IB ve MEB Kitaplarında Konu Başlıkları

IB ve MEB kitaplarında cebir ile ilgili ünitelerde verilen başlıkları belirlenmiştir. Bu konu başlıkları aşağıdaki tabloda (Tablo 3.1) gösterilmektedir.

Tablo 3.1. *IB ve MEB kitaplarında cebir konu başlıkları*

Öğretim Programı	Ünite Adı	Seviye
IB	Cebirsel İfadeler ve Denklemler: Doğadaki Örüntüler	IB MYP - 1
	Cebirsel İfadeler ve Denklemler: Bulmacalar Ve Püf Noktaları	IB MYP - 2
	Doğrusal İlişkiler: İnsanların Karar Vermesinin Etkisi	IB MYP - 3
	Doğrusal Sistemler: Sosyal Girişimcilik	
	Eşdeğerlik Dönüşümleri, Eşitsizlikler, Doğrusal Olmayan Eşitsizlikler	IB MYP – 4&5 Standart
Farklılıklar Dünyası: Doğrusal Olmayan Eşitsizlikler	IB MYP – 4&5 İleri Düzey	
MEB	Cebirsel İfadeler	(6 ve 7. sınıf)
	Eşitlik ve Denklem	7. sınıf
	Doğrusal Denklemler	8. sınıf
	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	
Eşitsizlikler		

Her iki öğretim programına ait kitaplarda cebir ile ilgili konuların ele alındığı seviyeler aşağıdaki Tablo 3.2’de gösterilmektedir.

Tablo 3.2. MEB cebir konu dağılımı (Programlarda aynı yaşlara denk gelen kademeler aynı renkte gösterilmiştir)

Konular	IB MYP - 1	6. Sınıf IB MYP - 2		7. Sınıf IB MYP - 3		8. Sınıf IB MYP – 4&5 (standard) IB MYP – 4&5 (extended)		
Örüntüler	x			x				
Cebirsel İfadeler	x	x	x	x		x		
Eşitlik ve Denklem	x		x	x		x		
Doğrusal İlişki					x	x		
Doğrusal Denklemler					x	x	x	
İkinci Dereceden Denklemler					x		x	
Üçüncü Dereceden Denklemler					x		x	
Rasyonel Denklemler							x	
Doğrusal Denklem Sistemleri					x		x	
Özdeşlikler						x		
Çarpanlara Ayırma						x		
Eşitsizlikler			x			x	x	x

3.3.2. Kitap Tasarımlarına Genel Bir Bakış

Tasarımlarına genel olarak bakıldığında, MEB ortaokul kitaplarında ünitenin en başında giriş yapılırken, konu ile ilgili bir dikkat çekme sorusu sorulmuştur. MYP kitabında ise her ünite başındaki ilk iki sayfa konuyla ilgili dikkat çekme soruları; günlük hayat, matematik tarihi ve uzayla ilgili bilgilere ayrılmıştır. Ayrıca MYP’ye ait kitapta her ünite sonunda da bir sayfalık bir ünite özetinin ardından ünite değerlendirme sorularına yer verilirken MEB kitabında konu özeti yer almamaktadır.

3.4. Veri Analizi

Çalışmada elde edilecek verilerin analizinde içerik analizi metodu benimsenmiştir. Büyükdöğru’ye (2020, s. 259) göre içerik analizi, belirli kodlamalarla sınıflandırmalar yapmaya dayanan sistematik bir değerlendirmeyle çıkarımda bulunmaya dayanan bir tekniktir. Araştırmada içerik analizi yapılırken; çalışma kapsamında benimsenen pragseolojik yaklaşım kullanılacaktır. Çalışmanın amacı doğrultusunda Uluslararası Bakalorya MYP standart seviye matematik kitapları ve MEB 6,7,8. Sınıf ders kitaplarının pragseolojisi, pragseolojik yaklaşımın ulaşılabilen temel bileşenleriyle kodlanarak tespit edilecektir. IB ve MEB ders kitaplarında sunulan görev tipleri ve çözümlerinde kullanılacak teknikler incelenecek, öğrenciye konu bağlamında hangi görev tiplerinin ve tekniklerin verildiği açıkça ortaya konmaya çalışılacaktır. Kitapta varolan bilgiyi ortaya koymak amaçlandığı için çalışma pratik blok bileşenlerini tespit

etme ve o bileşenlerden matematiksel organizasyona ulaşım sınıflandırma üzerine gerçekleştirilecektir.

Aşağıda oran-orantı konusuyla ilgili yapılan bir çalışmada prakseolojik analizin nasıl kullanılacağına dair örnek kodlama tablosu ve örnek sayısal veri tablosu verilmektedir:

Tablo 3.3. Örnek bir prakseolojik analiz bileşenleri tablosu

Matematiksel Organizasyon	Pratik Blok		Bilgi Bloku	
	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)	Teknoloji (θ)	Teori (Θ)
Denklemler	T₆. $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	τ_8. Eşdeğer denklemler oluşturarak bilinmeyen denklemin bir tarafında yalnız bırakma	θ. $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $ax+b=cx+d$ şeklindeki denklemlerde her iki tarafta aynı işlemlerin (toplama, çıkarma, çarpma ya da bölme) uygulanması durumunda eşitliğin dengesi değişmez.	Θ. Eşdeğer denklemler (Kieran, 1988)

4. BULGULAR

4.1. Ekolojik Analiz

4.1.1. MEB matematik dersi öğretim programındaki cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler konusunun ekolojik analizi

Türkiye ortaokul matematik ders programı; sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme ve olasılık olmak üzere beş öğrenme alanından oluşmaktadır. MEB programında cebirsel ifadeler konusuna ilk girişte bir örnek sunulmakta ve bu görev tipinin tekniğinde öğrencilere cebirsel ifade, terim kavramları gösterilmektedir.

Tablo 3.2’de görüleceği üzere, cebirsel ifadeler konusu; MEB 6,7 ve 8. sınıf ders kitaplarında anlatılmaktadır. Cebirle ilgili ilk konuların verildiği 6. Sınıf seviyesinde, cebirsel ifadeler konusu kapsamında cebirsel ifade oluşturma ve cebirsel ifadenin değişkene göre değerini bulma öğretilirken 7. Sınıfta cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapma, 8. Sınıf seviyesinde ise cebirsel ifadelerle çarpma işlemleri yapma ve cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırma öğretilmektedir. Cebirsel ifadeler konusunun her sınıf seviyesinde verildiği, ancak sınıf seviyesi arttıkça konu kapsamında daha yeni ve geniş bilgilere yer verildiği görülmektedir.

Örüntüler konusu, ilkökul 1. sınıfta geometrik, 2 ve 3. Sınıfta hem geometrik hem sayısal, 4. Sınıfta sayı, 5. Sınıfta kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinin istenilen terimini bulma alt başlıklarıyla verilmektedir. Öğrencilerin cebir öğrenme alanında 5. ve 6. Sınıfta örüntülerle ilgili bir alt başlık işlemedikleri, 7. Sınıfta cebirsel ifadelerden yararlanarak sayı örüntülerinin kuralını yazıp verilmeyen terimi bulma konusunu öğrendikleri görülmektedir. 8. Sınıfta ise örüntülerle ilgili herhangi bir alt başlık verilmemektedir. Bu duruma bakılarak, MEB öğretim programında örüntüler konusunun ilkökul düzeyinde araç, ortaokul düzeyinde ise cebirsel ifadeleri pekiştirmek için bir araç olarak kullanıldığını göstermektedir.

Eşitlik ve denklemler konusu MEB ortaokul 7. ve 8. Sınıf düzeyindeki ders kitaplarında yer almaktadır. Öğrencilere 7. Sınıfta eşitlik kavramı anlatılmakta ve eşit işaretinin işlemsel anlamının yanı sıra ve ilişkisel anlamı vurgulanarak eşitliğin korunumu öğretilmektedir. Aynı sınıf seviyesinde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurup çözme alt başlığı yer almaktadır. 8. Sınıfta birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümü verilmektedir.

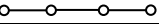
MEB 8. Sınıf seviyesinde ders kitabında doğrusal ilişkiler konusundan önce ele alınan iki alt başlık vardır: Koordinat sistemi ve sıralı ikililer. Aynı üniteye bu iki diğer alt başlıkta, koordinat sisteminin özellikler verilmekte ve hem günlük yaşamda hem de koordinat sistemi üzerindeki sıralı ikilileri (x, y) şeklinde göstermekten bahsedilmektedir. 8. Sınıf seviyesinde

aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı değişimini tablo, denklem ve grafikte temsil etme öğretilmektedir. Günlük hayatta karşılaşılan eğimlerin ve doğrusal denklemlerin eğimlerinin nasıl hesaplanacağı da bu sınıf seviyesinde yer almaktadır.

Eşitsizlikler konusu, MEB ortaokul seviyesinde cebir öğrenme alanında öğretilen son konu alt başlığıdır. 8. Sınıf ders kitaplarında öğrencilerden eşitsizlikleri yazmaları, sayı doğrusunda göstermeleri ve çözmeleri öğretilmektedir. Eşitsizliklere aynı zamanda üçgenler konusunda üçgen eşitsizliği ve Pisagor bağıntısından bahsederken yer verilmektedir. Eşitsizlik konusu anlatılırken eşitsizlikler hem amaç hem problemleri çözmek için araç olarak sunulurken; üçgenler konusunda bir araç olarak ele alınmaktadır.

Aşağıdaki tabloda Türkiye ulusal matematik ders programındaki cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler konularıyla ilgili işleniş sırası ve öğrencilere kazandırılması istenen kazanımlar verilmiştir.

Tablo 4.1. MEB ortaöğretim matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler

Sınıf	Konu Sıralaması ve Öğrenme Alanında Cebirsel ifade, Denklem ve Eşitsizlikler İlgili Kazanımlar
6. sınıf	<p>Cebirsel İfadeler <i>Cebir</i> Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar. (Açıklama: Cebirsel ifadelerde kullanılan harflerin sayıları temsil ettiği ve “değişken” olarak adlandırıldığı belirtilir. En az bir değişken ve işlem içeren ifadelerin “cebirsel ifadeler” olduğu vurgulanır. Terim, sabit terim, benzer terim ve katsayı kavramları ele alınır.) Cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar. (Açıklama: Bu düzeyde $4a$, $\frac{a}{5}$, $\frac{2+a}{5}$ biçimindeki cebirsel ifadelerin anlaşılmasına yönelik çalışmalara yer verilir. Örneğin $a + a + a + a = 4a$, $2b = b + b$, $\frac{3+c}{5} = \frac{3}{5} + \frac{c}{5}$, $\frac{d}{5} = \frac{1}{5} \cdot d$ gibi işleme dayalı uygulamaların yanı sıra aşağıda örneklendiği gibi uygun modellerle çalışmalar yapılır.</p> <p>$\frac{a}{a}$ a a $a + a + a = 3 \cdot a = 3a$</p> <p></p>
7. sınıf	<p>Cebirsel İfadeler → Örüntüler → Eşitlik → Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler <i>Cebir</i> Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar. (Açıklama: Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işleminde uygun modeller kullanılır.) Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar. (Açıklama: Örneğin $5(x + 3) = 5x + 15$) Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur. (Açıklama: Adımlar arasındaki farkı sabit olan örüntülerle sınırlı kalınır. Değişken kullanımının önemi ve gerekliliği vurgulanır. Sayı örüntüleri incelenerek örüntünün kuralını bir değişken ile (örneğin n cinsinden) yazmaya yönelik çalışmalar yapılır. Örneğin ilk dört terimi 3, 9, 15 ve 21 olan bir aritmetik örüntünün kuralı $6n-3$ olarak ifade edilir. Günlük hayat durumlarında veya şekil örüntülerindeki ilişkileri örüntüye dönüştürerek kuralı bulmaya yönelik çalışmalara da yer verilir. Günlük hayat durumu örneği: Birinci hafta 7 kelebeğe koleksiyona başlayan Emine, sonraki her hafta koleksiyonuna 5 kelebek eklemektedir. Kelebek sayısının hafta sayısı ile ilişkisini cebirsel ifade olarak belirtiniz.)</p>

Tablo 4.1. (Devam) *MEB ortaöğretim matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler*

7. sınıf	<p>Eşitliğin korunumu ilkesini anlar. (Açıklama: $7 + 2 = +3$ gibi eşitliklerin bozulmaması için yerine gelecek sayıyı bulmaya yönelik çalışmalar yapılır. Ekleme ve çıkarma durumlarında eşitliğin korunduğunu göstermek için terazi veya benzeri denge modellerine yer verilir. Eşitliğin her iki tarafına aynı sayının eklenmesi veya çıkarılması ve iki tarafın aynı sayıyla çarpılması veya bölünmesi durumunda eşitliğin korunması ele alınır.)</p> <p>Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer. (Açıklama: Denklemlerdeki katsayılar tam sayılardan seçilir.)</p> <p>Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.</p>
8. sınıf	<p>Cebirsel İfadeler → Özdeşlikler → Çarpanlara Ayırma → Doğrusal İlişkiler → Doğrusal Denklem → Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler → Üçgenler <i>Cebir, Geometri ve Ölçme</i></p> <p>Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar. (Açıklama: Terim, katsayı ve değişkenin anlamları üzerinde durulur. Sabit terimin de bir katsayı olduğu vurgulanır. $x+5, 3x, x^2, -6y^2, a^2.b, 2a+2b$ gibi temel cebirsel ifadeler üzerinde durulur.)</p> <p>Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar. (Açıklama: $y(3y-2), (2x+3)(5x-1)$ gibi işlemler üzerinde durulur. Cebirsel ifadelerdeki katsayılar tam sayılardan seçilir. Cebirsel ifadelerle çarpma işlemini modellerle yapmaya yönelik çalışmalara yer verilir.)</p> <p>Özdeşlikleri modellerle açıklar. (Açıklama: $a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ve $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ özdeşlikleriyle sınırlı kalınır. Özdeşliklerdeki katsayılar tam sayılardan seçilir.)</p> <p>Cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır. (Açıklama: Ortak çarpan parantezine alma ile iki kare farkı ve $a^2 \pm 2ab + b^2$ biçimindeki tam kare ifadelerin çarpanlara ayırma işlemleri ele alınır. Cebirsel ifadelerdeki katsayılar ve kökleri tam sayılar içinde kalacak biçimde seçilir. Gruplandırarak çarpanlarına ayırma yöntemine girilmez. Tam kare olmayan ikinci dereceden ifadelerin çarpanlara ayrılma işlemlerine girilmez.)</p> <p>Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer. (Açıklama: Bu sınıf düzeyinde katsayıları rasyonel sayı olan denklemlere yer verilir.)</p> <p>Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir. (Açıklama: Koordinat sistemi üzerinde yer belirlemeyle gerçek hayat durumlarını ilişkilendirmeye yönelik çalışmalara yer verilir.)</p> <p>Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade eder. (Açıklama: Tablo ile yapılan gösterimlerde sıralı ikililer biçiminde ifadelere de yer verilir. İki değişkenden birinin değerinin, diğer değişkenin aldığı değere göre nasıl değiştiği ve bu durumda hangisinin bağımlı hangisinin bağımsız değişken olduğu incelenir.)</p> <p>Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer. (Açıklama: Doğrunun eksenleri hangi noktalarda kestiği, eksenlere paralelliği, orijinden geçip geçmediği durumlar ele alınır.)</p> <p>Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumlarına ait denklem, tablo ve grafiği oluşturur ve yorumlar. (Açıklama: Doğrunun grafiği yorumlanırken doğru üzerindeki noktaların x ve y koordinatları arasındaki ilişki, eksenleri hangi noktalarda kestiği, orijinden geçip geçmediği, eksenlere paralelliği durumları ele alınır.)</p> <p>Doğrunun eğimini modellerle açıklar, doğrusal denklemleri ve grafiklerini eğimle ilişkilendirir. (Açıklama: Eğimin işaretinin ve büyüklüğünün anlamı üzerinde durulur. Günlük hayatla ilişkili modellemelerde eğimin dikey uzunluğun yatay uzunluğa oranı olduğu dikkate alınarak işareti üzerinde durulmaz. Gerektiğinde uygun bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.)</p> <p>Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik içeren günlük hayat durumlarına uygun matematik cümleleri yazar. Örneğin “Anaokuluna en az 3 yaşında olan çocuklar kabul ediliyor.” ifadesinde çocukların yaşı x ile temsil edildiğinde, eşitsizlik $x \geq 3$ olarak belirtilebilir.</p> <p>Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterir. $x \geq -1, -3 \leq t < 7, a < 1$ gibi durumlar incelenir.</p>

Tablo 4.1. (Devam) *MEB ortaöğretim matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler*

8. sınıf	<p>Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözer. (Açıklama: En çok iki işlem gerektiren eşitsizlikler seçilir. Eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir sayı ile çarpılır veya bölünürse eşitsizliğin yön değiştireceğinin fark edilmesine yönelik çalışmalara yer verilir.)</p> <p>Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğunu ilişkilendirir. (Açıklama: Somut modeller kullanılarak yapılacak etkinliklere yer verilebilir. Uygun bilgisayar yazılımları ile üçgen eşitsizliğini anlamaya yönelik çalışmalara yer verilebilir.)</p> <p>Pisagor bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer. (Açıklama: Pisagor bağıntısının gerçek hayat uygulamalarına yönelik çalışmalara yer verilir. Koordinat düzlemi üzerinde verilen iki nokta arasındaki uzaklığı Pisagor bağıntısını kullanarak bulma çalışmalarına yer verilir. İki nokta arasındaki uzaklık formülü verilmez. Kenar uzunlukları verilen bir üçgenin dik üçgen olup olmadığına Pisagor bağıntısını kullanarak karar vermeye yönelik çalışmalar yapılır.)</p>
----------	--

4.1.2. IB matematik dersi öğretim programındaki cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler konusunun ekolojik analizi

IB Orta Yıllar Programlarında (IBO, 2022a; 2022b; 2022c; 2022d; 2022e; 2022f; 2022g; 2022h; 2022j) birinci seviyeden itibaren beş sene boyunca her sene cebir öğrenme alanı yer almaktadır. Yıllık planda her sınıf seviyesinde cebir alanında kazandırılması gereken kazanımlara yer verilmiştir. Çalışmanın bu kısmında, IB MYP sınıf seviyeleri için cebir müfredatı incelenerek konu bağlamında ekolojik analiz yapılacaktır.

MYP matematik yıllık planlarında kazanımlar esasen dört temel kategoride oluşturulmuştur. Bu kategoriler yıllık planda belirtilmiş, sınıf seviyesine göre baz alınan kazanımlar bu kategorilerden seçilmiştir. Aşağıdaki her kategori ve kazanım, her sınıf seviyesinde yer almamaktadır, bağlama ve konuya göre farklı maddeler belirlenmiştir. Çalışmanın ekolojik analizi kapsamında sınıf seviyesine göre hangi maddelerin belirlendiğine de değinilecektir.

Tablo 4.2. *MYP matematik yıllık planındaki cebir konusuna ilişkin genel kazanımlar*

<p>A: Bilme ve anlama</p> <ol style="list-style-type: none">1. Hem tanıdık hem de tanıdık olmayan durumlarda problemleri çözerken uygun matematiği seçer.2. Problemleri çözerken seçilen matematiği başarıyla uygular.3. Çeşitli bağlamlarda problemleri doğru bir şekilde çözer.
<p>B: Örüntüleri araştırma</p> <ol style="list-style-type: none">1. Örüntüleri tanımak için matematiksel problem çözme tekniklerini uygular.2. örüntüleri, bulgularla tutarlı ilişkiler veya genel kurallar olarak tanımlar.3. Örüntünün genellemesinin diğer örnekler için geçerli olup olmadığını doğrular
<p>C: İletişim</p> <ol style="list-style-type: none">1. Hem sözlü hem de yazılı açıklamalarda uygun matematiksel dili (gösterim, semboller ve terminoloji) kullanır.2. Bilgileri sunmak için farklı matematiksel temsil biçimlerini kullanır.3. Farklı matematiksel temsil biçimleri arasında hareket eder.4. Tutarlı matematiksel akıl yürütmeler yapar ve söyler.5. Mantıksal bir yapı kullanarak bilgileri organize eder.

Tablo 4.2. (Devam) *MYP matematik yıllık planındaki cebir konusuna ilişkin genel kazanımlar*

D: Matematiği gerçek yaşam bağlamlarında uygulamak <ol style="list-style-type: none">1. Otantik gerçek yaşam durumlarının ilgili unsurlarını belirler.2. Otantik gerçek yaşam durumlarını çözerken uygun matematiksel stratejileri seçer.3. Bir çözüme ulaşmak için seçilen matematiksel stratejileri başarıyla uygular.4. Bir çözümün doğruluk derecesini açıklar.5. Bir çözümün otantik gerçek yaşam durumu bağlamında anlamlı olup olmadığını açıklar.
--

IB MYP-1 yıllık ders planında (IBO, 2022a) cebir öğrenme alanında öğretilecek kazanımlar dört ayrı kategoriye de kapsamaktadır. Aşağıdaki tabloda MYP-1 seviyesindeki cebir kazanımları yer almaktadır.

Tablo 4.3. *IB MYP-1 matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler*

Sınıf	Konu Sıralaması ve Öğrenme Alanında Cebirsel ifade, Denklem ve Eşitsizliklerle İlgili Kazanımlar
MYP-1	<p>Örüntüler → Cebirsel İfadeler → Eşitlik → Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler <i>Cebir</i></p> <p>A: Bilme ve anlama</p> <ol style="list-style-type: none">1. Hem tanıdık hem de tanıdık olmayan durumlarda problemleri çözerken uygun matematiği seçer.2. Problemleri çözerken seçilen matematiği başarıyla uygular.3. Çeşitli bağlamlarda problemleri doğru bir şekilde çözer. <p>B: Örüntüleri araştırma</p> <ol style="list-style-type: none">1. Örüntüleri tanımak için matematiksel problem çözme tekniklerini uygular.2. örüntüleri, bulgularla tutarlı ilişkiler veya genel kurallar olarak tanımlar.3. Örüntünün genellemesinin diğer örnekler için geçerli olup olmadığını doğrular. <p>C: iletişim</p> <ol style="list-style-type: none">1. Hem sözlü hem de yazılı açıklamalarda uygun matematiksel dili (gösterim, semboller ve terminoloji) kullanır.2. Bilgileri sunmak için farklı matematiksel temsil biçimlerini kullanır.3. Farklı matematiksel temsil biçimleri arasında hareket eder.4. Tutarlı matematiksel akıl yürütmeler yapar ve söyler.5. Mantıksal bir yapı kullanarak bilgileri organize eder. <p>D: Matematiği gerçek yaşam bağlamlarında uygulamak</p> <ol style="list-style-type: none">1. Otantik gerçek yaşam durumlarının ilgili unsurlarını belirler.2. Otantik gerçek yaşam durumlarını çözerken uygun matematiksel stratejileri seçer.3. Bir çözüme ulaşmak için seçilen matematiksel stratejileri başarıyla uygular.4. Bir çözümün doğruluk derecesini açıklar.5. Bir çözümün otantik gerçek yaşam durumu bağlamında anlamlı olup olmadığını açıklar.

IB MYP-2 yıllık ders planında (IBO, 2022b) cebir öğrenme alanında öğretilecek kazanımlar üç ayrı kategoride verilmiştir. Aşağıdaki tabloda (Tablo 4.4) MYP-2 seviyesindeki cebir kazanımları yer almaktadır.

Tablo 4.4. *IB MYP-2 matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler*

Sınıf	Konu Sıralaması ve Öğrenme Alanında Cebirsel ifade, Denklem ve Eşitsizliklerle İlgili Kazanımlar
MYP-2	<p>Cebirsel İfadeler → Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler → Eşitsizlikler <i>Cebir</i></p> <p>A: Bilme ve anlama</p> <ol style="list-style-type: none">1. Hem tanıdık hem de tanıdık olmayan durumlarda problemleri çözerken uygun matematiği seçer.2. Problemleri çözerken seçilen matematiği başarıyla uygular.

Tablo 4.4. (Devam) *IB MYP-2 matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler*

MYP-2	<p>3. Çeşitli bağlamlarda problemleri doğru bir şekilde çözer.</p> <p>B: Örüntüleri araştırma</p> <p>1. Örüntüleri tanımak için matematiksel problem çözme tekniklerini seçer uygular.</p> <p>2. örüntüleri ilişkiler ve bulgularla tutarlı genel kurallar olarak tanımlar.</p> <p>3. İlişkileri ve genel kuralları doğrular ve gerekçelendirir.</p> <p>C: iletişim</p> <p>1. Hem sözlü hem de yazılı açıklamalarda uygun matematiksel dili (gösterim, semboller ve terminoloji) kullanır.</p> <p>2. Bilgileri sunmak için uygun matematiksel temsil biçimlerini kullanır.</p> <p>3. Farklı matematiksel temsil biçimleri arasında hareket eder.</p> <p>4. Tam ve tutarlı matematiksel akıl yürütmeler yapar ve söyler.</p> <p>5. Mantıksal bir yapı kullanarak bilgileri organize eder.</p>
-------	--

IB MYP-3 yıllık ders planında (IBO, 2022c; 2022d) cebir öğrenme alanında öğretilecek kazanımlara ilişkin 2 başlık (doğrusal ilişkiler ve doğrusal denklem sistemleri) ve bu iki başlıkta ele alınan toplam dört ayrı kategoride verilmiştir. Bunlar: “bilme ve anlama, örüntüleri araştırma, iletişim ve matematiği gerçek yaşam bağlamlarında kullanma” olarak verilmiştir. Aşağıdaki tabloda MYP-3 seviyesindeki cebir kazanımları yer almaktadır.

Tablo 4.5. *IB MYP-3 matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler*

Sınıf	Konu Sıralaması ve Öğrenme Alanında Cebirsel ifade, Denklem ve Eşitsizlikler İlgili Kazanımlar
MYP-3	<p>Doğrusal İlişkiler → Doğrusal Denklemler → Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümü → İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümü → Üçüncü Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümü → Doğrusal Denklem Sistemleri</p> <p><i>Cebir</i></p> <p>A: Bilme ve anlama</p> <p>1. Hem tanıdık hem de tanıdık olmayan durumlarda problemleri çözerken uygun matematiği seçer.</p> <p>2. Problemleri çözerken seçilen matematiği başarıyla uygular.</p> <p>3. Çeşitli bağlamlarda problemleri doğru bir şekilde çözer.</p> <p>B: Örüntüleri araştırma</p> <p>1. Örüntüleri tanımak için matematiksel problem çözme tekniklerini uygular.</p> <p>2. örüntüleri, bulgularla tutarlı ilişkiler veya genel kurallar olarak tanımlar.</p> <p>3. Örüntünün genellemesinin diğer örnekler için geçerli olup olmadığını doğrular.</p> <p>C: iletişim</p> <p>1. Hem sözlü hem de yazılı açıklamalarda uygun matematiksel dili (gösterim, semboller ve terminoloji) kullanır.</p> <p>2. Bilgileri sunmak için farklı matematiksel temsil biçimlerini kullanır.</p> <p>3. Farklı matematiksel temsil biçimleri arasında hareket eder.</p> <p>4. Tutarlı matematiksel akıl yürütmeler yapar ve söyler.</p> <p>5. Mantıksal bir yapı kullanarak bilgileri organize eder.</p> <p>D: Matematiği gerçek yaşam bağlamlarında uygulamak</p> <p>1. Otantik gerçek yaşam durumlarının ilgili unsurlarını belirler.</p> <p>2. Otantik gerçek yaşam durumlarını çözerken uygun matematiksel stratejileri seçer.</p> <p>3. Bir çözüme ulaşmak için seçilen matematiksel stratejileri başarıyla uygular.</p> <p>4. Bir çözümün doğruluk derecesini açıklar.</p> <p>5. Bir çözümün otantik gerçek yaşam durumu bağlamında anlamlı olup olmadığını açıklar.</p>

IB MYP-4&5 standart düzey matematik dersi yıllık ders planında (IBO, 2022e; 2022f) cebir öğrenme alanında öğretilecek kazanımlar 4.6 numaralı tabloda gösterilmiştir.

Tablo 4.6. IB MYP-4&5 standart düzey matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler

Sınıf	Konu Sıralaması ve Öğrenme Alanında Cebirsel ifade, Denklem ve Eşitsizliklerle İlgili Kazanımlar
MYP-4&5 Standart düzey	<p>Doğrusal Denklemler → Doğrusal Denklem Sistemleri → İkinci Dereceden Denklemler → Rasyonel Denklemler → Eşitsizlikler → Diziler</p> <p><i>Cebir</i></p> <p>A: Bilme ve anlama</p> <p>3. Çeşitli bağlamlarda problemleri doğru bir şekilde çözer.</p> <p>C: iletişim</p> <p>2. Bilgileri sunmak için farklı matematiksel temsil biçimlerini kullanır.</p> <p>3. Farklı matematiksel temsil biçimleri arasında hareket eder.</p> <p>5. Mantıksal bir yapı kullanarak bilgileri organize eder.</p> <p>D: Matematiği gerçek yaşam bağlamlarında uygulamak</p> <p>1. Otantik gerçek yaşam durumlarının ilgili unsurlarını belirler.</p> <p>2. Otantik gerçek yaşam durumlarını çözerken uygun matematiksel stratejileri seçer.</p> <p>Miktarlar arasındaki ilişkileri temsil etmek için iki veya daha fazla değişken kullanarak denklemler oluşturur; etiketler ve ölçekler ile koordinat eksenlerinde denklemlerin grafiğini çizer.</p> <p>Kısıtlamaları denklemler veya eşitsizlikler ve denklem sistemleri ve/veya eşitsizlikler ile temsil eder ve çözümleri bir modelleme bağlamında uygulanabilir veya uygulanabilir olmayan seçenekler olarak yorumlar.</p> <p>Harflerle temsil edilen katsayılı denklemler de dahil olmak üzere doğrusal denklemleri ve eşitsizlikleri tek bir değişkende çözer.</p> <p>İki değişkenli iki denklemlerli bir sistem verildiğinde, bir denklemi bu denklemin toplamı ve diğerinin bir katı ile değiştirmenin aynı çözümlere sahip bir sistem ürettiğini kanıtlar.</p> <p>İki değişkenli lineer denklem çiftlerine odaklanarak, lineer denklem sistemlerini tam ve yaklaşık olarak (örneğin grafiklerle) çözer.</p> <p>Diziler</p> <p><i>Sayılar</i></p> <p>B: Örüntüleri araştırma</p> <p>1. Örüntüleri tanımak için matematiksel problem çözme tekniklerini uygular.</p> <p>2. örüntüleri, bulgularla tutarlı ilişkiler veya genel kurallar olarak tanımlar.</p> <p>D: Matematiği gerçek yaşam bağlamlarında uygulamak</p> <p>1. Otantik gerçek yaşam durumlarının ilgili unsurlarını belirler.</p> <p>2. Otantik gerçek yaşam durumlarını çözerken uygun matematiksel stratejileri seçer.</p> <p>İki nicelik arasındaki ilişkiyi açıklayan bir fonksiyon yazar.</p> <p>a. Bir bağlamdan hesaplama için açık bir ifade, özyinelemeli bir süreç veya adımlar belirler.</p> <p>b. Aritmetik işlemleri kullanarak standart işlev türlerini birleştirir. Örneğin, azalan bir üstel değere sabit bir fonksiyon ekleyerek bir soğutma gövdesinin sıcaklığını modelleyen bir fonksiyon oluşturur ve bu fonksiyonları modelle ilişkilendirir.</p> <p>c. Kompozisyon fonksiyonları. Örneğin, eğer $T(y)$ yüksekliğin bir fonksiyonu olarak atmosferdeki sıcaklık ise ve $h(t)$ bir hava balonunun zamanın bir fonksiyonu olarak yüksekliği ise, o zaman $T(h(t))$ o andaki sıcaklıktır.</p> <p>Aritmetik ve geometrik dizileri hem özyinelemeli hem de açık bir formülle yazar, durumları modellemek için kullanır ve iki form arasında geçiş yapar.</p>

IB MYP-4&5 ileri düzey matematik yıllık ders planında (IBO, 2022g; 2022h; 2022j) cebir kazanımları yer almaktadır.

Tablo 4.7. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler

Sınıf	Konu Sıralaması ve Öğrenme Alanında Cebirsel ifade, Denklem ve Eşitsizlikler İlgili Kazanımlar
MYP-4&5 ileri düzey	<p>Dağılım Grafikleri → Eşitsizlikler → Diziler</p> <p>Dağılım Grafikleri</p> <p><i>İlişkiler</i></p> <p>D: Matematiği gerçek yaşam bağlamlarında uygulamak</p> <ol style="list-style-type: none">1. Otantik gerçek yaşam durumlarının ilgili unsurlarını belirler.2. Otantik gerçek yaşam durumlarını çözerken uygun matematiksel stratejileri seçer.3. Bir çözüme ulaşmak için seçilen matematiksel stratejileri başarıyla uygular.4. Bir çözümün doğruluk derecesini açıklar.5. Bir çözümün otantik gerçek yaşam durumu bağlamında anlamlı olup olmadığını açıklar. <p>Bir dağılım grafiğinde iki nicel değişken hakkındaki verileri temsil edin ve değişkenlerin nasıl ilişkili olduğunu açıklar.</p> <p><i>a. Verilere bir fonksiyon sığdırır; Veri bağlamındaki sorunları çözmek için verilere uygun işlevleri kullanır. Verilen işlevleri kullanır veya bağlam tarafından önerilen bir işlevi seçer. Doğrusal ve üstel modelleri vurgular.</i></p> <p><i>b. Artıkları çizerek ve analiz ederek bir fonksiyonun uygunluğunu gayri resmi olarak değerlendirir.</i></p> <p><i>c. Doğrusal bir ilişki öneren bir dağılım grafiği için doğrusal bir işlev takar.</i></p> <p>Örnek anketler, deneyler ve gözlemsel çalışmaların amaçlarını ve aralarındaki farklılıkları tanıyarak; Randomizasyonun her biri ile nasıl ilişkili olduğunu açıklar.</p> <p>Normal dağılıma uydurmak ve nüfus yüzdelerini tahmin etmek için bir veri setinin ortalamasını ve standart sapmasını kullanır. Böyle bir prosedürün uygun olmadığı veri kümeleri olduğunu kabul eder. Normal eğrinin altındaki alanları tahmin etmek için hesaplayıcıları, elektronik tabloları ve tabloları kullanır.</p> <p>Nüfus hakkında çıkarımlar yapmak için bir süreç olarak istatistikleri anlar.</p> <p>Eşitsizlikler</p> <p>Cebir</p> <p>A: Bilme ve anlama</p> <ol style="list-style-type: none">3. Çeşitli bağlamlarda problemleri doğru bir şekilde çözer. <p>C: İletişim</p> <ol style="list-style-type: none">2. Bilgileri sunmak için farklı matematiksel temsil biçimlerini kullanır.3. Farklı matematiksel temsil biçimleri arasında hareket eder.5. Mantıksal bir yapı kullanarak bilgileri organize eder. <p>D: Matematiği gerçek yaşam bağlamlarında uygulamak</p> <ol style="list-style-type: none">1. Otantik gerçek yaşam durumlarının ilgili unsurlarını belirler.2. Otantik gerçek yaşam durumlarını çözerken uygun matematiksel stratejileri seçer.3. Bir çözüme ulaşmak için seçilen matematiksel stratejileri başarıyla uygular. <p>Miktarlar arasındaki ilişkileri temsil etmek için iki veya daha fazla değişkende denklemler oluşturur; etiketler ve ölçekler ile koordinat eksenlerinde denklemlerin grafiklerini çizer.</p> <p>Kısıtlamaları denklemler veya eşitsizlikler ve denklem sistemleri ve/veya eşitsizlikler ile temsil eder ve çözümleri bir modelleme bağlamında uygulanabilir veya uygulanabilir olmayan seçenekler olarak yorumlar.</p> <p>Harflerle temsil edilen katsayılı denklemler de dahil olmak üzere doğrusal denklemleri ve eşitsizlikleri tek bir değişkende çözer.</p> <p>İki değişkenli iki denklemlilik bir sistem verildiğinde, bir denklemi bu denklemin toplamı ve diğerinin bir katı ile değiştirilmenin aynı çözümlere sahip bir sistem ürettiğini kanıtlar.</p> <p>İki değişkenli lineer denklem çiftlerine odaklanarak, lineer denklem sistemlerini tam ve yaklaşık olarak (örneğin grafiklerle) çözer.</p> <p>Tek bir değişkende denklemler ve eşitsizlikler oluşturur ve bunları problem çözmek için kullanır.</p> <p>Doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonlardan kaynaklanan denklemleri ve basit rasyonel, mutlak ve üstel fonksiyonları içerir.</p> <p>Diziler</p> <p><i>Sayılar</i></p> <p>B: Örüntüleri araştırma</p> <ol style="list-style-type: none">1. Örüntüleri tanımak için matematiksel problem çözme tekniklerini uygular.2. Örüntüleri, bulgularla tutarlı ilişkiler veya genel kurallar olarak tanımlar.

Tablo 4.7. (Devam) *IB MYP-4&5 ileri düzey matematik dersi öğretim programında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler*

MYP-4&5 ileri düzey	<p>D: Matematiği gerçek yaşam bağlamlarında uygulamak</p> <p>1. Otantik gerçek yaşam durumlarının ilgili unsurlarını belirler.</p> <p>2. Otantik gerçek yaşam durumlarını çözerken uygun matematiksel stratejileri seçer.</p> <p>İki nicelik arasındaki ilişkiyi açıklayan bir fonksiyon yazar.</p> <p>a. Bir bağlamdan hesaplama için açık bir ifade, özyinelemeli bir süreç veya adımlar belirler.</p> <p>b. Aritmetik işlemleri kullanarak standart işlev türlerini birleştirir. Örneğin, azalan bir üstel değere sabit bir fonksiyon ekleyerek bir soğutma gövdesinin sıcaklığını modelleyen bir fonksiyon oluşturur ve bu fonksiyonları modelle ilişkilendirir.</p> <p>c. Kompozisyon fonksiyonları yazar. Örneğin, eğer $T(y)$ yüksekliğin bir fonksiyonu olarak atmosferdeki sıcaklık ise ve $h(t)$ bir hava balonunun zamanın bir fonksiyonu olarak yüksekliği ise, o zaman $T(h(t))$ o andaki sıcaklıktır.</p> <p>Aritmetik ve geometrik dizileri hem özyinelemeli hem de açık bir formülle yazar, durumları modellemek için kullanır ve iki form arasında geçiş yapar.</p> <p>Sonlu bir geometrik serinin (ortak oran 1 olmadığında) toplamı için formül türetir ve problemleri çözmek için formülü kullanır.</p>
---------------------	---

Örüntüler konusu, IB MYP müfredatında cebire ve cebirsel ifadelere giriş şeklinde, MYP-1 seviyesinde verilmektedir. MYP-1 seviyesinde öğrencilere örüntülerin genel kurallarını yazmaktan bahsedilerek, sonraki konu olan cebirsel ifadelere geçiş yapılmaktadır. Daha sonraki seviyelerde örüntüler konusu verilmemekte; örüntüler konusu ile ilişkilendirilerek 4 ve 5. yıllarda hem standart hem de ileri düzeylerde diziler konusuna değinilmektedir. Diziler, cebirsel bağlamda ele alınmadığı için çalışma kapsamında detaylı yer almayacaktır.

MYP-1 seviyesinde örüntüler konusunun hemen ardından yer alan cebirsel ifadeler, müfredatta 2. Seviyede de verilmektedir. Diğer seviyelerde cebirsel ifadeler konu olarak ele alınmamaktadır. Eşitlik kavramı da yalnızca MYP-1 seviyesinde anlatılmakta ve kitapta eşitliğin korunumu ilkesi vurgulanmaktadır.

Denklemler konusu 1. Seviyeden 4&5 standart seviyeye kadar her düzeyde anlatılmakta, 4&5 ileri düzey müfredatında yer almamaktadır. Öğrencilere 1 ve 2. seviyelerde sadece birinci dereceden denklemlerden bahsedilirken; 3. Seviyede birinci dereceden denklemlerin yanı sıra ikinci ve üçüncü dereceden denklemlere değinilmektedir. 3. seviyede ayrıca ilk defa doğrusal ilişki, doğrusal denklemler ve doğrusal denklem sistemleri öğretilmektedir. IB orta yıllar programı bünyesinde eğitim gören öğrenciler, 4&5 standart düzeyde doğrusal denklemler ve doğrusal denklem sistemlerini işlemekte; aynı zamanda ikinci dereceden denklemler ve rasyonel denklemleri görmektedir.

Eşitsizlik konusu; MYP-2, 4&5 standart düzey ve 4&5 ileri düzeylerde verilmektedir. Öğrenciler 2. Seviyede eşitsizlikler konusunu ilk defa gördükten sonra 3. Seviyede eşitsizlikler konusuna dair bir başlık işlememektedir. Eşitsizlikler konusunun ileri düzey müfredatında cebir öğrenme alanına dair yer alan tek konu olması dikkat çekmektedir. MYP-4&5 ileri düzey

matematik müfredatında diziler ve dağılım grafikleri de yer almakta ancak bu konular cebirsel anlamda ele alınmadığı; ancak cebir öğrenme alanına dair kazanımlarla ilişkilendirilerek verildiği için ekolojik analizde bahsedilmiştir. Araştırma konusu kapsamında olmadığı ve doğrudan cebir öğrenme alanında verilmediği için çalışmada bu başlıklarla ilgili daha detaylı inceleme yapılmamıştır.

4.2. IB Ortaokul Kitaplarında Cebirsel İfadeler, Denklemler ve Eşitsizlikler Konuları ile İlgili Prakseolojik Analiz Bulguları

Bu başlık altında, IB Orta Yıllar (MYP) matematik ders kitabındaki cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlikler konularının prakseolojik analizi yapılacaktır. Analiz kapsamında önce görev tipleri, teknikler ve matematiksel organizasyonlar belirlenecektir. Daha sonrasında görev ve teknikler doğrultusunda teknoloji ve teori bileşenleri tespit edilecektir.

4.2.1. IB MYP-1 matematik ders kitabının prakseolojisi

IB MYP-1 matematik ders kitabında örüntüler, cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklemler konuları için görev tipleri belirlenmiş ve bu görevlerin prakseolojisi incelenerek görevlerin nasıl oluştuğu, öğrencilere kitapta hangi sıklıkta verildiği, çözümünde hangi tekniklerin kullanıldığı, bu tekniklerin hangi teknoloji ve teorilere dayandığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Kitapta çalışma kapsamındaki konular, 3. ünite olan “Cebirsel ifadeler ve denklemler: Doğadaki örüntüler” ünitesinde verilmektedir. Ünite girişinde, anahtar kavram “mantık”, diğer ilişkili kavramlar ise “genellemeler”, “modeller” ve “örüntüler” olarak belirlenmiştir (s.86). MYP-1 seviyesinde öğrencilere cebirsel ifadeler ve denklemler konuları öğretilmektedir.

IB MYP-1 kitabında konu ile ilgili toplam 300 görev verilmektedir. Bu görevlerden 10 tanesi çözümlü, 290 tanesi ise çözümsüzdür. Çözümlü ve çözümsüz görevlerin sayıca dağılımı aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 4.8. *IB MYP-1 kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler*

Görevler	Frekans (f)
Çözümlü Görevler	10
Çözümsüz Görevler	290
Toplam	300

IB MYP-1 kitabında cebirsel ifade ve denklemler konusunda yapılan prakseolojik analiz sonucunda matematiksel organizasyon içinde toplam 300 görev, 4 görev tipi için 11 adet tekniğin kullanıldığı ya da önerildiği görülmektedir. Matematiksel organizasyonların görev tipi ve teknik sayısı doğrultusunda dağılımları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.9. IB MYP-1 matematik ders kitabında cebirsel ifade ve denklemler konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları

Matematiksel Organizasyon (MO)	Görev	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Örüntüler	139	6	5
Cebirsel İfadeler	67	4	4
Eşitlik ve Denklemler	94	2	3

4.2.1.1. IB MYP-1 matematik ders kitabındaki örüntülerin (MO_1) prakseolojik yapısı

MYP-1 kitabında örüntüler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 6 görev tipinde toplam 139 görev verilmektedir. Kitapta örüntüler konusundaki görevlerden yalnızca 3 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.10. IB MYP-1 kitabında MO_1 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T ₁ . Örüntüyü belirleme ve kullanma	T _{1.1} . Şekil örüntüsünün tekrar eden elemanlarını bulma	10	7,19
	T _{1.2} . Sayı örüntüsünü tespit etme	7	5,03
	T _{1.3} . Sayı örüntüsünde verilmeyen terimi bulma	47	33,81
	T _{1.4} . Verilen sayı örüntüsünün doğrusal olup olmadığını tespit etme	37	23,02
	T _{1.5} . Sayı örüntüsünü $n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a+n$ şeklinde genelleme	6	26,61
	T _{1.6} . Örüntüye ait ait girdi-çıkı tablosu oluşturma	14	4,31
TOPLAM	6	139	100

MYP-1 matematik ders kitabında T₁ görev tipi kapsamında öğrenciye sunulan üç çözümlü görevin T_{1.3} ve T_{1.5} alt görev tiplerinde olduğu görülmektedir. Kitapta örüntü matematiksel organizasyonu kapsamında 6 alt görev tipinden yalnızca üç tanesi için çözümlü görevin bulunması dikkat çekmektedir.

Example 1

Q Find the next term in the sequence that begins 1, 5, 9, 13, and generalize the pattern using a mathematical expression.

A

The numbers go up by 4 each time.

Since this linear pattern adds 4 to each term, the fifth term would be 17.

The general pattern is $n + 4$, where n is the previous term.

Şekil 4.1. IB MYP-1 matematik ders kitabında T₁ ve T₅ görev tipine ve τ_2 tekniğine ilişkin örnek (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s. 95)

Yukarıdaki şekilde MYP-1 ders kitabında T_1 görev tipine ilişkin çözümlü iki görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bir örnek kapsamında iki adet görevin istendiği görülmektedir; öğrencilerden sayı örüntüsünde verilmeyen terimi bulmaları ($T_{1.3}$) ve örüntü kuralını genellemeleri ($T_{1.5}$) beklenmektedir.

İlk aşamada soruda verilen 1, 5, 9, 13 terimleri arasındaki ilişki incelenmiş “her defasında sayıların 4 artış” gösterdiği hem sözel hem de şekil üzerinden açıklanmıştır. İkinci aşamada ise “Her terime 4 eklenen bu lineer örüntüye göre 5. Terim 17 olmalıdır” açıklaması yapılarak şekil ile de 5. Terim örüntüye eklenmiştir. Son aşamada ise örüntünün “n bir önceki terim olmak üzere, genel örüntü $n+4$ ” dır genellemesi verilmiştir.

Bu görevlerden $T_{1.5}$ için kitapta yer alan prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T: Örüntüyü belirleme ve kullanma

$T_{1.5}$: Sayı örüntüsünü $n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $an+b$ şeklinde genelleme

τ_2 : Ardışık terimler arasındaki artış oranlarını inceleme (yinelemeli ilişki stratejisi)

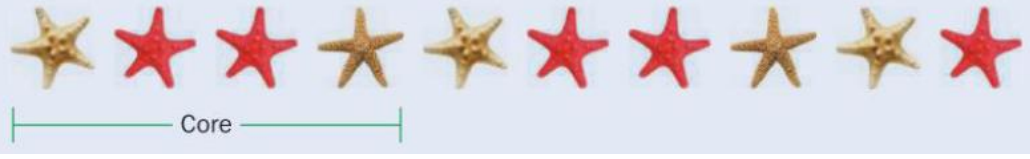
IB MYP-1 matematik ders kitabının örüntüler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.11. IB MYP-1 matematik ders kitabında MO_1 'in prakseolojik yapısı (T; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO_1 . Örüntüler
Görev Tipi (T)	T_1 . Örüntüyü belirleme ve kullanma
Alt Görev Tipleri	$T_{1.1}$. Şekil örüntüsünün tekrar eden elemanlarını bulma
	$T_{1.2}$. Sayı örüntüsünü tespit etme
	$T_{1.3}$. Sayı örüntüsünde verilmeyen terimi bulma
	$T_{1.4}$. Verilen sayı örüntüsünün doğrusal olup olmadığını tespit etme
	$T_{1.5}$. Sayı örüntüsünü $n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $an+b$ şeklinde genelleme
	$T_{1.6}$. Örüntüye ait ait girdi-çıkı tablosu oluşturma
Teknik (τ)	τ_1 . Örüntüde tekrar eden şekilleri inceleme
	τ_2 . Terimler arasındaki artış oranlarını inceleme
	τ_3 . Örüntüyü devam ettirme
	τ_4 . Örüntü genel kuralında yerine koyma
	τ_5 . İki sütunlu girdi-çıkı tablosu oluşturma

MYP-1 kitabı kapsamında T_1 görev tipindeki görevleri gerçekleştirirken öğrencilere 5 tane teknik verilmiştir. MYP-1 matematik ders kitabında τ_1 tekniği aşağıdaki şekilde verilmiştir:

A *pattern* is a set of items or numbers that follow a predictable rule. The *core* of a pattern is the part of the pattern that keeps repeating over and over.



Şekil 4.2. MYP-1 matematik ders kitabında τ_1 tekniğine ilişkin örnek (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s. 111)

MYP-1 kitabındaki τ_1 tekniği, örüntüde tekrar eden elemanları bulmak için örüntüde tekrar eden şekilleri incelenmesi gerektiğini belirtir. Şekilde görüldüğü üzere bu teknik kitapta “Örüntü, tahmin edilebilir bir kuralı izleyen bir dizi öge veya sayıdır. Bir örüntünün özü, örüntünün sürekli tekrar eden kısmıdır.” ifadeleriyle açıklanarak sunulmuştur (s. 111).

MYP-1 matematik ders kitabında τ_2 tekniği terimler arasındaki artış oranlarını incelemeyi; τ_3 tekniği örüntüyü devam ettirmeyi belirtir. Kitapta bu teknikler, örüntü tanımında açıklanarak sunulmuştur. İlgili tekniklere ilişkin açıklama aşağıdaki verilmiştir (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s. 91):

Bir örüntüyü tanımak ve onu tarif edebilmek matematikte çok önemli iki beceridir. Bir örüntüyü kelimeler ve hatta matematiksel semboller kullanarak tanımlayabilirsiniz; matematikçiler buna "bir örüntünün geliştirilmesi" derler. Açıklamanızda spesifik olmak daha iyidir, bu nedenle 'sayılar büyür' demek yerine 'sayılar her seferinde 2 artar' gibi bir şey söylemeye çalışın. Bir örüntüyü geliştirdiğinizde, sayıların birbiriyle nasıl ilişkili olduğu konusunda çok kesin olmaya çalışın. Örneğin, terimler arasındaki fark her zaman aynı olduğunda buna doğrusal örüntü denir.

Kitaptaki τ_4 ve τ_5 teknikleri ise bir örnek çözüm üzerinde açıklanmıştır, a şikkının çözümü τ_5 , b ve c şıklarının çözümü τ_4 tekniklerine karşılık gelmektedir (Şekil 4.3).

Example 2

Q Here is the beginning of a sequence.

2, 4, 6, 8, 10, ...

- Find the pattern rule based on the position of the term in the sequence.
- Determine the 12th term of the sequence, without writing more terms.
- Determine the 150th term of the sequence.

A

Term position (p)	1	2	3	4	5
Term (t)	2	4	6	8	10

The pattern rule is $t = 2p$, where t is the term and p is its position in the sequence.

b $t = 2p$
 $= 2 \times 12$
 $= 24$

The 12th term is 24.

c $t = 2 \times 150$
 $= 300$

The 150th term is 300.

Draw a table that includes the term positions and the terms.

You could use any letters that you like.

To find the 12th term, substitute 12 into your rule.

To find the 150th term, substitute 150 into the rule.

Şekil 4.3. MYP-1 matematik ders kitabında τ_4 (b ve c şıklarının çözümü) ve τ_5 (a şıkkının çözümü) tekniklerine ilişkin örnek (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s. 98)

Verilen örnekte a şıkkında 2, 4, 6, 8, 10 şeklinde devam eden örüntünün genel kuralının bulunması görevi verilmiştir. Bu görevin çözümünde τ_5 tekniği ile, örüntünün adımı ve o adımdaki değerini gösteren iki sütunlu bir girdi-çıkı tablosu oluşturularak örüntünün adımı ile terimleri arasındaki ilişkinin incelendiği görülmektedir. Bu tablodan sonra, her adımdaki terimin, adım sayısının iki katı olduğu görülmüştür. Adım ve adımdaki değer arasındaki bu ilişki, harflerle sembolize edilmiştir. Adım “p”, terim “t” harfi ile gösterilerek, örüntünün genel kuralı $t=2p$ şeklinde belirlenmiş ve yazılmıştır.

Örnekteki b şıkkında, 2, 4, 6, 8, 10 şeklinde devam eden bir örüntünün 12. Adımındaki teriminin bulunması görevi verilmektedir. Bu görevin çözümü için τ_4 tekniği kullanılmıştır. Örüntünün kuralı $t=2p$ olarak bulunmuşken, örüntü kuralında 12. Adımı bulmak için adımı sembolize eden “p” harfi yerine 12 yazılmıştır. Bu durumda $t=12 \cdot 2$, yani $t=24$ bulunur. O halde örüntüde verilmeyen 12. Adımdaki terim (t) 24 olarak elde edilmiştir.

IB MYP-1 matematik ders kitabında örüntüler alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.12. IB MYP-1 matematik ders kitabında MO1 'de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Örüntüler	T _{1.1}	τ_1
	T _{1.2}	τ_2
	T _{1.3}	τ_3 ve τ_4
	T _{1.4}	τ_2
	T _{1.5}	τ_2 ve τ_5
	T _{1.6}	τ_5
Toplam	139	5

4.2.1.2. IB MYP-1 matematik ders kitabındaki cebirsel ifadelerin (MO₂) prakseolojik yapısı

MYP-1 kitabında cebirsel ifadeler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 1 görev tipi, 4 alt görev tipi ve bu görev tiplerinden toplam 67 görev verilmektedir. Kitapta cebirsel ifadeler konusundaki görevlerden hiçbiri çözümlü olarak sunulmamıştır. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.13. IB MYP-1 kitabında MO₂ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T ₂ . Cebirsel ifadeyi tanımlama ve özelliklerini bilme	T _{2.1} . Matematik işlemlerini matematik diliyle ifade etme	1	1,49
	T _{2.2} . Sözel ifadeleri cebirsel ifade şeklinde yazma	24	35,82
	T _{2.3} . Cebirsel ifadeleri uygun matematik diliyle ifade etme	15	22,38
	T _{2.4} . Cebirsel ifadenin değerini bulma	27	40,29
TOPLAM	4	67	100

MYP-1 ders kitabında cebirsel ifadeler matematik organizasyonunda yer alan T₂ görev tipine ilişkin çözümlü bir örnek bulunmamaktadır. Şekil 4.4'te öğrenciye kullanacağı teknik, görev istenirken belirtilmektedir. Bu nedenle prakseolojik yapı Şekil 4.4'te verilen görev üzerinden incelenip oluşturulmuştur.

Verilen şekilde (Şekil 4.4), Alıştırma 4'ün 1. Sorusunda “İfadenin değerini bulmak için verilen sayıyı her ifadede yerine koyun.” (s. 99) açıklaması yapılarak cebirsel ifadenin bilinmeyene göre değerini bulma görevi verilmiştir. Örneğin a şikkında, $x+7$ ifadesinin, x 'in 3 olması durumuna göre değerinin bulunması istenmiştir. Bu görev verilirken, sayıyı bilinmeyen yerine koyma metodunun kullanılması istenmektedir. Böylece, teknik yerine koyma metodu olarak belirlenmiştir. Bu görevdeki prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T₂: Cebirsel ifadeyi tanımlama ve özelliklerini bilme

T_{2.4}: Cebirsel ifadenin değerini bulma

τ₉: yerine koyma metodunu kullanma

Practice 4

1 Substitute the given number into each expression to find the value of the expression.

a $x + 7$, when $x = 3$

b $5a$, when $a = 12$

c $c - 10$, when $c = 23$

d $9e$, when $e = 4$

e $\frac{y}{6}$, when $y = 42$

f $\frac{g}{2} + 13$, when $g = 8$

g $6w - 1$, when $w = 11$

h $4x - 2$, when $x = 15$

i $2e + 9$, when $e = 4$

j $15 + \frac{z}{8}$, when $z = 64$

k $12 + 7b$, when $b = 9$

l $4x - 2$, when $x = \frac{1}{2}$

m $\frac{f}{4} + \frac{1}{2}$, when $f = 2$

n $\frac{m+7}{2}$, when $m = 19$

Şekil 4.4. IB MYP-1 matematik ders kitabında T₂ görev tipine ilişkin örnek (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s.99)

IB MYP-1 matematik ders kitabının cebirsel ifadeler alt başlığına ilişkin pratikolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.14. IB MYP-1 matematik ders kitabında MO₂'nin pratikolojik yapısı (T; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO ₂ . Cebirsel İfadeler
Görev Tipi (T)	T ₂ . Cebirsel ifadeyi tanımlama ve özelliklerini bilme
Alt Görev Tipleri	T _{2.1} . Matematik işlemlerini matematik diliyle ifade etme
	T _{2.2} . Sözel ifadeleri cebirsel ifade şeklinde yazma
	T _{2.3} . Cebirsel ifadeleri uygun matematik diliyle ifade etme
	T _{2.4} . Cebirsel ifadenin değerini bulma
Teknik (τ)	τ ₆ . Matematik işlemlerini fazlası/eksiği/katı/.vs. şeklinde ifade etme
	τ ₇ . Matematik diliyle verilen ifadeyi cebirsel olarak yazma
	τ ₈ . Cebirsel ifadeyi matematik diline uygun olarak ifade etme
	τ ₉ . Yerine koyma metodunu kullanma

MYP-1 kitabı kapsamında öğrencilerden T₂ görev tipindeki görevleri gerçekleştirmek için 4 farklı teknik sunulmaktadır. Kitapta verilen τ₆, τ₇, τ₈ ve τ₉ tekniklerine ilişkin aşağıdaki kısım örnek verilebilir (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s. 94):

Bir cebirsel ifade, değişkenlerden (tipik olarak harfler), sayılardan ve işlemlerden oluşur. Cebirsel ifadelere örnekler: “ $4y + 10n \div 23w + 5$ ”. Cebirsel harfler kullanılırken, x harfiyle karıştırılmaması için çarpma sembolü \times genellikle kullanılmaz. Çarpmayı tanımlamak için, sadece bir sayı ve bir harf yazıp ilk sayıyı işlem sembolü olmadan (örneğin $3w$) yazmanız yeterlidir. Bölme sembolü (\div) yerine bir kesir çubuğu kullanılır. Bazı cebirsel ifadeler ve anlamları şunlardır: “ $y+7$, bir sayının yedi fazlası; $3m$, bir sayının üç katı; $k/6 + 2$, bir sayının altıda birinin iki fazlası...”

Tablo 4.15. IB MYP-1 matematik ders kitabında MO₂'de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Örüntüler	T _{2.1}	τ ₆
	T _{2.2}	τ ₇
	T _{2.3}	τ ₈
	T _{2.4}	τ ₉
Toplam	4	4

4.2.1.3. IB MYP-1 matematik ders kitabındaki eşitlik ve denklemlerin (MO₃) prakseolojik yapısı

MYP-1 kitabında eşitlik ve denklemler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 2 görev tipi ve bu görev tiplerinden toplam 94 görev verilmektedir. Kitapta eşitlik ve denklemler konusundaki görevlerden 8 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.16. IB MYP-1 kitabında MO₃ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T ₃ . a,b,c ∈ ℝ olmak üzere ax+b=c şeklinde denklem kurma	10	10,63
T ₄ . a,b,c ∈ ℝ olmak üzere ax+b=c şeklindeki birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	84	89,36
TOPLAM 2	94	100

Example 3

Q Solve the following equations.

a $m + 7 = 10$ **b** $5k = 20$ **c** $\frac{p}{10} = 4$

A

a $m + 7 = 10$
 $m = 3$

b $5k = 20$
 $k = 4$

c $\frac{p}{10} = 4$
 $p = 40$

If a number plus 7 equals 10, then that number is 3. Notice that this is the same thing as $10 - 7$.

5 times a number is 20, thus the number is 4.

Since p divided by 10 is 4, then $p = 40$ (because $40 \div 10 = 4$).

Şekil 4.5. IB MYP-1 matematik ders kitabında T₄ görev tipine ilişkin örnek (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s.107)

Yukarıdaki şekilde MYP-1 ders kitabında T₄ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciden, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulması istenmektedir. Verilen denklemler $x+a=b$, $ax=b$ ve $x/a=b$ şeklindedir. Yapılan çözümlerin yanında ilk örnek için eğer bir x sayının a fazlası b ye

eşitse x 'in $b-a$ olacağı belirtilirken son örnek için sonucun sağlamasına dayanan bir açıklama yapılmıştır. Bu görevdeki prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_4 : $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=c$ şeklindeki birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_{10} : Eşitliği sözel olarak okuyarak ters işlem uygulama ($b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x+b=c$ şeklindeki denklemde, “ b ile hangi sayıyı toplarsak sonuç c olur?” şeklinde düşünme)

IB MYP-1 matematik ders kitabının eşitlik ve denklem alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.17. *IB MYP-1 matematik ders kitabında MO_3 'ün prakseolojik yapısı (T ; τ)*

Matematiksel Organizasyon	MO_3 . Eşitlik ve Denklem
Görev Tipi (T)	T_3 . $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=c$ şeklinde denklem kurma T_4 . $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=c$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ_4 . Örüntü kuralını kullanma τ_{10} . Eşitliği sözel olarak okuyarak ters işlem uygulama ($b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x+b=c$ şeklindeki denklemde, “ b ile hangi sayıyı toplarsak sonuç c olur?” şeklinde düşünme) τ_{11} . Eşitliğin her iki tarafında aynı işlemi yaparak bilinmeyeni yalnız bırakma

MYP-1 kitabı kapsamında öğrencilerden T_3 görev tipindeki görevleri gerçekleştirirken bir, T_4 görev tipindeki görevleri gerçekleştirirken iki farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Kitapta bu görev tiplerini yapabilmeleri için öğrencilere sunulan teknikler toplamda üç adettir. Bu tekniklerden τ_{11} 'in veriliş şekli aşağıda gösterilmiştir. Bu teknikte, $ax+b=c$ ve $x/a-b=c$ formundaki iki denklem çözümü için ilk örnekte eşitliğin iki yanına $-b$ ekleyip sonucu a ya bölmeyi, ikinci örnek üzerinden de eşitliğin her iki yanına b ekleyip a ile çarpma işlemi verilmektedir (Şekil 4.6).

Example 4

Q Solve the following equations.

a $5x + 13 = 28$

b $\frac{w}{3} - 7 = 12$

A **a** $5x + 13 = 28$
 $5x + 13 - 13 = 28 - 13$
 $5x = 15$
 $\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$
 $\Rightarrow x = 3$

Subtract 13 from each side. The equation is still balanced.

Divide each side by 5.

b $\frac{w}{3} - 7 = 12$

$$\frac{w}{3} - 7 + 7 = 12 + 7$$

$$\frac{w}{3} = 19$$

$$\frac{w}{3} \times 3 = 19 \times 3$$

$$w = 57$$

Add 7 to both sides.

Multiply both sides by 3.

Şekil 4.6. MYP-1 standart düzey matematik ders kitabında τ_{11} tekniğine ilişkin örnek (MYP-1 Matematik Ders Kitabı, s. 107)

Şekilde 4.6'da görüldüğü üzere, τ_{11} tekniği verilen eşitliklerin çözümü görevini içeren bir örnekte açıklanmıştır. Örneğin a şikkında, $5x+13=28$ eşitliğini çözme görevini gerçekleştirirken önce eşitsizlikteki her iki taraftan 13 çıkarılarak $5x=28$ eşitliği, ardından her iki taraf bilinmeyen katsayısına, yani 5'e bölünerek $x=3$ elde edilmiş ve çözüme ulaşılmıştır.

Tablo 4.18. IB MYP-1 matematik ders kitabında MO_3 'te (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Eşitlik ve Denklem	T_3	τ_4
	T_4	τ_{10} ve τ_{11}
Toplam	2	3

4.2.2. IB MYP-2 matematik ders kitabının prakseolojisi

IB MYP-2 matematik ders kitabında cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklemler ile eşitsizlikler konuları için görev tipleri belirlenmiş ve bu görevlerin prakseolojisi incelenerek görevlerin nasıl oluştuğu, öğrencilere kitapta hangi sıklıkta verildiği, çözümünde hangi tekniklerin kullanıldığı, bu tekniklerin hangi teknoloji ve teorilere dayandığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Kitapta çalışma kapsamındaki konular, 3. ünite olan “Cebirsel ifadeler ve denklemler: Bulmacalar ve püf noktaları” ünitesinde verilmektedir. Ünite girişinde, anahtar kavram “form”, diğer ilişkili kavramlar ise “sadeleştirme” ve “denklik” olarak belirlenmiştir (s.140). MYP-2 seviyesinde öğrencilere cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler konuları öğretilmektedir. Kitapta konu ile ilgili toplam 298 görev verilmektedir. Bu görevlerden 14 tanesi çözümlü, 284 tanesi ise çözümsüzdür. Çözümlü ve çözümsüz görevlerin sayıca dağılımı aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 4.19. *IB MYP-2 kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler*

Görevler	Frekans (f)
Çözümlü Görevler	16
Çözümsüz Görevler	284
Toplam	300

IB MYP-2 kitabında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler konusunda yapılan prakseolojik analiz sonucunda matematiksel organizasyon içinde toplam 307 görev, 11 görev tipi için 15 adet tekniğin kullanıldığı ya da önerildiği görülmektedir. Matematiksel organizasyonların görev tipi ve teknik sayısı doğrultusunda dağılımları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.20. *IB MYP-2 matematik ders kitabında cebirsel ifade, denklem ve eşitsizlikler konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları*

Matematiksel Organizasyon (MO)	Görev	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Cebirsel İfadeler	168	3	6
Denklemler	75	6	5
Eşitsizlikler	64	2	4

4.2.2.1. IB MYP-2 matematik ders kitabında cebirsel ifadelerin (MO₁) prakseolojik yapısı

MYP-2 kitabında cebirsel ifadeler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 3 görev tipi, bu görev tiplerinden toplam 168 görev verilmektedir. Kitapta cebirsel ifadeler konusundaki görevlerden yalnızca 4 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

MYP-2 matematik ders kitabında T₁ ve T₂ görev tipleri kapsamında öğrenciye sunulan 4 çözümlü görevin 2 tanesinin T_{1.5}, ve diğer ikisinin T_{2.1} ile T_{2.2} görev tiplerinde olduğu görülmektedir. Kitapta T₃ görev tipine ilişkin hiçbir çözümlü örnek verilmemiştir. Cebirsel İfadeler matematiksel organizasyonu kapsamında 11 alt görev tipinden yalnızca 3 tanesi için çözümlü görevin bulunması dikkat çekmektedir.

Tablo 4.21. IB MYP-2 kitabında MO_1 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T1. Cebirsel ifadeyi tanımlama ve özelliklerini bilme	T1.1. Cebirsel ifadeye ait terim, terim sayısı, sabit terim, benzer terim, katsayı ve dereceleri belirleyerek sınıflandırma	24	14,29
	T1.2. İstenen özelliklere sahip (monomial, binomial, trinomial, polinomial; constant, linear, quadratic, cubic, quartic ve quintic) cebirsel ifadeler yazma	13	7,74
	T1.3. Cebirsel ifadeyi $ax^6+bx^5+cx^4+dx^3+ex^2+fx^1+cx^0$ olacak şekilde standart formda yazma	34	20,24
	T1.4. Benzer terimleri tespit etme	4	2,38
	T1.5. Cebirsel ifadenin en sade halini yazma	29	17,26
	T1.6. Duruma uygun cebirsel ifade yazma	39	23,21
	T1.7. Cebirsel ifadeye uygun durum yazma	4	2,38
T2. Cebirsel ifadelerle işlem yapma	T2.1. $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(ax+by)$ ifadesini c skaleri ile çarpma	8	4,76
	T2.2. $a,b,c,d,m,n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $m.(ax+by)$ ve $n.(cx+dy)$ şeklindeki cebirsel ifadeleri toplama ve çıkarma	9	5,36
T3. Cebirsel ifadenin değerini hesaplama	T3.1. Cebirsel ifadedeki bilinmeyen yerine sayı koyma	2	1,19
	T3.2. Cebirsel ifadedeki bilinmeyen yerine bir cebirsel ifade koyma	2	1,19
TOPLAM	11	168	100

Example 1

Q Simplify the following expressions.

a $n+n+1+n+2+n+7+n+8+n+9+n+14+n+15+n+16$

b $6x+5x^2-2-8x+x^2+10$

A **a** $n+n+1+n+2+n+7+n+8+n+9+n+14+n+15+n+16$

$= 9n+72$

b $6x+5x^2-2-8x+x^2+10$

$6x^2-2x+8$

Determine which terms are like terms (highlighted).

Combine like terms by adding/subtracting their coefficients.

Determine which terms are like terms (highlighted).

Combine like terms by adding/subtracting their coefficients. Be sure to write your answer in standard form.

Şekil 4.7. IB MYP-2 matematik ders kitabında T_1 görev tipine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s.149)

Yukarıdaki şekilde MYP-2 ders kitabında T_1 görev tipine ilişkin çözümlü iki görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bir örnek kapsamında farklı sıklarda iki adet görevin istendiği, bu görevlerden ikisinin de aynı görev tipinde olduğu ($T_{1.4}$) görülmektedir. Verilen örnekte a şıkkında $n+n+1+n+2+n+7+n+8+n+9+n+14+n+15+n+16$

ifadesinin; b şıkkında $6x+5x^2-2-8x+x^2+10$ ifadesinin sadeleştirilmesi istenmektedir. Bu iki görevlerin çözümünde sunulan teknikte önce benzer olan terimleri belirlenmiş, sonrasında benzer terimlerin katsayılarını toplayarak ya da çıkararak en sade hali elde edilmiştir. Öğrencilerden gerçekleştirmesi beklenen bu T_{1.4} görevi için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T₁: Cebirsel ifadeyi tanımlama ve özelliklerini bilme

T_{1.5}: Cebirsel ifadenin en sade halini yazma

τ₃. Benzer terimleri toplayarak sadeleştirme

IB MYP-2 matematik ders kitabının cebirsel ifadeler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.22. IB MYP-2 matematik ders kitabında MO₁'in prakseolojik yapısı (T; τ; θ; θ)

Matematiksel Organizasyon	MO ₁ . Cebirsel İfadeler
Görev Tipi (T)	T ₁ . Cebirsel ifadeyi tanımlama ve özelliklerini bilme T ₂ . Cebirsel ifadelerle işlem yapma T ₃ . Cebirsel ifadede yerine koyma
Alt Görev Tipleri	T _{1.1} . Cebirsel ifadeye ait terim, terim sayısı, sabit terim, benzer terim, katsayı ve dereceleri belirleyerek sınıflandırma T _{1.2} . İstenen özelliklere sahip (monomial, binomial, trinomial, polinaomial; constant, linear, quadratic, cubic, quartic ve quintic) cebirsel ifadeler yazma T _{1.3} . Cebirsel ifadeyi $ax^6+bx^5+cx^4+dx^3+ex^2+fx^1+cx^0$ olacak şekilde standart formda yazma T _{1.4} . Benzer terimleri tespit etme T _{1.5} . Cebirsel ifadenin en sade halini yazma T _{1.6} . Duruma uygun cebirsel ifade yazma T _{1.7} . Cebirsel ifadeye uygun durum yazma T _{2.1} . $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(ax+by)$ ifadesini c skaleri ile çarpma T _{2.2} . $a,b,c,d,m,n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $m.(ax+by)$ ve $n.(cx+dy)$ şeklindeki cebirsel ifadeleri toplama ve çıkarma T _{3.1} . Cebirsel ifadedeki bilinmeyen yerine sayı koyma T _{3.2} . Cebirsel ifadedeki bilinmeyen yerine bir cebirsel ifade koyma
Teknik (τ)	τ ₁ . Cebirsel ifadedeki terimleri inceleme τ ₂ . Derece ve katsayıları dikkat ederek cebirsel ifade yazma τ ₃ . Benzer terimleri toplayarak sadeleştirme τ ₄ . Cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazma τ ₅ . Çarpma işleminin toplama/çıkarma üzerine dağılım özelliğini kullanma τ ₆ . Yerine koyma metodunu kullanma

MYP-2 kitabı kapsamında öğrencilerden T₁, T₂ ve T₃ görev tipindeki görevleri gerçekleştirirken öğrencilere sunulan ve kullanmaları beklenen 6 farklı teknikten bahsedilmektedir. Bu tekniklerden τ₁ ve τ₂ için kitapta yapılan açıklama aşağıdaki gibidir (IB, MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 178):

Terim, çarpma veya bölme içerebilen tek bir ifadedir. “Monomial” olarak isimlendirilen tek terimlilerin bir terimi (ör. $4xy$), “binomial” olarak isimlendirilen iki terimlilerin iki terimi (ör. $3x-$

$5y^2$) ve "trinomial" olarak isimlendirilen üç terimlilerin üç terimi (ör. $3x^2 - 5x + 2$) vardır. Bir terimin derecesi, tüm değişkenlerin üslerinin toplamıdır. Bir polinomun derecesi, tüm terimlerinin en yüksek derecesidir. Derecesi sıfır olan bir polinom "sabit" (örneğin 3) olarak adlandırılırken, derece 1 olan bir polinom "doğrusal" (örneğin $7x + 2$) olarak adlandırılır. Derecesi 2 olan bir polinom "kuadratik" olarak adlandırılır (örneğin $-5x^2 + 3x - 8$). Bir "kübik" polinomun derecesi 3, "kuartik" bir polinomun derecesi 4'tür ve bir "quintic" polinomunun derecesi 5'tir.

MYP-2 ders kitabında τ_4 tekniği ile ilgili verilen çözümlü örnekte, kendisi ve kendisinden sonraki ardışık iki sayı ile toplamının, onlardan sonraki iki ardışık sayının toplamına eşit olan sayının cebirsel ifade şeklinde gösterilip bulunması istenmektedir. Cebirsel ifade kapsamındaki teknik, cebirsel ifade şeklinde yazmayı kapsamaktadır. Bu kapsamda, çözümde, ilk olarak esas sayı yerine "n" sembolü kullanılmış ve ondan sonraki ardışık sayılar bir eklenerek "n+1, n+2, n+3 ve n+4" olarak gösterilmiştir (Şekil 4.8).

Example 5

Q Find three consecutive numbers that, when added together, equal the sum of the next two consecutive numbers.

A Let n = the original number.
 Let $n + 1$ = the first consecutive number.
 Let $n + 2$ = the second consecutive number.
 Let $n + 3$ = the third consecutive number.
 Let $n + 4$ = the fourth consecutive number.

Define your first variable.

Since all of the numbers relate to one another, write them in terms of the one variable n .

Şekil 4.8. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_4 tekniğine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 165)

Q Simplify:

- a** $9(n + 8)$
b $4(2 - x) - 2(x - 6)$

A **a** $9 \times n = 9n$
 $9 \times +8 = +72$
 So, $9(n + 8) = 9n + 72$

b $4(2 - x) - 2(x - 6) = 8 - 4x - 2x + 12$
 $= -6x + 20$

The distributive property of multiplication over addition requires you to multiply the 9 by everything inside the brackets.

Write as one expression in standard form.

The distributive property of multiplication over addition requires you to multiply everything inside the brackets by the number or term in front of them.

Combine like terms and write in standard form.

Şekil 4.9. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_5 tekniğine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 151)

Kitapta τ_5 tekniğinde, örneğin şekil 4.9'daki $9(n+8)$ cebirsel ifadesi için sadeleştirme işlemi yaparken, ifadedeki parantezin önünde verilen skaler parantez içindeki bütün terimlerle çarpılmış ve elde edilen sonuç standart formda yazılarak çözüm bitirilmiştir (s. 151).

MYP-2 kitabındaki τ_6 tekniği, verilen bir örnekteki cebirsel ifadedeki x bilinmeyenleri yerine $3(m+3)$ ifadelerini koyarak çözmeyi açıklarken sunulmuştur. Teknikte yerine koyma metodu şu şekilde anlatılmaktadır (IB, MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 158): “ x 'i $3(m+3)$ ile değiştirin ve her sabit terimi $(m-2)$ ile çarpın. Örneğin, $x+3$, $3(m+3)+3(m-2)$ olur”.

IB MYP-2 matematik ders kitabında cebirsel ifadeler alt başlığında alt başlığında τ_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4 , τ_5 ve τ_6 olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. T_{2.2} görev tipine dahil 9 görevde τ_3 ve τ_5 tekniklerinin birlikte kullanılması istenmiştir. IB MYP-2 matematik ders kitabında cebirsel ifadeler alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.23. IB MYP-2 matematik ders kitabında MO₁'de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Alt Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Cebirsel İfadeler	T _{1.1} ve T _{1.4}	τ_1
	T _{1.2} , T _{1.3} ve T _{1.6}	τ_2
	T _{1.5}	τ_3
	T _{1.7}	τ_4
	T _{2.1}	τ_5
	T _{2.2}	τ_3 ve τ_5
	T _{3.1} ve T _{3.2}	τ_6
Toplam	11	6

4.2.2.2. IB MYP-2 matematik ders kitabında denklemlerin (MO₂) prakseolojik yapısı

MYP-2 kitabında denklemler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 6 görev tipi, bu görev tiplerinden toplam 75 görev verilmektedir. Kitapta denklemler konusundaki görevlerden yalnızca 8 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tiplerinin frekansları Tablo 4.24'te gösterilmektedir.

Tablo 4.24. IB MYP-2 kitabında MO₂ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T ₄ . Eşdeğer denklemler oluşturma	12	16
T ₅ . $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=c$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	34	45,33
T ₆ . $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	4	5,33
T ₇ . $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=c$ şeklinde denklem kurma	8	10,66
T ₈ . Sezar'ın şifresi örneğinden hareketle $a \equiv b \pmod{26}$ ifadesini denkleme dönüştürüp a bilinmeyeninin alfabeadaki değerini bulma	4	5,33
T ₉ . Fonksiyonun tersini yazma	13	17,33
TOPLAM	6	75
		100

MYP-2 matematik ders kitabında denklemler konusundaki görev tipleri kapsamında öğrenciye sunulan 8 çözümlü görevin 2 tanesinin T₆, birer tanesinin T₇ ve T₈, 4 tanesinin ise T₉ görev tiplerinde olduğu görülmektedir. Kitapta T₄ ve T₅ görev tipine ilişkin hiçbir çözümlü örnek verilmemiştir.

Example 3

Q Solve the equation $2a + 7 = 4a - 13$ for the variable a .

A

$$2a + 7 = 4a - 13$$

$$2a - 2a + 7 = 4a - 2a - 13$$

$$7 = 2a - 13$$

$$7 + 13 = 2a - 13 + 13$$

$$20 = 2a$$

$$\frac{20}{2} = \frac{2a}{2}$$

$$10 = a$$

Decide to have the variables on the right side of the equals sign since the coefficient of a is greater on that side ($4 > 2$). Since you use the opposite operation, subtract $2a$ from each side. Simplify.

In order to isolate the variable, add 13 to both sides of the equation.

Divide both sides of the equation by 2 to solve for a .

Şekil 4.10. IB MYP-2 matematik ders kitabında T₆ görev tipine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s.162)

Yukarıdaki şekilde MYP-2 ders kitabında T₆ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Örnek kapsamında, öğrencilere $2a+7=4a-13$ denklemini a 'nın değeri için çözme görevi verilmiştir. Örneğin çözümünde, a 'nın katsayısını inceledikten sonra sağ taraftaki katsayısının daha büyük olması sebebiyle ($4>2$) değişkenlerin, eşittir işaretinin sağ tarafında olması gerektiği belirlenmiştir. Teknik, bilinmeyen katsayısının pozitif olmasına dikkat çekmektedir. Ardından ters işlem stratejisinden yararlanarak ve bilinmeyeni yalnız bırakacak işlemler yaparak denkleme eş denklemler oluşturulmuştur. Örneğin $2a+7=4a-13$ denklemini ile $7=2a-13$ denklemini birbirine eş denklemlerdir. Bu şekilde devam ederek sadeleştirmeler yapılmış ve a bilinmeyeni eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılarak cevap elde edilmiştir. Öğrencilerden gerçekleştirmesi beklenen bu T₅ görevi için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T₆: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma
 τ_8 : Eşdeğer denklemler oluşturarak bilinmeyeni denklemin bir tarafında yalnız bırakma

IB MYP-2 matematik ders kitabının denklemler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir.

Tablo 4.25. *IB MYP-2 matematik ders kitabında MO₂'in pratikolojik yapısı (T; τ)*

Matematiksel Organizasyon	MO ₂ . Denklemler
Görev Tipi (T)	T4. A,b,c ∈ ℝ olmak üzere ax+b=c şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma T5. A,b,c,d ∈ ℝ olmak üzere ax+b=cx+d şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma T6. Eşdeğer denklemler oluşturma T7. A,b,c ∈ ℝ olmak üzere ax+b=c şeklinde denklem kurma T8. Sezar'ın şifresi örneğinden hareketle $a \equiv b \pmod{26}$ ifadesini denkleme dönüştürüp a bilinmeyeninin alfabeadaki değerini bulma T9. Fonksiyonun tersini yazma
Teknik (τ)	τ7. Eşitliğin korunumunu kullanarak eşdeğer denklemler oluşturma τ8. Eşdeğer denklemler oluşturarak bilinmeyi denklemin bir tarafında yalnız bırakma τ9. Sözel ifadeyi matematiksel denkleme dönüştürme τ10. $A \equiv b \pmod{m}$ ifadesinden $a=mk+b$ ($k \in \mathbb{Z}$) denklemini yazıp çözüm kümesini bulma τ6. Yerine koyma metodunu kullanma

MYP-2 kitabı kapsamında öğrencilerden T₄, T₅, ..., T₉ görev tipindeki görevleri gerçekleştirirken öğrencilere sunulan ve kullanmaları beklenen 5 farklı teknikten bahsedilmektedir. Bu teknikler aşağıda verilmiştir.

MYP-2 kitabında Şekil 4.11'de verilen örnekte iki fonksiyonun tersini bulma görevi ve görevin çözümüne ilişkin teknik sunulmuştur (s. 171). Örnekteki a şikkında $y=2x+14$ fonksiyonunun tersi bulunurken x ve y yerine birbirlerini yazmışlardır. Bu teknik yerine koyma metodu olarak kodlanmıştır. Çözümde x ve y yer değiştirdikten sonra y eşitliğin diğer tarafında yalnız kalacak şekilde işlemler yapılarak $y=x/2-7$ sonucu elde edilmiştir.

Example 8

Q Find the inverse of the function:

a $y = 2x + 14$

b $y = 4x + 12$

A **a** $y = 2x + 14$

$$x = 2y + 14$$

$$x - 14 = 2y$$

$$\frac{x - 14}{2} = y$$

$$y = \frac{x}{2} - 7$$

Swap the position of the x and y .

Subtract 14 from both sides.

Divide by 2.

Rearrange and simplify.

Şekil 4.11. *IB MYP-2 matematik ders kitabında τ₆ tekniğine ilişkin bir diğer örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 171)*

Kitaptaki τ_7 tekniği, verilen çözümden hareketle, eşitliğin her iki tarafında aynı işlemler yapılarak eş değer denklemler oluşturmayı belirtmektedir. Şekil 4.12’deki $Q=2$ eşitliğinde her iki taraf 4 ile çarpılarak $4Q=8$; devamında yine aynı işlemler yapılarak birbirinden farklı şekillerde yazılabilecek eş değer denklemler oluşturularak nasıl yapılacağı açıklanmıştır (s. 164).

Activity 5 - Creating puzzling equations

You can create your own ‘puzzling’ equations by starting off with the answer you want and then performing the same operation to both sides of the equation. For example:

$Q = 2$	Start off with the answer.
$4Q = 8$	Multiply both sides by a number, such as 4.
$4Q + Q = 8 + Q$	Add the same amount to each side, such as Q .
$5Q = Q + 8$	Simplify and write in standard form (or not!).
$5Q - 3 = Q + 8 - 3$	Subtract the same amount from each side, such as 3.
$5Q - 3 = Q + 5$	Simplify.

Şekil 4.12. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 164)

Example 5

Q Find three consecutive numbers that, when added together, equal the sum of the next two consecutive numbers.

A Let n = the original number.
 Let $n + 1$ = the first consecutive number.
 Let $n + 2$ = the second consecutive number.
 Let $n + 3$ = the third consecutive number.
 Let $n + 4$ = the fourth consecutive number.

$$n + (n + 1) + (n + 2) = (n + 3) + (n + 4)$$

Define your first variable.

Since all of the numbers relate to one another, write them in terms of the one variable n .

Write an equation that represents the given situation. In this case, adding the first three consecutive numbers is equal to adding the next two.

Şekil 4.13. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_9 tekniğine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 165)

MYP-2 kitabındaki τ_9 tekniğinde, verilen örnek kapsamında (s. 165) sözel olarak verilen duruma uygun matematiksel ifadelerin nasıl oluşturulacağı açıklanmıştır. MYP-2 ders kitabında açıklanan τ_4 tekniğini de kapsayan bu çözümlü örnekte, kendisi ve kendisinden sonraki ardışık iki sayı ile toplamının, onlardan sonraki iki ardışık sayının toplamına eşit olan sayının cebirsel ifade şeklinde gösterilip bulunması istenmektedir. Çözümde, sözel durum cebirsel olarak ifade edilerek ilk olarak esas sayı yerine “n” sembolü kullanılmış ve ondan

sonraki ardışık sayılar bir eklenerek “n+1, n+2, n+3 ve n+4 olarak gösterilmiştir. Ardından denklem yazılmıştır (Şekil 4. 13).

MYP-2 kitabındaki τ_{10} tekniği (s. 168) ise Romalı lider Jül Sezar tarafından ortaya atılan şifreleme tekniğidir. Kitapta Sezar’ın şifreleme tekniği olarak bahsedilen bu teknikte öğrenciler modüler aritmetiğe değinmekte ve bahsi geçen şifreleme yöntemi ile Şekil 4.14’teki örnekte $a \equiv b \pmod{m}$ ifadesinden $a = mk + b$ ($k \in \mathbb{Z}$) denklemi yazılmıştır. Yazılan denklem modüler aritmetiğe göre çözümlenerek cevaba ulaşılmıştır. Örneğin 29, mod 26’ya göre bir tam döngüyü doldurupve $29-6=3$ kaldığı için 3’e denktir. Şifrelenen cevap, alfabedeki üçüncü harf olan C harfidir.

Example 6

Q What letter would correspond to the following in (mod 26)?

A 29 (mod 26)
The letter is C.

36(mod 26)
The letter is J.

65(mod 26)
The letter is M.

100(mod 26)
The letter is V.

One full cycle fits, with a remainder of 3 ($29 - 26$).

One full cycle fits, with a remainder of 10 ($36 - 26 = 10$).

Two full cycles fit, with a remainder of 13 ($65 - 2(26) = 13$).

Three full cycles fit, with a remainder of 22 ($100 - 3(26) = 22$).

Şekil 4.14. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_{10} tekniğine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 168)

IB MYP-2 matematik ders kitabında denklemler alt başlığında alt başlığında τ_1 , τ_6 , τ_7 , τ_8 , τ_9 ve τ_{10} olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. T_8 tekniğinin hem T_4 hem de T_5 görevlerini gerçekleştirirken kullanılabilceği belirtilmiştir. IB MYP-2 matematik ders kitabında denklemler alt başlığında görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.26. IB MYP-2 matematik ders kitabında MO_2 'de (T , τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler	T_4	τ_7
	T_5	τ_8
	T_6	
	T_7	τ_9
	T_8	τ_{10}
	T_9	τ_6
Toplam	6	5

4.2.2.3. IB MYP-2 matematik ders kitabında eşitsizliklerin (MO₃) prakseolojik yapısı

MYP-2 kitabında eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 2 görev tipi, bu görev tiplerinden toplam 64 görev verilmektedir. Kitapta eşitsizlikler konusundaki görevlerden yalnızca 4 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tiplerinin frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.27. IB MYP-2 kitabında MO₃ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)	
T10. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri tanımlama ve özelliklerini bilme	T10.1. Eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterme	29	45,31	
	T10.2. Eşitsizlik yazma	4	6,25	
	T10.3. Eşitsizliğin her iki tarafında aynı işlemi yapma	13	20,31	
T11. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	T11.1. a,b,c ∈ R olmak üzere $ax+b \leq c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	11	17,18	
	T11.2. a,b,c,d ∈ R olmak üzere $ax+b \leq cx+d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	7	10,93	
TOPLAM	2	5	64	100

MYP-2 matematik ders kitabında eşitsizlikler konusundaki görev tipleri kapsamında öğrenciye sunulan 4 çözümlü görevin 2 tanesinin T_{10.1} 2 tanesinin de T_{11.2} alt görev tipinde olduğu görülmektedir.

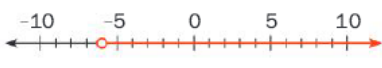
Example 9

Q Solve and represent the solution on a number line.

a $2f+4 > f-2$

b $3(g+2) \geq 5(g-2)$

A **a** $2f+4 > f-2$

$$2f+4 - f > f-2 - f$$
$$f+4 > -2$$
$$f+4 - 4 > -2 - 4$$
$$f > -6$$


Isolate the variable on the left side of the inequality. Subtract f from each side.

Simplify.

Isolate the variable by subtracting 4 from both sides.

Simplify.

Represent on a number line. It is an open circle since it is just 'greater than'.

Şekil 4.15. IB MYP-2 matematik ders kitabında T₁₁ görev tipine ilişkin örnek (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s.176)

MYP-2 ders kitabında $T_{10.1}$ ve $T_{11.2}$ alt görev tiplerine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Şekilde de görüldüğü üzere, kitapta verilen bu çözümlü örnek kapsamında öğrencilerden 2 adet görev gerçekleştirmeleri (çözmeleri ve sayı doğrusunda göstermeleri) istenmektedir (Şekil 4.15). Verilen örneğin çözümünde, a şikkındaki $2f+4 > f-2$ eşitsizliğinin çözümü görevini incelersek, bu görevin çözümünde öncelikle f 'nin katsayılarında $2>1$ olduğundan bilinmeyenler eşitsizliğin sol tarafına toplanmıştır. Bunun için de her iki taraftan f çıkarılmış ve $f+4 > -2$ eşitsizliği elde edilmiştir. Bilinmeyi yalnız bırakmak için her iki taraftan 4 çıkarılarak $f > -6$ çözümüne ulaşılmıştır. Öğrencilerden gerçekleştirmesi beklenen bu görev tiplerinden $T_{11.2}$ görevi için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_{11} : Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma

$T_{11.1}$: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b \lesseqgtr cx+d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma

τ_8 : Eşdeğer eşitsizlikler oluşturarak bilinmeyi eşitsizliğin bir tarafında yalnız bırakma

IB MYP-2 matematik ders kitabının eşitsizlikler alt başlığına ilişkin prakseolojisi tablo 4.28'de düzenlenmiştir:

Tablo 4.28. IB MYP-2 matematik ders kitabında MO_3 'ün prakseolojik yapısı (T ; τ ; θ ; Θ)

Matematiksel Organizasyon	MO_3 . Eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T_{10} . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri tanımlama ve özelliklerini bilme T_{11} . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
Alt Görev Tipi	$T_{10.1}$. Eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterme $T_{10.2}$. Eşitsizlik yazma $T_{10.3}$. Eşitsizliğin her iki tarafında aynı işlemi yapma $T_{11.1}$. $a,b,c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b \lesseqgtr c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma $T_{11.2}$. $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b \lesseqgtr cx+d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ_{11} . Sayı doğrusunda eşitsizliğin çözüm kümesine dahil olan noktaları tarama τ_{12} . Sayı doğrusunda verilen ifadeyi eşitsizlik cümlesine dönüştürme τ_{13} . Eşitsizliğin yönüne dikkat ederek değer eşitsizlikler oluşturma τ_{14} . Eşdeğer eşitsizlikler oluşturarak bilinmeyi eşitsizliğin bir tarafında yalnız bırakma

MYP-2 kitabı kapsamında öğrencilerden T_{10} ve T_{11} görev tipindeki görevleri ve alt görev tiplerini gerçekleştirirken öğrencilere sunulan ve kullanmaları beklenen 4 farklı teknikten bahsedilmektedir. Bu teknikler aşağıda verilmektedir. IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_{11} ve τ_{12} teknikleri aşağıdaki gibi açıklanmaktadır (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 178):

Genellikle bir eşitsizliğin çözümünü bir sayı doğrusu üzerinde temsil edersiniz. Eşitsizlik "büyüktür" veya "küçüktür" ise, gölgelenmemiş bir daire kullanırsınız. Eşitsizlik "büyük veya eşittir" veya "küçük veya eşittir" ise, gölgesi (doldurulmuş) bir daire kullanırsınız.

IB MYP-2 matematik ders kitabında τ_{13} tekniğinin açıklaması aşağıdaki şekildedir (MYP-2 Matematik Ders Kitabı, s. 175):

Eşitsizlikleri çözmek, denklemleri çözmekle aynı süreci içerir. Tek fark, negatif bir sayı ile her çarptığımızda veya böldüğümüzde eşitsizliğin yönünü değiştirmeniz gerekecek olmasıdır. Eşitsizliklerin çözümleri genellikle bir sayı doğrusu üzerinde gösterilir.

Tablo 4.29. IB MYP-2 matematik ders kitabında MO_3 'te (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Alt Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Eşitsizlikler	$T_{10.1}$	τ_{11}
	$T_{10.2}$	τ_{12}
	$T_{10.3}$	τ_{13}
	$T_{11.1}$	τ_{14}
	$T_{11.2}$	
Toplam	5	4

IB MYP-2 matematik ders kitabında eşitsizlikler alt başlığında alt başlığında τ_{11} , τ_{12} , τ_{13} ve τ_{14} olarak kodlanan teknikler kullanılmıştır. T_{14} tekniğinin hem $T_{11.1}$ hem de $T_{11.2}$ görevlerini gerçekleştirirken kullanılabileceği belirtilmiştir. IB MYP-2 matematik ders kitabında eşitsizlikler alt başlığında görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin dağılımı Tablo 4.29'da belirtilmektedir:

4.2.3. IB MYP-3 matematik ders kitabının prakseolojisi

IB MYP-3 matematik ders kitabında doğrusal ilişkiler, denklemler ve lineer denklem sistemleri konuları için görev tipleri belirlenmiş ve bu görevlerin prakseolojisi incelenerek görevlerin nasıl oluştuğu, öğrencilere kitapta hangi sıklıkta verildiği, çözümünde hangi tekniklerin kullanıldığı, bu tekniklerin hangi teknoloji ve teorilere dayandığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Kitapta incelenen konular, 3. ünite "Doğrusal ilişkiler: İnsan karar verme sürecinin etkisi" ve 7. ünite "Doğrusal sistemler: Sosyal girişimcilik" kapsamında verilmektedir. Her iki ünite de anahtar kavram "ilişki", 3. ünite de diğer ilişkili kavramlar ise "değişim", "modeller" ve "temsil" olarak belirlenmiştir (s.102). 7. ünite de konu ile ilişkili kavramlar ise "temsil" ve "modeller" olarak belirlenmiştir (s.316). MYP-3 seviyesinde öğrencilere doğrusal ilişkiler, doğrusal denklemler ve lineer denklem sistemleri konuları öğretilmektedir.

IB MYP-3 kitabında konu ile ilgili toplam 668 görev verilmektedir. Bu görevlerden 13 tanesi çözümlü, 655 tanesi ise çözümsüzdür. Çözümlü ve çözümsüz görevlerin sayıca dağılımı aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 4.30. *IB MYP-3 kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler*

Görevler	Frekans (f)
Çözümlü Görevler	13
Çözümsüz Görevler	655
Toplam	668

IB MYP-3 kitabında doğrusal ilişkiler, denklemler ve lineer denklem sistemleri konuları için yapılan pratikolojik analiz sonucunda matematiksel organizasyon içinde toplam 668 görev, 18 görev tipi için 27 adet tekniğin kullanıldığı ya da önerildiği görülmektedir. Matematiksel organizasyonların görev tipi ve teknik sayısı doğrultusunda dağılımları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.31. *IB MYP-3 matematik ders kitabında doğrusal ilişkiler, denklemler ve lineer denklem sistemleri konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları*

Matematiksel Organizasyon (MO)	Görev	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Doğrusal İlişki	236	5	12
Doğrusal Denklemler	239	5	6
Birinci, İkinci ve Üçüncü Dereceden Denklemlerin Çözümü	31	4	3
Doğrusal Denklem Sistemleri	162	4	6

4.2.3.1. IB MYP-3 matematik ders kitabında doğrusal ilişkilerin (MO₁) pratikolojik yapısı

MYP-1 kitabında doğrusal ilişkiler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 5 görev tipi, bu görev tiplerinden bir görev tiplerinden toplam 236 görev verilmektedir. Kitapta doğrusal ilişkiler konusundaki görevlerden yalnızca 3 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.32. *IB MYP-3 kitabında MO₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları*

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)	
T1. Doğrusal ilişkiyi belirleme		36	15,25	
T2. Doğrusal ilişkiyi temsil etme	T2.1. Sıklık tablosu oluşturma	14	5,93	
	T2.2. Koordinat dizisi oluşturma	6	2,54	
	T2.3. Grafik çizme	84	35,59	
	T2.4. Denklem kurma	37	15,67	
T3. Doğrusal ilişkide verilmeyeni bulma		35	14,83	
T4. Doğrusal ilişkiye uygun sözel bir durum yazma		3	1,27	
T5. Doğrusal ilişkinin değişim oranını belirleme		21	8,89	
TOPLAM	5	4	236	100

MYP-3 matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 3 tanesi doğrusal ilişkiler alt başlığı ile ilgilidir. Bu çözümlü görevlerin üçü de T_{2.3} alt görev tipindedir.

Example 2

Q Graph the following line.

$$2y + 18 = -3x$$

If you are using graphing software or a GDC, the equation often needs to be in slope-intercept form.

Şekil 4.16. IB MYP-3 matematik ders kitabında T_{2.3} görev tipine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s.126)

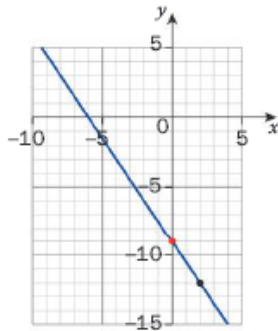
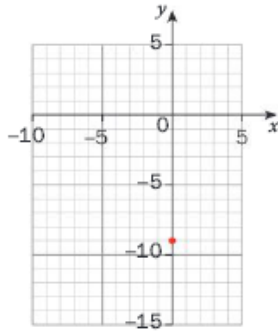
A

$$2y + 18 = -3x$$

$$2y = -3x - 18$$

$$y = -\frac{3}{2}x - 9$$

$$m = -\frac{3}{2} \text{ and } c = -9$$



Rearrange the equation to isolate the y .

From this, extract m and c .

Plot the y -intercept, which is $(0, -9)$.

A gradient of $-\frac{3}{2}$ means that every vertical change of 3 units down corresponds to a horizontal change to the right of 2 units. From the y -intercept, go down 3 and move right 2. Join these two points and extend the line in both directions.

Şekil 4.17. IB MYP-3 matematik ders kitabında τ_6 tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s.126)

Yukarıdaki şekilde MYP-3 ders kitabında T₂ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak (Şekil 4.16) belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, $2x+18 = -3x$ denklemiyle verilen doğrusal bir ilişkiye ait grafiği çizmesi

beklenmektedir. Verilen örneğin çözümünde, (Şekil 4.17), eğer ki grafik çizmek için teknolojiden destek alınıyorsa denklemin nokta-eğim formunda yazılması gerektiğine dair bir hatırlatma yapılmıştır. Ardından verilen denklemde y' i eşitliğin bir tarafında yalnız bırakacak şekilde işlemler yapılarak $y = -3/2 x - 9$ denklemi elde edilmiştir. Bu denklemden, 3 birim aşağı her dikey değişimin 2 birim sağdaki yatay değişime karşılık geldiği anlamına geldiği açıklamasından hareketle (s. 126); eğimin $-3/2$; y eksenini kesme noktasının ise -9 olduğu tespit edilerek y eksenini $(0,-9)$ noktasında kesen ve eğimi $-3/2$ olan doğrunun grafiği çizilmiştir. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T₂: Doğrusal ilişkiyi temsil etme

T_{2.3}: Grafik çizme

τ₆: Doğrusal ilişki denklemini $y=mx+c$ formunda yazıp eğimi ve c sabitini kullanarak doğru grafiğini oluşturma

IB MYP-3 matematik ders kitabının doğrusal ilişkiler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.33. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO₁' in prakseolojik yapısı (T; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO ₁ . Doğrusal İlişkiler
Görev Tipi (T)	T ₁ . Doğrusal ilişkiyi belirleme T ₂ . Doğrusal ilişkiyi temsil etme T ₃ . Doğrusal ilişkide verilmeyeni bulma T ₄ . Doğrusal ilişkiye uygun sözel bir durum yazma T ₅ . Doğrusal ilişkinin değişim oranını belirleme
Alt Görev Tipleri	T _{2.1} . Sıklık tablosu oluşturma T _{2.2} . Koordinat dizisi oluşturma T _{2.3} . Grafik çizme T _{2.4} . Denklem kurma
Teknik (τ)	τ ₁ . İki değişken arasındaki değişim oranlarını inceleme τ ₂ . Grafik hesap makinesi ya da Desmos gibi bir program yardımıyla grafik çizerek ilişkinin doğrusal olup olmadığını inceleme τ ₃ . x ve y değişkenlerinin birbirine bağlı değişimlerini değişim oranlarını göz önünde bulundurarak tablo ile gösterme τ ₄ . Değişim oranlarını kullanarak (x, y) sıralı ikililerini dizi halinde yazma τ ₅ . Sıklık tablosu oluşturma τ ₆ . Doğrusal ilişki denklemini $y=mx+c$ formunda yazıp eğimi ve c sabitini kullanarak doğru grafiğini oluşturma τ ₇ . Eksenleri kesen noktaları kullanma τ ₈ . Grafiği inceleme τ ₉ : Denklemi kullanma τ ₁₀ . İki değişken arasındaki değişim oranını kullanma τ ₁₁ . Doğrusal ilişkiyi farklı bir sözel bağlamda ifade etme τ ₁₂ . Bağımlı ve bağımsız değişkenlerin artış miktarlarının birbirine oranını hesaplama
Teknoloji (θ)	θ ₁ . İki noktadan yalnız bir doğru geçer.

MYP-3 kitabı kapsamında öğrencilerden doğrusal denklemler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 12 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Bu tekniklere ilişkin örnekler

aşağıda verilmektedir. MYP-3 matematik ders kitabında τ_1 tekniğinde neden iki değişkenin değişim oranının incelendiğine dair açıklama aşağıdaki şekilde açıklanmaktadır (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 105):


İki değişken arasında bir ilişki olduğunda, birindeki değişikliği genellikle diğerinde de bir değişiklik izler. Daha önceki bir derste, sabit değişim hızına sahip bir ilişkinin grafiğinin düz bir çizgi olduğunu gördünüz. Buna doğrusal ilişki denir.

MYP-3 matematik ders kitabında τ_2 tekniği, görev verilirken “Bir grafik görüntüleme hesaplayıcısı (GDC) veya Desmos gibi bir grafik aracı kullanarak aşağıdaki denklemlerin grafiklerini birer birer çizin.” (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 119) biçiminde belirtilerek, çizilen grafiğin doğrusal bir şekilde olup olmadığını inceleyerek cevabı söylemek olarak belirtilmiştir.

MYP-3 matematik ders kitabındaki τ_3 , τ_9 ve τ_{10} teknikleri de görev verilirken belirtilmiştir. τ_3 tekniği Şekil 4.18’deki sorunun a kısmında “Bu kalıbı bir değerler tablosuyla temsil edin. Maksimum 10 dakikaya kadar x değerleri için 1 dakikalık aralıklarla aşağıdaki gibi bir tablo oluşturun.” Şeklinde verilmiştir. τ_9 tekniği “Doğrusal ilişkiyi, boşa harcanan su miktarı (mililitre olarak) ile zaman (10 dakikalık aralıklarla ölçülen) arasındaki ilişkinin sözlü bir açıklaması olarak temsil edin.” Şeklinde ifade edilerek değişim oranından yararlanılacağı tekniği açıklanmıştır. Bu sözlü açıklamadan bir kural istenmekte, şekildeki 5. Soruda “Her gösterimin 1 saat sonra aynı miktarda atık su vereceğini gösteriniz.” Görevinde de τ_9 tekniği ile bulunan kural kullanılarak τ_{10} tekniğinin yapılması istenmektedir.

Activity 2 - How much water does a leaking faucet waste?

A leaking faucet may not seem like a huge waste of water, but it certainly can add up if you leave it unfixed for a period of time. On average, a leaking faucet drips 15 milliliters of water per minute.



- 1 Represent this pattern with a table of values. Create a table like the one below, using 1-minute intervals for the x values up to a maximum of 10 minutes.

x (minutes)	0	1	2	3	4	5
y (milliliters)	0	15				

- 2 Represent the pattern as a set of coordinates.
- 3 Represent the pattern as a graph for these values of x and y :
 $0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 200$ (Please use a ruler when connecting the points.)
- 4 Represent the pattern as a verbal description of the relationship between the amount of water wasted (in millilitres) and the time (measured in intervals of 10 minutes).
- 5 Show that each representation will give the same amount of wasted water after 1 hour.

Şekil 4.18. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_3 , τ_9 ve τ_{10} tekniklerine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 105)

MYP-3 matematik ders kitabında, τ_4 tekniği doğrusal ilişkideki bağımlı ve bağımsız değişkenlerin (x,y) biçiminde incelendikten sonra koordinatlarının yazılması, τ_5 tekniği ise bu bağımlı ve bağımsız değişkenleri içeren tablonun oluşturulması olarak açıklanmıştır (s. 107).

MYP-3 matematik ders kitabında, Şekil 4.19’da gösterilen $2y+18=-3x$ denkleminin grafiğinin çizilmesi görevinde kullanılan teknik, τ_7 tekniği olarak kodlanmıştır. Bu teknikle, “Bir doğruyu iki nokta tanımlar. Herhangi iki nokta bulabilirsin ama en kolayı x ve y kesişimleri olma eğilimindedir” (s. 127) açıklaması yapılarak doğrunun eksenleri kestiği iki nokta elde edilmiştir. Doğrunun x eksenini kestiği noktayı bulmak için y yerine 0 (sıfır), y eksenini kestiği noktayı bulmak için x yerine 0 (sıfır) yazılarak $(-6,0)$ ve $(0,-9)$ noktaları elde edilmiştir. Ardından bu iki noktadan geçen doğrunun grafiği çizilerek görev gerçekleştirilmiştir.

Bahsedilen şekildeki bir doğruyu iki noktanın tanımlaması açıklamasını, iki noktadan yalnız bir doğrunun geçtiği gerekçelendirirken, prakseolojinin teknoloji bileşenini de vermiş olur (Bkz. Tablo 4.33).

Example 3

Q Graph the following line.

$$2y + 18 = -3x$$

A

$$2(0) + 18 = -3x$$
$$2(0) + 18 = -3x$$
$$18 = -3x$$
$$-6 = x$$
$$(-6, 0)$$
$$2y + 18 = -3(0)$$
$$2y + 18 = 0$$
$$2y = -18$$
$$y = -9$$
$$(0, -9)$$

Two points define a line. You may find any two points, but the easiest ones tend to be the x - and y -intercepts.

To find the x -intercept, substitute $y = 0$.

Solve for x .

Write down the ordered pair.

To find the y -intercept, substitute $x = 0$.

Solve for y .

Write down the ordered pair.

Şekil 4.19. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 127)

MYP-3 matematik ders kitabında, τ_8 ve τ_{11} teknikleri verilirken bu iki tekniğin birbiriyle bağlantılı kullanılabileceği görevler sunulmuştur. Örneğin, öğrencilerden sayfa 107’de

grafikler verilmiş ve τ_8 tekniği ile grafikler incelenerek grafiklere uygun sözel ifadelerle eşleştirilmiştir (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 107). Sayfa 108’de ise verilen doğrusal ilişkiyi farklı bir sözel bağlamda ifade etme (τ_{11}) tekniği kullanılarak “Ormansızlaştırılan bir alanı tohumdan yeniden dikerken, yeni bitkiler her ay 2 cm büyür.” İfadesinde y bağımlı değişkeninin, her ay x bağımsız değişkenine göre 2 artarak ilerlediği şeklinde ifade edilmiştir ve bu ilişkiyi veren grafikte eşleştirilmiştir (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 108).

MYP-3 ders kitabında “Bir doğrunun önemli bir özelliği değişim hızıdır. Doğrusal bir ilişkinin tanımı, değişim hızının sabit olmasıdır.” (sayfa 110) biçiminde yapılan açıklamada, doğrusal bir ilişkide bağımlı ve bağımsız değişkenin birbirine oranının sabit olduğu, doğrusal olmayan bir ilişkide değişim oranının aynı olmadığı belirtilerek τ_{12} tekniği verilmiştir. (Şekil 4.20).

Rate of change

An important property of a line is its *rate of change*. The definition of a linear relationship is that its rate of change is constant.

Constant rate of change (linear relationship)

Time (years)	Ozone (DU)
0	100
1	104
2	108
3	112
4	116

Year	Air quality ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)
1990	120
1995	111
2000	102
2005	93
2010	84

Population (millions)	Area of forest cut (km^2)
10	1100
11	1500
13	2300
15	3100
19	4700
24	6700

NOT constant rate of change (non-linear relationship)

Time (years)	Population (billions)
0	7
1	8
2	10
3	13
4	17

Population (millions)	e-waste (millions of tonnes)
65	5.2
70	6.1
75	6.5
80	7.2
85	7.4

Year	Population (billions)
1804	1
1927	2
1959	3
1974	4
1987	5
1999	6
2011	7

Şekil 4.20. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_{12} tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 110)

IB MYP-3 matematik ders kitabında doğrusal ilişkiler alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.34. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO_1 'de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Doğrusal İlişkiler	T ₁	τ_1 ve τ_2 ve τ_8
	T _{2.1}	τ_3
	T _{2.2}	τ_4
	T _{2.3}	τ_5, τ_6 ve τ_7
	T _{2.4}	τ_1 ve τ_{10}
	T ₃	τ_9
	T ₄	τ_{11}
	T ₅	τ_{12}
Toplam	5	12

4.2.3.2. IB MYP-3 matematik ders kitabında doğrusal denklemlerin (MO_2) pratikolojik yapısı

MYP-3 kitabında doğrusal denklemler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 5 görev tipi, bu görev tiplerinden 239 görev verilmektedir. Kitapta denklemler konusundaki görevlerden yalnızca 3 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.35. IB MYP-3 kitabında MO_2 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)	
T ₆ . Eğim bulma	T _{6.1} . Grafikten yararlanarak eğimi bulma	12	5,02	
	T _{6.2} . m ve c $\in \mathbb{R}$ olmak üzere $y=mx+c$ formundaki denklemden yararlanarak eğimi bulma	42	17,57	
	T _{6.3} . A (x_1, y_1) ve B (x_2, y_2) şeklindeki iki noktadan geçen doğrunun eğimini noktaların koordinatlarından yararlanarak bulma	16	6,69	
T ₇ . Birbirine paralel doğruların eğimini hesaplayıp kullanma		5	2,09	
T ₈ . Birbiriyle dik kesişen doğruların eğimini hesaplayıp kullanma		10	4,18	
T ₉ . Eksenleri kesen noktaları bulma	T _{9.1} . Doğrusal denklemlerin eksenleri kestiği noktaları bulma	67	28,03	
	T _{9.2} . Doğrusal olmayan denklemlerin eksenleri kestiği noktaları bulma	6	2,51	
T ₁₀ . Doğrusal denklemleri farklı formlarda yazma ve kullanma	T _{10.1} . Doğrusal denklemleri eğim-kesişim formu ($y - y_1 = m(x - x_1)$) biçiminde yazma ve kullanma	10	4,18	
	T _{10.2} . Doğrusal denklemleri nokta-eğim formu ($y=mx+c$) biçiminde yazma ve kullanma	60	25,10	
	T _{10.3} . Doğrusal denklemleri standart formda (A, B ve $C \in \mathbb{Z}; Ax+By=C$) yazma ve kullanma	11	4,60	
TOPLAM	5	8	239	100

MYP-3 matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 3 tanesi doğrusal ilişkiler alt başlığı ile ilgilidir. Bu çözümlü görevlerin üçü de T_{2.3} alt görev tipindedir.

Example 4

Q

Find the equation, in slope–intercept form, of a line that passes through (2, 7) and has a slope of 5.

A

$$y = mx + c$$

$$7 = (5)(2) + c$$

$$7 = 10 + c$$

$$-3 = c$$

$$y = 5x - 3$$

Start with the equation and substitute in the values you have been given.

Solve for the y -intercept.

Write down the equation in the required form.

Şekil 4.21. IB MYP-3 matematik ders kitabında $T_{10.2}$ görev tipine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s.130)

Yukarıdaki şekilde MYP-3 ders kitabında $T_{10.2}$ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, verilen bir doğrusal denklemi m ve $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $y=mx+c$ formundan yararlanarak yazmaları beklenmektedir. Şekil 4.21’de verilen örnekte, (2,7) noktasından geçen ve eğimi 5 olan doğrunun denkleminin eğim-kesme noktası formunda ($y=mx+c$) yazmaları istenmektedir. Bu görevin çözümü için, öncelikle $y=mx+c$ formu yazılmıştır. Verilen nokta (2,7), denklemdeki x ve y yerine, eğim de m yerine yazılarak denklemin c sabiti yani doğrunun y eksenini kestiği nokta bulunmuştur. Ardından $y=mx+c$ denkleminde c yerine bulunan değer yazılarak $y=5x-3$ denklemi elde edilmiştir. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_{10} : Doğrusal denklemi farklı formlarda yazma ve kullanma

$T_{10.2}$: Doğrusal denklemi eğim-kesme noktası formu ($y=mx+c$) biçiminde yazma ve kullanma

τ_{14} : $y=mx+c$ formunu kullanma

IB MYP-3 matematik ders kitabının denklemler alt başlığına ilişkin prakseolojisi tablo 4.36’da düzenlenmiştir. MYP-3 kitabı kapsamında öğrencilerden denklemler konusu ile ilgili görev tiplerini yapabilmeleri için öğrencilere sunulan teknikler 6 adettir. IB MYP-3 matematik ders kitabında denklemler alt başlığında sunulan tekniklerden τ_{13} “Değişim oranı genellikle doğrunun eğimi olarak adlandırılır. Doğrunun dikliğinin bir ölçüsüdür.” (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 110) biçiminde açıklanmıştır.

Tablo 4.36. *IB MYP-3 matematik ders kitabında MO₂'nin prakseolojik yapısı (T; τ)*

Matematiksel Organizasyon	MO₂. Doğrusal Denklemler
Görev Tipi (T)	T6. Doğrunun eğimini bulma ve kullanma T7. Birbirine paralel doğruların eğimini hesaplayıp kullanma T8. Birbiriyle dik kesişen doğruların eğimini hesaplayıp kullanma T9. Eksenleri kesen noktaları bulma T10. Doğrusal denklemi farklı formlarda yazma ve kullanma
Alt Görev Tipleri	T9.1. Doğrusal denklemlerin eksenleri kestiği noktaları bulma T9.2. Doğrusal olmayan denklemlerin eksenleri kestiği noktaları bulma T10.1. Doğrusal denklemi nokta-eğim formu formu ($y - y_1 = m(x - x_1)$) biçiminde yazma ve kullanma T10.2. Doğrusal denklemi eğim-kesme noktası formu($y=mx+c$) biçiminde yazma ve kullanma T10.3. Doğrusal denklemi standart formda (A, B ve $C \in Z; Ax+By=C$) yazma ve kullanma
Teknik (τ)	τ8. Grafiği inceleme τ9. Denklemi kullanma τ13. Grafiği inceleyerek doğru üzerindeki iki nokta arasındaki dikey ve yatay değişim oranını hesaplama τ14. $y=mx+c$ formunu kullanma τ15. $m=(y_2-y_1)/(x_2-x_1)$ formülünü kullanma τ16. Denklemi düzenleme

MYP-3 kitabında verilen τ_{15} tekniğine ilişkin açıklama aşağıdaki gibidir (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 139):

Bir doğrunun eğimi, dikliğinin bir ölçüsüdür. Dikey değişiminin yatay değişimine oranı olarak tanımlanır. (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) noktalarını birleştiren doğrunun gradyan formülü $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ dir. Pozitif eğim soldan sağa doğru eğimlidir. Negatif bir eğim soldan sağa doğru eğimlidir.

A linear relationship can be represented in one of three forms:
Gradient–intercept or (slope–intercept) form: $y = mx + c$
Point–gradient or (point–slope) form: $y - y_1 = m(x - x_1)$
Standard form: $Ax + By = C$, where A, B and C are integers.

Şekil 4.22. *MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_{16} tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 140)*

Şekil 4.22’de de görüldüğü üzere, doğrusal ilişki üç farklı formla gösterilebilir. Denklem düzenlenerek bu üç form birbirine dönüştürülebilir, bu da τ_{16} tekniğini açıklamaktadır (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 140):

Eğim–kesme noktası formu: $y = mx + c$

Nokta–eğim formu: $y - y_1 = m(x - x_1)$

Standart form: $Ax + By = C$, (burada A, B ve C tam sayılardır.)

Tablo 4.37. *IB MYP-3 matematik ders kitabında MO₂'de (T, τ) sayısal dağılımı*

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Doğrusal Denklemler	T ₆	τ ₁₃ , τ ₁₄ ve τ ₁₅
	T ₇	
	T ₈	τ ₁₃
	T _{9.1}	τ ₈ ve τ ₉
	T _{9.2}	τ ₉
	T _{10.1}	
	T _{10.2}	τ ₁₆
Toplam	5	6

4.2.3.3. IB MYP-3 matematik ders kitabında birinci, ikinci ve üçüncü dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin (MO₃) prakseolojik yapısı

MYP-3 kitabında birinci, ikinci ve üçüncü dereceden bir bilinmeyenli denklemler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 3 görev tipi, bu görev tiplerinden 31 görev verilmektedir. Kitapta denklemler konusundaki görevlerden 3 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir. MYP-3 matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden iki tanesi T_{12.1}, bir tanesi T_{12.2} görev tipleri ile ilgilidir.

Tablo 4.38. *IB MYP-3 kitabında MO₃ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları*

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)	
T ₁₁ . Denklemleri derecelerine göre sınıflandırma		12	38,71	
T ₁₂ . Denklem çözme	T _{12.1} . Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	11	35,48	
	T _{12.2} . İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	3	9,68	
	T _{12.3} . Üçüncü dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	1	3,23	
T ₁₃ . Çözüm kümesinden yararlanarak denklem yazma		4	12,90	
TOPLAM	3	3	31	100

Şekil 4.36'da MYP-3 ders kitabında T_{12.1} ve T_{12.2} görev tiplerine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Aşağıda, bu görev tiplerinden T_{12.1} için anlatılan çözümün analizi ele alınacaktır. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, öğrenciden $\frac{x}{6} = 15 - \frac{2x}{3}$ birinci dereceden bir bilinmeyenli denkleminin çözüm kümesini bulması istenmektedir. Bu görevin çözümünde, eşitliğin her tarafını ortak payda ile çarparak paydaları sadeleştirdikten sonra $x=90-4x$ eşitliği elde edilmiştir. Ardından yine her iki tarafta aynı işlemler yapılarak $x=18$ bulunmuştur. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T₁₂: Denklem çözüme

T_{12.1}: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ₁₈: Eşitliğin her iki tarafında aynı işlemi yaparak bilinmeyeni yalnız bırakma

Example 1

Q Solve the following equations.

a $\frac{x}{6} = 15 - \frac{2x}{3}$ **b** $x^2 + 75 = 100$ **c** $\frac{2(x+7)}{5} = 2x + 6$

A **a** $\frac{x}{6} = 15 - \frac{2x}{3}$

$$\frac{6x}{6} = 6(15) - \frac{2 \cdot 6(2x)}{3}$$
$$x = 90 - 4x$$
$$x + 4x = 90 - 4x + 4x$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{90}{5}$$
$$x = 18$$

If you have a fractional equation, find a common denominator and multiply every term in the equation by that common denominator.

Simplify.

Rearrange the equation by doing the opposite operation to isolate the variable.

You have finished when you have isolated the variable on one side.

Şekil 4.23. IB MYP-3 matematik ders kitabında T_{12.1} görev tipine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 320)

IB MYP-3 matematik ders kitabının birinci, ikinci ve üçüncü dereceden denklemlerin çözümü alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tablo 4.39’da düzenlenmiştir:

Tablo 4.39. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO₃’ün prakseolojik yapısı (T; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO ₃ . Birinci, İkinci Ve Üçüncü Dereceden Denklemlerin Çözümü
Görev Tipi (T)	T ₁₁ . Denklemleri derecelerine göre sınıflandırma T ₁₂ . Denklem çözüme T ₁₃ . Çözüm kümesinden yararlanarak denklem yazma
Alt Görev Tipleri	T _{12.1} . Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma T _{12.2} . İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma T _{12.3} . Üçüncü dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ ₁₇ . Verilen denklemlerin derecelerini inceleyerek kaçınıcı dereceden olduğunu belirleme τ ₁₈ . Eşitliğin her iki tarafında aynı işlemi yaparak bilinmeyeni yalnız bırakma τ ₁₉ . Eşitliğin her iki tarafında aynı işlemi yaparak x=a formundan yola çıkıp istenilen şekilde denklemler oluşturma

IB MYP-3 matematik ders kitabında birinci, ikinci ve üçüncü dereceden denklemlerin çözümü alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan tekniklerden τ_{17} tekniği (s.319), verilen tablodaki $3g+2=12$ denkleminin doğrusal, $4m^2-8m+3=0$ denkleminin ikinci dereceden ve $c^3-4c=2$ denkleminin üçüncü dereceden olduğu ifade edilerek genelleme yapması ve derecesine göre ilişkilendirerek sınıflandırması şeklinde sunulmuştur (Şekil 4.24).

Equation	Degree	Classification
$3g + 2 = 12$		linear
$4m^2 - 8m + 3 = 0$		quadratic
$c^3 - 4c = 2$		cubic
$\frac{4x - 5}{7} = 9$		
$12 - 4w^3 + 2w^2 - w = 2$		
$3y + 11 = -7y^2$		
$6z - 19 = 2(3z - 4)$		
$5p^3 - 2p + 4 = -2p^2 + p^3 - 8p$		
$7h^2 - 9h = -12(3h + 2)$		

Şekil 4.24. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_{17} tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 319)

MYP-3 kitabında τ_{19} tekniği de τ_{18} tekniğinin tersinden gidilmesiyle açıklanmıştır. Kitapta konunun giriş kısmında, şimdiye kadarki öğrendiğiniz bütün bilgileri kullanarak çözümleri yapın (s. 319) ifadesiyle diğer sınıf seviyelerine ve konulardan da yararlanılabileceği söylenerek MYP-2'deki τ_7 tekniğine benzer bir teknik kullanılması istenmiştir. MYP-3 kitabında sayfa 321'de "Cevabı -4 olan ve çözmek için birden fazla adım gerektiren doğrusal bir denklem oluşturun." görevinde de τ_{18} tekniğinin tersinden hareket edilmesi beklenmektedir (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 321).

Tablo 4.40. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO_3 'te (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Denklemler	T ₁₁	τ_{17}
	T ₁₂	τ_{18}
	T ₁₃	τ_{19}
Toplam	3	3

4.2.3.4. IB MYP-3 matematik ders kitabında doğrusal denklem sistemlerinin (MO4) prakseolojik yapısı

MYP-3 kitabında doğrusal denklem sistemleri alt başlığı ile ilgili öğrencilere 5 görev tipi ve bu görev tiplerinden 162 görev verilmektedir. Kitapta doğrusal denklem sistemleri konusundaki görevlerden 3 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.41. IB MYP-3 kitabında MO4 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T14. $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+by=c$ ve $dx+ey=f$ şeklindeki doğrusal denklem sistemini çözme	91	56,17
T15. Doğrusal denklem sistemini çözüm sayısına göre sınıflandırma	25	15,43
T16. İstenen çözüm sayısına göre doğrusal denklem sistemi yazma	4	2,47
T17. Lineer denklem sisteminde verilmeyen değeri bulma	8	4,94
T18. Doğrusal denklem sistemleri ile ilgili problem çözme	34	20,99
TOPLAM	5	100

MYP-3 matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden iki tanesi T₁₄, bir tanesi T₁₇ görev tipleri ile ilgilidir.

Example 3

Q Solve the following linear system using the elimination method.

$$2x - 3y = 1$$

$$3x + 5y = \frac{3}{2}$$

A

$$(2x - 3y = 1) \times 3$$

$$\left(3x + 5y = \frac{3}{2}\right) \times -2$$

$$6x - 9y = 3$$

$$-6x - 10y = -3$$

$$\hline -19y = 0$$

In order to eliminate a variable, **both** equations need to be multiplied by a value. Multiply the top equation by 3 and the bottom equation by -2 so that the coefficients of x are 6 and -6, and then add the equations.

Şekil 4.25. IB MYP-3 matematik ders kitabında T₁₄ görev tipine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 336)

$$\begin{aligned}
2x - 3(0) &= 1 \\
2x &= 1 \\
x &= \frac{1}{2} \\
2\left(\frac{1}{2}\right) - 3(0) &= 1 \\
1 - 0 &= 1 \\
3\left(\frac{1}{2}\right) + 5(0) &= \frac{3}{2} \\
\frac{3}{2} &= \frac{3}{2} \\
\text{The solution is } &\left(\frac{1}{2}, 0\right).
\end{aligned}$$

Substitute the solution into one of the equations to solve for the other variable. Another option is to use elimination again, but this time eliminate the y .

Verify your answer in each of the original equations.

Write the solution as an ordered pair.

Şekil 4.26. IB MYP-3 matematik ders kitabında T_{14} görev tipine ilişkin örnek (Devamı) (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 336)

Yukarıdaki şekilde MYP-3 ders kitabında T_{14} görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, doğrusal denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulması istenmektedir. Şekil 4.25'te $2x-3y=1$ ve $3x+5y=3/2$ denklemlerinden oluşan denklem sisteminin çözülmesi görevinde, çözümde öncelikle her iki denklemde x bilinmeyeninin katsayısı birbirinin toplama işlemine göre tersi olacak şekilde çarpma işlemi yapılmıştır. Böylece sırasıyla $6x-9y=3$ ve $-6x-10y=-3$ denklemleri elde edilmiştir. Bu denklem sisteminde, denklemler alt alta yazılarak x bilinmeyenlerinin katsayıları toplanıp sıfır elde edilmiş ve denklemde bilinmeyen olarak sadece y bilinmeyeni kalmıştır. $-19y=0$ denklemi elde edilmiş, y 'nin değeri 0 bulunmuştur. Ardından bu y değeri, denklemlerden $2x-3y=1$ denkleminde yerine yazılarak $x=1/2$ elde edilmiştir. Bulunan x ve y değerleri birlikte her iki denkleme de yazılarak sağlama yapılmış ve doğru olduğu ispatlanmıştır. Böylece cevap (x,y) yani $(1/2, 0)$ olarak bulunmuştur. Bu görev için pratikolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_{14} : $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+by=c$ ve $dx+ey=f$ şeklindeki doğrusal denklem sistemini çözüp grafikte kontrol etme

τ_{21} : Gauss yok etme metodunu kullanma

IB MYP-3 matematik ders kitabının doğrusal denklem sistemleri alt başlığına ilişkin pratikolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.42. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO₄'ün prakseolojik yapısı (T; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO ₄ . Doğrusal Denklem Sistemleri
Görev Tipi (T)	T14. a,b,c,d,e,f ∈ ℝ olmak üzere ax+by=c ve dx+ey=f şeklindeki doğrusal denklem sistemini çözme T15. Doğrusal denklem sistemini çözüm sayısına göre sınıflandırma T16. İstenen çözüm sayısına göre doğrusal denklem sistemi yazma T17. Lineer denklem sisteminde verilmeyen değeri bulma T18. Doğrusal denklem sistemi kurmayı gerektiren problemi çözme
Teknik (τ)	τ20. Yerine koyma metodunu kullanma τ21. Gauss yok etme metodunu kullanma τ22. Grafik çizip kesişim noktasını bulma τ23. Teknoloji destekli grafik çizip kesişim noktasını bulma τ24. Lineer denklem sistemindeki katsayıların ve sabitlerin (y eksenini kestiği noktaların) birbirine oranını inceleme τ25. Verilen probleme uygun doğrusal denklem sistemleri yazıp τ ₂₀ , τ ₂₁ , τ ₂₂ veya τ ₂₃ tekniklerinden biri ile çözme

IB MYP-3 matematik ders kitabında doğrusal denklem sistemleri alt başlığında verilen τ₂₀ tekniği, $4x-3y=-11$ ve $-5x+2y=12$ denklemlerinden oluşan denklem sisteminin çözümünde kullanılmıştır (Şekil 4.27). Bu görevin çözümünde, $-5x+2y=12$ denkleminde her iki taraftan $5x$ çıkarılarak $2y=5x+12$ denklemi elde edilmiştir. Buradan y 'nin değeri bulunarak, diğer denklemde y yerine yazılmış ve $x=-2$ bulunmuştur (Şekil 4.28). Bulunan x değeri diğer $y=5/2x+6$ denkleminde yerine koyma metodu kullanılarak yazıldıktan sonra y değeri de 1 olarak bulunmuştur. Elde edilen (x,y) yani $(-2,1)$ değeri her iki denklemde de yerine konur ve sağlanması yapılarak doğruluğu ispatlanmıştır. Neticede sonuç, $(-2,1)$ olarak yazılmıştır (Şekil 4.29).

Example 2

Q Solve the following linear system using the substitution method.

$$4x - 3y = -11, -5x + 2y = 12$$

A $-5x + 2y = 12$

$$+5x \quad +5x$$

$$2y = 5x + 12$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{5x}{2} + \frac{12}{2}$$

$$y = \frac{5}{2}x + 6$$

Isolate one of the variables in one of the equations.

▶ Continued on next page

Şekil 4.27. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ₂₀ tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 330)

$$4x - 3\left(\frac{5}{2}x + 6\right) = -11$$

$$4x - \frac{15}{2}x - 18 = -11$$

$$2(4x - \frac{15}{2}x - 18 = -11)$$

$$8x - 15x - 36 = -22$$

$$-7x - 36 = -22$$

$$+36 \quad +36$$

$$-7x = 14$$

$$x = -2$$

Substitute the expression into the other equation to solve for the other variable.

Use the distributive property to expand the brackets.

Multiply each side of the equation by 2 to eliminate all of the denominators.

Solve for x .

Şekil 4.28. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_{20} tekniğine ilişkin örnek (Devamı-1) (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 331)

$$y = \frac{5}{2}(-2) + 6$$

$$y = 1$$

$$4(-2) - 3(1) = -11$$

$$-11 = -11$$

$$-5(-2) + 2(1) = 12$$

$$12 = 12$$

The solution is $(-2, 1)$.

Substitute the value of x into the equation for y to find the value of the other variable.

Verify your answer in each of the original equations.

Write the solution as an ordered pair.

Şekil 4.29. MYP-3 standart düzey matematik ders kitabında τ_{20} tekniğine ilişkin örnek (Devamı-2) (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 331)

MYP-3 kitabındaki τ_{22} ve τ_{23} teknikleri, teknoloji destekli ya da teknoloji desteği olmadan grafik çizerek kesişim noktalarını bulma teknikleridir. Kitapta bu teknik, “Doğrusal sistemler, doğruların her birinin grafiği çizilerek ve kesişme noktası bulunarak çözülebilir. Doğrusal sistemler, ikame veya eleme kullanılarak cebirsel olarak da çözülebilir.” (IB, MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 350) şeklinde açıklanmıştır.



Investigation 2 – Classifying systems of equations I

Here are three linear systems.

A	B	C
$y = 2x + 1$	$2y + 8 = x$	$6x = 20 - 2y$
$y = -x + 7$	$4y - 2x = -16$	$y + 3x - 5 = 0$

- 1 Graph each pair of lines on a separate set of axes. With the permission of your teacher, you may use technology if you wish.
- 2 How many solutions does each linear system have? Explain your answers.
- 3 Research the names used to classify the three types of linear systems.

Şekil 4.30. IB MYP-3 matematik ders kitabında τ_{24} tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 326)

İlgili kitapta τ_{24} tekniği, öğrenciye buldurma yoluyla sunulmuştur. Verilen üç farklı doğrusal sistemin teknoloji destekli ya da desteksiz bir şekilde çözümünü bulmaları ve bu çözümden yola çıkarak, bilinmeyenlerdeki katsayıların oranı ile çözüm sayısı arasında bir ilişki olup olmadığı genellemesi yapılarak teknik verilmiş (Şekil 4.30); ardından aynı zamanda teknik hakkında şu açıklama yapılmıştır (IB, MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 350):

Lineer sistemlerin hiçbir çözümü, tek bir çözümü veya sonsuz sayıda çözümü olamaz. Grafikselsel olarak, çizgiler birbirine paralel olduğunda doğrusal bir sistemin çözümü yoktur. Aynı satır iki kez verildiğinde sonsuz sayıda çözüm vardır. Cebirsel olarak, tüm değişkenler ortadan kaldırıldığında ve sonunda gerçek bir denklem elde edildiğinde, örneğin $0 = 0$ veya $-4 = -4$ olduğunda sonsuz sayıda çözüm vardır. Cebirsel olarak, tüm değişkenler elimine edildiğinde ve doğru olmayan bir denklemle sonuçlandığında çözüm yoktur, örneğin $0 = 2$ veya $-4 = 7$.

MYP-3 kitabında cebir ile ilgili verilen son teknik, problemlerin çözümü ile ilgilidir. Verilen bir problemin çözümü için kullanılan τ_{25} tekniği, görevi ve çözümü tespit ettikten sonra uygun herhangi bir teknik belirleyerek problemin çözülmesini içerir (Bkz. Şekil 4.31 ve Şekil 4.32). Aşağıdaki şekilde problemin çözümünde τ_{25} tekniği kapsamında, “Bağışlarda 325 dolar, bazıları 5 dolarlık banknotlarda ve diğerleri 10 dolarlık banknotlarda alırsınız. Toplam 46 fatura saydıysanız, her bir fatura türünden kaç tane var?” (s. 326). Probleminin çözümünde ilk olarak 5 dolarlık banknot sayısı x , 10 dolarlık banknot sayısı y ile gösterilmiştir. Daha sonrasında bu banknotların sayıları ve değerleri ile ilgili iki adet denklem yazılarak bir denklem sistemi oluşturulmuştur (Şekil 4.31). Oluşturulan denklem sisteminde yerine koyma metodu kullanılarak $y=46-x$ ifadesi, $5x+10y=325$ denkleminde yerine yazılarak $x=27$ ve ardından $y=19$ sonuçlarına ulaşılmıştır (Şekil 4.32). Sağlaması yapılarak doğrulanmış ve 27 adet 5 dolarlık, 19 adet 10 dolarlık banknot olduğu bulunmuştur.

Example 4

Q You receive \$325 in donations, some in \$5 bills and others in \$10 bills. If you counted 46 bills in all, how many of each type of bill do you have?

A Let x represent the number of \$5 bills.
Let y represent the number of \$10 bills.

	Number	Value (\$)
\$5 bills	x	$5x$
\$10 bills	y	$10y$
TOTAL	46	325

$$x + y = 46$$

$$5x + 10y = 325$$

$$x + y = 46$$

$$y = 46 - x$$

$$5x + 10y = 325$$

$$5x + 10(46 - x) = 325$$

$$5x + 460 - 10x = 325$$

$$-5x + 460 = 325$$

$$-5x = -135$$

$$x = 27$$

Write a statement explaining what each of the variables represents.

Setting up a chart might help organize the information – each column contains information to set up an equation.

Set up two equations to represent the information in the question.

Select the most appropriate and efficient method to solve the question – either substitution or elimination. In this case use substitution.

Solve.

Şekil 4.31. IB MYP-3 matematik ders kitabında τ_{25} tekniğine ilişkin örnek (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 326)

$$x + y = 46$$

$$27 + y = 46$$

$$y = 19$$

$$27 + 19 = 46$$

$$5(27) + 10(19) = 325$$

You have 19 \$10 bills and 27 \$5 bills.

Substitute the solution into one of the original equations to solve for the other variable.

Verify your answer in the original equations.

Write a concluding sentence with the answers.

Şekil 4.32. IB MYP-3 matematik ders kitabında τ_{25} tekniğine ilişkin örnek (devamı) (MYP-3 Matematik Ders Kitabı, s. 326)

Tablo 4.43. IB MYP-3 matematik ders kitabında MO_4 'te (T , τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Doğrusal Denklem Sistemleri	T_{14}	$\tau_{20}, \tau_{21}, \tau_{22}$ ve τ_{23}
	T_{15}	
	T_{16}	τ_{24}
	T_{17}	
	T_{18}	τ_{25}
Toplam	5	6

4.2.4. MYP-3 matematik ders kitabındaki problem tiplerinin bağlamlarına göre incelenmesi

IB-MYP3 kitabında problem çözme alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde T₉ görev tipinin “lineer denklem sistemleri ile ilgili problem çözme” olarak ifade edildiği görülmektedir. IB MYP-3 kitabında yer alan bu görev tipine ait problemlerin bağlamına ilişkin frekans ve yüzde dağılım tablosu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 4.44. IB MYP-3 kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans ve yüzde dağılımları

Görev Tipinin İfadesi	Gerçekçi Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Aritmetik/Cebirsel Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Geometrik Bağlamdaki Görev Sayısı (f)	
	f	%	f	%	f	%
T ₉ . Lineer denklem sistemleri ile ilgili problem çözme	27	79,41	3	8,82	4	11,76

Tablo incelendiğinde; MYP-3 eğitim kademesinde öğrencilere toplam 34 kere problem çözme görevi verildiği görülmektedir. Öğrencilerden %79,41 oranla en çok gerçekçi bağlamda problemleri, %8,82 oranla en az ise aritmetik/cebirsal bağlamda problemleri çözmeleri istenmektedir.

Öğrencilerden çözmesi istenen gerçekçi bağlamdaki problem için bir örnek aşağıda yer almaktadır (s. 144, b şıkkı)

2016 yılında, halihazırda HIV ile yaşayan toplam 36,63 milyon insan vardı ve o yıl 1,8 milyon yeni HIV enfeksiyonu vardı. İlaç teknolojisindeki gelişmeler ve küresel ajanslar ile yerel yönetimlerin desteği sayesinde yeni enfeksiyon oranı yılda yaklaşık 300.000 kişi azalmaktadır. Enfeksiyon oranı bu doğrusal eğilimi takip etmeye devam ederse, hangi yılda yeni enfeksiyon olmayacak?

4.2.5. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabının prakseolojisi

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında denklemler ve eşitsizlikler konuları ele alınmıştır. İlgili konular için görev tipleri belirlenmiş ve bu görevlerin prakseolojisi incelenerek görevlerin nasıl oluştuğu, öğrencilere kitapta hangi sıklıkta verildiği, çözümünde hangi tekniklerin kullanıldığı, bu tekniklerin hangi teknoloji ve teorilere dayandığı belirlenmeye çalışılmıştır.

MYP-4&5 standart düzey seviyesinde cebir kapsamında öğrencilere doğrusal denklemler, doğrusal denklem sistemleri, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, rasyonel denklemler ve eşitsizlikler öğretilmektedir. Bu ünite kapsamında, ilgili konularda öğrencilere verilen çözümlü ve çözümsüz görevlerin sayısı şekilde verilmektedir:

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında konu ile ilgili toplam 376 görev verilmektedir. Bu görevlerden 22 tanesi çözümlü, 354 tanesi ise çözümsüzdür. Çözümlü ve çözümsüz görevlerin sayıca dağılımı aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 4.45. *IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler*

Görevler	Frekans (f)
Çözümlü Görevler	22
Çözümsüz Görevler	354
Toplam	376

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında doğrusal denklemler, doğrusal denklem sistemleri, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, rasyonel denklemler ve eşitsizlikler konuları için yapılan prakseolojik analiz sonucunda matematiksel organizasyon içinde toplam 376 görev, 23 görev tipi için 24 adet tekniğin kullanıldığı ya da önerildiği görülmektedir. Matematiksel organizasyonların görev tipi ve teknik sayısı doğrultusunda dağılımları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.46. *IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında doğrusal denklemler, doğrusal denklem sistemleri, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, rasyonel denklemler ve eşitsizlikler konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları*

Matematiksel Organizasyon (MO)	Görev	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Doğrusal Denklemler	27	3	3
Doğrusal Denklem Sistemleri	47	3	4
İkinci Dereceden Denklemler	138	5	6
Rasyonel Denklemler	82	3	4
Eşitsizlikler	82	9	7

4.2.5.1. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında doğrusal denklemlerin (MO₁) prakseolojik yapısı

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında doğrusal denklemler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 3 görev tipi ve toplam 27 görev verilmektedir. Kitapta doğrusal denklemler konusundaki görevlerden yalnızca 1 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.47. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T1. Doğrusal denklem çözümünde hangi ilkenin kullanıldığını (toplama ilkesi/çarpma ilkesi) tespit etme	12	44,44
T2. a,b,c,d ∈ ℝ olmak üzere ax+b=cx+d şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	14	51,85
T3. a ∈ ℝ olmak üzere x=a eşitliğine eşdeğer denklemler oluşturma	1	3,70
TOPLAM	3	100

Example 1

Solve the equation $\frac{1}{4}(x-2) = \frac{1}{2}(3x+4)$. Show the equivalence transformation used at each step. Remember to check your solution.

$$\frac{1}{4}(x-2) = \frac{1}{2}(3x+4)$$
$$4 \cdot \frac{1}{4}(x-2) = 4 \cdot \frac{1}{2}(3x+4) \quad \text{Multiply both sides by 4.}$$
$$x-2 = 2(3x+4)$$
$$x-2 = 6x+8$$
$$x-2-8 = 6x+8-8 \quad \text{Add -8 to both sides (or subtract 8 from both sides).}$$
$$x-10 = 6x$$
$$-x+x-10 = -x+6x \quad \text{Add -x to both sides (or subtract x from both sides).}$$
$$-10 = 5x$$
$$\frac{1}{5} \cdot -10 = \frac{1}{5} \cdot 5x \quad \text{Multiply both sides by 5.}$$
$$-2 = x$$

Check: LHS: $\frac{1}{4}(-2-2) = -\frac{4}{4} = -1$

RHS: $\frac{1}{2}(3 \times (-2) + 4) = \frac{1}{2}(-2) = -1$

Şekil 4.33. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında T₂ görev tipine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s.410)

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 1 tanesi doğrusal denklemler alt başlığı ile ilgilidir. Bu çözümlü görev T₂ görev tipindedir.

Şekil 4.33'te verilen örnekte olduğu gibi MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında T₂ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, verilen $\frac{1}{4}(x-2) = \frac{1}{2}(3x+4)$ doğrusal denklemini çözmesi istenmektedir. Çözümde anlatılan teknikte, öncelikle her iki taraf 4 ile çarpılarak paydalar sadeleştirilmiş, sonrasında ortaya çıkan $x-2=2(3x+4)$ denklemine eş değer denklemler oluşturularak bilinmeyen, eşliğin bir tarafında yalnız bırakılıncaya kadar işlemlere devam edilmiştir. En sonunda $-2=x$ sonucu elde edilmiştir. Bulunan sonuç, en başta

verilen denklemdeki eşitliğin sağ ve sol taraflarında yazılarak sonuçların aynı olduğu görülmüş ve sonucun doğruluğu ispatlanmıştır. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_2 : $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_2 : Eşdeğer denklemler oluşturarak bilinmeyi denklemin bir tarafında yalnız bırakma

Tablo 4.48. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO_1 'in prakseolojik yapısı (T ; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO_1 . Doğrusal Denklemler
Görev Tipi (T)	T_1 . Doğrusal denklem çözümünde hangi ilkenin kullanıldığını (toplama ilkesi/çarpma ilkesi) tespit etme
	T_2 . $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	T_3 . $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x=a$ eşitliğine eşdeğer denklemler oluşturma
	τ_1 . Eşdeğer denklemler oluşturulurken her iki tarafı inceleyerek çarpma işlemi mi yoksa toplama işlemi mi yapıldığını tespit etme
	τ_2 . Eşdeğer denklemler oluşturarak bilinmeyi denklemin bir tarafında yalnız bırakma
	τ_3 . Eşdeğer denklemler oluşturma

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabının doğrusal denklemler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tablo 4.48'de düzenlenmiştir. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabı kapsamında öğrencilerden doğrusal denklemler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 3 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Kitapta verilen τ_1 tekniğine ilişkin açıklama aşağıdaki gibidir (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 410):

Toplama İlkesi: Bir denklemin her iki tarafına aynı değeri veya değişkeni ekleyin. $2x = 8$ eşdeğer denklemini elde etmek için $2x + 3 = 5$ 'in her iki tarafına 3 ekleyin. Çarpma İlkesi: Bir denklemin her iki tarafında aynı sıfır olmayan değer veya değişken ile çarpın. Eşdeğer denklem $11/5=x$ 'i elde etmek için $11 = 5x$ 'in her iki tarafını $1/5$ ile çarpın.

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_3 tekniği görev içerisinde şu şekilde açıklanmıştır (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 410): “ $2x=3$ denklemi için, eşittir işaretinin her iki tarafında köşeli parantezler ve x değişkeni ile eşdeğer bir denklem yazmak için eşdeğerlik dönüşümlerini kullanın.” Buradan denkleme eş değerde farklı denklemler için iki tarafta da aynı işlemler yapılırken bütün terimlerin kullanılması için parantezin önemine vurgu yapılmıştır.

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında doğrusal denklemler alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.49. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO_1 'de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Doğrusal Denklemler	T_1	τ_1
	T_2	τ_2
	T_3	τ_3
Toplam	3	3

4.2.5.2. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında doğrusal denklem sistemlerinin (MO_2) prakseolojik yapısı

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında doğrusal denklem sistemleri alt başlığı ile ilgili öğrencilere 3 görev tipi, bu görev tiplerinden bir görev tiplerinden toplam 47 görev verilmektedir. Kitapta doğrusal denklem sistemleri konusundaki görevlerden yalnızca 5 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.50. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO_2 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Görev Sayısı	Yüzde (%)	
T4. $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+by=c$ ve $dx+ey=f$ şeklindeki lineer denklem sistemini çözüp grafikte kontrol etme	32	68,09	
T5. Doğrusal denklem sisteminin grafiğinden yararlanarak çözüm sayısını bulma	5	10,64	
T6. Doğrusal denklem sistemleri ile ilgili problem çözme	10	21,28	
TOPLAM	3	47	100

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 4 tanesi T_4 , 1 tanesi T_6 görev tipindedir.

4.34 numaralı şekilde MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında T_4 görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, verilen doğrusal denklem sistemini çözüp grafik üzerinden kontrol etmesi beklenmektedir. $7x+2y=19$ ve $x-y=4$ denklemlerinden oluşan sistemi çözerken, yerine koyma metodunun kullanılması istenmiştir. Bu yöntemle çözmek için, $y=x-4$ denklemi oluşturulmuş ve y değeri diğer denklemde yerine yazılarak $x=3$ bulunmuştur. Ardından x 'te 3 'n yola çıkılarak $y=-1$ elde edilmiştir. Böylece çözüm (x,y) yani $(3,-1)$ olarak belirlenmiştir. Ardından bu çözüm iki farklı şekilde sağlama yapılarak ispatlanmıştır. Denklemde yazarak ve grafik çiziminde kesişim noktasını ularak sağlamalar yapılmıştır. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_2 : $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+by=c$ ve $dx+ey=f$ şeklindeki lineer denklem sistemini çözüp grafikte kontrol etme

τ_4 : Yerine koyma metodunu kullanma

Use the method of substitution to solve the system of equations $7x + 2y = 19$ and $x - y = 4$, and check your solution.

$x - y = 4 \Rightarrow y = x - 4$ ———— Choose one of the equations and solve for y .

$7x + 2(x - 4) = 19$ ———— Substitute the expression for y into the other equation, and solve for x .

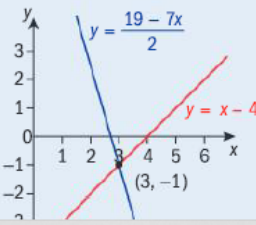
$7x + 2x - 8 = 19$
 $9x - 8 = 19$
 $9x = 27$
 $x = 3$

$y = x - 4 \Rightarrow y = 3 - 4 = -1$ ———— Substitute the value for x into one of the equations to find the value of y .

The solution is $(3, -1)$. ———— Write the solution as an ordered pair (x, y) .

$7x + 2y \Rightarrow 7(3) + 2(-1) = 21 - 2 = 19$ ✓ ———— Check algebraically by substituting the x and y values into both original equations.

$x - y \Rightarrow 3 - (-1) = 4$ ✓

 ———— Check graphically by graphing the two equations and finding their intersection.

Şekil 4.34. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında T_4 görev tipine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s.413)

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabının doğrusal denklem sistemleri alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.51. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO_2 'nin prakseolojik yapısı (T ; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO_2 . Doğrusal Denklem Sistemleri
Görev Tipi (T)	<p>T4. $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + by = c$ ve $dx + ey = f$ şeklindeki lineer denklem sistemini çözüp grafikte kontrol etme</p> <p>T5. Doğrusal denklem sisteminin grafiğinden yararlanarak çözüm sayısını bulma</p> <p>T6. Doğrusal denklem sistemleri ile ilgili problem çözme</p>
Teknik (τ)	<p>τ_4. Yerine koyma metodunu kullanma</p> <p>τ_5. Gauss yok etme metodunu kullanma</p> <p>τ_6. Teknoloji destekli programda, online olarak her iki denklemin grafiğini çizdikten sonra kesişme noktalarını inceleme</p> <p>τ_7. Verilen probleme uygun doğrusal denklem sistemleri yazıp teknoloji destekli olarak grafiğini çizerek çözme</p>

Solve the system of equations $5x - 7y = 27$ and $3x - 16 = 4y$, using the elimination method. Check your result algebraically or graphically.

[1] $5x - 7y = 27$

[2] $3x - 4y = 16$

Multiply both sides of [1] by 4, and both sides of [2] by -7 .

[3] $20x - 28y = 108$

[4] $-21x + 28y = -112$

$-x = -4 \Rightarrow x = 4$

$5(4) - 7y = 27$

$20 - 7y = 27$

$-7y = 7$

$y = -1$

Solution is $(4, -1)$

Rearrange the equations to line up like terms.

Choose equivalence transformations that give the same coefficient for one variable.

Add [3] and [4] to eliminate y .

Substitute into one of the original equations to find the value of the 2nd variable.

Write the solution as an ordered pair.

Şekil 4.35. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_5 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 416)

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabı kapsamında öğrencilerden doğrusal denklem sistemleri konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 4 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Kitapta τ_5 tekniği, $5x-7y=27$ ve $3x-16=4y$ denklemlerinden oluşan denklem sisteminin Gauss yok etme metodu ile kullanılarak çözülmesi görevinde belirtilmiştir (Şekil 4.35). Bu teknik kapsamında iki denklemdeki y katsayıları birbirinin toplama işleme göre teris olacak şekilde düzenlenerek alt alta yazılıp toplanmış ve $x=4$ sonucuna ulaşılmıştır. Denklemlerden birinde x yerine 4 yazılarak $y=-1$ elde edilmiş ve sistemin çözümü $(4,-1)$ olarak bulunmuştur.

Kitaptaki τ_6 tekniği açıklanırken öğrencilerden teknolojiye yararlanarak denklem sistemlerinin grafiklerini çizmeleri ve grafiklerdeki kesişim noktalarını tespit ederek çözümü bulma (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 417) şeklinde verilmektedir.



From 1996 to 2012, the total imports and exports from a particular company can be modelled by the following system of equations, where y represents the total exports or imports in millions of dollars, and x represents the time in years. The year 2000 is represented by $x = 0$.

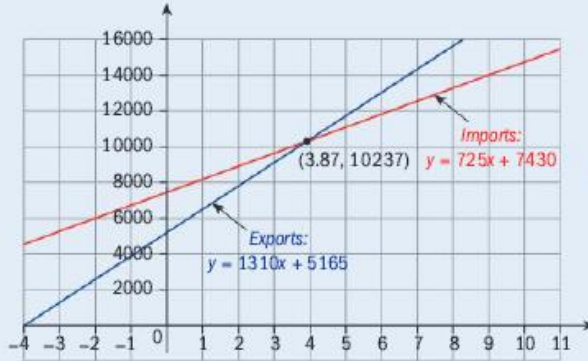
Exports: $y = 1310x + 5165$

Imports: $y = 725x + 7430$

By analyzing the system of equations, describe the company's pattern of imports and exports between 1996 and 2012.

$x = 0$ represents the year 2000, so the range of x (from 1996 to 2012) is $-4 \leq x \leq 12$.

y represents the total exports or imports, thus $y > 0$.



The company had no exports in 1996. Then, until about 2004, it spent more on imports than it made on exports. After 2004, the company's export income exceeded its import expenses.

Identify the variables and constraints.

Graph the system of equations.

The intersection is at $x = 3.87 \approx 4$, which is around the year 2004.

Interpret the information from the graph in your own words, and in the context of the problem.

Şekil 4.36. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 419)

Şekil 4.36'da görüldüğü üzere, kitapta verilen τ_7 tekniği kapsamındaki bir örnekte, bir şirketteki 1996'dan 2012'ye kadar yapılan toplam ithalat ve ihracatın modellendiği denklem sistemi verilmiştir. Bu denklem sisteminde, y , milyonlarca dolar cinsinden toplam ihracatı veya ithalatı; x , yıl cinsinden zamanı temsil edilmiştir. İhracat $y = 1310x + 5165$; ithalat ise $y = 725x + 7430$ elde edilerek Verilen probleme uygun doğrusal denklem sistemleri yazıp teknoloji destekli olarak grafiğini çizerek çözme tekniği sunulmuştur (s. 419).

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında doğrusal denklem sistemleri görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.52. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO_2 'de (T , τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Doğrusal Denklem Sistemleri	T_4	τ_4 ve τ_5
	T_5	τ_6
	T_6	τ_7
Toplam	3	4

4.2.5.3. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında ikinci dereceden denklemlerin (MO₃) prakseolojik yapısı

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında ikinci dereceden denklemler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 5 görev tipi, bu görev tiplerinden bir görev tiplerinden toplam 138 görev verilmektedir. Kitapta doğrusal denklem sistemleri konusundaki görevlerden 8 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.53. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO₃ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T7. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	72	52,17
T8. Çözüm kümesinden yararlanarak denklemi yazma	8	5,80
T9. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ile ilgili problem çözme	48	34,78
T10. İkinci dereceden denklemlerin çözümlerinin sayısını bulma	5	3,62
T11. İkinci dereceden denklemin çarpanlara ayrılıp ayrılmadığını tespit etme	5	3,62
TOPLAM	5	100

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında ikinci dereceden denklemler konusu kapsamında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 5 tanesi T₇, 3 tanesi T₉ görev tipindedir.

Example 2

Solve $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

$(2x + 1)(x - 3) = 0$ — Factorize the quadratic.

$2x + 1 = 0; x - 3 = 0$ — Set both linear functions equal to 0 and solve.

$x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = 3$

$x_1 = -\frac{1}{2}: 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 5\left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = 0 \checkmark$ — Check the solutions in the original quadratic.

$x_2 = 3: 2(3)^2 - 5(3) - 3 = 0 \checkmark$

Şekil 4.37. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında T₇ görev tipine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s.426)

Yukarıdaki şekilde MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında T₇ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, verilen ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi çözmesi beklenmektedir. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T₇: İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_8 : İfadeyi çarpanlara ayırarak çarpanlarını sıfıra eşitleyip kökleri bulma ve denkleme yerine koyarak sağlama yapma

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabının ikinci dereceden denklemler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.54. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO_3 'ün prakseolojik yapısı (T ; τ ; θ ; θ)

Matematiksel Organizasyon	MO_3 . İkinci Dereceden Denklemler
Görev Tipi (T)	<p>T7. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma</p> <p>T8. Çözüm kümesinden yararlanarak denklemi yazma</p> <p>T9. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ile ilgili problem çözme</p> <p>T10. İkinci dereceden denklemlerin çözümlerinin sayısını bulma</p> <p>T11. İkinci dereceden denklemin çarpanlara ayrılıp ayrılmadığını tespit etme</p>
Teknik (τ)	<p>τ_8. İfadeyi çarpanlara ayırarak çarpanlarını sıfıra eşitleyip kökleri bulma ve denkleme yerine koyarak sağlama yapma</p> <p>τ_9. İkinci dereceden ifadeyi tam kare haline getirip eşitliğin her iki tarafının karekökünü alarak x'i yalnız bırakma</p> <p>τ_{10}. $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2+bx+c=0$ denkleminde $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ formülünü kullanma</p> <p>τ_{11}. Kökü sağlayabilecek katsayı ve sabiti yazma (çözümdeki denkleme koyarak sağlama kısmından yararlanma)</p> <p>τ_{12}. Verilen probleme uygun denklem yazıp çözme</p> <p>τ_{13}. $\Delta=b^2-4ac$ eşitliğinin sıfırdan büyük/eşit/küçük olma durumunu inceleme</p>

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabı kapsamında öğrencilerden ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 6 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Kitapta verilen τ_8 ve τ_{11} teknikleri Şekil 4.38'de sunulmuştur. $2x^2-5x-3=0$ denkleminin çözümünde çarpanlara ayırarak çarpanları sıfıra eşitleyip kökleri bulma tekniği ve ardından sağlama yaparak kontrol etme teknikleri kullanılmıştır.

Example 2

Solve $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

$(2x + 1)(x - 3) = 0$ — Factorize the quadratic.

$2x + 1 = 0; x - 3 = 0$ — Set both linear functions equal to 0 and solve.

$x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = 3$

$x_1 = -\frac{1}{2}: 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 5\left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = 0 \checkmark$ — Check the solutions in the original quadratic.

$x_2 = 3: 2(3)^2 - 5(3) - 3 = 0 \checkmark$

Şekil 4.38. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_8 ve τ_{11} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 426)

Şekil 4.39’da da görüldüğü üzere, $2x^2-4x=3$ ikinci dereceden denkleminin çözümünde eşitliğin sol tarafı düzenlenerek ifade tam kare bir hale getirilmiş ve $(x-1)$ ’in karesinin $5/2$ ’ye eşit olduğu bulunmuştur. Buradan sonrasında her iki taraf karekök içine alınarak x değerleri elde edilmiştir.

Example 5

Solve the quadratic equation $2x^2 - 4x = 3$. Rationalize the denominator in your answer.

$$2x^2 - 4x = 3$$

$$2(x^2 - 2x) = 3$$

$$x^2 - 2x = \frac{3}{2}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1$$

$$(x-1)^2 = \frac{5}{2}$$

$$x-1 = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{\frac{5}{2}} = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

Rearrange the equation and factorize so that x^2 has coefficient 1.

Complete the square.

Solve for x .

Şekil 4.39. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_9 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 430)

Example 6

Solve $x^2 + 3x - 1 = 0$, giving your solutions to 1 d.p.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1, b = 3, c = -1$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-1)}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} = 0.3$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} = -3.3$$

Write the quadratic formula and the values of a , b and c .

Substitute the values into the formula and simplify.

Separate the two solutions.

Şekil 4.40. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{10} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 431)

Yukarıdaki şekilde (Şekil 4.40) anlatıldığı üzere, $x^2+3x-1=0$ denkleminin çözülmesine dair verilen bir görevde bilinmeyen $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ formülü ile yani τ_{10} tekniği ile bulunacağı

açıklanmıştır. Bu formülde a ve b yerine katsayılar yazılarak x bilinmeyenine ait iki çözüm elde edilmiştir.

Example 3

The length of a rectangle is 4 cm more than its width. Its area is 21 cm².

- a** Write an equation that represents the area A of the rectangle.
b Solve the equation.
c Write down the dimensions of the rectangle.

a Let x = width. Then length = $x + 4$.

State your variables and write the equation.

$$A = x(x + 4) = 21$$

b $x^2 + 4x = 21$

Rearrange, factorize, and solve.

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$(x + 7)(x - 3) = 0$$

$$x + 7 = 0 \Rightarrow x_1 = -7$$

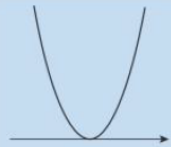
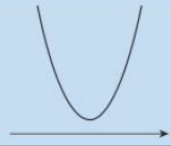
$$x - 3 = 0 \Rightarrow x_2 = 3$$

c width = 3 cm, length = width + 4 cm = 7 cm

x is a length and cannot be negative hence x_1 is not a solution.

Şekil 4.41. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{12} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 427)

Yukarıdaki şekilde (Şekil 4.41), uzunluğu genişliğinden 4 cm fazla olan ve alanı 21 cm² olan dikdörtgenin alanını temsil eden denklemi yazarak boyutlarını bulma örneği verilmiştir (s. 427). Bu çözümde τ_{12} tekniği sunulmuş ve probleme uygun denklem yazılarak çözülmüştür.

Equation	Solutions	Number of distinct solutions	$b^2 - 4ac$	Can the quadratic be factorized?	Sketch of graphical solution (include x-axis, but not y-axis)
$x^2 + 2x + 1 = 0$	$x_1 = -1; x_2 = -1$	1	$2^2 - 4(2)(1) = 1$	Yes	
$x^2 + 1 = 0$	No solutions	0	$0^2 - 4(1)(1) = -4$	No	

Şekil 4.42. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{13} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 432)

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında ilgili matematiksel organizasyon kapsamında verilen son teknik, τ_{13} tekniğidir (Şekil 4.42). Bu teknik kitapta sayfa 432’de açıklanmıştır. Yapılan açıklamada verilen denklemler ve denklemlerin grafikleri ile çözüm sayıları ile $\Delta=b^2-4ac$ değerlerinin sıfırdan büyük/eşit/küçük olma durumu arasındaki ilişkinin genellemesi istenerek tekniği öğrencinin bulması söz konusudur.

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.55. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO_3 ’ün (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Doğrusal Denklem Sistemleri	T_7	τ_8, τ_9 ve τ_{10}
	T_8	τ_{11}
	T_9	τ_{12}
	T_{10}	τ_{13}
	T_{11}	
Toplam	5	6

4.2.5.4. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında rasyonel denklemlerin (MO_4) prakseolojik yapısı

Tablo 4.56. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO_4 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T_{12} . $a,b,c,d,g,h \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{a}{x+b}, \frac{c}{x+d}, \dots$ şeklindeki iki cebirsel rasyonel ifadenin en küçük ortak paydasını $\frac{gx+h}{x^2+(b+d)x+bd}$ şeklinde bulma		17	20,73
T_{13} . Bir bilinmeyenli rasyonel denklemlerin çözüm kümesini bulma	$T_{13.1}$. $a,b,c,d,e,f,g,h,j,k,m,n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} + \frac{dx+e}{f} = \frac{gx+h}{j} + \frac{kx+m}{n}$ şeklindeki rasyonel denklemlerin çözüm kümesini bulma	8	9,76
	$T_{13.2}$. Paydasında birinci dereceden cebirsel ifadeler içeren rasyonel denklemlerin çözüm kümesini bulma	17	20,73
	$T_{13.3}$. Paydasında ikinci dereceden cebirsel ifadeler içeren rasyonel denklemlerin çözüm kümesini bulma	15	18,29
T_{14} . Rasyonel denklemlerle ilgili problem çözme		25	30,49
TOPLAM	3	82	100

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında rasyonel denklemler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 3 görev tipi, bu görev tiplerinden bir görev tiplerinden toplam 82 görev verilmektedir. Kitapta doğrusal denklem sistemleri konusundaki görevlerden 3 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin frekansları aşağıdaki tabloda

gösterilmektedir. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında rasyonel denklemler konusu kapsamında öğrenciye sunulan çözümlü örnekler birer tane olmak üzere $T_{12.1}$, $T_{12.2}$ ve $T_{12.3}$ görev tiplerindedir.

Şekil 4.43'te görüldüğü üzere, MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında $T_{13.2}$ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, verilen rasyonel denklemi çözmesi beklenmektedir. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

$T_{13.2}$: Paydasında birinci dereceden cebirsel ifadeler içeren rasyonel denklemlerin çözüm kümesini bulma

τ_{15} : En küçük ortak paydayı bularak eşitlikte her iki tarafı ortak paydadaki ifade ile çarpıp x 'i yalnız bırakma

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabının rasyonel denklemler alt başlığına ilişkin prakseolojisi Tablo 4.58'de düzenlenmiştir:

Solve the equation $\frac{3}{x} = \frac{8}{x-2}$ and check your answer algebraically.

$LCM(x, x-2) = x(x-2)$ — Find the lowest common denominator.

$x(x-2) \times \frac{3}{x} = x(x-2) \times \frac{8}{(x-2)}$ — Rearrange to place each equal algebraic expression in a fraction.

$\frac{x}{x} \times 3(x-2) = \frac{(x-2)}{(x-2)} \times 8x$ — $\frac{x}{x} = 1$ for $x \neq 0$, $\frac{x-2}{x-2} = 1$ for $x \neq 2$.

$3(x-2) = 8x$

$3x - 6 = 8x$

$-5x = 6$

$x = -\frac{6}{5} = -1.2$ — This solution is valid since the only excluded values are 0 and 2.

LHS: $\frac{3}{x} = \frac{3}{-1.2} = -2.5$

RHS: $\frac{8}{x-2} = \frac{8}{-1.2-2} = -2.5$

LHS = RHS = -2.5 ✓ — Check your answer.

Şekil 4.43. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında $T_{13.2}$ görev tipine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s.445)

Tablo 4.57. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO₄'ün pratiksel yapısı (T; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO ₄ : Rasyonel Denklemler
Görev Tipi (T)	T12. a,b,c,d,g,h ∈ ℝ olmak üzere $\frac{a}{x+b}, \frac{c}{x+d}, \dots$ şeklindeki iki cebirsel rasyonel ifadenin en küçük ortak paydasını $\frac{gx+h}{x^2+(b+d)x+bd}$ şeklinde bulma T13. Bir bilinmeyenli rasyonel denklemlerin çözüm kümesini bulma T14. Rasyonel denklemlerle ilgili problem çözme
Alt Görev Tipi	T13.1. a,b,c,d,e,f,g,h,j,k,m,n ∈ ℝ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} + \frac{dx+e}{f} = \frac{gx+h}{j} + \frac{kx+m}{n}$ şeklindeki rasyonel denklemlerin çözüm kümesini bulma T13.2. Paydasında birinci dereceden cebirsel ifadeler içeren rasyonel denklemlerin çözüm kümesini bulma T13.3. Paydasında ikinci dereceden cebirsel ifadeler içeren rasyonel denklemlerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ14. Paydalardaki cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırarak en küçük ortak katını bulup en küçük ortak payda şeklinde yazma τ15. En küçük ortak paydayı bularak eşitlikte her iki tarafı ortak paydadaki ifade ile çarpıp x'i yalnız bırakma τ16. Paydaları eşitleyecek şekilde genişletip gerekli işlemleri yapma τ12. Verilen probleme uygun denklem yazıp çözme

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabı kapsamında öğrencilerden rasyonel denklemler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken öğrencilere sunulan teknikler 4 adettir. Kitapta τ₁₄ tekniği (MYP, 4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 443); “En küçük ortak paydayı bulmak, iki veya daha fazla sayının veya iki veya daha fazla cebirsel ifadenin en küçük ortak katını, LCM'yi bulmakla aynıdır.” şeklinde açıklanmaktadır.

Consider again the rational equation in Example 3: $\frac{1}{x-6} + \frac{x}{x-2} = \frac{4}{x^2-8x+12}$.

Instead of multiplying both sides by the LCM, what happens if you write all the terms in the equation with the LCM as denominator? The LCM is $(x-2)(x-6)$, so you get an equivalent equation:

$$\frac{1(x-2)}{(x-6)(x-2)} + \frac{x(x-6)}{(x-2)(x-6)} = \frac{4}{(x-6)(x-2)}$$

which simplifies to:

$$\frac{1(x-2)+x(x-6)}{(x-6)(x-2)} = \frac{4}{(x-6)(x-2)}$$

$$\frac{x^2-5x-2}{(x-6)(x-2)} = \frac{4}{(x-6)(x-2)}$$

Since the denominators are equal, the numerators must be as well, so:

$$x^2 - 5x - 2 = 4$$

Şekil 4.44. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ₁₆ tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 447)

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ₁₆ tekniği açıklanırken, paydasında cebirsel ifadeler bulunan rasyonel denklemlerin en küçük ortak paydalarını bulmak için

paydaların nasıl eşitleneceğinin anlatıldığı görülmektedir (Şekil 4.44). paydalardaki (x-6) ve (x-2) ifadelerinin ortak katı (x-6).(x-2) olarak bulunmuş ve gerekli payda genişletme işlemleri yapılmıştır.

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında rasyonel denklemler görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.58. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO₄'ün (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Rasyonel Denklemler	T ₁₂	τ ₁₄
	T _{13.1}	
	T _{13.2}	τ ₁₅ ve τ ₁₆
	T _{13.3}	
	T ₁₄	τ ₁₂
Toplam	3	4

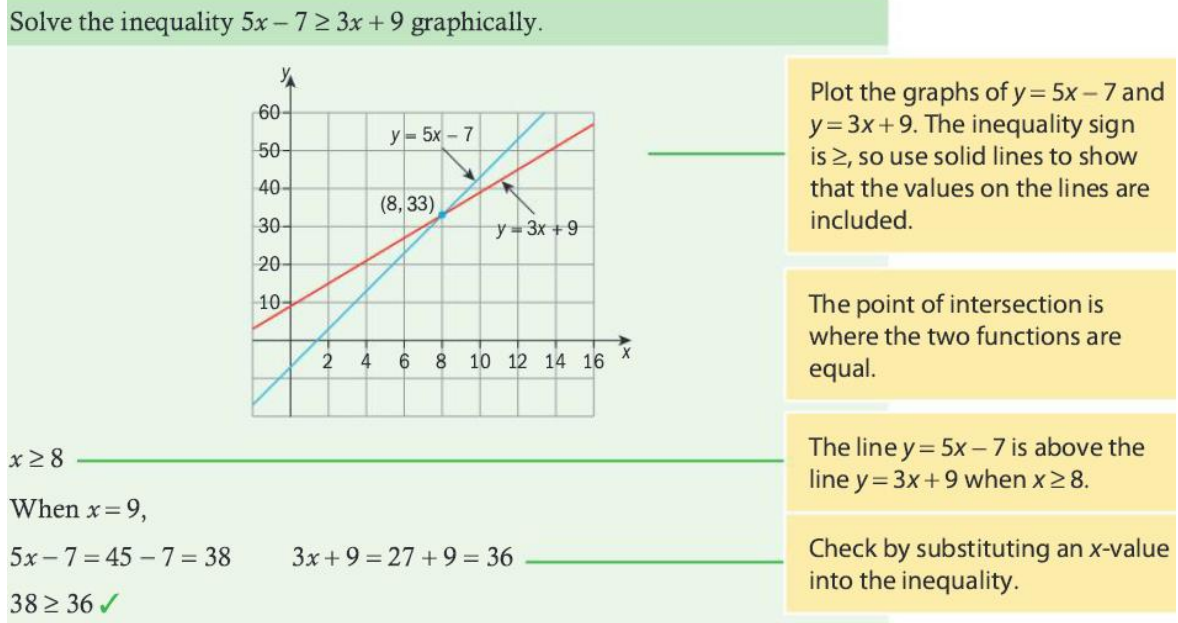
4.2.5.5. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında eşitsizliklerin (MO₅) prakseolojik yapısı

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 8 görev tipi, 5 alt görev tipi olmak üzere toplam 82 görev verilmektedir. Kitapta eşitsizlikler konusundaki görevlerden 3 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve görev tiplerinin frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.59. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO₅ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı
T ₁₅ . Eşitsizlikler bağlamında cebirsel genellemeler yapma		4
T ₁₆ . Verilen teoremi ispatlama		4
T ₁₇ . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	T _{17.1} . a,b,c ∈ ℝ olmak üzere $ax+b \leq c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	9
	T _{17.2} . a,b,c,d ∈ ℝ olmak üzere $ax+b \leq cx+d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	20
	T _{17.3} . a,b,c,d,e,f ∈ ℝ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} + d \leq ex + f$ şeklindeki rasyonel eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	2
	T _{17.4} . a,b,c,d,e ∈ ℝ olmak üzere $m \leq a(bx+c) \leq n$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	7
T ₁₈ . Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulma		18
T ₁₉ . Eşitsizliğe denk eşitsizlikler yazma		1
T ₂₀ . Grafikteki bölgeyi temsil edebilecek eşitsizlik ve sistemleri yazma		2
T ₂₁ . Eşitsizlik problemi bağlamında verilen kısıtlamalara göre amaç fonksiyonu yazma		3
T ₂₂ . Eşitsizlik sistemi oluşturmayı gerektirecek problemleri çözme		3
TOPLAM	8	82

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında rasyonel eşitsizlikler konusu kapsamında öğrenciye sunulan çözümlü örnekler birer tane olmak üzere $T_{17.2}$, T_{18} ve T_{21} görev tiplerindedir.



Şekil 4.45. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında $T_{17.2}$ görev tipine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s.562)

Yukarıdaki şekilde MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında $T_{17.2}$ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, verilen birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliği çözmesi beklenmektedir. Bu görev için pratikolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

$T_{17.2}$: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq cx + d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma

T_{18} : Eşitsizliğin her iki tarafındaki ifadelerden yararlanarak doğrular çizip kesişim noktasına göre hangi değerlerin eşitsizliği sağladığını tespit ederek çözüm kümesini tespit etme

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabının eşitsizlikler alt başlığına ilişkin pratikolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.60. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO₅'in prakseolojik yapısı (T; τ; θ; Θ)

Matematiksel Organizasyon	MO ₅ . Eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T15. Eşitsizlikler bağlamında cebirsel genellemeler yapma
	T16. Verilen teoremi ispatlama
	T17. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T18. Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulma
	T19. Eşitsizliğe denk eşitsizlikler yazma
	T20. Grafikteki bölgeyi temsil edebilecek eşitsizlik ve sistemleri yazma
	T21. Eşitsizlik problemi bağlamında verilen kısıtlamalara göre amaç fonksiyonu yazma
	T22. Eşitsizlik sistemi oluşturmayı gerektirecek problemleri çözme
	T17.1. $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b \lesseqgtr c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T17.2. $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b \lesseqgtr cx+d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
Alt Görev Tipi	T17.3. $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} + d \lesseqgtr ex+f$ şeklindeki rasyonel eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T17.4. $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $m \lesseqgtr a(bx+c) \lesseqgtr n$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	τ17. Bilinmeyenler yerine değerler vererek genellemeleri sağlayıp sağlamadığını kontrol etme
	τ18. Eşitsizliğin her iki tarafındaki ifadelerden yararlanarak doğrular çizip kesişim noktasına göre hangi (x,y) değerlerinin eşitsizliği sağladığını tespit ederek çözüm kümesini tespit etme
Teknik (τ)	τ19. Eşitsizliğin yönüne dikkat ederek her iki tarafında aynı işlemler yaparak eş değer eşitsizlikler oluşturma
	τ20. Grafikte taralı olmayan bölgenin oluşturduğu çokgenin köşe noktalarından yararlanarak amaç fonksiyonu yazıp kullanma
	τ21. Grafikteki doğruların geçtiği ve eksenleri kestiği noktalara dikkat ederek hangi eşitsizliğin temsil edildiğini belirleme
	τ22. Grafikte taralı olmayan bölgenin oluşturduğu çokgenin köşe noktalarından yararlanarak x ve y değerlerini genelleyecek amaç fonksiyonu yazma
	τ23. Probleme uygun eşitsizlik yazıp çözme

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabı kapsamında öğrencilerden eşitsizlikler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 7 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Kitapta verilen τ₁₇ tekniğinde, $a > b$ şartını sağlayan iki sayı seçilerek birbirinden farkının nasıl olacağı görevinin çözümü için teknik değerler vererek kontrol etme ve inceleme şeklinde açıklanmıştır (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 558). Aşağıdaki şekilde (Şekil 4.46) görüldüğü üzere, $-4 < 3x+2 < 5$ eşitsizliğinde her iki tarafa -2 eklenerek ve sonrasında her iki taraf 1/3 ile çarpılarak eş değer eşitsizlikler oluşturma tekniği (τ₁₉) açıklanmıştır.

Exploration 4

One way to solve the double inequality $-4 < 3x + 2 < 5$ is:

Add -2 to both sides: $-6 < 3x < 3$

Multiply both sides by $\frac{1}{3}$: $-2 < x < 1$

Another way is to rewrite the double inequality as two distinct inequalities:

$-4 < 3x + 2$ and $3x + 2 < 5$

Solve them separately:

$-6 < 3x$ and $3x < 3$

$-2 < x$ and $x < 1$

Şekil 4.46. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{19} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 561)

4 Shade the feasible region.

The numbers of desks and chairs that can be manufactured given the company's constraints all fall within this region. Write down the coordinates of its vertices: $(0, 0)$, $(0, 120)$, $(50, 0)$ and $(40, 40)$.

5 Determine the function to be maximized.

Desks sell for \$50 and chairs for \$20, so for selling x desks and y chairs gives total revenue $R = 50x + 20y$.

$R = 50x + 20y$ is the **objective function** – the one to be optimized using values that satisfy the constraints.

6 Test the coordinates of the vertices with the constraints and objective function:

	x	y	$8x + 2y$	$2x + y$	$50x + 20y$
$(0, 0)$	0	0	0	0	\$0
$(50, 0)$	50	0	400	100	\$100
$(0, 120)$	0	120	240	120	\$2400
$(40, 40)$	40	40	400	120	\$2800

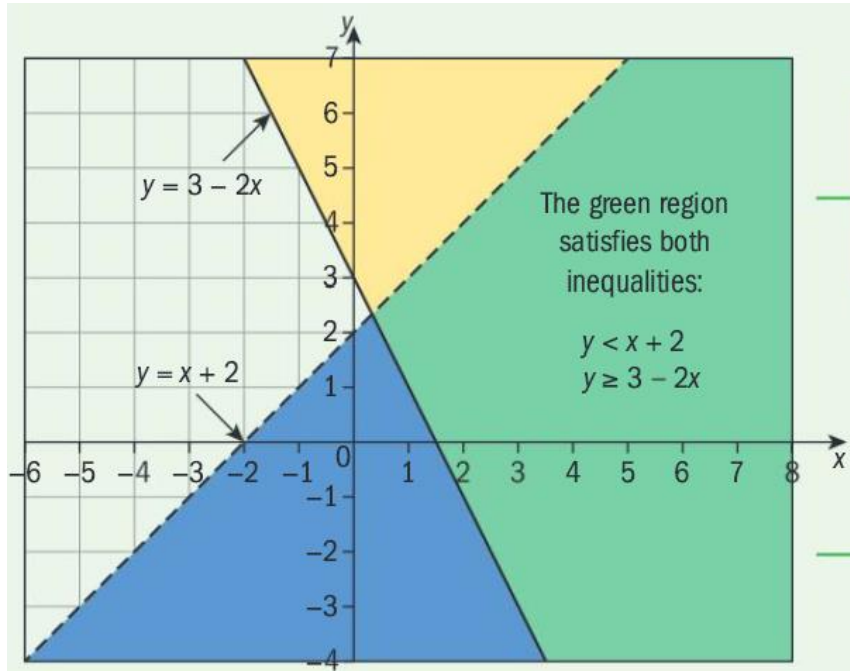
You can see from the table that the maximum revenue is \$2800 from making and selling 40 desks and 40 chairs.

Şekil 4.47. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{20} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 566)

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında verilen τ_{20} tekniğinde, öğrencilere amaç fonksiyonunun nasıl oluşturulacağı anlatılarak örneklendirilmiştir (Şekil 4.47). Teknik kapsamında, grafikte taralı olmayan bölgenin köşe noktalarından faydalanarak amaç fonksiyonu yazılmış ve bu amaç fonksiyonu problemlerin çözümünde kullanılmıştır.

MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında sunulan τ_{21} tekniğinde, grafiği verilen doğruların grafikten yararlanarak eksenleri hangi noktalarda kestiği tespit edilerek belirlenmiş

ve koordinat sisteminde bu doğruların taranan bölgelerini sağlayan eşitsizlikler belirlenmiştir (Şekil 4.48).

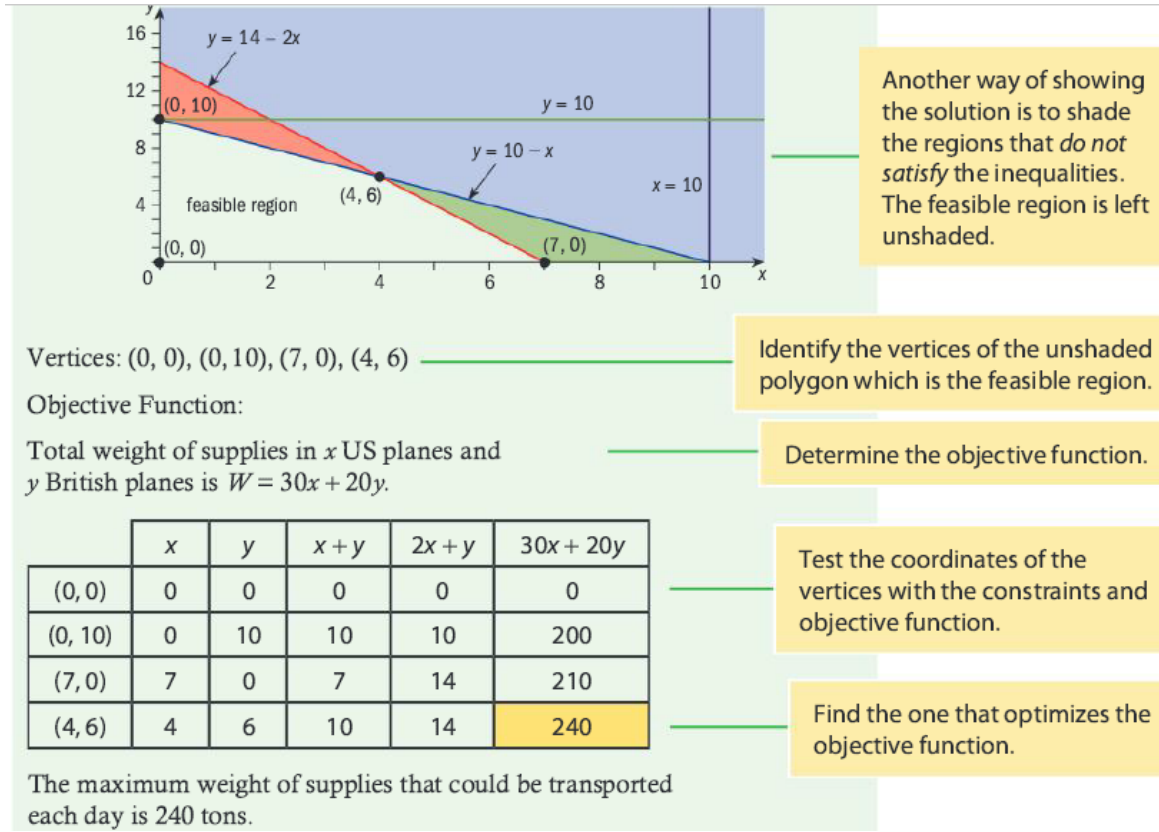


Şekil 4.48. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{21} tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 563)

Aşağıda verilen Şekil 4.49, kitapta yer alan τ_{22} ve τ_{23} tekniklerinin nasıl açıklandığını göstermektedir. Verilen örnek kapsamında aşağıdaki problem verilmektedir (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 566):

Her gün belirli bir havaalanına en fazla 10 uçak girebilir. Her ABD uçağı 30 ton malzeme taşıyabilir ve iki mürettebat üyesi gerektirir. Her İngiliz uçağı 20 ton yük taşıyabilir ve bir mürettebat üyesi gerektirir. Toplamda 14 mürettebat var (ABD veya İngiliz uçaklarında uçabilirler). Her gün taşınabilecek maksimum malzeme ağırlığını bulun.

Verilen bu problemin çözümü için, öncelikle ABD ve İngiltere uçakları bilinmeyenlerle ifade edilerek doğrusal denklemlerinin grafikleri çizilmiş (τ_{23}) ve bu grafikte kesişmeyen bölgenin köşe koordinatlarından yararlanarak x ve y için amaç fonksiyonundan $W=30x+20y$ genellemesi yapılmıştır (τ_{22}). Son adımda cevap değerler yerine yazıldığında 240 ton olarak elde edilmiştir (Şekil 4.49).



Şekil 4.49. MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında τ_{22} ve τ_{23} tekniklerine ilişkin örnek (devamı) (MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 567)

IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında eşitsizlikler görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.61. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında MO_5 'in (T , τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Rasyonel denklemler	T_{15}	τ_{17}
	T_{16}	
	$T_{17.1}$	τ_{18} ve τ_{19}
	$T_{17.2}$	
	$T_{17.3}$	
	$T_{17.4}$	
	T_{18}	τ_{18} , τ_{19} ve τ_{20}
	T_{19}	τ_{19}
	T_{20}	τ_{21}
	T_{21}	τ_{22}
T_{22}	τ_{23}	
Toplam	8	7

4.2.6. IB MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabındaki problem tiplerinin bağlamlarına göre incelenmesi

IB-MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabında problem çözme alt başlığına ilişkin 4 ayrı görev tipi olduğu görülmektedir. T₆ “doğrusal denklem sistemi kurmayı gerektiren problemi çözme”, T₉ “ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemi çözme”, T₁₄ “Rasyonel denklem kurmayı gerektiren problemi çözme” ve T₂₂ “Eşitsizlik sistemi oluşturmayı gerektiren problemleri çözme” görevleri, kitapta prakseolojik analizi yapılan konu kapsamında yer alan problem çözme görevlerini temsil etmektedir. IB- MYP4&5 standart düzey matematik ders kitabında yer alan bu görev tipine ait problemlerin bağlamına ilişkin frekans ve yüzde dağılım tablosu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 4.62. IB-MYP4&5 standart düzey matematik ders kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları

Görev Tipinin İfadesi	Gerçekçi Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Aritmetik/Cebirsel Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Geometrik Bağlamdaki Görev Sayısı (f)	
	f	%	f	%	f	%
T ₆ . Doğrusal denklem sistemi kurmayı gerektiren problemi çözme	10	15,38	0	0	0	0
T ₉ . İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemi çözme	17	26,15	9	100	25	100
T ₁₄ . Rasyonel denklem kurmayı gerektiren problemi çözme	27	41,53	0	0	0	0
T ₂₂ . Eşitsizlik sistemi oluşturmayı gerektiren problemleri çözme	11	16,92	0	0	0	0
Toplam (f)	65	100	9	100	25	100

Tablo incelendiğinde; MYP-4&5 standart düzey eğitim kademesinde öğrencilere toplam 99 kere problem çözme görevi verildiği görülmektedir. Öğrencilerden %65,65 oranla en çok gerçekçi bağlamda problemleri, %9,09 oranla ile en az ise aritmetik/cebirsal bağlamda problemleri çözmeleri istendiği tespit edilmiştir. MYP 4&5 standart düzey matematik ders kitabında gerçekçi bağlamdaki problem için bir örnek aşağıda verilebilir (s. 419):

90000\$'lık bir başlangıç yatırımıyla küçük bir işletme açıyorsunuz. İşletmenin haftalık işletme maliyetleri 7800 dolardır. İşletmenizden elde ettiğiniz haftalık gelir 8800 ABD dolarıdır. Toplam ürününüz yatırdığımız miktarla eşleştiğinde önce ne kadar süre geçeceğini belirleyin.

4.2.7. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabının prakseolojisi

IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında tek bir alt başlık vardır: eşitsizlikler. Konu kapsamında birinci ve ikinci dereceden bir veya iki bilinmeyenli eşitsizlikler ele alınmıştır. Kitapta eşitsizlikler konusu için görev tipleri belirlenmiş ve bu görevlerin prakseolojisi incelenerek görevlerin nasıl oluştuğu, öğrencilere kitapta hangi sıklıkta verildiği, çözümünde hangi tekniklerin kullanıldığı, bu tekniklerin hangi teknoloji ve teorilere dayandığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Kitapta incelenen konular, 3. ünite olan “Farklılıklar dünyası: Doğrusal olmayan eşitsizlikler” kapsamında verilmektedir. Ünite küresel bağlam özdeşlikler ve ilişkiler olarak belirtilmiştir (s. 282). Bu ünite kapsamında, ilgili konularda öğrencilere verilen çözümlü ve çözümsüz görevlerin sayısı şekilde verilmektedir:

IB MYP-4&5 ileri düzey ders kitabında konu ile ilgili toplam 108 görev verilmektedir. Bu görevlerden 7 tanesi çözümlü, 101 tanesi ise çözümsüzdür. Çözümlü ve çözümsüz görevlerin sayıca dağılımı aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 4.33. IB MYP-4&5 ileri düzey kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler

Görevler	Frekans (f)
Çözümlü Görevler	7
Çözümsüz Görevler	101
Toplam	108

IB MYP-4&5 ileri düzey kitabında eşitsizlikler konusu için yapılan prakseolojik analiz sonucunda matematiksel organizasyon içinde toplam 108 görev, 6 görev tipi için 8 adet tekniğin kullanıldığı ya da önerildiği görülmektedir. Matematiksel organizasyonların görev tipi ve teknik sayısı doğrultusunda dağılımları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.64. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında eşitsizlikler konusu kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları

Matematiksel Organizasyon (MO)	Görev	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Eşitsizlikler	108	6	8

4.2.7.1. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında eşitsizliklerin (MO₁) prakseolojik yapısı

MYP-4&5 ileri düzey kitabında eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 6 görev tipi, bu görev tiplerinden bir görev tiplerinden toplam 108 görev verilmektedir. Kitapta eşitsizlikler konusundaki görevlerden yalnızca 7 tanesi çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ve

görev tiplerinin alt görev tipleri ile frekansları tablo 4.66'da gösterilmektedir. MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 2 tanesi T_{1.1}, 1 tanesi T_{1.2}, 3 tanesi T_{2.1} ve son olarak 1 tanesi T_{3.1} doğrusal ilişkiler alt başlığı ile ilgilidir.

Tablo 4.65. IB MYP-4&5 ileri düzey kitabında MO₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T ₁ . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	T _{1.1} . $a, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{a}{x} \leq \sqrt{cx + d}$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	3	2,78
	T _{1.2} . $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$, olmak üzere $\frac{ax+b}{cx+d} \geq e$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	16	14,81
	T _{1.3} . $a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\log_a x \leq \log_b(x+c)$ şeklindeki logaritmik eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	1	0,93
T ₂ . İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	T _{2.1} . $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2+bx+c \leq dx^2+ex+f$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	39	36,11
	T _{2.2} . $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2+bx+c \leq \sqrt{dx + e}$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	1	0,93
	T _{2.3} . Çözüm kümesinden yararlanarak eşitsizliği yazma	6	5,56
	T _{2.4} . Eşitsizlikte diskriminant hesaplama	4	3,70
T ₃ . Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	T _{3.1} . $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $y \leq ax^2+bx+c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	8	7,41
	T _{3.2} . $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $y \leq e^{(x+a)}+b$ şeklindeki logaritmik eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	4	3,70
T ₄ . İkinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	T _{4.1} . $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $y \leq \frac{ax+b}{cx+d}$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	2	1,85
T ₅ . Eşitsizlik kurmayı gerektirecek problemleri çözme		16	14,81
T ₆ . Grafikten yararlanarak eşitsizliği yazma		8	7,41
TOPLAM		6	100

Verilen iki şekilde (Şekil 4.50, Şekil 4.51), MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında T₂ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, verilen ikinci dereceden bir bilinmeyenli $-2x^2+4x < x^2-x-6$ eşitsizliğini teknoloji yardımıyla (online olarak grafik çizimi ile) çözmesi beklenmektedir. Görevi gerçekleştirmesi için iki farklı teknikten bahsedilmiştir. Bu tekniklerden ilki τ_1 ile (Şekil 4.50), eşitsizliğin her iki tarafındaki ifadelerle ilişkin grafik çizildikten sonra iki grafikte kesişim noktaları $(-0.81, 0)$ ve $(2.47, 0)$ olarak elde edilmiştir. Bu iki nokta belirlendikten sonra eşitsizliği sağlayan değerler incelenerek $x < -0,808$, $x > 2,47$ aralıkları sonucuna ulaşılmıştır. τ_2 tekniği kullanılarak ise (Şekil 4.51) eşitsizlik $3x^2-5x-6 > 0$

olarak düzenlendikten sonra parabolün x eksenlerini kestiği (-0.81, 0) ve (2.47,0) noktaları bulunmuştur. Eşitsizliği sağlayan aralık incelenerek $x < -0,808$, $x > 2,47$ aralıkları sonucu elde edilmiştir.

T₂: İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma

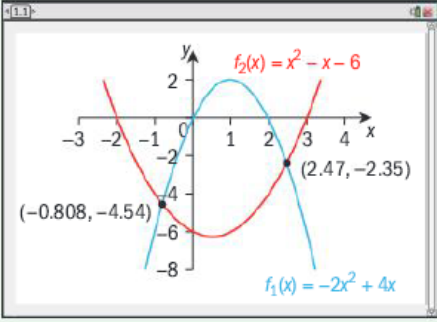
T_{2.3}: a,b,c,d,e,f ∈ ℝ olmak üzere $ax^2+bx+c \lesseqgtr dx^2+ex+f$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma

τ₁: Eşitsizliğin her iki tarafının grafiğini çizdikten sonra kesişme noktalarının aralığındaki herhangi bir x değerinin eşitsizliği sağlayıp sağlamadığını kontrol etme

τ₂: Eşitsizliği $f(x) \lesseqgtr 0$ olarak düzenleyerek f (x)'in grafiğini çizip grafiği sıfırlayan noktalar arasındaki herhangi bir x değerinin eşitsizliği sağlayıp sağlamadığını kontrol etme

Solve the inequality $-2x^2 + 4x < x^2 - x - 6$. Check your solution algebraically.

Method 1



Graph both sides of the inequality and determine the points of intersection of the graphs.

$x < -0.808$ or $x > 2.47$

The blue curve, for $-2x^2 + 4x$ lies below the red curve in the regions $x < -0.808$, $x > 2.47$.

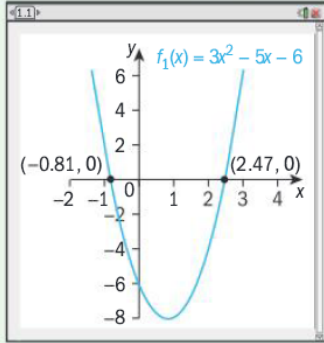
Check:
 When $x = -1$: LHS = -6 , RHS = -4
 $-6 < -4$
 When $x = 3$: LHS = -6 , RHS = 0
 $-6 < 0$

Şekil 4.50. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında T_{2.1} görev tipine ve τ₁ tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s.285)

Method 2

$$-2x^2 + 4x < x^2 - x - 6$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 5x - 6 > 0$$

Rearrange to $f(x) > 0$.

Graph the quadratic function.

$$x < -0.808 \text{ or } x > 2.47$$

The quadratic is greater than 0 above the x-axis.

Şekil 4.51. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında $T_{2,1}$ görev tipine ve τ_1 tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s.286)

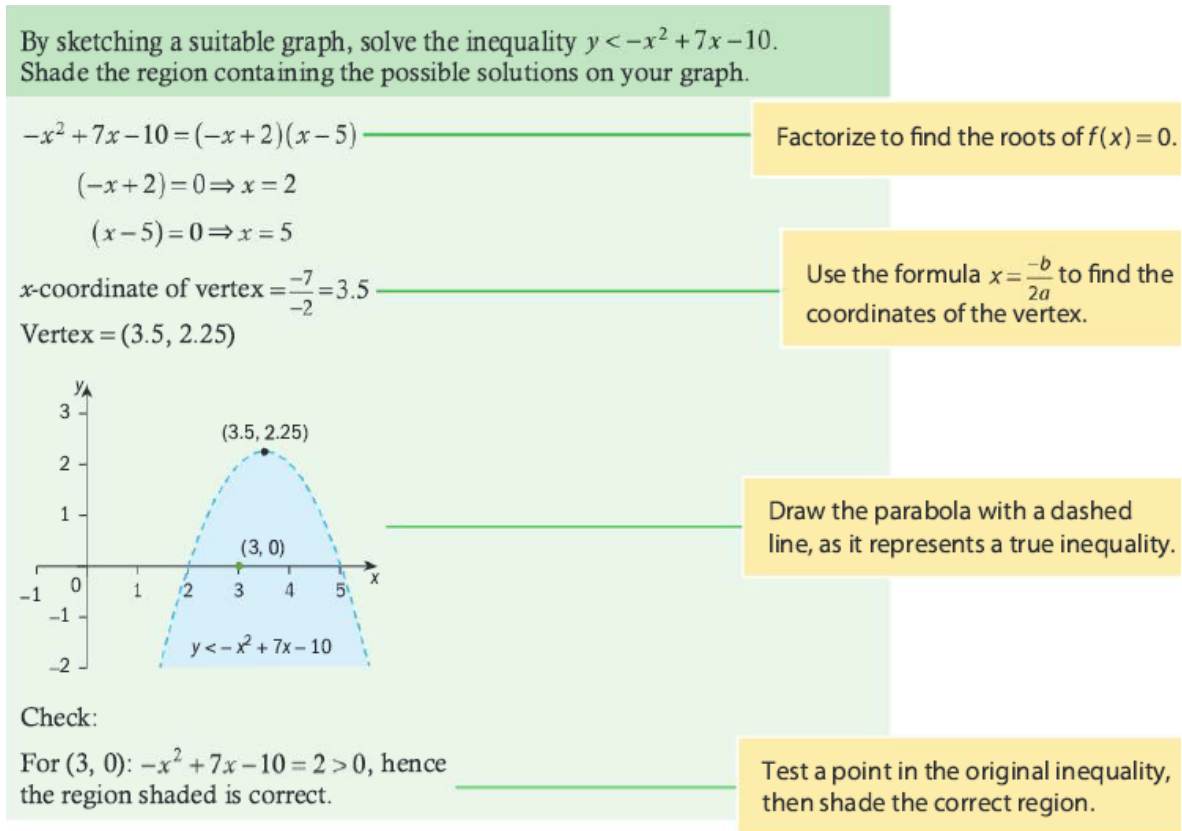
Tablo 4.66. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında MO_1 'in pratikolojik yapısı (T ; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO_1 . Eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T2. İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T3. Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T4. İkinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T5. Eşitsizlik kurmayı gerektirecek problemleri çözme
	T6. Grafikten eşitsizlik yazma
Alt Görev Tipleri	T1.1. $a, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{a}{x} \leq \sqrt{cx + d}$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T1.2. $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$, olmak üzere $\frac{ax+b}{cx+d} \leq e$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T1.3. $a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\log_a x \leq \log_b(x+c)$ şeklindeki logaritmik eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T2.1. $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2+bx+c \leq dx^2+ex+f$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T2.2. $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2+bx+c \leq \sqrt{dx + e}$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T2.3. Çözüm kümesi verilen ikinci dereceden eşitsizliği yazma
	T2.4. Eşitsizlikte diskriminant hesaplama
	T3.1. $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $y \leq ax^2+bx+c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T3.2. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $y \leq e^{(x+a)+b}$ şeklindeki logaritmik eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
	T4.1. $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $y \leq \frac{ax+b}{cx+d}$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma.
T5. Eşitsizlik kurmayı gerektirecek problemleri çözme	
T6. Grafikten eşitsizlik yazma	

Tablo 4.66. (Devam) *IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında MO₁'in pratikolojik yapısı (T; τ)*

Teknik (τ)

- τ₁. Teknoloji destekli programda, online olarak eşitsizliğin her iki tarafının grafiğini çizdikten sonra kesişme noktalarının aralığındaki herhangi bir x değerinin eşitsizliği sağlayıp sağlamadığını kontrol etme
- τ₂. Teknoloji destekli programda, online olarak eşitsizliği $f(x) \leq 0$ olarak düzenleyerek $f(x)$ 'in grafiğini çizip grafiği sıfırlayan noktalar arasındaki herhangi bir x değerinin eşitsizliği sağlayıp sağlamadığını kontrol etme
- τ₃. $f(x)=0$ 'ın köklerini bulmak için çarpanlara ayırıp grafik üzerinde iki nokta belirleyerek, $x = -\frac{b}{2a}$ formülü ile parabolün tepe noktasını da bularak grafiğini çizip herhangi bir x değerinin eşitsizliği sağlayıp sağlamadığını kontrol edip boyama
- τ₄. Grafiği ve denklemini verilen parabolde taralı bölge için eşitsizlik yazma
- τ₅. Eşitsizliği $f(x) \leq 0$ şeklinde yazarak $f(x)$ 'in çarpanlarını bulup eşitsizliği sağlayan x değerlerini belirleme
- τ₆. Eşitsizliği $f(x) \leq 0$ şeklinde yazarak $f(x)$ 'in çarpanlarını bulup aralıklar yazarak eşitsizliği sağlayan aralıkları belirleme
- τ₇. $\Delta=b^2-4ac$ eşitliğini kullanma



Şekil 4.52. *MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında τ₃ tekniğine ilişkin örnek (MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 289)*

IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında eşitsizlikler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 7 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Kitapta verilen τ₃ tekniği, $f(x)=0$ 'ın köklerini bulmak için çarpanlara ayırıp grafik üzerinde iki nokta belirleyerek, $x = -\frac{b}{2a}$ formülü ile parabolün tepe noktasını da bularak grafiğini çizip herhangi bir x değerinin

eşitsizliği sağlayıp sağlamadığını kontrol edip boyamayı belirtir. Bu teknik, yukarıda verilen Şekil 4.52’de $y < -x^2 + 7x - 10$ eşitsizliğinin çözümünde ilk olarak eşitsizliğin sağ tarafı $(-x+2).(x+5)$ şeklinde çarpanlara ayrılarak sifira eşitlenmiş ve parabolün x eksenini kestiği noktalar bulunmuştur. Ardından tepe noktası ve kesişme noktaları yardımıyla grafiği çizilerek, grafikte istenen bölgeyi sağlayan noktaların yönü belirlenmiş ve sonuca ulaşılmıştır (Şekil 4.52). Kitapta aynı şekilde sonucu sağlama kısmında, grafiği verilen denklemde grafik ve denklemden hareketle eşitsizliği bulma tekniği (τ_4) de açıklanmıştır.

Kitapta $\frac{2-x}{x+1} < 1$ eşitsizliğinin çözümünde τ_5 tekniği kullanılmıştır. Bu teknikle, önce eşitsizliğin sağ tarafı sıfır olacak şekilde sadeleştirme işlemi yapılmıştır. Ardından oluşan $\frac{1-2x}{x+1} < 0$ eşitsizliği için olası ihtimaller düşünülmüştür. Sıfırdan küçük olduğu için işaretleri zıt olacağından, $(1-2x)$ sıfırdan büyük ise $(x+1)$ sıfırdan küçük; $(1-2x)$ sıfırdan küçük ise $(x+1)$ sıfırdan büyük olma ihtimalleri incelenmiş ve sonuç olarak $x > 1/2$ ya da $x < -1$ bulunmuştur (Şekil 4.53).

Aynı eşitsizliğin çözümünde bir başka teknik de τ_6 olarak verilmiştir. Bu teknik kapsamında da eşitsizliğin sağ tarafı sıfır olacak şekilde sadeleştirme yapıldıktan sonra $\frac{1-2x}{x+1} < 0$ eşitsizliğinin çarpanları için tablo oluşturulup tablodaki aralıklarda eşitsizliğin sağlanıp sağlanmadığı incelenmiştir (Şekil 4.54). Sonuç olarak $x > 1/2$ ya da $x < -1$ aralıklarında eşitsizliğin sağlandığı belirlenmiştir.

Solve $\frac{2-x}{x+1} < 1$, $x \neq -1$, and confirm your answer graphically.

$$\frac{2-x}{x+1} < 1$$

Rearrange and simplify.

$$\frac{2-x}{x+1} - 1 < 0$$

$$\frac{2-x-(x+1)}{x+1} < 0$$

$$\frac{1-2x}{x+1} < 0$$

A fraction is negative when the numerator and denominator have opposite signs.

Method 1

Case 1: $1-2x < 0$ and $x+1 > 0$

Then $x > \frac{1}{2}$ and $x > -1$, hence $x > \frac{1}{2}$.

Case 2: $1-2x > 0$ and $x+1 < 0$

Then $x < \frac{1}{2}$ and $x < -1$, hence $x < -1$.

Solution $x > \frac{1}{2}$ or $x < -1$.

Şekil 4.53. MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında τ_5 tekniğine ilişkin örnek (MYP, 4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 295)

Method 2

$$1-2x=0; x=\frac{1}{2}$$

$$x+1=0; x=-1$$

Find the x-intercept by setting the numerator equal to 0, and the asymptote by setting the denominator equal to 0.

Interval	$x < -1$	$-1 < x < \frac{1}{2}$	$x > \frac{1}{2}$
Test point	-2	0	1
Substitution into $\frac{2-x}{x+1}$	$\frac{2-(-2)}{-2+1} = -4$	$\frac{2-0}{0+1} = 2$	$\frac{2-1}{1+1} = \frac{1}{2}$
Is $\frac{2-x}{x+1} < 1$?	Yes	No	Yes

Consider the intervals to the left, right, and between these values.

Solution: $x < -1$ or $x > \frac{1}{2}$

Şekil 4.54. MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında τ_6 tekniğine ilişkin örnek (MYP, 4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 295)

MYP-4&5 ileri düzey kitabında cebir konusu kapsamında sunulan son teknik, verilen $\Delta=b^2-4ac$ eşitliğini kullanarak eşitsizlikleri çözme tekniğidir. Bu teknik, formül olarak verilmiştir (Şekil 4.55).

2 Solve each inequality. Explain your result by considering the discriminant Δ of the quadratic function.

a $x^2 + 2x + 1 \leq 0$

b $x^2 - 4x + 4 \geq 0$

c $x^2 + 2x + 4 > 0$

d $-(x-1)^2 - 3 < 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

Şekil 4.55. MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MYP, 4&5 İleri Düzey Matematik Ders Kitabı, s. 295)

Tablo 4.67. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında MO_1 'de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Eşitsizlikler	T _{1.1}	τ_1, τ_2, τ_5 ve τ_6
	T _{1.2}	
	T _{1.3}	
	T _{2.1}	τ_1, τ_2 ve τ_3
	T _{2.2}	τ_4
	T _{2.3}	
	T _{2.4}	τ_7
	T _{3.1}	τ_3, τ_7
	T _{3.2}	τ_1, τ_2, τ_5 ve τ_6
	T _{4.1}	τ_5
	T ₅	$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6$ ve τ_7
T ₆	τ_4	
Toplam	6	7

IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında eşitsizlikler alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı yukarıdaki tabloda (4.67) belirtilmektedir.

4.2.8. IB MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabındaki problem tiplerinin bağlamlarına göre incelenmesi

IB-MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında problem çözme alt başlığına ilişkin görevin T₅ “Eşitsizlik kurmayı gerektiren problemleri çözme” görev tipi olduğu görülmektedir. IB- MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabında yer alan bu görev tipine ait problemlerin bağlamına ilişkin frekans ve yüzde dağılımı Tablo 4.68’de gösterilmiştir.

Tablo 4.68. IB-MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları

Görev Tipinin İfadesi	Gerçekçi Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Aritmetik/Cebirsel Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Geometrik Bağlamdaki Görev Sayısı (f)	
	f	%	f	%	f	%
T ₅ : Eşitsizliklerle ilgili problem çözme	4	25	0	0	12	75
Toplam (f)	4	25	0	0	12	75

Tabloda MYP-4&5 ileri düzey eğitim kademesinde öğrencilere toplam 16 kere problem çözme görevi verildiği görülmektedir. Öğrencilerden %75 oranla en çok geometrik bağlamdaki problemleri çözmeleri istenmektedir. Öğrencilere hiç aritmetik problem çözmeleri görevi verilmemiştir. MYP 4&5 ileri düzey matematik ders kitabında verilen geometrik bağlamdaki problemlere ilişkin bir örnek (s. 297) aşağıdaki gibidir:

Bir paketleme şirketi, hacmi en az 600 inç küp olan kutular tasarlar. Kareler, 20 inç'e 25 inçlik bir karton dikdörtgenin köşelerinden kesilir ve açık bir kutu yapmak için delikler katlanır. Kartondan kesilmesi gereken karelerin boyutunu belirleyin.

4.3. MEB Ortaokul Kitaplarında Cebirsel İfadeler, Denklemler ve Eşitsizlikler Konuları ile İlgili Prakseolojik Analiz Bulguları

MEB öğretim programı çerçevesinde öğrenciler ilk olarak 6. Sınıfta cebirle tanışmakta ve 7 ve 8. sınıfta da konunun genişletilmesiyle öğrenim görmektedirler. Bu başlık altında, MEB kitabındaki cebirsel ifadeler konusunun praxeolojik analizi incelenecektir. Analiz kapsamında önce görev tipleri, teknikler ve matematiksel organizasyonlar belirlenecektir. Daha sonrasında görev ve teknikler doğrultusunda teknoloji ve teori bileşenleri tespit edilecektir.

4.3.1. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabının prakseolojisi

MEB 6. sınıf matematik ders kitabında cebir konuları için görev tipleri belirlenmiş ve bu görevlerin prakseolojisi incelenerek görevlerin nasıl oluştuğu, öğrencilere kitapta hangi sıklıkta verildiği, çözümünde hangi tekniklerin kullanıldığı, bu tekniklerin hangi teknoloji ve teorilere dayandığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Kitapta cebir, 4. ünite kapsamında “Cebirsel İfadeler (1. Bölüm), veri toplama ve değerlendirme (2. Bölüm), ile veri analizi (3. Bölüm)” olmak üzere 3 alt başlıktan birinde sunulmaktadır. Cebirsel ifadeler başlığına ait anahtar kelimeler “cebirsel ifade”, “değişken”, “katsayı”, “terim”, “sabit terim” ve “benzer terim” olarak belirlenmiştir (s.136). Bu ünite kapsamında, ilgili konularda öğrencilere verilen çözümlü ve çözümsüz görevlerin sayısı şekilde verilmektedir:

MEB 6. sınıf ders kitabında konu ile ilgili toplam 86 görev verilmektedir. Bu görevlerden 37 tanesi çözümlü, 49 tanesi ise çözümsüzdür. Çözümlü ve çözümsüz görevlerin sayıca dağılımı aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 4.69. MEB 6. sınıf ders kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler

Görevler	Frekans (f)
Çözümlü Görevler	37
Çözümsüz Görevler	49
Toplam	86

MEB 6. sınıf ders kitabında cebirsel ifadeler konusu için yapılan prakseolojik analiz sonucunda matematiksel organizasyon içinde toplam 86 görev, 1 görev ve 8 alt görev tipi için 9 adet tekniğin kullanıldığı ya da önerildiği görülmektedir. Matematiksel organizasyonların görev tipi ve teknik sayısı doğrultusunda dağılımları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.70. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadeler konusu kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları

Matematiksel Organizasyon (MO)	Görev	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Cebirsel İfadeler	86	8	9

4.3.1.1. MEB 6. sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadelerin (MO₁) prakseolojik yapısı

MEB 6. sınıf ders kitabında cebirsel ifadeler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 8 görev tipi, bu görev tiplerinden bir görev tiplerinden toplam 86 görev verilmektedir. Kitapta cebirsel

ifadeler konusundaki görev tiplerinin hepsinden olacak şekilde 8 görev tipi ile alakalı 37 örnek çözümlü olarak sunulmuştur (Bkz. Tablo 4.72).

Tablo 4.71. MEB 6. Sınıf kitabında MO_1 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T ₁ . Cebirsel ifadeyi tanımlama ve özelliklerini bilme	T _{1.1} . $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b$ şeklinde cebirsel ifade yazma	17	19,77
	T _{1.2} . Cebirsel İfadeye ait terim, terim sayısı, sabit terim, benzer terim, katsayı belirleme	9	10,47
	T _{1.3} . Benzer terimleri tespit etme	7	8,14
	T _{1.4} . Cebirsel ifadeye uygun durum yazma	10	11,63
	T _{1.5} . $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b$ İfadesinde x bilinmeyenini yerine sayısal değerler yazıp cebirsel ifadenin sayısal değerini bulma	19	22,09
	T _{1.6} . $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b$ şeklindeki Cebirsel ifadeyi modelleme	9	10,47
	T _{1.7} . $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere modellenen cebirsel ifadeyi $ax+b$ şeklinde yazma	7	8,14
	T _{1.8} . $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\frac{x+a}{b} = \frac{x}{b} \pm \frac{a}{b}$ eşitliğini kullanma	8	9,30
TOPLAM	8	86	100

MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 8 tanesi T_{1.1}, 4 tanesi T_{1.2}, 3 tanesi T_{1.3}, 4 tanesi T_{1.4}, 8 tanesi T_{1.5}, 4 tanesi T_{1.6}, 3 tanesi T_{1.7} ve son olarak 2 tanesi ise T_{1.8} alt görev tipleri ile ilgilidir. Aşağıdaki kısımda, kitapta öğrencilere diğerlerine oranla daha çok verilen görev için bir örnek gösterilmektedir.

Örnek

$4x + 9$ cebirsel ifadesinin $x = 3$ ve $x = 6$ için değerini bulalım.

Çözüm

Verilen cebirsel ifadede x yerine 3 ve 6 sayılarını yazalım.

$$x = 3 \text{ için } 4x + 9 = 4 \cdot 3 + 9 = 12 + 9 = 21 \text{ 'dir.}$$

$$x = 6 \text{ için } 4x + 9 = 4 \cdot 6 + 9 = 24 + 9 = 33 \text{ 'tür.}$$

Şekil 4.56. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında $T_{1.5}$ görev tipine ilişkin örnek (MEB 6. sınıf Matematik Ders Kitabı, s.139)

Yukarıdaki şekilde (Şekil 4.56) MEB 6. Sınıf ders kitabında $T_{1.5}$ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, $4x+9$ cebirsel ifadesinin bilinmeyen için değer vererek cebirsel değerinin bulunması istenmektedir. Görevin çözümünde, ifadedeki bilinmeyen yerine istenen değerler

yazılarak $x=3$ için 21; $x=6$ için 33 sonuçları bulunmuştur. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_1 : Cebirsel ifadeyi tanımlama ve özelliklerini bilme

$T_{1.5}$: cebirsel ifadenin değerini hesaplama

τ_5 : $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b$ ifadesinde x bilinmeyeni yerine sayısal değerler yazıp cebirsel ifadenin sayısal değerini bulma

MEB 6. Sınıf matematik ders kitabının doğrusal ilişkiler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.72. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında MO_1 'in prakseolojik yapısı (T ; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO_1 . Cebirsel İfadeler
Görev Tipi (T)	T_1. Cebirsel ifadeyi tanımlama ve özelliklerini bilme
Alt Görev Tipleri	$T_{1.1}$. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b$ şeklinde cebirsel ifade yazma
	$T_{1.2}$. Cebirsel İfadeye ait terim, terim sayısı, sabit terim, benzer terim, katsayı belirleme
	$T_{1.3}$. Benzer terimleri tespit etme
	$T_{1.4}$. Cebirsel ifadeye uygun durum yazma
	$T_{1.5}$. Cebirsel ifadenin değerini hesaplama
	$T_{1.6}$. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b$ şeklindeki Cebirsel ifadeyi modelleme
	$T_{1.7}$. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere modellenen cebirsel ifadeyi $ax+b$ şeklinde yazma
	$T_{1.8}$. Cebirsel ifadeyi farklı biçimlerde yazma
	τ_1 . Derece ve katsayıları dikkat ederek cebirsel ifade yazma
Teknik (τ)	τ_2 . Cebirsel ifadedeki terimleri inceleme
	τ_3 . verilen cebirsel ifadede aynı değişkene sahip terimleri tespit etme
	τ_4 . Cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazma
	τ_5 . $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b$ İfadesinde x bilinmeyeni yerine sayısal değerler yazıp cebirsel ifadenin sayısal değerini bulma
	τ_6 . cebirsel ifadenin değişkeni uzunluğunda çizgiler çizerek çizgi ve sayılar yardımıyla model oluşturma
	τ_7 . modellemedeki çizginin birim uzunluğuna değişken vererek cebirsel ifade yazma
	τ_8 . $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\frac{x+a}{b} = \frac{x}{b} \pm \frac{a}{b}$ eşitliğini kullanma
	τ_9 . benzer terimleri toplama



Bilgi Kutusu

- Bir ifadenin değerinin bilinmediği durumlarda bu sayıyı temsil eden bir “değişken” seçilir. Bu değişken yerine herhangi bir harf veya sembol kullanılır.
- En az bir değişken ve işlem içeren ifadelere “cebirsels ifadeler” denir.

Şekil 4.57. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında τ_1 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 137)

MEB 6. Sınıf ders kitabı kapsamında öğrencilerden cebirsel ifadeler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 9 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Bu tekniklerden τ_1 ,

cebirsal ifadenin tanımı ile açıklanmaktadır (Şekil 4.57). MEB 6. Sınıf ders kitabında τ_2 , ifadedeki terim ve katsayıların açıklandığı bilgi kutusunda anlatılmıştır (Şekil 4.58). τ_3 tekniği, sayı ve değişkenin çarpımının ifadesinin $3 \cdot x$ veya $3x$ şeklinde gösterildiği (s. 137) bilgisinde ve $4a$ ifadesinin, a 'nın 4 katı anlamına geldiği anlatımında (Şekil 4.59) vurgulanmıştır.

Bilgi Kutusu

- Bir cebirsal ifadede toplama veya çıkarma işlemiyle ayrılan her bir bölüme "terim" denir.
- Bir terimdeki değişkenin önünde çarpım durumunda bulunan sabit sayıya "katsayı" denir.
- Değişken içermeyen terime "sabit terim" denir. Sabit terim aynı zamanda bir katsayıdır.
- Bir cebirsal ifadede üsleri aynı olan bir değişkenin aynı veya farklı katsayılara sahip terimlerine "benzer terim" denir.

$3x$ ile $7x$, $2a$ ile $\frac{a}{3}$ benzer terimlerdir.

Şekil 4.58. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında τ_2 ve τ_3 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 138)

🔒 Örnek

Aşağıdaki cebirsal ifadeleri modelleyelim.

a. $4a$

b. $\frac{x}{3}$

c. $2y + 4$

ç. $5z - 3$

🔓 Çözüm

a. $4a$, a 'nın 4 katını ifade eder.

$\rightarrow a$ olmak üzere $4a$, $\overbrace{a \quad a \quad a \quad a}^4$ olur.

b. $\frac{x}{3}$, x 'in 3'e bölümünü veya x 'in 3'te 1'ini ifade eder.

$\rightarrow x$ olmak üzere $\frac{x}{3}$, $\underbrace{\frac{x}{3} \quad \frac{x}{3} \quad \frac{x}{3}}_3 = \frac{1}{3} \cdot x$ olur.

$\frac{x}{3}$ cebirsal ifadesini $\frac{1}{3} \cdot x$ şeklinde de yazabiliriz.

Şekil 4.59. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında τ_6 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 140)

Kitapta cebirsal ifadeleri modelleme görevinde, bilinmeyenlerin birimleri için birim çizgiler oluşturarak τ_6 tekniği ile çözüm gösterilmiştir. Örneğin $4a$ ifadesi, a 'nın dört katını yani dört kere kendisiyle toplamını ifade ettiği için dört adet birim çizgi ile gösterilmiştir (Şekil 4.59). Aynı zamanda model verildiğinde, her bir birime bilinmeyen değer vererek τ_6 tekniğinin

nasıl kullanıldığı örnek üzerinden gösterilmiştir (Şekil 4.60). Aynı şekilde verilen örnekte, aynı zamanda oluşan birimlerden benzer olanları toplayarak en sade hali yazıldığı için τ_9 tekniğinin de gösterildiği görülmektedir.

🔒 Örnek

— → x olmak üzere aşağıdaki modellere karşılık gelen cebirsel ifadeleri bulalım.

a. — — — — —

b. — — — — — + 5

c. — — — — — — — — — — — + 5 + 5 + 5

🔓 Çözüm

a. — x — x — x — → x + x + x = 3x

b. — x — x — + 5 → x + x + 5 = 2x + 5

c. — x — x — x — x — x — + 5 + 5 + 5 → x + x + x + x + x + 5 + 5 + 5 = 5x + 15

Şekil 4.60. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında τ_7 ve τ_9 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 141)

6. sınıf MEB kitabında verilen son teknik, cebirsel ifadeleri farklı şekillerde yazabilme tekniğidir. Verilen örnekte incelenip farklı şekilde yazılması istenen $\frac{x-3}{5}$ ifadesi, çıkarma işlemi kullanılarak $\frac{x}{5} - \frac{3}{5}$ olarak yazılabileceği açıklanmış ve bilinmeyen yerine değerler yazılarak her iki ifade de aynı sonuçların çıktığı belirtilmiştir (Şekil 4.61).

🔒 Örnek

$\frac{x-3}{5}$ ve $\frac{4+a}{3}$ cebirsel ifadelerini inceleyelim.

🔓 Çözüm

$\frac{x-3}{5}$ cebirsel ifadesini $\frac{x}{5} - \frac{3}{5}$ şeklinde de yazabiliriz. Bu durumu x yerine 13 yazarak gösterelim.

$$\frac{x-3}{5} = \frac{13-3}{5} = \frac{10}{5} = 2 \text{ ve}$$

$$\frac{x}{5} - \frac{3}{5} = \frac{13}{5} - \frac{3}{5} = \frac{10}{5} = 2 \text{ 'dir.}$$

$\frac{4+a}{3}$ cebirsel ifadesini $\frac{4}{3} + \frac{a}{3}$ şeklinde de yazabiliriz. Bu durumu a yerine 1 yazarak gösterelim.

$$\frac{4+a}{3} = \frac{4+1}{3} = \frac{5}{3} \text{ ve}$$

$$\frac{4}{3} + \frac{a}{3} = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \text{ 'tir.}$$

Şekil 4.61. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında τ_8 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 141)

MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadeler alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda (Tablo 4.73) belirtilmektedir:

Tablo 4.73. MEB 6. Sınıf matematik ders kitabında MO_1 'de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Alt Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Cebirsel İfadeler	$T_{1.1}$	τ_1
	$T_{1.2}$	τ_2
	$T_{1.3}$	τ_3
	$T_{1.4}$	τ_4
	$T_{1.5}$	τ_5
	$T_{1.6}$	τ_6
	$T_{1.7}$	τ_7
	$T_{1.8}$	τ_8 ve τ_9
Toplam	8	9

4.3.2. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabının prakseolojisi

MEB 7. sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadeler, örüntüler ve denklemler konuları için görev tipleri belirlenmiş ve bu görevlerin prakseolojisi incelenerek görevlerin nasıl oluştuğu, öğrencilere kitapta hangi sıklıkta verildiği, çözümünde hangi tekniklerin kullanıldığı, bu tekniklerin hangi teknoloji ve teorilere dayandığı belirlenmeye çalışılmıştır. Kitapta cebir, 3. ünite kapsamında “Cebirsel İfadeler (1. Bölüm), örüntüler (2. Bölüm), ile denklemler (3. Bölüm)” olmak üzere 3 alt başlıkta sunulmaktadır. Bu üniteye ait terim ve anahtar kelimeler “eşitlik”, “derece”, “bilinmeyen” ve “denklem” olarak belirlenmiştir (s.77). MEB 7. sınıf ders kitabında konu ile ilgili toplam 134 görev verilmektedir. Bu görevlerden 52 tanesi çözümlü, 82 tanesi ise çözümsüzdür (Bkz. Tablo 4.75).

Tablo 4.74. MEB 7. sınıf ders kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler

Görevler	Frekans (f)
Çözümlü Görevler	52
Çözümsüz Görevler	82
Toplam	134

MEB 7. sınıf ders kitabında cebirsel ifadeler, örüntüler ve denklemler konuları için yapılan prakseolojik analiz sonucunda, matematiksel organizasyonlar içinde toplam 153 görev, 6 görev tipi ve 10 alt görev tipi için 11 adet tekniğin kullanıldığı ya da önerildiği görülmektedir. Matematiksel organizasyonların görev tipi ve teknik sayısı doğrultusunda dağılımları aşağıdaki tabloda (Tablo 4.75) gösterilmektedir.

Tablo 4.75. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadeler, örüntüler ve denklemler konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları

Matematiksel Organizasyon (MO)	Görev	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Cebirsel İfadeler	36	1	3
Örüntü	26	1	2
Eşitlik ve Denklem	91	4	6

4.3.2.1. MEB 7. sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadelerin (MO₁) prakseolojik yapısı

MEB 7. sınıf ders kitabında cebirsel ifadeler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 1 görev tipi, 3 alt görev tipini oluşturan toplam 36 görev verilmektedir. Kitapta cebirsel ifadeler konusundaki alt görev tiplerine ilişkin 16 örnek çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipi ve alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.76. MEB 7. Sınıf kitabında MO₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T ₁ . Cebirsel ifadelerle işlem yapma	T _{1.1} . $a, b, c, d, m, n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $m.(ax \pm by)$ ve $n.(cx \pm dy)$ şeklindeki cebirsel ifadeleri toplama ve çıkarma	21	58,33
	T _{1.2} . $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(ax \pm by \pm c)$ ifadesini d skaleri ile çarpma	13	36,11
	T _{1.3} . Cebir karolarıyla modellenen toplama işlemini yazma	2	5,56
TOPLAM	3	36	100

MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 11 tanesi T_{1.1}, 5 tanesi ise T_{1.2} alt görev tipleri ile ilgilidir. Aşağıdaki kısımda, kitapta öğrencilerden diğerlerine oranla daha çok istenen alt görev tipi için bir örnek gösterilmektedir.

4.62 numaralı şekilde MEB 7. Sınıf ders kitabında T_{1.1} görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, $(5x+7)$ ile $(3x-2)$ ifadelerinin toplanması istenmektedir. Görevin çözümünde, benzer olan terimler toplanarak $8x+5$ sonucu elde edilir. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T₁: Cebirsel ifadelerle işlem yapma

T_{1.1}: $a, b, c, d, m, n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $m.(ax \pm by)$ ve $n.(cx \pm dy)$ şeklindeki cebirsel ifadeleri toplama ve çıkarma

τ_1 : Benzer terimleri toplayarak sadeleştirme

Örnek

Gülsüm, $(5x + 7)$ sayfa; kardeşi Fatma, $(3x - 2)$ sayfa kitap okudu. Gülsüm ile Fatma'nın okudukları toplam sayfa sayısını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.



Çözüm

Gülsüm ile Fatma'nın okudukları toplam sayfa sayısını belirten cebirsel ifadeyi bulmak için $(5x + 7)$ ile $(3x - 2)$ ifadeleri toplanır.

$$\begin{aligned}(5x + 7) + (3x - 2) &= (5x + 3x) + (7 - 2) \\ &= 8x + 5\end{aligned}$$

Gülsüm ile Fatma, toplam $(8x + 5)$ sayfa kitap okumuşlardır.

Şekil 4.62. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında $T_{1.1}$ görev tipine ilişkin örnek (MEB 7. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 79)

MEB 7. Sınıf matematik ders kitabının doğrusal ilişkiler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir (Tablo. 4.77). MEB 7. Sınıf ders kitabı kapsamında öğrencilerden cebirsel ifadeler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 3 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Kitapta bu görev tiplerini yapabilmeleri için öğrencilere sunulan teknikler 3 adettir.

Tablo 4.77. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO_1 'in prakseolojik yapısı (T ; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO₁: Cebirsel İfadeler
Görev Tipi (T)	T₁. Cebirsel ifadelerle işlem yapma
Alt Görev Tipleri	T_{2.1}. $a, b, c, d, m, n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $m \cdot (ax \pm by)$ ve $n \cdot (cx \pm dy)$ şeklindeki cebirsel ifadeleri toplama ve çıkarma
	T_{2.2}. $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(ax \pm by \pm c)$ ifadesini d skaleri ile çarpma
	T_{2.3}. cebir karolarıyla modellenen toplama işlemini yazma
Teknik (τ)	τ_1. Benzer terimleri toplayarak sadeleştirme
	τ_2. Çarpma işleminin toplama/çıkarma üzerine dağılma özelliğini kullanma
	τ_3. Kenar uzunluğu x ve 1 (alanı x) olan dikdörtgen ile kenar uzunluğu 1 (alanı 1) olan cebir karolarıyla yapılan toplama işlemindeki toplanan cebirsel ifadeleri yazma

Örnek

Bir seminere her gün $(220 - x + 2y)$ kişi katılmıştır. Seminere 10 günde katılan kişi sayısını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.

Çözüm

Seminere katılan kişi sayısını bulmak için 10 ile $(220 - x + 2y)$ cebirsel ifadesini çarpalım.

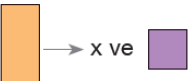
$$\begin{aligned} 10 \cdot (220 - x + 2y) &= 10 \cdot 220 + 10 \cdot (-x) + 10 \cdot (2y) \\ &= 2200 - 10x + 20y \end{aligned}$$

Seminere 10 günde katılan kişi sayısını belirten cebirsel ifade $(2200 - 10x + 20y)$ olur.

Şekil 4.63. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_2 tekniğine ilişkin örnek (MEB, 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 82)

7. sınıf MEB matematik kitabında sayfa 82’de verilen görevde, 10 ile $(220-x+2y)$ ’nin çarpılması istenmektedir. Bu görevin çözümünde kullanılan teknikte (τ_2), çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağıtılması sonucunda her bir terim 10 ile çarpılmış ve sonuç $2200-10x+20y$ olarak bulunmuştur (Şekil 4.63).

Kitaptaki matematiksel organizasyonda verilen son teknik, cebir karoları ile ilgilidir. Cebir karolarıyla modellenen cebirsel ifadeleri bulma tekniği konu girişinde cebir karolarıyla cebirsel ifadeler oluşturup işlem yapma şeklinde açıklanmıştır (s.78). τ_3 ; kenar uzunluğu x ve 1 (alanı x) olan dikdörtgen ile kenar uzunluğu 1 (alanı 1) olan cebir karolarıyla yapılan toplama işlemindeki toplanan cebirsel ifadeleri yazma tekniği olarak belirlenmiştir (Şekil 4.64).

 $\rightarrow x$ ve $\rightarrow + 1$ olmak üzere $(2x + 1) + (x + 2)$ toplamını, ifadeleri cebir karolarıyla modelleyerek bulalım.

Önce, $(2x + 1)$ ile $(x + 2)$ cebirsel ifadelerini cebir karolarıyla modelleyelim.

 $\rightarrow 2x + 1$

 $\rightarrow x + 2$

Şimdi, cebir karolarını bir araya getirelim ve toplamı bulalım.

 $\rightarrow 3x + 3$

$$(2x + 1) + (x + 2) = 3x + 3$$

Şekil 4.64. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_3 tekniğine ilişkin örnek (MEB 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 78)

MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadeler alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.78. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO_1 'de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
	$T_{1.1}$	τ_1
Cebirsel İfadeler	$T_{1.2}$	τ_2
	$T_{1.3}$	τ_3
Toplam	3	3

4.3.2.2. MEB 7. sınıf matematik ders kitabında örüntülerin (MO_2) prakseolojik yapısı

MEB 7. sınıf ders kitabında örüntüler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 1 görev tipi, 2 alt görev tipini oluşturan toplam 26 görev verilmektedir. Kitapta örüntüler konusundaki alt görev tiplerine ilişkin 4 örnek çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipi ve alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 2 tanesi $T_{2.1}$, 2 tanesi ise $T_{2.2}$ alt görev tipleri ile ilgilidir.

Tablo 4.79. MEB 7. Sınıf kitabında MO_2 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı
T2. Örüntüyü belirleme ve kullanma	T2.1. Sayı örüntüsünü $n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $an+b$ şeklinde genelleme	11
	T2.2. Örüntüde verilmeyen terimi bulma	15
TOPLAM	2	26

Aşağıdaki şekilde (Şekil 4.65) MEB 7. Sınıf ders kitabında $T_{2.2}$ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, birinci adımından itibaren sırayla 1,2,3,4,... şeklinde devam ederek birleştirilmiş karelerle oluşturulan örüntüde genel kuralı kullanarak 17. Adımında toplamda kaç adet kenar olduğunu bulma görevi verilmektedir. Görevin çözümünde; adım sayısı, kare sayısı, toplam kenar sayısı ve bunlar arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablodan yararlanarak ilişki belirlenmiş ve örüntünün genel kuralı bulunmuştur. Adım sayısı n ile gösterildiğinde, o adımdaki toplam kenar sayısı $3n+1$ genel kuralı elde edilmiştir. 17. Adım sorulduğu için n yerine 17 yazılarak, 17. Adımdaki toplam kenar sayısının 52 olduğu belirlenmiştir. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_2 : Örüntüyü belirleme ve kullanma

$T_{2.2}$: örüntüde verilmeyen terimi bulma

τ_5 : örüntü kuralında yerine koyma

Örnek



Yukarıdaki şekil örüntüsü, eş kareler kullanılarak oluşturulmuştur. Şekil örüntüsündeki kare sayısı ile toplam kenar sayısı arasındaki ilişkiyi belirten sayı örüntüsünü yazınız. Sayı örüntüsünün kuralını belirleyiniz. Şekil örüntüsünün 17. adımındaki toplam kenar sayısını bulunuz.

Çözüm

Önce şekil örüntüsündeki kare sayısı ile kenar sayısı arasındaki ilişkiyi belirleyebileceğimiz bir tablo oluşturalım.

Tablo: Örüntüdeki Kare Sayısı ile Kenar Sayısı Arasındaki İlişki

Adım Sayısı	1	2	3	4	...	n
Kare Sayısı	1	2	3	4	...	n
Toplam Kenar Sayısı	4	7	10	13
İlişki	$3 \cdot 1 + 1$	$3 \cdot 2 + 1$	$3 \cdot 3 + 1$	$3 \cdot 4 + 1$...	$3 \cdot n + 1$

Oluşturduğumuz tabloya göre şekil örüntüsünü, sayı örüntüsüne dönüştürelim.

4, 7, 10, 13, ...

Sayı örüntüsünün kuralı, $3n + 1$ olarak belirtilebilir. Şekil örüntüsünün 17. adımındaki toplam kenar sayısını bulmak için $3n + 1$ ifadesindeki n yerine 17 yazılmalıdır.

$$3n + 1 \rightarrow 3 \cdot 17 + 1 = 51 + 1 \\ = 52$$

Şekil örüntüsünün 17. adımında toplam 52 kenar vardır.

Şekil 4.65. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında $T_{2.2}$ görev tipine ilişkin örnek (MEB 7. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 85)

MEB 7. Sınıf matematik ders kitabının örüntüler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.80. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO_2 'nin prakseolojik yapısı (T; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO_1 . Örüntüler
Görev Tipi (T)	T_2 . Örüntü kuralını belirleme ve kullanma
Alt Görev Tipleri	$T_{2.1}$. Sayı örüntüsünü $n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $an+b$ şeklinde genelleme $T_{2.2}$. Örüntü kuralında yerine koyma
Teknik (τ)	τ_4 . Ardışık terimler arasındaki artış oranlarını inceleme (yinelemeli ilişki stratejisi) τ_5 . Örüntü kuralını kullanma

22, 17, 12, 7, 2, ... sayı örüntüsünün kuralını harfle ifade edelim. Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayıyı bulalım.

Sayı örüntüsündeki sayılar beşer azalarak devam etmektedir. Terim sayısı n olmak üzere önce $-5 \cdot n$ olarak yazılır. Ancak sayı örüntüsünün birinci terimindeki sayıyı bulmak için n yerine 1 yazıldığında $-5 \cdot n$ ifadesinin değeri, $-5 \cdot 1 = -5$ bulunur. Birinci terimdeki sayı 22 olduğundan $-5n$ ifadesine 27 eklenmelidir. Öyleyse sayı örüntüsünün kuralı, $-5n + 27$ olarak yazılır.

Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayıyı bulmak için $-5n + 27$ ifadesindeki n yerine 20 yazılır.

$$-5n + 27 \rightarrow -5 \cdot 20 + 27 = -100 + 27 = -73$$

Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayı -73 'tür.

Şekil 4.66. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_4 ve τ_5 tekniğine ilişkin örnek (MEB 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 84)

MEB 7. Sınıf ders kitabı kapsamında öğrencilerden örüntüler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 2 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Bu tekniklerden τ_4 tekniği, genel kuralı oluşturma çerçevesinde anlatılmış ve 22,17,12,7, 2,... sayı örüntüsünde ardışık terimler arasındaki değişim oranları belirlenmiştir (τ_4). Terimlerin her adımda, öncekinden 5 azalarak devam ettiği belirlendikten sonra, terim n ile gösterilip -5 ; n 'in katsayısı olarak yazılmıştır. Ardından ilk terimi sağlayıp sağlamadığı incelenerek, birinci terimi elde etmek için $-5n$ ifadesine 27 eklenmesi gerektiği görülmüş ve sonuç olarak genel kural $-5n+27$ olarak yazılmıştır (Şekil 4.66). MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında örüntüler alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda (Tablo 4.81) belirtilmektedir:

Tablo 4.81. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO_2 'de (T , τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Örüntüler	$T_{2.1}$	τ_4
	$T_{2.2}$	τ_5
Toplam	2	2

4.3.2.3. MEB 7. sınıf matematik ders kitabında eşitlik ve denklemlerin (MO_3) prakseolojik yapısı




MEB 7. sınıf ders kitabında eşitlik ve denklem alt başlığı ile ilgili öğrencilere 4 görev tipi, 4 alt görev tipini oluşturan toplam 91 görev verilmektedir. Kitapta eşitlik ve denklem konusundaki görev ve alt görev tiplerine ilişkin 32 örnek çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipi ve alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 10 tanesi T_3 , 9 tanesi T_4 , 2


tanesi T_{5.1}, 5 tanesi T_{5.2}, 2 tanesi T_{5.3}, 1 tanesi T₃, 10 tanesi T_{5.4} ve son olarak 3 tanesi ise T₆ alt görev tipleri ile ilgilidir.

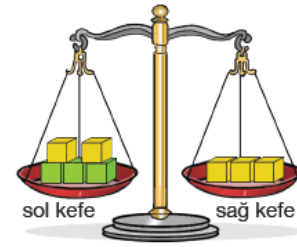
Tablo 4.82. MEB 7. Sınıf kitabında MO₃ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)	
T ₃ . Eşitliğin korunumunu inceleme		28	30,77	
T ₄ . a,b,c ∈ ℝ olmak üzere ax+b=c şeklinde denklem kurma		16	17,58	
T ₅ . Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	T _{5.1} . Eşitlikte şekil sembolüyle gösterilen değeri bulma	8	8,79	
	T _{5.2} . a,b,c ∈ ℝ olmak üzere ax+b=c şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	15	16,48	
	T _{5.3} . a,b,c,d ∈ ℝ olmak üzere ax+b=cx+d şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	7	7,69	
	T _{5.4} . Verilen çözüm kümesinden yararlanarak denklemde verilmeyen değeri bulma	3	3,30	
T ₆ . Denklem kurmayı gerektiren problem çözme		14	15,38	
TOPLAM	4	4	91	100

Örnek

Yandaki terazi dengededir. Terazideki terazi modelinde  kütlesi 3 kg'ı,  kütlesi 1 kg'ı ve  kütlesi x kg'ı temsil etmektedir. Buna göre, aşağıda istenenleri yapınız.

- Terazinin dengede olma durumunu belirten eşitliği yazınız.
- Terazinin her iki kefesine ikişer tane  kütlesi konulduğunda denge durumunu belirten eşitliği yazınız.




Şekil 4.67. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında T₃ görev tipine ilişkin örnek (MEB 7. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 88)

Çözüm

a. Terazinin sol kefesinde “3 + 3 + 1 + 1 + 1” ifadesi, sağ kefesinde “3 + 3 + 3” ifadesi modellenmiştir. Sağ ve sol kefelereki kütlelerin toplamı birbirine eşit olduğundan terazi dengededir.

$$3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 3 + 3 + 3$$

$$9 = 9$$

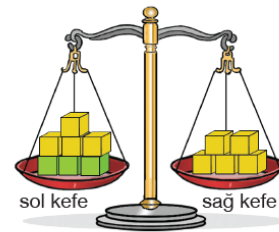
b. Verilen terazinin her iki kefesine ikişer tane  kütlesinden koyalım ve yandaki terazi modelini elde edelim.

Yandaki terazinin sol kefesinde “3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1” ifadesi, sağ kefesinde “3 + 3 + 3 + 3 + 3” ifadesi modellenmiştir.

Terazinin her iki kefesine de aynı kütlelerden ikişer tane konulduğuna göre terazi son durumda da dengededir.

$$3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$$

$$15 = 15$$



Şekil 4.68. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında T₃ görev tipine ilişkin örnek (devamı) (MEB 7. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 88)

Yukarıdaki şekilde (Şekil 4.68) MEB 7. Sınıf ders kitabında T_3 görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, denge durumundaki eşit kollu bir terazide her iki tarafa aynı ağırlığın eklenmesi ya da çıkarılması durumunda terazinin denge durumunu incelemesi istenmektedir. Görev kapsamında eşitliğin her iki tarafında ekleme ya da çıkarmalar yaparak terazinin kollarındaki değerlerin birbirine eşit olup olmadığı incelenmiştir. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_3 : Eşitliğin korunumunu inceleme

τ_6 : Eşitliğin her iki tarafında aynı işlemleri yaparak eşitliğin bozulup bozulmadığını inceleme

MEB 7. Sınıf matematik ders kitabının eşitlik ve denklem alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.83. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO_3 'ün prakseolojik yapısı (T ; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO_3 . Eşitlik ve Denklem
Görev Tipi (T)	T_3 . Eşitliğin korunumunu inceleme
	T_4 . $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=c$ şeklinde denklem kurma
Alt Görev Tipleri	T_5 . Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma
	T_6 . Denklem kurmayı gerektiren problem çözme
	$T_{5.1}$. Eşitlikte şekil sembolüyle gösterilen değeri bulma
	$T_{5.2}$. $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=c$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	$T_{5.3}$. $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma
	$T_{5.4}$. Verilen çözüm kümesinden yararlanarak denklemde verilmeyen değeri bulma
	τ_6 . Eşitliğin her iki tarafında aynı işlemleri yaparak eşitliğin bozulup bozulmadığını inceleme
	τ_7 . Sözel ifadeyi matematiksel denkleme dönüştürme
	τ_8 . Eşitliği sözel olarak okuyarak ters işlem uygulama ($b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x+b=c$ şeklindeki denklemde, “b ile hangi sayıyı toplarsak sonuç c olur?” şeklinde düşünme)
	τ_9 . Eşdeğer denklemler oluşturarak bilinmeyen denklemin bir tarafında yalnız bırakma
	τ_{10} . Denklemi sağlayan bilinmeyen değerini, denklemde yerine koyarak denklemde verilmeyen herhangi bir değeri bulma
τ_{11} . Verilen probleme uygun denklem yazıp çözme	

MEB 7. Sınıf ders kitabında bu görev tiplerini yapabilmeleri için öğrencilere sunulan teknikler 6 adettir. Bu teknikler aşağıda gösterilmektedir.

- Oyuncakçıda oyuncak sayısı k olsun.

Oyuncak sayısının 20 fazlası: $k + 20$

Oyuncak sayısının 20 fazlasının çeyreği: $\frac{k+20}{4}$

Denklem: $\frac{k+20}{4} = 246$

Şekil 4.69. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MEB 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 91)

Örnek

Kutucuktaki eşitliğin bozulmaması için Δ yerine yazılması gereken sayıyı bulunuz.

$$8 + 2 = \Delta + 6$$

Çözüm

$$8 + 2 = \Delta + 6$$

$$10 = \Delta + 6$$

Δ yerine yazılması gereken sayıyı bulabilmek için “6 ile hangi sayıyı toplarsak sonuç 10 olur?” sorusunu cevaplamalıyız.

6 ile 4 sayısı toplandığında sonuç 10 olur. O hâlde Δ yerine 4 yazılmalıdır.

$$10 = \Delta + 6$$

$$10 = 4 + 6$$

$$10 = 10$$

Şekil 4.70. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_8 tekniğine ilişkin örnek (MEB 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 87)

Örnek

$2 \cdot (x + 1) = 18$ denklemi çözüldüğünde x kaç bulunur?

Çözüm

2 sayısını, çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanarak ayraç içindeki her bir terimle ayrı ayrı çarpalım.

$$2 \cdot (x + 1) = 18$$

$$2 \cdot x + 2 \cdot 1 = 18$$

$$2x + 2 = 18$$

$$2x + 2 + (-2) = 18 + (-2)$$

$$2x = 16$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$$

$$x = 8$$

Eşitliğin her iki tarafına (-2) sayısını ekleyelim.

Eşitliğin her iki tarafını 2'ye bölelim.

Şekil 4.71. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_9 tekniğine ilişkin örnek (MEB 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 84)

Örnek

$\blacktriangle x - 17 = 23$ denklemi çözüldüğünde $x = 5$ değeri elde edildiğine göre \blacktriangle yerine kaç yazılmalıdır?

Çözüm

Denklem çözüldüğünde elde edilen $x = 5$ değerini denklemde yerine yazalım ve \blacktriangle yerine yazılması gereken sayıyı bulalım.

$$\blacktriangle x - 17 = 23$$

$$5\blacktriangle - 17 = 23$$

$$5\blacktriangle - \cancel{17} + \cancel{17} = 23 + 17$$

$$\frac{5\blacktriangle}{5} = \frac{40}{5}$$

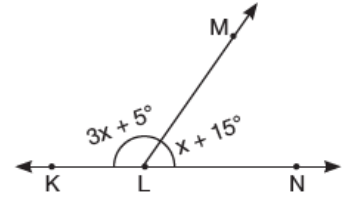
$$\blacktriangle = 8$$

\blacktriangle yerine 8 yazılmalıdır.

Şekil 4.72. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_{10} tekniğine ilişkin örnek (MEB 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 94)

Örnek

Yandaki şekilde \widehat{KLM} ile \widehat{MLN} , bütünler açılarıdır. $m(\widehat{KLM}) = 3x + 5^\circ$ ve $m(\widehat{MLN}) = x + 15^\circ$ olduğuna göre küçük açının ölçüsü kaç derecedir?



Çözüm

Bütünler iki açının ölçüleri toplamı 180° 'dir. Buna göre \widehat{KLM} ve \widehat{MLN} 'nin ölçüleri toplamını 180° 'ye eşitleyelim.

$$m(\widehat{KLM}) + m(\widehat{MLN}) = 180^\circ$$

$$3x + 5^\circ + x + 15^\circ = 180^\circ$$

$$4x + 20^\circ = 180^\circ$$

$$4x = 160^\circ$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{160^\circ}{4}$$

$$x = 40^\circ$$

x yerine 40° yazarak bütünler açıların ölçülerini bulalım.

$$m(\widehat{KLM}) = 3x + 5^\circ = 3 \cdot 40^\circ + 5^\circ = 120^\circ + 5^\circ = 125^\circ$$

$$m(\widehat{MLN}) = x + 15^\circ = 40^\circ + 15^\circ = 55^\circ$$

Küçük olan \widehat{MLN} 'nin ölçüsü 55° 'dir.

Şekil 4.73. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında τ_{11} tekniğine ilişkin örnek (MEB 7. Sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 95)

MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında eşitlik ve denklem alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda (Tablo 4.84) belirtilmektedir:

Tablo 4.84. MEB 7. Sınıf matematik ders kitabında MO₃'te (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Eşitlik ve Denklem	T ₃	τ_6
	T ₄	τ_7
	T _{5.1}	τ_8
	T _{5.2}	τ_9
	T _{5.3}	
	T _{5.4}	τ_{10}
T ₆	τ_{11}	
Toplam	4	6

4.3.3. MEB 7. sınıf matematik ders kitabındaki problem tiplerinin bağlamlarına göre incelenmesi

7. Sınıf MEB matematik ders kitabında problem çözme alt başlığına ilişkin matematiksel organizasyon tablosu incelendiğinde T₆ görev tipinin “denklemlerle ilgili problem çözme” olarak ifade edildiği görülmektedir. Kitaptaki bu görev tipine ait problemlerin bağlamına ilişkin frekans ve yüzde dağılım tablosu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 4.85. 7. Sınıf MEB matematik kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları

Görev Tipinin İfadesi	Gerçekçi Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Aritmetik/Cebirsel Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Geometrik Bağlamdaki Görev Sayısı (f)	
	f	%	f	%	f	%
T ₆ . Denklemlerle ilgili problem çözme	7	50	3	21,42	4	28,57

İncelemeler sonucunda 7. Sınıf eğitim kademesinde konu kapsamında öğrencilere toplam 14 kere problem çözme görevi verildiği görülmektedir. Öğrencilerden %50 oranla en çok gerçekçi bağlamdaki problemleri, %21,42 oranla en az ise aritmetik/cebirsel bağlamda problemleri çözmeleri istenmektedir.

7. sınıf matematik ders kitabında verilen gerçekçi bağlamdaki problem tipine bir örnek aşağıdaki gibi verilebilir (s. 100):

Sevil Hanım, İnternet'ten aynı kitaptan 7 adet sipariş etti. Kargo fiyatı dâhil kitaplar için toplam 69 TL ödedi. Sevil Hanım, kargo için 6 TL ödediğine göre sipariş ettiği bir adet kitabın fiyatı kaç TL'dir?

4.3.4. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabının prakseolojisi

MEB 8. sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadeler, özdeşlikler, çarpanlara ayırma, doğrusal denklemler, eğim ve eşitsizlikler konuları için görev tipleri belirlenmiş ve bu görevlerin prakseolojisi incelenerek görevlerin nasıl oluştuğu, öğrencilere kitapta hangi sıklıkta verildiği, çözümünde hangi tekniklerin kullanıldığı, bu tekniklerin hangi teknoloji ve teorilere dayandığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Kitapta cebir, 3. ünite kapsamında “Cebirsel İfadeler” ve 4. Ünite kapsamında “Doğrusal denklemler” ve “eşitsizlikler” başlıklarıyla ele alınmaktadır. Diğer MEB matematik ders kitaplarının aksine, çalışma kapsamında incelenen kitapta üniteye kullanılacak terim ve kavramları belirten anahtar kelimelere yer verilmemiştir.

Bu iki ünite kapsamında, ilgili konularda öğrencilere verilen çözümlü ve çözümsüz görevlerin sayısı hesaplanmıştır. MEB 8. sınıf ders kitabında konu ile ilgili toplam 412 görev verilmektedir. Bu görevlerden 143 tanesi çözümlü, 269 tanesi ise çözümsüzdür. Çözümlü ve çözümsüz görevlerin sayıca dağılımı aşağıdaki tabloda (Tablo 4.86) gösterilmiştir:

Tablo 4.86. MEB 8. sınıf ders kitabında araştırma konusu ile ilgili çözümlü ve çözümsüz görevler

Görevler	Frekans (f)
Çözümlü Görevler	143
Çözümsüz Görevler	269
Toplam	412

MEB 8. sınıf ders kitabında cebirsel ifadeler, özdeşlikler, çarpanlara ayırma, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, doğrusal ilişkiler ve eşitsizlikler konuları için yapılan prakseolojik analiz sonucunda, matematiksel organizasyonlar içinde toplam 380 görev, 15 görev tipi için 34 adet tekniğin kullanıldığı ya da önerildiği görülmektedir. Matematiksel organizasyonların görev tipi ve teknik sayısı doğrultusunda dağılımları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.87. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadeler, özdeşlikler, çarpanlara ayırma, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, doğrusal ilişkiler ve eşitsizlikler konuları kapsamında tespit edilen matematiksel organizasyonlar, görevler, görev tipleri ve tekniklerin frekansları

Matematiksel Organizasyon (Mo)	Görev	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Cebirsel İfadeler	52	2	6
Özdeşlikler	50	2	2
Çarpanlara Ayırma	43	3	5
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem	40	2	5
Doğrusal İlişki Ve Doğrusal Denklem	195	3	16
Eşitsizlik	91	3	7

4.3.4.1. MEB 8. sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadelerin (MO₁) prakseolojik yapısı

MEB 8. sınıf ders kitabında cebirsel ifadeler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 2 görev tipi, 7 alt görev tipini oluşturan toplam 52 görev verilmektedir. Kitapta cebirsel ifadeler konusundaki alt görev tiplerine ilişkin 18 örnek çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipi ve alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.88. MEB 8. Sınıf kitabında MO₁ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T ₁ . Cebirsel ifadeyi tanımlama ve özelliklerini bilme	T _{1.1} . a, b ∈ ℝ olmak üzere ax+b şeklinde cebirsel ifade yazma	3	5,77
	T _{1.2} . Cebirsel İfadeye ait terim, terim sayısı, sabit terim, benzer terim, katsayı ve dereceleri belirleme	5	9,62
	T _{1.3} . Cebirsel ifadenin en sade halini yazma	18	34,62
	T _{1.4} . cebirsel ifadeye uygun durum yazma	1	1,92
T ₂ . Cebirsel ifadelerle işlem yapma	T _{2.1} . a, b, c, d ∈ ℝ olmak üzere (ax±by) ve (cx±dy) şeklindeki cebirsel ifadeleri çarpma	18	34,62
	T _{2.2} . Cebirsel ifadelerle çarpma işlemini modelleme	5	9,62
	T _{2.3} . Modellenen çarpma işlemindeki cebirsel çarpanları bulma	2	3,85
TOPLAM		7	100

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 3 tanesi T_{1.1}, 1 tanesi T_{1.2}, 6 tanesi T_{1.3}, 4 tanesi T_{2.1} ve son olarak 4 tanesi T_{2.2} alt görev tipleri ile ilgilidir. Kitapta T_{1.4} ve T_{2.3} alt görev tipleriyle ilgili çözümlü örnek verilmemektedir.

Örnek 10 Aşağıdaki işlemleri yapalım:

a. $n(n - 3) = n \cdot n - (n \cdot 3)$
 $= n^2 - 3n$ olur.

b. $-4x \cdot (2x - 5) = -4x \cdot 2x - 4x \cdot (-5)$
 $= -8x^2 + 20x$ olur.

c. $(-3x + 5) \cdot (6x + 2) = -3x \cdot (6x + 2) + 5 \cdot (6x + 2)$
 $= -18x^2 - 6x + 30x + 10$
 $= -18x^2 + 24x + 10$ olur.

Şekil 4.74. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında T_{2.1} görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 107)

Şekil 4.74'te görüldüğü üzere, MEB 8. Sınıf ders kitabında T_{2.1} görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek

kapsamında, $n.(n-3)$, $-4x.(2x-5)$, $(-3x+5).(6x+2)$ cebirsel ifadelerle çarpma işlemlerini yapması istenmektedir. Görevin çözümünde, çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma tekniği kullanılarak parantezler kaldırılmış ve sonuçlar en sade haliyle yazılmıştır. Bu görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_2 : cebirsel ifadelerle işlem yapma

$T_{2.1}$: $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(ax \pm by)$ ve $(cx \pm dy)$ şeklindeki cebirsel ifadeleri çarpma

τ_5 : çarpma işleminin toplama/çıkarma üzerine dağılma özelliğini kullanma

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabının cebirsel ifadeler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda (Tablo 4.89) düzenlenmiştir:

Tablo 4.89. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO_1 'in prakseolojik yapısı (T ; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO_1 . Cebirsel İfadeler
Görev Tipi (T)	T_1 . Cebirsel ifadeyi tanımlama ve özelliklerini bilme T_2 . cebirsel ifadelerle işlem yapma
Alt Görev Tipleri	$T_{1.1}$. $a,b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b$ şeklinde cebirsel ifade yazma $T_{1.2}$. Cebirsel İfadeye ait terim, terim sayısı, sabit terim, benzer terim, katsayı ve dereceleri belirleme $T_{1.3}$. Cebirsel ifadenin en sade halini yazma $T_{1.4}$. cebirsel ifadeye uygun durum yazma $T_{2.1}$. $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(ax \pm by)$ ve $(cx \pm dy)$ şeklindeki cebirsel ifadeleri çarpma $T_{2.2}$. Cebirsel ifadelerle çarpma işlemini modelleme $T_{2.3}$. Modellenen çarpma işlemindeki cebirsel çarpanları bulma
Teknik (τ)	τ_1 . Derece ve katsayılara dikkat ederek cebirsel ifade yazma τ_2 . Cebirsel ifadedeki terimleri inceleme τ_3 . Benzer terimleri toplayarak sadeleştirme τ_4 . Cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazma τ_5 . Çarpma işleminin toplama/çıkarma üzerine dağılma özelliğini kullanma τ_6 . Kenar uzunluğu x olan kare (alanı x^2), kenar uzunluğu x ve 1 (alanı x) olan dikdörtgen ile kenar uzunluğu 1 (alanı 1) olan cebir karolarıyla çarpma işlemi yapma τ_7 . Kenar uzunluğu x olan kare (alanı x^2), kenar uzunluğu x ve 1 (alanı x) olan dikdörtgen ile kenar uzunluğu 1 (alanı 1) olan cebir karolarıyla yapılan çarpma işlemindeki çarpanları yazma

MEB 8. Sınıf ders kitabı kapsamında öğrencilerden cebirsel ifadeler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 7 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Bu teknikler aşağıdaki şekillerde gösterilmektedir.

Örnek 2

Bir kenarının uzunluğu a birim olan kare biçimindeki el işi kâğıtlarından 4 tanesi aşağıdaki gibi yan yana konuluyor. Bu el işi kâğıtlarının toplam alanını veren cebirsel ifadeyi yazalım:



Bir el işi kâğıdının alanı $a \cdot a$,

Dört el işi kâğıdının alanı $4 \cdot a \cdot a$ olur.

Bu cebirsel ifadeyi daha kısa da yazabiliriz: $4 \cdot a \cdot a = 4a^2$

Şekil 4.75. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_1 ve τ_4 tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 104)

$5x - 7$ cebirsel ifadesini inceleyelim:

terim sabit terim

$$5x - 7$$

değişken (bilinmeyen)
katsayı

Cebirsel ifadeleri oluşturan toplananların her birine **terim**, değişken içermeyen terimlere **sabit terim** denir. Değişkenin önünde ve çarpım biçiminde yazılan sayıya da **katsayı** denir. Sabit terim, aynı zamanda bir katsayıdır.

Şekil 4.76. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_2 tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 104)

Örnek 5

Aşağıdaki cebirsel ifadeleri farklı biçimlerde yazalım:

a. $n \cdot n = n^{1+1}$
 $= n^2$ olur.

b. $x^2 \cdot c = x \cdot x \cdot c$ olur.

c. $4x \cdot (-2x) = 4 \cdot (-2) \cdot x \cdot x$
 $= -8x^2$ olur.

ç. $-10x^2y = -10 \cdot x \cdot x \cdot y$ olur.

d. $-3a^2 \cdot (-4a^3) = (-3) \cdot (-4) \cdot a^2 \cdot a^3$
 $= 12a^{2+3}$ olur.
 $= 12a^5$ olur.

e. $24x^3y^2 = 24 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$ olur.

Şekil 4.77. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_3 tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 104)

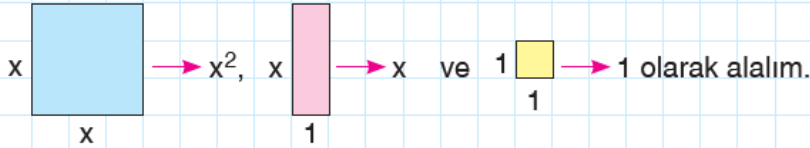
Şimdi de $(x + 2) \cdot (x + 3)$ işlemini, çarpma işleminin dağılıma özelliğinden yararlanarak yapalım:

$$\begin{aligned}
 (x + 2) \cdot (x + 3) &= x \cdot (x + 3) + 2 \cdot (x + 3) \\
 &= x \cdot x + x \cdot 3 + 2 \cdot x + 2 \cdot 3 \\
 &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \\
 &= x^2 + 5x + 6 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

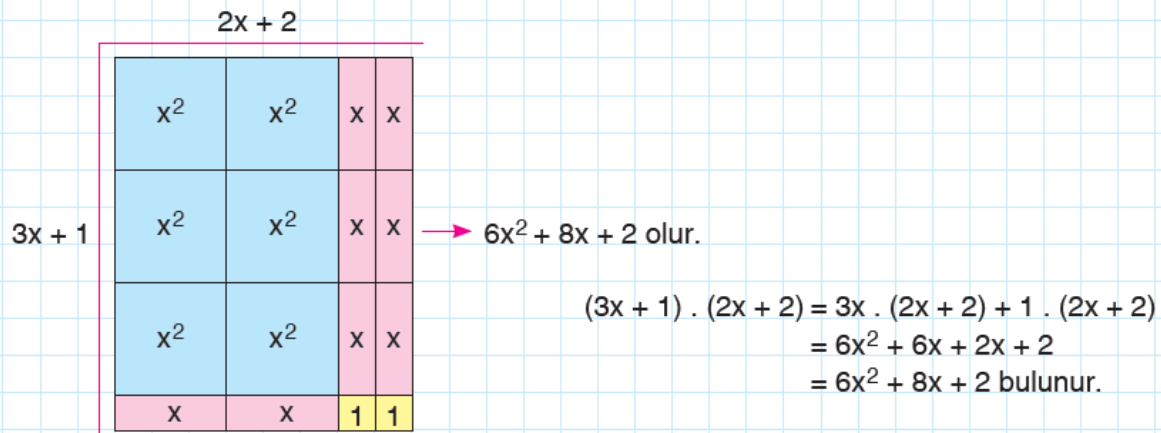


Cebirsel ifadeler ile çarpma işlemi yaparken çarpanların birindeki her terim ile öteki çarpandaki her terim ayrı ayrı çarpılır. Bu terimlerden benzer olanlar, toplama veya çıkarma işlemi yapılarak sadeleştirilir.

Şekil 4.78. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_5 tekniğine ilişkin bir diğer örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 106)



Önce bu modellerden yararlanarak kenarlarının uzunlukları $3x + 1$ ve $2x + 2$ olan bir dikdörtgenel bölge oluşturup bu bölgenin alanını bulalım. Sonra $(3x + 1) \cdot (2x + 2)$ işlemini çarpma işleminin dağılıma özelliğinden yararlanarak yapalım:



Şekil 4.79. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_6 ve τ_7 tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 106)

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında cebirsel ifadeler alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı tabloda (Tablo 4.90) belirtilmektedir:

Tablo 4.90. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO₁'de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Alt Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Cebirsel İfadeler	T _{1,1}	τ ₁
	T _{1,2}	τ ₂
	T _{1,3}	τ ₃
	T _{1,4}	τ ₄
	T _{2,1}	τ ₅ ve τ ₆
	T _{2,2}	τ ₆
	T _{2,3}	τ ₇
Toplam	7	7

4.3.4.2. MEB 8. sınıf matematik ders kitabında özdeşliklerin (MO₂) pratikolojik yapısı

MEB 8. sınıf ders kitabında özdeşlikler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 2 görev tipi, 3 alt görev tipini oluşturan toplam 50 görev verilmektedir. Kitapta özdeşlikler konusundaki alt görev tiplerine ilişkin 16 örnek çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipi ve alt görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.91. MEB 8. Sınıf kitabında MO₂ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T ₃ . Özdeşliği tespit etme		14	28
T ₄ . Özdeşlikleri kullanma	T _{4.1} . a, b ∈ ℝ olmak üzere (a+b) ² =a ² +2ab+b ² iki terimin toplamının karesi özdeşliğini kullanma	11	22
	T _{4.2} . a, b ∈ ℝ olmak üzere (a-b) ² =a ² -2ab+b ² iki terimin farkının karesi özdeşliğini kullanma	12	24
	T _{4.3} . a, b ∈ ℝ olmak üzere a ² -b ² =(a+b).(a-b) iki kare farkı özdeşliğini kullanma	13	26
TOPLAM	4	50	100

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 4 tanesi T₃, 4 tanesi T_{4.1}, 3 tanesi T_{4.2} ve son olarak 5 tanesi T_{4.3} alt görev tipleri ile ilgilidir.

Örnek 2 “Burcu'nun yaşının 3 katının 5 yaş fazlası babasının yaşına eşittir. Babasının yaşı 41'dir.” ifadelerine uygun eşitliği yazalım. Bu eşitliğin özdeşlik olup olmadığını belirleyelim:

Burcu'nun yaşına x dersek eşitlik, $3x + 5 = 41$ olur.

Bu eşitliği çözelim:

$$3x + 5 = 41$$
$$3x + 5 - 5 = 41 - 5$$
$$3x = 36$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{36}{3}$$
$$x = 12 \text{ bulunur.}$$

Eşitlik sadece 12 değeri için doğru olduğundan bu eşitlik bir özdeşlik değildir.

Şekil 4.80. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında T₃ görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 109)

Yukarıdaki şekilde (Şekil 4.80) MEB 8. Sınıf ders kitabında T_3 görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, önce bir eşitlik yazması, ardından eşitliğin bütün reel sayılarda tanımlı olup olmadığını bulması istenmiştir. Görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_3 : Özdeşliği tespit etme

τ_8 : değişkene değer vererek her iki tarafın eşitliğini kontrol etme

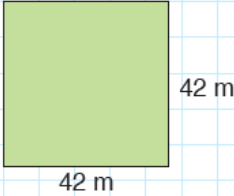
MEB 8. Sınıf matematik ders kitabının özdeşlikler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.92. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO_2 'nin prakseolojik yapısı (T ; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO_2 . Özdeşlikler
Görev Tipi (T)	T_3 . Özdeşliği tespit etme T_4 . Özdeşlikleri kullanma
Alt Görev Tipleri	$T_{4.1}$. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ iki terimin toplamının karesi özdeşliğini kullanma $T_{4.2}$. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ iki terimin farkının karesi özdeşliğini kullanma $T_{4.3}$. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ iki kare farkı özdeşliğini kullanma
Teknik (τ)	τ_8 . Değişkene değer vererek her iki tarafın eşitliğini kontrol etme τ_9 . Görev bağlamına göre özdeşliği yazarak verilmeyen terimlerini bulma

MEB 8. Sınıf ders kitabı kapsamında öğrencilerden özdeşlikler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 2 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Bu teknikler aşağıdaki gibi verilmiştir.

Örnek 11 Karesel bölge biçimindeki bir bahçenin bir kenarının uzunluğu 42 m'dir. Bu bahçenin alanını özdeşlikten yararlanarak bulalım:



Bahçenin alanı $A = (42)^2$ m²dir. 42^2 işleminin sonucunu $(a + b)^2$ özdeşliğinden yararlanarak $(40 + 2)^2$ m² biçiminde yazarak bulabiliriz.

Bahçenin alanı,
 $(40 + 2)^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 2 + 2^2$
 $= 1600 + 160 + 4$
 $= 1764$ m² olarak bulunur.

Şekil 4.81. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_9 tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 114)

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında özdeşlikler alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda (Tablo 4.93) belirtilmektedir:

Tablo 4.93. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO_2 'de (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Özdeşlikler	T_3	τ_8
	$T_{4.1}$	τ_9
	$T_{4.2}$	
	$T_{4.3}$	
Toplam	2	2

4.3.4.3. MEB 8. sınıf matematik ders kitabında çarpanlara ayırmanın (MO_3) prakseolojik yapısı

MEB 8. sınıf ders kitabında çarpanlara ayırma alt başlığı ile ilgili öğrencilere 2 görev tipini oluşturan toplam 43 görev verilmektedir. Kitapta çarpanlara ayırma konusundaki alt görev tiplerine ilişkin 14 örnek çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.94. MEB 8. Sınıf kitabında MO_3 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Görev Sayısı	Yüzde (%)
T5. Cebirsel ifadeyi çarpanlara ayırma	37	86,05
T6. Çarpanlara ayırmayı modelleme	6	13,95
TOPLAM	43	100

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerin tamamı T_5 görev tipi ile ilgilidir. Verilen şekilde (Şekil 4.83) MEB 8. Sınıf ders kitabında T_5 görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, verilen $4x+2$ cebirsel ifadesini çarpanlarına ayırması istenmiştir. Bu görevi gerçekleştirmesi için kullanabileceği iki farklı teknik sunulmuştur. Tekniklerden ilkinde, cebir karoları kullanarak dikdörtgenlerin kenar uzunluklarından çarpanları tespit edilmiştir. Diğer teknikte ise ifadedeki terimlerin ortak çarpanı olan 2 ortak çarpan parantezi kullanılmıştır. Görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T_5 : Özdeşliği tespit etme

τ_7 : kenar uzunluğu x olan kare (alanı x^2), kenar uzunluğu x ve 1 (alanı x) olan dikdörtgen ile kenar uzunluğu 1 (alanı 1) olan cebir karolarıyla yapılan çarpma işlemindeki çarpanları yazma

τ_{10} : ortak çarpan parantezine alma

Örnek 1 $4x + 2$ ifadesini çarpanlarına ayıralım:

I. yol

x $1 \rightarrow x$ ve 1 $1 \rightarrow 1$ olsun.

Bu cebir karolarını kullanarak alanı $(4x + 2) \text{ br}^2$ olan bir dikdörtgenel bölge oluşturalım:

$2x + 1$

2 $4x + 2$

Modelimizdeki dikdörtgenel bölgenin alanını veren cebirsel ifadeyi, kısa ve uzun kenarların uzunluklarının çarpımı biçiminde yazalım:

$2 \cdot (2x + 1)$ olur. Buradan, $4x + 2 = 2 \cdot (2x + 1)$ eşitliğini yazarız.

II. yol

$4x + 2$ ifadesindeki terimlerin çarpanlarını yazalım:

$4x + 2 = 2 \cdot 2 \cdot x + 2 \cdot 1$ olur. Terimlerdeki ortak çarpan 2 'dir. Ortak çarpan olan 2 'yi parantezin önüne çarpan olarak yazarsak eşitlik,

$4x + 2 = 2 \cdot (2x + 1)$ olur. $2 \cdot (2x + 1)$ ifadesi, $4x + 2$ ifadesinin çarpanlarına ayrılmış biçimidir.

Şekil 4.82. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında T_5 görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 117)

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabının çarpanlara ayırma alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda (Tablo 4.95) düzenlenmiştir. MEB 8. Sınıf ders kitabı kapsamında öğrencilerden çarpanlara ayırma konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 4 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir.

Tablo 4.95. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO_3 'ün prakseolojik yapısı (T ; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO_3 : Çarpanlara Ayırma
Görev Tipi (T)	T5. Cebirsel ifadeyi çarpanlara ayırma T6. Çarpanlara ayırmayı modelleme
Teknik (τ)	τ_7. kenar uzunluğu x olan kare (alanı x^2), kenar uzunluğu x ve 1 (alanı x) olan dikdörtgen ile kenar uzunluğu 1 (alanı 1) olan cebir karolarıyla yapılan çarpma işlemindeki çarpanları yazma τ_{10}. ortak çarpan parantezine alma τ_{11}. Özdeşlikleri kullanma τ_{12}. Ortak çarpan parantezine alıp özdeşlikleri kullanma

Örnek 7 Aşağıda verilen tam kare ifadeleri çarpanlarına ayıralım:

a. $m^2 + 2mn + n^2$
 $m \cdot m$ $2 \cdot (m \cdot n)$ $n \cdot n$
2mn

$m^2 + 2mn + n^2 = (m + n)^2$ olur.

b. $36 - 12x + x^2$
 $6 \cdot 6$ $-2 \cdot (6 \cdot x)$ $x \cdot x$
-12x

$36 - 12x + x^2 = (6 - x)^2$ olur.

Şekil 4.83. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{11} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 120)

Örnek 8 $5x^2 - 10x + 5$ ifadesini çarpanlarına ayıralım:

$5x^2 - 10x + 5$ ifadesini 5 ortak çarpan parantezine alalım. Elde ettiğimiz diğer çarpanın tam kare olup olmadığını inceleyelim:

$5x^2 - 10x + 5 = 5 \cdot (x^2 - 2x + 1)$ ($x^2 - 2x + 1$ ifadesi tam kare bir ifadedir.)

$x \cdot x$ $-2 \cdot (x \cdot 1)$ $1 \cdot 1$
-2x

$= 5 \cdot (x - 1)^2$ olur.

Şekil 4.84. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{12} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 120)

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında çarpanlara ayırma alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.96. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO_3 'te (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Çarpanlara Ayırma	T ₅	$\tau_7, \tau_{10}, \tau_{11}$ ve τ_{12}
	T ₆	τ_7
Toplam	2	4


4.3.4.4. MEB 8. sınıf matematik ders kitabında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin (MO₄) prakseolojik yapısı

MEB 8. sınıf ders kitabında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 2 görev tipini oluşturan toplam 40 görev verilmektedir. Kitapta çarpanlara ayırma konusundaki alt görev tiplerine ilişkin 13 örnek çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ile frekansları tabloda (Tablo 4.97) gösterilmektedir.

Tablo 4.97. MEB 8. Sınıf kitabında MO_4 kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)	
T7. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma	T7.1. $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=c$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	6	15	
	T7.2. a, b, c, d ve $e \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} = \frac{dx+e}{f}$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	4	10	
	T7.3. a, b, c, d, e, f ve $h \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} + \frac{dx+e}{f} = h$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	5	12,5	
	T7.4. a, b, c ve $d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax+b=cx+d$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma	2	5	
T8. Denklem kurmayı gerektiren problemi çözme		23	57,50	
TOPLAM	2	4	40	100

Örnek 6 Bir marketin raflarının birinde kutu sütler, diğerinde kutu meyve suları vardır. Kutu sütlerin sayısı, kutu meyve sularının sayısının 3 katından 22 eksiktir. Meyve suyu ve sütlerin toplam sayısı 214 olduğuna göre kaç tane kutu süt ve meyve suyu olduğunu bulalım:



Kutu meyve sularının sayısına x diyelim.

Kutu sütlerin sayısı $3x - 22$ ve probleme uygun denklem $x + 3x - 22 = 214$ olur. Bu denklemi çözelim:

$$x + 3x - 22 = 214$$

$$4x - 22 = 214$$

$$4x - 22 + 22 = 214 + 22 \text{ (Eşitliğin her iki yanına, } -22\text{'nin toplama işlemine göre tersi olan } +22 \text{ eklendi.)}$$

$$4x = 236$$

$$\frac{1}{4} \cdot 4x = 236 \cdot \frac{1}{4} \text{ (Eşitliğin her iki yanını, } 4\text{'ün çarpma işlemine göre tersi olan } \frac{1}{4} \text{ ile çarpıldı.)}$$

$$x = 59 \text{ bulunur.}$$

Rafta 59 tane meyve suyu vardır. Raftaki kutu sütlerin sayısı, $214 - 59 = 155$ 'tir.

Çözümün doğruluğunu $4x - 22 = 214$ denkleminde x yerine 59 yazarak kontrol edebiliriz.

$$4x - 22 = 214$$

$$4 \cdot 59 - 22 = 214$$

$$236 - 22 = 214$$

$$214 = 214 \text{ olduğundan çözümünüz doğrudur.}$$

Şekil 4.85. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında T_8 görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 131)

Yukarıdaki şekilde MEB 8. Sınıf ders kitabında T₈ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, verilen probleme ilişkin denklemi kurması ve çözmesi istenmiştir. Görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T₈: Denklem kurmayı gerektiren problem çözme

τ₁₇: Problemden verilmeyen değer için bilinmeyen kullanarak denklem yazıp çözme

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabının birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerden 1 tanesi T_{7.1}, 2 tanesi T_{7.2}, 1 tanesi T_{7.3} ve son olarak 9 tanesi T₈ görev tipi ile ilgilidir.

Tablo 4.98. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO₄'ün prakseolojik yapısı (T; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO ₄ . Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler
Görev Tipi (T)	T ₇ . Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulma T ₈ . Denklem kurmayı gerektiren problemi çözme
Alt Görev Tipi	T _{7.1} . a, b, c ∈ ℝ olmak üzere ax+b=c şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma T _{7.2} . a, b, c, d ve e ∈ ℝ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} = \frac{dx+e}{f}$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma T _{7.3} . a, b, c, d, e, f ve h ∈ ℝ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} + \frac{dx+e}{f} = h$ şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma T _{7.4} . a, b, c ve d ∈ ℝ olmak üzere ax+b=cx+d şeklindeki denklemlerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ ₁₃ . Eşitliğin her iki yanını x'i yalnız bırakacak şekilde sadeleştirme τ ₁₄ . Sayma pulları ile modelleyerek bilinmeyi yalnız bırakma τ ₁₅ . İçler dışlar çarpımı yapma τ ₁₆ . Paydaları eşitleyip bilinmeyi yalnız bırakma τ ₁₇ . problemde verilmeyen değer için bilinmeyen kullanarak denklem yazıp çözme

MEB 8. Sınıf ders kitabı kapsamında öğrencilerden birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 5 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Kitapta verilen teknikler aşağıda gösterilmektedir:

Örnek 2

$\frac{5}{6}x - 2 = 13$ denklemini çözelim:

$$\frac{5}{6}x - 2 = 13$$

$$\frac{5}{6}x - \cancel{2} + \cancel{2} = 13 + 2 \quad (\text{Eşitliğin her iki yanını, } -2\text{'nin toplama işlemine göre tersi olan } +2 \text{ ile toplandı.})$$

$$\frac{5}{6}x = 15$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{6}}}x = \overset{3}{\cancel{15}} \cdot \frac{\overset{6}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \quad (\text{Eşitliğin her iki yanını, } \frac{5}{6}\text{'nın çarpma işlemine göre tersi olan } \frac{6}{5} \text{ ile çarpıldı.})$$

$$x = 18 \text{ olur.}$$

Şekil 4.86. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{13} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 129)

örnek 1

Elif'in boya kalemlerinin sayısı, Sude'nin boya kalemlerinin sayısının 2 katından 1 fazladır. Elif'in 11 tane boya kalemi vardır. Buna göre Sude'nin boya kalemlerinin sayısını bulalım:

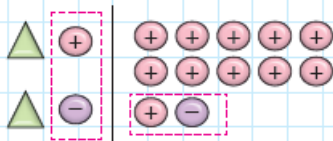
Sude'nin boya kalemlerinin sayısına x diyelim. Probleme uygun denklem $2x + 1 = 11$ olur.

Bu denklemi $\triangle \rightarrow x$, $\oplus \rightarrow 1$ ve $\ominus \rightarrow -1$ olacak şekilde modelleyerek çözelim:



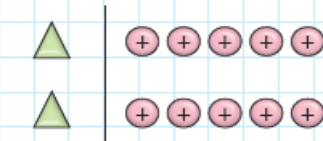
$$2x + 1 = 11$$

Sude'nin boya kalemlerinin sayısını bulmak için önce her iki tarafa 1 tane \ominus sayma pulu ekleyelim: Böylece sıfır çiftleri yardımıyla eşitliğin sol tarafındaki bilinmeyeni yalnız bırakmış oluruz.



$$2x + \cancel{1} + \cancel{(-1)} = 11 + \cancel{(-1)}$$

$$2x = 10$$



$$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} \cdot 2x = 10 \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{10}}}{\underset{2}{\cancel{2}}}$$

$$x = 5 \text{ olur.}$$

Sude'nin boya kalemlerinin sayısı 5'tir.

Şekil 4.87. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{14} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 129)

Örnek 4

$$\frac{2x-3}{5} = \frac{x-2}{3} \text{ denklemini çözelim:}$$

$$\frac{2x-3}{5} = \frac{x-2}{3}$$

$$3 \cdot (2x-3) = 5 \cdot (x-2) \text{ (İçler dışlar çarpımı yapıldı.)}$$

$$6x-9 = 5x-10 \text{ (Çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliği uygulandı.)}$$

$$6x-5x = -10+9 \text{ (Eşitlikte bilinmeyenler bir tarafta, bilinenler diğer tarafta toplandı. Eşitliğin bir yanından diğer yanına geçirilen terimin işareti değişir.)}$$

$$x = -1 \text{ olur.}$$

Şekil 4.88. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{15} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 130)

Örnek 5

$$\frac{x-1}{3} - \frac{x+2}{4} = 11 \text{ denklemini çözelim:}$$

$$\frac{x-1}{3} - \frac{x+2}{4} = 11 \text{ (Paydalar eşitlendi.)}$$

$$\frac{4 \cdot (x-1) - 3 \cdot (x+2)}{12} = 11$$

$$\frac{4x-4-3x-6}{12} = 11 \text{ (Çarpma işleminin dağılma özelliği uygulandı.)}$$

$$12 \cdot \frac{x-10}{12} = 11 \cdot 12 \text{ (Eşitliğin iki yanını } \frac{1}{12} \text{'nin çarpma işlemine göre tersi olan 12 ile çarpıldı.)}$$

$$x-10 = 132$$

$$x = 132 + 10$$

$$x = 142 \text{ olur.}$$

Şekil 4.89. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{16} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 130)

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler alt başlığında alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin sayısal dağılımı aşağıdaki tabloda belirtilmektedir:

Tablo 4.99. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO_4 'te (T, τ) sayısal dağılımı

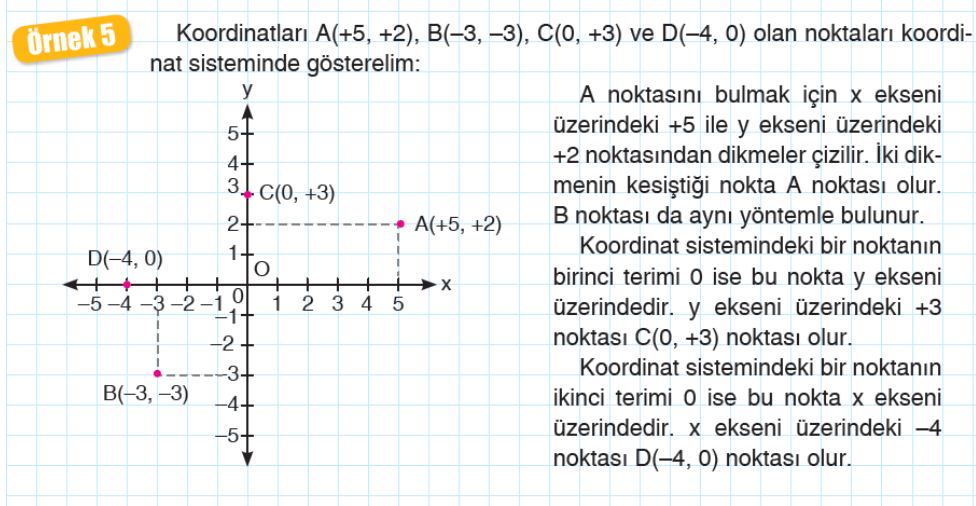
Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi (T)	Teknik (τ)
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler	T ₇	$\tau_{13}, \tau_{14}, \tau_{15}$ ve τ_{16}
	T ₈	τ_{17}
Toplam	2	5

4.3.4.5. MEB 8. sınıf matematik ders kitabında doğrusal ilişkilerin (MO₅) prakseolojik yapısı

MEB 8. sınıf ders kitabında doğrusal ilişkiler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 3 görev tipini oluşturan toplam 195 görev verilmektedir. Kitapta çarpanlara ayırma konusundaki alt görev tiplerine ilişkin 50 örnek çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ile frekansları aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 4.100. MEB 8. Sınıf kitabında MO₅ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)	
T ₉ . Sıralı ikilileri belirleme ve kullanma	T _{9.1} . Günlük hayattan sıralı ikilileri belirleme/kullanma	5	2,56	
	T _{9.2} . Koordinat sisteminde sıralı ikilileri belirleme/kullanma	39	20	
	T _{9.3} . Koordinat sisteminde noktaların eksene uzaklığını belirleme	5	2,56	
	T _{9.4} . Koordinat sisteminde bölgelere göre sıralı ikilileri belirleme	11	5,64	
T ₁₀ . Doğrusal ilişkiyi belirleme ve kullanma	T _{10.1} . Doğrusal ilişkiyi belirleme	18	9,23	
	T _{10.2} . Doğrusal denklemi nokta-eğim formu ($y=mx+c$) biçiminde yazma	11	5,64	
	T _{10.3} . Doğrusal ilişki denkleminde verilmeyeni bulma	11	5,64	
	T _{10.4} . Doğrusal ilişkide bağımlı/bağımsız değişkeni belirleme	6	3,08	
	T _{10.5} . Doğrusal ilişkiyi grafikte temsil etme	33	16,92	
	T _{10.6} . Grafiğin eksenleri kesme noktasını, paralellliğini, dik olma durumunu belirleme/kullanma	7	3,59	
T ₁₁ . Eğim bulma ve kullanma	T _{11.1} . Günlük hayat örneklerinde eğim bulma ve kullanma	12	6,15	
	T _{11.2} . Doğrunun eğimini bulma ve kullanma	34	17,44	
	T _{11.3} . Birbiriyle dik kesişen doğruların eğimini hesaplayıp kullanma	1	0,51	
	T _{11.4} . Birbirine paralel doğruların eğimini hesaplayıp kullanma	2	1,03	
TOPLAM	3	14	195	100



Şekil 4.90. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında $T_{9.2}$ görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 142)

Yukarıdaki şekilde MEB 8. Sınıf ders kitabında $T_{9.2}$ görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, koordinatları verilen noktaları koordinat sisteminde göstermeleri istenmiştir. Görevi gerçekleştirmesi için kullanabileceği teknik sunulmuştur. Görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

$T_{9.2}$: Koordinat sisteminde sıralı ikilileri belirleme/kullanma

τ_{19} : Koordinat sisteminde dikey ve yatay bileşenlere göre (x,y) sıralı ikili yazma

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabının doğrusal ilişkiler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.101. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO_5 'in prakseolojik yapısı (T ; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO_5 . Doğrusal İlişkiler
Görev Tipi (T)	T_9 . Sıralı ikilileri belirleme ve kullanma
	T_{10} . Doğrusal ilişkiyi belirleme ve kullanma
	T_{11} . Eğim Bulma ve kullanma
Alt Görev Tipi	$T_{9.1}$. Günlük hayattan sıralı ikilileri belirleme/kullanma
	$T_{9.2}$. Koordinat sisteminde sıralı ikilileri belirleme/kullanma
	$T_{9.3}$. Koordinat sisteminde noktaların eksene uzaklığını belirleme
	$T_{9.4}$. Koordinat sisteminde bölgelere göre sıralı ikilileri belirleme
	$T_{10.1}$. Doğrusal ilişkiyi belirleme
	$T_{10.2}$. Doğrusal denklemi nokta-eğim formu ($y=mx+c$) biçiminde yazma
	$T_{10.3}$. Doğrusal ilişki denkleminde verilmeyeni bulma
	$T_{10.4}$. Doğrusal ilişkide bağımlı/bağımsız değişkeni belirleme
	$T_{10.5}$. Doğrusal ilişkiyi grafikte temsil etme
	$T_{10.6}$. Grafiğin eksenleri kesme noktasını, paralellliğini, dik olma durumunu belirleme/kullanma
	$T_{11.1}$. Günlük hayat örneklerinde eğim bulma ve kullanma
	$T_{11.2}$. Doğrunun eğimini bulma ve kullanma
	$T_{11.3}$. Birbiriyle dik kesişen doğruların eğimini hesaplayıp kullanma
	$T_{11.4}$. Birbirine paralel doğruların eğimini hesaplayıp kullanma

Tablo 4.101. (Devam) *MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO₅'in pratik yapısı (T; τ)*

Teknik (τ)	τ18. Günlük hayat örneklerinde dikey ve yatay bileşenlere göre (yatay bileşen, dikey bileşen) sıralı ikili yazma
	τ19. Koordinat sisteminde dikey ve yatay bileşenlere göre (x,y) sıralı ikili yazma
	τ20. Sıralı ikilideki koordinatların mutlak değerlerini alarak eksenlere uzaklıklarını hesaplama
	τ21. Bölgelerdeki noktaların koordinatlarının işaretlerine göre genelleme yapıp kullanma
	τ22. Sıklık tablosu oluşturarak sıralı ikilileri inceleme/kullanma
	τ23. Verilen değerleri denklemden yazma
	τ24. $y=mx+c$ denkleminde x 'in bağımsız, y 'nin bağımlı değişken olduğu bilgisini kullanma
	τ25. Denklemden x yerine 0 vererek (0, b) ve y yerine 0 koyarak (a, 0) noktalarını belirleme
	τ26. Denklemi sağlayan sıralı ikilileri belirleyerek doğruyu çizme
	τ28. Günlük hayat örneklerinde dikey/yatay oranını kullanma
	τ27. Grafiği inceleyerek doğru üzerindeki iki nokta arasındaki dikey ve yatay değişim oranını hesaplama
	τ28. $m=(y_2-y_1)/(x_2-x_1)$ formülünü kullanma
	τ29. $y=mx+c$ formülünü kullanma (y 'yi x cinsinden yazma)
	τ30. $ax+by+c=0$ formülünden $m=-a/b$ formülünü kullanma
	τ31. Dik kesişen doğruların eğimlerin çarpımının -1'e eşit olduğu bilgisini kullanma
	τ32. Paralel doğruların eğiminin aynı olduğu bilgisini kullanma

MEB 8. Sınıf ders kitabı kapsamında öğrencilerden doğrusal ilişkiler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 16 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Kitapta verilen teknikler aşağıda gösterilmektedir:

Örnek 1

Yandaki resimde bir salonda bulunan koltukların numaraları için kullanılan sıraların harfleri ve sayıları verilmiştir. Bu harfler ve sayılara göre Ayşe, Ali ve Mert'in yerlerini yazalım.

Ayşe, B sırasında 5. sütundaki koltukta oturmaktadır. Ayşe'nin yeri (B, 5)'tir.

Ali, C sırasında 2. sütundaki koltukta oturmaktadır. Ali'nin yeri (C, 2)'dir.

Mert, D sırasında 4. sütundaki koltukta oturmaktadır. Mert'in yeri (D, 4)'tür.

Bir noktanın yerini belirtmek için yazılan bu ifadelere o **noktanın koordinatları** denir.

5	4	3	2	1	
					A
Ayşe					B
			Ali		C
	Mert				D

Şekil 4.91. *MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ₁₈ tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 139)*

Bir noktanın koordinatları olan x ve y sayılarının mutlak değerleri de sırasıyla bu noktanın y ve x ekseninden ne kadar uzakta olduğunu gösterir.

Koordinat sisteminde işaretli noktalardan;

A noktasının x eksenine olan uzaklığı $|+4| = 4$ birim, y eksenine olan uzaklığı $|+5| = 5$ birimdir.

B noktasının x eksenine olan uzaklığı $|+3| = 3$ birim, y eksenine olan uzaklığı $|-2| = 2$ birimdir.

C noktasının x eksenine olan uzaklığı $|-2| = 2$ birim, y eksenine olan uzaklığı $|-4| = 4$ birimdir.

Siz de D noktasının eksenlere olan uzaklıklarını belirleyiniz.

Şekil 4.92. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{20} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 141)

$A(+5, +4)$, $B(-2, +3)$, $C(-4, -2)$, $D(+3, -5)$ ve $O(0,0)$ 'dir.

Yazdığımız koordinatlara göre,

I. bölgedeki bir noktanın koordinatları pozitifdir ($x > 0$, $y > 0$).

II. bölgede birinci terim negatif, ikinci terim pozitifdir ($x < 0$, $y > 0$).

III. bölgede iki terim de negatifdir ($x < 0$, $y < 0$).

IV. bölgede birinci terim pozitif, ikinci terim negatifdir ($x > 0$, $y < 0$).

Şekil 4.93. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{21} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 141)

Örnek 2

Cemre'nin kumbarasında 25 TL'si vardı. Cemre, beğendiği kitap setini alabilmek için kumbarasına her gün 5 TL atmaya başladı. Kumbaraya para atılan gün sayısı ile biriktirilen para miktarı arasındaki ilişkiyi tablo ile gösterelim. Tablodan yararlanarak değişkenler arasındaki ilişkiyi inceleyelim:



Tablo: Gün Sayısı ile Kumbarada Biriken Para Miktarı Arasındaki İlişki

Gün sayısı (x)	Kumbaradaki para miktarı (TL) → (y)	Gün sayısı ile biriken para miktarı arasındaki ilişki	Sıralı ikili biçiminde gösterim
1	$25 + 5 \cdot 1$	25'e, 5'in 1 katının eklenmesi	(1, 30)
2	$25 + 5 \cdot 2$	25'e, 5'in 2 katının eklenmesi	(2, 35)
3	$25 + 5 \cdot 3$	25'e, 5'in 3 katının eklenmesi	(3, 40)
4	$25 + 5 \cdot 4$	25'e, 5'in 4 katının eklenmesi	(4, 45)
...
x	$y = 25 + 5x$	25'e, 5'in x katının eklenmesi	(x, y)

Yukarıdaki tabloda görüldüğü gibi gün sayısı ile kumbaradaki para miktarı aynı oranda artmaktadır. Buna göre günler ile kumbarada biriken para arasında doğrusal bir ilişki vardır. Bu ilişkiye ait doğrusal denklemi $y = 25 + 5x$ veya $y - 5x - 25 = 0$ biçiminde yazabiliriz.

Şekil 4.94. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{22} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 145)

Çözüm:

a. Cemre, 15 günün sonunda kumbarasında kaç Türk lirası biriktirmiş olur?

Çözüm: $y = 25 + 5x$ denkleminde x yerine 15 yazarak y'nin değerini bulalım:

$$y = 25 + 5x$$

$$y = 25 + 5 \cdot 15$$

$$y = 25 + 75$$

$$y = 100 \text{ TL'dir. Cemre, 15 günde 100 TL biriktirmiş olur.}$$

Şekil 4.95. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{23} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 145)

Bu ilişkiye ait doğrusal denklemi $y = 25 + 5x$ veya $y - 5x - 25 = 0$ biçiminde yazabiliriz.

$y - 5x - 25 = 0$ denkleminde y ile x değişkenler, -25 ise sabit sayıdır. y'nin katsayısı 1, x'in katsayısı ise -5'tir.

$y = 25 + 5x$ veya $y - 5x - 25 = 0$ denkleminde y değişkeni x'e verilen değerlere göre değişmektedir. Buna göre x değişkeni bağımsız, y değişkeni ise bağımlı değişkendir.

Şekil 4.96. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{23} tekniğine ilişkin örnek (devamı) (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 145)

Örnek 1

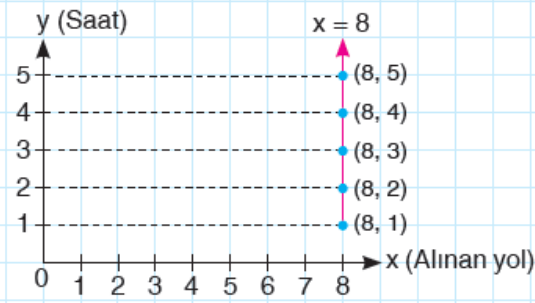
Bir yaya saatte ortalama 8 km yürümektedir. Yayanın her bir saatte aldığı yolu tablo ile gösterelim. Bu tablodan yararlanarak bir grafik çizelim:

Tablo: Yürünen Yol ile Zaman Arasındaki İlişki

Saat (y)	Her bir saatte kilometre cinsinden alınan yol (x)	Sıralı ikili biçiminde gösterimi (x, y)
1.	8	(8, 1)
2.	8	(8, 2)
3.	8	(8, 3)
...



Tablodaki noktaları çizgi grafiğinde işaretleyip noktaları birleştirelim:



Grafiği incelediğimizde süre ile alınan yol aynı oranda artmaktadır. Buna göre her bir saat ile alınan yol arasında doğrusal bir ilişki olduğunu görürüz. Bu doğrusal ilişkinin denklemi $x = 8$ 'dir.

$x = 8$ denkleminin grafiği y eksenine paraleldir.

Şekil 4.97. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{24} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 148)

Örnek 6

Bir ayakkabı üretim yerinde çalışan işçi, günde 5 çift ayakkabı üretmektedir. Bu işçinin 1, 2, 3, 4 ... günde ürettiği ayakkabı sayıları yandaki grafikte gösterilmiştir. Grafiğe göre denklemi yazalım:

Grafiğe göre gün sayısı ile üretilen ayakkabılar aynı oranda artmaktadır. Buna göre gün sayısı ile üretilen ayakkabı sayısı arasında doğrusal ilişki vardır. Bu doğrusal ilişkinin denklemi $y = 5x$ 'tir.



Şekil 4.98. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{25} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 150)

Örnek 7

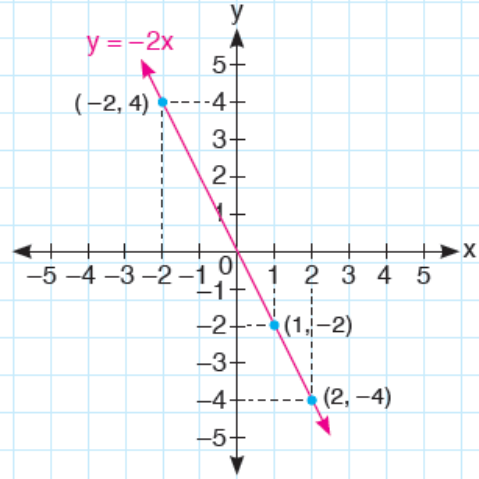
$y = -2x$ denkleminin ait doğrunun grafiğini çizelim:

Bu grafiği çizebilmek için koordinat sisteminde en az 2 nokta belirleyip bu noktaları birleştirmemiz gerekir. Buna göre;

$x = 1$ için, $y = (-2) \cdot 1$ $y = -2$ ve $(1, -2)$ olur.	$x = 2$ için, $y = (-2) \cdot 2$ $y = -4$ ve $(2, -4)$ olur.	$x = -2$ için, $y = (-2) \cdot (-2)$ $y = 4$ ve $(-2, 4)$ olur.
---	---	--

Bulduğumuz noktaları, koordinat sisteminde işaretleyip birleştirelim.

$y = -2x$ denklemi doğrusal bir denklemdir ve bu denkleme ait doğru, orijinden geçer.



Şekil 4.99. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{26} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 151)

Örnek 2

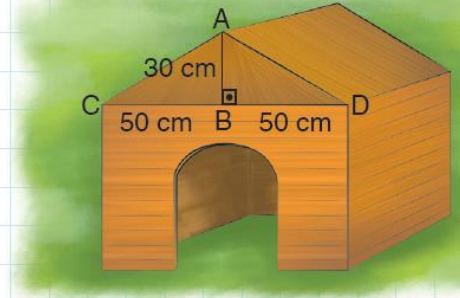
Murat Bey, sokak hayvanları için bir kulübe yaptı. Yanda verilen ölçülere göre kulübenin çatısının eğimini bulalım:

Kulübenin çatısında oluşan ABC veya ABD dik üçgenlerinden yararlanarak çatının eğimini bulabiliriz.

Çatının eğimini,

$$m = \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{30 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = \frac{3}{5} \text{ veya}$$

$$m = \frac{3}{5} = \frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100} = 0,60 = \%60 \text{ olarak buluruz.}$$



Şekil 4.100. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{27} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 157)

Örnek 5

Yandaki koordinat sisteminde verilen doğrunun eğimini bulup denklemini yazalım:

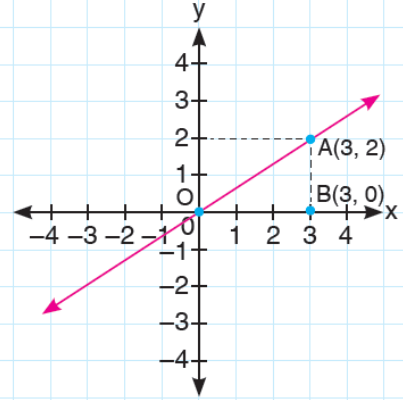
Koordinat sisteminde verilen doğru, orijinden ve A(3, 2) noktasından geçmektedir. Doğrunun eğimi,

$$m = \frac{|AB|}{|OB|} = \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \text{ 'tür.}$$

Bu doğrunun denklemini $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$ eşitliğinden yararlanarak bulabiliriz:

$$\frac{y}{x} = \frac{2}{3} \text{ ve } 3y = 2x$$

$$y = \frac{2}{3}x \text{ olur.}$$



Şekil 4.101. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{28} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 159)

b. $y = -2x + 1$ denkleminde;

$x = 0$ için,
 $y = -2x + 1$
 $y = -2 \cdot 0 + 1$
 $y = 1$ ve A(0, 1) olur.

$x = -2$ için,
 $y = -2x + 1$
 $y = -2 \cdot (-2) + 1$
 $y = 5$ ve B(-2, 5) olur.

Değişim Tablosu

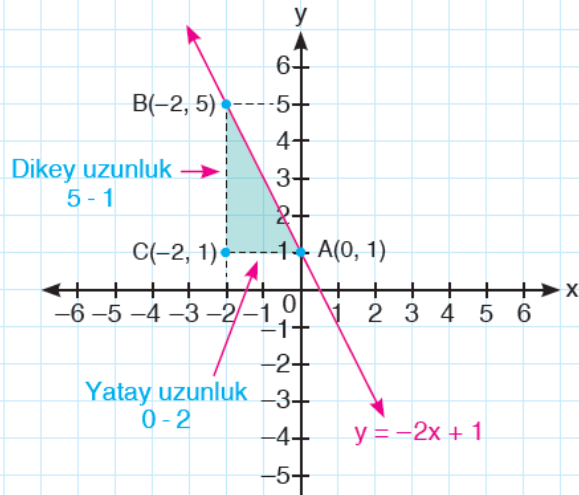
x	0	-2
y	1	5
(x, y)	(0, 1)	(-2, 5)

Bulduğumuz A(0, 1) ve B(-2, 5) noktalarını koordinat sisteminde işaretleyip birleştirdiğimizde $y = -2x + 1$ denklemine ait doğrunun grafiği yandaki gibi olur.

$y = -2x + 1$ denklemine ait doğrunun eğimini de, dikey uzunluğu yatay uzunluğa oranlayarak bulabiliriz. Bu durumda,

$$m = \frac{5-1}{0-2} = \frac{4}{-2} = -2 \text{ olur.}$$

$y = -2x + 1$ denkleminde de x'in katsayısı ile eğimin birbirine eşit olduğu görülmektedir.



Şekil 4.102. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{29} ve τ_{30} tekniklerine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 160)

Örnek 9

$5x + 2y + 8 = 0$ denkleminin eğimini farklı iki yoldan bulalım:

I. yol

Verilen denklemi, y değişkenini x cinsinden yazarak düzenleyelim:

$$\begin{aligned}5x + 2y + 8 &= 0 \\2y &= -5x - 8 \\ \frac{2y}{2} &= -\frac{5}{2}x - \frac{8}{2} \\ y &= -\frac{5}{2}x - 4 \text{ olur.}\end{aligned}$$

$y = -\frac{5}{2}x - 4$ doğrusunun eğimi, x 'in katsayısına eşittir. Buradan, $m = -\frac{5}{2}$ olarak bulunur.

II. yol

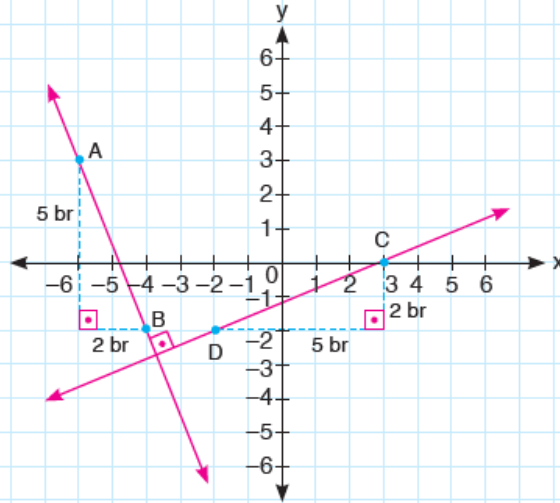
$5x + 2y + 8 = 0$ denkleminde x 'in katsayısı $a = 5$ ve y 'nin katsayısı $b = 2$ 'dir. Bu denkleme ait doğrunun eğimi,

$$m = -\frac{a}{b} = -\frac{5}{2} \text{ olarak bulunur.}$$

Şekil 4.103. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{31} ve τ_{32} tekniklerine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 162)

Örnek 10

Aşağıdaki koordinat sisteminde verilen ve dik kesişen doğruların eğimlerini bulalım:



AB ve CD doğruları dik olarak kesişmektedir. AB doğrusunun eğimi $m_1 = -\frac{5}{2}$ ve CD doğrusunun eğimi $m_2 = \frac{2}{5}$ 'tir.

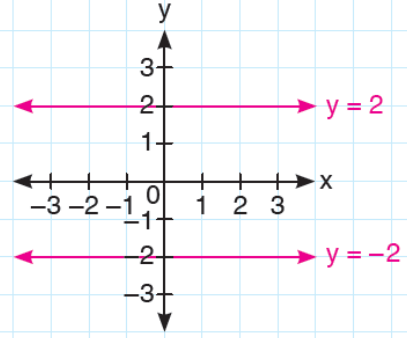
Şekil 4.104. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{33} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 162)

Örnek 11

$y = 2$ ve $y = -2$ doğrularının grafiklerini çizip eğimlerini bulalım:

$y = 2$ doğrusuna ait denklemi $y = ax + b$ biçiminde yazarsak, $y = 0 \cdot x + b$ olur. Öyleyse $y = 2$ doğrusunun eğimi x 'in katsayısı olan 0 'a eşit olur. $m = 0$ 'dır.

Aynı şekilde $y = -2$ doğrusunun eğiminin de $m = 0$ olduğunu söyleyebiliriz.



Şekil 4.105. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{34} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 163)

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında doğrusal ilişkiler alt başlığında görev tipi ve alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin dağılımı Tablo 4.102'de belirtilmektedir.

Tablo 4.102. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO_5 'te (T , τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Alt Görev Tipi	Teknik (τ)
Sıralı ikililer	$T_{10.1}$	τ_{19}
	$T_{10.2}$	τ_{20}
	$T_{10.3}$	τ_{21}
	$T_{10.4}$	τ_{22}
Doğrusal İlişkiyi Kullanma	$T_{11.1}$	T_{23}
	$T_{11.2}$	T_{23}
	$T_{11.3}$	T_{24}
	$T_{11.4}$	τ_{25}
	$T_{11.5}$	τ_{23}, τ_{26} ve τ_{27}
	$T_{11.6}$	τ_{27}
Eğim	$T_{12.1}$	τ_{28}
	$T_{12.2}$	$\tau_{29}, \tau_{30}, \tau_{31}$ ve τ_{32}
	$T_{12.3}$	τ_{33}
	$T_{12.4}$	τ_{34}
Toplam	14	16

4.3.4.6. MEB 8. sınıf matematik ders kitabında eşitsizliklerin (MO_6) prakseolojik yapısı

MEB 8. sınıf ders kitabında eşitsizlikler alt başlığı ile ilgili öğrencilere 3 görev tipini oluşturan toplam 91 görev verilmektedir. Kitapta eşitsizlikler konusundaki alt görev tiplerine ilişkin 32 örnek çözümlü olarak sunulmuştur. Bu görev tipleri ile frekansları tabloda (Tablo 4.103) gösterilmektedir.

Tablo 4.103. MEB 8. Sınıf kitabında MO₆ kapsamındaki görev tipleri ve frekansları

Görev Tipi (T)	Alt Görev Tipi	Görev Sayısı	Yüzde (%)	
T ₁₂ . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri tanımlama ve özelliklerini bilme	T _{12.1} . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik yazıp okuma	24	26,37	
	T _{12.2} . Eşitsizliğe uygun sözel ifade yazma	2	2,20	
	T _{12.3} . Eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterme	13	14,29	
	T _{12.4} . Sayı doğrusuyla gösterilen eşitsizliği belirleme	12	13,19	
T ₁₃ . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	T _{13.1} . Eşitsizlikte her iki tarafa aynı işlemi yaparak inceleme	7	7,69	
	T _{13.2} . $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	17	18,68	
	T _{13.3} . $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq cx + d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	2	2,20	
	T _{13.4} . $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax+b}{c} + d \leq e$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma	8	8,79	
T ₁₄ . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik kurmayı gerektirecek problemi çözme		6	6,59	
TOPLAM	3	8	91	100

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında öğrenciye sunulan çözümlü örneklerin frekans ve yüzde dağılımları aşağıdaki tablodaki gibidir.

Örnek 1 Aşağıdaki ifadelere uygun matematik cümlelerini yazalım ve okuyalım:

a. 8 A sınıfındaki kız öğrencilerin sayısı 20'den azdır.

Değişkeni x ile gösterirsek bu ifadeye uygun matematik cümlesi $x < 20$ biçiminde yazılır, "x, 20'den küçüktür." diye okunur.

b. İlkokul birinci sınıfa başlayan bir öğrencinin yaşı en çok 6 olabilir.

Değişkeni x ile gösterirsek bu ifadeye uygun matematik cümlesi $x \leq 6$ biçiminde yazılabilir, "x, 6'ya eşit veya 6'dan küçüktür." diye okunur. " \leq " sembolü "küçük veya eşit" sembolüdür.

Şekil 4.106. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında T_{12.1} görev tipine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 166)

Yukarıdaki şekilde MEB 8. Sınıf ders kitabında T_{13.1} görev tipine ilişkin çözümlü bir görevin nasıl sunulduğu örnek olarak belirtilmektedir. Öğrenciye verilen bu örnek kapsamında, sözel olarak verilen bir duruma uygun birinci dereceden bir eşitsizlik cümlesi yazmaları istenmiştir. Görevi gerçekleştirmesi için kullanabileceği teknik sunulmuştur. Görev için prakseolojik bileşenler aşağıdaki biçimde açıklanabilir:

T₁₂: Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri tanımlama ve özelliklerini bilme

T_{12.1}: Koordinat sisteminde sıralı ikilileri belirleme/kullanma

τ_{35} : Sözel ifadeyi matematiksel eşitsizlik cümlesine dönüştürme

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabının eşitsizlikler alt başlığına ilişkin prakseolojisi aşağıdaki tabloda düzenlenmiştir:

Tablo 4.104. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO₆'nın prakseolojik yapısı (T; τ)

Matematiksel Organizasyon	MO ₆ . Eşitsizlikler
Görev Tipi (T)	T ₁₂ . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri tanımlama ve özelliklerini bilme T ₁₃ . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma T ₁₄ . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik kurmayı gerektirecek problemleri çözme
Alt Görev Tipi	T _{12.1} . Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik yazıp okuma T _{12.2} . Eşitsizliğe uygun sözel ifade yazma T _{12.3} . Eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterme T _{12.4} . Sayı doğrusuyla gösterilen eşitsizliği belirleme T _{13.1} . Eşitsizlikte her iki tarafa aynı işlemi yaparak inceleme T _{13.2} . $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq c$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma T _{13.3} . $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax + b \leq cx + d$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma T _{13.4} . $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{ax + b}{c} + d \leq e$ şeklindeki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma
Teknik (τ)	τ ₃₅ . Sözel ifadeyi matematiksel eşitsizlik cümlesine dönüştürme τ ₃₆ . Eşitsizliği karşılayan sözel bir durum yazma τ ₃₇ . Sayı doğrusunda eşitsizliğin çözüm kümesine dahil olan noktaları tarama τ ₃₈ . Sayı doğrusunda verilen çözüm kümesine dikkat ederek eşitsizliği yazma τ ₃₉ . Eşitsizliğin yönüne dikkat ederek eş değer eşitsizlikler oluşturma τ ₄₀ . Eşdeğer eşitsizlikler oluşturarak bilinmeyeni eşitsizliğin bir tarafında yalnız bırakma τ ₄₁ . Problem durumuna uygun eşitsizliği yazıp çözme

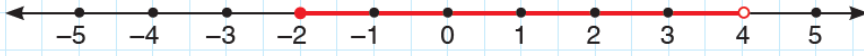
MEB 8. Sınıf ders kitabı kapsamında öğrencilerden eşitsizlikler konusu ile ilgili görevleri gerçekleştirirken 7 farklı teknik kullanmaları beklenmektedir. Kitapta verilen teknikler aşağıda gösterilmektedir:

2. Aşağıdaki ifadelere ait matematik cümlelerini yazınız.
 - a. Bir sayının 3 katının 2 eksiği 7'den küçüktür.
 - b. Deniz'in yaşı 6'dan büyüktür.
 - c. Bahçemize en az 8 çam ağacı fidesi dikeceğiz.
 - ç. Bir sayının 4 katının 5 fazlası 20'ye eşit veya 20'den büyüktür.
 - d. Babamın yaşı 50'den büyüktür.
 - e. Matematik sınavından en az 4 bekliyorum.

Şekil 4.107. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ₃₆ tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 169)

Örnek 5

$-2 \leq x < 4$ eşitsizliğini sayı doğrusunda gösterelim:

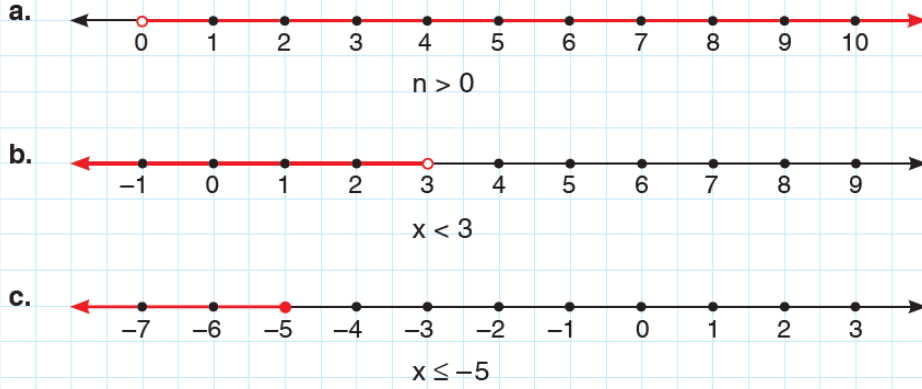


-2 ile -2 'nin sağında ve 4 'ün solunda kalan noktalar ile eşlenen tüm sayılar $-2 \leq x < 4$ eşitsizliğini sağlar.

Şekil 4.108. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{37} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 168)

Örnek 7

Aşağıdaki sayı doğrularında verilen eşitsizliklere ait matematik cümlelerini yazalım:



Şekil 4.109. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{38} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 168)

Örnek 1

$12 > 9$ eşitsizliğinin iki yanını önce $+3$, sonra -3 ile toplayalım. Bu işlemlerden sonra elde edeceğimiz eşitsizliklerin doğru olup olmadığını kontrol edelim:

$$\begin{aligned} +3 + 12 &> 9 + 3 \\ 15 &> 12 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-3) + 12 &> 9 + (-3) \\ 9 &> 6 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$15 > 12$ ve $9 > 6$ eşitsizlikleri doğrudur.

Şekil 4.110. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{39} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 170)

Örnek 6

$5 - 2x \leq -1$ eşitsizliğini çözelim:

$$\cancel{(-5)} + 5 - 2x \leq -1 + (-5) \quad (\text{Eşitsizliğin her iki yanını, } 5\text{'in toplama işlemine göre tersi olan } -5 \text{ ile toplandı.})$$

$$-2x \leq -6$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \cancel{-2}x \geq \cancel{-6} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \quad (\text{Eşitsizliğin her iki yanını, } -2\text{'nin çarpma işlemine göre tersi olan } -\frac{1}{2} \text{ ile çarpıldı. Bu nedenle eşitsizlik yön değişti.})$$

$$x \geq 3 \text{ olur.}$$

Şekil 4.111. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{40} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 172)

Örnek 12

Bir dikdörtgenin kenar uzunlukları birer pozitif tam sayı olmak üzere $(x + 3)$ cm ve $(2x + 2)$ cm'dir. Bu dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 40 cm'ye eşit veya 40 cm'den küçük olduğuna göre uzun kenarının uzunluğu en fazla kaç santimetre olur?

Eşitsizlik $[2 \cdot (2x + 2)] + [2 \cdot (x + 3)] \leq 40$ olur. Buradan,

$$[2 \cdot (2x + 2)] + [2 \cdot (x + 3)] \leq 40$$

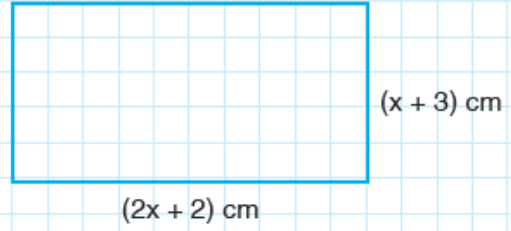
$$4x + 4 + 2x + 6 \leq 40$$

$$6x + 10 \leq 40$$

$$6x \leq 40 - 10$$

$$\frac{1}{6} \cdot \cancel{6}x \leq \cancel{30} \cdot \frac{1}{6}$$

$$x \leq 5 \text{ bulunur.}$$



5'ten küçük veya 5'e eşit ilk tam sayı 5 olduğundan dikdörtgenin uzun kenarı en fazla,

$$(2x + 2) \text{ cm} = 2 \cdot 5 + 2$$

$$= 10 + 2$$

$$= 12 \text{ cm olur.}$$

Şekil 4.112. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında τ_{41} tekniğine ilişkin örnek (MEB 8. sınıf Matematik Ders Kitabı, s. 174)

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında eşitsizlikler alt başlığında görev tipi ve alt görev tiplerine ilişkin görevlerde sunulan ve analizde kodlanan tekniklerin dağılımı tabloda (Tablo 4.105) belirtilmektedir:

Tablo 4.105. MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında MO₆'da (T, τ) sayısal dağılımı

Matematiksel Organizasyon	Görev Tipi	Teknik (τ)
Eşitsizlikler	T _{12.1}	τ_{35}
	T _{12.2}	τ_{36}
	T _{12.3}	τ_{37}
	T _{12.4}	τ_{38}
	T _{13.1}	τ_{39}
	T _{13.2}	τ_{40}
	T _{13.3}	τ_{40}
	T _{13.4}	τ_{40}
	T ₁₄	τ_{41}
	Toplam	3

4.3.5. MEB 8. sınıf matematik ders kitabındaki problem tiplerinin bağlamlarına göre incelenmesi

MEB 8. Sınıf matematik ders kitabında problem çözme alt başlığına ilişkin 2 ayrı görev tipi olduğu görülmektedir. 8. sınıf MEB kitabında yer alan bu görev tipine ait problemlerin bağlamına ilişkin frekans ve yüzde dağılım tablosu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 4.106. 8 Sınıf MEB matematik kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları

Görev Tipinin İfadesi	Gerçekçi Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Aritmetik/Cebirsel Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Geometrik Bağlamdaki Görev Sayısı (f)	
	f	%	f	%	f	%
T ₁₀ . Denklemlerle ilgili problem çözme	23	79,31	0	0	0	0
T ₁₄ . Eşitsizliklerle ilgili problem çözme	3	10,34	0	0	3	10,34
Toplam (f)	26	89,65	0	0	3	10,34

Tabloda da görüldüğü üzere 8. sınıf eğitim kademesinde öğrencilere toplam 29 kere problem çözme görevi verildiği görülmektedir. Öğrencilerden %89,65 oranla en çok gerçekçi bağlamdaki problemleri çözmeleri istenmektedir. Aritmetik/cebirsel bağlamda problemleri çözme görevinin hiç verilmemiş olması dikkat çekmektedir. 8. sınıf MEB matematik ders kitabındaki gerçekçi bağlamdaki problem tipine ait bir örnek aşağıdaki gibi verilebilir (s. 133):

Bir koşucu saatte ortalama 10 km hızla gittiği yoldan, saatte ortalama 8 km hızla dönüyor. Koşucunun antrenman yaptığı bu yolun gidiş gelişi toplam 4,5 saat tutuyor. Bu yolun uzunluğunun kaç kilometre olduğunu bulalım.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde IB MYP ve MEB ortaokul matematik ders kitaplarının; biçimsel özellikleri, öğretim programına uygunlukları ve cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler konularında yapılan ekolojik ve prakseolojik analizlerin sonuçları karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar matematik eğitimi açısından tartışılmış ve cebir öğretimine yönelik önerilerde bulunulmuştur.

5.1. Sonuç

5.1.1. Biçim ve programa uygunluk açısından olarak karşılaştırma

Her iki program bünyesinde hazırlanan ders kitapları da incelendiğinde, kitaplardaki yazıların puntolarının aynı olduğu görülmektedir. Aynı sınıf seviyelerine ve yaş gruplarına hitap eden kitapların toplam sayfa sayılarına bakıldığında MEB kitaplarının (6. Sınıf 280, 7. Sınıf 256, 8. Sınıf 278) ortalama olarak 271 sayfa; IB kitaplarının (1. Seviye 318, 2. Seviye 337, 3. Seviye 409, 4&5 standart düzey 673, 4&5 ileri düzey 361) ortalama olarak 419 sayfa olduğu dikkat çekmektedir.

Her iki program kitaplarında da girişte bir kitap tanıtımı bölümü vardır. Bu bölümde, kitaptaki sayfalarda yer alan başlıkların açıklamaları, alıştırmalar ve görevlerin sınıflandırılması ve amaçları, kitapta kullanılan bazı ikonların ve sembollerin anlamlarının anlatıldığı; kitabın nasıl kullanılacağına ilişkin önemli bilgiler içeren bir tanıtım yapılmaktadır. Bu tanıtımda, IB kitaplarında ek olarak her üniteye yer alan küresel bağlamların tamamı ve kitabın hangi küresel bağlamlara hitap ettiği verilmiş, her ünitenin yalnızca bir tane küresel bağlama hitap ettiği vurgulanmıştır.

IB kitaplarında her ünitenin girişinde, o üniteye ilişkin öğrenme yaklaşımları ve ünite için önceden bilinmesi gereken bilgilere değinilmekte, kitap tanıtımında da eğer bu bilgiler unutuldu ise hatırlamak amacıyla önce o bilgilerin incelenip başlık altında verilen alıştırmaların yapılması tavsiye edilmektedir. Aynı zamanda ünite hedefleri, ilgili kavramlar ve anahtar kavramlar ile hitap ettiği küresel bağlam sunulmaktadır. MEB kitabında ise ünitenin giriş sayfasında ünite kapsamında değinilecek alt konu başlıkları ile konu ile ilgili günlük hayattan örnekler, bilimsel ve tarihî bilgiler yer almaktadır. Ünite girişinden sonraki sayfada yine IB'de olduğu gibi eski bilgilere dair hatırlatma söz konusudur. Bu anlamda ünitelerin giriş sayfalarının her iki programda da öğrencinin bilişsel ve sosyal bulunluğunu desteklediği söylenebilir.

IB kitaplarında ünite sonunda özet, ünite değerlendirme ve özetleyici genelleme görevi bulunmaktadır. Özetleyici genelleme görevi kapsamında, küresel bağlamı daha fazla keşfetmek için üniteye öğrenilen matematiği uygulayacağı bir görev verilmektedir. Bu görev genellikle C

(iletişim kurma) ve D (matematiği gerçek hayata aktarma) kriterleri ile değerlendirilir. MEB kitaplarında ise her ünite sonunda yalnızca ünite değerlendirme soruları yer almaktadır. Dolayısıyla ünite sonları açısından kitaplar arasında fark vardır.

Çalışmanın girişi kavramsal çerçeve ve bulgular kısımlarında bahsedildiği üzere, iki program felsefi ve akademik anlamda farklı hedefler ve konu dağılımlarına sahiptir. Bu konuların işleyiş sıralaması ve sunuluşu farklılıklar göstermektedir. Öğretim programlarına bakıldığında ise her iki programın kitaplarında da öğretim programına uygun hazırlandığı söylenebilir. İncelenen kitaplardaki ünitelerde yer alan alt başlıkların doğrudan öğretim programında yer alan kazanımlara uygun ve aynı sırada oluşturulduğu belirlenmiştir.

İki öğretim programı arasındaki en temel fark iki programın farklı felsefi yaklaşımlar benimsenerek hazırlanmasıdır. MEB programı ve program doğrultusunda benimsenen ders kitapları topluma ve çevreye yararlı bireyler yetiştirmeyi hedefleyerek hazırlanmışken; IB program ve kitapları küresel eğitim anlayışının da etkisiyle, daha fazla ülkede ve farklı kültürlerde uygun sağlayacak, esnetilebilir ve ders seçim hakkının öğrenciye daha çok bırakıldığı şekilde hazırlanmıştır.

5.1.2. Ekolojik analize göre karşılaştırma

Yapılan ekolojik analizde, her iki programda cebirden aritmetiğe geçişin orta yıllar programlarında başladığı görülmektedir. MEB programında 6. Sınıf; IB’de 1. Seviye yani MEB programında 5. Sınıfa denk gelen seviyede cebir öğrenme alanına değinilmektedir. Öğrencilerin aritmetiğe geçişleri her iki programda da 11-16 yaşlarına denk gelmektedir. Bu durum iki program için de ortak bir özelliktir.

Aritmetikten cebire geçiş sürecinde ilk dikkati çeken fark, MEB ortaokul müfredatında beşinci sınıfta örüntüler konusu olmasına rağmen genellemeler yapılmadığı, dolayısıyla cebirsel olarak ele alınarak ve ilk olarak 6. Sınıfta cebirsel ifadeleri yazarak cebire giriş yapılır; IB orta yıllar programında ise ilk seviyede cebirsel ifadeler ünitesi kapsamında uzun bir süreçte örüntüler ve bu örüntülerden “genellemeler” yazma üzerinde durularak cebire geçiş yapılmasıdır. MEB müfredatında 7. Sınıfta örüntüler konusu tekrar ele alınmakta ve cebirsel ifadelerden sonra yer almaktadır. Aritmetikten cebire geçiş sürecinde MEB örüntüleri amaç olarak kullanırken; IB ise araç olarak kullanmaktadır.

IB ve MEB müfredatında dikkat çeken diğer durum, IB müfredatında daha farklı konu ve alt başlığın ele alınmasıdır. MEB müfredatında genel anlamda bakılırsa toplam 7 başlık (cebirsel ifade, örüntü, özdeşlik, çarpanlara ayırma, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem, doğrusal ilişki ve doğrusal denklem ve eşitsizlik) verilirken; IB MYP müfredatında 9 başlık

(cebirsal ifade, örüntü, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem, doğrusal ilişki ve doğrusal denklem, doğrusal denklem sistemi, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem, üçüncü dereceden bir bilinmeyenli denklem, rasyonel denklem ve eşitsizlik) sunulmaktadır.

MEB müfredatındaki çarpanlara ayırma ve özdeşlikler konuları, IB müfredatında başlık olarak yer almamaktadır. IB müfredatındaki doğrusal denklem sistemleri, ikinci ve üçüncü dereceden bir bilinmeyenli denklemler konularına ise MEB müfredatında ortaokul düzeyinde değinilmediği görülmektedir. IB müfredatında özdeşlikler kavramı, yalnızca 4&5 ileri düzeyde trigonometrik özdeşliklerden bahsederken ele alınmaktadır. Yapılan prakseolojik analiz sonuçlarıyla da ilişkilendirildiğinde, MEB kitabında özdeşlik ve çarpanlara ayırma konuları birer konu başlığı ve görev yapısında verilirken; IB kitaplarında bu iki konu, trigonometrik özdeşliklerde ve paydasında cebirsal ifade bulunan rasyonel denklemlerin çözümünde kullanılacak teknikler arasında verilmektedir. Bu tekniklerle payda çarpanlarına ayrılmaktadır.

5.1.3. Prakseolojik analize göre karşılaştırma

Prakseolojik analiz sonuçlarına göre, çalışma kapsamında incelenen beş adet MYP ve üç adet MEB orta yıllar matematik ders kitaplarına bakıldığında toplam görev sayılarında ve bu görevlerin çözümlü veya çözümsüz olma frekans ve yüzdeleri arasında büyük farklar vardır.

Aşağıdaki tabloda görüldüğü üzere, cebirsal ifadeler, denklem ve eşitsizlikler konularında MYP orta yıllar matematik dersi programında öğrencilere toplamda 1759 görev verilmektedir. Bu görevlerden 66 tanesi yani yalnızca %3,75'i çözümlüdür.

Tablo 5.1. MYP matematik ders kitaplarındaki çözümlü ve çözümsüz görevlerin frekans dağılımları

Kitap	Çözümlü Görev (f)	Çözümsüz Görev (f)	TOPLAM
MYP-1	10	290	300
MYP-2	16	291	307
MYP-3	13	655	668
MYP-4&5 Standart Düzey	20	356	376
MYP-4&5 İleri Düzey	7	101	108
TOPLAM	66	1693	1759

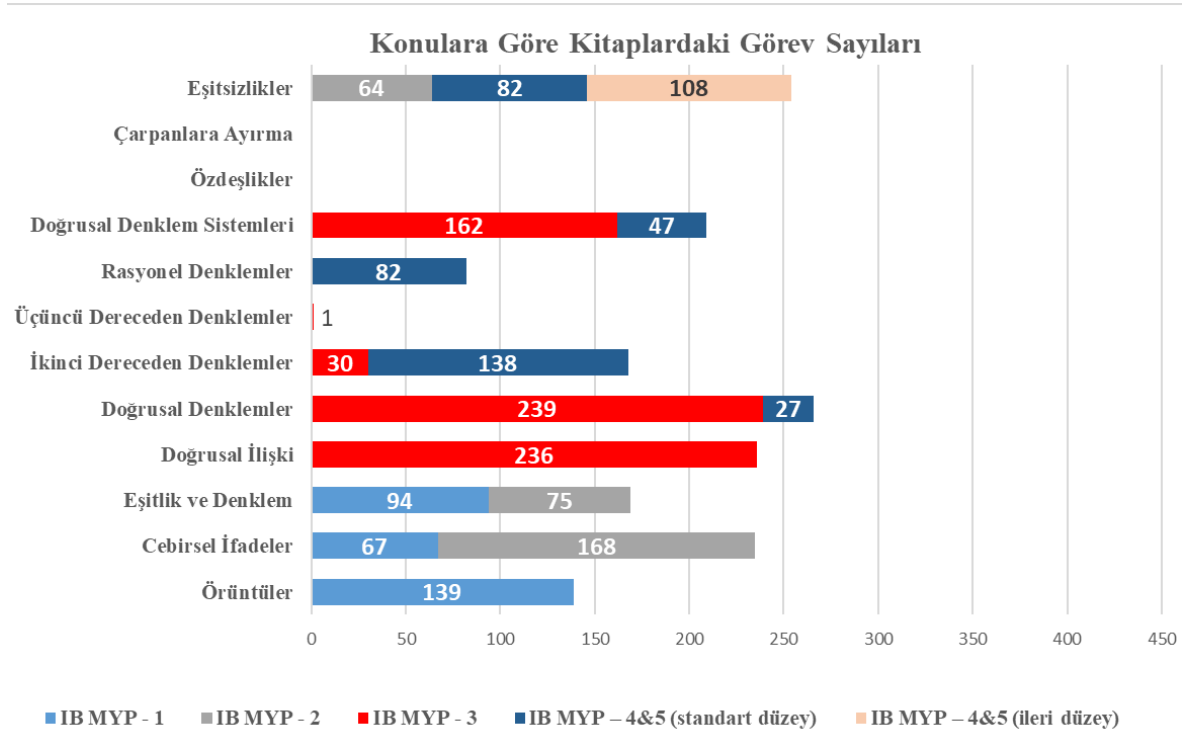
Tablo 5.2. MEB matematik ders kitaplarındaki çözümlü ve çözümsüz görevlerin frekans dağılımları

Kitap	Çözümlü Görev (f)	Çözümsüz Görev (f)	TOPLAM
MEB 6. sınıf	37	49	86
MEB 7. sınıf	52	101	153
MEB 8. sınıf	143	269	412
TOPLAM	232	419	651

Yukarıdaki tablodan hareketle ifade edilirse, cebirsal ifadeler, denklem ve eşitsizlikler konularında MEB ortaokul matematik ders programında öğrencilere toplamda 651 görev verilmektedir. Bu görevlerden 232 tanesi yani %35,63'ü çözümlü olarak sunulmuştur. İki

programda çözümlü görev sayısı oranında ve toplam görev sayıları arasında çok büyük bir fark vardır. Çözümlü görevlerin oranı MYP’de %3,75 iken MEB’de bu oran %35,63’tür.

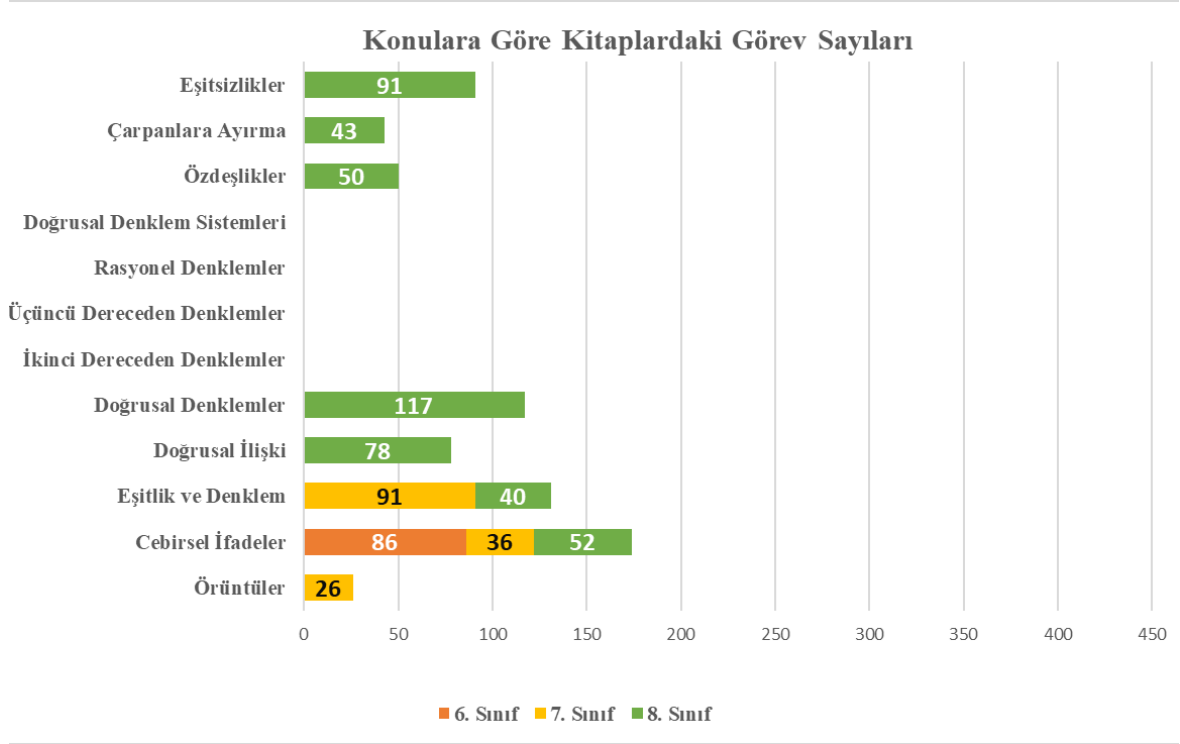
İncelenen kitaplarda, çalışma konularının görev sayıları dağılımında da farklılıklar vardır. Aşağıdaki şekilde görüldüğü üzere, IB MYP kitaplarında cebir öğrenme alanında görev sayıları açısından en fazla yer verilen organizasyonlar doğrusal denklemler ve eşitsizlikler matematik organizasyonlarıdır. En az görev üçüncü dereceden denklemler konusunda verilmiştir. Kitapta görev olarak verilmeyen organizasyonlar ise çarpanlara ayırma ve özdeşlik matematik organizasyonlarıdır. İncelenen pratikseolojilerde, çarpanlara ayırma görevlerinin ayrı bir başlıkta değil de rasyonel denklemlerin çözümünde bir teknik olarak verildiği belirlenmiştir. Öğrencilere IB MYP müfredatı kapsamında en fazla görev MYP-3; en az görev ise MYP-4&5 ileri düzeyde verilmektedir.



Şekil 5.1. Konulara göre IB kitaplarındaki görev sayıları

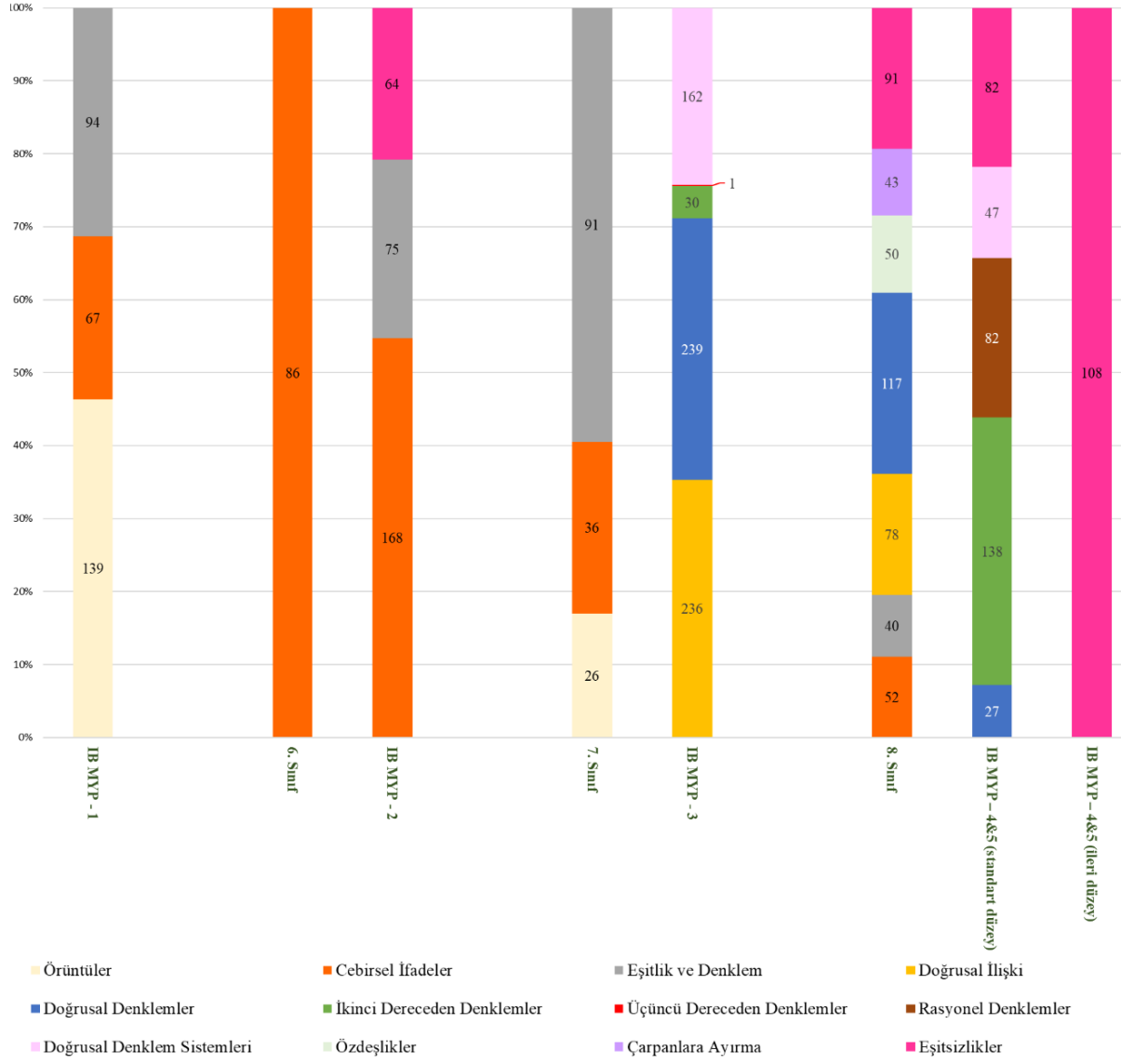
Aşağıdaki şekilde görüldüğü üzere, MEB ortaokul matematik ders kitaplarında cebir öğrenme alanında görev sayıları açısından en fazla yer verilen organizasyon cebirsel ifadeler matematik organizasyonudur. En az görev örüntüler organizasyonu kapsamında verilmektedir. MEB ortaokul matematik müfredatında ikinci ve üçüncü dereceden denklemler, rasyonel denklemler ve doğrusal denklem sistemleri matematik organizasyonlarında ise öğrencilere hiç

görev verilmediği görülmektedir. Öğrencilere MEB müfredatı kapsamında en fazla görev 8. sınıf; en az görev ise 6. Sınıf düzeyinde verilmektedir.



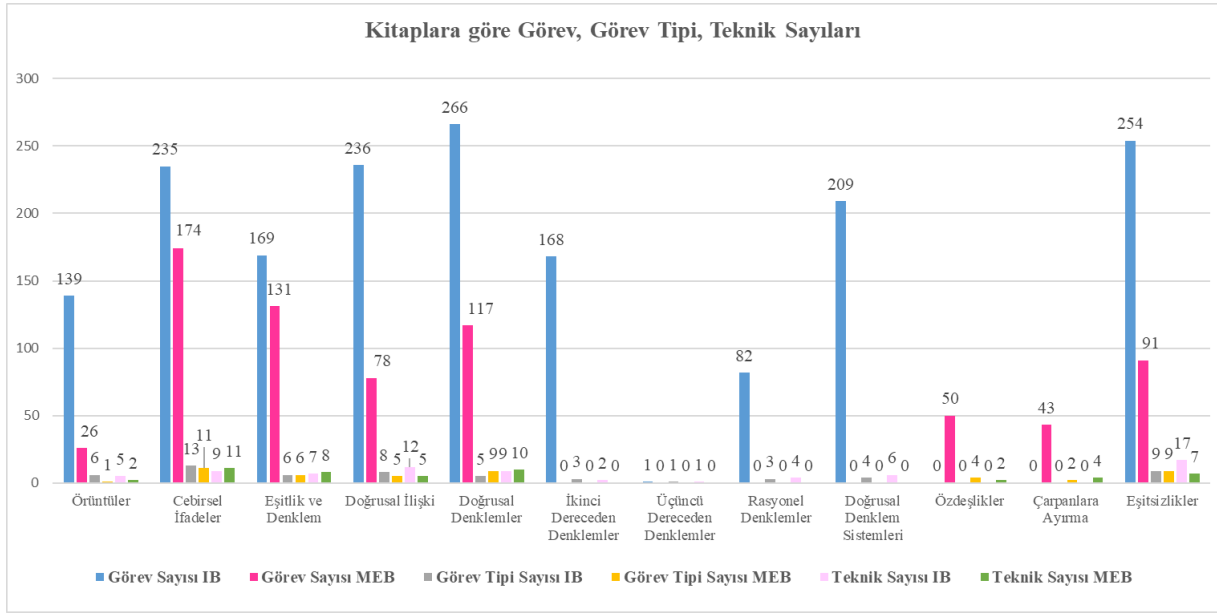
Şekil 5.2. Konulara göre MEB kitaplarındaki görev sayıları

IB ve MEB programlarına uygun şekilde hazırlanan veri kaynaklarında, pratik analiz kapsamında cebir alanında verilen matematiksel organizasyonların seviyelere göre dağılımı farklılık göstermektedir. IB MYP-1 seviyesi, MEB programında 5. Sınıf seviyesine denk gelmektedir. MEB kitabında 5. Sınıfta konu kapsamında herhangi bir görev verilmezken, MYP-1 kitabında konu ile ilgili üç adet matematiksel organizasyon yer almaktadır. MEB 6. Sınıf seviyesinde cebir öğrenme alanında yalnız bir matematiksel organizasyona ait görevler verilirken, aynı öğrenme çağına denk gelen MYP-2 kitabında ise üç adet matematiksel organizasyon tespit edilmiştir. MEB 7. Sınıf seviyesinde üç matematiksel organizasyon yer alırken, MYP-3 kitabında beş farklı matematiksel organizasyon olduğu tespit edilmiştir. Bu iki aynı öğrenme çağına hitap eden kitapta yer alan matematiksel organizasyonların hiçbirinin aynı olmadığı, her iki müfredattaki matematiksel organizasyon ve alt konu başlıklarının büyük farklılıklar gösterdiği görülmektedir. 8. Sınıf MEB kitabında yedi farklı matematiksel organizasyon, standart düzey MYP-4&5 matematik kitabında beş farklı matematiksel organizasyon yer almaktadır. Doğrusal denklem ve eşitsizlik matematiksel organizasyonları bu iki kitapta ortak olan iki organizasyondur. MYP-4&5 ileri düzey matematik kitabında ise yalnızca bir adet matematiksel organizasyon yer almaktadır.



Şekil 5.3. Konulara göre kitaplardaki görev sayılarının yüzde üzerinden dağılımı

Aşağıda yer alan şekilde, çalışma kapsamında yapılan prakseolojik analiz sonucunda elde edilen sonuçlardaki görev tipi ve tekniklerin matematiksel organizasyonlara göre dağılımına bakıldığında, IB MYP matematik ders kitabında en fazla görev tipinin cebirsel ifadeler, en az görev tipinin ise üçüncü dereceden denklemler matematik organizasyonlarında yer aldığı; özdeşlik ve çarpanlara ayırma organizasyonlarında herhangi bir görevin; dolayısıyla görev tipi ve diğer bileşenlerin olmadığı belirlenmiştir. İncelenen MEB matematik ders kitabında IB'de olduğu gibi en fazla görev tipinin cebirsel ifadeler, en az görev tipinin ise örüntüler matematik organizasyonlarında olduğu; ikinci ve üçüncü dereceden denklemler, rasyonel denklemler ve doğrusal denklem sistemleri ile organizasyonlarında herhangi bir görevin; dolayısıyla görev tipi ve diğer bileşenlerin olmadığı tespit edilmiştir.



Şekil 5.4. Matematiksel organizasyonlarda praksis yapısı

Tablo 5.3. IB ve MEB ortaokul matematik ders kitaplarındaki görev tipi ve tekniklerin frekans dağılımları

Matematiksel Organizasyon	Görev (f)		Görev Tipi (f)		Teknik (f)	
	IB	MEB	IB	MEB	IB	MEB
Örüntüler	139	26	6	6	5	2
Cebirsel İfadeler	235	174	13	13	9	11
Eşitlik ve Denklem	169	131	6	6	7	8
Doğrusal İlişki	236	78	8	8	12	5
Doğrusal Denklemler	266	117	5	5	9	10
İkinci Dereceden Denklemler	168	0	3	3	2	0
Üçüncü Dereceden Denklemler	1	0	1	1	1	0
Rasyonel Denklemler	82	0	3	3	4	0
Doğrusal Denklem Sistemleri	209	0	4	4	6	0
Özdeşlikler	0	50	0	0	0	2
Çarpanlara Ayırma	0	43	0	0	0	4
Eşitsizlikler	254	91	9	9	17	7
TOPLAM	1759	710	58	47	72	49

MYP kitaplarındaki örüntüler ve cebirsel ifadeler organizasyonlarında teknik sayılarının görev tipi sayılarına oranla daha az olduğu; eşitlik ve denklem, ikinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler doğrusal ilişki, doğrusal denklemler, üçüncü dereceden denklemler, rasyonel denklemler, doğrusal denklem sistemleri organizasyonlarında ise görev tipi sayılarına oranla eşit ya da daha fazla tekniğin gösterildiği belirlenmiştir (şekil 5.4). MEB kitaplarındaki çarpanlara ayırma ve eşitsizlikler organizasyonlarında teknik sayılarının görev tipi sayılarına oranla daha az olduğu; diğer matematiksel organizasyonlarda ise görev tipi sayılarına oranla eşit ya da daha fazla tekniğin gösterildiği belirlenmiştir (Şekil 5.4).

5.1.4. Kitaplardaki problem tiplerinin bağlamlarına göre karşılaştırma

MEB ortaokul matematik müfredatına bakıldığında, yalnızca 7. Sınıfta yer alan “Denklem kurmayı gerektiren problemi çözme”; ve 8. Sınıfta yer alan Denklem kurmayı gerektiren problemi çözme”, “Eşitsizlik kurmayı gerektiren problemi çözme” görev tipleri problem çözme ile alakalıdır. 6. Sınıfta problem çözme görevi yer almamaktadır. Toplamda 43 problem içerisinde en fazla problemin gerçekçi bağlam kapsamında (%76,74); en az problemin ise aritmetik/cebirsal bağlam kapsamında (%6,97) sınıflandırıldığı belirlenmiştir. Öğrencilerden eşitsizlik kurmayı gerektiren problemleri çözerken hiç aritmetik/cebirsal bağlamda bir problemle karşılaşmadıkları tespit edilmiştir.

Tablo 5.4. MEB matematik kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları

Görev Tipinin İfadesi	Gerçekçi Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Aritmetik/Cebirsal Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Geometrik Bağlamdaki Görev Sayısı (f)	
	f	%	f	%	f	%
Denklem kurmayı gerektiren problemi çözme	30	69,76	3	6,97	4	9,30
Eşitsizlik kurmayı gerektiren problemi çözme	3	6,97	0	0	3	6,97
Toplam (f)	33	76,74	3	6,97	7	16,27

Öğrencilerden eşitlik ve denklem matematik organizasyonunda gerçekleştirmesi gereken 131 görevin %28,242’ü ve eşitsizlik matematik organizasyonunda 91 görevden %6,59’u problem çözme görevidir.

Tablo 5.5. MYP matematik kitabındaki problemlerin bağlamlarına göre frekans dağılımları

Görev Tipinin İfadesi	Gerçekçi Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Aritmetik/Cebirsal Bağlamdaki Görev Sayısı (f)		Geometrik Bağlamdaki Görev Sayısı (f)	
	f	%	f	%	f	%
Doğrusal denklem sistemi kurmayı gerektiren problemi çözme	37	24,83	3	2,01	4	2,68
İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemi çözme	17	11,40	9	6,04	25	16,77
Rasyonel denklem kurmayı gerektiren problemi çözme	27	18,12	0	0	0	0
Eşitsizlik kurmayı gerektiren problemleri çözme	4	2,68	0	0	12	8,05
Eşitsizlik sistemi kurmayı gerektiren problemleri çözme	11	7,38	0	0	0	0
Toplam (f)	96	64,42	12	8,05	41	27,51

IB orta yıllar matematik müfredatına bakıldığında, MYP-3 seviyesinde “Doğrusal denklem sistemi kurmayı gerektiren problemi çözme”; MYP-4&5 standart seviyede “Doğrusal

denklem sistemi kurmayı gerektiren problemi çözmeye”, “İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemi çözmeye”, “Rasyonel denklem kurmayı gerektiren problemi çözmeye” ve “Eşitsizlik sistemi kurmayı gerektiren problemleri çözmeye”; ve son olarak da MYP-4&5 ileri seviyede “Eşitsizlik kurmayı gerektiren problemleri çözmeye” görev tipleri problem çözmeye ile alakalıdır. MYP-1 ve MYP-2 seviyelerinde problem çözmeye görevi yer almamaktadır.

IB programında öğrenciler cebir öğrenme alanı kapsamında 149 adet problem çözmeye görevi ile karşılaşmaktadır. Bu problem tipleri en fazla gerçekçi bağlamda (%64,42), en az ise aritmetik/cebirsal bağlamdadır (%8,05). Rasyonel denklem kurmayı gerektiren problemleri çözmeye ve eşitsizlik sistemi kurmayı gerektiren problemleri çözmeye görevleri kapsamında yalnızca gerçekçi bağlamda problemler sunulmaktadır. Eşitsizlik kurmayı gerektiren problemleri çözerken de tıpkı MEB müfredatında olduğu gibi hiç aritmetik/gerçekçi bağlamda problem yer almamaktadır.

IB programına ait matematik müfredatında doğrusal denklem matematik organizasyonunda öğrencilere verilen 209 görevin %21,05’i, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem organizasyonundaki 168 görevin %30,35’i, rasyonel denklem organizasyonunda yer alan 82 görevin %32,92’si ve eşitsizlik organizasyonunda yer alan 254 görevden %10,62’si problem çözmeye görevidir.

MEB programında doğrusal denklem matematik organizasyonunda hiç problem yer almazken IB programında bu organizasyonların %21,05’inin problem çözmeye görevi olduğu dikkat çekmektedir. Eşitsizlik matematik organizasyonunda her iki programdaki görevlerin de yaklaşık olarak aynı oranlarda olduğu; ancak IB’de MEB’den farklı olarak eşitsizlik sistemi kurmayı gerektiren problemlere de değinildiği görülmektedir.

5.2. Tartışma

IB ve MEB öğretim programlarında dikkat çeken ilk fark, iki programın farklı felsefi yaklaşımlar benimsemiş olmasıdır. MEB öğretim programı öğrencilerin hayata hazırlanmaları ve bilinçli bireyler olarak mezun olup sosyal değerlere saygılı bir şekilde yaşamaları amaç edinirken (MEB, 2018), IB programı ise daha küresel bir eğitim felsefe ile ulusal ve uluslararası anlamda bireyler yetiştirme sürecinde esnek bir müfredat benimseyerek okulların uygun gördüğü formatlarda esnetilebilen (iki, üç veya beş yıllık), öğrencilere ders seçimi açısından daha çok hak tanınan bir öğretim programıdır (IBO, 2015b).

Yapılan bu çalışmada, IB ve MEB öğretim programlarında ve ders kitaplarında cebir öğretimine ilişkin farklar tespit edilmiştir. Dikkat çeken ilk fark, iki programda konu ile ilgili

öğrencilerden yapması istenen görev sayıları arasındadır. IB orta yıllar kitaplarında toplam 1759, MEB ortaokul kitaplarında ise toplam 651 görev yer almaktadır, yani IB programındaki görev sayısı MEB'deki görev sayısının yaklaşık üç katıdır. Tekin Sitrava (2017), öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun cebirsel ifadeyi bilinmeyenli ifadeler, denklemler ve eşitlik olarak tanımladıkları, bu kavramlara ilişkin eksik ve hatalı kavram imajlarına sahip oldukları belirlenmiştir. Öğrencilerin öğrenme sürecinde fazla ve farklı sayıda görevle karşılaşmaları, anlamlı öğrenmeleri ve konuyu pekiştirmeleri için önem arz etmektedir (Bosch, Chevillard ve Gascon, 2005). Bu nedenle görev sayısı açısından IB matematik müfredatının anlamlı öğrenmeye elverişli olduğu söylenebilir.

İki programda çözümlü görevlerin, tüm görev sayılara oranları arasında ciddi bir farklılık vardır. Çözümlü görevlerin oranı MYP'de %3,75 iken MEB'de bu oran %35,63'tür. Öğrencilere öğrenme sürecinde verilen görevlerin çözümlü ya da çözümsüz olması, konunun öğretimi açısından önemlidir. Bu durum, konunun öğretiminde sunulan çözümlerin IB'de daha genel ve birçok farklı soruda uygulanabilir haliyle verildiği için daha az çözümlü örneğe gerek duyulduğunu; MEB kitaplarında ise çözümlü örneklerin görev tipi açısından daha özel bir anlamda verildiği ve bu nedenle öğrencilerin her soru tipinde farklı bir teknik kullanıp çözüm için gerekli tekniği daha zor genellemeye varabileceği yorumu yapılabilir. Aynı zamanda farklılardan diğeri, verilen bu çözümlü ve çözümsüz örneklerin sıralamasıdır. IB kitaplarında genelde bir örnek çözümsüz, sonraki örnek çözümlü olarak verilirken MEB kitaplarında konunun başlarındaki bütün örnekler çözümlü olup son kısımda ise çözümsüz örnekler verilmektedir. IB kitaplarında benimsenen bu sıralama, Shen ve Tsai'ye (2009) göre öğrencinin sahip olduğu bilgileri gözden geçirerek hangi bilgilere ihtiyacı olduğunu öngörmesini sağlaması açısından önemli ve kavramsal bilgisini pekiştirici bir rol üstlenmektedir.

İki program arasında cebir öğrenme alanı kapsamındaki aritmetikten cebire geçiş süreci açısından fark vardır. MEB programında cebire geçiş, IB programından bir yıl daha geç başlamaktadır. IB'de MEB'le eşleştirildiğinde 5. sınıfa denk gelip örüntü, cebirsel ifade, eşitlik ve denklem bu seviyede verilirken; MEB'de ise cebir öğretimi 6. Sınıfta cebirsel ifade alt başlığı ile başlamaktadır. Girit ve Akyüz (2016), ortaokul öğrencilerine farklı tipte örüntü soruları sormuş sınıf seviyeleri arttıkça, öğrencilerin cebirsel sembolleri kullanmaya daha eğilimli olduğunu belirlemiştir. Lee (2006) ve Turgut ve Doğan Temur (2017), çalışmasında öğrencilerin düşünüldüğünden çok daha erken yaşlarda cebir ve cebirsel ifadeler öğrendiklerinde cebiri zorlanmadan öğrenebilecekleri, cebir öğretiminin erken yaşlarda olması gerektiğini vurgulamıştır. Bu iki araştırmadan yola çıkılarak, cebir öğrenme yaşının ne kadar

erken başlarsa öğrenmeyi o kadar pekiştireceği yorumu yapılabilir. Başlama yaşı açısından IB programının MEB programına göre daha erken olmasının daha faydalı olduğu söylenebilir.

Aritmetikten cebire geçilmesi sürecinde başlama yaşının yanı sıra dikkat çeken büyük farklılık, aritmetikten cebire nasıl geçildiği hususundadır. MEB ortaokul müfredatında ilk olarak 6. Sınıfta cebirsel ifadeleri yazarak cebire giriş yapılırken; IB orta yıllar programında ise ilk seviyede uzun bir süreçte örüntüler işlendikten sonra ve bu örüntülerden “genellemeler” yazarak cebire geçiş yapılmasıdır. MEB örüntüleri cebirde öğrenilmesi gereken bir başlık, yani bir amaç olarak kullanırken; IB ise cebiri öğrenmek için bir araç olarak kullanmaktadır. Y. Akkan, P. Akkan ve Güven’in 2017 yılında yaptıkları araştırmada ise ortaokul matematik öğretmenlerinin aritmetik, cebir ve aritmetikten cebire geçiş kavramlarını etkili bir şekilde tanımlayamadığını, bu iki alan arasındaki bağlantıları, ilişkileri ve farklılıkları ayırt edemediği ortaya konmuştur. Bu nokta, aritmetikten cebire geçiş süreci açısından oldukça önemlidir ve iki programdaki cebir öğretme yaklaşımı açısından en büyük farklardan biridir.

Yıldızhan ve Şengül (2017), 6. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş sürecinde harflerin anlamlandırırken zorlandıklarını tespit etmişlerdir. Gürbüz ve Toprak (2014) ise 7. sınıf öğrencilerinin kendilerine verilen problemleri çözerken aritmetiksel işlem yapma alışkanlıklarını sürdürdüğünü ve 6. sınıfta gördükleri bilinmeyen içeren işlemleri kullanmayı halen içselleştiremedikleri tespit edilmiştir. Tavşan (2020), altıncı sınıf öğrencilerinin çoğunluğunun cebirsel ifadelerdeki değişkenleri doğru bir şekilde tanımladığı, katsayıları doğru bir şekilde ele aldığı ve bunun sonucunda, verilen cebirsel ifadeleri uygun sözel ifadelere dönüştürmede başarılı olduklarını belirlemiştir. Öğrencilerin genellemeler yapmalarını ve cebirsel ifadeleri oluştururken kullandıkları harf ve sembollerini sağlam bir temelde anlamlandırmaları önemlidir. Her iki müfredatta da bu süreçte hem cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler ile ilgili görevlerde ve tekniklerinde ifadeleri matematik diliyle okuyup ne anlama geldiklerini anlamaları ile ilgili görev tipleri sunulmaktadır.

Cebir öğretiminde en önemli husus, denklemlerin anlamlandırılması noktasındadır. Yapılan araştırmalarda öğrencilerin eşit işaretini cebir değil de aritmetik bilgileriyle sınırlandırarak eksik bir şekilde anlamlandırdıkları, eşit işaretinin bir “ilişkisel sembol” olarak değil daha çok bir “işlem işareti” olarak algıladıkları (Yaman, Toluk ve Olkun’un 2003) belirlenmiştir. Köse ve Tanışlı, 2011 yılında yaptıkları araştırmada Türkiye’de birinci sınıftan beşinci sınıf eğitim kademesine kadar matematik derslerinde kullanılan kitaplarda eşit işaretinin çoğunlukla işlemlerin sonucunu göstermek amacıyla kullanıldığı, ilişkisel anlamının istenilen düzeyde verilmediği sonucuna ulaşmışlardır. İncelenen ders kitaplarında eşitliğin ilişkisel

anlamının doğru bir şekilde öğrenilmesi hususunda eşitliğin korunumu görevleri üzerinde durulmuş ve hem görevlerde hem de tekniklerde eşitliğin korunumu ilkesi vurgulanmıştır.

Her iki matematik programında da görev ve tekniklerde benzer terimleri tespit etme ve işlemleri gerçekleştirirken benzer terimlerin üzerinde durulmaktadır. IB programında benzer terimler öğrencilere tanım yapılmadan, cebirsel ifadelerdekiler gösterilerek buldurulup tanımı yapılmakta, MEB kitabında benzer terimler kural olarak verilmektedir. Yıldız (2020), ortaokul matematik öğretmenlerinin de ders anlatımında benzer terimleri kural odaklı ele aldığını tespit etmiştir. Öğretmenlerin müfredat kapsamında hazırlanan ders kitabını rehber olarak kabul ettiği düşünülürse, öğretmenlerin kurala odaklanmasının nedeninin ders kitabı olduğu düşünülebilir.

IB matematik öğretim programında, MEB programından farklı olarak doğrusal denklem sistemleri ve ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler matematik organizasyonları yer almaktadır. Doğrusal denklem sistemleri konusu, MEB ortaokul müfredatında olmayıp lise müfredatında anlatılmaktadır. MEB programında ikinci dereceden denklemlere, özdeşlikler organizasyonunda değinilmiş ve ikinci dereceden denklemler konusu yalnızca özdeşlikler kullanılarak ele alınmaktadır. Akkurt Denizli, 2012 yılında yaptığı çalışma kapsamında öğretmen adaylarının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerini yorumlamada ve ilgili kavramları anlamlandırmada güçlük yaşadıkları ve bu kavramlarla ilgili önemli eksikliklerinin olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır. Buna bağlı olarak, matematik müfredatında ortaokulda bu iki konu hakkında daha derin bir anlatım olmasının faydalı olacağı söylenebilir.

İki programda eşitsizlik konusunun anlatıldığı seviyeler ve eşitsizlik konularının ele alınış şekli farklılık göstermektedir. IB kitabında, üç ayrı seviyede ele alınırken, MEB kitaplarında ise eşitsizlikler konusu yalnızca ortaokulun son seviyesi olan 8. Sınıfta öğretilmektedir. Bir diğer fark ise, IB’de eşitsizlikler organizasyonu kapsamında konu daha da derinleştirilerek eşitsizlik sistemlerini de kapsayacak şekilde çok daha fazla teknikle birlikte verilirken, MEB kitabında nispeten daha az teknikle ve daha yüzeysel verilmesidir. Çoban ve Eğilmez (2020) ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin eşitsizliklerin yönünü ters belirleme, eşitlik durumunun farkına varamama, verilen ifadeye uygun cebirsel ifadeyi hatalı yazma, sayı doğrusunda eşitsizliği eksik gösterme, sayı doğrusunda eşitsizliği ters yönde gösterme, eşitsizliğin çözümünde işlem hatası yapma ve negatif işareti göz ardı etme güçlüklerini yaşadıklarını ve eşitsizlikler konusunu anlamlı bir şekilde öğrenemedikleri sonucuna ulaşmışlardır. Bu durumun kaynağı, bahsedilen farklarla ilgili olabilir.

IB’de eşitsizlikler matematiksel organizasyonunda öğrenciye sunulan görev ve tekniklerde dinamik geometri yazılımları büyük bir yer kaplamaktadır. MEB kitabında, eşitsizlikler organizasyonu kapsamında dinamik yazılımlardan destek alınmasını isteyen

herhangi bir göreve rastlanmamıştır. Dankal (2017), yaptığı çalışmada, dinamik matematik yazılımlarının öğretimde kullanılmasının, öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlara etkisinin belirlenmek amacıyla 8. Sınıf öğrencileri ile yürüttüğü çalışmada, teknoloji destekli eğitimin öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarına olumlu yönde etkisi olduğu tespit etmiştir. Bu nedenle IB programında eşitsizlikler organizasyonunun, dinamik yazılımlarla ilişkilendirilerek öğretilmesinin cebir öğretimi ve öğrenimi açısından daha elverişli olduğu söylenebilir.

IB ders kitanında cebir öğrenme alanında toplamda 149 problem çözme görevi; MEB kitabında ise toplamda 43 problem çözme görevi yer almaktadır. IB ders kitabındaki problem sayısı, MEB kitabındakinin üç katından daha fazladır. Bu fark, büyük bir farktır ve cebir öğretimi için önem taşımaktadır. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin problemlerin çözümünde çoğunlukla cebirsel yerine aritmetik teknikler kullandığı (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Kabael ve Akın 2016) belirlenmiştir. Her iki programda da öğrencilere en fazla oranda gerçekçi bağlamdaki problemleri çözme; en az aritmetik/cebirsal bağlamdaki problemleri çözme görevleri verildiği tespit edilmiştir. Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2012), öğrencilerin öğrenim seviyesi arttıkça aritmetik çözümlerden cebirsel çözümlere olan geçişin olumlu yönde değişip geliştiğini belirtmiştir. Bu nedenle cebirden aritmetiğe geçiş sürecinde öğrencilerin çok sayıda ve farklı bağlamlarda problemlerle karşılaşmaları önem taşımaktadır.

Cebir öğretimi kapsamında, referans alınan kitapta ekolojik olarak konuların hangi bağlam ve sıralamada, nasıl ele alındığını tespit etmek; hangi görev tiplerinin ön plana çıkarıldığı ve hangi görev tiplerinin öğrenciden daha az istendiğini belirlemek ve farklı öğretim programları bünyesinde konuların öğretimini karşılaştırıp incelemek adına ders kitaplarının ekolojik ve prakseolojik analizinin yapılmasının ile analiz edilmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir. Prakseolojik yaklaşımın temelinde bir “görev tipi” vardır ve bu görev tipinin en doğru şekilde tespiti; hedeflenen bilginin öğretiminde ve kullanımında büyük rol oynamaktadır.

5.3. Öneriler

Öğretim programları, öğrencilerin cebir öğretimi daha erken yaşlarda, eşit işaretinin ilişki sembolü üzerinde durularak, ilkökul yıllarından itibaren öğrenebilecekleri şekilde yeniden güncellenebilir.

MEB kitapları ve müfredatı, öğrencilerin cebirden aritmetiğe geçisini örüntülere dayalı olarak gerçekleştirmeleri ve genellemeleri doğru bir şekilde yapıp anlamlandırmaları için ekolojik analizde bahsedilen örüntüler ve cebirsel ifadeler arasındaki ilişkilendirme yeniden ve

daha erken sınıf seviyelerinde ele alınacak şekilde, yeniden düzenlenebilir. Bu düzenleme kapsamında öğrencilerin daha farklı görev tipleri ve daha farklı tekniklere yer verilerek içerik ve prakseolojik bileşenler zenginleştirilebilir.

Öğrencilerin eşitsizlikleri anlamlandırmada yaşadıkları güçlük ve kavram yanlışlarını engellemek amacıyla, eşitsizlikler konusu ortaokul kitaplarında daha erken sınıf seviyelerinde öğretilir. Konunun işlenişinde daha farklı ve teknoloji destekli tekniklere yer verilebilir.

Öğrencilerin matematik derslerinde yararlanacağı teknolojik destekli dinamik yazılım programlarıyla bağdaştırılan yeni görevler sunulabilir. Öğrencilere ortaokulun ilk yıllarından itibaren cebir konu ve kavramlarını öğrenebilecekleri sınıf ortamları ile birlikte, bu sınıf ortamlarını hazırlamaya rehberlik edecek kılavuz kitaplar oluşturulabilir.

Öğrencilerin ders kitaplarında neler görmek istedikleri ile ilgili çalışmalar yapılarak ders kitaplarının içeriğinde daha dikkat çekici ve farklı görev ve görevler oluşturulabilir. Öğretmenlerin de yine aynı şekilde ders kitaplarından ne kadar faydalandıkları, ders kitaplarının öğretmenlere rehberlik ederken ne kadar yeterli olduğunu, ne gibi değişimlerin faydalı olacağını ortaya koyan çalışmalar yapılarak kitapların eksikliklerinin olup olmadığı ve var ise bu eksikliklerin neler olduğu tespit edilebilir.

Öğrencilerin konuya ilişkin yaşadıkları zorluk ve yanlışları, öğretim ortamında ve sürecinde bazı görev tipleri ile daha az karşılaşmalarından ya da farklı konu bağlamları ile ilişkilendirilerek anlatılmasından kaynaklanıyor olabilir. Bu anlamda yapılacak araştırmalarda; ilgili konunun prakseolojisinin ve ekolojisinin bilinmesi önem taşımaktadır. Cebir kavramlarının farklı kavram düzeylerinde nasıl algılandığının tespit edilmesi ve yapılacak ekolojik ve prakseolojik analiz ile bu algıların bağdaştırılarak sunulmasını içeren araştırmaların literatüre önemli ölçüde katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

- Akbulut, B. (2021). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik ders kitabı 7. sınıf*. Ankara: Berkay Yayıncılık.
- Akkan, Y., Akkan, P., & Güven, B. (2017). Aritmetik ve cebir kavramları ile ilgili farkındalık. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12 (24), 527-558.
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2012(43), 1-13.,
- Akyüz, G. ve Hangül, T. (2014). 6. sınıf öğrencilerinin denklemler konusunda sahip oldukları yanlışların giderilmesine yönelik bir çalışma. *Journal of Theoretical Educational Science*, 18.
- Astolfi J. P., Darot, É., GinsburgerVogel, L., Toussaint, J. 1998. Motsclés de la didactique des sciences. Paris: De Boeck Université. Collection Pratiques pédagogiques.
- Ateş, S. (2019). Türk fen eğitim tarihinde ışık ve ses ünitelerindeki değişimlerin didaktik antropolojik kuramı açısından incelenmesi (Master's thesis, Niğde Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- Başgöz, İ. (1995). *Türkiye'nin eğitim çıkmazı ve Atatürk: Sorunlar, çözüm aramaları, uygulamalar*. Ankara: Kültür Bakanlığı Yayınları.
- Birgin, O. ve Demirören, K. (2020). Ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki başarı performanslarının incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1-19.
- Booth, L., R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. *The Ideas of Algebra, K-12*, 20-32. Reston, VA: NCTM
- Bosch, M. (2015). Doing research within the Anthropological Theory of the Didactic: The case of school algebra. S. Cho (Ed.), *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* içinde (s. 51-69). Cham: Springer.
- Bosch, M., Chevallard, Y. ve Gascón, J. (2006). Science or magic? The use of models and theories in didactics of mathematics. In *Proceedings of the fourth congress of the European Society for research in mathematics education* (pp. 1254-1263).
- Bozkurt, A., Çırak Kurt, S. ve Tezcan, S. (2020). Türkiye (5-8. Sınıflar) ve Singapur (P5-6., S1-2. Sınıflar) Matematik Öğretim Programlarının Cebir Öğrenme Alanı Bağlamında Karşılaştırılması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 48, 152-173. DOI: 10.9779/pauefd.540142
- Büyüköztürk, Ş., Akgün, Ö. E., Demirel, F., Karadeniz, Ş. ve Çakmak, E. K. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. (28. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Chevallard, Y. (1988). Esquissed" unethéorieformelle du didactique. In *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique* (pp. 97-106).

- Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. *Actes de l'UE de la Rochelle*, 91-118.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. Écologie et régulation. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot et R. Floris (Eds.), *Actes de la 11^e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 41-56). Grenoble: La Pensée Sauvage Editions.
- Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)*, Barselona: Ramon Llull Üniversitesi, s. 21-30.
- Chevallard, Y. (2019). Introducing the Anthropological theory of the Didactic: An attempt at a principled approach. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 12, 71-114.
- Chevallard, Y. ve Sensevy, G. (2014). Anthropological approaches in mathematics education, French perspectives. S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* içinde (s. 38-43). Dordrecht: Springer.
- Cortes, A. ve Pfaff, N. (2000). Solving equations and inequations: operational invariants and methods constructed by students. *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Japonya: Nishiki Print Co., Ltd., s. 193-200.
- Çavuş Erdem, Z. , Doğan, M.F., Gürbüz, R. ve Şahin, S . (2017). Matematiksel Modellemenin Öğretim Araçlarına Yansımaları: Ders Kitabı Analizi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi (ADYÜEBD)*, 7 (1), 61-86.
- Çelik, D. ve Cinemre, Y. (2012). İLKÖĞRETİM 8. SINIF MATEMATİK DERS KİTABININ EĞİTİMSEL TASARIMINA İLİŞKİN ÖĞRETMEN VE UZMAN GÖRÜŞLERİ. *Milli Eğitim Dergisi*, 42 (194), 216-239. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/tr/pub/milliegitim/issue/36174/406747>
- Çelik, D. ve Güler, M. (2016). Denklem ve eşitsizlikler. (A.N. Elçi, E. Bukova Güzel, B. Cantürk Günhan ve E. Ev Çimen (Ed.), *Temel matematiksel kavramlar ve uygulamaları: öğrenenler ve öğretmenler için* içinde (s. 325-334). Ankara: Pegem Akademi.
- Çoban, K. ve Yenilmez, K. (2020). Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Eşitsizlikler Konusunda Karşılaştıkları Güçlüklerin İncelenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi Eğitim Dergisi*, 5 (1), 40-56. <https://dergipark.org.tr/en/pub/estudamegitim/issue/53306/664830>
- Dankal, B. (2017). *Eşitsizlikler konusunun öğretiminde dinamik matematik yazılımı Geogebra kullanımının matematik tutumuna etkisi*. Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Başkent Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Darling-Hammond, L. (2008). Teacher learning that supports students learning. B.Z. Presseisen (Ed.), *Teaching for intelligence* içinde (s. 91-100). Londra: Sage.
- Demirel, Ö. (1992). Türkiye'de program geliştirme uygulamaları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(7).

- Demirer, V. (2002). *Uluslararası Bakalorya (IB) Programı uygulayan özel okullarda çalışan öğretmenlerin bu programa karşı olan tutumlarının iş tatminine yansımaları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Denizli, Z. A. (2018). Öğretmen adaylarının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini yorumlama biçimleri. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences (JFES)*, 51 (3), 127-144.
- Dikkartın Övez, F. ve Mert Uyangör, S. (2012). 7. Sınıf matematik öğretim programının değerlendirilmesi: Kazanımlara ulaşılabilirlik ve kazanım örüntüleri açısından. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1 (23), 447-473.
- do Lago Mendes, H. (2017). Os números binários: do saber escolar ao saber científico. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 10 (1), 41-49.
- Doherty, C. (2009). The appeal of the International Baccalaureate in Australia's educational market: A curriculum of choice for mobile futures. *Discourse: Studies in the Cultural Politics of Education*, 30 (1), 73-89.
- Dulun, Ö. (2018). *Student perceptions of successful preparation for IBDP: Implications for developing 21st century skills*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Elçiçek, Z. ve Han, B. (2018). Evaluation of 2023 education vision. *Inesec International Social Sciences and Education Conference*, 1, 250.
- Erdoğan, A., Eşmen, E. & Fındık, S. (2016). Ortaokul Matematik Ders Kitaplarında Matematik Tarihinin Yeri: Ekolojik Bir Analiz . *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi* , 42 (42) , 239-259 . Retrieved from <https://dergipark.org.tr/tr/pub/maruaebd/issue/16987/177524>
- Erdoğan, A., Gök, M. ve Bozkır, M. (2014). Orantı kavramının adidaktik bir ortamda öğretimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi (GEFAD)*, 34 (3), 535-562.
- Erenkuş, M.A. ve Eren Savaşkan, D. (2021). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik ders kitabı 8. sınıf*. Ankara: Koza Yayın.
- ERSOY, Y. (2006). “İlköğretim Matematik Öğretim Programındaki Yenilikler-I: Amaç, İçerik ve Kazanımlar”, *İlköğretim Online*, S.5(1), s.30-44.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, A. K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri. *Elementary Education Online*, 4 (1).
- Ertürk, A. (2020). 2023 Eğitim vizyonu: Sorunlara çare mi? *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 48, 321-345. DOI: 10.9779/pauefd.537273
- Fındık, S. (2019). *Türev konusunun matematiksel sit kavramı çerçevesinde ekolojik analizi ve kavramsal ilişkilerinin didaktik yapılandırılması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

- Girit, D. ve Akyüz, D. (2016). Farklı sınıf seviyelerindeki ortaokul öğrencilerinde cebirsel düşünme: örüntülerde genelleme hakkındaki algıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10 (2), 243-272. DOI: 10.17522/balikesirnef.277815
- González-Martín, A. S., Giraldo, V. ve Souto, A. M. (2013). The introduction of real numbers in secondary education: an institutional analysis of textbooks. *Research in Mathematics Education*, 15 (3), 230-248. doi: 10.1080/14794802.2013.803778
- Göçmen, G. (2000). *Uluslararası Bakalorya Programı'nın uluslararası anlayış geliştirmeye katkısı (Türkiye örneği)*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Gürbüz, R. ve Toprak, Z. (2014). Designation, Implementation and Evaluation of Activities to Ensure Transition from Arithmetic to Algebra. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science & Mathematics Education*, 8(1).
- Hamarat, E. ve Arkan, A. (2018). 2023 Eğitim Vizyon Belgesi'nde gelecek becerileri. *Seta Perspektif*, 222.
- Harrison, R., Huizink, C., Sproat Clements, A. ve Torres Skkoumal, F. (2018). *MYP-4&5 standart düzey matematik ders kitabı*. Birleşik Krallık: Oxford University Press.
- Harrison, R., Huizink, C., Sproat Clements, A. ve Torres Skkoumal, F. (2018). *MYP-4&5 ileri düzey matematik ders kitabı*. Birleşik Krallık: Oxford University Press.
- Hersovics, N. ve Linchevski, L. (1994). A Cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27 (1), 59-78.
- http-1:** <https://www.gazeteduvar.com.tr/forum/2019/05/23/egitimde-yeni-sistem-uluslararasi-bakalorya-dincilikle-harmanlanmis> (Erişim tarihi: 06.10.2020).
- http-2:** <https://www.birgun.net/haber/meger-yok-e-bile-danismamis-257525> (Erişim tarihi: 06.10.2020).
- http-3:** <https://www.ibo.org/programmes/middle-years-programme/curriculum/mathematics/> (Erişim tarihi: 04/01/2022)
- IBO. (2014). IB MYP Mathematics Guide. https://www.spps.org/site/handlers/filedownload.ashx?moduleinstanceid=38372&dataid=21223&FileName=math_guide_2014.pdf
- IBO. (2017a). IB İlk Yıllar Programı. <https://www.ibo.org/globalassets/digital-toolkit/other-languages/pyp-programme-brochure-2017-tu.pdf>
- IBO. (2017b). IB Orta Yıllar Programı. <https://www.ibo.org/globalassets/digital-toolkit/other-languages/myp-programme-brochure-2017-tu.pdf>
- IBO. (2017c). IB Diploma Programı. <https://www.ibo.org/globalassets/digital-toolkit/other-languages/dp-programme-brochure-2017-tu.pdf>

- IBO. (2017d). IB Kariyer Odaklı Program. <https://www.ibo.org/globalassets/digital-toolkit/other-languages/cp-programme-brochure-2017-tu.pdf>
- IBO. (2017e). Daha İyi Bir Dünya İçin Eğitim. <https://www.ibo.org/globalassets/digital-toolkit/other-languages/corporate-brochure-2017-tu.pdf>
- IBO. (2017f). Evaluation of the IB Middle Years Programme Mathematics Skills Framework. <https://www.ibo.org/globalassets/publications/ib-research/myp/myp-mathematics-skills-framework-full-report-en.pdf>
- IBO. (2022a). IB MYP-1 Matematik Dersi Cebirsel İfade ve Denklemler Konusu Yıllık Planı [http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths/Unit%20planner Algebraic expressions and equations MYP1.pdf?region=international](http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths/Unit%20planner_Algebraic_expressions_and_equations_MYP1.pdf?region=international)
- IBO. (2022b). IB MYP-2 Matematik Dersi Cebirsel İfade ve Denklemler Konusu Yıllık Planı [http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths/Unit_planner Algebraic expressions and%20equations Y24 \(1\).pdf?region=international](http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths/Unit_planner_Algebraic_expressions_and%20equations_Y24_(1).pdf?region=international)
- IBO. (2022c). IB MYP-3 Matematik Dersi Doğrusal İlişkiler Konusu Yıllık Planı [http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths/Unit_planner Linear relationship Y33.pdf?region=international](http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths/Unit_planner_Linear_relationship_Y33.pdf?region=international)
- IBO. (2022d). IB MYP-3 Matematik Dersi Doğrusal Denklem Sistemleri Konusu Yıllık Planı [http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths/Unit_planner Linear Systems Y37.pdf?region=international](http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths/Unit_planner_Linear_Systems_Y37.pdf?region=international)
- IBO. (2022e). IB MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Dersi Denklik ve Eşitsizlikler Konuları Yıllık Planı http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths_standard/myp_math_standard_unit_03.pdf?region=international
- IBO. (2022f). IB MYP-4&5 Standart Düzey Matematik Dersi Örüntü ve Diziler Konusu Yıllık Planı http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths_standard/myp_math_standard_unit_07.pdf?region=international
- IBO. (2022g). IB MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Dersi Dağılım Grafikleri Konusu Yıllık Planı http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths_extended/myp_math_extended_unit_02.pdf?region=international
- IBO. (2022h). IB MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Dersi Eşitsizlikler Konusu Yıllık Planı http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths_extended/myp_math_extended_unit_03.pdf?region=international
- IBO. (2022j). IB MYP-4&5 İleri Düzey Matematik Dersi Diziler Konusu Yıllık Planı http://fdslive.oup.com/www.oup.com/oxed/international/online-content/myp_maths_extended/myp_math_extended_unit_07.pdf?region=international
- Kalafatoğlu, E. (2020). *Uluslararası Bakalorya eğitim felsefesine ilişkin öğretmen ve okul yöneticilerinin görüşleri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi: Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

- Karataş, Z. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, 1 (1), 62-80.
- Kart, M. & Şimşek, H. (2020). Türk Eğitim Sisteminde Değer Arayışı: Yenilenen (2017) İlköğretim Programları Hangi Değerleri Kazandırıyor? . *Değerler Eğitimi Dergisi* , 18 (40) , 9-44 . DOI: 10.34234/ded.623787
- Katz, V. and Barton, B. (2007). Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching. *Educational Studies in Mathematics*. 66, 185–201.
- Kaya, G. (2010), İlköğretim 6. sınıf fen ve teknoloji dersi maddenin tanecikli yapısı ünitesinin didaktiksel dönüşüm teorisine göre incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- Kaygısız, İ. (1997). Eğitim felsefesi ve Türk eğitim sisteminin felsefi temelleri. *Eğitim ve Yaşam*, 8, 5-15.
- Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. *Handbook of Research on Mathematical Teaching and Learning*, 390-419.
- Kieran, C. ve Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics*, 119, 139.
- Korkmaz, E., Tutak, T. ve İlhan, A. (2020). Ortaokul Matematik Ders Kitaplarının Matematik Öğretmenleri Tarafından Değerlendirilmesi. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (18), 118-128. DOI: 10.31590/ejosat.667689
- Köse, N. Y. ve Tanışlı, D. (2011). İlköğretim matematik ders kitaplarında eşit işareti ve ilişkişel düşünme. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5 (2), 251-277.
- Kurt, M. ve Duran, E. (2019). 2023 eğitim vizyonuna ilişkin öğretmen görüşleri. *Uluslararası Sosyal Bilgilerde Yeni Yaklaşımlar Dergisi (IJONASS)*, 3 (1), 90-106.
- Lacampagne, C., Blair, W. ve Kaput, J. (Ed.). (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assesment. The algebra initiative colloquium. 2, 237-242: C. Lacampagne.
- Lee, J. E. (2006). Teaching Algebraic Expressions to Young Students: The Three-day Journey of “ $a+2$ ”. *School Science and Mathematics*, 106(2), 98-104.
- Lee, J. E. (2006). Teaching algebraic expressions to young students: The three-day journey of “ $a+2$ ”. *School Science and Mathematics*, 106 (2), 98-104.
- Lee, L. (Ed.). (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. *Approaches To Algebra*. Kluwer Academic Pub., Netherlands, 87- 106. N. Bernardz.
- McNeil, N. M., Weinberg, A., Hattikudur, S., Stephens, A. C., Asquith, P., Knuth, E. J. ve Alibali, M. W. (2010). A is for apple: Mnemonic symbols hinder the interpretation of algebraic expressions. *Journal of Educational Psychology*, 102 (3), 625.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018b). Matematik dersi öğretim programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

- Milli Eğitim Bakanlığı Strateji Geliştirme Başkanlığı. (2018a). *2023 Eğitim Vizyonu Belgesi*. http://2023vizyonu.meb.gov.tr/doc/2023_EGITIM_VIZYONU.pdf (Erişim tarihi: 10.10.2020).
- Nakawa, N. (2020). Mathematics textbook analysis among the international baccalaureate middle year programme and mathematics 1 focusing on statistics. *The Journal of Research into IB Education*, 4, 51-60.
- Öztermiyeci, E. (2019). *Türkiye'de ulusal program ve uluslararası Bakalorya programı öğrencilerinin 21. yüzyıl becerilerine ilişkin algıları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Maltepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Parter, S. (1961). The use of linear graphs in Gauss elimination. *SIAM review*, 3 (2), 119-130.
- Pehlivan Polat, M. (2019). *Uluslararası Bakalorya diploma programının Türk okullarındaki uygulamalarında karşılaşılan sorunlar ve çözüm önerileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Rajson, L. (1988). L'analyse écologique des conditions et des contraintes dans l'étude des phénomènes de transposition didactique: trois études de cas (Yayınlanmamış doktora tezi). Marseille Üniversitesi.
- Sağlam Arslan, A. (2016). Didaktiğin Antropolojik Teorisi. E. Bingölbali; S. Arslan ve İ.Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 377-392). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Sağlam, R. (2012). *A comparative analysis of quadratics in mathematics textbooks from Turkey, Singapore, and the International Baccalaureate Diploma Programme*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- San, N. (1975). Analiz Dersleri, Atatürk Üniversitesi Yayınları, No:433, Ankara.
- Senk, S. L., Thompson, D. R. ve Wernet, J. L. (2014). Curriculum and achievement in Algebra 2: Influences of textbooks and teachers on students' learning about functions. *Mathematics curriculum in school education içinde* (pp. 515-540). Springer, Dordrecht.
- Sever, D., Baldan, B., Hamzaj, Y. A., Tuğlu, B. ve Kabaoğlu, K. (2018). Küreselleşme Sürecinde Eğitim Alanında Atılan Adımlar: Türkiye ve Eğitimde Başarılı Ülke Örnekleri. *İlköğretim Online*, 17 (3).
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives. *The Journal of Mathematical Behavior*, 14 (1), 15-39.
- Shen, C. Y. ve Tsai, H. C. (2009). Design principles of worked examples: A review of the empirical studies. *Journal of Instructional Psychology*, 36 (3), 238-244.
- Şahin, M. ve Doğan, S. (2021). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik ders kitabı 6. sınıf*. Ankara: Engürü Yayınları.

- Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. (2007). 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32 (32), 274-281
- Şengül, E. (2015). *Comparison of International Baccalaureate Primary Years Program and national curriculum program 4th grade student's misconceptions on the topic of fractions*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Şişman, M. (2020). *Eğitimde mükemmellik arayışı*. (6.baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Takeuchi, H. ve Shinno, Y. (2020). Comparing the lower secondary textbooks of Japan and England: A praxeological analysis of symmetry and transformations in geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18 (4), 791-810.
- Tarr, J. E., Chávez, Ó., Reys, R. E. ve Reys, B. J. (2006). From the written to the enacted curricula: The intermediary role of middle school mathematics teachers in shaping students' opportunity to learn. *School Science and Mathematics*, 106 (4), 191-201.
- Tavşan, S. (2020). 6. Sınıf Öğrencilerinin Verilen Cebirsel İfadeleri Uygun Sözel İfadelere Dönüştürebilme Becerilerinin İncelenmesi . *Ondokuz Mayıs University Journal of Education Faculty* , Volume: 39 Issue: Special , 275-288 . Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/omuefd/issue/53756/681504>
- Tekin Sitrava, R. (2017). Matematik öğretmen adaylarının cebirsel ifadeler ve denklemlere ilişkin kavram imajları. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 6 (2), 249-268. DOI: 10.30703/cije.331098
- Tsamir, P. ve Bazzini, L. (2004). Consistencies and inconsistencies in students' solutions to algebraic 'single-value' inequalities. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35 (6), 793-812.
- Turgut, S. ve Temur, Ö. D. (2017). Erken cebir öğretim etkinliklerinin ilkökul dördüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına etkisi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6 (1), 1-31.
- Türk Dil Kurumu, (2022). Güncel Türkçe Sözlük. (9 Ocak 2022 tarihinde Web: <http://www.tdk.gov.tr> adresinden alınmıştır)
- Uysal, R. ve İncikabı, L. (2018). Son dönem matematik dersi öğretim programlarının genel amaçları üzerine bir araştırma. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 37 (1), 223-247. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/omuefd/issue/35216/358121>
- Ünsal, K. (Haziran, 2016). Mesleki Yeterlilik Kurumu (MYK). Ulusal Yeterlilik Sistemi. <https://slideplayer.biz.tr/slide/11947486/>
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. ve Houang, R. T. (2002). According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbook. Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers.

- Van Dooren, W., Verschaffel, L. ve Onghena, P. (2002). The impact of preservice teachers' content knowledge on their evaluation of students' strategies for solving arithmetic and algebra word problems. *Journal for Research in mathematics education*, 319-351.
- van Oord, L. (2007). To westernize the nations? An analysis of the International Baccalaureate's philosophy of education. *Cambridge Journal of Education*, 37 (3), 375-390.
- Vatansever, E. (2019). *Millî Eğitim Bakanlığı ilkokul 2. sınıf öğretim programları ile uluslararası bakalorya ilk yıllar programının karşılaştırılmalı değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14 (3), 293-305.
- Weber, D., Kunkel, T., Harrison, R. ve Remtulla, F. (2018). *MYP-3 matematik ders kitabı*. Birleşik Krallık: Oxford University Press.
- Weber, D., Kunkel, T., Martinez, A. ve Shultis, R. (2018). *MYP-2 matematik ders kitabı*. Birleşik Krallık: Oxford University Press.
- Weber, D., Kunkel, T., Simand, H. ve Medved, J. (2018). *MYP-1 matematik ders kitabı*. Birleşik Krallık: Oxford University Press.
- Wijayanti, D. ve Winslow, C. (2017). Mathematical practice in textbooks analysis: Praxeological reference models, the case of proportion. *REDIMAT*, 6 (3), 307-330.
- Yaman, H., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24 (24).
- Yaşatürk Midilli, Ü. (2021). *Uluslararası Bakalorya Diploma Programı ve Millî Eğitim Bakanlığı programı öğrencilerinin farklı değişkenler bakımından karşılaştırılması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Yavuz, A. (2009). Problem çözümlerine prakseolojik yaklaşım. *Türkiye Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 13 (2), 93-106.
- Yıldız, P. (2020). Ortaokul matematik öğretmenlerinin cebirsel ifadelerle işlem sürecine ilişkin alan bilgilerinin sınıf içi gözlem ve görüşme yoluyla incelenmesi. *Turkish Studies-Educational Sciences*, 15 (1), 431-442.
- Yurtseven Avcı, Z. & Seçkin Kapucu, M. (2020). Öğretmen adaylarının bilimsel hikâye oluşturma sürecinin Türkiye yeterlilikler çerçevesi kapsamında incelenmesi. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 10 (2), 887-909. DOI: 10.18039/ajesi.738031

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Lale GÜLER

Doğum Yeri ve Yılı :

Eğitim ve Mesleki Geçmişi:

- 2020, Matematik Öğretmeni, Sancaktepe Hüseyin Tolgacan Sipahi Ortaokulu
- 2019, Necmettin Erbakan Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü, Lisans Programı

Yayımları ve/veya Bilimsel/Sanatsal Faaliyetleri:

- Özdemir Erdoğan, E., Güler, L. “Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Oran ve Orantı Konusunun Prakseolojik Analizi”, 2nd International Conference on Science, Mathematics, Entrepreneurship and Technology Education (online), 385, Bursa, 2020.
- Özdemir Erdoğan, E., Güler, L. “Ortaokul Matematik Ders Kitaplarında Denklemler ve Eşitsizlikler”, VII. International Eurasian Educational Research Congress (online), Eskişehir, 2020.

Ödülleri:

- 2020, Başarı Belgesi, Sancaktepe Kaymakamlığı