

T. C.  
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**KİRİŞSİZ DÖŞEMELİ SİSTEMLERDE  
YATAY KUVVETLER ETKİSİ ALTINDA  
RİJİTLİK DEĞERLERİNİN ARAŞTIRILMASI**

**DOKTORA TEZİ**

Yöneten: Doç. Ruhi AYDIN

**EŞREF ÜNLÜOĞLU**

ESKİŞEHİR - 1985

Çalışmalarım süresince değerli fikir ve yardımlarını esirgemeyen Doç. Ruhi AYDIN'a ve Sonlu Elemanlar Metodu ile programlama çalışmalarım sırasında gösterdiği ilgiden dolayı Yar. Doç. Dr. Ahmet TOPÇU'ya teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca şekillerin çizilmesi sırasında titiz çalışmalarından dolayı Münevver ASLI'ya da teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER:

|   |     |
|---|-----|
| ÖZET  | I   |
| ABSTRACT  | II  |
| KULLANILAN NOTASYON   | III |
| GİRİŞ   | 1   |
| BÖLÜM 1. EĞİLMEYE ÇALIŞAN İNCE PLAK TEORİSİ                   | 3   |
| 1.1. YAPILAN KABULLER   | 3   |
| 1.2. GEOMETRİK BAĞINTILAR                                     | 4   |
| 1.3. YER VE ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI                      | 5   |
| 1.4. ŞEKİL DEĞİŞTİRME VE GERİLME BAĞINTILARI                  | 5   |
| 1.5. GERİLMELERİN İÇ KUVVETLERE DÖNÜŞTÜRÜLMESİ                | 7   |
| 1.6. PLAK DENKLEMİNİN ELDE EDİLMESİ                           | 9   |
| 1.7. SINIR ŞARTLARI   | 10  |
| 1.7.1. ANKASTRE KENAR   | 10  |
| 1.7.2. BASİT MESNETLİ KENAR                                   | 10  |
| 1.7.3. SERBEST KENAR  | 10  |
| 1.7.4. PLAK KÜŞELERİ  | 12  |
| 1.8. ÇÖZÜM METODLARI  | 13  |
| 1.8.1. ANALİTİK ÇÖZÜMLER                                      | 13  |
| 1.8.1.1. BASİT MESNETLİ DİKDÖRTGEN PLAKLAR İÇİN NAVIER ÇÖZÜMÜ | 13  |
| 1.8.1.2. BASİT MESNETLİ DİKDÖRTGEN PLAKLAR İÇİN LEVY ÇÖZÜMÜ   | 16  |
| 1.8.2. VARYASYON METODLARI                                    | 20  |
| 1.8.2.1. RİTZ METODU  | 20  |
| 1.8.2.2. GALERKİN METODU                                      | 21  |
| 1.8.3. NÜMERİK METODLAR                                       | 22  |
| 1.8.3.1. SONLU FARKLAR METODU                                 | 23  |
| BÖLÜM 2. SONLU ELEMANLAR METODU                               | 29  |
| 2.1. METODUN ÖZELLİKLERİ                                      | 29  |
| 2.2. PLAK ELEMANINDAKİ TEMEL BOYÜKÜKLER                       | 29  |
| 2.3. TOPLAM POTANSİYEL ENERJİ                                 | 30  |
| 2.4. TOPLAM POTANSİYEL ENERJİNİN MİNİMUM OLMA PRENSİBİ        | 32  |
| 2.5. DEPLASMAN FONKSİYONU                                     | 34  |
| 2.6. ELEMAN VE SİSTEM RİJİTLİK MATRİSLERİ                     | 34  |
| 2.7. SİSTEMİN SINIR ŞARTLARININ DİKKATE ALINMASI              | 37  |

|  |    |
|--|----|
| 2.8. DENGE DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ  | 37 |
| 2.9. EĞİLMEYE ÇALIŞAN BİR PLAĞIN SONLU ELEMANLAR DEPLASMAN<br>METODUNA GÖRE ÇÖZÜMÜ                                 | 37 |
| 2.9.1. ELEMAN DEPLASMAN FONKSİYONU   | 37 |
| 2.9.2. ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİ   | 41 |
| 2.9.3. SİSTEM RİJİTLİK MATRİSİ   | 41 |
| 2.9.4. DEPLASMANLARIN HESAPLANMASI   | 43 |
| <br>   |    |
| BÖLÜM 3. KİRİSSİZ SİSTEMLERİN EŞDEĞER ÇERÇEVE METODU İLE ÇÖZÜMÜ<br>İÇİN YAPILAN ARAŞTIRMALAR VE BAZI YÖNETMELİKLER | 44 |
| 3.1. T.S. 500 VE ACI, DE KİRİSSİZ DÖŞEMELİ SİSTEMLERİN ÇÖ-<br>ZÜMLERİ İLE İLGİLİ ŞARTLAR                           | 44 |
| 3.2. KONUSU İLE İLGİLİ ÇALIŞMALAR  | 48 |
| <br>   |    |
| BÖLÜM 4. KİRİSSİZ DÖŞEMELİ SİSTEMLERDE YATAY KUVVETLER ETKİSİ AL-<br>TINDA DÖŞEME RİJİTLİKLERİNİN ARAŞTIRILMASI    | 68 |
| 4.1. DÖŞEME VE KOLONLAR DAN OLUŞAN SİSTEMLERDE RİJİTLİKLERİN HESABI  | 68 |
| 4.2. SİSTEMİN SINIR ŞARTLARI   | 70 |
| 4.2.1. KOLONLARA BİRİM MOMENT UYGULANMASI VEYA DEPLASMANLARI-<br>NIN TUTULMASI                                     | 70 |
| 4.2.2. A TİPİ KOLONA BİRİM MOMENT UYGULANMASI HALİ   | 71 |
| 4.2.3. B TİPİ KOLONA BİRİM MOMENT UYGULANMASI HALİ   | 72 |
| 4.2.4. C TİPİ KOLONA BİRİM MOMENT UYGULANMASI HALİ   | 73 |
| 4.2.4. D TİPİ KOLONA BİRİM MOMENT UYGULANMASI HALİ   | 74 |
| 4.3. DEĞİŞİK KOLON VE DÖŞEME BOYUTLARINA GÖRE YAPILAN ÇÖZÜMLER   | 74 |
| 4.3.1. KOLON VE DÖŞEME BOYUTLARININ DEĞİŞİMİ   | 75 |
| 4.3.2. KOLONLARA DAĞILAN MOMENTLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ   | 75 |
| 4.4. PERDELERİN DE BULUNDUĞU SİSTEMLER   | 79 |
| 4.4.1. KOLONA BİRİM MOMENT UYGULANMASI HALİ  | 80 |
| 4.4.2. PERDEYE BİRİM MOMENT UYGULANMASI HALİ   | 81 |
| 4.4.3. $\alpha$ MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARININ ELDE EDİLMESİ  | 82 |
| <br>   |    |
| BÖLÜM 5. ELDE EDİLEN $\alpha$ MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARINI KULLANARAK<br>KİRİSSİZ SİSTEMLERİN ÇÖZÜMÜ                 | 84 |
| 5.1. MOMENT DENGE DENKLEMLERİNİN KURULMASI   | 84 |
| 5.2. YATAY DENGE DENKLEMLERİNİN KURULMASI  | 89 |

|  |     |
|--|-----|
| BÖLÜM 6. ÖRNEK PROBLEMLER  | 91  |
| 6.1. ÖRNEK 1   | 91  |
| 6.2. ÖRNEK 2   | 96  |
| 6.3. SERBEST TİTRESİMLERE AİT MOD VE PERİYODLAR  | 99  |
| 6.4. SİSTEMLERİN ÇÖZÜMLERİNDEN YARARLANARAK DÖŞEMEDeki<br>MOMENT DAĞILIMININ İNCELENMESİ | 100 |
| <br>   |     |
| BÖLÜM 7. SONUÇLAR  | 102 |
| EK-1 $\alpha$ MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARINA AİT TABLOLAR                                    | 104 |
| EK-2 $\alpha$ MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARINA AİT GRAFİKLER                                   | 109 |
| EK-3 SONLU ELEMANLAR PLAK PROGRAMI   | 122 |

## ÖZET:

Bu tezde kirissiz döşemeli sistemlerin yatay kuvvetler etkisi altında rijitlikleri araştırılmıştır.

Giriş bölümünde araştırmanın amacı ve izlenecek yol açıklanmıştır.

1. Bölümde eğilmeye çalışan plak teorisi anlatılarak plağın çözümünde kullanılan analitik ve nümerik çözüm metodlarından bazıları özetlenmiştir.

2. Bölümde ise nümerik çözüm metodlarından Sonlu Elemanlar Metodu plak eğilme problemine uygulanmış ve hazırlanan bilgisayar programında kullanılan eleman rijitlik matrisi elde edilmiştir.

3. Bölümde kirissiz döşemeli sistemlerin çözümlerinde kullanılan ACI, DIN, TSE gibi yönetmeliklerle, bazı araştırmacıların bu konuya yapmış oldukları katkılardan bahsedilmiştir.

4. Bölümde, sonlu elemanlar metodu bu araştırmada kullanılan kirissiz döşemeli modele uygulanarak değişik kolon ve döşeme boyutlarına göre yatay yük etkisi altında plağın eğilme rijitlikleri hesaplanmıştır.

5. Bölümde ise, döşeme rijitlikleri ( $\alpha$  moment geçiş katsayıları) kirissiz döşemeli sistemlerde açı metodu denklemlerine uygulanarak kullanılmıştır.

6. Bölümde metodu açıklayıcı iki örnek sunulmuş ve aynı örnekler bir de dinamik yükler altında kirişli ve kirissiz olarak çözümlenerek elde edilen mod ve periyotlar karşılaştırılmıştır.

Kirissiz döşemeli sistemlerin çözümünden elde edilen düğüm noktası dönmelerini kullanarak yatay yük etkisi altında döşemede oluşacak moment dağılımı da, bu bölümde verilmiştir.

Sonuç Bölümünde ise, kirissiz döşemelerin kiriş teorisine benzetilerek çözülemeyeceği belirtilmiştir.

Ek. 1 ve 2 de  $\alpha$  moment geçiş katsayıları, Ek. 3 de ise sonlu elemanlar plak programı verilmiştir.

## ABSTRACT:

In this thesis the stiffness of the flat plate structures is studied for lateral loading.

The goal of the investigation and the method are explained in the introduction.

The first Chapter is devoted to the theory of plate bending. Some analytical and numerical solution techniques are summarized in this chapter.

The Finite Element Method of numerical solution techniques is applied to the plate bending problem and the element stiffness matrix which is used in the program is given in the second Chapter.

Some of the Codes as ACI, DIN, TSE for the analysis of flat plate structures and the contributions of some other authors to the subject are given in the third Chapter.

In Chapter 4, the finite element method is applied to the flat plate model which is used in this investigation and the bending stiffness of slab is calculated for lateral load and for different dimensions of columns and plates.

The slab stiffness ( $\alpha$  carry over factor) is used to apply the slope deflection equation method to the flat plate structures in the fifth Chapter.

Finally in Chapter 6, the solution of two examples are presented to illustrate the method. The same examples are solved for free vibration and for two different cases. One is flat slab and the other is slab resting on beams, and the results of modes and periods are presented for these two cases.

The moment distribution of slabs are investigated for lateral loading by using the nodal rotations which are calculated from the analysis of flat plate structures.

In the conclusion, we have presented that the beam theory is not applicable to flat plate analysis.

The carry over factors ( $\alpha$ ) are given in Appendices 1,2 and the plate program of finite element formulation is given in Appendix 3.

## KULLANILAN NOTASYON

|                        |  |
|------------------------|--|
| $a, b$                 | : Dikdörtgen plak elemanının x ve y eksenlerine paralel boyutları      |
| $\underline{a}$        | : $w(x, y)$ deplasman fonksiyonuna ait katsayılar matrisi              |
| $a_1, a_2, \dots, a_n$ | : Deplasman fonksiyonundaki katsayılar                                 |
| $a_{mn}$               | : Plaga etkiyen yüke bağlı bir katsayı                                 |
| $A_a$                  | : Dış kuvvetlerin işi  |
| $A_i$                  | : Şekil değiştirmelerin (iç kuvvetlerin) işi                           |
| $A_k$                  | : Yük dağılımına bağlı bir katsayı                                     |
| $A_m, B_m, C_m, D_m$   | : İntegral sabitleri   |
| $\underline{B}^i$      | : Deplasmanları deformasyonlara bağlayan transformasyon matrisi        |
| $c$                    | : Burulma elemanının kesitine bağlı bir katsayı                        |
| $dx, dy, dz$           | : Plak diferansiyel elemanının x, y ve z eksenlerine paralel boyutları |
| $D$                    | : Plagın eğilme rijitliği  |
| $E$                    | : Elastisite modülü  |
| $\underline{E}$        | : Elastisite matrisi   |
| $f_1, f_2, \dots, f_n$ | : Elastik yüzey ifadesinde kullanılan fonksiyonlar                     |
| $G$                    | : Kayma modülü   |
| $h, h_i$               | : Plak (döşeme) kalınlığı, i. kata ait döşeme kalınlığı                |
| $h_c$                  | : Kolon boyu   |
| $H_i$                  | : i. katın yüksekliği  |
| $J$                    | : Plak (döşeme) atalet momenti   |
| $J'$                   | : Döşemenin kolon içinde kalan kısmının atalet momenti                 |
| $J_c$                  | : Kolonun atalet momenti   |
| $J'_c$                 | : Kolonun döşeme içinde kalan kısmının atalet momenti                  |
| $J_i, J_{c_i}$         | : i. katta döşeme ve kolonun atalet momentleri                         |
| $K_c$                  | : Kolon rijitliği  |
| $K_{ec}$               | : Eşdeğer kolon rijitliği  |
| $K_t$                  | : Yanal burulma elemanının rijitliği                                   |
| $K_{es}$               | : Eşdeğer döşeme rijitliği   |
| $K_e$                  | : Eşdeğer kiriş rijitliği  |

|   |   |
|---|---|
| $k_e$                                   | : Eşdeğer kirişe ait rijitlik katsayısı                               |
| $K_p$                                   | : Perde rijitlik katsayısı  |
| $K_{pc}$                                | : Perdeden kolona geçen rijitlik katsayısı                            |
| $K_o$                                   | : $I_y/I_x$ oranına bağlı rijitlik katsayısı                          |
| $k^i$                                   | : i. elemanın rijitlik matrisi  |
| $k_{11}^i, k_{12}^i, \dots, k_{44}^i$   | : i. elemanın rijitlik matrisine ait alt matrisler                    |
| $l_x, l_y$                              | : Plağın (döşemenin) x ve y eksenlerine paralel boyutları             |
| $l_{us}$                                | : Döşemede uzun kenar doğrultusunda serbest açıklık                   |
| $l_e$                                   | : Döşemenin etkili genişliği  |
| $l_p$                                   | : Perde boyu  |
| $l'p$                                   | : Perdeler arasındaki uzaklık   |
| $M_x, M_y$                              | : Plaktaki eğilme momentleri  |
| $M_{xy}$                                | : Plaktaki burulma momenti  |
| $M_{x1}, M_{y1}, M_{x2}, M_{y2}, \dots$ |   |
| $M_{x4}, M_{y4}$                        | : Elemanın düğüm noktalarındaki eğilme momentleri                     |
| $M_o$                                   | : Kolon - döşeme birleşimine uygulanan moment                         |
| $M_A, M_B, M_C, M_D, M_E$               |   |
| $M_p$                                   | : Kolon ve perdeye uygulanan momentler                                |
| $\bar{M}_{xy}$                          | : Yanal burulma elemanında oluşan burulma momenti                     |
| $p$                                     | : Plak orta düzlemine dik olarak etkiyen uniform yük                  |
| $p_k$                                   | : k noktasına etkidiği kabul edilen tekil yük                         |
| $\underline{p}$                         | : Elemanın düğüm noktalarına etkiyen dış kuvvetler matrisi            |
| $\underline{p}$                         | : Sistemin düğüm noktalarına etkiyen dış kuvvetler matrisi            |
| $Q_x, Q_y$                              | : Plaktaki kesme kuvvetleri   |
| $\bar{Q}_x, \bar{Q}_y$                  | : İtibari kesme kuvvetleri  |
| $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$                    | : Elemanın düğüm noktalarındaki kesme kuvvetleri                      |
| $Q_m$                                   | : Yük dağılımına bağlı Fourier katsayısı                              |
| $Q_{kat}^i$                             | : i. kat ve onun üzerindeki bütün katlardaki yatay kuvvelerin toplamı |
| $R$                                     | : Köşe kuvveti  |
| $R_b$                                   | : Eğilme parametresi  |
| $\underline{s}^i$                       | : p dış kuvvetlerine eşdeğer alınan ve elemanın                       |

|  |  |
|--|--|
|  | düğüm noktalarına etkiyen kuvvetler matrisi  |
| T  | : Plak düzlemi içinde uygulanan uniform gerilme  |
| $t_p$  | : Perde kalınlığı  |
| $u, v, w$                                      | : Yerdeğiştirmelerin x,y ve z eksenlerindeki bileşenleri   |
| $u, v$   | : Kolon kesiti boyutları   |
| $u_i, v_i$                                     | : i. kata ait kolon boyutları  |
| $w_{mn}$                                       | : Plağın sınır şartlarına bağlı bir katsayı  |
| $w_0$  | : x eksenine paralel ve uniform yüklü bir şeridin sehimi-<br>ni veren bir fonksiyon                          |
| $w_1$  | : Plak diferansiyel denklemini sağlayan bir seri   |
| $w_1, w_2, \dots, w_{12}$                      | : Elemanın düğüm noktalarına ait deplasmanları   |
| $\underline{w}$                                | : Elemanın düğüm noktalarına ait deplasman matrisi   |
| $\underline{W}$                                | : Sistemin düğüm noktalarına ait deplasman matrisi   |
| $\underline{w}_b$                              | : Gerçek denge konumuna komşu konumların deplasman matrisi   |
| $x, y, z$                                      | : Kartezyen koordinatlar   |
| $x^1, y^1$                                     | : Plak merkezinden geçen ve x,y eksenlerine paralel olan<br>eksenler   |
| $y_m$  | : y'ye bağlı bir katsayı   |
| $\alpha_{AA}, \alpha_{AB}, \dots, \alpha_{DD}$ | : Moment geçiş katsayısı (1. indis moment uygulanan kolo-<br>nu, 2. indis momentin geçtiği kolonu gösterir.) |
| $\delta_i$                                     | : i. katın relatif deplasmanı  |
| $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$          | : Şekil değiştirmelerin bileşenleri  |
| $\underline{\epsilon}$                         | : Şekil değiştirme matrisi   |
| $\underline{\epsilon}_b$                       | : Gerçek denge konumuna komşu konumların şekil değiştir-<br>me matrisi                                       |
| $\xi$  | : x/a  |
| $\eta$   | : y/b  |
| $\lambda$                                      | : Döşemenin etkili genişlik katsayısı  |
| $\lambda_x, \lambda_y$                         | : Şeritler arasındaki mesafeler  |
| $\mu$  | : Poisson oranı  |
| $\theta_0$                                     | : Döşeme kolon birleşiminin dönmesi  |
| $\theta^i$                                     | : Kolonun vanaal doğrultusu boyunca döşemede oluşan dön-<br>meler  |
| $\theta_c$                                     | : Kolon ekseninde oluşan dönme   |
| $\theta_p$                                     | : Perde ekseninde oluşan dönme   |
| $\Pi$  | : Toplam potansiyel enerji   |

## VI

- $\Pi_b$  : Gerçek denge konumuna komşu konumların toplam potansiyel enerjisi
- $\sigma_a$  : Donatının akma gerilmesi
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  : Normal gerilme bileşenleri
- $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  : Kayma gerilme bileşenleri
- $\psi_A, \psi_B, \psi_C, \psi_D$  : Birim moment uygulanan kolon ve perde eksenlerindeki dönmeler
- $\psi_E, \psi_p$   
 $\psi_x, \psi_y$  : Sistemdeki düğüm noktalarının x ve y eksenleri etrafındaki dönmeleri
- $\phi$  : Burulma elemanında birim boydaki dönme açısı
- $\phi_t$  : Burulma elemanındaki ortalama dönme açısı

## GİRİŞ

Kirişsiz döşemeli sistemler, döşemeleri kirişler olmaksızın doğrudan doğruya kolonlar üzerine oturan yapı sistemleridir. Bu sistemler genellikle yapıda düz bir tavan elde edilmesi istendiğinde uygulanacağı gibi bazen de kalıp, demir ve beton işçiliğinin kirişli sistemlere göre daha basit olması nedeniyle tercih edilebilirler.

Kirişsiz döşemeli sistemlerin yatay ve düşey yükler altındaki çözümleri için değişik çözüm metodları ve bu konu ile ilgili yönetmelikler ortaya konmuştur. Bu metodlar arasında önce yapıyı çerçevelere bölerek analiz etmenin uygun olabileceği düşünülmüş, fakat çerçevelerde kirişler yerine geçecek olan döşemelerin genişliklerinin kolon genişlikleri yanında oldukça büyük olmasından dolayı çerçevenin düşünülen şekilde davranamayacağı anlaşılmıştır. Bunun için gerçek bir çerçeve davranışına uygun olacak çerçeve genişliğinin yani etkili döşeme genişliğinin belirlenmesi için çalışmalar yapılmıştır.

Döşeme etkili genişliklerinin araştırılmasından başka bir de döşemeyi yanıl burulma elemanı kabul ederek eşdeğer kolon rijitliğini araştıran çalışmalar da yapılmıştır. Birçok yönetmelikte ise kolon eşdeğer rijitliği esasına dayanan çözüm metodlarına yer verilmiştir.

Bu çalışmalarda yapılan kabullerde döşeme ve kolon boyutlarına bağlı olarak diğer kolonlara dağılan momentlerin incelenmesine yeterince yer verilmemiştir.

Bu çalışmada yatay yük etkisi altında kirişsiz döşemeli sistemlerde döşeme ve kolon boyutlarına bağlı olarak kolonlar arasındaki moment geçiş bağıntıları incelenmiştir. Bunun için de kirişsiz döşemeli bir sistemde bulunan kolonların dönmeleri sırayla serbest bırakılarak bu kolonlara birim momentler uygulanmış ve bunun sonucu olarak döşeme vasıtasıyla diğer kolonlara geçen momentler hesaplanmıştır. Kolon ve döşeme boyutları oranlarına bağlı olarak hesaplanan bu momentlerden yararlanarak  $\alpha$  moment geçiş katsayıları belirlenmiştir. Bu şekilde hesaplanan  $\alpha$  moment geçiş katsayıları ile kirişsiz döşemeli sistemlerin davranışları daha doğru olarak göz önüne alınmıştır. Ayrıca diğer çalışmaların bir çoğunda dikkate alınmayan kenar, orta ve köşe kolon tipleri ile perdeli sistemler de burada ayrı ayrı incelenmiştir.

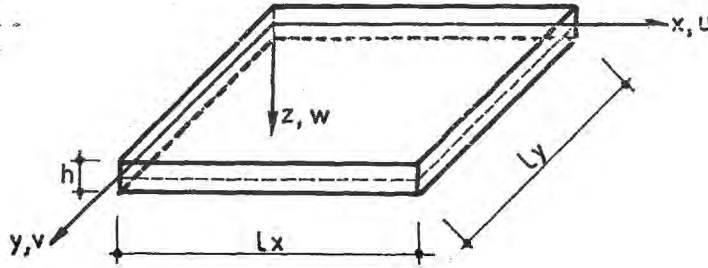
Düşünülen bu sistemlerin çözümleri günümüzde oldukça geniş uygulama alanı bulan Sonlu Elemanlar Metodu kullanılarak hazırlanan eğilmeye çalışan plak bilgisayar programı ile yapılmıştır.

## 1. EĞİLMEYE ÇALIŞAN İNCE PLAK TEORİSİ:

Bu bölümde eğilmeye çalışan ince plak teorisinde yapılan kabuller ve bu kabuller sonunda elde edilen denklemlerden bahsedilecektir.

### 1.1. YAPILAN KABULLER:

Şekil 1.1'deki elemana ait koordinat eksen takımı ve deplasmanları Şekil 1.2'de gösterilmiştir.



Şekil: 1.1

Plak teorisinde yapılan kabuller aşağıda belirtilmektedir.

(Timoshenko ve Krieger [1] ve Girkmann [2])

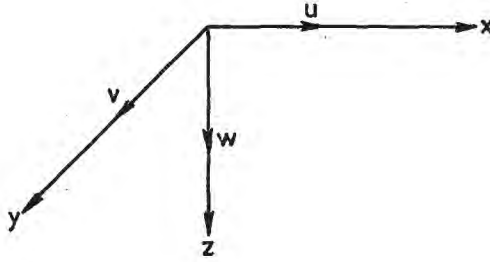
1.1.1. Plak kalınlığı diğer iki boyutu yanında küçüktür. ( $h \ll l_x, l_y$ ).

1.1.2. Plagın yaptığı sehimler kalınlığı yanında küçüktür ( $w \ll h$ ).

1.1.3. Plak kalınlığının orta noktalarının geometrik yeri bir düzlemdir.

1.1.4. Plaga etkiyen kuvvetler plak düzlemine diktir.

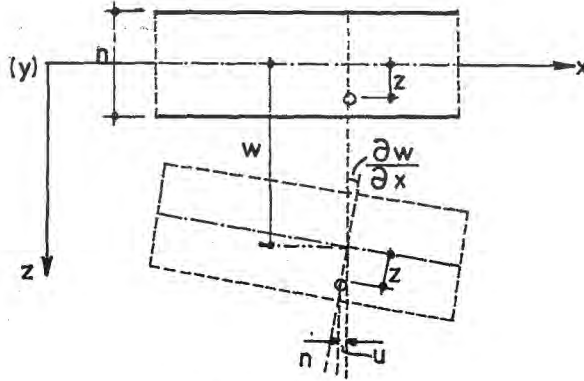
1.1.5. Orta düzleme dik bir doğru üzerinde bulunan noktalar Şekil değiştirmeden somada, deforme olmuş orta düzleme dik doğru üzerinde kalır.



Şekil: 1.2

### 1.2. GEOMETRİK BAĞINTILAR:

Bu kabullere bağlı olarak bir plağın deformasyondan önceki ve sonraki kesitleri Şekil 1.3'de görülmektedir. Plak orta düzlemine ait bir



Şekil: 1.3

nokta z doğrultusunda w yer değişimine maruz kalsın, bu esnada bu noktadan geçen ve orta düzleme dik olan normal, bir miktar eğilir. Bu eğimler

$\frac{\partial w}{\partial x}$  ve  $\frac{\partial w}{\partial y}$  açıları ile belirlidir. Plak orta düzleminden z kadar uzakta bulunan nokta plağın şekil değiştirmesi sırasında u, v ve w yer değişimlerine uğrayacaktır. Şekil 1.3'den de görüleceği gibi u yer değişimi x-ekseninin negatif yönünde olduğundan aşağıdaki bağıntılar yazılabilir.

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \dots\dots\dots(1.1)$$

$$v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \dots\dots\dots(1.2)$$

### 1.3. YER VE ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI:

Orta düzlemde z uzaklıkta bulunan ve orta düzleme paralel olan bir alan elemanındaki şekil değiştirme bileşenleri (1.1) ve (1.2) yer değiştirme ifadelerinden de yararlanılarak,

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \dots\dots\dots(1.3)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \dots\dots\dots(1.4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \dots\dots\dots(1.5)$$

bağıntıları elde edilir.

### 1.4. ŞEKİL DEĞİŞTİRME VE GERİLME BAĞINTILARI:

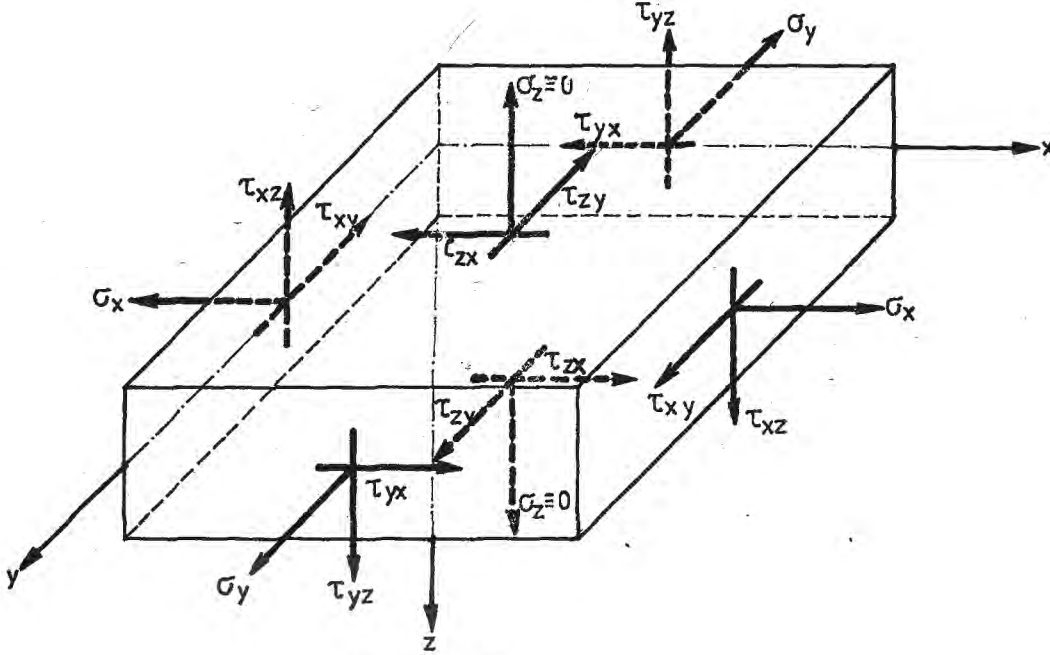
Genel olarak ince plâk teorisinde  $\sigma_z$  normal gerilmesi  $\sigma_x$  ve  $\sigma_y$  normal gerilmeleri yanında küçüktür. Bu nedenle  $\sigma_z$  normal gerilme bileşeni ihmal edilir. Bu kabul sonucunda aşağıdaki gerilme - şekil değiştirme denklemleri yazılabilir:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \sigma_y) \dots\dots\dots(1.6)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \mu \sigma_x) \dots\dots\dots(1.7)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \dots\dots\dots(1.8)$$

burada E malzemenin elastisite modülü, G kayma modülü  $\mu$  ise poisson oranıdır.  $\sigma$  normal gerilmelerinin ve  $\tau$  kayma gerilmelerinin pozitif yönleri şekil 1.4'de gösterilmiştir.



Şekil: 1.4

(1.6),(1.7),(1.8) denklemlerinden  $\sigma$  ve  $\tau$ 'lar çözülüp şekil değiştirmelerin de (1.3),(1.4),(1.5) denklemlerindeki değerleri yerlerine konursa gerilmelerle şekil değiştirmeler arasında aşağıdaki bağıntılar elde edilir:

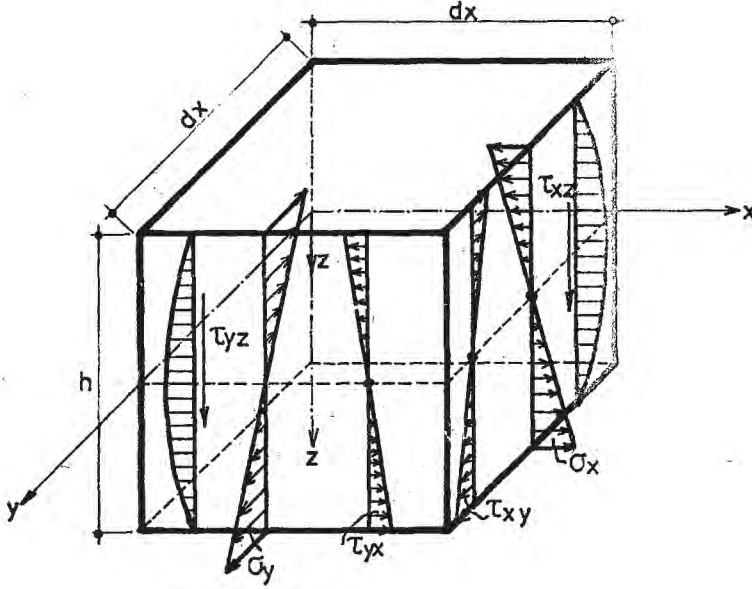
$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_x + \mu \epsilon_y) = - \frac{E \cdot z}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \dots\dots(1.9)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_y + \mu \epsilon_x) = - \frac{E \cdot z}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \dots\dots(1.10)$$

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} = 2Gz \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = - \frac{Ez}{1+\mu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \dots\dots\dots(1.11)$$

Bu gerilme bileşenleri, Şekil 1.5 de görüldüğü gibi plak orta düzleminde z uzaklığı ile orantılı olarak plak kalınlığı boyunca lineer olarak değişirler.

Bir plak elemanına etkiyen iç kuvvetler Şekil 1.5'de görülmektedir. Burada  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  ve  $\tau_{xy}$  gerilme bileşenlerinin yanı sıra  $\tau_{xz}$  ve  $\tau_{yz}$  kayma gerilmeleri de meydana gelir. Aksi halde plak elemanının  $dx \cdot dy$  yü-



Şekil: 1.5

zeyine etki eden P yükü ile düşey denge sağlanamaz. Bu kayma gerilmeleri doğru eksenli ve dikdörtgen kesitli çubuklarda olduğu gibi  $z = \pm h/2$  kenarlarında sıfır olmak üzere parabolik bir dağılım gösterir. (Şekil 1.5)

#### 1.5. GERİLMELERİN İÇ KUVVETLERE DÖNÜŞTÜRÜLMESİ:

Plak teorisinde hesaplarda gerilme bileşenleri yerine kesitin birim boyuna etkiyen kesit momentleri ve kesit kuvvetlerini kullanmak daha uygun olmaktadır. Yukarıdaki gerilme bileşenlerinden yararlanarak kesite ait momentler aşağıdaki şekilde ifade edilebilir. (Şekil: 1.6)

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \cdot l \cdot z \cdot dz \dots \dots \dots (1.12)$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y \cdot l \cdot z \cdot dz \dots \dots \dots (1.13)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} \cdot l \cdot z \cdot dz = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yx} \cdot l \cdot z \cdot dz \dots \dots (1.14)$$

(1.12), (1.13) ve (1.14) moment denklemlerinde  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  ve  $\tau_{xy}$  gerilme bileşenlerinin yerine (1.9), (1.10), (1.11) ifadeleri ile verilen değerleri yerine konular ve (1.15), (1.16) ifadeleri dikkate alınarak;

$$J = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \cdot 1 \cdot dz = \frac{h^3}{12} \dots\dots\dots(1.15)$$

$$D = \frac{E \cdot J}{(1 - \nu^2)} = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \nu^2)} \dots\dots\dots(1.16)$$

gerekli işlemlere yapılırsa, moment denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilir:

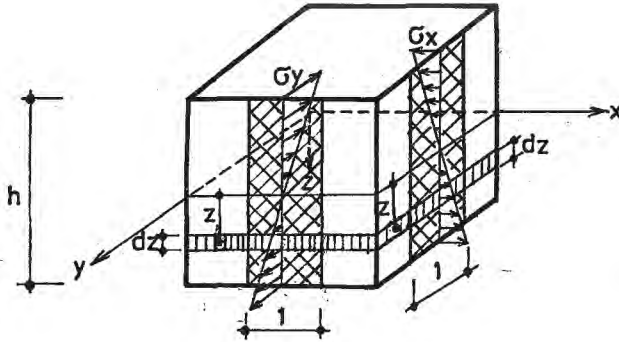
$$M_x = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots(1.17)$$

$$M_y = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \dots\dots\dots(1.18)$$

$$M_{xy} = -D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \dots\dots\dots(1.19)$$

Burada J, birim genişlikteki plağın atalet momenti, D ise plağın eğilme rijitliğidir. D'ye kısaca plak rijitliği de denilebilir.

Momentler bu şekilde ifade edildikten sonra  $Q_x$  ve  $Q_y$  kesme kuvvet-



Şekil: 1.6

leri de, plak orta düzlemine ait noktaların  $w$  düşey yer değiştirmelerinin fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Bunu elde edebilmek için Şekil: 1.7'de gösterilen plak elemanının merkezinden geçen  $x'$  ve  $y'$  eksenlerine göre moment denge denklemleri yazılarak gerekli kısaltmalar yapılırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir:

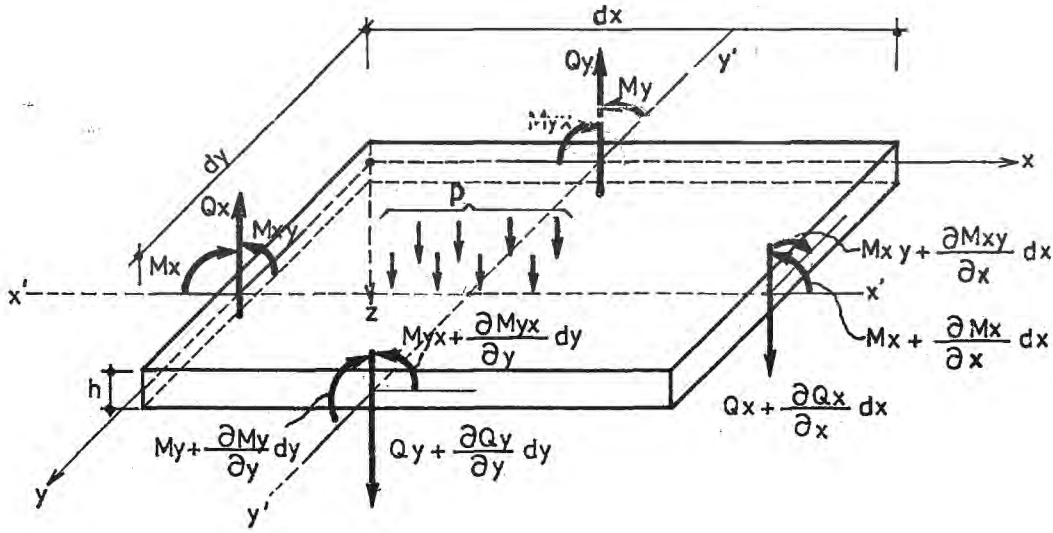
$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \dots\dots\dots(1.20)$$

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \dots\dots\dots(1.21)$$

Burada  $\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx$  ve  $\frac{\partial Q_y}{\partial y} dy$  kesme kuvvetlerinin oluşturduğu  $\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \cdot dy \cdot \frac{dx}{2}$  ve  $\frac{\partial Q_y}{\partial y} dy \cdot dx \cdot \frac{dy}{2}$  moment terimleri diğer terimlerin yanında ihmal edilmiştir. Buna göre bulunan ifadeler  $w$  yer değiştirmelerinin fonksiyonu olarak ifade edilirse, aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$Q_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots(1.22)$$

$$Q_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots(1.23)$$



Şekil: 1.7

Kesme kuvveti kirişlerde momentin türevi olarak ifade edilirdi. Plaklarda ise yukardaki denklemlerden de görüleceği gibi kesme kuvveti, momentin türevine bir de burulma momentinin türevinin eklenmesiyle elde edilmektedir.

#### 1.6. PLAK DENKLEMİNİN ELDE EDİLMESİ:

Şekil 1.7'de görülen plak elemanında  $z$  - yönündeki kuvvetlerin dengesini aynı doğrultuda plak elemanına ektiyen uniform yayılı  $p$  yükü için:

yazacak olursak;

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -P \dots\dots\dots(1.24)$$

plak denklemi elde edilir. (1.22) ve (1.23) denklemleri (1.24) denkleminde yerine konursa plak denklemi aşağıdaki şekli alır:

$$\Delta\Delta w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \dots\dots\dots(1.25)$$

### 1.7. SINIR ŞARTLARI:

Sınır şartları dikdörtgen bir plak üzerinde düşünülmüş ve x,y eksenleri plağın kenarlarına paralel olarak alınmıştır.

#### 1.7.1. ANKASTRE KENAR:

Plağın x=sabit kenarı tam ankastre olursa, bu kenar boyunca w yer değiştirmeleri ve  $\frac{\partial w}{\partial x}$  türevi sıfır olmalıdır. Bu takdirde;

$$w = 0 \quad ; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots(1.26)$$

sınır şartları geçerlidir.

#### 1.7.2. BASİT MESNETLİ KENAR:

Plak x=sabit kenarı boyunca çökmesiz ve serbestçe dönebilecek şekilde mesnetlenmiştir. Bu durumda ise kenar boyunca w çökmelerinin ve  $M_x$  momentlerinin sıfır olması gerekir. Denklem (1.17)'den de yararlanarak;

$$w = 0 \quad , \quad M_x = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \dots\dots\dots(1.27)$$

ifadeleri yazılabilir.

#### 1.7.3. SERBEST KENAR:

Plağın x=sabit kenarının tam serbest bırakılması durumunda bu kenar boyunca eğilme ve burulma momentleriyle düşey kesme kuvvetlerinin bulunmaması gerekir. Buna göre;

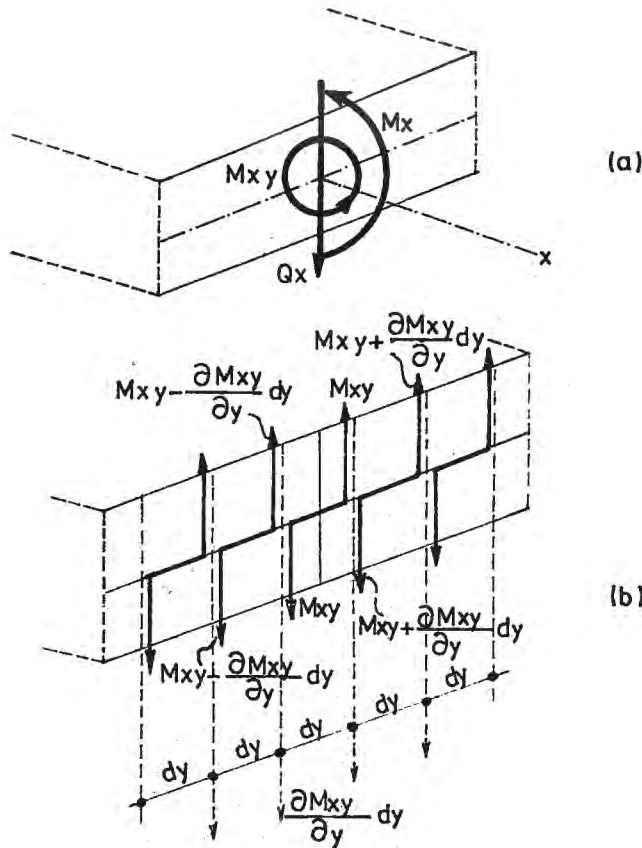
$$\left. \begin{aligned} M_x &= -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \\ M_{xy} &= -D (1 - \mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0 \\ Q_x &= -D \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.28)$$

ifadeleri yazılabilir.

Yukarıdaki sınır şartları Poisson tarafından verilmiştir. (Timoshenko ve Krieger [1]). Daha sonra Kirchhoff (Girkmann [2]) bu üç sınır şartı yerine (1.25) nolu plak denklemini sağlayan  $w$  deplasmanlarını tayin etmek için iki şartın yeterli olduğunu göstermiştir. Kirchhoff,  $M_{xy}$  burulma ve  $Q_x$  kesme kuvveti ile ilgili iki şart yerine bir tek sınır şartının yeterli olduğunu aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

Kenar burulma momentleri, statik bakımdan eşdeğer olan ve sürekli olarak yayılan eşdeğer kesme kuvvetelerine dönüştürülür ve bunlar kenara etkiyen kesme kuvvetleri ile birleştirilir.

Eşdeğer kesme kuvvetlerinin burulma momentleri yardımıyla ifade



Şekil: 1.8

edilebilmesi için Şekil 1.8'de görülen plak kenarı eşit büyüklükteki  $dy$  parçalarına ayrılır. (Girkmann [2]). Bu bölümlerden herhangi birine  $M_{xy} \cdot dy$  burulma momenti etki ederken bundan önceki bölüme  $(M_{xy} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} dy)dy$ , sonrakine ise  $(M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} dy)dy$  burulma momentleri etki edecektir. Her bölümdeki burulma momenti yerine,  $dy$  moment koluna sahip kuvvet çifti alınmış ve bu kuvvet çiftleri  $M_{xy} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} dy$ ,  $M_{xy}$ ,  $M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} dy$  olarak Şekil 1.8.b'de gösterilmiştir. Komşu bölgelerin ortak sınırlarında ise bu kuvvet çiftlerinin  $M_{xy}$ 'li terimleri birbirini götürülecek ve geriye  $+\frac{\partial M_{xy}}{\partial y} dy$  fark kuvvetleri kalacaktır. Buna göre kenarın birim boyu için kuvvetler  $\frac{\partial M_{xy}}{\partial y}$  değerine sahip olacaktır.

Bölge genişliği olan  $dy$  nin sonsuz küçük değerleri için kenar burulma momentine statik bakımdan eşdeğer olan ve eşdeğer kesme kuvvetleri adını alan, yayılı bir kesme kuvveti dağılımı elde edilecektir. Bunlar gerçek kesme kuvvetlerine katılırsa plak kenarında meydana gelecek itibari kesme kuvvetleri;

$$\bar{Q}_x = Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = -D \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] \dots \dots \dots (1.29)$$

$$\bar{Q}_y = Q_y + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = -D \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right] \dots \dots \dots (1.30)$$

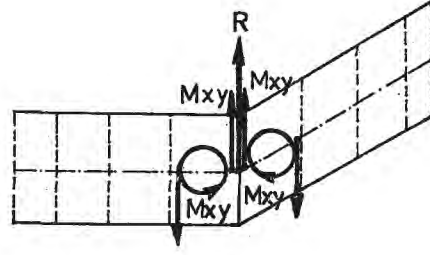
olarak elde edilir. Bu şekilde serbest kenarda,  $M_{xy}$  burulma momenti itibari kesme kuvvetine katılarak sınır şartı sayısı ikiye indirilir.

#### 1.7.4. PLAK KÖŞELERİ:

Serbest dönebilecek şekilde mesnetlenmiş bir plağın köşesinde Şekil 1.9'da görüldüğü gibi  $M_{xy}$  burulma momentleri etki etmektedir. Bu burulma momentleri daha önceki paragrafta olduğu gibi kuvvet çiftleri ile değiştirilirse  $dx$  ve  $dy$  köşe elemanlarında etki eden momentlerden,

$$R = 2 \cdot M_{xy} \dots \dots \dots (1.31)$$

değerinde eşdeğer bir tekil kuvvet meydana gelir. Bu kuvvetler plağın



Şekil 1.9

köşe kısımlarını mesnetlerden yukarıya doğru kalkmaya zorlar. Bu durumda köşedeki harekete mani olmak için plak köşe kısımlarından ankre edilir.

Ankastre bir plağın köşesinde ise  $M_{xy}$  burulma momenti sıfır olduğundan dolayı plağın köşesinde bir köşe kuvveti oluşmaz. (Denklem (1.26), (1.28)).

#### 1.8. ÇÖZÜM METODLARI:

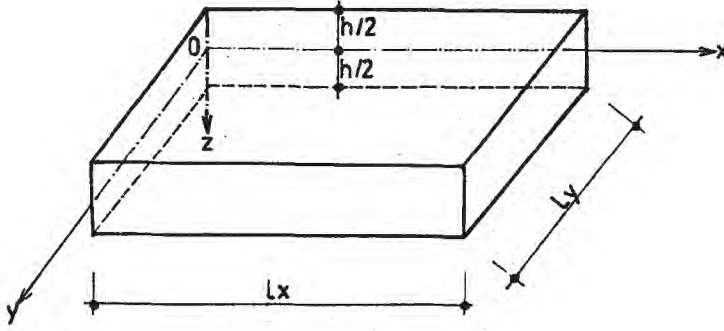
Şekli, sınır şartları ve üzerindeki yükü belli olan bir plak problemini çözmek için (1.25) plak diferansiyel denkleminin sınır şartlarını gerçekleyen çözümünü başka bir deyişle  $w=w(x,y)$  elastik yüzey ifadesini belirlemek gerekir. Bu çözümü yaparken plak şekline uygun bir eksen takımı kullanmak kolaylık sağlar. Bununla beraber  $w(x,y)$  elastik yüzey ifadesini elde etmek her zaman kolay olmaz. Bundan dolayı analitik çözümlerin yanısıra yaklaşık çözümler de ortaya konmuştur.

##### 1.8.1. ANALİTİK ÇÖZÜMLER:

(1.25) plak diferansiyel denkleminin, verilen bir plak problemi için bütün sınır şartları dikkate alınarak, integrasyonu yapılabildiğinde problemin analitik çözümü elde edilmiş olur. Burada bu çözümlerden bazıları ele alınacaktır.

##### 1.8.1.1. BASİT MESNETLİ DİKDÖRTGEN PLAKLAR İÇİN NAVIER ÇÖZÜMÜ:

Şekil 1.10'da plak üzerine herhangi bir  $p$  yükü etki etmektedir. Navier böyle bir plağın deformasyonunu için çift Fourier serisiyle önemli bir çözüm vermiştir. (Girkmann [2], Voltaria ve Gaines [3]).  $x$  ve  $y$  nin fonksiyonu olan  $p$ ,  $0 \leq x \leq l_x$ ,  $0 \leq y \leq l_y$  bölgesinde çift Fourier seri-



Şekil: 1.10

siyle aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir:

$$p = \sum_m \sum_n a_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi x}{l_x} \cdot \sin \frac{n\pi y}{l_y} \dots\dots\dots(1.32)$$

$$(m = 1, 2, 3, \dots; n = 1, 2, 3, \dots)$$

burada  $a_{mn}$ , plâğa etkiyen yükün cinsine ve dağılımına göre belirlenen bir katsayıdır.

Şimdi benzer şekilde plak elâstik yüzeyi için;

$$w = \sum_m \sum_n w_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi x}{l_x} \cdot \sin \frac{n\pi y}{l_y} \dots\dots\dots(1.33)$$

$$(m = 1, 2, 3, \dots; n = 1, 2, 3, \dots)$$

ifadesi düşünölsün. Buradaki  $w_{mn}$  katsayısı aşağıdaki şekilde belirlenebilir.

Dört tarafından basit mesnetli bir plakta sınır şartları:

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ ve } x=l_x \text{ de } w=0, M_x=0 \\ y=0 \text{ ve } y=l_y \text{ de } w=0, M_y=0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots(1.34)$$

şeklindedir.

Bu şartlar (1.33) denklemini sağlar.  $w$  ve bundan elde edi-

len  $M_x$ ,  $M_y$  momentleri kenarlarda sıfır olur. (1.33) denklemindeki  $w_{mn}$  katsayıları, (1.25) nolu plak diferansiyel denklemini sağlayacak şekilde belirlenebilirse, problemin analitik çözümü elde edilir.

Bunun için, denklem (1.33) den yararlanarak (1.25) plak diferansiyel denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \Delta \Delta w = \sum_m \sum_n w_{mn} \left( \frac{m^2 \pi^2}{l_x^2} + \frac{n^2 \pi^2}{l_y^2} \right)^2 \sin \frac{m \pi x}{l_x} \sin \frac{n \pi y}{l_y}$$

(1.32) denklemi ile verilen  $p$  yükü ifadesi de (1.25) plak diferansiyel denkleminin sağ tarafında yerine konursa;

$$\sum_m \sum_n w_{mn} \left( \frac{m^2 \pi^2}{l_x^2} + \frac{n^2 \pi^2}{l_y^2} \right)^2 \sin \frac{m \pi x}{l_x} \sin \frac{n \pi y}{l_y} = \frac{1}{D} \sum_m \sum_n a_{mn} \sin \frac{m \pi x}{l_x} \sin \frac{n \pi y}{l_y}$$

ifadesi elde edilir. Buradan  $x$  ve  $y$ 'nin her değeri için geçerli olan ve (1.34) şartlarını sağlayan aşağıdaki ifade elde edilir:

$$w_{mn} = \frac{a_{mn}}{D \pi^4 \left( \frac{m^2}{l_x^2} + \frac{n^2}{l_y^2} \right)^2} \dots \dots \dots (1.35)$$

Bu ifade, denklem (1.33) de yerine konursa dört kenarından serbest oturan plak probleminin genel çözümü aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$w = \frac{1}{D \pi^4} \sum_m \sum_n \frac{a_{mn}}{\left( \frac{m^2}{l_x^2} + \frac{n^2}{l_y^2} \right)^2} \sin \frac{m \pi x}{l_x} \cdot \sin \frac{n \pi y}{l_y} \dots \dots \dots (1.36)$$

Elde edilen bu genel çözüme bir uygulama olmak üzere, plağın bütün yüzeyi üzerine  $p$  şiddetinde uniform yayılı bir yük etkimesi halinde  $a_{mn}$  katsayısı aşağıdaki şekilde ifade edilebilir. [3]:

$$a_{mn} = \frac{4p}{ab} \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \sin \frac{m \pi x}{l_x} \sin \frac{n \pi y}{l_y} dx dy = \frac{4p}{\pi^2 mn} (1 - \cos m \pi)(1 - \cos n \pi)$$

Buna göre;

( $m=2,4,6,\dots$  ve  $n=2,4,6,\dots$ ) için  $a_{mn}=0$

( $m=1,3,5,\dots$  ve  $n=1,3,5,\dots$ ) için  $a_{mn}=\frac{16p}{\pi^2 mn}$

olur. Bu da denklem (1.36) da yerine konursa aşağıdaki elastik yüzey ifadesi;

$$w = \frac{16p}{D \cdot \pi^6} \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m \pi x}{l_x} \cdot \sin \frac{n \pi y}{l_y}}{mn \left( \frac{m^2}{l_x^2} + \frac{n^2}{l_y^2} \right)^2} \dots \dots \dots (1.37)$$

elde edilir.

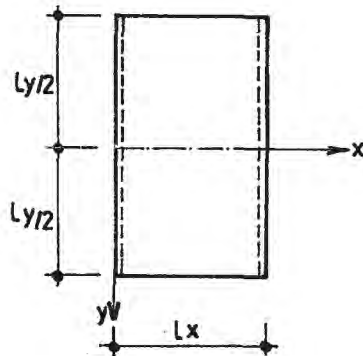
Değişik yükleme durumları ve değişik mesnet şartları için genel Navier denkleminde yararlanılarak çözüme gidilir. Fakat bunlara ait seriler nümerik hesaplamalar için uygun olmadığından bunlar için başka çözüm metodları kullanılır.

#### 1.8.1.2. BASİT MESNETLİ DİKDÖRTGEN PLAKLAR İÇİN LEVY ÇÖZÜMÜ:

Levy, karşılıklı iki kenarı basit olarak mesnetlenmiş dikdörtgen plakların çözümünü aşağıdaki şekilde bir seri ile vermiştir [1],[3]

$$w_1 = \sum_m y_m \cdot \sin \frac{m \pi x}{l_x} \dots \dots \dots (1.38)$$

Burada  $y_m, y'$ 'nin bir fonksiyonudur. Şekil: 1.11'de verilen plağın  $x=0$  ve



Şekil: 1.11

$x = l_x$  kenarlarının basit mesnetli olduğu kabul ediliyor. Buna göre bu iki kenarda (1.38) ifadesiyle verilen serinin her terimi  $w=0$  ve  $M_x=0$  sınır şartlarını sağlar. Daha sonra  $y_m$ 'nin  $y=\pm l_y/2$  kenarlarındaki sınır şartlarını ve elastik yüzeyin (1.25) nolu plak diferansiyel denklemini sağlayacak şekilde belirlenmesi gerekir.

Bu metod üniform yüklü, basit mesnetli dikdörtgen plaklara uygulanırken plak denkleminin çözümü aşağıdaki şekilde alınabilir:

$$w = w_0 + \sum_m y_m \cdot \sin \frac{m \pi x}{l_x} \dots \dots \dots (1.39)$$

Burada  $w_0$ ,  $x$  eksenine paralel ve üniform yüklü bir şeridin sehimini gösteren bir fonksiyon olarak alınabilir. Bu da aşağıdaki gibi bir fonksiyonla verilir:

$$w_0 = \frac{p}{24D} (x^4 - 2l_x x^3 + l_x^3 x) \dots \dots \dots (1.40)$$

Bu fonksiyon plak denklemini ve aynı zamanda  $x=0$  ve  $x=l_x$  kenarlarındaki sınır şartlarını sağlar.

(1.38) ifadesi ile verilen seri de aşağıda verilen plak denklemini ve bütün sınır şartlarını sağlar.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0 \dots \dots \dots (1.41)$$

$w_1$  serisi olarak alınan (1.38) ifadesindeki  $m$  değerleri simetriden dolayı 1,3,5,... değerlerini alarak (1.41) denkleminde yerine konursa;

$$\sum_m \left[ \frac{d^4 y_m}{dy^4} - \frac{2m^2 \pi^2}{l_x^2} \frac{d^2 y_m}{dy^2} + \frac{m^4 \pi^4}{l_x^4} y_m \right] \sin \frac{m \pi x}{l_x} = 0 \dots \dots \dots (1.42)$$

$$(m = 1, 3, 5, \dots)$$

elde edilir.  $y_m$  fonksiyonu yalnız

$$\frac{d^4 y_m}{dy^4} - \frac{2m^2 \pi^2}{l_x^2} \cdot \frac{d^2 y_m}{dy^2} + \frac{m^4 \pi^4}{l_x^4} y_m = 0 \dots\dots\dots(1.43)$$

denklemini sağlarsa bu denklem  $x$ 'in bütün değerleri için sağlanabilir.

Bu denklemin genel integrasyonu aşağıdaki şekildedir:

$$y_m = \frac{p l_x^4}{D} \left[ A_m \cosh \frac{m \pi y}{l_x} + B_m \frac{m \pi y}{l_x} \cdot \sinh \frac{m \pi y}{l_x} + C_m \cdot \sinh \frac{m \pi y}{l_x} + \right. \\ \left. + D_m \frac{m \pi y}{l_x} \cdot \cosh \frac{m \pi y}{l_x} \right] \dots\dots\dots(1.44)$$

Burada  $A_m$ ,  $B_m$ ,  $C_m$  ve  $D_m$  integral sabitleridir. Plakın elâstik yüzeyi,  $x$ -eksenine göre simetrik olduğundan  $C_m = D_m = 0$  dır. Bu kısaltmalar yapıldıktan sonra elde edilen çözümler (1.39) ifadesinde yerine konursa elâstik yüzey aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$w = \frac{p}{24D} (x^4 - 2l_x \cdot x^3 + l_x^3 \cdot x) + \frac{p \cdot l_x^4}{D} \sum_m \left[ A_m \cosh \frac{m \pi y}{l_x} + B_m \frac{m \pi y}{l_x} \sinh \frac{m \pi y}{l_x} \right] \cdot \\ \sin \frac{m \pi x}{l_x} \dots\dots\dots(1.45)$$

$$(m = 1, 3, 5, \dots)$$

Bu ifade plak denklemini ve aynı zamanda  $x=0$ ,  $x=l_x$  kenarlarındaki sınır şartlarını sağlar. Şimdi  $A_m$  ve  $B_m$  integrasyon sabitlerini  $y = \pm l_y/2$  kenarlarındaki

$$y = \pm l_y/2 \text{ için } w = 0, M_y = 0$$

sınır şartlarını sağlayacak şekilde belirtmek gerekir. Bunun için önce (1.40) ifadesi trigonometrik seriye açılır, bu takdirde ;

$$\frac{p}{24D} (x^4 - 2l_x x^3 + l_x^3 \cdot x) = \frac{4pl_x^4}{\pi^5 \cdot D} \sum_m \frac{1}{m^5} \cdot \sin \frac{m\pi x}{l_x} \quad (m=1,3,5,\dots)$$

elde edilir. Bu ifade (1.45) denkleminde yerine konursa elastik yüzey;

$$w = \frac{p \cdot l_x^4}{D} \sum_m \left( \frac{4}{\pi^5 m^5} + A_m \cosh \frac{m\pi y}{l_x} + B_m \frac{m\pi y}{l_x} \sinh \frac{m\pi y}{l_x} \right) \cdot \sin \frac{m\pi y}{l_x} \dots (1.46)$$

$$(m=1,3,5,\dots)$$

şeklinde elde edilebilir. Elde edilen bu ifade sınır şartlarında yerine konarak aşağıdaki iki denklem elde edilir [1]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{4}{\pi^5 m^5} + A_m \cdot \cosh \alpha_m + \alpha_m B_m \cdot \sinh \alpha_m &= 0 \\ (A_m + 2B_m) \cosh \alpha_m + \alpha_m B_m \cdot \sinh \alpha_m &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (1.47)$$

Burada  $\alpha_m = \frac{m\pi l_x}{2l_x} y$  olarak alınmıştır.

(1.47) denklem sisteminin çözümünden;

$$\left. \begin{aligned} A_m &= - \frac{2(\alpha_m \cdot \tanh \alpha_m + 2)}{\pi^5 m^5 \cosh \alpha_m} \\ B_m &= \frac{2}{\pi^5 m^5 \cosh \alpha_m} \end{aligned} \right\} \dots (1.48)$$

elde edilir. Bulunan bu değerleri (1.46) denkleminde yerine koyarak, plak diferansiyel denklemini ve sınır şartlarını sağlayan elastik yüzey ifadesi elde edilir:

$$w = \frac{4pl_x^4}{\pi^5 D} \sum_m \frac{1}{m^5} \left[ 1 - \frac{\alpha_m \tanh \alpha_m + 2}{2 \cdot \cosh \alpha_m} \cosh \frac{2\alpha_m y}{l_x} + \right.$$

$$+ \frac{\alpha_m}{2 \cosh \alpha_m} \frac{2y}{l_y} \cdot \sinh \frac{2\alpha_m y}{l_y} \left| \sin \frac{m\pi x}{l_x} \right| \dots \dots \dots (1.49)$$

Bu ifadeden yararlanarak momentler, kesme kuvvetleri ve gerilmeler hesaplanabilir.

### 1.8.2. VARYASYON METODLARI:

Varyasyon metodları genel olarak aşağıdaki şekilde iki grupta incelenebilir.

Birinci grupta  $w(x,y)$  elastik yüzeyine uygun olan

$$w = a_1 f_1 + a_2 f_2 + \dots + a_n f_n \dots \dots \dots (1.50)$$

şeklinde bir ifadeden yararlanılır [2]. Buradaki  $f(x,y)$  fonksiyonları plak diferansiyel denklemini tam, sınır şartlarını eksik olarak gerçekler. Bu sebepten  $a_1, a_2, \dots, a_n$  sabitleri sınır şartlarını mümkün olduğu kadar sağlayacak şekilde belirlenir. Bu şekilde çözüm için, potansiyel enerjinin minimum olma prensibi, Castigliano prensibi gibi başka bazı prensiplerden de yararlanarak  $a_1, a_2, \dots, a_n$  sabitleri hesaplanabilir.

İkinci grupta ise yine (1.50) ifadesinden yararlanılır, fakat buradaki  $f(x,y)$  fonksiyonları sınır şartlarını tam, plak diferansiyel denklemini eksik olarak gerçekler. Bunun için  $a_1, a_2, \dots, a_n$  sabitleri, plak diferansiyel denklemini en uygun sağlayacak şekilde belirlenir. Şimdi bu hesaplamalarla ilgili olarak aşağıdaki bazı metodları inceleyelim.

#### 1.8.2.1. RİTZ METODU:

(1.50) ifadesi ile verilen  $a_i (i=1,2,\dots,n)$  katsayıları, potansiyel enerjinin minimum olma prensibine dayanan Ritz metodu yardımıyla belirlenebilir. (1.50) ifadesindeki  $f_i (i=1,2,\dots,n)$  fonksiyonlarının problemin sınır şartlarını tam olarak sağladığı kabul edilir. Burada  $a_i (i=1,2,\dots,n)$  katsayılarının plak denge denklemini sağlayacak şekilde tayin edilmesi gerekir. Bunun için de plağın denge konumunda potansiyel enerjisinin minimum olmasından yararlanılır. Bir plağın  $p$  yükü altında potansiyel enerjisi aşağıdaki şekilde verilir. ([3], Özden [4]).

$$\Pi = A_i - \int \int p w dx dy \dots\dots\dots(1.51)$$

Burada  $A_i$ , plağın şekil değiştirme işi olup,  $w$  deplasmanlarına bağlı olarak;

$$A_i = \frac{1}{2} D \int \int \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\mu) \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right] dx dy \dots\dots\dots(1.52)$$

ifadesi ile verilir. (1.51) denkleminin ikinci kısmı ise dış kuvvetlerin işini gösterir.

$a_i (i=1,2,\dots,n)$  katsayıları, plağın potansiyel enerjisinin  $a_i$ 'lere göre kısmı türevlerinin sıfıra eşitlenerek (1.53) ifadelerinden elde

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_1} = 0, \dots, \frac{\partial \Pi}{\partial a_i} = 0, \dots, \frac{\partial \Pi}{\partial a_n} = 0 \dots\dots\dots(1.53)$$

edilen  $n$  adet denklem sisteminin çözümüyle belirlenir. Bu katsayılar belirlendikten sonra plağın elastik yüzey ifadesi  $w$  yazılabilir.

#### 1.8.2.2. GALERKİN METODU:

Galerkin metodunda  $a_i (i=1,2,\dots,n)$  katsayılarını belirten denklemlerin daha kolay kurulması mümkündür. Plak, (1.50) ifadesi ile verilen denge konumundan, bir  $\delta w$  virtuel yer değişimi kadar farklı bir konuma gelsin. Bu durumda dış kuvvetler aşağıdaki işi yaparlar:

$$\delta A_a = \int \int p \delta w dx dy \dots\dots\dots(1.54)$$

(1.25) plak diferansiyel denkleminde elde edilen  $p = D(\Delta \Delta w)$  değeri (1.54) ifadesinde yerine konursa;

$$\delta A'_a = D \int \int (\Delta \Delta w) \delta w dx dy \dots\dots\dots(1.55)$$

meydana gelir. (1.50) ifadesinin plak denklemini sağlaması için aşağıdaki,

$$\delta A_a = \delta A'_a \dots\dots\dots(1.56)$$

eşitliğinin bulunması gerekir. Bundan yararlanarak (1.50) ifadesinin  $a_i \cdot f_i$  terimlerinin  $\delta w_i$  yer değiştirmesiyle elde edilen  $n$  adet farklı  $\delta w_i$  virtüel yerdeğişimleri dikkate alınır. Bu virtüel yerdeğişimlerinin herbiri için (1.54) ve (1.55) denklemlerinden yararlanarak (1.56) dan elde edilen aşağıdaki bağıntı yazılabilir:

$$\int \int p \delta w_i \, dx dy = D \int \int (\Delta \Delta w) \delta w_i \, dx dy \dots\dots\dots (1.57)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

$f_i$  fonksiyonları  $\delta w_i$  virtüel yerdeğişimleri olarak seçilirse;

$$f_1 = \delta w_1 ; f_2 = \delta w_2 ; \dots\dots\dots ; f_n = \delta w_n$$

olur. Bu ifadelere göre;

$$\Delta \Delta w = a_1 (\Delta \Delta f_1) + a_2 (\Delta \Delta f_2) + \dots\dots + a_n (\Delta \Delta f_n)$$

olarak alınabilir. Buna göre denklem (1.57) den de yararlanarak;

$$\int \int p f_i \, dx dy = D \int \int [a_1 (\Delta \Delta f_1) + a_2 (\Delta \Delta f_2) + \dots + a_n (\Delta \Delta f_n)] f_i \, dx dy \dots (1.58)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

$n$  adet lineer denklem elde edilir. Bu denklem takımının çözümünden  $a_i$  bilinmeyenleri elde edilerek plağın elastik yüzey ifadesi (1.50) bulunur.

Bu gruba ait çözüm metodları olarak Berger ve Ödman'ın metodları da sayılabilir (Girkmann [2]).

### 1.8.3. NÜMERİK METODLAR:

Nümerik metodların en önemlileri Sonlu Farklar ve Sonlu Elemanlar Metodlarıdır. Bu metodlarda plak denklemi ve sınır şartları yerine sonlu farklar metodunda türevleri differanslarla ifade eden denklemler kullanılır. Sonlu elemanlar metodunda ise plak sonlu sayıda elemana bölünür ve eleman kenarları üzerinde yayılı olan iç kuvvetleri düğüm noktalarına etkileyen fiktif kuvvetler olarak kabul edilir. Süreklilik şartları düğüm noktalarında ve bazen de buna ilave olarak kenar ve orta noktalarında da yazılarak bir lineer denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sisteminin çözümünden deformasyonlar ve iç kuvvetler hesaplanır.

## 1.8.3.1. SONLU FARKLAR METODU:

İlk defa Marcus tarafından ortaya konan sonlu farklar metodu ([3], Ugural [5], İnan [6]) dördüncü dereceden plak diferansiyel denklemi olan;

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \dots\dots\dots(1.25)$$

denklemi yerine iki tane ikinci dereceden denklem almanın kolaylığından yararlanır.

(1.25) plak diferansiyel denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \frac{p}{D} \dots\dots\dots(1.59)$$

Denklem (1.17) ve (1.18) deki  $M_x$ ,  $M_y$  momentlerinin toplamı yazı-

lırsa;

$$M_x + M_y = -D(1 + \mu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots(1.60)$$

elde edilir. Bu da;

$$M = \frac{M_x + M_y}{1 + \mu} = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots(1.61)$$

şeklinde ifade edilirse, (1.59) ve (1.60) denklemleri şu şekilde gösterilebilir:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} &= -p \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= -\frac{M}{D} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.62)$$

Şimdi bu çözüm metodu uniform yüklü uzun bir dikdörtgen plak üzerinde ele alınsın. Bu durumda plağın kısa kenarından uzakta elastik yüzeyin silindirik olduğu kabul edilebilir. Buna göre plağın kısa kenarı x-eksenine paralel alınarak (1.62) denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} &= -p \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= -\frac{M}{D} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.63)$$

Bu iki denklem gerilmiş ve düşey olarak yüklenmiş bir kirişteki denklemlere benzemektedir. Şayet kiriş T kuvvetleri ile gerilmiş ve düşey uniform p yükü ile yüklenmişse bu kirişin elastik eğrisi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir [1]:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{p}{T} \dots\dots\dots(1.64)$$

Aynı şekilde dört tarafından T kuvvetleri ile gerilmiş ve p yükü ile yüklenmiş bir plakta ise elastik eğri aşağıdaki gibi yazılabilir:

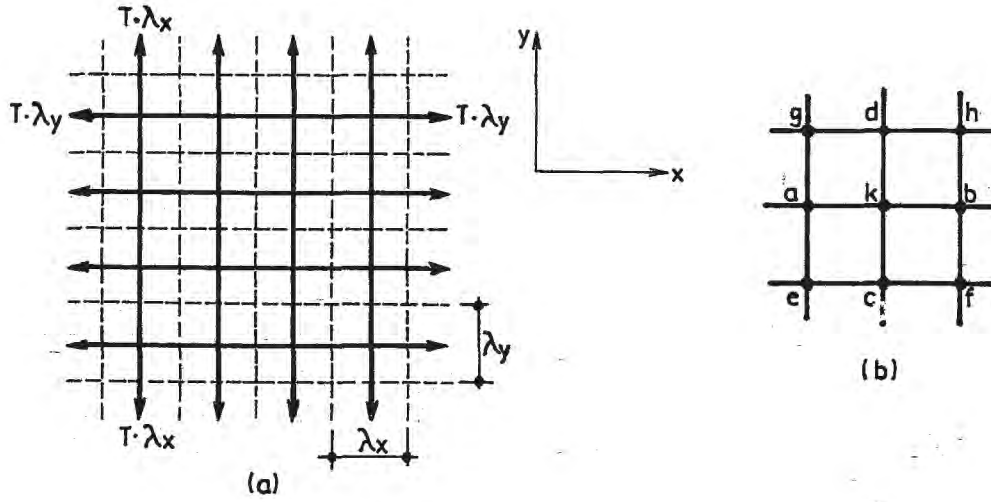
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{p}{T} \dots\dots\dots(1.65)$$

Bu denklem de (1.62) ifadesiyle aynı tarzdadır.

Bu denklemlerden yararlanarak sonlu farklar denklemlerini kurabilmek için aşağıdaki işlemler yapılmalıdır..

Plak önce x ve y eksenlerine paralel olan şeritlere ayrılır. x eksenine paralel olan şeritlerin arasında  $\lambda_y$ , y eksenine paralel olan şeritlerin arasında ise  $\lambda_x$  kadar uzaklık bırakılmıştır. Plağa kendi düzlemi içinde T uniform gerilmelerinin etki ettiği ve Şekil 1.12'de görüldü-

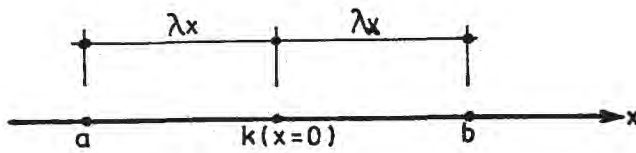
gü gibi bu şeritlerin orta noktalarından bir ağ daha geçtiği kabul edil-



Şekil: 1.12

miştir. Buna göre  $x$  eksenine paralel olan ağda  $H_x = T \cdot \lambda_y$ ,  $y$  eksenine paralel olan ağda ise  $H_y = T \cdot \lambda_x$  kuvvetleri oluşacaktır. Bu sistemin ayrıca kesim noktalarında, burada Şekil 1.12.b'de görüldüğü gibi  $k$  noktası ele alınmış ve bu  $k$  noktasına  $\lambda_x \cdot \lambda_y$  alanından gelen  $p_k$  tekil yükü etkilmiştir.

Şimdi Şekil: 1.12b ve Şekil: 1.13'de gösterilen  $k$  noktası için son-



Şekil: 1.13

lu farklar denklemini yazalım.  $x=0$  daki  $k$  noktasına ait  $x$ 'e bağlı  $w$  fonksiyonu Maclaurin serinine açılırsa [3]:

$$w(x) = w(0) + x \cdot \frac{\partial w(0)}{\partial x} + \frac{x^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 w(0)}{\partial x^2} + \frac{x^3}{6} \cdot \frac{\partial^3 w(0)}{\partial x^3} + \dots (1.66)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade  $b$  ve  $a$  noktaları için aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$\left. \begin{aligned} w_b &= w_k + \lambda_x \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_k + \frac{\lambda^2 x}{2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_k + \frac{\lambda^3 x}{6} \left( \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)_k + \dots \\ w_a &= w_k - \lambda_x \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_k + \frac{\lambda^2 x}{2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_k - \frac{\lambda^3 x}{6} \left( \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right)_k + \dots \end{aligned} \right\} (1.67)$$

$\lambda_x$ 'in ikiden büyük kuvvetlerini ihmal ederek bu iki seriyi toplarsak;

$$w_a + w_b = 2w_k + \lambda_x^2 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_k \dots (1.68)$$

ifadesi bulunur ve sonlu fark yaklaşımı aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_k = \frac{w_a + w_b - 2w_k}{\lambda^2 x} \dots (1.69)$$

Aynı şekilde (1.67) denklemlerinin farkları alınır;

$$\left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_k = \frac{w_b - w_a}{2\lambda_x} \dots (1.70)$$

ifadesi bulunur.

Benzer şekilde  $w$  fonksiyonu  $y$ 'ye bağlı olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$\left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_k = \frac{w_c + w_d - 2w_k}{\lambda_y^2} \dots (1.71)$$

$$\left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_k = \frac{w_d - w_c}{2\lambda_y} \dots (1.72)$$

(1.69) ve (1.71) ifadeleri daha önce elde edilen (1.65) plak denkleminde yerine konur ve plağa etkiyen T kuvvetleri birim olarak ( $T=1$ ) alınır;sa;

$$\frac{2w_k - w_a - w_b}{\lambda^2 x} + \frac{2w_k - w_c - w_d}{\lambda^2 y} = p_k \dots\dots\dots(1.73)$$

ifadesi elde edilir. Şayet  $\lambda_x = \lambda_y = \lambda$  olursa (1.73) denklemi;

$$4w_k - w_a - w_b - w_c - w_d = p_k \cdot \lambda^2 \dots\dots\dots(1.74)$$

şeklını alır.

Benzer şekilde (1.62) denklemleri yazılacak olursa;

$$\left. \begin{aligned} 4M_k - M_a - M_b - M_c - M_d &= p_k \cdot \lambda^2 \\ 4w_k - w_a - w_b - w_c - w_d &= \frac{M_k}{D} \lambda^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.75)$$

denklemleri elde edilir.

Elde edilen bu (1.74) denklemleri her nokta için yazılır ve kurulan denklemlerin çözümünden o noktalara ait moment ve deformasyonlar elde edilir. Burada bulunan bu M moment değerleri ile o noktaya ait  $M_x$  ve  $M_y$  momentleri arasındaki bağıntı (1.61) ifadesi ile verilmişti. Herhangi bir noktaya ait  $M_x$ ,  $M_y$  ve  $M_{xy}$  momentleri, o noktanın ve ona komşu diğer noktaların deformasyonlarına bağlı olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \frac{D}{\lambda^2} [(2w_k - w_a - w_b) + \mu(2w_k - w_c - w_d)] \\ M_y &= \frac{D}{\lambda^2} [(2w_k - w_c - w_d) + \mu(2w_k - w_a - w_b)] \\ M_{xy} &= \frac{D(1-\mu)}{4\lambda^2} [(w_f + w_g) - (w_e + w_h)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.76)$$

Nümerik metodlardan sonlu elemanlar metodu ise bundan sonraki bölümde daha geniş olarak ele alınacaktır.

## 2. SONLU ELEMANLAR METODU:

Bu bölümde nümerik çözüm metodlarından sonlu elemanlar metodu anlatılacaktır. Ayrıca bu çalışmada ele alınan eğilmeye çalışan ince plakların sonlu elemanlar metodu ile yapılan çözümüyle ilgili açıklamalara da yer verilmiştir.

### 2.1. METODUN ÖZELLİKLERİ:

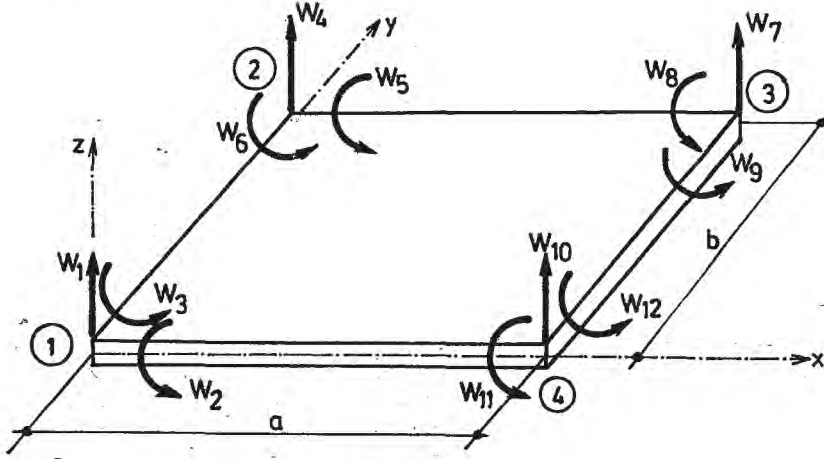
Bilgisayarların oldukça kısa zamanda hız ve kapasitelerinin artmasıyla sonlu elemanlar metodu da buna paralel olarak hızla gelişmiş ve büyük ilgi görmüştür.

Bu metod, çubuk levha, plak ve kabuklardan oluşan yapı sistemlerinin statik ve dinamik yükler altındaki çözümlerinde kullanılır. Sonlu elemanlar metodu taşıyıcı sistemin sonlu sayıda elemanından düğüm noktası olarak adlandırılan noktalarında birbirleriyle bağlantılı olduğu kabulüne dayanır. Özellikle bilinen bu elemanlara ait uygunluk ve denge şartlarından yararlanarak düğüm noktalarındaki deplasman ve kuvvetler hesaplanabilir. Bu metod çubuk sistemlerde kesin sonuç vermesine rağmen, sürekli ortamlarda seçilen eleman tipine ve eleman sayısına bağlı olarak hassasiyeti değişebilir. Ancak bu yaklaşıklık mühendislikte kabul edilebilir hata sınırları içindedir. Ayrıca diğer metodlarla çözümü oldukça zor ve uzun zaman alan sistemler bu metodla kolayca ve kısa bir sürede çözülebilir.

### 2.2. PLAK ELEMANINDAKİ TEMEL BOYÜKLÜKLER:

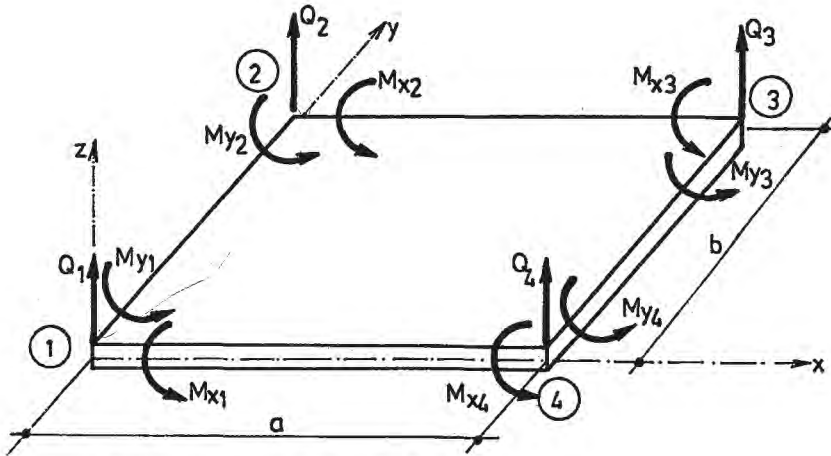
Plak, genel olarak üçgen veya dikdörtgen elemanlara ayrılabilir. Burada konu ile ilgili açıklamalar genel olarak verilecek, ancak bu çalışmada hazırlanan bilgisayar programında dikdörtgen eleman kullanıldığından dolayı gerekli yerlerde dikdörtgen plak elemanı üzerinde açıklamalar yapılacaktır. Şekil 2.1'de plaktan alınan dikdörtgen bir elemanın

eksen takımı, düğüm noktalarının numaraları ve deplasmanları gösterilmiştir (Przemieniecki[7]).



Şekil: 2.1

Elemanın düğüm noktası deplasmanlarının (çökme ve dönmelerinin) pozitif yönleri de yine Şekil 2.1 de belirtilmiştir. Bir elemanın düğüm noktalarındaki deplasmanlarının toplamı elemanın serbestlik derecesini verir. Bu deplasmanlara karşılık düğüm noktalarında Şekil 2.2'de gösterilen iç kuvvetler (momentler dahil) oluşur. Sonlu elemanlar metodunda bilinmeyenler olarak düğüm noktalarındaki deplasmanlar veya kuvvetler alınarak iki şekilde çözüm yapılabilir. Burada uygulama kolaylığı yönünden deplasmanların bilinmeyenler olarak seçildiği "Sonlu Elemanlar Deplasman Metodu" kullanılmıştır. Bu metoda ait temel prensipler aşağıda belirtilmiştir.



Şekil: 2.2

### 2.3. TOPLAM POTANSİYEL ENERJİ:

Ritz metodunda olduğu gibi sonlu elemanlar metodunda da toplam

potansiyel enerjiden yararlanarak çözüme gidilir. Ritz metodunda tüm sistem için yazılan toplam potansiyel enerji sonlu elemanlar metodunda her eleman için ayrı ayrı yazılarak toplanır.

Bir plağın  $p$  yükü altında toplam potansiyel enerjisi (1.51) ve (1.52) ifadeleri yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Pi = \frac{1}{2} D \iint \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\mu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right] dx dy - \iint p \cdot w \cdot dx dy \quad (2.1)$$

(2.1) denkleminin ilk kısmı olan;

$$A_i = \frac{1}{2} D \iint \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\mu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right] dx dy \quad (1.52)$$

plağın iç kuvvetlerinin işini yani plağın şekil değiştirme işini, ikinci kısım;

$$A_a = - \iint p \cdot w \cdot dx dy \quad (2.2)$$

ise plağın dış yükleri altında yaptığı işi gösterir.

(1.52) şekil değiştirme işinin (1.3), (1.4), (1.5) ifadeleri kullanılarak  $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$  cinsinden ve matris formunda

$$\underline{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (2.3)$$

ifadesi yazılırsa;

$$A_i = \frac{1}{2} \iint \underline{\epsilon}^T \underline{E} \underline{\epsilon} \cdot dx dy \quad (2.4)$$

olur. Benzer şekilde dış kuvvetlerin yaptığı işin de matris formunda

ifadesi yazılırsa;

$$A_a = - \iint \underline{p}^T \underline{w} \, dx dy \dots\dots\dots(2.5)$$

olur. Burada  $\underline{E}$  elastisite matrisi olup plakta düzlem gerilme hali için;

$$\underline{E} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.6)$$

ifadesi ile verilmiştir([7], Crockey [8]).  $\underline{w}$  elemanın düğüm noktalarına ait deplasman matrisi olup (2.13) matrisi ile ifade edilmiştir. Elemanın düğüm noktalarına etkiyen dış yük matrisi  $\underline{p}^T$  ise aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\underline{p}^T = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{11}, p_{12}) \dots\dots\dots(2.7)$$

Bu ifadeleri kullanarak toplam potansiyel enerji aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Pi = A_i + A_a = \frac{1}{2} \iint \underline{\epsilon}^T \underline{E} \underline{\epsilon} \, dx dy - \iint \underline{p}^T \underline{w} \, dx dy \dots\dots\dots(2.8)$$

#### 2.4. TOPLAM POTANSİYEL ENERJİNİN MINIMUM OLMA PRENSİBİ:

Elastik bir sistemde geometrik sınır şartlarını sağlayan bütün komşu denge konumları arasında gerçek denge konumu, toplam potansiyel enerjiyi minimum yapan denge konumudur.

Yükleri sabit tutulan dengedeki bir elastik sistemin toplam potansiyel enerjisi  $\Pi$ , deformasyonu  $w$  olduğuna göre, bütün komşu konumlarının potansiyel enerjileri  $\Pi_b$ , deformasyonları da  $\underline{w}_b = \underline{w} + \delta \underline{w}$  şeklinde gösterilir. Şayet burada  $\Pi_b > \Pi$  olduğu gösterilirse gerçek denge konumunda toplam potansiyel enerjinin her zaman minimum olduğu ispatlanmış olur.

Komşu konuma ait şekil değiştirme matrisi;

$$\underline{\varepsilon}_b = \underline{\varepsilon} + \delta \underline{\varepsilon} \quad \dots\dots\dots(2.9)$$

olarak yazılır ve buna bağlı olarak komşu konuma ait toplam potansiyel enerji aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$\begin{aligned} \Pi_b &= \frac{1}{2} \iint (\underline{\varepsilon} + \delta \underline{\varepsilon})^T \underline{E} (\underline{\varepsilon} + \delta \underline{\varepsilon}) dx dy - \iint \underline{p}^T (\underline{w} + \delta \underline{w}) dx dy \\ \Pi_b &= \underbrace{\frac{1}{2} \iint \underline{\varepsilon}^T \underline{E} \underline{\varepsilon} dx dy}_{\Pi} - \underbrace{\iint \underline{p}^T \underline{w} dx dy}_{\delta A_i} + \underbrace{\iint \underline{\varepsilon}^T \underline{E} \delta \underline{\varepsilon} dx dy}_{\delta A_a} - \underbrace{\iint \underline{p}^T \delta \underline{w} dx dy}_{\delta A_a} + \\ &\quad + \underbrace{\frac{1}{2} \iint \delta \underline{\varepsilon}^T \underline{E} \delta \underline{\varepsilon} dx dy}_{\delta^2 \Pi_i} \end{aligned}$$

Buna göre, komşu konuma ait toplam potansiyel enerji;

$$\Pi_b = \Pi + (\delta A_i - \delta A_a) + \delta^2 \Pi_i$$

ifadesi şekline gelir.  $\delta A_i = \delta A_a$  olduğundan bu ifade:

$$\Pi_b = \Pi + \delta^2 \Pi_i \quad \dots\dots\dots(2.10)$$

şeklinde yazılabilir. Burada;

$$\delta^2 \Pi_i = \frac{1}{2} \iint \delta \underline{\varepsilon}^T \underline{E} \delta \underline{\varepsilon} dx dy > 0$$

olduğundan  $\Pi_b > \Pi$  dir. Buna göre gerçek denge konumuna ait toplam potansiyel enerji daima diğer denge konumlarına göre minimumdur. Ghali ve Neville [9].

## 2.5. DEPLASMAN FONKSİYONU:

Sonlu elemanlar metodunda yukarıda belirtilen esaslar dahilinde hesap yapmak için önce elemanın düğüm noktalarında sınır şartlarını sağlayan  $w(x,y)$  deplasman fonksiyonunun seçilmesi gerekir. Tam bir dördüncü derece polinomdan belirli bazı terimleri ihmal edilen ve dikdörtgen bir elemanın serbestlik derecesi kadar  $a_i (i=1,2,\dots,12)$  katsayısına sahip olan  $w(x,y)$  deplasman fonksiyonu aşağıdaki şekilde seçilir. (Zienkiewicz [10])

$$w(x,y) = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y + a_4 \cdot x^2 + a_5 \cdot xy + a_6 \cdot y^2 + a_7 \cdot x^3 + a_8 \cdot x^2 y + a_9 \cdot xy^2 + a_{10} \cdot y^3 + a_{11} \cdot x^3 y + a_{12} \cdot xy^3 \dots\dots\dots(2.11)$$

## 2.6. ELEMAN VE SİSTEM RİJİTLİK MATRİSLERİ:

Sonlu elemanlar metodunda sistemin elemanlara ayrılmasından dolayı problem iki aşamada incelenir.

Önce elemanlar için seçilen deplasman fonksiyonu yardımıyla her elemanın toplam potansiyel enerjisi hesaplanarak elemanın düğüm noktası deplasmanları ile bunların doğrultusundaki iç kuvvetleri bağlayan rijitlik matrisleri bulunur.

İkinci aşamada ise, sistem tüm elemanların toplamından oluştuğundan elemanlara ait toplam potansiyel enerjiler toplanarak sistemin toplam potansiyel enerjisi bulunur. Bu ise elemanların birleştiği düğüm noktalarında uygunluk ve denge şartlarını sağlayacak şekilde yapılır ve bu şekilde sistemin rijitlik matrisi elde edilir.

Denklem (2.8)'e göre  $i$ . plak elemanının toplam potansiyel enerjisi aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$\Pi^i = \frac{1}{2} \iint (\underline{\epsilon}^i)^T \cdot \underline{E}^i \cdot \underline{\epsilon}^i dx dy - (\underline{w}^i)^T \cdot \underline{S}^i \dots\dots\dots(2.12)$$

burada  $\underline{w}^i$   $i$  elemanının düğüm noktalarındaki deplasman vektörünü,  $\underline{S}^i$  ise  $i$  elemanının  $p$  yüzey yüklerine eşdeğer alınarak düğüm noktalarına etki ettirilen ve düğüm noktalarındaki  $w$  deplasmanlarına karşılık gelen kuv-

vet vektörünü ifade eder. Buna bağlı olarak  $-(\underline{w}^i)^T \cdot \underline{S}^i$  ifadesi  $i$  elemanına ait  $\underline{S}^i$  kuvvetlerinin potansiyel enerjisini gösterir.

$$(\underline{w}^i)^T = [w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7, w_8, w_9, w_{10}, w_{11}, w_{12}] \dots \dots \dots (2.13)$$

$$(\underline{S}^i)^T = [M_{x1}, M_{y1}, Q_1, M_{x2}, M_{y2}, Q_2, M_{x3}, M_{y3}, Q_3, M_{x4}, M_{y4}, Q_4] \dots \dots \dots (2.14)$$

(2.3) denklemi ile verilen  $\underline{\epsilon}^i$  deformasyon matrisi  $\underline{w}^i$  deplasman matrisine bağlı olarak;

$$\underline{\epsilon}^i = \underline{B}^i \cdot \underline{w}^i \dots \dots \dots (2.15)$$

ifadesi ile verilebilir. Burada  $\underline{B}^i$  deplasmanları deformasyonlara bağlayan transformasyon matrisidir. Buna göre (2.12) denklemi yeniden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Pi^i = \frac{1}{2} (\underline{w}^i)^T \iint (\underline{B}^i)^T \cdot \underline{E}^i \cdot \underline{B}^i \, dx dy \cdot \underline{w}^i + [-(\underline{w}^i)^T \cdot \underline{S}^i] \dots \dots \dots (2.16)$$

Bu şekile getirilen (2.16) toplam potansiyel enerji denkleminin

$$\underline{k}^i = \iint (\underline{B}^i)^T \cdot \underline{E}^i \cdot \underline{B}^i \, dx dy \dots \dots \dots (2.17)$$

ifadesi ile verilen kısmı  $i$  elemanına ait rijitlik matrisini gösterir.  $\underline{k}^i$  eleman rijitlik matrisine bağlı olarak, (2.16) denklemi tekrar yazılırsa;

$$\Pi^i = \frac{1}{2} (\underline{w}^i)^T \cdot \underline{k}^i \cdot \underline{w}^i - (\underline{w}^i)^T \cdot \underline{S}^i \dots \dots \dots (2.18)$$

toplam potansiyel enerji ifadesi elde edilir.

Paragraf 2.4' de de belirtildiği gibi gerçek denge konumunda toplam potansiyel enerjinin minimum olma prensibinden dolayı;

$$\frac{\partial \Pi^i}{\partial w^i} = 0 \quad \text{\textit{\textless} şartının sağlanması gerekir.}$$

Bu şarta bağlı olarak  $i$  elemanına ait denge denklemi

$$\underline{k}^i \cdot \underline{w}^i = \underline{S}^i \dots\dots\dots(2.19)$$

elde edilir.

Bu paragrafın başında da belirtildiği gibi problem iki aşamalıydı. Bunun ilk aşaması eleman rijitlik matrisinin, ikinci aşaması ise sistem rijitlik matrisinin elde edilmesiyle denge denklemlerinin kurulmasıdır.(2.19) denklemiyle eleman denge denklemi elde edilmişti. Buna göre sistem denge denklemini kurabilmek için, önce sistemde bulunan elemanlara ait potansiyel enerjiler toplanarak sistemin toplam potansiyel enerjisi aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\Pi = \sum_{i=1}^n \Pi^i = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{2} (\underline{w}^i)^T \cdot \underline{k}^i \cdot \underline{w}^i - (\underline{w}^i)^T \cdot \underline{S}^i \right] \dots\dots\dots(2.20)$$

Burada  $n$  sistemdeki eleman sayısını göstermektedir. Elemanlara ait toplam potansiyel enerjiler toplanırken sürekliliğin yani bir noktada birleşen elemanların o noktadaki deplasmanlarının (dönmeler dahil) eşit olması şartının sağlanması gerekir. Buna göre sistemin toplam potansiyel enerjisi yazılırsa;

$$\Pi = \frac{1}{2} \underline{W}^T \cdot \underline{K} \cdot \underline{W} - \underline{W}^T \underline{P} \dots\dots\dots(2.21)$$

ifadesi elde edilir. Burada,  $\underline{W}$  sistemin düğüm noktalarına ait deplasman matrisi,  $\underline{K}$  sistemin rijitlik matrisi,  $\underline{P}$  ise sistemin düğüm noktalarına etkiyen dış kuvvetlere ait yük matrisini gösterir.

Yine gerçek denge konumunda toplam potansiyel enerjinin minimum olma prensibinden dolayı;

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \underline{W}} = 0 \quad \text{şartının sağlanması gerekir.}$$

Bu şarta bağlı olarak sisteme ait denge denklemi;

$$\underline{K} \cdot \underline{W} = \underline{P} \dots\dots\dots(2.22)$$

elde edilir.

## 2.7. SİSTEMİN SINIR ŞARTLARININ DİKKATE ALINMASI:

Sistemin bazı düğüm noktalarının deplasmanları önlenmiş yani mesnetlenmiş veya bazı düğüm noktalarına bilinen deplasmanlar verilmiş olabilir. Bu durumda, bilinen sınır şartları  $\underline{W}$  deplasman matrisine ve buna bağlı olarak  $\underline{K}$  rijitlik matrisine işlenir. Bu işlem belirli bazı matris işlemleri ile kolayca yapılabilir.

## 2.8. DENGE DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ:

Gerekli sınır şartları sisteme işlendikten sonra, (2.22) denklem sisteminin çözümü yapılarak plağın düğüm noktalarına ait deplasmanlar bulunur. Bulunan bu  $\underline{W}$  deplasmanlarından elemanların düğüm noktalarında oluşan  $\underline{S}$  kuvvetleri (2.19) denklemi kullanılarak elde edilir. Bu şekilde sonlu elemanlar metoduyla sistemin çözümü tamamlanmış olur.

## 2.9. EĞİLMEYE ÇALIŞAN BİR PLAĞIN SONLU ELEMANLAR DEPLASMAN METODUNA GÖRE ÇÖZÜMÜ:

Bu çalışmada eğilmeye çalışan plak probleminin çözümü sonlu elemanlar deplasman metoduna göre hazırlanan bir bilgisayar programı ile yapılmıştır. Bu programın yapılmasında, plağın eleman ve düğüm noktaları numaralarının koordinatlarının ve plak kalınlığı ile malzeme özelliklerinin programa işlenmesinde hazır paket programlardan yararlanılmıştır. Programın daha sonraki kısımlarında yapılan deplasman fonksiyonu seçimi, eleman ve sistem rijitlik matrislerinin kurulması, sınır şartlarının işlenerek denklem sisteminin çözümlerinde ise aşağıdaki şekilde çalışma yapılmıştır.

### 2.9.1. ELEMAN DEPLASMAN FONKSİYONU:

Elemanlara ayrılmış plağın özellikleri programda tariflendikten sonra eleman rijitlik matrislerinin kurulması gerekir. Bunun için de önce Şekil 2.1'deki elemana uygun  $w(x,y)$  deplasman fonksiyonu seçilmelidir. Bu deplasman fonksiyonu da çeşitli literatürlerden ([7], [10]), denklem (2.11) de verildiği gibi alınmıştır:

$$w(x,y) = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 \cdot y^2 + a_7 x^3 + a_8 x^2 y + a_9 xy^2 + a_{10} y^3 + a_{11} x^3 y + a_{12} xy^3 \dots\dots\dots(2.11)$$

Bu fonksiyonun  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}$  katsayıları dikdörtgen elemanın düğüm noktalarındaki sınır şartlarından yararlanarak kurulan denklem sisteminin çözümünden elde edilir. Örneğin, Şekil 2.1'de 2 düğüm noktasının ( $x=0$ ,  $y=b$ ) z eksenini doğrultusundaki çökmesi  $w_4$ , x eksenini etrafındaki dönmesi  $w_5$  ve y eksenini etrafındaki dönmesi  $w_6$  deplasmanları için,

$$\left. \begin{aligned} w_4 &= a_1 + a_3 \cdot b + a_6 b^2 + a_{10} \cdot b^3 \dots\dots\dots \\ w_5 &= \frac{\partial w(x,y)}{\partial y} = a_3 + 2a_6 \cdot b + 3a_{10} b^2 \dots\dots\dots \\ w_6 &= \frac{\partial w(x,y)}{\partial x} = a_2 + a_5 b + a_9 b^2 + a_{12} b^3 \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (2.23)$$

ifadeleri yazılabilir. Elemanın diğer noktaları içinde benzer şekilde denklem sistemleri kurulur ve bu denklem sisteminin çözümünden  $a_1, a_2, \dots, a_{12}$  katsayıları aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\underline{a}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 - \xi\eta - (3 - 2\xi)\xi^2(1 - \eta) - (1 - \xi)(3 - 2\eta)\eta^2 \\ 2 & (1 - \xi)\eta(1 - \eta)^2 b \\ 3 & -\xi(1 - \xi)^2(1 - \eta)a \\ 4 & (1 - \xi)(3 - 2\eta)\eta^2 + \xi(1 - \xi)(1 - 2\xi)\eta \\ 5 & -(1 - \xi)(1 - \eta)\eta^2 b \\ 6 & -\xi(1 - \xi)^2 \eta a \\ 7 & (3 - 2\xi)\xi^2 \eta - \xi\eta(1 - \eta)(1 - 2\eta) \\ 8 & -\xi(1 - \eta)\eta^2 b \\ 9 & (1 - \xi)\xi^2 \eta a \\ 10 & (3 - 2\xi)\xi^2(1 - \eta) + \xi\eta(1 - \eta)(1 - 2\eta) \\ 11 & \xi\eta(1 - \eta)^2 b \\ 12 & (1 - \xi)\xi^2(1 - \eta)a \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.24)$$

Burada;

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{x}{a} \\ \eta &= \frac{y}{b} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.25)$$

olarak alınmıştır. Buna göre elemanın düğüm noktalarında sınır şartlarını sağlayan deplasman fonksiyonu;

$$w(x,y) = \underline{a} \cdot \underline{w} \dots\dots\dots(2.26)$$

ifadesi ile elde edilir. Deplasmanları deformasyonlara bağlayan B transformasyon matrisi ise (Coates, Coutie ve Kong [11]) ;

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \cdot \underline{a} \dots\dots\dots(2.27)$$

ifadesiyle hesaplanır. Burada a matrisi (2.24) ifadesiyle verilmişti. a,  $\eta$  ve  $\xi$ ' ye bağlı olduğundan türev işlemini yapabilmek için  $\eta$  ve  $\xi$ 'ye göre gerekli değişken dönüşümlerinin yapılması gerekir. Buna göre B transformasyon matrisi;

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} -\frac{z}{a^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ -\frac{z}{b^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \\ -2 \frac{z}{ab} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \end{bmatrix} \cdot \underline{a} \dots\dots\dots(2.28)$$

ifadesi şekline dönüşür. (2.28) ile belirlenen işlemler yapıldığında  $\underline{B}$  transformasyon matrisi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\underline{B}^T = \begin{bmatrix} 1 & (1-2\xi)(1-n) \frac{6z}{a^2} & (1-\xi)(1-2n) \frac{6z}{b^2} & [1-6\xi(1-\xi)-6n(1-n)] \frac{2z}{ab} \\ 2 & 0 & (1-\xi)(2-3n) \frac{2z}{b} & (1-4n-3n^2) \frac{2z}{a} \\ 3 & -(2-3\xi)(1-n) \frac{2z}{a} & 0 & -(1-4\xi+3\xi^2) \frac{2z}{b} \\ 4 & (1-2\xi)n \frac{6z}{a^2} & -(1-\xi)(1-2n) \frac{6z}{b^2} & [-1+6\xi(1-\xi)+6n(1-n)] \frac{2z}{ab} \\ 5 & 0 & (1-\xi)(1-3n) \frac{2z}{b} & -n(2-3n) \frac{2z}{a} \\ 6 & -(2-3\xi)n \frac{2z}{a} & 0 & (1-4\xi+3\xi^2) \frac{2z}{b} \\ 7 & -(1-2\xi)n \frac{6z}{a^2} & -\xi(1-2n) \frac{6z}{b^2} & [1-6\xi(1-\xi)-6n(1-n)] \frac{2z}{ab} \\ 8 & 0 & \xi(1-3n) \frac{2z}{b} & n(2-3n) \frac{2z}{a} \\ 9 & -(1-3\xi)n \frac{2z}{a} & 0 & -\xi(2-3\xi) \frac{2z}{b} \\ 10 & -(1-2\xi)(1-n) \frac{6z}{a^2} & \xi(1-2n) \frac{6z}{b^2} & [-1+6\xi(1-\xi)+6n(1-n)] \frac{2z}{ab} \\ 11 & 0 & \xi(2-3n) \frac{2z}{b} & -(1-4n+3n^2) \frac{2z}{a} \\ 12 & -(1-3\xi)(1-n) \frac{2z}{a} & 0 & \xi(2-3\xi) \frac{2z}{b} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

### 2.9.2. ELEMEN RİJİTLİK MATRİSİ:

Daha önceki bölümlerde (2.6) bağıntısı ile verilen eğilmeye çalışılan bir plakta düzlem gerilme hali için elastisite matrisi;

$$\underline{E} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.6)$$

ile (2.29)  $\underline{B}$  transformasyon matrislerinin

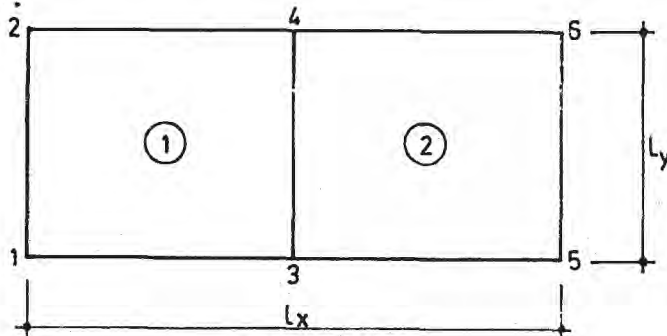
$$\underline{k}^i = \iint (\underline{B}^i)^T \cdot \underline{E}^i \cdot (\underline{B}^i) dx dy \dots\dots\dots(2.17)$$

eleman rijitlik matrisinde yerlerine konup ve gerekli matris çarpımları yapıldıktan sonra, bu ifadenin x ve y'ye göre entegrali alınırsa i elemanına ait  $\underline{k}^i$  rijitlik matrisi kurulmuş olur.

Bu şekilde elde edilen  $\underline{k}^i$  eleman rijitlik matrisi, Ek-3'deki program içinde verilmiştir.

### 2.9.3. SİSTEM RİJİTLİK MATRİSİ:

$\underline{k}^i$  eleman rijitlik matrisleri kurulduktan sonra bu matrisler  $\underline{K}$  sistem rijitlik matrisi üzerine, sistemdeki uygunluk ve denge şartlarını sağlayacak şekilde yerleştirilir. Burada elemanların ortak düğüm noktalarına ait rijitlik katsayıları aynı alt matrislerde toplanarak  $\underline{K}$  sistem rijitlik matrisine yerleştirilir. Bu işlem, Şekil: 2.3'de eleman ve düğüm noktası numaraları verilen iki elemanlı bir plak sistemi üzerinde aşağıdaki gibi açıklanabilir.



Şekil: 2.3

Bu elemanlara ait eleman rijitlik matrisleri (2.30) ve (2.31) ifadeleri ile verilmiştir

$$\underline{k}^1 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & \underline{k}_{11}^1 & \underline{k}_{12}^1 & \underline{k}_{13}^1 & \underline{k}_{14}^1 \\ 2 & \underline{k}_{21}^1 & \underline{k}_{22}^1 & \underline{k}_{23}^1 & \underline{k}_{24}^1 \\ 4 & \underline{k}_{31}^1 & \underline{k}_{32}^1 & \underline{k}_{33}^1 & \underline{k}_{34}^1 \\ 3 & \underline{k}_{41}^1 & \underline{k}_{42}^1 & \underline{k}_{43}^1 & \underline{k}_{44}^1 \end{array} \\ \dots\dots(2.30) \end{array} \quad \underline{k}^2 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 3 & 4 & 6 & 5 \\ 3 & \underline{k}_{11}^2 & \underline{k}_{12}^2 & \underline{k}_{13}^2 & \underline{k}_{14}^2 \\ 4 & \underline{k}_{21}^2 & \underline{k}_{22}^2 & \underline{k}_{23}^2 & \underline{k}_{24}^2 \\ 6 & \underline{k}_{31}^2 & \underline{k}_{32}^2 & \underline{k}_{33}^2 & \underline{k}_{34}^2 \\ 5 & \underline{k}_{41}^2 & \underline{k}_{42}^2 & \underline{k}_{43}^2 & \underline{k}_{44}^2 \end{array} \\ (2.31) \end{array}$$

Burada  $\underline{k}_{11}^1, \underline{k}_{12}^1, \dots, \underline{k}_{44}^1$  3x3 boyutunda alt matrisleri ifade eder. Bu alt matrisler, sistemdeki uygunluk ve denge şartlarını sağlayacak şekilde  $\underline{K}$  sistem rijitlik matrisine (2.32) ifadesinde olduğu gibi yerleştirilir. Burada da görüleceği gibi 3 ve 4 düğüm noktaları 1 ve 2 elemanları:

$$\underline{K} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & \underline{k}_{11}^1 & \underline{k}_{12}^1 & \underline{k}_{14}^1 & \underline{k}_{13}^1 & 0 & 0 \\ 2 & \underline{k}_{21}^1 & \underline{k}_{22}^1 & \underline{k}_{24}^1 & \underline{k}_{23}^1 & 0 & 0 \\ 3 & \underline{k}_{41}^1 & \underline{k}_{42}^1 & \underline{k}_{44}^1 + \underline{k}_{11}^2 & \underline{k}_{43}^1 + \underline{k}_{12}^2 & \underline{k}_{14}^2 & \underline{k}_{13}^2 \\ 4 & \underline{k}_{31}^1 & \underline{k}_{32}^1 & \underline{k}_{34}^1 + \underline{k}_{21}^2 & \underline{k}_{33}^1 + \underline{k}_{22}^2 & \underline{k}_{24}^2 & \underline{k}_{23}^2 \\ 5 & 0 & 0 & \underline{k}_{41}^2 & \underline{k}_{42}^2 & \underline{k}_{44}^2 & \underline{k}_{43}^2 \\ 6 & 0 & 0 & \underline{k}_{31}^2 & \underline{k}_{32}^2 & \underline{k}_{34}^2 & \underline{k}_{33}^2 \end{array} \\ (2.32) \end{array}$$

nın ortak noktaları olduğundan bu noktalarda her iki elemandan da terimler alınarak sistemdeki uygunluk ve denge şartları sağlanmış olur.

#### 2.9.4. DEPLASMANLARIN HESAPLANMASI:

Problemdeki gerekli sınır şartları  $\underline{K}$  rijitlik matrisi ile  $\underline{W}$  deplasman matrisine işlendikten ve sistemin düğüm noktalarına etkiyen dış kuvvetlerin oluşturduğu  $\underline{P}$  matrisi de kurulduktan sonra;

$$\underline{K} \cdot \underline{W} = \underline{P} \quad \dots\dots\dots(2.22)$$

denklemin çözümünden sistemin düğüm noktalarına ait deplasmanları veren  $\underline{W}$  matrisi elde edilir.

Elde edilen bu deplasmanlardan yararlanarak her elemanın düğüm noktalarında oluşacak  $\underline{S}^i$  kuvveleri

$$\underline{S}^i = \underline{k}^i \cdot \underline{w}^i \quad \dots\dots\dots(2.19)$$

ifadesiyle elde edilir. Bu şekilde plak sisteminin çözümü elde edilmiş olur.

Bu çalışmada kullanılan bilgisayar programının genel hali Ek-3'de verilmiştir.

### 3. KIRIŞSIZ SİSTEMLERİN EŞDEĞER ÇERÇEVE METODU İLE ÇÖZÜMÜ İÇİN YAPILAN ARAŞTIRMALAR VE BAZI YÖNETMELİKLER:

Kirişsiz sistemler adından da anlaşılacağı gibi arada kirişler olmadan doğrudan doğruya kolonlara oturan ve kolonlarla birlikte eğilmeye çalışan plak sistemlerdir.

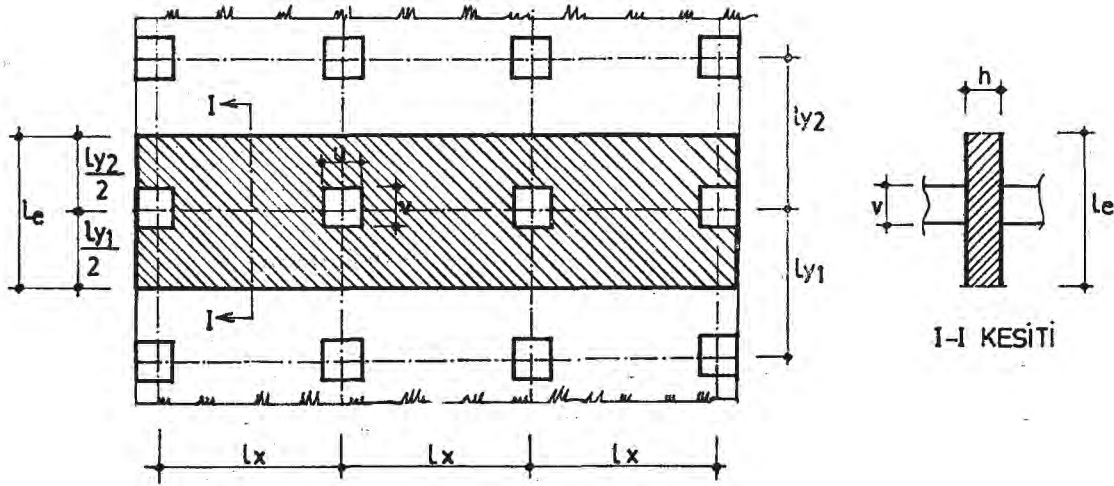
Kirişsiz sistemler genellikle yapıda düz bir tavan elde edilmesi istendiğinde uygun olurlar. Ayrıca kalıp, demir ve beton işçiliği kirişli döşemelere göre daha basittir. Bu konuda, Tezcan [12] 10 katlı bir yapıyı kirişli ve kirişsiz olarak ayrı ayrı çözümler yaparak kaba inşaat maliyetlerini karşılaştırmıştır. Amerikan ACI 318 - 63 [13] şartnamesine göre çözümü yapılan kirişsiz sistemle, kirişli sistemin kaba inşaat maliyetleri bulunmuş ve buna göre Tezcan [12] kirişsiz sistemlerin, kirişli sistemlere göre kaba inşaat maliyeti açısından yaklaşık % 30 ekonomi sağlayabileceğini göstermiştir.

Bu tür sistemlerin yatay ve düşey yükler altındaki çözümleri için değişik çözüm metodları geliştirilmiş ve bunlarla ilgili yönetmelikler çıkarılmıştır. Genellikle yatay yükler etkisi altında kirişsiz döşemeli sistemler hesaplanan eşdeğer döşeme veya kolon yardımıyla eşdeğer bir çerçevenin çözümüne dönüştürülür.

#### 3.1. T.S. 500 ve ACI'DE KIRIŞSIZ DÖŞEMELİ SİSTEMLERİN ÇÖZÜMLERİ İLE İLGİLİ ŞARTLAR:

T.S. 500 [14] "Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları" şartnamesinde eşdeğer çerçeve için aşağıdaki kurallar verilmiştir.

Eşdeğer çerçevede kullanılacak döşeme etkili genişliği kolon (veya perde) aksının iki tarafındaki döşeme açıklık ortaları arasındaki uzaklık olarak tarif edilir. Kenar çerçeveler için bu genişlik, kenardan döşeme açıklık ortasına kadar olan uzaklıktır (Şekil: 3.1).

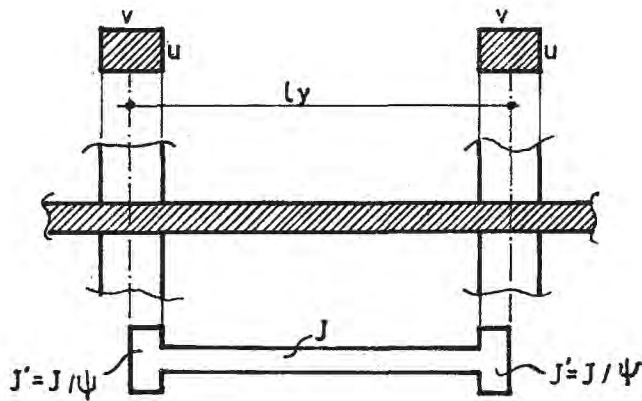


Şekil: 3.1

Yukarıda tanımlanan eşdeğer çerçeve, öngörülen tüm yükleri o yönde taşıdığı kabul edilerek hesaplanmalıdır. Buna göre kolon (veya perde), varsa kolon başlıkları dışında kalan döşemenin atalet momenti brüt beton kesitine göre hesaplanmalıdır. Kolon (veya perde) aksı ile kolon (veya perde) yüzü arasında kalan döşeme parçasının atalet momenti;

$$\psi = \left(1 - \frac{v}{l_e}\right)^2 \dots\dots\dots(3.1)$$

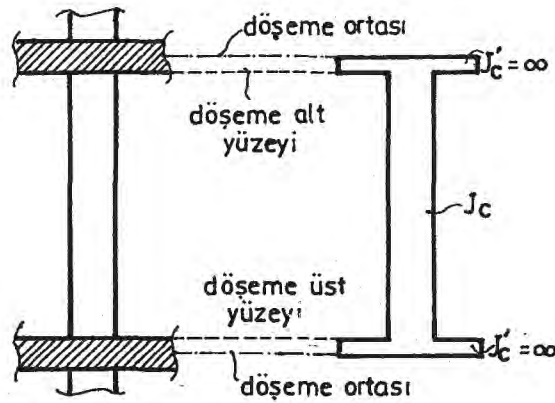
ifadesine bölünerek bulunmalıdır. (Şekil: 3.2) Burada v kolonun  $l_e$  de eşdeğer çerçevenin genişliğini gösterir. Kolonların eğilme rijitlikleri ise,



Şekil: 3.2

Şekil: 3.3'de görüldüğü gibi altta döşeme üstünden, yukarıda döşeme veya varsa başlık alt yüzeyine kadar olan kolon parçasının  $J_c$  atalet momenti

kolon brüt beton kesitine göre hesaplanmalıdır. Üstte, döşeme veya varsa ko-



Şekil: 3.3

lon başlığı alt yüzeyinden döşeme ortasına kadar olan kolon parçasının atalet momenti sonsuz alınmalıdır. Benzer şekilde alt döşeme ortasından döşeme üstüne kadar olan kolon parçasının atalet momenti de sonsuz kabul edilmelidir.

Çerçeveye dik yönde kolona saplanan döşemenin burulma rijitliğinin kolon eğilme rijitliğine etkileri de dikkate alınmalıdır. Burulma elemanlarını da içeren kolon eşdeğer eğilme rijitliği  $K_{ec}$  aşağıdaki bağıntıdan hesaplanabilir.

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{\sum K_t} \dots\dots\dots(3.2)$$

Burada,  $\sum K_c$  alt ve üstteki kolonların gerçek eğilme rijitlikleri toplamını,  $\sum K_t$  çerçeveye dik yönde kolona saplanan döşemelerin burulma rijitlikleri toplamıdır.

Çerçeveye dik yönde kolona saplanan elemanların burulma rijitliği hesabında aşağıdaki iki durumdan büyük olanı burulma elemanının genişliği olarak alınmalıdır.

Birinci durumda, kolonun veya varsa kolon başlığının çerçeve yönündeki boyutu, ikinci durumda ise çerçeveye dik yönde kolona saplanan döşemenin tabla genişliği, burada tabla genişliği her iki tarafta da ayrı ayrı döşeme kalınlığının dört katını geçmemelidir.

Çerçeveye dik yönde kolona saptanan döşemenin burulma rijitliği aşağıdaki bağıntıdan hesaplanabilir;

$$\sum K_t = \sum \frac{9.E.c}{l_e(1 - \frac{v}{l_e})^3} \dots\dots\dots(3.3)$$

Burada c katsayısı aşağıdaki ifadeden hesaplanır.Bu ifadede kesit kısa kenarı x, uzun kenarı y olan dikdörtgenlere bölünmelidir.

$$c = \sum (1 - 0,6 \frac{x}{y}) (\frac{x^3 y}{3}) \dots\dots\dots(3.4)$$

Şayet çerçevenin her iki tarafındaki döşeme kalınlıkları birbirine eşit ise c katsayısı,  $l_e$  eşdeğer çerçeve genişliğine ve h döşeme kalınlığına bağlı olarak;

$$c = (1 - 0,6 \frac{h}{l_e}) (\frac{h^3 l_e}{3}) \dots\dots\dots(3.5)$$

ifadesiyle verilebilir.

Ersoy ve Atımtay [15] da Amerikan ACI 318-71 şartnamesinde eşdeğer çerçeve için çerçeve yatay elemanları olarak, genişliği döşeme ortasından, döşeme ortasına uzanan şeritlerin, kenar kolonların oluşturduğu eşdeğer çerçevelerde ise kenar döşemenin ortasına kadar olan şeritlerin kabul edildiğini, ayrıca çerçeve kolonu (veya perde) rijitliği hesaplanırken çerçeveye dik yönde kolona saptanan döşeme şeritinin burulma rijitliklerinin dikkate alındığını belirtmişlerdir.Bu hesaplar için (3.1), (3.2),(3.3),(3.4) ve (3.5) denklemleri aynen kullanılabilir. Referans [15] de ayrıca 1971 Amerikan ACI şartnamesine uygun olarak kisissiz döşemelerin minimum kalınlığı için aşağıdaki bağıntı verilmiştir.

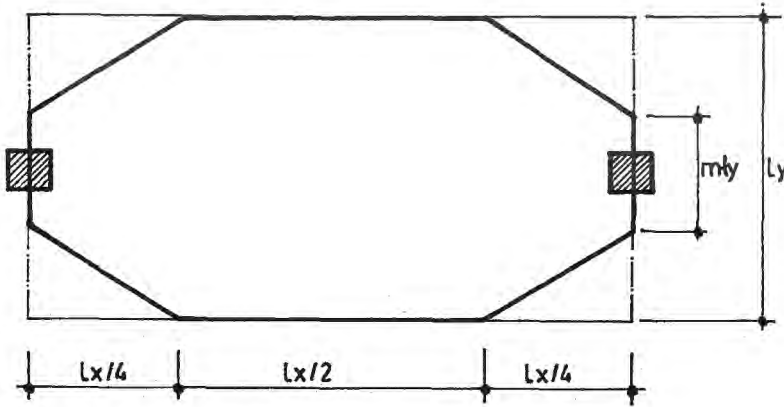
$$h_{min} = \frac{l_{us} (800 + 0,07 \alpha_a)}{36000} \dots\dots\dots(3.6)$$

Burada,  $l_{us}$  uzun kenar doğrultusunda serbest açıklık,  $\alpha_a$  ise donatının akma gerilmesidir. Ayrıca ACI ve Çetmeli [16] de Din 1045, 1978 Alman Betonarme Şartnamesinde  $h_{min} \geq 15$  cm. olması gerektiği de belirtilmiştir.

Konu ile ilgili yönetmelikleri bu şekilde ifade ettikten sonra bu konudaki çalışmalara yer verilmiştir.

### 3.2. KONU İLE İLGİLİ ÇALIŞMALAR:

Genellikle eşdeğer çerçeve yöntemi ile çözülen kirişsiz sistemlerde döşeme etkili genişliğinin belirlenmesi amaçlanır. Etkili genişliğin belirlenmesi için bir çok çalışma yapılmıştır. Bunlardan Tankut [17], [18] kirişsiz sistemlerin çeşitli yatay ve düşey yükler altındaki davranışını büyük ölçekli modeller üzerinde incelemiş ve bu deneysel çalışmalar sonucunda kirişsiz döşemelerin etkili genişlikleri aşağıdaki şekilde verilmiştir. Şekil 3.4'de görüldüğü gibi değişken kesitli kiriş kavramı getirilmiş ve etkili genişlik, açıklık ortasında tüm genişliğe eşit, kolonun yanlarında ise tüm genişliğin bir katsayıyla çarpımı olarak belirlen-



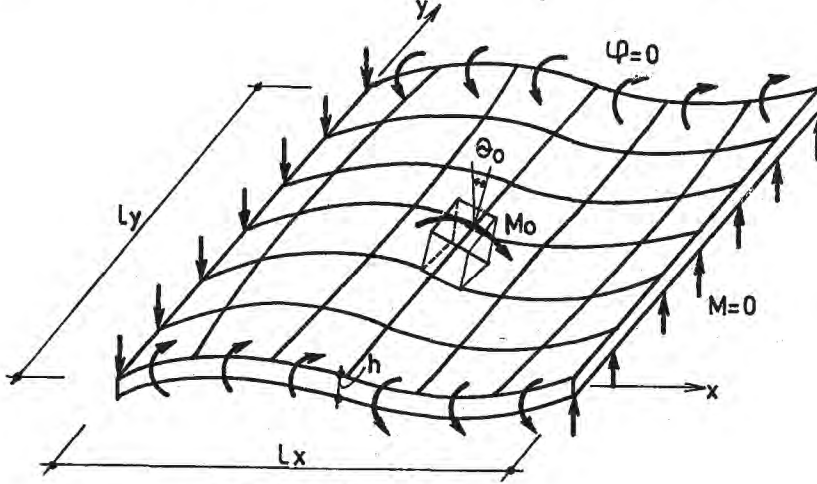
Şekil: 3.4

miştir.  $m$  ile gösterilen bu katsayı [17] deki deney şartlarına göre kare bir döşeme için kenar çerçevelerde  $1/5$ , iç çerçevelerde  $1/4$  olarak verilmiştir.

Fakat yazarın da belirttiği gibi sınırlı sayıda deney üzerinde çalışıldığından bu bilgiler ancak bir fikir olarak ortaya konmuştur.

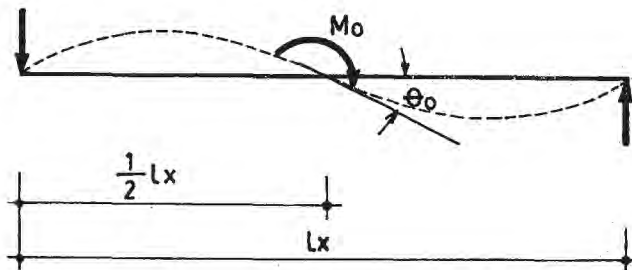
Konu ile ilgili diğer çalışmalar, birbirleriyle olan yakınlıklarına göre gruplanarak aşağıdaki şekilde sıralanabilir.

Khan ve Sbarounis [19] daki çalışmalarında Şekil 3.5'de gösterilen momentin etkidiği yöne dik dönme eksenleri ve momentin etkidiği yöne paralel açıklık ortası eksenleriyle sınırlandırılmış ideal bir döşeme - kolon elemanı ele almışlardır. Bu elemanın dönme eksenleri boyunca momentlerinin



Şekil: 3.5

sıfır olduğu ve bu uygulanan momente paralel diğer iki kenarında ise mesnetlenmediği ancak kenarlarda sıfır dönme yaratacak değişken yapı bir moment bulunduğu kabul edilmiştir. Daha sonra bu sistem, yükseklikleridöşeme kalınlığı olan  $h$ 'ye, genişlikleri ise  $l_x/6$  veya  $l_y/6$ 'ya eşit kesişen altışar kirişe bölünmüştür. Kirişlerin atalet momenti,  $b' = l_x/6$  veya  $l_y/6$  olmak üzere  $b' h^3/12$  olarak alınmıştır. Kirişlerin kesim noktalarında  $M_0$  momentinin meydana getirdiği çökme ve dönmeler kesişen kirişlerin eğilme ve burulma rijitlikleri dikkate alınarak hesaplanmış ve  $M_0$  momentinin etkidiği noktadaki  $\theta_0$  dönmesi, döşeme ile aynı atalet momentine ( $J = 1/12 l_y h^3$ ) sahip kirişin dönmesi ile karşılaştırılmıştır. Açıklık ortasından etkiyen



Şekil: 3.6

$M_0$  momentine maruz bir kiriş (Şekil: 3,6) için moment dönme ilişkisi:

$$\frac{M_0}{\theta_0} = 12 \frac{EJ}{l_x} = \frac{E \cdot l_y \cdot h^3}{l_x} \dots\dots\dots(3.7)$$

ifadesi ile verilmiştir. Döşeme için de benzer bir ifade,

$$\frac{M_0}{\theta_0} = K_0 \left( \frac{EJ}{l_x} \right) = \left( \frac{K_0}{12} \right) \left( \frac{E l_y \cdot h^3}{l_x} \right) \dots\dots\dots(3.8)$$

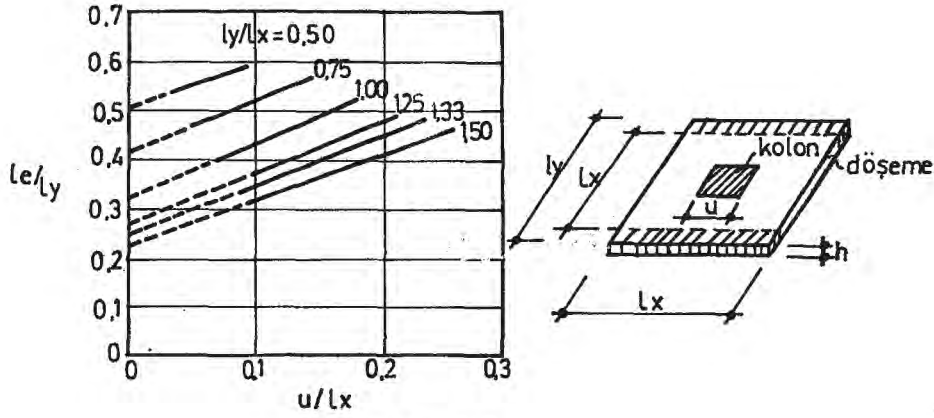
bağıntısı şeklinde yazılabilir. Burada  $K_0$  değeri Tablo: 3.1 de gösterildiği gibi  $l_y/l_x$  oranına bağlı olarak değişen bir katsayıdır. Tablo: 3.1'in son satırı olan  $K_0/12$ ,  $l_y$  genişliği ile çarpıldığında çerçeve hesapların-

|           |       |       |       |       |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| $l_y/l_x$ | 0     | 0,50  | 1,00  | 1,50  |
| $K_0$     | 12    | 7,87  | 5,26  | 3,92  |
| $K_0/12$  | 1,000 | 0,656 | 0,438 | 0,326 |

TABLO: 3.1

da kiriş için kullanılacak etkili genişlik,  $l_e$ 'yi verecektir.

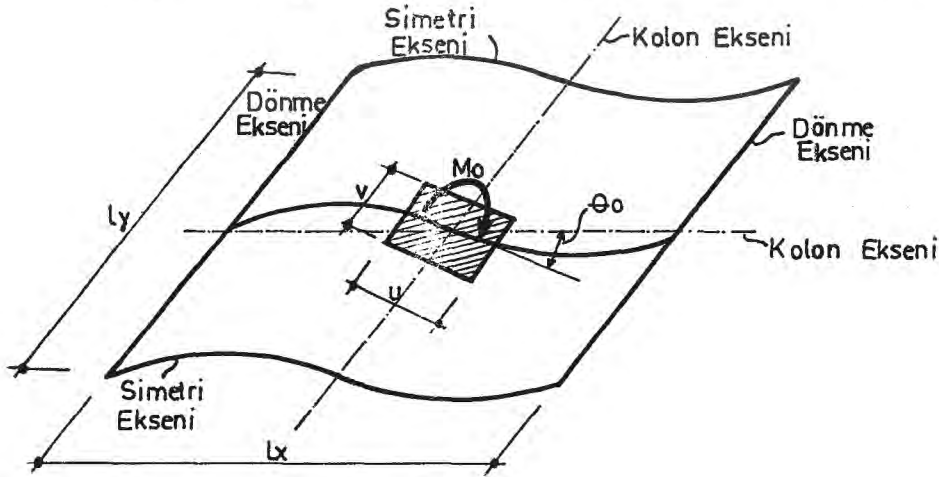
$l_e$  etkili genişliği için,  $l_y/l_x$  oranından başka kolon boyutlarının döşeme boyutlarına olan oranı da önemlidir. Referans [19] da kolon boyutlarının etkisini de içine alan deneysel bir çalışma da yapılmıştır. Bu çalışmanın sonucu Şekil: 3.7 de gösterilmiştir.



Şekil: 3.7

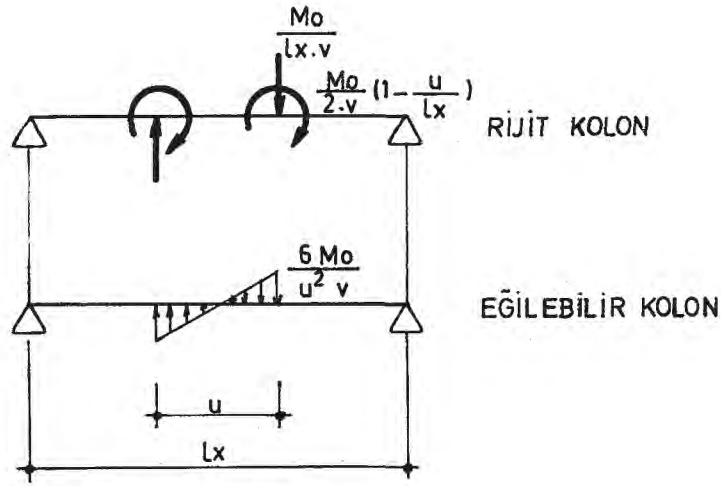
Burada deneysel sonuçlar, yaklaşık olarak hesaplanan değerlerden % 15 daha azdır. Bunun nedeni sınır şartlarındaki farklılık ve yaklaşık hesaplardaki kabuller olabilir.

Pecknold [20] da önceki çalışmada olduğu gibi bir kolon-döşeme sistemi üzerinde çalışma yapmıştır. Yazar [20] de izotrop malzeme, [21]de ise ortotrop malzemedен oluşan döşemelerin etkili genişliklerini araştırmıştır. İzotrop malzeme üzerinde yaptığı çalışmada Şekil 3.8'de görüldüğü gibi kolon bölgesinde uygulanan  $M_0$  momentine dik doğrultulardaki dönme eksenleri



Şekil: 3.8

ve moment paralel simetri eksenleri ile sınırlandırılmış bir kolon-döşeme elemanı almıştır. Kolonun rijit veya eğilebilir olduğu kabulüne göre momentin kolon bölgesinde oluşturabileceği yükler Şekil 3.9'da gösterilmiştir. Pecknold burada rijit kolondaki yük dağılımını kullanmış ve moment uygulanan kolon eksenindeki döşemenin dönmesi  $\theta_0$ 'ı aynı momente maruz



Şekil: 3.9

bir kiriş dönmesine eşitleyerek, döşeme etkili genişliği  $l_e$ 'yi aşağıdaki ifadeden elde etmiştir;

$$\frac{l_e}{l_y} = \frac{\frac{1}{1-u^2} \cdot \frac{v}{l_y}}{[f_B + 6 \sum_{m=1}^{\infty} (\frac{1}{m\pi})^3 Q_m \cdot A_k]} \dots \dots \dots (3.9)$$

Peckrold [21]de ortotrop döşemeler için, aynı şekilde aşağıdaki ifadeyi vermiştir:

$$\frac{l_e}{l_y} = \frac{\frac{v}{l_y}}{[f_B + 6 \sum_{m=1}^{\infty} (\frac{1}{m\pi})^3 Q_m \cdot A_k]} \dots \dots \dots (3.10)$$

Burada, izotrop malzeme için;

$$A_k = \frac{\alpha_m \cdot \text{Sinh} \bar{\alpha}_m - \text{Sinh} \alpha_m [2 \cdot \text{Sinh} (\alpha_m - \bar{\alpha}_m) + \bar{\alpha}_m \text{Cosh} (\alpha_m - \bar{\alpha}_m)]}{2 \cdot \text{Sinh}^2 \alpha_m} \dots \dots (3.11)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_m &= \frac{m\pi l_y}{l_x} \\ \bar{\alpha}_m &= \frac{m\pi \cdot v}{l_x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.12)$$

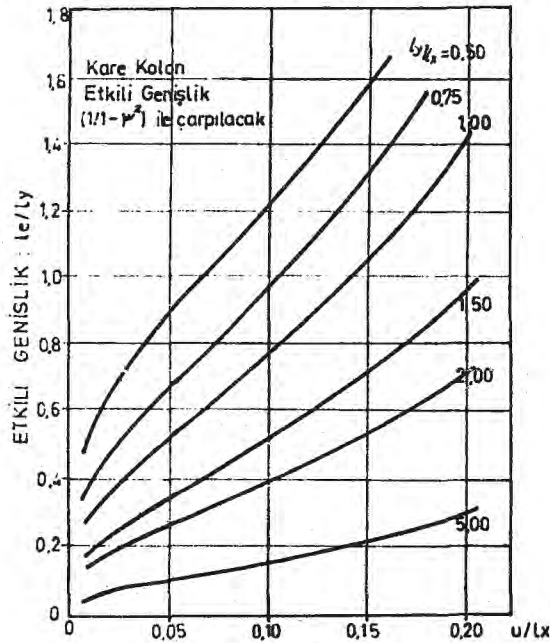
şeklinde ifade edilmiştir.  $Q_m$  yük dağılımı için Fourier katsayısı olup rijit kolon için aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$Q_m = \sin \frac{m\pi u}{l_x} + \left(1 - \frac{u}{l_x}\right) m\pi \cdot \cos \frac{m\pi u}{l_x} \dots\dots\dots(3.13)$$

$f_B$  ise kolonun etkisinden dolayı kirişin dönmesini azaltıcı bir katsayı olup, rijit kolon için,

$$f_B = \left(1 - \frac{u}{l_x}\right)^3 \dots\dots\dots(3.14)$$

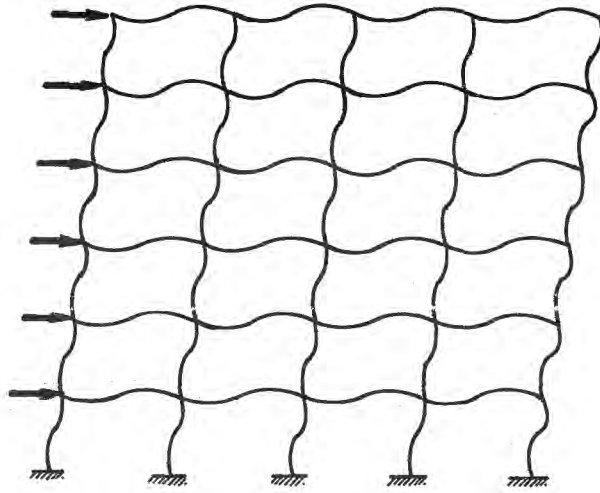
ifadesi ile verilmiştir. Pecknold [20]'un yaptığı bu hesaplardan elde ettiği sonuçlar Şekil 3.10 daki grafik üzerinde gösterilmiştir.



Şekil: 3.10

Pecknold yaptığı bu çalışmalar sonucunda kolon boyutunun döşeme boyutuna oranının ( $u/l_x$  veya  $v/l_y$ ) Şekil 3.10'da da görüldüğü gibi önemli olduğu, fakat kolon boyutlarının birbirine olan oranlarının ( $u/v$ ) değişmesi halinde etkili genişliğin % 2 den az bir değişikliğe uğradığından dolayı bu oranın önemsiz olabileceği sonucuna varmıştır. Allen ve Darvall [22], Pecknold'un ortaya koyduğu teorik çözümden elde ettiği sonuçları eleştirmiş ve burada  $l_y/l_x$  oranının 1'den büyük çıktığını bunun da eşdeğer çerçeve hesaplarında uygun olmayacağını belirtmişlerdir.

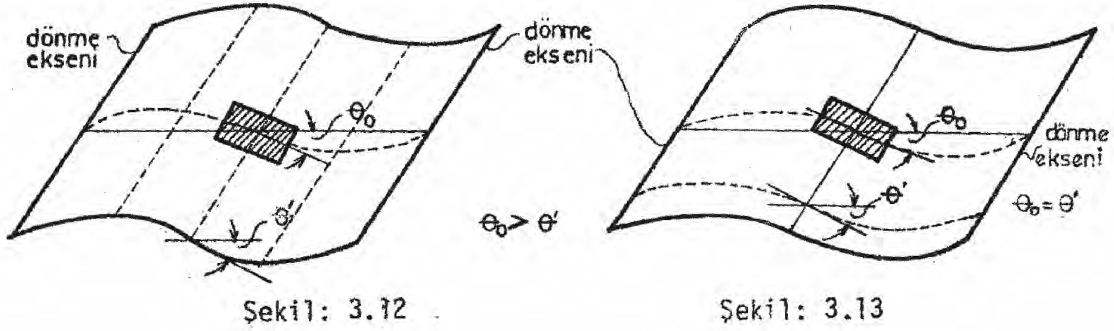
Allen ve Darvall [23] ise düzenli bir şekilde yapılan kirişsiz bir yapı yatay yüke maruz kaldığı zaman çerçevelerinin Şekil 3.11'de gösterildiği gibi deforme olacağını ve bu deforme olmuş çerçevede kolon ve döşeme-



Şekil: 3.11

lerin dönüm noktalarının yaklaşık olarak elemanların orta noktalarında meydana geleceğini belirtmişlerdir. Burada çerçeveye gelen bütün düşey yükler ihmal edilmiştir.

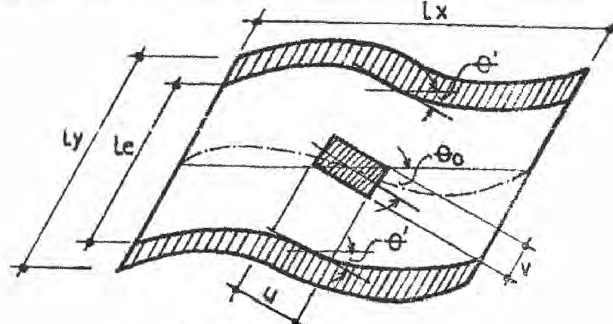
Şekil 3.12'de görüldüğü gibi döşemenin dönüm noktalarından geçen dönme eksenleri ve buna dik doğrultuda döşemenin orta noktalarından geçen eksenlerle ayrılmış döşeme - kolon elemanı ele alınmış ve bu kolon ile kolonun döşemeyle birleştiği bölgenin oldukça rijit olduğu fakat kolon ekseninde meydana gelen  $\theta_0$  dönmesinin, döşemede yanal doğrultu boyunca aynı devam etmeyeceğini ve Şekil: 3.12 de görüldüğü gibi kenarlarda



Şekil: 3.12

Şekil: 3.13

$\theta' (< \theta_0)$  dönmelerinin oluşacağını belirtmişlerdir. Buna göre Allen ve Darvall yanıl doğrultu boyunca oluşacak  $\theta'$  dönmelerinin  $\theta_0$ 'a eşit olabileceği son kesiti araştırmışlardır (Şekil 3.13). Döşeme genişliğine göre daha dar ve kolonun dönmesi  $\theta_0$  ile yanıl doğrultu boyunca aynı dönmeyi oluşturacak eleman eşdeğer giriş olarak tanımlanmıştır (Şekil 3.14).



Şekil: 3.14

Denklem (3.8) deki  $(K_0/12)$  ifadesine karşılık gelen etkili genişlik katsayısı  $\lambda$ , eşdeğer giriş genişliği  $l_e$ 'nin döşeme genişliği  $l_y$ 'ye oranı olarak aşağıdaki şekilde verilmiştir:

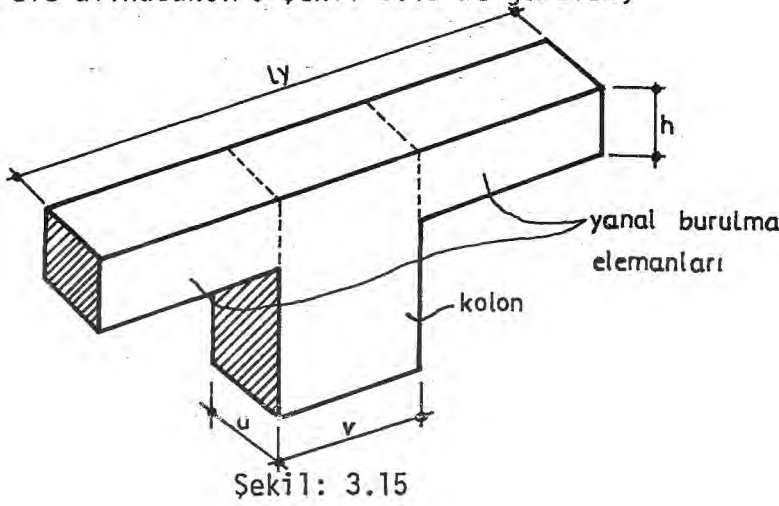
$$\lambda = \frac{l_e}{l_y} \dots \dots \dots (3.15)$$

Yukarıda belirtilen esaslar dâhilinde  $\lambda$  etkili genişlik katsayıları  $l_x/l_y = 0,5 - 2,0$  arasında  $u/l_x$  ve  $v/l_y$ 'nin değişik değerleri için tablolar halinde verilmiştir. Tablodaki  $\lambda$  katsayıları kullanılarak döşemenin etkili genişliği  $l_e = \lambda \cdot l_y$  ifadesinden bulunur.

Buraya kadar genellikle yatay yüklere bağılı olarak eşdeğer çerçeve-  
de kullanılacak döşeme etkili genişlikleriyle ilgili çalışmalardan bahse-  
dildi. Bundan sonra ise hem yatay hem de düşey yükler için geçerli olabi-  
lecek çalışmalardan bahsedilecektir.

Corley ve Jirsa [24] yaptıkları eşdeğer çerçeve analizi ile ilgili  
çalışmayı Amerikan ACI şartnamesi için teklif etmişler ve şartnamede bu  
teklife uygun önemli değişiklikler yapılmıştır.

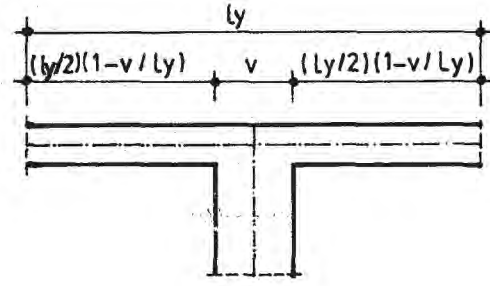
Yukarıda anlatılan çalışmalarda eşdeğer çerçeve için eşdeğer kiriş  
araştırılması yapılmıştır. Burada ise eşdeğer kiriş yerine eşdeğer kolon aras-  
tırmaları ele alınacaktır. Şekil 3.15'de görülen,



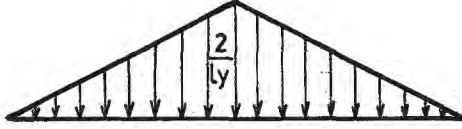
kolon ve yan burulma elemanlarının rijitliklerinden yararlanarak eşde-  
ğer kolon rijitliği  $K_{ec}$  aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{\sum K_t} \dots\dots\dots(3.2)$$

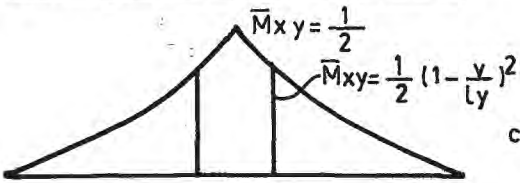
Burada,  $\sum K_c$  kolon rijitliği,  $\sum K_t$  ise çerçeveye dik gelen yan burulma  
elemanlarının rijitliğidir. Corley ve Jirsa [24]'yü eşdeğer kolon rijit-  
liği araştırmasına yönelten neden, döşeme momentinin bir kısmının direk  
olarak kolona geri kalan kısmının ise çerçeveye dik yan burulma eleman-  
ları ile kolona aktarıldığı düşüncesidir. Yanal burulma elemanı rijitliği  
 $K_t$ 'nin hesabı Şekil 3.16.b'de verilen ve birim burulma momentinden oluşan  
üçgen dağılımı, yanal burulma elemanlarının boylarının kısa olması halin-  
de uygun olabileceği belirtilmiş ve daha uygun olması bakımından burulma



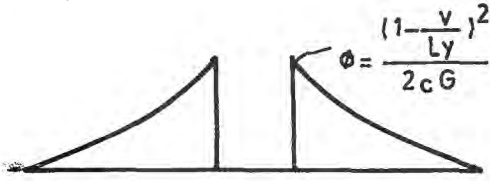
a) KOLON - BURULMA  
ELEMANI BİRLEŞİMİ



b) KOLON EKSENİNE UYGULANAN  
BİRİM BURULMA MOMENTİ  
DAĞILIMI



c) BURULMA MOMENTİ DİYAGRAMI



d) BİRİM DÖNME DİYAGRAMI

Şekil: 3.16

momenti  $\bar{M}_{xy}$ 'nin Şekil: 3.16.c de verilen parabolik dağılımı ele alınmıştır. Burulma elemanı üzerinde her kesitte burulma momentleri bilindiğine göre, birim boydaki dönme açısı

$$\phi = \frac{\bar{M}_{xy}}{c.G} \dots\dots\dots(3.16)$$

ifadesi ile bulunabilir. Burada, G malzemenin kayma modülü olup;

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \dots\dots\dots(3.17)$$

bağıntısı ile verilir. c ise (3.4) ifadesi ile verilen burulma sabittir. Kolon yüzeyindeki burulma momentleri bilindiğine göre buradaki dönme açısı

da;

$$\phi = \frac{(1 - \nu/l_y)^2}{2c.G} \dots\dots\dots(3.18)$$

şeklinde yazılabilir. Buna göre burulma elemanının ortalama efektif dönme açısı  $\phi_t$  ise, Şekil 3.16.d'de gösterilen parabollerden birinin alanına eşit alınmıştır. Çünkü burulma elemanı rijitliği  $K_t$ , kiriş eksenini boyunca birim dönmeleri oluşturacak momente eşittir. Buna göre  $K_t$  burulma rijitliği, birim dönme momenti için Corley ve Jirsa tarafından aşağıdaki şekilde verilmiştir;

$$\frac{1}{K_t} = \phi_t = \frac{l_y(1 - \nu/l_y)^3}{36c.G} \dots\dots\dots(3.19)$$

Buna karşılık Eberhardt ve Hoffman [25] (3.19) ifadesi ile verilen ortalama dönme açısının Şekil: 3.16.d'deki parabollerden birinin alanına eşit olmayıp, alanın 1/3'üne eşit olduğunu belirtmişlerdir. Eberhardt ve Hoffman [25]da burulma elemanındaki dönmenin kolon yüzeyinde sıfır, açıklık ortasında ise maksimum olacağını ve bu değerinde Şekil: 3.16.d'deki parabollerden birinin alanına eşit olacağını belirterek aşağıdaki şekilde ifade etmişlerdir:

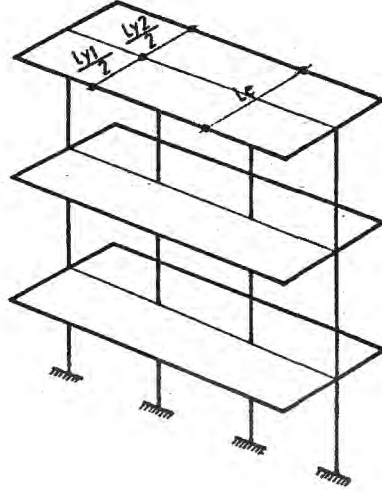
$$\phi_{\max} = \frac{l_y(1 - \nu/l_y)^3}{12c.G} \dots\dots\dots(3.20)$$

Ayrıca kolon yüzeyinde ve açıklık ortasında dönmeyi sıfır ve bu iki nokta arasında maksimumdan geçen bir parabol kabul ederek verdiği dönme diyagramının dengeli dağılımını aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:

$$\frac{1}{K_t} = \phi_t = \frac{l_y(1 - \nu/l_y)^3}{40.c.G} \dots\dots\dots(3.21)$$

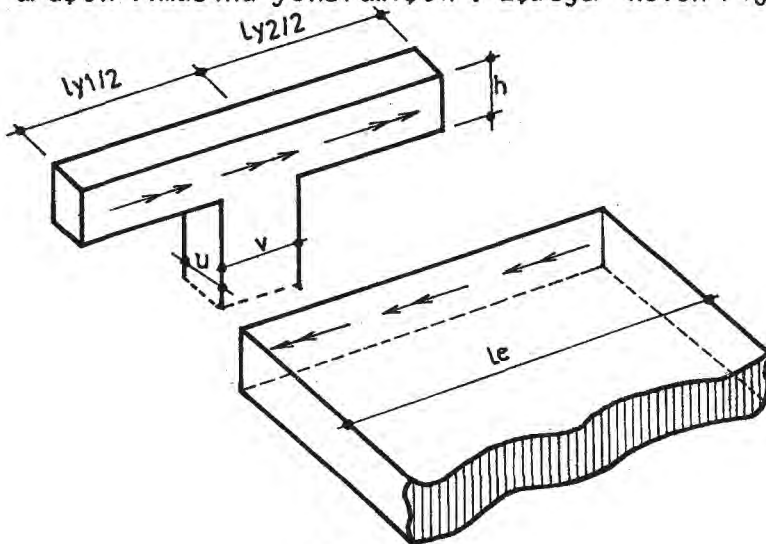
Fraser [26]da simetrik olmayan sistemlerde veya simetrik olup da simetrik yükleme bulunmaması halinde çerçeve elemanlarının uçlarında farklı dönmelerden dolayı bu elemanlarda burulma meydana gelebileceğini belirtmiş ve yanal burulma elemanı olarak tariflenen bu elemanların burulma rijitliklerini incelemiştir.

Bu konuda, Vanderbilt [27]de bir akstaki kolonların her iki tarafın-



Şekil: 3.17

daki döşemeleri Şekil: 3.17'de görüldüğü gibi açıklık ortasından bölerek elde ettiği sistem üzerinde çalışmıştır. Vanderbilt eşdeğer çerçeve hesaplarında çalışmalarını daha önce bahsedilen iki ana gruptan eşdeğer kolon rijitliğinin araştırılmasına yönelmiştir. Eşdeğer kolon rijitliği için



Şekil: 3.18

Şekil 3.18'de görülen döşeme - kolon sisteminde, döşeme momentlerinin bir kısmının kolon genişliği  $v$  üzerinden kolona aktarıldığı, geri kalan momentin ise yanal burulma elemanları vasıtasıyla kolona aktarıldığını kabul etmiştir. Şayet burada kolon genişliği  $v$ , çerçeve genişliği olan  $l_e$ 'ye eşit olsaydı döşeme momentinin tamamı kolon genişliği  $v$  üzerinden kolona direkt olarak aktarılacaktı.

Bu kabullere de bağlı olarak bir çift yanal burulma elemanının burulma rijitliğini aşağıdaki şekilde vermiştir:

$$\sum K_t = \frac{9Ec}{l_{y1} \left(1 - \frac{v}{l_{y1}}\right)^3} + \frac{9Ec}{l_{y2} \left(1 - \frac{v}{l_{y2}}\right)^3} \dots\dots\dots(3.22)$$

Burada,  $c$  burulma sabiti olup (3.4) ifadesi ile verilmişti.  $h_c$  kolon boyu olmak üzere kolon rijitliği;

$$K_c = \frac{4EJ_c}{h_c} \dots\dots\dots(3.23)$$

ifadesi ile hesaplanabilir. Buna göre eşdeğer kolon rijitliği ise (3.2) bağıntısından hesaplanabilir.

Vanderbilt [27],[28] eşdeğer kolon rijitliği prensibine dayanan eşdeğer çerçeve metodunun Amerikan (ACI - 318 - 71) şartnamesine ilk defa 1971 yılında girdiğini, 1977 yılında ise bazı değişiklikler yapıldığını (ACI - 318 - 77) , fakat bu şartnamenin yeterli olmadığını, bunun ancak düşey yük altında tekkatli sistemlere uygulanabileceğini belirtmiştir. Vanderbilt bunun üzerine çok katlı yapılara da uygulanabileceğini belirttiği bir metodu [27],[28] ortaya koymuş ve bu metod için EFRAME adını verdiği bir bilgisayar programı da geliştirmiştir. Çok katlı yapıların bu programla çözümünden elde ettiği sonuçları, deney, Khan ve Sbarounis [19] ve Pecknold [20] tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırarak aralarında bir uyum olduğunu göstermiştir.

Sharan, Clyde ve Turcke [29] de eşdeğer çerçeve metodunu yatay ve düşey yükler için ayrı ayrı incelemişlerdir. Düşey yükler için, döşeme -

kolon birleşiminde, döşeme düşey yüklerle yüklenerek eşdeğer kolon rijitliği  $K_{ec}$ , yatay yükler içinse, döşeme - kolon birleşiminde, kolon yatay yüklerle yüklenerek eşdeğer döşeme rijitliği  $K_{es}$  araştırılmıştır. Bu araştırmadan elde edilen sonuçlar, bazı sonlu elemanlar, sonlu farklar ve deneysel çalışmaların sonuçlarıyla karşılaştırılarak bu çalışmanın geçerliliği görülmüştür.

Fraser [30],[31] yaptığı çalışmalarda kirişsiz döşemelerin etkili genişliklerini incelemiştir. Etkili genişliğin düşey yüklerden ziyade yatay yükler için önemli olduğunu belirtmiştir. Fraser [31] burada verdiği etkili genişliğin hem düşey, hem de yatay yükler için geçerli olduğunu ifade etmiştir. Etkili genişliğin belirlenmesi için eşdeğer kirişin rijitlik katsayısı  $k_e$ 'den yararlanılmıştır. Buna göre, içteki eşdeğer kirişler için;

$$k_e = 8 + \frac{4}{3} R_b \dots\dots\dots(3.24)$$

kenardaki eşdeğer kirişler için;

$$k_e = 8 + \frac{1}{2} R_b \dots\dots\dots(3.25)$$

ifadeleri ile verilmiştir. Burada  $R_b$  eğilme parametresi olup, döşeme rijitliğinin kiriş şeridi rijitliğine oranıdır, ve

$$R_b = \frac{E \cdot h^3 / 12 (1 - \mu^2)}{E \cdot v \cdot h^3 / 12 \cdot l_y} = \frac{1}{(1 - \mu^2)} \cdot \frac{l_y}{v} \dots\dots(3.26)$$

ifadesi ile verilmiştir. Beton için  $\mu = 0,15$  alınması halinde;

$$R_b \cong \frac{l_y}{v} \dots\dots\dots(3.27)$$

olur. Etkili genişlik  $l_e$  aşağıdaki ifade ile verilmiştir:

$$l_e = \frac{k_e}{4} \cdot v \dots\dots\dots(28)$$

(3.24) ve (3.25) denklemleri (3.28) ifadesinde yerine konursa, içteki eşdeğer kirişler için etkili genişlik;

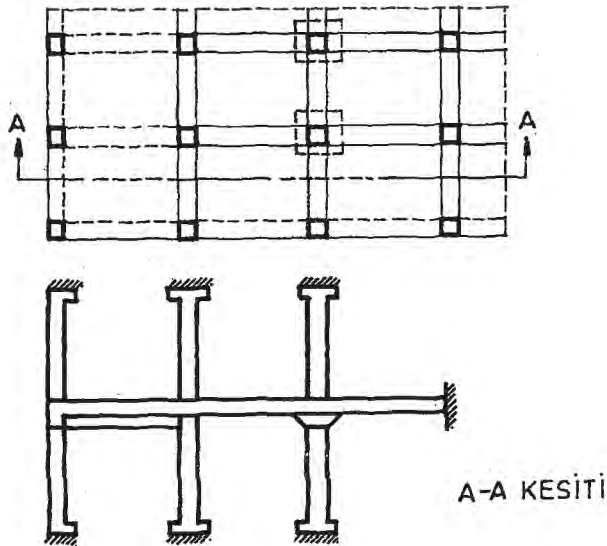
$$l_e = 2 \cdot v + \frac{l_y}{3} \dots\dots\dots(3.29)$$

ifadesiyle, kenardaki eşdeğer kirişler için etkili genişlik;

$$l_e = 2 \cdot v + \frac{l_y}{8} \dots\dots\dots(3.30)$$

ifadesiyle elde edilir. Daha önce de belirtildiği gibi burada  $l_y$  çerçeve genişliği,  $v$  ise çerçeveye dik yönde kolon boyutudur.

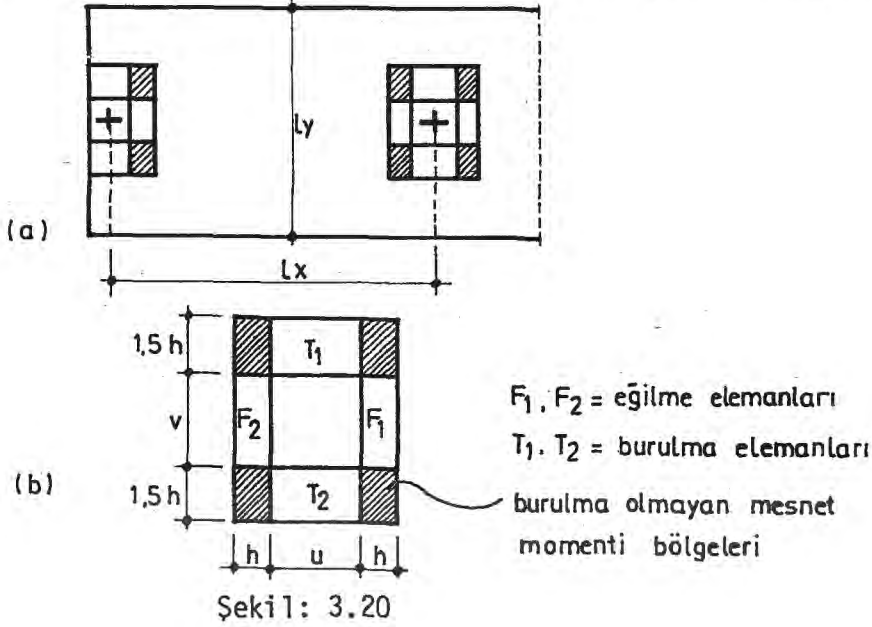
Arbabi [32] de Şekil: 3.19 da görüldüğü gibi incelenen döşemenin alt ve üstündeki kolonların karşı uçlarını ankastre kabul ederek düşey yük-



Şekil: 3.19

ler için eşdeğer çerçeve çözümü yapmıştır. Bu çalışmada Amerikan ACI (318-77) şartnamesinden de yararlanılmıştır.

Betonarme yapılarda döşeme ve kolon arasındaki moment transferi zor analizlerden biridir. Bu konuda şimdiye kadar yapılan çalışmalar, etkili döşeme genişliğinin veya yanal burulma elemanları dikkate alınarak eşdeğer kolon rijitliğinin belirlenmesi şeklinde açıklanmıştır. Bunlardan farklı olarak Vanderbilt ve Corley [33] de başlık kirişi (stub beam) modeli üze-



rinde çalışma yapmışlardır. Başlık kirişi ve idealize edilmiş model Şekil 3.20'de gösterilmiştir. Vanderbilt ve Corley, deneylerde burulma dönmesinin kolondan itibaren  $1,5.h$  uzaklıkta sifıra yaklaştığını belirtmişler ve kolon-döşeme arasındaki moment transferini bu esaslara bağlı olarak incelemişlerdir.

Kolon-döşeme sistemlerinin yanısıra perde-döşeme sistemlerinin de ele alınması gerekir. Qudeer ve Smith [34] perde-döşeme sistemlerinin birlikte çalışma şeklini inceleyerek sonlu farklar metoduyla bir eşdeğer çerçeve programı yapmışlardır. Goyal ve Morris [35] ise perdeli sistemler için sonlu elemanlar metodunu kullanarak bir program hazırlamışlardır. Burada perdeye  $M_p$  momenti uygulanması halinde perde ekseninde oluşacak  $\theta_p$  dönmesi ve kilitlenen kolonlara geçen  $M_c$  momentinden yararlanarak perdenin rijitlik katsayısı  $K_p$ 'yi aşağıdaki şekilde ifade etmişlerdir:

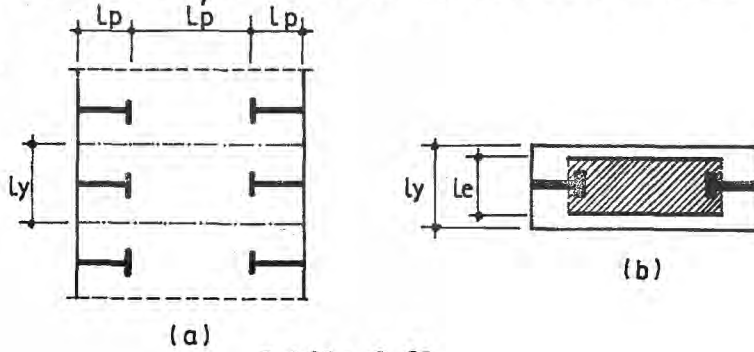
$$K_p = \frac{M_p}{\theta_p} \dots\dots\dots(3.31)$$

Perdeden kolona geçen rijitlik geçiş katsayısını da

$$K_{pc} = \frac{M_c}{\theta_p} \dots\dots\dots(3.32)$$

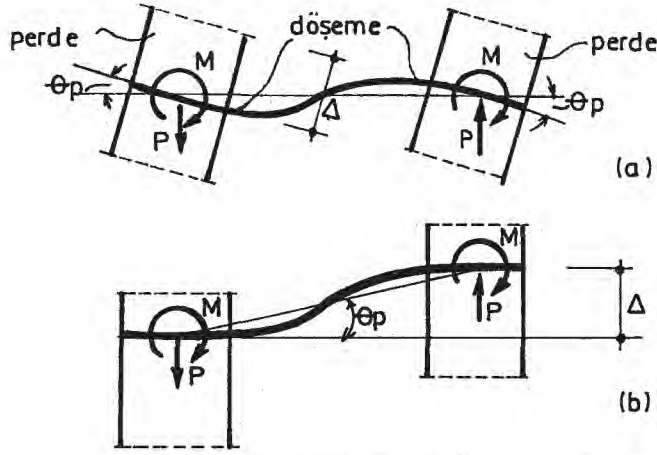
bağıntısı ile vermişlerdir. Aynı şekilde kolona  $M_c$  momenti uygulanması sonucu kolonda meydana gelen  $\theta_c$  açısı ve perdede oluşacak  $M_p$  momentini bularak rijitlik katsayılarını belirlemişler ve bunu değişik sistemler için yaparak çerçeve çözümünde gerekli tabloları vermişlerdir. Taranath [36] da perdeli sistemlerde, perdenin döşemede oluşturacağı çarpılmayı incelemiştir. Coull ve El Hag [37] ise düzlem, T ve kutu kesitli perdeler için deneyler yaparak bunları teorik çözümlerle karşılaştırmışlardır.

Tso ve Mahmoud [38] da perdeli sistemlerde döşemenin etkili genişliğini araştırmışlardır. Şekil 3.21.a'da tipik bir perde-döşeme sistemi alınmış ve bu sistemin iç akslarından biri de Şekil :3.21.b de göster-



Şekil: 3.21

rilmiştir. Burada  $l_p$  perde boyu,  $l'_p$  ise şekilde görüldüğü gibi perdeler arasındaki boşluğun boyudur. Yatay yük etkisi altında perde duvarlarının  $\theta_p$  açısı kadar dönmesi gerekir. Döşemelerin perdelerle rijit bir şekilde bağlı olduğu kabul edilen bu durumda, Şekil 3.22'de görüldüğü gibi bu dönmelerden dolayı perdeleri bağlayan döşemede  $\Delta$  deplasmanı oluşacaktır. Buradaki dönmenin rijitliği,  $\Delta$  deplasmanı ve bundan oluşacak kuvvetler arasındaki bağıntıya göre belirlenecektir. Şekil 3.22.b'de görüldüğü gibi perdedeki dönmeler tutularak sisteme birim deplasman verilirse perdede oluşacak kuvvetler döşemenin rijitliğini verecektir. Bu deplasmandan dolayı perdede oluşacak kuvvetler sonlu elemanlar metodu kullanılarak bulunmuştur. Buna bağlı olarak etkili genişlik  $l_e$  hesaplanmıştır.



Şekil: 3.22

Eşdeğer kiriş için birim deplasmana maruz sistemde döşeme ve bir perdenin birleştiği sınırlardaki düğüm noktalarında oluşan bütün düşey kuvvetlerin toplamı olan  $K_e$  eşdeğer kiriş rijitliği;

$$K_e = \frac{12 E J}{(l'_p)^3} \dots\dots\dots(3.33)$$

ifadesi ile verilmiştir. Bu eşdeğer kirişe ait atalet momenti ise;

$$J = \frac{l_e \cdot h^3}{12} \dots\dots\dots(3.34)$$

olduğundan  $l_e$  etkili genişliği için aşağıdaki ifade yazılmıştır:

$$\frac{l_e}{l_y} = \frac{K_e}{E \cdot l_y} \left( \frac{l'_p}{h} \right)^3 \dots\dots\dots(3.35)$$

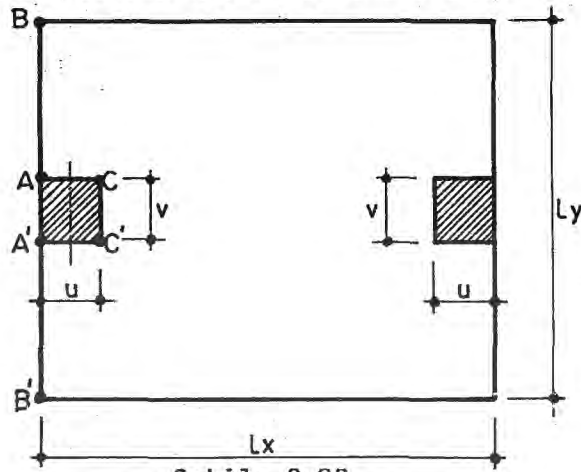
Tso ve Mahmoud [38] bu ifadeden yararlanarak çeşitli perde tiplerine ait çözümler yapmışlar ve elde edilen sonuçları grafik üzerinde göstermişlerdir.

Nilson ve Walters [39] döşeme sistemlerini iki doğrultuda da inceleyerek meydana gelecek deplasmanları eşdeğer çerçeve analizine bağlı olarak hesaplamışlardır. Rangan [40] ise [39]da elde edilen değerleri deney-

sel sonuçlarla karşılaştırmış ve yaklaşımın genellikle uygun olduğunu belirtmiştir. Ayrıca, bu konuyla ilgili Branson [41] da bir çalışma yapmıştır.

Rangen [42], Rangen ve McMullen [43] ise kirişsiz döşemelerin zamana bağlı deplasmanları ile ilgili değişik birer çalışma yapmışlardır. Elde ettikleri değerleri bir tabloda deneysel sonuçlarla karşılaştırarak metodun uygunluğunu göstermişlerdir.

Elias ve Georgiadis [44] de yatay yükten ziyade düşey yük etkisindeki kirişsiz döşemelerden oluşan sistemlerin eşdeğer çerçeve analizi üzerinde çalışmışlardır. Burada kolon - döşeme sistemi Şekil:3.23 gösterildi-



Şekil: 3.23

ği gibi seçilmiş ve sınır şartlarını iki durumda incelemişlerdir. Birinci durumda AB ve A' B' kenarlarında dönmeler tutulmuş fakat çökmeler serbest bırakılmış, ikinci durumda ise bu kenarlar basit olarak mesnetlenmiştir. Her iki durum için de kolon döşeme birleşim yerleri ankastre, diğer kenarları ise serbest bırakılmış ve döşeme düşey p uniform yükü ile yüklenmiştir. Buna göre birinci durumda, kolon - döşeme birleşim yerinde  $M_c$ , AB ve A' B' kenarlarında  $M_e$  olmak üzere bu kenar boyunca meydana gelecek toplam ankastrelik momenti;

$$\bar{M} = M_c + M_e \dots\dots\dots(3.36)$$

ikinci durumda ise AB ve A' B' kenarları boyunca moment sıfır olacağından sadece kolon döşeme birleşim yerindeki ankastrelik momenti yalnız  $M_c$ 'ye eşit olarak alınmıştır. Elias ve Georgiadis [44]  $u/l_x$ ,  $v/l_y$  ve  $l_y/l_x$  paramet-

relerinin değişik değerlerini kapsayan örnekler çözmüşlerdir.

Bu çalışmada ele alınmayan fakat kirışsiz döşemeler için önemli olan diğer bir problem de zımbalama olayıdır. Hem kesme kuvveti hem de eğilmenin sebep olabileceği bu problemi Langohr, Ghali, Dilger [45], Ghali, Elmasrı, Dilger [46], Gesund, Goli [47] ve Gesund [48] gibi birçok araştırmacı da inceleyerek zımbalama problemine önemli katkılarda bulunmuşlardır.

#### 4. KİRİŞSİZ DÖŞEMELİ SİSTEMLERDE YATAY KUVVETLER ETKİSİ ALTINDA DÖŞEME RİJİTLİKLERİNİN ARAŞTIRILMASI:

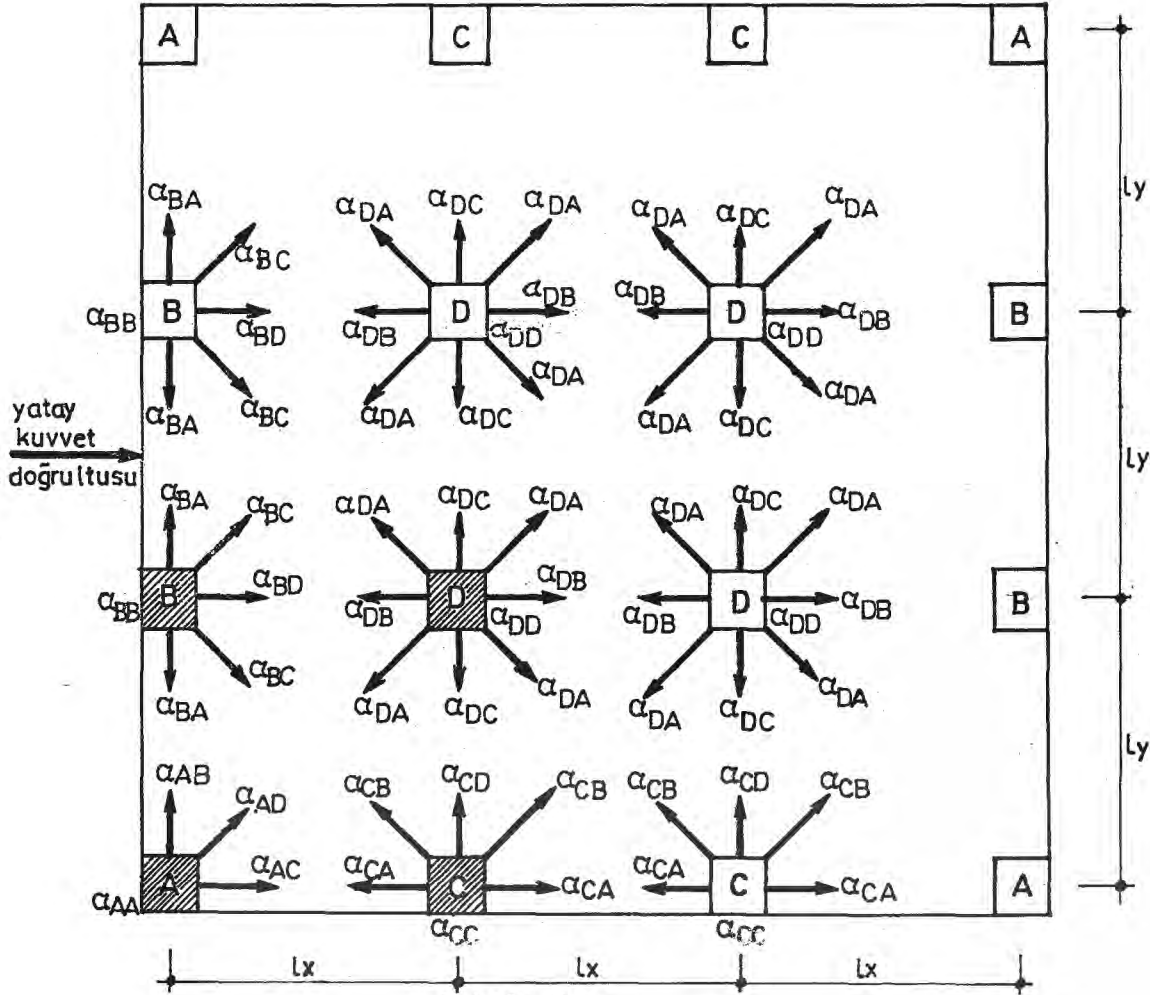
Üçüncü bölümde görülen konu ile ilgili çalışmalarda genellikle bir kolon ve bir döşemeden oluşan sistemler veya T.S. 500 de verildiği gibi yanal burulma elemanlarının da kullanıldığı sistemler ele alınmıştır. Hal-buki kirişsiz sistemlerde moment uygulanan kolondan döşeme vasıtasıyla diğer kolonlara dağılan moment miktarlarının belirlenmesi de önemlidir. Bu konuda Elias ve Georgiadis [44] kolonlu sistemlerde karşılıklı iki kolon için benzer bir çalışma yapmışlar, fakat burada yalnız düşey yükleri incelemişlerdir. Goyal ve Morris [35] ise yatay yük etkisi altında perdeli sistemleri, kolon ve perde arasındaki moment geçişlerini dikkate alarak incelemişlerdir.

Bu çalışmada moment uygulanan kolondan diğer komşu kolonlara dağılacak momentlerin inceleneceği bir model düşünülmüş ve bu model üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Bu model üzerinde değişik döşeme ve kolon boyutları için Bölüm 2 de bahsedilen sonlu elemanlar metodu bilgisayar programı kullanılarak çözümler yapılmıştır.

##### 4.1. DÖŞEME VE KOLONLARDAN OLUŞAN SİSTEMLERDE RİJİTLİKLERİN HESABI:

Köşe, orta ve kenar kolonlar üzerine oturan kirişsiz bir döşeme sisteminin planı Şekil 4.1'de gösterilmiştir. Bu sistemde dört tip kolon ele alınarak incelemeler yapılmıştır. Planda köşelerde bulunan kolonlar A, yatay kuvvet doğrultusuna dik kenarda bulunan kolonlar B, yatay kuvvetin doğrultusuna paralel kenarlarda bulunan kolonlar C ve içte bulunan kolonlar ise D tipi kolon olarak adlandırılmıştır.

Bu sistemde A, B, C ve D kolonlarına sırasıyla birim moment uygulanarak birim momentin komşu ve komşu olmayan kolonlara dağılımı incelenmiştir. Bilgisayar programı kullanılarak yapılan çözümlerden birim moment uygulanan kolona komşu olan bütün kolonlara önemli miktarda momentlerin

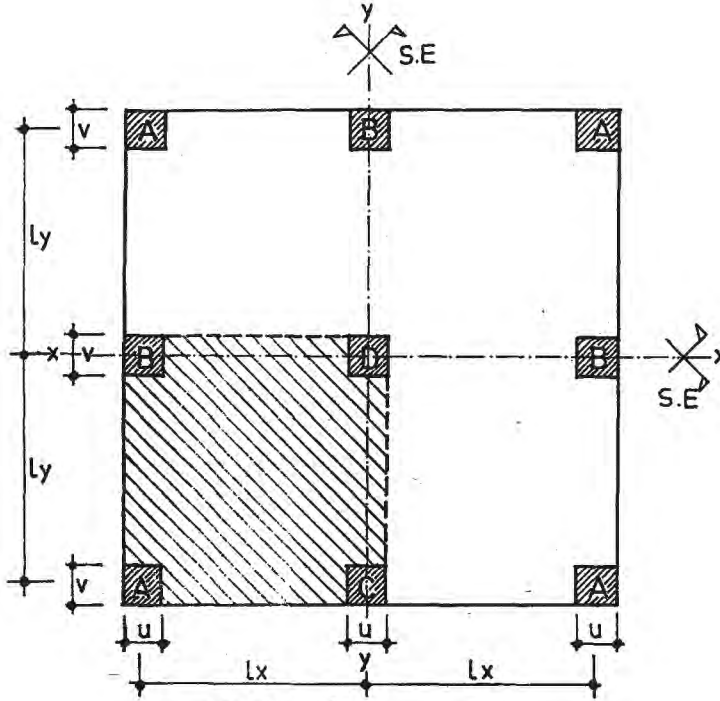


Şekil: 4.1

geçtiği, fakat komşu olmayan kolonların dışında kalan diğer kolonlara ise ihmal edilebilecek miktarda momentlerin geçtiği görülmüştür. Örneğin Şekil: 4.1 de A kolonuna birim moment uygulanması halinde buna komşu B, C, D kolonlarına önemli miktarda momentler geçmekte, fakat bunların dışında kalan ve komşu olmayan kolonlara geçen momentler ise ihmal edilebilecek kadar küçük olmaktadır. Bu değerler birim momentin % 0,5 ile % 1'i arasında değişmektedir.

Birim momentin komşu kolonlardan sonra dağılmayacağı kabul edilerek Şekil 4.2 de görüldüğü gibi dokuz kolon ve dört gözden oluşan bir model seçilmiştir. Bu modelde kolon ve döşeme boyutları değiştirilerek çeşitli çözümler yapılmıştır.

Bu çözümler yapılırken komşu olmayan kolonlara geçen momentlerin ihmal edilmesi sonucundan yararlanarak Şekil: 4.2 de taralı olarak gösterilen 1/4 sistem üzerinde aşağıda açıklanan şartlarda çalışma yapılmıştır.



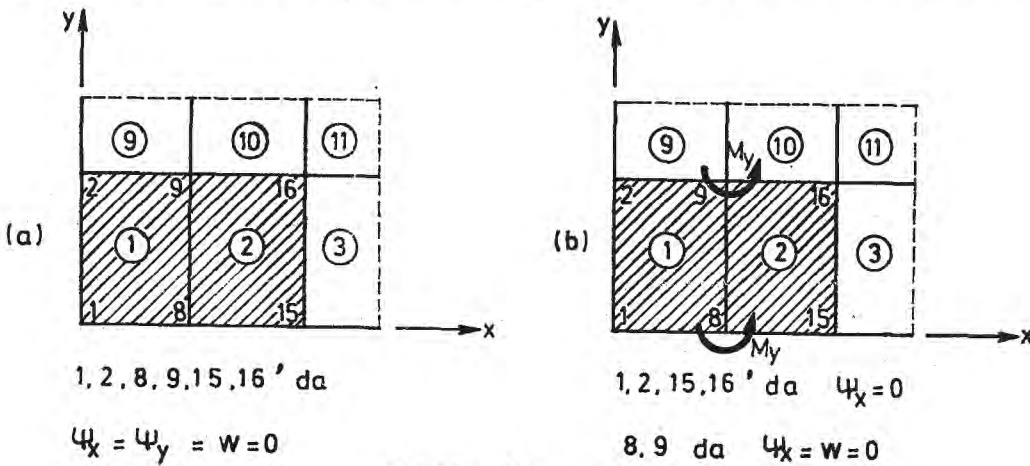
Şekil: 4.2

#### 4.2. SİSTEMİN SINIR ŞARTLARI:

Burada dört ayrı kolon tipi için, 1/4 sistemde dört ayrı sınır şartı verilecektir. Bundan önce sistemde birim moment uygulanan ve tutulan kolonlara ait sınır şartlarından bahsedilecektir.

##### 4.2.1. KOLONLARA BİRİM MOMENT UYGULANMASI VEYA DEPLASMANLARININ TUTULMASI:

Dört sistem için de geçerli olabilecek, birim moment uygulanan ve tutulan kolonlar için sınır şartları örnek olarak A kolonu üzerinde açıklanmaya çalışılmıştır. Önce, kolon rijitliğini sağlamak için kolon bölge-



Şekil: 4.3

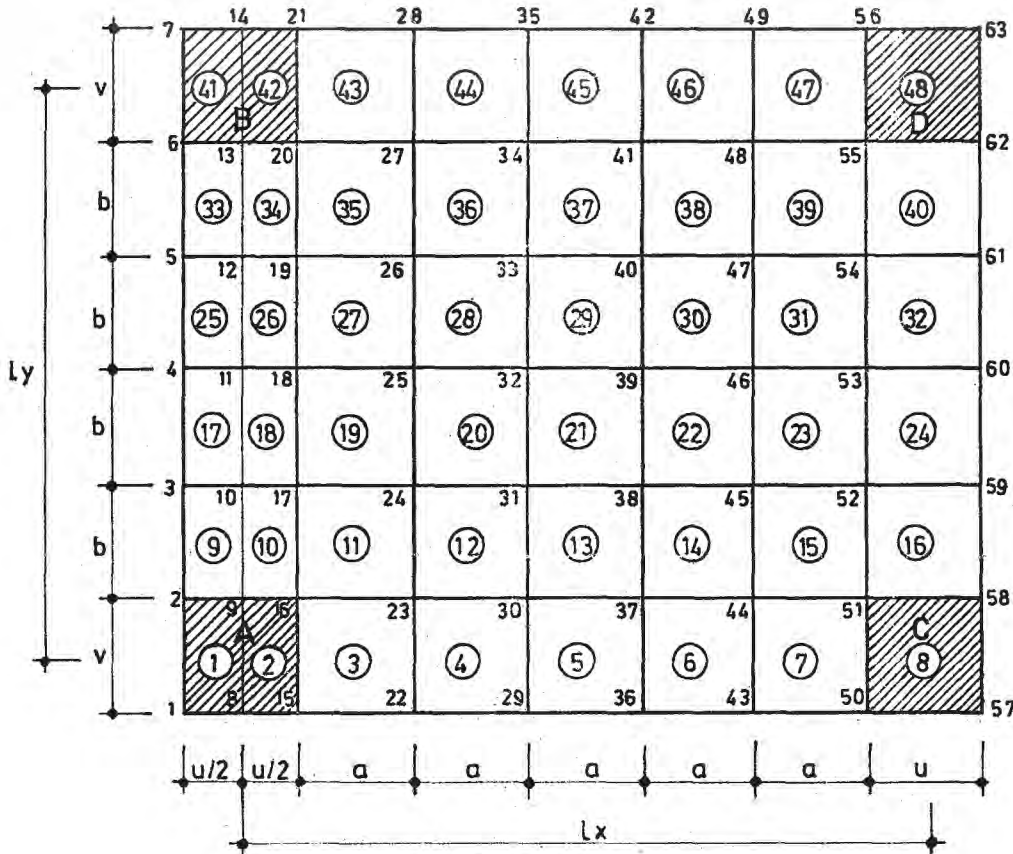
sindeki kalınlık normal döşeme kalınlığının 5 katı olarak alınmıştır. Döşeme rijitliği kalınlığın kübü ile orantılı olduğundan kolon bölgesindeki rijitlik normal döşeme rijitliğinin 125 katı olarak dikkate alınmıştır. Bu suretle kolonların dösemeye göre rijitliği yeterli bir sıhhatle sağlanmıştır. Buna göre kolonlara birim moment uygulanırken herhangi bir kolona geçen momenti bulmak için o kolonun tutulması gerekir. Bunun için Şekil 4.3. a' da görüldüğü gibi kolonu sınırlayan 1, 2, 8, 9, 15 ve 16 düğüm noktalarında bütün deplasmanların tutulması ( $\psi_x = \psi_y = w = 0$ ) gereklidir.

Birim moment uygulanan kolonlarda ise moment uygulanan eksen üzerinde bulunan 8 ve 9 düğüm noktalarında momentten dolayı  $\psi_y$  dönmesi serbest bırakılmış,  $\psi_x$  dönmesi ile  $w$  çökmesi tutulmuştur. Buna karşılık 1,2,15 ve 16 düğüm noktalarında  $\psi_y$  dönmesi ile  $w$  çökmesi serbest bırakılmış fakat bu noktalarda  $\psi_x$  dönmeleri tutulmuştur.

Kolonlara ait sınır şartları bu şekilde belirtildikten sonra birim momentin her kolon tipine etkimesi halinde döşemedeki sınır şartları ayrı ayrı aşağıdaki şekilde verilmiştir.

#### 4.2.2. A TİPİ KOLONA BİRİM MOMENT UYGULANMASI HALİ:

Şekil: 4.2 de verilen sistemde A kolonuna birim moment uygulanması



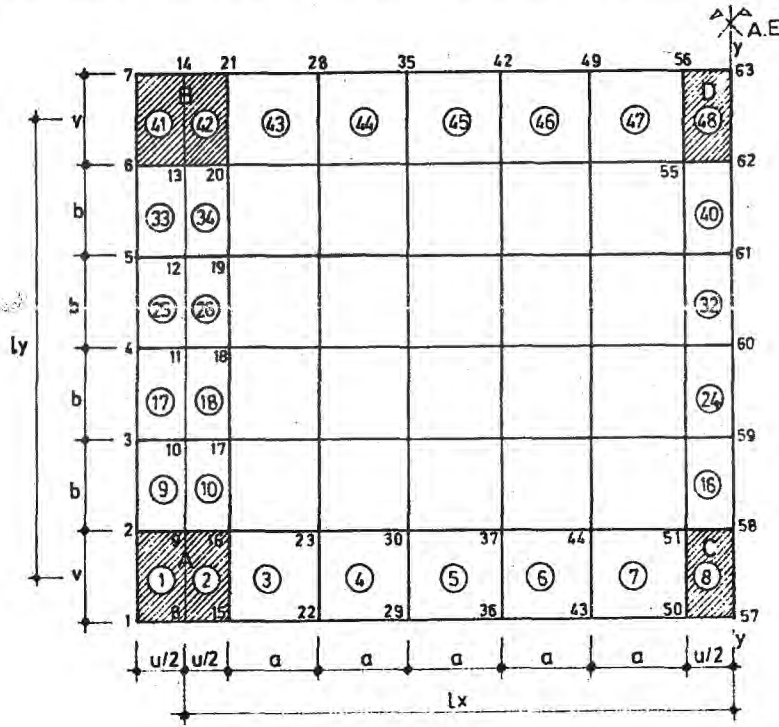
Şekil: 4.4



ve 49 nolu düğüm noktalarında  $\psi_y$  dönmesi ile  $w$  çökmesi serbest bırakılmasına rağmen bu noktadaki  $\psi_x$  dönmeleri simetri özelliğinden dolayı sıfır alınmıştır. Daha sonra B kolonuna birim moment uygulanarak, Par. 4.2.1 de açıklandığı tarzda tutulmuş olan A, C ve D kolonlarına geçen moment miktarları değişik döşeme ve kolon boyutlarına göre bilgisayar programı ile elde edilmiştir.

#### 4.2.4. C TİPİ KOLONA BİRİM MOMENT UYGULANMASI HALİ:

Şekil 4.2 deki sistemde C kolonuna birim moment uygulandığı zaman sistem  $y-y$  eksenine göre antimetrik deformasyona uğramaktadır. Bundan yararlanarak bu eksen üzerindeki C ve D kolonları yarım olarak alınmıştır.



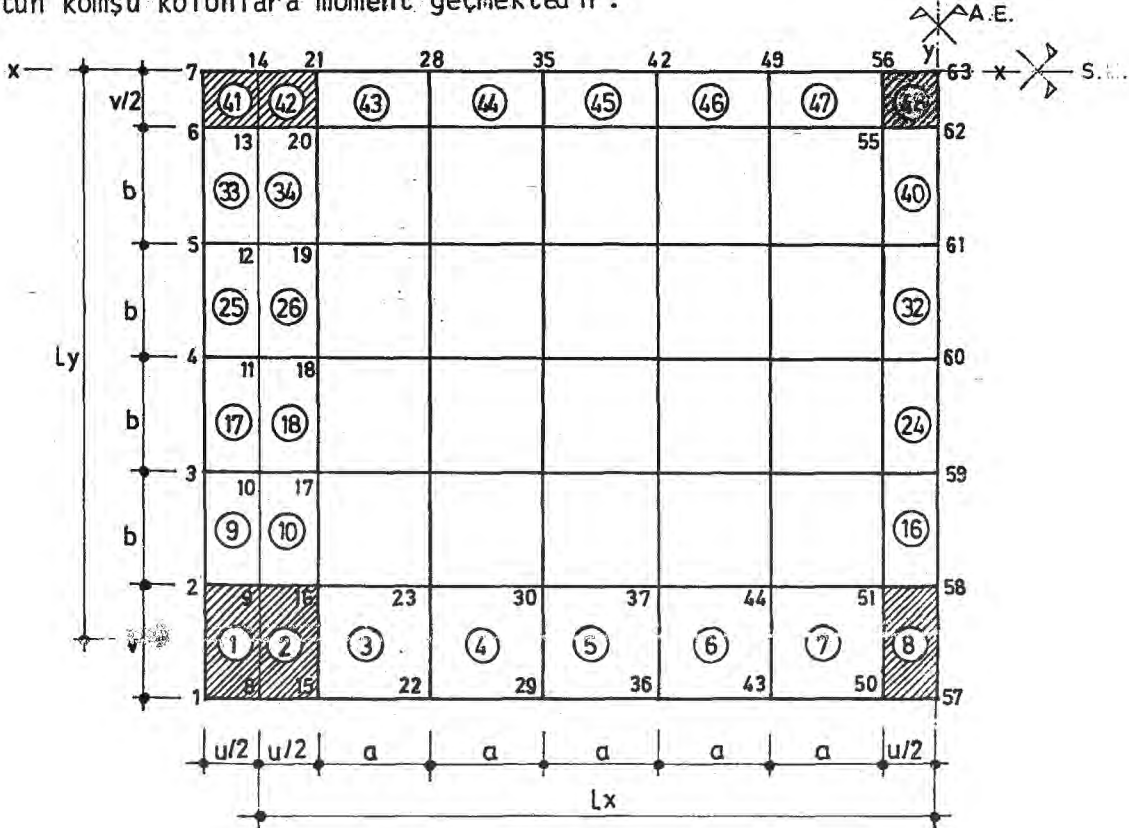
Şekil: 4.6

Birim moment uygulanan C kolonuna komşu olan kolonlardan öteye moment geçmeyeceğinden dolayı Şekil 4.6 da görülen 1/4 sistem üzerinde hesap yapılmıştır. Bu durumda antimetri eksenini üzerindeki kenar dışında kalan bütün kenarlarda ve döşemenin diğer iç noktalarında  $\psi_x, \psi_y$  ve  $w$  deplasmanları serbest bırakılmıştır. Fakat antimetri eksenini üzerinde bulunan kenardaki 59, 60 ve 61 Nolu düğüm noktalarında antimetri özelliğinden dolayı  $w$  deplasmanları sıfır olarak alınmıştır. Daha sonra C kolonuna birim moment uygulanarak, Par. 4.2.1 de açıklandığı tarzda tutulmuş olan A, B ve D kolon-

larına geçen moment miktarları değişik döşeme ve kolon boyutlarına göre bilgisayar programı ile elde edilmiştir.

#### 4.2.5. D TİPİ KOLONA BİRİM MOMENT UYGULANMASI HALİ:

Şekil: 4.2 deki sistemde D kolonuna birim moment uygulandığı zaman bütün komşu kolonlara moment geçmektedir.



Şekil: 4.7

Burada D kolonuna komşu sekiz kolon bulunmaktadır. Bu durumda hem simetri, hem de antimetri özelliklerinden yararlanılarak Şekil: 4.7 de gösterilen 1/4 sistem üzerinde hesap yapılmıştır. Buna göre sistemde simetri eksenindeki 28, 35, 42 ve 49 Nolu düğüm noktalarında  $\psi_x$  dönmesi sıfır, antimetri eksenindeki 59, 60 ve 61 nolu düğüm noktalarında ise  $w$  çökmeleri sıfır olarak alınmıştır. Daha sonra D kolonuna birim moment uygulanarak, Par.4.2.1 de açıklandığı tarzda tutulmuş olan A, B ve C kolonlarına geçen moment miktarları değişik döşeme ve kolon boyutlarına göre bilgisayar programı ile elde edilmiştir.

#### 4.3. DEĞİŞİK KOLON VE DÖŞEME BOYUTLARINA GÖRE YAPILAN ÇÖZÜMLER:

Par. 4.2 de belirtilen A, B, C ve D kolonlarına birim moment uygulanarak dört ayrı tip model üzerinde değişik döşeme ve kolon boyutları-

nı içeren çözümler yapılarak sonuçları değerlendirilmiştir.

#### 4.3.1. KOLON VE DÖŞEME BOYUTLARININ DEĞİŞİMİ:

Birim moment uygulanan A, B, C ve D kolonlarının herbiri için ayrı ayrı çözümler yapılmıştır. Yapılan bu çözümlerde döşemenin  $l_x$  boyu sabit tutularak  $l_y$  boyu değişmektedir. Bu değişim ise  $l_y/l_x = 0,50 - 0,75 - 1,00 - 1,25 - 1,50$  olmak üzere ele alınmış ve her  $l_y/l_x$  oranı için kolon boyutlarının kendisine paralel doğrultulardaki döşeme kenarlarına oranı olan  $u/l_x$  ve  $v/l_y$ 'nin 0,05 - 1,10 ve 0,15 değerlerinin kombinasyonu yapılarak dokuz değişik çözüm elde edilmiştir. Buna göre bir kolon tipi için  $5 \times 9 = 45$  değişik problem çözülerek değerlendirme yapılmıştır.

Bu çözümlerde  $l_x = 500$  cm. alınmış ve  $l_y/l_x, u/l_x, v/l_y$  oranları buna göre belirlenmiştir. Döşeme boyutu  $l_x$ 'in 500 cm. veya daha farklı bir değer alınmasının momentlerin dağılımında herhangi bir etkisi yoktur. Çünkü döşemenin  $l_x$  boyutuna bağlı olarak  $l_y/l_x, u/l_x$  ve  $v/l_y$  boyutsuz oranları gözönüne alınmıştır. Poisson oranı  $\mu$  ise 0,25 olarak hesaplara katılmıştır.

Her  $l_y/l_x$  oranı için kolon boyutlarının döşeme boyutlarına oranı

Tablo: 4.1 de belirtilmiştir.

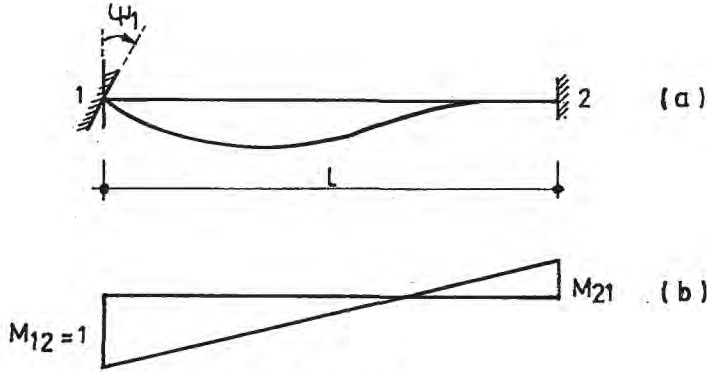
| $l_y/l_x = (0,50 - 0,75 - 1,00 - 1,25 - 1,50$ |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $u/l_x$                                       | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,15 | 0,15 | 0,15 |
| $v/l_y$                                       | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,05 | 0,10 | 0,15 |

TABLO: 4.1

#### 4.3.2. KOLONLARA DAĞILAN MOMENTLERİN DEĞERLENDİRİLMİŞİ:

Dönüşü serbest bırakılan ve birim moment uygulanan kolondan diğer kolonlara geçen momentlerden yararlanılarak  $\alpha$  moment geçiş katsayıları bulunabilir.

Önce Şekil: 4.8 de görülen iki ucu ankastre sabit kesitli bir kirişte 1 mesnetinin  $\psi_1$  dönmesi için kirişin 1 ve 2 ucunda meydana gelen uç mo-



Şekil: 4.8

mentlerinin aşağıdaki gibi olduğu;

$$M_{12} = 4 \frac{EJ}{l} \cdot \psi_1 \dots\dots\dots(4.1)$$

$$M_{21} = 2 \frac{EJ}{l} \psi_1 \dots\dots\dots(4.2)$$

göz önüne alınırsa, Şekil 4.1'de gösterilen  $\alpha$  katsayılarının ankastre kirişteki karşılığı, (4.1) ve (4.2) ifadelerindeki 4 ve 2 katsayılarıdır.

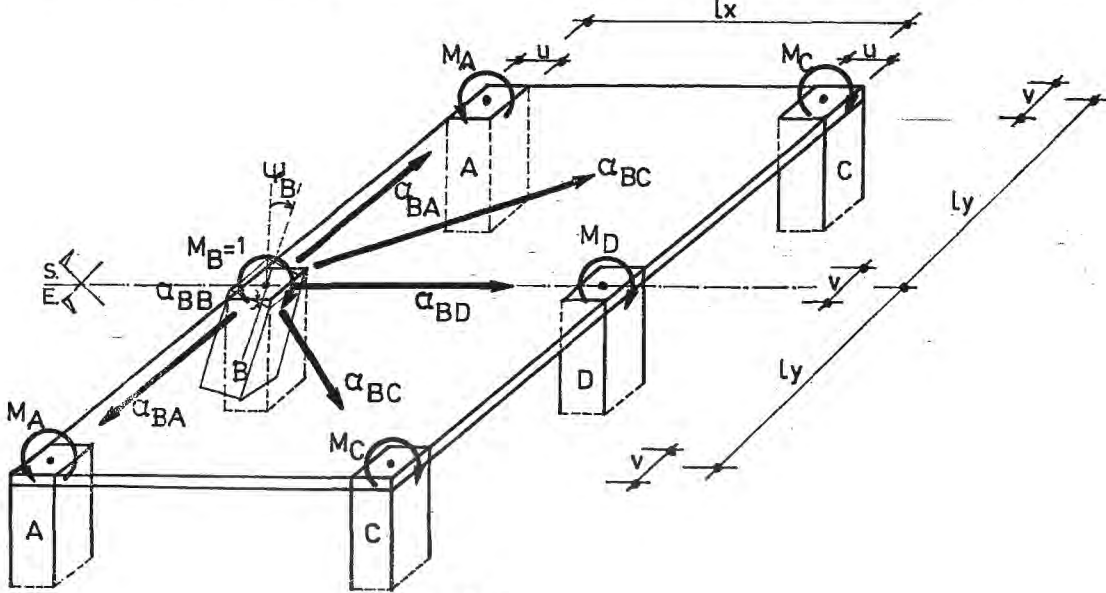
Bu çalışmada ele alınan kirişsiz döşemeli sistemlerin çözümleri de aynı analogiye göre değerlendirilerek  $\alpha$  moment geçiş katsayıları belirlendi. Buna göre kolon eksenine uygulanan birim moment, kolon ekseninde meydana gelen dönme açısı ve komşu kolonlara geçen momentlerden yararlanarak yanıl, çapraz ve karşı kolonlara giden  $\alpha$  moment geçiş katsayıları hesaplandı.

(4.1) ve (4.2) ifadesine benzer olarak  $\alpha$  moment geçiş katsayısını  $l_x$  döşeme boyutu,  $l$  kiriş açıklığına karşılık gelmek üzere;

$$\alpha = \frac{M \cdot l_x}{E \cdot J \cdot \psi} \dots\dots\dots(4.3)$$

ifadesi ile verilebilir. Burada  $J$ ,  $I_y$  genişliğine sahip döşemenin atalet momentidir. (4.3) ifadesinde birim moment uygulanan kolon eksenlerindeki dönme açıları  $\psi = \psi_A, \psi_B, \psi_C, \psi_D$ , birim moment uygulanan veya diğer kolonlara dağılan momentler ise  $M = M_A, M_B, M_C, M_D$  olarak alınmalıdır.

Şekil: 4.9 da B kolonuna par. 4.2.3 deki şartlarda  $M_B = 1$  birim momenti uy-



Şekil: 4.9

gulanırsa A, C ve D kolonlarında  $M_A$ ,  $M_C$  ve  $M_D$  momentleri ve B kolonunda da  $\psi_B$  kadar bir dönme oluşacaktır. Buna göre B kolonuna ait  $\alpha_{BB}$  katsayısı (4.3) ifadesinden yararlanılarak aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\alpha_{BB} = \frac{M_B \cdot l_x}{E \cdot \frac{I_y \cdot h^3}{12} \psi_B} = \frac{12 M_B}{E \cdot h^3 \cdot \psi_B \cdot l_y / l_x}, \quad M_B = 1 \dots \dots (4.4)$$

Aynı şekilde  $M_A$ ,  $M_C$  ve  $M_D$  momentlerinden de yararlanılarak  $\alpha_{BA}$ ,  $\alpha_{BC}$ ,  $\alpha_{BD}$  geçiş katsayıları aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{BA} &= \frac{12.M_A}{E.h^3 \cdot \psi_B \cdot l_y/l_x} \\
 \alpha_{BC} &= \frac{12.M_C}{E.h^3 \cdot \psi_B \cdot l_y/l_x} \\
 \alpha_{BD} &= \frac{12.M_D}{E.h^3 \cdot \psi_B \cdot l_y/l_x}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \alpha_{BA} \\ \alpha_{BC} \\ \alpha_{BD} \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots(4.5)$$

D kolonuna birim moment uygulanması halinde  $\alpha_{DD}$ ,  $\alpha_{DA}$ ,  $\alpha_{DB}$  ve  $\alpha_{DC}$  moment geçiş katsayıları (4.4) ve (4.5) ifadeleri kullanılarak elde edilir.

A ve C kolonlarına birim moment uygulanması halinde, bu kolonların kuvvet doğrultusuna paralel kenarlar üzerinde bulunmasından dolayı döşeme atalet momentlerinin yarısının alınması gerekir. Fakat hem hesaplarda kolaylık, hem de  $\alpha$  moment geçiş katsayılarının gösterileceği tablolarda sadelik sağlamak amacıyla A ve C kolonlarına ait  $\alpha$  moment geçiş katsayılarının döşeme atalet momenti tam olarak alınmıştır. Buna göre (4.4) ve (4.5) ifadelerindeki 12 katsayısı 24 alınması gerekirken yine 12 olarak alınmıştır. Bu durumda A ve C kolonlarına ait  $\alpha$  moment geçiş katsayıları gerçek değerlerinin yarısı olarak hesaplanmıştır. Buna göre kurulacak olan denge denklemlerinde kenardaki döşemelerin atalet momentleri de tam olarak hesaba katılırsa, kenar kolonlara ait  $\alpha$  geçiş katsayıları düzeltilmiş olur.

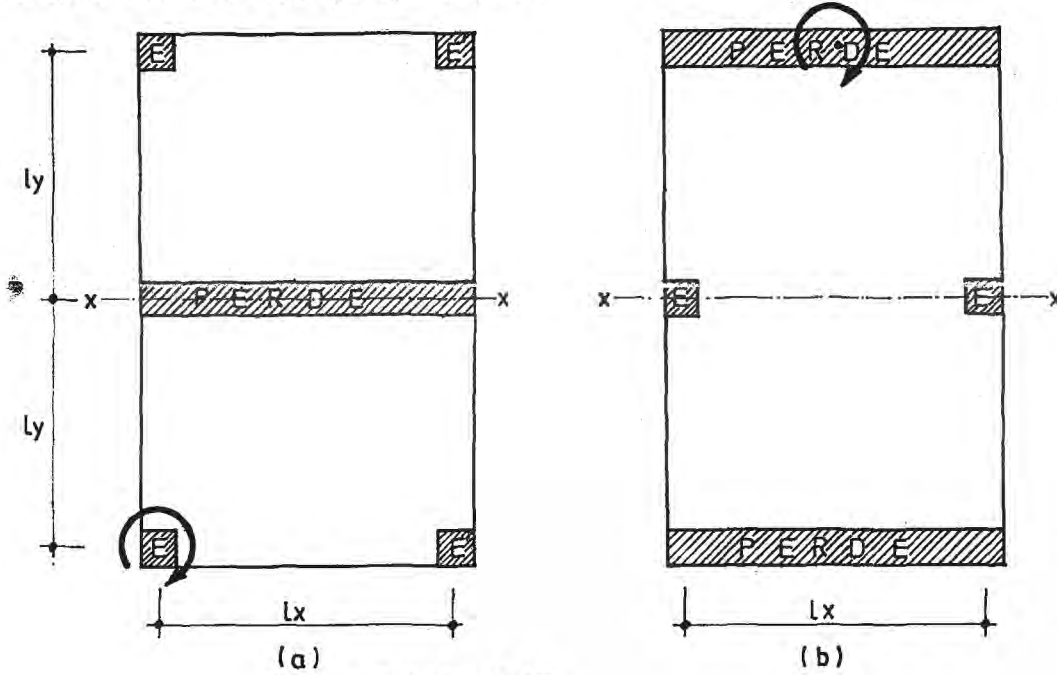
Değişik  $l_y/l_x$ ,  $u/l_x$  ve  $v/l_y$  oranları için yapılan çözümlerin değerlendirilmesinden elde edilen  $\alpha$  moment geçiş katsayıları Ek-1 deki tablolar ve Ek-2 deki grafiklerle gösterilmiştir.

Ek-1 deki tablolarda görüldüğü gibi Maxwell prensibi sağlanmaktadır. ( $\alpha_{AB} = \alpha_{BA}$ ,  $\alpha_{AC} = \alpha_{CA}$ ,  $\dots$ ,  $\alpha_{CD} = \alpha_{DC}$ ). Yapılan çözümlerde sınır şartlarındaki kabullerden ve nümerik hatalardan dolayı Maxwell prensibini sağlaması gereken  $\alpha$  katsayıları arasında önemsiz farklar oluşmuştur. Bunun için  $\alpha$  moment geçiş katsayılarının ortalaması alınarak tablolar düzenlenmiştir.

Verilen tablo ve grafiklerde yukarıda da belirtildiği gibi  $l_y/l_x$  oranı 0,50 - 0,75 - 1,00 - 1,25 - 1,50,  $u/l_x$  ve  $v/l_y$  oranları ise 0,05 - 0,10 - 0,15'in kombinasyonları olarak değişmektedir. Tablo ve grafiklerde verilen bu oranlara uymayan diğer döşeme ve kolon boyutları için tablodan entropolasyon yaparak veya grafikten bu değerler okunarak elde edilebilir.

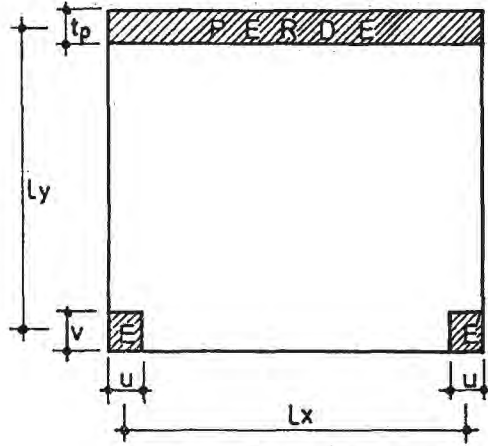
#### 4.4. PERDELERİN DE BULUNDUĞU SİSTEMLER:

Kirintisiz döşemelerden oluşan sistemlerde kolonlarla perdelerin birlikte olabileceği de düşünülerek bu konu da araştırılmıştır. Kolon ve perdeli sistemlerde çok değişik alternatifler bulunmaktadır. Bunların tamamını incelemek yerine bu alternatiflerin bir çoğunu içeren genel bir model seçilerek bunun üzerinde çalışılmıştır.



Şekil: 4.10

Burada, kolona birim moment uygulandığı zaman perde ve kolonlara aktarılacak moment miktarı veya bunun tersine perdeye birim moment uygulandığı zaman kolonlara aktarılacak moment miktarlarının araştırılması düşünülmüştür. Şekil 4.10'da verilen sistemlerden yararlanarak bir model alınmış ve bunun üzerinde gerekli çözümler yapılmıştır. Şekil 4.10.a'da E veya E' kolonlarından birine veya Şekil 4.10.b'de perdelerden birine birim moment uygulandığı zaman komşu perde veya kolonlardan öteye moment geçmeyeceği kabulünden dolayı Şekil 4.11'deki model ele alınmıştır.

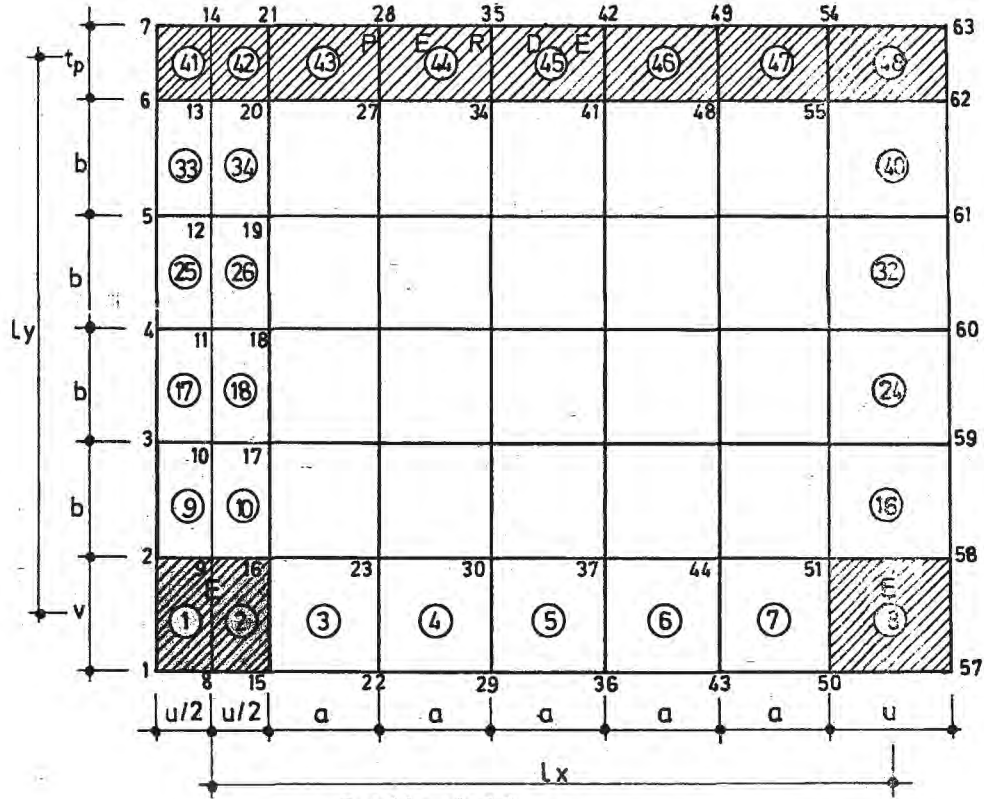


Şekil: 4.11

Bunun yanısıra Şekil 4.10.a'da perdeye veya Şekil 4.10.b'de kolonlardan birine birim moment uygulandığı zaman sistem x - x eksenine göre simetrik olmaktadır. Bu simetrik duruma göre yapılan çözümlerde perde veya kolon ekseninde meydana gelen dönüş açıları yaklaşık olarak Şekil 4.11'deki sistemde perde veya kolon ekseninde oluşacak dönüş açılarının yarısına eşittir. Buna göre, Şekil 4.11'de kenarlarda bulunan E, E' kolonlarından birine veya perdeye birim moment uygulandığı zaman elde edilen  $\alpha$  moment geçiş katsayıları içindeki kolon ve perdeler için de geçerlidir. (Bak. Par. 4.4.3)

#### 4.4.1. KOLONA BİRİM MOMENT UYGULANMASI HALİ:

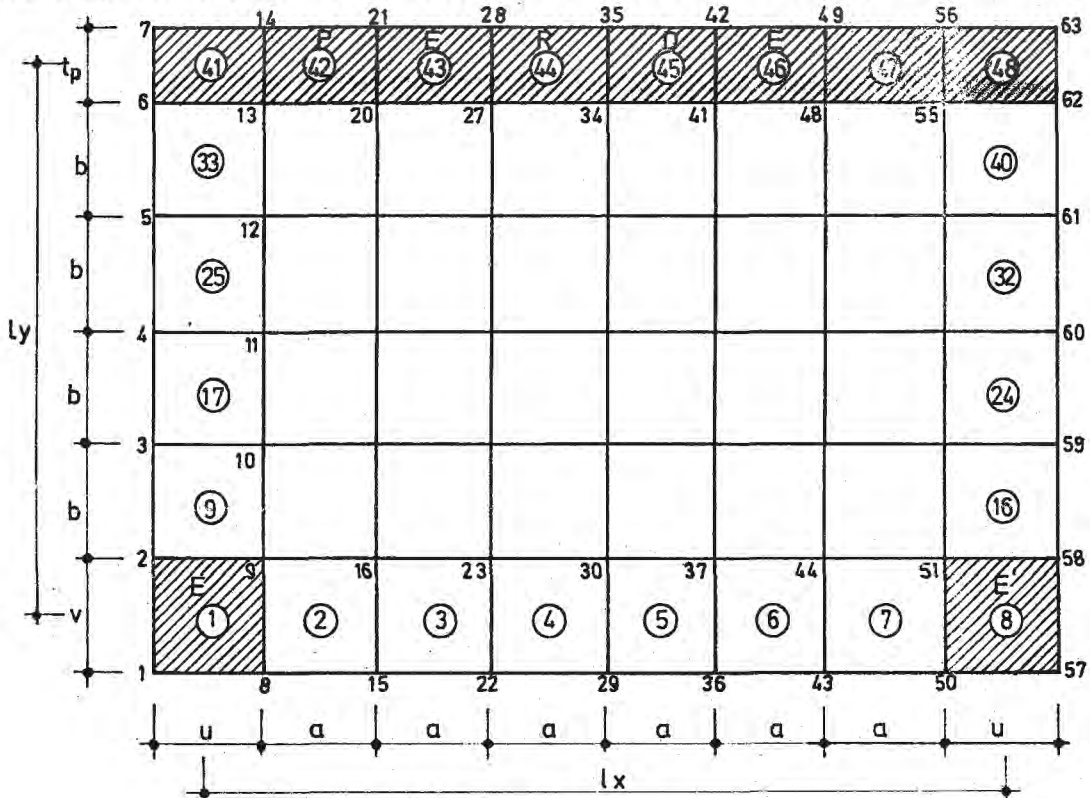
Şekil: 4.11 de verilen modelde E kolonuna birim moment uygulanması halinde modelin elemanlara ayrılışı Şekil 4.12'de gösterilmiştir. Burada, E kolonuna birim moment uygulandığı zaman perdeye ve E' kolonuna geçen momentler araştırılacaktır. Daha önce de belirtildiği gibi bu modelde de birim moment uygulanan E kolonunda 1,2,15,16 düğüm noktalarında  $\psi_x = 0$ ; 8 ve 9 düğüm noktalarında ise  $\psi_x = w = 0$  olarak alınmıştır. Perde ve E' kolonunu sınırlayan bütün düğüm noktalarında  $\psi_x = \psi_y = w = 0$ , diğer bütün noktalarda deplasmanlar serbest bırakılmıştır. Bu şekilde E kolonuna birim moment uygulanarak perde ve E' kolonuna geçen momentler, değişik kolon ve döşeme boyutları için elde edilmiştir. Bu hesaplarda, kolon veya perdeye birim moment uygulanması halinde perde kalınlığı  $t_p$  sabit tutulmuştur. Çünkü perde kalınlığı  $t_p$ 'nin moment dağılımında etkisinin önemsiz olduğu görülmüştür.



Şekil: 4.12

#### 4.4.2. PERDEYE BİRİM MOMENT UYGULANMASTI HALİ:

Şekil 4.13'de ise perdeye birim moment uygulandığında modelin elemanlara ayrılmış şekli görülmektedir. Şekildeki sistemde perde eksenine



Şekil: 4.13

birim moment uygulayabilmek için perde eksenini üzerinde bulunan 34 ve 35 düğüm noktalarının  $\psi_y$  dönmesi serbest,  $\psi_x$  dönmesi ile  $w$  çökmesi sıfır olacak buna karşılık perdenin diğer (6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 41, 42, 48, 49, 55, 56, 62, 63) noktalarında  $\psi_y$  dönmesi ve  $w$  çökmesi serbest,  $\psi_x$  dönmesi sıfır olarak verilmiştir. E ve E' kolonlarına ait düğüm noktalarında bütün deplasmanlar tutulmuş, bunların haricinde kalan bütün noktaların deplasmanları ise serbest bırakılmıştır. Buna göre perde eksenini üzerinde bulunan 34 ve 35 nolu düğüm noktalarına birim moment uygulanarak E ve E' kolonlarına geçen momentler değişik döşeme ve kolon boyutları için elde edilmiştir. Bu çözümler sırasında perdedeki  $w$  çökmelerinin lineer bir dağılım gösterdiği de görülmüştür.

#### 4.4.3. $\alpha$ MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARININ ELDE EDİLMESİ:

Perdeli sistemlerde de döşeme boyutlarının oranı  $l_y/l_x = 0,50 - 0,75 - 1,00 - 1,25 - 1,50$  olarak, kolon boyutlarının döşeme boyutlarına oranları olan  $u/l_x$  ve  $v/l_y$ 'ler de  $0,05 - 0,10 - 0,15$  alınarak her bir model için 45 çözüm yapılmıştır.

Kenardaki E kolonuna veya perdeye birim moment uygulandığı zaman perde ve kolonlarda oluşacak moment ve dönmelerden yararlanarak  $\alpha$  moment geçiş katsayıları hesaplanabilir. Kolon ve perdelerin kenarda olmalarından dolayı  $\alpha$  geçiş katsayılarının hesabında döşeme rijitliği yarım olarak hesaba girecektir. Buna göre (4.4) ve (4.5) denklemlerindeki 12 katsayısı yerine 24 katsayısı alınarak  $\alpha$  moment geçiş katsayıları aşağıdaki şekilde yazılabilir.

E kolonuna birim moment uygulanması halinde;

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{EE} &= \frac{24 \cdot M_E}{E \cdot h^3 \cdot \psi_E \cdot l_y / l_x} \\ \alpha_{EP} &= \frac{24 \cdot M_P}{E \cdot h^3 \cdot \psi_E \cdot l_y / l_x} \\ \alpha_{EE'} &= \frac{24 \cdot M_{E'}}{E \cdot h^3 \cdot \psi_E \cdot l_y / l_x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.6)$$

$\alpha$  geçiş katsayıları elde edilir. Aynı şekilde perdeye birim moment uygulanması halinde de;

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{PP} &= \frac{24.M_p}{E.h^3.\psi_p.l_y/l_x} \\ \alpha_{PE} = \alpha_{PE'} &= \frac{24.M_E}{E.h^3.\psi_p.l_y/l_x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.7)$$

$\alpha$  geçiş katsayıları elde edilir.

Kolon ve perdelerin ite bulunması halinde, meydana gelecek dönme aılları, kenardaki kolon ve perdede oluşacak dönmelerin yarısına eşit (Bak. Par. 4.4) olacağından ve buna karşılık da ite döşeme rijitliği tam alınacağından dolaylı (4.6) ve (4.7) denklemlerinden elde edilen  $\alpha$  geçiş katsayıları içteki kolon ve perde için de geçerli olacaktır. Yalnız denge denklemleri kurulurken perdeli sistemlerde döşeme rijitliği ite tam, kenarlarda ise yarım olarak alınacaktır.

Bu şekilde, kenardaki ve içteki kolon ve perdeler için bulunan  $\alpha$  moment geçiş katsayıları Ek-1 de tablolar ve Ek-2 de grafiklerle verilmiştir.

Tablo ve grafikteki oranlar dışında kalan herhangi bir problem için de tablodan enterpolasyon yaparak veya grafikten bu değerler okunarak elde edilebilir.

## 5. ELDE EDİLEN $\alpha$ MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARINI KULLANARAK KİRİŞSİZ SİSTEMLERİN ÇÖZÜMÜ:

Yapılan çalışmalar sonucunda elde edilen  $\alpha$  moment geçiş katsayılarını açı metodu denklemlerinde kullanarak kirişsiz sistemlerin yatay yükler etkisi altındaki çözümleri elde edilebilir.

Çubuk sistemlerde olduğu gibi kirişsiz sistemlerde de kolon-döşeme birleşim yeri olan düğüm noktalarında moment denge denklemleri ile kattaki yatay denge denklemleri kurulabilir. Bu sistemlerdeki yatay denge denklemlerinin çubuk sistemlerden hiçbir farkı yoktur. Moment denge denklemlerinde ise döşemenin etkisi, bulunan  $\alpha$  moment geçiş katsayılarını kullanarak hesaplara katılır.

Bu çözüm yolunun açıklanması amacıyla denge denklemlerinin bir örnek üzerinde kurulması uygun olacaktır. Bunun için Şekil: 5.1 de görülen sistem ele alınarak, moment ve yatay denge denklemleri yazılmıştır. Şekil 5.1.a'da kenar, 5.1.b'de ise iç çerçeveye ait kat yükseklikleri, kolon kesitleri ve düğüm noktaları dönüş açılarının kotları ve katlara gelen yatay yükler gösterilmiştir. Sistemdeki simetri ve antimetriden dolayı, her katta yatay deplasman dışında onaltı bilinmeyen (dönme) yerine dört bilinmeyen (dönme) alınabilir. Buna göre  $i$ . kata ait  $\psi_{1,i}$ ,  $\psi_{2,i}$ ,  $\psi_{3,i}$  ve  $\psi_{4,i}$  dönme açılarında ikinci indis katları, birinci indis ise  $i$ . kata ait düğüm noktalarının numaralarını gösterir. (Şekil 5.1 a ve b)

### 5.1. MOMENT DENGE DENKLEMLERİNİN KURULMASI:

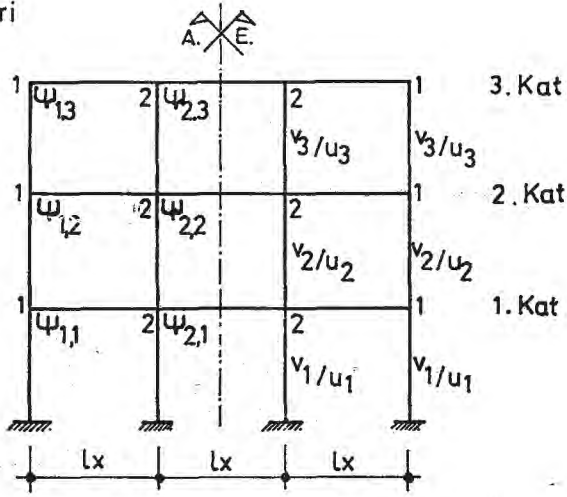
Sistemin simetrisinden yararlanarak, 1/4 sistem için her katta 4 tane moment denge denklemi yazılabilir. Buna göre  $i$ . kata ait moment denge denklemleri aşağıdaki şekilde kurulabilir. Önce  $i$ . kattaki A kolonu ile döşemenin birleştiği düğümdeki moment denge denklemi ele alınır. Bu denklemlerde kullanılacak terimler ise:

Kat Yükları

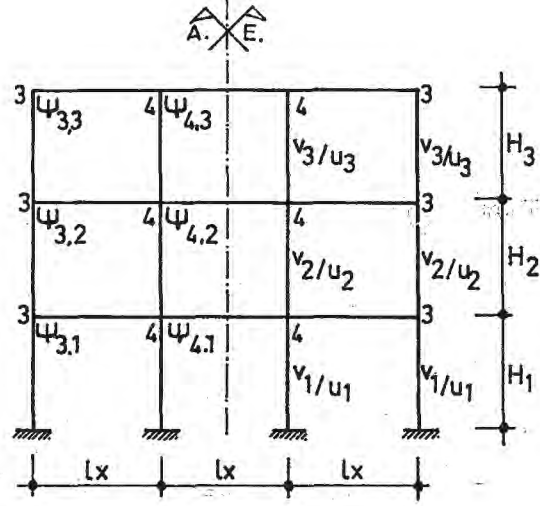
$Q^3_{kat}$

$Q^2_{kat}$

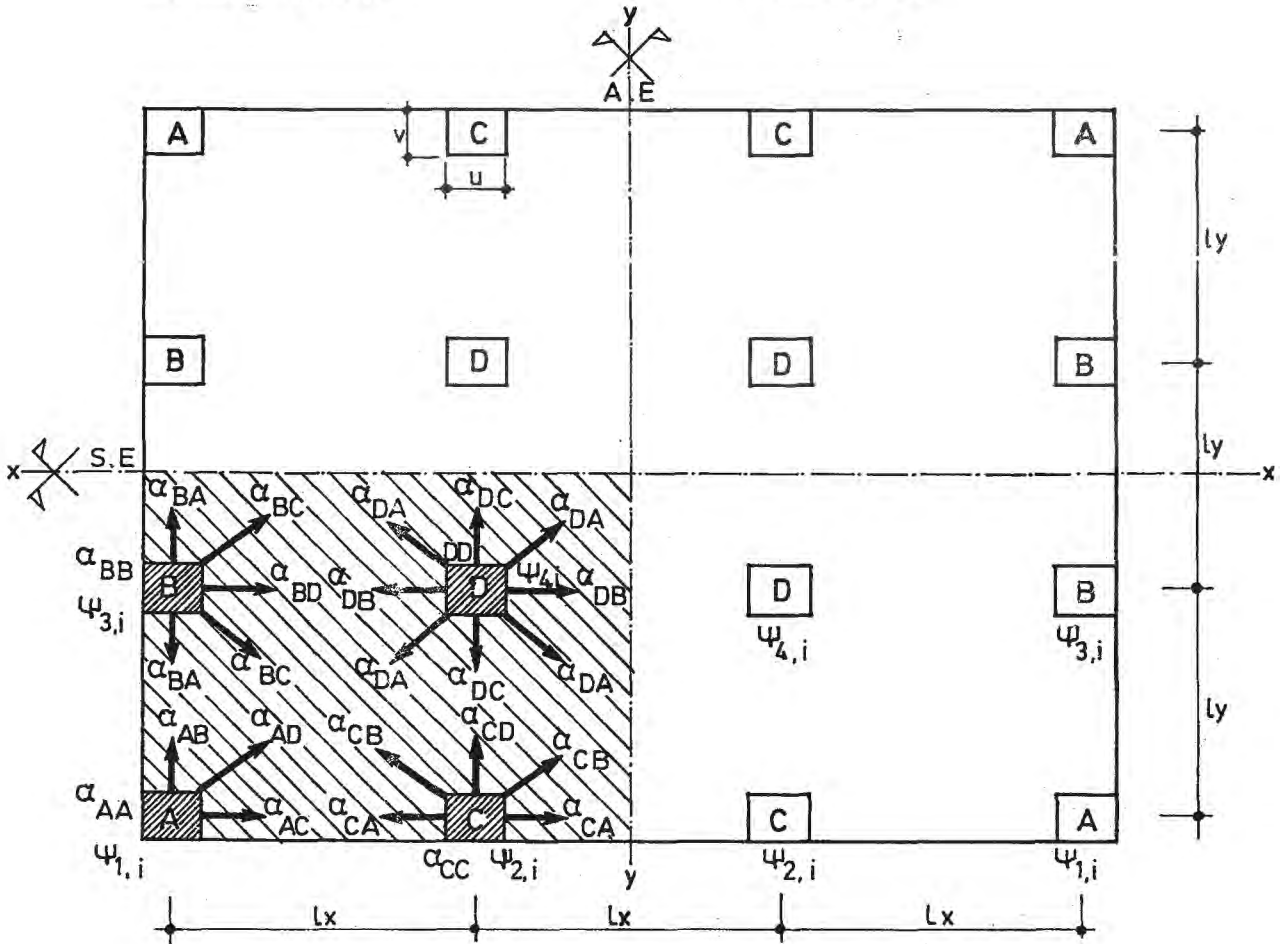
$Q^1_{kat}$



(a) kenar çerçeve



(b) iç çerçeve



(c) plan

Şekil: 5.1

$h_i$ : i. katın döşeme kalınlığı

$H_i$ : i. katın yüksekliği

$l_x, l_y$ : yatay yüke dik ve paralel döşeme boyutları

$u_i, v_i$ : i. katta kolon boyutları

$\delta_i$ : i. katın relatif deplasmanı

$J_i$ : i. katta döşemenin atalet momenti

$J_{ci}$ : i. kat kolonlarının atalet momenti

Buna göre;

$$J_i = \frac{l_y \cdot h_i^3}{12} \dots\dots\dots(5.1)$$

$$J_{ci} = \frac{v_i \cdot u_i^3}{12} \dots\dots\dots(5.2)$$

dir.

Kurulacak denklemlerde işaretler; moment, çubuk uç ve çubuk eksen dönüş açıları ile kesme kuvvetlerinin saat dönüş yönünde pozitif olduğu kabulüne göre seçilmiştir.

i. katta A kolonunun döşemeye birleştiği düğüm noktasındaki moment denge denklemi;

döşeme momentleri

$$\alpha_{AA} \frac{EJ_i}{l_x} \psi_{1,i} + \alpha_{CA} \frac{EJ_i}{l_x} \psi_{2,i} + \alpha_{BA} \frac{EJ_i}{l_x} \psi_{3,i} + \alpha_{DA} \frac{EJ_i}{l_x} \psi_{4,i} \dots\dots(5.3)$$

kolonlardaki momentler (dönüş açılarından dolayı)

$$\frac{4EJ_{ci}}{H_i} \psi_{1,i} + \frac{4EJ_{ci+1}}{H_{i+1}} \psi_{1,i} + \frac{2EJ_{ci}}{H_i} \psi_{1,i-1} + \frac{2EJ_{ci+1}}{H_{i+1}} \psi_{1,i+1} \dots\dots\dots(5.4)$$

kolonlardaki momentler ( $\delta$ ' lardan dolayı)

$$-\frac{6EJ_{ci}}{H_i^2} \cdot \delta_i - \frac{6EJ_{ci+1}}{H_{i+1}^2} \cdot \delta_{i+1} \dots \dots \dots (5.5)$$

(5.3), (5.4) ve (5.5) ifadeleri toplanır ve düzenlenirse;

$$E \left[ \frac{J_i}{l_x} \cdot \alpha_{AA} + 4 \left( \frac{J_{ci}}{H_i} + \frac{J_{ci+1}}{H_{i+1}} \right) \right] \psi_{1,i} + \frac{EJ_i}{l_x} (\alpha_{CA} \cdot \psi_{2,i} + \alpha_{BA} \cdot \psi_{3,i} + \alpha_{DA} \cdot \psi_{4,i}) +$$

$$+ 2E \left( \frac{J_{ci}}{H_i} \cdot \psi_{1,i-1} + \frac{J_{ci+1}}{H_{i+1}} \cdot \psi_{1,i+1} \right) - 6E \left( \frac{J_{ci}}{H_i^2} \cdot \delta_i + \frac{J_{ci+1}}{H_{i+1}^2} \cdot \delta_{i+1} \right) = 0 \dots (5.6)$$

i. katta A kolonuna ait moment denge denklemi elde edilir. A kolonu için yazılan (5.6) denklemi daha kısa şekilde yazılmak istenirse;

$$E \left[ \frac{J_i}{l_x} \cdot \alpha_{AA} + 4 \left( \frac{J_{ci}}{H_i} + \frac{J_{ci+1}}{H_{i+1}} \right) \right] \cdot \psi_{1,i}$$

ifadesi,

$$(E \cdot d_i \cdot \psi_{1,i}) \text{ şeklinde yazılabilir.}$$

Burada;

$$d_i = \frac{J_i}{l_x} \cdot \alpha_{AA} + 4 \left( \frac{J_{ci}}{H_i} + \frac{J_{ci+1}}{H_{i+1}} \right)$$

dir.

$$\frac{EJ_i}{l_x} (\alpha_{CA} \cdot \psi_{2,i} + \alpha_{BA} \cdot \psi_{3,i} + \alpha_{DA} \cdot \psi_{4,i})$$

ifadesi de,

$$\left( \frac{EJ_i}{l_x} \cdot \sum_n \alpha \cdot \psi_{n,i} \right) \text{ şeklinde yazılabilir.}$$

Burada ise;

$\alpha$ : A kolonuna komşu olan kolonlardan, A kolonuna gelen moment geçiş katsayılarını

$\psi_{n,i}$ :  $\alpha$  moment geçiş katsayılarının geldiği kolonların  $i$ . kattaki döşemeye birleştiği düğüme ait dönme açıları gösterir.

$$2.E \left( \frac{J_{ci}}{H_i} \cdot \psi_{1,i-1} + \frac{J_{ci+1}}{H_{i+1}} \cdot \psi_{1,i+1} \right)$$

ifadesi ise;

$$2.E \cdot e_i \quad \text{şeklinde yazılabilir.}$$

Burada;

$$e_i = \frac{J_{ci}}{H_i} \cdot \psi_{1,i-1} + \frac{J_{ci+1}}{H_{i+1}} \cdot \psi_{1,i+1}$$

dir.

Kolonlardaki  $\delta$  deplasmanlarından dolayı moment dengesi yazılan düğümde meydana gelen;

$$-6.E \left( \frac{J_{ci}}{H_i^2} \cdot \delta_i + \frac{J_{ci+1}}{H_{i+1}^2} \cdot \delta_{i+1} \right)$$

momentlerin ifadesi ise;

$$-6.E \sum_{i=i}^{i+1} \frac{J_{ci}}{H_i^2} \cdot \delta_i$$

şeklinde yazılabilir. Bunlara göre,  $i$ . katta A kolonuna ait (5.6) moment denge denklemi;

$$E \cdot d_i \cdot \psi_{1,i} + \frac{EJ_i}{l_x} \sum_n \alpha \cdot \psi_{n,i} + 2 \cdot E \cdot e_i - 6 \cdot E \cdot \sum_{i=i}^{i+1} \frac{J_{ci}}{H_i^2} \cdot \delta_i = 0 \dots\dots\dots(5.7)$$

şeklinde ifade edilebilir.

$i$ . kattaki diğer düğüm noktalarına ait moment denge denklemleri de (5.7) ifadesinden yararlanarak benzer şekilde yazılabilir.

## 5.2. YATAY DENGE DENKLEMLERİNİN KURULMASI:

Yatay denge denklemleri de çubuk sistemlerde olduğu gibi yazabilir. Şimdi  $i$ . kata ait yatay denge denklemi yazalım;

$i$ . kattaki kolonların uçlarındaki dönmelerden dolayı oluşan kesme kuvvetleri;

$$- 6 \frac{E \cdot J_{ci}}{H_i^2} (\psi_{1,i-1} + \psi_{1,i} + \psi_{2,i-1} + \psi_{2,i} + \psi_{3,i-1} + \psi_{3,i} + \psi_{4,i-1} + \psi_{4,i}) \dots\dots\dots(5.8)$$

$i$ . kattaki kolonların  $\delta$  deplasmanlarından dolayı oluşan kesme kuvvetleri ise;

$$4 \left( 12 \frac{EJ_{ci}}{H_i^3} \cdot \delta_i \right) \dots\dots\dots(5.9)$$

ifadesi ile verilir. Buradaki 4 katsayısı, 1/4 sistemdeki kolon sayısını göstermektedir. Aynı şekilde (5.8) ifadesi de 1/4 sistemde bulunan kolonların uçlarındaki dönmelerden dolayı oluşan kesme kuvvetlerini ifade eder. Şayet (5.8) ve (5.9) ifadeleri tam sistem için yazılmış olsaydı, bu ifadelerin tüm sistem için yazılması gerekirdi.

Buna göre 1/4 sistem için  $i$ . kata ait yatay denge denklemi (5.8) ve (5.9) ifadeleri toplamından;

$$-6 \frac{EJ c_i}{H_i^2} (\psi_{1,i-1} + \psi_{1,i} + \psi_{2,i-1} + \psi_{2,i} + \psi_{3,i-1} + \psi_{3,i} + \psi_{4,i-1} + \psi_{4,i}) + 4(12 \frac{EJ c_i}{H_i^2} \cdot \delta_i) = \frac{Q^i \text{ kat}}{4} \dots \dots \dots (5.10)$$

elde edilir. Burada  $Q^i_{\text{kat}}$ ,  $i$ . kat ve onun üzerindeki bütün katlardaki yatay kuvvetlerin toplamıdır.

Şekil: 5.1 deki 1/4 sistem için yazılan (5.10) yatay denge denklemi  $i$ . kat için genel olarak;

$$-6 \frac{E.J c_i}{H_i^2} \sum_{k=1}^n (\psi_{k,i-1} + \psi_{k,i}) + n(12 \frac{E.J c_i}{H_i^2} \cdot \delta_i) = Q^i \text{ kat} \dots \dots \dots (5.11)$$

denklemi ile ifade edilebilir. Burada  $n$ , bir katta bulunan kolon sayısını ifade etmektedir.

Moment denge denklemi (5.7) ve yatay denge denklemi (5.11) den yararlanarak sisteme ait bütün denge denklemleri yazılabilir. Bu denklem sisteminin çözümünden de bütün deplasmanlar elde edilerek, elemanların uç kuvvetleri belirlenir.

Moment denge denklemleri kurulurken sistemin simetrisinden aşağıdaki özelliklere dikkat ederek yararlanmak gerekir.

Simetri eksenini açıklık ortalarından geçiyorsa, moment denge denklemleri (5.7) deki gibi kurulur. Simetri eksenini kolonların üzerinden geçiyorsa yarım sistemde kolon ve döşeme atalet momentleri yarı değerler olarak alınır. Bu kolonlara ait bulunan sonuçların iki katı sonuç uç momenti olarak göz önüne alınmalıdır.

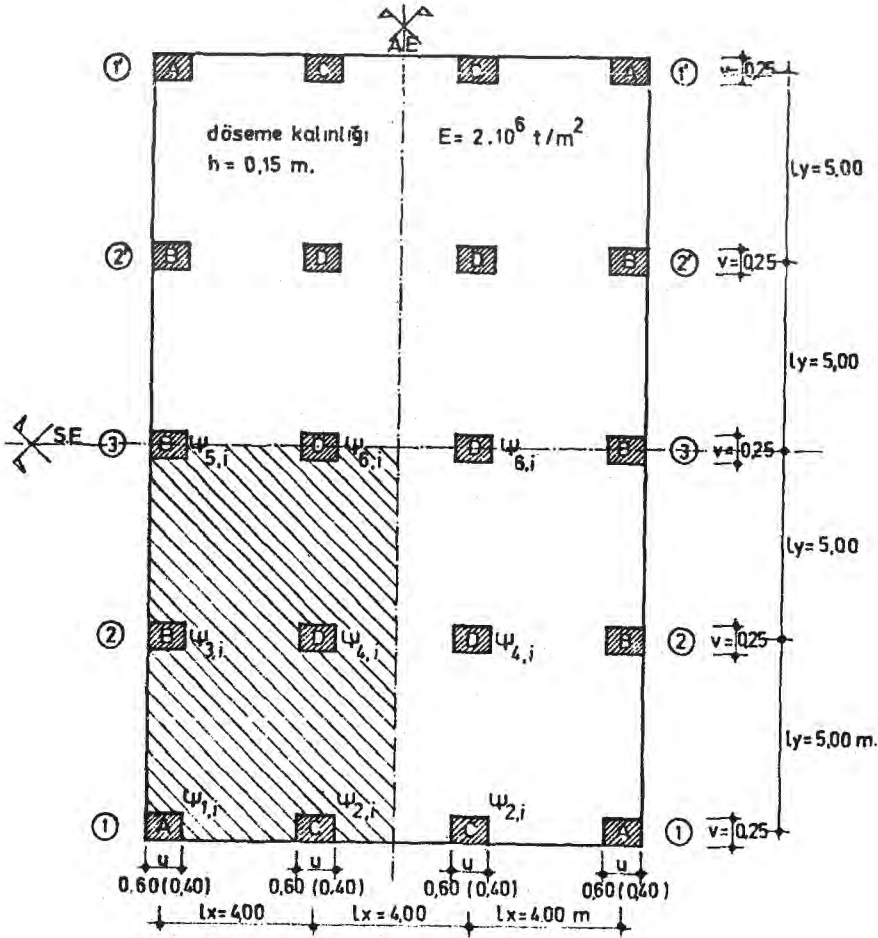
Bu bölümde anlatılan denge denklemlerinin sayısal uygulamaları bundan sonraki bölümde verilecektir

## 6. ÖRNEK PROBLEMLER:

Bölüm 4 de elde edilen  $\alpha$  moment geçiş katsayılarını ve Bölüm 5 deki denge denklemlerini kullanarak değişik örnekler çözülmüş ve bunlardan ikisine bu bölümde yer verilmiştir. Örneklerin sonuçlarının değerlendirilmesi de yine bu Bölümde yapılmıştır.

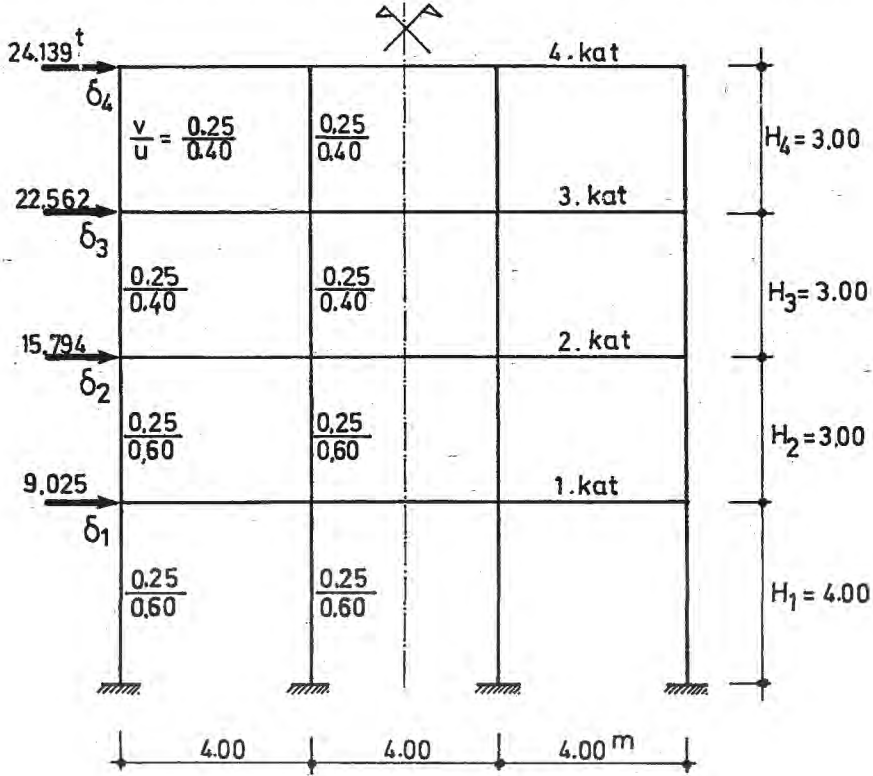
## 6.1. ÖRNEK: 1

Şekil 6.1'de planı görülen 4 katlı, kirintisiz döşemeli betonarme bir



Şekil: 6.1

yapı ele alınmıştır. Döşeme kalınlıkları bütün katlarda eşit ve 0,15 m.dir. Kolon boyutları ise bir katta aynı olmak üzere iki katta bir değiştirilmiştir. Buna göre seçilen kolon boyutları Şekil 6.2'de görülmektedir.



Şekil: 6.2

3. derece deprem bölgesine göre, yapıya etki edecek toplam deprem kuvvetleri de hesaplanarak Şekil: 6.2 de gösterilmiştir.

Bu yapıya ait denge denklemleri, yapının simetrisinden dolayı 1/4 sistem üzerinde yazılmıştır. Buna göre Şekil: 6.1 de taralı olarak gösterilen bölgede 1-1 aksındaki A ve C kolonlarının, 2-2 aksındaki B ve D kolonlarının döşemeyle birleştiği düğüme ait moment denge denklemleri (5.7) bağıntısına göre yazılmıştır. Fakat 3-3 aksındaki B ve D kolonları simetri ekseninde bulunduğundan bu düğümlere ait moment denklemleri kurulurken 3-3 aksındaki kolon ve döşeme atalet momentleri yarım olarak alındı.

Bu yapının 1/4 sistemde çözümü için kurulacak denklemlerin sayısı, 24'ü moment denge denklemi, 4'ü ise yatay denge denklemi olmak üzere 28'dir. Denklemler daha önce açıklandığı şekilde kurulmuştur. Fakat bu örnekte dinamik hesap için de gerekli olacak rijitlik matrisini direkt olarak hesaplayabilmek için denklemler  $\delta$  relatif deplasmanları yerine  $u$  kat deplas-

manlarına bağılı olarak yazılmıştır.

Bu esaslara göre kurulan ve problemdeki kolon - döşeme boyutları oranlarına bağılı olarak tablolardan alınan  $\alpha$  moment geçiş katsayıları da yerleştirilerek (Şekil 4.1 ve Bölüm 5'e göre) elde edilen denge denklemlerinin bazıları burada örnek olarak verilmiştir. Buna göre;

2. katta 1 - 1 aksında A kolonu ucunda yazılan moment denge denklemi;

$$6000 \cdot \psi_{1,1} + 16790 \cdot \psi_{1,2} + 505,55 \cdot \psi_{2,2} - 61,88 \cdot \psi_{3,2} + 47,11 \cdot \psi_{4,2} + 1777,5 \cdot \psi_{1,3} + 6000 \cdot u_1 - 4222,26 \cdot u_2 - 1777,5 \cdot u_3 = 0$$

şeklinde,

2. katta 2 - 2 aksında B kolonu ucunda yazılan moment denge denklemi;

$$6000 \cdot \psi_{3,1} - 61,88 \cdot \psi_{1,2} + 46,41 \cdot \psi_{2,2} + 17932 \cdot \psi_{3,2} + 852,20 \cdot \psi_{4,2} - 61,88 \cdot \psi_{5,2} + 1777,5 \cdot \psi_{3,3} + 6000 \cdot u_1 - 4222,26 \cdot u_2 - 1777,5 \cdot u_3 = 0$$

şeklinde,

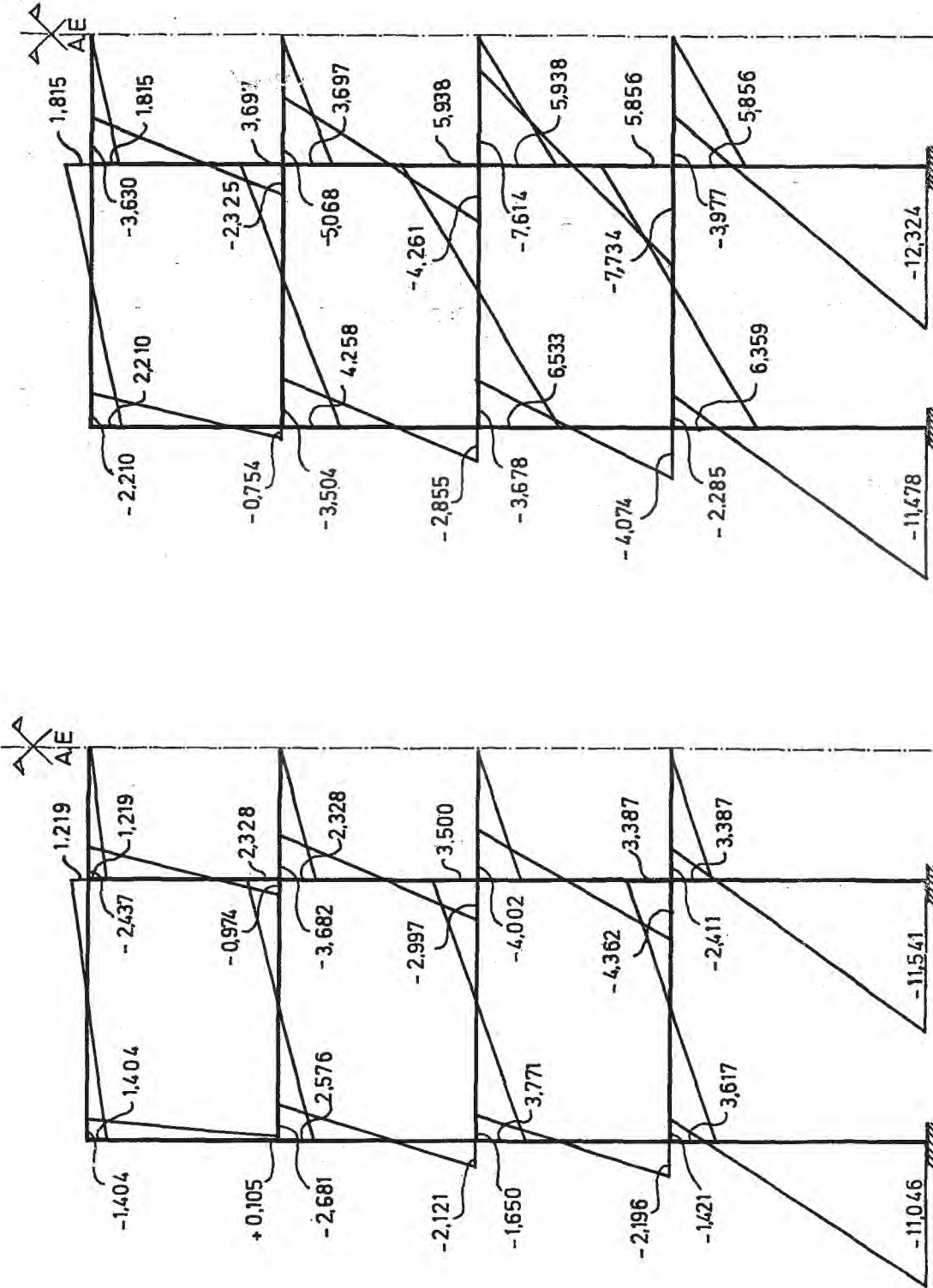
2. katta 3 - 3 aksında D kolonu ucunda yazılan moment denge denklemi;

$$3000 \cdot \psi_{6,1} + 46,41 \cdot \psi_{3,2} - 10,55 \cdot \psi_{4,2} + 426,10 \cdot \psi_{5,2} + 10422 \cdot \psi_{6,2} + 888,75 \cdot \psi_{6,3} + 3000 \cdot u_1 - 2111,13 \cdot u_2 - 888,75 \cdot u_3 = 0$$

şeklindedir.

2. kata ait yatay denge denklemi ise;

$$\begin{aligned} & -6000 \left( \psi_{1,1} + \psi_{2,1} + \psi_{3,1} + \psi_{4,1} + \frac{\psi_{5,1}}{2} + \frac{\psi_{6,1}}{2} \right) - 4222,26 \left( \psi_{1,2} + \psi_{2,2} + \psi_{3,2} + \psi_{4,2} + \frac{\psi_{5,2}}{2} + \frac{\psi_{6,2}}{2} \right) + 1777,5 \left( \psi_{1,3} + \psi_{2,3} + \psi_{3,3} + \psi_{4,3} + \frac{\psi_{5,3}}{2} + \frac{\psi_{6,3}}{2} \right) - 20000 \cdot u_1 + \\ & + 25925 \cdot u_2 - 5926 \cdot u_3 = \frac{15,794}{4} \end{aligned}$$



1-1 AKSI (KENAR AKS)

2-2 (3-3) AKSI (İÇ AKSLAR)

Şekil: 6.3

şeklinde ifade edilmiştir. Denklemlerdeki bütün boyutlar ton ve metre olarak alınmıştır.

Bu şekilde elde edilen denklem sisteminin çözümünden yararlanarak kolon uç momentleri ve düğümlerdeki dengeden de döşemenin kolon bölgesindeki momentleri elde edilmiş ve Şekil 6.3'de gösterilmiştir.

## 6.2. ÖRNEK: 2

Bu örnekte de yine 4 katlı kirişsiz döşemeli betonarme bir yapı ele alınmıştır. Şekil 6.4 ve 6.5'de görüldüğü gibi her katta döşeme kalınlığı aynı, kolon kesitleri ise yine iki katta bir değişmektedir. Bir önceki örneğe göre bunun farklı tarafı döşemenin  $l_y/l_x$  oranıdır. Daha önce 1,25 olan oran, burada 0,50 olarak alınmış ve denklemler de buna göre Şekil 6.5 de taralı olarak gösterilen 1/4 sistem üzerinde kurulmuştur.  $l_y/l_x = 0,50$  için  $\alpha$  moment geçiş katsayıları kullanılarak kurulan bu denklemlere örnek olmak üzere burada 1. kata ait 2 moment denge denklemi ile o kata ait yatay denge denklemi verilmiştir. Buna göre;

1. katta 1-1 aksında C kolonu ucunda yazılan moment denge denklemi;

$$- 276,19.\psi_{1,1} + 27276.\psi_{2,1} + 90,84.\psi_{3,1} - 450.\psi_{4,1} + 7200.\psi_{2,2} + 3150.u_1 - 7200.u_2 = 0$$

şeklinde,

1. katta 3-3 aksında B kolonu ucunda yazılan moment denge denklemi;

$$- 376.\psi_{3,1} + 92,25.\psi_{4,1} + 13644.\psi_{5,1} + 196,31.\psi_{6,1} + 3600.\psi_{5,2} + 1575.u_1 - 3600.u_2 = 0$$

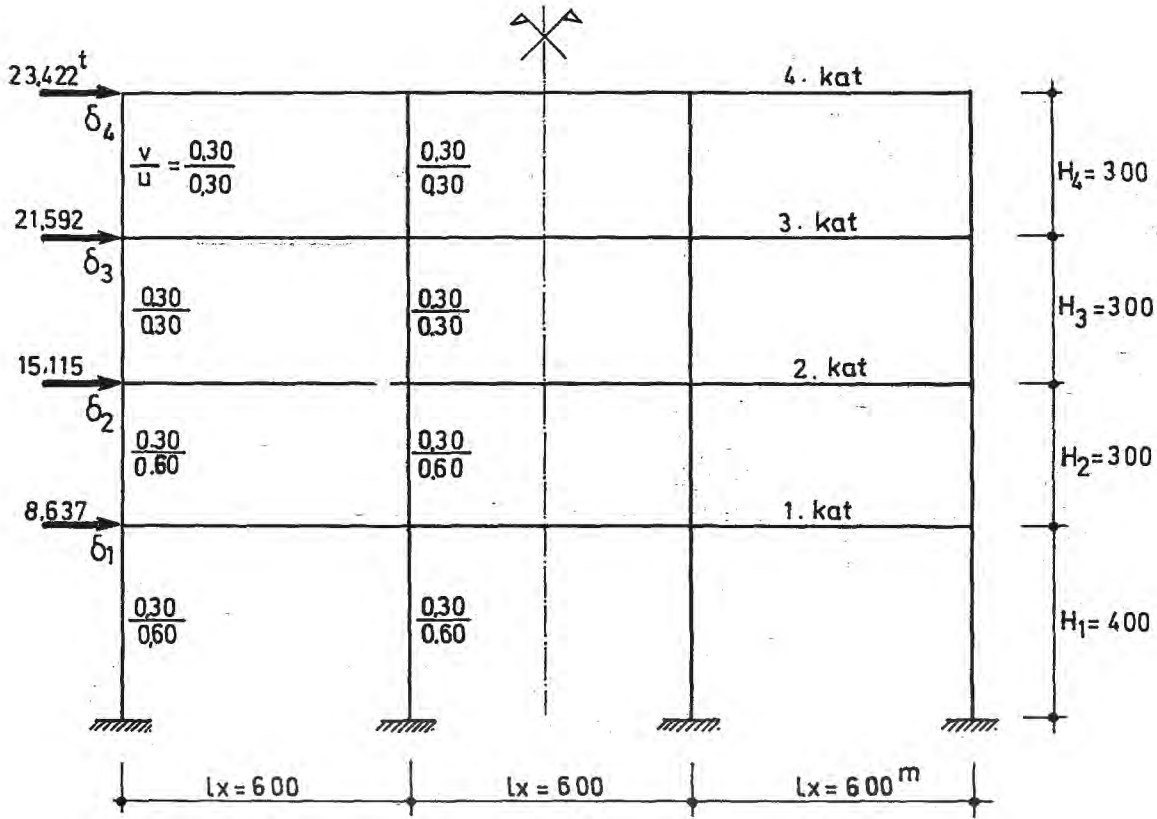
şeklinde yazılmıştır.

1. kata ait yatay denge denklemi ise;

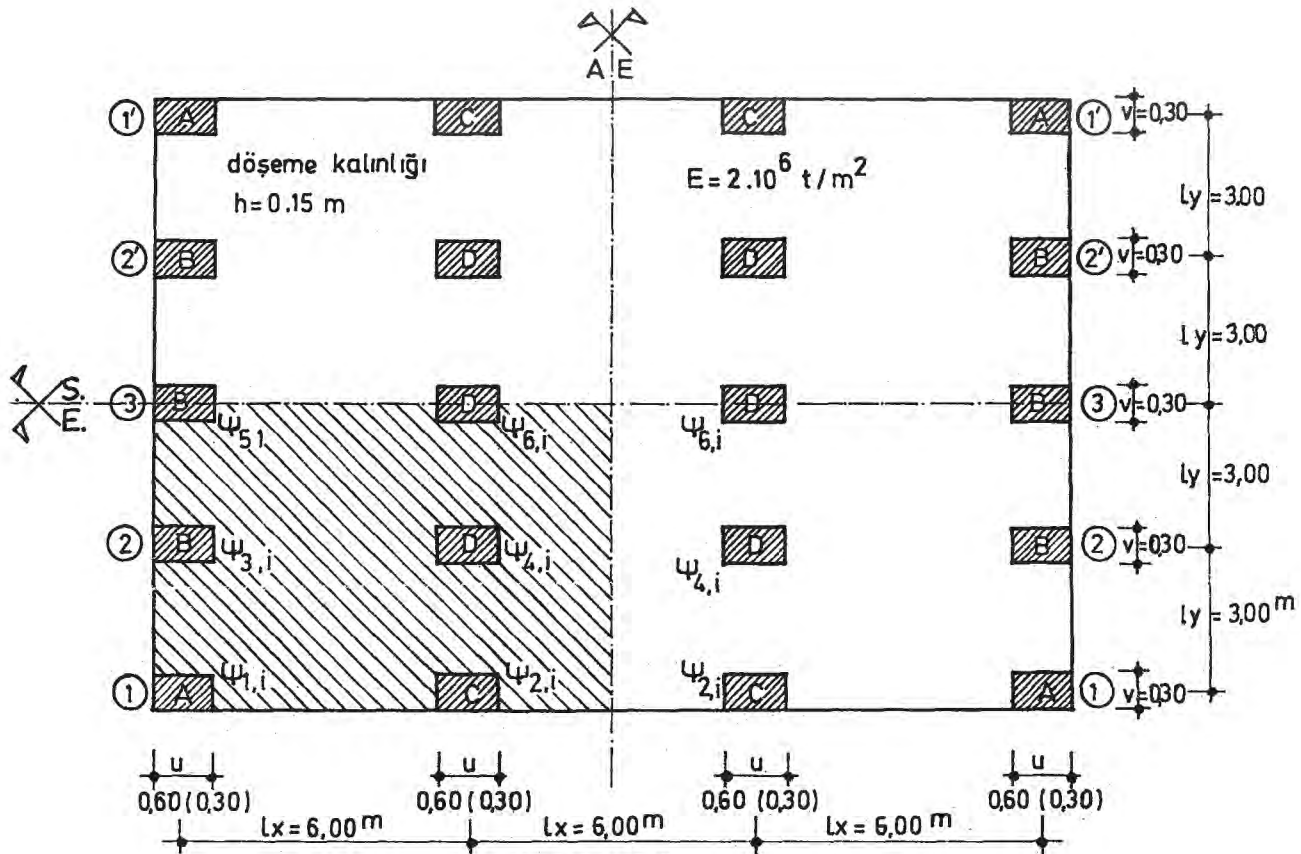
$$3150(\psi_{1,1} + \psi_{2,1} + \psi_{3,1} + \psi_{4,1} + \frac{\psi_{5,1}}{2} + \frac{\psi_{6,1}}{2}) + 7200(\psi_{1,2} + \psi_{2,2} + \psi_{3,2} + \psi_{4,2} + \frac{\psi_{5,2}}{2} + \frac{\psi_{6,2}}{2}) + 34125.u_1 - 24000.u_2 = 2,159$$

şeklinde ifade edilmiştir.

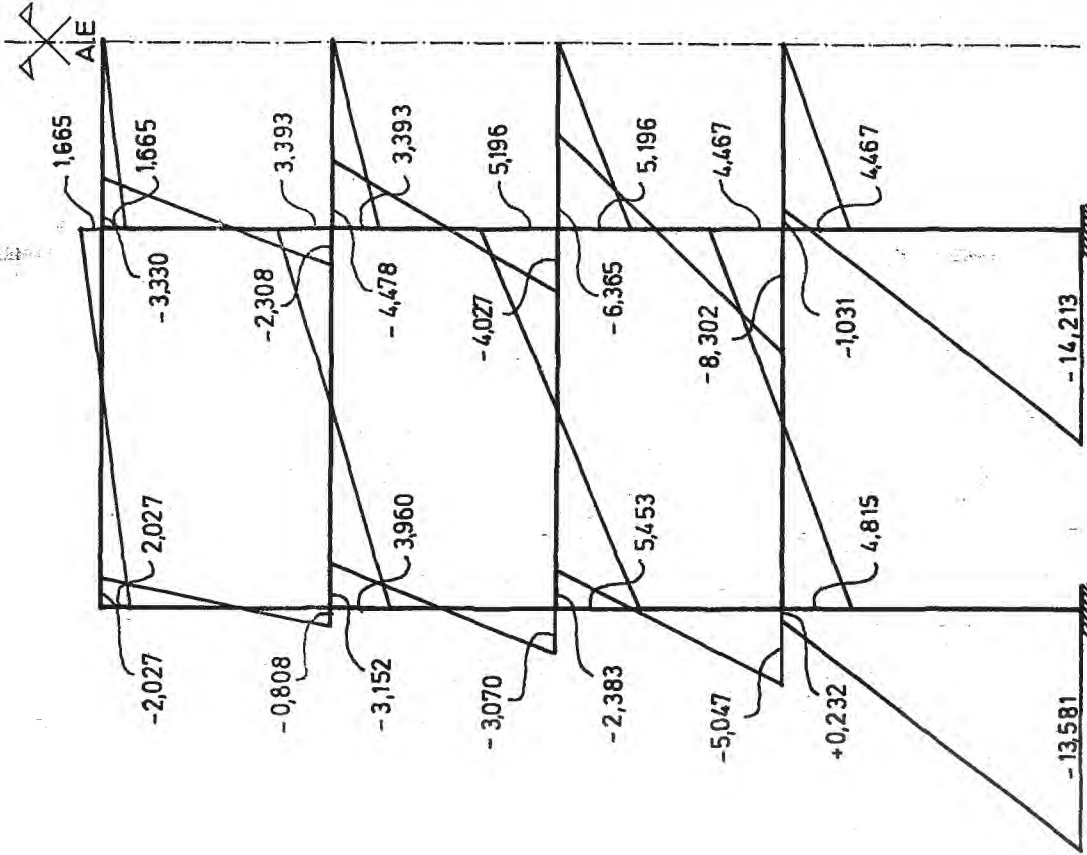
Bu şekilde elde edilen denklem sisteminin çözümünden yararlanarak kolon uç momentleri ve düğümlerdeki dengeden de döşemenin kolon bölgesindeki momentleri elde edilmiş ve Şekil 6.6'da gösterilmiştir.



Şekil 6.4

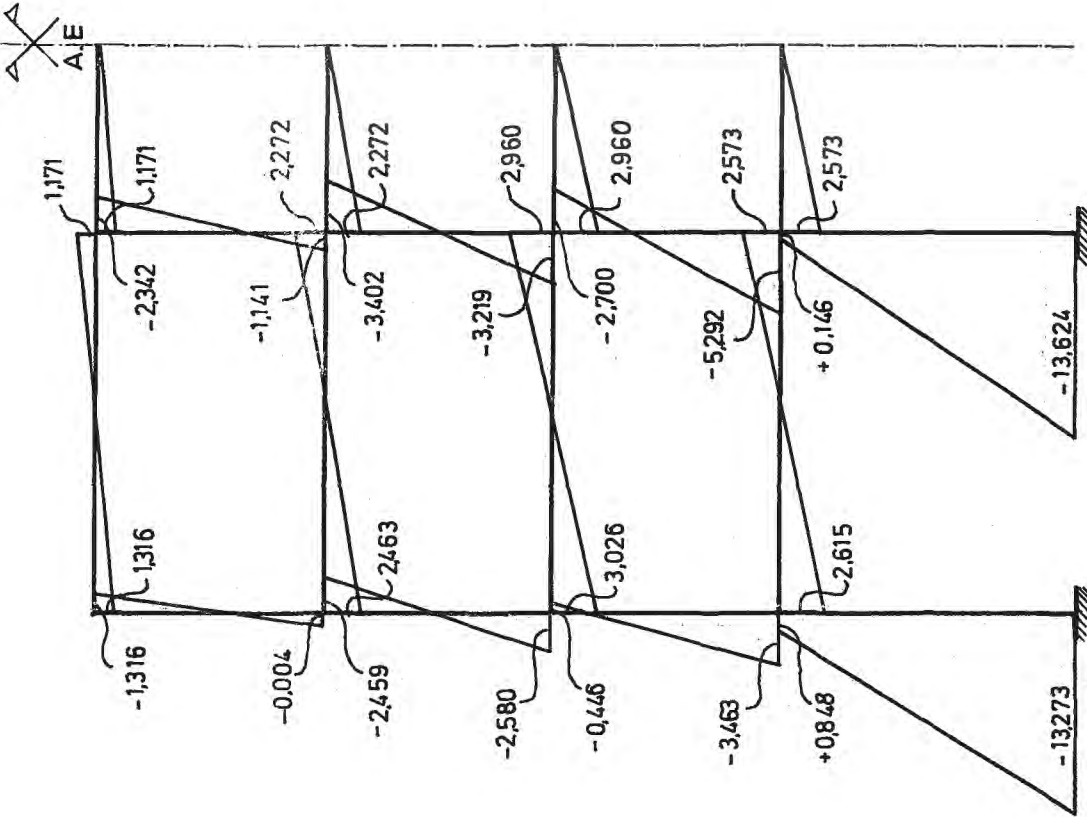


Şekil: 6.5



2-2 (3-3) AKSI (İÇ AKSLAR)

Şekil: 6.6



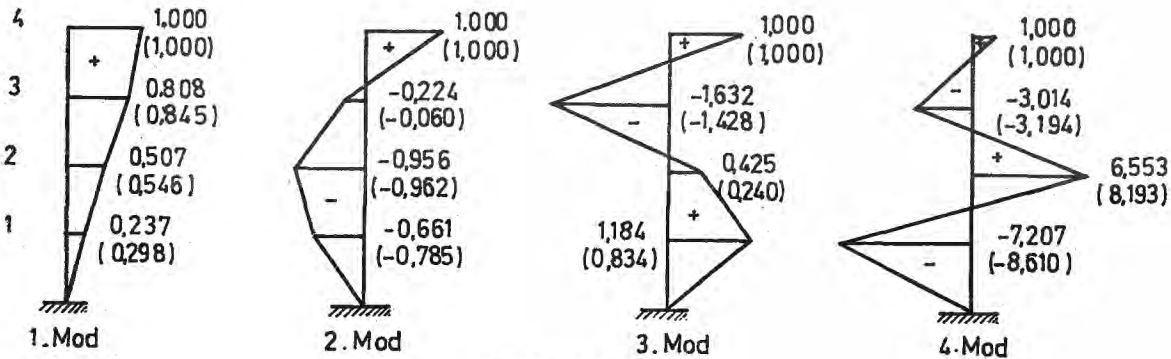
1-1 AKSI (KENAR AKS)

Önceki örnekte olduğu gibi bu sistemde de  $I_y$ 'ler eşit olduğundan iç akslarda (2-2 ve 3-3 akslarında) kesit kesirleri eşit çıkmaktadır. Sistemde  $I_y$ 'lerin eşit olması halinde denklemlerin yalnız iki aksta yazılması yeterlidir. Bu örneklerde ise daha genel olması için tüm sistem üzerinde denklemler kurulmuştur.

### 6.3. SERBEST TİTREŞİMLERE AİT MOD VE PERİYODLAR:

Bu paragrafta 1. ve 2. örnek problemlerde statik hesabı yapılan sistemlerin dinamik hesapları da Aydın [49] tarafından hazırlanan bilgisayar programıyla çözümlenerek serbest titreşimlere ait mod ve periyotlar tayin edilmiştir. Ayrıca bu sistemler bir de kirişli olarak çözümlenerek elde edilen mod ve periyotlar kirişsiz sistemler ile karşılaştırılmıştır.

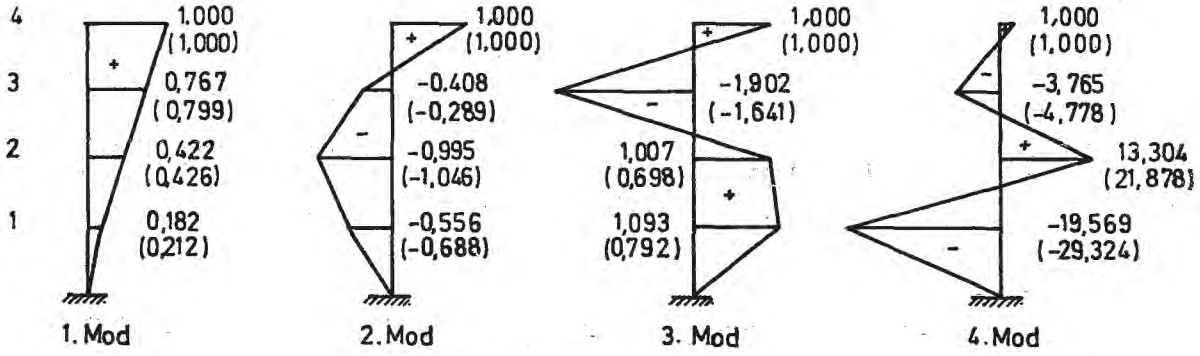
$I_y/I_x$  oranı 1,25 olan (örnek 1) kirişsiz sisteme ve aynı sistemin kirişli olarak çözümüne ait modlar Şekil 6.7'de gösterilmiştir. Parantez içindeki değerler kirişli sisteme ait modlardır.



Şekil: 6.7

Kirişsiz sistemde 1. moda ait periyot;  $T_1 = 1,043$  sn. , kirişli sistemde ise 1. moda ait periyot;  $T_1 = 0,877$  sn. olarak elde edilmiştir.

$I_y/I_x$  oranı 0,50 olan (örnek 2) sistemin kirişsiz ve kirişli olarak çözümlerinden elde edilen modlar Şekil 6.8'de gösterilmiştir. Şekilde parantez içindeki değerler yine kirişli sisteme ait modlardır. Bu çözümlere göre kirişsiz sistemde 1. moda ait periyot;  $T_1 = 1,214$  sn., kirişli sistemde ise 1. moda ait periyot;  $T_1 = 1,012$  sn. olarak elde edilmiştir. Kirişsiz sisteme ait periyotlar kirişli sistem periyotlarından % 15-20 daha fazladır. Buna göre bu örneklerdeki kirişsiz sistemlerde deprem etkilerinin kirişli sistemlere nazaran daha az olabileceği görülmüştür.



Şekil: 6.8

Bu örneklere ilaveten 10 katlı perdeli kirişsiz bir sistemin çözümü de  $\alpha$  moment geçiş katsayıları kullanılarak elde edilmiş ve bu sistemin kirişsiz ve kirişli olarak serbest titreşimlerine ait mod ve periyotları hesaplanmıştır. Bulunan sonuçlara göre 10 katlı, perdeli bu sistemin kirişsiz ve kirişli olarak 1. periyotları birbirlerine yakın çıkmıştır. (Kirişsiz sistemde  $T_1 = 1,345$  sn. , kirişli sistemde  $T_1 = 1,467$  sn.)

#### 6.4. SİSTEMLERİN ÇÖZÜMLERİNDEN YARARLANARAK DÖŞEMEDEKİ MOMENT DAĞILIMININ İNCELENMESİ:

Burada 1. örnekteki 2. kat döşemesinde oluşan moment dağılımı incelenmiştir. Bunun için denklem sisteminin çözümünden elde edilen 2. kat döşemesinin kolonlarla birleştiği düğüm noktalarındaki dönmelerden yararlanarak, 2. kat döşemesindeki moment dağılımı elde edilmiştir. Elde edilen bu değerler eşdeğer moment eğrileri ile 1/4 sistemde Şekil 6.9'da olduğu gibi gösterilmiştir.



## 7. SONUÇLAR:

Yapılan bu çalışmalar sonucunda kirişsiz döşemelerin yatay yükler etkisi altındaki davranışı daha doğru olarak incelenmiş ve bunlara ait çözümler elde edilmiştir.

Kirişsiz döşemeler için şimdiye kadar yapılan çalışmaların daha basit modeller üzerinde, döşemenin bir kiriş gibi düşünüldüğü ve bazı çalışmaların da yatay yükler için uygun olmadığı görülmüştür. Bu çalışmada ise yatay yük etkisi altında kirişsiz döşemeli sistemlerin davranışı, kolonlardan ve döşemelerden oluşan modeller üzerinde incelenmiştir.

Bu çalışmada yapılan çözümler sonucunda döşeme rijitlikleri belirlenmiş ve döşeme vasıtası ile birim moment uygulanan kolondan diğer kolonlara geçen moment miktarlarından  $\alpha$  moment geçiş katsayıları elde edilmiştir. Bu katsayılar kenar, köşe ve orta kolonlar ile perdeli sistemler için ayrı ayrı hesaplanarak elde edilmiştir.

Diğer çalışmaların bir çoğunda etkili genişliği belirlenen döşeme bir kiriş gibi düşünülmüştür. Bilindiği gibi bir kiriş elemanının bir ucu serbest bırakılarak buraya birim moment uygulandığı zaman kirişin karşı ucuna yarısı geçmektedir. Halbuki elde edilen bu katsayılardan da görüldüğü gibi herhangi bir kolonun dönmesi serbest bırakılarak buraya birim moment uygulandığında döşeme vasıtasıyla karşı kolona momentin yarısı geçmektedir. Çünkü uygulanan moment döşeme içinde, yanda ve çaprazda bulunan kolonlara da dağıldığından uygulanan momentin yarısından çok daha azı karşı kolona geçmektedir. Bu sebepten döşemenin bir kiriş olarak analiz edilmesi uygun değildir.

Elde edilen  $\alpha$  moment geçiş katsayılarından yan ve çapraz geçişlere ait katsayılar özellikle  $I_y/I_x$  oranının küçük olduğu durumlarda daha önemli olmaktadır.

$\alpha$  moment geçiş katsayıları kullanılarak kirişsiz sistemlerin çözümleri yapılırken,  $l_y$ 'lerin eşit olması halinde çözümlerin bir kenar aks ve buna bağlı bir iç aksta yapılması yeterlidir. Çünkü  $\alpha$  katsayılarının hesaplandığı modelde de bir kenar ve bir de iç aks bulunmaktadır. Yalnız  $l_y$ 'lerin eşit olmaması halinde açıklıktan açıklığa  $\alpha$  katsayıları değişeceğinden daha fazla aksta hesap yapılması gerekir.

Sistemin yatay yükler altındaki çözümünden yararlanarak döşeme üzerindeki moment dağılımı elde edilmiştir. Buna göre kolon bölgelerinde maksimum momentler oluşarak diğer bölgelerde uygun bir dağılım göstermiştir.

Kirişsiz olarak çözümlenen sistemler kirişli olarak da ele alınmış ve her iki sistemin serbest titreşimlerinden elde edilen mod ve periyotlar karşılaştırılarak, bu örneklerdeki kirişsiz sistemlerin 1. moda ait periyotları, kirişli sistemlerinkinden % 15-20 daha büyük çıkmıştır. Bu, genelde deprem etkilerinin daha az olmasını gerektirir. Dolayısıyla depreme karşı davranışta kirişsiz döşemeli sistemler daha uygun olmaktadır.

Ek - 1  $\alpha$  MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARINA AİT TABLOLAR:

| $l_y/l_x$                 | 0,50   |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $u/l_x$                   | 0,05   |        |        | 0,10   |        |        | 0,15   |        |        |
| $v/l_y$                   | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   |
| $\alpha_{AA}$             | 2,352  | 2,698  | 3,030  | 3,170  | 3,606  | 4,030  | 4,058  | 4,614  | 5,155  |
| $\alpha_{BB}$             | 5,039  | 5,458  | 5,869  | 6,863  | 7,422  | 7,954  | 8,781  | 9,529  | 10,233 |
| $\alpha_{CC}$             | 4,292  | 4,982  | 5,639  | 5,554  | 6,400  | 7,211  | 6,918  | 7,970  | 8,975  |
| $\alpha_{DD}$             | 9,442  | 10,229 | 10,989 | 12,362 | 13,340 | 14,288 | 15,384 | 16,631 | 17,840 |
| $\alpha_{AB}=\alpha_{BA}$ | -0,676 | -0,804 | -0,935 | -1,142 | -1,337 | -1,536 | -1,698 | -1,974 | -2,257 |
| $\alpha_{AC}=\alpha_{CA}$ | 0,590  | 0,701  | 0,806  | 0,848  | 0,982  | 1,107  | 1,133  | 1,301  | 1,455  |
| $\alpha_{AD}=\alpha_{DA}$ | 0,241  | 0,268  | 0,292  | 0,302  | 0,328  | 0,350  | 0,339  | 0,364  | 0,385  |
| $\alpha_{BC}=\alpha_{CB}$ | 0,236  | 0,264  | 0,289  | 0,296  | 0,323  | 0,346  | 0,334  | 0,359  | 0,382  |
| $\alpha_{BD}=\alpha_{DB}$ | 0,889  | 0,961  | 1,025  | 1,307  | 1,395  | 1,463  | 1,784  | 1,876  | 1,959  |
| $\alpha_{CD}=\alpha_{DC}$ | -1,036 | -1,268 | -1,501 | -1,595 | -1,928 | -2,265 | -2,251 | -2,711 | -3,178 |

Tablo:1 Kolonlu sistemlerde  $\alpha$  moment geçiş katsayıları.

| $l_y/l_x$                 | 0,75   |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $u/l_x$                   | 0,05   |        |        | 0,10   |        |        | 0,15   |        |        |
| $v/l_y$                   | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   |
| $\alpha_{AA}$             | 1,662  | 1,953  | 2,234  | 2,148  | 2,493  | 2,827  | 2,657  | 3,073  | 3,472  |
| $\alpha_{BB}$             | 3,387  | 3,706  | 4,009  | 4,417  | 4,797  | 5,151  | 5,480  | 5,927  | 6,354  |
| $\alpha_{CC}$             | 3,103  | 3,697  | 4,260  | 3,886  | 4,584  | 5,249  | 4,733  | 5,564  | 6,349  |
| $\alpha_{DD}$             | 6,524  | 7,129  | 7,691  | 8,199  | 8,920  | 9,577  | 9,960  | 10,796 | 11,575 |
| $\alpha_{AB}=\alpha_{BA}$ | -0,230 | -0,283 | -0,339 | -0,365 | -0,443 | -0,524 | -0,528 | -0,634 | -0,744 |
| $\alpha_{AC}=\alpha_{CA}$ | 0,487  | 0,608  | 0,724  | 0,695  | 0,846  | 0,987  | 0,934  | 1,120  | 1,294  |
| $\alpha_{AD}=\alpha_{DA}$ | 0,132  | 0,153  | 0,173  | 0,177  | 0,201  | 0,222  | 0,216  | 0,240  | 0,262  |
| $\alpha_{BC}=\alpha_{CB}$ | 0,127  | 0,150  | 0,170  | 0,172  | 0,196  | 0,218  | 0,210  | 0,236  | 0,259  |
| $\alpha_{BD}=\alpha_{DB}$ | 0,773  | 0,869  | 0,961  | 1,149  | 1,267  | 1,379  | 1,573  | 1,722  | 1,859  |
| $\alpha_{CD}=\alpha_{DC}$ | -0,334 | -0,427 | -0,523 | -0,474 | -0,599 | -0,731 | -0,633 | -0,798 | -0,972 |

Tablo: 2 Kolonlu sistemlerde  $\alpha$  moment geçiş katsayıları.

| $l_y/l_x$                 | 1,00   |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $u/l_x$                   | 0,05   |        |        | 0,10   |        |        | 0,15   |        |        |
| $v/l_y$                   | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   |
| $\alpha_{AA}$             | 1,344  | 1,612  | 1,879  | 1,699  | 2,016  | 2,321  | 2,077  | 2,450  | 2,809  |
| $\alpha_{BB}$             | 2,658  | 2,916  | 3,175  | 3,368  | 3,688  | 3,992  | 4,114  | 4,493  | 4,848  |
| $\alpha_{CC}$             | 2,546  | 3,096  | 3,628  | 3,127  | 3,774  | 4,388  | 3,773  | 4,532  | 5,249  |
| $\alpha_{DD}$             | 5,167  | 5,687  | 6,173  | 6,358  | 6,967  | 7,539  | 7,629  | 8,339  | 9,005  |
| $\alpha_{AB}=\alpha_{BA}$ | -0,094 | -0,120 | -0,147 | -0,143 | -0,180 | -0,217 | -0,202 | -0,251 | -0,302 |
| $\alpha_{AC}=\alpha_{CA}$ | 0,429  | 0,553  | 0,673  | 0,603  | 0,757  | 0,906  | 0,805  | 0,998  | 1,182  |
| $\alpha_{AD}=\alpha_{DA}$ | 0,069  | 0,084  | 0,099  | 0,097  | 0,115  | 0,132  | 0,124  | 0,144  | 0,162  |
| $\alpha_{BC}=\alpha_{CB}$ | 0,065  | 0,082  | 0,097  | 0,094  | 0,112  | 0,129  | 0,120  | 0,141  | 0,160  |
| $\alpha_{BD}=\alpha_{DB}$ | 0,689  | 0,796  | 0,900  | 1,005  | 1,140  | 1,271  | 1,369  | 1,540  | 1,704  |
| $\alpha_{CD}=\alpha_{DC}$ | -0,126 | -0,168 | -0,213 | -0,168 | -0,222 | -0,281 | -0,215 | -0,283 | -0,359 |

Tablo: 3 Kolonlu sistemlerde  $\alpha$  moment geçiş katsayıları.

| $l_y/l_x$                 | 1,25   |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $u/l_x$                   | 0,05   |        |        | 0,10   |        |        | 0,15   |        |        |
| $v/l_y$                   | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   |
| $\alpha_{AA}$             | 1,158  | 1,419  | 1,669  | 1,446  | 1,747  | 2,040  | 1,755  | 2,108  | 2,448  |
| $\alpha_{BB}$             | 2,210  | 2,465  | 2,708  | 2,784  | 3,078  | 3,357  | 3,379  | 3,722  | 4,048  |
| $\alpha_{CC}$             | 2,210  | 2,749  | 3,256  | 2,693  | 3,309  | 3,899  | 3,226  | 3,946  | 4,631  |
| $\alpha_{DD}$             | 4,371  | 4,845  | 5,294  | 5,307  | 5,865  | 6,395  | 6,310  | 6,976  | 7,592  |
| $\alpha_{AB}=\alpha_{BA}$ | -0,044 | -0,057 | -0,072 | -0,064 | -0,082 | -0,102 | -0,088 | -0,112 | -0,138 |
| $\alpha_{AC}=\alpha_{CA}$ | 0,393  | 0,517  | 0,638  | 0,542  | 0,697  | 0,848  | 0,719  | 0,912  | 1,099  |
| $\alpha_{AD}=\alpha_{DA}$ | 0,036  | 0,045  | 0,055  | 0,51   | 0,064  | 0,076  | 0,067  | 0,082  | 0,096  |
| $\alpha_{BC}=\alpha_{CB}$ | 0,034  | 0,044  | 0,054  | 0,049  | 0,062  | 0,075  | 0,066  | 0,080  | 0,095  |
| $\alpha_{BD}=\alpha_{DB}$ | 0,631  | 0,740  | 0,848  | 0,898  | 1,039  | 1,177  | 1,212  | 1,390  | 1,564  |
| $\alpha_{CD}=\alpha_{DC}$ | -0,052 | -0,072 | -0,094 | -0,066 | -0,092 | -0,120 | -0,082 | -0,113 | -0,147 |

Tablo: 4 Kolonlu sistemlerde  $\alpha$  moment geçiş katsayıları.

| $l_y/l_x$                   | 1,50   |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $u/l_x$                     | 0,05   |        |        | 0,10   |        |        | 0,15   |        |        |
| $v/l_y$                     | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   |
| $\alpha_{AA}$               | 1,038  | 1,292  | 1,538  | 1,283  | 1,576  | 1,859  | 1,548  | 1,890  | 2,220  |
| $\alpha_{BB}$               | 1,936  | 2,176  | 2,407  | 2,411  | 2,690  | 2,959  | 2,909  | 3,234  | 3,547  |
| $\alpha_{CC}$               | 2,005  | 2,521  | 3,015  | 2,411  | 3,008  | 3,580  | 2,870  | 3,567  | 4,233  |
| $\alpha_{DD}$               | 3,846  | 4,293  | 4,721  | 4,618  | 5,152  | 5,663  | 5,463  | 6,091  | 6,693  |
| $\alpha_{AB} = \alpha_{BA}$ | -0,023 | -0,031 | -0,039 | -0,032 | -0,042 | -0,053 | -0,043 | -0,055 | -0,065 |
| $\alpha_{AC} = \alpha_{CA}$ | 0,369  | 0,492  | 0,614  | 0,501  | 0,655  | 0,806  | 0,658  | 0,850  | 1,038  |
| $\alpha_{AD} = \alpha_{DA}$ | 0,018  | 0,024  | 0,030  | 0,026  | 0,034  | 0,042  | 0,036  | 0,045  | 0,055  |
| $\alpha_{BC} = \alpha_{CB}$ | 0,018  | 0,024  | 0,031  | 0,026  | 0,034  | 0,042  | 0,035  | 0,045  | 0,054  |
| $\alpha_{BD} = \alpha_{DB}$ | 0,589  | 0,699  | 0,808  | 0,821  | 0,963  | 1,103  | 1,095  | 1,276  | 1,453  |
| $\alpha_{CD} = \alpha_{DC}$ | -0,022 | -0,032 | -0,044 | -0,028 | -0,040 | -0,054 | -0,034 | -0,048 | -0,065 |

Tablo: 5 Kolonlu sistemlerde  $\alpha$  moment geçiş katsayıları.

| $l_y/l_x$                     | 0,50   |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $u/l_x$                       | 0,05   |        |        | 0,10   |        |        | 0,15   |        |        |
| $v/l_y$                       | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   |
| $\alpha_{PP}$                 | 49,748 | 53,558 | 57,326 | 57,338 | 60,932 | 65,278 | 63,954 | 68,564 | 72,658 |
| $\alpha_{EE}$                 | 5,452  | 6,242  | 6,980  | 7,366  | 8,318  | 9,218  | 9,360  | 10,546 | 11,640 |
| $\alpha_{EE'} = \alpha_{E'E}$ | 0,650  | 0,810  | 0,968  | 1,004  | 1,214  | 1,416  | 1,432  | 1,710  | 1,970  |
| $\alpha_{EP} = \alpha_{PE}$   | 1,802  | 2,166  | 2,502  | 2,006  | 2,430  | 2,816  | 1,994  | 2,454  | 2,868  |

Tablo: 6 Perdeli sistemlerde  $\alpha$  moment geiş katsayıları.

| $l_y/l_x$                     | 0,75   |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $u/l_x$                       | 0,05   |        |        | 0,10   |        |        | 0,15   |        |        |
| $v/l_y$                       | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   | 0,05   | 0,10   | 0,15   |
| $\alpha_{pp}$                 | 14,752 | 15,810 | 16,794 | 16,414 | 17,412 | 18,552 | 17,882 | 18,982 | 20,470 |
| $\alpha_{EE}$                 | 3,480  | 4,080  | 2,670  | 4,498  | 5,210  | 5,888  | 5,552  | 6,398  | 7,196  |
| $\alpha_{EE'} = \alpha_{E'E}$ | 0,844  | 1,070  | 1,290  | 1,228  | 1,514  | 1,788  | 1,674  | 2,036  | 2,378  |
| $\alpha_{EP} = \alpha_{PE}$   | 0,440  | 0,556  | 0,650  | 0,414  | 0,540  | 0,642  | 0,334  | 0,464  | 0,568  |

Tablo: 7 Perdeli sistemlerde  $\alpha$  moment geçiş katsayıları.

| $l_y/l_x$                     | 1,00  |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $u/l_x$                       | 0,05  |       |       | 0,10  |       |       | 0,15  |       |       |
| $v/l_y$                       | 0,05  | 0,10  | 0,15  | 0,05  | 0,10  | 0,15  | 0,05  | 0,10  | 0,15  |
| $\alpha_{pp}$                 | 6,694 | 7,222 | 7,420 | 7,206 | 7,672 | 7,966 | 7,612 | 8,248 | 8,716 |
| $\alpha_{EE}$                 | 2,730 | 3,280 | 3,818 | 3,450 | 4,096 | 4,710 | 4,214 | 4,968 | 5,686 |
| $\alpha_{EE'} = \alpha_{E'E}$ | 0,830 | 1,076 | 1,276 | 1,174 | 1,484 | 1,742 | 1,576 | 1,962 | 2,334 |
| $\alpha_{EP} = \alpha_{PE}$   | 0,188 | 0,238 | 0,278 | 0,152 | 0,206 | 0,244 | 0,096 | 0,148 | 0,184 |

Tablo: 8 Perdeli sistemlerde  $\alpha$  moment geiş katsayıları.

| $l_y/l_x$                     | 1,25  |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $u/l_x$                       | 0,05  |       |       | 0,10  |       |       | 0,15  |       |       |
| $v/l_y$                       | 0,05  | 0,10  | 0,15  | 0,05  | 0,10  | 0,15  | 0,05  | 0,10  | 0,15  |
| $\alpha_{pp}$                 | 3,878 | 3,978 | 4,142 | 3,910 | 4,188 | 4,484 | 4,160 | 4,390 | 4,612 |
| $\alpha_{EE}$                 | 2,332 | 2,862 | 3,372 | 2,910 | 3,520 | 4,112 | 3,530 | 4,242 | 4,926 |
| $\alpha_{EE'} = \alpha_{E'E}$ | 0,788 | 1,036 | 1,284 | 1,088 | 1,402 | 1,710 | 1,444 | 1,836 | 2,218 |
| $\alpha_{EP} = \alpha_{PE}$   | 0,110 | 0,138 | 0,156 | 0,082 | 0,110 | 0,126 | 0,042 | 0,070 | 0,086 |

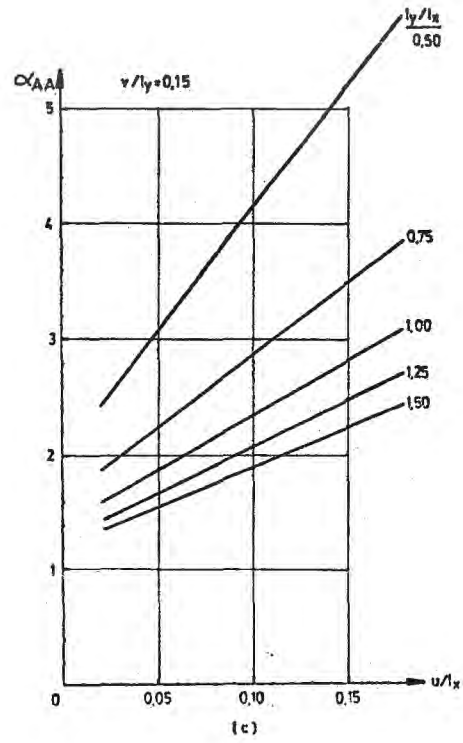
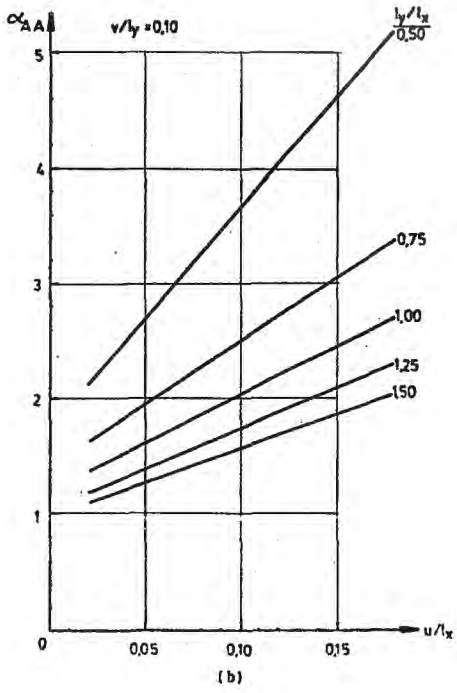
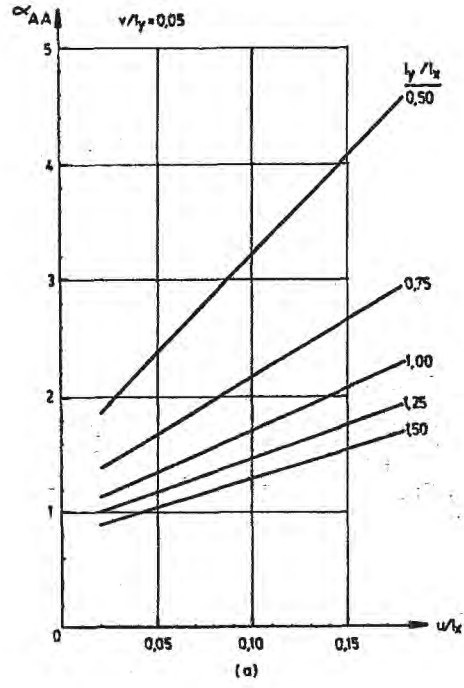
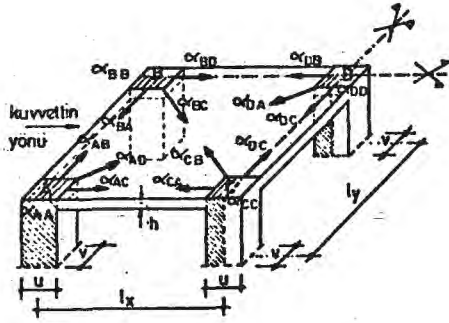
Tablo: 9 Perdeli sistemlerde  $\alpha$  moment geiş katsayıları.

| $l_y/l_x$                     | 1,50  |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $u/l_x$                       | 0,05  |       |       | 0,10  |       |       | 0,15  |       |       |
| $v/l_y$                       | 0,05  | 0,10  | 0,15  | 0,05  | 0,10  | 0,15  | 0,05  | 0,10  | 0,15  |
| $\alpha_{pp}$                 | 2,448 | 2,478 | 2,536 | 2,564 | 2,570 | 2,702 | 2,662 | 2,568 | 2,894 |
| $\alpha_{EE}$                 | 2,086 | 2,602 | 3,110 | 2,576 | 3,168 | 3,742 | 3,106 | 3,796 | 4,464 |
| $\alpha_{EE'} = \alpha_{E'E}$ | 0,744 | 0,998 | 1,248 | 1,016 | 1,330 | 1,640 | 1,336 | 1,726 | 2,110 |
| $\alpha_{EP} = \alpha_{PE}$   | 0,074 | 0,092 | 0,102 | 0,054 | 0,070 | 0,080 | 0,026 | 0,042 | 0,050 |

Tablo: 10 Perdeli sistemlerde  $\alpha$  moment geiş katsayıları.

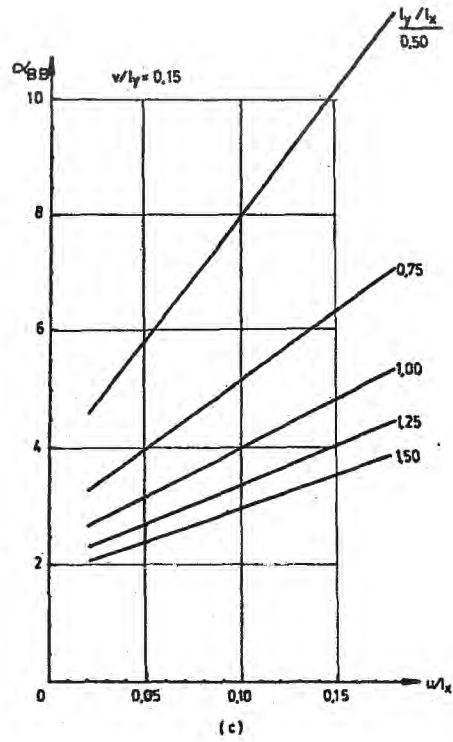
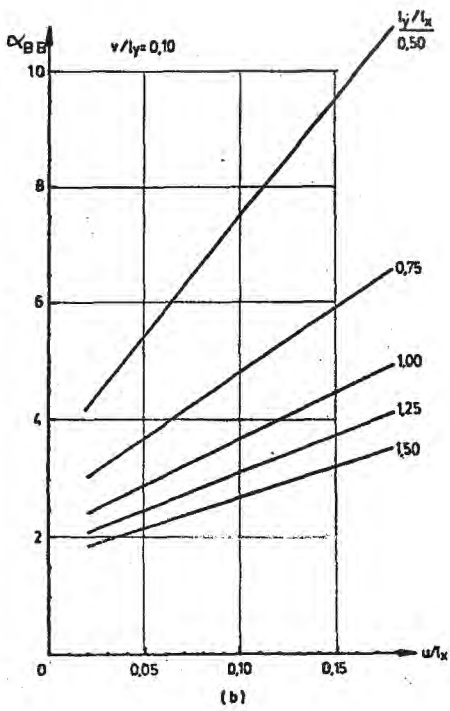
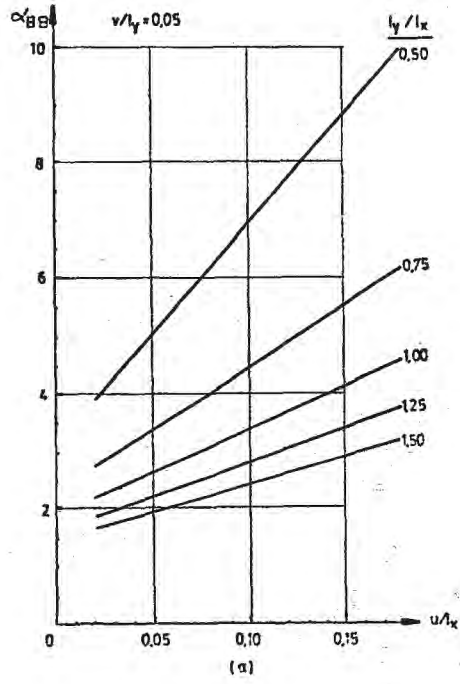
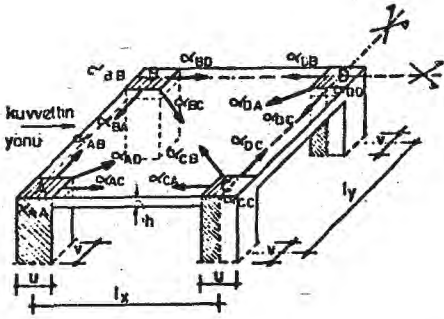
Ek - 2  $\alpha$  MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARINA AİT GRAFİKLER

KOLONLU SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



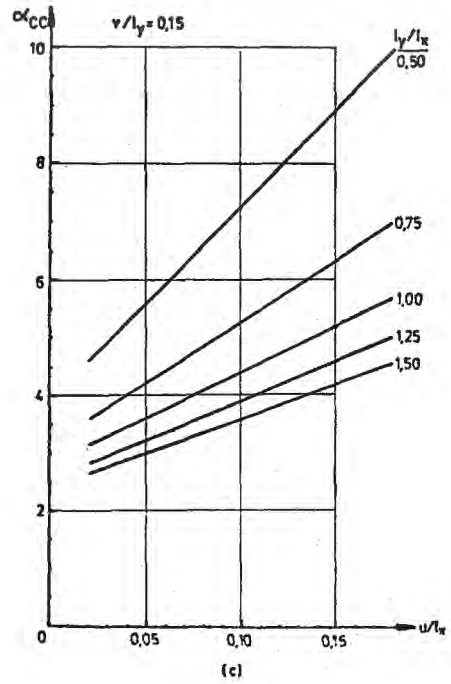
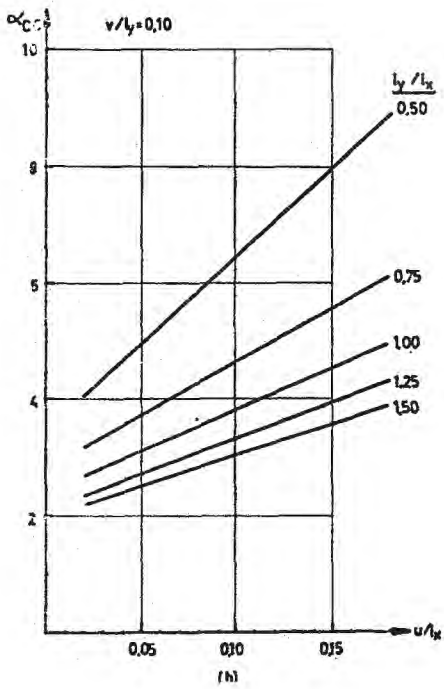
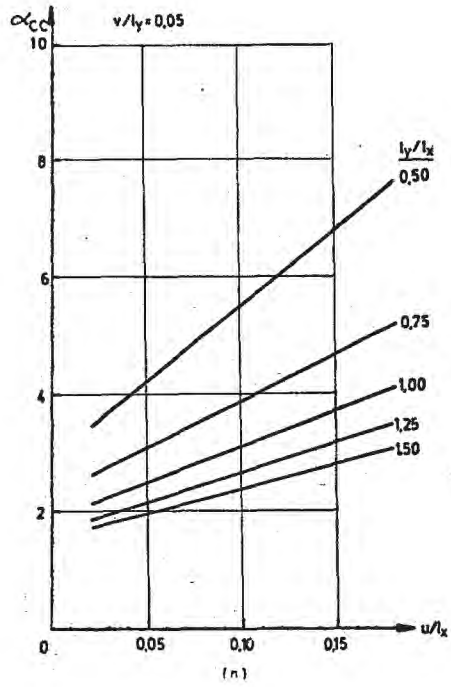
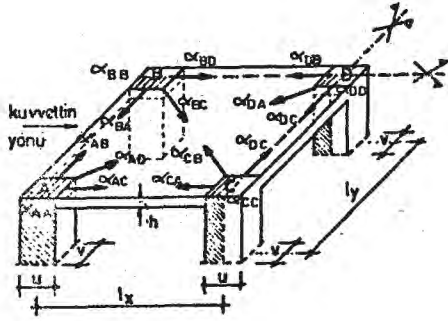
Şekil: 1

KOLONLU SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



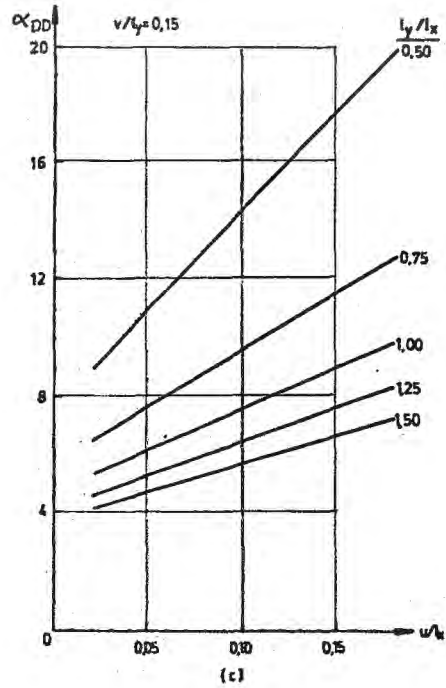
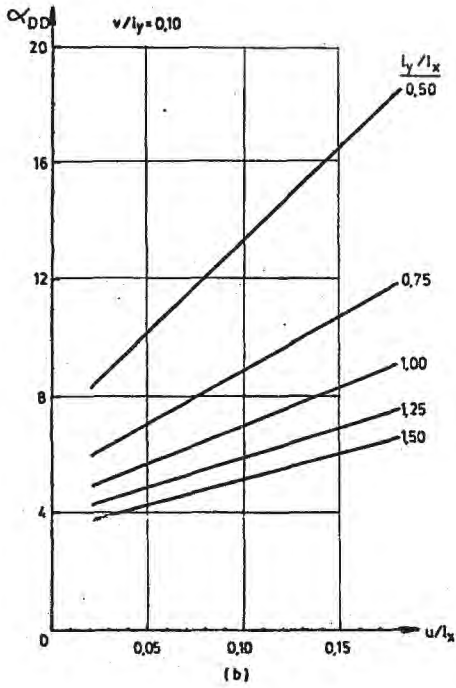
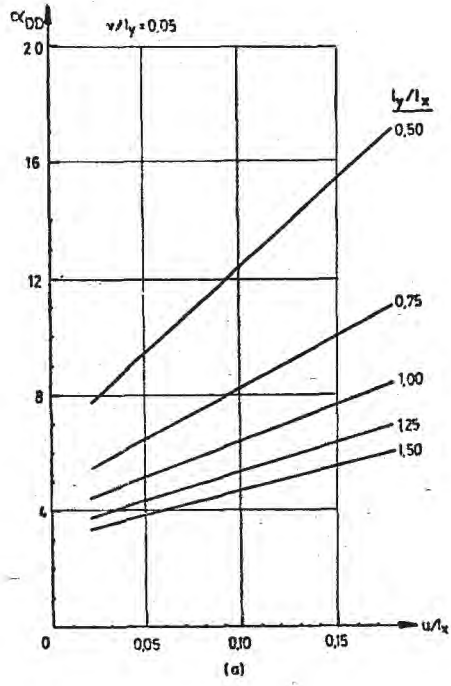
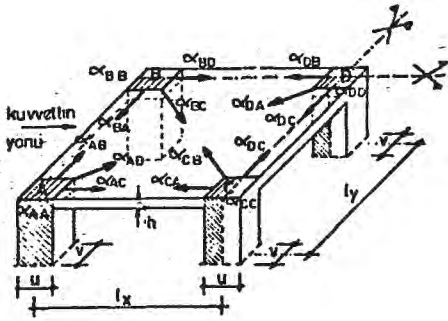
Sekil: 2

KOLONLU SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



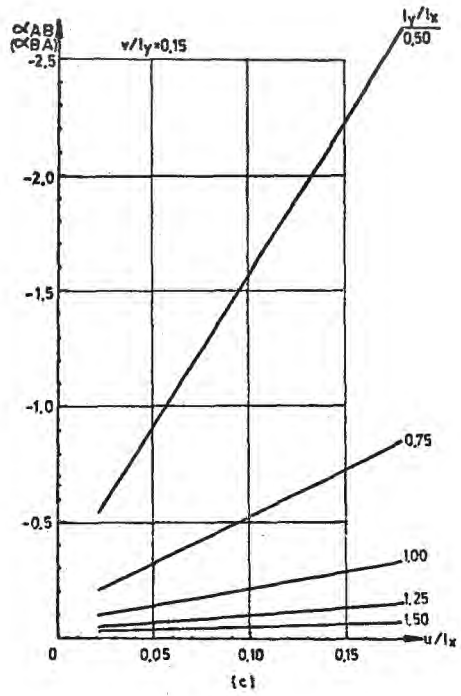
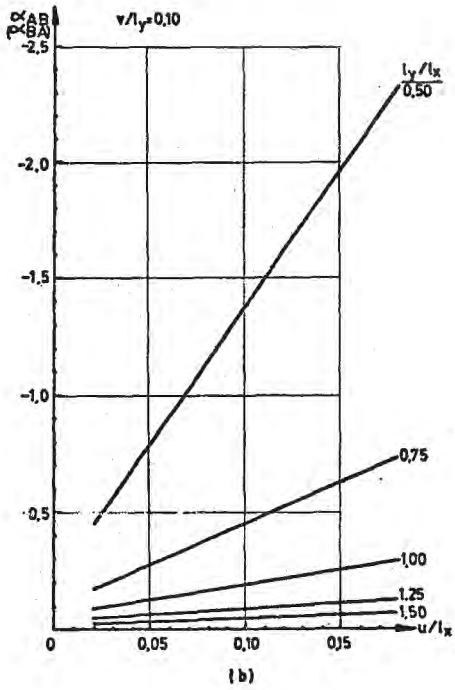
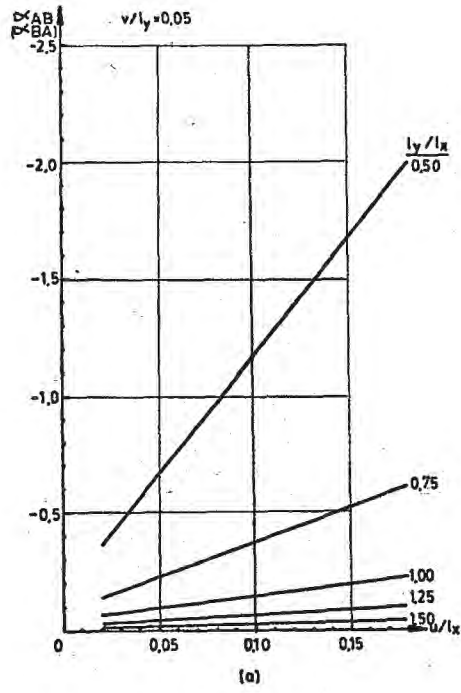
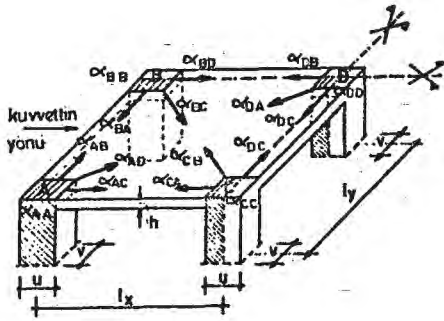
Şekil: 3

KOLONLU SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



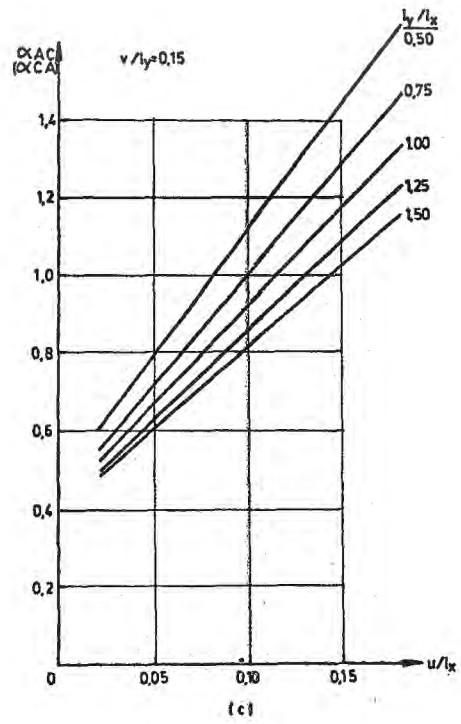
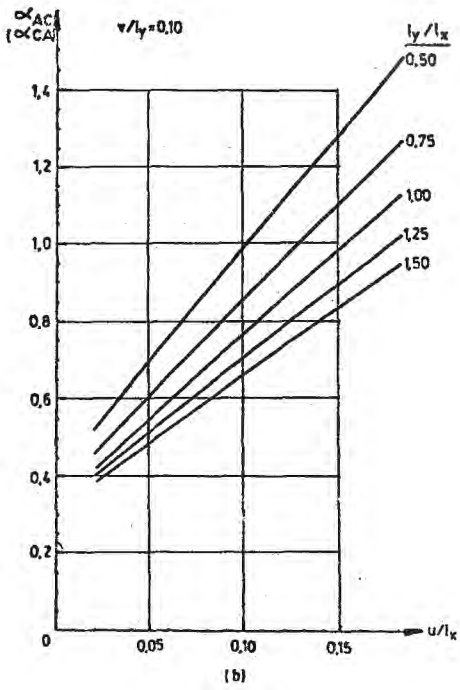
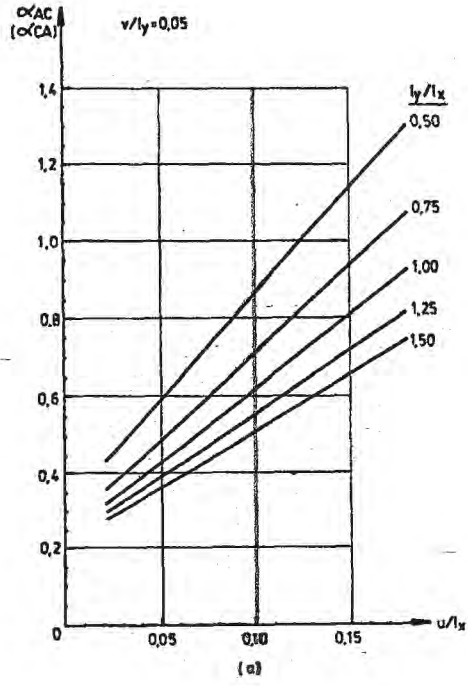
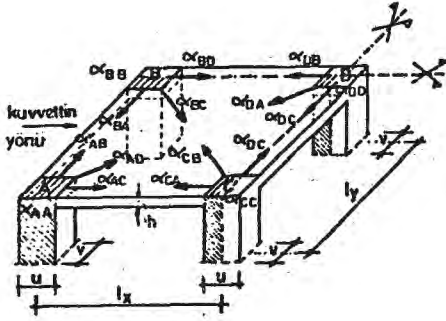
Şekil: 4

KOLONLU SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



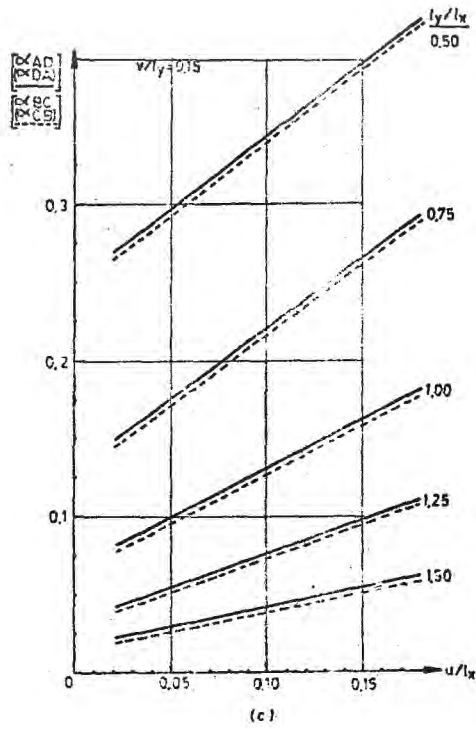
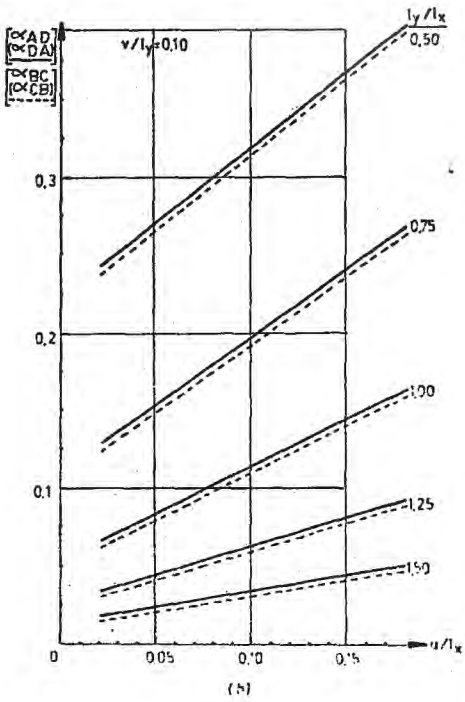
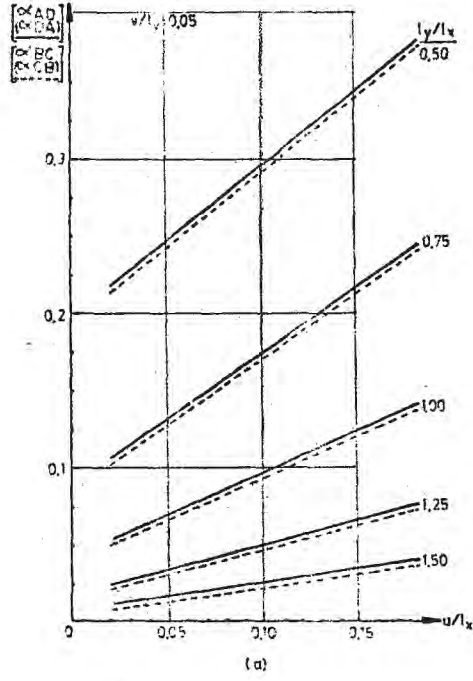
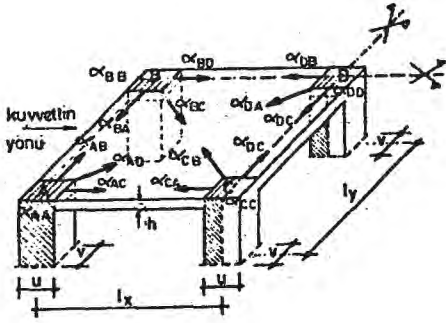
Şekil: 5

KOLONLU SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



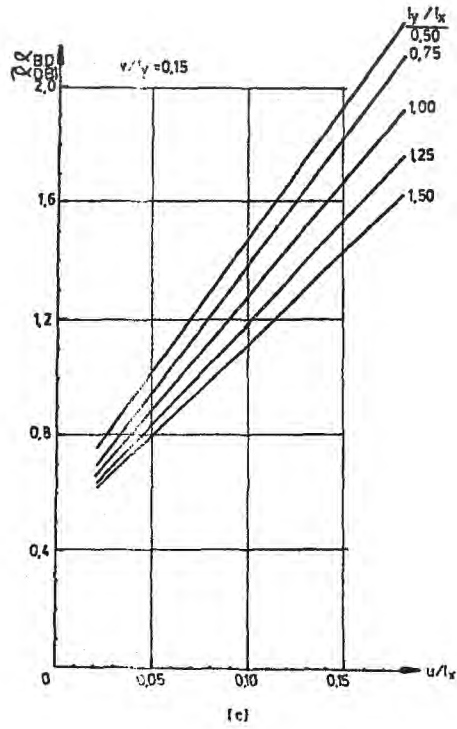
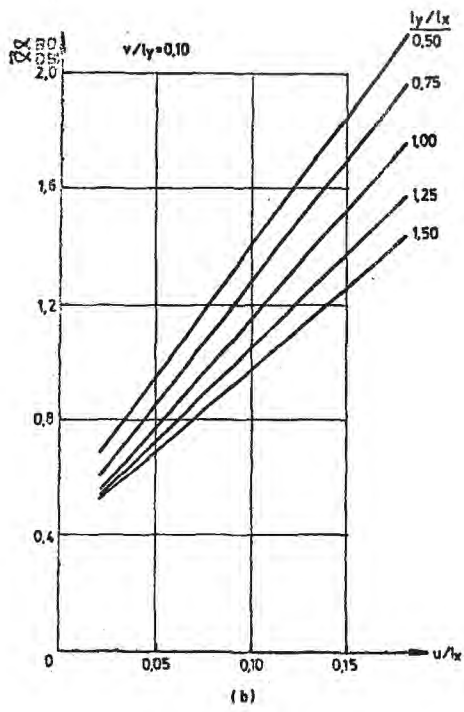
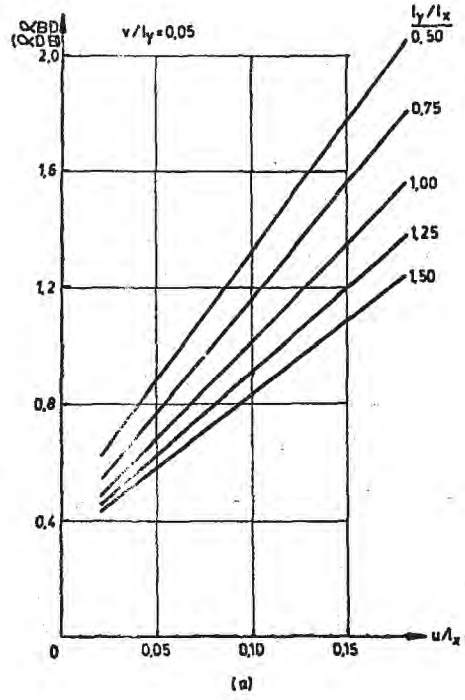
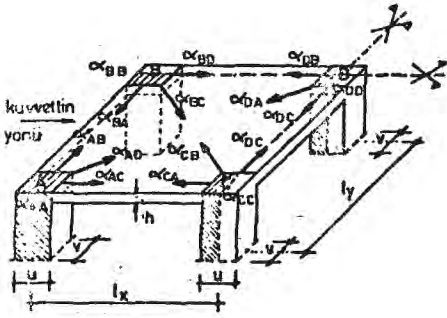
Şekil: 6

KOLONLU SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



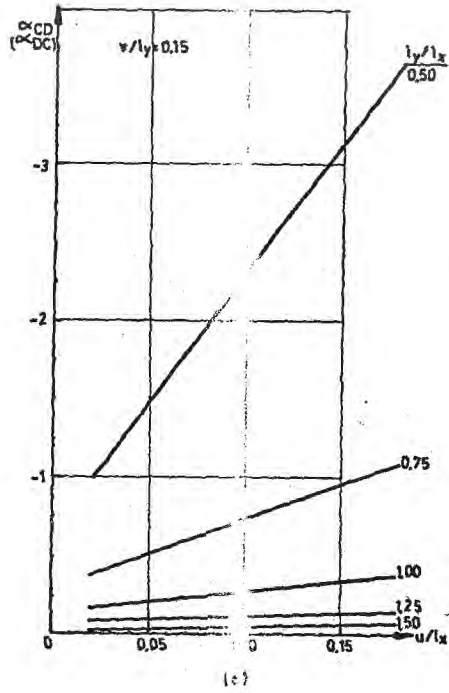
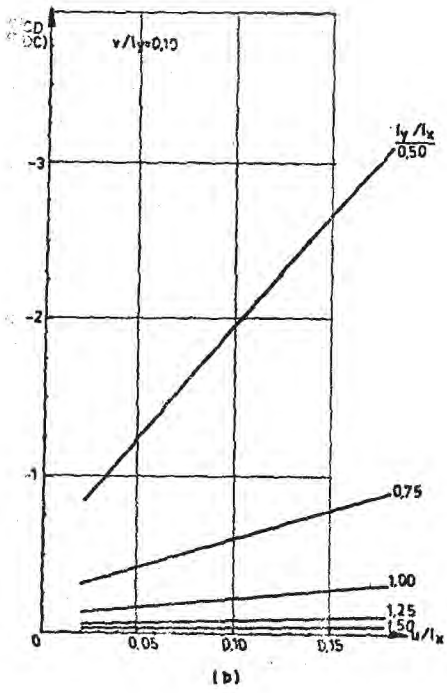
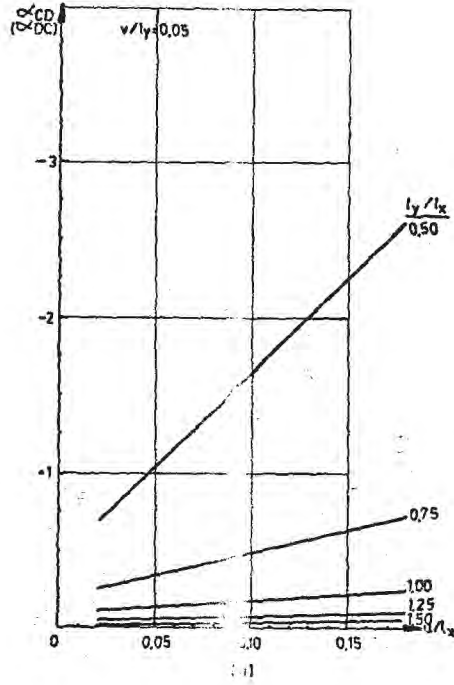
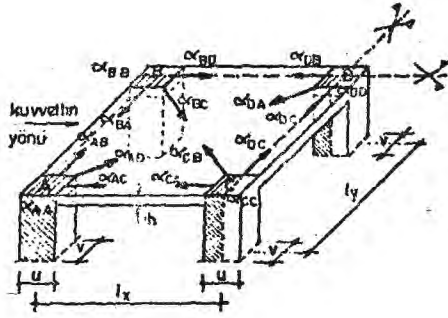
Sekil: 7

KOLONLU SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI :



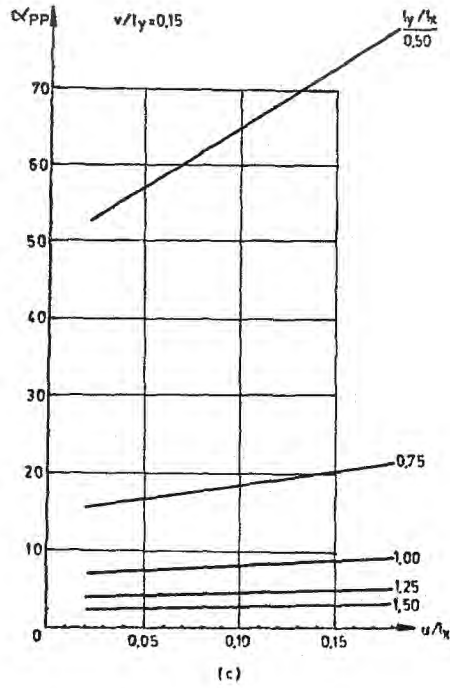
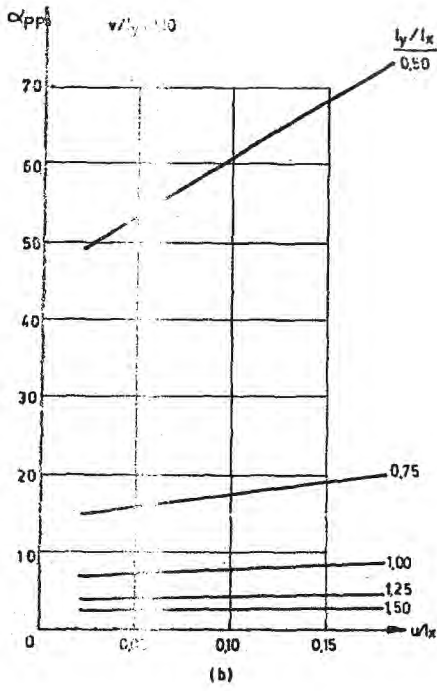
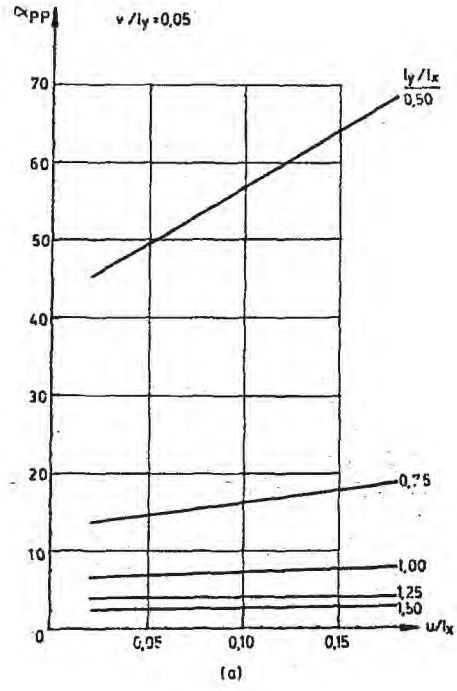
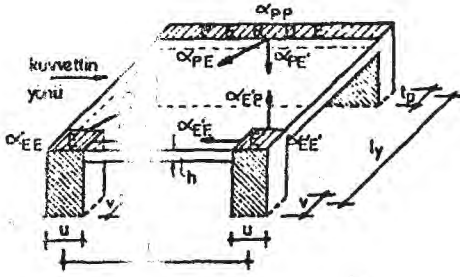
Sekil: 8

KOLONLU SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



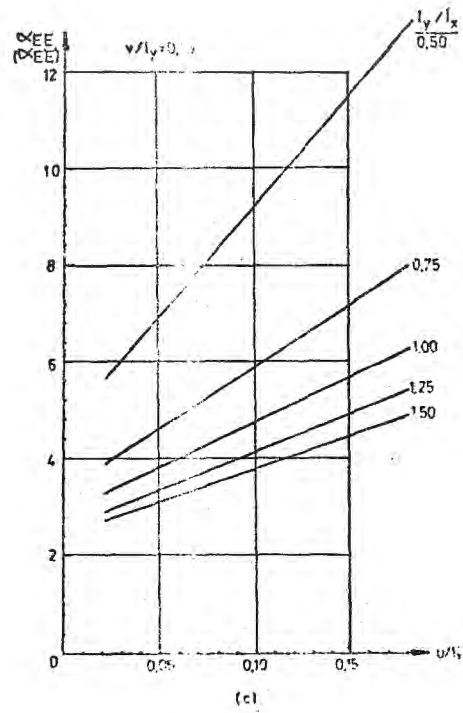
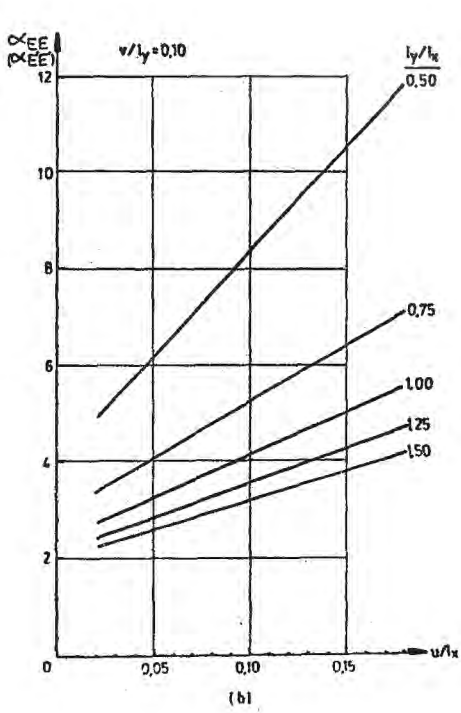
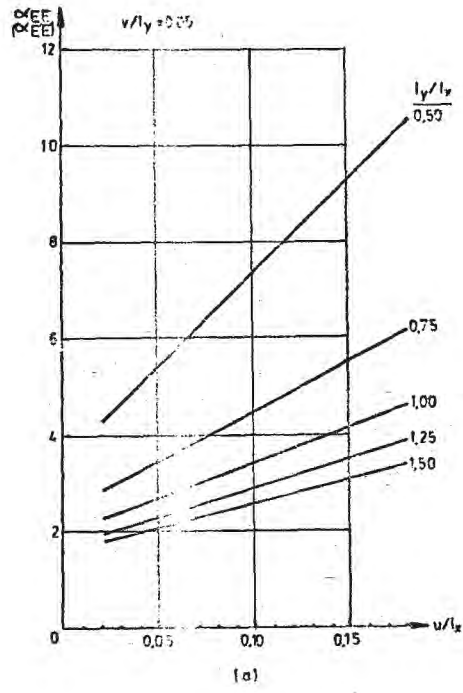
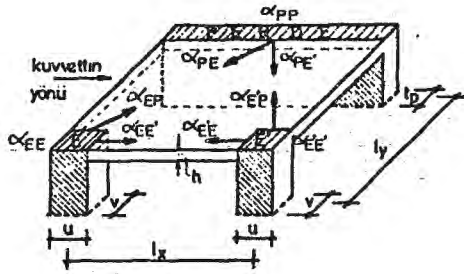
Şekil: 9

PERİTELİ SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



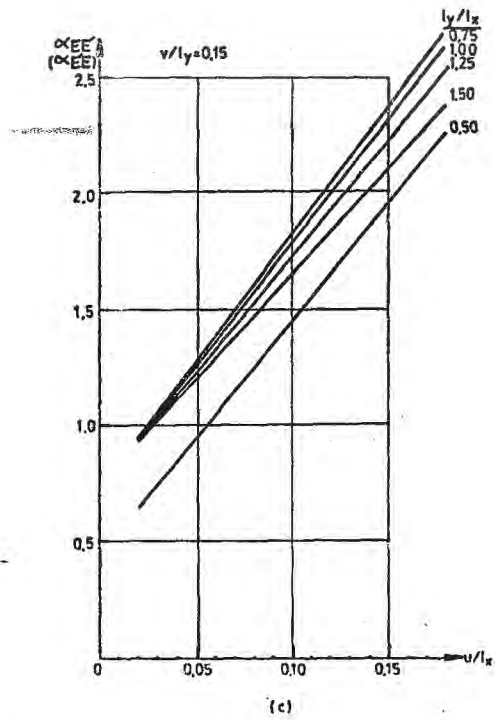
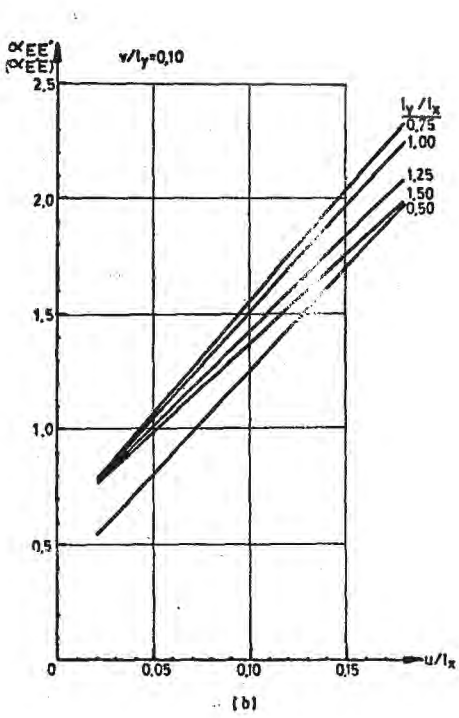
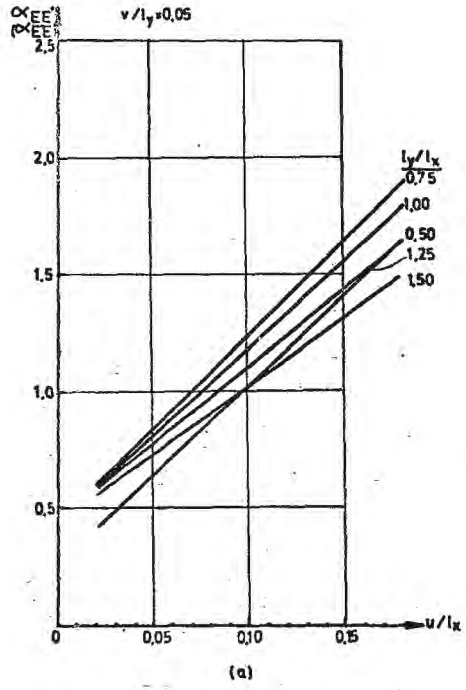
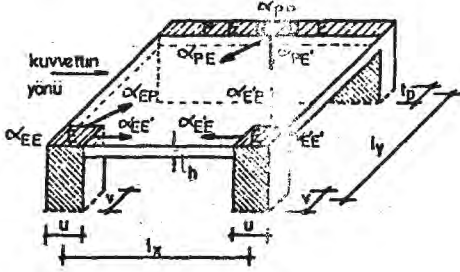
Şekil: 10

PERDELİ SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



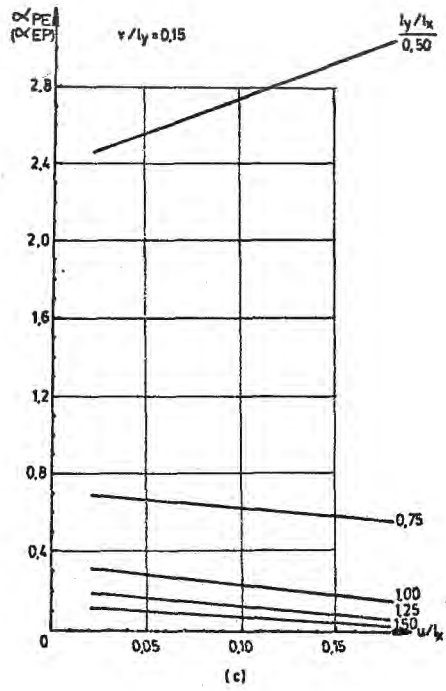
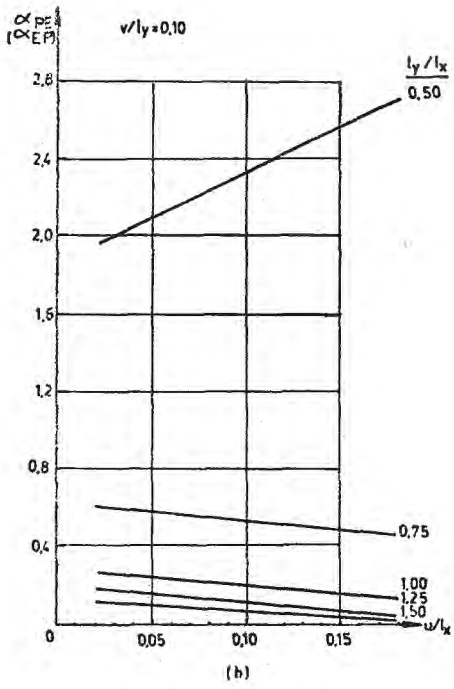
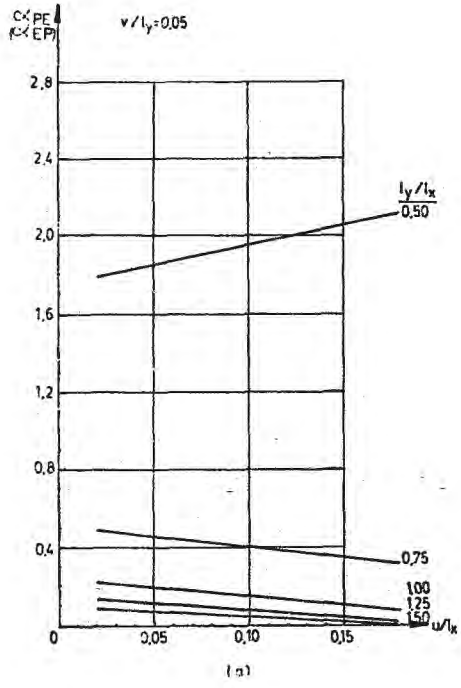
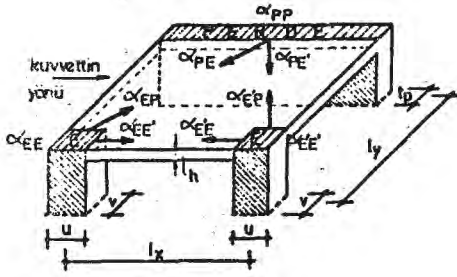
Şekil: 11

PERDELİ SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



Şekil: 12

PERDELİ SİSTEMLERDE  $\alpha$   
MOMENT GEÇİŞ KATSAYILARI:



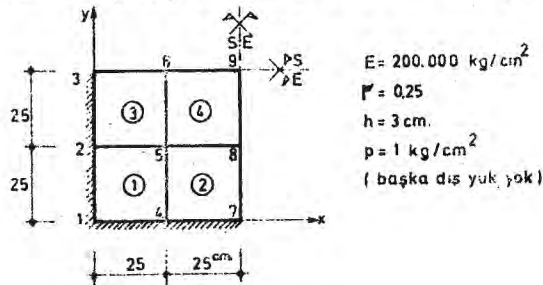
Şekil: 13

## Ek - 3 SONLU ELEMANLAR PLAK PROGRAMI:

Programdaki datalar aşağıdaki şekilde verilir:

1. Problemin adı
2. Sistemin Eleman, Düğüm noktası, Yükleme, Sınır şartı verilen düğüm noktaları ve Sınır şartı verilen doğrultuların sayıları
3. Sistemin Elastisite modulu ve Poisson oranı
4. Sistemin düğüm noktaları koordinatları;  
Bir doğrultu boyunca ilk düğüm noktası, son düğüm noktası, düğüm noktaları numaralarındaki artış, ilk düğüm noktasının x ve y koordinatları, son düğüm noktasının x ve y koordinatları
5. Elemanların düğüm noktaları numaraları;  
Bir sıra boyunca ilk eleman, son eleman, düğüm noktaları numaralarının artışı, eleman numaralarının artışı, ilk elemanın düğüm noktaları numaraları
6. Elemanın özellikleri;  
İlk eleman, son eleman, eleman numaralarındaki artış, eleman kalınlığı ve üzerindeki uniform yayılı yük
7. Sınır şartları;  
Sınır şartı verilen düğüm noktası, doğrultu numarası ve değeri (1 doğrultusu çökmeyi, 2 doğrultusu  $\psi_x$  dönmesi ve 3 doğrultusu  $\psi_y$  dönmesini gösterir.)
8. Yüklenen nokta sayısı;  
Yayılı yük dışında düğüm noktalarına etkiyen dış kuvvetlerin sayısı (Yoksa sıfır alınır.)
9. Dış yük varsa;  
Yüklenen ilk düğüm noktası numarası, son düğüm noktası numarası, artışı, dış kuvvet olarak  $p_z, M_x$  ve  $M_y$  değerleri sırasıyla verilir.

Örnek olarak Şekil:14'de dört kenarından ankastre dört elemanlı bir sistem alınmış ve buna ait datalar programın sonuna yazılmıştır. Ayrıca bu sisteme ait çıktılar da programdan sonra verilmiştir.



Şekil: 14

## PLAKLAR ICIN SONLU ELEMANLAR PROGRAMI

```

10 EXTEND : OPEN "pr:" AS FILE 1
20 REM makina:monroe 8800
30 ; #1 CHR$(29%)
40 ; #1% "ESREF UZLUGLU"
50 ; #1% TIME$
60 DIM Xq(100%), Yq(100%), Kq%(80%, 4%), T(80%), Q(80%), S(12%, 12%), P(12%)
70 REM BU PROGRAM PLAK EBILME PROBLEMLERİ İCİN KULLANILIR
80 ; #1% CHR$(31%) "PLAKLAR ICIN SONLU ELEMANLAR PROGRAMI"
90 ; #1 CHR$(29%)
100 READ A$
110 ; A$
120 READ E1%, Du%, Ys%, Sd%, Dos%
130 DIM Sdeg(Dos%, 3%), Pt(300%), W1(300%), R(3%), N(12%), Reac(300%), N1(12%)
140 Ed%=4%
150 Es%=3%*Ed%
160 Ss%=3%*Du%
170 L3%=Es%
180 ; #1 "SISTEMİN ELEMAN SAYISI" =";E1%
190 ; #1 "SISTEMİN DUGUM NOKTASI SAYISI" =";Du%
200 ; #1 "YUKLEME SAYISI" =";Ys%
210 ; #1 "SINIR SARTI VERİLEN DUGUM NOKTA SAYISI=";Sd%
220 ; #1 "DUGUM NOKTASI SERBESTLİK DERECEŚİ" =";3%
230 ; #1 "SINIR SARTI VERİLEN DOGRULTU SAYISI" =";Dos%
240 READ Em, Pr
250 ; #1 "ELASTİSİTE MODULU" =";Em
260 ; #1 "POISSON ORANI" =";Pr ; ; #1 ; ; #1
270 REM sistemin dugum noktasi koordinatlari ve eleman numaralarinin turetilmesi
280 Y=FNGetupt
290 ; #1 ; ; #1 ; ; #1 "HESAPLANAN DUGUM NOKTASI KOORDINATLARI"
300 ; #1 "DUGUM NOK. NO" TAB(26%) "X" TAB(36%) "Y"
310 FOR I%=1% TO Du%
320 ; #1 I% TAB(25%) Xq(I%) TAB(35%) Yq(I%)
330 NEXT I%
340 ; #1 ; ; #1 ; ; #1 "ELEMANLARI SINIRLAYAN DUGUM NOKTALARI, KALINLIK ve YAYILI YUKLER"
350 ; #1 "EL.NO DI DJ DK DL KALINLIK YAYILI YUK"
360 Bg%=0%
370 FOR N%=1% TO E1%
380 En%=Kq%(N%, 3%)-Kq%(N%, 1%)+1%
390 IF Bn%>Bg% Bg%=Bn%
400 NEXT N%
410 DIM St(Ss%, Bg%*3%)
420 FOR L%=1% TO E1%
430 ; #1 TAB(2%) L%;
440 FOR I%=1% TO Ed%
450 ; #1 TAB(3%+I%*6%) Kq%(L%, I%); ; NEXT I%

```

```

460 ; #1 TAB(35%) T(LX) TAB(48%) Q(LX) : NEXT LX
470 Z1=1X-Pr
480 Z2=1X+4X*Pr
490 Z3=1X-4X*Pr
500 C1=Z1/5X
510 C2=Z1/15X
520 C3=4X*Z1/15X
530 C4=Z2/5X
540 C5=Z2/15X
550 C6=4X*Z2/15X
560 C7=Z3/5X
570 C8=Z3/15X
580 C9=4X*Z3/15X
590 FOR LX=1X TO E1X
600 Y=FNStiffq
610 P(1X)=Q(LX)*A1/4X
620 P(4X)=P(1X)
630 P(7X)=P(1X)
640 P(10X)=P(1X)
650 REM sisyeu stiffnessi topla
660 KX=0X
670 FOR IX=1X TO 4X
680 FOR JX=1X TO 3X
690 KX=KX+1X
700 N(KX)=3X*(KqX(LX, JX)-1X)+JX
710 NEXT JX
720 NEXT IX
730 FOR IX=1X TO 12X
740 KX=N(IX)
750 Pt(KX)=Pt(KX)+P(IX)
760 FOR JX=1X TO 12X
770 MX=N(JX)
780 IF KX=MX GOTO 800
790 St(KX, MX-KX+1X)=St(KX, MX-KX+1X)+S(IX, JX)
800 NEXT JX
810 NEXT IX
820 NEXT LX
830 PREPARE "it11:st" AS FILE 3X
840 FOR IX=1X TO S5X
850 FOR JX=1X TO BqX+3X
860 PUT #3X, CVTF$(St(IX, JX))
870 NEXT JX
880 NEXT IX
890 CLOSE 3X
900 FOR IX=1X TO DosX
910 READ Sdeg(IX, 1X), Sdeg(IX, 2X), Sdeg(IX, 3X)
920 NEXT IX
930 FOR IX=1X TO DosX
940 IF Sdeg(IX, 2X)=1X KX=Sdeg(IX, 1X)*3X-2X
950 IF Sdeg(IX, 2X)=2X KX=Sdeg(IX, 1X)*3X-1X
960 IF Sdeg(IX, 2X)=3X KX=Sdeg(IX, 1X)*3X
970 St(KX, 1X)=St(KX, 1X)*1.E+15
980 Pt(KX)=Pt(KX)-St(KX, 1X)*Sdeg(IX, 3X)
990 NEXT IX
1000 ; #1X : ; #1X

```

```

1010 FOR I=1 TO Ys%
1020   ; "YUKLEME SAYISI=";N1%
1030   RES=unoks%
1040   ; " : ; #1% "YUKLELEN NOKTALARIN SAYISI=";Yunoks%
1050   FOR I1=1 TO Ss% : W1(I1)=0% : NEXT I1
1060   IF Yunoks%=0% GOTO 1320
1070   ; " : ; #1% "UYGULANAN YUKLER(GIRIS):"
1080   ; " "ILK.D SON.D ADIM PZ Mx My"
1090   N1%
1100   FOR I2=1% TO 3% : R(1%),R(2%),R(3%)
1110   IF I2=1% I1%=I2%
1120   IF I2=2% Ad%=1%
1130   ; " I1% TAB(10%) I2% TAB(18%) Ad% TAB(25%) R(1%) TAB(32%) R(2%) TAB(39%) R(3%)
1140   FOR I3=1% TO I2% STEP Ad%
1150     Kx%=1%
1160     FOR I4=1% TO 3%
1170       Kx%=(N1%-I4%)+I4%
1180       W1(Kx%)=W1(Kx%)+R(I4%)
1190     NEXT I4
1200   NEXT I3
1210   IF Yunoks% GOTO 1100
1220   ; " : ; #1 "UYGULANAN YUKLER(cikis):"
1230   ; " "DUGUM NOK.NO PZ Mx My"
1240   FOR I5=1% TO Ds%
1250     Jj%=3%*I5%-3%+1%
1260     ; " 3%*I5%
1270     ; " I5%
1280     FOR I6=1% TO Jj%
1290       ; #1 TAB(15%+(Kx%-I6%)*8%) W1(Kx%);
1300       Kx% : ;
1310       N1% : ;
1320       FOR I7=1% TO Ss%
1330         W1(I7)=W1(I7)+Pt(I7)
1340       NEXT I7
1350       I6%=I5% GOTO 1370
1360     NEXT I6
1370     Y1% sol
1380     ; " : ; #1% "HESAPLANAN DEPLASMANLAR:"
1390     ; " "DUGUM NOK.NO" TAB(10%) "Deplasman " TAB(32%) "x-DONMESI" TAB(7%) "y-DONMESI"
1400     FOR I8=1% TO Ds% : I1%=3%*I8%-3%+1% : Jj%=3%*I8%
1410     ; " USING "###" I8%;
1420     ; " Kx%=I1% TO Jj%
1430     ; #1% USING "##.#####" TAB(15%+(Kx%-I1%)*15%) Pt(Kx%);
1440     ; " Kx% : ; #1%
1450   NEXT I5
1460   ; " "ELEMEN NUMARASI" TAB(22%) "DUG.NOK.NO" TAB(43%) "Pz" TAB(65%) "Mx" TAB(80%) "My"
1470   FOR I9=1% TO E1%
1480     ; " "-----"
1490     ; " Kx% TAB(10%) Lx;
1500     ; " Stiffq
1510     ; "
1520     FOR I10=1% TO 4%
1530       FOR Jx=1% TO 3% : Kx%=Kx%+1%
1540       N(Kx%)=3%*(Kq%(Lx,Ix)-1%)+Jx
1550     NEXT Jx

```

```

1560 NEXT I%
1570 FOR I%=1% TO 12%
1580   FOR J%=1% TO 12% : I1%=N(J%)
1590     N1(I%)=N1(I%)+S(I%,J%)*Pt(I1%)
1600   NEXT J%
1610 NEXT I%
1620 FOR I%=1% TO 4%
1630   ; #1% TAB(22%) Kq%(L%,I%) TAB(40%) N1((I%-1%)*3%+1%);
1640   ; #1 TAB(62%) N1((I%-1%)*3%+2%) TAB(77%) N1((I%-1%)*3%+3%)
1650 NEXT I%
1660 FOR I%=1% TO 12%
1670   N1(I%)=0%
1680 NEXT I%
1690 NEXT L%
1700 OPEN 'ib11:st' AS FILE 3%
1710 POSIT #3%,0
1720 FOR I%=1% TO 5%
1730   FOR J%=1% TO 8%*3%
1740     GET #3%,A% COUNT 4% : St(I%,J%)=CVT#F(A%)
1750   NEXT J%
1760 NEXT I%
1770 CLOSE 3%
1780 Y=F%Multt
1790 ; #1% : ; #1% "HESAPLANAN DUGUM NOKTASI REAKSIYONLARI"
1800 ; #1% "DUGUM NOK.NO" TAB(18%) "Pz" TAB(32%) "Mx" TAB(48%) "My"
1810 FOR I%=1% TO Dux
1820   I1%=3%*I%-3%+1% : J1%=3%*I%
1830   ; #1% USING "###" I%;
1840   FOR K%=I1% TO J1%
1850     ; #1% USING "#####.###" TAB((I2%+(K%-I1%)*15%) Reac(K%);
1860   NEXT K% : ; #1%
1870 NEXT I%
1880 NEXT N1%
1890 ; #1% TIME%
1900 STOP
1910 END
1920 DEF F%Setupt
1930 REM sistemin dugum noktasi koordinatleri ve eleman numaralarinin turetilmesi
1940 ; #1 "DUGUM NOKTASI KOORDINATLARI(IST. 3)"
1950 ; #1 "ILK.D SON.D ADIM  X1  Y1  X2  Y2"
1960 READ I1%,I2%,Ad%,X1,Y1,X2,Y2
1970 IF I2%=-0% I2%=I1%
1980 IF Ad%=-0% Ad%=1%
1990 ; #1 I1% TAB(10%) I2% TAB(17%) Ad% TAB(24%) X1 TAB(30%) Y1 TAB(36%) X2 TAB(42%) Y2
2000 Dx=0%
2010 Dy=0%
2020 IF I2%() I1% Dx=Ad%*(X2-X1)/(I2%-I1%) : Dy=Ad%*(Y2-Y1)/(I2%-I1%)
2030 I1%=-1%
2040 FOR I%=I1% TO I2% STEP Ad%
2050   I1%=I1%+1%
2060   Xq(I%)=X1+Dx*I1%
2070   Yq(I%)=Y1+Dy*I1%
2080 NEXT I%
2090 IF I2%(Dux 1960
2100 IF E1%=0% RETURN 1%

```

```

2110 ; #1 ; ; #1 ; ; #1 "ELEMANLARIN DUGUM NOKTALARI NUMARALARI (GIRIS) "
2120 ; #1 "ILK.E     SON.E     DUGUM     E.ADIM     K1     K2     K3     K4"
2130 READ I1k%,Sone%,I1%,I2%,R1,R2,R3,R4
2140 IF Sone%=0% Sone%=I1k%
2150 IF I1% (=0% I1%=1%
2160 IF I2% (=0% I2%=1%
2170 ; #1 I1k% TAB(I1%) Sone% TAB(19%) I1% TAB(28%) I2% TAB(36%) R1 TAB(41%) R2 TAB(46%) R3 TAB(51%) R4
2180 I1%=-1%
2190 FOR N%=I1k% TO Sone% STEP 12%
2200   I1%=I1%+1%
2210   Kq%(N%,1%)=R1+I1%*I1%
2220   Kq%(N%,2%)=R2+I1%*I1%
2230   Kq%(N%,3%)=R3+I1%*I1%
2240   Kq%(N%,4%)=R4+I1%*I1%
2250 NEXT N%
2260 IF Sone%(E1% 2130)
2270 IF E1%=0% RETURN 1%
2280 ; #1 ; ; #1 ; ; #1 "ELEMANLARIN OZELLIKLERI:"
2290 ; #1 "ILK.E     SON.E     E.ADIM     KALINLIK     YAYILI     YUK"
2300 READ I1%,I2%,Ad%,X1,X2
2310 IF I2%=0% I2%=I1%
2320 IF Ad%=0% Ad%=1%
2330 ; #1 I1% TAB(11%) I2% TAB(13%) Ad% TAB(28%) X1 TAB(39%) X2
2340 FOR N%=I1% TO I2% STEP Ad%
2350   T(N%)=X1
2360   B(N%)=X2
2370 NEXT N%
2380 IF I2%(E1% 2300)
2390 RETURN 1%
2400 FNEND
2410 DEF FNBanel
2420   FOR I%=2% TO Ss%
2430     I2%=Bg%*3%-I%
2440     I1%=Ss%-I%+1%
2450     IF I1%(I2% I2%=I1%
2460     FOR J%=I2% TO I1% : S=0% : K1%=I%-I% : I1%=Bg%*3%-J%
2470       IF I1%*K1% K1%=I1%
2480       FOR K%=I% TO K1% : I2%=I%-K%
2490         S=S+St(I1%,K%+1%)/St(I1%,J%+K%) /St(I1%,I%)
2500       NEXT K%
2510       St(I1%,I%)=S*(I1%,J%)
2520     NEXT J% : NEXT I%
2530   RETURN 1%
2540 FNEND
2550 DEF FNBansol
2560   Np1%=Ss%+1%
2570   FOR I%=2% TO Ss% : S=0% : K1%=Bg%*3%-I%
2580     IF I%-1%*K1% K1%=I%-1%
2590     FOR K%=I% TO K1% : I2%=I%-K%
2600     S=S+St(I2%,K%+1%)/St(I2%,I%)*W1(I2%)
2610     NEXT K%
2620     W1(I%)=W1(I%)-S
2630   NEXT I%
2640   Pt(Ss%)=W1(Ss%)/St(Ss%,1%)
2650   FOR K%=2% TO Ss%

```

```

2660 Ix=Np1x-Kx : J1x=Ix+1x
2670 I1x=J1x-2x : J2x=Ix+BqX*3x-1x
2680 IF Ssx(J2x J2x=Ssx
2690 S=0
2700 FOR Jx=J1x TO J2x
2710 I2x=Jx-I1x : S=S+Pt(Jx)*St(Ix, I2x)
2720 NEXT Jx
2730 Pt(Ix)=(W1(Ix)-S)/St(Ix, 1x)
2740 NEXT Kx
2750 RETURN 1x
2760 FEND
2770 DEF FNMultt
2780 FOR Ix=1x TO Ssx : S=0x
2790 FOR Jx=1x TO BqX*3x : I1x=Ix+Jx-1x
2800 IF I1x>Ssx GOTO 2820
2810 S=S+St(Ix, Jx)*Pt(I1x) : NEXT Jx
2820 FOR Kx=2x TO BqX*3x : I2x=Ix-Kx+1x
2830 IF I2x<0x GOTO 2860
2840 S=S+St(I2x, Kx)*Pt(I2x)
2850 NEXT Kx
2860 Reac(Ix)=S
2870 NEXT Ix
2880 RETURN 1x
2890 FEND
2900 DEF FNStiffq
2910 Y1=Yq(KqX(Lx, 1x))
2920 X2=Xq(KqX(Lx, 2x))
2930 Y2=Yq(KqX(Lx, 2x))
2940 X3=Xq(KqX(Lx, 3x))
2950 A=X3-X2
2960 B=Y2-Y1
2970 A1=A*B
2980 Be=B/A
2990 T=T(Lx)
3000 Se=Em*(T*T*T)/(12*(1-Pr*Pr)*A*B)
3010 H=Be*Se
3020 G=1x/(Be*Be)
3030 S(1x, 1x)=4x*(H+G)+C7
3040 S(2x, 1x)=(2x*G+C4)*B
3050 S(2x, 2x)=(4x*G/3x+C3)*B*B
3060 S(3x, 1x)=-(2x*H+C4)*A
3070 S(3x, 2x)=-Pr*A*B
3080 S(3x, 3x)=(4x*H/3x+C3)*A*A
3090 S(4x, 1x)=2x*(H-2x*G)-C7
3100 S(4x, 2x)=-(2x*G+C1)*B
3110 S(4x, 3x)=(-H+C4)*A
3120 S(4x, 4x)=S(1x, 1x)
3130 S(5x, 1x)=-S(4x, 2x)
3140 S(5x, 2x)=(2x*G/3x-C2)*B*B
3150 S(5x, 3x)=0
3160 S(5x, 4x)=-(2x*G+C4)*B
3170 S(5x, 5x)=S(2x, 2x)
3180 S(6x, 1x)=S(4x, 3x)
3190 S(6x, 2x)=0
3200 S(6x, 3x)=(2x*H/3x-C3)*A*A

```

3210  $S(6x, 4x) = S(3x, 1x)$   
 3220  $S(6x, 5x) = -S(3x, 2x)$   
 3230  $S(6x, 6x) = S(3x, 3x)$   
 3240  $S(7x, 1x) = -2x * (H+G) + C7$   
 3250  $S(7x, 2x) = (-G+C1) * B$   
 3260  $S(7x, 3x) = (H-C1) * A$   
 3270  $S(7x, 4x) = -2x * (2x+H-G) - C7$   
 3280  $S(7x, 5x) = (-G+C4) * B$   
 3290  $S(7x, 6x) = (2x+H+C1) * A$   
 3300  $S(7x, 7x) = S(1x, 1x)$   
 3310  $S(8x, 1x) = -S(7x, 2x)$   
 3320  $S(8x, 2x) = (G/3x+C2) * B * B$   
 3330  $S(8x, 3x) = 0$   
 3340  $S(8x, 4x) = S(7x, 5x)$   
 3350  $S(8x, 5x) = (2x+G/3x-C3) * B * B$   
 3360  $S(8x, 6x) = 0$   
 3370  $S(8x, 7x) = S(5x, 4x)$   
 3380  $S(8x, 8x) = S(5x, 5x)$   
 3390  $S(9x, 1x) = -S(7x, 3x)$   
 3400  $S(9x, 2x) = 0$   
 3410  $S(9x, 3x) = (H/3x+C2) * A * A$   
 3420  $S(9x, 4x) = -S(7x, 6x)$   
 3430  $S(9x, 5x) = 0$   
 3440  $S(9x, 6x) = (2x+H/3x-C2) * A * A$   
 3450  $S(9x, 7x) = -S(3x, 1x)$   
 3460  $S(9x, 8x) = S(3x, 2x)$   
 3470  $S(9x, 9x) = S(3x, 3x)$   
 3480  $S(10x, 1x) = S(7x, 4x)$   
 3490  $S(10x, 2x) = -S(7x, 5x)$   
 3500  $S(10x, 3x) = -S(9x, 4x)$   
 3510  $S(10x, 4x) = S(7x, 1x)$   
 3520  $S(10x, 5x) = -S(7x, 2x)$   
 3530  $S(10x, 6x) = S(7x, 3x)$   
 3540  $S(10x, 7x) = S(4x, 1x)$   
 3550  $S(10x, 8x) = -S(4x, 2x)$   
 3560  $S(10x, 9x) = -S(4x, 3x)$   
 3570  $S(10x, 10x) = S(4x, 4x)$   
 3580  $S(11x, 1x) = -S(8x, 4x)$   
 3590  $S(11x, 2x) = S(8x, 5x)$   
 3600  $S(11x, 3x) = 0$   
 3610  $S(11x, 4x) = S(7x, 2x)$   
 3620  $S(11x, 5x) = S(8x, 2x)$   
 3630  $S(11x, 6x) = 0$   
 3640  $S(11x, 7x) = S(4x, 2x)$   
 3650  $S(11x, 8x) = S(5x, 2x)$   
 3660  $S(11x, 9x) = 0$   
 3670  $S(11x, 10x) = -S(8x, 7x)$   
 3680  $S(11x, 11x) = S(8x, 8x)$   
 3690  $S(12x, 1x) = S(9x, 4x)$   
 3700  $S(12x, 2x) = 0$   
 3710  $S(12x, 3x) = S(9x, 6x)$   
 3720  $S(12x, 4x) = -S(10x, 6x)$   
 3730  $S(12x, 5x) = 0$   
 3740  $S(12x, 6x) = S(9x, 3x)$   
 3750  $S(12x, 7x) = -S(4x, 3x)$

```

3760 S(12X,8X)=0
3770 S(12X,9X)=S(6X,3X)
3780 S(12X,10X)=S(9X,7X)
3790 S(12X,11X)=S(6X,5X)
3800 S(12X,12X)=S(9X,9X)
3810 FOR JX=1X TO 12X
3820   FOR IX=JX TO 12X
3830     S(IX,JX)=S(IX,JX)*Se
3840   NEXT IX
3850 NEXT JX
3860 FOR IX=1X TO 12X
3870   FOR JX=1X TO 12X
3880     S(IX,JX)=S(JX,IX)
3890   NEXT JX : NEXT IX
3900 RETURN 1X
3910 FNEND
3920 DATA "2*2 ELEMANLI PLAK COZUMU"
3930 REM platin ozellikleri
3940 DATA 4,9,1,8,17
3950 DATA .256,.25
3960 REM dugum noktasi koordinatlari
3970 DATA 1,7,3,0,0,50,0
3980 DATA 2,8,3,0,25,50,25
3990 DATA 3,9,3,0,50,50,50
4000 REM eleman numaralari
4010 DATA 1,2,3,1,1,2,5,4
4020 DATA 3,4,3,1,2,3,6,5
4030 REM eleman kalinliklari ve uzerindeki yayili yukler
4040 DATA 1,4,1,3,1
4050 REM simir sartlari
4060 DATA 1,1,0,1,2,0,1,3,0
4070 DATA 2,1,0,2,2,0,2,3,0
4080 DATA 3,1,0,3,2,0,3,3,0
4090 DATA 4,1,0,4,2,0,4,3,0
4100 DATA 6,2,0,8,3,0
4110 DATA 7,1,0,7,2,0,7,3,0
4120 DATA 9,2,0,9,3,0
4130 REM yuklenen nokta sayisi
4140 DATA 0

```

## C I K T I L A R

ESREF UNLUOGLU

1985-10-16 11.25.23

## PLAKLAR ICIN SONLU ELEMANLAR PROGRAMI

SISTEMIN ELEMAN SAYISI = 4  
 SISTEMIN DUGUM NOKTASI SAYISI = 9  
 YUKLEME SAYISI = 1  
 SINIR SARTI VERILEN DUGUM NOKTA SAYISI = 8  
 DUGUM NOKTASI SERBESTLIK DERECESI = 3  
 SINIR SARTI VERILEN DOGRULTU SAYISI = 19  
 ELASTISITE MODULU = 200000  
 POISSON ORANI = .25

## DUGUM NOKTASI KOORDINATLARI (GIRIS)

| ILK.D | SON.D | ADIM | X1 | Y1 | X2 | Y2 |
|-------|-------|------|----|----|----|----|
| 1     | 7     | 3    | 0  | 0  | 50 | 0  |
| 2     | 8     | 3    | 0  | 25 | 50 | 25 |
| 3     | 9     | 3    | 0  | 50 | 50 | 50 |

## ELEMANLARIN DUGUM NOKTALARI NUMARALARI (GIRIS)

| ILK.E | SON.E | D.ADIM | E.ADIM | K1 | K2 | K3 | K4 |
|-------|-------|--------|--------|----|----|----|----|
| 1     | 2     | 3      | 1      | 1  | 2  | 5  | 4  |
| 3     | 4     | 3      | 1      | 2  | 3  | 6  | 5  |

## ELEMANLARIN OZELLIKLERI:

| ILK.E | SON.E | E.ADIM | KALINLIK | YAYILI YUK |
|-------|-------|--------|----------|------------|
| 1     | 4     | 1      | 3        | 1          |

## HESAPLANAN DUGUM NOKTASI KOORDINATLARI

| DUGUM NOK. NO | X  | Y  |
|---------------|----|----|
| 1             | 0  | 0  |
| 2             | 0  | 25 |
| 3             | 0  | 50 |
| 4             | 25 | 0  |
| 5             | 25 | 25 |
| 6             | 25 | 50 |
| 7             | 50 | 0  |
| 8             | 50 | 25 |
| 9             | 50 | 50 |

## ELEMANLARI SINIRLAYAN DUGUM NOKTALARI, KALINLIK ve YAYILI YUKLER

| EL. NO | DI | DJ | DK | DL | KALINLIK | YAYILI YUK |
|--------|----|----|----|----|----------|------------|
| 1      | 1  | 2  | 5  | 4  | 3        | 1          |
| 2      | 4  | 5  | 8  | 7  | 3        | 1          |
| 3      | 2  | 3  | 6  | 5  | 3        | 1          |
| 4      | 5  | 6  | 9  | 8  | 3        | 1          |

YUKLEME SAYISI= 1

YUKLENEK NOKTALARIN SAYISI= 0

## HESAPLANAN DEPLASMANLAR:

| DUGUN NOK. NO | Deplasman | x-DONMESI | y-DONMESI |
|---------------|-----------|-----------|-----------|
| 1             | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  |
| 2             | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  |
| 3             | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  |
| 4             | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  |
| 5             | 0.104365  | 0.005201  | -0.005201 |
| 6             | 0.174101  | 0.000000  | -0.008517 |
| 7             | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  |
| 8             | 0.174101  | 0.008517  | 0.000000  |
| 9             | 0.291309  | 0.000000  | 0.000000  |

| ELEMAN NUMARASI | DUG. NOK. NO | Pz       | x    | My       |
|-----------------|--------------|----------|------|----------|
| 1               | 1            | 57.5553  | .21  | 746.21   |
|                 | 2            | -213.912 | 2073 | 2768.63  |
|                 | 5            | 370.269  | .879 | 356.879  |
|                 | 4            | -213.912 | 8.63 | 37.2072  |
| 2               | 4            | -142.278 | 2.9  | 473.954  |
|                 | 5            | 136.443  | 3.11 | -826.247 |
|                 | 8            | 381.548  | 1.57 | 1152.8   |
|                 | 7            | -375.712 | 2.18 | -654.631 |
| 3               | 2            | -142.278 | .95  | 4842.9   |
|                 | 3            | -375.712 | .63  | 5412.18  |
|                 | 6            | 381.547  | 2.8  | 1791.57  |
|                 | 5            | 136.443  | .247 | 1703.11  |
| 4               | 5            | -10.1548 | 3.74 | -1233.74 |
|                 | 6            | -69.0476 | 1.20 | -1791.57 |
|                 | 9            | 156.25   | 1.00 | 3061.00  |
|                 | 8            | -69.0476 | 1.57 | 2144.28  |

## HESAPLANAN DUGUN NOKTASI REAKSIYONLARI

| DUGUN NOK. NO | Pz       | Mx        | My       |
|---------------|----------|-----------|----------|
| 1             | 57.555   | -746.210  | 746.210  |
| 2             | -356.190 | -511.162  | 6811.525 |
| 3             | -375.712 | 654.632   | 5412.180 |
| 4             | -356.190 | -6811.527 | 511.162  |
| 5             | 625.000  | 0.000     | 0.000    |
| 6             | 312.500  | -3297.085 | -0.000   |
| 7             | -375.712 | -5412.182 | -654.631 |
| 8             | 312.500  | -0.001    | 3297.085 |
| 9             | 156.250  | -3061.004 | 3061.005 |

1985-10-16 11.27.46

## YARARLANILAN KAYNAKLAR:

- [1] Timoshenko, S. , Woinowsky - Krieger, S., Theory of Plates and Shells, Mc Graw - Hill, 1959.
- [2] Girkmann, K., Flachen tragwerke, Springer - Verlag, 1963.
- [3] Volterra, E., Gaines, J.H., Advanced Strength of Materials, Prentice - Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1971.
- [4] Özden, K., İnce Plaklar Teorisine Kısa bir Bakış, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, 1975.
- [5] Ugural, A.C., Stresses in Plates and Shells, Mc Graw - Hill, 1981.
- [6] Inan, M., Cisimlerin Mukavemeti, Birsen Yayınevi, 1981.
- [7] Przemieniecki, J.S., Theory of Matrix Structural Analysis, Mc Graw - Hill, 1968.
- [8] Crockey, K., The Finite Element Method, Granada Publishing, 1979.
- [9] Ghali, A., Neville, A.M. Structural Analysis, Chapman and Hall, 1978.
- [10] Zienkiewicz, O.C., The Finite Element Method, Mc Graw - Hill, 1977.
- [11] Coates, R.C., Coutie, M.G., Kong, F.K., Structural Analysis, Nelson, 1980.
- [12] Tezcan, S., Kirisli Döşemeli Binaların Sağladığı Ekonomi, İnşaat Mühendisleri Odası Teknik Bülten Sayı.8,1971,S.81 -95.
- [13] Cernica, J.N., Fundamentals of Reinforced Concrete, Addison - Wesley Publishing Company, 1964.
- [14] T.S. 500., Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları. Türk Standartları Enstitüsü, Aralık, 1981.
- [15] Ersoy, U., Atımtay, E., Betonarme Temel İlkeler ve Hesap Yöntemleri, İven Kitabevi, 1975.
- [16] Çetmeli, E., Alman Betonarme Şartnamesi (DIN 1045,1978), Teknik Kitaplar Yayınevi, 1981.
- [17] Tankut, T., Kirisli Döşeme Yapılar Üzerine bir Çalışma, İnşaat Mühendisleri Odası Teknik Bülten Sayı. 1,1970, S.22 - 40
- [18] Tankut, T., Kirisli Döşeme Yapıların Hesabı için Yeni bir Yöntem, İnşaat Mühendisleri Odası Teknik Bülten Sayı.1,1970, S. 41 - 49
- [19] Khan, F.R., Sbarounis, J.A., Interaction of Shear Walls and Frames, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 90, No. ST3, June, 1964,p. 285 - 335.

- [20] Pecknold, D., Slab Effective Width for Equivalent Frame Analysis, American Concrete Institute Journal, Vol.72, No.4, Apr., 1975, p. 135 - 137.
- [21] Pecknold, D., Effective Width of Orthotropic Plate, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST5, May, 1978, p. 867 - 872.
- [22] Allen, F., Darvall, P. LeP., Slab Effective Width for Equivalent Frame Analysis, ACI Journal, Vol. 72, No.10, Oct., 1975, p. 583 - 585.
- [23] Allen, F., Darvall, P., Lateral Load Equivalent Frame, ACI Journal, Vol. 74, No. 7, Jul., 1977, p. 294 - 299.
- [24] Corley, W., Jirsa, J.O., Equivalent Frame Analysis for Slab Design, ACI Journal, Vol. 67, No.11, Nov., 1970, p.875 - 884.
- [25] Eberhardt, C., Hoffman, E. S., Equivalent Frame Analysis for Slab Design, ACI Journal, Vol. 68, No. 5, May., 1971, p. 397 - 398.
- [26] Fraser, D., Effective Torsional Stiffness of Equivalent Beams, ACI Journal, Vol. 73, No. 10, Oct., 1976, p.573 - 576.
- [27] Vanderbilt, D., Equivalent Frame Analysis for Lateral Loads, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 105, No.ST10, Oct., 1979, p. 1981 - 1998.
- [28] Vanderbilt, D., Equivalent Frame Analysis of Unbraced Concrete Frames, ACI Publication No. SP 72 - 10, 1980, p.219 - 246.
- [29] Sharan, S., Clyde, D., Turcke, D., Equivalent Frame Analysis Improvements for Slab Design, ACI Journal, Vol. 75, No.2, Feb, 1978, p. 55 - 59.
- [30] Fraser, D., Elastic Analysis of Laterally Loaded Frames, Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol. 109, No. 6, June, 1983, p. 1479 - 1489.
- [31] Fraser, D.J., Simplified Frame Analysis for Flat Plate Construction, Concrete International: Design and Construction, Vol.6, No. 9, Sep., 1984, p.32 - 41.
- [32] Freydoon, A., A Direct Solution of the Equivalent Frame for Two - Way Slabs, Computers and Structures, Vol. 18, No. 1, 1984, p. 159 - 164.

- [33] Vanderbilt, M. D., Corley, W. G., Frame Analysis of Concrete Buildings, Concrete International: Design and Construction, Vol. 5, No. 12, Dec., 1983, p.33 - 43.
- [34] Qadeer, A., Smith, B.S., The Bending Stiffness of Slabs Connecting Shear Walls, ACI Journal, Vol. 66, No. 6, June, 1969, p. 464 - 472.
- [35] Goyal, U., Morris, G.A., Interaction Between Flat Plate Floors and Shear Walls, Canada Engineering Journal Vol. 16, No. A-11, Nov.-Dec., 1973, p.3 - 10.
- [36] Taranath, B. S., The Effect of Warping on Interconnected Shear Walls - Flat Plate Structures, The Institution of Civil Engineers, Vol. 61, Part 2, Dec., 1976, p. 711 - 724.
- [37] Coull, A., El Hang, A. A., Effective Coupling of Shear Walls by Floor Slabs, ACI Journal, Vol. 72, No. 8, Aug., 1975, p.429 - 431.
- [38] Tso, W. K., Mahmoud, A.A., Effective Width of Coupling Slabs in Shear Wall Buildings, Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST.3, Mar., 1977, p. 573 - 586.
- [39] Nilson, A. H., Walters, D. B., Deflection of Two-Way Floor Systems by the Equivalent Frame Method, ACI Journal, Vol. 72, No. 3, May, 1975, p. 210 - 218.
- [40] Nilson, A. H., Walters, D. B., Deflection of Two-Way Floor Systems by the Equivalent Frame Method, ACI Journal, Vol. 72, No. 11, Nov., 1975, p. 647.
- [41] Kripanarayanan, K. M., Branson, D. E., Short-Time Deflections of Flat Plates, Flat Slabs, and Two-Way Slabs, ACI Journal, Vol. 73, No. 12, Dec., 1976, p.686 - 690.
- [42] Rangan, B. V., Prediction of Long-Term Deflections of Flat Plates and Slabs, ACI Journal, Vol. 73, No. 4, Apr., 1976, p. 223 - 226.
- [43] Rangan, B. V., Mc Mullen, A. E., A Rational Approach to Control of Slab Deflections, ACI Journal, Vol. 75, No. 6, Jun., 1978, p. 256 - 262.

- [44] Elias, Z. M., Georgiadis, C., Flat Slab Analysis Using Equivalent Beams, ACI Journal, Vol. 76, No. 10, Oct., 1979, p. 1063 - 1078.
- [45] Langohr, P. H., Ghali, A., Dilger, W. H., Special Shear Reinforcement for Concrete Flat Plates, ACI Journal, Vol. 73, No. 3, Mar., 1976, p. 141 - 146.
- [46] Ghali, A., Elmasri, M. Z., Dilger, W., Punching of Flat Plates Under Static and Dynamic Horizontal Forces, ACI Journal, Vol. 73, No. 10, Oct., 1976, p. 566 - 572.
- [47] Gesund, H., Goli, H. B., Local Flexural Strength of Slabs at Interior Columns, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST5, May, 1980, p. 1063 - 1078.
- [48] Gesund, H., Design for Punching Strength of Slabs at Interior Columns, Proceedings, Advances in Concrete Slab Technology, 1980, p. 173 - 184.
- [49] Aydın, R., Mikro Mühendis İnşaat Mühendisliği Bilgisayar Uygulamaları (Yayımlanmadı.)