1.-4. SINIF MATEMATİK DERS KİTAPLARININ CEBİRSEL DÜŞÜNMEYİ DESTEKLEMESİ BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Yüksek Lisans Tezi

Emine SOYCAN

Eskişehir, 2023

1.-4. SINIF MATEMATİK DERS KİTAPLARININ CEBİRSEL DÜŞÜNMEYİ DESTEKLEMESİ BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Emine SOYCAN
20557914766

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı
Danışman: Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

Eskişehir
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Mart 2023

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

ÖZET

1.-4. SINIF MATEMATİK DERS KİTAPLARININ CEBİRSEL DÜŞÜNMEYİ DESTEKLEMESİ BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

Emine SOYCAN

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mart, 2023
Danışman: Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

Yapılan bu araştırma ile Milli Eğitim Bakanlığı'nın yayınladığı 1-4. sınıf matematik ders kitaplarının cebirsel düşünmeyi nasıl desteklendiğine yanıt aranmıştır. Araştırmanın verilerinin toplanmasında doküman incelemesi yaklaşımı kullanılmış, sadece sayılar öğrenme alanındaki içerikler ele alınmıştır. Veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Araştırma sonunda ders kitaplarındaki içeriklerin cebirsel düşünme bileşenlerinden "Aritmetiği Genelleme" bileşeninde temel işlem özelliklerine yer verildiği ancak ilişkisel anlamı vurgulayıcı içeriğin zayıf kaldığı görülmüştür. Ayrıca değişkenin bilinmeyen anlamına sıkça yer verilirken değişen nicelik anlamına yer verilmediği tespit edilmiştir. Ders kitaplarına "Fonksiyonel Düşünme" bağlamında bakıldığında öğrencilere fonksiyonel ilişki kurabilmelerine olanak verecek içeriğin yetersiz kaldığı görülmüştür. "Modelleme/Problem Çözme" bileşeni ele alındığında ise problem çözmede genellikle işlemlere odaklanıldığı, içeriklerin niceliksel muhakemeyi desteklemesi açısından yeterli olmadığı ve matematiksel modellemeye hiç yer verilmediği belirlenmiştir. Ayrıca bu görev ve etkinliklerin öğrencilere hazır olarak sunulduğu, öğrencilerin genellemeleri keşfetmeleri ve ifade etmelerine olanak sağlayan durumlara büyük ölçüde yer verilmediği görülmüştür. Ayrıca ders kitaplarında temsil kullanma becerilerinin gelişimine olanak sağlayan içeriklerin yer aldığı ancak temsilleri ilişkilendirmede içeriğin yeterli olmadığı da belirlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Cebirsel düşünme, Genelleme, Fonksiyonel düşünme, Matematiksel modelleme, Matematik ders kitapları

ABSTRACT

THE EXAMINATION OF 1^{st}-4^{st} GRADE COURSEBOOKS IN CONTEXT OF ALGEBRAIC THINKING

Emine SOYCAN

Department of Mathematics Education
Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, March, 2023
Supervisor: Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

In this study, it is questioned that how 1^{st}-4^{th} grade Mathematics coursebooks support algebraic thinking. Document analysis approach, which is one of the qualitative research methods, is used to collect the data of the study. While examining the coursebooks published by the ME, the content in the field of learning numbers is discussed. A conceptual framework previously created by two experts is used in the analysis of the data. At the end of the research, it is seen that basic process features are included in “Generalizing Arithmetic”, one of the algebraic thinking components of the tasks and activities in the coursebooks. However, content emphasizing relational meaning is weak. In addition, it is determined that the meaning of the variable's changing quantity is not included while the unknown meaning of it frequently is. As the coursebooks are examined in the context of “Functional Thinking”, which is one of the algebraic thinking components, it is seen that they are insufficient in presenting them in a way that allows them to establish functional relationships. When the “Modeling/Problem Solving” component is considered, it has been seen that numerical value is generally focused on in problem solving. However, it is not sufficient to support quantitative reasoning and mathematical modeling is not included at all. Moreover, it was seen that the generalization situations in these tasks and activities were presented to the students ready-made. However, the situations that allowed the students to discover and express the generalizations were not included to a large extent. Furthermore, it has been confirmed that there are content in the coursebooks that allow the development of representation skills, but representations are not sufficient for associating.

Keywords: Mathematics education, Algebraic thinking, Generalization, Functional thinking, Mathematical modeling, Mathematics coursebooks

ÖNSÖZ

Mesleğimi daha iyi icra edebilmek ve öğrencilerime daha faydalı olabilmek adına alınacak daha çok yolum olduğunu bilmekle beraber;

yüksek lisans eğitimim boyunca ilminden ve tecrübelerinden yararlandığım, bana öğretmeyi öğreten, süreç boyunca sabırla her ihtiyacım olduğunda bana yol gösteren, desteğini her daim hissettiğim değerli öğretmenim, tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Dilek TANIŞLI'ya,

tez jürimde yer alarak çalışmamı detaylı bir biçimde okuyan, yapıcı eleştirileri ile bana yol gösteren, görüş ve önerileri ile tezime önemli katkılarda bulunan, değerli öğretmenlerim Prof. Dr. Aytaç KURTULUŞ ve Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE'ye sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

"If I have seen further it is only by standing on the shoulders of giants."

Emine SOYCAN

Eskişehir, 2023

16/01/2023

ETİK İLKE VE KURAMLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalardan bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı"yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" bayan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

Emine SOYCAN

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

KISALTMALAR DİZİNİ

cm : Santimetre

km : Kilometre

LGS : Liselere Geçiş Sistemi

m : Metre

mm : Milimetre

TL : Türk Lirası

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics

PISA : Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment)

1. GİRİŞ

Aşağıdaki bölümde problem durumu, problem cümlesi, alt problemler, amaç ve önem, tanımlar ve sayıltılar yer almaktadır.

1.1. Problem Durumu

Matematik okullarda okutulan bir ders olmanın ötesinde, okul dışında da düşünme, muhakeme ve bu bağlamda neden sonuç ilişkisi kurma, varsayımlarda bulunma ve problem çözme gibi birçok beceriyi geliştirmesi açısından yaşamı kolaylaştıran bir disiplindir. Buna karşın matematik öğrenciler tarafından zor olarak nitelendirilen derslerden biridir. Öğrencilerde birçok beceriyi geliştiren ve yaşamı kolaylaştıran bu dersin daha iyi öğrenilmesini sağlayabilmek için öğrencilerin güçlük çektiği konulara, kavramlara ya da öğrenme alanlarına odaklanmak yerinde olacaktır ki bu alanlardan biri de cebirdir.

Akkaya ve Durmuş (2006), matematik ve öğretiminde cebirin önemli bir yere sahip olduğunu ve cebirin genel olarak, sayı ve semboller kullanarak eldeki incelenen ilişki veya ilişkileri genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren bir matematik dalı olduğunu belirtmişlerdir. Cebir birçok araştırmacı tarafından farklı şekillerde ifade edilmiştir. Örneğin Sfard'a göre (1995) cebir, genelleştirilmiş hesaplama süreçleriyle ilgili her türlü matematiksel çabadır. "Sayılarla aritmetiği, şekillerle geometriyi öğrenen öğrenciler semboller ve harfler kullanarak cebire giriş yaparlar. Cebirde, aritmetikte olduğu gibi sadece bir ya da birkaç sayıyı değil bütün sayıları, sayı kümelerini düşünmek gerekir (Palabıyık ve İspir, 2011, s. 112)". Kieran (2014), cebirin yıllar içerisinde harf-sembol ve sembol manipülasyon görüşünden çoklu temsiller, gerçekçi problem bağlamları ve teknolojik araçların kullanımını içeren bir bakış açısına geçtiğini ifade eder. Cebir; problem çözmeyi, modellemeyi, genelleştirilebilir modellerle çalışmayı, gerekçelendirmeyi ve kanıtlamayı, tahmin ve varsayımlarda bulunmayı, fonksiyonel durumlarda değişimi incelemeyi ve ilişkiler veya yapıları aramayı içerir. Dede ve Argün (2003, s. 180) ise cebirin; bir dil, bir problem çözme ve düşünce aracı, bir okul dersi şeklinde işlevlerini belirtmişlerdir. Ayrıca cebirin farklı işlevlerinin var olması nedeniyle cebir tanımının da çeşitlilik gösterdiğini ifade etmişlerdir. Kaput'ta (2000), cebir öğretiminin iyileştirilebilmesi için cebirin farklı alanlarla derin ve çeşitli bağlantılarına önem vermemiz gerektiğini, geleneksel okul cebirinin öğretimde yetersiz kaldığına ve cebir ile fonksiyon arasındaki bağın önemli olduğunu ifade etmiştir.

Cebir tanımı tarihsel süreçte değişim ve gelişim gösterirken cebirsel düşünmeyi de içine alacak şekilde genişletilmiştir. Her ne kadar cebir tanımında cebirsel düşünmeden yararlanılsa da cebirsel düşünme cebirden çok daha geniş bir anlama sahiptir. Bağdat (2013) ve Çelik'e (2007) göre cebirsel düşünme üç temel beceriden oluşmaktadır. Bunlar; genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanmadır. Gülpek'e göre (2006) cebirsel düşünme; bilinmeyenler üzerine düşünme, büyüklükler arasındaki ilişkiyi formülleştirme ve genelleştirme ve 'değişken' kavramının gelişimi gibi zihinsel gelişimleri ifade eder. Nitekim cebirin öğrenilmeye başlandığı 12–14 yaşlarından itibaren öğrencilerin matematiği öğrenmede karşılaştıkları güçlükler artmakta, bu durum öğrencilerin akademik başarısını ve duyuşsal gelişimini olumsuz yönde etkilemektedir (Ersoy ve Erbaş, 2005).

Öğrenciler cebir öğrenirken birtakım güçlükler yaşamaktadır (Dede ve Argün, 2003, 181; Ersoy ve Erbaş, 2005, s. 21; Ubuz ve Sarpkaya, 2014, s. 595). Öğrencilerin cebiri anlamlı öğrenmeleri; farklı ortamlara bilgiyi transfer edebilmeleri, kavramlar arası ilişkileri oluşturabilmeleri, cebirsel düşünebilme ve muhakeme edebilmeleri, öğrenme alanları arasında etkileşim kurabilmeleri, çeşitli durumlardaki değişimi analiz edebilmeleri ile edindikleri kazanımları çeşitli temsil biçimlerine dönüştürebilmeleriyle yakından ilgilidir. Cebir konularının öğretilmesinde seçilen öğretim yöntemleri cebirsel düşünme ve muhakeme etme becerilerinin anlamlı olarak ve yaşam boyu gelişimine olanak sağlar (Kaya ve Keşan, 2017, s. 3-4). Aynı şekilde cebirsel düşünme de cebirin anlaşılmasını kolaylaştırır.

Öğrenciler 6. sınıfta değişken kavramıyla birlikte formal anlamda cebir ile tanışmaktadır. Bu tanışmada erken yaşlardan itibaren cebirsel düşünmesi yeterli seviyede gelişmemiş olan öğrenciler formal cebiri anlamada yetersiz kalabilmekte bu nedenle de cebiri anlamak yerine sembol ve kurallar dizini olarak görebilmektedir. Bu durumun oluşmasının engellenmesi için öğrencilerin erken dönemde cebirsel düşünmesinin gelişmesi gerekmektedir. Cai ve Knuth (2005, s.1) önceki sınıflarda cebirsel fikirleri geliştirmenin yolu olarak, geleneksel ortaokul cebir öğretim programını ilkokul matematik öğretim programına itmek olmadığını belirtmişlerdir. Ayrıca önceki sınıflarda cebirsel fikirlerin geliştirmesi için, aritmetiğin nasıl öğretilmesi gerektiğinin temelde yeniden düzenlenmesi ve aritmetikten cebire geçişi öğrenciler için zorlaştıran çeşitli faktörlerin daha iyi anlaşılmasını gerektirdiğini vurgulamışlardır.

Araştırmacıların da vurguladığı gibi erken yaşlardan itibaren cebirsel düşünmenin gelişiminin sağlanması sonraki öğrenim süreçleri için oldukça önemlidir. Cebirsel düşünmenin gelişiminin sağlanması için ilkokul öğretmenlerin erken cebiri destekleyici öğrenme ortamları oluşturmaları gereklidir. Bu bağlamda öğretmenlere yol gösterici önemli araçlardan biri ilkokul matematik ders kitaplarıdır. Ders kitapları öğretmenlerin birincil kaynağı olup öğrenme ortamları tasarlamada rehber olacak niteliktedir. Bu nedenle İlkokul matematik ders kitaplarının cebirsel düşünmeyi destekleyip desteklemediği ve destekliyorsa hangi etkinliklerle ne şekilde desteklediğinin belirlenmesi büyük önem arz etmektedir. Ayrıca alanyazın incelendiğinde ilkokul matematik ders kitaplarının cebirsel düşünmeyi desteklemesi bağlamında yapılan herhangi bir çalışmanın olmayışı da bu çalışmanın yapılmasında etkili olmuştur.

1.2. Amaç

Araştırmanın genel amacı, Millî Eğitim Bakanlığı onaylı 1.-4. sınıf matematik ders kitaplarında sayılar öğrenme alanlarında yer alan etkinliklerin/örneklerin/içeriklerin cebirsel düşünme becerisini nasıl desteklediğini belirlemektir. Bu genel amaç kapsamında aşağıdaki araştırma problemlerine yanıt aranmıştır:

1. 1. ve 4. sınıf matematik ders kitaplarında cebirsel düşünme becerisinin bileşenlerinden olan temel cebirsel fikirlere (aritmetiği genelleme, fonksiyonel düşünme, modelleme) nasıl yer verilmektedir?
2. 1. ve 4. sınıf matematik ders kitapları cebirsel düşünme becerisinin bileşenlerinden olan matematiksel düşünme araçlarını (temsil becerileri, muhakeme becerileri) nasıl desteklemektedir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Soyut düşünme gerektiren cebir matematik dersinin öğrenilmesi güç olan öğrenme alanlarından biridir. Öğrenciler cebir öğrenme alanındaki konuları/kavramları öğrenmede güçlük yaşamaktadır. Cebir öğretimindeki güçlüklerden biri de öğrencilerin cebirsel sembolleri anlamlandıramamaları nedeniyle yapılan işlemleri ezberlemeleridir. Erken yaşlardan itibaren kazanılacak cebirsel düşünme becerisinin öğrencilerin cebirsel kavramları daha kolay anlamlandırabilmelerini daha iyi öğrenebilmelerini sağlayabileceği, aynı zamanda oluşabilecek kavram yanılgılarının da önüne geçilebileceği söylenebilir. Bu nedenle hem öğretmene yol gösteren hem de öğrencilerin birebir çalışmasını sağlayan matematik ders kitapları cebirsel düşünmeyi destekleme açısından çok önemli bir görev üstlenmektedir. Ülkemizde 2003-2004 eğitim ve öğretim yılından itibaren öğrencilere ücretsiz olarak dağıtılan ve EBA platformundan rahatlıkla ulaşılabilen kitaplar öğretmen ve öğrencilerin en kolay ulaşabildiği ve en çok kullanılan materyal olmaları kitapların bu önemini daha da arttırmaktadır. Bu nedenle ilkokul matematik ders kitaplarının erken cebiri desteklemesi bağlamında incelenmesi bir gereklilik olarak karşımıza çıkmaktadır. Matematik ders kitaplarındaki içeriklerin cebirsel düşünme gelişimini desteklemesinin incelenmesi içeriklerin nasıl ele alındığına yönelik var olan durumun ortaya konulması, yer verilmediği sonucuna ulaşıldığı takdirde bu eksikliğin nasıl giderilebileceğine dair önerilerin sunulması ileriki yıllarda hazırlanacak ya da yeniden düzenlenecek olan ders kitaplarının yazımına rehberlik etmesi açısından da araştırma ayrı bir öneme sahiptir. Bu nedenle araştırmanın hem Türkiye’deki matematik eğitimi açısından hem de uluslararası karşılaştırmaların yapılabilmesi açısından araştırmanın ayrıca önemli olduğu da söylenebilir.

Son zamanlarda erken cebir üzerine yapılan çalışmalar artmış olmasına karşın okul kitaplarının cebirsel düşünmeyi desteklemesi açısından ulusal alanyazında çalışma bulunmamaktadır. Bu nedenle bu çalışmanın alanyazındaki araştırma birikimine katkı getirmesi ve ileriki yıllarda yapılacak çalışmalara örnek teşkil etmesi beklenmektedir. Bu çalışma sayesinde öğretmenlerin okullarda kullandıkları ders kitaplarının cebirsel düşünmeyi hangi alt başlıklarda yansıttığı ya da yansıtmadığı belirlenecektir. Ayrıca bu çalışmanın matematik ders kitaplarında cebirsel düşünme becerisinin yansıtılması ile ilgili bir eksiklik varsa giderilmesi açısından öncülük etmesi beklenmektedir.

1.4. Kavramsal Çerçeve

1.4.1. Cebir

Cebir; incelenmekte olan ilişki veya ilişkileri sayı ve sembollerden yararlanarak genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren matematik dalıdır (Akkaya ve Durmuş, 2006, s. 1). Cebirin temelleri Ebû Ca'fer Muhammed bin Mûsâ el-Hârizmî (El-Harezmî) tarafından "El’Kitab’ül-Muhtasar fi Hısab’il Cebri ve’l-Mukabele” (Cebir ve Denklem Hesabı Üzerine Özet Kitap) isimli eserinde ortaya atılmıştır. Cebir sözcüğü bu eserden gelmektedir ve bu eserde cebirin denklem çözme ile ilişkisi vurgulanmış, tanımı yapılırken de bu ilişkiden yararlanılmıştır. Cebir alanında yaptığı çalışmalardan dolayı

Harezmî'ye cebirin atası ve kurucusu denilirken eseri doğu ve batının ilk müstakil cebir kitabı olmuştur. Harezmî'den sonra cebir alanında da değişim ve gelişimler olmuş, bu durum cebir tanımına da yansımıştır. Bir başka önemli matematikçi olan Euler de çalışmasında cebirden bahsetmiştir. Maclaurin'e göre (1748'den aktaran Katz ve Barton, 2007, s. 185) Leonhard Euler, 1770 tarihli kendi cebir metninde cebir tanımını "Bilinen niceliklerle bilinmeyen niceliklerin nasıl belirleneceğini öğreten bilim." şeklinde açıklama yapmıştır.

Dünyanın daha iyi algılanabilmesini sağlaması açısından önemli bir araç olan cebir (Kaya ve Keşan, 2017), farklı araştırmacılar tarafından farklı şekillerde ifade edilmiştir. Örneğin, Sfard (1995) için cebir; genelleştirilmiş hesaplamalar bilimidir ve genelleştirilmiş hesaplama süreçleriyle ile ilgili her türlü matematiksel çabaya denir. Kieran' a (1992'den aktaran Akkaya ve Durmuş, 2006, s. 1) göre ise cebir; harflerle nicelikleri temsil etmenin yanında sembollerle hesaplama yapmayı da mümkün kılar ve en basit şekilde aritmetik işlemlerde sayılar yerine sembollere yer verilerek değişik ve basit çözüm yollarının ortaya konulmasıdır. Cebir; yapı, bağıntı ve nicelik üzerine uğraşır ve bilinmeyen değerlerin, simge ve harflerle betimlenerek kurulan denklemlerle bulunması ya da bilinmeyenlerin arasındaki bağıntının bulunması temeline dayanır (Yenilmez ve Avcu, 2009, s. 38). Usiskin'e göre (1997'den aktaran Kaya ve Keşan, 2017) de cebir; nicel ilişkilerin analizinde, problemlerin çözümünde, modelleme yapmada, temsiller için gerekli araçsal dili sağlamada ve genellemeleri belirtmede önemli görev üstlenir ve bileşenleri formüller, örüntüler, bilinmeyenler, yer tutucular ve ilişkilerdir.

Kieran (2014) cebirin, zamanla kuralların ezberlendiği ve denklem çözme stratejilerinin uygulandığı bir alan olarak görülmekten çıkarak harf-sembol ve sembol manipülasyonu görüşünden çoklu temsiller, gerçekçi problem kurma ve teknolojik araçların kullanımını içeren bir bakış açısına geçtiğini ve cebir kavramının, öğrencilerin çok sayıda faktörü ve kaynağı hesaba katan bir perspektiflerle yaklaşmaları gereken bir alan olduğunu ifade etmiştir. Cebir, bir araç olarak kullanılabilir, ancak cebire özel olmayan problem çözme, modelleme, genelleştirilebilir modellerle çalışma, gerekçelendirme ve kanıtlama, tahmin ve varsayımlarda bulunma, fonksiyonel durumlarda değişimi inceleme ve ilişkiler veya yapıları arama gibi uygulamaları da içermektedir. Bu uygulamalar harf-sembolik cebir kullanmadan gerçekleştirilebilecek uygulamalardır. Katz ve Barton (2007) göre de cebir, genel bir ifadeyle genelleştirilmiş aritmetiktir. Ancak birçok konuyu içermektedir. Bu konular; işaretli sayıların aritmetiği, doğrusal denklemlerin çözümleri, ikinci dereceden denklemler ve doğrusal ve/veya ikinci dereceden denklem sistemleri ve çarpanlara ayırma ve üs kuralları dâhil olmak üzere polinomların manipülasyonu, matrisler, fonksiyonlar ve grafikler, konik bölümler ve hatta gruplar ve halkalardır.

Birçok araştırmacının da ifade ettiği gibi, cebir birçok tanıma sahip olduğu gibi birçok işleve de sahip olmasından dolayı ilgi çekicidir. Dede ve Argün'a göre (2003, s. 180) cebirin birçok işlevinin olması cebirin birçok tanıma sahip olmasının nedeni olarak açıklanmaktadır. Onlara göre cebir bir dildir, bir problem çözme aracıdır, bir düşünce aracıdır, bir okul dersidir. Kaya (2018) ise birçok araştırmacının cebir için farklı tanım/tanımlama yapma sebebini; cebirin dokuzuncu yüzyılda ayrık parçaların bir araya gelmesi şeklinde tanımlanırken günümüzde birleştirici rolü ile kronolojik bir serüven izlemesi şeklinde ifade etmiştir.

1.4.2. Cebirsel düşünme

Yaşamın içinde ve matematiğin her alanında cebirin kullanışlılığının keşfedilmesi, cebirsel düşünmeyi önemli bir düşünce seti haline gelmesini sağlamıştır (Nurhayati, Herman ve Suhendra, 2017). Cebirsel düşünme cebir ile ilişkili olmakla beraber cebirden çok daha geniş ve farklı bir anlama sahiptir (Cai, 2005; Çelik, 2007). Hatta Freudenthal (1977, s. 193-194) çalışmasında cebirin okul cebirinden yani lineer ve ikinci dereceden denklemlerin çözümünden daha geniş bir anlama sahip olması gerektiğini ve bağlantıları, çözüm yöntemlerini ve genel bir şekilde dâhil olan teknikleri betimleme yeteneği en önemli özelliklerinden olan cebirsel düşünmeyi de içine alacak şekilde anlamının genişletilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Nitekim Gürbüz (2021, s. 13-21) cebirsel düşünme için, cebir kavramlarının öğrenimi için gerekli soyut düşünmenin kazandırılmasının ötesidir şeklinde açıklama yapmıştır. Cebirsel düşünme, bireyin karşılaştığı bir problem üzerinde düşünmesine, tahmin- varsayım geliştirmesine ve çözüm yolu üretmesine yönelik zihinsel eylemler bütünüdür. Cebirsel düşünme, cebirsel yapıların ve ilişkilerin anlamlandırılarak kullanılmasını, bu ilişkilere odaklanılmasını ve ilişkilerde genellemelere ulaşılmasını içerir.

Cebir alanındaki bilgi ve beceriler arttıkça cebirsel düşünme becerisinde de gelişim gözlenmektedir. Öyleyse akıllara cebirsel düşünmenin ne olduğu sorusu gelir. Cebirsel düşünme "nicel durumları göstererek değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale getirebilme kapasitesi" şeklinde tanımlanabilir (Driscoll, 1999'dan aktaran Yenilmez ve Teke, 2008,

s. 231). Bu noktada cebirsel düşünme üzerinde daha detaylı durmak yerinde olacaktır. Bu nedenle bazı araştırmacıların cebirsel düşünme ile ilgili tanımları aşağıda verilmiştir.

Cebirsel düşünme, matematiksel düşünme araçlarını ve cebirsel içeriği birleştiren, yani cebirsel içeriğin fikirlerini anlamak için muhakeme, problem çözme vb. matematiksel düşünme araçlarını kullanan matematiksel düşünmenin bir parçasıdır (Kamol, 2005). Cebirsel düşünmenin içerisinde birçok matematiksel beceriyi bulundurmakla birlikte fonksiyonel düşünme ve genelleştirilmiş aritmetik yaklaşımları ile yakından ilgili olan nicelikler arasındaki ilişkileri belirleme, farklı temsilleri kullanma, harfli sembollerin anlamı ve kullanımı, eşittir işaretinin anlamı ve kullanımı, genelleme yapma, işlemlerin tersi gibi kavramlarla bağlantılı olduğu söylenebilir (Türkoğlu, 2017, s. 8). Bağdat'a göre (2013) cebirsel düşünme; genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu temsillerden yararlanma olmak üzere üç temel beceriden oluşmaktadır. Cebirsel düşünme; farklı durumları analiz etmek için eldeki durumlardan bilgi çıkarımında bulunurken, bu bilgiyi matematiksel olarak kelimelerle, diyagramlarla, tablolarla, grafiklerle ortaya koyarken, eşitlik çözerken, önermeleri kontrol ederken ve fonksiyonel ilişkileri incelerken matematiksel sembol ve araçların kullanımıdır (Herbert ve Brown, 1997, s.123-124). Kaput'a göre (1999'dan aktaran Türkoğlu, 2017, s. 7) örüntülerle genelleme yapma, matematiksel ilişkilerle genelleme yapma, varsayımlarda bulunma ve bunları formal dil ile ifade etme süreci cebirsel düşünmedir.

En geniş anlamıyla cebirsel düşünme, olayları açıklamak ve önsezi için bilgi veya olayları matematik diline çevirerek dünyayı yorumlamak amacıyla ihtiyaç duyulan anlama serilerini kapsar ve soyut düşünmenin gelişimini sağlar (Lawrence ve Hennessy, 2002). Cebirsel düşünme öğrencileri, demokratik toplum anlayışına uyum sağlamalarını ve cebirde daha başarılı olmalarını sağlayacak olan eleştirel düşünme becerileriyle hazırlanacak matematik öğretimi ve öğrenimi için her şeyi içine alan bir ifade haline gelmiştir (Kriegler, 2004, s. 1).

1.4.3. Erken cebir

Cebir ve cebirle ilgili matematik konularında gözlenen başarısızlık cebir öğretimi için yeni adımları gerekli kılmış ve öğretimine erken yaşlardan itibaren (early algebra) cebirsel düşünme becerisinin gelişiminin sağlanmasıyla cebir öğretimindeki başarısızlıklar giderilmeye çalışılmıştır (Kaput, James, Blanton ve Maria, 2000 ; Kaput, 2008; Venenciano, Yagi, Zenigami ve Dougherty, 2019). Öğretim programlarına cebirsel düşünmeyi, geliştirici etkinliklerin eklenmesi öğrencilerin daha sonra cebir ve ileri matematikte yaşayacakları problemlerin daha rahat çözmelerini sağlayabilir (Türkmen ve Tanışlı, 2019, s. 367). Elbette ilkokulda cebirsel fikirleri geliştirmenin yolu geleneksel ortaokul cebir öğretim programına itmek yerine ilkokulda cebirsel fikirler geliştirmeyi ve aritmetikten cebire geçişi öğrenciler için zorlaştıran çeşitli faktörlerin daha iyi anlaşılmasını gerektirir (Cai ve Knuth, 2005). İlkokulda cebirsel düşünme, harf-sembolik cebirin bir araç olarak kullanılabileceği ancak cebire özel olmayan ve herhangi bir harf-sembolik cebir kullanılmadan uygulanabilecek etkinlikler içinde nicelikler arasındaki ilişkileri analiz etme, yapıyı fark etme, değişimi inceleme, genelleme, problem çözme, modelleme, gerekçelendirme, kanıtlama ve tahmin etme gibi düşünme yöntemlerinin geliştirilmesini içerir (Kieran, 2004, s. 149).

Erken cebir, daha sonraki öğrenmelere temel oluşturması nedeniyle genç öğrencilerin ustalaşması gereken, cebirin ilkelerine ve temsillerine odaklanır (Carraher ve Schliemann, 2014, s. 193). Stephens vd. (2017) göre cebir öncesi, cebirsel düşünmenin temeli olarak aritmetik çalışmalarında ve günlük deneyimlerinde gördükleri örüntüler ve ilişkiler hakkında sezgisel ve informal muhakeme yollarını inşa etmeleri için gerekli zaman ve mekânın sağlandığı bir yaklaşımdır. Cebir öncesi cebirsel düşünmenin temellerini oluşturarak cebir öğretiminde ortaya çıkabilecek problemlerin engellenmesinde (Turgut ve Temur, 2017; Stephens, Fonger, Strachota, Isler, Blanton, Knuth ve Gardiner, 2017) ve cebir başarısını arttırmada (Cai ve Knuth, 2005) önemli bir yere sahiptir (Stephens, Fonger, Strachota, Isler, Blanton, Knuth ve Gardiner, 2017; Hersovics ve Linchevski, 1994).

İşlem yapmakta iyi olan birçok öğrenci cebir fikirleri için iyi bir sezgisel temel oluşturamaz, sembolleri anlayamaz ve semboller üzerinde anlamsız işlemler yapar. Bu öğrenciler aritmetikte başarılı olmalarına karşın cebirde başarılı olamazlar bu yüzden aritmetik ile cebir arasında köprü kurulmalıdır (Hersovics ve Linchevski, 1994, s. 59-60). Akkan, Baki ve Çakıroğlu'na (2011, s. 818-819) göre aritmetik ve cebir arasındaki farklılıklardan kaynaklanan engellerin ve güçlüklerin giderilmesinde aritmetikten cebire geçiş kuşağı olan "cebir öncesi" kuşağı önemlidir ve cebir öncesi aritmetik ile cebir arasındaki köprüdür. Yapılan araştırmaların öğrencilerde cebirsel düşüncenin erken sınıflardan itibaren gelişmeye başladığını göstermesi (Cai ve Knuth, 2005; Türkmen ve Tanışlı, 2019) erken cebirin gerekliliği konusunda önemli bir bilgidir.

Alanyazında öğrencilerin aritmetik bilgilerinden yararlanarak cebir bilgilerini inşa ettikleri üzerine birçok araştırma mevcuttur (Hersovics ve Linchevski, 1994; Linchevski, 1995; Linchevski & Livneh, 1999). Goodson-Espy (1998) cebir öğretimi üzerine yaptıkları çalışmalarda sıklıkla aritmetik kavramlara dayanan cebirsel sembolizmin öğrenci yorumlarıyla karşılaşmış ve aritmetikten cebire geçişin öneminden bahsetmiştir. Aritmetik ve cebir matematiğin iki farklı alanı olmakla birlikte bu alanların keskin sınırlarla birbirinden ayrıldığı söylenemez (Turgut ve Temur, 2017, s.2). Cebir aritmetikten köklerini almakta ve güçlü bir aritmetik temele dayanmakta iken aritmetikte sembolleştirme, genelleştirme ve cebirsel düşünme için gerektiğinden fazla fırsatlar sunmaktadır (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011, s. 818).

1.4.4. Erken cebirde temel bileşenler

Bu çalışmada alanyazında (Kriegler, 2007; Kaput, 2008; Chimoni, Pitta-Pantazi ve Chiristou, 2018) cebirsel düşünme üzerine gerçekleştirilen araştırma sonuçlarına dayalı olarak cebirsel düşünme bileşenleri Tablo 1.1'de görüldüğü gibi matematiksel düşünme araçları ve temel cebirsel fikirler şeklinde iki ana bileşende düzenlenmiştir.

Tablo 1.1. *Cebirsel düşünmenin temel bileşenleri*

CEBİRSEL DÜŞÜNME BİLEŞENLERİ				
Temel Cebirsel Fikirler			**Matematiksel Düşünme Araçları**	
Aritmetiği Genelleme	**Fonksiyonel Düşünme**	**Modelleme/ Problem Çözme**	**Temsil Becerileri**	**Muhakeme Becerileri**
Sayı sisteminin özellikleri • Temel işlem özelliklerini genelleme • Temel özelliklerden elde edilen varsayımları genelleme • Tek ve çift sayılara ilişkin bağıntıları genelleme	***Tekrarlayan örüntüler*** • Tekrar birimini tanımlama ve genişletme • Tekrar eden örüntüyü tahmin etme • Örüntüyü oluşturma	• ***Matematiksel Modelleme***	***İlişkileri Çoklu Temsil ile Gösterme ve Temsiller Arası Geçiş Yapma*** • Sözlü • Tablo • Şekil • Somut	• Tümevarımsal muhakeme • Varsayımda bulunma, varsayımı test etme, genelleme, doğrulama

Tablo 2.1. (Devam) *Cebirsel düşünmenin temel bileşenleri*

Sembollerin Anlamı ➢ Eşit İşaretinin Anlamı ve İlişkisel Düşünme ➢ Değişkenin anlamı • Bilinmeyen anlamı • Değişkenlerin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak kullanımı	***Sabit Değişen Örüntüler*** *Sayı Örüntüleri* *Şekil Örüntüleri* • Yinelemeli ilişki • Fonksiyonel ilişki • Örüntü oluşturma	• ***Niceliksel Muhakemeye Dayalı Problem Çözme***
Nicel ilişkiler • İki niceliğin birbiriyle ilişkisi • Çoklu nicelikler arasındaki ilişkiler		

Tablo 1.1'de görüldüğü gibi matematiksel düşünme araçları zihinsel süreç becerilerinden oluşmaktadır. Temsil ve muhakeme olmak üzere iki süreç becerisi ele alınmıştır. Temel cebirsel fikirler ise matematiksel düşünme araçlarının geliştirildiği içerik alanını temsil etmektedir. İçerik alanı aritmetiği genelleme, fonksiyonel düşünme ve modelleme/problem çözme olmak üzere üç bileşende ele alınmıştır.

Aritmetiğin genellenmesi

Aritmetiği genelleme sayı sisteminin özellikleri, sembollerin anlamı, nicel ilişkiler olmak üzere üç alt bileşen olarak ele alınabilir. Aritmetik, cebirde önemli bir rol oynar ve aritmetikteki ilişkilerin genellenmesi cebirsel düşünme ile yakından ilişkilidir (Slavit, 1998). Öğrenciler cebirle ilgili fikirlerini aritmetikle ilgili daha önceki deneyimlerinden yola çıkarak yapılandırırlar (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). Cebirin kalbinde olan genellemeyi kullanmak öğrencilerin cebirsel düşünmelerini destekler ve aritmetiğin daha kapsamlı anlaşılmasını sağlar (Mason, 1996). Sayılar ve işlemlere ilişkin genellemeler öğrencilerin işlemlerin yapısını ve ilişkilerini anlamalarına sağlamakta, böylece formal cebire girişin temelini oluşturmaktadır (Van Amerom, 2002). Haldar (2014) ilkokul düzeyindeki öğrencilere gerekli destekler verildiğinde aritmetikte genelleme fikirleriyle çalışabildiklerini ve ilkokul matematik öğretim programında aritmetikte genellemelerin yer alması durumunda ise, öğrencilerin sayı ve işlemle ilgili anlayışlarının daha derinden desteklenebileceğini ifade eder. Bu bağlamda Tablo 1.1'de görüldüğü gibi sayı sisteminin özellikleri kapsamında öncelikle temel işlem özellikleri (örneğin, değişme, birleşme, etkisiz eleman gibi) dikkate alınabilir. Linchevski'ye (1995) göre de genelleme yapmanın üç yöntemi vardır. Bunlardan biri örüntü genellemedir. Araştırmacı örüntü genelleme ile sayısal genellemeden bahsetmiştir. Örneğin, bir öğrenci 3 + 5 - 5 = 3, 18 + 9 – 9 = 18 gibi bir dizi işlemi hesapladığında, genelleme yaparak a + b - b = a olduğu sonucuna varabilir. Genelleme yapıldıktan sonra ifade örnek olmaktan çıkar ve hiçbir harf kullanılmasa bile genelleştirilmiş bir cümle statüsü kazanır. Bu tür bir genelleme ise Tablo 1.1.'de görüldüğü gibi sayı sisteminin özellikleri bağlamında temel özelliklerden elde edilen varsayımları genelleme bileşeni olarak ele alınabilir. Blanton, Levi, Crites ve Dougherty (2011) yaptıkları çalışmada, küçük çocukların tam sayıları toplamayı öğrendiğinde toplama işleminde sayıların toplanmasında sıranın bir öneminin olmadığını fark edebileceğini yanı sıra "Bir çift ve bir tek sayıyı topladığımızda sonuç her zaman tek sayıdır." gibi genellemelere ulaşabileceğini ifade etmişlerdir. Carpenter ve Levi (2000) ise çalışmalarında öğrencilerin sayı özelliklerini ve tek-çift sayılara yönelik bağıntıları genelleyebildiklerini gözlemlemişlerdir. Bu bağlamda Tablo 1.1'de görüldüğü gibi tek ve çift sayılara ilişkin bağıntıları genelleme de sayı sisteminin özellikleri kapsamında ele alınabilir.

Cebirsel ifadeleri anlamak için aritmetiksel işlemleri, işlem özelliklerini ve eşittir işaretini değişken içeren cebirsel gösterimler ile ilişkilendirmek gerekir (Ohlsson, 1993). Bu ilişkilendirmede sembolleri anlamlı olarak kullanabilme cebirsel düşünmenin doğru başlaması ve ilerlemesi için büyük bir öneme sahiptir (Adıyaman, 2019, s. 21). Bu sembollerden biri de Tablo 1.1'de görüldüğü gibi erken cebir öğretimi için önemli olan eşit işaretidir ve bu sebeple eşit işaretinin kavramsallaştırılması önem arz etmektedir (Baykal, Öztürk, Yıldızel ve Güzeller, 2019). Eşit işaretinin bir işlemin sonucu ve ilişkisel anlamı bulunmaktadır. Eşit işaretinin sadece bir işlemin sonucu anlamının vurgulanması ileri sınıf düzeylerinde karmaşık işlemler ile karşılaşan öğrencilerin güçlüklerle karşılaşmalarına neden olmaktadır (Knuth, Stephens, McNeil, Alibali, 2006). Ayrıca standart sayı cümlelerinin (a+b=c) yoğun kullanımı eşit işaretinin işlemsel bir sembol olarak algılanmasını desteklemekte ve eşit işaretinin ilişkisel bir sembol olarak algılanmasının önüne geçmektedir (Knuth, Stephens, McNeil, Alibali, 2006). Bu durum ise cebirsel düşünme gelişimi için bir sınırlılık sağlamaktadır. İlkokul ve hatta ortaokulda eşittir işareti "bir şeyler yap" (bir operatör simgesi) şeklinde yani işlemsel sembol anlamı ile kullanılabilmektedir ve bu durum eşit işaretinin ilişkisel anlamının kavranması ve ileriki sınıflarda cebirsel eşitliklerin çözümü için bir engeldir (Kieran, 1981). Cebirsel düşünmenin gelişimi için eşitlik kavramının ilişkisel anlamının kazanımı cebirsel işlemlerin kazanımında oldukça önemlidir (Carpenter ve Levi, 2000). Bu bağlamda Tablo 1.1'de görüldüğü gibi sembollerin anlamı kapsamında eşit işaretinin anlamının yanı sıra ilişkisel düşünme bileşeni de bir alt bileşen olarak ele alınabilir.

Köse ve Tanışlı'ya göre (2011) ilişkisel düşünme "aritmetik işlemlerin, işlemler ve işlem özellikleri dikkate alınarak dönüştürülmesi" anlamına gelir ve ilişkisel düşünen bir öğrenci işlemler ve işlemler arası ilişkilere sahip olmalıdır. İlişkisel düşünmenin odak noktası sayıların ve işlemlerin temel özellikleri etrafındaki bağlantıların doğası olup hesaplama yaparken sayılarla oynamayı ve sayılar arasındaki ilişkiyi ve verilen sayı cümlesinin sayılarını ya da işlemlerini dönüştürmeyi içermektedir (Koehler, 2004). Standart olmayan sayı cümleleri (her iki taraflı işlemler) hem eşit işaretinin anlamı hem de ilişkisel düşünme gelişimi için kritik bir öneme sahiptir (Carpenter, Franke ve Levi, 2003; Koehler, 2004; Molina ve Ambrose, 2006). Yapılan çalışmalar ilkokul seviyesinde doğru yanlış sayı cümleleri ve açık sayı cümleleri kullanımının eşittir işaretinin bir ilişkiyi ifade ettiğinin anlaşılmasını ve ilişkisel düşünmeyi desteklediği sonucunu vermiştir (Carpenter ve Levi, 2000; Molina ve Ambrose, 2006). Ayrıca eşit işaretini bir denklik işareti olarak görmek cebir için çok önemlidir (Baratta, 2011). Öğrencilerin eş değerlik fikrini güçlendiren görsel temsillerden örneğin, terazi ve tahterevalli modellerinin kullanımı (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021) eşit işaretinin anlamlandırmada önemlidir.

Öğrencilerin genelleme yapabilmesine olanak sağlayan bir diğer kavram değişkendir. Ayrıca öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamına geçebilmeleri için bilinmeyenler ve değişkenler ile çalışmaları gerekmektedir (Kieran, 2004). Değişkenin ilkokul sınıflarında hem bilinmeyen değer hem de değişen nicelik anlamının anlaşılmasını sağlamak cebirsel düşünme gelişimi için oldukça önemlidir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021, s.262). Bu bağlamda Tablo 1.1'de görüldüğü gibi sembollerin anlamı kapsamında değişkenin anlamı bir alt bileşen olarak ele alınabilir. Öğrenciler erken yaşlarda değişkenin bilinmeyen anlamı ile daha sık karşılaşmaktadır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021). Bu nedenle öğrenciler değişkenin bilinmeyen anlamından değişen nicelik anlamına geçişte zorlanmaktadır. Bu güçlüğün giderilmesi için erken yaşlarda değişkenin değişen nicelik anlamına vurgu yapmak önemlidir.

Kaput (1995, s. 36) cebirin "niceliklerin oranlarını ve farklılıklarını ve bu değişken niceliklerin birikimleriyle ilişkileri temsil edecek bir araç" olarak geliştirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Matematik öğretiminde nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler cebirsel düşünmenin gelişimi için temel görevi görmektedir. Erken yaşlarda öğretimine başlanan nicelik ve nicelikler arası ilişki bilgisi, değişken kavramının öğrenilmesi ile cebirsel düşünme sürecinin tamamında yer almaya başlamaktadır (Kabael ve Tanışlı, 2010). Kaput (1995, s. 36-37) göre matematik öğrenme sürecinde değişen nicelikler ve nicelikler arasındaki ilişkiler daha geniş ve derin bir şekilde ele alınmalıdır. İki nicelik üç yolla birbiriyle ilişkilidir: 1) eşit olabilir, 2) bir nicelik diğerinden büyük olabilir, 3) bir nicelik diğerinden küçük olabilir. Nicel ilişkiler ölçülebilen ya da sayılabilen yollarla tanımlanabilmekte ve ilişkiler sayılarla ya da değişkenlerle ifade edilebilmektedir (Blanton, Levi, Crites ve Dougherty, 2011). Bu bağlamda Tablo 1.1'de görüldüğü gibi aritmetiğin genellenmesi kapsamında nicel ilişkiler bir bileşen olarak ele alınabilir.

Fonksiyonel düşünme

Fonksiyonel düşünme, fonksiyon kavramının başlıca ön koşul bilgisi (Kabael ve Tanışlı, 2010) ve cebirsel düşünmenin özü (Türkoğlu ve Cihangir, 2017) olup okulöncesi dönemden itibaren kazandırılması gereken (Türkmen ve Tanışlı, 2009; Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Türkoğlu ve Cihangir, 2017; Güven, Dibek, Bayındır ve Saçkes, 2019; Johnson, Fyfe, Holfer ve Ferran, 2017) bir ilişkidir. Bu ilişkinin temelini örüntü kavramı oluşturmaktadır (Türkoğlu ve Cihangir, 2017). Matematiğin kalbi, ruhu ve özü olarak tanımlanan örüntü kavramını çocukların günlük yaşam içerisinde deneyimlemeleri, onların matematiğin kalbi ile buluşmaları anlamına gelir. Bu sebeple doğru öğrenme ortamlarının oluşturulabilmesi oldukça önemlidir (Gök Çolak, 2020). Ayrıca Steen (1988) çalışmasında, matematik örüntü bilimidir diyerek örüntü kavramının matematik için ne kadar önemli olduğunu ortaya koymaktadır. Örüntü; sayı, şekil gibi matematiksel nesnelerin düzenli sıralanmasıdır (Tanışlı ve Özdaş, 2007) ve örüntülerle çalışmanın matematiğin düzeninin anlaşılabilmesinde önemli bir rolü vardır (Güven, Dibek, Bayındır ve Saçkes, 2019). Örüntüler farklı şekillerde temsil edilebilen günlük yaşamın her alanında yer edinmiş keşfedilebilir ve tanımlanabilir bir düzenlilik durumudur (Gök

Çolak, 2020). Örüntülerin içerdiği ilişkileri keşfetme ve bunları genelleştirme, öğrencilerin dünyayı daha iyi algılamalarını sağlarken, örüntülerin farklı biçimlerde temsil edilmesi ve özellikle sembolik olarak ifade edilmesi, aritmetikten cebire geçişte, cebirsel düşünmenin gelişmesinde ve cebirin temel kavramlarının oluşmasında önemli bir yere sahiptir (Akkan ve Çakıroğlu, 2012). Akkan ve Çakıroğlu (2012) göre, erken yaşlarda öğrencilerin sayı ve şekil örüntülerindeki ilişkileri ve gerçek yaşam durumlarını genellemelerini gerektiren deneyimler gerçekleştirmelidir. Bu deneyimler matematiksel düşünmeye ve ilişkilerin soyutlanmasına ve genellenmesine yardımcı olmaktadır (Güven, Dibek, Bayındır ve Saçkes, 2019). Benzer şekilde Kabael ve Tanışlı (2010) fonksiyonel ilişkinin, erken dönemde örüntü kavramı bağlamında sayılar ya da geometrik şekiller arası ilişki ile başladığını ve değişkenler arası ilişki ile devam ettiğini belirtmişlerdir.

Okulöncesinden itibaren ilkokulun ilk yıllarında ele alınan örüntülerden biri Tablo 1.1'de de bir bileşen olarak ele alınan tekrarlayan örüntülerdir. Tekrarlanan örüntüler terimler arası ilişkinin sabit bir dizilimin ötelenmesi şeklinde oluşturulduğu örüntülerdir. Diğer bir değişle, tekrar birimi olarak ifade edilen, belirli birtakım öğelerin döngüsel olarak devam ettiği örüntülerdir (Threlfall, 1999). Bu örüntüler sayı örüntülerini fark etmek için temel oluşturmakta (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021) olup tekrar eden örüntülerle çalışmanın matematik başarısını arttırdığı alanyazında yer almaktadır (Fyfe, Evans, Eisenband Matz, Hunt ve Alibali, 2017). Ayrıca Johnson, Fyfe, Holfer ve Ferran (2017) boylamsal olarak ele aldığı çalışmasında, anasınıfı ve 1. sınıf öğrencilerinin tekrarlayan örüntü becerileri baz alınarak gelecekteki matematik başarılarının tahmin edilmesinde önemli bir kriter olduğunu ortaya koymuşlardır. Tüm bunlar erken dönemde tekrarlayan örüntüler ile çalışmanın önemini ortaya koymaktadır. Tekrarlayan örüntüler ile çalışırken genelleme becerisinin gelişebilmesi için tekrar biriminin algılanması önemlidir (Karaz, 2021). Örüntünün döngüsel olarak tekrarlanan bir tekrar birimine sahip olduğunun belirlenmesi ve farklı malzeme veya formlar kullanarak yapı örüntüsünün tanınabilmesi küçük çocukların genelleme becerisini desteklemektedir (Papic ve diğerleri, 2011). Tekrarlayan örüntüler için şekiller, taşlar, deniz kabukları vb. veya diğer somut nesneler gibi çok çeşitli malzemelerle çocukların deneyim elde etmesi önemlidir. Ayrıca çocukların tekrarlayan örüntüleri oluşturmalarına ve genellemelerine katkıda bulunmak için sesler veya müzik aletleriyle, hareketlerle, ikonik ve sembolik temsillerle (renkli noktalar, harfler, sayılar) örüntü oluşturmalarını sağlamak da esastır (Palhares ve Mamede, 2002; Threlfall, 1999). Ayrıca Tanışlı ve Özdaş (2007) öğrencilerin, yakın adımı hesaplamalarını gerektiren örüntülerle çalışırken yinelemeli ilişkiyi kullandıklarını, uzak adımı hesaplamalarını gerektiren örüntülerle çalışırken fonksiyonel ilişkiden yararlandıklarını ortaya koymuştur. Bu durum örüntü çalışmalarında uzak adımın sorgulanmasını gerektiren örüntü sorularının önemini ortaya koymaktadır.

İlkokulun ilk yıllarında ele alınan örüntülerden bir diğeri ise Tablo 1.1'de bileşen olarak ele alınan sabit değişen örüntülerdir. Sabit değişen örüntüler**,** takip eden her bir terimin bir öncekine sabit bir sayı ya da şekil eklenmesi ya da çıkarılması ile meydana gelirler. Benzer şekilde yinelemeli ilişki de bir örüntüde terimler arası sabit farkın ya da değişen farkların bir önceki terime eklenerek örüntünün devam ettirilmesidir (Karaz, 2021). Bu sebeple sabit değişen örüntüler yinelemeli ilişkiye sahiptir. Diğer yandan Van De Walle, Karp ve Bay-Williams (2012) öğrencilerin sabit değişen örüntülerle çalışırken örüntüyü genişletmenin yanında örüntünün herhangi bir adımda ne olacağını söyleyecek genellemeler veya cebirsel ilişkiler aramaları gerektiğini ifade ederler. Bu arayışın sonunda elde edilen ilişkiler, öğrenciler tarafından hem tablo temsilinden hem de örüntünün görsel temsilinden keşfedilmesi önemlidir. Ayrıca tablo temsilinde verilen bir ilişki olduğunda öğrencilerin bu ilişkiden yararlanarak örüntünün görsel temsilinde nasıl karşılık bulduğunu keşfetmeleri amacıyla yönlendirilmeleri gerekmektedir. Bu ilişkinin görülebilmesinde önemli bir yere sahip olan şekil örüntüleri, örüntünün yapısını görünür kıldığı ve her adımdaki şekilleri parçalamaya ve hareket ettirmeye imkân tanıdığı için öğrencilerin fonksiyonel ilişkiyi keşfetmelerini kolaylaştırmaktadır. Örneğin ilk üç ya da dört adımı verilen büyüyen bir şekil örüntüsünde öğrenciler örüntünün görsel yapısını analiz ederek, her adımda görsel yapıdaki değişimlere dayalı olarak sayısal ilişkiler kurup daha uzak bir adımda yer alacak sayıları tahmin edebilmekte ve tüm sayıları karşılayan genel bir kurala ulaşabilmektedir (Rivera ve Becker (2016). Adım ve adım sayısı arasındaki ilişki örüntünün kuralını bulmaya yönlendirmesi sebebiyle ilkokul düzeyinde yakın ve uzak adımın hesaplanmasını içeren çalışmalara yer verilmelidir (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams 2012). Öyle ki örüntü çalışmalarının öğrencilere fonksiyonel ilişki kurabilmeleri için olanak verecek şekilde sunulması, öğrencilerin fonksiyonel becerilerini arttırmakta olup ders kitaplarının da genelleme yapmaya yönlendiren örüntü problemleri ile desteklenmesi öğrencileri cebirsel düşünme sürecinin aktif birer katılımcısı haline getirebilmektedir (Ayber, 2017).

Modelleme/ Problem çözme

Öğrencilerin problem çözme becerilerinin desteklenmesinde, gerçek yaşam problemleri ile matematik arasındaki ilişkinin kurulabilmesi önemlidir. Diğer yandan öğrencilerin problemleri anlamada ve bu ilişkileri kurmada sorun yaşadıkları da bilinmektedir. Bu sebeple verilen problemlerin öncelikle somutlaştırılması, problemin çözümüne ulaşıldıktan sonra da sonuçların gerçek yaşam ile ilişkilendirilmesi ve benzer problemlerin çözümü için tahmin etme becerisinin işe koşabilmesi önemlidir (Yıldız ve Yenilmez, 2018). Bu bağlamda problem çözmede matematiksel modellemenin önemli bir yere sahip olduğu söylenebilir. Alanyazında matematiksel modellemenin farklı tanımlarına yer verildiği görülmektedir. Matematiksel modellemeyi Erbaş, Kertil, Çetinkaya, Çakıroğlu, Alacacı ve Baş (2014) "gerçek yaşamdan veya gerçekçi bir durumun matematiksel yöntemler kullanılarak analiz edilme süreci" olarak tanımlarken Yıldız ve Yenilmez (2018) "gerçek yaşamla ilişkili matematiksel bir problemin yorumlanması daha sonra grafik, tablo, çizim, matematiksel ifadeler vb. araçlarla görselleştirilip somut hale getirilerek çözülmesi ve sonucun gerçek problemle ilişkilendirilerek çıkarımlarda bulunulmasını sağlayan matematiksel bir yöntem" olarak tanımladığı görülmektedir. Matematiksel modellemenin öğrencilerde yorum yapma, çıkarımda bulunda, ilişkilendirme ve farklı temsilleri kullanma becerilerini destekleyeceği düşünülmektedir (Yıldız ve Yenilmez, 2018). Ayrıca matematiksel modellemenin öğrencilerin matematiği daha anlamlı öğrenmelerini sağlarken hem de gerçek yaşamla ilişkilendirebilmelerini destekleyeceği fikri ve mevcut problem türlerinin bu hedefi gerçekleştirmede yetersiz kalması, modellemenin matematik eğitiminde kullanılması fikrinin temel dayanağını oluşturmakta ve ilkokuldan itibaren bütün kademelerde yer verilmesi gerektiği düşünülmektedir (Erbaş, Kertil, Çetinkaya, Çakıroğlu, Alacacı ve Baş, 2014).

Cebirsel düşünme bağlamında matematiksel modellemeyi ele aldığımızda ise Kaput'un da (1999) ifade ettiği gibi matematiksel modelleme aritmetiğin genellenmesi ve bu bağlamda sayı sisteminin özelliklerinin genellemesi, sembollerin anlamlı kullanımı, fonksiyonel düşünme bağlamında ise fonksiyonlar ve örüntülerin çalışması süreçlerinin birleşimini içermektedir. Gerçek olgularla başlayan ve onları matematiksel olarak ifade etme süreci olan bu süreç diğer tüm aşamaları da gerektirdiğinden Tablo 1.1'de görüldüğü gibi modelleme/problem çözme bileşeni cebirsel düşünmenin gelişiminde önemli bir aşama olduğu söylenebilir. Bu bağlamda modelleme/problem çözme bileşeninin bir alt bileşeni olarak matematiksel modelleme ele alınabilir.

Matematiksel modelleme sürecinde ele alınan gerçek yaşam problemlerinin matematiksel olarak çözümünde ise niceliksel muhakemenin işe koşulması aritmetiksel muhakemeden cebirsel muhakemeye geçişi kolaylaştırmaktadır (Thompson, 1998). Aritmetikten cebire geçişte, problem çözme sürecinde hem aritmetiksel hem de cebirsel stratejilerin etkili kullanılabilmesinde ve problem çözme becerilerinin gelişiminde önemli rolü olan niceliksel muhakeme becerisi öğrencilerin matematiksel becerilerinin özelde cebirsel düşünme gelişimini desteklemesi açısından önemli bir yere sahiptir (Kabael ve Akın, 2015; Tanışlı ve Dur, 2018). Bu nedenle erken cebir öğretiminde problem çözme sürecinde niceliksel muhakeme gelişiminin önemli olduğu söylenebilir. Bu bağlamda Tablo 1.1'de görüldüğü gibi modelleme/problem çözme bileşeninin bir alt bileşeni nicel muhakemeye dayalı problem çözme olarak ele alınabilir. Thompson (1988) nicel muhakemeyi, nicelikler ve nicel işlemler açısından durumlar hakkında akıl yürütmek ve nicel olarak akıl yürütmeyi ise nicelikler, büyüklükleri ve diğer niceliklerle ilişkileri hakkında düşünmek olarak ifade etmektedir. Nicel akıl yürütme aynı zamanda nicel yapılar hakkında ilişkisel olarak akıl yürütmeyi içerir. Smith ve Thompson (2007'den aktaran Ayber, 2017, s. 87) niceliksel muhakemeye gerekli önemi vermek öğrencilerin kavramsallaştırma, akıl yürütme, nicelikler ve nicelikler arasındaki ilişkiler üzerinde çalışma becerilerini geliştirmekte, cebir başarısını desteklemektedir. Ayrıca ilkokul ve ortaokulda niceliksel muhakemeye önem verilmesi öğrencilerin cebirdeki güçlü temsil ve yönlendirme biçimlerini anlamaları için kavramsal bir içerik sağlamaktadır.

Problem çözme düşünme biçimidir ve aynı zamanda bir süreçtir. Nicel muhakeme ise bu sürecin tüm aşamalarını etkileyen ve anlamlı hale getiren bir yaklaşımdır. Nicel muhakemeye dayalı problem çözümünde, önce problemin anlaşılması sonrasında bu problemdeki niceliklerin belirlenerek aralarındaki ilişkilere odaklanılması önceliklidir (Tanışlı ve Dur, 2018). Thompson (1988) yaptığı çalışmasında iyi düzeyde aritmetik ve cebirle ilgili problemleri çözemeyen öğrencilerin niceliksel muhakeme bağlamında önemli eksikliklere sahip olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ellis (2007) nicel ilişkilerin genellenmesi üzerine yaptığı çalışmasında, öğrencilerin elde ettiği genellemelerin benzer ve farklı yönlerine odaklanmanın yani niceliksel muhakeme ile desteklemenin yalnızca sayılara karşı niceliklere odaklanmaktan daha önemli olduğu sonucuna varmıştır. Tüm bunlar düşünüldüğünde, matematiksel modelleme bağlamında problemlerin çözümünde, sayılara ve yapılacak işleme geçilmeden önce nicelikler arası ilişkilerin sınıf ortamında tartışılmasının problem çözmede önemli olduğu ve hatta ilkokul düzeyinde nicelikler arası ilişkilere vurgu yapılması gerektiği söylenebilir.

Gerçek yaşam problemlerine çözüm olabilecek matematiksel kavram ve yapıları içeren matematiksel modellerin geliştirildiği bilişsel özelliklerin yoğun bir şekilde yararlanıldığı bir süreci barındıran matematiksel modellemenin ve niceliksel muhakemenin öğrenme ortamına taşınabilmesinde modelleme uygulamalarıyla zenginleştirilmiş matematik ders kitapları önemli bir faktördür (Erdem, Doğan, Gürbüz, Şahin, 2017). Bu sebeple ilkokuldan itibaren matematik ders kitaplarının matematiksel modellemeye ve niceliksel muhakemeye yer verecek şekilde düzenlenmesi hem problem çözebilen hem de cebirsel düşünebilen bireylerin yetiştirilmesi açısından anlamlı olacaktır.

Matematiksel düşünme araçları

Cebirsel düşünmenin temel cebirsel fikirlerinin her birini destekleyen ve zenginleştiren iki temel bileşen Tablo 1.1'de görüldüğü gibi temsil ve muhakeme becerisidir. Matematikte temsil, matematiksel fikirleri iletmek için kullanılan somut nesneler, tablo, sözel açıklama, sembol, grafik gibi fiziksel ürünlerdir (Zhang, 1997). Matematiksel düşüncelerle ilgili bu temsillerin kullanılması ve bu temsiller arasında geçişlerin sağlanması hem matematiksel kavramların anlamlandırılmasında hem de özellikle cebirsel düşünmenin ve muhakeme becerisinin gelişiminde önemli bir role sahiptir. Örneğin, somut temsiller özellikle erken yaşlarda soyut düşünce ve kavramları somutlaştırmada önemli araçlardır. Cebirsel düşünme için gerekli olan genelleme yapabilme ve fonksiyonel düşünebilme somut temsiller ile başlamaktadır. Bir tablo temsili ise iki nicelik arasındaki ilişkilerin yani fonksiyonel ilişkilerin keşfedilmesinde, nelerin değişip değişmediğinin gözlemlenmesinde, ortaya koyulan ilişkilerin genellenmesinde önemli bir role sahiptir. İki nicelik arasındaki matematiksel ilişkinin kısaca ortaya koyulduğu sembolik temsiller ise tablo temsilinden farklı olarak değişkenlerin anlamlarının ortaya koyulmasında ve iki nicelikten birinin kolayca elde edilmesini sağlama açısından tablo temsilinden daha farklı bir role sahiptir. Benzer şekilde iki nicelik arasındaki ilişkilerin sözlü olarak ifade edildiği sözel temsillerde tablo ve sembolik temsile geçişte aracı rolü üstlenen önemli bir temsil biçimidir. Grafik temsilleri ise bir bakışta iki nicelik arasındaki ilişkilerin gözlemlenmesini sağlama açısından öğrencilere farklı bir bakış açısı sunmaktadır. Dolayısıyla erken yaşlardan itibaren matematik ders kitaplarında öğrencileri farklı temsiller kullanmaya yönlendirecek ve esnek bir biçimde temsiller arasında geçiş yapabilmelerini sağlayacak etkinliklere yer verilmesi cebirsel düşünmenin gelişimi açısından bir gerekliliktir.

Cebirsel düşünme açısından temsil kullanma ne kadar önemliyse muhakeme becerisi de bir o kadar önemlidir. Muhakeme "Sonuçlardan, yargılardan, gerçeklerden ya da önermelerden bir sonuç çıkarma işlemi; önermeleri, yargıları bir kalıba bağlamak ve bunlardan emin olmaktır.". İspat yapabilmenin önemli göstergelerinden biri muhakeme becerisinin gelişimidir. İspatın yapabilme bireylerin değişik mantıksal düşünme yollarını kazanmasına bağlıdır. Farklı muhakemeler, bilgilerin farklı açılarla inşa edilmesini sağlar. Matematiksel muhakemenin gelişimi ise neden, niçin sorularına karşılık olarak mantıklı cevaplar elde etmeyle başlar (Altıparmak ve Öziş, 2005). Bu süreç ise okulöncesinden itibaren başlamalıdır. Erken yaşlarda nesneleri sınıflama, sıralama, karşılaştırma, benzer ya da farklıkları belirleme ve tümevarımsal olarak ilişkileri kurma bu ilişkilere yönelik varsayımlarda bulunma, test etme ve genelleme yapma gibi beceriler gelişmelidir. Bu gelişimin sağlaması ise matematik ders kitaplarında bu tür bir sorgulamanın yapılmasına yönelik etkinliklerin yer alması ve bu etkinliklerin öğretmenler tarafından sınıf ortamına taşınması aracılığıyla gerçekleştirilebilir.

1.4.5. Ders kitaplarının matematik eğitimdeki yeri ve önemi

Öğretmenlere yol göstermesi ve öğrencilere birebir çalışma fırsatı sunması açısından büyük öneme sahip olan ders kitaplarını araştırmacılar farklı biçimlerde tanımlamışlardır. Ünsal ve Güneş'e göre (2002, s.110; 2003, 388; 2004, 306) ders kitapları öğretim programında yer alan konulara ait bilgileri planlı ve düzenli bir biçimde inceleyip açıklayan, bilgi kaynağı olarak öğrenciyi dersin hedefleri doğrultusunda yönlendiren ve eğiten temel bir ortam ve temel dokümanlardır.

Tutak ve Güder (2012, s.17) ise ders kitaplarını, ders konularına ilişkin bilgileri öğretme-öğrenme ilkelerine uygun sıralı, düzenli ve kendi kendine öğrenmeyi sağlamak amacıyla hazırlanan önemli bir yardımcı ve tamamlayıcı araçlar olarak aşağıdaki şekilde tanımlamışlardır.

> Ders kitapları, eğitim programlarının amaçlarına hizmet eden; öğretim programlarının içeriği ile örtüşen; öğretmenler için öğretim sürecinde sınıf içindeki aktivitelere yön veren, öğrenciler için sözel öğretimden kaynaklanan boşlukları gidermeyi amaçlayan öğretme-

öğrenme ortamının vazgeçilmez yazılı ve basılı aracıdır (Delice, Aydın ve Kardeş, 2009, s. 76).

Tanımlardan da anlaşılacağı gibi ders kitapları eğitim öğretimde önemli yer tutan, öğretmenlerin temel araç olarak kullandıkları dokümanlardır. Ayrıca pek çok araştırmacı ders kitaplarının eğitimdeki öneminden bahsetmiştir (Ünsal ve Güneş, 2002, s.110; Altun, Arslan ve Yazgan, 2004; Tutak ve Güder, 2012, s.17; Delice, Aydın ve Kardeş, 2009, s. 76; Şahin ve Turanlı, 2005, s. 329; Göçer, 2010, s. 197). Öyle ki Altun, Arslan ve Yazgan (2004) ders kitaplarının öğrenci ve öğretmen arasında köprü kurması nedeniyle her tür okul sisteminde önemli yere ve öneme sahip olduğunu ifade etmişlerdir.

Öğretmenin neler öğreteceği ve öğrencinin neler öğreneceğini önemli ölçüde etkilemekte (Ayber, 2017, s. 20) olan ders kitapları, öğretim programında yer alan kazanımları planlı ve sarmal bir biçimde yer verdiği için öğretmen ve öğrencilerin temel başvuru kaynağı, vazgeçilemeyen ders aracı olma özelliğini (Kolaç, 2003, s. 106) korumaktadır. Türkiye'de ücretsiz olarak okullarda ders kitabının dağıtılması ve EBA içeriğine alınması ders kitaplarının kolay ulaşılabilir ve her öğretmen ve öğrencinin elinin altındaki kaynak olmasını sağlamaktadır. Uygulanan öğretim programının amaçlarına ulaşılması yönünden öğretmenlerden sonra eğitim öğretimin en önemli unsurları olan ders kitapları (Delice, Aydın ve Kardeş, 2009, s. 76), öğretimde öğretmenin gücünü daha iyi ve daha sistematik kullanmasına (Ünsal ve Güneş, 2003, s. 388) da olanak sağlamaktadır. Öğretmen ve öğrencilerin sürekli olarak kullandıkları ders kitaplarının niteliğinin yükseltilmesi aynı zamanda eğitimin kalitesinin yükseltilmesini ve eğitim programında yer verilen kazanımlara daha kolay ulaşılmasını sağlayacaktır (Kolaç, 2003, s. 106).

Ders kitaplarının niteliğinin arttırılması eğitimin kalitesini yükselteceği gibi, niteliksiz ders kitabı kullanılması eğitimin kalitesini düşürecektir bu nedenle nitelikli ders kitaplarının hazırlanması önem arz etmektedir. Eğitim öğretim programı çok iyi hazırlanmış olsa bile eğer programın yaklaşımıyla örtüşmeyen veya barındırması gereken özellikleri barındırmayan ders kitapları kullanılırsa öğretim programının başarısız olmasına neden olacaktır (Delice, Aydın ve Kardeş, 2009, s. 76). Ders kitaplarının hazırlanmasındaki dikkat edilecek en önemli unsurlar; kitapların öğretim programında belirlenen bilgi, beceri ve özellikleri öğrencilere kazandıracak faaliyetleri içermesi ve bu faaliyetlere rehberlik edici nitelikte olup öğrenciye öğrenme yaşantıları sunabilmesi (Ünsal ve Güneş 2003 s. 388), öğrenci seviyesine uygun, konu dizini iyi sıralanmış ve anlaşılır (Altun, Arslan ve Yazgan, 2004, s.133) olmasıdır. Bir ders kitabı öğrenciye hitap edebildiği düzeyde nitelikli kabul edilir (Altun, Arslan ve Yazgan, 2004, s.133).

Matematik bir soyutlama bilimidir ve çoğunlukla soyut bilgilerden oluştuğu için matematiğin öğrenilmesinde ders kitapları büyük öneme sahiptir (Altun, Arslan ve Yazgan, 2004, s.133). Bu önem, matematik eğitimi alanyazında çeşitli konu alanlarında ders kitapları üzerine çalışmalar yapılmasını gerekli kılmıştır (Bakılan-Mutu, 2008; Freeman ve Porter, 1989; Hamann ve Ashcraft, 1986; Jitendra, Deatline-Buchman ve Sczesniak, 2005; Kerpiç ve Bozkurt, 2011; Taşdemir, 2011; Yeniterzi ve Işıksal, 2015; Semerci, 2004; Güder ve Tutak, 2012; Sevimli, Kul, 2014). Ders kitaplarını etkileyen önemli konulardan biri değişen yaşamın gerekliliklerinin öğretime yansımasıdır. Taşdemir (2011) geleceğin bireylerini yetiştirebilmek ve istenilen eğitimi verebilmek için gelişmiş ve gelişmekte olan ülkeler zaman zaman eğitim sistemlerinde gerekli gördükleri değişiklikleri belirlemekte ve uygulamaktadır. Bu amaçla Türkiye'de 2005 yılında yapılandırmacı eğitim anlayışı ile geliştirilen ilköğretim matematik dersi öğretim programları tüm ilköğretim okullarında uygulamaya konulmuştur. Bu değişiklik ilköğretim birinci kademede okutulmakta olan matematik ders kitaplarını da önemli ölçüde etkilemiştir.

1.4.6. Matematik dersi öğretim programındaki (1.-4. sınıf) kazanımların cebirsel düşünmeyi destekleme bağlamında incelenmesi

İlkokul matematik ders kitapları öğrencileri ortaokul matematiğine hazırlaması açısından ayrı bir öneme sahiptir. Bu kitaplarının matematiksel kavram ve becerileri kazandırabilmesinde temel oluşturması gerekmektedir. Cebirsel düşünmenin erken yaşlardan itibaren kazanımının önemli olduğu sürekli vurgulandığından dolayı ilköğretim matematik ders kitaplarının bu beceriyi destekleyecek nitelikte olması formal cebire geçişi kolaylaştıracaktır.

Ders kitaplarının hazırlanmasında Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından kabul edilen matematik dersi öğretim programı kullanılmakta ve ders kitapları öğretim programının aynası niteliği taşımalıdır (Arslan ve Özpınar, 2009). Bu bağlamda 2018 matematik öğretim programını cebirsel düşünmeyi destekleme bağlamında incelediğimizde, bilgiyi üreten ve bu bilgiyi hayatta işlevsel olarak kullanabilen, problem çözebilen, eleştirel düşünen bireyler yetiştirmeyi amaç edinmiş ve beceri kazandırmayı hedefleyen bir program olduğu görülmektedir. Matematik dersi öğretim programının özel amaçlarından bazıları, matematiksel kavramları anlayabilen ve bu kavramları günlük hayatta kullanabilen, problem çözmede akıl yürütmeyi kullanabilen ve başkalarının akıl yürütmelerini değerlendirebilen, zihinden işlem yapma becerisine sahip, kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilen bireyler yetiştirmektir (MEB, 2018). Bu gaye problem çözme, genelleme ve muhakeme etme becerilerinin geliştirilmesinin önemsendiğini göstermektedir. Aynı zamanda farklı temsil biçimleri arasında geçiş yapabilmeyi ve bilgiyi günlük yaşama transfer edebilmeyi içermektedir. Tüm bunlara ek olarak "Matematik Dersi Öğretim Programının Uygulanmasında Dikkat Edilecek Hususlar" başlığı altında yer alan maddelerden birinde problem çözmede öğrencilerin öğretmenleri tarafından sorular yardımıyla yönlendirilmesi gerektiğine yer verilmiştir. Bu yönlendirme ile öğrencilerin yeni çözdüğü problem ile eski çözdüğü problemleri karşılaştırması, benzer bir problemle karşılaşmışsa o problemi nasıl çözdüğü, yeni problemin çözümüne yönelik bir yol bulup bulamadığı üzerine öğrencinin düşünmesi sağlanarak özelde problem çözmenin desteklendiği söylenebilir. Tüm bunlar cebirsel düşünmeyi desteklemektedir. İlköğretim matematik dersi öğretim programında vurgulanan tüm bu açıklamalar dikkate alındığında programın cebirsel düşünmeyi destekleyici yönde olduğu söylenebilir. Bu programdaki kazanımlar dikkate alınarak hazırlanan matematik ders kitaplarının içeriğinin de bu yönde olması önemlidir.

Matematik öğretim programında yer alan kazanım ve kazanıma ait açıklamalarda cebirsel düşünme bağlamında incelenmiştir. "Toplama işleminde sıfırın etkisi açıklanır.", "Çarpma işleminde 1 ve 0'ın etkisi açıklanır." ve "Üç doğal sayı ile yapılan çarpma işleminde sayıların birbirleriyle çarpılma sırasının değişmesinin, sonucu değiştirmediğini gösterir." (MEB, 2018), kazanım açıklamaları matematik öğretim programında yer almaktadır. Bu kazanılar matematik öğretim programında temel işlem özelliklerine yer verildiğini ortaya koymakta ve genellemeye yer vermektedir. "Tek ve çift doğal sayıları kavrar." ve " Tek ve çift doğal sayıların toplamlarını model üzerinde inceleyerek toplamların tek mi çift mi olduğunu ifade eder." kazanımları (MEB, 2018), matematik öğretim programında tek ve çift doğal sayıların tanıtımına yer verirken model üzerinden gözlem yapma fırsatı sunmaktadır. Fakat bu kazanımın devamında genelleme becerisinin desteklenmesine yönelik bir vurguya yer verilmesi gerekmesine rağmen rastlanamamıştır.

Eşit işareti ve anlamı bağlamında 1.-4. Sınıf matematik kazanım ve kazanım açıklamalarına bakıldığında; "Toplama işleminin sembolü (+) ve eşit işareti (=) tanıtılır ve anlamları üzerinde durulur.” ve “Eşlik kavramı, sınıf ortamındaki uygun malzemeler başta olmak üzere farklı modeller kullanılarak fark ettirilir.” ifadelerine yer verildiği görülmektedir (MEB, 2018). Matematik öğretim programında eşit işaretine yer verildiği ve anlamlarına vurgu yapıldığı görülmektedir. Ayrıca ‘‘Eşit işaretinin matematiksel ifadeler arasındaki "eşitlik" anlamını fark eder.” kazanımı ve aynı kazanıma ait “Eşit işaretinin her zaman işlem sonucu anlamı taşımadığı, eşitliğin iki tarafındaki matematiksel ifadelerin denge durumunu da (eşitliğini) gösterdiği vurgulanır.” ve “Örneğin 5+6=10+1; 15-3= 18-6; 8+7 = 20-5; 18= 16+2” açıklamaları (MEB, 2018), eşitliğin denge anlamına vurgu yapması ve eşitliğin sonuç anlamı olarak görülmesinin engellenmesi amacıyla kullanılması gereken standart olmayan sayı cümlelerine yer vermesi sebebiyle cebirsel düşünmenin gelişimi açısından oldukça önemlidir. Ayrıca “Aralarında eşitlik durumu olan iki matematiksel ifadeden birinde verilmeyen değeri belirler ve eşitliğin sağlandığını açıklar.” ve “Aralarında eşitlik durumu olmayan iki matematiksel ifadenin eşit olması için yapılması gereken işlemleri açıklar.” kazanımları (MEB, 2018), eşit olmayan ifadelerin eşit olması için düşünmeyi, strateji geliştirmeyi ve problem çözmeyi desteklemektedir. 2018 matematik öğretim programında işlemler arası ilişkilerin vurgulandığı görülmektedir. Bu durumda ilişkisel düşünmeye giriş olarak değerlendirilebilir. Ayrıca değişme özelliğine yönelik kazanım ve açıklamalarının olması ilişkisel düşünmeye programda yer verildiğini göstermektedir. Fakat programda değişme özelliğine yer verilmesine rağmen değişme özelliği olarak isimlendirilmemesi vurgulanmıştır. Nicel İlişkiler bağlamında matematik öğretim programında yer verilen kazanım ve kazanım açıklamaları incelendiğinde; nesne sayılarını, nesne uzunluklarını ve nesne kütlelerini gibi nesnelerin karşılaştırılabilir özelliklerine odaklanıldığı görülmektedir. Kazanım açıklamalarında, karşılaştırmada en az üç nesne kullanılması istendiği görülmektedir. Bu durum çoklu nicelikler arasındaki ilişkilere matematik öğretim programında önem verildiğini göstermektedir. Karşılaştırma yapılmasına dayalı bazı kazanımlarda açıklama yer almamaktadır. Ayrıca iki nesnenin karşılaştırılmasına yönelik bir açıklama bulunmamaktadır. İki niceliğin birbiri ile ilişkisi özelde nicel ilişkiler genelde cebirsel düşünme açısından bir eksikliktir.

Matematik öğretim programında yer alan kazanım ve açıklamaları fonksiyonel ilişki bağlamında incelendiğinde, ilk olarak geometrik örüntülere yer verildiği görülmektedir. “Nesnelerden, geometrik cisim ya da şekillerden oluşan bir örüntüdeki kuralı bulur ve örüntüde eksik bırakılan ögeleri belirleyerek örüntüyü tamamlar.”, “Bir geometrik örüntüdeki ilişkiyi kullanarak farklı malzemelerle aynı ilişkiye sahip yeni örüntüler oluşturur.” ve “Şekil modelleri kullanarak kaplama yapar, yaptığı kaplama örüntüsünü noktalı ya da kareli kâğıt üzerine çizer.” (MEB, 2018), kazanımları geometrik örüntülerde örüntünün ilişkisini arama ve kuralı bulma, boşluk doldurma ve modellemeye yer verildiğini göstermekte olup bu sebeple fonksiyonel düşünmenin gelişimi açısından önemlidir. Programda sayı örüntülerine de yer verildiği görülmektedir. “Aralarındaki fark sabit olan sayı örüntülerini tanır, örüntünün kuralını bulur ve eksik bırakılan ögeyi belirleyerek örüntüyü tamamlar.”, “Örüntüye uygun modelleme çalışmaları yaptırılır.“, “Aralarındaki fark sabit olan sayı örüntüsünü genişletir ve oluşturur.” ve “ Artan veya azalan bir örüntüde her bir terimi (ögeyi), adım sayısı ile ilişkilendirir.” kazanımları (MEB, 2018), sayı örüntülerinde terimler arası ilişkiyi bulma, örüntü kuralını keşfetme, eksik adımı tamamlama, modelleme, sayı örüntüsünü genişletme ve oluşturma ve adım sayısı ile terimi ilişkilendirmeye yer verildiği görülmektedir. Yer verilen tüm bu bileşenler fonksiyonel düşünme bağlamında öğrencileri destekleyici bir görev üstlenmektedir.

Matematik öğretim programında yer alan kazanım ve açıklamaları modelleme/problem çözme bağlamında incelendiğinde problem çözmeye ve problem kurmaya yönelik kazanımlar olmasına rağmen niceliksel muhakemeye dayalı problem çözmeye yönelik yeterli vurgu görülememiştir. “5'e kadar (5 dâhil) çarpım tablosundaki sayıları kullanarak çarpma işleminde çarpanlardan biri bir arttırıldığında veya azaltıldığında çarpma işleminin sonucunun nasıl değiştiğini fark eder.” kazanımı ve bu kazanıma ait “Uygun tablolar kullanılarak çarpanlardan biri bir arttıkça çarpımın diğer çarpan değeri kadar arttığı veya çarpanlardan biri bir azaldıkça çarpımın diğer çarpan değeri kadar azaldığı fark ettirilir.” açıklamasında (MEB, 2018), niceliksel muhakemeye dayalı problem çözmeye yer verildiği görülmüştür. Ayrıca bazı kazanım ve açıklamalarının gerçekleşen işlemi sözel olarak ifade etmeye yönelik olduğu görülmüştür. Örneğin, çıkarma işleminin öğretimine yönelik bir kazanıma ait kazanım açıklaması “Öğrencilerin işlemi sesli olarak açıklamaları istenir. Örneğin 7 – 2 = 5 işleminde "Yedi eksi iki eşittir beş.", "Yediden iki çıktı beş kaldı." veya "Yedi ile ikinin farkı beştir." gibi açıklama yapmaları istenir.” (MEB, 2018), şeklindedir. Bu kazanım açıklamasının “7’den 2 çıkarsa elde edilen sayının azalacağı mı yoksa artacağımı üzerine tartışılır.” gibi ifadelerle desteklenmesi cebirsel düşünme bağlamında önemlidir. Ayrıca matematik öğretim programında modellemeye yer verildiği halde matematiksel modellemeden bahsedilmediği görülmüştür. Bu durum cebirsel düşünmenin desteklenmesi bağlamında bir kısıtlılıktır.

Matematik öğretim programında yer alan kazanım ve kazanım açıklamaları incelendiğinde günlük hayat durumları, temsil becerisine ve somut materyal kullanımına yer verildiği görülmektedir. Özellikle veri analizinde ve geometri alanında yer verilmekle birlikte cebirsel düşünme bağlamında önemli kazanım ve açıklamalara bakıldığında daha çok işlem öğretiminde yer verildiği görülmüştür. Ayrıca temsil biçimlerinde tablo temsili, sayı doğrusu ve kum saati kullanımına özellikle değinilmiştir. Çarpım tablosundan da bahsedilmiştir. Somut temsil ifadesi geçmese de "Somut nesneler ile işlem yapılır." ifadesi somut temsile yer verildiğini göstermektedir. Yine somut temsile yer verildiğini gösteren kazanım açıklamalarından biri "Eşlik kavramı, sınıf ortamındaki uygun malzemeler başta olmak üzere farklı modeller kullanılarak fark ettirilir." ifadesidir. Bu tarz ifadelere yer verilmesi cebirsel düşünmenin gelişimini desteklediği söylenebilir. Modellemeye ve gerçek nesne kullanımına sıkça yer verildiği görülmektedir ve "Modelle gösterir ve açıklar." ifadesi modelin ne şekilde anlaşıldığını ortaya koyduğu için önemlidir. Ayrıca matematik öğretim programında öğrencinin farklı stratejiler geliştirmelerine yönelik kazanım açıklamalarına da yer verilmiştir. Fakat muhakeme becerisine kazanım ve açıklamalarında direk yer verilmediği fakat keşif çalışmalarına yer verildiği, verilen keşfetmeye yönelik ifadelerde muhakemeye yönlendirme yapılabilecekken yapılmadığı görülmüştür. "Çevre ve bir kenar uzunluğu verilen dikdörtgenin veya çevre uzunluğu verilen karenin bir kenarının uzunluğunu bulma etkinlikleriyle çevre ve kenar uzunluklarının ilişkileri incelenir." ve "Bir karenin çevre uzunluğunun, bir kenarının uzunluğunun dört katı olduğu buldurulur." kazanım açıklamaları bu duruma örnektir.

1.5. İlgili Alanyazın

Alanyazın incelendiğinde ilkokul matematik ders kitaplarının cebirsel düşünmeyi diğer bir deyişle erken cebiri desteklemesine yönelik bir çalışmaya rastlanmadığından dolayı alandaki çalışmalarda matematik ders kitaplarının öğretmen ve öğrenci görüşleri çerçevesinde değerlendirilmesi, ölçme ve değerlendirme, Liselere Geçiş Sistemi (LGS) ve Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) sınavlarına uygunluk, becerileri yansıtma, kavramsal ve günlük hayat örneklendirmeleri gibi farklı boyutlar ele alınıp incelenmiş ve değerlendirilmiştir. Ders kitapları hem öğretmenlere yol gösterici olması hem de öğrencilere birebir çalışma fırsatı sunması açısından hem öğretmenleri hem de öğrencileri etkilediği için çalışmada hem öğretmenler hem de öğrencilerle yapılan çalışmalara değinilmiştir. Bu nedenle çalışmalar; "Öğrencilerle İlgili Çalışmalar", "Öğretmenlerle İlgili Çalışmalar" ve "Ders Kitaplarının Analizine Yönelik Çalışmalar" olmak üzere üç başlık altında toplanmıştır.

1.5.1. Öğrencilerle ilgili çalışmalar

Türkmen ve Tanışlı (2019) tarafından cebir öncesi dönemde olan üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri genelleme düzeylerini belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Çalışmadan elde edilen bulgular doğrultusunda, öğrencilerin genel olarak fonksiyonel düşünmenin birçok göstergesine sahip olduğu görülmüştür. Ancak genel kuralı y=mx+n formunda olan ilişkileri genelleyebilme ve temsil etmede bazı öğrencilerin daha çok zorlandığı sonucuna ulaşılmış ve bu sonuç doğrultusunda cebir öncesi dönemde yer alan öğrencilerin fonksiyonel düşünmelerinin geliştirilebilir olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu yüzden daha erken yaşlarda fonksiyonel düşünmeyi geliştirici etkinliklerin programlarda ve ders kitaplarında artırılması gerektiği belirtilmiştir.

Yıldız ve Atay (2019) ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işaretine ilişkin anlamalarını belirlemek amacıyla yaptıkları çalışmada, yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmış ve bazı öğrencilerle görüşme yapmışlardır. Elde edilen bulgular doğrultusunda, çalışmaya katılan öğrencilerin çoğunun eşit işaretini eşitliğin iki tarafındaki sayısal ilişkileri ifade eden bir ilişkisel sembol olarak değil, sonuca götüren bir işlem sembolü olarak gördükleri belirlenmiştir. Ayrıca araştırmaya katılan az sayıda öğrenci eşitlikteki sayısal ilişkileri kullanmıştır.

Yurtsever Kılıçgün (2018) çalışmasında, okulöncesi dönemde örüntü bilgisinin değerlendirilmesinde görsel ve işitsel örüntülerin kullanımının araştırılması kapsamında okul öncesi eğitim kurumuna devam eden 48-72 aylık 192 çocuğa "Ankara Gelişimsel Tarama Envanteri", "Görsel Örüntü Kontrol Listesi" ve "İşitsel Örüntü Kontrol Listesi" uygulanmıştır. Çalışma sonucuna göre, çocukların görsel örüntü bilgilerinde cinsiyete göre anlamlı bir farklılık görülmezken, işitsel örüntü bilgilerinde kız çocukları lehine göre anlamlı bir farklılığın olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca çocuklar görsel örüntülerde işitsel örüntülerden daha iyi performans gösterirken çocukların yaşları arttıkça hem görsel hem de işitsel örüntü bilgilerindeki başarı durumlarının da arttığı görülmüştür.

Turgut ve Doğan-Temur (2017) erken cebir kapsamında yapılan öğretim etkinliklerinin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına etkisini belirlemek amacıyla yaptıkları çalışmada, araştırmacılar tarafından geliştirilen etkinlikler sınıf öğretmenince öğretim ortamına taşınmıştır. Araştırmacılar geliştirdikleri 4. sınıf Erken Cebir Başarı Testi'ni öğrencilere öntest ve sontest olarak uygulanmış ve öğrencilerin öntest ile sontest ortalamaları arasında anlamlı bir fark olduğu görülmüştür. Araştırmada, öğretim etkinliklerinin öğrencilerin akademik başarılarını artırdığı görülmüş, erken cebirin ve bu kapsamda hazırlanacak etkinliklerin matematik öğretim programında yer almasının öğrencilere akademik başarılarında olumlu katkı sağlayacağı ifade edilmiştir.

Stephens, Fonger, Strachota, Isler, Blanton, Knuth ve Gardiner (2017) ilköğretim öğrencilerinin erken cebire kapsamlı bir yaklaşımın parçası olarak fonksiyonel ilişkileri genelleme ve temsil etme konusundaki ilerlemelerini geliştirmek ve desteklemek amacıyla yaptıkları çalışmada öğrencileri üçüncü sınıflardan seçmiş ve bu öğrencileri dördüncü ve beşinci sınıfa geçtiklerinde de incelemeye devam etmişlerdir. Çalışma süreci boyunca öğrencilerin tepkilerinin karmaşıklığının yinelemeli modellemeden yazışmalara ve bazı durumlarda değişkenler arasındaki kovaryasyon ilişkilerine kadar arttığı gözlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin fonksiyonları genelleme ve temsil etmeye yönelik karmaşık stratejilerde güçlü bir temel geliştirdiklerine dair ümit verici kanıtlara ulaşılmıştır.

Blanton vd. (2015) çalışmalarında erken cebir öğretiminin üçüncü sınıf öğrencileri üzerinde uzun süreli ve kapsamlı etkilerini incelemek amacıyla 106 öğrenciyi gözlemlemişlerdir. Bu öğrencilerden; 39'una erken cebir öğretimi, 67'sine geleneksel öğretim uygulanmış, öğrencilerin; matematiksel eşitlik ve denklemleri, aritmetiği genelleme ve fonksiyonel düşünmeyi de içeren cebirsel düşünmeye dair öğrencilerin fikirlerini yansıtabilecekleri ön ve son değerlendirmeye verdikleri yazılı cevaplar paylaşılmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda, erken cebir öğretimi uygulanan grubun geleneksel matematik öğretimi uygulanan gruba göre daha başarılı ve problem çözümünde cebirsel stratejileri kullanamaya daha yatkın olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Haldar (2014), dördüncü sınıf öğrencilerinin aritmetik genellemeleri nasıl ele aldıklarını incelemek amacıyla gerçekleştirdiği çalışmasında genellemenin üç türüne odaklanmıştır; (i) değişimin yönü (pozitif sayılarla toplama işleminde artarken çıkarma işleminde sayısal değer azalır), (ii) özdeşlikler (herhangi bir sayının 0 ile toplanması ya da herhangi bir sayıdan 0 çıkartılması o sayının sayısal değerini değiştirmez), (iii) işlemler arasındaki ilişki (toplama ve çıkarma birbirlerinin ters işlemidir). Öğrencilerin farklı etkinliklerde genelleme becerisini nasıl kullandıklarını anlamak amacıyla iki çalışma yapılmıştır. 1. çalışmada (n = 24) öğrencilerin toplama ve çıkarma etkinliklerinde toplamsal düşünmesine odaklanılırken 2. çalışmada (n = 24) çarpma ve bölme etkinliklerindeki çarpımsal düşünmeye odaklanılmıştır. Çalışma kapsamında öğrenciler kullandıkları stratejilere göre dört düzeye ayrılmış; düzey 1 ve 2'deki öğrenciler yerine koyma yöntemini ve belli örnekleri kullanırken, düzey 3 ve 4'teki öğrenciler ise herhangi bir örneğe bağlı kalmadan aritmetik işlemlerle ilgili genellemeler yapmıştır. Her iki çalışmada da işlemler arasındaki ilişkiyi bulma etkinliklerinin düşük seviye genelleme becerisi, özdeşlik etkinliklerinin ise daha ileri seviye genelleme becerisi gerektirdiği ortaya çıkmıştır. Öyle ki öğrenciler toplamsal alanda çarpımsal alandan daha ileri seviye genellemeler üretmiştir. Çarpımsal etkinlikler her ne kadar öğrencilere daha zor gelsede, öğrencilerin düşünme şekilleri ve etkinliklerin zorluk derecesi her iki alanda da aynıdır. Çalışmada, toplamsal ve çarpımsal genellemelerin benzer gelişimsel ilerlemeler içerebileceği görülmüştür ayrıca bu benzerlik alanyazındaki diğer çalışmaların sonuçlarıyla da paralellik göstermektedir.

Kesicioğlu (2013) okul öncesi dönem çocuklarının matematiksel örüntü becerilerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesini amaçladığı çalışmasında, araştırmacı tarafından geliştirilen materyaller kullanılarak ölçme sağlanmıştır. Araştırma anasınıfı öğrencileri üzerinde yapılmıştır. Araştırmada okul öncesi dönemdeki çocukların örüntü becerilerinin yaşa göre istatistiksel olarak anlamlı bir şekilde değişmediği görülmüştür. Öğretmenlerin, öğrencilerin yaş gruplarına uygun etkinlikler seçerek uygulatmasının öğrencilerin örüntü becerisini geliştirebileceği düşünülmektedir.

Tanışlı (2011) çalışmasında, doğrusal fonksiyon tabloları aracılığıyla, özellikle ilkokul beşinci sınıf öğrencilerinin erken sınıflarda fonksiyonel düşünme yollarını incelemek amacıyla dört tane ilkokul beşinci sınıf öğrencisi ile görev bazlı görüşmeler yapmıştır. Çalışmada, öğrencilerin tamamının doğrusal fonksiyon tabloları ile çalışırken kovaryasyon üzerinde düşündükleri, fonksiyonel ilişkiyi keşfettikleri ve bu ilişkiyi genelleştirebildikleri gözlenmiştir.

Olkun vd. (2010) çalışmalarında üç, dört ve beşinci sınıf öğrencilerinin modelleme ve genelleme sürecinin rutin olmayan sözel problemleri çözerken nasıl gerçekleştiğini incelemek amacıyla farklı okullardan 278 öğrenciye rutin olmayan problemler sorarak ön başarı puanlarını tespit etmişlerdir. Sonrasında modelleme gerektiren etkinlikler uygulamışlar ve sonra tekrar zorluk düzeyi aynı olan bir soru sorularak seviyeleri ölçülmüştür. Öğrencilerin seviyeleri düşük çıkmıştır hatta deneysel sonucunda yalnızca 5. sınıflar önemli ölçüde bir gelişme gözlendiği ifade edilmiştir.

Carraher, Martinez ve Schliemann (2008), Araştırmacılar fonksiyon, örüntü kavramı ve matematik eğitimindeki genellemeye odaklanarak, 15 tane üçüncü sınıf öğrencisinin doğrusal fonksiyonlarla karşılaştıklarında geometrik şekillerle ilgili genellemeye nasıl ulaştıklarını ve bu genellemelerini nasıl ifade ettiklerini incelemişlerdir. Birçok öğrenci problemleri çözerken n değerini arttırarak çözüm kümesi hakkında yorum yapmıştır. Bu durum öğrencilerin f(n) değerine ulaşabilmek için n'nin değerini artırarak fonksiyonu yinelemeli dizi olarak kavramsallaştırdıklarını göstermiştir. Ayrıca bu öğretim yöntemi teorik genellemeden deneysel genellemeye dönüşümü sağlaması açısından oldukça önemlidir. Araştırmacılara göre öğrencilerin fonksiyonu kavramsallaştırmaları incelenmeli ama asıl önemli olan standart form ifadelere geçmelerinin sağlanması büyük öneme sahiptir.

Blanton ve Kaput (2004) ilkokul öğrencilerinde cebirsel muhakemenin geliştirilebilmesi için öğretmenlerin öğretim kaynaklarını ve öğretim uygulamalarını dönüştürmelerine yardımcı olmak amacıyla tasarladıkları çalışmalarında, ilköğretim öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri nasıl geliştirip fonksiyonel olarak ifade ettikleri incelemişlerdir. Çalışmada, öğrencilerin kullandığı temsil biçimlerine, matematik dilindeki ilerlemelerine, kullandıkları işlemlere ve değişen nicelikleri nasıl yorumladıklarına bakılarak analiz yapmışlardır. Bulgular, öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerini çok erken yaşlardan itibaren destekleyebildiklerini göstermiştir. Araştırma sonucunda ilköğretim programında tek değişkenli veri setlerinde örüntü bulma var olsa da cebirsel düşünme gelişimi için öğretim programının fonksiyonel düşünceyi de içerecek şekilde daha da genişlemesi gerektiği sonucuna varılmıştır.

1.5.2. Öğretmen adayları ve öğretmenler ile ilgili çalışmalar

Bozkaya (2020) tarafından yapılan çalışmada, aritmetikten cebire geçişte altıncı sınıf öğretmenlerinin kullandıkları farklı yöntemleri incelenmesi amacıyla öğretmen ve öğrencilerle mülakatlar yapılmış ve ders analizlerinde bulunulmuştur. Çalışmanın sonucunda, öğretmenlerin aritmetikten cebire geçişte çok farklı yöntemler kullandıkları belirlenmiş, kullanılan bazı yöntemlerin öğrencilerin cebir kavramını anlamlandırma, problem çözme ve cebirsel akıl yürütme becerilerini gelişimine olanak sağladığı saptanmıştır. Ancak aritmetikten cebire geçişte kullanılan kaynak ve yöntem çeşitliliği beklenilenin altında olduğu, öğretmenlerin bu geçişi yaparken günlük yaşam problemleriyle konuyu özdeşleştirmediği ve aynı tarz sorulara yer verdiği görülmüştür.

Doğan-Temur ve Turgut (2018) tarafından sınıf öğretmeni adaylarının erken cebire yönelik farkındalıklarının incelenmesinin amacıyla gerçekleştirilen çalışmada, 559 sınıf öğretmeni adayına araştırmacılar tarafından geliştirilen Erken Cebir Farkındalık Ölçeği uygulanmıştır. Araştırma sonucuna göre cinsiyet, sınıf düzeyi ve ortaöğretimden mezun olunan alan değişkenlerinin sınıf öğretmeni adaylarının erken cebire yönelik farkındalıklarında istatistiksel olarak anlamlı bir etkisinin olmadığı, öğretimi tercih edilen dersler ve cebirsel biliş farkındalığı değişkenlerinin ise etkili olduğu görülmüştür. Cebire geçiş ifadesi, öğretmen adaylarına ağırlıklı olarak dört işlem becerilerini çağrıştırmakta hatta öğretmen adayları dört işlem veya aritmetik işlem yapma becerisini erken cebirle eş tutmaktadır.

Turgut ve Doğan-Temur (2017) sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik düşüncelerinin belirlenmesi amacıyla yaptıkları çalışmada, araştırmacılar tarafından geliştirilen "Erken Cebir Farkındalık Ölçeği" aracılığıyla veriler toplanmıştır. Çalışmada sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik bilgilerinin sınırlı olduğu görülmüştür. Bu nedenle sınıf öğretmenlerine yönelik erken cebir kapsamında yapılacak eğitim programlarının öğretmenlerde erken cebir düşüncesinin gelişimine katkı sağlayacağı söylenebilir.

Hohensee (2017) öğretmen adaylarının erken cebiri nasıl öğrendiklerini ve karşılaştıkları güçlükleri incelemeyi amaçladığı çalışmasını 13 tane ilkokul öğretmen adayı üzerinde gerçekleştirmiştir. Çalışmada, değişkenler ve bilinmeyenler için informal temsiller geliştirmenin, eşittir işaretinin iki yorumunu öğrenmenin öğretmen adaylarını geliştirdiğini göstermiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının cebirsel ifadelerde yer alan ilişkileri tanımlamada, bilinmeyenleri ve değişkenleri ayırt etmede, formal cebir bilgilerini kullanmada güçlük yaşadıkları belirlenmiştir.

McAuliffe (2013) öğretmen adaylarının erken cebir dersi ve öğretim uygulaması sonrasında erken cebir öğretimi konusundaki bilgilerinin gelişimini incelemek amacıyla gerçekleştirdikleri çalışmada, üçüncü sınıf öğretmen adayları ile örüntü ve fonksiyon üzerine çalışılmıştır. Öğretmen adaylarının erken dönem cebir öğretimi için bilgi gelişimi, öğretmen adaylarının ders yansımalarından, anketlerden ve seçilen derslerin video kayıtlarından sözlü ve yazılı yanıtları aracılığıyla belirlenmiştir. Çalışmada, öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlar, daha zengin bir cebiri kendi deneyimleri ve rehberlikle destekleyerek öğretmek için matematik bilgilerinin gelişmesine ilişkin artan bir farkındalık gözlenmiştir.

McAuliffe ve Lubben (2013) bir öğretmen adayının erken cebir öğretimi için içerik bilgisini Rowland'ın Bilgi Dörtlüsü teorisini ve Ball'un Öğretim için Matematiksel Bilgi (MKfT) çerçevesini kullanarak incelemişlerdir. Çalışmada, videoya alınan 3. sınıf örüntüler dersinden seçilen bölümler yorumlanmıştır. Araştırmada öğretmenlerin, öğrencilerin sadece sayı örüntüsüne odaklanmak yerine fonksiyona da aynı anda odaklanmalarını sağlamalarında yaşadıkları zorlukları vurgulanmıştır.

Tanışlı ve Köse (2013) tarafından sınıf öğretmeni adaylarının örüntüleri genellemedeki bilişsel yapılarını ve bu süreçte kullandıkları genelleme tiplerini ortaya koymak amacıyla yapılan çalışmada, 16 sınıf öğretmeni adayı ile ön ve son görüşmeler yapılmış, elde edilen sonuçlar adayların genelleme şemaları ve cebirsel genelleme tipleri olmak üzere iki ana başlıkta tartışılmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda ön görüşmelerde aritmetik genelleme ve olgunlaşmamış tümevarım yapan adayların tamamının son görüşmelerde cebirsel genellemeye ulaştıkları, bu süreçte de daha kolay geri çıkarım ve tümevarımsal muhakemeler gerçekleştirerek farklı ve karmaşık cebirsel genellemelerinde bu döngüyü tekrar ve tekrar yineledikleri görülmüştür. Öğretim deneyinin sonunda gerçekleştirilen son görüşmelerde adayların görsel yaklaşımı daha sık kullandıkları ve bu yaklaşımlar altında kullandıkları genelleme stratejilerinin çeşitlendiği, temsil kullanımlarının geliştiği ve değişkenin bilinmeyen anlamından daha çok bağımlı-bağımsız anlamını keşfettikleri saptanmıştır.

Warren (2008) cebirsel düşüncenin temelini oluşturan örüntü, eşittir işaretinin kullanımı, denklemler ve fonksiyonların desteklenmesi için profesyonel bir gelişim modeli geliştirildiği çalışmasında, altı tane 1. sınıf öğretmeni ile çalışılmış ve modelin etkililiğine bakmıştır. Çalışmada, örüntü çeşitleri, denklem çözme yöntemleri, sembolik dilin geliştirilmesi, eşit işaretinin işlemin sonucunu göstermesinin yanında iki ifadenin eşitliğini temsil etmesi anlamında kullanımını, fonksiyon kavramıyla ters işlemin vurgulanması gibi konulardan bahsedilmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, modelin altı öğretmen için olumlu mesleki öğrenme deneyimleri sunduğunu ve özellikle örüntü, eşittir işaretinin kullanımı, denklemler ve fonksiyonların içeriği ve öğretmenlerin pedagojik bilgileriyle ilgili olarak kendi başlarına uzmanlaşmalarına yardımcı olduğunu göstermiştir.

1.5.3. Ders kitaplarının analizine yönelik çalışmalar

Dumitraşcu (2015) çalışmasında Amerika'daki üçüncü sınıf ders ve öğretmen kılavuz kitaplarında yer alan sayı ve şekil örüntülerindeki genelleme durumlarının nasıl temsil edildiğini açıklamak amacıyla inceleme yapmıştır. Ayrıca kitaplardaki cebirsel düşünmeyi geliştirmeye yönelik görevler belirlenmiş ve öğrencilere genelleme yapma fırsatı sunacak yeni görevler oluşturulmuştur. Bu görevlerin ilkokulun ilk sınıflarından itibaren sürece yayılarak gelişmesi gereken cebirsel düşünme gelişimini destekleyeceği düşünülmektedir.

Gök-Çolak (2020) erken çocukluk döneminde matematik eğitimi kaynak kitaplarında örüntü becerisinin ve örüntüleme süreçlerinin gelişimini incelemek amacıyla yaptığı çalışmada, son 10 yıla ait 6 kaynak kitabını örüntülerin yaşa bağlı gelişimi, örüntü türleri, örüntüleme süreçleri, örüntü etkinlikleri ve kazanım ve standartlara yer verme durumu kategorileri altında incelemiştir. Çalışmada, yaşa bağlı örüntü ilgili gelişim tablosuna yer verilmediği, örüntü tür ve biçimlerinde farklılıklar olduğu belirlenmiş, kaynak kitaplarının hepsinde örüntülere yönelik örnek etkinliklere yer verilirken, örüntü türlerine ve tüm örüntüleme süreçlerine ilişkin yeterli sayıda örnek etkinliklere yer verilmediği görülmüştür. Ayrıca dört kaynak kitapta örüntü becerisi ulusal kazanımlarla ilişkilendirilmiş ve uluslararası standartlara da kısmen yer verilmiştir.

Kılıçoğlu (2020) ortaokul matematik ders kitaplarında soyutlama becerisine ne sıklıkla yer verildiğinin ortaya koyulması amacıyla yaptığı çalışmada, 5., 6., 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarında yer alan tüm etkinlikler incelenmiştir. Çalışmada, etkinliklerin birçoğunda soyutlama ile ilgili karşılaştırma, yansıtma, farkındalık, sentezleme ve genelleme gibi bilişsel kavramlara rastlanmış olsa da pek azının (%12.7) soyutlama becerisini geniş ölçüde sağladığı görülmüştür. 6. sınıf etkinliklerinin (%31) soyutlama becerisini diğer sınıfların etkinliklerine kıyasla daha iyi temsil ettiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca geometri ve ölçmede soyutlama becerisini kullanmaya yönelik etkinliklerin daha fazla olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak müfredatın önerdiği ve problem çözme, ispat yapma, ilişkilendirme gibi matematiğin etkili yapılandırılması için gerekli olan soyutlama becerisinin, ders kitaplarında yeterli seviyede yer bulamadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Şaban (2019) çalışmasında, ilkokul 6-8. sınıf matematik ve matematik uygulamaları ders kitaplarındaki cebir alt öğrenme alanına ait birlikte öğrenelim, sıra sizde, öğrendiklerimizi uygulayalım, örnekler, konu değerlendirme ve problemleri PISA sorularının matematik yeterlik ölçeğinde belirlenen düzeyleri ne derece kapsadığı ve farklı sınıf düzeylerine göre nasıl bir değişim gösterdiği incelenmiştir. Araştırma kapsamında 6-8. sınıf matematik ve matematik uygulamaları ders kitaplarından her sınıf düzeyine ait 2 adet, toplam 6 ders kitabı belirlenerek, PISA'da yer alan cebirsel ifadeler, denklemler, eşitsizlikler, tablo ve grafik gösterimini içerisine alan "Değişim ve İlişkiler" alanını kapsayacak şekilde incelenmiştir. Matematik Yeterlilik Ölçeği toplam 6 düzeyden oluşmakta, altıncı düzey en yüksek düzeyi gösterirken birinci düzey en düşük düzeyi göstermektedir. İnceleme sonucunda, incelenen tüm ders kitaplarında bulunan soruların büyük bir bölümünün PISA yeterlik ölçeğine göre 1 ve 2. düzey sorulardan oluştuğu gözlenmiştir. Matematik Uygulamaları Ders Kitaplarında 5. Ve 6. düzey sorulara rastlanırken matematik ders kitaplarında bu düzeydeki sorulara rastlanmamıştır. Sınıf seviyesi arttıkça soruların zorluk düzeyinin arttığı sonucuna ulaşılmıştır.

İncikabı (2017) ortaokul matematik ders kitaplarında yer verilen temsil türlerini belirlemek ve bu temsiller arasındaki geçişleri sınıf içi ve sınıf dışı etkinlikler bağlamında analiz etmek amacıyla yaptığı çalışmasında, MEB komisyonu tarafından hazırlanmış ve 2015-2016 eğitim-öğretim yılında kullanımda olan ortaokul matematik ders kitaplarını incelenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre ders kitaplarında en çok cebirsel temsiller yer almakta, sözel ve model temsillerde önemli oranlarda karşılaşılmaktadır. Benzer olarak sınıf içi ve dışı etkinliklerde temsiller arasındaki ilişkinin önemli oranlarda cebirsel, sözel ve model temsiller arasında olduğu görülmektedir. Ders kitaplarında çok az oranda yer verildiği gözlenen tablo, grafik ve gerçek yaşam temsillerinin sınıf içi ve dışı etkinliklerde de çok az oranda tercih edildiği gözlenmiştir.

Gür ve Demir (2015) 7. sınıf matematik ders kitabı cebir kazanımlarında yer alan ön örgütleyicilerin işlevlerine ve türlerine göre belirlenmesi amacıyla yaptıkları çalışmada, 2014-2015 eğitim öğretim yılında okutulmakta olan MEB yayınları ve özel sektöre ait Ada yayıncılık tarafından sunulan ders kitapları incelenmiştir. Elde edilen buldular doğrultusunda her iki ders kitabında da verilen eski bilgiyi hatırlatmayı amaçlayan ön örgütleyiciler sınırlıyken yeni öğrenilecek bilgideki kavramlar arası ilişkileri aydınlatma işlevine sahip ön örgütleyicilerin yoğun olduğu sonucuna ulaşılmıştır. MEB yayınlarına ait ders kitabında daha fazla olmak üzere her iki ders kitabının da hem açıklamalı hem de karşılaştırmalı ön örgütleyicilere yer verdiği gözlenmiştir.

Ubuz ve Sarpkaya (2014) öğretmenlerin sınıf ortamında uyguladıkları cebirsel görevlerin ve kullandıkları kitaplarda yer alan cebirsel görevlerin bilişsel istemler açısından incelenmesi amacıyla yaptıkları çalışmasında, ilköğretim 6. sınıf matematik derslerine giren dört adet öğretmenin sınıf ortamına getirdiği cebirsel görevler ve kullandıkları ders kitapları incelenmiştir. Çalışmada, kitaptaki cebirsel görevlerin %41'i ilişkilendirmeye dayanan matematiksel yöntem seviyesinde olduğu ve öğrencilerin yüksek seviyede bilişsel düşünmelerini gerektirecek şekilde kurgulandığı, sınıf ortamına getirilen cebirsel görevlerin ise seviyelerinin daha düşük olduğu ve genellikle ilişkilendirmeye dayanmadığı gözlemiştir.

Köse ve Tanışlı (2011) ilköğretim matematik ders kitaplarını eşit işareti içeren içeriklerin ilişkisel düşünmeyi ne derece desteklediği, ilişkisel düşünme içeriklerine ne kadar ve nasıl yer verildiğini bulmak amacıyla yaptıkları çalışmada, dört seri ilköğretim 1-5 matematik ders ve öğrenci çalışma kitapları incelenmiştir. Çalışmada, ders kitaplarındaki eşit işaretinin kullanıldığı içerikler işlemler-eşitlik-yanıt ve standart olmayan içerik kodlaması esas alınarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda eşit işaretinin çoğunlukla işlemler-eşitlik-yanıt şeklinde kullanıldığı ve bu içeriklerde eşit işaretinin ilişkisel anlamını öne çıkaran örneklerin istenilen seviyede olmadığı belirlenmiştir. Ayrıca araştırmacılar, kitaplarda eşit işaretinin ilişkisel anlamını öne çıkaran içeriklerin yetersiz kalmasının öğrencilerin cebirsel düşünme gelişimleri açısından bir sınırlılık yarattığını belirtmişlerdir.

1.6. Sınırlılıklar

Bu çalışma, MEB tarafından 1-4. sınıflarda okutulması uygun görülen EBA üzerinden ulaşılan 2021 yayımlı dört adet ilkokul matematik ders kitabıyla sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Cebir: Sayı ve semboller kullanarak eldeki incelenen ilişki veya ilişkileri genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren bir matematik dalıdır (Akkaya ve Durmuş, 2006, s.1).

Cebirsel Düşünme: Cebirsel düşünme, cebirsel yapıların ve ilişkilerin anlamlandırılarak kullanılmasını, bu ilişkilere odaklanılmasını ve ilişkilerde genellemelere ulaşılmasını içeren bireyin karşılaştığı bir problem üzerinde düşünmesine, tahmin- varsayım geliştirmesine ve çözüm yolu üretmesine yönelik zihinsel eylemleri bütünüdür (Gürbüz, 2021, s. 13-21).

Erken Cebir: Aritmetik ile cebir arasındaki köprüdür (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011, s. 819).

Ders Kitapları: "Ders kitapları, eğitim programlarının amaçlarına hizmet eden, öğretim programlarının içeriği ile örtüşen, öğretmenler için öğretim sürecinde sınıf içindeki aktivitelere yön veren, öğrenciler için sözel öğretimden kaynaklanan boşlukları gidermeyi amaçlayan öğretme-öğrenme ortamının vazgeçilmez yazılı ve basılı aracıdır (Delice, Aydın ve Kardeş, 2009, s. 76)".

2. YÖNTEM

Araştırmada 1.-4. sınıf matematik ders kitaplarında sayılar öğrenme alanındaki etkinliklerin/örneklerin/içeriklerin cebirsel düşünme becerisini ne kadar ve nasıl desteklediğini belirlemek amaçlandığından araştırma sürecinde nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Bu bağlamda nitel araştırma yöntemlerinden biri olan doküman analizinden yararlanılmıştır. Doküman analizi yazılı belgelerin içeriğini titizlikle ve sistematik olarak analiz etmek için kullanılan bir yöntemdir (Wach, 2013).

2.1. Araştırma Örneklemi

Araştırmanın örneklemi oluşturulurken nitel araştırmalarda kullanılan amaçlı örnekleme yöntemlerinden "Ölçüt Örnekleme" yöntemi esas alınmıştır. Ölçüt örnekleme, temel anlayışın önceden belirlendiği bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasını temel almaktadır. Burada sözü edilen ölçüt veya ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabileceği gibi daha önceden hazırlanmış bir ölçüt listesi de kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2003, s. 122). Bu bağlamda bu araştırma için sınıf, yayınevi ve ders kitaplarında sayılar öğrenme alanındaki konular olmak üzere üç ana ölçüt belirlenmiştir. Belirlenen bu ölçütler baz alınarak 2021 yılında yenilenen İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'na göre hazırlanıp 2021 yılı yayımlanmış olup Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından onaylanan MEB yayınları ders kitaplarının kullanılması kararlaştırılmıştır. EBA üzerinden 1 adet 1. sınıf ders kitabına, 2 adet 2. sınıf ders kitabına, 2 adet 3. sınıf ders kitabına ve 1 adet 4. sınıf ders kitabına ulaşılmıştır. Bu ders kitaplarından 2. ve 3. sınıfa ait ikişer adat ders kitabı olması sebebiyle bu sınıf düzeylerine ait ders kitapları rastgele seçilmiştir. Böylece araştırmanın örneklemini her sınıf düzeyinden birer adet ders kitabı olmak üzere toplam dört adet ders kitabı oluşturmaktadır. Çalışmanın tamamında etik ilkeler ve gizlilik prensibi göz önüne alınarak kitaplar için "1., 2., 3. ve 4. sınıf matematik ders kitapları" şeklinde ifadeler kullanılmıştır.

2.2. Verilerin Toplanması ve Analizi

Bu araştırmada veriler, 1.-4. sınıf matematik ders kitaplarında yer alan; konu anlatımı, etkinlikler ve uygulamalar altındaki cebirsel düşünme gerektiren içerikler incelenerek ders kitaplarından toplanmıştır. Verilerin analizinde ise betimsel analiz yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yaklaşımda elde edilen veriler, daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2003, s. 158). Bu bağlamda araştırma kapsamında alanyazın incelemesi yapılarak cebirsel düşünme üzerine yapılan araştırmalar sentezlenmiş ve cebirsel düşünmenin temel bileşenleri için bir kavramsal çerçeve oluşturulmuştur. Bu çerçeveye göre veriler belli temalar, alt temalar ve kodlar altında organize edilerek analiz edilmiştir. Cebirsel düşünme bileşenlerine ait tema, alt tema ve kodlar Tablo 2.1'de sunulmuştur.

Tablo 2.1. *Verilerin analizi sürecinde kullanılacak tema, alt tema ve kod*

CEBİRSEL DÜŞÜNME BİLEŞENLERİ				
Temel Cebirsel Fikirler			**Matematiksel Düşünme Araçları**	
Aritmetiği Genelleme	**Fonksiyonel Düşünme**	**Modelleme/Problem Çözme**	**Temsil Becerileri**	**Muhakeme Becerileri**
Sayı sisteminin özellikleri • Temel işlem özelliklerini genelleme • Temel özelliklerden elde edilen varsayımları genelleme • Tek ve çift sayılara ilişkin bağıntıları genelleme	***Tekrarlayan örüntüler*** • Tekrar birimini tanımlama ve genişletme • Tekrar eden örüntüyü tahmin etme • Örüntüyü oluşturma	***Modelleme/ Niceliksel Muhakemeye Dayalı Problem Çözme***	***İlişkileri Çoklu Temsil ile Gösterme ve Temsiller Arası Geçiş Yapma*** • Sözlü • Tablo • Şekil • Somut	• Tümevarımsal muhakeme • Varsayımda bulunma, varsayımı test etme, genelleme, doğrulama
Sembollerin Anlamı ➢ Eşit İşaretinin Anlamı ve İlişkisel Düşünme ➢ Değişkenin anlamı • Bilinmeyen anlamı • Değişkenlerin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak kullanımı	***Sabit Değişen Örüntüler*** *Sayı Örüntüleri* *Şekil Örüntüleri* • Yinelemeli ilişki • Fonksiyonel ilişki • Örüntü oluşturma			

Tablo 2.2. (Devam) *Verilerin analizi sürecinde kullanılacak tema, alt tema ve kod*

Nicel ilişkiler • İki niceliğin birbiriyle ilişkisi • Çoklu nicelikler arasındaki ilişkiler

Tablo 2.1'de görüldüğü üzere cebirsel düşünme becerileri "Temel Cebirsel Fikirler" ve "Matematik Düşünme Araçları" olmak üzere iki tema altında toplanmıştır. Temel cebirsel fikirler ise "Aritmetiği Genelleme, Fonksiyonel Düşünme ve Modelleme/Problem Çözme" alt temaları, matematiksel düşünme araçları, "Temsil Becerileri ve Muhakeme Becerileri" olmak üzere iki alt tema altında toplanmıştır. Her alt tema altında da kodlar yer almaktadır. Ayrıca Tablo 2.2'de sayı sisteminin özellikleri kodu kapsamında dikkate alınan temel özellikler sunulmuştur.

Tablo 2.3. *Aritmetiğin genellenmesi bağlamında sayı cümlesi ve öğrenci varsayımları*

	Sayı cümlesi	**Öğrenci Varsayımları**
Toplama ve Çıkarma	a+0=a; a-0=a (0'ın etkisi)	Bir sayıya sıfır eklediğinizde/çıkardığınızda kendisine eşit olur.
	a-a=0	Bir sayıyı kendisinden çıkarırsak, sonuç 0 olur.
	a+b=b+a	Toplama işleminde sayıların yerleri değiştiğinde sonuç değişmez.
	a+(b+c)=(a+b)+c	Üç sayıyı farklı şekillerde gruplayarak topladığımda sonuç değişmez.
Çarpma ve Bölme	ax1=a	Bir sayıyı 1 ile çarptığımızda, yine kendisini elde ederiz.
	a÷1=a	Bir sayıyı bire böldüğümüzde, yine kendisini elde ederiz.
	a÷a=1	Bir sayı kendisine böldüğümüzde, sonuç 1 olur.
	ax0=0	Bir sayıyı 0 ile çarptığımızda, 0 elde ederiz.
	0÷a=0; a≠0	Sıfırı, sıfırdan farklı bir sayıya böldüğümüzde 0 elde ederiz.

Tablo 2.4. (Devam) *Aritmetiğin genellenmesi bağlamında sayı cümlesi ve öğrenci varsayımları*

	axb=bxa	Çarpma işleminde sayıların yerleri değiştiğinde sonuç değişmez.
	ax(bxc)=(axb)xc	Üç sayıyı farklı şekillerde gruplayarak çarptığımda sonuç değişmez.
Temel özelliklerden elde edilen varsayımlar	a+b-b=a	Bir sayıya başka bir sayıyı ekleyip çıkardığımızda, kendisine eşit olur.
	axb ÷ b = a; b≠0	Bir sayıyı başka bir sayı ile çarpıp böldüğümüzde, kendisine eşit olur.
	2axb = ax(b/2)	Çarpma işleminde, çarpanlardan birini 2 katına çıkarıp, diğerini 2 ile böldüğümüzde yine aynı sonucu elde ederiz.
	a+b=(a+c)+(b-c)	Toplama işleminde toplanan sayılardan yerine başka bir sayı ekleyip, diğerinden bu sayıyı çıkardığımızda sonuç değişmez.
Tek ve Çift Sayılara İlişkin bağıntılar	Ç + Ç = Ç Ç – Ç = Ç Ç x Ç = Ç	İki çift sayının toplamı, farkı, çarpımı çift sayıdır.
	T + Ç = T T – Ç = T T x Ç = Ç	İki tek sayının toplamı ve farkı çift sayıdır, çarpımı tek sayıdır.
	T + T = Ç T – T = Ç T x T = T	Bir tek sayı ile bir çift sayının toplamı, farkı tek sayıdır, çarpımı çift sayıdır.

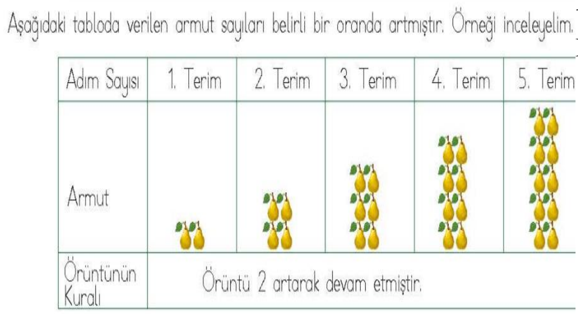
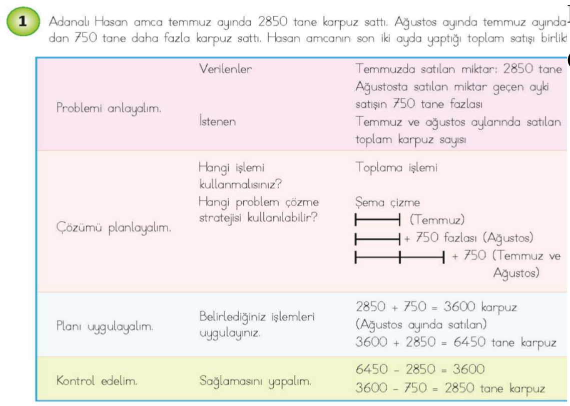
Tablo 2.2’de görüldüğü gibi temel özelliklerden ilki toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerine ait genellemeleri içermektedir. Benzer şekilde temel özelliklerden elde edilen varsayımlar ve tek ve çift sayılara ilişkin bağıntılarda Tablo 2.2’de verilmiştir.

Ders kitaplarının analizi sürecine ilişkin örnek bir uygulama Tablo 2.3’de sunulmuştur.

Tablo 2.5. *Cebirsel düşünme bileşenleri bağlamında ders kitaplarının analiz sürecine yönelik örnekler*

Örnekler	Cebirsel Düşünme Bileşenleri	Matematiksel Düşünme Araçları

Tablo 2.6. (Devam) *Cebirsel düşünme bileşenleri bağlamında ders kitaplarının analiz sürecine yönelik örnekler*

	Aritmetiği Genelleme	Sayısal ilişkiler arasındaki özel durumları fark etme ve genelleme. Tümevarım muhakeme, görsel temsil, sözel temsil kullanma.
	Fonksiyonel Düşünme	Terimler arasındaki sabit farkı belirleme ve örüntüyü yinelemeli ilişkiye dayalı genelleme. Tümevarım muhakeme, tablo temsili, görsel temsil ve sözel temsil kullanma.
	Modelleme/Problem Çözme	Niceliklerin kendilerinden ziyade sayısal değerlere odaklanma, nicelikler arasındaki ilişkiyi görsel temsil ile ifade etme, doğrulama yapma.

Tablo 2.3'de cebirsel düşünme bileşenleri olan aritmetiği genelleme, fonksiyonel düşünme ve modelleme/problem çözme ve bu bileşenlerin aktarımında matematiksel düşünme araçlarına nasıl yer verildiğinin analizine yönelik örneklendirme yapılmıştır.

2.3. Araştırmacının Rolü

Araştırmanın nitel araştırma yaklaşımı benimsenerek yürütülmesi araştırmacının rolünü ön plana çıkarmaktadır. Nitekim nicel araştırma desenlerinde olay ve olguların dışında, yansız ve nesnel yeri olan araştırmacılar, nitel araştırmalarda olay ve olgulara dâhil, öznel perspektifi olan ve empatik bir yaklaşım sergilemektedir. Bu çalışmada, araştırmacı yüksek lisans eğitimine devam eden bir İlköğretim Matematik öğretmenidir. Araştırmacı, araştırmanın amaçları ve veri kaynaklarını belirledikten sonra veri analizi aşamasında iki uzmandan biri olarak görev yapmıştır. Kapsam geçerliliği için önemli bir aşama olan bu süreçte, araştırmacı diğer uzmanla birlikte kitaplardaki soruları derledikleri alt başlıklar açısından incelemiştir. Bu işlemin ardından, araştırmacı elde edilen bulguları raporlaştırarak araştırma sonuçlarını yazmıştır.

2.4. Kodlama Sisteminin Güvenilirlik

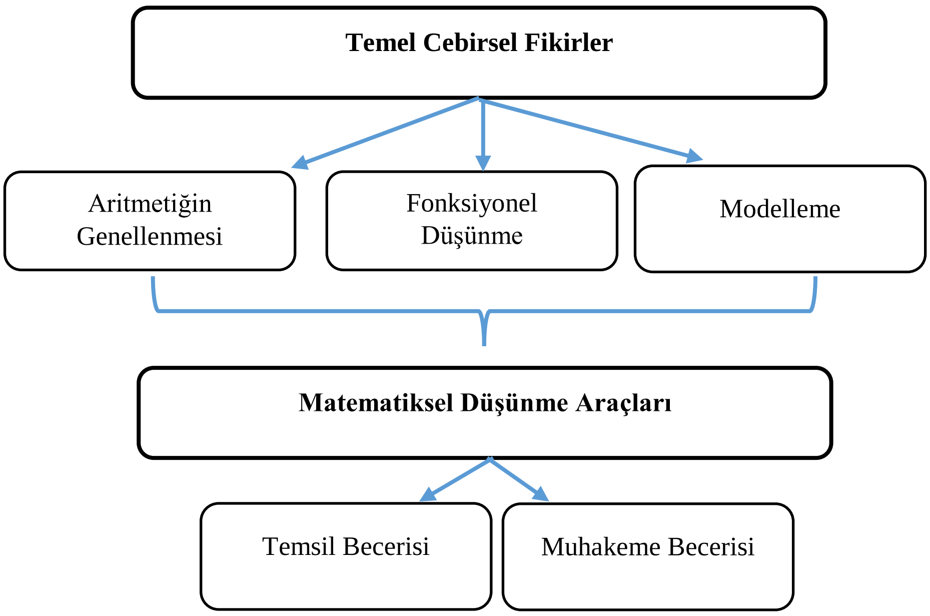
Verilerin analizinde, araştırmacı ve matematik eğitiminde uzman bir akademisyen görev almıştır. Analiz sürecinde iki uzman bir araya gelerek öncelikle kavramsal çerçeve kapsamında ele alınan tema, alt tema ve kodlar üzerinde nasıl bir yol izleyeceklerini tartışmışlardır. Daha sonra her iki uzman bağımsız olarak çalışmış, tema, alt tema ve kodlara yönelik içeriği incelemişlerdir. İçerik incelemesinde daha çok sayılar öğrenme alanı dikkate alınmış, ancak kavramsal çerçevedeki temel bileşenler kapsamında yer alan bazı kodların farklı öğrenme alanlarında yer alması durumunda diğer öğrenme alanlarının incelemesi de yapılmıştır. Son olarak araştırmacılar bir araya gelerek yapmış oldukları analizleri karşılaştırmış, görüş birliği ve görüş ayrılığı olan maddeleri belirlemişlerdir. Kodlama güvenilirlik hesaplaması için Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği güvenilirlik yüzdesi kullanılmış ve güvenilirlik %90 olarak hesaplanmıştır.

3. BULGULAR

1.-4. sınıf matematik ders kitaplarının cebirsel düşünmeyi nasıl desteklendiğinin incelendiği bu çalışmada bulgular temel cebirsel fikirler ve matematiksel düşünme araçları olmak üzere bir başlık altında sunulmuştur.

3.1. Temel Cebirsel Fikirler ve Matematiksel Düşünme Araçları

Cebirsel düşünmenin bileşenlerinden olan temel cebirsel fikirler ve matematiksel düşünme araçlarına ait alt bileşenler Şekil 3.1'de sunulmuştur.

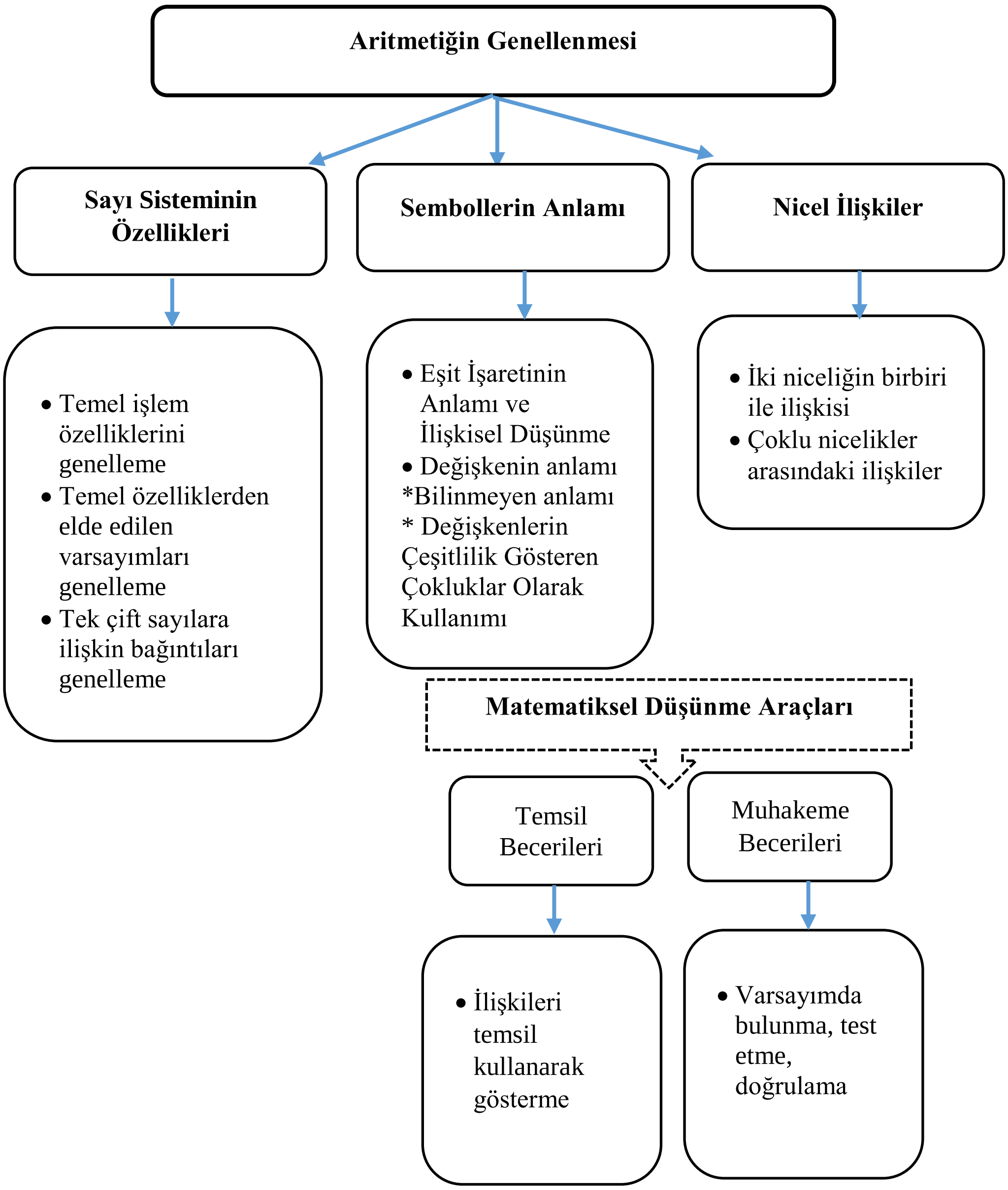


Şekil 3.1. *Temel cebirsel fikirler ve matematiksel düşünme araçları*

Şekil 3.1'de görüldüğü gibi, temel cebirsel fikirler aritmetiğin genellenmesi, fonksiyonel düşünme ve modelleme/problem çözme olmak üzere üç alt bileşen altında ele alınmıştır. Bu üç alt başlığı destekleyen matematiksel düşünme araçları ise temsil becerisi ve muhakeme becerisi olarak iki alt bileşen altında sunulmuştur.

3.1.1. Matematik ders kitaplarının aritmetiğin genellenmesi bağlamında analizi

Matematik ders kitaplarının aritmetiğin genellenmesi bağlamında analiz sürecinde ele alınan bileşenler Şekil 3.1'de sunulmuştur.



Şekil 3.2. *Aritmetiğin genellenmesi bileşeninin alt bileşenleri*

Şekil 3.2'de görüldüğü gibi, ders kitapları aritmetiğin genellenmesi bağlamında sayı sisteminin özellikleri, sembollerin anlamı ve nicel ilişkiler olmak üzere üç başlık altında incelenmiş ve bu başlıklar kapsamında ders kitaplarının matematiksel düşünme araçlarını nasıl desteklediği ele alınmıştır.

3.1.1.1. *Sayı sisteminin özellikleri*

Matematik ders kitapları sayı sisteminin özellikleri bağlamında incelenirken temel işlem özellikleri, temel özelliklerden elde edilen varsayımlar ve tek ve çift sayılara ilişkin bağıntılar şeklinde özellikler ele alınmıştır.

3.1.1.1.1. *Temel işlem özelliklerini genelleme*

Doğal sayılarda toplama ve çıkarma işleminin özellikleri

Matematik ders kitapları incelenirken Tablo 3.1'de sunulan doğal sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerindeki temel özellikler dikkate alınmıştır.

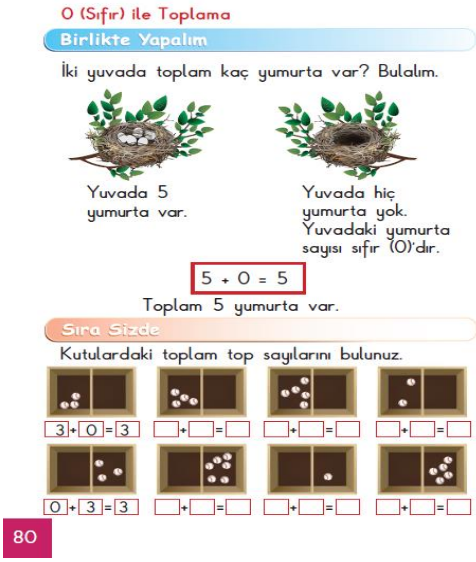
Tablo 3.1. *Toplama ve çıkarma işlemlerindeki temel özellikler*

	Sayı cümlesi	Öğrenci Varsayımları
Toplama ve Çıkarma	0'ın Etkisi a+0=a; a-0=a	Bir sayıya sıfır eklediğinizde/çıkardığınızda kendisine eşit olur.
	Birbirine Eşit İki Doğal Sayının Farkının 0 Olması a-a=0	Bir sayıyı kendisinden çıkarırsak, sonuç 0 olur.
	Toplama İşleminde Değişme ve Birleşme Özelliği a+b=b+a a+(b+c)=(a+b)+c	Toplama işleminde sayıların yerleri değiştiğinde sonuç değişmez. Üç sayıyı farklı şekillerde gruplayarak topladığımda sonuç değişmez.

Tablo 3.1 de görüldüğü üzere toplama ve çıkarma işlemlerindeki temel özellikler bağlamında 0'ın etkisi, birbirine eşit iki doğal sayının farkının 0 olması ve toplama işleminde değişme ve birleşme özelliği dikkate alınmıştır.

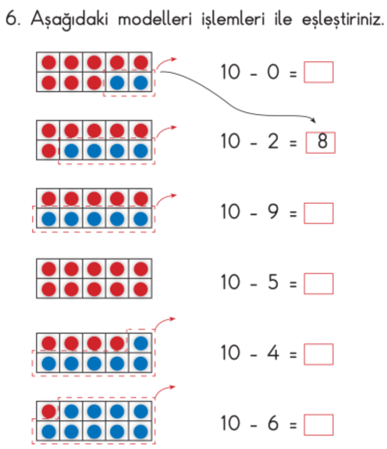
0'ın etkisi

Doğal sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerine ilişkin özelliklerden biri sıfırın etkisinin açıklanmasıdır. Bu özellik 1. sınıf matematik ders kitabında Şekil 3.3'de sunulduğu şekliyle toplama işlemi üzerinden ele alınmıştır.



Şekil 3.3. *1. sınıf ders kitabı 0 (sıfır) ile toplamaya bir örnek*

Şekil 3.3'de görüldüğü gibi, sıfır ile toplama işlemi görsel temsil kullanılarak modellenmiş ve sembolik olarak ifade edilmiştir. Daha sonra sıra sizde çalışması ile öğrencilerin çeşitli örnekler üzerinden toplama işleminde sıfırın etkisini keşfetmeleri beklenmiştir. Bu özelliğin keşfedilmesine yönelik çeşitli örnekler üzerinde çalışılması öğrencilerin genelleme yapabilmesi açısından önemlidir. Fakat sıfırın kendisi ile toplanmasına yönelik örneklere rastlanmamıştır. Bu süreçte ise öğrencilerin cebirsel düşünmeye başlayabilmeleri için de varsayımda bulunmaları önemlidir. Ancak buna ilişkin olarak herhangi bir yönlendirme kitapta yer almamaktadır. Çıkarma işleminde sıfırın etkisine yönelik olarak da sadece sıra sizde çalışmaları kapsamında birkaç örnek verilmiştir. Buna ilişkin bir örnek Şekil 3.4'de sunulmuştur.



Şekil 3.4. *1. sınıf ders kitabı 0 (sıfır) ile çıkarmaya bir örnek*

Şekil 3.4 ‘te verilen sıra sizde çalışmasında tablo temsili üzerinden 10-0’ın verildiği ve model ile tablo temsilinin eşleştirilmesinin beklendiği görülmektedir. Ancak bir sayıdan 0 çıkartılması bir özellik bağlamında vurgulanmamıştır.

Diğer sınıf düzeylerindeki matematik ders kitaplarında ise toplama ve çıkarma işlemlerinde sıfırın etkisine yönelik örnek çalışmalara rastlanmamıştır. Oysaki diğer sınıf düzeylerinde örneğin iki, üç ya da dört basamaklı bir sayı ile sıfırın toplanması ya da sıfır ile çıkarılması gibi örneklerin sunulması bu özelliğin her zaman işleyip işlemediğinin fark edilmesini sağlamak açısından önemlidir.

Birbirine eşit iki doğal sayının farkının 0 olması

Tablo 3.1’de görüldüğü gibi diğer bir özellik birbirine eşit iki doğal sayının farkının “sıfır” olduğunun gösterilmesidir. Şekil 3.5’de görüldüğü gibi birinci sınıf matematik ders kitabında bu özelliğe ilişkin bir uygulamaya yer verilmiştir.

Şekil 3.5. *1. sınıf ders kitabı birbirine eşit iki doğal sayının farkının “sıfır” olmasına bir örnek*

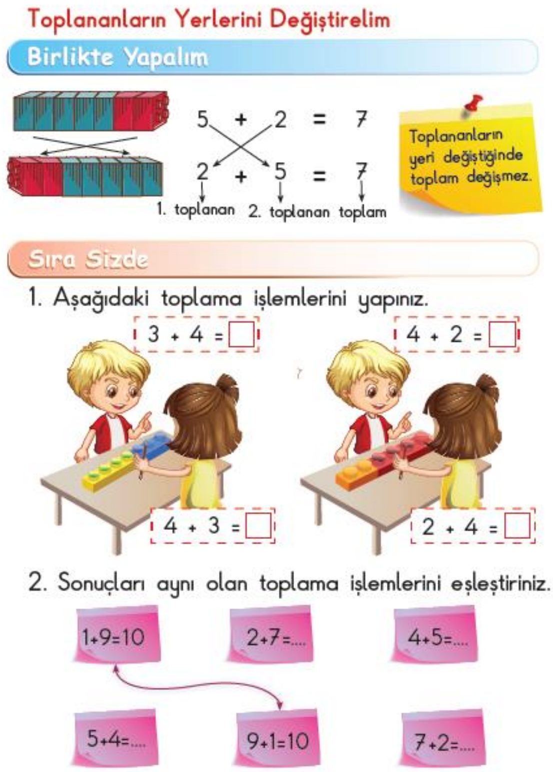
Şekil 3.5'de görüldüğü gibi, özellik örnek bir durum üzerinden verilmekte ve özelliğin anlamlandırılması için bir soru yöneltilmektedir. Bu durum öğrencileri varsayımda bulunmaya yönlendirmek açısından önemli görülse de "Bir sayıdan kendisi çıkarsa sonuç "sıfır" olur." şeklinde doğrudan bir genellemenin yapılması cebirsel düşünme açısından bir sınırlılıktır. Bu uygulamanın devamında sıra sizde çalışması ile öğrencilerin görsel ve sözel bir temsil üzerinden işlemi sembolik olarak ifade etmeleri istenmiştir. Cebirsel düşünme bağlamında temsil kullanma ve temsiller arası geçiş yapma önemli bir beceridir.

Diğer sınıf düzeylerindeki matematik ders kitaplarında ise bir sayıdan kendisinin çıkartılmasına yönelik örnek çalışmalara rastlanmamıştır. Oysaki diğer sınıf düzeylerinde örneğin iki, üç ya da dört basamaklı bir sayıdan kendisinin çıkarılması gibi örneklerin sunulması bu özelliğin genellenebilmesini sağlamak açısından önemlidir.

Toplama işleminde değişme ve birleşme özelliği

Doğal sayılarda toplama işleminde birleşme özelliği ve değişme özelliği işlemsel açıdan önemli olup aritmetikten cebire geçişte önemli bir yer tutması ve cebirsel düşünmenin desteklenmesi bağlamında önemli görülen özelliklerdendir. Hesaplamanın temelini oluşturdukları gibi, toplamada daha fazla esneklik sunarak istenen sayı çiftinden başlanmasına ve işlemlerde hem akıcılık hem de sayı çifti seçimi sayesinde yeni stratejilerin üretilmesine olanak sağlamakta ve ileride anlatılacak olan ilişkisel düşünme becerisinin gelişimine yol açmaktadırlar. Ders kitapları incelendiğinde birleşme özelliğine, değişme özelliği ile birlikte yer verildiği ve birleşme özelliği denmeden sezgisel öğretim ile kısıtlandığı görülmektedir. Bu sebeple birleşme ve değişme özelliği birlikte incelenmiştir.

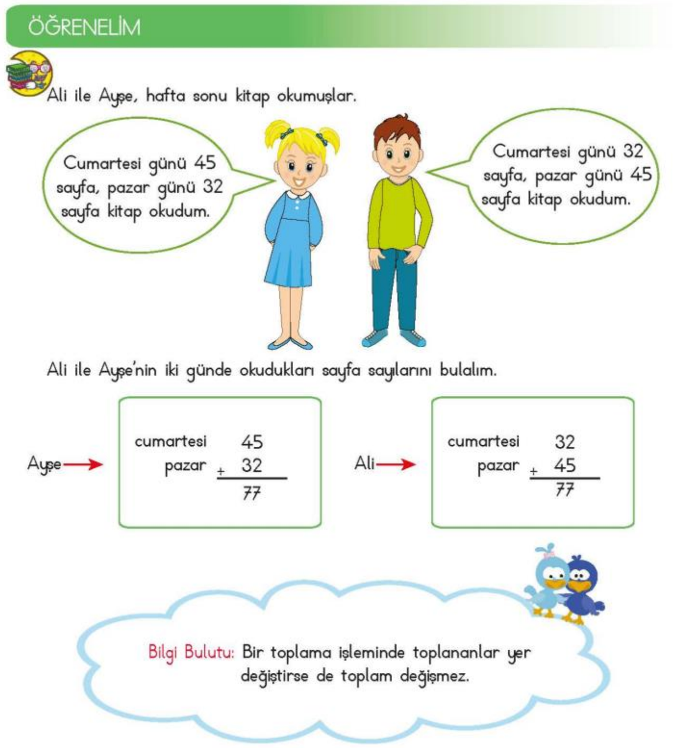
Değişme özelliğine ilk kez 1. sınıf matematik ders kitabında yer verilmektedir. Ders kitabından değişme özelliği ile ilgili etkinlik Şekil 3.6'da sunulmuştur.



Şekil 3.6. *1. sınıf ders kitabı toplama işleminde değişme özelliğine bir örnek*

Şekil 3.6’da görüldüğü gibi, değişme özelliği hem görsel temsil kullanılarak modellenmiş hem de sembolik olarak temsil edilmiştir. Bu durum özelliği genelleme ve doğrulama açısından önemli olmasına karşın öğrencilere varsayımda bulunmaya yönelik bir yönlendirmenin yapılmaması ve “Toplananların yeri değiştiğinde toplam değişmez.” şeklinde doğrudan genellemenin yazılması cebirsel düşünmenin gelişimi açısından bir sınırlılıktır. Öğrencilerin sıra sizde çalışmasında olduğu gibi, farklı işlemler üzerinden durumu gözlemlemeleri ve hatta kendilerinin modelleme yapmaları örneğin bir abaküs üzerinde çalışmaları daha sonra gözlemlediklerine ilişkin genelleme yapmaları daha önceliklidir.

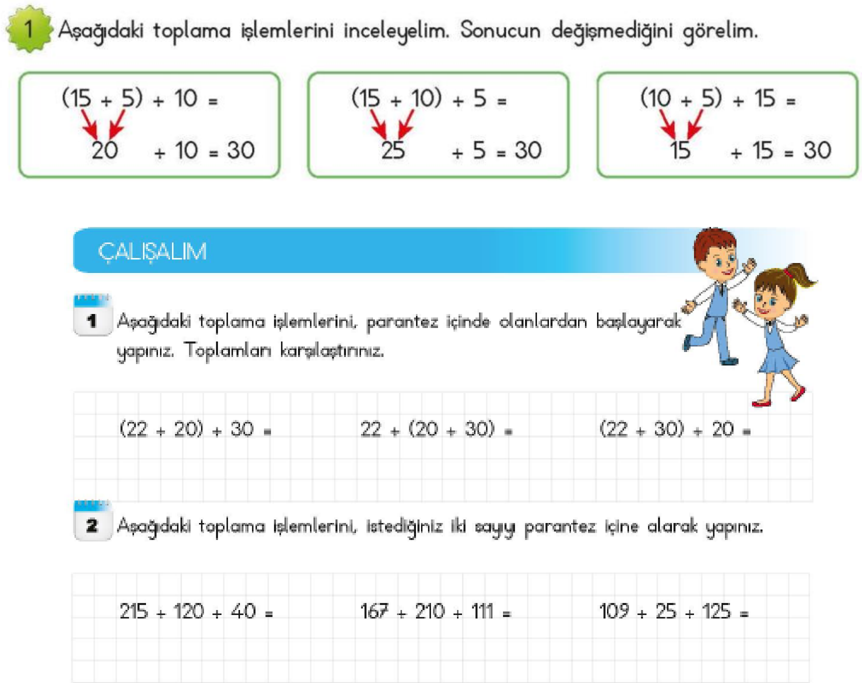
Diğer sınıf düzeyleri incelendiğinde, 3. ve 4. sınıf ders kitaplarında da değişme özelliğine rastlanmıştır. Şekil 3.7’de 3. sınıf ders kitabından bir örnek sunulmuştur.



Şekil 3.7. *3. sınıf ders kitabı toplama işleminde değişme özelliğine bir örnek*

Şekil 3.7'de görüldüğü üzere değişme özelliği günlük yaşam problemi üzerinden verilmiş ve sembolik olarak temsil edilerek desteklenmiştir. Toplama işleminde toplananların yerleri değiştirilerek toplamın sabit kaldığına dikkat çekilmesi cebirsel düşünme bağlamında önemli olmasına karşın "Toplama işleminde toplananların yeri değişse de sonuç değişmez." ve "Bir toplama işleminde toplananlar yer değiştirse de toplam değişmez." ifadelerinin doğrudan verilmesi varsayım oluşturmanın önüne geçeceğinden cebirsel düşünmenin gelişimini kısıtlamaktadır. Öğrencilerin sıra sizde çalışmasında olduğu gibi, farklı işlemler üzerinden durumu gözlemlemeleri ve gözlemlediklerine ilişkin genelleme yaparak özelliği anlamlandırmaları, bu anlamlandırmada modellemeden yararlanılması örneğin tablo üzerinden özelliğin verilmesi daha önceliklidir.

Özel olarak ilk kez 3. sınıf ders kitabında değişme özelliğine üç doğal sayının toplamına yönelik bir uygulama ve alıştırma çalışması altında yer verildiği görülmektedir. Oysaki aritmetik açısından oldukça önemli olan birleşme özelliği yeni stratejilerin keşfedilmesine, varsayımlar oluşturmaya ve bu varsayımların denenmesine ortam oluşturabilecek önemli özelliklerdendir. Birleşme özelliğine yönelik uygulama ve alıştırma çalışmalarına örnek şekil 3.8'de verilmiştir.



Şekil 3.8. *3. sınıf ders kitabı toplama işleminde değişme ve değişme özelliğine bir örnek*

Şekil 3.8'de görüldüğü gibi, toplama işleminde değişme özelliğinin "Çalışalım" bölümünde ve uygulama örneği altında, birleşme özelliğinin fark edilmesine yönelik kullanıldığı görülmektedir. İlk örnekte öğrencinin ilişkiyi keşfetmesi ve bu ilişkiye yönelik bir varsayımda bulunmasına fırsat vermeden doğrudan sonucun değişmediğine yönelik bir uyarı yer almaktadır. Verilen işlemlerin sonuçlarının karşılaştırılması ve bu bağlamda düşünmeye sevk etmesi cebirsel düşünme yönünden önemli olsa da etkinlik varsayım oluşturma ve doğrulamaya yönlendirici ifadeler ile desteklenmediği görülmektedir.

Birleşme özelliği bağlamında bakıldığında ise yalnızca 3. sınıf ders kitabında "Çalışalım" bölümünde yer verildiği görülmüştür. Ayrıca Şekil 3.8'de de görüldüğü üzere birleşme özelliğinin alıştırmalarda kullanıldığı ve sezgisel öğretimin gerçekleştiği fakat birleşme özelliğini vurgulayacak hiçbir açıklamaya yer verilmediği görülmüştür.

Çarpma ve bölme işleminin özellikleri

Matematik ders kitapları incelenirken Tablo 3.2'de sunulan doğal sayılarda çarpma işlemlerindeki temel özellikler dikkate alınmıştır.

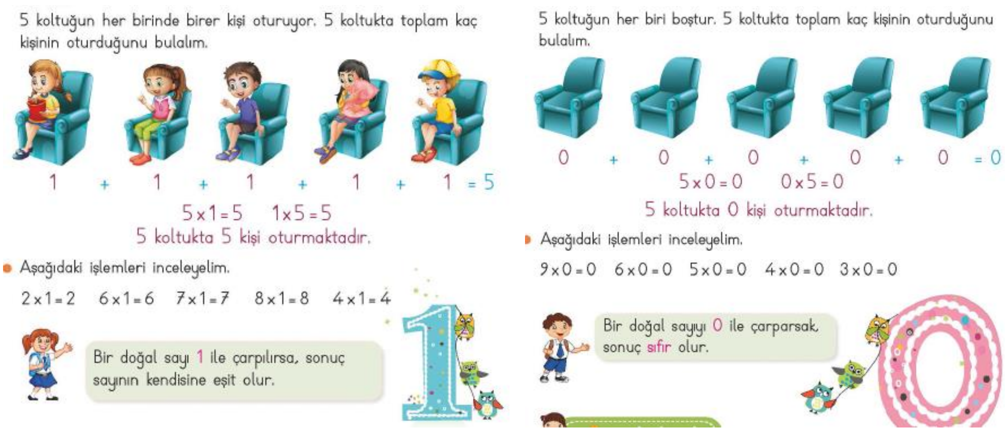
Tablo 3.2. *Çarpma işlemindeki temel özellikler*

	Sayı cümlesi	**Öğrenci Varsayımları**
Çarpma	Çarpmada 1'in ve 0'ın etkisi ax1=a ax0=0	Bir sayıyı 1 ile çarptığımızda, yine kendisini elde ederiz. Bir sayıyı 0 ile çarptığımızda, 0 elde ederiz.
	Çarpma işleminde değişme ve birleşme özelliği axb=bxa ax(bxc)=(axb)xc	Çarpma işleminde sayıların yerleri değiştiğinde sonuç değişmez. Üç sayıyı farklı şekillerde gruplayarak çarptığımda sonuç değişmez.

Tablo 3.2'de görüldüğü üzere çarpma ve bölme işlemlerindeki temel özellikler bağlamında çarpmada 1'in ve 0'ın etkisi ve çarpma işleminde değişme ve birleşme özelliği üzerinde durulmuştur.

1'in ve 0'ın etkisi

Tablo 3.2'de görüldüğü gibi doğal sayılarda çarpma ve bölme işlemlerinin özellikleri bağlamında ders kitaplarında öncelikle 1'in ve 0'ın etkisi incelenmiştir. Çarpma işleminde 1 ile çarpma işlem sonucunu değiştirmezken 0 ile çarpma sonucun 0 çıkmasını sağlamaktadır. Çarpma işleminde 1'in ve 0'ın etkisine ilk kez 2. sınıf ders kitabında yer verilmiştir. Bu duruma ilişkin örnek Şekil 3.9'da sunulmuştur.



Şekil 3.9. *2. sınıf ders kitabı 1 ve 0'ın çarpmada etkisine bir örnek*

Şekil 3.9’da görüldüğü gibi, görsel temsil ve sayısal temsilden yararlanılarak özelliklerin keşfedilmesi beklenmiştir. Problem temelli yaklaşım kullanılması ve muhakeme becerisinin desteklenmesi özelliklerin öğrenimi için çok önemlidir. Görsel temsil ve problem temelli yaklaşım birbirini çok iyi tamamlamış ve cebirsel düşünmeyi destekleyen önemli bir anlatım oluşturmuşlardır. Ancak hemen ardından “Bir doğal sayı 1 ile çarpılırsa, sonuç sayının kendisi olur.” ve “Bir doğal sayıyı 0 ile çarparsak, sonuç sıfır olur.” genellemeleri doğrudan verilerek varsayım oluşturmanın önüne geçilmiş ve cebirsel düşünmenin gelişmesi kısıtlanmıştır. Örnekler üzerinden çarpmada 1’in ve 0’ın etkisinin keşfedilerek varsayımlar oluşturulması ve kontrol edilmesi daha önceliklidir. “Pekiştirelim” bölümünde 1’in ve 0’ın çarpmadaki etkisi verilen örnekler üzerinden pekiştirilmiştir.

Diğer sınıf düzeyleri incelendiğinde ise 3. sınıf ve 4. sınıf ders kitabında temsil biçimlerinden yararlanılmadan “Çarpma işleminde 1 ile çarptığımız sayının sonucu değişmez.”, “Bir doğal sayının 1 ile çarpımının sonucu yine aynı sayının kendi değerini verir.”, “Sıfır ile çarptığımız her sayının sonucu sıfırdır.” ve “Bir doğal sayının 0 ile çarpımının sonucu 0’dır.” ifadeleri ile genelleme doğrudan verilmiştir. Oysaki problem temelli yaklaşım kullanılması, modelleme ve örnekler üzerinden keşfetmeye ve varsayım oluşturulmaya yönlendirici ifadeler barındırması örneğin iki ve üç basamaklı sayılarda özelliğin çalışıp çalışmadığının keşfine yönelik etkinliklere yer verilmesi cebirsel düşünmenin desteklenmesi bağlamında daha önceliklidir. Şekil 3.10’da 3. sınıf ders kitabında 1 ve 0’ın etkisine ait çalışmaya yer verilmiştir.

Şekil 3.10. *3. sınıf ders kitabı çarpmada 1 ve 0’ın etkisine bir örnek*

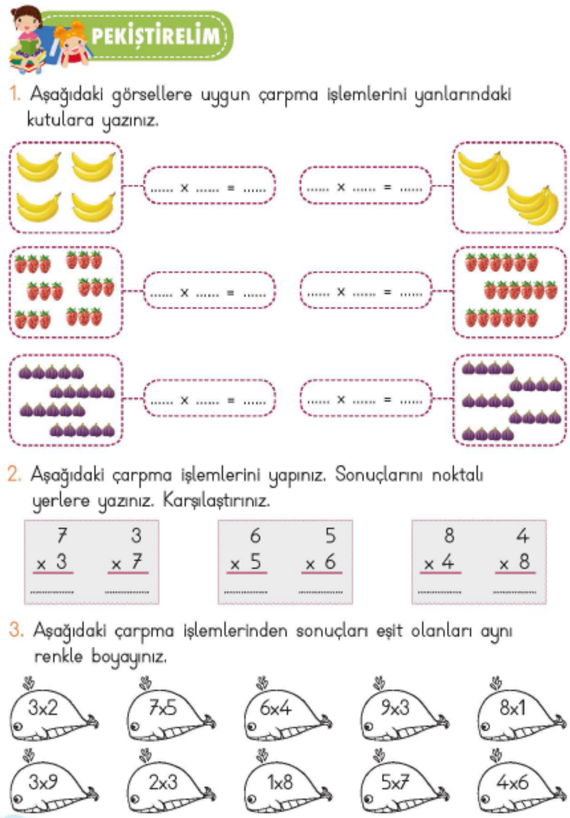
Şekil 3.10’da görüldüğü üzere 3. sınıf ders kitabında çarpma işleminde 1’in ve 0’ın etkisine yönelik genellemenin doğrudan verildiği görülmektedir. Ayrıca “Sayıları tekrar tekrar çarpmana gerek yok. Çarpma işlemi yaparak aynı sonuca ulaşabiliriz.” ifadesi çarpma işleminin toplama işleminin kısa yolu olduğunu göstermeyi amaçlasa da aynı sayıların toplandığını vurgulamaması sebebiyle kavram yanılgısı oluşturmaya yöneltebilir.

Çarpma işleminde değişme ve birleşme özelliği

Doğal sayılarda çapma işleminde değişme özelliği ile çarpanların yeri değişse bile çarpımın değişmediği vurgulanır. Problem çözmede, temel kuralları öğrenmede ve zihinden yapılan işlemlerde kullanışlı olduğundan küçük çocukların bu ilişkiyi inşa etmeleri önemlidir. İncelenen ders kitaplarında çarpmada değişme özelliği ilk kez 2. sınıf ders kitabında ele alınmıştır. Özelliğe ilişkin örnek Şekil 3.11’de sunulmuştur.

Şekil 3.11. *2. sınıf ders kitabı çarpma işleminin değişme özelliğine bir örnek*

Şekil 3.11’de görüldüğü gibi problem temelli yaklaşım kullanılmış ve çarpma işleminin değişme özelliğine sahip olduğu, çarpmanın tekrarlı toplama olması kullanılarak gruplandırılmış nesneler üzerinden gösterilmiştir. Modellemelerden yararlanılarak yapılan her iki çarpımında sonucu aynı çıkmıştır. Görsel temsil ve sayısal temsilden yararlanılarak çarpma işleminde çarpanların yer değiştirmesinin sonucu değiştirmeyeceği ortaya konmuştur ve tüm bunlar özellik öğretiminde cebirsel düşünmenin geliştirilmesi açısından oldukça önemlidir. Ancak "Çarpma işleminde, çarpanların yeri değişse de çarpım değişmez." şeklinde genelleme doğrudan verilerek varsayımda bulunma ve doğrulamanın önüne geçilmiş ve böylece cebirsel düşünmenin gelişimi kısıtlanmıştır. Şekil 3.12'de değişme özelliğinin pekiştirilmesine yönelik örnek sunulmuştur.



Şekil 3.12. *2. sınıf ders kitabı çarpmada değişme özelliğinin pekiştirilmesine bir örnek*

Şekil 3.12'de görüldüğü gibi, "Pekiştirelim" bölümünde çarpma işleminin değişme özelliği pekiştirilmiştir. Ayrıca pekiştirmede görsel temsil kullanılarak özelliğin modellenmiş olması cebirsel düşünme bağlamında önemlidir.

Çarpma işlemi üzerinde değişme özelliğinin görülebildiği bir tablo olan işlem tablosu değişme özelliğinin öğretiminde önemli bir yere sahiptir. İlk kez 2. sınıf ders kitabında işlem tablosuna (tablo temsili) yer verilmiştir. Şekil 3.13'te işlem tablosu sunulmuştur.

İşlem tablosu üzerinde birer, ikişer, üçer, dörder, beşer çarpım tablosu oluşturalım.

X	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25
6	6	12	18	24	30
7	7	14	21	28	35
8	8	16	24	32	40
9	9	18	27	36	45
10	10	20	30	40	50

Örnek: 3x4=12

Şekil 3.13. *2. sınıf ders kitabı işlem tablosuna bir örnek*

Şekil 3.13'de görüldüğü üzere ders kitabında işlem tablosuna yer verilmesine karşın değişme özelliği ile işlem tablosu arasında bir bağ kurulmamıştır. Oysaki işlem tablosu değişme özelliğini net bir şekilde ortaya koyup fark ettireceği ve varsayım oluşturmaya olanak vereceği için cebirsel düşünmeyi desteklemesi açısından önceliklidir.

Çarpım tablosu üzerinden değişme özelliğinin vurgulanmasına 3. sınıf ders kitabında da rastlanmıştır. Buna ilişkin örnek şekil 3.14'de sunulmuştur.

HATIRLAYALIM

"3 x 5 = 15" ya da "5 x 3 = 15"tir.

ÖĞRENELİM

Aşağıdaki çarpım tablosunu inceleyelim. Boyanmamış kutulardaki çarpmaları geçen yıl öğrendiğimizi fark edeceksiniz.

1 x 6 = 6	1 x 7 = 7	1 x 8 = 8	1 x 9 = 9
2 x 6 = 12	2 x 7 = 14	2 x 8 = 16	2 x 9 = 18
3 x 6 = 18	3 x 7 = 21	3 x 8 = 24	3 x 9 = 27
4 x 6 = 24	4 x 7 = 28	4 x 8 = 32	4 x 9 = 36
5 x 6 = 30	5 x 7 = 35	5 x 8 = 40	5 x 9 = 45
6 x 6 = 36	6 x 7 = 42	6 x 8 = 48	6 x 9 = 54
7 x 6 = 42	7 x 7 = 49	7 x 8 = 56	7 x 9 = 63
8 x 6 = 48	8 x 7 = 56	8 x 8 = 64	8 x 9 = 72
9 x 6 = 54	9 x 7 = 63	9 x 8 = 72	9 x 9 = 81
10 x 6 = 60	10 x 7 = 70	10 x 8 = 80	10 x 9 = 90

Renkli kutuları inceleyelim. Aynı renkle boyanmış olanların sonuçlarının eşit olduğunu fark ettiniz mi? Örneğin;

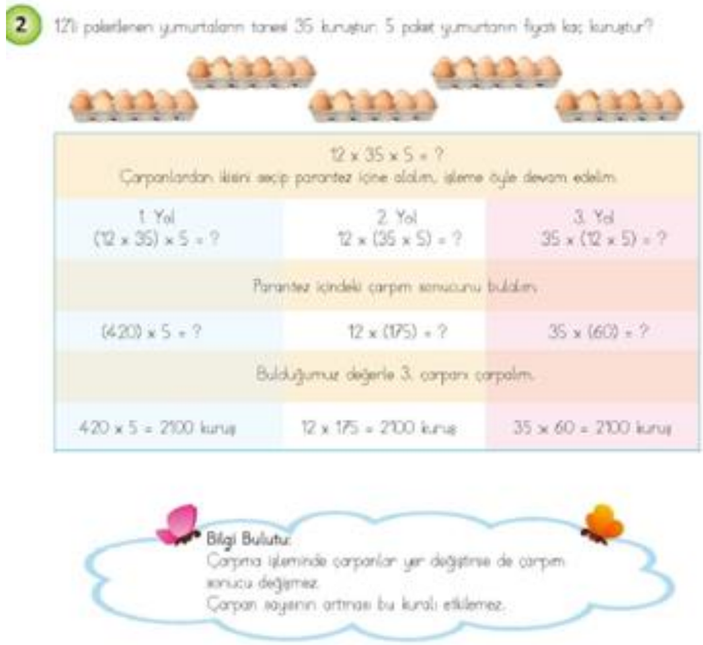
8 x 6 = 48 | 6 x 8 = 48

Şekil 3.14. *3. sınıf ders kitabı tablo üzerinden değişme özelliğine bir örnek*

Şekil 3.14’de görüldüğü üzere, 3. sınıf ders kitabında çarpmada değişme özelliği, tablo temsili ile sunularak hatırlatılmıştır. Tablo temsilinden yararlanılarak çarpım tablosu üzerinden değişme özelliğinin verilmiş olması oldukça önemlidir. Ancak hem özelliğe ait genellemenin “Çarpanlar yer değiştirdiği zaman, çarpım değişmez.” şeklinde doğrudan verilmesi hem de “Aynı renk boyanmış olanların sonuçlarının eşit olduğunu fark ettiniz mi?” şeklindeki yönlendirme cebirsel düşünmeyi kısıtlamıştır. Oysaki “Tabloda aynı renk gördüğünüz kutulardaki çarpımlarda ne fark ettiniz? Fark ettiğiniz şey diğer sayılar içinde geçerli midir? Fark ettiğiniz şey her zaman geçerli midir?” şeklindeki yönlendirmeler ile desteklenmesi daha önceliklidir.

4. sınıf ders kitabı incelendiğinde ise Şekil 3.15’de görüldüğü gibi, değişme özelliğinin iki veya daha fazla sayı arasındaki kullanımı aktarılmıştır.

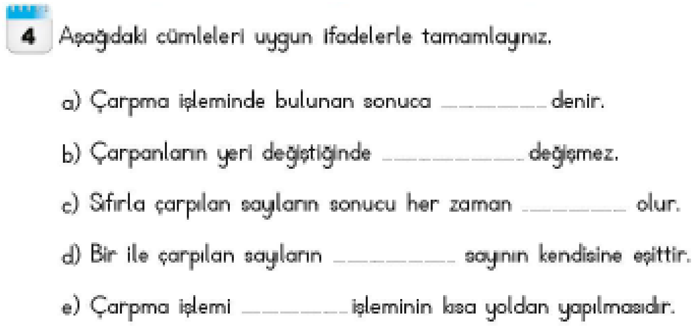
2 x 12 x 18 = ? Çarpanlardan ikisini seçip parantez içine alalım, işleme öyle devam edelim.		
1. Yol (2 x 12) x 18 = ?	2. Yol 2 x (12 x 18) = ?	3. Yol 12 x (2 x 18) = ?
Parantez içindeki çarpım sonucunu bulalım.		
(24) x 18 = ?	2 x (216) = ?	12 x (36) = ?
Bulduğumuz değerle 3. çarpanı çarpalım.		
24 x 18 = 432 bayrak	2 x 216 = 432 bayrak	12 x 36 = 432 bayrak



Şekil 3.15. *4. sınıf ders kitabı iki veya daha fazla sayının çarpılması durumunda değişme özelliğinin kullanımına bir örnek*

Şekil 3.15’de görüldüğü üzere, problem temelli yaklaşım kullanılmış ve tablo, görsel ve sayısal temsilden yararlanılarak değişme özelliğinin nasıl kullanılacağı verilmiştir. Bu şekilde örnekler yardımıyla içselleştirilmesine fırsat verilerek aktarılması cebirsel düşünmeyi geliştirme bağlamında önemlidir. Ancak diğer ders kitaplarında olduğu gibi, “Üç çarpanlı bir çarpma işleminde ilk olarak seçilen iki çarpan parantez içine alınır. Önce parantez içindeki çarpma işlemi yapılır. Elde edilen çarpımın sonucu 3. çarpanla çarpılır.” ve “Çarpma işleminde çarpanlar yer değiştirse de çarpım sonucu değişmez. Çarpan sayısının artması bu durumu değiştirmez.” şeklinde genellemelerin doğrudan verilmesi varsayım oluşturmayı engellemiş ve cebirsel düşünmenin gelişimini kısıtlamıştır. Çalışalım bölümünde çeşitli sorular yardımıyla üç sayı çarpıldığında değişme özelliğinden yararlanma; eşleştirme, boşluk doldurma, farklı gruplandırmalar yapma ve problem çözümünde kullanma şeklindeki alıştırmalarla pekiştirilmiştir.

Şekil 3.15’de görüldüğü üzere, üç sayının çarpılması durumunda değişme özelliğinin kullanımı verilirken ilk kez çarpma işleminde birleşme özelliğinin de verildiği görülmektedir. Birleşme özelliği olarak adlandırılmasa da özelliğin sezgisel olarak öğretimi gerçekleşmektedir. Bu durum cebirsel düşünme açısından önemli olsa da birleşme özelliği ile etkinlik arasında bağ kurulmamış ve varsayım oluşturmaya yönlendirmemiştir. Diğer yandan incelenen ders kitaplarında yalnızca 3. sınıf ders kitabında Şekil 3.16’da görüldüğü gibi çarpma işleminin özelliklerine ilişkin genellemeler boşluk doldurma üzerinden sorgulayan bir etkinlik ile verilmiştir.


4 Aşağıdaki cümleleri uygun ifadelerle tamamlayınız.

a) Çarpma işleminde bulunan sonuca .... denir.

b) Çarpanların yeri değiştiğinde .... değişmez.

c) Sıfırla çarpılan sayıların sonucu her zaman .... olur.

d) Bir ile çarpılan sayıların .... sayının kendisine eşittir.

e) Çarpma işlemi .... işleminin kısa yoldan yapılmasıdır.

Şekil 3.16. *3. sınıf ders kitabı çarpma işlemi özelliklerinin genellemesine bir örnek*

Şekil 3.16’da görüldüğü üzere, çarpmanın özelliklerine vurgu yapan bir çalışma olması yönüyle önemli bir etkinliktir. Özelliklerin keşfedilmesinde, özelliklerle ilgili varsayım oluşturmaya yönlendirici bu tip etkinliklerin konunun başında kullanılması ve genellemenin doğrudan verilmemesi cebirsel düşünmenin gelişimi açısından oldukça önemlidir. Konunun öğretiminde çok daha yararlı olacağı düşünülen bu etkinliğin alıştırma olarak verilmesi bir sınırlılıktır.

Bölme işlemi özellikleri

Matematik ders kitapları incelenirken Tablo 3.3’de sunulan doğal sayılarda bölme işlemlerindeki temel özellikler dikkate alınmıştır.

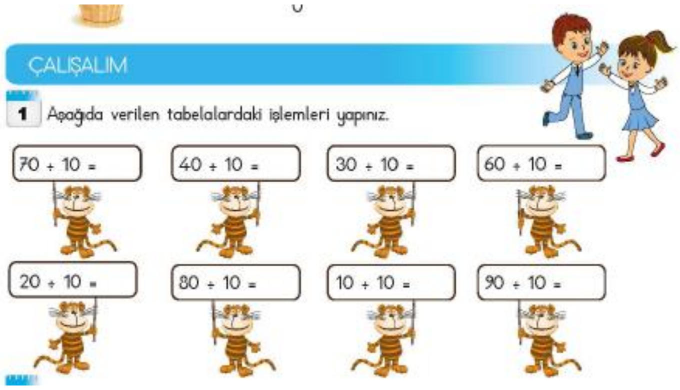
Tablo 3.3. *Bölme işlemlerindeki temel özellikler*

	Sayı cümlesi	**Öğrenci Varsayımları**
Bölme	$a \div 1 = a$	Bir sayıyı bire böldüğümüzde, yine kendisini elde ederiz.
	$a \div a = 1$	Bir sayı kendisine böldüğümüzde, sonuç 1 olur.
	$0 \div a = 0;\ a \neq 0$	Sıfırı, sıfırdan farklı bir sayıya böldüğümüzde 0 elde ederiz.

Tablo 3.3’de görüldüğü üzere bölme işlemindeki temel özellikler bağlamında özelliği $a \div 1 = a$, $a \div a = 1$ ve $0 \div a = 0;\ a \neq 0$ özellikleri üzerinde durulmuştur.

a÷1=a, a÷a=1 ve 0÷a=0; a≠0 özellikleri

Tablo 3.3'de görüldüğü gibi, ders kitapları temel bölme özelliklerden olan a÷1=a; a÷a=1 ve 0÷a=0; a≠0 özellikleri dikkate alınarak incelenmiştir. Bu özellikler işlem akıcılığının sağlanması ve ilişkisel düşünmenin gelişmesi açısından önemli olup cebirsel düşünmeyi desteklemektedir. İncelenen ders kitaplarında özelliklerin içselleştirilmesine yönelik çalışmalara yer verilmemesine karşın a÷1=a özelliği ve a÷a=1 özelliğinin kullanımına yer verildiği görülmüştür. Şekil 3.17'de 3. sınıf ve 4. sınıf ders kitaplarından bölmeye işlemindeki özelliklere örnek sunulmuştur.



A. 3. sınıf ders kitabı a:a=1 ve a:1=a özellikleri

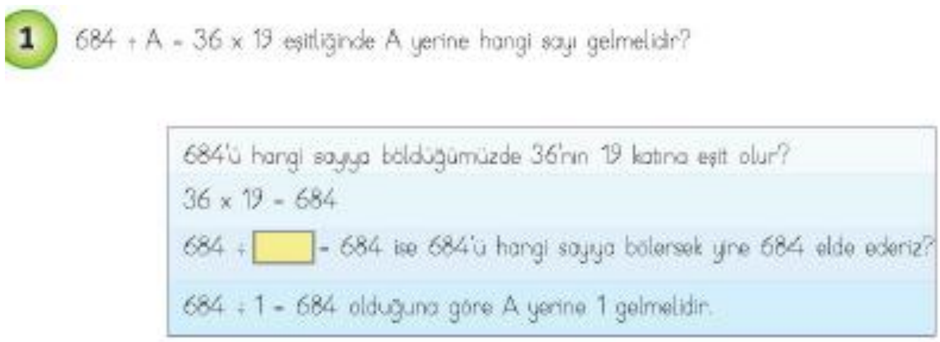
B. 4. sınıf ders kitabı a:1=a özelliği

Şekil 3.17. *3. sınıf ders kitabı sonu sıfır ile biten bir doğal sayının 10 ile kolay bölümü üzerinden a:1=a ve a:a=1 özelliklerinin kullanımına bir örnek*

Şekil 3.17'de görüldüğü üzere *a÷1=a ve a÷a=1* özellikleri 3. sınıf ders kitabında "Kısa Yoldan 10'a Bölme İşlemi" başlığı altında yer verilen bir sayının 10 ile bölünmesini içeren etkinliklerde kullanılmıştır. 1 ile bölmenin işlem sonucunu değiştirmeyeceği bilgisi kullanılarak 10 ile bölme işlemi bölünen sayının sonundaki sıfırlardan bir tanesinin silinmesine indirgenmiştir ve 10:10 işleminde de a÷a=1 özelliğinin direk kullanılması istenmiştir.

Şekil 3.17'de görüldüğü üzere 4. sınıf ders kitabında a:1=a özelliğinin kullanımının açıklandığı görülmektedir. Ayrıca 4. sınıf ders kitabında "Zihinden Bölme İşlemi" başlığı altında 10, 100 ve 1000'e bölme verilmiş, a:1=a özelliğinden yararlanılarak yapılan indirgeme 100 ve 1000 sayısı için de genişletilmiştir. Özelliğin önce keşfettirilmesi daha sonra soru üzerinde gösterimine yönelik örneklere yer verilmesi gerekirken incelenen ders kitaplarında bu tarz bir uygulamaya rastlanmamıştır.

İncelenen 4. sınıf ders kitabında eşitlikte bilinmeyen verildiği bir durumda a:1=a özelliğinin kullanımına yönelik bir etkinlik Şekil 3.18'de sunulmuştur.



Şekil 3.18. *4. sınıf ders kitabı bir sayının 1'e bölümüne bir örnek*

Şekil 3.18'de görüldüğü üzere a:a=1 özelliğinin aktarımında "684: A=684 ise 684'ü hangi sayıya bölersek yine 684 elde ederiz? 684:1=684 olduğuna göre A yerine 1 gelmelidir." şeklinde özellik ile ilişkilendirilmeden doğrudan sonuç üzerinden anlatım yapıldığı görülmektedir.

İncelenen bütün kitaplarda bölme işleminin özellikleri verilmemesine karşın özelliklerin kullanımını gerektiren konuların içinde kullanımına yer verildiği, konunun anlaşılırlığını düşürdüğü ve ezbere yönelttiği görülmüştür. Bu durum cebirsel düşünmeyi kısıtlamaktadır.

3.1.1.1.2. *Temel özelliklerden elde edilen varsayımlar*

Matematik ders kitapları incelenirken Tablo 3.4'de sunulan temel özelliklerden elde edilen varsayımlar dikkate alınmıştır.

Tablo 3.4. *Temel özelliklerden elde edilen varsayımlar*

	Sayı cümlesi	Öğrenci Varsayımları
Temel özelliklerden elde edilen varsayımlar	a+b-b=a	Bir sayıya başka bir sayıyı ekleyip çıkardığımızda, kendisine eşit olur.
	axb ÷ b = a; b≠0	Bir sayıyı başka bir sayı ile çarpıp böldüğümüzde, kendisine eşit olur.
	ax2b = axb/2	Çarpma işleminde, çarpanlardan birini 2 katına çıkarıp, diğerini 2 ile böldüğümüzde yine aynı sonucu elde ederiz.
	a+b=(a+c)+(b-c)	Toplama işleminde toplanan sayılardan yerine başka bir sayı ekleyip, diğerinden bu sayıyı çıkardığımızda sonuç değişmez.

Tablo 3.4'de görüldüğü üzere temel özelliklerden elde edilen varsayımlar bağlamında a+b-b=a, axb ÷ b = a; b≠0, ax2b = axb/2 ve a+b=(a+c)+(b-c) gibi eşitlikler dikkate alınmıştır.

a+b-b=a, axb ÷ b = a; b≠0, ax2b = axb/2 ve a+b=(a+c)+(b-c) varsayımı

Tablo 3.4'de verilen temel özelliklerden elde edilen varsayımlar işlem akıcılığının sağlanması, ilişkisel düşünmenin desteklenmesi ve eşitlikte dengenin korunumunu sağlayacak olması yönünden önemlidir. İncelenen ders kitaplarında varsayımlara değinilmeden varsayımlarla ilişkilendirilebilecek etkinliklere yer verildiği ancak varsayım ile yeterli ilişkinin kurulamadığı görülmüştür. Bu etkinlikler içinde 2axb = ax(b/2) varsayımı ile ilgili etkinlik önemli görülmüştür. "Çarpanlardan birini 2 katına çıkarıp, diğerini 2 ile böldüğümüzde yine aynı sonuç elde edilir." varsayımın en rahat görülebileceği alt başlıklardan biri kısa yoldan çarpma işlemidir. Zihinden çarpma işleminde kolay çarpma yapabilmek için çarpanlardan biri bir doğal sayı ile çarpılarak 10 ya da 100 elde edilebiliyor ve diğer çarpan aynı sayıya tam bölünebiliyorsa ilgili varsayımın kullanılması işlem akıcılığını sağlamakta ve cebirsel düşünmenin gelişimini desteklemektedir. Zihinden çarpma işleminde ilgili varsayımın kullanımı ilk kez 4. sınıf ders kitabında rastlanmıştır. Buna ilişkin örnek Şekil 3.19'da sunulmuştur.

5, 25 ve 50 ile Kısa Yoldan Çarpma İşlemi

4 Bir doğal sayı 5 ile kısa yoldan çarpmak için diğer çarpan önce ikiye bölünür sonra 10 ile çarpılır.

Kilosu 5 TL olan nardan 48 kilo alan bir kafeterya sahibi narlar için kaç lira ödemiştir? Birlikte inceleyelim.

48 x 5 = ? 48 : 2 = 24 24 x 10 = 240 TL ödemiştir.

5 Bir doğal sayı 25 ile kısa yoldan çarpmak için diğer çarpan önce dörde bölünür sonra 100 ile çarpılır.

Tanesi 25 TL olan orkidelerden üç ay süresince 76 tane satan bir çiçekçi, orkidelerden kaç lira kazanç elde etmiştir? Birlikte hesaplayalım.

76 x 25 = ? 76 : 4 = 19 19 x 100 = 1900 TL kazanç elde etmiştir.

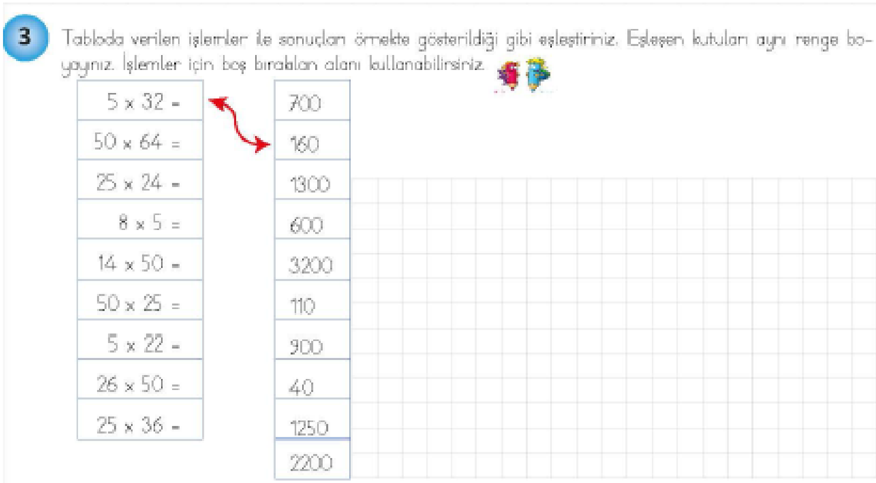
6 Bir doğal sayı 50 ile kısa yoldan çarpmak için diğer çarpan önce ikiye bölünür sonra 100 ile çarpılır.

Bir değirmende günde 14 tane 50 kglık un çuvalını dolduracak kadar un öğütülüyor. Değirmende günlük öğütülen un miktarını birlikte hesaplayalım.

14 x 50 = ? 14 : 2 = 7 7 x 100 = 700 kg un öğütülmüştür.

Şekil 3.19. *4. sınıf ders kitabı 5, 25 ve 50 ile kısa yoldan çarpma işlemi üzerinden 2axb = ax(b/2) varsayımının kullanımına bir örnek*

Şekil 3.19’da görüldüğü gibi, 5, 25 ve 50 ile kısa yoldan çarpma işlemi yapılırken ilgili varsayımın kullanıldığı görülmektedir. Sembolik temsilden yararlanılarak ilgili varsayım ile kısa yoldan çarpma işleminin ilişkilendirilmesi sağlanmıştır. Problem temelli yaklaşım kullanılarak kısa yoldan çarpma işlemi günlük yaşamla ilişkilendirilerek verilmiştir. 5 ile çarpma işleminde 5 iki katına çıkartılmış, 5 ile çarpılan sayının yarısı alınmıştır. Gene aynı şekilde 50 ile kısa yoldan çarpma işlemi yapılırken 50 iki katına çıkarılmış, 50 ile çarpılan sayının yarısı alınmıştır. Bu iki örnekte çarpanlardan birinin 2 katı, diğerinin yarısı alındığı görülmektedir. Ayrıca her iki örnek de ilgili varsayımın kullanışlılığı da ortaya konmuştur. Verilen örneklerde 25 ile kısa yoldan çarpma da yer almaktadır. 25 sayısı 4 ile çarpılmış, 25 ile çarpılan çarpan 4’e bölünmüştür. Bu örnekte ilgili varsayımın genişletilerek kullanılması söz konusudur. İlgili varsayımın bir genelleme olarak verilmiş olması büyük önem arz etse de keşfedilmesine ve genişletilmesine olanak verecek yönlendirici ifadelerin bulunmaması cebirsel düşünmenin gelişimi açısından kısıtlılıktır. Şekil 3.20’de görüldüğü gibi ilgili varsayımın kullanılması ve pekiştirilmesine yönelik alıştırmalara yer verilmiştir.



Şekil 3.20. *4. sınıf ders kitabı 5, 25 ve 50 ile kısa yoldan çarpma işlemi üzerinden 2axb = ax(b/2) varsayımının pekiştirilmesine bir örnek*

Şekil 3.20'de görüldüğü gibi 5, 25 ve 50 ile kısa yoldan çarpmanın pekiştirilmesi sağlanırken aslında 2axb = ax(b/2) varsayımından nasıl yararlanılacağının pekiştirildiği görülmektedir. Ancak varsayımın kısa yoldan çarpma ile ilişkilendirilmemesi verilen örneklerin ezbere bir kural kullanımını pekiştirmekten öteye gidemeyeceği düşünülmektedir.

3.1.1.1.3. *Tek ve çift sayılara ilişkin bağıntılar*

Matematik ders kitapları incelenirken Tablo 3.5'de sunulan doğal sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerindeki temel özellikler dikkate alınmıştır.

Tablo 3.5. *Tek çift sayılara ait bağıntılar*

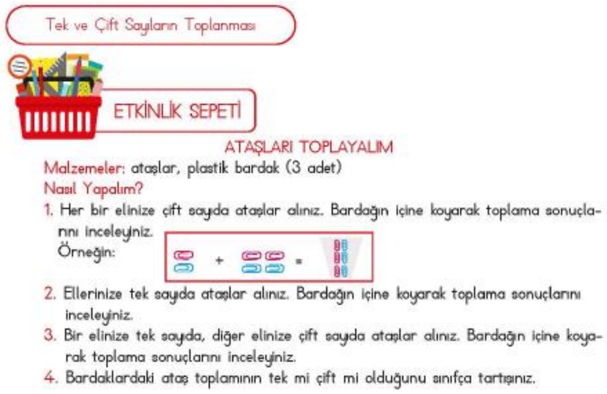
	Sayı cümlesi		Öğrenci Varsayımları
Tek ve Çift Sayılara İlişkin bağıntılar	Ç + Ç = Ç Ç x Ç = Ç	Ç – Ç = Ç	İki çift sayının toplamı, farkı, çarpımı çift sayıdır.
	T + Ç = T T x Ç = Ç	T – Ç = T	İki tek sayının toplamı ve farkı çift sayıdır, çarpımı tek sayıdır.
	T + T = Ç T x T = T	T – T = Ç	Bir tek sayı ile bir çift sayının toplamı, farkı tek sayıdır, çarpımı çift sayıdır.

Tablo 3.5'de görüldüğü üzere tek ve çift sayılara ilişkin bağıntılar bağlamında iki çift sayının, iki tek sayının ya da biri tek diğeri çift olan iki sayının toplamı, farkı ve çarpımının tek mi çift mi olacağı üzerinde durulmuştur.

Tek ve çift sayılara ilişkin bağıntılar

Cebirsel düşünmenin gelişimi açısından incelenmesi gereken önemli başlıklardan biri de Tablo 3.5'de görüldüğü gibi tek çift sayılara ait bağıntılardır. Tek çift sayılarla toplama, çıkarma ve çarpmada elde edilen sayının tek ya da çift oluşu ve bu durumun ders kitaplarında nasıl ele alındığı üzerinde durulacaktır.

Ders kitapları incelendiğinde tek ve çift sayıların öğretimine ilk kez 3. sınıf ders kitabında yer verildiği görülmektedir. Ders kitabında tek çift sayı kavramı verildikten sonra tek çift sayılarla toplamaya geçilmiştir. Somut temsil üzerinden tek çift sayılarla yapılabilecek toplama işlemlerinin her biri ile ilgili çeşitli deneyler yapılmıştır. Bu duruma ilişkin örnek Şekil 3. 21'de sunulmuştur.


Tek ve Çift Sayıların Toplanması

ETKİNLİK SEPETİ

ATAŞLARI TOPLAYALIM

Malzemeler: ataşlar, plastik bardak (3 adet)

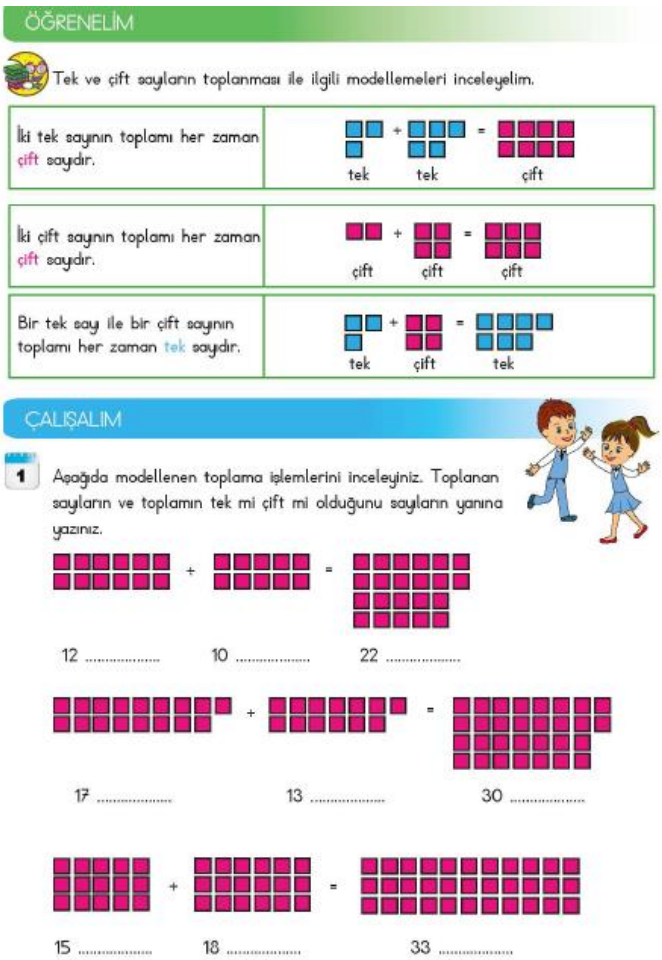
Nasıl Yapalım?

1. Her bir elinize çift sayıda ataşlar alınız. Bardağın içine koyarak toplama sonuçlarını inceleyiniz.
   Örneğin:
2. Ellerinize tek sayıda ataşlar alınız. Bardağın içine koyarak toplama sonuçlarını inceleyiniz.
3. Bir elinize tek sayıda, diğer elinize çift sayıda ataşlar alınız. Bardağın içine koyarak toplama sonuçlarını inceleyiniz.
4. Bardaklardaki ataş toplamının tek mi çift mi olduğunu sınıfça tartışınız.

Şekil 3.21. *3. sınıf ders kitabı tek çift sayıların toplanmasına bir örnek*

Şekil 3.21'de görüldüğü gibi somut temsilden yararlanılarak deney yoluyla tek çift sayılarla toplama yapma ve bu toplama sonucu elde edilenler üzerinden yorum yapmayı gerektiren bir etkinlik görülmektedir. Çocukların pet bardakların içine ataç atarak T+T, T+Ç, Ç+T ve Ç+Ç durumlarını tek tek deney yaparak incelemeleri beklenmektedir. T+T durumunu ele alacak olursak, deneyde pet bardağa iki tane tek sayıda ataç içeren iki grup atacı atıp bardaktaki atak sayısının sayılması ve bu deneyin çocuğun karar verdiği sayıda tekrarlanması ve elde edilen sonuçların tek mi çift mi olduğunun sınıf ile paylaşılması beklenmektedir. Böylece çocuklar birbirlerinin deneyimlerinden de yararlanacaklardır. Her defasında çift sayı elde edilmesinden dolayı çocuklar "İki tek sayı toplanırsa sonuç çift sayı olur." genellemesine ulaşabileceklerdir. Etkinlik hem görsel hem de somut temsil içermektedir. Bu nedenle çoklu temsillerden en iyi şekilde yararlanıldığı söylenebilir.

Ayrıca keşfetmeye dayalı bir etkinlik olması da önemlidir. Etkinlik cebirsel düşünme yönünden güzel bir etkinlik olmasına karşın “Bardaklardaki ataş toplamının tek mi çift mi olduğunu sınıfça tartışır.” cümlesi sonucun tek çift olmasına direk yönlendirmektedir. Oysaki “Bardaktaki ataşların sayısı ile ilgili ne söylenebilir? Bulduğunuz sonuç her zaman geçerli midir? Elde ettiğiniz sonucun doğruluğunu nasıl gösterebilirsiniz?” gibi sorularla desteklenmediği dolayısıyla varsayım oluşturma ve doğrulama açısından yetersiz kaldığı görülmektedir. Ayrıca hemen yan sayfada tek çift sayıların toplanmasına yönelik genellemelere yer verilmiştir. Yan sayfadaki genellemeye dikkat eden bir öğrenci tek çift sayılarla deney yapma, düşünme, varsayım oluşturma, genelleme ve doğrulamaya yönelik süreci olumsuz etkileyecektir. Bu durum cebirsel düşünme açısından kısıtlılıktır. Şekil 3.22’de tek çift sayıların toplanmasına yönelik verilen genellemeler ve alıştırmalar sunulmuştur.



Şekil 3.22. *3. sınıf ders kitabı tek çift sayıların toplanmasına yönelik genellemeler ve alıştırmalara bir örnek*

Şekil 3.22'de görüldüğü gibi tek ve çift sayılar ile toplama yapıldığında sonucun tek mi çift mi olacağı çocuklar tarafından keşfedilmesine yönelik etkinliğin ardından genellemelerin şekil temsilinden yararlanılarak doğrudan verildiği görülmektedir. Hemen ardından konunun pekiştirilmesine yönelik alıştırmalara yer verilmiştir. Tek ve çift sayıların toplanması ile ilgili genellemelerin ve alıştırmaların modelleme üzerinden verilmesi önemlidir. Tek ve çift sayıların toplanmasına yönelik genellemelerin keşfedilmesine yönlendiren etkinlikle yan sayfada verilmesi cebirsel düşünmenin gelişimi açısından bir sınırlılıktır.

Ders kitapları incelendiğinde tek çift sayılarda toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinden yalnızca toplama işlemine yer verildiği, toplama işlemine de yalnızca 3. sınıf kitabında yer verildiği görülmektedir. Oysaki tek ve çift sayılar arasındaki ilişkiler diğer sınıf düzeylerinde de yer verilebilecek ilişkilerdir. Bu ilişkilerin oluşturulması, öğrencilerin varsayım oluşturması ve doğruluğunu test etmesi açısından önemlidir. Doğruluğunu test etmede, sınıf ortamında oluşturulan bütün varsayımlar sınıftaki bütün öğrenciler tarafından test edilmelidir. Düşünceyi desteklemesi ve muhakeme becerilerini geliştirmesi yönüyle tek çift sayılara ait ilişkilere ilkokulda değinilmesi önemlidir.

3.1.1.2. *Sembollerin anlamı*

Sembollerin anlamı Şekil 3. 7'de görüldüğü gibi eşit işaretinin anlamı ve ilişkisel düşünme ile değişkenlerin anlamı şeklinde iki başlıkta ele alınmıştır. Tablo 3.6'da görüldüğü gibi ders kitapları bu başlıklar altında yer alan alt başlıklar ile incelenmiştir.

Tablo 3.6. *Sembollerin anlamı*

Sembollerin Anlamı			
Eşit İşaretinin Anlamı			
İşlemler-Eşitlik-Yanıt		**Standart Olmayan Sayı Cümlesi**	
Standart Sayı Cümlesi	a+b=-, axb=-	Her İki Taraflı İşlem	a+b=c+d
Doğru Yanlış Sayı Cümlesi	a+b=c	Sağ Taraflı İşlem	c=a+b
		Eşitsizlik Durumları	$\neq$
		İşlemin Olmadığı Eşitlikler	a=b

Tablo 3.7. (Devam) *Sembollerin anlamı*

	Eşitlik Yerine Çizgi/Ok Kullanımı	→ a+b
	Eşitliğin Olmadığı İşlemler	“3+4’ün Sonucu”
	En Az İki Bilinmeyenli Eşitlikler	___+___=a
İlişkisel Düşünme Becerisi		
İlişkisel Düşünmeye Giriş	**İlişkisel Düşünme**	
Toplama-Çıkarma İlişkisi Toplama-Çarpma İlişkisi Çıkarma-Bölme İlişkisi Çapma-Bölme İlişkisi	Doğal Sayılarla İşlemlerde İlişkisel Düşünme	
Değişkenlerin Anlamı		
Bilinmeyen Anlamı	**Değişkenlerin Çeşitlilik Gösteren Çokluklar Olarak Kullanımı**	
----+a=c; a+---=b	7 maymun iki ağaçta oynamak ister. Ağaçlardan biri büyük, diğeri küçüktür. 7 maymunun iki ağaçta oynayabileceği tüm farklı durumları gösteriniz.	

Tablo 3.6’da görüldüğü üzere, eşit işaretinin anlamı işlemler-eşitlik-yanıt ve standart olmayan sayı cümlesi olarak başlıklara ayrılırken, ilişkisel düşünme becerisi ilişkisel düşünmeye giriş ve ilişkisel düşünme olarak alt başlıklara ayrılmıştır. Ayrıca değişkenlerin anlamı, bilinmeyen anlamı ve değişkenlerin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak kullanımı şeklinde başlıklara ayrılmıştır.

3.1.1.2.1. *Eşit işaretinin anlamı*

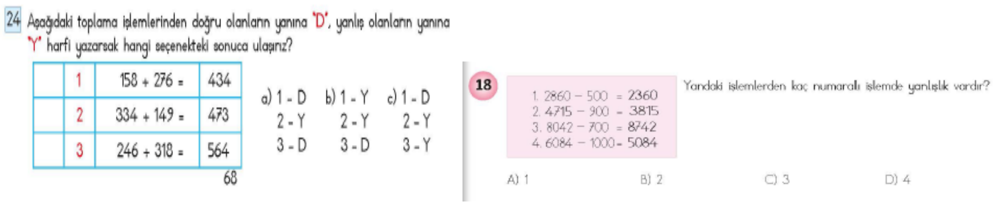
Küçük çocukların sayı sistemimizdeki ilişkileri görmeleri, anlamaları ve sembolize etmeleri önemlidir. Eşit işareti bu ilişkilerin görülmesinde en önemli semboldür. Aritmetik aracılığıyla geliştirilen fikirler genelleştirilip sembolik olarak ifade edildiğinde, genelleştirilmiş biçimdeki güçlü ilişkiler başka sayılarla çalışmak içinde kullanılabilir. Bu bağlamda eşit işaretinin anlamının öğrenilmesi tüm bunları destekleyeceği için önemlidir.

Eşit işareti temelde iki fikri bir araya getirir. Bunlar; ilişkisel bir sembol olduğu ve bir eşitliğin iki tarafının dengede olduğu fikridir. Cebirsel düşünme bağlamında ise önemli olan eşit işaretinin ilişkisel anlam taşıyan ve denge gösteren bir sembol olmasıdır.

Bu bağlamda ders kitapları incelenirken eşit işaretinin anlamı işlemler-eşitlik-yanıt ve standart olmayan sayı cümleleri olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir.

İşlemler- eşitlik-yanıt

İşlemler-eşitlik-yanıt biçimi kendi içerisinde standart sayı cümlesi (örn. 3+4=_, 10-4=_) ve doğru yanlış sayı cümlesi (örn. 3+4=7, 5-2=2) olmak üzere iki alt kategoride ele alınmıştır. Ders kitapları incelendiğinde, her sınıf düzeyinde çoğunlukla örneğin 17+3=_, 9-4=_, 6x3=_, 20:2=_ şeklinde standart sayı cümlesine yer verildiği görülmüştür. Bu işlemlerde öğrencilerden sol tarafta verilen işleminin sonucunu sağ tarafa yazmaları beklenmektedir. Benzer şekilde standart sayı cümlelerine doğru yanlış sayı cümleleri içerisinde de rastlanmıştır. Doğru yanlış sayı cümlelerine ise genelde ünite değerlendirmelerinde yer verildiği belirlenmiştir. 3. sınıf ve 4. sınıf matematik ders kitaplarından eşit işaretinin işlem-eşitlik-yanıt anlamına ilişkin bir örnek Şekil 3.23'de sunulmuştur.



A) 3. Sınıf B) 4. Sınıf

Şekil 3.23. *3. ve 4. sınıf ders kitaplarında eşit işaretinin işlem-eşitlik-yanıt anlamına bir örnek*

Şekil 3.23'de görüldüğü gibi öğrencilerden sol taraftaki işlem ile sağ taraftaki sonucu karşılaştırmaları ve doğru ya da yanlışlığına karar vermeleri beklenmektedir. Bu noktada hem standart sayı cümlelerinin hem de doğru yanlış sayı cümlelerinin öğrencileri eşit işaretinin her iki tarafının aynılığından ziyade cebirsel düşünme için bir sınırlılık olan "ve yani şudur" şeklinde anlamlandırmaları sağlanmaktadır. Şekil 3.24'de görüldüğü gibi doğru yanlış soru cümlelerine her iki taraflı işlemlerde de yer verilmiştir.

1 Aşağıdaki eşitlikleri kontrol ediniz. Doğru olanların karşısına "D", yanlış olanların karşısına "Y" yazınız. Yanlış ise doğrusunu karşısındaki boşluğa yazınız.

İşlemler	Doğru(D) Yanlış (Y)	İşlem Yanlışsa Doğrusu:
2400 ÷ 100 = 1 x 24		
1800 ÷ 100 = 18 x 10		
3000 ÷ 1000 = 300 x 100		
7800 ÷ 78 = 25 x 4		

Şekil 3.24. *4. sınıf ders kitabından doğru yanlış sayı cümlelerine bir örnek*

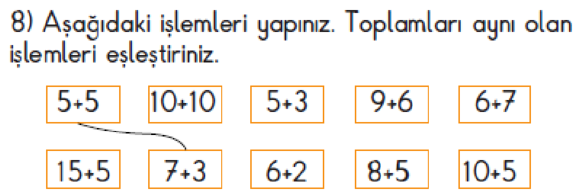
Şekil 3.24'de görüldüğü üzere doğru yanlış sayı cümleleri üzerinden her iki taraflı işlemlere yer verilmiş ve verilen ifadenin doğru olup olmadığı yanlışsa doğrusunun nasıl olması gerektiği sorgulanmıştır. Doğru yanlış sayı cümlelerinin eşitliğin her iki tarafında da işlemlerin yer aldığı sayı cümleleri şeklinde ele alınması hem eşit işaretinin anlamını açık hale getirmek hem de ilişkisel düşünme becerisinin gelişiminde oldukça önemlidir. Ne yazık ki sadece 4. sınıf ders kitabında "Çalışalım" bölümünde sadece bir soruda bu tür sayı cümlelerine yer verildiği görülmüştür. Ayrıca tüm ders kitaplarında eşit işaretinin işlemler-eşitlik-yanıt anlamı vurgulanırken öğrencilerin muhakeme yapmalarını sağlayacak yönde herhangi bir etkinliğe rastlanılmamıştır.

Standart olmayan sayı cümlesi

Tablo 3.6'da görüldüğü üzere eşit işaretinin bir diğer anlamı standart olmayan sayı cümlesi başlığı altında ele alınmıştır. Bu bağlamda eşit işaretinin anlamı her iki taraflı işlem, sağ taraflı işlem, işlemin olmadığı eşitlikler, eşitsizlik durumları, eşitlik yerine çizgi/ok kullanımı, eşit işaretinin verilmediği işlemler ve en az iki bilinmeyenli eşitlikler olmak üzere yedi bileşen ile incelenmiştir.

Her iki taraflı işlem

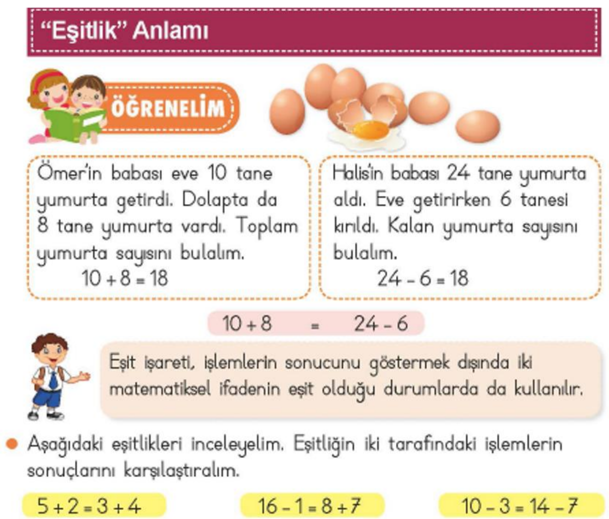
Standart olmayan sayı cümlesi bileşenlerinden olan her iki taraflı işlemler, cebirsel düşünme bağlamında işlemlerin eşitliğinin kavranmasını sağlama açısından önemlidir. Ders kitapları incelendiğinde bu duruma ilk kez 1. sınıf ders kitabında yer verildiği görülmüş ve Şekil 3.25'de sunulmuştur.



Şekil 3.25. *1. sınıf ders kitabından her iki taraflı işlemlere örnek*

Şekil 3.25'de görüldüğü üzere, örnek üzerinde eşit işareti kullanılmadığı ve ok ile eşleştirmeden yararlanıldığı görülmektedir. Ok ile eşleştirme ile eşit işareti arasındaki ilişki vurgulanmamıştır.

Cebirsel düşünmenin desteklenmesi açısından eşit işareti ile birlikte verilmesi oldukça önemli olan her iki taraflı işlemlere ise ilk kez 2. sınıf ders kitabında "Eşitlik" anlamı başlığı altında her iki taraflı eşitlik olarak yer aldığı ve hem toplama hem de çıkarma işlemlerinden yararlanıldığı görülmüştür. Şekil 3.26'da örnek sunulmuştur.



Şekil 3.26. *2. sınıf ders kitabında her iki taraflı işlemlerle eşitliğin anlamının verilmesine bir örnek*

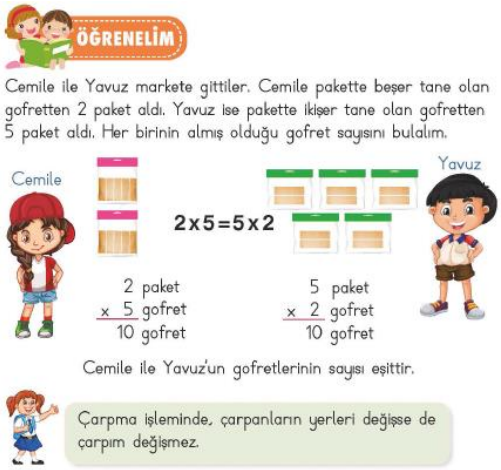
Şekil 3.26'da görüldüğü gibi eşitlik anlamı iki farklı günlük yaşam bağlamı ile başlamış ve bu bağlamlara uygun sayısal temsil yazılmıştır. Pekiştirelim bölümünde iki eşit ifadenin eşittir ile bağlanarak yazılması istenerek eşit işareti anlamının içselleştirilmesi amaçlanmıştır. Eşit işaretinin anlamına yönelik uygun bir etkinlik olsa da "Eşit işareti, işlemlerin sonucunu göstermek dışında iki matematiksel ifadenin eşit olduğu durumlarda da kullanılır." şeklinde eşit işaretinin anlamına doğrudan vurgu yapılması öğrencilerin muhakeme becerilerinin gelişimini sınırlandırmaktadır.

İncelenen 2. sınıf ders kitabında ayrıca eşit işaretinin anlamına yönelik olarak iki taraflı işlemlerin genişletilerek üç taraflı işlemlere de yer verildiği görülmüştür. Şekil 3.27'de 2. sınıf ders kitabında yer verilen etkinlik sunulmuştur.

Şekil 3.27. *2. sınıf ders kitabı her üç taraflı işlemlere bir örnek*

Şekil 3.27'de görüldüğü üzere her iki taraflı işlemleri her üç taraflı işlemlere genişletme örneğinde boşluklar bırakılarak çocuğun doldurması istenmiş, böylece pekiştirme yapılmasına olanak verilmiştir. Ayrıca çarpma işlemine de yer verildiği görülmektedir. Benzer şekilde 3. sınıf ders kitabında da üç taraflı işlemlere rastlanmıştır. Bu durum cebirsel düşünme açısından önemlidir.

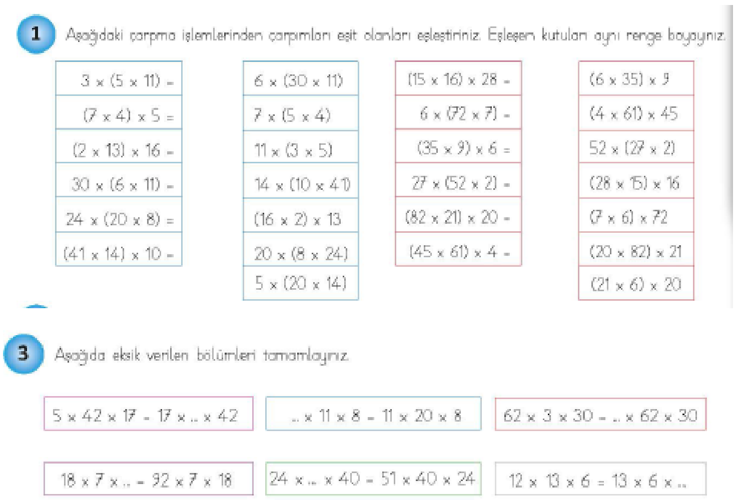
Her iki taraflı işlemlerin kullanıldığı yerlerden biri de önceki bölümlerde ele aldığımız işlem özelliklerinin işlendiği kısımlardır. Ağırlıklı olarak değişme ve birleşme özelliklerinin ele alındığı kısımlarda her iki taraflı işlemlere yer verildiği görülmüştür. Buna karşın örneğin çarpmada 1'in ve 0'ın etkisinin aktarımında her iki taraflı işlemlerden yararlanılmadığı belirlenmiştir. Şekil 3.28'de 2. sınıf matematik ders kitabından "Doğal Sayılarla Çarpma İşlemi" bölümünün "Çarpanların Yerini Değiştirme" kısımda günlük yaşam bağlamından hareketle değişme özelliğinin görsel temsillerle desteklendiği ve sayısal temsil ile de her iki taraflı işleme yer verildiği görülmektedir.



Şekil 3.28. *2. sınıf ders kitabında değişme özelliğinin her iki taraflı işlemlerle desteklenmesine bir örnek*

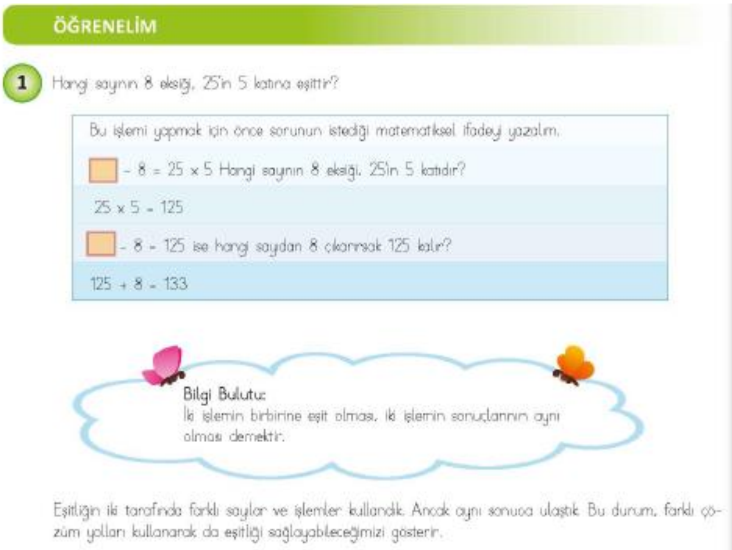
Şekil 3.28'de sunulan örnek etkinlik hem işlem özelliğinin kavratılmasına hem de eşit işaretinin her iki tarafının da aynılığına vurgu yapması cebirsel düşünmenin gelişimi açısından önemli bir durumdur. Ancak böyle etkinliklerde öğrencilere doğrudan bilgi sunmak yerine sorgulayıcı birtakım sorular ile hem eşit işaretinin anlamına hem de değişme özelliğinin keşfedilmesine yol açılması öğrencilerin muhakeme becerilerinin gelişimini sağlama açısından önemlidir.

4. sınıf ders kitabında da her iki taraflı işlemler yardımıyla birleşme ve değişme özelliklerinin aktarımının desteklenerek pekiştirildiği görülmektedir. Her iki taraflı işlemlere gerek ok yardımıyla eşleştirme gerekse eşittir işaretinin kullanımı ile yer verildiği görülmektedir. Şekil 3.29'da örnek sunulmuştur.



Şekil 3.29. *4. sınıf ders kitabı her iki taraflı işlemlerden yararlanarak birleşme ve değişme özelliğine bir örnek*

Cebirsel düşünme açısından önemli olan her iki taraflı işlemlerde sağ tarafta ya da sol tarafta bilinmeyenin verilmesi durumuna bakıldığında ise ilk kez 4. sınıf ders kitabında yer verildiği görülmüştür. Verilen sözel ifadenin önce işleme çevrilmesi ve adım adım sözel ifadelerle desteklenerek çözülmesini içermektedir. Benzer şekilde her iki taraflı işlemlerde bilinmeyenin verilmesi durumunda eşitliğin nasıl kullanılacağı pekiştirilmiştir. Şekil 3.30'da örnek sunulmuştur.


ÖĞRENELİM

1 Hangi sayının 8 eksiği, 25'in 5 katına eşittir?

Bu işlemi yapmak için önce sorunun istediği matematiksel ifadeyi yazalım.

☐ - 8 = 25 x 5 Hangi sayının 8 eksiği, 25'in 5 katıdır?

25 x 5 - 125

☐ - 8 - 125 ise hangi sayıdan 8 çıkarırsak 125 kalır?

125 + 8 - 133

Bilgi Bulutu:
İki işlemin birbirine eşit olması, iki işlemin sonuçlarının aynı olması demektir.

Eşitliğin iki tarafında farklı sayılar ve işlemler kullandık. Ancak aynı sonuca ulaştık. Bu durum, farklı çözüm yolları kullanarak da eşitliği sağlayabileceğimizi gösterir.

Şekil 3.30. *4. sınıf ders kitabı iki taraflı işlemlerde bilinmeyen verilmesine bir örnek*

Şekil 3.30'da görüldüğü gibi bilgi bulutu ve altındaki açıklama ile "İki işlemin birbirine eşit olması, iki işlemin sonuçlarının aynı olması demektir." şeklinde eşitliğin anlamına ve "Eşitliğin iki tarafında farklı sayılar ve işlemler kullandık. Ancak aynı sonuca ulaştık. Bu durum, farklı çözüm yolları kullanarak da eşitliği sağlayabileceğimizi gösterir." şeklinde eşitliğin verilen sayı, işlem ve yöntemden ziyade sonucun aynı olup olmamasıyla ilgili olduğuna vurgu yapılsa da bu durumun öğrencilerin muhakeme gelişimlerini sınırlandırdığı söylenebilir.

Eşit işaretinin denge olarak kavramsallaştırılmasında yani küçük çocukların eş değerlik fikrini anlamalarında somut ya da görsel temsillerden biri terazi modelinin kullanımıdır. Ders kitapları incelendiğinde 3. sınıf ve 4. sınıfta sadece tartma bölümünde terazi modeline yer verildiği ancak buradaki amacın da eşit işaretinin anlamından daha çok kütle ölçmeye yönelik etkinlikler olduğu dikkati çekmiştir. Şekil 3.31'de 3. sınıf ders kitabından bir örnek sunulmuştur.

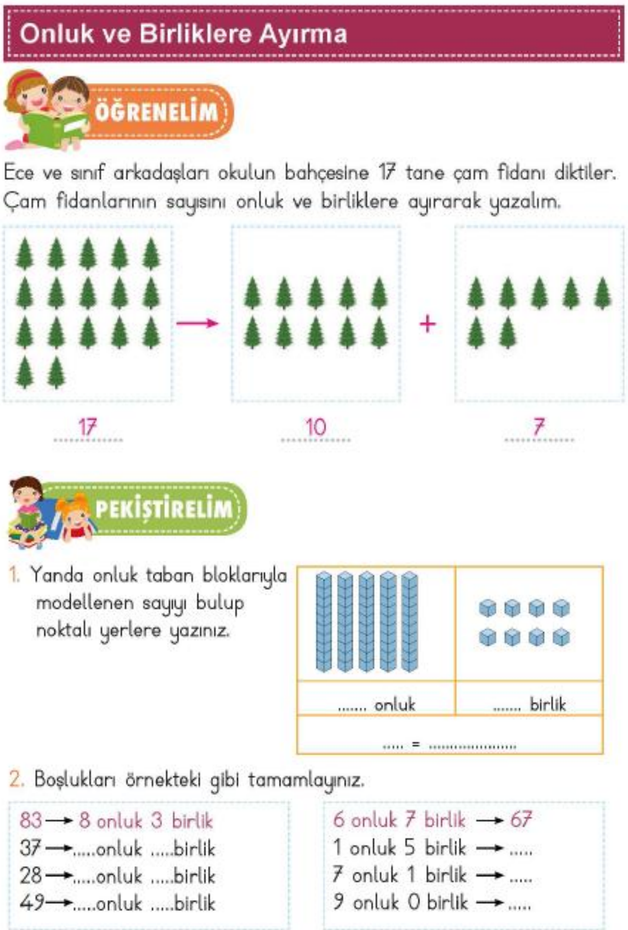
Şekil 3.31. *3. sınıf ders kitabı terazi modeline bir örnek*

Şekil 3.31'de görüldüğü gibi 3. sınıf ders kitabında "Eğlenelim" bölümünde terazinin dengede olduğu bir görsel temsil kullanılmıştır. İkiden fazla kefeye sahip bu temsilde verilen sayının kütle olarak dengenin korunmasını sağlayacak şekilde paylaştırıldığı görülmektedir. Bu paylaşım dengenin korunmasını gerekli kıldığından cebirsel düşünmenin gelişimi açısından çok önemli bir etkinliktir. Ancak eşdeğerlik fikrinin oluşturulmaya çalışıldığı bu etkinlikte aynı zamanda eşit sembolü kullanılarak sayısal temsile de yer verilmesi eşit işaretinin denge fikrini güçlendirmede etkili olabilecekken eşit işaretine yer verilmediği görülmüştür.

Özetle her iki taraflı işlemler bağlamında ders kitapları incelendiğinde, temsil biçimlerinden yeterince yararlanılmadığı, çoğunlukla sayısal temsilin kullanıldığı görülmektedir. Ayrıca her ne kadar her iki taraflı işlemlerde eşitliği anlamına yönelik açıklamalar yapılsa da bu bilgilerin doğrudan verilmesi öğrencilerin muhakeme becerilerinin gelişimini sınırlamakta ve böylece cebirsel düşünmenin gelişimi engellenmektedir.

Sağ taraflı işlemler

Standart sayı cümlelerindeki standart yazımı bozarak cebirsel düşünmenin gelişimine katkı sağlayan, sol tarafta sonucun sağ tarafta işlemin verildiği eşitliklere sağ taraflı işlemler denir. Şekil 3.32'de onluk ve birliklere ayırmada sağ taraflı işlemlerin kullanımı sunulmuştur.



Şekil 3.32. *2. sınıf ders kitabı onluk ve birliklerine ayırmanın sağ taraflı işlem ile desteklenmesine bir örnek*

Ders kitapları sağ taraflı işlem bağlamında incelendiğinde, ilk kez 2. sınıf ders kitabında Şekil 3.32'de görüldüğü gibi onluk ve birliklere ayırmada yer verildiği görülmüştür. Sağ taraflı işlemlere örnek oluşturan; eşitliğin sol tarafında sayı, sağ tarafında çözümlemesinin yer aldığı onluk ve birliklere ayırma çalışmaları pekiştirelim bölümüyle desteklenmiştir. Benzer şekilde eldeli toplama işleminde de onluk ve birliklere ayırmada sağ taraflı işlemlerden yararlanıldığı görülmektedir.

İncelenen 2. sınıf ders kitabında, cebirsel düşünmenin gelişimi açısından önemli olan bir ifadenin diğer bir ifade cinsinden yazılmasının örneğin düzinenin deste cinsinden yazılmasının sağ taraflı işlemle desteklenerek aktarıldığı görülmüştür. Şekil 3.33'de sunulmuştur.

Şekil 3.33. *2. sınıf ders kitabında düzinenin sağ taraflı işlem kullanılarak deste cinsinden ifadesine bir örnek*

Şekil 3.33'de görüldüğü gibi modellemeden yararlanılarak 1 deste kaleme 2 tane daha kalem ilave edilerek 1 düzine kalem elde edildiği eşit işareti kullanılmadan ok ile eşleştirme yardımıyla ifade edildiği görülmektedir. Ok ile eşleştirmenin eşit işareti yerine kullanıldığı vurgulanmamıştır.

Sağ taraflı işlemler bağlamında diğer ders kitapları incelendiğinde, 4. sınıf ders kitabında terazi modellemesi ile karşılaşılmıştır. Şekil 3.34'de söz konusu terazi modeline örnek sunulmuştur.

A. Öğrenelim bölümünde verilen çalışmaya örnek

B. Çalışalım bölümünde verilen çalışmaya örnek

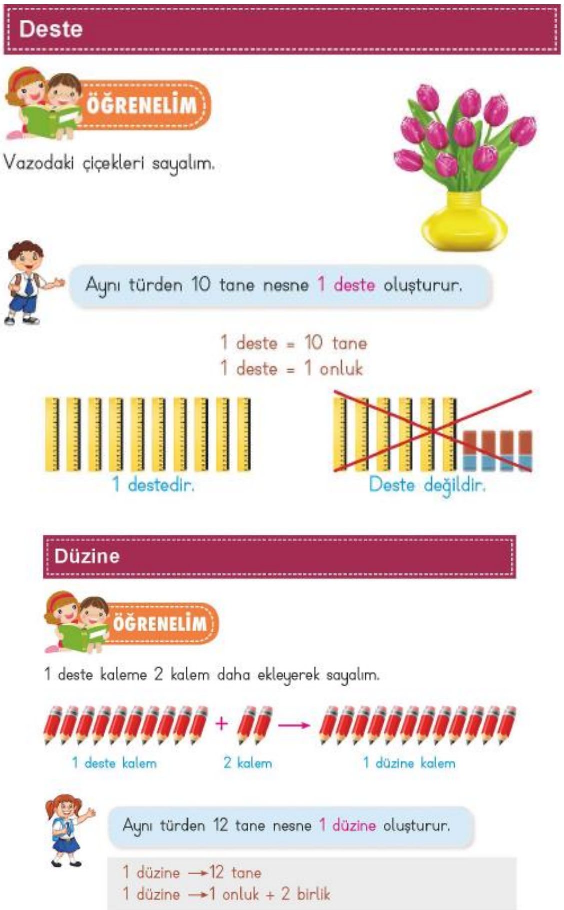
Şekil 3.34. *4. sınıf ders kitabında sağ taraflı işlemde terazi modellemesine bir örnek*

Eşitlik kavramının öğretiminde büyük öneme sahip olan modelleme (örn. tahterevalli, terazi vs.) eşitliğin kavramsallaştırılabilmesi ve dengenin korunumunun verilebilmesi açısından önemlidir. Şekil 3.34'de görüldüğü üzere ders kitabında yer alan terazi çalışmalarında, sol ve sağ kefeye birbirinden farklı ancak aynı ağırlığa sahip ağırlıkların yerleştirildiği görülmektedir. "Öğrenelim" bölümünde sol kefede sadece bir ağırlığa yer verilip sağ kefede birden çok ağırlığa yer verildiği görülürken çalışalım bölümünde bir kefede bir ağırlığa, diğer kefede birden çok ağırlığa yer verildiği görülmüştür. Her iki kefede birden çok ağırlığın yer verildiği çalışmalara rastlanmamıştır. Oysaki öğrenelim bölümünde sağ kefede tek ağırlığın sol kefede birden fazla ağırlığın bulunduğu terazilere ve her iki kefede birden fazla ağırlığa yer verilen terazilere örnek verilmesi gerekirken verilmemiş olması ve terazi ile modelleme çalışmalarına yalnızca 4. sınıf ders kitabında tartma konusunda yer verilmesi cebirsel düşünmenin gelişimi açısından önemli bir sınırlılıktır.

İncelenen ders kitaplarında şekil temsili, sayı temsili ve modellemeden yararlanıldığı görülmektedir. Ancak muhakeme becerisinin desteklenmesine yönelik düşündürücü sorulara rastlanmamıştır.

İşlemin olmadığı eşitlikler

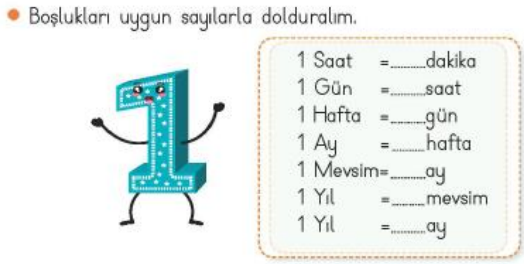
Ders kitapları incelendiğinde ilk kez 2. sınıf ders kitabında işlemin olmadığı eşitliklere rastlanmıştır. Şekil 3.35'de deste ve düzine kavramları üzerinden işlemin olmadığı eşitliklere örnekler sunulmuştur.



Şekil 3.35. *2. sınıf ders kitabında deste ve düzine kavramlarının aktarımına bir örnek*

Şekil 3.35'de görüldüğü üzere, deste ve düzine kavramının tane ve onluk ve birlik ile olan ilişkisinin aktarımında yararlanılmıştır. Deste kavramında eşit işaretinden yararlanılırken düzine kavramında ok ile gösterim tercih edilmiştir.

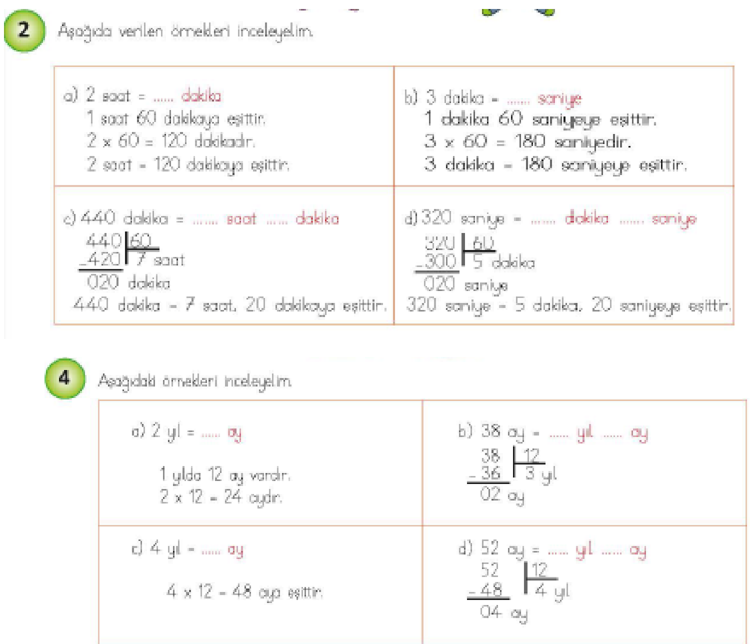
Zaman ölçme birimler arasındaki dönüşüm gerektirdiğinden işlemin olmadığı eşitliklerin kullanılabileceği alanlardan biridir. Şekil 3.36'da örnek sunulmuştur.



Şekil 3.36. *2. sınıf ders kitabında zaman ölçme birimleri arasında dönüşüme bir örnek*

2. sınıf ders kitabında Şekil 3.36'da görüldüğü üzere zaman ölçü birimleri arasında dönüşüm yapılabilmesi ile ilgili pekiştirici etkinliğin işlemin olmadığı eşitliklerden yararlanılarak verildiği görülmektedir.

Benzer şekilde 4. sınıf ders kitabında da zaman ölçme konusunda işlemin olmadığı eşitliklere yer verilmiştir. Şekil 3.37'de sunulmuştur.

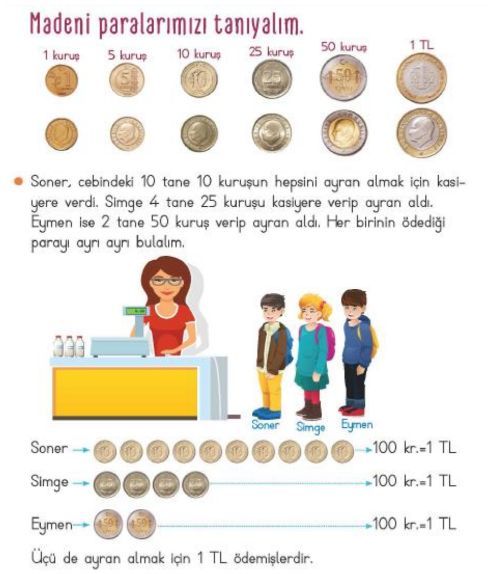


Şekil 3.37. *4. sınıf ders kitabında zaman ölçme birimleri arasında dönüşüme bir örnek*

Şekil 3.37'de görüldüğü üzere zaman ölçme birimleri arasındaki dönüşüme yer verildiği görülmektedir. Ayrıca dönüşüm yapılırken ilk kez işlemlerden yararlanılması ile konunun genişletilmesi sağlanmış, çalışalım bölümü ile pekiştirilmiştir.

Dönüşüm yaptığımız yerlerden biri de paralarımızdır. Şekil 3. 38'de ve Şekil 3. 39'da sunulmuştur.

Şekil 3.38. *2. sınıf ders kitabında Türk lirası (TL) ve kuruş arasındaki dönüşüme bir örnek*



Şekil 3.39. *2. sınıf ders kitabında madeni paralar arasındaki dönüşüme/eşliğe bir örnek*

Şekil 3.38'de görüldüğü üzere TL ve kuruşu birbiri cinsinden hesaplamamız gereken durumlarla karşılaştığımızda işlemin olmadığı eşitliklerden yararlanabiliriz. 2. sınıf ders kitabında bu dönüşüme de yer verilmiştir. Ayrıca 2. sınıf ders kitabında Şekil 3.39'da görüldüğü gibi günlük yaşam durumlarından ve modellemeden yararlanılarak madeni paralar arasındaki dönüşümün verilmesine yönelik çalışmalara da yer verilmiştir. Uzunluk ölçü birimlerinin birbiri cinsinden ifade edilmesinde de işlemin olmadığı eşitliklerden faydalanabiliriz. Şekil 3.40'da bu duruma bir örnek sunulmuştur.

Şekil 3.40. *2. sınıf ders kitabında m ve cm arasındaki dönüşüme bir örnek*

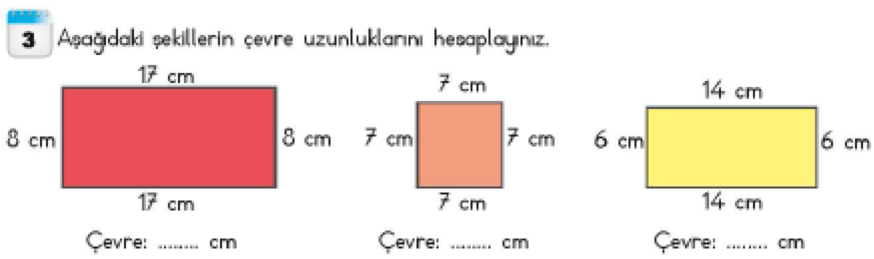
Bir diğer ölçme birimi standart uzunluk ölçü birimleridir. Şekil 3.40'da sunulmuştur. 2. sınıf ders kitabında yalnızca standart uzunluk ölçü birimlerinden Şekil 3.40'da görüldüğü gibi metre ve santimetreye yer verilmiş, bu birimler arasındaki dönüşümlerde işlemin olmadığı eşitliklerden yararlanıldığı görülmüştür.

Benzer şekilde 4. sınıf ders kitabında da standart ölçü birimleri arasındaki dönüşümlerde işlemin olmadığı eşitliklere yer verilmiştir. Şekil 3.41'de sunulmuştur.

Şekil 3.41. *4. sınıf ders kitabında uzunluk birimleri arasındaki dönüşümün işlemin olmadığı eşitlikle ifade edilmesine bir örnek*

Şekil 3.41'de görüldüğü üzere, standart ölçü birimlerinden kilometre (km), metre (m), santimetre (cm) ve milimetreye (mm) yer verilerek konunun genişletilmesi sağlanmıştır. Dönüşümler yarılırken işlemlerden yararlanılmıştır. Pekiştirelim bölümüyle uzunluk birimleri arasındaki dönüşüm pekiştirilmiştir.

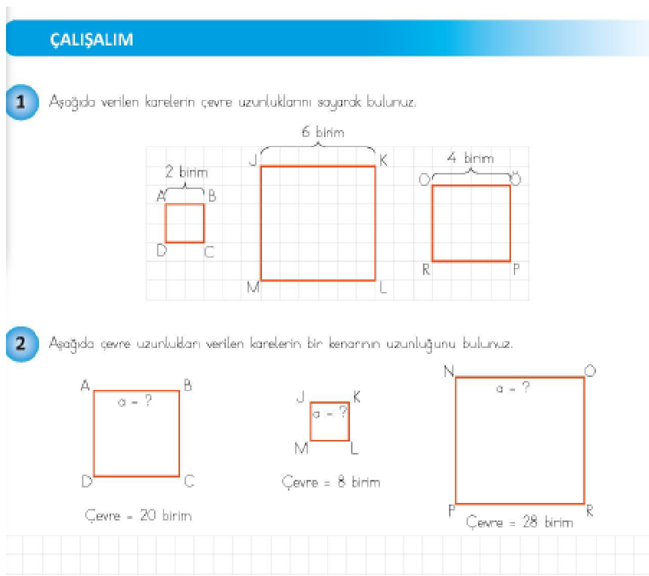
Diğer ders kitapları incelendiğinde, 3. sınıf ders kitabında çevre ölçmede işlemin olmadığı eşitliklere yer verilmiştir. Şekil 3.42'de bu duruma örnek sunulmuştur.



Şekil 3.42. *3. sınıf ders kitabında çevrenin hesaplanmasına bir örnek*

Şekil 3.42’de görüldüğü üzere çevre uzunluğunun hesaplanması çalışmalarında çevrenin bir sayı ile ifade edilmesinde işlemin olmadığı eşitliklerden yararlanıldığı görülmektedir. Kare ve dikdörtgenin çevre uzunluğu hesabı ile ilgili bilgi verildikten sonra çevrenin hesaplanmasına yönelik pekiştirici sorulara ve problemlere yer verildiği görülmektedir.

Benzer şekilde 4. sınıf ders kitabında da kare ve dikdörtgenin çevre uzunluğu hesabının işlemin olmadığı eşitliklerden yararlanılarak verildiği görülmektedir. Ayrıca çevresi verilen bir şeklin bir kenarının uzunluğunun hesaplanmasına yönelik çalışmalara da yer verilmiştir. Çalışalım bölümünde pekiştirici sorularla desteklenmiştir. Şekil 3.43’de sunulmuştur.



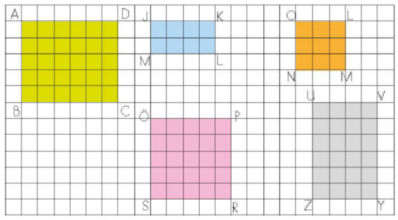
Şekil 3.43. *4. sınıf ders kitabında çevreden hareketle kenarın hesaplanmasında işlemin olmadığı eşitlik kullanımına bir örnek*

Şekil 3.43’de görüldüğü üzere çevre uzunluğunun sayısal değeri işlem içermeyen bir eşitlik ile verilmektedir.

Ayrıca ilk defa 4. sınıf ders kitabında alan öğretiminde işlemin olmadığı eşitliklerden yararlanıldığı görülmüştür. Şekil 3.44’de sunulmuştur.

ÇALIŞALIM

1 Aşağıdaki kareli kâğıtta verilen karesel ve dikdörtgensel bölgeleri inceleyiniz. Alttaki tabloyu geometrik şekillere uygun olarak tamamlayınız.



Geometrik Şeklin Adı	Şeklin Bir Satırındaki Birim Kare Sayısı	Şekildeki Satır Sayısı	Şekildeki Toplam Birim Kare Sayısı	Şeklin Alanı
ABCD Dikdörtgeni	6	5	30	6 x 5 = 30 birim kare
JKLM Dikdörtgeni				
OLMN Karesi				
UVYZ Dikdörtgeni				
ÖPRS Karesi				

Şekil 3.44. *4. sınıf ders kitabında alan hesabında işlemin olmadığı eşitliklerin kullanılmasına bir örnek*

Şekil 3.44'de görüldüğü üzere alan hesabına yönelik örneğin tablo ve şekil temsili ile desteklenerek verildiği görülmektedir. Alan hesabı şeklin bir satırındaki birim sayısı ile şekildeki satır sayısı arasındaki çarpımsal ilişkiden yararlanılarak verilmiştir. Aynı zamanda şekildeki birim kare sayısı ile şeklin alanını temsil eden birim kare sayısı arasındaki ilişkide tablo ve şekil temsili yardımıyla verilmiştir. Tüm bu ilişkiler verilirken işlemin olmadığı eşitliklerden yararlanılmıştır.

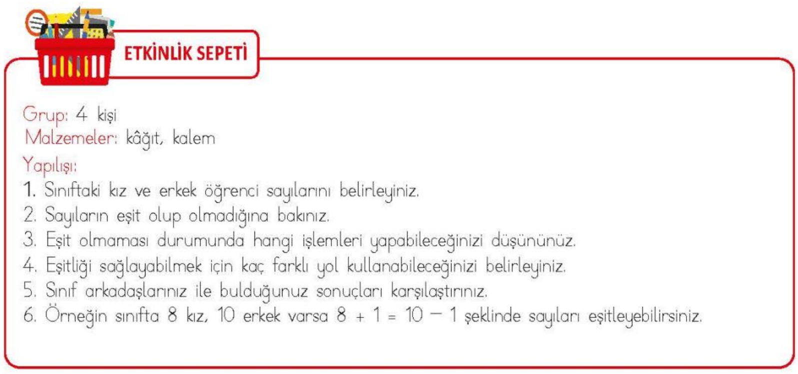
Ders kitapları incelendiğinde görsel temsil ve sembolik temsilden sıkça yararlanıldığı ancak işlemin olmadığı eşitliklerin anlamını sorgulamaya ve dönüşümün neden ve nasıl yapıldığını anlamaya yönelik sorgulamaya yönlendirici ifadenin olmadığı, sadece 4. sınıfta çevre ile kenar arasındaki ilişkinin ve alan hesabının keşfettirildiği görülmüştür.

Eşitsizlik durumları

Eşitliği anlamanın yollarından biri de eşitliğin ne zaman eşitlik belirtip ne zaman belirtmeyeceğinin ayırt edilebilmesidir. Cebirsel açıdan oldukça önemli olan bu durum 4. sınıf ders kitabında "Matematikte Eşitliği Sağlama" başlığı altında ele alınmıştır. Şekil 3.45'de örneği verilmiştir.

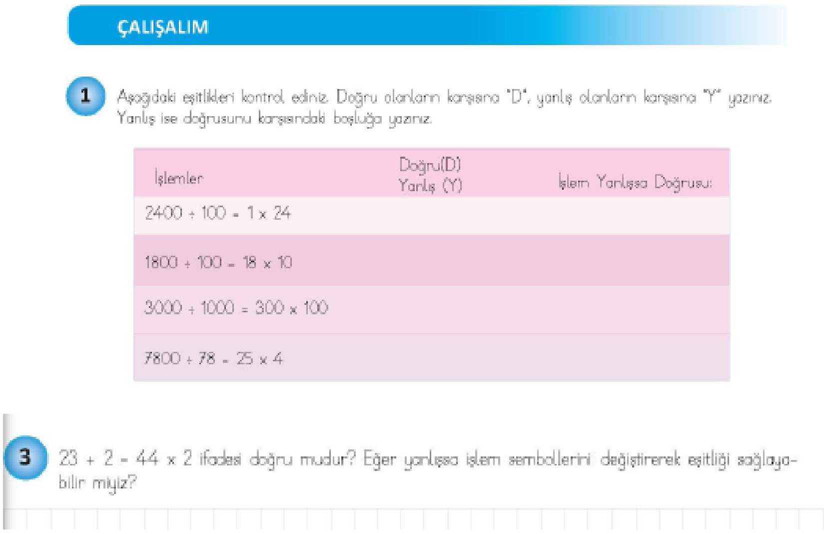
Şekil 3.45. *4. sınıf ders kitabı matematikte eşitliği sağlamaya bir örnek*

Gerçek yaşam durumu üzerinden eşit olmayan durumların nasıl eşit hale getirilebileceği Şekil 3.45'de görüldüğü gibi örneklendirilmiştir. Benzer şekilde Şekil 3.46'da etkinlik sepeti üzerinden eşit olmayan durumların nasıl eşit hale getirilebileceği üzerine örnek sunulmuştur.



Şekil 3.46. *4. sınıf ders kitabı her iki taraflı işlemde temsiller arası geçişe bir örnek*

Şekil 3.46'da görüldüğü üzere etkinlik sepeti üzerinden ayrıca eşit olmayan bir durumun nasıl eşit hale getirilebileceği ve bunu yaparken uygulanabilecek farklı yollar üzerine düşünmeleri istenerek muhakeme becerisi desteklenmiştir. Her iki tarafta eşitliğin verildiği duruma benzer şekilde verilen sözel ifadenin önce işleme çevrilmesi ve adım adım sözel ifadelerle desteklenerek çözülmesini içermektedir.
Çalışalım bölümünde de eşitsizlik durumlarına yer verilmiştir. Şekil 3.47'de sunulmuştur.


ÇALIŞALIM

1 Aşağıdaki eşitlikleri kontrol ediniz. Doğru olanların karşısına "D", yanlış olanların karşısına "Y" yazınız. Yanlış ise doğrusunu karşısındaki boşluğa yazınız.

İşlemler	Doğru(D) Yanlış (Y)	İşlem Yanlışsa Doğrusu:
2400 ÷ 100 = 1 x 24		
1800 ÷ 100 = 18 x 10		
3000 ÷ 1000 = 300 x 100		
7800 ÷ 78 = 25 x 4		

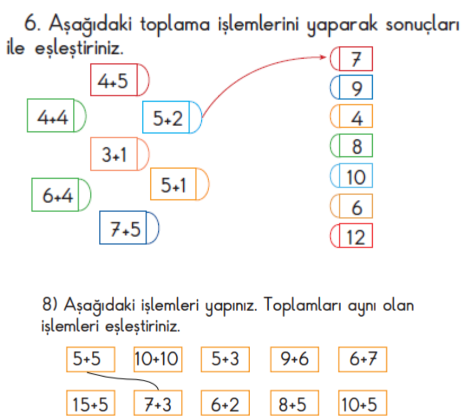
3 23 + 2 = 44 x 2 ifadesi doğru mudur? Eğer yanlışsa işlem sembollerini değiştirerek eşitliği sağlayabilir miyiz?

Şekil 3.47. *4. sınıf ders kitabında her iki taraflı işlemlerde eşitliği sağlamaya bir örnek*

Şekil 3.47'de görüldüğü üzere, doğru yanlış sayı cümlelerine yönelik etkinlikte önce eşitliğin doğru ya da yanlış olduğuna karar verilmesinin istenmesi daha sonra eşitlik yanlışsa işlemin doğrusunun ne şekilde olması gerektiğinin belirlenmesinin istenmesi cebirsel düşünmenin gelişimi açısından oldukça önemlidir. Ayrıca çalışalım bölümünde verilmiş olan eşitliği sağlamak için işlemlerin değiştirilmesine yönelik etkinlik düşünmeye sevk etmesi açısından önemlidir.

Eşitlik yerine çizgi/ok kullanımı

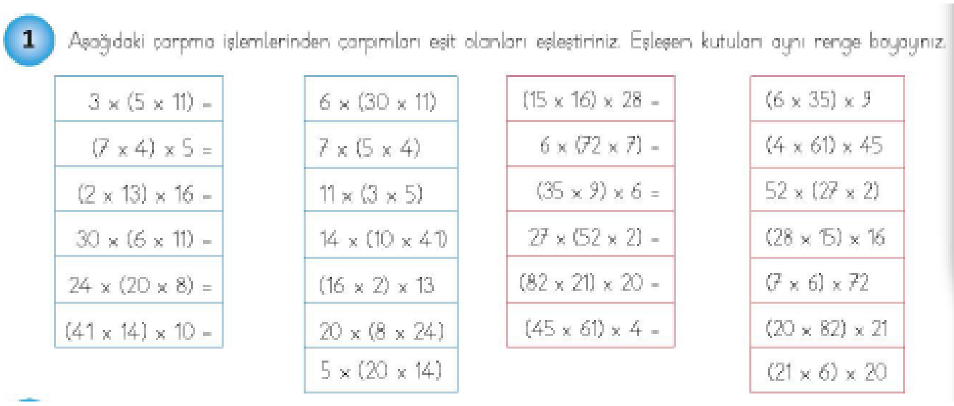
Ders kitapları incelendiğinde her sınıf düzeyinde eşitlik yerine çizgi/ok kullanımına yönelik örneklere rastlanmıştır. Şekil 3.48'de 1. sınıf ders kitabından bir örnek sunulmuştur.



Şekil 3.48. *1. sınıf ders kitabı işlem ile sonucunu ok yardımıyla eşleştirmeye örnekler*

Şekil 3.48’de görüldüğü üzere solda verilen işlemler ile sağda verilen işlem sonuçlarının ok yardımı ile eşleştirilmesine ve her iki tarafta bulunan işlemlerin aynı sonuca sahip olanlarının eşleştirilmesine yönelik çalışmaya yer verilmiştir.

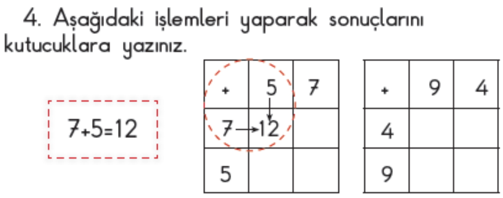
Diğer ders kitapları incelendiğinde benzer şekilde ok ile eşleştirmeye yer verildiği görülmektedir. Sınıf düzeyi arttıkça hem işlemlerde kullanılan sayıların basamakları artmakta hem sorular zorlaşmakta hem de eşleştirilmesi istenen kutucuk miktarı artmaktadır. Ok ile eşleştirme diğer eşleştirme yaparak işlem sonuç arasında bağ kuran gösterimlere göre daha fazla kullanıldığı görülmektedir. Ünite değerlendirme sorularında da eşitlik yerine ok kullanımına sıkça rastlanılmıştır. Şekil 3.49’da sunulmuştur.



Şekil 3.49. *4. sınıf ders kitabı değişme özelliğinin eşitlik yerine ok kullanımı ile pekiştirilmesine örnek*

Şekil 3.49’da görüldüğü üzere eşitlik yerine ok kullanımının yararlanıldığı yerlerden biri değişme özelliğinin aktarımıdır. Bununla birlikte eşitlik yerine ok ile eşleştirmelerde eşleştirme yapıldıktan sonra boyama çalışmaları ile etkinliğin eğlenceli hale getirildiği görülmektedir.

Eşitlik yerine çizgi/ok kullanımı sadece çizgi ya da ok ile eşleştirme örnekleri ile sınırlı değildir. İncelenen ders kitaplarında da farklı formlardaki eşitlik yerine çizgi/ok kullanımına rastlanmıştır. Bu örneklerden biri de işlem tablolarıdır. Şekil 3.50’de 1. sınıfta verilen işlem tablosu ile 4. sınıfta verilen işlem tablosu sunulmuştur.



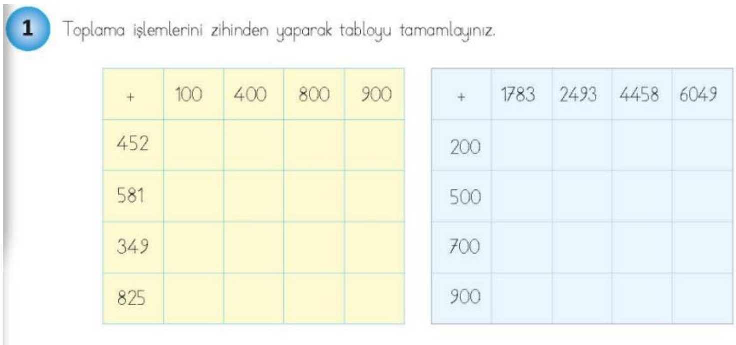
4. Aşağıdaki işlemleri yaparak sonuçlarını kutucuklara yazınız.

7+5=12

+	5	7
7	12	
5		

+	9	4
4		
9		

A. 1. Sınıf Ders Kitabı İşlem Tablosuna Bir Örnek



1 Toplama işlemlerini zihinden yaparak tabloyu tamamlayınız.

+	100	400	800	900
452				
581				
349				
825				

+	1783	2493	4458	6049
200				
500				
700				
900				

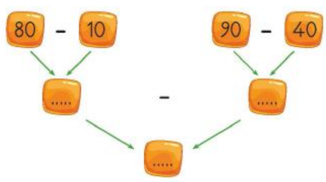
B. 4. Sınıf Ders Kitabı İşlem Tablosuna Bir Örnek

Şekil 3.50. *1. sınıf ders kitabında ve 4. sınıf ders kitabında verilen işlem tablosuna birer örnek*

İlk kez 1. sınıf ders kitabında karşılaşılan işlem tablolarına her sınıf düzeyinde yer verildiği görülmüştür. Şekil 3.50'de görüldüğü üzere sınıf düzeyi arttıkça işlem tablosunda verilen satır ve sütun sayılarının da arttığı gözlenmektedir.

Eşitlik yerine çizgi/ok kullanılan bir diğer çalışma işlemlerin ok yönünde yapılarak devam ettirildiği çalışmalardır. Şekil 3.51'de sunulmuştur.

A. 1. sınıf ders kitabı oklarla yukarı doğru işlem yapma



B. 3. sınıf ders kitabı oklarla aşağı doğru işlem yapma

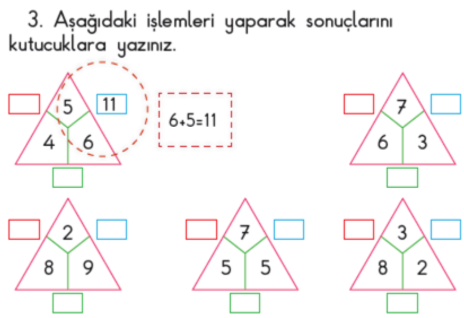
Şekil 3.51. *1. ve 3. sınıf ders kitapları ok yönünde işlem yapmaya bir örnek*

Şekil 3.51'de görüldüğü üzere bu çalışmalar yan yana verilen kutucukların içindeki sayılarla istenilen işlem yapılarak elde edilen sonucun, işlem basamağında kullanılan iki kutunun tam üstündeki kutucuğa yazılması (1. ve 3. sınıfta rastlanıldı.) ya da üstten başlanarak aşağı doğru işlem yapılarak sonucun aşağı yazıldığı (2. sınıfta rastlanıldı.) çalışmalardır. 1. ve 3. sınıf ders kitaplarında yer verilen çalışmalar incelendiğinde sınıf düzeyi arttıkça kutucuk sayısının da arttığını göstermektedir.

Ders kitapları incelendiğinde şekil temsili, tablo temsili ve sayısal temsilden yararlanıldığı görülmektedir. Eşitliğin anlamı ve eşitlik yerine çizgi/ok kullanımı arasında bir ilişki kurulmamış, eşitlik üzerine düşünmeye sevk etmemiş ve pekiştirme göreviyle sınırlı kalmıştır. Çocuğun kendi hipotezlerini kurup test etmesine olanak verici düşündürücü sorulara yer verilmemiştir. Muhakeme becerisinin desteklenmediği düşünülmektedir.

Eşit işaretinin verilmediği işlemler

Ders kitapları incelendiğinde, eşitliğin olmadığı işlemlere farklı soru temsilleri yardımıyla yer verildiği görülmektedir. Bu temsillerden biri verilen model üzerinden belli bir kuralı kullanarak işlem yapmayı gerektiren sorulardır. Ders kitabında bu bağlamda iki tip soru modeli ile karşılaşılmıştır. Şekil 3.52'de ve Şekil 3.53'de bu duruma uygun birer örnek sunulmuştur.



Şekil 3.52. *1. sınıf ders kitabı üçgen modelindeki kuralı anlamlandırarak çözüm yapmaya bir örnek*

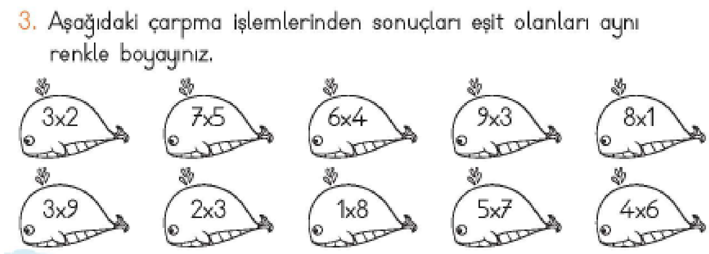
Şekil 3.52'de görüldüğü üzere bunlardan bir tanesi 1. sınıf ders kitabında sunulan üçgen modelindeki yan yana olan sayıların toplanmasını ele alan soru modelidir.

Şekil 3.53. *3. sınıf ders kitabı çark etkinliğine bir örnek*

Şekil 3.53'de görüldüğü üzere diğer model içteki dairede verilen sayının dıştaki dairede yer alan ilgili sayılar ile toplama işlemi sonu elde edildiğini ele alan çark sorusudur. 3. sınıf ders kitabında yer alan bu soru modeli Şekil 3.53'de sunulmuştur.

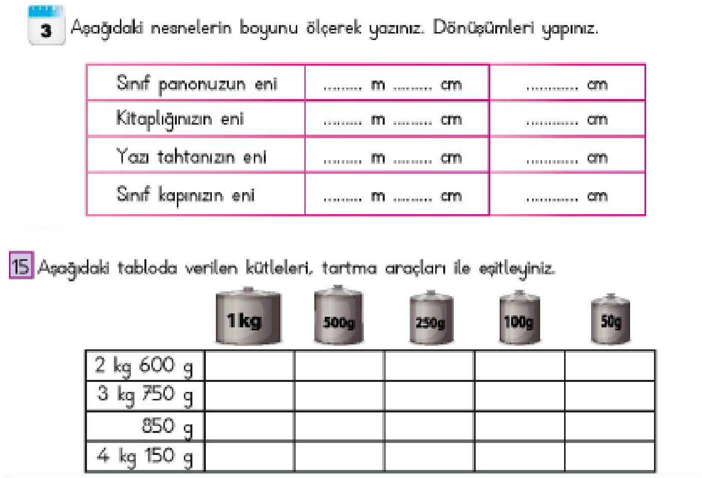
Eşitliğin olmadığı işlemlere örnek gösterilebilecek soru temsillerinden biri de boyama etkinlikleridir. Şekil 3.54'de 2. sınıf ders kitabından örnek sunulmuştur.

Şekil 3.54'de görüldüğü üzere önce işlemin yapılması ve sonrasında aynı sonuca sahip balıkların boyanmasını gerektiren bir etkinlik yer almaktadır. Ders kitaplarına bakıldığında bu tarz etkinliklerin 1., 2. ve 3. sınıf düzeyinde çoğunlukla kullanıldığı görülmüştür. Bu etkinliklerde istenilen işlem yapılmakta ve elde edilen sonuca göre boyama yapılmaktadır.



Şekil 3.54. *2. sınıf ders kitabı eşitliklerden sonuçları aynı olanların boyanmasına bir örnek*

İncelenen kitaplarda uzunluk ölçü birimlerinin dönüşümüne yönelik çalışmalara rastlanmıştır. Şekil 3.55'de sunulmuştur.



3 Aşağıdaki nesnelerin boyunu ölçerek yazınız. Dönüşümleri yapınız.

Sınıf panonuzun eni	.... m .... cm	.... cm
Kitaplığınızın eni	.... m .... cm	.... cm
Yazı tahtanızın eni	.... m .... cm	.... cm
Sınıf kapınızın eni	.... m .... cm	.... cm

15 Aşağıdaki tabloda verilen kütleleri, tartma araçları ile eşitleyiniz.

	1 kg	500g	250g	100g	50g
2 kg 600 g					
3 kg 750 g					
850 g					
4 kg 150 g					

Şekil 3.55. *3. sınıf ders kitabı eşit işaretinin verilmediği işlemler bağlamında dönüşüm sorularına bir örnek*

Şekil 3.55'de görüldüğü üzere uzunluk ölçü birimlerine yönelik dönüşüm sorularında yapılması gereken işlemin eşit işareti kullanılmadan yönlendirmeler yardımıyla çözülüp yazılmasına yönelik olduğu görülmektedir.

Eşitliğin olmadığı işlemlerin kullanıldığı bir diğer soru modeli de eşit kollu terazileri modelleridir. Şekil 3.56'da sunulmuştur.

Şekil 3.56. *4. sınıf ders kitabı eşit kollu teraziye bir örnek*

Şekil 3.56'da görüldüğü üzere eşit kollu teraziler kullanılarak bilinmeyenin eşitlik kullanılmadan bulunduğu soru modeline yer verilmiştir. Bu soru modeli 4. sınıf ders kitabından alınmıştır.

Ders kitapları incelendiğinde, tablo temsili ve genellikle şekil temsilinden yararlanıldığı görülmektedir. Ancak eşitliğin olmadığı işlemlerde, muhakeme becerisi kapsamında çıkarım yapma ve bu çıkarımın doğruluğunu ispatlamaya yönlendirici ifade ile karşılaşılmamıştır.

En az iki bilinmeyenli eşitlikler

Ders kitapları incelendiğinde en az iki bilinmeyenli eşitliklere yer verilmediği görülmüştür. Bu durum cebirsel düşüncenin gelişimi açısından bir kısıtlılıktır.

3.1.1.2.2. ***İlişkisel düşünme becerisi***

İlişkisel düşünme aritmetik işlemlerin, işlemler ve işlem özellikleri dikkate alınarak dönüştürülmesi olarak tanımlanabilir. Dolayısıyla ilişkisel düşünmenin odağında toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi aritmetik işlemler bulunmaktadır. İlköğretim 1.-4. sınıflara yönelik hazırlanan ders kitapları incelendiği bu çalışmada ilişkisel düşünmeyi destekleyen içerikler, ilişkisel düşünmeye giriş ve ilişkisel düşünme olmak üzere iki ana başlıkta ele alınmıştır.

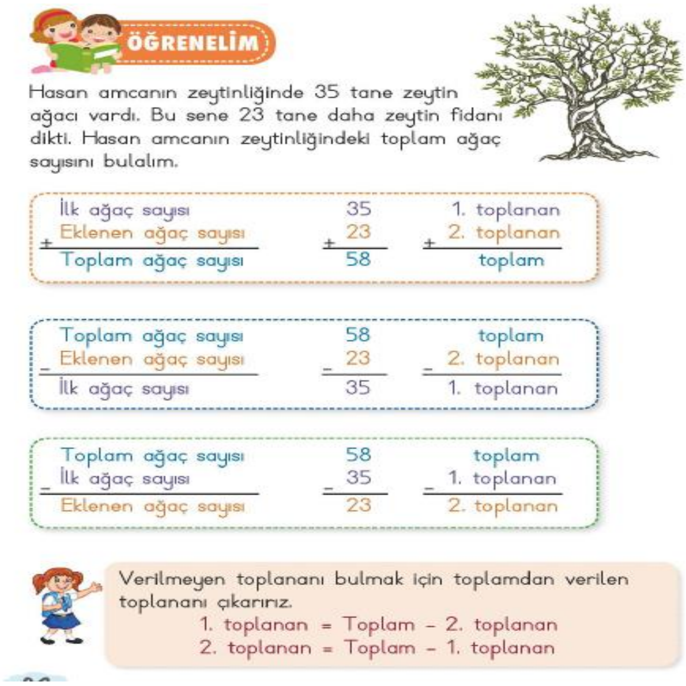
İlişkisel düşünmeye giriş

Küçük çocukların farklı anlamları, yorumları ve ilişkileri toplama, çıkarma, çarpma ve bölme ile ilişkilendirmeleri ve bu sayede dört işlemi gerçek yaşamda karşılaşacakları problemlerin çözümünde kullanabilmeleri gerekmektedir. İşlemlerin birbirinden bağımsız olmadığının kavratılması, toplama-çıkarma, çarpma-bölme işlemleri arasındaki ilişkinin öğrenciye doğru şekilde aktarımı cebirsel düşünmenin desteklenmesi bağlamında büyük öneme sahiptir.

İlköğretim matematik dersi öğretim programı incelendiğinde 1. sınıfta ilk kez toplama ve çıkarma işlemlerinin 2. sınıfta da ilk kez çarpma ve bölme işlemlerinin verildiği görülmektedir. Bu doğrultuda toplama ve çıkarma, çarpma ve tekrarlı toplama, bölme ve tekrarlı çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkinin ders kitaplarında yer alması ilişkisel düşünmenin kullanımını içermese de işlemler arası ilişkileri kapsadığından ilişkisel düşünmeye giriş olarak ele alınmıştır.

Toplama-çıkarma ilişkisi

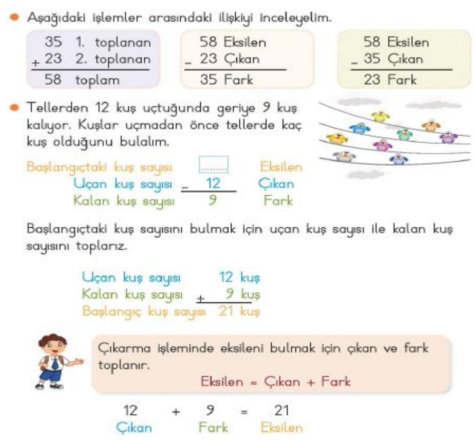
Toplama işlemi bütünü parça cinsinden isimlendirirken çıkarma işlemi eksik olan kısmı isimlendirmektedir. Bu ilişki üzerinde durularak toplama ve çıkarma arasında geçiş yapılabilmesi ve böylelikle problemlerde kolay işlem yapılabilmesi sağlanacaktır. Ders kitapları incelendiğinde, 1. sınıf ders kitabında zihinden çıkarma işleminde toplama ve çıkarma işlemlerinin birlikte kullanıldığı, 2. sınıf ders kitabında doğal sayılarda toplama işleminde verilmeyen toplananı bulma çalışmasında geriye sayma yöntemi ile toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiden yararlanıldığı görülmektedir. Ders kitaplarında toplama ve çıkarma ilişkisinin ilk kez 2. sınıf ders kitabında “Toplama ve Çıkarma Arasındaki İlişki” başlığı altında vurgulandığı görülmektedir. Şekil 3.57’de örnek sunulmuştur.



Şekil 3.57. *2. sınıf ders kitabı verilmeyen toplanandan yararlanarak toplama ve çıkarma arasındaki ilişkinin verilmesine bir örnek*

Şekil 3.57’de görüldüğü üzere toplama işleminde sonucun bulanmasından yola çıkarak verilmeyen toplananın bulunmasının yöntemlerinden birinin de çıkarma işlemi olmasından yararlanılarak toplama ve çıkarma arsında ilişki kurulmuştur. Bu ilişki toplama ve çıkarma işlemleri arasındaki ilişkilendirmeyi vermektedir.

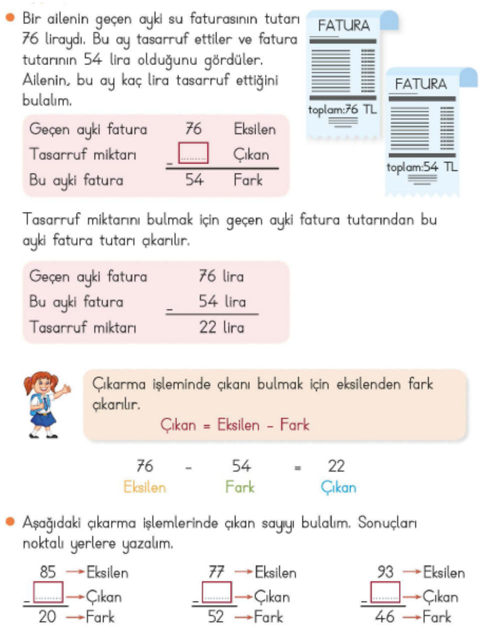
Benzer şekilde çıkarma işleminde de toplama ve çıkarma işlemleri arasındaki ilişkiye dayalı da bir bağ vardır. Bu bağ 2. sınıf ders kitabında “Toplama ve Çıkarma Arasındaki İlişki” başlığı altında çıkarma işleminden yararlanılarak eksilenin ve çıkanın bulunması üzerinden aktarılmıştır. Şekil 3.58’de örnek sunulmuştur.



Şekil 3.58. *2. sınıf ders kitabı eksilenin toplama yardımıyla bulunuşuna bir örnek*

Şekil 3.58'de görüldüğü üzere ilk olarak eksilenin bulunmasına yönelik olan incelemeye değinilmiştir. Bu incelemede, toplananlardan birinin verilmemesi üzerinden çıkarma işlemine geçiş yapılarak eksilen, çıkan ve fark arasındaki ilişkininde ortaya konması amaçlanmıştır. Bu sebeple toplananlardan birinin verilmediği durumda yapılabilecek işlemler, çıkarma işleminde eksilen, çıkan ve fark olarak isimlendirilmiştir. Eksilenin verilmediği durum günlük yaşam problemi üzerinden toplama gerektirdiği açıklanmış ve eksilenin nasıl bulunması gerektiğine dair genelleme verilmiştir.

İkinci olarak çıkanın bulunmasına yönelik olan incelemeye değinilmiştir. Şekil 3.59'da örnek sunulmuştur.

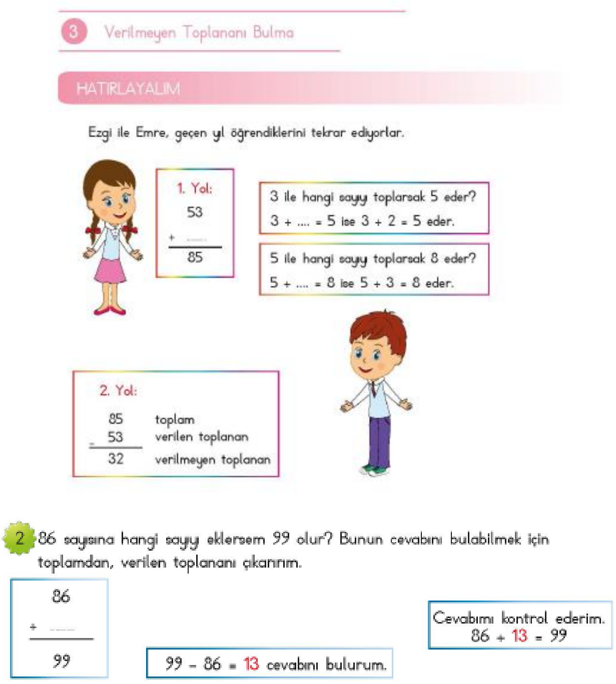


Şekil 3.59. *2. sınıf ders kitabı çıkanın çıkarma yardımıyla bulunuşuna bir örnek*

Şekil 3.59'da görüldüğü üzere çıkanın bulunmasına yönelik incelemede, günlük yaşam problemi üzerinden çıkanın verilmediğinde yapılacak işlem aktarılmış ve sonrasında genellemesine yer verilmiştir.

2. sınıf ders kitabında, toplama ve çıkarma arasındaki ilişkinin günlük yaşam problemi üzerinden önce toplama işlemi ve toplama işleminin kendi içindeki ilişkilerinden yararlanılıp daha sonra çıkarma işlemine geçilerek çıkarma işleminin kendi içindeki ilişkilerinden yararlanılarak verildiği görülmektedir. Her ne kadar günlük yaşam problemleri üzerinden şekil ve sayı temsili ile desteklenerek verilmiş olması cebirsel düşünmenin gelişimi bağlamında önemli olsa da hemen ardından toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiyi ortaya koyan genellemelerin doğrudan verilmesi küçük çocuğun varsayım oluşturmasını ve varsayımı kanıtlamak için çabalamasını engellediğinden cebirsel düşünmenin gelişimi açısından kısıtlayıcıdır. Var olan ilişkilerinin, küçük çocuğun düşünerek keşfetmesini sağlayacak yönlendiriciler yardımıyla aktarılması muhakeme becerinin gelişiminde önemlidir.

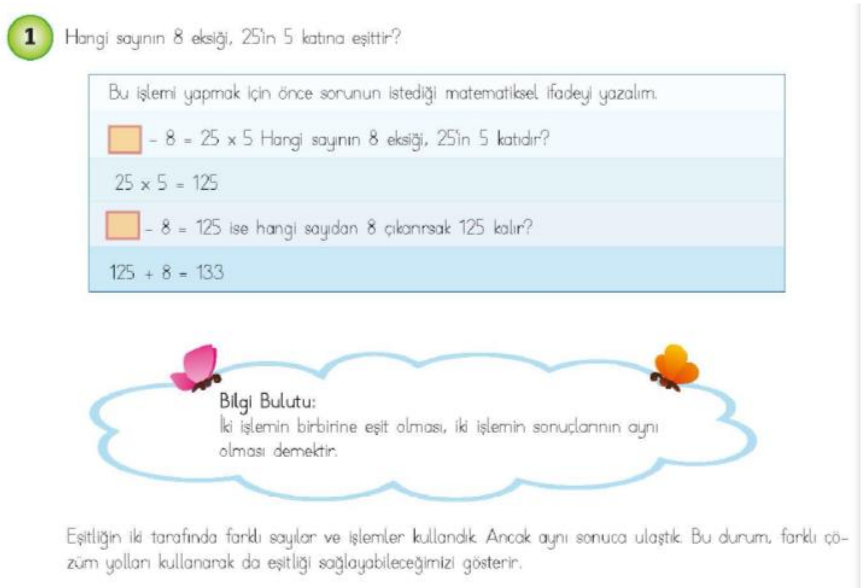
Diğer ders kitapları incelendiğinde toplama ve çıkarma arasındaki ilişkinin kullanımına dayalı sorular yardımıyla toplama ve çıkarma arasındaki ilişkinin pekiştirildiği görülmüştür. 3. sınıf ders kitabında verilen soru Şekil 3.60'da örnek sunulmuştur.



Şekil 3.60. *3. sınıf ders kitabı toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiye bir örnek*

Şekil 3.60’da görüldüğü üzere toplama ve çıkarma arasındaki ilişkinin pekiştirildiği sorularda sayısal temsilden yararlanılmış, işlem sağlaması ile yani ters işlem ile desteklenmiştir.

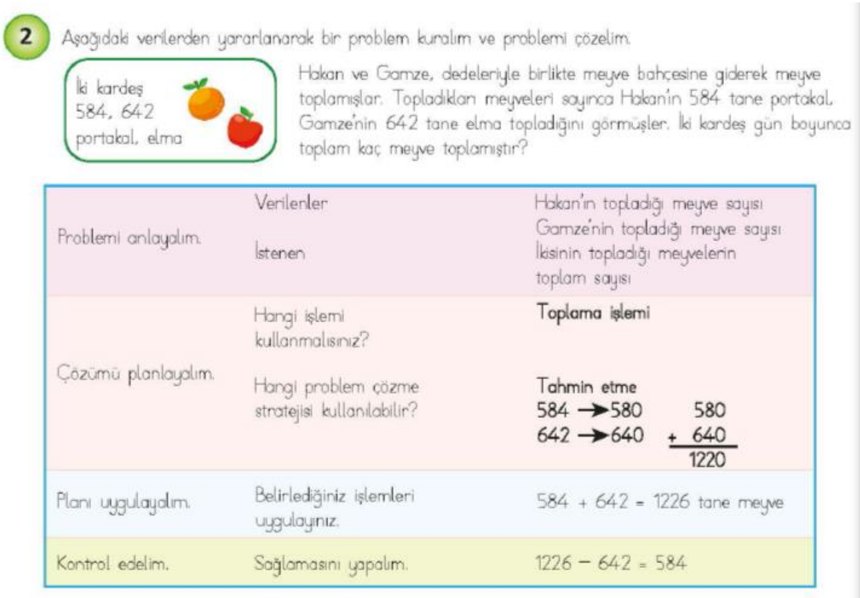
4. sınıf ders kitabında “Matematikte Eşitlik Durumu” başlığı atında verilen iki taraflı eşitlikte verilmeyenin bulunmasında toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiden yararlanıldığı görülmektedir. Şekil 3.61’de sunulmuştur.



Şekil 3.61. *4. sınıf ders kitabı eşitlik durumunda toplama ve çıkarma arasındaki ilişkinin kullanımına bir örnek*

Şekil 3.61’de görüldüğü üzere toplama ve çıkarma arasındaki ilişkinin hem günlük yaşam problemi üzerinden verilmesi hem de “Farklı çözüm yolları kullanarak da eşitliği sağlayabileceğimizi gösterir.” ifadesi ile desteklenmesi cebirsel düşünmenin gelişimi açısından önemlidir.

Toplama ve çıkarma problemlerinde de toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiden yararlanıldığı görülmektedir. Şekil 3.62’de örnek sunulmuştur.



2 Aşağıdaki verilerden yararlanarak bir problem kuralım ve problemi çözelim.

İki kardeş
584, 642
portakal, elma

Hakan ve Gamze, dedeleriyle birlikte meyve bahçesine giderek meyve toplamışlar. Topladıkları meyveleri sayınca Hakan'ın 584 tane portakal, Gamze'nin 642 tane elma topladığını görmüşler. İki kardeş gün boyunca toplam kaç meyve toplamıştır?

Problemi anlayalım.	Verilenler	Hakan'ın topladığı meyve sayısı Gamze'nin topladığı meyve sayısı
	İstenen	İkisinin topladığı meyvelerin toplam sayısı
Çözümü planlayalım.	Hangi işlemi kullanmalısınız?	**Toplama işlemi**
	Hangi problem çözme stratejisi kullanılabilir?	**Tahmin etme** 584 → 580 642 → 640 580 + 640 = 1220
Planı uygulayalım.	Belirlediğiniz işlemleri uygulayınız.	584 + 642 = 1226 tane meyve
Kontrol edelim.	Sağlamasını yapalım.	1226 − 642 = 584

Şekil 3.62. *4. sınıf ders kitabı işlem kontrolüne bir örnek*

Şekil 3.62'de görüldüğü üzere 4. sınıf ders kitabında problemlerde toplama işleminin sağlaması olarak çıkarma işleminin, çıkarma işleminin sağlaması olarak da toplama işleminin kullanıldığı görülmüştür.

Ders kitapları incelendiğinde, şekil temsili ve çoğunlukla sayısal temsilden yararlanıldığı görülmüştür. Günlük yaşam problemleri üzerinden desteklenmiş olması da önemlidir. Ancak varsayım oluşturmaya ve oluşturulan varsayımı doğrulamaya yönlendiren düşündürücü sorulara rastlanamamıştır. Bu durum cebirsel düşünmenin gelişimi açısından bir kısıtlılıktır.

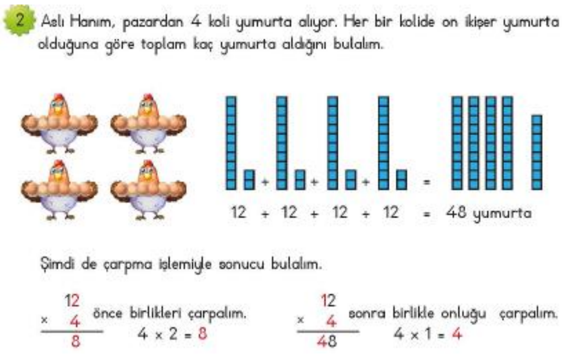
Toplama-çarpma ilişkisi

Çarpma işlemi öğretiminde çarpımsal yapılarla çalışırken bir grubun birçok nesne içerdiğini düşünürken aynı zamanda grupları birer tekil yapı olarak anlamlandırmak gerekmektedir. Bu anlamlandırmanın sayma ile ilişkilendirilmesi oldukça önemlidir. Sayma yöntemlerinden üzerine sayma, toplama ile ilişkilidir. Aynı sayının tekrarlı toplamı, aynı kümenin diğer çarpan kadar toplanması anlamına gelir ve grupları birer tekli yapı olarak anlamlandırarak tekrarlı toplam sayısı ile tekrarlanan sayının çarpımının, tekrarlanan sayının tekrar miktarı kadar toplanmasının aynı anlama geldiğinin kavratılması önemlidir. 2. ve 3. sınıf ders kitaplarında çarpma işlemi öğretimine tekrarlı toplamadan yararlanılarak hem işlemsel hem de sözel temsil açısından geçiş yapıldığı görülmektedir. Tekrarlı toplama ve çarpma arasındaki ilişki günlük yaşam problemleri üzerinden modellemeden yararlanılarak verilmektedir. Şekil 3.63’de 2. sınıf ders kitabında çarpma işlemi öğretimine nasıl giriş yapıldığına ait örnek sunulmuştur.

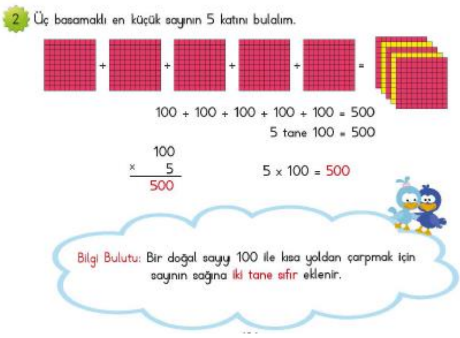
Şekil 3.63. *2. sınıf ders kitabı tekrarlı toplamadan çarpmaya bir örnek*

Şekil 3.63’de görüldüğü üzere çarpmanın tekrarlı toplamanın kısa yolu olduğu üzerinde durulmuştur. Çarpma ile tekrarlı toplama arasındaki ilişki cebirsel düşünmeyi geliştirecek şekilde ortaya konmuştur. Bu durum cebirsel düşünmenin desteklenmesi açısından oldukça önemlidir. Ayrıca “Pekiştirelim” ve “Çalışalım” bölümlerinde bu ilişki modelleme yardımıyla pekiştirilmiştir.

“Tekrarlı Toplamadan Çarpmaya” bölümünde verilen anlatıma benzer olarak, 2. sınıf ders kitabında, 1-5 ile çarpmanın, 3. sınıf ders kitabında eldesiz ve eldeli çarpma ile 10 ve 100 ile kısa yoldan çarpma işleminin modelleme üzerinden grupların toplanması olarak verildiği ve böylece toplama ve çarpma arasındaki ilişkinin de vurgulanmaya çalışıldığı görülmektedir. Ayrıca 3. sınıf ders kitabında eldesiz ve eldeli çarpma ile 10 ve 100 ile kısa yoldan çarpma işlemlerinin modellenmesinde birlik, onluk ve yüzlük taban bloklarından yararlanılmıştır. Şekil 3.64’de örnek sunulmuştur.



A. Eldesiz çarpma



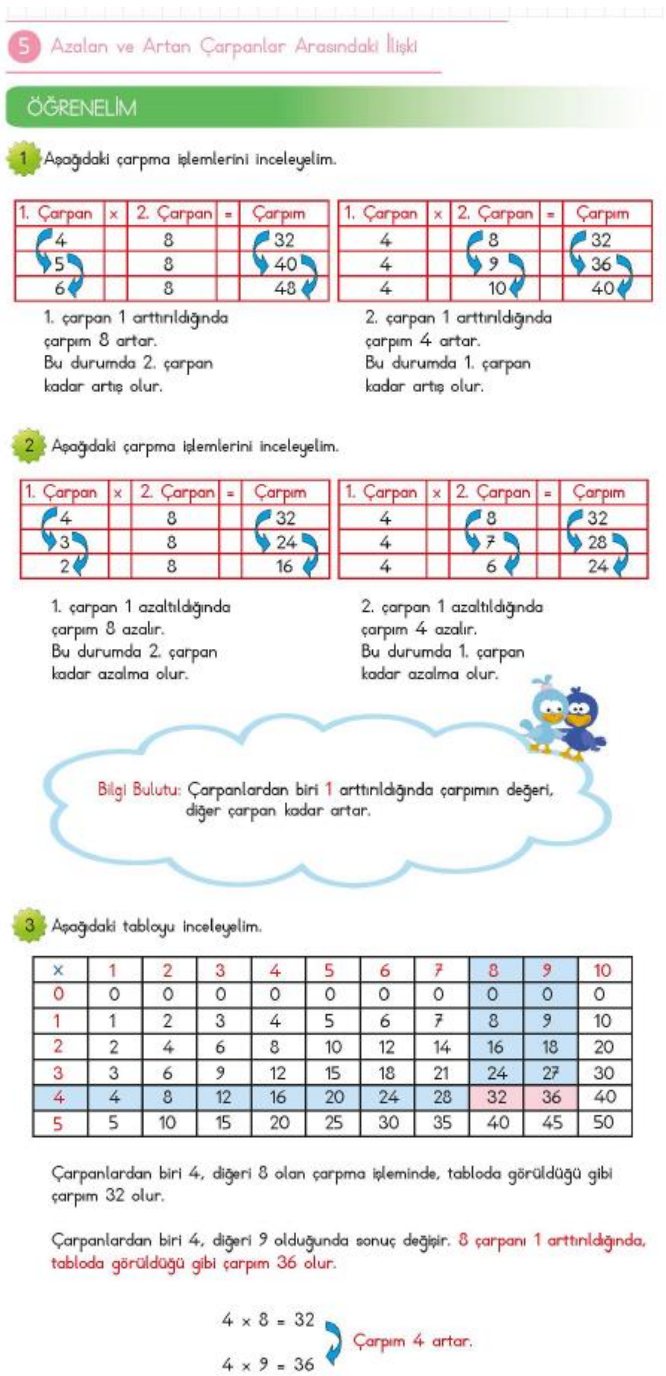
B. 10 ve 100 ile Kısa Yoldan

Şekil 3.64. *3. sınıf ders kitabı birlik, onluk ve yüzlük taban blokları yardımıyla tekrarlı toplama ile çarpma arasındaki ilişkinin verilmesine bir örnek*

Şekil 3.64 (A)'da görüldüğü gibi 12 ile 4 sayısının çarpımı görsel temsil kullanılarak modellenmiş, tekrarlı toplama yapılmış ve ardından sayısal temsil ile çarpma işlemine geçilmiştir. Ancak çarpma işlemi algoritmik olarak yapılırken görsel temsil ile ilişkilendirilmesi yapılmamıştır. Diğer yandan Şekil 3.64 (B)'de ise 100 ile kısa yoldan çarpma önce görsel temsil ile modellenmiş daha sonra bilgi kutucuğu ile kural doğrudan verilmiştir. Her iki etkinlikte temsiller arası geçişin doğru yapılandırılmadığı aynı zamanda bilgi kutucuğu ile öğrencinin muhakeme becerisinin engellendiği görülmektedir.

3. sınıf ders kitabında, "Azalan ve Artan Çarpanlar Arasındaki İlişki" bölümünde tablo üzerinden birinci çarpanın bir arttığında ikinci çarpan kadar artma olduğu ve birinci çarpanın bir azaldığında ikinci çarpan kadar azalma olduğu görülmüştür. Benzer şekilde ikinci çarpanın bir arttığında birinci çarpan kadar artma olduğu ve ikinci çarpanın bir azaldığında birinci çarpan kadar azalma olduğu görülmüştür. Bu durum çarpmanın tekli grupların toplamı olması ile ilişkilidir ancak bu artış azalış tekrarlı toplama ile

ilişkilendirilmeden 50'lik tablo üzerinden açıklanmıştır. Çalışalım bölümünde pekiştirme sorularına yer verilmiştir. Şekil 3.65’de örnek sunulmuştur.



5 Azalan ve Artan Çarpanlar Arasındaki İlişki

ÖĞRENELİM

1 Aşağıdaki çarpma işlemlerini inceleyelim.

1. Çarpan	×	2. Çarpan	=	Çarpım
4		8		32
5		8		40
6		8		48

1. çarpan 1 arttırıldığında çarpım 8 artar. Bu durumda 2. çarpan kadar artış olur.

1. Çarpan	×	2. Çarpan	=	Çarpım
4		8		32
4		9		36
4		10		40

2. çarpan 1 arttırıldığında çarpım 4 artar. Bu durumda 1. çarpan kadar artış olur.

2 Aşağıdaki çarpma işlemlerini inceleyelim.

1. Çarpan	×	2. Çarpan	=	Çarpım
4		8		32
3		8		24
2		8		16

1. çarpan 1 azaltıldığında çarpım 8 azalır. Bu durumda 2. çarpan kadar azalma olur.

1. Çarpan	×	2. Çarpan	=	Çarpım
4		8		32
4		7		28
4		6		24

2. çarpan 1 azaltıldığında çarpım 4 azalır. Bu durumda 1. çarpan kadar azalma olur.

Bilgi Bulutu: Çarpanlardan biri 1 arttırıldığında çarpımın değeri, diğer çarpan kadar artar.

3 Aşağıdaki tabloyu inceleyelim.

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

Çarpanlardan biri 4, diğeri 8 olan çarpma işleminde, tabloda görüldüğü gibi çarpım 32 olur.

Çarpanlardan biri 4, diğeri 9 olduğunda sonuç değişir. 8 çarpanı 1 arttırıldığında, tabloda görüldüğü gibi çarpım 36 olur.

4 × 8 = 32
4 × 9 = 36
Çarpım 4 artar.

Şekil 3.65. *3. sınıf ders kitabı çarpanlardan birinin bir arttığı ya da azaldığı duruma bir örnek*

Şekil 3.65’de sunulan etkinlikte de görüldüğü gibi azalan ve artan çarpanlar arası ilişki ortaya koyulurken öğrencinin muhakeme becerisinin gelişimini engelleyen doğrudan bilgi aktarımı söz konusudur.

Cebirsel düşünmenin gelişimi açısından problem çözme sorularının da cebirsel düşünmeyi destekleyecek şekilde çözümlerinin sunulması oldukça önemlidir. Çarpma işlemi ile ilgili problem çözme sorularında ise 2. ve 4. sınıf ders kitaplarında toplama işleminden yararlanıldığı görülmektedir. Şekil 3.66'da sunulmuştur.

Şekil 3.66. *2. sınıf ders kitabı çarpma işlemi ile ilgili problemlerde tekrarlı toplama ve çarpma arasındaki ilişkinin vurgulanmasına bir örnek*

Şekil 3.66'da 2. sınıf ders kitabında çarpma ile ilgili problemlerin çözümüne yönelik örnek sunulmuştur. 2. sınıf ders kitabında problem çözmede tekrarlı toplama ve çarpma arasındaki ilişkiden yararlanıldığı görülmektedir. İncelenen ders kitaplarında çarpma işlemi ile ilgili problem çözmede 2. ve 4. sınıf ders kitaplarında sayılar kullanılarak modelleme yapılmış olmasına karşın sadece 2. sınıf ders kitabında şekil temsilinden yararlanıldığı görülmektedir. Bu durum cebirsel düşünmenin gelişimi açısından kısıtlayıcıdır.

Ders kitapları incelendiğinde çarpma işleminin öğretiminin dışındaki konularda da toplama ve çarpma arasındaki ilişkinin vurgulandığı görülmektedir. 2. sınıf ders kitabında, "Paralarımız" konusunda "paralarımız ile ilgili problem çözmede" ve

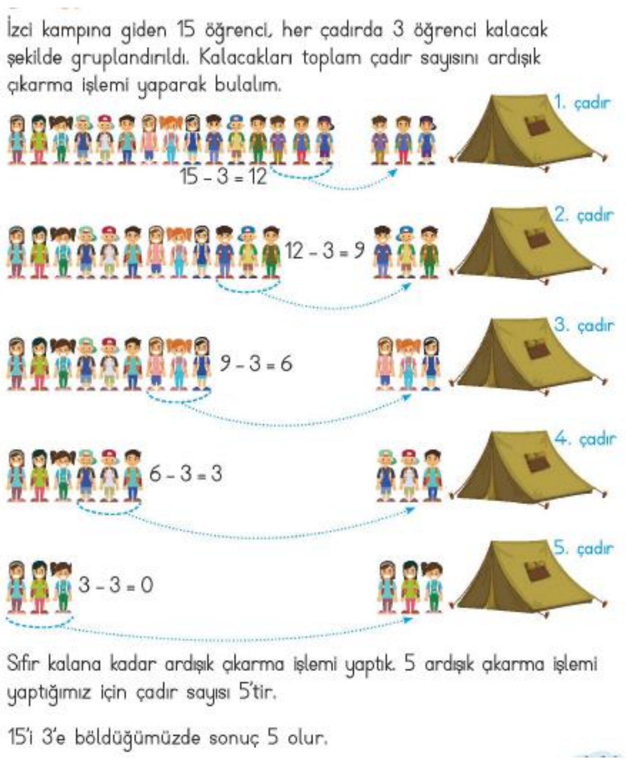
”Uzunluk Ölçme” konusunda “uzunluk ölçü birimleri ile ilgili problem çözme” de, 3. sınıf ders kitabında, “Zaman Ölçme” konusunda “zaman problemlerinde” ve “Çevre Ölçme” konusunda ”çevre problemlerinde”, 4. sınıf ders kitabında ise “Çevre Ölçme” konusunda “kare ve dikdörtgenin çevre uzunluklarında” çevrenin hesaplanmasının öğretiminde, pekiştirilmesinde ve problem çözme ve kurma da, “Kare ve Dikdörtgenin Alanı” konusunda alanın hesaplanmasında ve pekiştirilmesinde, “Sıvı Ölçme” konusunda litre ve mililitreyi kullanmada bu ilişkinin vurgulandığı ve çoğunlukla temsillerden yararlanıldığı görülmektedir.

Ders kitaplarında sayısal/sembolik temsil ve şekil temsili kullanılarak ve sıkça modellemeden yararlanılarak bu bağın desteklendiği ancak çarpma ve toplama arasındaki ilişkinin düşünülmesine, bu ilişki ile ilgili varsayım oluşturulmasına ve bu varsayımları doğrulamaya yönlendirici ifadelere rastlanmamış olması muhakeme becerisinin yeterince desteklenmesini engelleyeceğinden kısıtlılıktır.

Çıkarma-bölme ilişkisi

Bölme işlemi öğretiminde, çarpma işlemi öğretimine benzer olarak gruplardan yararlanılır. Bu grupların birçok nesne içerdiği düşünülürken aynı zamanda birer tekil yapı olarak anlamlandırılması gerekir. Bu anlamlandırmanın sayma yöntemlerinden geriye sayma ile yani çıkarma işlemi ile ilişkilendirilmesi oldukça önemlidir. Kalansız bölme işleminde bölünen sayıdan bölen sayı kadar aynı grubun çıkarılması ile sıfır elde edilir. Bu sebeple tekrarlı çıkarmada grubun sıfır elde edilinceye kadar çıkarılma sayısı ile bölen sayı ilişkilendirilerek eşit oldukları vurgulanmalıdır.

Ders kitapları incelendiğinde, bölme ile tekrarlı çıkarma arasındaki ilişkiye ilk kez 2. sınıf ders kitabında rastlandığı ve yalnızca 2. ve 3. sınıf ders kitaplarında yer verildiği görülmüştür. Her iki kitapta da benzer şekilde günlük yaşam problemi ile başlanmış ve bölme ve çıkarma arasındaki ilişkiden yararlanılarak çözüme ulaşılmıştır. Bölme ve çıkarma arasındaki ilişki temsillerden yararlanılarak görselleştirilmiş ve küçük çocuğun öğrenme seviyesine indirgenmiştir. Bu anlamda, 2. sınıf ders kitabında yer alan çadır modellemesi önemli görülmektedir. Şekil 3.67’de örnek sunulmuştur.

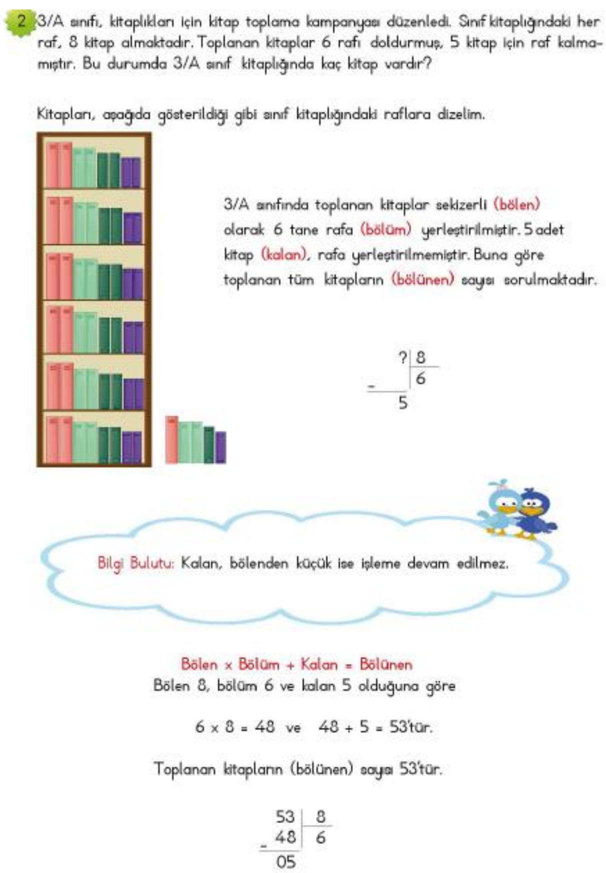


Şekil 3.67. *2. sınıf ders kitabında tekrarlı çıkarma işlemi ile bölme işlemi arasındaki ilişkiye bir örnek*

Şekil 3.67'de 15 çocuktan her defasında 3 çocuk ayrılmakta ve bu 3 çocuk bir çadır ile eşleşmektedir. Böylece her 3 çocuk ayrıldığında 1 çadır ortaya çıkmaktadır. En son hiç çocuk kalmadığında çocukların 3'erli olarak gruplandıkları ve her gruba 1 tane çadır gerektiği görülmektedir. Böylece tekrarlı çıkarmanın kaç kez yapıldığı ile bölme işleminin sonucu eşleştirilmektedir. Şekil temsili ve sayısal/sembolik temsilden yararlanılarak çıkarma ve gruplama arasındaki ilişki desteklenmiş ve gruplama ve bölme arasındaki ilişki de daha öncesinden verilmiş olduğundan çıkarma ve bölme arasındaki ilişki verilmiştir. Çoklu temsil becerileri sayesinde ilişki hem görselleştirilmiş hem de soyut olmasına karşın anlaşılır hale gelmiştir. Ancak bu ilişkinin kurulmasında her ne kadar çoklu temsillerden çok iyi bir şekilde yararlanılmış olsa da ilişkiyi küçük çocuğun keşfetmesi için hiçbir yönlendirme görülememiştir. Genel ifade doğrudan verilmiş, küçük çocuğun ilişki üzerine düşünmesinin ve bağı kendisinin keşfetmesinin önüne geçilmiş ve yeterince dikkatli olmayan küçük çocuklar için sadece kullanılacak yönteme odaklanıp ilişkiyi kurmadan ezber üzerine yönlenmelerine neden olabilecek bir durum oluşmuştur. Tüm bunlar göz önüne alındığında muhakeme becerilerinin yeterince desteklenmediği düşünülmektedir.

Çarpma-bölme ilişkisi

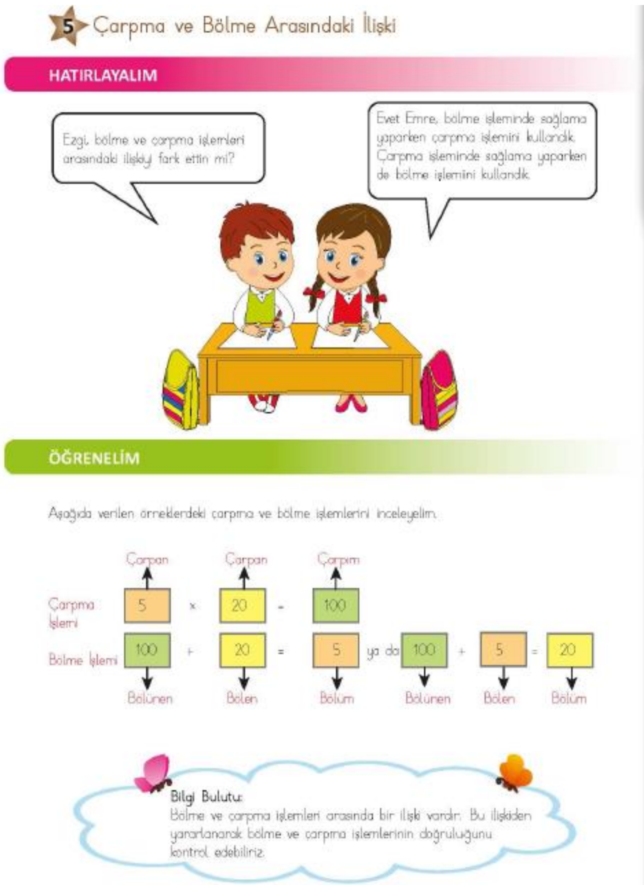
Çarpma ve bölme işlemleri birbirinin ters işlemi olup çarpma işleminin sağlamasında bölme, bölme işleminin sağlamasında çarpma işlemi kullanılabilir. Bu nedenle çarpmadan sonra bölme işleminin verilmesi ve bölmenin çarpma ile ilişkilendirilmesi önemlidir. Ders kitapları incelendiğinde ilk kez 3. sınıf ders kitabında çarpma ve bölme arasındaki ilişkiye yer verildiği görülmüştür. Bölme işleminde terimler arasındaki ilişki verilirken aslında çarpma ve bölme arasındaki ilişki de verilmiştir. Bölünenin bulunmasında diğer terimlerden yararlanılırken bölen ile bölümün çarpıldığı dikkat çekmektedir. Burada vurgulanmasa da kullanılan ilişki çarpma ve bölme işlemlerinin ters işlem olmasıdır. Bu nedenle çarpma ve bölme arasındaki ilişkinin ilk kez işlem kontrolü amacıyla verildiği söylenebilir. Şekil 3.68'de sunulmuştur.



Şekil 3.68. *3. sınıf ders kitabı çarpma ve bölme arasındaki ilişkiye bir örnek*

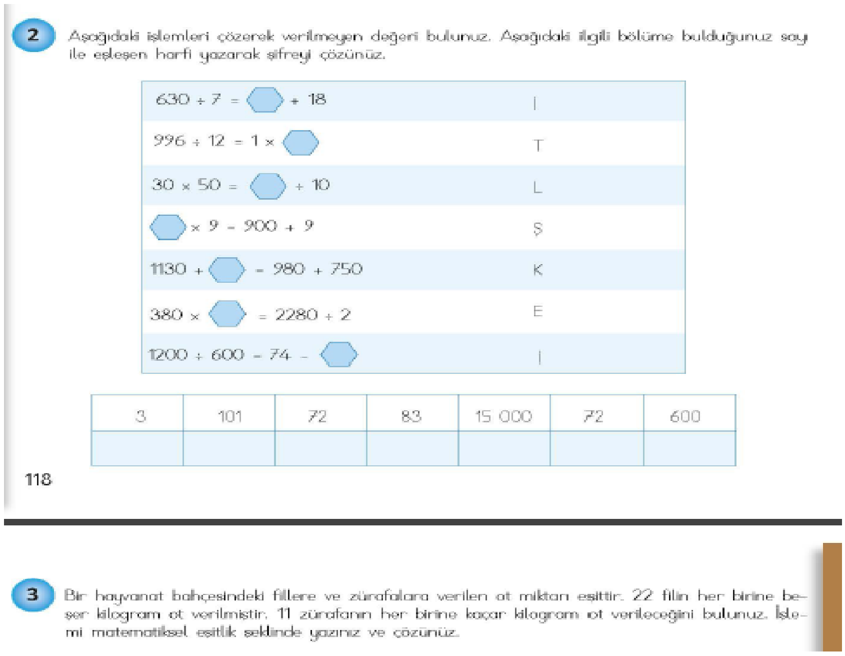
Şekil 3.68'de görüldüğü üzere, çarpma ve bölme arasındaki ilişki günlük yaşam problemi üzerinden modelleme ile desteklenerek verilmiştir. Görsel ve sayısal temsilden yararlanılmıştır. Bunlar cebirsel düşünme bağlamında önemli olsa da çarpma ve bölme arasındaki ilişkinin, terimler arasındaki ilişkiden yararlanılarak verilişinde bir formül yardımıyla düşünmeye sevk etmeden doğrudan verilmesi varsayım oluşturulmasını engellediğinden bir kısıtlılıktır.

4. sınıf ders kitabı incelendiğinde, "Çarpma ve Bölme Arasındaki İlişki" bölümünde ilk kez çarpma ve bölme arasındaki ilişkiden bahsedildiği görülmektedir. Çarpma ve bölme işlemlerinde terimler arasındaki ilişki verilerek çarpma ve bölme arasındaki ilişki ortaya konmuş fakat sadece çarpma ve bölme işlemlerinde işlem kontrolü yapılırken birbirlerinden yararlanıldığı bilgisi üzerinde durulmuştur. Çarpma ve bölme arasındaki ilişki işlem kontrolünde sağladığı yarar ile kısıtlanmıştır. Şekil 3.69'da sunulmuştur.



Şekil 3.69. *4. sınıf ders kitabı çarpma ve bölme arasındaki ilişkiye bir örnek*

Şekil 3.69'da görüldüğü üzere, çarpma ve bölme arasındaki ilişki verilirken görsel temsilden yararlanılmış ancak ilişki üzerine varsayım kurulmasına yönelik hiçbir düşündürücü soruya rastlanmamıştır. Çarpma ve bölme arasındaki ilişkinin pekiştirilmesine yönelik bir diğer çalışmada “Matematikte Eşitlik Durumu” konusunda verilmiştir. Şekil 3.70’de sunulmuştur.


2 Aşağıdaki işlemleri çözerek verilmeyen değeri bulunuz. Aşağıdaki ilgili bölüme bulduğunuz sayı ile eşleşen harfi yazarak şifreyi çözünüz.

630 ÷ 7 = ___ + 18	I
996 ÷ 12 = 1 × ___	T
30 × 50 = ___ ÷ 10	L
___ × 9 = 900 + 9	Ş
1130 + ___ = 980 + 750	K
380 × ___ = 2280 ÷ 2	E
1200 ÷ 600 = 74 − ___	I

3	101	72	83	15 000	72	600

118

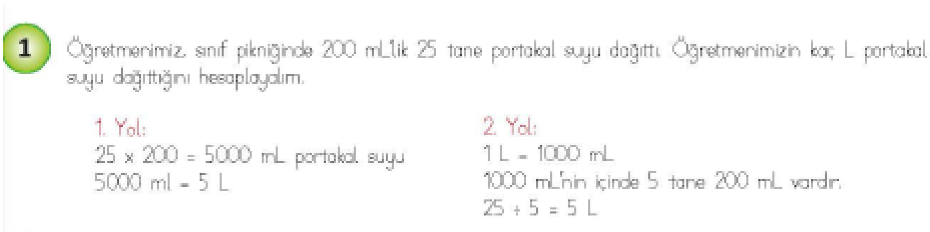
3 Bir hayvanat bahçesindeki fillere ve zürafalara verilen ot miktarı eşittir. 22 filin her birine beşer kilogram ot verilmiştir. 11 zürafanın her birine kaçar kilogram ot verileceğini bulunuz. İşlemi matematiksel eşitlik şeklinde yazınız ve çözünüz.

Şekil 3.70. *4. sınıf ders kitabı çarpma ve bölme arasındaki ilişkinin pekiştirilmesine bir örnek*

Şekil 3.70’de görüldüğü üzere etkinlikte, ters işlem özelliğinin kullanılarak çarpma ve bölme arasındaki ilişkinin pekiştirilmesi sağlanmıştır. Ayrıca hem ilişkisel düşünmeyi desteklemesi hem de öğrencinin ilişkisel düşünme becerisinin değerlendirilmesi açısından oldukça önemlidir. Bu sebeple önemli bir etkinlik olarak görülmektedir.

4. sınıf ders kitabında, “Doğal Sayılarda Çarpma İşlemi” ve “ Çarpma ve Bölme Arasındaki İlişki” konusunda “Problem Çözme Ve Problem Kurma” başlığı altında verilen çarpma işlemi ile ilgili problemlerin çözümünde, çözüm yapıldıktan sonra çarpma işleminin sağlaması olarak bölme işleminden yararlanıldığı ve “Doğal Sayılarda Bölme İşlemi” konusunda bölme işlemi ile ilgili problemlerin çözümünde, çözüm yapıldıktan sonra bölme işleminin sağlaması olarak çarpma işleminden yararlanıldığı görülmektedir. Ayrıca bu ders kitabında, çarpma ve bölme işlemlerinin öğretimi dışındaki konularda da çarpma ve bölme arasındaki ilişkinin kullanıldığı da görülmektedir. “Zaman Ölçme” konusunda zaman ölçü birimleri arasındaki ilişkinin öğretimi ile ilgili problem çözme ve problem kurma çalışmalarında, “Uzunluk Ölçme” konusunda problem çözmede, “Çevre Ölçme” konusunda dikdörtgenin çevre uzunluklarının hesaplanmasının öğretiminde ve problem çözme ve problem kurma çalışmalarında, “Tartma” konusunda problem çözme

ve problem kurma çalışmalarında, “Sıvı Ölçme” konusunda litre ve mililitre arasındaki ilişkinin öğretiminde ve problem çözme ve kurma çalışmalarında yer verildiği görülmektedir. Çarpma ve bölme arasındaki ilişkinin sadece çarpma ve bölme işlemleri öğretiminde kullanılarak kısıtlanmadığı, farklı konularda yer verildiği gözlenmiştir. Ayrıca işlem kontrolü haricinde çözüm için farklı bir yol olarak da verildiği görülmektedir. Bu durum cebirsel düşünmenin gelişimi açısından önemlidir. Şekil ve sayısal temsilden yararlanılarak desteklenmiştir. Ancak bu ilişki ile ilgili varsayım oluşturmaya yöneltici sorularla karşılaşılmamıştır. Şekil 3.71’de sıvı ölçme ile ilgili örnek sunulmuştur.



1 Öğretmenimiz sınıf pikniğinde 200 mL'lik 25 tane portakal suyu dağıttı. Öğretmenimizin kaç L portakal suyu dağıttığını hesaplayalım.

1. Yol:
25 x 200 = 5000 mL portakal suyu
5000 ml = 5 L

2. Yol:
1 L = 1000 mL
1000 mL'nin içinde 5 tane 200 mL vardır.
25 ÷ 5 = 5 L

Şekil 3.71. *4. sınıf ders kitabı çarpma ve bölme işlemlerinden yararlanarak sıvı ölçme sorusunun iki farklı yolla çözümüne bir örnek*

Şekil 3.71’de görüldüğü üzere 1. yol çarpma 2. yol bölme üzerinden verilmiştir. Aynı problemin çözümünde her iki işleminde yer alabileceği görülmektedir. 1. yolda parçadan bütüne gidebilmek için çarpma kullanılırken 2. yolda bütünden parçaya gidilip bölme kullanılması çarpma ve bölme arasındaki ters işlem ilişkisi ile de ilgilidir.

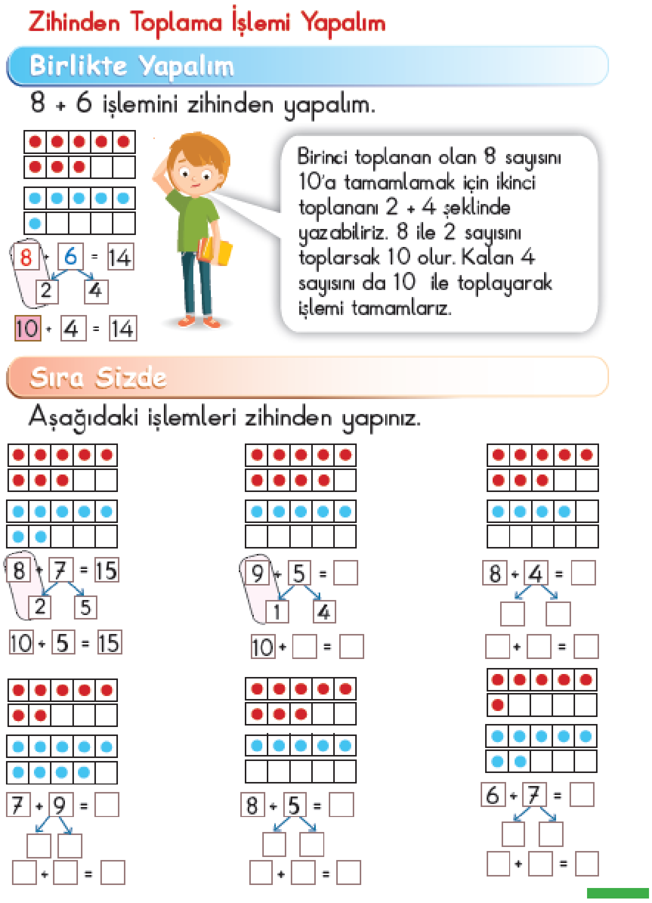
3.1.1.2.2. *İlişkisel düşünme*

İşlemler arası ilişkiler ve işlem özelliklerinin verildiği giriş aşamasının ardından ders kitapları ilişkisel düşünme kapsamında sayısal işlemlerin yeniden yapılandırılması ve aritmetik işlemlerde işlem özelliklerinin kullanılması temel alınarak incelenmiştir.

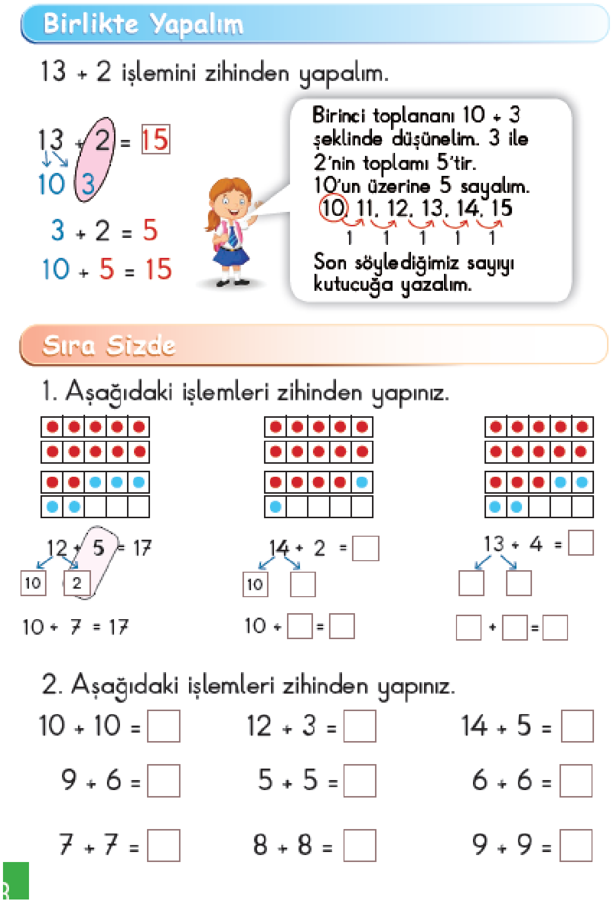
Doğal sayılarla işlemlerde ilişkisel düşünme

Doğal sayılarla işlemlerde ilişkisel düşünme, problemlerde ya da işlemlerde verilen sayı cümlesinin parçalanarak yeni bir sayı cümlesine dönüştürülmesidir. İlişkisel düşünmenin kullanıldığı içerikler incelendiğinde sayı cümlelerinin ilişkisel düşünmeyi destekleyecek biçimde parçalandığı ve bu parçalamada birden fazla stratejinin kullanıldığı görülmüştür.

Ders kitapları incelendiğinde, ilk kez 1. sınıf ders kitabında "Zihinden İşlemler" bölümünde ilişkisel düşünmenin kullanıldığı içeriklere rastlanmıştır. Zihinden toplama işlemi yaparken iki farklı yöntemle karşılaşılmıştır. Birinci yöntemde, birinci toplananın 10'dan küçük olduğu ve ikinci toplanan ile toplandığında 10'dan büyük bir sayı elde edilecek şekilde seçilen sayılarla çalışılmıştır. Birinci toplanan sayıyı 10'a tamamlayacak şekilde 2. toplanan sayının parçalandığı ve önce birinci toplananı 10 yapacak parçanın daha sonra diğer parçanın eklendiği görülmektedir. Şekil 3.72 (A)'da örnek sunulmuştur. Aynı zamanda zihinden toplama işlemi yaparken daha kolay toplama yapılabilmesini sağlamak amacıyla sayıların parçalandığı görülmektedir. Şekil 3.72 (B)'de örnek sunulmuştur.



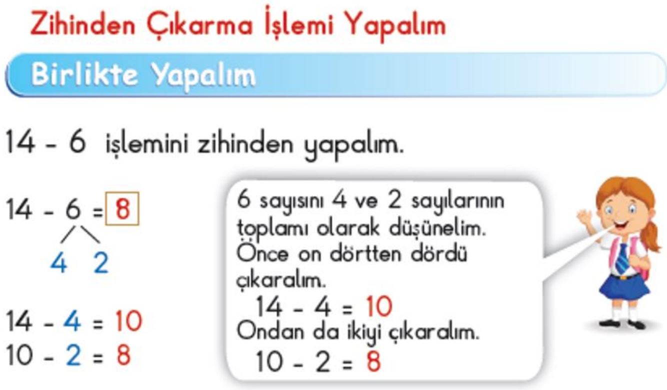
A. 10'a tamamlama



B. Sayıyı 10 ve bir sayı olacak şekilde parçalama

Şekil 3.72. *1. sınıf ders kitabı zihinden toplama işlemine bir örnek*

Şekil 3.72 (A) ve Şekil 3.72 (B)'de görüldüğü üzere 5'lik tablolar yardımıyla toplama işleminin modellemesi verilmiştir. Tablonun altında hangi sayının nasıl parçalandığı gösterilmiştir. Sayılar kolay toplama yapabilmek amacıyla Şekil 3.72 (A)'da ikinci toplanan birinci toplananın üzerine sayma yöntemiyle 10 elde edilebileceği şekilde parçalanırken Şekil 3.72 (B)'de ise birinci toplanan 10 ve bir sayı olacak şekilde parçalanmıştır. Böylece 10 sayısı ile toplama yapmanın kolaylığından faydalanılmıştır. Sayıları parçalayarak farklı bir strateji ile daha kolay işlem yapılmasına olanak sağladığı için ilişkisel düşünme olarak ele alınmaktadır. Benzer şekilde "Zihinden Çıkarma İşlemi" de sayının parçalanarak kolay işlem yapılmasının sağlandığı yani ilişkisel düşünmeye yer verildiği bir diğer konudur. Şekil 3.73'de örnek sunulmuştur.

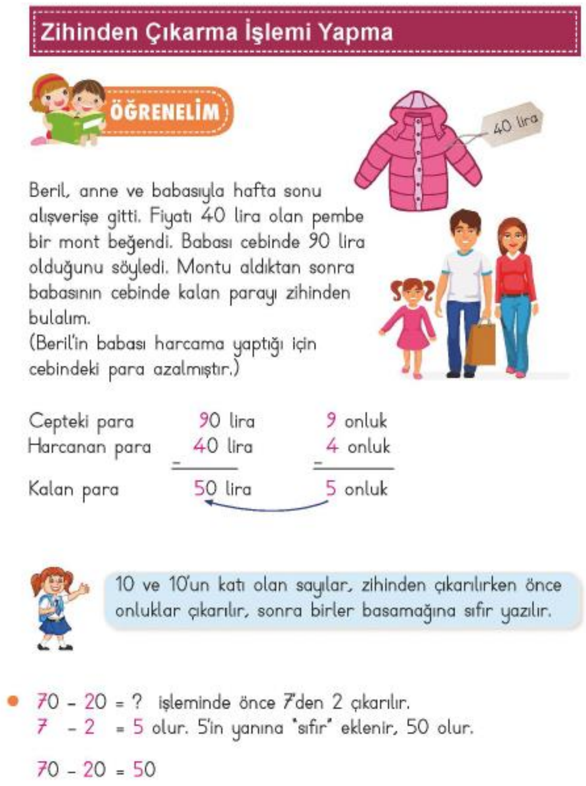


Şekil 3.73. *1. sınıf ders kitabı zihinden çıkarma işlemine bir örnek*

Şekil 3.73'de görüldüğü üzere zihinden çıkarma işlemi yapılırken eksilen sayının birler basamağı baz alınarak çıkan sayının parçalandığı görülmektedir. İşlemin zihinden daha kolay yapılması sağlanırken işlem akıcılığını sağlaması sebebiyle ilişkisel düşünme desteklenmektedir. Yapılacak adımların tek tek açıklandığı görülmektedir.

1. sınıf ders kitabında verilen zihinden toplama ve çıkarma işlemlerinde tablo temsilinin kullanılması, görsel ve sembolik temsilden yararlanılması yapılan parçalamaların anlamlandırılmasını sağlaması sebebiyle özelde ilişkisel düşünme genelde cebirsel düşünme bağlamında önemlidir. Ancak verilen işlemlerin anlamlandırılmasına imkân verecek düşünmeye yönlendiren soruların olmadığı, sadece belli yöntemlerin verilip farklı yöntemlerin keşfedilmesine yönlendiren ifadelerin olmadığı görülmektedir. Oysaki küçük çocuğun verilen işlemleri keşfetmesi ve kendine ait yöntem bulmak amacıyla çabalaması bu dönemde oldukça önemlidir.

2. sınıf ders kitabı incelendiğinde, zihinden işlem yapmanın öğretiminde ilişkisel düşünmeye yer verildiği gözlenmiştir. Zihinden işlemler verilirken işlem yapmadan farklı stratejiler kullanılarak çözüme ulaşıldığı görülmüştür. Bu stratejilerden biri de 10 ve 10'un katı olan sayılarla çıkarma işlemi yapılırken önce onlukların çıkarılması sonra birler basamağına sıfır yazılmasıdır. Şekil 3.74'de örnek sunulmuştur.


Zihinden Çıkarma İşlemi Yapma

ÖĞRENELİM

Beril, anne ve babasıyla hafta sonu alışverişe gitti. Fiyatı 40 lira olan pembe bir mont beğendi. Babası cebinde 90 lira olduğunu söyledi. Montu aldıktan sonra babasının cebinde kalan parayı zihinden bulalım.
(Beril'in babası harcama yaptığı için cebindeki para azalmıştır.)

40 lira

Cepteki para	90 lira	9 onluk
Harcanan para	− 40 lira	− 4 onluk
Kalan para	50 lira	5 onluk

10 ve 10'un katı olan sayılar, zihinden çıkarılırken önce onluklar çıkarılır, sonra birler basamağına sıfır yazılır.

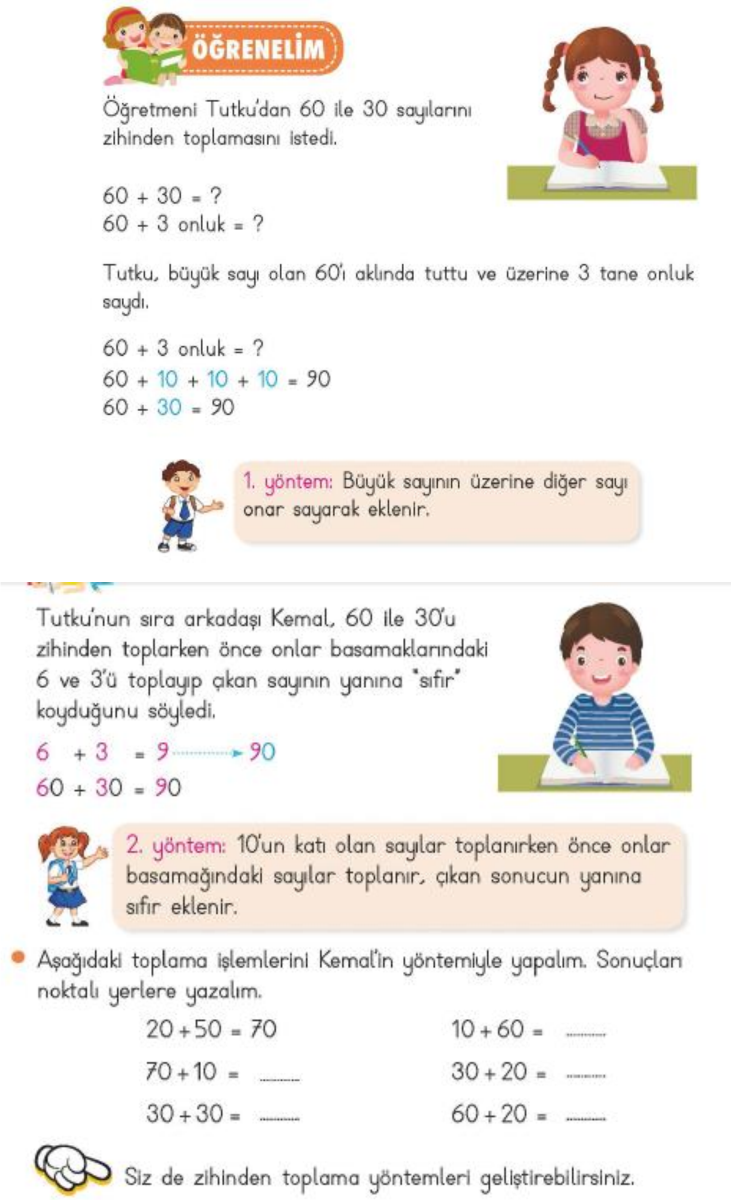
- 70 − 20 = ? işleminde önce 7'den 2 çıkarılır.
  7 − 2 = 5 olur. 5'in yanına "sıfır" eklenir, 50 olur.

  70 − 20 = 50

Şekil 3.74. *2. sınıf ders kitabında zihinden çıkarma işlemine bir örnek*

Şekil 3.74'de görüldüğü üzere, günlük yaşam problemi üzerinden konuya başlanmış ve çıkarma işlemi öğretilmek istenen stratejiden yararlanılarak yapılmıştır. Stratejinin nasıl uygulanacağı önce sembolik temsil yardımıyla verilmiş sözel olarak ifade edilmiştir. "Pekiştirelim" bölümünde pekiştirilmesi sağlanmıştır. Ancak küçük çocuğun verilen strateji üzerine düşünmesi ve keşfetmesi engellenmiştir. Ayrıca küçük çocuğun kendi varsayımlarını oluşturmasına ve bu varsayımlarının doğruluğunu göstermesine yönelik yönlendirici ifadelere rastlanmamıştır. Bu durum cebirsel düşünme bağlamında kısıtlılıktır.

İlişkisel düşünme bağlamında kullanılan stratejilerden bir bölümü de zihinden toplama işleminin öğretiminde yer almaktadır. Bunlar; 10'un katlarıyla zihinden toplama işlemi yapılırken, büyük sayının üzerine diğer sayının onar onar eklenmesi veya onlar basamağındaki sayıların toplanıp yanına sıfır eklenmesi ve 50'yi geçmeyen iki doğal sayının zihinden toplama işlemi yapılırken, onluk ve birliklerin ayrı ayrı toplanıp eklenmesi ya da toplananlardan büyük olan sayının küçük olan sayıdan birlik alarak onun katına tamamlanması ve üzerine geriye kalan birliklerin eklenmesi şeklindedir. Şekil 3.75'de örnek sunulmuştur.



ÖĞRENELİM

Öğretmeni Tutku'dan 60 ile 30 sayılarını zihinden toplamasını istedi.

60 + 30 = ?
60 + 3 onluk = ?

Tutku, büyük sayı olan 60'ı aklında tuttu ve üzerine 3 tane onluk saydı.

60 + 3 onluk = ?
60 + 10 + 10 + 10 = 90
60 + 30 = 90

1. yöntem: Büyük sayının üzerine diğer sayı onar sayarak eklenir.

Tutku'nun sıra arkadaşı Kemal, 60 ile 30'u zihinden toplarken önce onlar basamaklarındaki 6 ve 3'ü toplayıp çıkan sayının yanına "sıfır" koyduğunu söyledi.

6 + 3 = 9 → 90
60 + 30 = 90

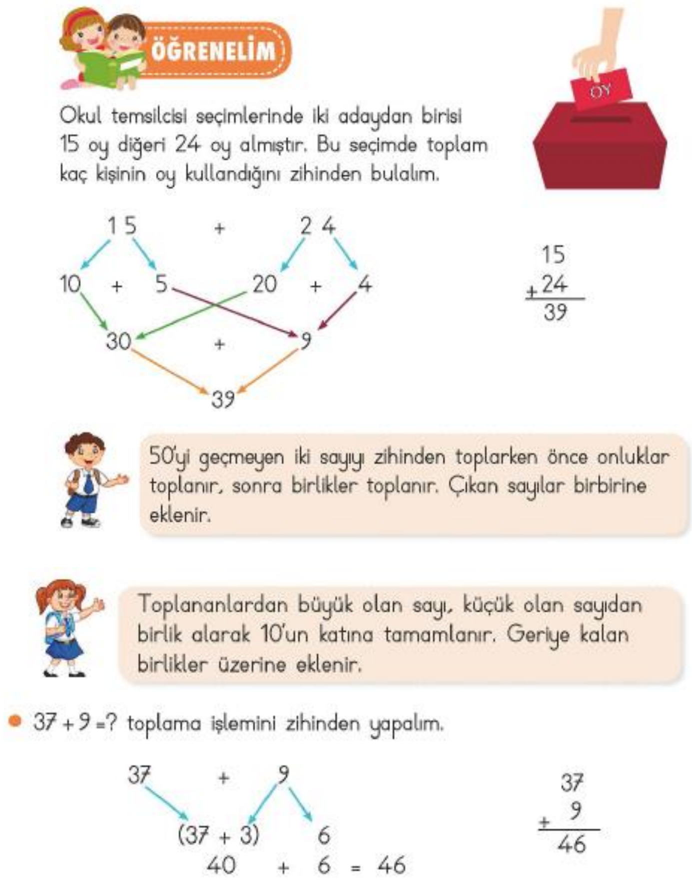
2. yöntem: 10'un katı olan sayılar toplanırken önce onlar basamağındaki sayılar toplanır, çıkan sonucun yanına sıfır eklenir.

- Aşağıdaki toplama işlemlerini Kemal'in yöntemiyle yapalım. Sonuçları noktalı yerlere yazalım.

20 + 50 = 70	10 + 60 = ...
70 + 10 = ...	30 + 20 = ...
30 + 30 = ...	60 + 20 = ...

Siz de zihinden toplama yöntemleri geliştirebilirsiniz.

A. 10’un katlarıyla zihinden toplama işlemi



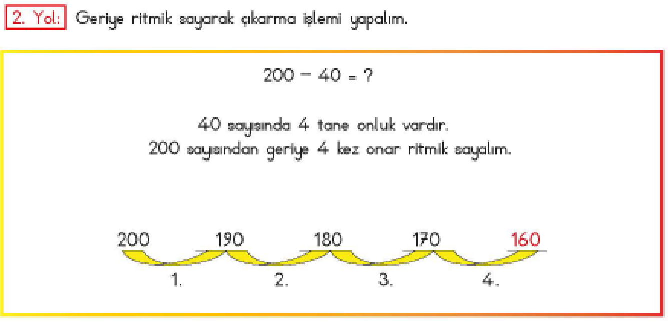
B. Toplamları 50'yi geçmeyen iki doğal sayıyı zihinden toplama

Şekil 3.75. *2. sınıf ders kitabında zihinden toplama işlemine bir örnek*

Şekil 3.75'de görüldüğü üzere, günlük yaşam probleminden yararlanılarak bir olay örgüsü içerisinde zihinden toplama işlemi yöntemlerinin verildiği görülmektedir. Sembolik temsil ile desteklenerek verilmiştir. Verilen stratejiler üzerine keşfetmeye yönelik düşündürücü sorular yer almamakta ve stratejiler sözel ifade ile açıklanmaktadır. Her ne kadar "Sizde zihinden toplama yöntemleri geliştirebilirsiniz." ifadesi düşünmeye ve keşfetmeye yönlendirse de küçük çocuğun daha önce stratejiler üzerine düşünmemiş olması ve kendi varsayımlarını oluşturmamış olması kendisine ait zihinden toplama stratejisini ortaya koymasını kısıtlayacaktır. İlişkisel düşünme becerisinin desteklenmesinde işlemler arası ilişkilerin anlaşılması önemli olup gerekli bağların kurulabilmesi için küçük çocuğun kendi varsayımlarını oluşturması açısından daha fazla desteklenmesi yani muhakeme becerisinin geliştirilmesi önemlidir.

3. sınıf ders kitabında eldeli ve eldesiz toplamanın öğretiminde basamaklarına ayırarak toplama yapıldığı görülmektedir. Toplama işlemini farklı bir yolla vererek işlemi

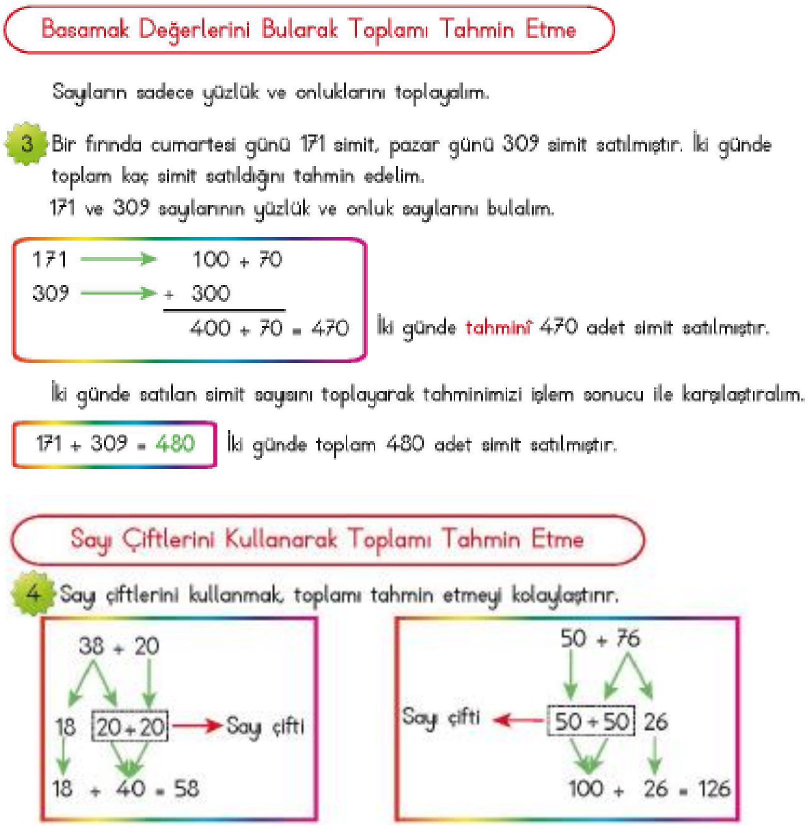
kolaylaştırmış olması sebebiyle ilişkisel düşünme bağlamında değerlendirilmiştir. Benzer şekilde 3. ve 4. sınıf ders kitaplarında da sayıyı basamaklarına ayırarak/çözümleyerek toplama işleminden yararlanılmıştır. Ders kitaplarının farklı bölümlerinde onluk ve birliklerden yararlanarak işlem yapıldığı görülmüştür. 3. sınıf ders kitabında diğer ders kitaplarından farklı olarak çıkan ve farka aynı sayının eklenmesi yöntemi de verilmiştir. Şekil 3.76'da örnek sunulmuştur.



Şekil 3.76. *3. sınıf ders kitabında zihinden çıkarma işlemine bir örnek*

Şekil 3.76'da görüldüğü üzere 40 sayısı 4 tane onluk olarak parçalanmış ve 200'den onar onar 4 kez geriye doğru sayılmıştır. Sadece kaç kez sayıldığını gösteren bir temsil kullanılmış ve gerçekleştirilen her adım tek tek yazılarak özelde muhakeme becerisi genelde cebirsel düşünme becerisi kısıtlanmıştır.

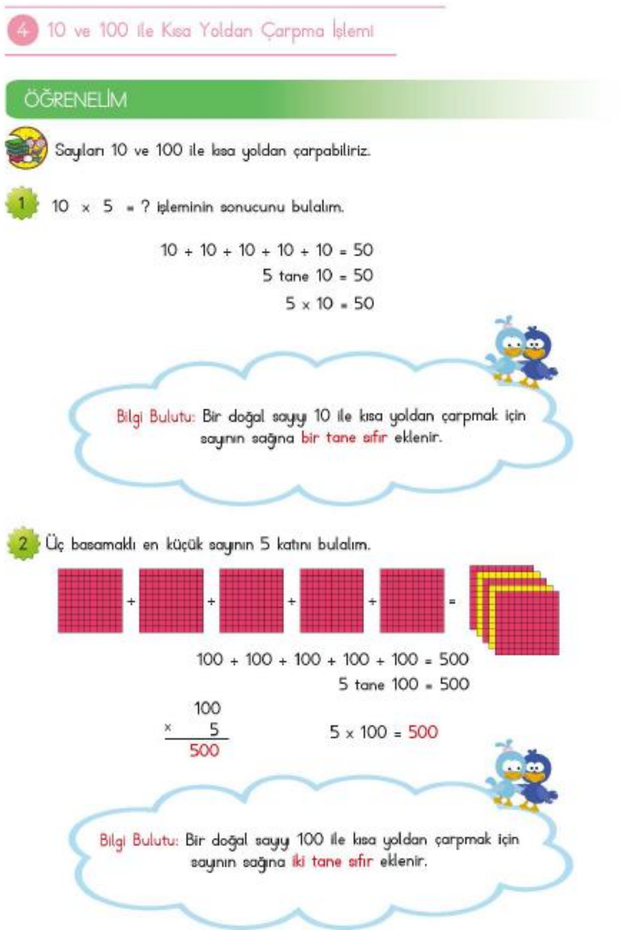
Diğer yandan 3. sınıf ders kitabında "Tahmin Etme" konusunda ilişkisel düşünmeden yararlanıldığı görülmüştür. Basamak değerini bularak toplamı tahmin etme ve sayı çiftlerini kullanarak toplamı tahmin etme yöntemlerinde sayıların parçalanışından yararlanılmıştır. Basamak değerini bularak toplamı tahmin etme yönteminde sayı basamaklarına ayrılmıştır. Sonrasında sayının sadece yüzlük ve onluklarının toplandığı görülmüştür. Sayı çiftlerini kullanarak toplamı tahmin etme yönteminde ise büyük sayı küçük sayıyı içinde bulunduracak şekilde parçalanmaktadır. Küçük sayıdan iki tane elde edilmekte, bu iki sayı kendi arasında toplanmakta ve büyük sayıdan geriye kalan sayı bu toplama ilave edilmektedir. Şekil 3.77'de örnek sunulmuştur.



Şekil 3.77. *3. sınıf ders kitabı tahmin çalışmalarına bir örnek*

Şekil 3.77’de görüldüğü üzere, stratejiler tek tek örnekler üzerinden anlatılmış ve sayısal temsil kullanılarak modellenmiştir. Varsayım oluşturmaya yönlendirici ifadeye rastlanmamıştır. Çalışalım bölümünde stratejilerin pekiştirilmesi sağlanmıştır. İlişkisel düşünme bağlamında, kısa yoldan çarpma işlemleri de işlemler arasındaki ilişkilerden yararlanarak işlem pratikliği sağlaması açısından önemlidir.

Ders kitabında verilen bir diğer yöntem 10 ve 100 ile kolay çarpma yöntemidir. İlk kez 3. sınıf ders kitabında kısa yoldan çarpma işlemine yer verildiği görülmektedir. Şekil 3.78’de örnek sunulmuştur.



Şekil 3.78. *3. sınıf ders kitabı 10 ve 100 ile kısa yoldan çarpma işlemine bir örnek*

Şekil 3.78'de görüldüğü üzere, toplama işleminden faydalanarak çarpmaya geçilmiş ve aynı işlem çarpma işlemi ile de yapılmıştır. Ardından kısa yoldan çarpma işleminin nasıl yapılacağı sözel olarak verilmiştir. Onluk taban blokları yardımıyla modellenerek sunulmuştur. Sonrasında çarpma işlemi gerektiren günlük yaşam problemleri çözümleri ile birlikte verilmiş ve çözümlerde hem normal çarpma hem de kısa yoldan çarpma yapılarak sonuçların aynı olduğu gösterilmiştir. Bu durum özelde ilişkisel düşünmenin genelde cebirsel düşünmenin geliştirilmesi açısından önemlidir. Ancak modellemeden yararlanılarak yöntemin sunulması cebirsel düşünme bağlamında önemli olsa da yöntemin doğrudan uygulanması ve alttan sözel olarak nasıl yapılacağının ifade edilmesi, varsayım oluşturmayı engellediğinden cebirsel düşünme bağlamında kısıtlılıktır. "Çalışalım" bölümünde verilen sorularla pekiştirilmiştir. Ayrıca kısa yoldan çarpma işleminin 4. sınıf ders kitabında 3. sınıfta verilen 10 ve 100 ile çarpmanın 10, 100, 1000 ve katlarıyla kısa yoldan çarpmayı kapsayacak şekilde genişletilerek verildiği görülmektedir. 10'un katları ile çarpma işlemi yapılırken önce sıfırın görmezden gelinliğini sonra çarpma işlemi yapılıp sonuna sıfır eklendiği sözel olarak verilmiş ve günlük yaşam problemleri ile desteklenerek bu yöntemi nasıl uygulanacağı verilmiştir. Benzer şekilde 100 ve 1000'in katları ile çarpma işlemi verilmiş ve sonrasında 5, 25 ve 50 ile kısa yoldan çarpma işlemine geçilmiştir. Kısa yoldan çarpma işlemine tahmin çalışmalarında da yer verilerek konunun pekiştirilmesinin sağlandığı ve bu durumun transfer etmeyi içerdiği için önemli olduğu düşünülmektedir. Benzer şekilde 4. sınıf ders kitabı incelendiğinde ilk kez zihinden çıkarma işleminde ilişkisel düşünmeden yararlanıldığı görülmüştür. Basamaklarına ayırarak çıkarma işlemi ile geriye doğru onar onar ve yüzer yüzer ritmik saymaya yer verilmiştir. "Çalışalım" bölümünde pekiştirilmiştir.

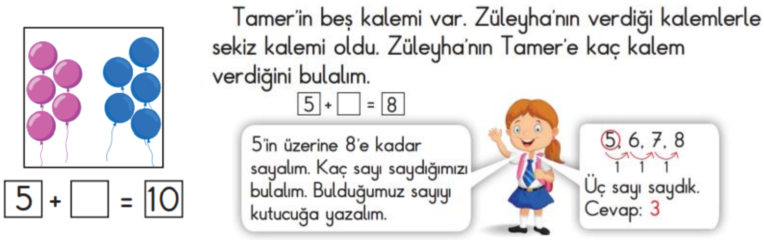
Ders kitapları ilişkisel düşünme bağlamında incelendiğinde, ilişkisel düşünme becerilerine sadece zihinsel işlemlerde yer verildiği bu konu dışındaki konular kapsamında ilişkisel düşünme stratejilerine rastlanmadığı görülmüştür. Ayrıca görsel temsil, tablo temsili ve sembolik temsilden yararlanıldığı ancak varsayım oluşturmaya yönlendirici ifadelerin yeterince olmadığı, yer verilen ifadelerinde yeni yöntem bulunabileceği üzerine olup var olan yöntemler üzerine yeterince düşündürmediği gözlenmiştir.

3.1.1.2.3. *Değişkenin anlamı*

Şekil 3.2'de görüldüğü üzere değişkenin anlamı, bilinmeyen anlamı ve değişkenlerin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak kullanımı olmak üzere iki başlıkta ele alınmıştır. Ayrıca temsil becerisi ve muhakeme becerisi ile birlikte incelenerek sunulmuştur.

Bilinmeyen anlamı

Değişkenin bilinmeyen anlamına 1. sınıf ders kitabında "Toplama İşleminde Verilmeyeni Bulma" başlığı altında yer verildiği görülmektedir. Seçilen örnekler 5+___=8 ve ___+8=10 şeklindeki açık sayı cümleleridir. 1. sınıf ders kitabında giriş etkinliği olarak günlük yaşam bağlamı üzerinden açık sayı cümlesi oluşturulmakta ve verilmeyen sayı bulunurken de birinci toplananın üzerine sayma yapılmaktadır. Ardından sıra sizde çalışması ile öğrencilerin görsel temsil ile sayısal temsil arasında ilişki kurularak bilinmeyeni bulmaları beklenmektedir. Bunlarla birlikte "Sıra Sizde" çalışmaları ile verilmeyenin bulunması benzer strateji ile pekiştirilmektedir. Şekil 3.79'da örnek sunulmuştur.



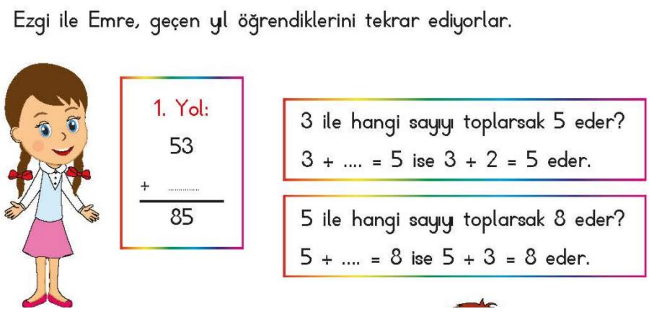
Şekil 3.79. *1. sınıf ders kitabında toplama işleminde verilmeyeni bulmaya bir örnek*

Şekil 3.79'da görüldüğü gibi günlük yaşam bağlamı üzerinden öncelikle sunulan örnekte bilinmeyen sayı birinci toplananın üzerine sayma şeklinde verilmektedir. Sıra sizde çalışmasında sunulan birinci görselde ise renk ayırımı ile 10'un "5+5" şeklinde parçalarına vurgu yapılsa da kitapta bu stratejiye yer verilmemektedir. Bu sürecin ardından zihinden toplama-çıkarma işlemlerinde verilen sayıların farklı kombinasyonlarına yer verildiği gözlenmektedir. Dolayısıyla bilinmeyeni bulma işlemlerinde öğrencinin cebirsel düşünmesinin gelişimi sağlanmak isteniyorsa farklı bir strateji olarak örneğin 8'i "3+5" şeklinde parçalayarak ve eşit işaretinin anlamından yola çıkarak verilmeyen sayının "3" olduğu stratejisinin de vurgulanması önemlidir. Bu durum aynı zamanda küçük çocukların ilişkisel düşünmesini de destekleyecektir. Ne yazık ki ders kitabında bilinmeyeni bulma çalışmalarında üzerine sayma stratejisinden farklı bir stratejiye yer verilmediği gözlenmiştir.

2. sınıf ders kitabı incelendiğinde ise hem toplama hem de çıkarma işlemlerinde bilinmeyeni bulma çalışmalarına rastlanmıştır. Toplama işleminde bilinmeyen bulunurken 1. sınıf ders kitabında olduğu gibi üzerine sayma stratejisinin verildiği görülmüştür. Ancak bu sınıf düzeyinde sayıların basamakları arttığı için üzerine sayma stratejisinin yanı sıra toplamdan toplananı çıkartma stratejisi ile de bilinmeyenin bulunduğu görülmüştür. Buna ilişkin olarak neden çıkarma işlemi yaptığımız da açık değildir. Çıkarma işleminde ise eksilenin ya da çıkanın verilmediği açık sayı cümlelerine rastlanmıştır. Eksilenin verilmediği sayı cümlelerinde çözüm stratejisi olarak çıkan ve farkın toplamı, çıkanın verilmediği durumlarda ise eksilenden farkın çıkarılması şeklinde stratejilerin verildiği gözlenmiştir. Oysaki zihinden işlemler konusunda sayıların farklı parçalanışları ele alınmakta olduğundan bilinmeyenin verildiği açık sayı cümlelerinde

ilişkisel düşünme stratejilerine de yer verilmemesi cebirsel düşünmenin gelişimi için bir sınırlılıktır.

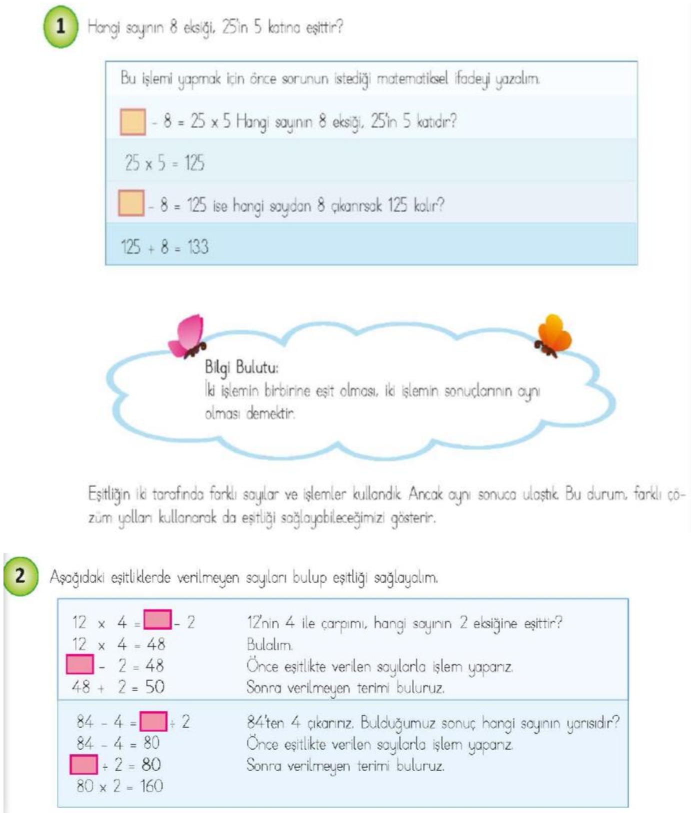
3. sınıf ders kitabında ise verilmeyen toplamı bulma başlığı altında iki terimli ya da üç terimli toplamalar ile değişkenin bilinmeyen anlamına yer verildiği, çıkarma, toplama ya da bölme işlemleri altında bilinmeyenin bulunmasına yönelik örneklere yer verilmediği görülmüştür. Bu sınıf düzeyinde bilinmeyenin bulunmasında ise iki stratejinin kullanıldığı belirlenmiştir. Biri 2. sınıf ders kitabında olduğu gibi toplamdan toplananı çıkarma diğeri ise verilen sayıların sayı değerlerinin üstüne sayma şeklindedir. Şekil 3.80’de örnek sunulmuştur.



Şekil 3.80. *3. sınıf ders kitabından verilmeyen toplamı bulmaya bir örnek*

Şekil 3.80’de görüldüğü gibi bu strateji üstüne sayma stratejisi ile benzerdir. Ancak bu ders kitabında da ilişkisel düşünmeye yol açacak farklı stratejilere yer verilmediği görülmüştür. Ders kitabında zihinden işlem yapma konusunda sayıların parçalanışı ele alınmaktadır. Bu kısımda da öğrencilerin benzer stratejiler ve işlem özelliklerinin de yer aldığı etkinliklerle hareket etmelerini sağlayacak stratejilerin kullanımı cebirsel düşünmenin gelişimi açısından önemlidir.

4. sınıf ders kitabı incelendiğinde ise “Matematikte Eşitlik Durumu” ve “Eşitliği Sağlama” başlıkları altında değişkenin bilinmeyen anlamının ele alındığı görülmüştür. Şekil 3.81’de örnek sunulmuştur.


1 Hangi sayının 8 eksiği, 25'in 5 katına eşittir?

Bu işlemi yapmak için önce sorunun istediği matematiksel ifadeyi yazalım.

$\square$ - 8 = 25 x 5 Hangi sayının 8 eksiği, 25'in 5 katıdır?

25 x 5 = 125

$\square$ - 8 = 125 ise hangi saydan 8 çıkarırsak 125 kalır?

125 + 8 = 133

Bilgi Bulutu:
İki işlemin birbirine eşit olması, iki işlemin sonuçlarının aynı olması demektir.

Eşitliğin iki tarafında farklı sayılar ve işlemler kullandık. Ancak aynı sonuca ulaştık. Bu durum, farklı çözüm yolları kullanarak da eşitliği sağlayabileceğimizi gösterir.

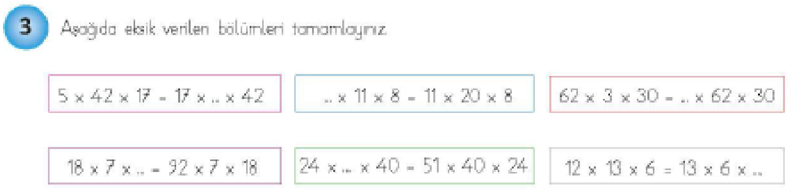
2 Aşağıdaki eşitliklerde verilmeyen sayıları bulup eşitliği sağlayalım.

12 x 4 = $\square$ - 2	12'nin 4 ile çarpımı, hangi sayının 2 eksiğine eşittir?
12 x 4 = 48	Bulalım.
$\square$ - 2 = 48	Önce eşitlikte verilen sayılarla işlem yaparız.
48 + 2 = 50	Sonra verilmeyen terimi buluruz.
84 - 4 = $\square$ ÷ 2	84'ten 4 çıkarırız. Bulduğumuz sonuç hangi sayının yarısıdır?
84 - 4 = 80	Önce eşitlikte verilen sayılarla işlem yaparız.
$\square$ ÷ 2 = 80	Sonra verilmeyen terimi buluruz.
80 x 2 = 160	

Şekil 3.81. *4. sınıf ders kitabı eşitliğin her iki tarafında işlem bulunan eşitliklerde açık sayı cümlelerine bir örnek*

Şekil 3.81'de görüldüğü gibi sözel bir ifadenin matematiksel ifadesi yazılmış ve bilinmeyen kutu sembolü ile gösterilmiştir. Çözüm sürecinde ise sağ taraftaki işlemler yapılmış ve ters işlem kullanılarak bilinmeyen bulunmuştur. Bu tür etkinlikler cebirsel düşünme özelde ilişkisel düşünmenin gelişimi açısından önemlidir. Ancak bilgi kutusunda "İki işlemin birbirine eşit olması, iki işlemin sonuçlarının aynı olması demektir." şeklinde bir açıklama yapılması öğrencileri "İşlemin sonucu şudur." şeklinde bir anlama yönlendirmekte, eşit işaretinin denge olarak kavramsallaştırılmasını ve ilişkisel düşünmesini engellemektedir. Bu noktada öğrencinin eşitlik sembolünü gördüğünde her iki tarafın aynılığı sonucunu çıkarması gereklidir.

4. sınıf ders kitabı ayrıca ilk kez çarpma işleminde açık sayı cümlelerinden yararlanıldığı görülmüştür. Şekil 3.82'de sunulmuştur.



Şekil 3.82. *4. sınıf ders kitabı çarpma işleminde değişme özelliğinin öğretiminde açık sayı cümlelerine bir örnek*

Şekil 3.82'de görüldüğü gibi, değişme özelliğinin aktarımında eşitliğin her iki tarafında üç tane çarpan bulunan ve çarpanlardan birinin verilmeyip bulunmasının istendiği sorulara yer verilmiştir. İki çarpan kullanımından üç çarpan kullanımına genişletilmesi açısından önemlidir.

Ders kitapları açık sayı cümleleri ve bilinmeyen bağlamında incelendiğinde genel olarak şekil temsili, tablo temsili ve sayısal/sembolik temsil kullanılarak çoklu temsillerden yararlanıldığı ancak öğrencilerin muhakeme becerisini desteklemeye yönelik yeterli yönlendirici etkinliklere, ifadelere rastlanılmamıştır.

Değişkenlerin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak kullanımı

Değişkenlerin çeşitlilik gösteren çokluklar olarak kullanımı cebirsel düşünme açısından çok önemli olmasına rağmen ders kitapları incelendiğinde değişkenlerin yalnızca bilinmeyen anlamına yer verildiği görülmüştür. Bu durum cebirsel düşünmenin gelişimi bağlamında önemli bir sınırlılıktır.

3.1.1.3. *Nicel ilişkiler*

Matematik ders kitapları incelenirken Tablo 3.7'de sunulan başlıklar dikkate alınmıştır.

Tablo 3.8. *Nicel ilişkiler*

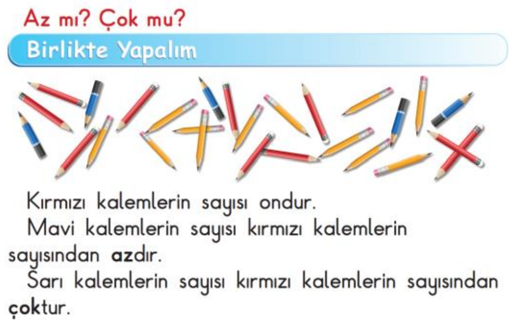
Nicel İlişkiler	
İki Niceliğin Birbiri ile İlişkisi	$<, >, \neq$
Çoklu nicelikler Arası İlişkiler	A>B>C

Ders kitapları nicel ilişkiler bağlamında Tablo 3.7'de görüldüğü gibi iki niceliğin birbiri ile ilişkisi ve çoklu nicelikler arası ilişkiler başlıkları altında incelenmiştir.

İki niceliğin birbiri ile ilişkisi

Nicel muhakeme cebirsel fikirlerin anlamını derinleştirmek için önemli bir beceridir. Nicel muhakeme aynı yolla sayılabilen ya da ölçülebilen nicelikler arası ilişkileri tanımlar. İlk aşama ise ölçülen ya da sayılabilen nesnelerin niteliğini tanımlamakla başlar.

Ders kitapları bu bağlamda incelendiğinde 1. sınıf ders kitabında kalemlerin sayılarının karşılaştırılmasına yönelik bir etkinlik görülmüştür. Şekil 3.83'de sunulmuştur.

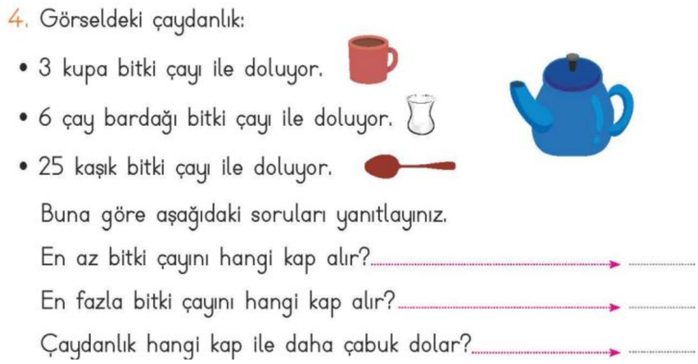


Şekil 3.83. *1. sınıf ders kitabı kalem sayılarının karşılaştırılmasına bir örnek*

Şekil 3.83'de görüldüğü üzere "Az mı? Çok mu?" başlığı altında kalem sayılarının azlığı ve çokluğu sorgulanmış bir ve sıra sizde çalışmasıyla pekiştirme yapılmıştır.

Aynı ders kitabında ayrıca uzunlukları ve sıvıları ölçme konularında da benzer şekilde niceliklerin nitel karşılaştırılmasının yapıldığı belirlenmiştir. Uzunlukların karşılaştırıldığı bölümde öğrencilerin üç tane hayvanın boy uzunluklarını en kısa, en uzun şeklinde karşılaştırmaları beklenmektedir. Sıra sizde çalışmasıyla da karşılaştırma çalışmaları sorgulanmaktadır. Benzer şekilde sıvıların ölçülmesinde ise nesnelerin hacimlerinin karşılaştırılması söz konusudur. Yapılan karşılaştırmaların ise görsel temsiller ile desteklendiği görülmüştür. Bu tür çalışmalar nicelikler arası ilişkilerin betimlenmesi nedeniyle cebirsel düşünme için güçlü bir temel sağlamasına karşın öğrencilerin düşünme süreçlerini ve bu bağlamda muhakeme becerilerinin gelişimini harekete geçirecek sorgulamaların eksik olduğu söylenebilir. Ayrıca nicel muhakeme kapsamında niceliklerin karşılaştırılmasında eşit olma durumlarının yer alamaması da bir eksikliktir.

2. sınıf ders kitabı incelendiğinde “Sayıları Karşılaştırma ve Sıralama” ile “Sıvıların Karşılaştırılması” başlıkları altında niceliklerin karşılaştırılmasına rastlanmıştır. Sayıların karşılaştırılması çalışmalarında iki basamaklı sayıları büyükten küçüğe ya da küçükten büyüye sıralaması yapılmaktadır. Bu sıralamalarda sayıların basamaklarına vurgu yapılmakta ve öğrencinin düşünmesine fırsat verilmeden doğrudan kural verilmektedir. Sıvıların ölçülmesinde ise özellikle pekiştirelim çalışmasında nesnelerin hacimlerinin karşılaştırılması birkaç soru ile sorgulanmaktadır. Şekil 3.84’de örnek sunulmuştur.



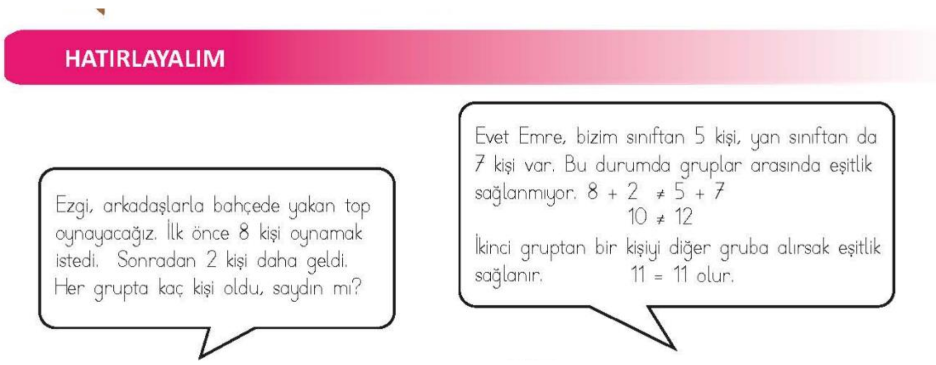
Şekil 3.84. *2. sınıf ders kitabı sıvıların ölçülmesinde nesnelerin hacimlerinin karşılaştırılmasına bir örnek*

Şekil 3.84’de görüldüğü gibi öğrencilerin hacim gibi fiziksel niteliklerin ölçülerinin bir karşılaştırılması yapılmaktadır. Bu gibi etkinlikler cebirsel düşünme bağlamında nicel muhakemeyi desteklese de sınırlı sayıda verilmesi de bir eksikliktir.

3. sınıf ders kitabında ise “Sayıların Karşılaştırılması” başlığı altında iki niceliğin birbiriyle ilişkisi biri diğerinden büyük, biri diğerinden küçük ve eşit şeklinde sembol kullanılarak verildiği görülmüştür. Şekil 3.85’de örnek sunulmuştur.

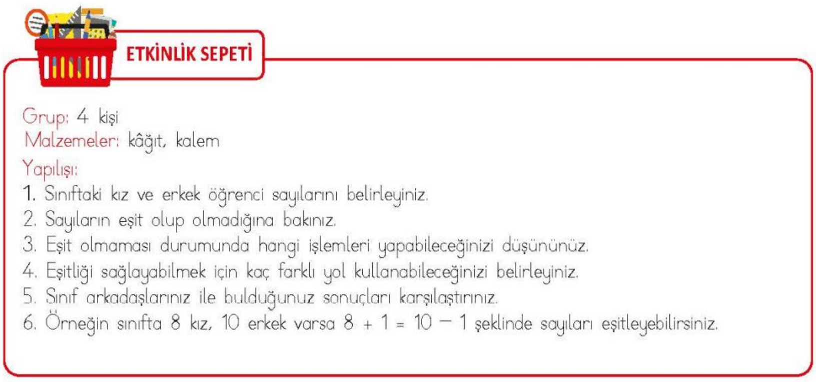
Şekil 3.85. *3. sınıf ders kitabında sayıların karşılaştırılmasına bir örnek*

Şekil 3.85'de görülen etkinlik dışında çeşitli uygulama çalışmalarının yapıldığı da dikkati çekmektedir. Ancak bu çalışmalarda büyüklük ya da küçüklük karşılaştırılmalarında neden büyük ya da küçük oldukları ne yazık ki sorgulanmamakta ve öğrencilerin muhakeme becerilerinin gelişimi engellenmektedir. Benzer duruma 4. sınıf ders kitabında da rastlanılmıştır. Diğer yandan 4. sınıf ders kitabında farklı olarak "Eşitliği Sağlama" başlığı altında ilk kez eşit değil sembolünün kullanımına yer verildiği görülmüştür. Diğer sınıf düzeylerinde de sembol kullanılmasa bile eşitliğin olmadığı durumların da karşılaştırılması öğrencilerin niceliksel muhakemelerinin gelişimi için önemli görülmektedir. 4. sınıf kitabından bir örnek Şekil 3.86'da sunulmuştur.



Şekil 3.86. *4. sınıf ders kitabı eşitliği sağlamaya bir örnek*

Şekil 3. 86'da görüldüğü gibi açıklama yapılmış ve hatırlayalım kısmından hemen sonra da Şekil 3.87'de görüldüğü gibi bir etkinlik sunulmuştur.

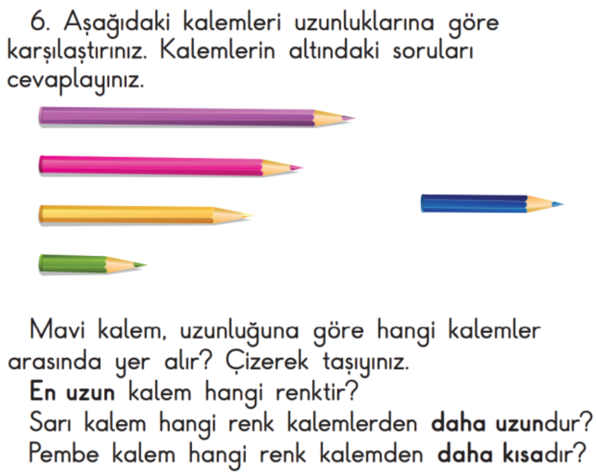


Şekil 3.87. *4. sınıf ders kitabı eşitliği sağlama etkinliğine bir örnek*

Şekil 3.87’de verilen etkinlikte de öğrencilerin düşünmesine yol açacak herhangi bir durum gözlenmemekte, öğrencilere nasıl yol izleyeceklerine ilişkin ipuçları verilmektedir.

Çoklu nicelikler arası ilişkiler

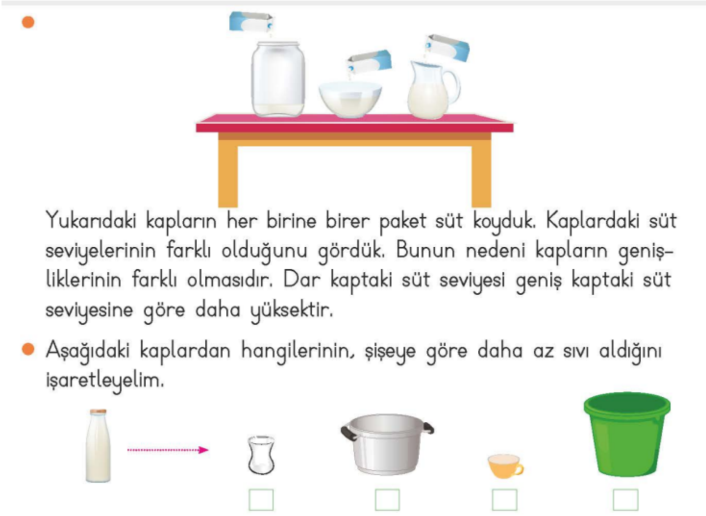
Çoklu nicelikler arası ilişkiler ikiden fazla nicelik arası ilişkilerin keşfedilmesidir. Bu bağlamda ders kitapları incelendiğinde 1. sınıf ders kitabında buna ilişkin özellikle uzunlukları ölçme kısmında sıra sizde çalışması kapsamında ikiden fazla niceliğin boy uzunluğunun karşılaştırılması gibi çoklu nicelikler arası karşılaştırma yapıldığı görülmüştür. Şekil 3.88’de örnek sunulmuştur.



Şekil 3.88. *1. sınıf ders kitabı uzunlukları karşılaştırmaya bir örnek*

Şekil 3.88’de görüldüğü gibi öğrencilerden mavi kalemin uzunluğunun yeşil kalemden uzun, diğer kalemlerden kısa olduğunu belirlemeleri beklenmektedir. Buna ilişkin olarak öğrencilerin muhakeme yapmasına yol açacak soruların olması da önemlidir. Ancak ders kitabında bu soru dışında farlı bir uygulamaya rastlanmamıştır.

2. sınıf ders kitabında ise sıvıları ölçme kısmında çoklu nicelikleri karşılaştırma çalışmasına rastlanmıştır. Şekil 3.89’da örnek sunulmuştur.



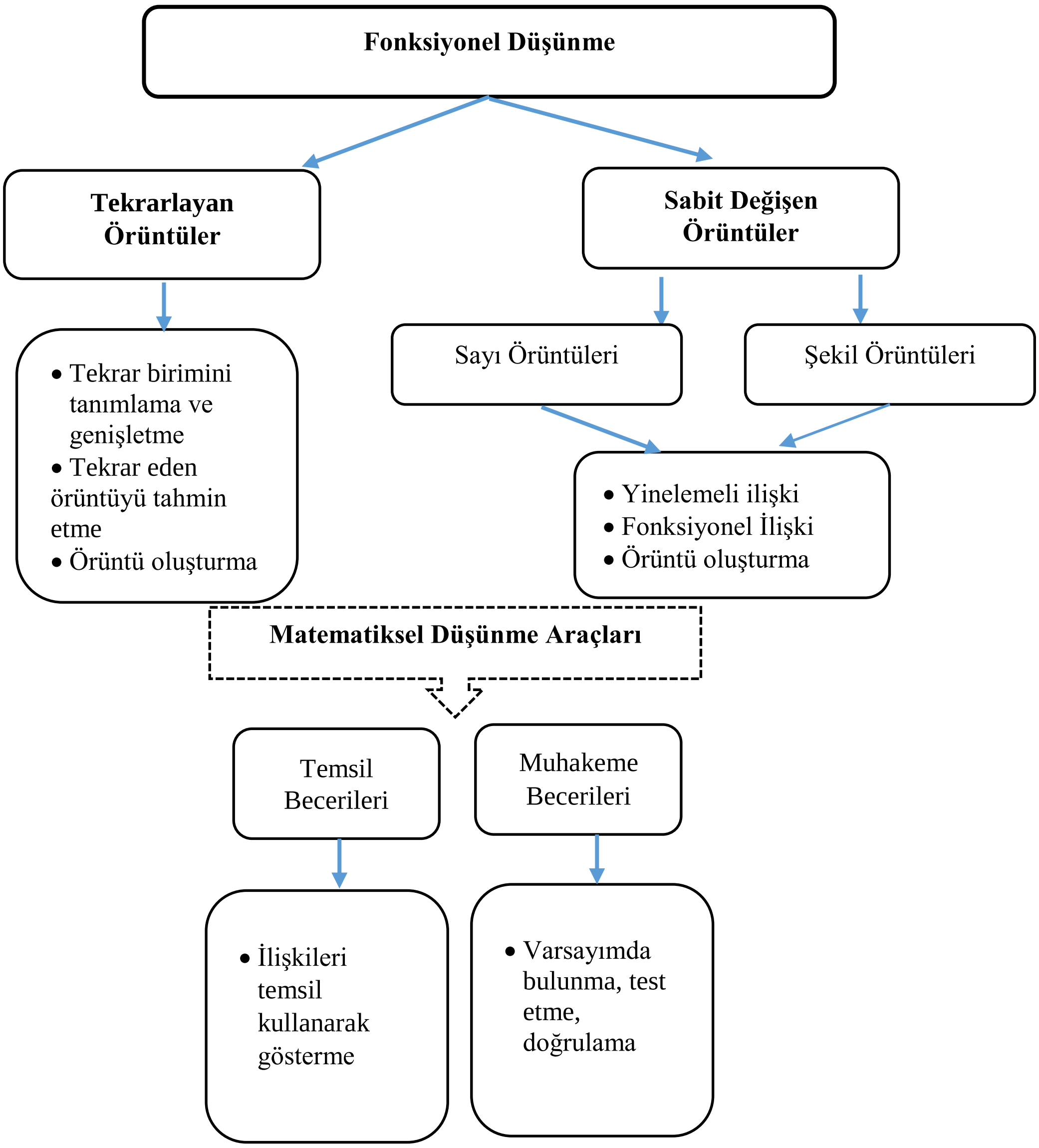
Şekil 3.89. *2. sınıf ders kitabı sıvıları ölçmeye bir örnek*

Şekil 3.89'da görüldüğü gibi bu çalışmada da nesnelerin hacimlerden hareketle öğrencilerden şişenin süt seviyesi ile farklı kaplardaki süt miktarını karşılaştırmaları beklenmektedir. Ancak 1. sınıf ders kitabında olduğu gibi bu kitapta öğrencileri düşündürücü bir sorgulamaya rastlanmamıştır.

3. ve 4. sınıf ders kitaplarında ise sayıları karşılaştırma kısmında çoklu nicelikleri karşılaştırmaya yönelik genelde büyükten küçüğe ya da küçükten büyüğe sıralama çalışmalarına rastlanmıştır. Cebirsel düşünmenin gelişimi bağlamında düşünüldüğünde özellikle sınıf düzeyi arttıkça çoklu nicelikleri karşılaştırma çalışmalarında A=B ve B=C ise A=C ya da A>B ve B>C ise A>C gibi karşılaştırmaların yapılması önemlidir. Ancak bu tür çalışmalara ders kitaplarında yer verilmemesi niceliksel muhakeme genelde ise cebirsel muhakemenin gelişimi için bir sınırlılıktır.

3.1.2. Matematik ders kitaplarının fonksiyonel düşünme bağlamında analizi

Matematik ders kitapları Şekil 3.90'da görüldüğü gibi fonksiyonel düşünme bağlamında tekrarlayan örüntüler ve sabit değişen örüntüler olmak üzere iki başlık altında ele alınmıştır.



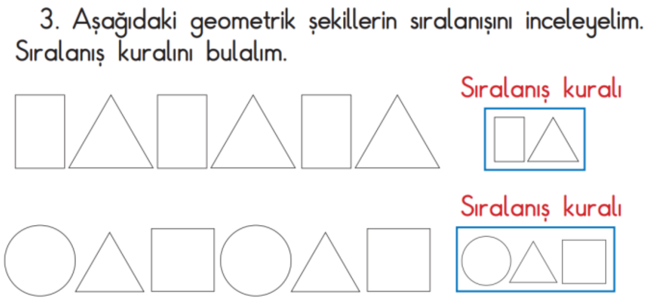
Şekil 3.90. *Fonksiyonel düşünme bileşeninin alt bileşenleri*

Şekil 3.90'da görüldüğü gibi tekrarlayan örüntüler tekrar birimini tanımlama ve genişletme, tekrar eden örüntüyü tahmin etme, örüntü oluşturma, sabit değişen örüntüler ise sayı ve şekil örüntüleri üzerinden yinelemeli ilişki, fonksiyonel ilişki ve örüntü oluşturma çalışmaları kapsamında ele alınmıştır.

3.1.2.1. *Tekrarlayan örüntüler*

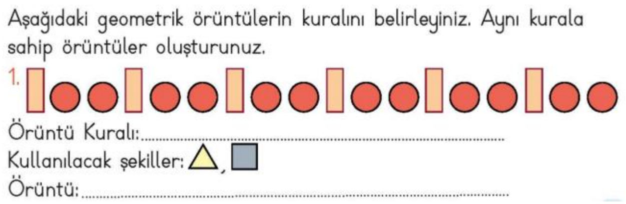
Tekrarlayan örüntüler 1., 2. ve 3. sınıf düzeylerindeki ders kitaplarında geometrik örüntüler başlığı altında ele alınmıştır. 3. sınıf düzeyindeki ders kitabında ise geometrik örüntüler kapsamında süsleme/kaplama çalışmalarına yer verilmiştir. Bu çalışmalar fonksiyonel düşünme içermediğinden bu sınıf düzeyindeki geometrik örüntüler kapsam dışı bırakılmıştır. Tekrarlayan örüntüler farklı nesneler (örn., ABABAB, 123, 123) ya da gerçek bağlamlar (mevsimler, haftanın günleri, gibi) kullanılarak da verilebilir. Bu durum öğrencilerin hem farklı materyaller bağlamında örüntüleri anlamlandırmaları hem de örüntüleri çevrelerindeki dünyada da görmeleri açısından önemlidir. Bu nedenle tekrarlayan örüntülerin ders kitaplarında sadece geometrik örüntüler kapsamında ele alınması da cebirsel düşünmenin gelişimi açısından bir sınırlılıktır.

Tekrarlayan örüntülerle çalışırken cebirsel düşünme bağlamında önemli bir kavram öğrencilerin örüntünün tekrar birimini tanımlamalarıdır. Tekrar birimi tekrar eden öğelerinin diziliminin anlaşılmasıdır. Bu dizilimin anlaşılması örüntüyü devam ettirmek için önemlidir. Bu bağlamda ders kitapları incelendiğinde 1. sınıf ders kitabında Şekil 3.91'de görüldüğü gibi tekrar birimi "sıralanış kuralı" ile verilmektedir.



Şekil 3.91. *1. sınıf matematik ders kitabından tekrarlayan örüntüdeki tekrar birimine yapılan vurguya bir örnek*

Şekil 3.91'de görüldüğü gibi tekrar birimi uzunluğu üç ve dört olan iki örüntü örneği üzerinde tekrar birimine vurgu yapılmış ve tekrar birimi çevrelenmiştir. 2. sınıf ders kitabında ise tekrar birimi uzunluğu iki, üç ve dört olan örüntüler ile çalışıldığı ve örüntünün kuralı altında tekrar birimine vurgu yapıldığı görülmüştür. Diğer yandan tekrarlayan örüntülerde küçük çocukların farklı materyallerle oluşturulan iki örüntünün aynı örüntüler olduğunu anlamaları genelleme yapmaları açısından önemlidir. Bu bağlamda 1. ve 2. sınıf düzeyindeki ders kitaplarında bu duruma ilişkin örneklerin yer aldığı belirlenmiştir. Şekil 3.92'de 2. sınıf ders kitabından bu duruma bir örnek sunulmuştur.



Şekil 3.92. *2. sınıf ders kitabı farklı materyaller kullanarak tekrarlayan örüntü örnekleri*

Şekil 3.92'de görüldüğü üzere dikdörtgen ve daire ile yapılan örüntünün üçgen ve kare şekillerinden yararlanarak ve aynı örüntü kuralını kullanarak yeni bir örüntü oluşturulması istenmektedir. Bu durum öğrencilerin genelleme yapabilmelerini desteklemesi yönüyle önemlidir.

1. ve 2. sınıf ders kitaplarında tekrarlayan örüntü çalışmaları kapsamında eksik olan öğeleri belirleme ve örüntüyü bir sonraki adıma/adımlara devam ettirme şeklinde etkinliklerin de yer aldığı görülmüştür. Bu çalışmalara örnekler Şekil 3.93'de sunulmuştur.

A) 1. sınıf matematik ders kitabından bir örnek

B) 2. sınıf ders kitabından bir örnek

Şekil 3.93. *1. ve 2. sınıf matematik ders kitaplarında tekrarlayan örüntü çalışmalarına bir örnek*

Şekil 3.93'de görüldüğü üzere örüntünün kuralını bulup örüntüyü o kurala göre devam ettirme ve örüntünün kuralını bulup o kurala göre verilmeyen şekillerin bulunmasına yönelik etkinliklere yer verilmiştir.

1. ve 2. sınıf ders kitaplarında tekrarlayan örüntü oluşturma çalışmalarına da yer verilmiştir. Şekil 3.94'de 2. sınıfta yer verilen örüntü oluşturma örneği verilmiştir.

Şekil 3.94. *2. sınıf ders kitabından tekrarlayan örüntü oluşturma çalışmasına bir örnek*

Şekil 3.94'de görüldüğü gibi bu çalışmalarda öğrencilerden kuralı verilen bir örüntüyle aynı kurala sahip örüntü oluşturmaları beklenmektedir.

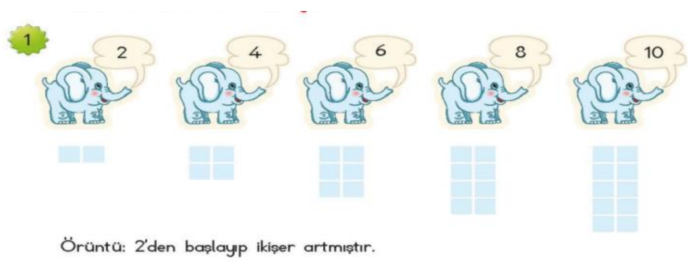
Örüntü çalışmalarında örüntüyü uzak bir adıma devam ettirme ve adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiye yönelik tahminde bulunma çalışmaları cebirsel düşünmenin önemli bir parçasıdır. Bu durum tekrarlayan örüntüler içinde geçerlidir. Tekrarlayan örüntülerde her bir terime sıra sayısı atanarak bu sıra sayılarına karşılık gelen nesne sorgulanabilir. Bu süreçte tekrar biriminin katlarına ya da uzak bir adım tekrar birimine bölünüp kalanlara odaklanılabilir. Bu bağlamda ders kitapları incelendiğinde çarpma işleminin ele alındığı 3. sınıf ya da hem çarpma hem de bölme işlemlerinin ele alındığı 4. sınıf ders kitaplarında tekrarlayan örüntülerde uzak bir adımın bulunmasına yönelik çalışmalara ne yazık ki yer verilmemiştir. Diğer yandan örüntüleri genişleterek uzak bir adımın sorgulandığı çalışmalarda öğrencilerin çarpma ve bölme bilgilerine dayalı olarak tahminde bulunmaları ve gerekçelendirmeleri de muhakeme becerisinin gelişimi açısından önemlidir. Bu tür çalışmaların da kitaplarda yer almaması cebirsel düşünmenin aynı zamanda fonksiyonel düşünmenin gelişimi için bir sınırlılıktır. Ayrıca ders kitaplarında tekrarlayan örüntü çalışmaları temsil kullanımı açısından değerlendirildiğinde daha çok görsel temsil ve sözel temsil kullanıldığı gözlenmiştir. Tekrarlayan örüntü çalışmalarının geometrik örüntüler bağlamında ele alınması görsel temsil kullanımını açıklamaktadır.

3.1.2.2. *Sabit değişen örüntüler*

Ders kitapları incelenirken sabit değişen örüntüler sayı ve şekil örüntüleri olmak üzere iki başlık altında ele alınmıştır. Sayı örüntülerinin ilk kez 2. sınıf ders kitabında "Sayı örüntüleri, sayıların belli bir kurala göre ileriye ya da geriye doğru dizilmesinden oluşur.*”* şeklinde tanımlandığı görülmüştür. Bu sınıf düzeyinde sayı örüntüleri çalışmaları ileriye ya da geriye doğru sıralanan örüntünün kuralını bulma ve eksik olan terimi tamamlama çalışmaları ile sınırlı kalmıştır. Şekil 3.95’de bu duruma örnek sunulmuştur.

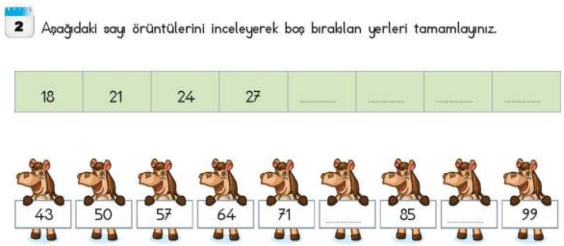
Şekil 3.95. *2. sınıf ders kitabında yer alan sayı örüntüsü çalışmasından bir örnek*

Şekil 3.95’de görüldüğü gibi bu sınıf düzeyinde sayı örüntüleri çalışmalarında öğrencilerden ritmik sayma çalışması yardımıyla eksik olan terimi ya da örüntünün kuralını görmeleri sağlanmış ve pekiştirelim etkinliklerine geçilmiştir. Bu sınıf düzeyinde örüntüleri yakın bir adıma yani bir sonraki ya da birkaç adım sonraki adıma devam ettirme çalışmalarına rastlanmamıştır. 3. sınıf düzeyindeki ders kitabı incelendiğinde ise sayı örüntüleri çalışmalarının modellenerek yani görsel temsillerle desteklenerek verildiği görülmüştür. Bu çalışmalarda öğrencilerin bir önceki terime sabit farkın eklendiği yinelemeli ilişkiye yönlendirildiği de belirlenmiştir. Bu duruma ilişkin bir örnek Şekil 3.96’da sunulmuştur.



Şekil 3.96. *3. sınıf ders kitabında sayı örüntüsünün modellenmesine bir örnek*

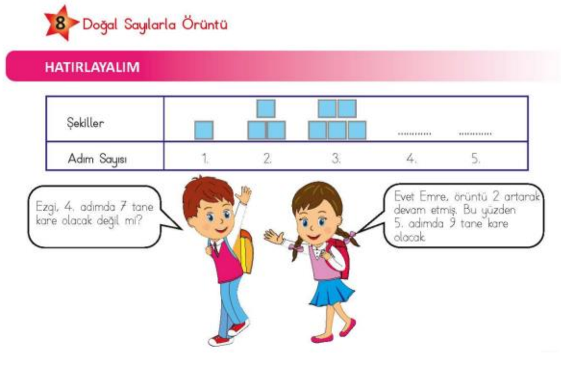
Şekil 3.96’da görüldüğü gibi verilen sayı örüntüsü şekil örüntüsüne dönüştürülmüş ve kuralı yinelemeli ilişkiye dayalı olarak verilmiştir. Benzer birkaç etkinlik ile de desteklenen bu çalışmalarda sayı örüntüsünden şekil örüntüsüne geçilmesi (sayısal temsilden görsel temsile geçiş) önemli olsa da şekil örüntülerinin yapısına vurgu yapılmadığı görülmüştür. Örneğin Şekil 3.96’da sunulan örnekte 2, 4, 6, 8, 10 örüntüsüne karşılık gelen şekiller aşağı doğru ikişer kare eklenerek artmaktadır. Şekil örüntüsünün yapısının analizi öğrencilerin fonksiyonel ilişkiyi düşünmelerine yol açmaktadır. Dolayısıyla kitapta şekil örüntüsünün yapısının inceletilmemesi yapılan çalışmanın önemini zayıflatmaktadır. Diğer yandan örüntü çalışmalarında adım sayısına girilmediği de gözlenmiştir. Oysaki adım sayısı vurgusu, adım ve o adıma karşı gelen terim sayısı arasındaki ilişkinin yani fonksiyonel ilişkinin keşfi için önemlidir. Dolayısıyla bu durum önemli bir eksikliktir. Bu sınıf düzeyinde ayrıca Şekil 3.97’de görüldüğü gibi yinelemeli ilişkiye dayalı sayı örüntülerini yakın adımlara devam ettirme, eksik olan terimleri tamamlama ya da örüntü oluşturma çalışmalarının da yer aldığı görülmüştür.



Şekil 3.97. *3. sınıf ders kitabında sayı örüntüsü çalışmalarına bir örnek*

Şekil 3.97’de görüldüğü üzere sayı örüntüsünün kuralının bulunması ve bu kurala uygun olarak örüntünün devam ettirilmesi istenmektedir. Bu devam ettirilmesi istenen boşluklar ardışık olarak verildiği gibi ardışık olmayacak şekilde de verilmiştir.

Sabit değişen şekil örüntüsü çalışmalarına ilk kez 4. sınıf düzeyindeki ders kitabında yer verildiği görülmüştür. Bu çalışma örnek olarak Şekil 3.98’de sunulmuştur.



Şekil 3.98. *4. sınıf ders kitabında sabit değişen şekil örüntüsüne bir örnek*

Şekil 3.98’de görüldüğü gibi sabit değişen şekil örüntüsü hatırlayalım çalışması altında ele alınmıştır. Her ne kadar bu çalışmada adım sayısına vurgu yapılsa da adım sayısı tanımlanmamıştır. Öğrenelim çalışması kapsamında ise adım sayısı 1. öğe, 2. öğe, bir diğer çalışmada ise 1. terim, 2. terim şeklinde ifade edilmiştir. Adım sayısının farklı şekillerde ifadesi öğrencilerin bu gibi durumlarla karşılaşma durumu için önemlidir. Diğer yandan 3. sınıf düzeyindeki ders kitabında olduğu gibi hatırlayalım etkinliğinde şekil örüntüsünün yapısına herhangi bir vurgu yapılmadan doğrudan şekil sayısına gidilerek, sayı örüntüsü gibi ele alınmış ve yinelemeli ilişki kullanılarak örüntü 5. adıma devam ettirilmiştir. Benzer durum diğer çalışmalarda da uygulandığı gözlenmiştir. Bu duruma örnek olarak Şekil 3.99 verilmiştir.

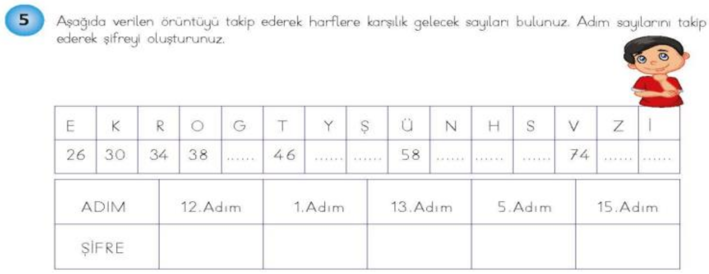

Aşağıdaki tabloda verilen armut sayıları belirli bir oranda artmıştır. Örneği inceleyelim.

Adım Sayısı	1. Terim	2. Terim	3. Terim	4. Terim	5. Terim
Armut					
Örüntünün Kuralı	Örüntü 2 artarak devam etmiştir.				

Şekil 3.99. *4. sınıf ders kitabında sabit değişen şekil örüntüsüne bir örnek*

Şekil 3.99’da görüldüğü gibi bu çalışmalarda fonksiyonel ilişkiye girilmediği ve sadece yinelemeli ilişkiye dayalı uygulamalar yapıldığı belirlenmiştir.

4. sınıf düzeyinde sayı örüntüsü çalışmalarına devam edildiği ve örüntünün kuralını bulma, eksik olan terimi tamamlama ve örüntüyü yakın adımlara devam ettirme çalışmaları yapıldığı da saptanmıştır. Çalışmaların çoğunda adım sayısına yer verilmediği Şekil 3.100’de görüldüğü gibi sadece çalışalım etkinliği kapsamında adım sayısının sorgulandığı belirlenmiştir.


5 Aşağıda verilen örüntüyü takip ederek harflere karşılık gelecek sayıları bulunuz. Adım sayılarını takip ederek şifreyi oluşturunuz.

E	K	R	O	G	T	Y	Ş	Ü	N	H	S	V	Z	İ
26	30	34	38	......	46	......	......	58	......	......	......	74	......	......

ADIM	12.Adım	1.Adım	13.Adım	5.Adım	15.Adım
ŞİFRE					

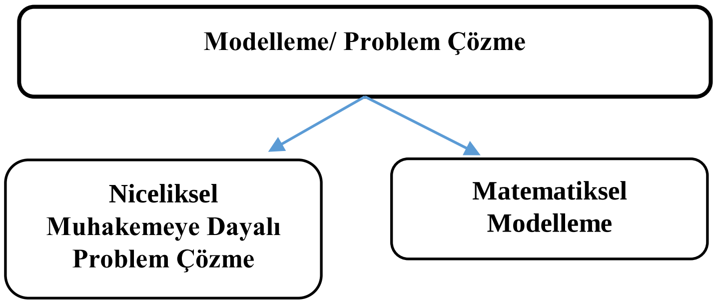
Şekil 3.100. *4. sınıf ders kitabında sabit değişen sayı örüntüsüne bir örnek*

Şekil 3.100’de görüldüğü gibi bu çalışmada da öğrencilerden istenilen adımlara karşılık gelen terimleri yinelemeli ilişkiye dayalı olarak elde etmeleri beklenmektedir.

Tüm sınıf düzeylerinde örüntü çalışmalarında görsel temsil, sözel temsil, sayı temsili gibi temsillere yer verildiği ancak öğrencilerin muhakeme becerilerinin gelişimi kapsamında varsayımda bulunma, varsayımı test etme ve doğrulama gibi etkinliklere ise hiç yer verilmediği buna karşın örüntünün kuralının doğrudan verildiği çalışmaların çoğunlukta olduğu gözlenmiştir.

3.1.3. Matematik Ders Kitaplarının Modelleme/Problem Çözme Bağlamında Analizi

Matematik ders kitapları Şekil 3.101’de görüldüğü gibi başlıklara ayrılmıştır.



Şekil 3.101. *Modelleme ve problem çözme bileşenlerinin alt bileşenleri*

Matematik ders kitapları Şekil 3.101’de görüldüğü gibi matematiksel modelleme/ problem çözme bağlamında niceliksel muhakemeye dayalı problem çözve ve matematiksel modelleme olacak şekilde iki başlık altında ele alınmıştır.

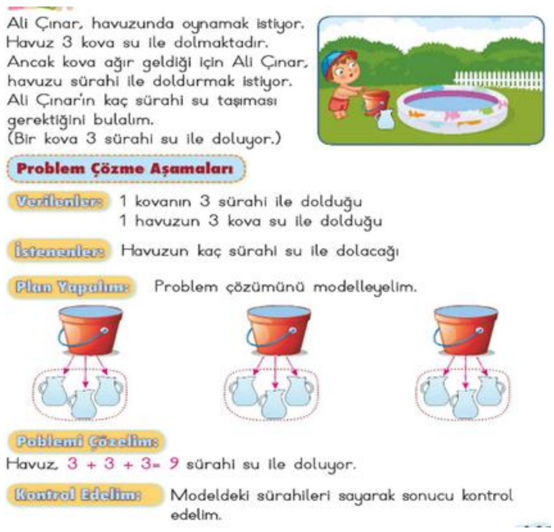
3.1.3.1. *Niceliksel muhakemeye dayalı problem çözme*

1. sınıftan 4. sınıfa kadar matematik ders kitaplarında doğal sayılar ünitesinde yer alan problemler niceliksel muhakemeyi desteklemesi bağlamında incelenmiştir. Birinci sınıf ders kitabında yer alan problemler incelendiğinde genelde problem çözümlerinin görsel temsiller ile desteklenerek verilmeye çalışıldığı görülmüştür. Şekil 3.102’de bu duruma bir örnek sunulmuştur.

Şekil 3.102. *1. sınıf ders kitabından toplama işlemi gerektiren bir probleme örnek*

Şekil 3.102'de görüldüğü gibi problemin çözüm sürecinde görsel temsil kullanılarak doğrudan sayısal değerlere odaklanılmıştır. Problem niceliksel muhakemeyi destekleme bağlamında değerlendirildiğinde ise öncelikle sayısal değerlere odaklanmadan nicel bilginin yorumlanması daha sonra iki niceliğin toplamsal olarak bir araya geldiğinde yeni bir niceliğin oluştuğuna dair sorgulamanın yapılması önemlidir. Örneğin bu problemde öncelikle telde bir miktar kuşun yer aldığı ve bunlara yeni kuşların dâhil edilmesiyle kuş sayısının çoğalacağı sorgulanmalı daha sonra sayısal işleme geçilmelidir. Ders kitabında çıkarma işlemine ilişkin problem çözümlerinde de benzer bir yol izlendiği görülmüştür.

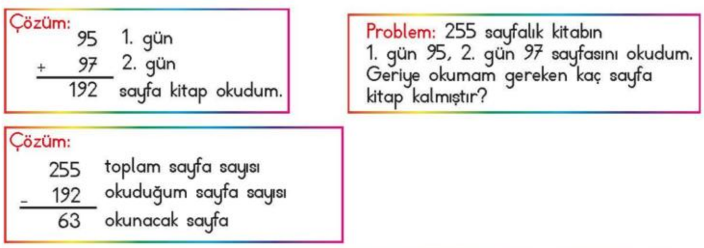
2. sınıf matematik ders kitabı incelendiğinde ise problemlerin Polya'nın problem çözme aşamalarına göre çözüldüğü görülmüştür. Örneğin toplama ve çıkarma işlemi gerektiren problemler başlığı altında "Bir otobüste 35 yolcu vardı. İlk durakta 15 kişi bindi, 10 kişi indi. Otobüsün kaç yolcu ile yola devam ettiğini bulalım." şeklinde bir problem durumu üzerinden önce verilenlerin ve istenenlerin belirlendiği, plan yapalım ve problemi çözelim sürecinde ise sayı blokları ile modelleme yapılarak sayısal işlemlere geçildiği ve sonucun kontrolünün sağlandığı belirlenmiştir. Bu problemin çözüm sürecinde de niceliksel muhakeme desteklenmeden doğrudan sayısal işlemlere geçildiği söylenebilir. Oysaki öncelikle otobüsteki yolcu sayısına bir miktar yolcu eklendiğinde otobüsteki yolcu sayısının artacağı, ikinci durumda ise inen yolcu sayısı ile otobüsteki yolcu sayısının ikinci duruma göre azalacağı sorgulanmalı daha sonra binen ve inen yolcu sayıları arasındaki büyüklükler karşılaştırılarak artış miktarı sorgulanmalıdır. Çarpma işlemi gerektiren problemler incelendiğinde ise problemlerin çözümlerinin sayısal işlemlere geçilmeden önce görsel temsillerle modellenerek desteklendiği görülmüştür. Şekil 3.103'de örnek bir problem sunulmuştur.



Şekil 3.103. *2. sınıf ders kitabından çarpma işlemi gerektiren probleme bir örnek*

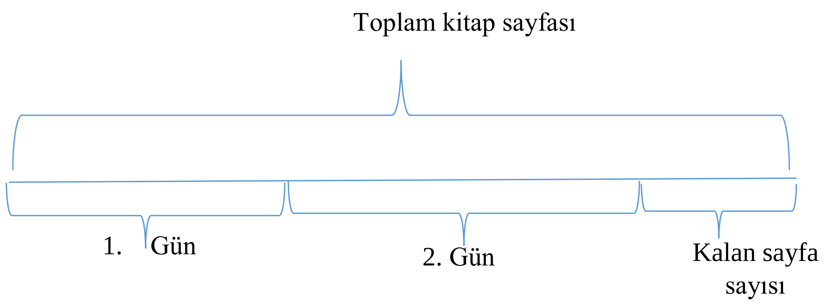
Şekil 3.103'de görüldüğü gibi, sayısal işlemlere geçilmeden problemin çözümünde öncelikle nicelikler arasındaki ilişkinin ortaya koyulduğu daha sonra ilişkinin görsel temsil kullanılarak modellendiği görülmektedir. Bu çözümün niceliksel muhakemeyi destekleyebileceği söylenebilir.

3. sınıf matematik ders kitabındaki problemler incelendiğinde ise genel olarak problem çözümlerinde nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler sorgulanmadan doğrudan sayısal işlemlere geçildiği görülmüştür. Örneğin Şekil 3.104'de toplama ve çıkarma işlemi gerektiren bir problem çözümü bir örnek sunulmuştur.



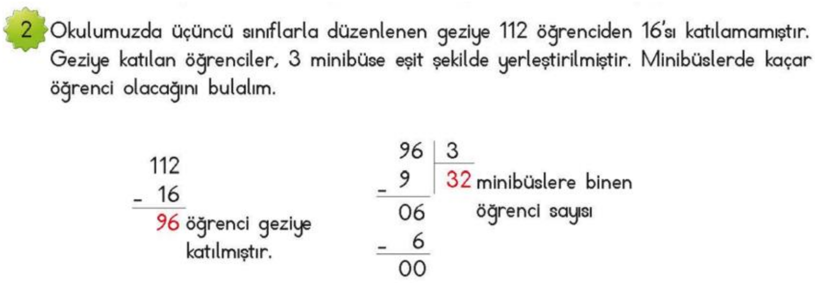
Şekil 3.104. *3. sınıf ders kitabından toplama ve çıkarma işlemi gerektiren bir probleme örnek*

Şekil 3.104'de görülen problemin çözümünde niceliksel muhakemenin sağlanabilmesi için öncelikle nicelikler yani birinci nicelik olan toplam sayfa sayısı, ikinci ve üçüncü niceliklerin birleşimi olan nicelikler toplamı yani 1. gün ve 2. gün okunan sayfa sayıları sorgulanmalıdır. Daha sonra iki niceliğin farkı yani iki günde okunan toplam sayfa sayısı ile birinci niceliğin farkı ele alınmalı, hatta bu süreç Şekil 3.105'de görüldüğü gibi görsel bir temsil ile de desteklenmelidir.



Şekil 3.105. *Nicelikler arası ilişkinin sorgulanmasına yönelik temsil*

3. sınıf ders kitabında çıkarma ve bölme işlemi gerektiren bir başka problem Şekil 3.106'da sunulmuştur.



Şekil 3.106. *3. sınıf ders kitabında çıkarma ve bölme işlemi gerektiren probleme bir örnek*

Şekil 3.106'da görüldüğü gibi çıkarma ve bölme işlemi gerektiren bir başka problemde de niceliksel muhakemenin desteklenmediği doğrudan sayısal çözüme odaklandığı görülmektedir.

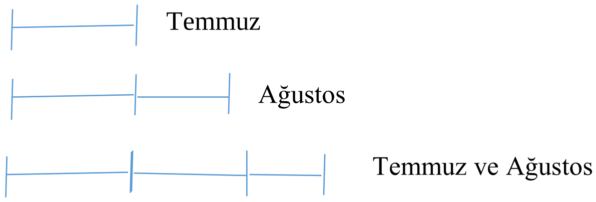
4. sınıf ders kitabındaki problemler incelendiğinde ise genel olarak diğer ders kitaplarındaki gibi problem çözümlerinde niceliksel muhakemenin çok çok az desteklendiği söylenebilir. İncelenen problemler arasında sadece toplama işlemi içeren bir problemin çözümünde bir bakıma niceliksel muhakemenin desteklendiği görülmüştür. Bu problemin çözümü Şekil 3.107'de sunulmuştur.

1 Adanalı Hasan amca temmuz ayında 2850 tane karpuz sattı. Ağustos ayında temmuz ayındaki satışından 750 tane daha fazla karpuz sattı. Hasan amcanın son iki ayda yaptığı toplam satışı birlikte bulalım.

Problemi anlayalım.	Verilenler İstenen	Temmuzda satılan miktar: 2850 tane Ağustosta satılan miktar geçen ayki satışın 750 tane fazlası Temmuz ve ağustos aylarında satılan toplam karpuz sayısı
Çözümü planlayalım.	Hangi işlemi kullanmalısınız? Hangi problem çözme stratejisi kullanılabilir?	Toplama işlemi Şema çizme (Temmuz) + 750 fazlası (Ağustos) + 750 (Temmuz ve Ağustos)
Planı uygulayalım.	Belirlediğiniz işlemleri uygulayınız.	2850 + 750 = 3600 karpuz (Ağustos ayında satılan) 3600 + 2850 = 6450 tane karpuz
Kontrol edelim.	Sağlamasını yapalım.	6450 - 2850 = 3600 3600 - 750 = 2850 tane karpuz

Şekil 3.107. *4. sınıf ders kitabından toplama işlemi içeren bir problemin çözümüne yönelik bir örnek*

Şekil 3.107'de görüldüğü gibi problemin çözümünde bir şema çizilerek (görsel temsil) nicelikler arasındaki ilişki ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Her ne kadar problemin anlaşılması aşamasında sayısal ilişkilerden önce bir ayda satılan karpuz sayısı ve diğer ayda bundan bir miktar daha fazla satılan karpuz sayısı Şekil 3.108'de görüldüğü gibi modellenmesi daha uygun olsa da problemin çözümünde şema ve sayısal ilişkilerin bir arada kullanılmasının niceliksel muhakemeyi destekleyebileceği söylenebilir.



Şekil 3.108. *Temmuz, ağustos ve temmuz ve ağustos aylarında satılan karpuz sayısının şema yardımıyla modellenmesi*

Niceliksel muhakemenin aritmetiksel muhakeme ile cebirsel muhakeme arasında bir köprü olduğu göz önüne alındığında tüm ders kitaplarındaki problemlerin çözümlerinin ne yazık ki cebirsel düşünmeyi desteklemesi açısından yeterli olmadığı söylenebilir.

3.1.3.2. *Matematiksel modelleme*

1. sınıftan 4. sınıfa kadar tüm matematik ders kitapları özellikle cebirsel düşünme süreçlerini ortaya çıkaran matematiksel modelleme bağlamında incelendiğinde bu yönde herhangi bir matematiksel modelleme çalışmasına rastlanmamıştır.

4. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

4.1. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada erken cebir sürecinde öğrencilerin geliştirmesi gereken becerilere yönelik yapılan araştırmalara dayalı bir sentez yapılmış ve cebirsel düşünmenin temel cebirsel fikirler ile matematiksel düşünme araçları olarak iki temel bileşeni belirlenerek bir kavramsal çerçeve oluşturulmuştur. Bu çerçeve bağlamında ilkokul matematik ders kitaplarının küçük çocuklarda bu becerileri nasıl desteklediği incelenmiştir. Çalışma kapsamında temel cebirsel fikirler, aritmetiğin genellenmesi, fonksiyonel düşünme ve modelleme/problem çözme bağlamında ele alınmış ve bu bileşenleri destekleyen matematiksel düşünme araçları da temsil ve muhakeme becerisi olarak belirlenmiştir. Bu bölümde elde edilen bulgular bu bileşenler kapsamında tartışılmıştır.

Aritmetiğin genellenmesi

Sayı sistemin özellikleri

İlkokul matematik ders kitapları aritmetiği genelleme bağlamında incelenirken öncelikle sayı sisteminin özelliklerinden temel işlem özellikleri, temel özelliklerden elde edilen varsayımlar ve tek-çift sayılara ilişkin bağıntıların nasıl ele alındığına ve bu süreçte ne tür genellemeler yapıldığına bakılmış, bu süreçte içeriğin muhakeme becerisini ve temsil kullanma becerisini ne kadar desteklediği incelenmiştir. Sayılar ve işlemlere ilişkin genellemeler öğrencilerin işlemlerin yapısını ve ilişkilerini anlamalarına temel oluşturmakta, bu anlayış ise ortaokul düzeyinde formal cebire girişin temelini oluşturmaktadır (Van Amerom, 2002). Haldar (2014) ilkokul öğretim programlarında öğrencilere aritmetik genellemelere yer verilmesi durumunda, öğrencilerin sayı ve işlemle ilgili daha derin anlayışlara sahip olabileceklerini ifade etmiştir.

İncelenen matematik ders kitapları aritmatiğin genellenmesi bağlamında ele alındığında her ne kadar temel işlem özelliklerine yer verilse de belli bir sınıf düzeyinde ilk defa sunulan bazı özelliklerin diğer sınıf düzeylerinde sarmal bir yapı oluşturacak şekilde ele alınmadığı görülmüştür. Oysaki Stephens vd. (2017)'nin de ifade ettiği gibi bu ilişkinin özel durumların ötesine genişletebilir olması gerekmektedir. Bu durum sayısal işlemlerin ötesinde öğrencilerin genel bir fikre sahip olmasına bir engel teşkil etmektedir. Ayrıca incelenen ders kitaplarında işlem özelliklerinin kazanımına yönelik etkinliklerde öğrencilerin ilişkileri keşfetmesine olanak tanıyan görsel temsillere ve sayısal örneklere yer verilmesine karşın, etkinliklerde keşfetme ve bir varsayımda bulunmaya yönelik sorgulamanın eksik olduğu ve doğrudan varsayımın verildiği, görülmüştür. Hâlbuki Blonton (2008) işlemler ve sayıların özelliklerine ilişkin genelleme yapma sürecinde öğrencilerin sayılarla işlemler yaparken, sayıların nasıl davrandığını gözlemlemeleri ve belirli ilişkileri keşfetmeye başlamaları, keşfettikleri ilişkileri ise ilk olarak günlük dili kullanarak ifade etmeleri ve ardından matematiksel dili etkin bir şekilde kullanmaya başlayarak genellemeleri sembolik olarak ifade etmeleri gerektiğine vurgu yapmaktadır. Ayrıca genelleştirilebilir özellikleri fark etmek, varsayımda bulunmak ve varsayımların doğru olduğunu kanıtlamaya çalışmak cebirsel muhakemenin önemli bir formudur (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021). Ancak incelenen ilkokul matematik ders kitaplarının bu tür yönlendirmelerin olmaması öğrencilerin muhakeme becerisinin gelişimini sınırlamaktadır. Ayrıca temel işlem özelliklerinden elde edilen varsayımlara ders kitaplarının genelinde çok fazla yer verilmediği de gözlenmiştir. Oysaki bu temel varsayımlar özellikle işlem akıcılığının sağlanması, ilişkisel düşünmenin desteklenmesi ve eşitlikte dengenin korunumunu sağlayacak olması yönünden önemlidir.

İncelenen matematik ders kitapları tek ve çift sayıların genellenmesini desteklemesi bağlamında ele alındığında kitapların içeriğinin sayılar ve özelikleri arasındaki ilişkileri keşfetmeye yönelik etkinlikler ve örnekler içermediği söylenebilir. Ayrıca temsil biçimlerinden somut temsile yer verilmesi açısından önemli olsa da daha çok görsel temsille desteklenen sayısal örneklere yer verildiği belirlenmiştir. Lakin Tek ve çift sayılar, sayı sisteminin yapısını keşfetmek için mükemmel bir bağlam sağlamaktadır (Stephens, Blanton, Knuth, Isler ve Gardinar, 2015; akt., Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021). Bu sayılara ilişkin yapılacak etkinliklerde özellikle çoklu temsil kullanımı (görsel, tablo vb.) ve temsiller arası geçiş sayıları ve sayılar arasındaki bağıntıları keşfetmede oldukça önemli araçlar olduğu belirtilmektedir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021). Diğer yandan incelenen ders kitaplarında yer verilen etkinliklerde öğrencilerin varsayım oluşturmalarını sağlayacak ve varsayımlarını doğrulayacak "İki çift sayının toplamı hakkında ne söyleyebilirsin? Bir varsayımın var mı? Varsayımın topladığın herhangi iki çift sayı için geçerli mi?" gibi daha derinlemesine sorgulamanın yeterli olmadığı görülmektedir.

Sonuç olarak incelenen ders kitaplarında her ne kadar işlem özelliklerine yer verilse de geleneksel olarak bir eşitlikte hangi özelliğin yansıtıldığını tanımlamaya odaklandığı söylenebilir. Bu durum özellikle ilkokul ders kitaplarının ortaokul sınıf düzeylerine geçişine temel oluşturduğu göz önüne alındığında bir eksiklik olarak karşımıza gelmektedir. Oysaki işlem özellikleri 1. sınıftan 8. sınıfa kadar tüm öğretim programlarda bulunan tek konudur. Bu özelliklerin hem sınıf içi uygulamalarda hem de ders kitaplarında kullanılması ve uygulanması diğer bir değişle eşdeğer ifadeler oluşturmaları ve bu ifadeleri kullanmaları öğrencilerin problemleri verimli ve esnek bir şekilde çözmelerini sağlamakta bu bağlamda da cebirsel düşünme gelişimleri desteklenmektir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021).

Sembollerin anlamı

İlkokul matematik ders kitapları sembollerin anlamı bağlamında eşit işaretinin anlamı ve ilişkisel düşünme ile değişkenin anlamı başlıkları altında incelenmiş ve kitaplarda bu bileşenlerin nasıl ele alındığı ve içeriğin muhakeme becerisini ve temsil kullanma becerisini ne kadar desteklediği incelenmiştir.

Eşit işaretinin anlamı ve ilişkisel düşünme

Sembolleri anlamlı olarak kullanabilme cebirsel düşünmenin doğru başlaması ve ilerlemesi için oldukça önemlidir (Adıyaman, 2019, s. 21). Erken cebir öğretimi için önemli sembollerden biri eşit işareti ve eşit işaretinin kavramsallaştırılmasıdır (Baykal, Öztürk, Yıldızel ve Güzeller, 2019). Matematik ders kitaplarının eşit işaretinin anlamını nasıl desteklediği incelenirken Köse ve Tanışlı, (2011)'nın çalışmalarında ortaya koydukları gibi işlemler-eşitlik ve yanıt ile standart olmayan sayı cümlesi olmak üzere iki başlık ele alınmıştır. İşlemler eşitlik ve yanıt başlığı altında standart sayı cümlesi (a+b=) ve doğru yanlış sayı cümlelerine (a+b=c), standart olmayan sayı cümlesinde ise her iki taraflı işlem (a+b=c+d; __+a=b+d), sağ taraflı işlem (c=a+b), eşitsizlik durumları (≠), eşitlik yerine çizgi/ok kullanımı, eşit işaretinin verilmediği işlemler ve en az iki bilinmeyenli işlemlere (_+_=_) ders kitaplarında nasıl yer verildiğine bakılmıştır. Eşit işaretinin bir işlemin sonucu olarak görüldüğü standart sayı cümlelerine yönelik örneklerin incelenen ders kitaplarında yoğunlukta olduğu görülmüştür. Eşit işaretini bir işlemin sonucu olarak görmek; a + b = c biçimindeki "tipik" ilkokul aritmetik problemlerini çözerken genellikle sorun olmasa da ilerleyen sınıf düzeylerinde daha karmaşık işlemler ya da formal cebirde denklemlerle karşılaştıklarında öğrencilerin sorun yaşamalarına neden olabilmektedir (Knuth, Stephens, McNeil, Alibali, 2006). Ayrıca standart sayı cümlelerinin yoğunluğu eşit işaretinin ilişkisel bir sembol olarak algılanmasından ziyade işlemsel bir sembol olarak algılanmasına yol açmakta (McNeil ve diğer., 2006), bu durum ise cebirsel düşünme gelişimi için bir sınırlılık sağlamaktadır. Bu nedenle ders kitaplarında standart sayı cümlelerine yer verilmesi tek başına yeterli değildir. Dolayısıyla pek çok araştırmacının (Carpenter, Franke ve Levi, 2003; Koehler, 2004; Molina ve Ambrose, 2006)'da vurguladığı gibi hem eşit işaretinin anlamı hem de ilişkisel düşünme gelişimi için kritik bir öneme sahip olan standart olmayan sayı cümlelerine de ders kitaplarında yer verilmesi gerekmektedir. Bu bağlamda ders kitapları incelendiğinde ise standart olmayan sayı cümleleri kapsamında ele alınan her iki taraflı işlemlere ve açık sayı cümlelerine bazı sınıf düzeylerinde belli başlıklar altında örneğin eşit işaretinin anlamı, işlem özellikleri gibi yer verildiği görülmektedir. Bunların dışında diğer standart olmayan sayı cümlelerine örneğin Koehler (2004)'ünde ifade ettiği gibi, ilişkisel düşünmeyi desteklemesi yönüyle önemli olan doğru yanlış sayı cümlelerine, sağ taraflı işlemlere, işlemin olmadığı eşitliklere çok az yer verildiği görülmüştür. Bu sonuç Köse ve Tanışlı (2011)'nın yapmış oldukları araştırma sonucu ile paralellik göstermektedir. Diğer yandan ders kitaplarının hiçbirinde en az iki bilinmeyenli işlemlere (_+_=_) rastlanmamıştır. Bu tür etkinlikler ilişkisel düşünme gelişimini kontrol etmede önemli çalışmalardır. Nitekim Molina ve Ambrose (2006)'nin ilköğretim üçüncü sınıf öğrencilerinin eşit işaretin anlamını tartışırken ilişkisel düşünmelerinin gelişimini sağlamak için yaptıkları çalışmada, öğrencilerle öncelikle açık sayı cümleleri üzerinden tartışma ortamı sağlamış ve daha sonra doğru yanlış sayı cümleleriyle çalışma devam edilmiş ve öğrencilerde ilişkisel düşünmenin geliştiği gözlenmiştir. Çalışmanın devamında ise öğrencilere _ + _ = _ + _, _ - _ = _ - _ veya _ + _ = _ - _ biçiminde sorular yöneltilerek boşlukları kendi belirledikleri sayılarla doldurmalarını istemiş ve öğrencilerin ilişkisel düşünerek boşlukları doldurduğu gözlenmiştir. Dolayısıyla ders kitaplarında bu tür etkinliklere yer verilmesi öğretmenlerin öğrencilerinin ilişkisel düşünmelerini değerlendirmeleri açısından önemlidir.

İncelenen 3. sınıf ve 4. sınıf matematik ders kitaplarında sadece tartma bölümünde terazi modeline yer verildiği ancak buradaki amacın da eşit işaretinin anlamından daha çok kütle ölçmeye yönelik etkinlikler olduğu dikkati çekmiştir. Ayrıca eşit işaretinin denge olarak kavramsallaştırılmasında önemli olan tahterevalli (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021) modellemesi gibi modellemelere de yer verilmediği görülmüştür. Hâlbuki eşit işaretinin denge olarak kavramsallaştırılmasında önemli olan (Baratta, 2011) ve öğrencilerin eş değerlik fikrini güçlendiren görsel temsillerden bazıları uzunluk modelinin ya da terazi ya da küçük çocukların deneyimlediği tahterevalli modelinin kullanımıdır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021). Bunlarla birlikte ders kitaplarında eşit işaretinin kavramsallaştırılmasında öğrencilerin muhakeme becerisinin gelişimini destekleyici etkinliklere de çok az yer verildiği söylenebilir.

İncelenen ders kitapları ilişkisel düşünmeyi desteklemesi bağlamında ilişkisel düşünme ve ilişkisel düşünmeye giriş olarak iki başlıkta ele alınmıştır. Dört işlemin birbiri ile ilişkisi (toplama ve çıkarma, toplama ve çarpma, çıkarma ve bölme, çarpma ve bölme) ilişkisel düşünmeye giriş olarak ele alınmıştır. Bu bağlamda, incelenen ders kitaplarında toplama ve çıkarma arasındaki ilişki ele alındığında, bu ilişkinin toplamanın kendi içindeki ilişkisi ile çıkarmanın kendi içindeki ilişkisinden yararlanılarak verildiği gözlenmiştir. Şekil temsili ve çoğunlukla sayısal temsilden yararlanıldığı gözlenmiştir. Ayrıca ders kitaplarında çarpmanın tekrarlı toplama, bölmenin tekrarlı çıkarma üzerinden günlük yaşam problemi ile desteklenerek verildiği, toplama ve çarpma arasındaki ilişki ile çıkarma ve bölme arasındaki ilişkinin ise sadece çarpma ve bölme öğretimi ile kısıtlanmadığı, farklı konuların öğretiminden de yararlanıldığı görülmüştür. Buna karşın çarpma işlemin de artan ve azalan çarpanlar arasındaki değişimin verildiği fakat bu değişimin tekrarlı toplama ile ilişkisinin vurgulanmadığı belirlenmiştir. Bununla birlikte ders kitaplarında çarpma ve bölme arasındaki ilişki verilirken terimler arası ilişkiden faydalanıldığı ve işlem kontrolü için ters işlemden yararlanıldığı, ancak bu ilişkinin anlaşılması ve içselleştirilmesi üzerinde çok da durulmadığı saptanmıştır. İncelenen ders kitaplarında ilişkisel düşünme verilirken çoklu temsillere yer verilmesine, günlük yaşam problemleri ile desteklenmesine ve modellerden yararlanılmasına karşın varsayım oluşturmaya ve oluşturulan varsayımı doğrulamaya yönlendiren düşündürücü sorulara yeterince yer verilmediği de söylenebilir. İlişkisel düşünmeyi "aritmetik işlemlerin, işlemler ve işlem özellikleri dikkate alınarak dönüştürülmesi" olarak ifade eden ve ilişkisel düşünen bir öğrencinin işlemler ve işlemler arası ilişkilere sahip olması gerektiğini savunan Köse ve Tanışlı (2011)'da ilişkisel düşünmeye giriş başlığı altında işlemler arası ilişkileri (toplama ve çıkarma, toplama ve çarpma, çıkarma ve bölme, çarpma ve bölme) incelemişlerdir. Ders kitaplarında işlemler arası ilişkilere yer verildiğini ve modelleme ile desteklendiği sonucunu elde etmişlerdir. Bu sonuç çalışma kapsamında incelenen ders kitaplarından elde edilen sonuç ile paraleldir.

İncelenen ders kitaplarında işlemlerde ya da problemlerde verilen standart sayı cümlesinin (c=a+b) parçalanarak yeni bir sayı cümlesine dönüştürüldüğü görülmektedir. İlişkisel düşünme hesaplama yaparken sayılarla oynamayı ve sayılar arasındaki ilişkiyi ve verilen sayı cümlesinin sayılarını ya da işlemlerini dönüştürmeyi içerdiğinden (Koehler, 2004), bu etkinlikler ilişkisel düşünmeyi destekleyici yöndedir. İlişkisel düşünmenin kullanıldığı içeriklerin de genellikle zihinden işlemler başlığı altında verildiği görülmüştür. Oysaki araştırmacılar ilişkisel düşünme stratejilerinin her iki taraflı doğru yanlış sayı cümleleri ve açık sayı cümleleri kullanılarak işletilmesinin ilişkisel düşünmenin geliştirilmesi ve zenginleştirilmesi için önemli olduğunu belirtmelerine karşın (Koehler, 2004; Molina ve Ambrose, 2006; Köse ve Tanışlı, 2011) incelenen ders kitaplarında ne açık sayı cümlelerinde ne de iki taraflı doğru yanlış sayı cümlelerinde ilişkisel düşünme stratejilerine yer verilmediği görülmüştür. Nitekim bu tür etkinliklere yönelik deneyimleri az olan öğrenciler Carpenter, Franke ve Levi (2003)'nin de ifade ettiği gibi örneğin 18+27=…+29 ifadesine 18+27=45 işlemini yaparak 45 cevabını verebilmekte, hatta bu cevabı veren ilkokul, ortaokul ve lise öğrencilerine de rastlanmaktadır. Benzer şekilde Baykal, Öztürk, Yıldızel ve Güzeller (2019)'in yaptıkları çalışmada da öğrencilerin açık sayı cümleleri (örneğin, 7 + 3 = ___ + 4) ve doğru yanlış sayı cümleleri üzerinde çalışırken (örneğin, 12 + 3 = 10 + 5) çoğunlukla eşitliğin işlemsel anlamına odaklandıklarını belirlemeleri, öğrencilerinin bu tür çalışmalara yönelik deneyimlerinin az olduğunun ve bunun da ders kitaplarının bu yönde eksik içerikler ürettiğinin bir göstergesi olduğu söylenebilir.

İncelenen ilkokul matematik ders kitaplarında toplama ve çarpma işleminde değişme ve birleşme özelliğine yer verildiği görülmüştür. Bu durum da Köse ve Tanışlı (2011) ilköğretim matematik ders kitaplarında eşit işareti ve ilişkisel düşünme üzerine yaptıkları çalışmanın sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. İlişkisel düşünmenin odak noktası sayıların ve işlemlerin temel özellikleri etrafındaki bağlantıların doğası olduğundan (Koehler, 2004), işlemlerin temel özellikleri ve ilişkisel düşünme birbirini destekleyecek şekilde verilmesi önemlidir. Fakat incelenen ders kitaplarında işlemlerin temel özelliklerinin yer verildiği etkinlikler bir bütün olarak ele alındığında ilişkisel düşünmeye yönlendirmede yetersiz kaldıkları görülmüştür. Eşit işaretinin kavramsallaştırılmasında ilişkisel-yapısal bir anlayış geliştirerek, eşitliğin her iki tarafındaki sayısal ilişkilere odaklanma ve bu süreçte işlem özelliklerini kullanma ilişkisel düşünmenin ve bu bağlamda cebirsel düşünmenin gelişimi açısından oldukça önemlidir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021).

Değişkenin anlamı

Öğrencilerin genelleme yapabilmesine olanak sağlayan değişkenlerin birçok anlamı olmakla birlikte ilkokul sınıflarında genellikle bilinmeyen değer veya değişen nicelik anlamıyla kullanıldığı söylenebilir. İlkokul ve ortaokulda her iki anlamında anlaşılmasını sağlamak cebirsel düşünme gelişimi için oldukça önemlidir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021, s.262). Bu bağlamda, incelenen ilkokul matematik ders kitapları değişkenin bilinmeyen anlamı ve değişen nicelik (değişkenlerin çeşitlilik gösteren çokluklar) olarak kullanımı olmak üzere iki başlıkta incelenmiştir.

İncelenen ilkokul matematik ders kitaplarında ise değişkenin bilinmeyen anlamının 1., 2. ve 3. sınıf düzeylerinde genellikle standart açık sayı cümlesi, 4. sınıf düzeyinde ise standart olmayan açık sayı cümlesi ile verildiği görülmektedir. Örneğin 1.-3. sınıf düzeylerinde ders kitaplarında günlük yaşam problemi üzerinden 5+___=8 ve ___+8=10 şeklindeki örneklere, geç kalınsa bile 4. sınıf düzeyinde ise ___-8=25x5 şeklindeki örneklere rastlanmıştır. İncelenen ders kitapları Van de Walle vd. (2021)'de ifade ettiği gibi "Erken yaşlarda öğrenciler genellikle sınırlı kullanılmakla birlikte değişkenin bilinmeyen anlamı ile daha çok deneyim yaşamaktadır." ifadesini desteklemektedir. İncelenen kitaplarda bilinmeyenin değeri bulunurken standart stratejilerin kullanıldığı görülmüştür. Oysaki bu stratejilerin yanı sıra matematiksel ifadeleri dönüştürerek sayıların ve aritmetik işlem özelliklerinin kullanımını gerektiren ve ilişkisel düşünmenin gelişimi destekleyen (Carpenter, Franke, Levi, & Zeringue, 2005) standart olmayan stratejilere de yer verilmesi cebirsel düşünmeyi desteklemektedir. Hatta bu süreçte öğrencilerin muhakeme becerisinin desteklenmesi ve bu yönde etkinliklere de yer verilmesi önemlidir. Ancak incelenen ilkokul matematik ders kitaplarının bu düşünceyi desteklemede yeterli olmadığı söylenebilir. Ayrıca incelenen ders kitaplarında görsel temsiller (uzunluk modeli, terazi modeli, sayı doğrusu modeli gibi) bilinmeyenin değerinin bulunmasında önemli araçlar olmasına karşın bu temsillere de çok az yer verildiği sadece üçüncü sınıf düzeyinde eğlenelim kısmında terazi modeli kullanıldığı belirlenmiştir.

İncelenen matematik ders kitaplarında ne yazık ki değişkenin değişen nicelik anlamına yer verilmediği görülmüştür. Oysaki değişkenin bilinmeyen anlamından değişen nicelik anlamına geçiş öğrencileri zorlamaktadır. Bu zorluğun giderilmesi için erken yaşlarda değişkenin değişen nicelik anlamına vurgu yapmak önemlidir. Bu süreçte özellikle temsil kullanımı ve muhakeme becerisini destekleyecek bir sorgulamanın yapılması değişkeni anlamlandırmaya yardımcı olmakta ve formal cebire geçişi kolaylaştırmaktadır (Blanton, 2008). Bu durum cebirsel düşünmenin gelişimi açısından önemli bir sınırlılıktır.

Nicel ilişkiler

Kaput (1995, s. 36-37) matematik öğrenme sürecinde değişen nicelikler ve nicelikler arasındaki ilişkilerin daha geniş ve derin bir şekilde incelenmesinin gerekliliğini vurgulamaktadır. İki nicelik üç yolla birbiriyle ilişkilidir: 1) eşit olabilir, 2) bir nicelik diğerinden büyük olabilir, 3) bir nicelik diğerinden küçük olabilir. Erken yaşlardan itibaren nicel ilişkilerin incelenmesi sonucu gelişen muhakeme de cebirsel fikirlerin daha derinden anlaşılmasını sağlamaktadır. Nicel ilişkiler ölçülebilen ya da sayılabilen yollarla tanımlanabilmekte ve ilişkiler sayılarla ya da değişkenlerle ifade edilebilmektedir (Blanton, Levi, Crites ve Dougherty, 2012). Eşit işaretinin anlamı ve değişkenlerin anlamında nicelikler arası ilişkiler tartışıldığı için nicel ilişkiler başlığı altında ders kitapları incelenirken sadece eşitsizlik durumu dikkate alınmıştır. Ders kitapları bu bağlamda incelendiğinde iki niceliğin birbiri ile ilişkisine yönelik üç durum sembol kullanımı ile birlikte 3. ve 4. sınıf düzeyinde, eşit değildir sembolünün kullanımına da sadece 4. sınıf düzeyinde yer verildiği görülmüştür. Ayrıca bu sınıf düzeylerinde üç niceliğin büyükten küçüğe ya da tersi sıralanması da verilmektedir. Tüm bu durumlar sadece sayısal örnekler üzerinden yapılmıştır. Buna karşın nicel ilişkilerin incelenmesine yönelik etkinliklerde öğrencilerin düşünmesine yol açacak herhangi bir durum gözlemlenmemiş, sadece öğrencilere nasıl yol izleyeceklerine ilişkin ipuçları verildiği dikkati çekmiştir. Oysaki daha küçük sınıf düzeylerindeki ders kitaplarında iki nicelik arasındaki ilişkilere yönelik özellikle eşit işaretinin anlamıyla birlikte örneğin bir terazi modeli ya da çocukların aşina oldukları tahterevalli modeli aracılığıyla sayısal örneklerin dışında çeşitli nesneler üzerinden denge ve dengesizlik durumları sorgulanarak eşit olma ve olmama durumları ve çoklu niceliklerin karşılaştırılması ve sıralanmasına yönelik farklı etkinliklere yer verilmesi daha erken yaşta cebirsel düşünme gelişimleri desteklenmesi açısından önemli görülmektedir.

Fonksiyonel düşünme

1-4. sınıf matematik ders kitapları fonksiyonel düşünme bağlamında incelenirken, fonksiyonel düşünme gelişimi için temel kavramlardan biri olan örüntüler ele alınmış, örüntü çeşitlerinden de tekrarlayan ve sabit değişen sayı ve şekil örüntüleri ve bunların genellenmesi üzerinde durulmuştur. Bu bağlamda ders kitaplarında özellikle örüntülerin tanımlanması, genişletilmesi ve genellenmesi ile örüntü oluşturulması sürecinin nasıl ele alındığı ve bu süreçte içeriğin muhakeme becerisini ve temsil kullanma becerisini ne kadar desteklediği incelenmiştir.

Tekrarlayan örüntüler

Fonksiyon kavramının başlıca ön koşul bilgisi olan ve okulöncesi dönemden itibaren kazandırılması gereken fonksiyonel ilişki, erken dönemde örüntü kavramı bağlamında sayılar ya da geometrik şekiller arası ilişki ile başlar ve değişkenler arası ilişki ile devam eder (Kabael, Tanışlı, 2010). Okulöncesinden itibaren ilkokulun ilk yıllarında ele alınan örüntülerden biri tekrarlayan örüntülerdir. Bu örüntüler sayı örüntülerini fark etmek için temel oluşturmaktadır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021).

İncelenen ders kitaplarında tekrarlayan örüntülere 1., 2. ve 3. sınıf düzeylerindeki ders kitaplarında sadece geometri öğrenme alanında, geometrik örüntüler başlığı altında geometrik şekiller kullanılarak yer verildiği görülmüştür. Oysaki tekrarlayan örüntüler için şekiller, taşlar, deniz kabukları vb. veya diğer nesneler gibi çok çeşitli malzemelerin çocukların kullanımına sunulması önemlidir. Çocukların tekrarlayan örüntüleri oluşturmalarına ve genellemelerine yardımcı olmak için sesler veya müzik aletleriyle, hareketlerle, ikonik ve sembolik temsillerle (renkli noktalar, harfler, sayılar) örüntü oluşturmalarını sağlamak da esastır (Palhares ve Mamede, 2002; Threlfall, 1999). İncelenen ders kitaplarında tekrarlayan örüntüler kapsamında tekrarlayan örüntüyü tanımlama, yakın bir adıma devam ettirme ve tekrarlayan örüntü oluşturma çalışmaları yer almaktadır. Tekrarlayan örüntülerde genelleme yapabilmek için tekrar biriminin algılanması önemlidir. Genelleme, çocuklar örüntünün döngüsel olarak tekrarlanan bir tekrar birimine sahip olduğunu belirleyebildiklerinde ve farklı malzeme veya formlar kullanarak yapı örüntüsünü tanıyabildiklerinde ortaya çıkmaktadır (Papic ve diğerleri, 2011). Mulligan (2013), 4-8 yaş arası öğrencilerle yaptığı çalışmada, matematiksel örüntü ve yapının farkındalığının onların matematiksel gelişimleri için kritik ve aynı zamanda temel bir unsur olduğunu gösteren bulgular sunmuştur. Yazara göre, örüntü farkındalığını teşvik etmek için pedagojik bir yaklaşım uygulamak önemlidir, çünkü bu farkındalık matematiksel anlayışla ilişkilidir. Uygun şekilde tasarlanmış ve uygulanmış öğrenme deneyimleriyle, küçük çocuklar genelleme sürecini içeren muhakeme biçimleri geliştirebilirler (Papic ve diğerleri, 2011). Ancak incelenen ders kitaplarında tekrar biriminin bulunmasını destekleyen örneklere de yer verildiği görülse de tekrarlayan örüntülerin uzak bir adıma genişletilmesi ve genellenmesi etkinliklerine özellikle 3. ve 4. sınıflarda rastlanmamıştır. Oysaki çarpma ve bölme işlemlerin ele alındığı 3. ve 4. sınıf düzeylerinde genelleme çalışmalarının yapılması beklenen bir durumdur. Nitekim Tanışlı (2008) tarafından 5. sınıf öğrencileri üzerinde gerçekleştirdiği bir çalışmada tekrar birimi 6 olan tekrarlayan örüntüler kullanılmış ve tekrar birimini belirleyebilen öğrencilerin örüntüyü uzak bir adıma devam ettirdikleri ve genelledikleri belirlenmiştir.

Sabit değişen örüntüler

1-4. sınıf matematik ders kitapları fonksiyonel düşünme bağlamında incelenirken sabit değişen örüntüler sayı örüntülerinde ve şekil örüntülerinde yinelemeli ilişki, fonksiyonel ilişki ve örüntü oluşturmanın nasıl ele alındığına ve bu süreçte ne tür genellemeler yapıldığına bakılmış, bu süreçte içeriğin muhakeme becerisini ve temsil kullanma becerisini ne kadar desteklediği incelenmiştir.

Öğrenciler, bir adımdan diğerine artış gösteren örüntülerle çalışırken örüntüyü genişletmenin yanında örüntünün herhangi bir noktada ne olacağını söyleyecek genellemeler veya cebirsel ilişkiler ararlar (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams 2012). Ders kitaplarında sayı örüntülerinin ilk kez 2. sınıf ders kitabında *"Sayı örüntüleri, sayıların belli bir kurala göre ileriye ya da geriye doğru dizilmesinden oluşur."* şeklinde tanımlandığı görülmüştür. 2. sınıf ders kitabında sayı örüntüleri çalışmaları ileriye ya da geriye doğru sıralanan örüntünün kuralını bulma ve eksik olan terimi tamamlama çalışmaları ile sınırlı kalmıştır. Bu sınıf düzeyinde örüntüleri yakın bir adıma yani bir sonraki ya da birkaç adım sonraki adıma devam ettirme çalışmalarına rastlanmamıştır.

3. sınıf düzeyindeki ders kitabı incelendiğinde ise verilen sayı örüntüsünün görsel temsili ile desteklendiği ve kuralı yinelemeli ilişkiye dayalı olarak verildiği görülmüştür. Benzer birkaç etkinlik ile de desteklenen bu çalışmalarda sayı örüntüsünün görsel temsil ile desteklenmesi (sayısal temsilden görsel temsile geçiş) önemli olsa da görsel temsil ile şekil temsili arasındaki bağın vurgulanmadığı hatta görsel temsilde oluşan şekil örüntüsüne de vurgu yapılmadığı görülmüştür. Bu durum sayı örüntüsü ile şekil örüntüsü arasındaki ilişkinin öğretimi için kısıtlayıcıdır. Van De Walle, Karp ve Bay-Williams (2012), öğrencilerin keşfettikleri ilişkileri hem tablodan hem de örüntünün görsel formundan görmelerinin önemli olduğunu ve tabloda verilen bir ilişki olduğunda öğrencilerin bu ilişkiden yararlanarak örüntünün fiziksel formunda nasıl karşılık bulduğunu keşfetmeleri için öğrencilerin yönlendirilmeleri gerektiğini vurgulamaktadır. 3. sınıf ders kitabında sayı örüntüsünden şekil örüntüsüne geçiş için kurulması gereken ilişkinin hem tablo temsili ile desteklenmesi gerekirken desteklenmediği görülmüştür. Dolayısıyla kitapta şekil örüntüsünün yapısının inceletilmemesi yapılan çalışmanın önemini zayıflatmaktadır. Diğer yandan örüntü çalışmalarında adım sayısına girilmediği de gözlenmiştir. Oysaki adım sayısı vurgusu, adım ve o adıma karşı gelen terim sayısı arasındaki ilişkinin yani fonksiyonel ilişkinin keşfi için önemlidir. Dolayısıyla bu durum önemli bir eksikliktir. Bu sınıf düzeyinde ayrıca yinelemeli ilişkiye dayalı sayı örüntülerini yakın adımlara devam ettirme, eksik olan terimleri tamamlama ya da örüntü oluşturma çalışmalarının da yer aldığı ancak örüntü çalışmalarında adım sayısına girilmediği gözlenmiştir. Oysaki adım ve adım sayısı arasındaki ilişki örüntünün kuralını bulmaya yönlendirmekte olup ilkokul düzeyinde bu tarz çalışmalara yer verilmelidir (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams 2012).

Diğer yandan 4. sınıf ders kitabında 3. sınıf ders kitabında olduğu gibi şekil örüntüsünün yapısına herhangi bir vurgu yapılmadan doğrudan şekil sayısına gidilerek, sayı örüntüsü gibi ele alınmış ve yinelemeli ilişki kullanılarak örüntü devam ettirilmiştir. Örüntü çalışmalarının öğrencilere fonksiyonel ilişki kurabilmeleri için olanak verecek şekilde sunulması, öğrencilerin fonksiyonel becerilerini arttırmaktadır (Ayber, 2017, s. 85). Buna karşın çalışmalarda fonksiyonel ilişkiye girilmediği ve sadece yinelemeli ilişkiye dayalı uygulamalar yapıldığı belirlenmiştir. Ayber (2017) çalışmasında cebirsel düşünmenin genelleme aracılığıyla desteklenmesi perspektifinden ortaokul matematik ders kitaplarını incelediği çalışmasında, ders kitaplarında öğrencileri fonksiyonel düşünmeye yönlendirecek çalışmalara rastlamamıştır. 4. sınıf ders kitabında sayı örüntüsü çalışmalarına devam edildiği ve örüntünün kuralını bulma, eksik olan terimi tamamlama ve örüntüyü yakın adımlara devam ettirme çalışmaları yapıldığı da saptanmıştır. Çalışmaların çoğunda adım sayısına yer verilmediği sadece çalışalım etkinliği kapsamında adım sayısının sorgulandığı belirlenmiştir.

Tüm sınıf düzeylerinde örüntü çalışmalarında görsel temsil, sözlü temsil, sayı temsili gibi temsillere yer verildiği ancak öğrencilerin muhakeme becerilerinin gelişimi kapsamında varsayımda bulunma, varsayımı test etme ve doğrulama gibi etkinliklere ise hiç yer verilmediği ve örüntünün kuralının doğrudan verildiği çalışmaların çoğunlukta olduğu gözlenmiştir. Oysaki ders kitaplarının genelleme yapmaya yönlendiren örüntü problemleri ile desteklenmesi öğrencileri cebirsel düşünme sürecinin aktif birer katılımcısı haline getirmektedir (Ayber, 2017).

Modelleme/problem çözme

Modelleme

1-4. sınıf matematik ders kitaplarında matematiksel modelleme bağlamında nasıl ele alındığı, bu süreçte içeriğin muhakeme becerisini ve temsil kullanma becerisini ne kadar desteklediği incelenmiştir.

İncelenen ders kitaplarında ne yazık ki matematiksel modellemeye yer verilmediği görülmüştür. Oysaki gerçek yaşam problemlerine çözüm olabilecek matematiksel kavram ve yapıları içeren matematiksel modellerin geliştirildiği bilişsel özelliklerin yoğun bir şekilde işe koşulduğu bir süreci barındıran matematiksel modellemenin öğrenme ortamına taşınabilmesinde modelleme uygulamalarıyla zenginleştirilmiş ders kitabı önemli bir faktördür (Erdem, Doğan, Gürbüz, Şahin, 2017). Bu bağlamda

Sonuç olarak 1-4. sınıf matematik ders kitaplarında temel işlem özelliklerine sarmal bir yapıdan uzak ve bir eşitlikte hangi özelliğin yansıtıldığını tanımlamaya odaklanıldığı, standart olmayan sayı cümlelerine ya belli başlıklar altında yer verildiği ya da hiç yer verilmediği dolayısıyla ders kitaplarında ilişkisel anlamı vurgulayıcı içeriğin zayıf kaldığı ve gerek eşit işaretinin anlamının vurgulanmasında gerekse nicel ilişkilerin kurulmasında gerekli olan modellemelerden terazi ve tahterevalli modellemelerine gerekli önemin verilmediği görülmüştür. Ayrıca değişkenin bilinmeyen anlamına sıkça yer verilirken değişkenin değişen nicelik anlamına yer verilmemiştir.

Örüntü çalışmalarında tekrar adımına yer verilmediği, yakın adımlara yer verilmesine karşın uzak adımın istenmediği, sayı örüntüsünden şekil örüntüsüne geçişte öğrencilerin keşfettikleri ilişkileri hem tablodan hem de örüntünün görsel formundan görmelerine olanak verilmediği ve bu geçişin sağlanamadığı yani öğrencilere fonksiyonel ilişki kurabilmeleri için olanak verecek şekilde sunulmakta yetersiz kaldığı söylenebilir. Ders kitaplarında problem çözmede genellikle sayısal değere odaklanıldığı ve niceliksel muhakemeyi desteklemesi açısından yeterli olmadığı ayrıca matematiksel modellemeye hiç yer verilmediği görülmektedir.

Ders kitaplarında genellikle temsil becerilerinden görsel temsil ve sayısal temsile yer verilirken tablo, grafik, somut temsile neredeyse hiç yer verilmediği, genellikle çıkarımların doğrudan verildiği ve muhakeme becerisini desteklemede yetersiz kalındığı belirlenmiştir.

Niceliksel muhakemeye dayalı problem çözme

1-4. sınıf matematik ders kitaplarında doğal sayılar ünitesinde yer alan problemlerin niceliksel muhakemeyi desteklemesi bağlamında nasıl ele alındığı, bu süreçte içeriğin muhakeme becerisini ve temsil kullanma becerisini ne kadar desteklediği incelenmiştir.

İncelenen ders kitaplarında problem çözmede genellikle sayısal değere odaklanıldığı ve tüm ders kitaplarındaki problem çözümlerinin ne yazık ki özelde niceliksel muhakemeyi genelde cebirsel düşünmeyi desteklemesi açısından yeterli olmadığı söylenebilir. Hâlbuki Smith ve Thompson (2007’den aktaran Ayber, 2017, s. 87) niceliksel muhakemeye gerekli önemi vermek öğrencilerin kavramsallaştırma, akıl yürütme, nicelikler ve nicelikler arasındaki ilişkiler üzerinde çalışma becerilerini geliştirmekte, cebir başarısını desteklemektedir. Ayrıca ilk ve ortaokulda niceliksel muhakemeye önem verilmesi öğrencilerin cebirdeki güçlü temsil ve yönlendirme biçimlerini anlamaları için kavramsal bir içerik sağlar. Bu durum incelenen ders kitaplarında temsil becerilerine yer verilse de temsil becerilerinin de yeterince desteklenmediğinin bir göstergesi olabilir. Benzer şekilde Ayber (2017) çalışmasında incelediği ortaokul matematik kitaplarında muhakeme becerisine yer verilmediği sonucuna ulaşmıştır. Oysaki aritmetikten cebire geçişte, problem çözme sürecinde hem aritmetiksel hem de cebirsel stratejilerin etkili kullanılabilmesinde ve problem çözme becerilerinin gelişiminde önemli rolü olan niceliksel muhakeme becerisi öğrencilerin matematiksel becerilerinin özelde cebirsel düşünme gelişimini desteklemektedir (Kabael ve Akın, 2015; Tanışlı ve Dur, 2018).

Kaput (1995)'e göre nicel muhakeme, 33'den 18'i çıkarmak için sayıları alt alta yazmayı gerektiren aritmetik yöntemleri yerine, gerekirse parmak hesabı yapılarak 33'ün 18'den ne kadar fazla olduğunun incelenmesini baz alır. Ders kitaplarında verilen problemlerde sayısal değerlere odaklanmak yerine örneğin " Tellerde 10 kuş var. Tellere 3 kuş daha konduğunda kaç kuş olur?" ya da "Bir otobüste 35 yolcu vardı. İlk durakta 15 kişi bindi, 10 kişi indi. Otobüsün kaç yolcu ile yola devam ettiğini bulalım." gibi sorularda kuş sayısının ya da yolcu sayısının artıp azalma durumu ve bu artış azalıştaki büyüklükler karşılaştırılarak artış miktarı sorgulanmalıdır.

4.2. Öneriler

Bu bölümde araştırmanın bulgu ve sonuçlarından yola çıkılarak gelecek araştırmacılara ve araştırmalara ışık tutabilecek önerilere yer verilmiştir.

4.2.1. Araştırma sonuçlarına dayalı öneriler

- Temel işlem özellikleri sınıf düzeylerine göre genişletilerek sarmal bir yapıda verilebilir.
- Sıfırın kendisi ile toplanmasına yönelik çalışmalara ders kitaplarında yer verilebilir.
- İncelenen ders kitaplarında temel özelliklerden elde edilen varsayımlara değinilmeden varsayımlarla ilişkilendirilebilecek etkinliklere yer verildiği ancak varsayım ile yeterli ilişkinin kurulamadığı (örneğin, toplama ve çıkarma işleminde birleşme özelliği, a÷1=a özelliği ve a÷a=1 özelliği) görülmüştür. Bu sebeple ders kitapları küçük çocuğun varsayımı keşfetmesini gerektirecek şekilde düzenlenebilir.
- Ders kitaplarında özelliğin direk bilgi kutusu içerisinde verilmesi yerine küçük çocuğun özelliği keşfetmesini sağlayacak düşündürücü sorular eklenebilir. Genellemelerin keşfettirilmesine yönelik boşluk doldurma etkinlikleri oluşturulabilir.

- Tek çift sayılara ait bağıntılara 1. sınıftan itibaren sarmal yapıda ve genelleme becerisini destekleyecek şekilde yer verilebilir. Ayrıca toplama dışındaki işlemlerde de örneğin, çıkarma ve çarpmaya da benzer şekilde yer verilebilir.
- Doğru yanlış sayı cümlelerine konunun aktarıldığı ve pekiştirildiği bölümlerde de yer verilebilir.
- Eşitliğin her iki tarafında işlem olan eşitliklerin doğru yanlış sayı cümleleri içerisinde kullanımı kitaplara eklenebilir.
- Standart sayı cümlelerinin ve eşitliğin her iki tarafındaki işlemlerin terazi modeli ile desteklenmesi amacıyla ders kitaplarına terazi modeli eklenebilir ve terazide görülen eşitliğin sözel ve sembolik olarak ifade edilmesi istenebilir.
- İşlemin olmadığı eşitliklerin anlamını ve dönüşümün neden ve nasıl yapıldığını anlamaya yönelik sorgulayıcı sorular ders kitaplarına eklenebilir.
- Eşitliğin anlamı ve eşitlik yerine çizgi/ok kullanımı arasındaki ilişkiyi küçük çocuğun keşfetmesine yönelik düşündürücü sorular etkinliklere eklenerek muhakeme becerisi desteklenebilir.
- Ders kitaplarında en az iki bilinmeyenli eşitliklere de yer verilebilir.
- Ders kitaplarında verilen işlemler arasındaki ilişkiler keşfettirilebilir. Örneğin, azalan ve artan çarpanlar arasındaki ilişki, toplama ve çarpmanın neden aynı sonucu vermesi, çıkarma ve bölme arasındaki ilişki ve çarpma ve bölme arasındaki ilişkinin vurgulanması.
- Ders kitaplarında bölme ve çarpma arasındaki ilişki sadece 4. sınıf ders kitabında vurgulanmaktadır. Daha erken sınıflarda da vurgulanabilir.
- Çarpma ve bölme arasındaki ilişki verilirken ters işlem olma özelliği üzerinde de durulabilir.
- Bilinmeyeni bulma işlemlerinde farklı stratejilere yer verilebilir. Örneğin 8'i "3+5" şeklinde parçalayarak ve eşit işaretinin anlamından yola çıkarak verilmeyen sayının "3" olduğu stratejisinin de vurgulanması gibi.
- Bilinmeyenin anlamına yönelik 2. sınıf ders kitabında yer verilen çıkarma işleminin kendisi ve kendi içindeki bağlantısı ile ilgili veriler stratejilerin anlamlandırılabilmesi için düşündürücü ve keşfettirici sorular ders kitabında ilgili bölüme eklenebilir.

- 2. sınıf ders kitabında her iki taraflı işlemlerde değişkenin bilinmeyen anlamı düşündürücü sorularla desteklenerek eşit işaretinin denge olarak kavramsallaştırılması ve ilişkisel düşünmenin gelişimi desteklenebilir.
- Zihinden işlemler konusunda sayıların farklı parçalanışları ele alınmakta olduğundan bilinmeyenin verildiği açık sayı cümlelerinde ilişkisel düşünme stratejilerine de yer verilebilir.
- 2. sınıf ders kitaplarında sözel ifadeler yardımıyla çoklu nicelikler arası ilişkileri destekleyecek soru sayısı arttırılabilir.
- Cebirsel düşünmenin gelişimi bağlamında düşünüldüğünde özellikle sınıf düzeyi arttıkça çoklu nicelikleri karşılaştırma çalışmalarında A=B ve B=C ise A=C ya da A>B ve B>C ise A>C gibi karşılaştırmalara yer verilebilir.
- Ders kitaplarında farklı nesneler (örn., ABABAB, 123, 123) ya da gerçek bağlamlar (mevsimler, haftanın günleri, gibi) kullanıldığı tekrarlayan örüntülere yer verilebilir.
- Ders kitaplarında adım sayısının anlamına yer verilebilir ve vurgulanabilir. Örüntülerde uzak bir adımın bulunmasına yönelik çalışmalara yer verilebilir ve bu çalışmalarda küçük çocuğun çarpma ve bölme bilgilerine dayalı olarak tahminde bulunmasının ve gerekçelendirmesinin gerekli olduğu çalışmalar oluşturulabilir.
- 2. sınıf ders kitabında yer verilen ileriye ya da geriye doğru sıralanan örüntünün kuralını bulma ve eksik olan terimi tamamlama çalışmalarında örüntüleri yakın bir adıma yani bir sonraki ya da birkaç adım sonraki adıma devam ettirme çalışmalarına yer verilebilir.
- Şekil örüntülerinin yapısına vurgu yapılabilir, tablo temsili ile desteklenebilir.
- Örüntü çalışmalarında fonksiyonel ilişkinin desteklenmesine yönelik iyileştirmeler yapılabilir.
- Ders kitaplarında nicel bilginin yorumlanması daha sonra iki niceliğin toplandığında ya da çıkartıldığında niceliksel açıdan nasıl bir değişim meydana geldiği sorgulanabilir. Ayrıca şema veya görsel kullanılarak niceliklerin nasıl değiştiği görselleştirilebilir. Örneğin bir sayının başka bir sayı ile toplandığında bu sayıları temsil eden nesnenin artıp azaldığı üzerine sorular yöneltilip sonrasında sayısal işleme geçilebilir.

- Ders kitaplarındaki etkinlikler tablo temsili, grafik temsili ve somut temsil ile desteklenebilir.
- Ders kitapları öğrencilerin varsayım oluşturmalarını, bu varsayımları test etmelerini, test ettikleri varsayımları sınıfça tartışmalarını gerektiren etkinlikler ile zenginleştirilebilir. Ders kitapları muhakeme becerisini destekleyecek şekilde yeniden yapılandırılabilir.

4.2.2. Gelecek araştırmalara yönelik öneriler

- 5.-8. Sınıf ders kitaplarının cebirsel düşünmeyi desteklemesi bağlamında analizi yapılabilir.
- 1.-8. Sınıf ders kitaplarının öğrenme alanlarında kısıtlamaya gidilmeden cebirsel düşünmeyi desteklemesi bağlamında analizi yapılabilir.
- Her 5 yıllık kullanımlarını tamamladıklarında tekrar yazılan MEB ders kitaplarının cebirsel düşünmeyi destekleme bağlamında güncel kalabilmeleri için cebirsel düşünmenin desteklemesi bağlamında analizleri yapılabilir.
- MEB ders kitapları ile özel yayın ders kitaplarının cebirsel düşünmeyi desteklemesi açısından karşılaştırılması yapılabilir.
- Farklı ülkelere ait ders kitapları cebirsel düşünme bağlamında analiz edilebilir ve karşılaştırılabilir.
- Farklı ülkelere ait ders kitapları, MEB ders kitapları ile karşılaştırılarak cebirsel düşünmeyi destekleme bağlamında analiz edilebilir.
- Öğretmen ve öğretmen adaylarının ders kitabından ne kadar ve ne şekilde yararlandıkları, ders kitabında onların vurgulamasına bırakılan yerleri ne şekilde işledikleri üzerine çalışılabilir.
- Sınıf öğretmen adaylarının ön cebir bilgileri ve nasıl bir öğretim sergiledikleri üzerine araştırma yapılabilir.

KAYNAKÇA

Adıyaman, D. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel akıl yürütme becerilerini destekleyen öğrenme ortamından yansımalar*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Trabzon: Trabzon Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.

Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, *37* (165), 104-120.

Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, *10* (3), 812-823.

Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *31* (31), 01-12.

Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, *6* (1), 25-37.

Altun, M., Arslan, Ç. ve Yazgan, Y. (2004). Lise matematik ders kitaplarının kullanım şekli ve sıklığı üzerine bir çalışma. *Eğitim Fakültesi Dergisi 17* (2), 131-147.

Arslan, S. ve Özpınar, İ. (2009). Yeni ilköğretim 6. sınıf matematik ders kitaplarının öğretim programına uygunluğunun incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *3* (36), 26-38.

Ayber, G. (2017). *Cebirsel düşünmenin genelleme aracılığıyla geliştirilmesi perspektifinde ortaokul matematik ders kitaplarının incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir: Eskişehir Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Bağdat, O. (2013). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir: Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Bakılan-Mutu, B. (2008). *6. ve 7. sınıf matematik ders kitapları hakkında öğretmen görüşleri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Baratta, W. (2011). Linear equations: Equivalance=success. *Australian Mathematics Teacher, 67* (4), 6-11.

Baykal, I. İ., Öztürk, N., Yıldızel, İ. ve Güzeller, G. (2019). Üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işaretine yönelik algıları. *4th International Symposium of Turkish Computer and Mathematics Education* içinde, (s. 26-28), İzmir.

Blanton, M. L. (2008). *Algebra and the elementary classroom: Transforming thinking, transforming practice*. Heinemann, NH.

Blanton, M. L. and Kaput, J. J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*'nda sunulan bildiri. USA: University of Massachusetts Dartmouth.

Blanton, M., Levi, L., Crites, T., Dougherty, B., Zbiek, R. M. (2011). Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3–5. Essential understanding series. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I., Kim, J. S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, *46* (1), 39-87.

Bozkaya, C. (2020). *Aritmetik işlemlerden cebire geçişte öğretmen yaklaşımlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Cai, J. and Knuth, E. (2005). Developing algebraic thinking: Multiple perspectives. *ZDM-The ınternational journal on mathematics education*, *37* (1), 1-4.

Carpenter, T. P. and Levi, L. (2000). *Developing Conceptions of Algebraic Reasoning in the Primary Grades*. *Research Report.* Madison: University of Wisconsin

Carpenter, T. P., Franke, M. L. and Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in the elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Carpenter,T. P., Levi, L., Franke, M. L. and Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (*ZDM), 37* (1), 53-59.

Carraher, D. and Schliemann A. D. (2014). Early algebra teaching and learning. Lerman S. (Ed.), In *encyclopedia of mathematics education* (s. 249-252). Springer, Dordrecht.

Carraher, D. W., Martinez, M. V. and Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM), 40* (1), 3-22.

Çavuş-Erdem, Z., Doğan, M. F., Gürbüz, R., Şahin, S. (2017). Matematiksel modellemenin öğretim araçlarına yansımaları: Ders kitabı analizi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 7* (1), 61-86.

Çelik, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Chimoni, M., Pitta-Pantazi, D. and Christou, C. (2018). Examining early algebraic thinking: İnsights from empirical data. *Education Studies in Mathematics*, *98,* 57–76.

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24* (24), 180-185.

Delice, A., Aydın, E. ve Kardeş, D. (2009). Öğretmen adayı gözüyle matematik ders kitaplarında görsel öğelerin kullanımı. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, *8* (16), 75-92.

Doğan-Temur, Ö. ve Turgut, S. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının erken cebire yönelik farkındalıklarının incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *14* (1), 35-53.

Dumitraşcu, G. G. (2015). *Generalization: Developing mathematical practices in elementary school*. Doctoral Dissertation. Arizona: University of Arizona.

Ellis, A. B. (2007). The ınfluence of reasoning with emergent quantities on students' generalizations. *Cognition and Instruction*, *25* (4), 439-478.

Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *14* (4), 1-21.

Ersoy, Y. ve Erbaş, A. K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online*, *4* (1), 18-39.

Freeman, D. J. and Porter, A. C. (1989). Do textbooks dictate the content of mathematics instruction in elementary schools?. *American Educational Research Journal*, *26* (3), 403-421.

Freudenthal, H. (1977). What is algebra and what that has it been in history?. *Archive for History of Exact Sciences, 16* (3), 189-200. https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/BF00328154.pdf. Erişim tarihi: 20.08.2021).

Fyfe, E. R., Evans, J. L., Matz, L. E., Hunt, K. M., Alibali, M. W. (2017). Relations between patterning skill and differing aspects of early mathematics knowledge. *Cognitive Development*, *44*, 1-11.

Goodson-Espy, T. (1998). The roles of reification and reflective abstraction in the development of abstract thought: Transitions from arithmetic to algebra. *Educational Studies in Mathematics*, *36* (3), 219-245.

Göçer, A. (2010). İlköğretim türkçe ders kitaplarının ölçme ve değerlendirme açısından incelenmesi. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 11* (1), 197-210.

Gök-Çolak, F. (2020). Erken çocukluk döneminde matematik eğitimi kaynak kitaplarında örüntü becerisinin ve örüntüleme süreçlerinin incelenmesi. *Ulakbilge Sosyal Bilimler Dergisi*, *8* (52), 983-994.

Güder, Y. ve Tutak, T. (2012). İlköğretim 5. sınıf öğretmenlerinin matematik ders kitabı hakkındaki görüş ve düşünceleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19*, 16-28.

Gülpek, P. (2006). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi.* Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi. Bursa: Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Gür, H. ve Kobak-Demir, M. (2015). 7. sınıf matematik ders kitapları cebir kazanımlarının ön örgütleyiciler açısından incelenmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *4* (1), 83-100.

Gürbüz, M. Ç. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin cebirsel kavramları soyutlama süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Bursa: Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Güven, Y., Dibek, E., Bayindir, D., Saçkes, M. (2019). Okul öncesi örüntü becerileri testinin geliştirilmesi: geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *13* (2), 545-563.

Haldar, L. C. (2014). *Students' understandings of arithmetic generalizations*. Doctoral Dissertation. Berkeley: University of California.

Hamann, M. S. and Ashcraft, M. H. (1986). Textbook presentations of the basic addition facts. *Cognition and Instruction, 3* (3), 173-202.

Herbert, K. and Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, *3* (6), 340-344.

Hersovics, N. and Linchevski, L. (1994). A cognative gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, *27* (1), 59-78.

Hohensee, C. (2017). Early childhood teachers' professional learning in early algebraic thinking: A model that supports new knowledge and pedagogy. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *20* (3), 231–257.

İncikabı, S. (2017). Çoklu temsiller ve matematik öğretimi: Ders kitapları üzerine bir inceleme. *Cumhuriyet International Journal of Education (CIJE), 6* (1), 66 – 81.

Jitendra, A. K., Deatline-Buchman, A. and Sczesniak, E. (2005). A comparative analysis of third-grade mathematics textbooks before and after the 2000 NCTM standards. *Assessment for Effective Intervention*, *30* (2), 47-62.

Kabael, T. ve Akın, A. (2015). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler ve niceliksel muhakeme becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *24* (2), 875-894.

Kabael, T. ve Tanışlı D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İköretim Online, 9* (1), 213-228, 2010. http://ilkogretim-online.org.tr. (Erişim tarihi: 20.12.2022).

Kamol, N. (2005). *A framework for charaterizing lower secondary school students' algebraic thinking*. Srinakharinwirot university. Doctoral Dissertation. Bangkok: University of Srinakharinwiront.

Kaput, J. J. (1995). Long-Term Algebra Reform: Democratizing Access to Big Ideas. C.B. Lacampagne, W. Blair, ve J. Kaput (Ed.), In *the algebra ınitiative colloquium* (pp. 33-52). Washington, DC: U.S. Department of Education.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? Kaput, J. J., Carraher, D. W. and Blanton, M. L. (Ed.), In *Algebra in the Early Grades* içinde (s. 5–17). New York: Routledge, Taylor ve Francis Group. https://www.taylorfrancis.com/books/edit/10.4324/9781315097435/algebra-early-grades-james-kaput-david-carraher-maria-blanton. (Erişim tarihi: 13.08.2021)

Kaput, James J. and Blanton, Maria, L. (2000). Algebraic reasoning in the context of elementary mathematics: making it implementable on a massive scale. Paper given at the Annual Meeting of the AERA. Canada: Montreal.

Karaz, S. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin bağımsız ve yarı bağımsız genelleme görevlerindeki örüntü oluşturma süreçleri*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Katz, V. J. and Barton, B. (2007). Stages in the history of algebra with implications for teaching. *Educational Studies İn Mathematics*, *66*, 185-201.

Kaya, D. (2018). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme becerilerinin incelenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *21* (39), 159-181.

Kaya, D. ve Keşan, C. (2017). Çoklu temsil temelli cebir öğretimin matematiğe yönelik tutuma etkisi. *Karadeniz Sosyal Bilimler Dergisi*, *10* (18), 1-22.

Kerpiç, A. ve Bozkurt, A. (2011). Etkinlik tasarım ve uygulama prensipleri çerçevesinde 7. sınıf matematik ders kitabı etkinliklerinin değerlendirilmesi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *8* (16), 303-318.

Kesicioğlu, O. S. (2013). Okul öncesi dönem çocuklarının matematiksel örüntü becerilerinin incelenmesi. *Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi*, *7* (13), 19-26.

Kılıçoğlu, E. (2020). Ortaokul matematik ders kitabı etkinliklerinde soyutlama becerisinin incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *16* (3), 628-650.

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational studies in Mathematics*, *12* (3), 317-326.

Kieran, C. (2014). Algebra teaching and learning. Lerman S. (Ed.), In *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 27-32). Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_6. https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007%2F978-94-007-4978-8_6#howtocite. (Erişim tarihi:13.08.2021)

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator (Singapore)*, *8* (1), 139-151.

Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M. and Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equatio. *Journal for Research in Mathematics Education*, *37* (4), 297-312.

Koehler, J. L. (2004). Learning To Think Relationally: Thinking Relationally To Learn. Doctoral Dissertation. Madison: University of Wisconsin.

Kolaç, E. (2003). İlköğretim dördüncü sınıf Türkçe ders kitaplarının öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17* (1), 105-137.

Kriegler, S. (2004). Just what is Algebraic Thinking?. http://www.shastacoe.org/uploaded/SCMP2/Fall_Content_Day_2013/Fall_Content_Day_2013_6-9/SCMP2_Winter_Content_Day_2014/SCMP2_Summer_Institute_2014/M-Algebraic_Thinking_Article_by_Kreigler.pdf. (Erişim tarihi: 18.04.2021)

Lawrence, A. and Hennessy, C. (2002). *Lessons for Algebraic Thinking: Grade 6-8*. Sausalito: Math Publications. https://books.google.com.tr/books?hl=tr&lr=&id=LaVqlmw87N8C&oi=fnd&pg=PR7&dq=Lawrence,+A.+and+Hennessy,+C.+(2002).+Lessons+for+Algebraic+Thinking:+Grade+68.+Sausalito:+Math+Publications.+&ots=tR9O2Hsf7P&sig=1hquWq4MQXLKCVn2_YT2G0cSR7c&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false.

Linchevski, L. and Livneh, D. (1999). Sctructure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics, 40* (2), 173-196.

Linchevski, L. (1995). Algebra with numbers and arithmetic with letters: A definition of prealgebra. *The Journal of Mathematical Behaviour, 14* (1), 113-120.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. N. Bednarz, C. Kieran, and L. Lee, (Eds.), In *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching* (pp. 65-86). Kluwer: Dordrecht/Boston/London.

Mcaulife, S. and Lubben, F. (2013). Perspectives on pre-service teacher knowledge for teaching early algebra. *Perspectives in Education*, *31* (3), 155-169.

McAuliffe, S. (2013). *The development of preservıce teachers' content knowledge for teachıng early algebra*. Doctoral Dissertation. Cape Town: Cape Peninsula University of Technology.

MEB. (2018). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu. TTKB.* Ankara: MEB Yayınları.

Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook*. Sage Publications, Inc.

Molina, M. and Ambrose, R. C. (2006). Fostering relational thinking while negotiating the meaning of the equals sign. *Teaching Children Mathematics*, *13* (2), 111-117.

Mulligan, J. (2013). Reconceptualizing early mathematics learning. A. M. Lindmeier and A. Heinze (Eds.), Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 139– 142). Kiel, Germany: PME

Nurhayati, D. M., Herman, T. and Suhendra, S. (2017). Analysis of secondary school students' algebraic thinking and math-talk learning community to help students learn. In *ınternational conference on mathematics and science education (ICMScE).* Endonezya: Bandung.

Ohlsson, S. (1993). Abstract schemas. *Educational Psychologist, 28* (1), 51-66.

Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartin, F. T., Gülbağcı, H. (2010). Modelleme yoluyla problem çözme ve genelleme: İlköğretim öğrencileriyle bir çalışma. *Eğitim ve Bilim*, *34* (151), 65-73.

Palabıyık, U. ve Akkuş-İspir, O. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30* (30), 111-123.

Palhares, P. and Mamede, E. (2002). Os padrões na matemática do pré-escolar. *Educare-Educere*, *10* (1), 107- 123.

Papic, M., Mulligan, T., and Mitchelmore, M. (2011). Assessing the developing of preescholers‘ mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *42* (3), 237-268.

Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., Hofer, K. G., Farran, D. C. (2017). Early math trajectories: Low-income children's mathematics knowledge from ages 4 to 11. *Child Development*, *88* (5), 1727-1742.

Rivera, F. D. and Becker, J. R. (2016). Middle school students' patterning performance on semi-free generalization tasks. *The Journal of Mathematical Behavior*, *43*, 53-69.

Semerci, Ç. (2004). İlköğretim Türkçe ve matematik ders kitaplarını genel değerlendirme ölçeği. *C.Ü. Sosyal Bilimler Dergisi*, *28* (1), 49-54.

Sevimli, E. ve Kul, Ü. (2015). Matematik ders kitabı içeriklerinin teknolojik uygunluk açısından değerlendirilmesi: Ortaokul örneği. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, *9* (1), 308-331.

Sfard, A. (1995). The development of algebra: Historical and psychological persrectives. *Journal of Mathematical Behavior*, *14* (1), 15-39.

Slavit, D. (1998). The role of operation sense in transitions from arithmetic to algebraic thought. *Educational studies in mathematics*, *37* (3), 251-274.

Smith, J. and Thompson, P. W. (2007). Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning. J. J. Kaput, D. W. Carraher and M. L. Blanton (Eds.), In *Algebra in the early grades* (pp. 95-132). New York: Erlbaum.

Steen, L. A. (1988). The science of patterns. *Science*, *240* (4852), 611-616.

Stephens, A. C., Fonger, N. L., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E., Gardiner, A. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *19* (3), 143-166.

Stephens, A. C., Fonger, N. L., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E., Gardiner, A. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *19* (3), 143-166.

Şaban, İ. H. (2019). *Matematik ders kitapları cebir öğrenme alanındaki soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Şahin, S. ve Turanlı, N. (2005). Liselerde okutulan lise I. sınıf matematik kitaplarının değerlendirilmesi. *Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *25* (2), 327-341.

Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tanışlı, D. (2011). Functional thinking ways in relation to linear function tables of elementary school students. *The Journal of Mathematical Behavior*, *30* (3), 206-223.

Tanışlı, D. ve Dur, M. (2018). Nicel muhakeme: Gerçek yaşam problemlerinin çözüm sürecinden yansımalar. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *47* (1), 60-108.

Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede kullandıkları stratejiler. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *9* (3), 1453-1497.

Tanışlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2011). İlköğretim matematik ders kitaplarında eşit işareti ve ilişkisel düşünme. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *5* (2), 251-277.

Tanışlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının genelleme sürecindeki bilişsel yapıları: Bir öğretim deneyi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, *12* (44), 255-283.

Taşdemir, C. (2011). İlköğretim 7. sınıf matematik ders kitabının öğretmen ve öğrenci görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi: Bitlis ili örneği. *Dicle Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *3* (6), 96-110.

Thompson P. W. (1988). Quantitative concepts as a foundation for algebraic reasoning: sufficiency, necessity, and cognitive obstacles. M. Behr, C. Lacampagne and M. Wheeler (Ed.), *Proceedings of the Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 163-170.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. A. Orton (Ed.), In p*atterns in the teaching and learning of mathematics* (pp. 18-30). London: Cassell.

Turgut, S. ve Doğan-Temur, Ö. (2017). Erken cebir öğretim etkinliklerinin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına etkisi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *6* (1), 1-31.

Turgut, S. ve Doğan-Temur, Ö. (2017). Sınıf öğretmenlerinin erken cebire yönelik düşüncelerinin belirlenmesi. *Elementary Education Online*, *16* (4), 1469-1490. http://ilkogretim-online.org.tr. (Erişim tarihi: 14.05.2021)

Tutak, T. ve Güder, Y. (2012). İlköğretim 5. sınıf öğretmenlerinin matematik ders kitabı hakkındaki görüş ve düşünceleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19*, 16-28.

Türkmen, H. ve Tanışlı, D. (2019). Cebir öncesi: 3. 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri genelleme düzeyleri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, *7* (1), 344- 372.

Türkoğlu, D. (2017). *Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir meta – sentez çalışması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Konya: Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Türkoğlu, D. ve Cihangir, A. (2017). Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir meta sentez çalışması. *Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*, *2* (2), 25-39.

Ubuz, B. ve Sarpkaya, G. (2014). İlköğretim 6. sınıf cebirsel görevlerin bilişsel istem seviyelerine göre incelenmesi: ders kitapları ve sınıf uygulamaları. *İlköğretim Online*, *13* (2), 594-606.

Usiskin, Z. (1987). Why elementary algebra can, should, and must be an eighth-grade course for average students. *The Mathematics Teacher*, *80* (6), 428-438. https://www.jstor.org/stable/27965436. (Erişim tarihi: 30.05.2021)

Ünsal, Y. ve Güneş, B. (2003). Bir kitap inceleme çalışması örneği olarak M.E.B. ilköğretim 4. sınıf fen bilgisi ders kitabına fizik konuları yönünden eleştirel bir bakış. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, *11* (2), 387–394.

Ünsal, Y. ve Güneş, B. (2002). Bir kitap inceleme çalışması örneği olarak M.E.B ilköğretim 4. sınıf fen bilgisi ders kitabına fizik konuları yönünden eleştirel bir bakış. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *22* (3), 107-120.

Ünsal, Y. ve Güneş, B. (2004). Bir kitap inceleme çalışması örneği olarak MEB lise 1. sınıf fizik ders kitabının eleştirel olarak incelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, *2* (3), 305-320.

Van Amerom, B. (2002). *Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra.* Unpublished Doctoral Dissertation. The Netherlands : University of Utrecht.

Van De Walle, A. J., Karp, S. K., ve Bay-Williams, M. J. (2012). İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim. (7. Baskıdan) (Çev. Ed. S. Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık

Venenciano, L. C. H., Yagi, S. L., Zenigami, F. K. ve Dougherty, B. J. (2020). Supporting the development of early algebraic thinking, an alternative approach to number. *Investigations in Matematics Learning*, *12* (1), 38-52.

Wach, E. (2013). Learning about qualitative document analysis. *Ids Practıce Paper In Brıef 13*, *6* (3), 439-461.

Warren, E. (2008). Early childhood teachers’ professional learning in early algebraic thinking: A model that supports new knowledge and pedagogy. *Mathematics Education Research Journal*, *9*, 30-45.

Yavuzsoy Köse, N. ve Tanışlı, D. (2011). İlköğretim matematik ders kitaplarında eşit işareti ve ilişkisel düşünme. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *5* (2), 251-277.

Yenilmez, K. ve Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *10* (2), 37-45.

Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *9* (15), 229–246.

Yeniterzi, B. ve Işıksal-Bostan, M. (2015). An examination of the 7th grade mathematics teacher's guidebook in terms of the relationship between mathematics and science. *İlköğretim Online*, *14* (2), 407- 420.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2003). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Sözkesen Matbaacılık.

Yıldız, P. ve Atay, A. (2019). Ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işaretine ilişkin anlamaları. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *5* (2), 426-438.

Yıldız, Ş. ve Yenilmez, K. (2019). Matematiksel modelleme ile ilgili lisansüstü tezlerin tematik içerik analizi. *Eskisehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *20*, 1-22.

Yurtsever-Kılıçgün, M. (2018). Okul öncesi dönemde örüntü bilgisinin değerlendirilmesinde işitsel ve görsel örüntülerin kullanımı. *31. Ulusal Matematik Eğitimi* Sempozyumu. Türkiye, Erzincan.

Zhang, J. (1997). The nature of external representations in problem solving. *Cognitive Science*, *21* (2), 179-217.

EKLER

EK-1. Etik Kurul Kararı

Evrak Kayıt Tarihi: 17.11.2021 | Protokol No: 216407

Tarih: 24.12.2021

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU

KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Yüksek Lisans Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	1.-5. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Cebirsel Düşünmeyi Desteklemesi Bağlamında İncelenmesi
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Dilek TANIŞLI
TEZ YAZARI:	Emine SOYCAN
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu