

**MATEMATİKSEL MODELLEMeye DAYALI
BİR ÖĞRETİM DENEYİNDE SEKİZİNCİ
SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL
İLETİŞİM BECERİLERİNİN, MATEMATİK
OKURYAZARLIKLARININ VE DUYUŞSAL
ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ**

**Doktora Tezi
Ayla ATA BARAN
Eskişehir 2019**

**MATEMATİKSEL MODELLEMeye DAYALI BİR ÖĞRETİM DENEYİNDE
SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL İLETİŞİM
BECERİLERİNİN, MATEMATİK OKURYAZARLIKLARININ VE DUYUŞSAL
ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ**

Ayla ATA BARAN

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Tangül KABAEŁ

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

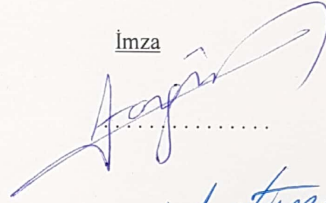
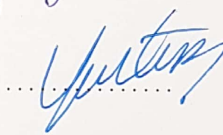
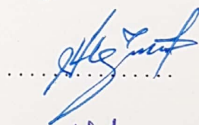
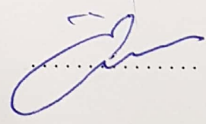
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Şubat 2019

Bu tez çalışması BAP Komisyonunca kabul edilen 1606E539 no.lu proje kapsamında desteklenmiştir.

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Ayla ATA BARAN'ın "Matematiksel Modellemeye Dayalı Bir Öğretim Deneyinde Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İletişim Becerilerinin, Matematik Okuryazarlıklarının ve Duyuşsal Alan Özelliklerinin İncelenmesi" başlıklı tezi 15.01.2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek "Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği"nin ilgili maddeleri uyarınca Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programında, Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

	<u>Unvanı-Adı Soyadı</u>	<u>İmza</u>
Üye (Tez Danışmanı)	: Prof.Dr. Tangül KABAEL	
Üye	: Prof.Dr. Kürşat YENİLMEZ	
Üye	: Doç.Dr. Işıkhan UĞUREL	
Üye	: Doç.Dr. Tuba ADA	
Üye	: Doç.Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN	

Prof.Dr. Handan DEVECİ
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Müdür Vekili

ÖZET

MATEMATİKSEL MODELLEMeye DAYALI BİR ÖĞRETİM DENEYİNDE SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL İLETİŞİM BECERİLERİNİN, MATEMATİK OKURYAZARLIKLARININ VE DUYUŞSAL ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ

Ayla ATA BARAN

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Şubat 2019

Danışman: Prof. Dr. Tangül KABAEİ

Bu araştırmada matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı bir öğretim deneyinde ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin, matematik okuryazarlığı performanslarının, araştırma kapsamında ele alınan duyuşsal alan özelliklerinin (matematiksel motivasyon, matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, problem çözmeye açıklık) ve matematiksel iletişim ile matematik okuryazarlığı performansı, matematiksel iletişim ile duyuşsal özellikler arasında varsa ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır. Nitel türde desenlenen bu araştırmada öğretim deneyi yöntemi benimsenmiştir. Araştırmanın katılımcılarını farklı sosyo-ekonomik çevrelerde bulunan, matematiksel iletişim düzeyleri ve duyuşsal özellikler bakımından farklılık gösteren 15 ortaokul sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada benimsenen kuramsal yaklaşım Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım ve PISA Matematik Okuryazarlığı Çerçevesi olmuştur. Araştırma sonuçları öğrencilerin matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı olarak tasarlanan öğrenme ortamlarında, matematiksel iletişim becerisi gelişimlerinin desteklendiğini ortaya koymuştur. Ayrıca matematiksel iletişimlerdeki gelişmeler öğrencilerin matematik okuryazarlığı performanslarında bir artışa neden olmuştur. Bununla birlikte söz konusu öğrenme ortamlarının, öğrencilerin matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, matematiksel motivasyon ve problem çözmeye açıklık duyuşsal özellikleri üzerinde olumlu etkileri gözlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Matematiksel iletişim, Matematik okuryazarlığı, Duyuşsal özellikler, Matematiksel modelleme.

ABSTRACT

INVESTIGATION OF EIGHT GRADE STUDENTS' MATHEMATICAL COMMUNICATION SKILLS, MATHEMATICAL LITERACIES AND AFFECTIVE FACTORS IN A TEACHING EXPERIMENT BASED ON MATHEMATICAL MODELLING

Ayla ATA BARAN

Department of Mathematics Education

Anadolu University, Graduate School of Educational Sciences, February 2019

Supervisor: Prof. Dr. Tangül KABAEL

The purpose of this study is to investigate eight grade students' mathematical communication skills, mathematical literacy performances, affective factors (mathematical motivation, mathematics self-efficacy, math anxiety and openness to problem solving) and if any relationship between mathematical communication skill and mathematical literacy performance and affective factors in learning environments that are designed based on mathematical modelling approach. The study is designed qualitatively and teaching experiment method is used. The participants of the study consist of fifteen eight grade students in different socio-economic environments, who differed in terms of mathematical communication levels and affective characteristics. In this study the theoretical frameworks has been Commognition and PISA mathematical literacy framework. The results of this study showed that development of mathematical communication skills is supported in learning environments which are designed based on mathematical modelling approach. In addition, development of mathematical communication skills have led to an increase in students' mathematical literacy performances. Besides, the learning environments have positive effects on students' mathematics self-efficacy, math anxiety, mathematical motivation and openness to problem solving.

Keywords: Mathematical communication, Mathematical literacy, Affective factors, Mathematical modelling.

TEŞEKKÜR

Doktora eğitimim boyunca akademik yaşama dair engin bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşarak akademik yetkinlik kazanmamı sağlayan, ihtiyaç duyduğum her zaman desteğini esirgemeyen değerli danışmanım Prof. Dr. Tangül KABAEL'e tez çalışmamın her aşamasındaki katkı ve desteklerinden dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmama yönelik değerli görüş ve önerileri ile süreç boyunca desteğini esirgemeyen ve çalışmama zenginlik katan sayın hocam Doç. Dr. Işıkhan UĞUREL'e teşekkürlerimi sunarım. Görüşleri ile tezime katkı sağlayan sayın hocalarım Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ'e, Doç. Dr. Tuba ADA'ya ve Doç. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN'a çok teşekkür ederim.

Doktoraya başladığım ilk günden itibaren yanımda olan, her konudaki destekçim sevgili eşim Hakan BARAN'a ve en büyük manevi destekçim canım kızıma çok teşekkür ederim.

Çalışmalarım esnasında, dahil olduğum yurt içi doktora burs programı ile beni maddi olarak destekleyen Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) Bilim İnsanı Destekleme Dairesi Başkanlığı'na teşekkür ederim.

Son olarak araştırmamın katılımcısı 15 öğrenciye çalışmama sağladıkları katkılarından dolayı çok teşekkür ederim.

Ayla ATA BARAN

Eskişehir 2019

Sevgili eşim ve canım kıızıma ...

18/02/2019

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmamın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.



Ayla ATA BARAN

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
BAŞLIK SAYFASI.....	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	iv
TEŞEKKÜR.....	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ	xvi
İÇİNDEKİLER.....	xvii
TABLolar DİZİNİ.....	xvi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xviii
GÖRSELLER DİZİNİ.....	xvii
KISALTMALAR DİZİNİ.....	xxii
1. GİRİŞ	1
1.1. Matematiksel İletişim	1
1.2. Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Kuramsal Çerçevesi	5
1.3. Matematik Okuryazarlığı.....	8
1.3.1. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi	10
1.3.1.1. Matematiksel süreçler	11
1.3.1.2. Matematiksel içerik	11
1.3.1.3. Matematiksel bağlamlar	12
1.3.2. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi ve matematiksel iletişim yeterliği	12
1.3.2.1. Matematiksel süreçler ve matematiksel iletişim	16
1.3.2.2. Matematiksel iletişim becerisi düzeyleri	17
1.3.3. Matematik okuryazarlığı ve matematiksel modelleme ilişkisi	18
1.4. Matematiğe İlişkin Duyuşsal Özellikler.....	19
1.4.1. Matematik öz-yeterliği.....	22
1.4.2. Matematik kaygısı.....	22
1.4.3. Problem çözmeye açıklık	23
1.4.4. İçsel motivasyon (Matematik ilgisi)	24
1.4.5. Araçsal motivasyon (Matematiğe verilen değer)	25
1.5. İlgili Araştırmalar.....	26
1.6. Araştırmanın Amacı.....	28

	<u>Sayfa</u>
1.7. Araştırmanın Önemi	29
1.8. Araştırmanın Sınırlılıkları	32
1.9. Araştırmanın Sayıltıları	32
2. YÖNTEM	33
2.1. Araştırma Modeli	33
2.1.1. Öğretim deneyi.....	33
2.2. Katılımcılar	34
2.2.1. Nicel aşama.....	36
2.2.1.1. <i>Duyuşsal alan ölçeği</i>	36
2.2.1.2. <i>Matematik okuryazarlığı ölçme aracı-1 ve iletişim düzeyleri</i> ..	37
2.2.1.3. <i>Duyuşsal alan ölçeği uygulama sonuçlarının analizi</i>	43
2.2.1.4. <i>Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 uygulama sonuçlarının analizi</i>	49
2.2.2. Nitel aşama	51
2.2.2.1. <i>Duyuşsal özelliklere ilişkin ön görüşmeler</i>	52
2.2.2.2. <i>Duyuşsal özelliklere ilişkin ön görüşme bulguları</i>	53
2.2.3. Katılımcı seçimi.....	61
2.2.4. Pilot çalışması.....	64
2.3. Veri Toplama Araçları	64
2.3.1. Katılımcı seçimi sürecindeki veri toplama araçları	64
2.3.2. Öğretim deneyi sürecindeki veri toplama araçları	65
2.3.2.1. <i>Ön klinik görüşmeler</i>	65
2.3.2.2. <i>Video kayıtları ve öğretim uygulamaları katılımcı izleme araçları</i>	66
2.3.2.3. <i>Öğrenci günlüğü</i>	66
2.3.2.4. <i>Araştırmacı günlüğü</i>	66
2.3.2.5. <i>Son klinik görüşmeler</i>	66
2.3.2.5.1. <i>Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-2 ve iletişim düzeyleri</i>	67
2.3.2.6. <i>Duyuşsal özelliklere ilişkin son görüşmeler</i>	75
2.4. Sınıf Ortamı	75
2.5. Araştırmacının Rolü	76
2.6. Araştırma Süreci	77
2.6.1. Öğretim deneyi.....	79

2.6.1.1. Öğretim uygulamalarına ilişkin etkinlik desenleme çerçevesi	79
2.6.1.1.1. Matematiksel modelleme çerçevesi	82
2.6.1.2. Öğretim bölümlerinin uygulanmasına ilişkin kavramsal yaklaşım: Öğretmen Söylemsel Eylemleri	84
2.6.1.3. Öğretim bölümleri	86
2.6.1.3.1. Birinci öğretim bölümü	88
2.6.1.3.2. İkinci öğretim bölümü	91
2.6.1.3.3. Üçüncü öğretim uygulaması	93
2.6.1.3.4. Dördüncü öğretim uygulaması	95
2.6.1.3.5. Beşinci öğretim uygulaması	97
2.6.1.3.6. Altıncı öğretim uygulaması	99
2.7. Verilerin Analizi	102
2.7.1. Odaksal analiz (Focal Analysis)	104
2.7.2. Etkileşimsel analiz (Preoccupational Analysis)	105
3. BULGULAR	107
3.1. Ön Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular	107
3.1.1. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi altı” olan öğrencilere ilişkin ön klinik görüşme bulguları	107
3.1.2. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin ön klinik görüşme bulguları	111
3.1.2.1. Elçin’in ön klinik görüşme bulguları	112
3.1.2.2. Nazan’ın ön klinik görüşme bulguları	115
3.1.2.3. Can’ın ön klinik görüşme bulguları	119
3.1.2.4. Rüya’nın ön klinik görüşme bulguları	122
3.1.3. Matematiksel iletişimi “1 düzeyi” ve “Ağırlıklı-1 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin ön klinik görüşme bulguları	126
3.1.3.1. Defne’nin ön klinik görüşme bulguları	126
3.1.3.2. Semih’in ön klinik görüşme bulguları	129
3.1.3.3. Hande’nin ön klinik görüşme bulguları	132
3.1.3.4. Demir’in ön klinik görüşme bulguları	136
3.1.3.5. Melih’in ön klinik görüşme bulguları	140
3.1.4. Matematiksel iletişimi “2 düzeyi” ve “Ağırlıklı-2 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin ön klinik görüşme bulguları	144
3.1.4.1. Ece’nin ön klinik görüşme bulguları	144

3.1.4.2. <i>Melike'nin ön klinik görüşme bulguları</i>	147
3.1.4.3. <i>Dilek'in ön klinik görüşme bulguları</i>	150
3.1.4.4. <i>İrem'in ön klinik görüşme bulguları</i>	154
3.2. Öğretim Bölümlerine İlişkin Bulgular	156
3.2.1. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi altı” olan öğrencilere ilişkin bulgular	156
3.2.1.1. <i>Birinci öğretim bölümü</i>	156
3.2.1.2. <i>İkinci öğretim bölümü</i>	159
3.2.1.3. <i>Üçüncü öğretim bölümü</i>	163
3.2.1.4. <i>Dördüncü öğretim bölümü</i>	168
3.2.1.5. <i>Beşinci öğretim bölümü</i>	171
3.2.1.6. <i>Altıncı öğretim bölümü</i>	176
3.2.2. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin bulgular	180
3.2.2.1. <i>Birinci öğretim bölümü</i>	180
3.2.2.2. <i>İkinci öğretim bölümü</i>	187
3.2.2.3. <i>Üçüncü öğretim bölümü</i>	194
3.2.2.4. <i>Dördüncü öğretim bölümü</i>	200
3.2.2.5. <i>Beşinci öğretim bölümü</i>	206
3.2.2.6. <i>Altıncı öğretim bölümü</i>	214
3.2.3. Matematiksel iletişimi “1 düzeyi” ve “Ağırlıklı-1 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin bulgular	218
3.2.3.1. <i>Birinci öğretim bölümü</i>	218
3.2.3.2. <i>İkinci öğretim bölümü</i>	224
3.2.3.3. <i>Üçüncü öğretim bölümü</i>	229
3.2.3.4. <i>Dördüncü öğretim bölümü</i>	233
3.2.3.5. <i>Beşinci öğretim bölümü</i>	237
3.2.3.6. <i>Altıncı öğretim bölümü</i>	243
3.2.4. Matematiksel iletişimi “2 düzeyi” ve “Ağırlıklı-2 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin bulgular	250
3.2.4.1. <i>Birinci öğretim bölümü</i>	250
3.2.4.2. <i>İkinci öğretim bölümü</i>	254
3.2.4.3. <i>Üçüncü öğretim bölümü</i>	257
3.2.4.4. <i>Dördüncü öğretim bölümü</i>	260

3.2.4.5. <i>Beşinci öğretim bölümü</i>	264
3.2.4.6. <i>Altıncı öğretim bölümü</i>	268
3.3. Son Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular	273
3.3.1. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi altı” olan öğrencilere ilişkin son klinik görüşme bulguları.....	273
3.3.1.1. <i>Gökhan’ın son klinik görüşme bulguları</i>	273
3.3.1.2. <i>Ali’nin son klinik görüşme bulguları</i>	277
3.3.2. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin son klinik görüşme bulguları.....	280
3.3.2.1. <i>Elçin’in son klinik görüşme bulguları</i>	281
3.3.2.2. <i>Nazan’ın son klinik görüşme bulguları</i>	284
3.3.2.3. <i>Can’ın son klinik görüşme bulguları</i>	288
3.3.2.4. <i>Rüya’nın son klinik görüşme bulguları</i>	293
3.3.3. Matematiksel iletişimi “1 düzeyi” ve “Ağırlıklı-1 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin son klinik görüşme bulguları.....	296
3.3.3.1. <i>Defne’nin son klinik görüşme bulguları</i>	297
3.3.3.2. <i>Semih’in son klinik görüşme bulguları</i>	300
3.3.3.3. <i>Hande’nin son klinik görüşme bulguları</i>	304
3.3.3.4. <i>Demir’in son klinik görüşme bulguları</i>	306
3.3.3.5. <i>Melih’in son klinik görüşme bulguları</i>	310
3.3.4. Matematiksel iletişimi “2 düzeyi” ve “Ağırlıklı-2 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin son klinik görüşme bulguları.....	313
3.3.4.1. <i>Ece’nin son klinik görüşme bulguları</i>	313
3.3.4.2. <i>Melike’nin son klinik görüşme bulguları</i>	316
3.3.4.3. <i>Dilek’in son klinik görüşme bulguları</i>	320
3.3.4.4. <i>İrem’in son klinik görüşme bulguları</i>	323
3.4. Duyuşsal Özelliklere İlişkin Son Görüşme Bulguları.....	327
3.4.1. Matematik öz-yeterliği teması	327
3.4.1.1. <i>Okuldaki matematik</i>	328
3.4.1.2. <i>Gerçek yaşamdaki matematik</i>	329
3.4.2. Matematiksel motivasyon teması	330
3.4.2.1. <i>İçsel motivasyon</i>	330
3.4.2.2. <i>Araçsal motivasyon</i>	331
3.4.3. Matematiksel kaygı teması	331

3.4.3.1. Kolaylaştırıcı kaygı.....	332
3.4.3.1. Güçleştirici kaygı	332
3.4.4. Problem çözmeye açıklık teması.....	333
3.4.5. Öğretim sürecine yönelik öğrenci değerlendirmeleri teması.....	334
3.4.5.1. Öğretim yaklaşımına ilişkin değerlendirmeler	334
3.4.5.2. Matematik öğrenimine etkilerine ilişkin değerlendirmeler ...	336
3.4.5.2.1. Problem çözme yaklaşımı.....	336
3.4.5.2.2. Matematiğe bakış açısı.....	337
4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	340
4.1. Sonuçlar	340
4.1.1. Matematiksel iletişim becerisine ilişkin sonuçlar	340
4.1.1.1. Matematiksel iletişim düzeylerine ilişkin sonuçlar	340
4.1.1.2. Odaksal ve etkileşimsel analiz sonuçları	344
4.1.2. Matematik okuryazarlığı performansına ilişkin sonuçlar.....	346
4.1.3. Duyuşsal özelliklere ilişkin sonuçlar	350
4.1.3.1. Matematik öz-yeterliği.....	350
4.1.3.2. Matematik kaygısı	351
4.1.3.3. Problem çözmeye açıklık	351
4.1.3.4. Matematiksel motivasyon	352
4.1.4. Matematiksel iletişim-duyuşsal alan özellikleri ilişkisine yönelik sonuçlar.....	352
4.1.4.1. Matematiksel iletişim-matematik öz-yeterliği ilişkisine yönelik sonuçlar	353
4.1.4.2. Matematiksel iletişim-matematik kaygısı ilişkisine yönelik sonuçlar	353
4.1.4.3. Matematiksel iletişim-problem çözmeye açıklık ilişkisine yönelik sonuçlar	353
4.1.4.4. Matematiksel iletişim-matematiksel motivasyon ilişkisine yönelik sonuçlar	354
4.1.5. Matematiksel iletişim-matematik okuryazarlığı performansı yönelik sonuçlar.....	354
4.2. Tartışma.....	355
4.3. Öneriler	359
4.3.1. Uygulamaya yönelik öneriler.....	359
4.3.2. İleride yapılacak araştırmalara yönelik öneriler	360

	<u>Sayfa</u>
KAYNAKÇA.....	361
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 1.1. Matematiksel iletişim becerisi göstergeleri.....	3
Tablo 1.2. Niss ve Jensen'e (2002) göre temel matematiksel yeterlikler.....	13
Tablo 1.3. Matematiksel yetkinlikler/yeterlikler kronolojik olarak ele alınışı	15
Tablo 1.4. Matematiksel iletişim düzeyleri.....	18
Tablo 2.1. Katılımcı seçim süreci.....	35
Tablo 2.2. Duyuşsal Alan Ölçeği içeriği	36
Tablo 2.3. Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 içeriği.....	41
Tablo 2.4. Matematiksel öz-yeterlik ölçeği geçerlik çalışmasına ilişkin uyum indeks değerleri.....	43
Tablo 2.5. Matematiksel kaygı ölçeği geçerlik çalışmasına ilişkin uyum indeks değerleri.....	44
Tablo 2.6. Problem çözmeye açıklık ölçeği geçerlik çalışmasına ilişkin uyum indeks değerleri.....	45
Tablo 2.7. Matematiksel motivasyon ölçeği geçerlik çalışmasına ilişkin uyum indeks değerleri.....	46
Tablo 2.8. Duyuşsal alan ölçeği alt faktörlerine ait Cronbach Alpha güvenirlik sonuçları	47
Tablo 2.9. Nicel analiz sonuçları.....	49
Tablo 2.10. Okullardaki öğrencilerin kategorilere göre dağılımı	50
Tablo 2.11. Öğrencilerin duyuşsal özellik alt kategorilerine dağılımı	62
Tablo 2.12. Araştırmanın katılımcıları	63
Tablo 2.13. Katılımcılar ve duyuşsal özellikleri	63
Tablo 2.14. Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-2 içeriği.....	74
Tablo 2.15. Araştırma süreci takvimi	78
Tablo 2.16. Matematiksel modelleme yeterlikleri ve alt-yeterlikler	83
Tablo 2.17. Öğretmen söylemsel eylemleri örnekleri	86
Tablo 2.18. Öğretim uygulamaları içerikleri	88
Tablo 2.19. Su Püskürtücüleri etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri	90
Tablo 2.20. Tur Otobüsleri etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri.....	92
Tablo 2.21. Hastalık Virüsleri etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri	94

Sayfa

Tablo 2.22. Bahçe Sulama etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri	96
Tablo 2.23. Kurabiyeler etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri	98
Tablo 2.24. Balon Turu etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri.....	100
Tablo 2.25. Matematiksel süreçler ve davranışlar.....	102
Tablo 2.26. Odak türlerinin belirlenmesi.....	104
Tablo 3.1. Katılımcılar ve duyuşsal özellikleri	339
Tablo 4.1. Öğrencilerin matematiksel iletişim düzeyleri.....	344
Tablo 4.2. Öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansları.....	349

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1. Matematik okuryazarlığı modeli	9
Şekil 1.2. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi bileşenleri	10
Şekil 1.3. Matematiksel yeterlik çiçeği	13
Şekil 1.4. Matematiksel iletişim bileşenleri	16
Şekil 1.5. Matematik okuryazarlığı modelleme döngüsü	19
Şekil 1.6. Duyuşsal alan özelliklerine ilişkin PISA kavramsal çerçevesi	20
Şekil 1.7. Araştırma kapsamında incelenen duyuşsal özellikler	21
Şekil 2.1. Öğretim deneyi aşamaları	34
Şekil 2.2. Matematik öz-yeterliği ölçeğine ait tek faktörlü DFA modeli	44
Şekil 2.3. Matematik kaygısı ölçeğine ait tek faktörlü DFA modeli	45
Şekil 2.4. Problem çözmeye açıklık ölçeğine ait tek faktörlü DFA modeli	46
Şekil 2.5. Matematiksel motivasyon ölçeğine ait iki faktörlü DFA modeli	47
Şekil 2.6. Tema, kategori ve alt kategoriler	54
Şekil 2.7. Sınıf oturma düzeni (U tipi oturma düzeni)	76
Şekil 2.8. Araştırma süreci aşamaları	77
Şekil 2.9. Matematiksel modelleme etkinliği desenleme çerçevesi	81
Şekil 2.10. Matematiksel modelleme çerçevesi	83
Şekil 2.11. Öğretmen söylemsel eylemleri	85
Şekil 2.12. Etkileşimsel analiz sembolleri	105
Şekil 3.1. Akış şeması-1	162
Şekil 3.2. Akış şeması-2	164
Şekil 3.3. Akış şeması-3	179
Şekil 3.4. Akış şeması-4	190
Şekil 3.5. Akış şeması-5	220
Şekil 3.6. Tema, kategori ve alt kategoriler	327

GÖRSELLER DİZİNİ

Sayfa

Görsel 3.1. Ali'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü	108
Görsel 3.2. Gökhan'ın Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü	108
Görsel 3.3. Ali'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü	110
Görsel 3.4. Elçin'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü	113
Görsel 3.5. Nazan'ın Fuji Dağı Tırmanışı-Soru-1'e ilişkin çözümü	116
Görsel 3.6. Can'ın Fuji Dağı Tırmanışı: Soru-1'e ilişkin çözümü	120
Görsel 3.7. Can'ın Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü	121
Görsel 3.8. Rüya'nın Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü	122
Görsel 3.9. Rüya'nın Fuji Dağı Tırmanışı Soru-2'ye ilişkin çözümü	123
Görsel 3.10. Rüya'nın Döner Kapı Problemi Soru-2'ye ilişkin çözümü	125
Görsel 3.11. Defne'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü	126
Görsel 3.12. Defne'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü	128
Görsel 3.13. Semih'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü	130
Görsel 3.14. Semih'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü	131
Görsel 3.15. Hande'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü	132
Görsel 3.16. Demir'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü	137
Görsel 3.17. Demir'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü	138
Görsel 3.18. Melih'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü	141
Görsel 3.19. Melih'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-2'ye ilişkin çözümü	141
Görsel 3.20. Melih'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü	142
Görsel 3.21. Melih'in Döner Kapı Soru-2'ye ilişkin çözümü	143
Görsel 3.22. Ece'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü	144
Görsel 3.23. Ece'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-2'ye ilişkin çözümü	145
Görsel 3.24. Melike'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü	148
Görsel 3.25. Melike'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-2'ye ilişkin çözümü	148
Görsel 3.26. Dilek'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-2'ye ilişkin çözümü	151
Görsel 3.27. Dilek'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü	151
Görsel 3.28. Dilek'in Listeler Soru-1'e ilişkin çözümü	153
Görsel 3.29. Gökhan'ın Soru-1'e ilişkin çözümü	158

Sayfa

Görsel 3.30. Ali'nin ve Gökhan'ın Soru-1'e ilişkin çözümleri.....	161
Görsel 3.31. Gökhan'ın Soru-1'e ilişkin çözümü	165
Görsel 3.32. Gökhan ve Ali'nin Soru-5'e ilişkin çözümü	167
Görsel 3.33. Gökhan'ın Soru-6'ya ilişkin çözümü.....	168
Görsel 3.34. Gökhan ve Ali'nin Soru-2'ye ilişkin çözümleri.....	170
Görsel 3.35. Ali ve Gökhan'ın Soru-4'e ilişkin çözümleri.....	174
Görsel 3.36. Gökhan ve Ali'nin Soru-5'e ilişkin çözümleri.....	175
Görsel 3.37. Gökhan ve Ali'nin Soru-6'ya ilişkin çözümleri.....	175
Görsel 3.38. Gökhan ve Ali'nin Soru-3'e ilişkin çözümleri.....	180
Görsel 3.39. Elçin'in Soru-3'e ilişkin çözümü.....	185
Görsel 3.40. Elçin ve Can'ın Soru-4'e ilişkin çözümü.....	185
Görsel 3.41. Nazan ve Elçin'in Soru-1'e ilişkin çözümleri	191
Görsel 3.42. Elçin'in Soru-2 ve Soru-3'e ilişkin çözümü.....	192
Görsel 3.43. Elçin'in Soru-1'e ilişkin çözümü.....	196
Görsel 3.44. Nazan ve Elçin'in Soru-2'ye ilişkin çözümleri	196
Görsel 3.45. Elçin'in Soru-3'e ilişkin çözümü.....	198
Görsel 3.46. Elçin ve Can'ın Soru-6'ya ilişkin çözümü.....	199
Görsel 3.47. Can ve Elçin'in Soru-2'ye ilişkin çözümleri.....	204
Görsel 3.48. Nazan ve Rüya'nın Soru-3'e ilişkin çözümleri	205
Görsel 3.49. Rüya ve Elçin'in Soru-4'e ilişkin çözümleri.....	206
Görsel 3.50. Elçin'in Soru-3'e ilişkin çözümü.....	209
Görsel 3.51. Nazan ve Can'ın Soru-4'e ilişkin çözümü	210
Görsel 3.52. Elçin'in Soru-4'e ilişkin çözümü.....	211
Görsel 3.53. Elçin ve Nazan'ın Soru-3'e ilişkin çözümü	218
Görsel 3.54. Melih'in Soru-1'e ilişkin çözümü	226
Görsel 3.55. Defne ve Semih'in Soru-2'ye ilişkin çözümleri.....	227
Görsel 3.56. Defne ve Semih'in ve Soru-3'e ilişkin çözümleri	228
Görsel 3.57. Melih ve Defne'nin Soru-4'e ilişkin çözümü.....	228
Görsel 3.58. Hande'nin Soru-2'ye ilişkin çözümü.....	230
Görsel 3.59. Hande'nin Soru-2'ye ilişkin çözümü.....	232
Görsel 3.60. Semih, Defne ve Demir'in Soru-3'e ilişkin çözümleri	236
Görsel 3.61. Semih ve Defne'nin Soru-3'e ilişkin çözümü	239

Sayfa

Görsel 3.62. Demir'in Soru-4'e ilişkin çözümü.....	240
Görsel 3.63. Defne ve Semih'in Soru-4'e ilişkin çözümü.....	241
Görsel 3.64. Semih ve Defne'nin Soru-3'e ilişkin çözümleri.....	248
Görsel 3.65. Demir'in Soru-3'e ilişkin çözümü.....	249
Görsel 3.66. Melike'nin Soru-2'ye ilişkin çözümü.....	258
Görsel 3.67. Ece'nin Soru-3'e ilişkin çözümü.....	259
Görsel 3.68. Melike'nin Soru-4 ve Soru-5'e ilişkin çözümü.....	259
Görsel 3.69. Dilek'in Soru-6'ya ilişkin çözümü.....	260
Görsel 3.70. Melike ve İrem'in Soru-4'e ilişkin çözümü.....	263
Görsel 3.71. Ece'nin Soru-2'ye ilişkin çözümü.....	264
Görsel 3.72. Dilek ve Ece'nin Soru-3'e ilişkin çözümü.....	265
Görsel 3.73. Ece ve Melike'nin Soru-4'e ilişkin çözümü.....	266
Görsel 3.74. Gökhan'ın Yürüyüş problemi Soru-1'e ilişkin çözümü.....	274
Görsel 3.75. Ali'nin Yürüyüş problemi Soru-1'e ilişkin çözümü.....	278
Görsel 3.76. Ali'nin Paraşütlü Gemiler sorusuna ilişkin çözümü.....	280
Görsel 3.77. Elçin'in Yürüyüş problemi Soru-1'e ilişkin çözümü.....	282
Görsel 3.78. Elçin'in Pizzalar problemine ilişkin çözümü.....	283
Görsel 3.79. Nazan'ın Döviz Kuru problemi Soru-3'e ilişkin çözümü.....	286
Görsel 3.80. Nazan'ın Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin çözümü.....	288
Görsel 3.81. Can'ın Yürüyüş problemi Soru-1'e ilişkin çözümü.....	289
Görsel 3.82. Can'ın Yürüyüş problemi Soru-2'ye ilişkin çözümü.....	290
Görsel 3.83. Can'ın Döviz Kuru problemi Soru-1 ve Soru-2'ye ilişkin çözümü.....	291
Görsel 3.84. Can'ın Pizzalar problemine ilişkin çözümü.....	292
Görsel 3.85. Defne'nin Pizzalar problemine ilişkin çözümü.....	299
Görsel 3.86. Defne'nin Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin çözümü.....	300
Görsel 3.87. Semih'in Yürüyüş problemi Soru-2'ye ilişkin çözümü.....	301
Görsel 3.88. Semih'in Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin çözümü.....	303
Görsel 3.89. Demir'in Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin çözümü.....	309
Görsel 3.90. Melih'in Pizzalar problemine ilişkin çözümü.....	312
Görsel 3.91. Ece'nin Hangi Araba? sorusuna ilişkin çözümü.....	314
Görsel 3.92. Ece'nin Yürüyüş problemi Soru-2'ye ilişkin çözümü.....	314
Görsel 3.93. Ece'nin Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin çözümü.....	316

Sayfa

Görsel 3.94. Melike'nin Pizzalar problemine ilişkin çözümü	319
Görsel 3.95. Melike'nin Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin çözümü	319
Görsel 3.96. Dilek'in Yürüyüş problemi Soru-2'ye ilişkin çözümü	321
Görsel 3.97. Dilek'in Pizzalar sorusuna ilişkin çözümü.....	322
Görsel 3.98. İrem'in Pizzalar sorusuna ilişkin çözümü.....	326
Görsel 3.99. İrem'in Paraşütlü Gemiler sorusuna ilişkin çözümü	326

KISALTMALAR DİZİNİ

PISA	: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
OECD	: Organization for Economic Co-operation and Development (Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü)
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Birliği)
TDMs	: Teacher Discourse Moves (Öğretmen Söylemsel Eylemleri)
DAÖ	: Duyuşsal Alan Ölçeği
MOÖ	: Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı

1. GİRİŞ

Bu araştırmada matematiksel iletişim becerisi gelişiminin desteklenmesi amacıyla matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı olarak desenlenen öğrenme ortamında, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin, matematik okuryazarlığı performanslarının, araştırma kapsamında ele alınan duyuşsal özelliklerinin (matematiksel motivasyon, matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı ve problem çözmeye açıklık), matematiksel iletişim becerisinin varsa matematik okuryazarlığı performansı ve duyuşsal özellikler ile ilişkisinin incelenmesine odaklanılmaktadır. Araştırmanın odağını oluşturan matematiksel iletişim 21. yüzyıl bilgi toplumlarının öncelikli önem verdiği bir konu alanını oluşturmaktadır. Bu bağlamda araştırmanın bu bölümünde ilk olarak “Matematiksel İletişim” başlığına yer verilmiştir. Burada matematiksel iletişim kavramı, matematiksel iletişim türleri, matematiksel iletişim becerisi ve bu becerinin problem çözmedeki rol ve önemi konularına değinilmiştir. Ardından araştırmanın iletişimsel perspektif açısından kuramsal çerçevesini oluşturan “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” ve “Matematik Okuryazarlığı” başlıklarına yer verilmiştir. “Matematik Okuryazarlığı” başlığı altında matematik okuryazarlığı kavramına ilişkin olarak alanyazında yer alan tanımlamalar ve özel olarak PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi hakkında bilgi sunulmuştur. Bu kapsamda temel bir matematiksel süreç becerisi olarak matematiksel iletişim becerisine, bu becerinin söz konusu çerçevede nasıl ele alındığına ve matematik okuryazarlığı ile matematiksel modelleme ilişkisine değinilmiştir. “Matematiğe İlişkin Duyuşsal Özellikler” bölümünde matematik eğitiminde duyuşsal özelliklerin yeri ve matematik okuryazarlığı ile duyuşsal özellikler arasındaki ilişkiler konularına yer verilmiş, PISA duyuşsal alan özelliklerine ilişkin kavramsal çerçeve açıklanmıştır.

1.1. Matematiksel İletişim

Matematik eğitiminde iletişimsel perspektif 20.yüzyılın sonları yani son yirmi yılda önem kazanmakla birlikte matematiksel iletişim alanyazını incelendiğinde Brenner (1994) tarafından ortaya konulan ‘*Matematik için İletişim Çerçevesi*’nin (*Communication Framework for Mathematics*)’ bu alandaki öncü araştırmalar arasında yer aldığı görülmektedir. Bu kapsamda tanımlanan üç iletişim türü matematik hakkında iletişim, matematikte iletişim ve matematik ile iletişim şeklinde olup matematik hakkındaki iletişim, bireyin problem çözme sürecini ve bu süreçteki matematiksel düşüncelerini

açıklaması; matematikteki iletişim, problem çözme sürecinde kullanılan sembolik ve formal matematik dili kullanımı; matematik ile iletişim ise iletişimin bir problem çözme aracı olarak kullanımına karşılık gelmektedir. Brenner (1998, s.109) matematiksel anlama için her üç iletişim türünün de gerçekleşmesi gerektiğini belirtmektedir.

Matematiksel iletişim türlerine ilişkin bir başka sınıflamanın Brendefur ve Frykholm (2000, s.126) tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu araştırmacılar ‘tek yönlü’, ‘destekleyici’, ‘yansıtıcı’ ve ‘öğretici’ olmak üzere matematiksel iletişimin dört farklı türünden söz etmektedir. Burada tek yönlü iletişim durumunda öğretmen söylemleri ağırlıkta olup öğrenci pasif olarak dinleyici rolündedir. Dolayısıyla tek yönlü iletişim öğretmen-öğrenci etkileşiminin minimum düzeyde olduğu iletişim türüne karşılık gelmektedir. Destekleyici iletişimde tek yönlü iletişime benzer şekilde öğretmen söylemleri ağırlıkta olmakla birlikte öğretmen-öğrenci etkileşimi yalnızca öğretmenin dönüt ve düzeltmeleri ile sınırlıdır. Yansıtıcı iletişimde öğrencilerin birbirleriyle ve öğretmenleriyle matematiksel bir içeriği derinlemesine incelemek ve keşif yapmak amaçlı iletişim kurmaları söz konusudur. Öğretici iletişim ise öğrencilerin matematiksel anlamalarında değişikliğe neden olan iletişim türünü ifade etmektedir. Araştırmacılar söz konusu iletişim türleri arasındaki hiyerarşik ilişkiye işaret ederek her bir düzeyin bir öncekinin karakteristik özelliklerini barındırdığını belirtmiştir.

Matematiksel iletişim alanyazınına önemli katkılar getiren Anna Sfard (2008) matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım (commognition) çerçevesini geliştirmiş, iletişim ve düşünme kavramlarını ele alış biçimiyle iletişime kişiler arası olma niteliğinin yanı sıra kişisel olma özelliğini kazandırmıştır. Araştırmacı bu kapsamda iletişimi “bir bireyin davranışlarını başka bir bireyin davranışlarının takip ettiği örüntüsel bir eylem (s.86)”;

düşünmeyi ise “kişinin kendisi ile olan iletişimi (s.81)” şeklinde tanımlamıştır. Diğer yandan Sfard’a (2001, s.28) göre söylem herhangi bir bireyle veya bireyin kendisiyle gerçekleştirilen iletişim etkinlikleri anlamına gelmektedir. Dolayısıyla Sfard’ın söylemi bu şekilde tanımlama biçimine göre matematiğin kendisi de başlı başına bir tür söylem olmaktadır. Bu perspektife göre matematiksel iletişim, matematiksel düşünme ile oldukça yakın ilişkilidir ve ‘bir söylem türü olarak matematik’ hakkındaki kişisel ve kişilerarası iletişimi ifade etmektedir (Sfard, 2008, s.91).

Farklı türleri tanımlanan ve matematiksel kavram gelişimi sürecinde desteklenmesi gereken matematiksel iletişim becerisinin, matematik başarısını uluslararası düzeyde ortaya koymuş pek çok ülkenin öğretim programlarında bir süreç becerisi olarak yer

edindiği görülmektedir. Örneğin, Isoda (2007) Japonya matematik dersi öğretim programlarında temel öğretim yaklaşımı olarak benimsenen problem çözme sürecinde ve problem çözme becerisi gelişiminde matematiksel iletişimin önemini vurgulamıştır. Benzer şekilde matematiksel iletişim kavramının Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Birliği (National Council of Teachers of Mathematics- [NCTM]) tarafından problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, ilişkilendirme ve temsil şeklindeki okul matematiği standartları kapsamında ele alındığı görülmektedir. NCTM'ye (2000, s.60) göre öğrenciler i) iletişim yoluyla matematiksel düşüncelerini geliştirebilmeli, ii) matematiksel düşüncelerini birbirlerine ve öğretmenlerine açıkça ifade edebilmeli, iii) kendisi dışında diğerlerinin matematiksel düşüncelerini analiz edebilmeli ve iv) matematiksel fikirlerini açık bir şekilde ifade edebilmek için matematik dilini kullanabilmelidir. Görüldüğü gibi söz konusu göstergelerin odağını matematiksel iletişimin katılımcısı olan bireylerin matematiksel fikirlerini açık ve net bir şekilde ortaya koyabilme ve aynı zamanda diğer bireylerin söylemlerindeki kasıtları doğru bir şekilde anlayabilme durumları oluşturmaktadır. Lin ve Lee (2004) ise matematiksel iletişim becerisinin üç alt bileşenini kendisi dışında diğerlerinin matematiksel düşüncelerini anlamlandırmak, değerlendirmek ve matematiksel fikirlere ilişkin gerekçeleri açıklamak şeklinde tanımlamıştır (Akt. Yang vd., 2016, s.157).

Ülkemiz ortaokul (5-8.sınıflar) matematik dersi öğretim programına bakıldığında matematiksel iletişimin bir süreç becerisi olarak ele alındığı görülmektedir. Bu kapsamda matematiğin evrensel bir dil olmasına işaret edilerek matematiksel iletişimin matematik hakkında yazma, okuma, konuşma ve dinleme becerilerinden oluştuğu belirtilmektedir (MEB, 2013a, s. iv).

Ortaokul (5-8.sınıflar) matematik dersi öğretim programında matematiksel iletişim becerisi gelişimi göstergelerine ilişkin açıklamalar Tablo 1.1'de sunulmuştur.

Tablo 1.1. *Matematiksel iletişim becerisi göstergeleri (MEB, 2013a, s. v)*

Göstergeler
Matematiğin kendine özgü sembolleri ve terminolojisi olan bir dil olduğunu fark etme
Matematiğin sembol ve terimlerini etkili ve doğru kullanma
Matematiksel dili matematiğin kendi içinde, farklı disiplinlerde ve yaşantısında uygun ve etkili bir biçimde kullanma
Somut model, şekil, grafik vb. temsil biçimleriyle matematiksel düşünceleri ifade etme
Matematiksel düşünceleri sözlü ve yazılı ifade etme
Günlük dil ile matematiksel dili ilişkilendirme
Matematiksel düşüncelerin doğruluğunu ve anlamını yorumlama

Matematik eğitimi alanyazınında temel bir süreç becerisi olarak yer edinen matematiksel iletişim becerisi, matematik öğretiminin nihai hedefinin matematik okuryazarlığı becerileri gelişmiş bireyler yetiştirilmesi olarak benimsenmesiyle birlikte temel bir okuryazarlık becerisi olarak nitelendirilmeye başlamıştır. Nitekim matematiksel iletişimi matematik okuryazarlığının temel bir bileşeni olarak ele alan Thompson vd., (2008) bu beceriyi matematiksel bir problem ya da ifadeyi anlayarak okuma ve yazma; matematik dilinde konuşma ve dinleme becerisi olarak tanımlamaktadır. Burada matematiksel iletişimin matematiksel okuma, matematiksel yazma, matematiksel konuşma ve dinleme becerilerini kapsadığı görülmektedir. Günümüz bilgi toplumu öğrenenlerinin bugün ve gelecekte sahip olması beklenen bilgi ve becerilerin uluslararası düzeyde değerlendirilmesi amacıyla faaliyetlerini yürüten Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü (Organization for Economic Co-operation and Development – [OECD]) (2017) ise matematiksel iletişim becerisini bir matematik okuryazarlığı becerisi olarak benimsemiş ve problem çözme süreci bağlamında değerlendirmiştir. Bu kapsamda matematiksel iletişim becerisi “Öğrencilerin matematiksel problem durumlarını anlamlandırma ve çözüm sürecine ilişkin açıklama ve gerekçelendirmelerini açık bir şekilde ifade edebilmeleri süreci (s.70)” şeklinde tanımlanmıştır.

Matematiksel iletişim üzerine gerçekleştirilen çok sayıda araştırmada, bu becerinin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesindeki rol ve önemine dikkat çekilmektedir (Brendefur ve Frykholm, 2000; Pape, Bell ve Yetkin, 2003). Bununla birlikte matematiksel iletişim öğrencilerin kavramsal anlama, matematiksel düşünme, problem çözme ve muhakeme becerilerinin geliştirilmesinde temel unsurlardan biri olarak ele alınmaktadır (Jung ve Reifel, 2011, s.195).

Matematiksel iletişimin matematiksel düşünme becerileri gelişiminin yanı sıra öğrencilerin matematik okuryazarlığı becerilerini geliştirme nihai hedefine ulaşmadaki rol ve önemi pek çok matematik eğitimcisi tarafından önemle vurgulanan bir husus olmaktadır (Mullen, 2009; Thompson ve Chappell, 2007; Matteson, 2006). Örneğin, Matteson’a (2006, s.228) göre matematik okuryazarlığı becerilerini geliştirmek öğrencilerin başarı puanlarında artış sağlamaktan çok daha fazlasıdır. Bu kapsamda öğrencilerin matematiği kavramsal olarak anlama ve muhakeme edebilmeleri matematiksel iletişim becerilerine bağlıdır. Benzer şekilde Pugalee (2001, s.296) öğrencilere matematiksel iletişim kurma deneyimleri kazandırmanın matematik okuryazarlıklarını destekleyeceğini belirtmiştir. Mullen (2009, s.4) öğrencilerin

matematikte başarılı olabilmelerinin ağırlıklı olarak matematiksel iletişim becerilerine bağlı olduğunu belirtmiştir. Olteanu (2015) ise iletişimin öğrenme sürecinin temel bir bileşeni olduğunu belirtirken sınıf içi iletişimin matematik öğretimi ve öğreniminin niteliği için belirleyici bir unsur olduğunu vurgulamıştır.

Matematiksel iletişim becerisinin toplumsal yönden önemine gelindiğinde ise bu beceri, ilkokuldan ortaöğretime kadar matematik dersi öğretim programlarında temel bir süreç becerisi olarak ele alınması ve temel bir matematik okuryazarlığı becerisi olması dolayısıyla toplumsal matematik okuryazarlık düzeyinin yükselmesine ve ülkemizin PISA değerlendirmesindeki performansına önemli katkı sağlamaktadır.

Bu araştırmada matematiksel iletişim becerisi gelişiminin desteklenmesi amacına yönelik olarak iki farklı kuramsal çerçeve benimsenmiştir. Bunlardan ilki, matematiksel iletişim becerisi gelişiminin öğrenme sürecinde ve öğrenenler üzerinden incelenmesine bağlı olarak ve alanyazındaki en geçerli çerçeve olan Sfard'ın matematiksel biliş iletişim yaklaşım çerçevesidir. Diğer yandan öğrencilerin matematiksel iletişim becerisi gelişiminin toplumsal yönden yaygın etkisi ülkedeki matematik okuryazarlık düzeyi ile ilişkili olmaktadır. Bu kapsamda ilgili alanyazında yaygın bir biçimde kabul gören PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi araştırmanın bir diğer çerçevesini oluşturmaktadır. Söz konusu çerçevelere ilişkin detaylı açıklamalar aşağıda sunulmaktadır.

1.2. Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım Kuramsal Çerçevesi

Matematiksel biliş iletişim yaklaşım çerçevesi (commognitive framework), bir mantık bilimcisi olan Anna Sfard'ın matematiksel biliş ve matematiksel iletişim üzerine uzun yıllardan beri süregelen araştırmaları sonucunda geliştirdiği bir teoridir. “Commognitive” terimi “communication (iletişim)” ve “cognition (biliş)” sözcüklerinin bir araya getirilmesi sonucunda türetilmiştir (Sfard, 2008, s.83). Dolayısıyla dilimizde bu terimin net bir karşılığı bulunmamakla birlikte matematik eğitimi ulusal alanyazında “matematiksel biliş iletişim yaklaşım” şeklinde ele alınmaktadır. Sfard'a (2008) göre matematiksel iletişim ve matematiksel düşünme/biliş arasında oldukça yakın bir ilişki söz konusudur ve teori bu görüş üzerine temellendirilmiştir.

Matematiksel biliş iletişim yaklaşım teorisinin savunduğu bu görüşün derinlemesine incelenebilmesi adına ilk olarak iletişim ve düşünme kavramlarının anlamlarının açıklanması yerinde olacaktır. Demirel'e (2010, s.70) göre iletişim “bir

düşüncenin, bir duygunun yüz anlatımı, el, kol ve baş hareketleri, konuşma yoluyla ya da yazı, telefon, radyo, televizyon gibi bildirişim araç ve gereçlerinden yararlanarak bir kimseden başka bir kimseye iletimi” iken; Britannica Ansiklopedisi’ne (2015) göre “insanlar arasında ortak semboller sistemi ile gerçekleştirilen bilgi, düşünce veya duygu alışverişi” anlamındadır. Sfard’a (2008, s.86) göre ise iletişim, “bir bireyin davranışlarını başka bir bireyin davranışlarının takip ettiği örüntüsel bir eylem” ifade etmektedir. Benzer şekilde yine Demirel’e (2010, s.42) göre düşünme “yeni bilgi, kavram ve sonuçları bulmak için geçmiş bilgi ve deneyimleri kullanarak yargıda bulunma eylemi” iken; Oxford Sözlüğü’ ne (2015) göre “bir şey hakkında akıl yürütme süreci” anlamındadır. Sfard (2008, s.81) ise kişisel bir eylem olan düşünme ile kişilerarası iletişim arasındaki ayrımı ortadan kaldırmak amacıyla düşünmeyi “kişinin kendisi ile olan iletişimi” şeklinde tanımlayarak iletişime hem kişisel hem de kişiler arası olma niteliğini kazandırmıştır. Sfard, sunduğu bu perspektif ile genelde düşünme özelde ise matematiksel düşünme ile ilgili var olan çeşitli ikilemleri ortadan kaldırabilmeyi umut etmiştir (Felton ve Nathan, 2009). Bu anlamda Sfard öğrenmeyi, salt bilgi edinimi olarak değil, söylemlere iştirak etme olarak kavramsallaştırmanın önem ve gerekliliğini tartışmaktadır.

Sfard’a (2001) göre düşünme ve öğrenme süreçlerinde neler yaşandığına yalnızca bilişsel perspektiften bakarak sosyo-kültürel perspektife dair pek çok unsuru kapsam dışı bırakma eğilimi öğrenme ile ilgili bütüncül bir resim sunmayacaktır. Bu anlamda Sfard matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım teorisini geliştirmiştir. Dolayısıyla matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım teorisinin diğer sosyo-kültürel teoriler ile örtüşen pek çok yönü bulunmaktadır. Sfard (2009) matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım teorisini, matematik öğrenimi ve öğretimi süreçlerinde karşılaşılan ve yalnızca edinim yolu veya yalnızca iştirak etme yolu ile öğrenme perspektifinden çözüm bulunamayan çeşitli ayırım ve ikilemlerin açıklanmasında oldukça kullanışlı görmektedir. Bu bağlamda literatüre kazandırdığı “commognition” terimi ile araştırmacılara öğrenme üzerine gerçekleştirdikleri tartışmalarında her iki metaforu da eşzamanlı olarak kullanabilme imkânını sunmaktadır (Zazkis, 2013).

Sfard’a (2008) göre söylem,

“Sözcük kullanımları, görsel aracı türleri ve katılımcı söylemlerindeki üst-seviye kurallar ile tasdik edilen anlatıları bakımından farklılık gösteren ve böylece katılımcısı ola(bile)n bütün bireyleri bir araya getirirken diğerlerini bu topluluğun (community of discourse) dışında bırakan iletişimin özel bir türü (s.297)”

anlamındadır. Başka bir deyişle söylem, herhangi bir bireyle veya bireyin kendisiyle gerçekleştirilen iletişim etkinlikleri anlamına gelmektedir. Sfard'a (2001) göre söylem kişisel veya kişiler arası olabildiği gibi, sözel veya sözel olmayan türde de olabilir. Buradan söylemin, konuşma ile sınırlı olmadığı ve sözlü ifadeden çok daha fazlası olduğu anlamı çıkmaktadır. Sfard'ın söylemi bu şekilde tanımlaması, teorisinin genel sosyo-kültürel ve söylemsel teorilere kıyasla ayrıcalıklı yönünü oluşturmaktadır (Güçler, 2016). Sfard'ın söylemi tanımlama biçimine göre diğer akademik disiplinler gibi matematiğin kendisi de başlı başına bir tür söylem olmaktadır.

Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım teorisinde matematik bir çeşit söylem olduğuna göre matematik öğrenimi, öğrencilerin söylemlerindeki değişimler ve bu değişimler sonucunda matematiksel söylemlere katılım biçimindeki farklılıklar ile gözlenmektedir (Sfard, 2008). Başka bir deyişle matematik öğrenimi, bir süreç olmakla birlikte matematiksel söylemlere iştirak şeklinin değişimi olarak yorumlanmaktadır (Güçler, 2016). Bu anlamda öğrencilerin gelişimleri, matematiksel söylemlerinin ve söyleme iştirak ediş biçimlerinin nasıl değiştiğinin incelenmesi ile mümkün olmaktadır.

Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım teorisine göre matematik öğrenimi, öğrenenlerin matematiksel söylemlere iştirak ediş biçimlerinin değişimi olduğuna göre matematik öğretimi ile ilgili olarak 'söylemsel değişim sürecinde öğrenenlere yardım edilmesi' şeklinde bir çıkarımda bulunulabilir. Dolayısıyla öğretmenin bu yardım sürecindeki temel rolü, matematiksel söylemleri kullanım şekli ile öğrenenlere örnek teşkil etmesidir. Bunun yanı sıra öğretmenlerin öğrenenlerin üst-düzey düşünme süreçlerini/nasıl düşündüklerini ve bilgiyi nasıl yorumladıklarını en iyi şekilde anlayabilmeleri gerekmektedir (Johnson, 2009). Nitekim matematiksel söylemin dört ögesini de tutarlı bir şekilde kullanan bir öğretmenin öğrencilerinin bile matematiksel kavramlar ile ilgili kendilerine özgü ve matematiksel doğruluğu olmayan anlamlar çıkarabildiği bilinen bir gerçektir (Güçler, 2013). Bu nedenle öğretmenlerin matematiksel söylemlerinin tutarlılığının yanı sıra bu söylemlerin dört ögesi ile birlikte sınıfta şeffaf ve açık bir şekilde sunulması da önemlidir (Güçler, 2016). Ancak öğrencilerdeki söylemsel farklılıklar yalnızca öğretmenin matematiksel söylemleri kullanım şeklinden kaynaklanmamaktadır. Söylem farklılıklarının "kültüre dayalı farklılıklar" ve "rutinlerdeki çeşitlilik" gibi değişik boyutları da söz konusudur. Farklı sosyo-kültürel ortamlarda bulunan öğrencilerin matematiksel söylemleri farklı olabilir. Ancak bu aynı sosyo-kültürel ortamlarda bulunan öğrencilerin matematiksel söylemlerinin de

aynı/benzer olmak zorunda olduğu anlamına gelmemektedir. Öğrenciler sosyo-kültürel ve günlük konuşma dilindeki farklılıklara bağı olarak belli bir kavrama ilişkin olarak sözcük kullanımının farklı aşamalarında yer alıyor olabilirler. Dolayısıyla öğretmenlerin öğrencilerine kendilerini ifade etme şansı vermeleri oldukça önemlidir (Güçler, 2016). Benzer şekilde öğrencilerin matematiksel söylemlere iştirak etme amaçları ile ilgili rutinleri de çeşitlilik gösterebilir. Bazı öğrenciler matematiksel söylemini geliştirmek, bazı öğrenciler ise öğretmenini memnun etmek amacıyla matematiksel söylemlere katılıyor olabilirler. Dolayısıyla öğretmenlerin değışik öğretim yöntemlerinden oluşan bir repertuar geliştirmeleri ve söz konusu çeşitliliklerin farkında olmaları gerekmektedir (Güçler, 2016). Böylece matematik öğretiminin amacı olan öğrenenlerin kendilerine özgü söylemlerini uzmanların söylemleri ile tutarlı bir hale getirmek mümkün olabilecektir.

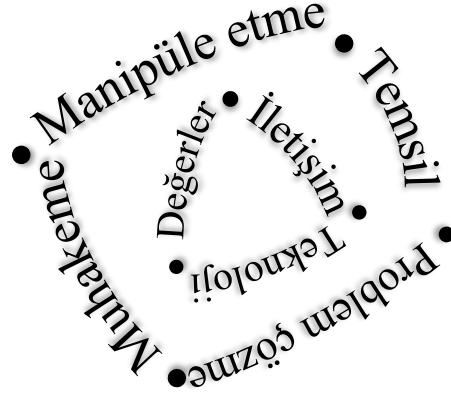
Öğrenen söylemlerinin uzman söylemleri ile tutarlı hale getirilmesi öğrenenlerin öğretmenleriyle ve birbirleriyle etkili iletişim kurabilmelerini gerektirmektedir. Bu bağlamda etkili iletişim, iletişim kuran tüm bireylerin kullanılmakta olan sözcükleri bilmeleri ve anlamlandırmaları ile mümkün olmaktadır. Sfard'a (2000) göre ise etkili iletişim matematiksel söylemlerin odaklarının niteliğı bağlamında incelenmektedir. Yani, matematiksel söylemlere iştirak eden katılımcıların sözcük kullanımları arasındaki uyum iletişimin etkililiğı için vazgeçilmezdir.

1.3. Matematik Okuryazarlığı

Matematik eğitiminde son yüzyılda yaşanan değışim ve gelişmeler ilgili alanyazına 'matematik okuryazarlığı' kavramını kazandırmıştır. Alanyazında bu kavramın tanımına ilişkin farklı yaklaşımlarla karşılaşmaktadır. Örneğın, Pugalee (1999, s.20) matematik okuryazarı olmanın öğrenenlerin gelecek yaşantıları için önemini vurgulayarak ortak merkezli iki çember modelini ortaya koymuştur. Araştırmacı bu model ile matematik okuryazarlığı kavramının temel bileşenlerinin varlığı konusunda bir farkındalık kazandırmayı hedeflemiştir.

Pugalee (1999) tarafından geliştirilen matematik okuryazarlığı modeli Şekil 1.1'de sunulmakta olup model incelendiğinde dıştaki çemberin matematik yapmak için temel olan dört süreci (temsıl, manipüle etme, muhakeme ve problem çözme); içteki çemberin ise söz konusu dört süreci kolaylaştıran ve destekleyen unsurları (iletişim, teknoloji ve değıerler) betimlediğı görölmektedir. Bunun yanı sıra model, matematik okuryazarlığının

gelişmesinde esas teşkil eden süreçler ve kolaylaştırıcı unsurların birbirleriyle ilişkili olduğunu göstermektedir.



Şekil 1.1. Matematik okuryazarlığı modeli (Pugalee, 1999, s.20)

Matematik okuryazarlığı kavramına ilişkin olarak farklı perspektifleri derlediği çalışmasında Jablonka (2003, s.81) kavramın matematiksel düşünmeyi öğrenmekle ilişkili olduğunu belirtmiştir. Bu kapsamda matematik okuryazarlığı “temel matematiksel kavramların bilgisi ve anlayışı olarak günlük yaşam bağlamında temel işlemsel becerileri kullanabilme yeteneği” olarak düşünülebilir (Jablonka, 2003, s.76). Yine Jablonka’ya (2003, s. 76) göre matematik okuryazarlığı “karmaşık matematiksel modeller geliştirme yeteneği veya başkalarının matematiksel modellerini anlama ve değerlendirme kapasitesi” olarak da kabul edilebilir. Diğer yandan matematik okuryazarlığı kavramını matematik bilgisi ve üst düzey düşünme becerilerinden ziyade bireyler için temel bir gereksinim olarak ele alan araştırmacılar ve tanımlamaları ile de karşılaşılmaktadır. Örneğin McCrone ve Dossey (2007) matematik okuryazarlığını matematiğin günlük yaşamdaki rolünü anlama ve günlük hayatta karşılaşılan sorunları çözmek için matematiği kullanma kapasitesi olarak ele almıştır. Benzer şekilde Martin (2007, s.29) matematik okuryazarlığı kavramından bir bireyin gerçek yaşam durumlarına ilişkin akıl yürütmesi, analiz etmesi, formüle etmesi ve problem çözmesi olarak bahsetmektedir.

Matematik okuryazarlığı kavramı özellikle OECD tarafından yürütülen Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment -[PISA]) uygulamasında temel bir değerlendirme alanı olarak ele alınmasıyla birlikte özel bir önem kazanmıştır. Nitekim PISA, katılımcı ülke sayısındaki sürekli artış ve bu ülkelerin matematik okuryazarlığı başarı durumları arasında karşılaştırma yapma imkânı sunmasına bağlı olarak eğitsel faaliyetlere yön verici bir rol oynaması vb.

bakımından oldukça kapsamlı bir araştırma niteliğindedir. Bu bağlamda PISA çerçevesinde matematik okuryazarlığı kavramına yönelik olarak sunulan perspektif matematik eğitimi alanyazınında yaygın bir biçimde kabul görmektedir (Haara, Bolstad ve Jenssen, 2017, s.287). Bu yönüyle bu çalışmada matematik okuryazarlığı kavramına ilişkin olarak benimsenen perspektif PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi olmuştur.

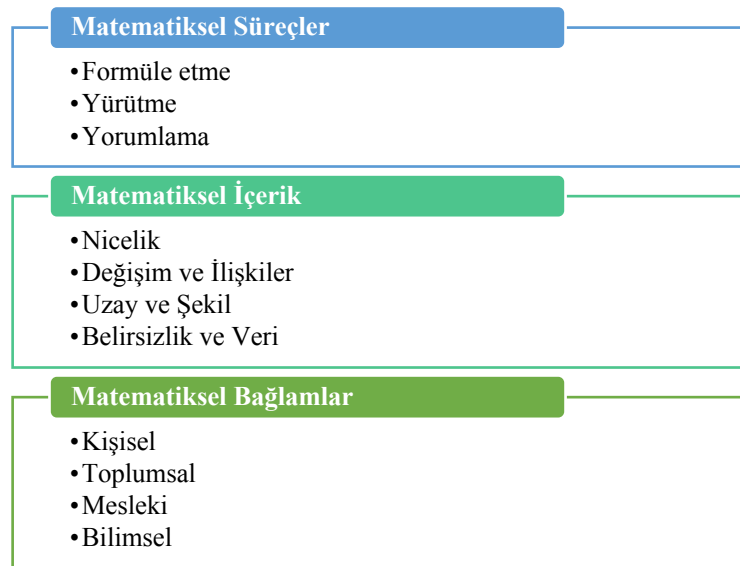
1.3.1. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi

Hedef kitlesini 15 yaş grubu öğrencilerinin oluşturduğu PISA araştırmasında, öğrencilerin öğrendiklerini hatırlayabilmenin ötesinde mevcut bilgi ve becerilerini günlük yaşamlarında karşılaştıkları zorluklarla baş etmede ve aynı zamanda da yeni durumları anlamak, sorunları çözmek, bilgi sahibi olmadıkları konularda tahminler yürüterek muhakeme yapabilmede kullanabilme durumlarının belirlenmesi hedeflenmektedir (MEB, 2015, s. 6).

PISA 2015 kapsamında matematik okuryazarlığı kavramının tanımı şu şekildedir.

Matematik okuryazarlığı çeşitli hayat bağlamlarında bireyin formüle etme, matematiği kullanma ve yorumlama kapasitesidir. Bu kapasite, matematiksel olarak akıl yürütme, bir olguyu açıklama ve tahmin etme için matematiksel kavramları, işlemleri ve araçları kullanmaktan oluşmaktadır (OECD, 2017, s.65).

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematiksel süreçler, matematiksel içerik ve matematiksel bağlamlar şeklinde üç temel bileşenin tanımlandığı görülmektedir (Şekil 1.2).



Şekil 1.2. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi bileşenleri (OECD, 2017)

1.3.1.1. Matematiksel süreçler

Matematik okuryazarlığına ilişkin olarak yukarıda sunulan ve alanyazında yaygın bir şekilde kabul görmüş tanımında ‘formüle etme’, ‘yürütme’ ve ‘yorumlama’ ifadeleriyle öğrencilerin aktif birer problem çözücü olarak katılacakları süreçlere işaret edilmektedir (OECD, 2017, s.66). Bu kapsamda söz konusu matematiksel süreçler, bireylerin problemin bulunduğu bağlamı matematikle ilişkilendirip çözmek için ne yaptığını açıklamaktadır (MEB, 2011, s.14).

Matematiksel süreçlere temel teşkil eden ve gerçekleştirmelerini sağlayan, öğrencilerin sahip olduğu yeterliklerdir (MEB, 2011, s.14). Başka bir deyişle, formüle etme, yürütme ve yorumlama matematiksel süreçlerinin her birinin gerçekleşmesini sağlayan temel matematiksel yeterlikler söz konusudur. PISA 2012 uygulamasında belirlenen ve 2015 uygulamasının da kapsamını oluşturan yedi temel yeterlik şu şekildedir:

- İletişim
- Matematikleştirme
- Temsil biçimleri
- Muhakeme ve argüman
- Strateji üretme
- Sembolik dil ve işlemleri kullanma
- Matematiksel araçları kullanma (MEB, tarihsiz, s.36).

1.3.1.2. Matematiksel içerik

Matematik okuryazarlığının bir diğer bileşeni matematiksel içeriktir. PISA uygulaması kapsamında matematik okuryazarlığına yönelik dört temel içerikten söz edilmektedir:

- Nicelik (sayılar, sayı işlemleri, zihinden hesaplamalar, tahmin ve sonuçları değerlendirme)
- Değişim ve ilişkiler (cebirsal ifadeler, denklemler, eşitsizlikler, tablo ve grafik gösterimlerini içeren fonksiyonlar ve cebir konuları)
- Uzay ve şekil (perspektif çizimleri, harita çizimleri, şekillerin çizilmesi ve dönüştürülmesi, üç boyutlu görünüm, şekillerin gösterimi)
- Belirsizlik ve veri (olasılık ve istatistik konuları) (MEB, 2015, s.14).

Matematiksel içerik alanlarının belirlenmesinde tarihsel gelişim süreci içerisinde matematiğin sayılar, şekiller, değişim ve ilişkilerin incelendiği bir çalışma alanı haline gelmiş olması göz önünde bulundurulmuştur (OECD, 2017, s.70). Başka bir deyişle matematiksel içerik, matematiksel bilginin gelişim yelpazesini yansıtacak şekilde belirlenmiştir.

1.3.1.3. Matematiksel bağlamlar

Matematiksel bağlamlar PISA matematik okuryazarlığı problemlerinin bağlam durumlarını ifade eden bileşenini oluşturmaktadır. Matematik okuryazarlığı çerçevesinde ele alınan dört temel bağlam söz konusudur:

- Kişisel (bireyin kendisi, ailesi ve yaştları)
- Toplumsal (bireyin içinde yaşadığı topluluk)
- Mesleki (iş hayatı)
- Bilimsel (bilim ve teknoloji bağlantılı matematik uygulamaları) (MEB, 2015, s.17).

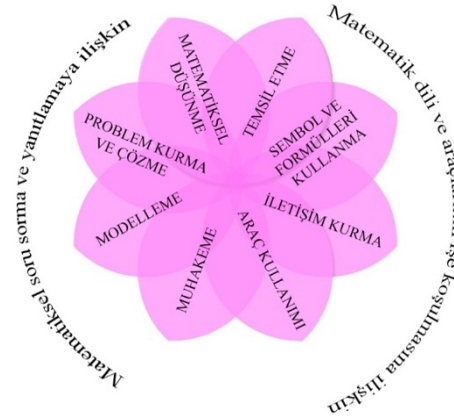
1.3.2. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi ve matematiksel iletişim yeterliği

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde ele alınan temel matematiksel yeterliklere ilişkin kavramsal çerçeve Niss ve Jensen'in (2002) yeterlikler ve matematik öğrenimi üzerine gerçekleştirdikleri KOM Projesi'ne (KOM: Kompetencer og matematiklæring / Competencies and the Learning of Mathematics) dayanmaktadır. Niss ve Jensen'in 2000-2002 yılları arasında yürüttükleri bu projenin amacı Danimarka'da matematik öğrenme ve öğretme sürecinde karşılaşılan sorunların giderilmesinde reform niteliğinde fikir ve öneriler sunabilmek ve böylece matematik eğitimini iyileştirmeyi desteklemektir. Bu amaçla araştırmacılar çalışmalarının çıkış noktası olarak matematikte uzmanlaşmanın ne anlam ifade ettiği sorusunun yanıtını aramıştır. Bu doğrultuda matematikte uzmanlaşmayı “matematiksel yeterliklere sahip olma” şeklinde; matematiksel yeterlik kavramını ise “çeşitli matematiksel bağlamlar ile matematiğin rol oynadığı durumlarda matematiği anlama, yapma ve kullanabilme becerisi” şeklinde tanımlamıştır (Akt. Niss ve Højgaard, 2011, s.49). Araştırmacılara göre matematiksel soru sorma ve yanıtlamaya ilişkin yeterlikler ile matematik dili ve araçlarının işe koşulmasına ilişkin yeterlikler kapsamında toplam sekiz temel matematiksel yeterlikten söz edilebilir. Bu yeterlikler Tablo 1.2’de detaylı olarak sunulmaktadır.

Tablo 1.2. Niss ve Jensen'e (2002) göre temel matematiksel yeterlikler

Matematiksel soru sorma ve yanıtlamaya ilişkin yeterlikler	Matematik dili ve araçlarının işe koşulmasına ilişkin yeterlikler
Matematiksel düşünme	Matematiksel nesne ve durumları temsil etme
Matematiksel problem kurma ve çözme	Matematiksel sembol ve formülleri kullanma
Matematiksel modelleme	Matematiksel iletişim kurma
Matematiksel muhakeme	Matematiksel araç kullanımı

Niss ve Jensen ele aldıkları sekiz matematiksel yeterliği ve bu yeterlikler arasındaki ilişkiyi temsilen çiçek modelinden yararlanmıştır (Şekil 1.3). Matematiksel yeterlik çiçeği modeline göre matematiksel soru sorma ve yanıtlamaya ilişkin yeterlikler çiçeğin sol dört yaprağını oluşturmaktadır. Diğer dört yaprak ise matematik dili ve araçlarının işe koşulmasına ilişkin yeterlikleri temsil etmektedir. Modeldeki sekiz yaprağın birbirleriyle kesişiyor olması ise her bir matematiksel yeterliğin diğer yeterliklerle yakın ilişkili olduğunu göstermektedir. Başka bir deyişle, yeterliklerin birbirleriyle örtüşen belirli özellikleri vardır.



Şekil 1.3. Matematiksel yeterlik çiçeği (Niss ve Højgaard, 2011, s.51)

PISA uygulamaları kapsamında matematiksel yeterliklerin nasıl ele alındığı detaylı bir şekilde incelendiğinde matematiksel yeterliklere ilişkin süregelen bir değişim ve gelişim ile karşılaşılmaktadır. Nitekim Niss (2015) matematiksel yeterlikler ile PISA uygulama süreci gelişiminin birbiriyle iç içe olduğunu vurgulamaktadır. Bu kapsamda ilk olarak PISA 2000 matematik okuryazarlığı çerçevesine ilişkin olarak 'matematiksel süreçler (mathematical processes)' başlığı altında KOM projesi kapsamında ele alınan sekiz matematiksel yeterlikten söz edildiği görülmektedir. Ayrıca matematiksel yeterlik düzeylerini tanımlamak amacıyla söz konusu yeterlikler üç farklı 'yetkinlik sınıfı (competency class)' kapsamında ele alınmıştır. Sınıf-1 tanımlama ve hesaplamalar

yapma, Sınıf-2 ilişkilendirme ve matematiksel bilginin problem çözme sürecinde işe koşulması, Sınıf-3 ise matematikleştirme, matematiksel düşünme ve genelleme süreçlerini kapsayacak şekilde oluşturulmuştur (Niss, 2015, s.46).

PISA 2003 değerlendirmesi matematik okuryazarlığı çerçevesi incelendiğinde yetkinlik sınıfları yerine ‘yetkinlik kümeleri (competency cluster)’ teriminin kullanılmaya başlandığı ve bu kümelerin ‘üretici beceriler (reproduction)’, ‘ilişkilendirici beceriler (connections)’ ve ‘yansıtıcı beceriler (reflection)’ olarak tanımlandığı görülmektedir (MEB, 2005, s.7).

PISA 2006 ve PISA 2009 uygulamalarında ağırlıklı değerlendirme alanları sırasıyla fen okuryazarlığı ve okuma becerileri olmakla birlikte matematik okuryazarlığı çerçevesinin 2003 yılında benimsenen kavramsal çerçeve ile oldukça benzer bir yapıda olduğu görülmektedir. OECD’nin PISA 2009 uygulamasına ilişkin raporundaki tek farklılık matematiksel yeterliklerden söz edilen bölüm başlığının ‘bilişsel matematiksel yetkinlikler (cognitive mathematical competencies)’ şeklinde değiştirilmiş olmasıdır. Ağırlıklı değerlendirme alanı matematik olan PISA 2012 uygulaması kapsamında matematik okuryazarlığı kavramına ilişkin olarak temel matematiksel süreçlerin vurgulandığı bir tanım benimsenmiştir. Diğer yandan matematiksel yeterliklerin kapsamına ilişkin olarak söz edilecek temel değişiklik ‘matematiksel yetkinlikler (mathematical competencies)’ teriminin terk edilerek yerine ‘temel matematiksel yeterlikler (fundamental mathematical capabilities)’ teriminin kullanılmaya başlanmasıdır (Niss, 2015, s.49,50). Böylece 2012 yılında temel matematiksel yeterlikler, matematiksel süreçler kapsamında ele alınmış ve bu kapsamda yedi temel yeterlikten bahsedilmiştir. Son olarak PISA 2015 matematik okuryazarlığı çerçevesi incelendiğinde matematiksel yeterliklerin PISA 2012 uygulamasında benimsendiği şekliyle ele alındığı görülmektedir.

PISA 2000 değerlendirmesinden bu yana matematik okuryazarlığı çerçevesi kapsamında ele alınan matematiksel yetkinlikler/yeterlikler ve özel olarak matematiksel iletişimin nasıl ele alındığı Tablo 1.3’te sunulmakta olup PISA 2000 uygulamasından günümüze kadar gerçekleştirilen tüm değerlendirmelerde matematiksel iletişim temel bir yetkinlik veya yeterlik olarak ele alındığı görülmektedir. Ancak 2012 uygulaması öncesinde bu yeterliğin bireyin matematiksel bir bağlama ilişkin olarak kendisini ifade etmesi ve çevresindeki diğer bireyleri anlamlandırması ile sınırlı olduğu, bu uygulama ile

birlikte daha geniş kapsamlı ve diğer yeterlikler ile yakın ilişkili olarak ele alındığı söylenebilir.

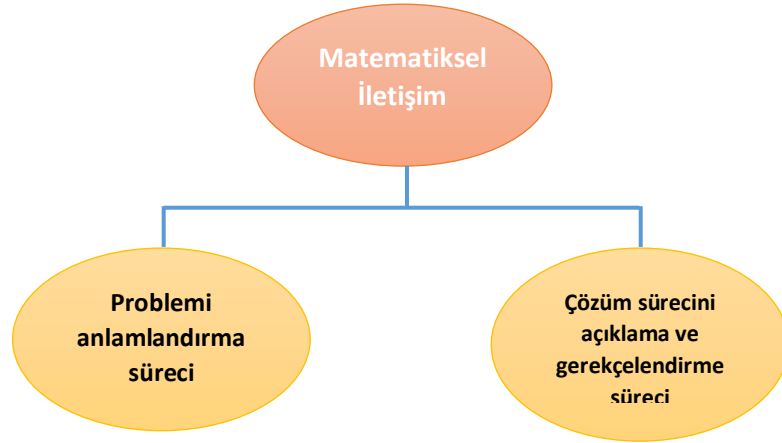
Tablo 1.3. Matematiksel yetkinlikler/yeterlikler kronolojik olarak ele alınışı

Yıllar	Matematiksel yetkinlikler/yeterlikler	İçerik	Matematiksel iletişim
2000	Yetkinlik sınıfları	1.Düşünme ve muhakeme 2.Argümantasyon 3.İletişim 4.Modelleme 5.Problem kurma ve çözme 6.Temsil ile gösterim	-Bireyin matematiksel bir bağlama ilişkin olarak kendisini sözlü veya yazılı bir şekilde ifade etmesi
2003-2006-2009	Yetkinlik kümeleri	7. Matematiksel dil ve işlemleri kullanma 8. Matematiksel araç ve gereçleri kullanma	-Bireyin çevresindeki diğer bireylerin sözlü veya yazılı ifadelerini anlamlandırması
2012-2015	Temel matematiksel yeterlikler	1.İletişim 2. Matematikleştirme 3.Temsil ile gösterim 4.Akıl yürütme ve ispatlama 5.Farklı stratejiler oluşturma ve kullanma 6. Matematiksel dil ve işlemleri kullanma 7. Matematiksel araçları kullanma	-Bireyin matematiksel problem veya ifadeleri çözümleyerek ve yorumlayarak durumlara ilişkin zihinsel bir model oluşturmaları -Bireyin matematiksel bir problemin çözüm sürecine ilişkin açıklamalar ve gerekçelendirmeler sunabilmesi

PISA 2015 matematik okuryazarlığı çerçevesine göre matematiksel iletişim yeterliğinin tanımı “Matematiksel iletişim yeterliği, öğrencilerin matematiksel problem durumlarını anlamlandırma ve çözüm sürecine ilişkin açıklama ve gerekçelendirmelerini açık bir şekilde ifade edebilmeleri sürecini kapsamaktadır (OECD, 2017, s.68)” şeklindedir.

Matematiksel iletişime ilişkin yukarıda sunulan tanımda matematiksel bir problemin çözümüne yönelik olarak problemin anlamlandırılması, yorumlanması ve ulaşılan matematiksel sonucun sunulması ve gerekçesiyle birlikte açıklanması durumlarına işaret edilmektedir (MEB, 2015, s.23).

PISA uygulaması kapsamında matematik problemlerinin çözüm sürecinde matematiksel iletişimin ne derece işe koşulduğunun incelenmesinde i) alıcı (receptive) ve ii) anlatımcı (expressive) olmak üzere iki farklı bileşenden söz edilmektedir (OECD, 2017). Matematiksel iletişim ile problemin anlamlandırılmasına ilişkin alıcı bileşen ve çözüm sürecinin açıklanması veya gerekçelendirilmesine ilişkin anlatımcı bileşen arasındaki ilişki Şekil 1.4’te sunulmaktadır.



Şekil 1.4 Matematiksel iletişim bileşenleri (OECD, 2017)

Matematiksel problem durumlarını anlamlandırma süreci, bir problem durumuna ilişkin olarak sunulan yazılı ifade, görsel vb. üzerinde anlamlandırma ve yorum yapma sürecini ifade etmektedir. Matematik okuryazarlığı çerçevesinde bu süreçten iletişimin alıcı (receptive) bileşeni olarak söz edilmektedir. Alıcı bileşen, problem metninin uzunluğu ve anlaşılabilirliği, metinde ele alınan bilgiye aşinalık, bilginin sunulmuş sırası ve bunun bilginin yorumlanmasında işe koşulan düşünme süreçleriyle uyumluluğu ve ayrıca bilgilerin ne derecede birbirleri ile ilişkilendirilmesi gerektiği unsurlarından oluşmaktadır. Çözüm sürecine ilişkin açıklama ve gerekçelendirmelerin açık bir şekilde ifade edilmesi süreci ise matematiksel bir problem durumunun çözümüne yönelik işlemsel hesaplamaların yapılarak ulaşılan sonucun ortaya konması ve çözüm sürecine ilişkin açıklama ve doğrulama sürecini ifade etmektedir. PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde bu süreçten iletişimin anlatımcı (expressive) bileşeni olarak söz edilmektedir. Anlatımcı bileşen problemin sonucu olan sayısal ifadenin veya çözüm sürecinin sunulması, bu süreçte nasıl bir mantık yürütüldüğünün açıklanması ve verilen yanıtın gerekçesinin sunulmasından oluşmaktadır (OECD, 2013a, s.44).

1.3.2.1. Matematiksel süreçler ve matematiksel iletişim yeterliği

Formüle etme, yürütme, yorumlama ve değerlendirme şeklinde üç aşamadan oluşan matematik okuryazarlığı döngüsünün ilk aşaması olan formüle etme süreci, bir gerçek yaşam problemini anlayarak gerçekliğe dayalı bir model kurma ve bu modelden matematiksel model oluşturma sürecini kapsamaktadır. Bu süreçler işe koşulması gereken matematiksel iletişim yeterliği bağlamında değerlendirildiğinde, öğrencilerin problem

durumunu anlayarak okuyabilmeleri ve problem durumuna ilişkin düşüncelerini matematik dilini kullanarak açıkça ifade edebilmelerini gerektirdiği görülmektedir. Ayrıca matematiksel modelin inşasına yönelik olarak problem durumu bağlamında ana dildeki ifadelerin matematiksel olarak yorumlanması ve uygun temsil biçimlerine karar verilebilmesi gerekmektedir. Buna bağlı olarak formüle etme sürecinde ağırlıklı olarak ön plana çıkan beceriler matematiksel okuma ve matematiksel konuşma olmakta ve ayrıca iletişimin alıcı bileşeninin aktif bir şekilde işe koşulmasını gerektirmektedir. Matematik okuryazarlığı döngüsünün ikinci aşaması olan yürütme süreci matematiksel modeli çözme ve matematiksel bir sonuç elde etme sürecini kapsamaktadır. Bu süreçte matematik bilgisinin kullanılması, problemin çözümüne yönelik olarak uygun problem çözme stratejisinin belirlenmesi ve uygulanması, işlemsel becerilerin işe koşulması gibi durumlar gerçekleşmektedir. Dolayısıyla matematik okuryazarlığı döngüsünün bu aşamasında matematiksel iletişim türlerinden matematiksel yazma becerisinin ağırlıklı olduğu görülmektedir. Matematik okuryazarlığı döngüsünün son aşaması, matematiksel sonuçların günlük yaşam durumu bağlamında yorumlanması sürecini kapsamaktadır. Bu süreç matematiksel sonuçların matematik dışı bağlamlarda yorumlanması, genellenmesi ve uygun matematik dili kullanılarak probleme çözüm sunulmasını gerektirmektedir. Dolayısıyla matematik okuryazarlığı döngüsünün bu aşamasında iletişimin anlatımcı bileşeninin aktif bir şekilde işe koşulduğu söylenebilir (Ata Baran, 2018, s.115).

1.3.2.2. Matematiksel iletişim becerisi düzeyleri

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematiksel süreç becerileri düzeylerinin belirlenmesi konusunda herhangi bir yöntem ya da yaklaşıma rastlanmamaktadır. Bununla birlikte Turner, Blum ve Niss (2015) tarafından geliştirilen matematiksel süreç becerisi puanlama anahtarları, matematik okuryazarlığı problemlerinin söz konusu beceriler bağlamında hangi düzeyde olduğunun belirlenmesine olanak tanımıştır. Araştırmacılar bu puanlama anahtarlarında PISA çerçevesinde ele alınan yedi süreç becerisinin her birine yönelik detaylı tanımlamalar sunmuş ve her bir beceriye yönelik 0-3 arasında değişen düzeyler tanımlamıştır. Bu kapsamda matematiksel iletişim “matematiksel ifadeleri, soru, görev veya görselleri okuma ve yorumlama; sunulan durumu hayal etme ve anlama; kullanılan matematiksel terimler de dahil olmak üzere verilen bilgiyi anlamaya çalışma; matematiksel bir çalışma veya muhakemenin sunulma ve açıklanması” (s. 111) olarak tanımlanmıştır. Bu tanımın

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde sunulan tanım ile oldukça benzer bir yapıda olduğunu söylemek mümkündür. Nitekim okuma, yorumlama ve anlama ifadeleriyle iletişimin alıcı bileşenine; sunma ve açıklama ifadeleriyle ise iletişimin anlatımcı bileşenine işaret edilmektedir. Hiyerarşik bir yapıya sahip olan matematiksel iletişim düzeyleri Tablo 1.4’te sunulmuştur.

Tablo 1.4. Matematiksel iletişim düzeyleri (Turner, Blum ve Niss, 2015)

Düzyey 0: İletişimin alıcı bileşeni bakımından bu düzeyde problem durumundaki tüm bilgiler doğrudan matematiksel görevle alakalıdır ve bilginin sunulduğu sırası, görevde ne sorulduğunu anlamak için gereken düşünme süreci aşamaları ile uyumludur. Bu düzeydeki bir öğrenci problem bağlamındaki matematiksel kavramla ilgili kısa cümleleri veya ifadeleri anlayabilir. Anlatımcı iletişim bileşeni ise yalnızca tek bir sözcük veya sayısal sonucun sunulmasını kapsamaktadır.

Düzyey 1: Bu düzeyde alıcı iletişim bileşeni bakımından problem durumundaki bilgiler kısa cümleler veya ifadelerden daha karmaşık ve kapsamlıdır. Ayrıca problem metninde çözüm sürecinde kullanılmayacak bazı fazla bilgiler mevcut olabilir. Bu düzeydeki bir öğrenci sunulan bilgileri ve ilgili temsilleri tanımlayabilir ve birbirleriyle ilişkilendirebilir. İletişimin anlatımcı bileşeni ise kısa bir açıklama/hesaplama yazmayı veya belirli bir sayı aralığı ile sayı dizindeki değerleri açıklamayı kapsamaktadır.

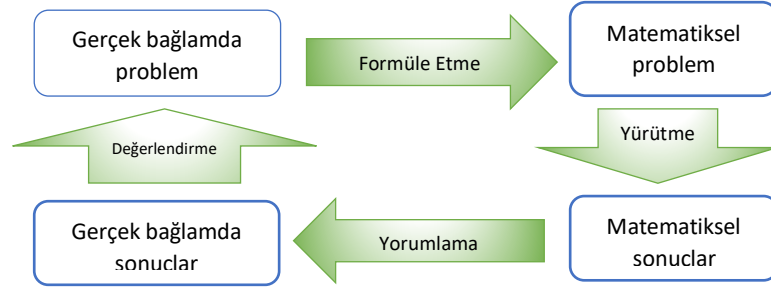
Düzyey 2: İletişimin alıcı bileşeni bakımından bu düzeyde matematiksel görev, birbirleriyle ilişkilendirilmesi gereken birden fazla bileşen içermektedir. Bu düzeydeki bir öğrenci söz konusu bileşenleri belirleyebilir ve aralarındaki ilişkiyi tanımlayabilir. Anlatımcı iletişim bileşeni ise kısa ve öz bir betimleme/açıklama yapmayı veya bir dizi hesaplama aşamasını sunmayı kapsamaktadır.

Düzyey 3: Alıcı iletişim bileşeni bakımından bu düzeyde matematiksel görev, mantıksal olarak karmaşık ilişkiler (koşullu veya iç içe geçmiş ifadeler gibi) içeren birden fazla bileşenden oluşmaktadır. Bu düzeydeki bir öğrenci söz konusu bileşenleri belirleyebilir, aralarındaki ilişkileri anlamlandırabilir. Anlatımcı iletişim bileşeni ise problem veya çözümün birden fazla ögesinin ilişkilendirildiği matematiksel kanıt sunmayı kapsamaktadır.

1.3.3. Matematik okuryazarlığı ve matematiksel modelleme ilişkisi

Ağırlıklı değerlendirme alanı matematik olan ilk PISA değerlendirmesi 2003 yılında gerçekleştirilmiş olup bu uygulamadaki matematik okuryazarlığı çerçevesi, bir gerçek yaşam probleminin matematiksel bir problem olarak formüle edilmesi, matematiksel problemin çözümü ve bu çözümün gerçek yaşam durumu bağlamında anlamlandırılması şeklinde ele alınmıştır (OECD, 2006, s.95). Stacey (2015, s.61) bu sürecin matematiksel modelleme süreci olarak ele alındığını ve matematikleştirme süreci olarak ifade edildiğini belirtmiştir.

PISA 2012 matematik okuryazarlığı çerçevesi gerçek yaşam problemleri çözüm sürecine ilişkin olup (Şekil 1.5) matematik okuryazarlığı döngüsü, bir gerçek yaşam probleminin anlaşılması ve formüle edilmesi, formüle edilen problemin matematiksel modelinin kurulması, kurulan model üzerinden matematiksel çözüme ulaşılması ve elde edilen sonuçların gerçek yaşam durumu bağlamında yorumlanması şeklinde gerçekleşmektedir (OECD, 2013a, s.26).



Şekil 1.5. Matematik okuryazarlığı modelleme döngüsü (MEB, tarihsiz, s.36)

Şekil 1.5'ten görüldüğü gibi, matematik okuryazarlığı döngüsü matematiksel modelleme yoluyla gerçekleştirilmektedir (MEB, 2015). Bu çalışmada matematiksel iletişimin öğrenme ortamında incelenmesi hedeflenmiş ve bu doğrultuda öğretim sürecinde benimsenecek yaklaşımın hem matematiksel iletişim becerisini hem de matematik okuryazarlığı performansını desteklemesi gerektiği düşünülmüştür. Bu doğrultuda, öğretim uygulamaları matematiksel modelleme yoluyla ve özel olarak iletişim becerisine odaklanacak biçimde tasarlanmıştır.

Diğer yandan bu çalışmada matematiksel iletişim becerisi ve matematik okuryazarlığı performansı ile birlikte birtakım duyuşsal özelliklerin de incelenmesi hedeflenmiştir. Araştırma kapsamında incelenen duyuşsal özelliklere ilişkin detaylı açıklamalar aşağıda sunulmaktadır.

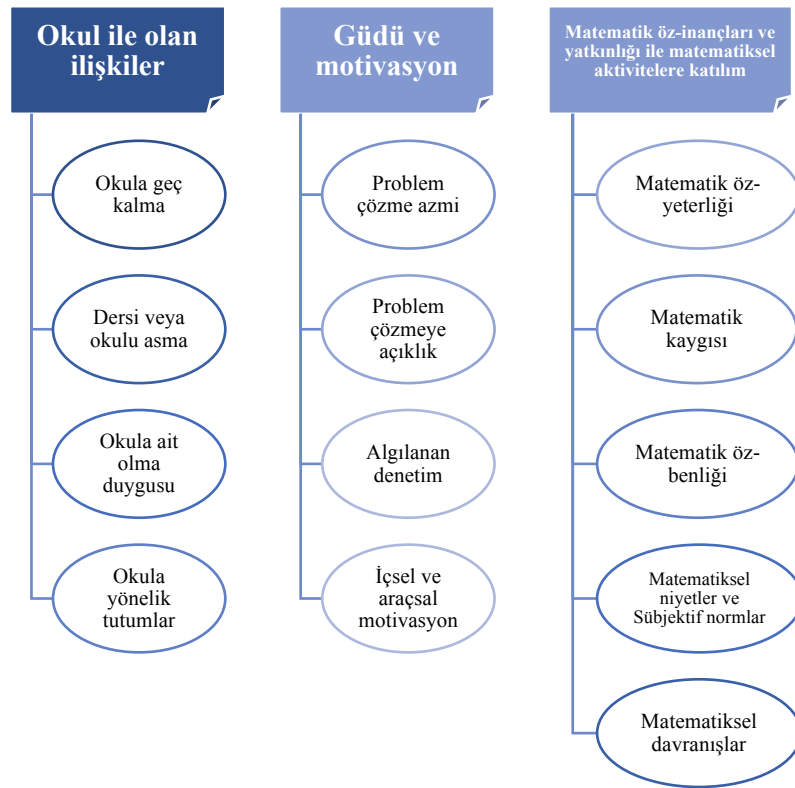
1.4. Matematiğe İlişkin Duyuşsal Özellikler

Matematik eğitimi alanyazını incelendiğinde öğrencilerin duyuşsal özelliklerinin matematik okuryazarlığı başarılarında önemli rol oynadığının açıkça ortaya konulduğu görülmektedir. Nitekim PISA değerlendirmesi çerçevesi kapsamında öğrenenlerin matematik okuryazarlığı performanslarının yorumlanmasında hem bilişsel hem de duyuşsal özellikler birlikte ele alınmaktadır.

Öğrenmenin bir bütün şeklinde ele alınarak öğrenme çıktılarına ilişkin bilişsel ve duyuşsal özelliklerin bir arada değerlendirilmesi gerekliliği konusunda alanyazındaki vurgular (McLeod, 1992; Levin, 2013; Di Martino, 2016) dikkate alındığında bu çalışmada matematiksel iletişim becerisinin desteklenmesi sürecinde birtakım duyuşsal özelliklerin de incelenecek olması araştırmanın özgün bir yanını oluşturmaktadır. Bununla birlikte araştırma kapsamında incelenen duyuşsal özelliklerin ele alınışı söz konusu faktörlerin PISA değerlendirmesinde ele alınış biçimi paralelindedir.

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde bilişsel çıktılar ve bilişsel olmayan çıktılar olmak üzere iki türlü öğrenme çıktısı ele alınmaktadır. Bu kapsamda 15 yaş grubu öğrencilerin matematik okuryazarlığı performanslarına ilişkin çıktılar bilişsel iken, öğrencilerin matematiğe karşı sahip oldukları inanç, motivasyon, ilgi, kaygı vb. ise bilişsel olmayan çıktıları oluşturmaktadır. Dolayısıyla PISA değerlendirmesinde öğrenci performansı ile duyuşsal özellikler arasındaki ilişkiler detaylı bir şekilde incelenmektedir.

PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematik başarısı ile duyuşsal özellikler arasındaki ilişki iki farklı şekilde ele alınmaktadır. Bunlardan ilki, geçmişteki matematik başarısının ve matematiğe yönelik inanç ve tutumların gelecekteki matematik başarısının ve matematiğe yönelik inanç ve tutumların bir yordayıcısı olması şeklindedir (Baumert, Nagy ve Lehmann, 2012). İkincil olarak ise matematik başarısı ve matematiğe yönelik inanç ve tutumlar arasındaki ilişkinin döngüsellğine vurgu yapılmasıdır. Yani, matematikte başarılı olabileceğine inanan bir öğrenci matematik problemlerini çözebilir ve başardığını gördüğünde bu durum öğrencinin matematik öz-yeterliğini güçlendirerek matematikten daha fazla zevk almasını sağlar (Nurmi vd., 2003).



Şekil 1.6. Duyuşsal alan özelliklerine ilişkin PISA kavramsal çerçevesi (OECD, 2013b, s.33)

Ağırlıklı değerlendirme alanı matematik olan PISA 2012 uygulamasında matematik okuryazarlığı bağlamında bilişsel olmayan çıktılara ilişkin ölçümler i) okul ile olan ilişkiler, ii) güdü ve motivasyon, iii) matematik öz-inançları ve yatkınlığı ile matematiksel aktivitelere katılım olmak üzere üç başlıkta ele alınmıştır (OECD, 2013b, s.33). Duyuşsal alan özelliklerine ilişkin PISA kavramsal çerçevesi Şekil 1.6’da sunulmuştur.

Şekil 1.6’ya göre okul ile olan ilişkiler başlığı altında okula geç kalma, dersi veya okulu asma, okula ait olma duygusu ve okula yönelik tutumlar ele alınmaktadır. Güdü ve motivasyon; problem çözme azmi, problem çözmeye açıklık, algılanan denetim ve matematik öğrenmeye karşı içsel ve araçsal motivasyon şeklindedir. Son olarak matematik öz-inançları ve yatkınlığı ile matematiksel aktivitelere katılım ise matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, matematiksel öz benlik, matematiksel davranışlar, matematiksel niyetler ve matematikte sübjektif normlardan oluşmaktadır.

Bu araştırmada odaklanılacak duyuşsal alan özelliklerinin belirlenmesinde temel kriter ortalama puanı istatistiksel olarak anlamlı şekilde OECD ortalamasının üzerinde olan veya OECD ortalamasından farklı olmayan ülkelerin matematik performanslarını diğer bileşenlere kıyasla daha iyi yordayan değişkenlerin neler olduğunun belirlenmesi olmuştur. Bu doğrultuda araştırma kapsamında incelenen duyuşsal özellikler matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, problem çözmeye açıklık, içsel motivasyon ve araçsal motivasyon şeklinde olmuştur.

PISA 2012 uygulamasında öğrenci anketlerinden elde edilen verilere göre söz konusu duyuşsal özelliklerin matematik okuryazarlığı performansındaki değişimi açıklama yüzdeleri Şekil 1.7’de sunulmuştur.



Şekil 1.7. Araştırma kapsamında incelenen duyuşsal özellikler (OECD, 2013b)

Şekil 1.7 incelendiğinde, öğrencilerin matematik performanslarındaki değişimin %29'unun matematik öz-yeterliği, %14'ünün matematik kaygısı, %12'sinin problem çözmeye açıklık, %5'inin araçsal motivasyon (matematiğe verilen değer) ve %4'ünün içsel motivasyon (matematik ilgisi) ile açıklandığı görülmektedir.

Matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, problem çözmeye açıklık ve matematiksel motivasyon duyuşsal faktörlerine ilişkin detaylı açıklamalar aşağıda sunulmaktadır.

1.4.1. Matematik öz-yeterliği

Bandura'ya (1997) göre öz-yeterlik kişinin bir konuda başarılı olabilmesi için gerekli etkinlikleri düzenleme ve yapabilme kapasitesine ilişkin inancı ifade etmektedir. Pajares ve Miller'a (1994) göre öz-yeterlik, kişinin belirli bir görevi yerine getirme becerisinin bir yargısıdır. PISA çerçevesinde ise matematik öz-yeterliği öğrencilerin matematik problemlerini etkin biçimde ele alma ve zorlukların üstesinden gelme becerilerine inanma düzeyi olarak ele alınmaktadır (OECD, 2013b, s.88). Matematik eğitimi alanyazını incelendiğinde öz-yeterliğin matematik başarısı ile ilişkisinin çok sayıda araştırmaya konu olduğu görülmektedir. Bu bağlamda matematik performansındaki artışın öz-yeterliği olumlu yönde etkilediği belirtilirken (Pajares, 1996; Blake ve Lesser, 2006) düşük seviyedeki matematik öz-yeterliğinin ise düşük matematik performansına neden olabileceği vurgulanmaktadır (Bandura, 1997; Schunk ve Pajares, 2009).

PISA 2012 değerlendirme sonuçlarına göre OECD ülkeleri arasında öğrencilerin matematik performanslarındaki çeşitliliğin %29'u matematik öz-yeterliği ile açıklanmaktadır. Bu oran katılımcı ülkelerden 21'i için %30'dan fazla iken Çin-Tayvan, Portekiz ve Polonya gibi ülkelerde ise %40'a kadar çıkmaktadır (OECD, 2013b, s.93). Görüldüğü gibi ülke/ekonomi düzeyinde, matematik öz-yeterliği ile matematik performansı arasında güçlü bir ilişki söz konusudur. Yani, matematikte yüksek performans sergileyen ülkelerdeki öğrencilerin pür ve uygulamalı matematik problemlerini çözme konusunda kendilerine güvendikleri görülmektedir.

1.4.2. Matematik kaygısı

Matematik kaygısı, Ma ve Xu'ya (2004) göre öğrencilerin matematiksel problemleri çözmeleri gerektiği zamanlarda ortaya çıkan rahatsızlık durumunu ifade

etmektedir. Bununla birlikte matematik kaygısına ilişkin olarak “kolaylaştırıcı (facilitative)” ve “güçleştirici (debilitative)” olmak üzere iki tür kaygıdan söz edildiği görülmektedir (Wigfield ve Meece, 1988). Burada kolaylaştırıcı kaygı birey ve probleme bağlı olmakla birlikte orta düzeyde kaygının öğrenmeyi kolaylaştırıcı etkisine işaret ederken, güçleştirici kaygı ise düşük ve yüksek düzeydeki kaygının performans üzerindeki olumsuz etkisine vurgu yapmaktadır. Nitekim matematik kaygısı ile matematik başarısı arasında negatif yönlü bir ilişkinin varlığı ilgili alanyazında ortak bir şekilde savunulmaktadır (Foley vd., 2017, s.53). Ashcraft (2002) yüksek düzeydeki matematik kaygısının öğrenci başarısını maskeleydiğini ve geri plana düşürdüğünü belirtmektedir.

PISA 2012 değerlendirme sonuçlarına göre düşük matematik başarısı olan ülkeler yüksek kaygı puanına sahipken, yüksek matematik başarısına sahip ülkelerin de yüksek kaygı puanına sahip oldukları görülmektedir. Bu sonuç alanyazın bulguları ile çelişkili görülmekte ve PISA raporlarında da araştırılması gerektiği belirtilmektedir (Tatlı, Ergin ve Demir, 2016, s.699). Diğer yandan OECD ülkeleri arasında öğrencilerin matematik performanslarındaki çeşitliliğin %14’ü matematik kaygısı ile açıklanmaktadır. Bu oran 41 ülke için %10’dan fazla iken Polonya, Norveç, Danimarka, Estonya ve İzlanda gibi ülkelerde ise %20’ye kadar çıkmaktadır (OECD, 2013b, s.103). PISA 2012 Türkiye sonuçlarına göre ise matematik kaygısı, ailenin sosyoekonomik durumundan sonra öğrenci performansını en iyi açıklayan ikinci özelliktir. Bu kapsamda öğrencilerin matematiğe yönelik kaygı ve endişe düzeylerindeki 1 birim artış, öğrenci performanslarında 0,23 birim düşüşe karşılık gelmektedir (MEB, 2015, s.138). Bu durum ulusal literatürde öğrenme çıktıları ve bu çıktılara etki eden faktörlerin incelenmesi üzerine çalışan araştırmacıların öncelikli olarak matematik kaygısına ilişkin çalışmalara yönelmelerine neden olmuştur. Örneğin, Tatlı, Ergin ve Demir (2016, s.696) PISA 2012 Türkiye verilerine göre matematik kaygısının sınıflandırıcılarını incelemiş ve söz konusu sınıflandırıcıları disiplin iklimi, öğretmen desteği, matematik öğretmenin desteği ve öğretmen davranışı: formatif değerlendirme olarak belirlemiştir.

1.4.3. Problem çözmeye açıklık

PISA 2012 uygulamasında öğrencilerin matematik başarılarının açıklanmasında etkisi incelenen bir diğer özellik problem çözmeye açıklıktır. Bu kapsamda problem çözmeye açıklık, öğrencilerin karmaşık problem durumlarını çözmeye açık olmaları ve

isteklilikleri olarak tanımlanmaktadır (OECD, 2013b, s.65). Özcan'a (2015) göre problem çözmeye açık olan öğrenciler matematik dersine yönelik güdülenmesi yüksek olan öğrencilerdir. Scherer ve Gustafsson (2015) problem çözme azmi, problem çözmeye açıklık ve matematik performansının birbirleri ile olumlu yönde ilişkili olduğunu belirtmiştir. Lin vd., (2012) ise problem çözmeye açıklığın yaratıcılık ve çok yönlü düşünebilme ile pozitif yönlü bir ilişkisi olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca, bazı araştırmalar yaratıcı düşünme becerisinin işe koşulmasını gerektiren problemlere ilişkin performansın en güçlü yordayıcılarından birinin problem çözmeye açıklık olduğunu ileri sürmektedir (Beaty, Nusbaum ve Silvia, 2014).

PISA 2012 değerlendirme sonuçlarına göre OECD ülkeleri arasında öğrencilerin matematik performanslarındaki çeşitliliğin %12'si problem çözmeye açıklık ile açıklanmaktadır. Bu oran Finlandiya, Norveç, Avustralya, Kanada, Kore, Birleşik Krallık, İsveç, Yeni Zelanda, Danimarka ve İrlanda gibi ülkelerde ise %15'e kadar çıkmaktadır (OECD, 2013b, s.68).

1.4.4. İçsel motivasyon (Matematik ilgisi)

Öğrencilerin matematik okuryazarlığı becerilerinin gelişmesinde formal matematiksel bilgilerinin yanı sıra matematiğe yönelik ilgi ve motivasyonları da önemli bir rol oynamaktadır (OECD, 2013b, s.72). Bu bağlamda öğrencilerin matematikten zevk almaları ve matematik öğrenmeye ilgi duymalarını sağlamak önemli olmaktadır. Motivasyon Woolfolk (2016) tarafından davranışları yönlendiren, sürekliliğini ve kalıcılığını sağlayan içsel güç olarak tanımlanmaktadır. PISA 2012 uygulamasında ise öğrencilerin matematik öğrenmeye yönelik motivasyonlarının incelenmesinde öz-belirleme teorisinin (self-determination theory) (Ryan ve Deci, 2000) benimsendiği görülmektedir. Bu teoriye göre içsel (intrinsic) motivasyon bir şeyin tamamıyla ilginç ve eğlenceli olması nedeniyle yapılması anlamına gelmektedir. Bu kapsamda matematiğe yönelik içsel motivasyon öğrencilerin sırf matematik yapmaktan zevk almaları nedeniyle matematik öğrenmeye motive olmalarını ifade etmektedir (OECD, 2013b, s.73).

Matematik eğitimi alanyazınında matematiğe yönelik motivasyon ve öğrenci başarısı arasındaki ilişkinin incelendiği araştırma sonuçları matematiğe yönelik ilginin matematik performansında artış sağladığı yönündedir (Um, Corter ve Tatsuoaka, 2005; Köller, Baumert ve Schnabel, 2001). Bununla birlikte öğrencilerin matematiğe ilgi duymaları ve ilgilerinin öğretmenler veya öğrenci akranları tarafından, sınıf öğretim ve

dinamikleriyle ve ebeveynlerin tutum ve davranışlarıyla şekillendirilebileceği düşünülmektedir (Wigfield vd., 2006).

PISA 2012 değerlendirme sonuçlarına göre OECD ülkeleri arasında öğrencilerin matematik performanslarındaki çeşitliliğin %5'i matematik ilgisi ile açıklanmaktadır. Bu kapsamda matematik öğrenmeye karşı yüksek içsel motivasyonu olan öğrenciler ile düşük içsel motivasyonu olan öğrenciler arasındaki puan farkı 19 puan olarak hesaplanmıştır (OECD, 2013b, s.77). PISA 2012 Türkiye sonuçlarına göre ise öğrencilerin matematiğe yönelik duyuşsal özellikleri içerisinde (matematik ilgisi, matematiğe yönelik araçsal motivasyon, matematiksel öz-benlik algısı, matematiksel davranış, matematik çalışma ahlakı, matematiğe yönelik öz-yeterlik algısı, problem çözme azmi ve problem çözmeye açıklık) matematiğe yönelik ilgileri diğer değişkenlere göre matematik okuryazarlığı performansını en yüksek düzeyde açıklayan değişkendir (MEB, 2015, s.145).

1.4.5. Araçsal motivasyon (Matematiğe verilen değer)

PISA 2012 uygulamasında ele alınan ve matematik performansı ile ilişkisi incelenen bir diğer motivasyon türü araçsal motivasyondur. Öğrencilerin matematik okuryazarlığı becerileri gelişimlerinin yanı sıra matematiği yararlı ve uğraşmaya değer bir alan olarak görmelerinin sağlanması önemli görülmektedir (Panal, tarihsiz). Öz-belirleme teorisine (Ryan ve Deci, 2000) göre araçsal (extrinsic) motivasyon bir şeyin ilginç ve eğlenceli olmasından ziyade farklı bir sonuca yol açması nedeniyle yapılması anlamına gelmektedir. Bu kapsamda matematiğe yönelik araçsal motivasyon öğrencilerin gelecek yaşantıları ve kariyerleri için gerekli görmeleri nedeniyle matematik öğrenmeye motive olmalarını ifade etmektedir (OECD, 2013b, s.78).

Matematik eğitimi alanyazınında öğrencilerin matematiğe yönelik araçsal motivasyonları ile matematik başarıları arasındaki ilişkiye yönelik sonuçların farklılık gösterdiği görülmektedir. Bazı araştırma sonuçları öğrencilerin matematiğe yönelik araçsal motivasyonlarının matematik başarılarını olumlu yönde etkilediğini ortaya koyarken (OECD, 2013b; Shin, Lee ve Kim, 2009) bazı araştırma sonuçları ise matematiğe yönelik araçsal motivasyon ile matematik başarıları arasında negatif bir ilişki olduğunu göstermektedir (Lepper, Corpus ve Iyengar, 2005). Bununla birlikte ilgili alanyazında araçsal motivasyon ile matematik başarıları arasında herhangi bir ilişkinin bulunmadığı araştırmalara da rastlanmaktadır (Chiu ve Xihua, 2008; Akarsu, 2009).

PISA 2012 değerlendirme sonuçlarına göre OECD lkeleri arasında öğrencilerin matematik performanslarındaki çeşitliliğin %4' matematiğe verilen değer ile açıklanmaktadır. Bu kapsamda matematik öğrenmeye karşı yüksek motivasyonu olan öğrenciler ile düşük motivasyonu olan öğrenciler arasındaki puan farkı 18 puan olarak hesaplanmıştır. Kore, in-Tayvan ve Norveç gibi ülkelerde ise bu fark 30 puana kadar çıkmaktadır (OECD, 2013b, s.80). PISA 2012 Türkiye sonuçlarına göre ülkemizdeki 15 yaş grubu ğrencilerinin araçsal motivasyonları ortalamasının OECD ortalamasının oldukça altında olduğu görülmektedir. Türkiye için matematik öğrenmeye karşı yüksek motivasyonu olan öğrenciler ile düşük motivasyonu olan öğrenciler arasındaki puan farkı ise 10 puan olarak kaydedilmiştir (Tedmem, 2015).

1.5. İlgili Araştırmalar

Araştırma konusu göz önünde bulundurulduğunda, bu başlık altında araştırma ile ilişkili olan ve matematiksel iletişim gelişimi, matematiksel iletişim-matematik okuryazarlığı performansı ilişkisi ve PISA duyuşsal alan özellikleri konularındaki araştırmalar ve sonuçları hakkında bilgiler sunulmaktadır.

Matematik eğitiminde iletişim becerisinin yerinin ve öneminin artmasıyla birlikte farklı öğrenme düzeyindeki ğrenci ve öğretmenlerin matematiksel iletişim gelişimini desteklemeye yönelik olarak gerçekleştirilen araştırmalar ile söz konusu amaç doğrultusunda çeşitli kavramsal yaklaşımların ortaya konulduğu araştırmalar son yıllarda giderek yaygınlaşmaktadır (rn. Ulep, 2007; Viseu ve Oliviera, 2012; Qohar ve Sumarmo, 2013; Chapin, O'Connor ve Anderson, 2003, 2009; Hufferd-Ackles, Fuson ve Sherin, 2004; Krussel, Springer ve Edwards, 2004; Smith ve Stein, 2009; Herbel-Eisenmann, Steele ve Cirillo, 2013). Örneğin Cook ve Bucholz (2005) erken dönemdeki öğrencilere tartışma ortamları sunarak matematiksel fikir paylaşımında bulunmaya teşvik eden bir öğretmenin matematik dili kullanımı ve matematiksel iletişim becerisi bağlamında yaratabileceği farklılığı ortaya koymuştur. Viseu ve Oliveira (2012) açık uçlu ve birden fazla çözüm yolu içeren problem durumlarının kullanıldığı ve öğrencilerin öğrenme süreçlerinin aktif birer katılımcısı olmaya teşvik edildiği öğrenme ortamlarında matematiksel iletişim becerisi gelişiminin desteklendiğini ortaya koymuştur. Benzer şekilde Qohar ve Sumarmo (2013) ğrencilerin düşüncelerini açıkça ifade etmelerine ve birbirlerinin matematiksel fikirlerini keşfetmelerine odaklı ğretim yönteminin matematiksel iletişim becerisi gelişimini desteklediği sonucuna ulaşmıştır.

Matematiksel iletişim ulusal alanyazını incelendiğinde ise son yıllarda bu becerinin desteklenmesi yönündeki çalışmalara doğru bir yönelimin olduğu görülmektedir. Bu kapsamda Kaya ve Altun (2014) akran gruplarında problem çözmenin matematiksel tartışma ortamı geliştirme üzerindeki etkisini incelemek amacıyla yürüttükleri çalışmada, söz konusu yaklaşımın etkili matematiksel iletişimi desteklediği ve (ortaokul 6.sınıf) öğrencileri için tasarlanan grup çalışmalarının onları matematiksel konuşmaya teşvik ettiğini gözlemlemiştir. Bununla birlikte araştırmacılar, matematiksel iletişim stratejileri ile entegre edilmiş bir öğrenme sürecinin öğrenciler tarafından değerli görüldüğüne işaret etmiştir. Doruk (2012) ise iletişim becerisi gelişiminde matematiksel modelleme etkinliklerinin etkililiği üzerinde çalışarak öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleriyle çalışmaları sırasında ortaya çıkan ve iletişim becerilerinin gelişimine katkı sağlayacak süreçleri ayrıntılı olarak incelemiştir. Araştırma sonucunda matematiksel modelleme etkinliği aşamalarının tümünün iletişim becerisini destekleyici oldukça zengin yaşantılar içerdiği ortaya konmuştur.

Matematiksel iletişimin öğrencilerin matematik başarıları ile yakın ilişkili olması gerçeğinin yanı sıra öğrencilerin matematik okuryazarlığı performanslarının geliştirilmesinde matematiksel iletişimin rol ve önemine ilişkin alanyazın taraması sonucunda benzer bir sonucun ortaya konulduğu görülmektedir. Örneğin, Pugalee (2001) öğrencilere matematiksel iletişim kurma deneyimleri kazandırmanın matematik okuryazarlıklarını desteklediğini ortaya koymuştur. Benzer şekilde Thompson ve Chappell (2007) iletişim ve temsil becerilerinin matematik okuryazarlığı gelişiminde kritik öneme sahip bileşenler olduğunu ortaya koymak amacıyla matematikte okuma, yazma, konuşma ve dinlemeye yönelik etkinlik ve uygulama örnekleri sunmuştur. Mullen (2009) formal matematik dili ile günlük dilde kullanılan sözcüklerin ilişkilendirilmesi yoluyla gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerin matematik okuryazarlıkları ve matematiksel iletişimlerinin geliştirilmesindeki etkililiğini ortaya koymuştur. Diğer yandan ulusal alanyazında matematiksel iletişimin desteklenmesi amacı doğrultusunda yürütülen çalışmaların matematik okuryazarlığı ile ilişkilendirilmeksizin ele alınması nedeniyle matematiksel iletişim ve matematik okuryazarlığı ilişkisi konusuna yönelik herhangi bir araştırmaya rastlanmamıştır.

Son olarak matematiksel iletişim ve duyuşsal özellikler konusundaki alanyazın incelendiğinde matematiksel iletişim gelişimi odaklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin duyuşsal özellikleri üzerindeki etkisinin incelendiği az sayıda çalışmaya rastlanmıştır. Bu

kapsamda Rahmi vd., (2017) matematik öz-yeterliği ile matematiksel iletişim yeterliği arasındaki ilişkiyi inceleyerek öğrencilerin matematik öz-yeterliklerinin matematiksel iletişimlerini etkilediğini ortaya koymuştur. Hirschfeld-Cotton (2008) öğrencilerin sözlü ve yazılı iletişimlerinin desteklendiği öğrenme ortamının öğrencilerin kavramsal anlamaları ve aynı zamanda da matematiğe ilişkin tutumları üzerindeki etkilerini incelemiştir. Araştırmacı sözlü ve yazılı iletişim yoluyla öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarının olumlu yönde değiştiği sonucuna ulaşmıştır. Karen (2006) matematiksel söylem gelişimine yönelik işbirlikli öğrenme ortamlarında öğrencilerin matematiksel çözümlerini anlama ve açıklama becerisi ile problem çözmeye ilişkin tutumlarını incelemiş ve bu konuda öğrencilerde olumlu bir değişim gözlemlemiştir. PISA duyuşsal alan faktörlerine ilişkin ulusal alanyazın incelendiğinde ise matematik okuryazarlığı performansının açıklanmasında öğrenme ve öğretme süreci değişkenlerinin incelenmesine yönelik nicel türde çalışmaların ağırlıkta olduğu görülmektedir (örn. Demir, 2015; İlgün Dibek ve Demirtaşlı, 2017).

1.6. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı olarak desenlenen öğretim sürecindeki matematiksel iletişim becerilerinin, matematik okuryazarlığı performanslarının, araştırma kapsamında ele alınan duyuşsal alan özelliklerinin (matematiksel motivasyon, matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı ve problem çözmeye açıklık) ve matematiksel iletişim becerisinin varsa matematik okuryazarlığı performansı ve duyuşsal özellikler ile ilişkisinin incelenmesidir.

Araştırmanın bu genel amacı doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı olarak desenlenen öğrenme ortamlarındaki;
 - a. matematiksel iletişimleri nasıldır?
 - b. matematik okuryazarlığı performansları nasıldır?
 - c. duyuşsal özellikleri nasıldır?
2. Matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı olarak desenlenen öğrenme ortamlarında;
 - a. matematiksel iletişim ve matematik okuryazarlığı performansı arasında varsa ilişki nasıldır?

b. matematiksel iletişim ve duyuşsal özellikler arasında varsa ilişki nasıldır?

1.7. Araştırmanın Önemi

Günümüz matematik sınıflarında, öğrencileri 21.yüzyıl vatandaşı olmaya hazırlayacak türdeki becerilerin desteklenmesi önem kazanmakta ve buna bağılı olarak öğrenme sürecindeki öğretmen ve öğrenci rolleri değişim göstermektedir. İçinde bulunduğumuz yüzyıl giderek globalleşen dünyada bireylerin çevresindeki diğerk kişilerle birlikte çalışmasını ve karşılaşılan problemlere işbirliği halinde çözümler üretebilmelerini gerektirmektedir (Griffin, Care ve McGaw, 2011; Rosen ve Rimor, 2012). Benzer şekilde OECD (2013a) bireylerin ortak bir anlayış ve çaba içerisinde problem çözme girişiminde bulunarak çözüme ulaşma sürecine aktif katılım sağlamaları ve mevcut bilgi ve becerilerini zenginleştirebilmelerinin önemini vurgulamaktadır. Bu kapsamda öğretmenlerin, öğrencilere problemleri birlikte muhakeme etme fırsatları sunma, öğrenci düşüncelerine odaklanma ve öğrencilerin birbirlerinin düşüncelerini anlayabilmelerini teşvik etmeleri/desteklemeleri vurgulanırken; öğrencilerin ise fikirlerini sunma, birbirlerinin düşüncelerini dinleyerek anlamaya çalışma, değerlendirme ve sorgulama yapmalarının önemine dikkat çekilmektedir (Cook vd., 2017). Bu doğrultuda iletişimin 21.yüzyıl becerileri arasında önemli bir yer edindiğı görülmektedir. Ayrıca matematiksel iletişim, 21. yüzyıl becerilerine sahip bireylerin yetişmesinde önemli bir kavram olarak matematik okuryazarlığı kapsamındaki temel bir süreç becerisini oluşturmaktadır. Başka bir deyişle, öğrencileri okuryazarlık düzeyi gelişmiş bireyler olarak gelecekteki yaşamlarına hazırlamada iletişim en temel beceriler arasında yer almaktadır.

Temel bir 21. yüzyıl becerisi olarak ‘iletişim’ ve bir matematik okuryazarlığı süreç becerisi olarak ‘matematiksel iletişim’in matematik başarısı ve matematik okuryazarlığı performansı ile olan yakın ilişkisi alanyazında açıkça ortaya konulmuştur. Örneğin Ulep (2007) problem çözme, muhakeme ve iletişim becerisi gelişimi odaklı öğretimlerin, matematiksel düşünme ve akıl yürütmelerini açıklamalarını gerektiren süreçleri kapsıyor olmasına bağılı olarak öğrenci öğrenmeleri üzerindeki olumlu etkilerini ortaya koymuştur. Öğretmen söylemlerinin ve sınıftaki matematiksel iletişimin, öğrencilerin bilişsel anlamalarını doğrudan etkilediğini ve matematiksel bilgilerini yapılandırma sürecinin temel bir unsuru olduğunu ortaya koyan Uğurel (2010) söylemsel bileşenler ve matematiksel iletişim odaklı öğrenme ortamlarının önemine dikkat çekmektedir. Turner ve Adams (2012) ise PISA 2012 değerlendirmesinde kullanılmak üzere aralarından seçim

yapılacak 196 maddenin analizi sonucunda bu maddelerin çözüm sürecinde işe koşulan temel matematiksel becerilerin %74'ünü çözüm stratejileri tasarlama, iletişim, sembol ve formal dil kullanımı becerilerinin oluşturduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu doğrultuda araştırmacılar öğrencilerin matematik okuryazarlıklarının desteklenmesi amacıyla iletişim, çözüm stratejileri tasarlama, muhakeme ve argümantasyon becerilerinin gelişimine yönelik fırsatların sunulduğu öğrenme ortamlarının önem ve gerekliliğine dikkat çekmiştir.

Ülkelerin matematik, fen ve okuma alanlarındaki okuryazarlık performanslarına ilişkin ortaya koyduğu sonuçlar ile uluslararası düzeyde gün geçtikçe önem kazanan PISA değerlendirmelerinde, ülkemizin 2003 yılından bu yana beklenilenin altında performans sergilediği görülmektedir. Ağırlıklı değerlendirme alanı matematik okuryazarlığı olarak belirlenen PISA 2012 uygulamasının sonuçları incelendiğinde alt düzeyde yer alan öğrenci oranının OECD'de %26 iken Türkiye'de %42 olduğu görülmektedir. Benzer şekilde üst düzeyde yer alan öğrenci oranı OECD'de %11,9 iken Türkiye'de %5,9'dur (MEB, 2015, s.37). Bu kapsamda PISA sonuçlarının değerlendirildiği ulusal araştırmalarda öğrencilerin özellikle matematiksel iletişim ve muhakeme becerilerinde eksikliklerinin olduğu ve ayrıca duyuşsal özelliklerinin matematik başarısı ile negatif yönde ilişkili türde özellikler olduğu görülmüştür (Güler, 2013, s.501). Benzer şekilde Aydın, Sarier ve Uysal (2012, s.20) Türkiye'nin PISA değerlendirmesindeki başarısızlığının temel nedenini Türk Eğitim Sistemi'nin öğrencilerin iletişim kurma ve problem çözme becerilerini geliştirme konusundaki eksiklikleri olarak açıklamaktadır. Altun ve Bozkurt (2017, s.171) ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı problemleri çözümüne ilişkin yaşadıkları en temel güçlüklerin matematiksel çıkarımda bulunmak, matematiksel öneri geliştirmek ve/veya geliştirilmiş öneriyi yorumlamak, gerçek yaşam durumunun matematik dilindeki karşılığını anlamak şeklinde olduğunu ortaya koymuştur. Kızıltoprak (2017) ise iletişim yeterliğinin problem çözme ile muhakeme ve argümantasyon yeterliklerinin gelişiminde kilit bir role sahip olduğunu belirtmiştir.

PISA uluslararası değerlendirmesinin katılımcı ülkeler için ortak bir çerçeve sunuyor olması ve ulusal düzeyde geliştirilen bir değerlendirmeye ihtiyaç duyulması nedeniyle Milli Eğitim Bakanlığı tarafından Akademik Becerilerin İzlenmesi ve Değerlendirilmesi [ABİDE] projesi yürütülmeye başlamıştır. Bu proje kapsamında öğrencilerin üst düzey zihinsel özelliklere sahip olma durumlarının belirlenmesi ve bunun

sonucunda ulusal düzeyde bir izleme-değerlendirme sisteminin kurulması amaçlanmaktadır (MEB, 2017, s.12). Söz konusu projenin hedef kitlesini ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri oluşturmakta ve öğrencilerin bilişsel özellikleri ile birlikte öğrenci başarısını etkileyen duyuşsal özelliklerin incelenmesi de gerçekleştirilmektedir. Haziran 2015'te pilot uygulamaları gerçekleştirilen ve Nisan-Mayıs 2016'da esas uygulamaları tamamlanan değerlendirme sonucunda sekizinci sınıfların matematik başarılarına ilişkin değerlendirmeler öğrencilerin %26,4'ünün temelaltı, %3,1'inin ise ileri düzeyde olduğunu ortaya koymuştur (MEB, 2017, s.56). Görüldüğü gibi ABİDE araştırmasında PISA değerlendirme sonuçları ile örtüşen bulgular elde edilmiştir.

İlgili alanyazında matematiksel iletişim ile matematik başarısı ve matematik okuryazarlığı performansı arasındaki ilişki ve bu becerinin desteklenmesi gerektiği yönündeki vurgular göz önünde bulundurulduğunda, öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin desteklenmesine yönelik fırsat ve deneyimler sunması bakımından bu araştırmanın önemi açıkça ortaya çıkmaktadır. Ayrıca, ülkemizde ortaokuldan liseye geçiş sınavlarında açık uçlu soruların yer aldığı merkezi sınavlara doğru gerçekleşen yönelim, matematiksel iletişimin bu süreçte aktif bir şekilde işe koşulmasını gerektirirken söz konusu beceriyi giderek değerli kılmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada liseye geçiş döneminde olan ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri ile çalışılmıştır. Yine PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde matematiksel içerik konularının ağırlıklı olarak ortaokul sekizinci sınıf matematik ders içeriği ile örtüşüyor olması da bu öğrenim düzeyi ile çalışılmasında etkili olmuştur. Diğer yandan öğrencilerin matematiksel bilgi ve beceri gelişimlerinin desteklenmesinde duyuşsal özelliklerin de dikkate alınarak araştırmaların kapsamlı ve çok boyutlu bir şekilde yürütülmesine ilişkin çağrılar dikkat çekmektedir. Örneğin, Büyükkata (2016, s.67) duyuşsal özelliklere yönelik araştırmaların uzun süredir ihmal edildiğini ve bu alanda yapılacak nitel çalışmalara duyulan ihtiyacı vurgulamıştır. Bununla birlikte ilgili alanyazında odağını matematiksel iletişim becerisi gelişiminin oluşturduğu ve bu kapsamda duyuşsal özelliklerin de incelendiği yalnızca iki araştırmaya rastlanmıştır. Bu kapsamda Hirschfeld-Cotton (2008, s.30) tarafından yürütülen çalışmada öğrencilerin sözlü ve yazılı iletişimlerinin desteklendiği öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarını olumlu yönde etkilediği ortaya konulmuştur. Zengin (2017, s.124) ise GeoGebra yazılımının, matematiksel dili doğru ve özgüvenli bir şekilde kullanmaya, kavramları tartışma ve yardımlaşma ortamında çalışmaya, ilişkilendirme becerisinin gelişmesine yardımcı olarak ortaöğretim

öğrencilerinin matematiksel iletişim becerisi gelişimlerinde önemli bir potansiyele sahip olduğunu ve bununla birlikte öğrencilerin tutumlarında olumlu değişimlere neden olduğunu ortaya koymuştur. Sonuç olarak ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerisi gelişimlerinin desteklenmesi sürecinde öğrencilerin duyuşsal özelliklerinin de inceleniyor olması nedeniyle bu araştırmanın alanyazındaki boşluğun doldurulmasına önemli katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.8. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırmanın sınırlılıkları aşağıda sunulduğu şekilde belirlenmiştir.

1. Araştırma süreci yaklaşık sekiz aylık bir zaman dilimi ile sınırlıdır.
2. Araştırma 2017-2018 eğitim öğretim yılında Eskişehir il merkezinde bulunan üç ortaokulda öğrenim görmekte olan toplam 15 ortaokul sekizinci sınıf öğrencisi ile sınırlıdır.
3. Araştırma verileri kullanılan veri toplama araçları ile sınırlıdır.

1.9. Araştırmanın Sayıtları

Araştırmanın sayıtları aşağıda sunulduğu şekilde belirlenmiştir.

1. Katılımcı seçimi sürecinde öğrencilerin kullanılan ölçme aracını değerli gördükleri ve mevcut bilgi ve becerilerini işe koşarak içtenlikle yanıt verdikleri varsayılmıştır. Benzer şekilde yine bu süreçte gerçekleştirilen görüşmelerde öğrencilerin yöneltilen soruları samimiyetle yanıtladıkları ve düşüncelerini doğru bir şekilde yansıttıkları düşünülmüştür.
2. Ön ve son klinik görüşme süreçlerinde öğrencilerin kullanılan ölçme araçlarına ilişkin yanıtlarının doğruluğu/yanlışığı konusunda çekinmeden açıklama yaptıkları varsayılmıştır.

2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, katılımcı seçim süreci, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, gerçekleştirilen öğretim uygulamaları ve bu süreçte elde edilen verilerin analizine ilişkin bilgiler sunulmuştur.

2.1. Araştırma Modeli

Bu araştırmada ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerisi gelişiminin desteklenmesi amacıyla matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı olarak desenlenen öğrenme ortamında, öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin, matematik okuryazarlığı performanslarının ve araştırma kapsamında ele alınan duyuşsal özelliklerinin (matematiksel motivasyon, matematik öz-yeterliği, matematiksel kaygı ve problem çözmeye açıklık) incelenmesi amaçlandığından araştırma nitel olarak desenlenmiştir. Bu kapsamda nitel araştırma yaklaşımları çerçevesinde yer alan öğretim deneyi deseni kullanılmıştır.

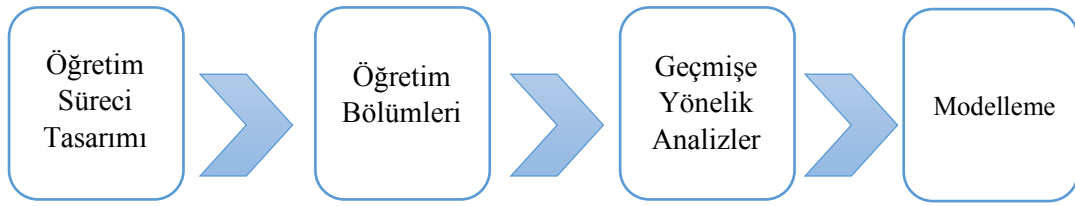
2.1.1. Öğretim deneyi

Öğretim deneyi Piaget'in klinik görüşme yönteminden esinlenerek geliştirilen ancak klinik görüşmelerden oldukça farklı bir araştırma yöntemidir. Klinik görüşmelerde amaç öğrencilerin herhangi bir konudaki mevcut bilgilerini ortaya çıkarmak iken öğretim deneyi çalışmalarının birincil amacı öğrencilerin matematiksel muhakemelerini ilk elden deneyimlemektir (Steffe ve Thompson, 2000). Başka bir deyişle, öğretim deneyi çalışmaları öğrencilerin belirli bir süreçteki gelişimlerini incelemeye yönelik olarak gerçekleştirilmektedir. Öğretim deneyi, öğrencilerin matematik ile ilgili bilgi, muhakeme ve davranışlarının ortaya çıkarılmasını sağlamakla birlikte, öğrencilerin öğrenme süreçlerinde ne tür değişimlerin meydana geldiği ve bu değişimlerin nasıl açıklanacağı hususu öğretim deneylerinin odağını oluşturmaktadır (Steffe ve Thompson, 2000). Bu yönüyle öğretim deneyi matematik ve fen eğitiminde araştırmanın karakteristiğini açıkça ortaya koymaya en elverişli araştırma türü olarak kabul edilmektedir (Kelly ve Lesh, 2000).

Cobb ve Steffe'ye (1983) göre öğretim deneyi geniş bir zamana yayılmış bir dizi öğretim bölümleri ve öğrenenler ile gerçekleştirilen bireysel görüşmelerden oluşmaktadır. Öğretim süreçleri araştırma amacı doğrultusunda tasarlanmakta ve araştırmacı ile öğrencilerin birbirleri ile etkileşim halinde oldukları çeşitli durumlar

içermektedir. Söz konusu öğretim süreçleri ise yine araştırmacının kendisi/araştırmacılardan biri tarafından yürütülmektedir. Yani, öğretim deneylerinde araştırmacı, öğretmen rolünü üstlenmektedir (Kelly ve Lesh, 2000). Ayrıca öğretim deneyinde nitel veriler klinik görüşme, gözlem, alan notları ve öğrenme ortamında çekilen video kayıtları ile toplanabilmektedir (Knuth ve Elliot, 1997).

Öğretim deneyi, dört aşamadan oluşan bir araştırma döngüsü şeklinde yürütülmektedir (Cobb, 2000; Cobb ve Steffe, 1983). Bu döngüyü oluşturan aşamalar aşağıda görüldüğü gibi şematize edilebilir:



Şekil 2.1. Öğretim deneyi aşamaları

Şekil 2.1’den de görüldüğü gibi bir öğretim deneyinin aşamaları:

- Araştırmacının varsayımlarına dayalı öğretim sürecinin tasarlanması ve planlaması,
- Öğretim bölümleri olarak adlandırılan sınıf içi uygulamalar,
- Geçmişe yönelik analizler,
- Bilişsel yapıların modellenmesi şeklindedir (Steffe ve Thompson, 2000).

Bu araştırma kapsamında öğretim uygulamalarının tasarlanması sürecinde matematiksel modelleme etkinliği tasarlama çerçevesi (Ang, 2015) benimsenmiştir. Öğretim uygulamaları yaklaşık sekiz aylık bir sürede ve okul yönetimleri tarafından belirlenen sınıf ortamlarında gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte her bir öğretim uygulamasının ardından gerçekleştirilen makro analizler bir sonraki öğretim uygulamasının gerçekleştirilmesi için rehber niteliğinde olmuştur.

2.2. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını Eskişehir ili merkez ilçesindeki üç ortaokulda öğrenim görmekte olan ve sekizinci sınıf düzeyindeki toplam 15 öğrenci oluşturmaktadır. Katılımcıların belirlenmesi sürecinde öncelikle ulaşım kolaylığı göz önüne alınarak

merkez ilçelerdeki farklı sosyo-ekonomik çevrelerde bulunan toplam beş ortaokul belirlenmiştir. Belirlenen ortaokullarda araştırmanın sürdürülebilmesi için ilk olarak Anadolu Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu izni (Ek-1) ve ardından Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden uygulama izni alınmıştır (Ek-2). Bu okulların bulundukları sosyo-ekonomik çevre farklılığına bağlı olarak Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş [TEOG] Sınavı başarılarının da farklılaştığı düşünülmüştür. Bu süreçte okulların TEOG başarıları hakkında bilgi edinebilmek amacıyla araştırmacı, okul yöneticileriyle görüşmeler gerçekleştirmiş ve yöneticilerin okullarının başarılarına yönelik açıklama ve görüşlerini almıştır. Bu görüşler doğrultusunda farklı sosyo-ekonomik çevrelerde bulunan beş ortaokulun okul puanlarının TEOG sınavı değerlendirme sonuçları bakımından farklılık gösterdiği teyit edilmiştir. Ardından ortaokullardaki matematik zümresi öğretmenlerinin görüşleri doğrultusunda çalışmaya katılmaya gönüllü ve istekli olacağı düşünülen birer sekizinci sınıf şubesi belirlenmiştir. Böylece bu öğrenim düzeyindeki şube sayısı üç ile 10 arasında farklılık gösteren söz konusu beş ortaokulun her birinden birer sekizinci sınıf şubesi seçilmiştir.

Tablo 2.1'de sunulan araştırma katılımcılarının belirlenmesi süreci, nicel ve nitel olmak üzere iki aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada, seçilen sekizinci sınıf şubelerinde Duyuşsal Alan Ölçeği (DAÖ) ile Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 (MOÖ-1) uygulanmıştır. İkinci aşamada ise belirlenen ölçütler doğrultusunda seçilmiş öğrencilerle duyuşsal özelliklere ilişkin ön görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Tablo 2.1. *Katılımcı seçim süreci*

Aşama	Araştırma türü	Veri toplama aracı	Katılımcı sayısı	Analiz türü
1	Nicel	Duyuşsal Alan Ölçeği Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1	140	Betimsel Analiz ve Doğrulamalı Faktör Analizi Betimsel Analiz
2	Nitel	Duyuşsal özelliklere ilişkin ön görüşme soruları	31	İçerik Analizi

Bu araştırmada öğretim uygulamalarının matematiksel iletişim düzeyi ve duyuşsal özellikler bakımından farklılaşan öğrenci gruplarıyla gerçekleştirilmesi, öğrencilerin matematiksel iletişim becerisi gelişimlerinin desteklenmesinde oldukça önemli bir etken olarak değerlendirilmiştir. Nitekim, matematiksel söylem ve matematiksel iletişim becerisi gelişiminin desteklenmesinde beceri yönünden farklı düzeylerdeki öğrenci grupları ile çalışılması son dönemlerde yaygın bir şekilde savunulmaktadır (Cazden ve

Beck, 2003). Bu doğrultuda katılımcı seçimi süreci matematiksel iletişim düzeyi ve duyuşsal özellikler bakımından farklılaşan öğrencilerin seçilmesine yönelik olarak iki aşamada yürütülmüştür. Katılımcı seçiminde kullanılan veri toplama araçlarının geliştirilmesi, uygulama süreci ve elde edilen verilerin analizi hakkında detaylı bilgiler aşağıda sunulmaktadır.

2.2.1. Nicel aşama

Katılımcı seçimi sürecinin ilk aşamasında PISA öğrenci anketlerinin içsel motivasyon (matematik ilgisi), araçsal motivasyon (matematiğe verilen değer), matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı ve problem çözmeye açıklık duyuşsal özelliklerine ilişkin bölümlerinden oluşan Duyuşsal Alan Ölçeği (DAÖ) ile PISA matematik okuryazarlığı sorularından Türkçe olarak yayınlanmış olan sorular arasından seçilmiş farklı iletişim düzeylerine sahip problemlerden oluşan Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 (MOÖ-1) kullanılmıştır. Söz konusu veri toplama araçları aşağıda detaylı olarak açıklanmaktadır.

2.2.1.1. Duyuşsal alan ölçeği

DAÖ formunun oluşturulması sürecinde ilk olarak Milli Eğitim Bakanlığı Ölçme Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğüyle PISA öğrenci anketi formlarının temin edilmesi konusunda resmi olarak yazışmalar gerçekleştirilmiştir. A, B ve C formu olmak üzere üç farklı kitapçıktan oluşan PISA öğrenci anketi formları ve formların bu araştırma kapsamında kullanılabileceğine ilişkin izin belgesi genel müdürlük tarafından araştırmacıya gönderilmiştir (Ek-3). Araştırmada ele alınan duyuşsal özelliklere ilişkin bölümlerin hangi kitapçık/kitapçıklarda yer aldığının ayrıntılı bir şekilde incelenmesinin ardından araştırma kapsamında kullanılmak üzere dört bölümden oluşan DAÖ hazırlanmıştır.

Duyuşsal Alan Ölçeği içeriği Tablo 2.2’de sunulmaktadır.

Tablo 2.2. *Duyuşsal Alan Ölçeği içeriği*

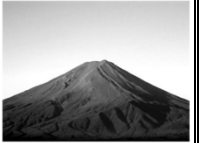
Duyuşsal Özellik	Madde Sayısı	Ölçek Türü
Matematiksel motivasyon	8	4’lü Likert
Matematik öz-yeterliği	8	4’lü Likert
Matematik kaygısı	5	4’lü Likert
Problem çözmeye açıklık	5	5’li Likert

2.2.1.2. Matematik okuryazarlığı ölçme aracı-1 ve iletişim düzeyleri

MOÖ-1 formunun oluşturulma sürecinde öncelikle 2000-2012 yılları arasındaki PISA uygulamalarına ilişkin olarak MEB tarafından yayınlanmış matematik okuryazarlığı problemleri incelenmiştir. Bu problemler ilk olarak ilişkili oldukları kazanımlara yönelik olarak ve sekizinci sınıf düzeyindeki bir öğrencinin öğrenim düzeyine uygunluğu bakımından incelenmiştir. Bu kapsamda Pisagor teoremi ve olay/olasılık gibi sekizinci sınıf matematik dersi öğretim programındaki herhangi bir kavram ya da kazanıma ilişkin olduğu görülen soruların elenmesi yoluna gidilmiştir. İkincil olarak ise soruların Türkçe dilinde hazırlanmamış olması ve orijinal dilden çevirisinin yapılmış olması nedeniyle problemler dil ve anlatım bakımından incelenmiştir. Bu kapsamda öğrenciler tarafından farklı şekillerde yorumlanabilecek ifadeler içerdiği düşünülen sorular elenmiştir. Turner, Blum ve Niss (2015) tarafından geliştirilen dereceli puanlama anahtarı aracılığıyla geriye kalan problemlerin matematiksel iletişim düzeyleri belirlenmiştir. Son aşama olarak ise her iletişim düzeyinden (0, 1, 2 ve 3 düzeyleri) en az bir problemin yer aldığı ve toplam yedi adet sorudan oluşan MOÖ-1 formu hazırlanmıştır.

MOÖ-1 kapsamını oluşturan sorular ve bu soruların iletişim düzeylerine ilişkin olarak aşağıda detaylı açıklamalar sunulmaktadır.

Fuji Dağı Tırmanışı probleminin üç soru maddesi ve iletişim düzeyi bilgileri şu şekildedir.

FUJİ DAĞI TIRMANIŞI <i>Fuji Dağı Japonya’da bulunan sönmüş bir yanardağdır.</i> Soru 1: <i>Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz’dan 27 Ağustos’a kadar tırmanma için halka açıktır. Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı’na tırmanmaktadır.</i> <i>Buna göre, Fuji Dağı’na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?</i> A. 340 B. 710 C. 3400 D. 7100 E. 7400	

İletişim düzeyi: Matematiksel iletişimin alıcı bileşeni bağlamında incelendiğinde soru kökünün açık ve net bir şekilde ifade edildiği görülmektedir. Çözüm sürecinde ise dağın tırmanma için halka açık olduğu süre (Temmuz ayının 31 gün olduğu bilgisine duyulan ihtiyaç) ve bu süredeki ziyaretçi sayısı ile ilgili bilginin kullanılarak ortalama

hesabı yapılması gerekmektedir. Yani, ilişkilendirilmesi gereken iki bileşen söz konusudur ve aralarındaki ilişki karmaşık değil, basittir. Anlatımcı iletişim bakımından ise çözüm sürecine ve bulunan sonuca yönelik olarak herhangi bir açıklama yapılması istenmemiştir. Bu nedenle problemin iletişim düzeyi Düzey-1 olarak belirlenmiştir.

Soru 2:

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km) 'dir.

Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

.....
.....

İletişim düzeyi: İletişimin alıcı bileşeni bağlamında ele alındığında birbirleriyle ilişkilendirilmesi gereken birden çok bileşenin söz konusu olduğu görülmektedir. Bu bileşenler tırmanma ve iniş mesafeleri, tırmanma ve iniş hızları, zaman kısıtlaması durumu ve yürüyüşe çıkılacak saatin belirlenmesi şeklindedir. Ayrıca problemde neyin sorulduğunun anlaşılması için 'en geç' ifadesinin yorumlanması gerekmektedir. Bu ifade belirtilen hızlarda yemek molaları ve dinlenme sürelerinin dahil olması durumu ile birlikte dağın tepesinde beklemeden inişe geçilmesi şeklinde açıklanmalıdır. Ayrıca tırmanma ve iniş sürelerinin bulunmasının ardından elde edilen sonucun akşam saat 8'de dönme koşulu ile ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Anlatımcı bileşen ise yalnızca bir sayısal değer sunulmasını kapsamaktadır. Bu nedenle problemin iletişim düzeyi Düzey-2 olarak belirlenmiştir.

Soru 3:

Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır.

Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir. Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: cm

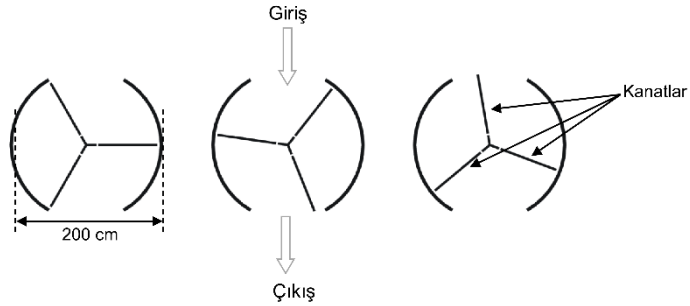
İletişim düzeyi: Matematiksel iletişimin alıcı bileşeni bağlamında değerlendirildiğinde soru kökünün açıkça ifade edilmiş olduğu görülmektedir. Çözüm

sürecinde öncelikle ‘ortalama adım mesafesi’ ifadesinin matematiksel olarak yorumlanması gerekmektedir. Ardından toplam yürüme mesafesi ve toplam adım sayısı hakkındaki iki bilginin kullanılarak ortalama adım mesafesinin hesaplanması gerekmektedir. Ayrıca yanıtın santimetre uzunluk birimi cinsinden isteniyor olmasına bağlı olarak bir kilometrenin kaç santimetre olduğu dışsal bilgisine ihtiyaç duyulmaktadır. Yanıt ise yalnızca sayısal bir ifadeden oluşmaktadır. Bu nedenle Soru-1’e benzer olarak bu sorunun da iletişim düzeyi Düzey-1 olarak belirlenmiştir.

DÖNER KAPI

Bir döner kapının, daire şeklinde bir alan içerisinde dönen üç kanadı vardır. Bu alanın iç çapı 2 metre (200 santimetre)’dir. Üç kapı kanadı, bu alanı üç eşit bölüme ayırmaktadır.

Aşağıdaki plan, yukarıdan bakıldığında bu üç kapı kanadının üç farklı konumunu göstermektedir.



Soru 1:

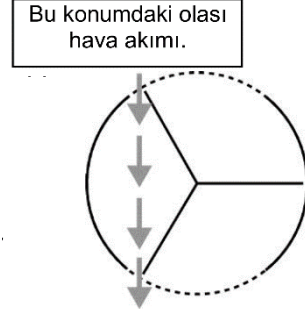
İki kapı kanadı arasındaki açı kaç derecedir?

Açı: °

İletişim düzeyi: Bu problemde iki kapı kanadı arasındaki açının kaç derece olduğunun hesaplanması dolaysız bir şekilde ve açıkça ifade edilmiştir. Başka bir deyişle, problemde neyin sorulduğunu anlamak için yorumlanması gereken herhangi bir durum veya ifade bulunmamaktadır. Çözüm sürecinde ise üç kapı kanadının daire şeklindeki alanı üç eşit bölüme ayırdığı bilgisi kullanılarak ve bir çemberde merkez açı ölçüleri toplamının 360° olduğu dışsal bilgisi işe koşularak tek bir aşamada problemin yanıtına ulaşılmaktadır. Ayrıca çap uzunluğunun 2 metre olduğu bilgisi çözüm için gereksiz/fazla bilgi niteliğindedir. Anlatımcı iletişim bakımından ise problem açıklama/hesaplamalar yerine tek bir sayısal sonucun yazılı olarak sunulmasını kapsamaktadır. Bu nedenle Döner Kapı problemi birinci sorusunun iletişim düzeyi Düzey-1 olarak belirlenmiştir. Döner Kapı probleminin ikinci soru maddesi ve iletişim düzeyi bilgileri aşağıdaki gibidir.

Soru-2

İki kapı arasındaki açıklıklar (yandaki şekilde noktalı yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir.



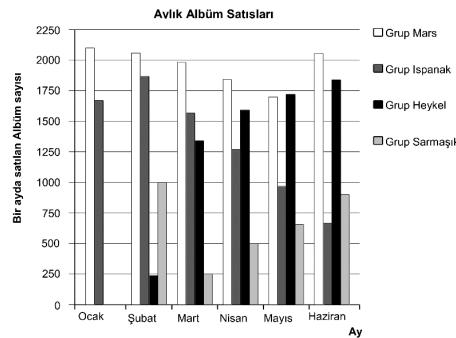
Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetre'dir (cm)?

En fazla yay uzunluğu: cm

İletişim düzeyi: Problemde neyin sorulduğunun anlaşılması için gerçek yaşam durumu incelenerek giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması durumunun nasıl gerçekleşeceğinin geometrik olarak yorumlanması gerekmektedir. Yani, söz konusu durumun gerçekleşmesi için noktalı olarak gösterilen yay uzunluklarının, çevre uzunluğunun $1/3$ 'üne eşit olması gerektiği yorumlanmalıdır. Dolayısıyla her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğunun, çevre uzunluğunun $1/6$ 'ine eşit olacağı açıklanmalıdır. Çözüm sürecinde çevre uzunluğunun hesaplanması ve elde edilen sonucun $1/6$ 'inin bulunması gerekmektedir. İletişimin anlatımcı boyutu bakımından problem tek bir sayısal sonucun yazılmasını kapsamaktadır. Bu nedenle bu sorunun iletişim düzeyi Düzey-3 olarak belirlenmiştir.

LİSTELER

Müzik gruplarından Grup Mars ve Grup Ispanak'ın yeni albümleri Ocak ayında çıkacaktır. Bu albümleri Şubat ayında Grup Heykel ve Grup Sarmaşık'ın albümleri takip edecektir. Aşağıdaki grafik müzik gruplarının Ocak ayından Haziran ayına kadarki albüm satışlarını göstermektedir.



Soru 1:

Grup Sarmaşık Nisan ayında kaç albüm satmıştır?

A. 250 B. 500 C. 1000 D. 1270

İletişim düzeyi: Problemden bir grubun albüm satış sayısının kaç olduğunu bulunması istenmektedir. Soru kökü açık ve nettir. Çözüm sürecinde yalnızca hangi veri setinin söz konusu grupla ilgili olduğunu verilen grafiği inceleyerek belirlemek gerekmektedir. Bunun için herhangi bir dışsal bilginin kullanımına ihtiyaç duyulmamaktadır. Problem çoktan seçmeli soru türündedir ve anlatımcı bileşeni tek bir sayısal sonucu kapsamaktadır. Bu nedenle bu sorunun iletişim düzeyi Düzey-0 olarak belirlenmiştir.

Soru 2:

Grup Heykel ilk kez hangi ayda Grup Ispanak'tan daha fazla albüm satmıştır?

- A. Hiçbir ayda
- B. Mart
- C. Nisan
- D. Mayıs

İletişim düzeyi: Problemden neyin sorulduğu açıkça ve net bir şekilde ifade edilmiştir. Çözüm sürecinde iki müzik grubunun albüm satış sayılarının karşılaştırılması gerekmektedir. Bu ise verilen grafiğin incelenerek satışlara yönelik sayısal değerlerin bulunması demektir. Problem çoktan seçmeli soru türündedir ve anlatımcı bileşeni tek bir sayısal sonucu kapsamaktadır. Bu nedenle bu sorunun iletişim düzeyi Düzey-0 olarak belirlenmiştir.

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 sorularının içerik, iletişim düzeyi ve madde güçlük seviyelerine ilişkin bilgiler Tablo 2.3'teki gibidir.

Tablo 2.3. Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 içeriği

Soru No	Problem	İçerik	İletişim düzeyi	Madde güçlük seviyesi
Soru-1a	Fuji Dağı Tırmanışı	Nicelik	1	2
Soru-1b			2	5
Soru-1c			1	4
Soru 2a	Döner Kapı	Uzay ve Şekil	1	3
Soru-2b			3	6
Soru-3a	Listeler	Belirsizlik ve Veri	0	1'in altı
Soru-3b			0	1

Tablo 2.3'ten görüldüğü gibi MOÖ-1 formundaki Fuji Dağı Tırmanışı probleminin içeriği niceliktir ve iletişim düzeyleri sırasıyla Düzey-1, Düzey-2 ve Düzey-1 olan üç alt sorudan oluşmaktadır. Döner Kapı problemi uzay ve şekil içeriğine ilişkin olup problemin iki alt sorusunun iletişim düzeyleri sırasıyla Düzey-1 ve Düzey-3 şeklindedir. Listeler problemi ise belirsizlik ve veri içeriğine ilişkindir ve iletişim düzeyleri Düzey-0 olan iki

alt sorudan oluşmaktadır. Ayrıca her bir sorunun madde güçlük seviyesi 1'in altı ile Seviye-6 arasında değişmektedir.

MOÖ-1 içeriğini oluşturan yedi adet sorunun her birinin matematiksel iletişim düzeylerinin belirlenmesinde araştırmacı ile birlikte matematik eğitimi alanında doktora derecesine sahip ikinci bir alan uzmanının değerlendirmeleri esas alınmıştır. Araştırmacı ve alan uzmanı, soruların iletişim düzeylerini birbirlerinden bağımsız olarak belirlemiş ve ardından puanlamalara yönelik olarak güvenilirlik çalışması gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda puanlayıcılar arası uyum yüzdesine bakılmış, Miles ve Huberman'ın (1994) [$P = (Na / Na + Nd) \times 100$] (P: Uyum Yüzdesi, Na: Uyum Miktarı, Nd: Uyuşmazlık Miktarı) şeklinde tanımladığı formül kullanılarak bu değer yaklaşık % 85 olarak bulunmuştur. Şencan'a (2005) göre puanlayıcılar arası değerlendirme sonuçlarının güvenilir sayılabilmesi için uyuma yüzdesinin en az %75 olması gerekmektedir. Dolayısıyla elde edilen bu değer puanlamaların birbiriyle tutarlı olduğunu göstermiştir. Diğer yandan araştırmacı ve alan uzmanının iletişim düzeyleri bakımından görüş ayrılığı yaşadıkları sorulara ilişkin olarak ise alanında uzman olan bir öğretim üyesine danışılmış ve uzlaşma sağlanmıştır.

Sonuç olarak MOÖ-1 kapsamında uygulanacak matematik okuryazarlığı problemlerinin belirlenmesinin ardından DAÖ ve MOÖ-1 içerikleri tek bir formda birleştirilerek katılımcı seçiminde kullanılacak veri toplama aracının nihai formu hazırlanmıştır (Ek-4). Ardından katılımcı seçimi sürecine dahil olmayan bir sekizinci sınıfta pilot çalışması yapılmıştır. Burada form içeriğinin öğrenciler tarafından anlaşılabilirliği ve veri toplama aracının bir ders saati sürecinde, yani 40 dakikalık bir zaman diliminde uygulanabilirliğinin incelenmesi amaçlanmıştır. Gerçekleştirilen pilot çalışması sonucunda DAÖ ve MOÖ-1 içeriklerinin öğrenciler tarafından anlaşılır nitelikte ve bir ders saatinde uygulanabilecek kapsamda olduğu gözlenmiştir.

DAÖ ve MOÖ-1'in uygulaması TEOG başarıları farklılık gösteren ve farklı sosyo-ekonomik çevrelerdeki beş ortaokulun belirlenen sekizinci sınıf şubelerinde gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte şube seçimlerinin ardından okul yönetimlerinden uygun bir ders saatinin belirlenmesi talep edilmiştir. Alınan dönütler doğrultusunda üç ortaokulda eğitim-öğretim yılının ilk haftasında, iki ortaokulda ise ikinci haftada esas uygulama gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda araştırmaya toplam 140 öğrenci katılmıştır. Uygulama sürecinin ardından elde edilen veriler araştırmacı tarafından nicel olarak analiz edilmiştir.

2.2.1.3. Duyuşsal alan ölçeği uygulama sonuçlarının analizi

DAÖ uygulaması sonucunda elde edilen verilerin analizinde SPSS 21 ve Lisrel 9.0 programları kullanılarak veriler nicel olarak analiz edilmiştir. Bu kapsamda ilk olarak veri grubunun normal dağılım gösterip göstermediği incelendiğinde çarpıklık katsayısı -,328 ve basıklık katsayısı ise -,490 olarak hesaplanmıştır. Çarpıklık ve basıklık değerlerinin -1 ile +1 arasında değişmesi ve 0'a yakın olması normal dağılımın varlığına kanıt olarak değerlendirilmektedir (Tabachnick ve Fidell, 2013; Morgan vd., 2004). Bu nedenle elde edilen katsayı değerleri -1 ile +1 arasında değiştiğinden veri grubunun normal dağılım gösterdiği ortaya konmuştur. Ardından DAÖ geçerlik ve güvenirlik çalışması gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte Doğrulamalı Faktör Analizi (DFA) çalışması gerçekleştirilmiştir. DFA ile DAÖ maddelerinin yapı geçerliğinin test edilmesi amaçlanmıştır. Diğer yandan DAÖ'nün güvenirliğini test etmek amacı ile Cronbach Alpha güvenirlik analizi yapılmıştır.

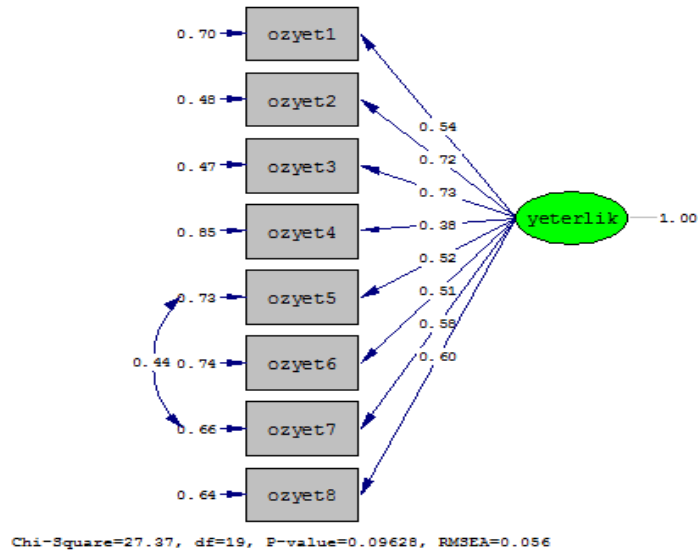
Doğrulamalı faktör analizi daha önceden tanımlanmış ve sınırlandırılmış bir yapının bir model olarak doğrulanıp doğrulanmadığının test edildiği bir analizdir (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2012). Bu araştırmada ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin duyuşsal özelliklerine yönelik bilgi edinebilmek amacıyla hazırlanmış beş faktörlü ve toplam 26 maddeden oluşan DAÖ'nün doğrulama işlemi Doğrulamalı Faktör Analizi (DFA) ile gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda ölçek faktörlerinin her birine yönelik olarak ayrı ayrı DFA çalışması yapılmıştır. Bu amaçla ilk olarak matematik öz-yeterliği ölçeğine ilişkin verilerin çok değişkenli normallik varsayımını sağlayıp sağlamadığını incelemek amacıyla Relative Multivariate Kurtosis değeri incelenmiştir. Bu değer 1.079 olarak bulunmuş olup >1.00 olduğundan çok değişkenli normallik varsayımını sağlamıştır. Kurulan DFA modeli kapsamında 'ozyet5' ve 'ozyet7' maddeleri arasında yapılan modifikasyon sonrasında elde edilen uyum indekslerine ilişkin değerler Tablo 2.4'te verilmektedir.

Tablo 2.4. Matematik öz-yeterliği ölçeği geçerlik çalışmasına ilişkin uyum indeks değerleri

Uyum İndeks	$SB\chi^2/(df)$	RMSEA	NNFI	CFI	NFI	AGFI	GFI
	27.37/ (19)=1.44	0.056	0.97	0.98	0.95	0.90	0.95

Tablo 2.4 incelendiğinde Ki-Kare değeri $2 < SB\chi^2/(df) = 1.44 \leq 3$ kritik değer aralığında olduğundan kabul edilebilir uyum sergilediği görülmektedir. RMSEA değerine bakıldığında 0.08 kritik değerinden küçük olması, kabul edilebilir uyum indeksine sahip

olduğunu göstermektedir (Schermelleh-Engel, Moosbrugger ve Müller, 2003). Benzer şekilde NNFI, NFI, CFI, GFI ve AGFI değerlerinin kritik değerler ile karşılaştırıldığında kabul edilebilir uyum sergiledikleri görülmektedir (Schermelleh-Engel, Moosbrugger ve Müller, 2003). Uyum indeks değerleri incelendiğinde matematiksel öz-yeterlik ölçeğinin tek faktörlü sekiz maddelik yapısının doğrulandığı görülmektedir. Matematiksel öz-yeterlik ölçeğine ait DFA modeli Şekil 2.2’de görülmektedir.



Şekil 2.2. Matematik öz-yeterliği ölçeğine ait tek faktörlü DFA modeli

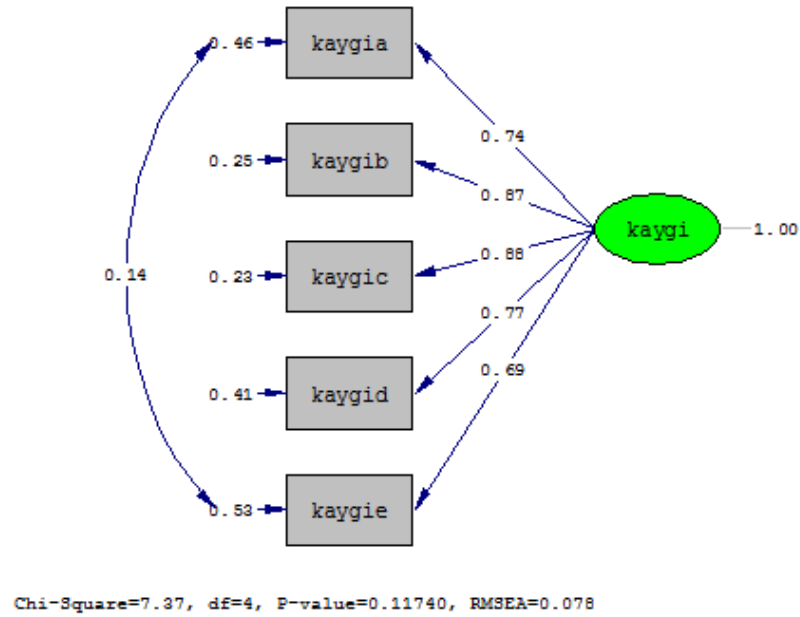
Matematik kaygısı ölçeğine ilişkin verilerin çok değişkenli normallik varsayımını sağlayıp sağlamadığını incelemek amacıyla Relative Multivariate Kurtosis değeri incelenmiştir. Bu değer 1.061 olarak bulunmuş olup >1.00 olduğundan çok değişkenli normallik varsayımını sağlamıştır. Kurulan DFA modeli kapsamında ‘kaygı-a’ ve ‘kaygı-e’ maddeleri arasında yapılan modifikasyon sonrasında elde edilen uyum indekslerine ilişkin değerler Tablo 2.5’te verilmektedir.

Tablo 2.5. Matematik kaygısı ölçeği geçerlik çalışmasına ilişkin uyum indeks değerleri

Uyum İndeks	$SB\chi^2/(df)$	RMSEA	NNFI	CFI	NFI	AGFI	GFI
	7.37/ (4)=1.84	0.078	0.98	0.99	0.99	0.90	0.97

Tablo 2.5 incelendiğinde Ki-Kare değerinin $2 < SB\chi^2/(df) = 1.84 \leq 3$ kritik değer aralığında olduğu, RMSEA değerinin ise 0.078 olduğu görülmektedir. Benzer şekilde

NNFI, NFI, CFI, GFI ve AGFI değerlerinin de kritik değerler ile karşılaştırıldığında kabul edilebilir uyum sergiledikleri görülmektedir (Schermelleh-Engel, Moosbrugger ve Müller, 2003). Uyum indeks değerleri incelendiğinde matematiksel kaygı ölçeğinin tek faktörlü beş maddelik yapısının doğrulandığı görülmektedir. Matematiksel kaygı ölçeğine ait DFA modeli Şekil 2.3'te görülmektedir.



Şekil 2.3. Matematik kaygısı ölçeğine ait tek faktörlü DFA modeli

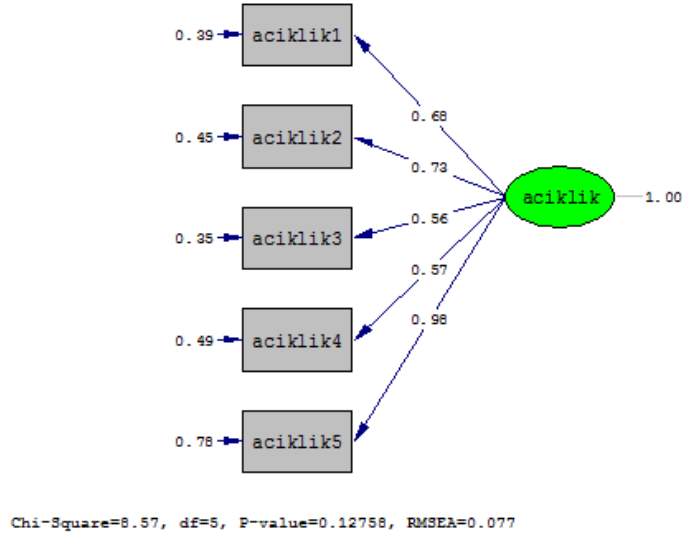
Problem çözmeye açıklık ölçeğine ilişkin verilerin çok değişkenli normallik varsayımını sağlayıp sağlamadığını incelemek amacıyla Relative Multivariate Kurtosis değeri incelenmiştir. Bu değer 1.001 olarak bulunmuş olup >1.00 olduğundan çok değişkenli normallik varsayımını sağlamıştır. Kurulan DFA modeli kapsamında elde edilen uyum indekslerine ilişkin değerler Tablo 2.6'da verilmektedir.

Tablo 2.6. Problem çözmeye açıklık ölçeği geçerlik çalışmasına ilişkin uyum indeks değerleri

Uyum İndeks	$SB\chi^2/(df)$	RMSEA	NNFI	CFI	NFI	AGFI	GFI
	8.57/(5)=1.71	0.077	0.98	0.99	0.97	0.91	0.97

Tablo 2.6 incelendiğinde Ki-Kare değerinin $2 < SB\chi^2/(df) = 1.71 \leq 3$ kritik değer aralığında olduğu, RMSEA değerinin ise 0.077 olduğu görülmektedir. Benzer şekilde NNFI, NFI, CFI, GFI ve AGFI değerlerinin de kritik değerler ile karşılaştırıldığında kabul edilebilir uyum sergiledikleri görülmektedir (Schermelleh-Engel, Moosbrugger ve

Müller, 2003). Uyum indeks değerleri incelendiğinde problem çözmeye açıklık ölçeğinin tek faktörlü beş maddelik yapısının doğrulandığı görülmektedir. Problem çözmeye açıklık ölçeğine ait DFA modeli Şekil 2.4'te görülmektedir.



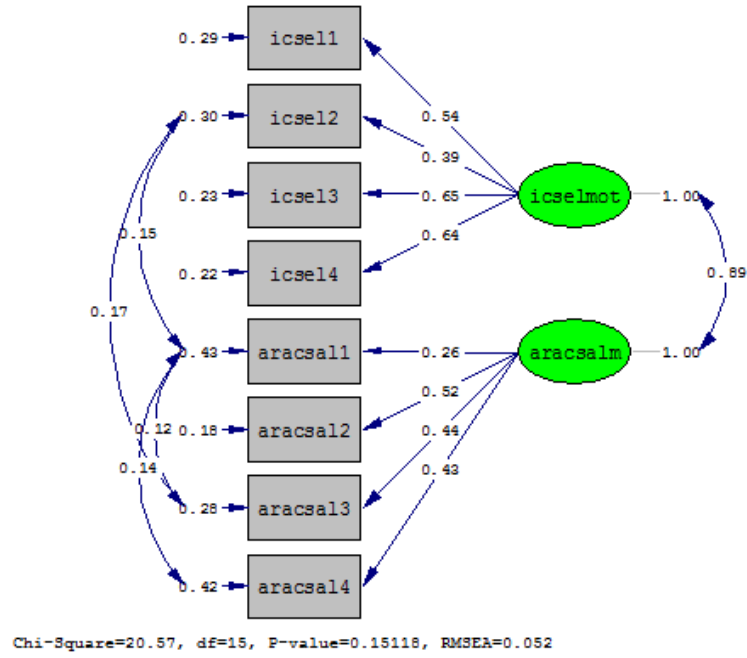
Şekil 2.4. Problem çözmeye açıklık ölçeğine ait tek faktörlü DFA modeli

Matematiksel motivasyon ölçeğine ilişkin verilerin çok değişkenli normallik varsayımını sağlayıp sağlamadığını incelemek amacıyla Relative Multivariate Kurtosis değeri incelenmiştir. Bu değer 1.040 olarak bulunmuş olup >1.00 olduğundan çok değişkenli normallik varsayımını sağlamıştır. Kurulan DFA modeli kapsamında gerçekleştirilen modifikasyonlara bağlı iyileştirme çalışmaları sonucunda elde edilen uyum indekslerine ilişkin değerler Tablo 2.7’de verilmektedir.

Tablo 2.7. Matematiksel motivasyon ölçeği geçerlik çalışmasına ilişkin uyum indeks değerleri

Uyum İndeks	$SB\chi^2/(df)$	RMSEA	NNFI	CFI	NFI	AGFI	GFI
	20.57/ (15)=1.37	0.052	0.99	0.99	0.98	0.91	0.96

Tablo 2.7 incelendiğinde Ki-Kare değerinin $2 < SB\chi^2/(df) = 1.37 \leq 3$ kritik değer aralığında olduğu, RMSEA değerinin ise 0.052 olduğu görülmektedir. Benzer şekilde NNFI, NFI, CFI, GFI ve AGFI değerlerinin de kritik değerler ile karşılaştırıldığında kabul edilebilir uyum sergiledikleri görülmektedir (Schermelleh-Engel, Moosbrugger ve Müller, 2003). Uyum indeks değerleri incelendiğinde matematiksel motivasyon ölçeğinin iki faktörlü sekiz maddelik yapısının doğrulandığı görülmektedir. Matematiksel motivasyon ölçeğine ait DFA modeli Şekil 2.5’te görülmektedir.



Şekil 2.5. Matematiksel motivasyon ölçeğine ait iki faktörlü DFA modeli

Geçerlik çalışmalarının gerçekleştirilmesinin ardından ölçeğin güvenilirliği test edilmiştir. Bu amaçla uygulanan Cronbach Alpha güvenirlik analizi sonuçları Tablo 2.8’de sunulmuştur.

Tablo 2.8. Duyuşsal Alan Ölçeği alt faktörlerine ait Cronbach Alpha güvenirlik sonuçları

Faktörler	Matematik özyeterliği	Matematik kaygısı	Problem çözmeye açıklık	İçsel motivasyon	Araçsal motivasyon
Madde Sayısı	8	5	5	4	4
Cronbach α	0,80	0,89	0,82	0,85	0,81

Tablo 2.8’e göre matematiksel öz-yeterlik faktörüne ait güvenirlik katsayısı 0,80; matematiksel kaygı faktörüne ait güvenirlik katsayısı 0,89; problem çözmeye açıklık faktörünün güvenirlik katsayısı 0,82 ve içsel motivasyon faktörüne ait güvenirlik katsayısı 0,85; araçsal motivasyon faktörüne ait güvenirlik katsayısı ise 0,81 olarak hesaplanmıştır. Kalaycı (2009) alfa katsayısının 0,80 ve üzerinde hesaplanması durumunun oldukça güvenilir bir yapıyı ifade ettiğini belirtmektedir. Buna bağlı olarak söz konusu ölçeklerin yüksek düzeyde güvenilirliğe sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Sonuç olarak DAÖ’nün geçerli ve güvenilir bir ölçme aracı olduğu ortaya konmuştur.

Geçerlik ve güvenirlik çalışmasının ardından öğrencilerin ölçek puanları incelenerek ele alınan dört duyuşsal özellik bakımından nasıl farklılaştıklarının belirlenmesi amaçlanmıştır. DAÖ kapsam olarak biri olumsuz (matematik kaygısı) diğerleri olumlu (matematiksel motivasyon, matematik öz-yeterliği, problem çözmeye açıklık) birer özelliği ifade eden ve ayrıca biri 5’li likert tipinde (problem çözmeye açıklık), diğerleri ise 4’lü likert tipinde (matematiksel motivasyon, matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı) olan dört farklı ölçekten oluşmaktadır. Bundan dolayı bir öğrencinin DAÖ toplam puanına bakılması anlamsız olmaktadır.

Diğer yandan söz konusu dört ölçeğin her birinden elde edilen toplam puanın ayrı birer puan türü olarak ele alınması durumunun, bu puan türlerinin öğrencilerin iletişim düzeylerine göre nasıl dağıldığının incelenmesi noktasında oldukça fazla sayıda öğrenci grubunun ortaya çıkmasına neden olacağı ve katılımcı seçiminde kolaylık sağlamayacağı düşünülmüştür. Bu amaçla her ikisi de olumlu birer özelliği ifade eden ve 4’lü likert tipinde olan matematiksel motivasyon ile matematiksel öz-yeterlik ölçek puanlarının toplanarak tek bir puan türüne dönüştürülmesi uygun bulunmuştur. Bu doğrultuda öncelikle matematiksel motivasyon ve matematik öz-yeterliği arasındaki korelasyon incelenmiş ve korelasyon değeri 0,616 olarak bulunmuştur. Bu değer 0.01 düzeyinde anlamlı olup söz konusu özelliklerin birbirleriyle pozitif yönde ve orta düzeyde ilişkili olduğunu göstermektedir (Ural ve Kılıç, 2011). Böylece söz konusu iki ölçekten alınan puanlar tek bir puan türüne dönüştürülmüştür.

Matematik kaygısı ve problem çözmeye açıklık ölçek puanları ise ayrı birer puan türü olarak değerlendirilmiştir. Böylece her bir öğrenci için üç farklı puan türü elde edilmiştir. Öte yandan ölçek puanlarının birikimli yüzde değerlerine bakılarak öğrencilerin üç puan türünde duyuşsal özellikler bakımından bulundukları kategoriler belirlenmiştir. Bu kapsamda birikimli yüzde değeri %50 ve altında olan öğrenciler ‘düşük’ kategorisinde, %51 ve üzerinde olan öğrenciler ise ‘yüksek’ kategorisinde yer almıştır. Burada öğrencilerin duyuşsal özelliklerine göre matematiksel iletişim becerisi düzeylerine dağılımını ortaya koymak ve böylece hem duyuşsal özellikler hem de iletişim düzeyleri bakımından farklılık gösteren öğrencilerin belirlenmesi amaçlandığından elde edilen sekiz farklı kategorinin öğrenci seçimini kolaylaştırarak bu seçimi anlamlı kılacak bir çeşitlilik sunduğu görülmüştür.

Duyuşsal Alan Ölçeği’ne ilişkin nicel analiz sonuçları Tablo 2.9’da sunulmuştur.

Tablo 2.9. *Nicel analiz sonuçları*

Kategori No	Motivasyon-Öz-yeterlik	Kaygı	Açıklık
1	Düşük	Düşük	Düşük
2	Düşük	Düşük	Yüksek
3	Düşük	Yüksek	Düşük
4	Düşük	Yüksek	Yüksek
5	Yüksek	Düşük	Düşük
6	Yüksek	Düşük	Yüksek
7	Yüksek	Yüksek	Düşük
8	Yüksek	Yüksek	Yüksek

2.2.1.4. Matematik okuryazarlığı ölçme aracı-1 uygulama sonuçlarının analizi

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 uygulamasından elde edilen veriler nicel olarak analiz edilmiştir. Bu kapsamda öğrencilerin matematiksel iletişim düzeylerine ilişkin olarak “0 düzeyi altı”, “0 düzeyi”, “1 düzeyi”, “2 düzeyi”, “Ağırlıklı-1 düzeyi”, “Ağırlıklı-2 düzeyi” ve “Ağırlıklı-3 düzeyi” olmak üzere toplam yedi grup belirlenmiştir. “0 düzeyi altı” öğrenci grubu iletişim düzeyi sıfır olan sorulardan yalnızca bir tanesini doğru yanıtlayan veya hiçbir soruyu doğru yanıtlayamayan öğrencilerden oluşmaktadır. “0 düzeyi” öğrenci grubunda yalnızca iletişim düzeyi sıfır olan tüm soruları doğru yanıtlayan öğrenciler; “1 düzeyi” grubunda ise iletişim düzeyi sıfır ve bir olan tüm soruları doğru yanıtlayan öğrenciler bulunmaktadır. Benzer şekilde “2 düzeyi” öğrenci grubu iletişim düzeyi sıfır, bir ve iki olan soruları doğru yanıtlayan öğrencilerden oluşmaktadır. Son olarak bu dört gruptan herhangi birine dahil olmayan ve farklı iletişim düzeyindeki sorulardan birkaçını doğru yanıtlayan öğrenciler yanıtlayabildikleri en üst düzeydeki soruya göre Ağırlıklı-1, Ağırlıklı-2 veya Ağırlıklı-3 düzeylerinde toplanmıştır.

Özetle, DAÖ ve MOÖ-1 uygulamalarıyla öğrencilerin duyuşsal özelliklerine ve matematiksel iletişim becerisi düzeylerine ilişkin veriler elde edilmiştir. Elde edilen veriler doğrultusunda öğrenciler matematiksel iletişim becerisi düzeylerine göre gruplanmış ve her bir gruptaki öğrenciler DAÖ puanlarına göre alt sınıflara ayrılmıştır. Tablo 2.10 uygulamaya katılan 140 ortaokul öğrencisinin matematiksel iletişim becerisi düzeylerine ve elde edilen duyuşsal özellik kategorilerine göre okul bazında nasıl dağıldığını göstermektedir. Tabloda kullanılan okul kodları A, B, C, D ve E şeklinde olup B okulu sosyo-ekonomik açıdan oldukça iyi imkanlara sahip öğrencilerin devam ettiği ve TEOG sınavı değerlendirme sonuçlarına göre yüksek performanslı bir okuldur. A ve E okulları sosyo-ekonomik açıdan orta imkanlara sahip ve TEOG sınavı değerlendirme sonuçlarına göre ortalama performans sergileyen okullardır. C ve D okulları ise sosyo-

ekonomik açıdan zayıf imkanlara sahip öğrencilerin devam ettiği ve TEOG sınavı değerlendirme sonuçlarına göre ortalamanın altında performansa sahip okullardır.

Tablo 2.10. Okullardaki öğrencilerin kategorilere göre dağılımı

Duyuşsal özelliklere ilişkin kategoriler	Okul Kodu	Matematiksel İletişim Düzeyi							
		Toplam öğrenci sayısı	0 düzeyi altı	0 düzeyi	1 düzeyi	2 düzeyi	Ağırlıklı-1 düzeyi	Ağırlıklı-2 düzeyi	Ağırlıklı-3 düzeyi
Kategori-1	A	2	-	1	-	-	1	-	-
	A	1	-	-	-	-	1	-	-
Kategori-2	B	3	-	-	-	2	1	-	-
	D	1	-	-	-	-	1	-	-
Kategori-3	A	11	4	2	-	-	2	-	3
	B	3	-	2	-	-	1	-	-
	C	12	3	-	-	-	8	-	1
	D	10	4	3	-	-	3	-	-
	E	8	4	-	-	-	3	1	-
Kategori-4	A	2	1	1	-	-	-	-	-
	B	4	-	1	1	1	1	-	-
	C	4	1	2	-	-	-	-	1
	D	2	1	-	-	-	1	-	-
	E	2	-	-	-	-	2	-	-
Kategori-5	D	1	1	-	-	-	-	-	-
	E	1	-	1	-	-	-	-	-
Kategori-6	A	12	3	1	-	-	6	2	-
	B	17	-	-	3	9	2	1	2
	C	1	-	-	-	-	1	-	-
	D	7	-	2	-	-	3	1	1
	E	9	-	-	-	3	7	2	-
Kategori-7	B	2	-	-	-	1	-	1	-
	C	2	1	1	-	-	-	-	-
	D	2	2	-	-	-	-	-	-
	E	4	1	-	-	-	3	-	-
Kategori-8	A	2	-	-	-	-	1	-	1
	B	3	-	-	1	2	-	-	-
	C	3	-	1	-	-	1	-	1
	D	4	-	3	-	-	1	-	-
	E	2	-	-	-	-	2	-	-
Toplam		140	26	21	5	18	52	8	10

Tablo 2.10 incelendiğinde hem motivasyon, öz-yeterlik ve açıklık hem de kaygı düzeylerinin her biri düşük ya da yüksek olan öğrenci sayısının oldukça az olması dikkat çekmektedir. Kategori-1 ve Kategori-2’de yer alan öğrencilerin matematiksel problemleri çözme konusunda kendilerini yeterli görmedikleri, matematik öğrenmeye istekli olmayıp aynı zamanda da kaygı düzeylerinin düşük olduğu söylenebilir. Kategori-7 ve Kategori-8’de yer alan öğrencilerin iletişim düzeylerine göre daha homojen bir dağılım gösterdiği gözlenmektedir. Bu öğrencilerin matematiği öğrenmek isteyip de başarılı olamayan veya herhangi bir nedenden dolayı kaygı yaşayan öğrenciler olabileceği düşünülmüştür.

Diğer yandan matematik başarısının matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, problem çözmeye açıklık ve matematiksel motivasyon ile ilişkisi kapsamında başarılı öğrencilerin kendilerine güvenen, motivasyonları yüksek, zorlayıcı problemleri çözmeye konusunda istekli ve kolaylaştırıcı türde kaygı sahibi öğrenciler olduğu bilinmektedir. Buna bağlı olarak DAÖ ve MOÖ-1 uygulamaları sonucunda iletişim düzeyi yüksek öğrencilerin öz-yeterlik, motivasyon ve problem çözmeye açıklık düzeyleri de yüksek iken kaygılarının düşük düzeyde olması beklenmiştir. Nitekim iletişim düzeyi yüksek olan öğrencilerin ağırlıklı olarak Kategori-6 altında toplandığı görülmektedir. Diğer yandan iletişim düzeyi düşük öğrencilerin ise öz-yeterlik, motivasyon ve problem çözmeye açıklık düzeylerinin düşük, kaygı düzeylerinin ise yüksek olması beklenmiştir. Tablo 2.10 incelendiğinde bu özellikteki öğrencilerin Kategori-3 ve Kategori-4 altında toplandıkları görülmektedir. Dolayısıyla söz konusu kategorilerde yer alan öğrencilerin ‘tipik’ olarak nitelendirilebilen özellikte öğrenciler olduğu söylenebilir.

2.2.2. Nitel aşama

Katılımcı seçim sürecinin bu aşamasında duyuşsal özelliklere ilişkin ön görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda görüşmelerin gerçekleştirileceği öğrencilerin seçiminde gönüllülük esas alınarak ölçüt örnekleme yöntemi benimsenmiştir. Ölçüt örnekleme önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Bu araştırmada öğretim uygulamalarının matematiksel iletişim düzeyi ve duyuşsal özellikler bakımından farklılaşan öğrenci gruplarıyla gerçekleştiriliyor olması öğrencilerin matematiksel iletişim becerisi gelişimlerinin desteklenmesinde oldukça önemli bir etken olarak değerlendirilmiştir. Bu nedenle ön görüşmelerin gerçekleştirileceği öğrencilerin seçilmesinde bu amacı sağlamaya yönelik olarak üç ölçüt belirlenmiştir. Bu ölçütler aşağıdaki gibidir.

- Her bir alt sınıfın temsil edilmesi: DAÖ ve MOÖ-1 sonuçlarına bağlı olarak ortaya çıkan Tablo 2.10’daki dağılım dikkate alınarak buradaki her bir alt sınıftan en az bir öğrencinin seçilmesi ve böylece duyuşsal özellikleri ile iletişim düzeyleri bakımından farklılık gösteren tüm öğrenci gruplarının temsil edilebilmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda görüşülmesi gerektiği düşünülen öğrenci sayısı en az 35 olarak bulunmuştur.
- Temsilci sayısının okullara dağılımının dengeli olması: Her bir alt sınıftaki

öğrencilerin söz konusu beş okula dağılımına bakıldığında bazı alt sınıfların yalnızca bir öğrenciden bazı alt grupların ise birden çok sayıda öğrenciden oluştuğu görülmektedir. Burada her bir alt sınıfın temsil edilmesi amaçlandığından tek bir öğrenciden oluşan alt sınıfların temsil edilebilmesi için başka bir alternatifinin olmamasına bağlı olarak grubu oluşturan öğrenci seçilmiştir. Birden fazla öğrencinin bulunduğu alt sınıflar için ise zorunlu seçimlerin ilişkili olduğu okullar göz önünde bulundurularak diğer okullardan seçim yapma yoluna gidilmiştir. Burada ilgili alt sınıftaki öğrenci sayısının en fazla olduğu okuldan seçim yapılması tercih edilmiştir. Böylece öğrencilerin çalışmaya katılmaya gönülsüz olma ihtimalleri karşısında seçim yapma alternatifinin olacağı düşünülmüştür. Dolayısıyla her bir okul için belirlenen toplam temsilci sayıları bakımından dengeli bir dağılım gösterecek şekilde seçim yapılmıştır.

- Her okuldaki mevcut her bir iletişim düzeyinden öğrencinin temsil edilmesi: Katılımcı seçiminde her bir okulda ortaya çıkan iletişim düzeylerinin her birinden en az bir öğrencinin olması bir diğer ölçüt olarak belirlenmiştir.

Özetle, Tablo 2.10’da görülen her bir alt sınıftan gönüllülük esasına göre 31 öğrenci seçilerek duyuşsal özelliklerin incelenmesi amacıyla ön görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

2.2.2.1. Duyuşsal özelliklere ilişkin ön görüşmeler

Duyuşsal özelliklere ilişkin ön görüşme sorularının hazırlanması sürecinde çalışma kapsamında ele alınan duyuşsal özelliklere ilişkin PISA öğrenci anketi bölümleri incelenmiş ve alanyazın taraması yapılmıştır. Böylece PISA uygulaması kapsamında ele alındığı şekli ile açık ve anlaşılır sorulardan oluşan Duyuşsal Özelliklere İlişkin Ön Görüşme Soruları hazırlanmıştır (Ek-5). Görüşme soruları öncelikli olarak öğrencilerin matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, matematiksel motivasyon ve problem çözmeye açıklıklarının belirlenmesi amacıyla yönelik olarak oluşturulmuştur. Ardından her bir özelliğe ilişkin alt sorular belirlenerek detaylı veri elde edebilmek amaçlanmıştır. Görüşme sorularının belirtilen amaca uygunluğunun ve anlaşılabilirliğinin değerlendirilmesi amacıyla matematik eğitimi alanında bir uzmanın görüşlerine başvurulmuştur. Uzman görüşü doğrultusunda sorular tekrar gözden geçirilmiş ve bazı düzenlemeler yapılmıştır. Ardından ön görüşmelerin yapılacağı öğrenciler arasında yer almayan bir sekizinci sınıf

öğrencisi ile pilot çalışması yapılmıştır. Bu çalışmanın sonucunda çeşitli soru ifadeleri ve alt sorular düzenlenmiş ve böylelikle nihai form oluşturulmuştur.

Görüşmeler ortalama 30' sürmüş ve her biri ses kayıt cihazı kullanılarak kayıt altına alınmıştır. 31 öğrenci ile gerçekleştirilen görüşmelerden elde edilen verilerin yazılı dökümleri araştırmacı tarafından yapılarak analiz sürecine geçilmiştir. Bu süreçte görüşme verileri içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. İçerik analizinde veriler birbirine benzeyen kavramlar ve temalar etrafında toplanarak okuyucunun anlayabileceği biçimde yorumlanmaktadır (Creswell, 2014). Ön görüşmelerin içerik analizinde izlenen aşamalar şu şekildedir:

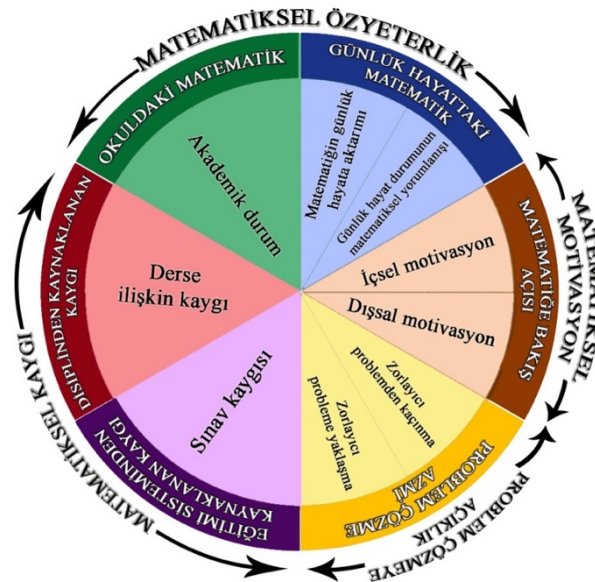
- 1) Dökümlerin birkaç kez okunarak kodların belirlenmesi,
- 2) Kodların belirli alt kategori/kategoriler altında toplanması,
- 3) Kodların ve kategorilerin uygunluğunun gözden geçirilmesi,
- 4) Kategorilere son halinin verilmesi,
- 5) Kategorilerin yorumlanması.

Verilerin analiz edilmesinde güvenilirlik çalışması süreci matematik eğitimi alanında doktora eğitimini sürdürmekte olan bir uzman ile birlikte yürütülmüştür. Bu uzman rastlantısal olarak belirlenen toplam altı öğrenciye ait yazılı dökümler üzerinde çalışarak kod, alt kategori/kategori belirleme çalışması gerçekleştirmiştir. Araştırmacı ve uzmanın birbirlerinden bağımsız olarak belirledikleri kod, alt kategori veya kategorilerin uygunluğuna birlikte karar verilmiştir.

2.2.2.2. Duyuşsal özelliklere ilişkin ön görüşme bulguları

Ön görüşmelerden elde edilen verilerin içerik analizi sonucunda ortaya çıkan kategoriler ve alt kategoriler Şekil 2.6'da verilmiştir. Bu kapsamda görüşme bulguları Matematik Öz-yeterliği, Matematiksel Motivasyon, Matematiksel Kaygı ve Problem Çözmeye Açıklık temaları altında Okuldaki Matematik, Günlük Hayattaki Matematik; Matematiğe Bakış Açısı; Disiplinden Kaynaklanan Kaygı, Eğitim Sisteminden Kaynaklanan Kaygı; Problem Çözme Azmi kategorilerinden oluşmaktadır. Bu kapsamda okuldaki matematik teması 'okuldaki matematikteki akademik durum' ve günlük hayattaki matematik teması 'matematiğin günlük hayata transferi' ve 'günlük hayat durumunun matematiksel yorumlanışı' alt kategorilerinden oluşmaktadır. Matematiğe bakış açısı kategorisine ilişkin alt kategoriler 'içsel motivasyon' ve 'araçsal motivasyon' şeklinde olmuştur. Problem çözme azmi kategorisi 'zorlayıcı probleminden kaçınma' ve

‘zorlayıcı probleme yaklaşma’ şeklinde isimlendirilen iki alt kategoriden oluşmuştur. Son olarak disiplinden kaynaklanan kaygı kategorisi ‘derse ilişkin kaygı’ ve eğitim sisteminden kaynaklanan kaygı kategorisi ise ‘sınav kaygısı’ olarak belirlenen alt kategorilerden oluşmuştur. İçerik analizi sonucunda elde edilen kod, alt kategori, kategori ve temalara ilişkin detaylı bilgiler Ek-6’da sunulmuştur.



Şekil 2.6. *Tema, kategori ve alt kategoriler*

2.2.2.2.1. Matematiksel öz-yeterlik teması

Bu tema altında elde edilen kategori ve alt kategorilere ilişkin detaylı bilgiler aşağıda sunulmaktadır.

Okuldaki matematik

Okuldaki matematik derslerinde ele alınan matematiksel problemlerin çözümü konusundaki öz-yeterlikleri sorgulandığında öğrencilerin başarabilme kapasitelerine ilişkin inançlarının matematik başarı durumlarına göre farklılaştığı görülmüştür. Bu kapsamda öğrencilerin matematik başarıları ile geçmiş yaşantılarının matematiksel problemleri çözme konusundaki etkisi aşağıda detaylı olarak açıklanmıştır.

Okuldaki matematikteki akademik durum

Görüşme gerçekleştirilen 31 öğrenciden 12'si matematiksel problemleri çözme konusunda kendini oldukça yeterli görmektedir. Bu öğrenciler matematiksel bir problemi

özme konusunda kendilerine güveninin nasıl olduğu konusunda sorgulandığında “*Kendime oldukça güveniyorum*” yanıtını vermiştir. Bu bağlamda detaylı veri elde etmek amacıyla sürdürölen sorgulamalar bu öğrencilerin problem çözmeyle ilişkin inançlarının, matematikte iyi oldukları, yüksek notlar alabildikleri ve sayısal zekâlarının sözel zekâlarından daha gelişmiş olduğu düşöncesinin bir sonucu olduğunu ortaya çıkarmıştır. Örneğin, “*Matematik problemlerini çözerken kendime güveniyorum. Matematik başarıml iyi.*”, “*...sayısalım sözelden daha baskın olduğu için özgüvenim yüksek.*” ve “*Kendime güvenirim, matematikten yüksek notlar alabiliyorum.*” şeklindeki görüşler öğrencilerin problem çözme konusundaki olumlu inançlarını ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin 13’ü ise her ne kadar matematiksel problemleri çözme konusunda kendilerine güvendiklerini dile getirmiş olsa da bu öğrencilerin anlamadıkları veya zor olduğunu düşöndükleri problemleri çözme konusunda güven eksikliği yaşadığı görölmüştür. Bu öğrencilerden üçü önceki öğrenim düzeylerindeki matematik başarılarının oldukça düşük olduğunu belirtmiştir. Bu konudaki öğrenci açıklamaları sosyal ikna olarak adlandırılabilir olan öğretmenlerin/aile bireylerinin, öğrencinin matematikte başarılı olabileceği yönündeki söylemlerinin matematiksel öz-yeterliği olumlu etkilediğini ortaya koymuştur. Aşağıda yetişkin söylemlerine bağlı olarak öğrenci başarısında yaşanan değişimi gösteren bir görüşme kesiti sunulmuştur.

Araştırmacı: Ailenin matematik başarıml hakkında düşöndükleri senin için ne kadar önemli?

Öğrenci: Çok önemli, özellikle annemin düşöncesi.

Araştırmacı: Neden?

Öğrenci: Çünkü beni o destekliyor genelde, öğretmen olduğu için. O yüzden hani sen çalıştığında yapabiliyorsun bunu gör artık falan demesi benim başarımlı çok etkiledi. Artık matematiği yapabiliyorum.

Görüşme gerçekleştirilen öğrencilerden altısı matematiksel problemleri çözme konusunda kendisine güvenmediğini belirtmiştir. Matematikte başarılı olamadığını düşönen bu öğrenciler konuları anlamakta zorlandıklarını, ön bilgilerinde eksiklikler olduğunu ve buna bağlı olarak da matematik konularının giderek artan bir şekilde karmaşıklaştığını düşönmektedir. Örneğin, bir öğrenci problem çözme kapasitesine ilişkin inancını “*Problem çözerken güvensiz hissediyorum, yapamayacağımı düşöünüyorum. Anlamadığım çok şey var...*” şeklinde dile getirmiştir. Benzer şekilde bir

diğer öğrencinin “*Kendime güvenmiyorum çünkü eksikim çok ve anlamadığım konular birikiyor.*” şeklindeki görüşü yaşanan güvensizliği yansıtmaktadır.

Günlük hayattaki matematik

Öğrencilerin matematiksel öz-yeterliklerinin incelenmesinde ikincil olarak matematik bilgisi ile günlük yaşam durumlarını ilişkilendirme konusunda kendilerine güveninin nasıl olduğu sorgulanmıştır. Bu kapsamda öncelikle öğrencilerden matematik bilgilerini günlük yaşamlarında kullandıkları bir durum örneği vermeleri istenmiş ve ardından verilen örnek bağlamında matematik bilgisini kullanmakta ne kadar başarılı olduğunu düşündükleri sorgulanmıştır. Öğrencilerin matematik bilgisinin günlük yaşam durumlarına transferi ve günlük yaşam durumlarının matematiksel olarak yorumlanması konusundaki görüşleri aşağıda detaylı olarak açıklanmıştır.

Matematiğin günlük hayata aktarımı

Matematiksel problemleri çözme konusundaki inançlarına göre farklılık göstermeksizin öğrencilerin tamamı matematik bilgileri ile günlük yaşamlarını ilişkilendirmekte zorlanmış ve sundukları örnekler para hesabı, zaman ölçme gibi konularla kısıtlı kalmıştır. Söz konusu kısıtlı örnekler bağlamında ise öğrenciler matematik bilgisini kullanmakta başarılı olduklarını düşünmektedir. Öğrenciler ayrıca matematiğin hayatın her alanında olduğunu fakat kendi günlük yaşamlarında matematiği çok fazla kullanmadıklarını belirtmiştir. Örneğin, “*Matematik her yerde ama biz fark etmiyoruz*”, “*Matematiği kullanabildiğim çok bir yer olmadığını düşünüyorum.*”, “*Matematik problemi çözmek hariç nerde kullanıyorum, düşünmem gerek...*” şeklindeki öğrenci görüşleri matematiğin günlük hayat ile ilişkilendirilmesinde yaşanan zorluğu ve öğrencilerin bu konudaki farkındalık eksikliğini yansıtır niteliktedir.

Günlük hayat durumunun matematiksel yorumlanması

Öğrencilerin matematik bilgileri ile günlük yaşamlarını ilişkilendirmekte yaşadıkları zorluk bir günlük hayat probleminin matematiksel olarak ifade edilmesi konusunda da kendini göstermiştir. Öğrenciler bir günlük hayat durumunu matematiksel açıdan yorumlamanın daha önce deneyimlemedikleri türden bir eylem olduğunu belirtmiş, öğrencilerin bir kısmı ise soruyu yanıtsız bırakmıştır. Örneğin “*...açıkçası hani bunda ne matematik var diye baktığım hiç olmadı*”, “*Hiç öyle bir durum görmedim*

daha...” veya “Hiç aklıma gelmiyor...”, “Başka bir soru sorsanız?” şeklindeki ifadeler matematiği günlük hayat ile ilişkilendirmekte yaşanan zorluğu yansıtmaktadır.

2.2.2.2.2. Matematiksel motivasyon teması

Bu tema altında elde edilen kategori ve alt kategorilere ilişkin detaylı bilgiler aşağıda sunulmaktadır.

Matematiğe bakış açısı

Öğrencilerin matematiksel motivasyonlarının nasıl olduğunun incelenmesi amacı doğrultusunda matematik öğrenmeye ne derece motive olduklarını düşündükleri ve matematik öğrenmekteki en önemli motivasyon kaynakları sorgulanmıştır. Bu bağlamda öğrenci motivasyonlarının matematiğe bakış açılarına göre farklılaştığı gözlenmiştir. Yani, matematiğin yalnızca başarılması gereken bir ders olduğu veya gelecek yaşantısının bu dersteki başarıya bağlı olduğu görüşündeki öğrencilerin matematiksel motivasyonlarının dışsal türde olduğu görülmüştür. Diğer yandan matematiğin mantık ve zekâ gelişimini destekleyen ve problem çözme becerisini geliştiren bir ders olduğu görüşündeki öğrencilerin matematiksel motivasyonlarının ise içsel türde olduğu görülmüştür.

İçsel motivasyon

Görüşme gerçekleştirilen öğrencilerin yedisi matematiği öğrenme konusundaki motivasyonlarının oldukça iyi düzeyde olduğunu düşünmektedir. Matematiksel problemleri çözme konusunda kendilerine oldukça güvendiği görülen bu öğrenciler motivasyonlarının temel kaynağının ne olduğu sorgulandığında, sayı ve işlemlerle uğraşmaktan duydukları zevk ve matematiğe olan ilgilerini açıklayarak matematik öğrenme konusundaki istekliliklerini yansıtmıştır. Bu konudaki bazı örnek görüşler aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: Matematik öğrenmende en önemli motivasyon kaynağın nedir?

Öğrenci: İstemsiz bir şekilde ilgim, alakam var. Seviyorum matematiği.

Öğrenci: Sayılar ve rakamlarla uğraşmak hoşuma gidiyor...

Öğrenci: Matematik bana sihir gibi geliyor. Bazı formülleri uygulayınca o şeye ulaşmış oluyorsun. Bu da beni mutlu ediyor.

Matematik dersini hangi yönleriyle sevdikleri sorgulandığında ise bu öğrenciler matematiği, düşünme ve mantık yürütmeyi gerektirmesi yönüyle çok sevdiğini ifade etmiştir. Örneğin, “...en sevdiğim derslerden biri. Düşünmek, mantık yürütmek, beynimi çalıştırmak hoşuma gidiyor.”, “Matematiğin mantıkla, yorumla yapılabilecek bir ders olmasını seviyorum.” gibi görüşler bu duruma örnek olarak verilebilir.

Araçsal motivasyon

Matematiksel motivasyonlarının içsel türde olduğu görülen yedi öğrenci dışındaki öğrenciler “Matematik öğrenimde en önemli motivasyon kaynağın nedir?” sorusu karşısında matematik dersi başarısının yıl sonunda girecekleri sınav ve gelecekteki meslekleri üzerindeki etkisine dikkat çekmiştir. Bu konudaki bazı örnek görüşler aşağıdaki gibidir.

Öğrenci: Matematik lisede ve üniversitede de var.

Öğrenci: İlerde çok şeye yarayacak yani mesleğimizde. Çünkü neredeyse her meslekte matematik var, matematik geleceğimiz için önemli.

Öğrenci: ... liseye gidince sayısalı seçersem daha iyi meslek sahibi olacağımızı düşünüyorum. Matematiğin öteki derslerden daha çok getirisi olacak.

Motivasyonlarının araçsal türde olduğu görülen öğrencilerin matematik öğrenme konusundaki motivasyon düzeylerinin de farklılaştığı gözlenmiştir. Yani, matematiksel problemleri çözme konusunda kendisine güvenen öğrenciler motivasyonlarının yeterli olduğuna inanmakta iken bazı durumlarda güven eksikliği yaşadığını belirten öğrenciler başarısız olma durumlarında yaşadıkları motivasyon kaybını dile getirmiştir. Örneğin, “Yapınca daha çok yapasım geliyor ama yapamayınca soğuyorum, yapmak istemiyorum.”, “...anlamadığım zaman çok kötü oluyorum. Moralim bozuluyor, çalışmak istemiyorum.” öğrencilerin motivasyon kayıplarını yansıtan görüşlerden birkaçıdır. Geçmiş yaşantılarındaki başarısızlıklar nedeniyle matematiksel problemleri çözme konusunda kendisine güvenmeyen öğrencilerin motivasyonlarının ise oldukça düşük olduğu gözlenmiştir.

2.2.2.2.3. Matematiksel kaygı teması

Öğrencilerin matematiksel kaygı durumlarının nasıl olduğunun incelenmesi amacı doğrultusunda matematiksel problemleri çözerken kendilerini nasıl hissettikleri sorgulanmıştır. Bu bağlamda matematik başarılarına güvenen ve motivasyonları içsel

türde olduğu görülen yedi öğrencinin tamamının problem çözmeyi eğlenceli bir aktivite olarak değerlendirdiği görülmüştür. Ayrıca bu öğrenciler matematik sınavlarında da oldukça rahat bir şekilde problemleri çözebildiğini ifade etmiştir. Örneğin, “*Sınavlarda genelde pek heyecanlanmıyorum, soğukkanlıyım.*”, “*Genelde çalıştığım için kendimden emin bir şekilde rahat rahat sorularımı çözüyorum*” gibi görüşler bu duruma birer örnek teşkil etmektedir. Bunun yanı sıra kendisine güvenmeyen veya güven eksikliği yaşayan ve motivasyonları araçsal türde olan öğrencilerin ise matematik dersine veya matematik sınavlarına ilişkin kaygılarının olduğu gözlenmiştir.

Bu tema altında elde edilen kategori ve alt kategorilere ilişkin detaylı bilgiler aşağıda sunulmaktadır.

Derse ilişkin kaygı

Matematiksel problemleri çözerken kendisini mutsuz ya da gergin hissettiğini belirten beş öğrencinin bu şekilde hissetme nedenlerinin ne olabileceğine ilişkin detaylı sorgulamalar sonucunda öğrenciler matematik dersinin karmaşık yapısına dikkat çekerek zor bir ders olduğunu ve konuların kafa karıştırdığını vurgulamıştır. Dolayısıyla bu öğrencilerin matematik dersi ve matematik konularına karşı korku duydukları düşünülmüştür. Bu konudaki bazı örnek görüşler aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Problem çözerken sence neden gergin/endişeli hissediyorsun?

Öğrenci: Mesela denklemlerde falan çok korkuyorum. İşlediğimiz konuları algılayamıyorum. Diğer derslerde o kadar değil.

Öğrenci: Konular çok zor geldiği için anlayamıyorum...

Sınav kaygısı

Matematik sınavlarında kendisini nasıl hissettiği sorgulandığında öğrencilerin tamamı matematik sınavı öncesinde heyecanlandıklarını ve ‘acaba yapabilecek miyim’ diye düşündüklerini ifade etmiştir. Bununla birlikte matematik başarısına güvenen ve motivasyonları içsel türde olan yedi öğrenci sınav sürecinde oldukça rahat hissettiğini belirtirken güven eksikliği yaşayabilen öğrenciler yeterince çalışmadıkları veya sınav sorularının zor olduğunu düşünmeleri durumunda endişeye kapılmaktadır. Benzer şekilde bu öğrencilerin soruları çözebildiğini gördükçe kendisine daha fazla güvendikleri ve daha rahat hissettikleri görülmüştür. Bu durumun öğrencilerin yüksek not alabilme endişesinden uzak olma ve başarılı olacaklarına duydukları inançla yakın ilişkili olduğu

söylenebilir. Diğer yandan bu öğrencilerin beşinin yaşadığı sınav heyecanının bildiklerini unutturacak kadar fazla olduğu ve matematik sınavlarında oldukça gergin/stresli hissettikleri görülmüştür. Bazı örnek görüşler şunlardır: “*matematik sınavlarında kendimi çok heyecanlı hissediyorum. Yani heyecandan bazı soruları yapamıyorum. Bildiğim konuları bile yapamıyorum.*”, “*Çok heyecanlanıyorum. Böyle elim ayağıma dolaşiyor. Çok karıştırıyorum her şeyi. Bir anda unutuyorum, bildiğim konuları falan unutuyorum, karıştırıyorum işlemleri...*” Matematiksel kaygının kolaylaştırıcı ve güçleştirici yönü bakımından ele alındığında bu beş öğrencinin yaşadığı sınav kaygısının güçleştirici türde olduğu görülmektedir.

2.2.2.2.4. Problem çözmeye açıklık teması

Bu tema altında elde edilen kategori ve alt kategorilere ilişkin detaylı bilgiler aşağıda sunulmaktadır.

Problem çözme azmi

Problem çözmeye açıklıklarının incelenmesinde ilk olarak zor bir problemin öğrenciler için nasıl bir anlam ifade ettiği sorgulanmış ve ardından zor olduğunu düşündüğü bir problemi çözme konusundaki öğrenci yaklaşımları incelenmiştir. Bu kapsamda iki farklı görüş ile karşılaşılmıştır. Bu görüşlerden ilki öğrencilerin anlayamadığı konu/konulardaki problemlerin zor olduğunu düşünmeleri şeklinde iken ikincisi, okuduğunda anlayamadıkları ve çözüm yolu konusunda fikir sahibi olmadıkları problemlerin zor olduğunu düşünmeleri şeklinde olmuştur. Öğrencilerin karmaşık/zor problemleri çözme yaklaşımlarının ise problemden kaçınma ya da probleme yaklaşma şeklinde iki türlü olduğu gözlenmiştir.

Zorlayıcı problemden kaçınma

Bu kategorideki beş öğrenci zor bir problem ile karşılaştığında bireysel olarak problem üzerinde çalıştıklarını, doğru yanıtı ulaşamama durumunda ise bir başka soru ile çalışmalarını sürdürdüklerini belirtmiştir. Yani, bu öğrenciler bir kere deneyip çözemedikten sonra problem üzerinde tekrar düşünmeyi gerekli görmemektedir. Ayrıca zorlayıcı bir problemden kaçınma yaklaşımı sergileyen bu öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarının sonuç odaklı olması dikkat çekicidir. Başka bir deyişle, bu öğrenciler bir problemin çözüm yolunu anlamak yerine doğru sonuca ulaşabilmeyi daha değerli

görmekte ve doğru sonucu bulmaya odaklanmaktadır. Bazı örnek görüşler aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: Zor olduğunu düşündüğün bir problemi çözme yaklaşımın nasıldır?

Öğrenci: Yapamazsam bırakırım, devam etmem.

Öğrenci: Zaten çözemediğim için fazla uğraşmam.

Zorlayıcı probleme yaklaşma

Karmaşık/zor bir problemi çözme sürecinde öğrencilerin 26'sı problem durumunu tekrar tekrar okuyarak ne sorulduğunu anlamaya çalıştığını, çözüme ulaşamama durumunda farklı çözüm yollarına başvurduğunu, uzun uğraşlarına karşın halen çözememeleri durumunda ise arkadaşlarına ya da öğretmenlerine danışarak problemin çözümü konusunda yardım aldıklarını belirtmiştir. Ancak bu öğrencilerin 18'i zorlayıcı/karmaşık problem durumları ile çalışmayı sevmediklerini belirtmiştir. Dolayısıyla söz konusu öğrencilerin matematik ilgilerinin problemlerin zorluk derecesine bağlı olarak değişkenlik gösterdiği görülmüştür. “*Zorlayıcı sorular dışında matematiği seviyorum.*”, “*Bazen beyin yakan soruları oluyor, onlar biraz ürkütücü*” gibi öğrenci görüşleri bu duruma örnek olarak gösterilebilir.

Diğer yandan öğrencilerin sekizinin matematiğin mantık yürütmeyi gerektiren yönünü seven ve zorlayıcı, karmaşık problem durumları ile çalışmaktan hoşlanan öğrenciler olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra bu öğrencilerin problem çözmede süreç odaklılığın önemine dikkat çekerek matematiksel bir çözümün mantığını kavramayı doğru sonucu bulmaktan daha önemli gördükleri gözlenmiştir. Örneğin, “*Matematik mantıkla, yorumla yapabileceğim bir ders. Bu yüzden mantık yürütmem gereken sorularla çalışmayı seviyorum.*”, “*Mantık yürütmem ve beynimi çalıştırmamı gerektiren sorular olduğunda matematiği daha çok seviyorum.*” şeklindeki görüşler öğrencilerin problem çözmeye açıklıklarını yansıtır niteliktedir.

2.2.3. Katılımcı seçimi

Araştırma katılımcılarının matematiksel iletişim düzeyi ve duyuşsal özellikler bakımından farklılık gösteren öğrenciler olarak belirlenmesi amaçlandığından ön görüşme sonuçları bu amacın gerçekleşmesine yönelik ölçütlerin benimsenerek katılımcıların belirlenmesinde belirleyici olmuştur. Matematik öz-yeterliği, matematiksel

motivasyon, matematik kaygısı ve problem çözmeye açıklık temalarına ilişkin kategoriler Tablo 2.11’de sunulmaktadır.

Tablo 2.11. Öğrencilerin duyuşsal özellik alt kategorilerine dağılımı

Temalar	Alt Kategoriler	Matematiksel Motivasyon		Derse ilişkin kaygı	Matematiksel Kaygı		Problem Çözmeye Açıklık	
		İçsel	Araçsal		Sınav kaygısı Kolaylaştırıcı	Güçleştirici	Yaklaşma	Kaçınma
Öz- Matematiksel veterlik	Özgüvenli olmak	7	5	-	12	-	12	-
	Bazen güven eksikliği yaşamak	-	13	5	8	5*	2 8	3
	Özgüvensizlik	-	6	2	4	2*	3	2 1

*Matematik dersine ilişkin kaygısı olan öğrencilerin aynı zamanda sınav kaygısı da yaşadıkları göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır.

Tablo 2.11 göz önünde bulundurulduğunda katılımcı seçimindeki ölçütler şu şekilde belirlenmiştir:

- **Her bir alt sınıfın temsil edilmesi:** Tablo 2.11’deki dağılım göz önünde bulundurularak oluşan her bir hücreden en az bir öğrencinin seçilmesi ve böylece duyuşsal özellikler bakımından farklılık gösteren tüm öğrenci gruplarının temsil edilebilmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda eğer mümkünse her hücreden en az iki öğrencinin seçilmesi yoluna gidilmiştir.
- **Öğrencilerin (alt)kategorilere göre heterojen dağılım göstermesi:** Tablo 2.11’deki dağılımın okullara göre nasıl farklılaştığı incelenerek herhangi bir okuldan seçilecek temsilcilerin yalnızca bir ya da birkaç kategori altında toplanmaması ve öğrenci dağılımı mümkün olduğunca heterojen olacak şekilde seçim yapılmıştır.

Yukarıda sunulan ölçütler doğrultusunda ve gönüllülük esas alınarak yapılan seçimler sonucunda B okulundan altı, D okulundan dört ve E okulundan beş olmak üzere toplam 15 öğrenci araştırmanın katılımcıları olarak belirlenmiştir.

Matematiksel iletişim düzeyi ve duyuşsal özellikler bakımından farklılık gösteren katılımcıların okullara göre dağılımı ve araştırmada kullanılan takma isimleri Tablo 2.12’deki gibi belirlenmiştir.

Tablo 2.12. Araştırmanın katılımcıları

Okul Kodu	Takma İsim	İletişim Düzeyi
B (Yüksek gelir düzeyindeki sosyo-ekonomik çevre)	Elçin	0 düzeyi
	Defne	1 düzeyi
	Semih	Ağırlıklı-1 düzeyi
	Ece	Ağırlıklı-2 düzeyi
	Melike, Dilek	2 düzeyi
E (Orta gelir düzeyindeki sosyo-ekonomik çevre)	Ali	0 düzeyi altı
	Rüya	0 düzeyi
	Demir, Melih	Ağırlıklı-1 düzeyi
	İrem	2 düzeyi
D (Düşük gelir düzeyindeki sosyo-ekonomik çevre)	Gökhan	0 düzeyi altı
	Nazan, Can	0 düzeyi
	Hande	Ağırlıklı-1 düzeyi

Tablo 2.12’den görüldüğü gibi öğretim uygulamaları sosyo-ekonomik açıdan iyi, orta ve zayıf imkânlı öğrencilerin bulunduğu üç ortaokulda gerçekleştirilmiştir.

Tablo 2.13. Katılımcılar ve duyuşsal özellikleri

Temalar	Matematiksel Motivasyon		Matematiksel Kaygı		Problem Çözmeye Açıklık		
	Alt Kategoriler	İçsel	Araçsal	Derse ilişkin kaygı	Sınav kaygısı	Yaklaşma	Kaçınma
Matematiksel Öz-yeterlik	Özgüvenli olmak	Melike İrem Ece	Dilek Can Semih	-	Melike İrem Ece Dilek Can Semih	-	Melike İrem Ece Dilek Can Semih
	Bazen güven eksikliği yaşamak	-	Defne Demir Melih Hande Rüya Nazan	Demir	Defne Melih Rüya Nazan	Demir Hande	Hande Defne Melih Rüya Nazan
	Özgüvensizlik	-	Ali Elçin Gökhan	Ali Gökhan	Elçin	Ali Gökhan	Elçin Ali Gökhan

Öğretim uygulamalarının öğrencilerin doğal ortamlarında gerçekleştirilmesi amacıyla her bir öğretim bölümü üç okulda ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir. Diğer yandan iletişimi Ağırlıklı-3 düzeyinde olan B okulunda toplam iki, D okulunda ise bir öğrencinin bulunmasına (bkz. Tablo 2.10) ve bu öğrencilerden ikisi ile ön görüşme gerçekleştirilmiş olmasına karşın hiçbirinin katılımcılar arasında yer almadığı görülmektedir. Nitekim bu öğrenciler çalışmaya katılmaya gönüllü olmamakla birlikte MOÖ-1 sonuçları bağlamında

Ağırlıklı-2 düzeyi veya 2 düzeyi öğrencileri ile kıyaslandığında daha az sayıda soruya doğru yanıt verdikleri görülmüştür. Sonuç olarak bu durum bir sınırlılık olarak değerlendirilmemiştir. Diğer yandan araştırmanın katılımcılarını oluşturan 15 öğrencinin 9'u kız, 6'sı erkek olup öğrencilerin duyuşsal özelliklerine göre nasıl bir dağılım gösterdiği Tablo 2.13'te sunulmuştur. Araştırmanın katılımcılarının Tablo 2.13'te sunulduğu şekliyle belirlenmesinin ardından bu öğrencilerin ve velilerinin araştırma süreci hakkında bilgilendirilmesi ve veli izinlerinin alınması süreci gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte her bir katılımcıdan velisi tarafından onaylanmış 'Öğrenci Velisi Bilgilendirme ve İzin Formu' temin edilmiştir (Ek-7).

2.2.4. Pilot çalışması

Araştırmada matematiksel iletişim becerisi gelişimini desteklemeye yönelik olarak tasarlanan her bir öğretim uygulamasının pilot çalışması gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmaları kapsamında öğretim uygulamalarının içerik olarak öğrenci düzeyine uygunluk, anlaşılabilirlik, olası öğrenci hataları, uygulamanın gerçekleştirilme süresi gibi konularda bilgi sahibi olmak ve bu doğrultuda uygulamalar öncesinde gerekli düzenlemelerin yapılması amaçlanmıştır.

Araştırmanın pilot çalışması grubu, katılımcı seçim süreci uygulamalarının gerçekleştirildiği ancak asıl uygulama sürecinde yer almayan ve sosyo-ekonomik açıdan orta imkânlarla sahip öğrencilerin bulunduğu bir çevrede yer alan ortaokuldaki toplam altı öğrenciden oluşmuştur. Pilot çalışması grubunda gerçekleştirilen öğretim uygulamaları ile araştırma takvimi arasında yaklaşık on günlük bir zaman farkı söz konusu olmuştur. Bu sürenin pilot çalışmalardan elde edilen sonuçların detaylı bir şekilde incelenmesi ve gerekli düzeltmelerin yapılabilmesi için yeterli olduğu düşünülmüştür.

2.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada kullanılan veri toplama araçları katılımcı seçimi sürecinde kullanılan veri toplama araçları ile öğretim deneyi sürecinde kullanılan veri toplama araçlarından oluşmaktadır.

2.3.1. Katılımcı seçimi sürecindeki veri toplama araçları

Bölüm 2.2'de detaylı olarak açıklandığı gibi katılımcıların belirlenmesi sürecinde Duyuşsal Alan Ölçeği ve Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 kullanılmıştır. Ayrıca

belirlenen ölçütler doğrultusunda seçilmiş öğrencilerle duyuşsal özelliklere ilişkin ön görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

2.3.2. Öğretim deneyi sürecindeki veri toplama araçları

Öğretim deneyi sürecinin başlangıcında araştırmanın katılımcısı olarak belirlenen 15 öğrenciyle MOÖ-1'e yönelik olarak matematiksel iletişim düzeyleri ve matematik okuryazarlığı performansları hakkında detaylı bilgi sahibi olmak amacıyla ön klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Katılımcıların öğretim uygulamaları sürecindeki sözlü iletişimlerini video kayıtları kullanılarak incelenirken yazılı iletişimlerinin incelenmesi için ise öğretim uygulamaları katılımcı izleme araçları kullanılmıştır. Diğer yandan öğrenci günlükleri ve araştırmacı günlüğü de araştırmanın veri toplama araçları arasında yer almıştır. Öğretim uygulamalarının tamamlanmasının ardından katılımcıların MOÖ-2'ye yönelik olarak matematiksel iletişim becerisi ve matematik okuryazarlığı performanslarının incelenmesi amacıyla son klinik görüşmeler; duyuşsal özelliklerinin incelenmesi amacıyla ise duyuşsal özelliklere ilişkin son görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

2.3.2.1. Ön klinik görüşmeler

Öğretim uygulamaları öncesinde öğrencilerin matematiksel iletişim düzeyleri ve matematik okuryazarlığı performansları hakkında detaylı bilgi sahibi olmak amacıyla katılımcı seçim sürecinde kullanılan Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 kapsamındaki PISA sorularına verdikleri yanıtlar üzerinden ön klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda öğrencilere kendilerine ait Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 formu verilerek matematik okuryazarlığı döngüsünde işe koşulan sözlü ve yazılı matematiksel iletişim becerileri sorgulanmıştır. Başka bir deyişle, öğrencilere problem durumlarını nasıl yorumladıkları, problem metninde yer alan günlük dildeki çeşitli ifadeleri matematiksel olarak nasıl ifade ettikleri, problemi nasıl çözdükleri, problem çözme sürecinde ne tür ilişkilendirmelerden yararlandıkları ve buldukları sonucu nasıl yorumladıkları gibi konular hakkında sorular yönlendirilmiştir (Ek-8).

Ön klinik görüşme sorularının belirtilen amaçlara uygunluğunun ve anlaşılabilirliğinin değerlendirilmesi amacıyla matematik eğitimi alanında bir uzmanın görüşlerine başvurulmuştur. Elde edilen görüşler doğrultusunda sorular tekrar gözden geçirilerek bazı düzenlemeler yapılmıştır. Ön klinik görüşmelere ilişkin pilot çalışması kapsamında araştırmanın pilot çalışması grubunda yer alan gönüllü bir öğrenci ile çalışılmış ve elde

edilen sonuçlar doğrultusunda çeşitli soru ifadeleri ve alt sorular düzenlenmiştir. Ön klinik görüşmeler ortalama “ 45 dakika” sürmüş ve her biri video kamera kullanılarak kayıt altına alınmıştır.

2.3.2.2. Video kayıtları ve öğretim uygulamaları katılımcı izleme araçları

Öğretim deneyi sürecinde gerçekleştirilen öğretim uygulamalarının her biri video kamera kullanılarak kayıt altına alınmıştır. Böylelikle katılımcıların bu süreçteki sözlü iletişimlerinin incelenmesi mümkün olmuştur. Diğer yandan katılımcıların yazılı iletişimlerinin incelenmesi amacıyla her bir öğretim uygulaması için katılımcıların bireysel olarak yazılı çözümlerini sundukları Öğretim Uygulamaları Katılımcı İzleme Araçları hazırlanmıştır.

2.3.2.3. Öğrenci günlüğü

Öğrenci günlüğü katılımcıların öğretim sürecine ilişkin duygu ve düşüncelerini gösteren yazılı ifadelerden oluşmaktadır. Yani, öğrencilerin öğretim süreci sonrasındaki duyuşsal özellikleri, matematiksel görev ve görevin uygulanması hakkındaki görüşleri öğrenci günlüğünün içeriğini oluşturmaktadır. Öğrenci günlükleri özellikle duyuşsal özelliklerin incelenmesinde oldukça önemli bir rol oynamıştır.

2.3.2.4. Araştırmacı günlüğü

Araştırmacı günlüğü araştırmacı-öğretmen rolündeki araştırmacının öğretim deneyi sürecindeki alan notlarının yer aldığı bir araç olmuştur. Bu günlükte araştırmacının veri toplama süreci aşamaları boyunca gerçekleştirdiği gözlemleri ile ilgili notları bulunmaktadır. Bu kapsamda her bir öğretim bölümü öncesine ilişkin olarak öğrencilerde informal olarak gözlemlenen bilişsel veya duyuşsal davranışlar not alınmıştır. Öğretim bölümleri sonrasında ise öğrencilerin öğretim bölümleri süresince birbirleriyle ve araştırmacıyla olan matematiksel iletişimleri, öğretim sürecinde aktif katılım gösterdikleri/göstermedikleri durumlar, duyuşsal tepkiler vb. not alınmıştır.

2.3.2.5. Son klinik görüşmeler

Öğretim uygulamaları tamamlandıktan sonra öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri ve matematik okuryazarlığı performanslarının detaylı olarak incelenmesi

amacıyla PISA uygulamalarına ilişkin olarak MEB tarafından yayımlanmış matematik okuryazarlığı problemleri arasından toplam 10 adet matematik okuryazarlığı sorusu belirlenmiştir. Bu süreçte, kullanılan temsil ve nicelikler, çözüm sürecinde işe koşulan beceri vb. bakımından öğretim bölümleri öncesinde kullanılan ölçme aracı olan Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 kapsamında yer alan problemlerle maksimum uyum sağlanacak şekilde soru seçimi yoluna gidilmiştir. Diğer yandan her iletişim düzeyinden ve her güçlük seviyesinden soru seçilmesi hususu göz önünde bulundurularak Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-2 (MOÖ-2) oluşturulmuştur (Ek-9). MOÖ-2 kapsamını oluşturan sorular ve bu soruların iletişim düzeylerine ilişkin olarak Bölüm 2.3.5.1’de detaylı açıklamalar sunulmuştur.

MOÖ-2 uygulamasının tamamlanmasının ardından öğrencilerin matematiksel iletişim düzeyleri ve matematik okuryazarlığı performansları hakkında detaylı bilgi sahibi olmak amacıyla MOÖ-2 kapsamındaki PISA sorularına verdikleri yanıtlar üzerinden son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Son klinik görüşme sorularının (Ek-10) belirtilen amaçlara uygunluğunun ve anlaşılabilirliğinin değerlendirilmesi amacıyla matematik eğitimi alanında bir uzmanın görüşlerine başvurulmuştur. Elde edilen görüşler doğrultusunda sorular tekrar gözden geçirilerek bazı düzenlemeler yapılmıştır. Son klinik görüşmelere ilişkin pilot çalışması kapsamında araştırmanın pilot çalışması grubunda yer alan gönüllü bir öğrenci ile çalışılmış ve elde edilen sonuçlar doğrultusunda çeşitli soru ifadeleri ve alt sorular düzenlenmiştir. Son klinik görüşmeler ortalama “60 dakika” sürmüş ve her biri video kamera kullanılarak kayıt altına alınmıştır.

2.3.2.5.1. Matematik okuryazarlığı ölçme aracı-2 ve iletişim düzeyleri

MOÖ-2 kapsamını oluşturan sorular ve bu soruların iletişim düzeylerine ilişkin olarak aşağıda detaylı açıklamalar sunulmaktadır.

HANGİ ARABA?

Ceren ehliyetini yeni almıştır ve ilk arabasını satın almak istemektedir.

Aşağıdaki tablo Ceren’in yerel bir araba galerisinde bulduğu dört arabanın ayrıntılarını göstermektedir.

Ceren, aşağıdaki tüm şartları karşılayan bir araba istemektedir:

- *Kat ettiği mesafe 120 000 kilometreden fazla olmayacak.*
- *2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak.*
- *İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak.*

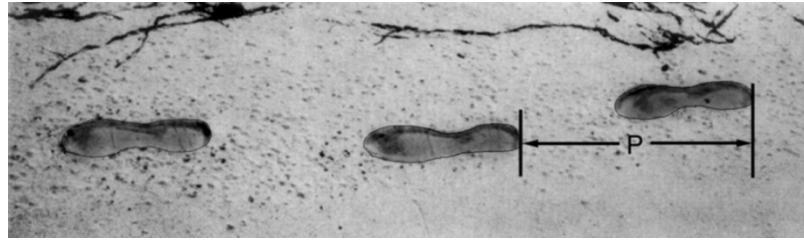


<i>Model:</i>	<i>Alfa</i>	<i>Beta</i>	<i>Gama</i>	<i>Tetra</i>
<i>Yıl</i>	2003	2000	2001	1999
<i>İstenen fiyat (zed)</i>	4800	4450	4250	3990
<i>Kat ettiği mesafe (kilometre)</i>	105 000	115 000	128 000	109 000
<i>Motor hacmi (litre)</i>	1,79	1,796	1,82	1,783

Hangi araba Ceren'in şartlarını karşılamaktadır?
A. Alfa B. Beta C. Gama D. Tetra

İletişim düzeyi: Hangi Araba probleminin iletişim düzeyi Düzey-0 olarak belirlenmiştir. Problemden dört farklı modeldeki araba için yıl, istenen fiyat, kat ettiği mesafe ve motor hacmi özelliklerini gösteren bir tablo sunulmuştur. Öğrencilerden beklenen belirtilen koşulları hangi araba modelinin sağladığına karar vermeleridir. Dolayısıyla soru kökü açık ve nettir. Çözüm sürecinde tablodaki verilerin belirtilen koşullar ile karşılaştırılması gerekmektedir. Bunun için herhangi bir dışsal bilginin kullanımına ihtiyaç duyulmamaktadır. Problem çoktan seçmeli soru türündedir ve anlatımcı bileşeni tek bir sayısal sonucu kapsamaktadır.

YÜRÜYÜŞ



Resim, yürüyen bir erkeğin ayak izlerini gösteriyor. Adım uzunluğu P , ardışık iki ayak izinin topukları arasındaki mesafedir.

n = bir dakikadaki adım sayısı

P = adım uzunluğunu metre olarak belirtirse;

Erkekler için, $\frac{n}{P} = 140$ formülü, n ve P arasındaki yaklaşık bir ilişkiyi gösterir.

Soru 1

Eğer formül Hakkı'nın yürüyüşüne uygulanırsa ve Hakkı dakikada 70 adım atarsa, Hakkı'nın bir adım uzunluğu ne olur? İşleminizi gösteriniz.

.....

.....

.....

İletişim düzeyi: İletişimin alıcı bileşeni bağlamında değerlendirildiğinde problem durumunda ‘bir dakikadaki adım sayısı’ ve ‘adım uzunluğu’ şeklindeki iki değişken arasındaki ilişkiyi gösteren bir formül sunulduğu görülmektedir. Bu kapsamda çözüm sürecinde yalnızca $n=70$ değerinin formülde yerine konularak P değerinin hesaplanması gerektiği görülmektedir. Dolayısıyla iletişimin anlatımcı bileşeni yalnızca sayısal bir sonucun sunulmasını kapsamaktadır. Sonuç olarak Soru 1’in iletişim düzeyi Düzey-1 olarak belirlenmiştir.

Soru 2.

Burak, adım uzunluğunun 0,80 metre olduğunu biliyor. Formül Burak’ın yürüyüşüne uygulanır.

Burak’ın bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak hesaplayınız. İşleminizi gösteriniz.

.....
.....
.....

İletişim düzeyi: Soru-2’nin iletişim düzeyi Düzey-3 olarak belirlenmiştir. İletişimin alıcı bileşeni kapsamında ilk olarak formülün kullanılarak verilen sayı değerleri için hesaplama yapılması gerektiği görülmektedir. Yani, $P = 0,80$ değerinin formülde yerine konularak n değeri hesaplanmaktadır. İkincil olarak ise adım sayısı (n) ve adım uzunluğu (P) değişkenleri arasında ($n \times P$) şeklinde bir ilişki kurulmakta ve böylece üçüncü ve yeni bir nicelik olarak yürüme hızına ilişkin matematiksel bir model oluşturulmaktadır. Dolayısıyla anlatımcı bileşen kapsamında değerlendirildiğinde ortaya konan bu yeni cebirsel ifadeye bağlı olarak bir dakikadaki yürüme hızının m/dk ve km/sa türünden hesaplandığı ve iki farklı sayısal sonucun sunulmasını gerektirdiği görülmektedir.

DÖVİZ KURU

Singapur’dan Mei-Ling karşılıklı değişim öğrencisi olarak 3 ay süreyle Güney Afrika’ya gitmek için hazırlık yapıyordu. Onun, bir miktar Singapur dolarını (SGD) Güney Afrika para birimi olan randa (GAR) çevirmesi gerekti.

Soru 1: Mei-Ling, Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kuru işlemlerinin şu biçimde olduğunu öğrendi:

1 SGD = 4,2 GAR

Mei-Ling bu döviz kurundan 3000 Singapur dolarını Güney Afrika randına çevirdi. Mei-Ling ne kadar Güney Afrika randı aldı?

.....
.....
.....

Yanıt:

İletişim düzeyi: Problem matematiksel iletişimin alıcı bileşeni bağlamında değerlendirildiğinde öğrencilerin problem metnindeki ‘dolar’ ve ‘rand’ para birimleri ile bu para birimlerine ait kısaltmaları (SGD ve GAR) tanıyabilmeleri ve ayrıca çözüme ulaşma sürecinde hangi bilgilere ihtiyaç duyulacağını belirleyebilmeleri gerekmektedir. Örneğin “üç aylık zaman dilimi” bilgisinin Soru-1’in çözümü için gerekli bir bilgi olmadığı görülmektedir. Diğer yandan problemdeki son cümle “ne kadar Güney Afrika randının alındığı” neyin sorulduğunu açıkça ortaya koymaktadır. Başka bir deyişle, öğrencilerden istenen dolaysız bir şekilde ifade edilmiştir. Çözüm sürecinde ise Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki ilişkinin dikkate alınması ve orantısal muhakeme becerisinin işe koşulması gerekmektedir. Yani, ilişkilendirilmesi gereken iki bileşen söz konusudur ve bu ilişki karmaşık değil, basittir. Anlatımcı iletişim bakımından ise herhangi bir açıklama yapılması istenmemekte, yanıt olarak ulaşılan sayısal sonucun yazılması istenmektedir. Sonuç olarak Soru-1’in iletişim düzeyi Düzey-1 olarak belirlenmiştir.

Döviz Kuru probleminin ikinci sorusu ve iletişim düzeyi bilgileri aşağıdaki gibidir.

Soru 2: 3 ay sonra Singapur’a döndüğünde, Mei-Ling’in 3900 GAR parası kalmıştı. O, döviz kurunun aşağıdaki gibi değiştiğini dikkate alarak bu parayı Singapur dolarına çevirdi:

1 SGD = 4,0 GAR

Mei-Ling ne kadar Singapur doları aldı?

.....
.....
.....

Yanıt:

İletişim düzeyi: Soru-2’nin iletişim düzeyi Düzey-1 olarak belirlenmiştir. Problem alıcı bileşen bakımından incelendiğinde Soru-1’e benzer bir yapıda olduğu görülmektedir. Nitekim çözüm sürecinde hangi bilgilere ihtiyaç duyulduğunun belirlenmesi ve söz konusu para birimleri arasındaki ilişkiyi gösteren denklemin ifade ettiği anlamın yorumlanması gerekmektedir. Bununla birlikte problemde neyin sorulduğu “ne kadar Singapur dolarının alındığı” ifadesiyle açıkça ortaya konmaktadır. İletişimin anlatımcı bileşeni bakımından ise yine soru-1’e benzer olarak herhangi bir açıklama yapılmaksızın yalnızca ulaşılan sayısal sonucun yazılması istenmektedir.

Döviz Kuru probleminin üçüncü sorusu ve iletişim düzeyi bilgileri aşağıdaki gibidir.

Soru 3:

Bu 3 ay süresince döviz kuru oranı bir SGD için 4,2'den 4,0 GAR'a değişmiştir. Mei-Ling Güney Afrika randını yeniden Singapur dolarına çevirdiğinde, döviz kurunun 4,2 GAR yerine 4,0 GAR olması Mei-Ling'in yararına mı olmuştur? Yanıtınızı destekleyecek bir açıklama yazınız.

.....

.....

İletişim düzeyi: Soru-3'ün iletişim düzeyi Düzey-2 olarak belirlenmiştir. Matematiksel iletişimin alıcı bileşeni bağlamında değerlendirildiğinde soruda birbirleriyle ilişkilendirilmesi gereken birden çok bileşenin söz konusu olduğu görülmektedir: Singapur'dan Güney Afrika'ya gitmeden önceki döviz kuru, Güney Afrika'dan Singapur'a döndükten sonraki döviz kuru ve döviz kurundaki değişimin yorumlanması. Ayrıca problemde neyin sorulduğunun anlaşılması için 'yararına olmak' ifadesinin yorumlanması gerekmektedir. Bu kapsamda döviz kurundaki değişime bağlı olarak Mei-Ling'in para miktarındaki artış ya da azalış ortaya konmalıdır. Dolayısıyla Güney Afrika'dan Singapur'a döndükten sonra kalan parasının kaç SGD olduğunun belirlenmesi, eğer döviz kurunda herhangi bir değişiklik olmasaydı o zaman kaç SGD olurdu sorusunun yanıtlanması ve elde edilen sonuçların karşılaştırılarak söz konusu değişimin Mei-Ling'in yararına mı zararına mı olduğunun yorumlanması gerekmektedir. İletişimin anlatımcı bileşeni ise yalnızca bir sayısal değer sunulmasının ötesinde yanıtın desteklenmesine yönelik olarak detaylı bir açıklama yapılmasını içermektedir.

BİSİKLET SÜRÜCÜSÜ HALE

Hale, yeni bir bisiklet almıştır. Bisikletin gidonunda bir hız ölçer bulunmaktadır. Hız ölçer, Hale'nin gittiği mesafeyi ve yolculuğundaki ortalama hızını gösterebilmektedir.

Soru 1:

Hale, bir yolculuğunda ilk 10 dakikada 4 km ve sonraki 5 dakikada 2 km bisiklet sürmüştür.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

- A. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha fazladır.*
- B. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır.*
- C. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır.*
- D. Verilen bilgilerle, Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir.*



İletişim düzeyi: Anlatımcı bileşen bağlamında soru kökünün açık ve anlaşılır olduğu gözlenmektedir. Bununla birlikte çözüm sürecinde dışsal kaynaklı bir bilgi olarak ortalama hız bağıntısının işe koşulması gerekmektedir. Bu kapsamda ilişkilendirilmesi gereken bileşenler alınan yol ve zaman değişkenleri olmaktadır. Soru çoktan seçmeli türde olduğundan anlatımcı bileşen herhangi bir sayısal sonuç veya yazılı açıklama içermemektedir. Dolayısıyla Soru-1'in iletişim düzeyi Düzey-1 olarak belirlenmiştir.

Soru 2:

Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hız ölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/h olduğunu göstermiştir.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

A. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür.

B. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür.

C. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür.

D. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir.

İletişim düzeyi: Anlatımcı bileşen yönüyle ele alındığında problem durumunun Soru-1'e benzer bir şekilde ortalama hız hesabı ile ilgili olduğu görülmektedir. Yani, ortalama hız bağıntısı kullanılarak bisiklet sürülen zaman hesaplanmakta ve ardından birimler arası ilişkilendirme yapılarak sonuç dakika türünden ifade edilmektedir. Bu süreçte dışsal bir bilgi olarak bir saatin 60 dakika olduğu bilgisi işe koşulmaktadır. Sorunun yine Soru-1'e benzer şekilde çoktan seçmeli türde olması yalnızca şıklardan bir tanesinin seçilmesini gerektirmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin doğru sonuca yönelik olarak herhangi bir çözüm/açıklama sunmaları beklenmemektedir. Dolayısıyla Soru-2'nin iletişim düzeyi Düzey-1 olarak belirlenmiştir.

PİZZALAR

Bir pizzacı aynı kalınlıkta ve farklı boyutta iki yuvarlak pizza sunmaktadır. Pizzaların küçüğü 30 cm çapındadır ve maliyeti 30 zeddir. Büyüğü 40 cm çapındadır ve maliyeti 40 zeddir.

Hangi pizza maliyetine göre daha uygundur? Gerekçenizi belirtiniz.

.....

.....

.....

İletişim düzeyi: Pizzalar sorusunun iletişim düzeyi Düzey-3 olarak belirlenmiştir. İletişimin alıcı bileşeni bağlamında değerlendirildiğinde soru kökündeki 'maliyetine göre daha uygun' ifadesinin ne anlama geldiğinin yorumlanması gerekmektedir. Bu doğrultuda birbirleriyle ilişkilendirilmesi gereken bileşenlerin pizza büyüklükleri ve

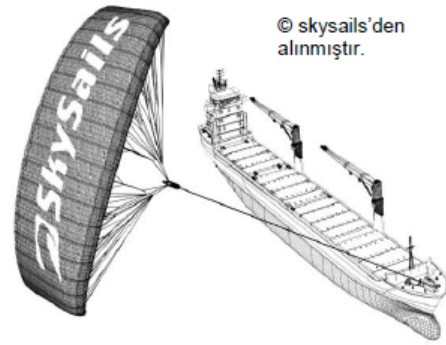
maliyetleri olduğu görülmektedir. Bu kapsamda pizzaların büyüklüklerinin kapladıkları alan ile ilişkili olduğu yorumlanmalı ve pizzaların aynı kalınlıkta olduğu göz önünde bulundurularak her iki büyüklükteki pizza için alan ölçüleri hesaplanmalıdır. Ardından cm² başına ödenen tutar veya 1TL'ye karşılık gelen pizza miktarı elde edilmeli ve ulaşılan sonuçlar karşılaştırılmalıdır. İletişimin anlatımcı bileşeni ise yalnızca bir sayısal değerin sunulmasının ötesinde yanıtın desteklenmesine yönelik olarak detaylı bir açıklama yapılmasını içermektedir.

PARAŞÜTLÜ GEMİLER

Dünya ticaretinin yüzde doksan beşi yaklaşık olarak 50 000 tanker, yük gemisi ve konteynır aracılığıyla deniz yoluyla yapılmaktadır. Bu gemilerin büyük bir çoğunluğu dizel yakıt kullanmaktadır.

Mühendisler bu gemilerde rüzgâr enerjisinin kullanımını geliştirmeyi planlamaktadır. Mühendisler hem dizel tüketimini hem de yakıtların çevreye olan etkilerini azaltmak için gemilere paraşüt takılmasını önermektedir.

Dizel yakıtın litresinin 0,42 zed olmasından dolayı Büyük Dalga gemisinin sahipleri gemilerine paraşüt taktırmayı düşünmektedir. Böyle bir paraşütün dizel yakıt tüketimini toplamda yaklaşık %20 azaltacağı tahmin edilmektedir.



Ad: Büyük Dalga

Tür: Yük gemisi

Uzunluk: 117 metre

Genişlik: 18 metre

Yük kapasitesi: 12 000 ton

Maksimum hız: 19 knot (denizcilikte kullanılan hız birimi)

Paraşütsüz bir yıllık dizel tüketimi: yaklaşık 3 500 000 litre



Büyük Dalga gemisine paraşüt takılmasının maliyeti 2 500 000 zed'dir. Yapılan dizel yakıtı tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar? Yanıtınızı destekleyen hesaplamalarınızı gösteriniz.

.....

.....

.....

.....

.....

Yıl sayısı:

İletişim düzeyi: Paraşütlü Gemiler sorusunun iletişim düzeyi Düzey-2 olarak belirlenmiştir. İletişimin alıcı bileşeni bağlamında incelendiğinde soru kökündeki ‘yakıt tasarrufunun kurulum maliyetini karşılaması’ ifadesinin ne anlama geldiğinin yorumlanması gerekmektedir. Bu doğrultuda ilişkilendirilmesi gereken bileşenler kurulum maliyeti ve bir yıldaki yakıt tasarrufu (zed) olmaktadır. Ardından yıllık dizel yakıt tüketim masrafının ve %20 tasarruf edilmesi durumunun göz önünde bulundurulmasıyla toplam tasarrufun ne kadar olduğunun hesaplanması gerekmektedir. Son olarak kurulum maliyeti ile bir yıldaki dizel yakıt tasarrufunun ilişkilendirilerek yıl sayısına ulaşılmaktadır. Bu kapsamda iletişimin anlatımcı boyutu yalnızca sayısal bir sonucun sunulmasını kapsamaktadır.

MOÖ-2 sorularının ilişkili olduğu içerik, iletişim düzeyleri ve madde güçlük seviyelerine ilişkin bilgiler Tablo 2.14’te sunulmuştur. Bu kapsamda Hangi Araba problemi iletişim düzeyi ‘0’ olan ve madde güçlüğü 1 düzeyi altında olan en kolay soru niteliğindedir. Yürüyüş problemi değişim ve ilişkiler öğrenme alanına ilişkin olup iletişim düzeyleri Düzey-1 ve Düzey-3 olan iki alt sorudan oluşmaktadır. Döviz Kuru sorusunun içeriği niceliktir ve iletişim düzeyleri sırasıyla Düzey-1, Düzey-1 ve Düzey-2 olan üç alt sorudan oluşmaktadır. Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin içeriği değişim ve ilişkilerdir ve iletişim düzeyleri Düzey-1 olan iki alt sorudan oluşmaktadır. Son olarak Pizzalar sorusunun iletişim düzeyi Düzey-3 ve Paraşütlü Gemiler probleminin iletişim düzeyi ise Düzey-2 olarak belirlenmiştir. Ayrıca her bir sorunun madde güçlüğü 1’in altı ile Seviye-6 arasında değişmektedir.

Tablo 2.14. Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-2 içeriği

Soru No	Problem	İçerik	İletişim düzeyi	Madde güçlük seviyesi
1	Hangi Araba	Belirsizlik ve Veri	0	1 düzeyi altı
2a	Yürüyüş	Değişim ve İlişkiler	1	5
2b			3	6
3a	Döviz Kuru	Nicelik	1	1
3b			1	2
3c			2	4
4a	Bisiklet Sürücüsü Hale	Değişim ve İlişkiler	1	2
4b			1	3
5	Pizzalar	Uzay ve Şekil	3	6
6	Paraşütlü Gemiler	Değişim ve İlişkiler	2	6

MOÖ-2 içeriğini oluşturan 10 adet sorunun her birinin matematiksel iletişim düzeylerinin belirlenmesinde araştırmacı ile birlikte matematik eğitimi alanında doktora

derecesine sahip ikinci bir alan uzmanının değerlendirmeleri esas alınmıştır. Araştırmacı ve alan uzmanı, soruların iletişim düzeylerini birbirlerinden bağımsız olarak belirlemiş ve ardından puanlamalara yönelik olarak güvenilirlik çalışması gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda puanlayıcılar arası uyum yüzdesine bakılmış, Miles ve Huberman'ın (1994) [$P = (Na / Na + Nd) \times 100$] (P: Uyum Yüzdesi, Na: Uyum Miktarı, Nd: Uyuşmazlık Miktarı) şeklinde tanımladığı formül kullanılarak bu değer % 80 olarak bulunmuştur. şencan'a (2005) göre puanlayıcılar arası değerlendirme sonuçlarının güvenilir sayılabilmesi için uyuşma yüzdesinin en az %75 olması gerekmektedir. Dolayısıyla elde edilen bu değer puanlamaların birbiriyle tutarlı olduğunu göstermiştir. Diğer yandan araştırmacı ve alan uzmanının iletişim düzeyleri bakımından görüş ayrılığı yaşadıkları sorulara ilişkin olarak ise alanında uzman olan bir öğretim üyesine danışılmış ve uzlaşma sağlanmıştır.

2.3.2.6. Duyuşsal özelliklere ilişkin son görüşmeler

Öğretim uygulamalarının tamamlanmasının ardından katılımcıların duyuşsal özelliklerinin ve öğretim bölümlerine ilişkin görüşlerinin incelenmesi amacıyla son görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelerde, ön görüşme soruları ve bu sorulara ek olarak katılımcıların öğretim bölümlerini değerlendirmelerine yönelik olarak hazırlanmış sorular kullanılmıştır (Ek-11).

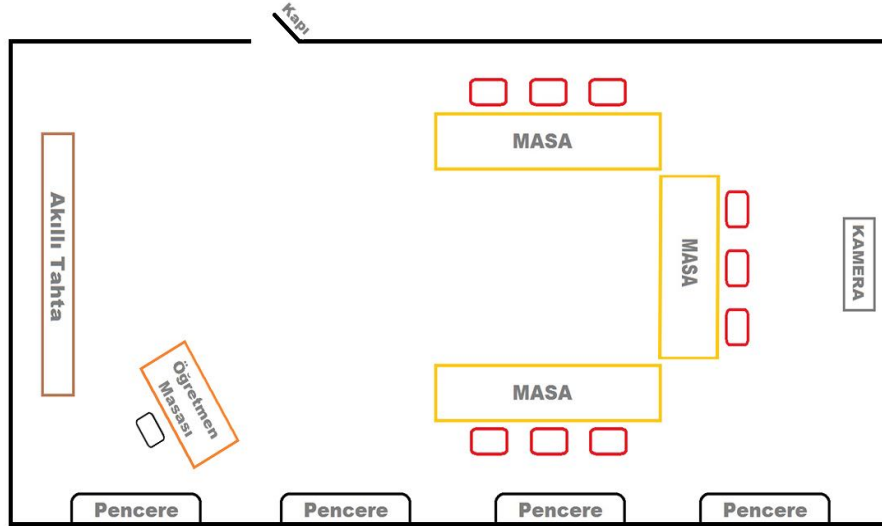
Görüşmeler ortalama 30' sürmüş ve her biri ses kayıt cihazı kullanılarak kayıt altına alınmıştır. 15 öğrenci ile gerçekleştirilen görüşmelerden elde edilen verilerin yazılı dökümleri araştırmacı tarafından yapılarak analiz sürecine geçilmiştir. Bu süreçte görüşme verileri içerik analizi yöntemi (Creswell, 2014) ile analiz edilmiştir. Verilerin analiz edilmesinde güvenilirlik çalışması süreci matematik eğitimi alanında doktora eğitimini sürdürmekte olan bir uzman ile birlikte yürütölmüştür. Bu uzman rastlantısal olarak belirlenen toplam altı öğrenciye ait yazılı dökümler üzerinde çalışarak kod, alt kategori/kategori belirleme çalışması gerçekleştirmiştir. Araştırmacı ve uzmanın birbirlerinden bağımsız olarak belirledikleri kod, alt kategori veya kategorilerin uygunluğuna birlikte karar verilmiştir.

2.4. Sınıf Ortamı

Sınıf oturma düzeninin etkililiğinde öğrencilere kazandırılması amaçlanan bilgi/beceri belirleyici rol oynamaktadır (Wannarka ve Ruhl, 2008). Bu kapsamda iletişim becerisi gelişiminin desteklenmesinin amaçlandığı öğrenme ortamlarının öğrencilerin

birbirleriyle fikir alışverişinde bulunmalarını gerektirdiği düşünüldüğünde böyle bir ortamda yalnızca öğretmen-öğrenci iletişiminin değil, öğretmen-öğrenci, öğrenci-öğrenci iletişiminin teşvik edilmesinin önemi ortaya çıkmaktadır (Bahr ve de Garcia, 2010).

Öğrencilerin geleneksel öğrenme ortamlarındaki sıralı oturma düzeni öğretmen ve öğrenci arasında tek yönlü kurulan iletişimi beraberinde getirmektedir. Oysaki öğrencilerin birbirleriyle yüz yüze gelmeleri ve göz teması kurmaları etkili iletişimin önemli bir bileşenini oluşturmaktadır. Dolayısıyla U tipi, yarım daire tipi veya daire tipi şeklindeki oturma düzenleri bu amacın gerçekleşmesine oldukça katkı sağlamaktadır (Küçükahmet, 2006). Bu tür ortamlarda bulunan öğrenciler hem öğretmenle hem de birbirleriyle iletişim kurabilmektedir. Bu doğrultuda bu araştırmada öğretim uygulamaları, okul yönetimleri tarafından belirlenen ve U tipi oturma düzeninin sağlandığı sınıf ortamlarında gerçekleştirilmiştir. Söz konusu oturma düzenine ilişkin örnek bir kroki Şekil 2.7’de sunulmuştur.



Şekil 2.7. Sınıf oturma düzeni (U tipi oturma düzeni)

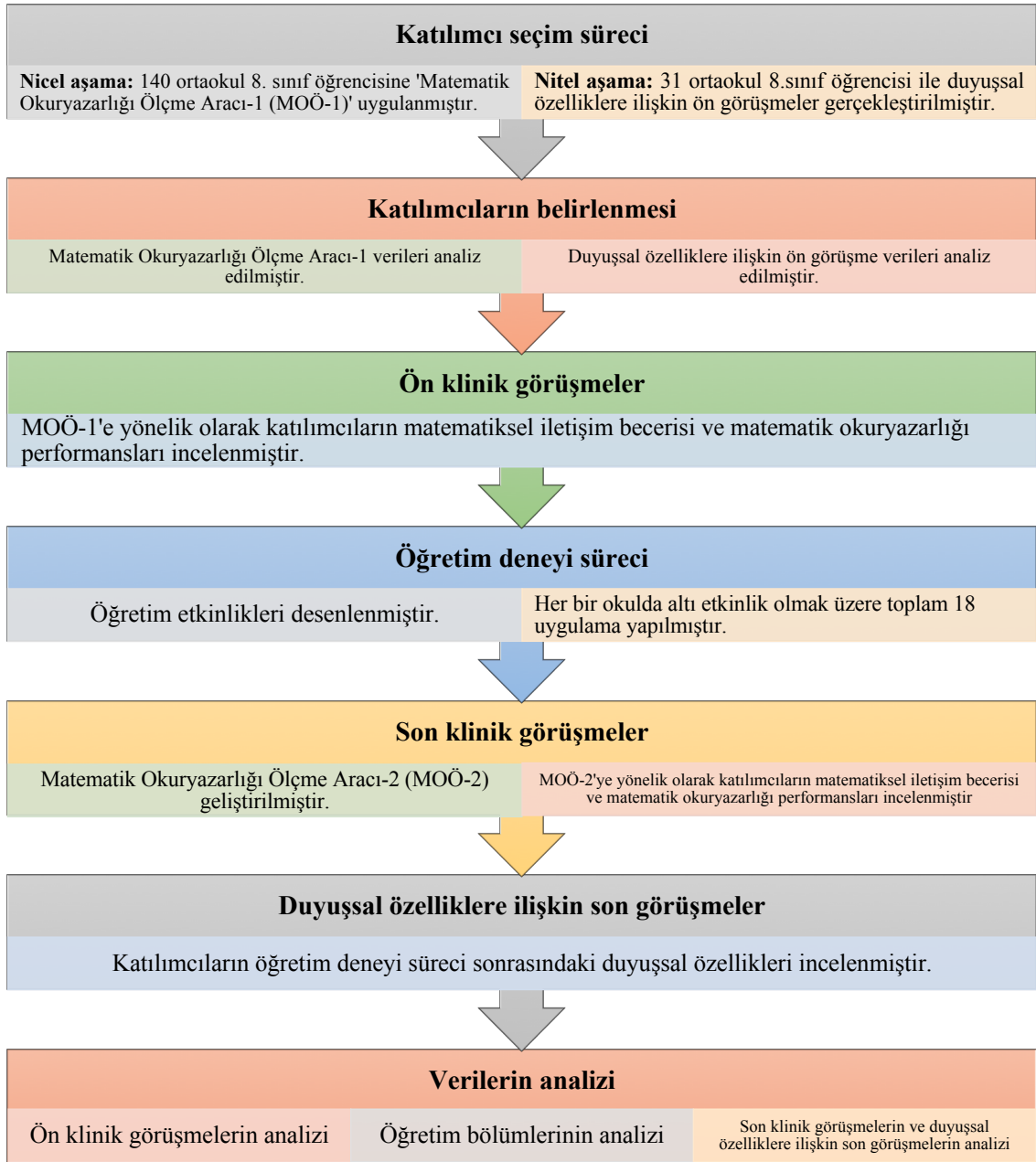
2.5. Araştırmacının Rolü

Öğretim deneyi çerçevesinde desenlenmiş bu nitel araştırmanın birincil veri toplama ve analiz aracı araştırmacının kendisi olmuştur. Ön ve son klinik görüşmeler, öğretim uygulamaları ve duyuşsal özelliklere ilişkin ön ve son görüşmeler araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı-öğretmen matematik eğitimi alanında sürdürdüğü yüksek lisans eğitimi sırasında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı’nda öğretim elemanı olarak çalışmaya başlamıştır. 2013 yılında aynı alanda doktora eğitimine başlayan araştırmacı bu süreçte Nitel

Araştırma Yöntemleri dersini almış ve bu konudaki çok sayıda seminer, panel, çalıştay gibi eğitsel çalışmalara katılmıştır. Bu bağlamda nitel araştırmalar konusundaki deneyimleri, araştırma yöntemi, veri toplama süreci ve verilerin analizi süreçlerini yürütmesinde araştırmacıyı destekleyici rol oynamıştır.

2.6. Araştırma Süreci

Araştırma sürecinde gerçekleştirilen çalışmalar Şekil 2.8’de sunulmuştur.



Şekil 2.8. Araştırma süreci aşamaları

Şekil 2.8’den görüldüğü gibi araştırma sürecinin ilk aşaması katılımcı seçim sürecini, ikinci aşaması ise katılımcılarla gerçekleştirilen öğretim deneyi sürecini kapsamaktadır. Nicel ve nitel olmak üzere iki aşamadan oluşan katılımcı seçimi sürecinde Duyuşsal Alan Ölçeği ve Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 kullanılmıştır. Ayrıca öğrencilerin duyuşsal özelliklerinin incelenmesi amacıyla yönelik ön görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Öğretim deneyi sürecinde ise ilk olarak araştırmanın katılımcılarını oluşturan 15 öğrenciyle MOÖ-1’e yönelik olarak matematiksel iletişim düzeylerinin ve matematik okuryazarlığı performanslarının incelenmesi amacıyla ön klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. İkincil olarak video kamera kullanılarak kayıt altına alınmış öğretim bölümlerinin uygulanması sürecinde katılımcıların sözlü iletişimlerinin incelenmesi, öğretim uygulamaları katılımcı izleme araçları kullanılarak katılımcıların yazılı iletişimlerinin incelenmesi, öğretim deneyi sürecine ilişkin duygu ve düşünceleri içeren öğrenci günlükleri ve araştırmacının alan notlarından oluşan araştırmacı günlüğü incelemeleri yapılmıştır. Bu kapsamda öğrenci günlükleri her bir etkinlik sonrasında duygu ve düşüncelerin şeffaflıkla yansıtıldığı veri kaynakları olarak düşünülmüştür. Burada öğretim bölümlerine katılan ve ilgili uygulamaya yönelik olarak günlüğünü yazan öğrencilerin paylaşımları incelenmiştir. Öğretim uygulamalarının tamamlanmasının ardından MOÖ-2 uygulaması gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin MOÖ-2’ye yönelik olarak matematiksel iletişim düzeylerinin ve matematik okuryazarlığı performanslarının incelenmesi amacıyla son klinik görüşmeler yapılmıştır. Son olarak duyuşsal özelliklere ilişkin son görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Araştırma sürecine ilişkin takvimden (Tablo 2.15) görüldüğü gibi veri toplama süreci 6 Kasım 2017 haftası başlayıp 16 Nisan 2018 haftasında son bulmuştur. Bu kapsamda araştırmanın veri toplama süreci yaklaşık sekiz aylık bir süreçten oluşmuştur.

Tablo 2.15. *Araştırma süreci takvimi*

Aşama	Tarih
Ön klinik görüşmeler	13 Kasım-8 Aralık 2017
Su Püskürtücüleri Etkinliği	11-22 Aralık 2017
Tur Otobüsleri Etkinliği	25 Aralık 2017-5 Ocak 2018
Hastalık Virüsleri Etkinliği	8-19 Ocak 2018
Bahçe Sulama Etkinliği	5-16 Şubat 2018
Kurabiyeler Etkinliği	19 Şubat-2 Mart 2018
Balon Turu Etkinliği	5-15 Mart 2018
Son klinik görüşmeler	19 Mart-6 Nisan 2018
Duyuşsal özelliklere ilişkin son görüşmeler	9 -20 Nisan 2018

2.6.1. Öğretim deneyi

Bu araştırmada katılımcıların matematiksel iletişim becerisi gelişimlerinin desteklenmesine yönelik olarak tasarlanan öğretim süreci gerçek yaşam problemlerinin matematiksel modelleme yoluyla ve işbirlikli olarak çözülmesi sürecini ifade etmektedir. Bu bağlamda öğretim uygulamaları gerçek yaşam problemlerine yönelik olarak tasarlanmıştır. Nitekim PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi gerçek yaşam problemleri çözüm sürecine ilişkin olup bu süreç matematiksel modelleme yoluyla gerçekleştirilmektedir (MEB, 2013b). Bu durum ve alanyazında öğrenci katılımına olanak sağlayan matematiksel görevlerin matematiksel iletişim becerisi gelişimindeki rolüne ilişkin vurgular (örn. Steen, Turner ve Burkhardt, 2007; Viseu ve Oliviera, 2012) öğretim uygulamalarının aktif katılım sağlayacak bir sürece yönelik olmasını ve bu sürecin matematiksel modelleme yoluyla gerçekleşecek şekilde tasarlanmasını gerektirmiştir. Doruk (2012) matematiksel modellemenin öğretim sürecinde kullanılmasının, öğrencilerde matematiksel iletişim becerisinin geliştirilmesi, yeni kavramları öğrenebilmeleri ve kavramlar arası ilişkileri kurabilmeleri gibi birçok yönden önem teşkil ettiğini belirtmektedir. Benzer şekilde Redmond, Brown ve Sheey (2013) matematiksel modelleme sürecinin öğrenci düşüncelerini görünür kılan bir ortam sunduğunu belirtmiştir. Bu doğrultuda araştırma kapsamında katılımcıların matematiksel iletişim becerisi gelişimlerinin desteklenmesine yönelik olarak araştırmacı ve danışmanı tarafından toplam altı adet özgün öğretim uygulaması tasarlanmıştır. Bu uygulamalar matematik okuryazarlığı döngüsü aşamalarına yönelik olarak ve farklı iletişim düzeylerindeki soruları kapsayacak şekilde hazırlanmıştır. Bu doğrultuda etkinliklerin uygulanması sürecinde soruların matematiksel iletişim düzeyleri ve ilişkili olduğu matematiksel süreçler (formüle etme, yürütme, yorumlama ve değerlendirme) göz önünde bulundurularak amaçlı sorgulamalar gerçekleştirilmiştir.

2.6.1.1. Öğretim uygulamalarına ilişkin etkinlik desenleme çerçevesi

Bu araştırmada öğretim uygulamalarının tasarlanmasında Ang (2015) tarafından bir modelleme etkinliğinin nasıl tasarlanması gerektiğine yönelik olarak geliştirilen Matematiksel Modelleme Etkinliği Desenleme Çerçevesi benimsenmiştir. Bu çerçevede Ang “*Hangi, Ne, Nerede, Nasıl ve Neden*” olmak üzere beş bileşenden söz etmektedir.

HANGİ: Bu çerçeveye göre Hangi bileşeni etkinliğin düzeyine ilişkindir. Burada söz konusu düzeyler desenlenen etkinliğin, matematiksel süreç becerilerinin ne düzeyde

işe koşulmasını gerektirdiği gözetilerek tanımlanmış olup Aşama-1, Aşama-2 ve Aşama-3 şeklinde belirlenmiştir.

Ang'a (2015) göre Düzey-1 temel matematiksel becerilerin (bir fonksiyonun grafiğinin çizilmesi veya problem durumunda değişkenler arası ilişkilerin cebirsel olarak ifade edilmesi gibi) işe koşulmasını gerektiren etkinliklerin düzeyini ifade etmektedir (s.60).

Düzey-2 öğrencilerde matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimini desteklemek amacıyla desenlenen öğretim etkinliklerinin düzeyine karşılık gelmektedir. Bu düzeydeki bir etkinlik ile problem durumundaki değişkenlerin belirlenmesi, değişkenler arası ilişkilerin matematiksel olarak formüle edilmesi ve matematiksel model aracılığıyla matematiksel çözüme ulaşılması yeterliklerinin gelişimi amaçlanmaktadır (Ang, 2015, s.61).

Son olarak Düzey-3 ise geliştirilen matematiksel model üzerine yansıtma yapma, modelin sınırlılıklarını belirleyerek genişletme veya modeli yeni durumlara uyarlama gibi yeterliklerin işe koşulmasını gerektirmektedir (Ang, 2015, s.61).

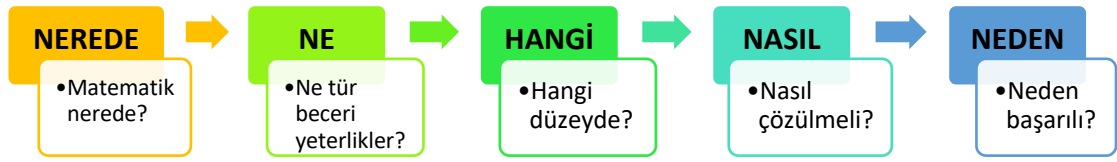
NE: Çerçevenin ikinci bileşeni olarak Ne sorusu desenlenecek modelleme etkinliği ile öğrencilerde ne tür beceri/yeterliklerin gelişiminin amaçlandığını sorgulamaktadır. Bu soru etkinliğin uygulanması sonucunda kazandırılması hedeflenen tüm matematiksel ya da modelleme beceri/yeterliklerinin belirlenmesini ve problemin ifade edilmesini gerektirmektedir.

NEREDE: Nerede sorusu desenlenen etkinlik kapsamında matematiğin nerede olduğu yani, etkinliğin hangi matematiksel konu/kavram gelişimine yönelik olarak desenlendiğinin ortaya konulmasını ifade etmektedir.

NASIL: Nasıl sorusu ikinci aşamada (Ne) ortaya konan matematiksel problemin nasıl çözüleceğine ilişkin olup bu probleme ilişkin olası tüm çözüm yollarının belirlenmesini gerektirmektedir.

NEDEN: Çerçevenin son bileşenini oluşturan Neden sorusu desenlenen etkinliğin hangi koşullarda başarılı olarak değerlendirileceğine karar verilmesine ilişkindir. Bu soru desenlenen etkinliğin neden başarılı olduğunu açıklayan faktör veya çıktıların incelenmesi ve uygulama sırasında bu faktörlerin göz önünde bulundurulmasını gerektirmektedir.

Matematiksel Modelleme Etkinliği Desenleme Çerçevesi bileşenleri aşağıda sunulan Şekil 2.9'da görüldüğü gibi özetlenebilir.



Şekil 2.9. Matematiksel modelleme etkinliği desenleme çerçevesi (Ang, 2015)

Bu araştırma kapsamında öğretim uygulamalarının tasarım sürecinde önce NEREDE ve NE bileşenleri belirlenmiştir. NEREDE bileşeni kapsamında etkinliğin nasıl bir öğrenme çıktısına hizmet edeceği, NE bileşeni kapsamında ise etkinliğin uygulanmasıyla öğrencilerde geliştirilmesi amaçlanan ‘matematiksel beceriler’ ile ‘modelleme yeterlikleri’nin ne olduğuna karar verilmiştir. Matematiksel beceriler, ilgili öğrenme çıktısına bağlı olarak gerekli görülen matematiksel eylemlerin ne olduğunu; modelleme yeterlikleri ise belirlenen matematiksel becerilerin matematiksel modelleme sürecinde karşılık geldiği yeterliklerin ne olduğunu ortaya koymaktadır. Bu kapsamda Blum ve Kaiser’in modelleme yeterlikleri çerçevesi (1997) (akt. Maaß, 2006) benimsenmiştir. Blum ve Kaiser tarafından tanımlanan matematiksel modelleme çerçevesine ilişkin detaylı açıklamalara “Matematiksel Modelleme Çerçevesi” bölümünde yer verilmiştir.

Öğretim uygulamalarının tasarım sürecindeki üçüncü bileşen HANGİ bileşeni olmuştur. Burada etkinliğin düzeyinin belirlenmesi amacıyla NE ve NEREDE bileşenleri doğrultusunda belirgin hale gelen yeterlik ve alt yeterliklerin neler olduğuna bakılmıştır. Böylece matematiksel yeterlik ve alt yeterlikler etkinlik düzeyine karar verilmesinde belirleyici olmuştur. Bir sonraki aşamada modelleme probleminin oluşturulmasına geçilmiştir. Bu kapsamda ise Lesh vd., (2000) tarafından model oluşturma etkinliklerine yön vermesi beklenen prensiplere ilişkin olarak tanımlanan ilkeler benimsenmiştir. Bu kapsamda Kertil vd., (2016) tarafından yapılan uyarlamaya göre altı temel ilke şu şekildedir:

- Model oluşturma ilkesi (the model construction principle): Bu prensibe göre düzenlenmiş etkinlik öğrenciye, sorulan durum için bir çözüm olacak model (yapı) oluşturmaya, geliştirmeye ya da düzenlemeye ihtiyaç olduğunu hissettirebilmeli ve etkinlik sonunda da öğrenci bir model oluşturabilmelidir.

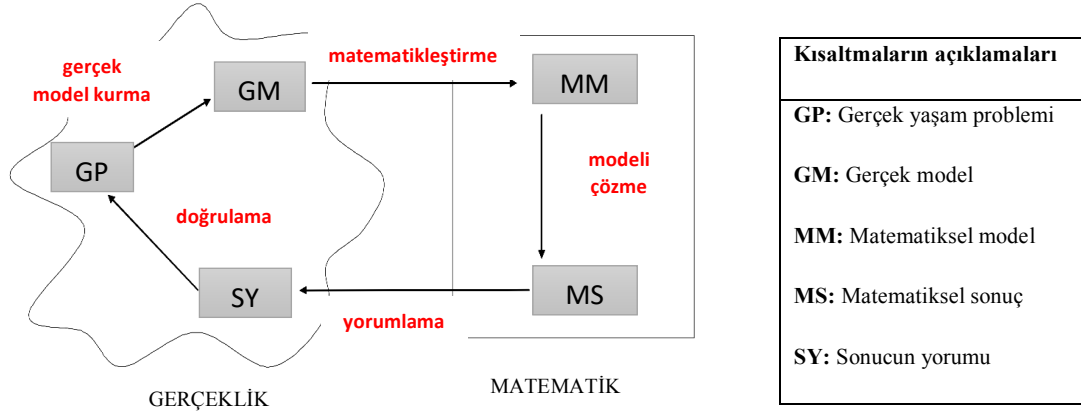
- Gerçeklik ilkesi (the reality principle): modelleme etkinliği öğrencinin sahip olduğu bilgi ve deneyimleriyle anlamlı bir gerçek yaşam problemini çözebilmesine olanak sağlamalıdır.
- Öz değerlendirme ilkesi (the self-assessment principle): Öğrenci etkinlikte kendi yorumlarının ve vardığı sonuçların doğruluğunu kendi kontrol edebileceği gibi, oluşturduğu modelin geliştirilmesine veya düzeltilmesine ihtiyaç olup olmadığı hükmüne de kendisi karar verebilmelidir.
- Yapı belgeleme ilkesi (the construct documentation principle): Bu prensibe uygun şekilde hazırlanmış modelleme etkinlikleri, öğrencilerin etkinlik boyunca problem durumuyla ilgili kendi düşünceleri ve çözüm yollarını açıkça ortaya çıkaracak yazılı bir doküman oluşturmalarını gerektirmektedir.
- Model genelleme ilkesi (the construct shareability and reusability principle): Modelleme etkinlikleri, öğrencinin genel bir model oluşturmaya, dolayısıyla oluşturduğu modeli benzer başka durumlarda da kullanabilmesine olanak sağlamalıdır.
- Etkili örnek model (prototip) ilkesi (the effective prototype principle): Modelleme etkinlikleri, öğrencilerin yapısal olarak benzer başka durumları da yorumlamakta kullanabileceği, açıklama gücü yüksek bir örnek model oluşturabilmesine olanak sağlamalıdır. Bu özelliklere sahip olmasının yanında problem durumu mümkün olduğunca karmaşıklıktan uzak olmalı, öğrencinin mantıklı bir cevap üretebilmesine olanak sağlamalıdır.

Ang tarafından geliştirilen çerçevedeki NASIL bileşeni kapsamında tasarlanan modelleme problemine ilişkin olası çözümler üzerinde çalışmıştır. Son olarak NEDEN bileşeni kapsamında etkinliklerin ilgili öğrenme çıktısının öğrencilere kazandırılmasında ulaşılması beklenen başarı olarak ele alınmıştır.

2.6.1.1.1. Matematiksel modelleme çerçevesi

Blum ve Kaiser (1997) matematiksel modelleme sürecinin bir gerçek yaşam probleminin anlaşılması ve gerçek modelinin kurulması ile başladığını belirtmektedir. Araştırmacılara göre bu süreç, problemin matematiksel modelinin oluşturulması ve oluşturulan matematiksel modele bağlı olarak matematiksel çözümünün yapılması ile devam etmektedir. Ulaşılan sonucun gerçek yaşam bağlamında yorumlanarak sürecin değerlendirilmesi ile matematiksel modelleme süreci tamamlanmaktadır.

Blum ve Kaiser'in (1997) matematiksel modelleme çerçevesi (akt. Maaß, 2006) Şekil 2.10'da sunulmaktadır.



Şekil 2.10. Matematiksel modelleme çerçevesi (akt. Maaß, 2006)

Blum ve Kaiser (1997) matematiksel modelleme sürecine ilişkin olarak bazı alt yeterlikler tanımlamıştır (akt. Maaß, 2006). Modelleme sürecindeki matematiksel yeterliklerin Kertil vd., (2016) tarafından yapılan uyarlaması Tablo 2.16'da sunulmuştur.

Tablo 2.16. Matematiksel modelleme yeterlikleri ve alt-yeterlikler

Gerçek hayat problem durumunu anlama ve gerçek duruma bağlı bir model kurma yeterlikleri;

Problem durumu için varsayımlarda bulunma ve durumu sadeleştirme
Problem durumunu etkileyen nicelikleri belirleme ve bunları isimlendirme. İlgili değişkenleri belirleme.
Problem durumundaki kullanılabilir bilgiyi seçebilme, gerekli ve gereksiz bilgiyi ayırma

Gerçek modeli kullanarak matematiksel bir model kurma yeterlikleri;

İlgili nicelikler ve aralarındaki ilişkiyi matematik ile ifade etme
Uygun matematiksel gösterimleri seçme ve durumları grafiksel olarak gösterebilme

Matematiksel soruları kurulan matematiksel model içerisinde çözme yeterlikleri;

Uygun problem çözme stratejilerini kullanma
Problemi çözmek için gerekli matematiksel bilgiyi kullanma
Elde edilen matematiksel sonuçları gerçek hayat durumu üzerinde yorumlama yeterlikleri
Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlama
Özel bir durum için geliştirilen çözümleri genelleme

Gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama yeterlikleri;

Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlama
Özel bir durum için geliştirilen çözümleri genelleme
Elde edilen sonuçları uygun matematiksel dil kullanarak başkalarına aktarabilme

Elde edilen çözümü doğrulama yeterlikleri;

Elde edilen sonucu eleştirel bir bakışla kontrol etme
Gerekli olduğu takdirde modelleme sürecini tekrar etme
Farklı çözüm yollarını inceleme ve çözümün nasıl geliştirilebileceği üzerine düşünme
Elde edilen modeli genel olarak sorgulama

Özetle, Matematiksel Modelleme Etkinliği Desenleme Çerçevesi bileşenlerinin dikkate alınmasıyla tasarlanan gerçek yaşam problemleri, öğrenci katılımına fırsat sunan ve modelleme yoluyla çözülebilen problemler olarak tasarlanmıştır. Bunun yanı sıra, araştırmacının veri toplama sürecindeki rolü göz önünde bulundurulduğunda öğretim tasarımlarının bu çerçeveye dayalı olarak geliştirilmesinin araştırmacıya öğretim süreçlerini yönetme kolaylığı sağlayacağı da düşünülmüştür.

2.6.1.2. Öğretim bölümlerinin uygulanmasına ilişkin kavramsal yaklaşım: Öğretmen söylemsel eylemleri

Matematiksel iletişim ve matematiksel söylem alanyazını incelendiğinde, öğrencilerde söylem gelişiminin desteklenmesinde öğretim sürecinin aktif bir katılımcısı olarak matematik öğretmenlerinin etkin rolü önemle vurgulanmaktadır (örn. Springer ve Dick, 2006; Chapin, O'Connor ve Anderson; 2003; Turner, 2013). Bu kapsamda matematik öğretmenlerine öğrencilerde söylem gelişiminin desteklenmesinde rehberlik edecek çeşitli yaklaşımlarla karşılaşılmaktadır. Örneğin, Chapin, O'Connor ve Anderson (2009) matematik sınıflarında söylem gelişiminin desteklenmesinde kullanılabilecek beş stratejiden söz etmektedir. Araştırmacıların 'talk moves' olarak adlandırdığı bu stratejiler öğrencilerin bir sorunun yanıtını düşünmeleri için bir süre beklemek/zaman tanımak, öğrencileri sınıf-içi tartışmalara katılmaya teşvik etmek, öğretmenin öğrenci açıklamalarını kastedileni yansıtacak ve öğrenci düşünmelerini ilerletecek şekilde yeniden ifade etmesi, öğrencilerin birbirlerinin matematiksel fikirlerini kendi cümleleriyle açıklamalarını teşvik etmek ve öğrencilere birbirlerinin fikirlerini muhakeme etme fırsatları sunmak şeklindedir. Araştırmacılar söz konusu stratejilerin matematiksel içerik ile bütünleştirilmesi durumunda öğrencilerin matematiksel söylemlerin katılımcısı olmalarını desteklediğini ortaya koymuştur.

Matematiksel söylem gelişiminin desteklenmesine ilişkin bir başka yaklaşım Herbel-Eisenmann, Steele ve Cirillo (2013) tarafından ortaya konulmuştur. Bu araştırmacılar Ortaöğretim Sınıflarında Matematiksel Söylem (Mathematics Discourse in Secondary Classrooms-[MDISC]) projesi kapsamında, matematik öğretmenleri için öğrencilerin söylem gelişimini destekleyebilmelerine yönelik olarak 'Öğretmen Söylemsel Eylemleri-Teacher Discourse Moves [TDMs]' tanımlamış ve öğretmenlerin bu konudaki mesleki gelişimlerini desteklemeyi amaçlamıştır. Araştırmacılar bu kapsamda Chapin, O'Connor ve Anderson (2009) tarafından tanımlanan stratejileri

dayanak olarak öğretmenlerin matematiksel söylem gelişimindeki rolüne ve söz konusu stratejilerin amaçlı olarak gerçekleştirilebilecek *eylemler* olduğuna dikkat çekmek amacıyla bu stratejileri altı farklı söylemsel eylem olarak yeniden ifade etmiştir (Şekil 2.11). Bu kapsamda zengin tartışma ortamları ve matematiksel konuşmayı öğrenenler topluluğu oluşumunu desteklediği ortaya konulmuş olan öğretmen söylemsel eylemleri aşağıda detaylı olarak açıklanmaktadır.



Şekil 2.11. Öğretmen söylemsel eylemleri (Herbel-Eisenmann, Steele ve Cirillo, 2013)

- Bekleme süresi kullanmak: Öğrencilere, yönlendirilen soruları anlamaları ve yanıt hakkında düşünceleri için zaman tanınmasıdır.
- Öğrenci katılımını sağlamak: Öğrencilerin bir probleme ilişkin birden fazla çözüm yolu sunmalarının, farklı çözüm süreçleri üzerinde birlikte düşüncelerinin ve tartışmalara katılımlarının istenilmesidir.
- Yeniden ifade etmek: Öğretmenin öğrenci görüşlerini farklı sözcük kullanımlarıyla yeniden ifade etmesidir. Bununla birlikte bu eylem öğretmenin “Doğru mu anladım” gibi sorularla öğrenciye düşüncesini açıkça ifade etme fırsatı sunması durumunda gerçekleşir.
- Öğrencilerin yeniden ifade etmesini istemek: Öğrencilerin birbirlerinin görüşlerini kendi cümleleriyle yeniden ifade etmeleridir.
- Öğrenci düşüncelerini teşvik etmek: Nasıl ve neden sorularıyla öğrencilerin fikirleri üzerinde düşüncelerinin teşvik edilmesine ilişkin bir eylemdir.

- Öğrencilere birbirlerinin düşüncelerini muhakeme etme fırsatları sunmak: Öğrencilerin, sınıf arkadaşlarının fikirleri üzerinde düşünme, değerlendirme yapma, söz konusu görüşe katılıp katılmadığını açıklama, bir fikri genişletme veya yeniden düzenleme fırsatlarının sunulmasıdır (Herbel-Eisenmann, Steele ve Cirillo, 2013, s.183).

Tablo 2.17’de öğretmen söylemsel eylemlerine ilişkin bazı örnekler sunulmuştur.

Tablo 2.17. Öğretmen söylemsel eylemleri örnekleri (Herbel-Eisenmann, Steele ve Cirillo, 2013)

Söylemsel eylem	Örnek
Bekleme süresi kullanmak	[Konuşmadan beklemek] Bir şey söylemeden önce bireysel olarak düşünmenizi istiyorum. Birkaç dakika düşündükten sonra düşüncelerinizi soracağım.
Öğrenci katılımını sağlamak	Ne düşündüğünü kim açıklamak ister? Bir fikri olan var mı? Ne düşünüyorsunuz?
Yeniden ifade etmek	Söylediklerinden ... anladım. Doğru mu? Söylediklerinden anladıklarımı ifade edeyim. Doğru mu anladım?
Öğrencilerin yeniden ifade etmesini istemek	Arkadaşınızın söylediklerini kim tekrar edebilir? Arkadaşınız ne söylemek istedi? Arkadaşının söylediklerinden ne anladığınızı kendi cümlelerinizle açıklayabilir misiniz?
Öğrenci düşünmelerini teşvik etmek	Neden öyle düşündün? Bunu nereden biliyorsun? Çözüm yolunu açıklar mısın?
Öğrencilere birbirlerinin düşüncelerini muhakeme etme fırsatları sunmak	Arkadaşınızın söyledikleri hakkında ne düşünüyorsunuz? Katılıyor musunuz? Katılmıyor musunuz? Neden? Arkadaşlarınız söylediklerine eklemek istediği olan var mı?

Bu araştırmada ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerisi gelişimlerinin desteklenmesi sürecinde, araştırmacının matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı olarak tasarlanmış öğretim etkinliklerinin uygulanmasındaki rolü göz önünde bulundurulduğunda, odağını söylemsel eylemlerin oluşturduğu ve matematiksel iletişim becerisi gelişiminde etkili olduğu alanyazında ortaya konulmuş bir yaklaşım olarak Öğretmen Söylemsel Eylemleri yaklaşımı benimsenmiştir.

2.6.1.3. Öğretim bölümleri

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerisi gelişimlerinin desteklenmesine yönelik öğretim uygulamaları tasarlama sürecinde kavramsal çerçevenin belirlenmesinin ardından uygulamaların nicelik ve nitelik bakımından yapısal

özelliklerine karar verilmiştir. Bu araştırmanın uygulama dönemi 2017-2018 eğitim-öğretim yılı Eylül 2017- Nisan 2018 tarihleri arasını kapsamaktadır. Bu sekiz aylık sürecin ilk iki ayı katılımcı seçimine ilişkin uygulama sürecinden oluşmaktadır. Geriye kalan altı aylık zaman diliminde ise öğretim uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Diğer yandan araştırmacı tarafından tasarlanmış bir öğretim uygulamasının katılımcı seçim sürecine dahil olmayan bir sekizinci sınıf şubesindeki toplam dört gönüllü öğrenciden oluşan küçük bir grup ile pilot çalışması gerçekleştirilmiştir. Burada bir öğretim uygulamasının gerçekleştirilebileceği tahmini süreye ilişkin veri elde etmek amaçlanmıştır. Pilot çalışması sonucunda bir öğretim uygulamasının yaklaşık iki ders saati süresinde tamamlanabileceği görülmüş ve buna bağlı olarak her hafta bir öğretim uygulamasının gerçekleştirilebileceği öngörülmüştür.

Öğretim bölümleri uygulama süreci için birbirinden farklı altı içerik belirlenmiştir. Diğer yandan sekizinci sınıf birinci dönem konularının tamamının Sayılar ve İşlemler öğrenme alanında yer alan Çarpanlar ve Katlar, Üslü İfadeler, Kareköklü İfadeler şeklinde olduğu görülmektedir. Bu çalışmada katılımcıların öğretim uygulamaları boyunca sürecin aktif katılımcısı olmalarına yönelik motivasyonlarının yüksek tutulması önem arz ettiğinden öğretim uygulaması içeriklerinin öğrencilerin okulda gördükleri matematik konularına paralel olacak şekilde gerçekleştirilmesinin uygun olacağı düşünülmüştür. Ayrıca öğrencilerin yıl sonunda katılacakları merkezi sınav konularının okul matematiği konularını kapsadığı göz önünde bulundurulduğunda bu konulara ilişkin olarak tasarlanmış öğretim uygulamalarının öğrencilerin ilgisini çekeceği düşünülmüştür. Nitekim duyuşsal özelliklere ilişkin ön görüşme sonuçları yıl sonunda gerçekleştirilecek olan merkezi sınavın, öğrencilerin matematik öğrenmedeki motivasyonlarını etkileyen önemli bir husus olduğunu ortaya koymuştur. Bu nedenle sekizinci sınıf birinci dönem konularının tamamı Sayılar ve İşlemler öğrenme alanına ilişkin olduğundan öğretim uygulamalarının ilişkili olduğu ağırlıklı öğrenme alanı Sayılar ve İşlemler olmuştur. Bununla birlikte Geometri ve Ölçme ile Cebir öğrenme alanlarından birer uygulama tasarlanarak bu durumun öğrencilerin üzerinde tartışma yürütecekleri gerçek yaşam problemlerinin çeşitliliği bakımından araştırmaya zenginlik katacağı düşünülmüştür. Tasarlanan öğretim uygulamalarının matematiksel modelleme yaklaşımına uygunluğunun değerlendirilmesi amacıyla bu konuda doktora tez çalışmalarını sürdürmekte olan bir uzmana danışılmış ve alınan dönütler doğrultusunda gerekli

düzeltilmeler yapılmıştır. Tablo 2.18 tasarlanan öğretim uygulamaları içerikleri ve hangi sınıf düzeyine ilişkin oldukları hakkındaki bilgileri göstermektedir.

Tablo 2.18. Öğretim uygulamaları içerikleri

Etkinlik No	Etkinlik	Öğrenme Alanı	Sınıf Düzeyi
1	Su Püskürtücüleri	Sayılar ve İşlemler	8
2	Tur Otobüsleri	Sayılar ve İşlemler	8
3	Hastalık Virüsleri	Sayılar ve İşlemler	8
4	Bahçe Sulama	Sayılar ve İşlemler	8
5	Kurabiyeler	Geometri ve Ölçme	7
6	Balon Turu	Cebir	7

Tablo 2.18’den görüldüğü gibi altı öğretim uygulamasının dördü Sayılar ve İşlemler öğrenme alanına ilişkin olup bu uygulamalar sekizinci sınıf düzeyindedir. Balon Turu etkinliği cebir öğrenme alanına ilişkindir ve yedinci sınıf düzeyindedir. Geometri ve Ölçme öğrenme alanındaki etkinlik ise yedinci sınıf düzeyinde olan Kurabiyeler etkinliğidir.

2.6.1.3.1. Birinci öğretim bölümü

Öğretim bölümlerinin ilki Sayılar ve İşlemler öğrenme alanına ait ‘Su Püskürtücüleri’ etkinliğidir (Ek-12). Su Püskürtücüleri etkinliğinin öğrenme çıktısı EBOB ile ilgili problemlerin çözülmesi şeklinde olup etkinlik kapsamında farklı iletişim düzeylerinden toplam beş soru hazırlanmıştır. Soruların Turner, Blum ve Niss tarafından tanımlanan dereceli puanlama anahtarı esas alınarak belirlenen iletişim düzeyleri Tablo 2.19’da detaylı olarak açıklanmıştır.

Bununla birlikte her bir öğretim bölümünde uygulanan etkinlik kapsamında yer alan soruların matematiksel iletişim becerisi düzeylerinin belirlenmesine yönelik güvenilirlik çalışması gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda matematik eğitimi alanında doktora tez çalışmasını yürütmekte olan ve (söz konusu araştırmacılara ait dereceli puanlama anahtarlarının kullanılarak matematik okuryazarlığı becerilerinin tamamını kapsayacak şekilde gerçekleştirilen bir değerlendirme faaliyetine katılımı nedeniyle) bu konuda deneyim sahibi olduğu bilinen bir matematik eğitimcisi ile çalışılmıştır. Bu eğitimcinin etkinlikler kapsamındaki her bir sorunun iletişim düzeyini araştırmacıdan bağımsız bir şekilde belirlenmesinin ardından düzey belirleme çalışmasına ilişkin uyum yüzdeleri belirlenmiştir. Su Püskürtücüleri etkinliği için elde edilen bu değer % 100

olarak belirlenmiş ve eğitimciler arasında görüş birliğinin olduğu şeklinde yorumlanmıştır.

Su Püskürtücüleri etkinliği kapsamındaki birinci sorunun bir gerçek yaşam durumu olan futbol sahasına su püskürtücülerinin yerleştirilmesine ilişkin olarak hazırlandığı ve püskürtücü yerleşiminde göz önünde bulundurulması gereken üç farklı koşulun açıklandığı görülmektedir. Bu süreçte öğrenciler problemi anlayacak ve problemde modeli oluşturmaya ilişkin değişkenleri fark ederek onları modeli oluşturacak şekilde ilişkilendirecektir. Dolayısıyla *“Belirtilen koşulların sağlandığı bir yerleşim planında püskürtücülerin nasıl yerleştirilmesi gerektiğini açıklayınız.”* sorusu formüle etme matematiksel sürecine yönelik olup püskürtücülerin yerleşim planını gösteren matematiksel modelin ortaya konulmasını gerektirmektedir.

Etkinliğin ikinci sorusu *“Belirtilen koşullar altında ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığın kaç metre olması gerektiğini bulunuz.”* şeklindedir. Bu soru ‘ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklık’ ifadesinin sulanan dairesel bölgelerin çap uzunluğuna karşılık gelmesi şeklinde yorumlanmasını ve ardından EBOB değerinin hesaplanmasını gerektirmektedir. Başka bir deyişle, matematiksel bir model üzerinden matematiksel işlem yapma ya da çıkarımda bulunmayı gerektirdiğinden ilişkili olduğu matematiksel süreç yürütme olarak belirlenmiştir.

Etkinliğin üçüncü sorusu farklı saha ölçüleri için kullanılması gereken püskürtücü sayısının hesaplanmasına yönelik olarak hazırlanmıştır. Dolayısıyla ilişkili olduğu matematiksel süreç yürütmedir.

Etkinliğin dördüncü sorusunun değişen koşullar altında modelin işlerliğinin test edilmesini gerektirdiği görülmektedir. Burada değişen koşulları karşılamak üzere ulaşılan model yansıtılmakta ve yürütme süreci ile test edilmektedir. Dolayısıyla bu soru ile birlikte yürütme sürecinden modeli yorumlama ve değerlendirme sürecine bir geçiş yapılması öngörülmüştür.

Etkinliğin son sorusuna yönelik matematiksel süreç yorumlama ve değerlendirme olarak belirlenmiştir. Çünkü bu soru etkinliğin bu aşamaya kadarki uygulaması sonucunda ulaşılan matematiksel sonuç ve ilişkilendirmelerin gerçek yaşam durumu bağlamında yorumlanmasını gerektirmektedir. Başka bir deyişle, öğrencilerden modeli esas alarak değişen bağlam durumunda daha genel bir çözüm talep edilmektedir ve bu durum modelin yorumlanması ile birlikte değerlendirilmesi sürecine işaret etmektedir.

Tablo 2.19. *Su Püskürtücülerini etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri*

Soru No	Soru	Açıklama	İletişim düzeyi
1	Belirtilen koşulların sağlandığı bir yerleşim planında püskürtücülerin nasıl yerleştirilmesi gerektiğini açıklayınız.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında problem durumundaki üç farklı koşulun her birinin matematiksel olarak yorumlanması ve birbirleriyle ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Karmaşık yapıdaki söz konusu ilişkilendirmeler bağlamında püskürtücülerin nasıl yerleştirilmesi gerektiğinin nedenleriyle birlikte açıklanması anlatımcı bileşen kapsamını oluşturmaktadır.	3
2	Belirtilen koşullar altında ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığın kaç metre olması gerektiğini bulunuz.	Soru-2'nin matematiksel çözüm süreci incelendiğinde öncelikle ardışık her iki püskürtücü arasındaki uzaklığın sulanan bir dairesel bölgenin çap uzunluğuna eşit olduğu ve dolayısıyla çap uzunluğunun dikdörtgensel bölgenin kenar uzunluklarını ortak olarak bölen bir tam sayı olması gerektiğinin açıklanması gerekmektedir. Ayrıca püskürtücü sayısı ile çap uzunluğu arasındaki ilişkinin matematiksel olarak yorumlanmasıyla sahanın kenar uzunlukları olan 72 ve 96 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü bulunmaktadır. Böylece iletişimin anlatımcı bileşeni sayısal bir sonucun ifade edilmesini kapsamaktadır.	2
3	Belirtilen koşullar altında futbol sahasının kaç tane püskürtücü kullanılarak sulanabileceğini bulunuz.	Futbol sahasının sulanmasında kullanılacak püskürtücü sayısının hesaplanmasında ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklık ile sahanın kenar uzunlukları arasındaki ilişki göz önünde bulundurulmalıdır. Buna göre toplam püskürtücü sayısı, kenar uzunluklarının püskürtücüler arasındaki uzaklığa bölünmesiyle elde edilen sayı değerlerinin çarpılması işleminin sonucuna eşit olmaktadır.	1
4	Belirtilen koşullar altında aşağıdaki saha ölçüleri için en az kaç püskürtücüye ihtiyaç olduğunu hesaplayınız. a. Futbol sahasının kenar uzunlukları 72m x 144m ise b. Futbol sahasının kenar uzunlukları 63m x 110m ise	a ve b şıklarında belirtilen saha ölçülerinin her biri için öncelikle EBOB değeri hesaplanmalıdır. Ardından a ve b şıklarında belirtilen saha ölçülerinin her biri için bulunan EBOB değerleri ile kenar uzunlukları ilişkilendirilmeli ve Soru-3'teki çözüm süreci tekrarlanarak toplam püskürtücü sayısı hesaplanmalıdır.	1
5	Bir futbol sahasının şekli dikdörtgen olmak üzere eni 45-90 metre, boyu ise 90-120 metre arasında olmalıdır. Buna göre futbol sahasının sulanması için özdeş püskürtücüler kullanılmak ve eşit aralıklarla döşeme yapılmak üzere; a. En az sayıda püskürtücü kullanımını gerektirecek saha ölçüleri nasıl olabilir? Yorumlayınız. b. En fazla sayıda püskürtücü kullanımını gerektirecek saha ölçüleri nasıl olabilir? Yorumlayınız.	Püskürtücü sayısı ile saha ölçüleri arasında nasıl bir ilişki olduğunun matematiksel olarak yorumlanması gerekmektedir. Yani, saha ölçüsü değerlerinin EBOB'unun ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığa eşit olması ve bu uzaklığın püskürtücü sayısı ile ters orantılı olarak değiştiği açıklanmalıdır. Ayrıca iki tamsayının EBOB'unun hangi durumlarda en küçük ve en büyük olabileceği yorumlanmalıdır. Dolayısıyla iletişimin anlatımcı bileşeni en az ve en fazla sayıda püskürtücü kullanımını gerektirecek olası saha ölçüsü örneklerinin sunulmasını kapsamaktadır.	3

2.6.1.3.2. İkinci öğretim bölümü

Öğretim bölümlerinin ikincisi Sayılar ve İşlemler öğrenme alanına ait ‘Tur Otobüsleri’ etkinliğidir (Ek-13). Tur Otobüsleri etkinliğinin öğrenme çıktısı EKOK ile ilgili problemlerin çözülmesi şeklinde olup etkinlik kapsamında farklı iletişim düzeylerinden toplam dört soru hazırlanmıştır.

Soruların Turner, Blum ve Niss tarafından tanımlanan dereceli puanlama anahtarı esas alınarak belirlenen iletişim düzeyleri Tablo 2.20’de detaylı olarak açıklanmıştır. Tur Otobüsleri etkinliğine yönelik düzey belirleme çalışmasına ilişkin uyum yüzdesi % 80 olarak belirlenmiş ve eğitimcilerin bir sorunun düzeyi hakkında fikir ayrılığı yaşadıkları şeklinde yorumlanmıştır. Bu durumda ilgili sorunun iletişim düzeyi hakkında uzman bir öğretim üyesinin görüşleri alınarak sorunun düzeyine karar verilmiştir.

Tur Otobüsleri etkinliği kapsamındaki birinci sorunun bir gerçek yaşam durumu olarak tur otobüslerinin müzede karşılaşma durumlarının incelenmesine yönelik olarak hazırlandığı görülmektedir. Dolayısıyla “*Tur otobüsleriyle aynı anda müzeyi ziyaret etmeye gelen turist kafilesi sayısının nasıl değiştiğini açıklayınız.*” sorusu formüle etme ve yürütme matematiksel süreçlerine yönelik olup tur otobüslerinin hareketine ilişkin olarak sefer sıklıklarının ortaya konulmasını ve ardından sefer sıklıklarının ortak katlarının hesaplanmasını gerektirmektedir.

Etkinliğin ikinci ve üçüncü soruları otobüslerin sefer sıklık sürelerinin ortak katlarının en küçüğünü (EKOK) hesaplamayı ve bulunan değere bağlı olarak sefer sayılarını belirlemeyi gerektirdiğinden ilişkili olduğu matematiksel süreç yürütme olarak belirlenmiştir.

Etkinliğin son sorusunun matematiksel modelleme döngüsündeki yorumlama ve değerlendirme sürecine yönelik olduğu görülmektedir. Nitekim problem durumunda yeni bir güzergâh ve bu güzergâhta gerçekleşecek turların mevcut durum ile ilişkilendirilmesi ve söz konusu modelin yorumlanması gerekmektedir. Bu kapsamda problem durumunda yer verilen günlük dildeki ifadeler (karşılaşma süresinin 120 dakika olması ve müzeye ulaşma süresinin en az 15 dakika en fazla 30 dakika olması gibi) matematiksel olarak yorumlanmakta, matematiksel dilde ifade edilmekte (sefer sıklık sürelerinin en küçük ortak katının 120 olması, 120’nin 15 ile 30 arasındaki tamsayı bölenlerinin belirlenmesi) ve ardından EKOK’u bilinen iki veya daha fazla doğal sayının alabileceği değerler hesaplanmaktadır.

Tablo 2.20. *Tur Otobüsleri etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri*

Soru No	Soru	Açıklama	İletişim düzeyi
1	Tur otobüsleriyle aynı anda müzeyi ziyaret etmeye gelen turist kafilesi sayısının nasıl değiştiğini açıklayınız.	Soru-1'in çözüm sürecinde öncelikle 'tur otobüslerinin aynı anda müzeye gelmeleri' ifadesinin ve tur otobüslerinin müzede karşılaşılabilecekleri durumların yorumlanması gerekmektedir. Bu amaçla problem metninde otobüslerin hareketine ilişkin açıklamalar gözetilerek tur otobüslerinin sefer sıklıklarının kaçar dakika olduğu belirlenmelidir. Ardından hangi tur otobüslerinin kaçınıcı dakikalarda müzede bulunduğu, sefer sıklıklarının ortak katları hesaplanarak bulunmalıdır.	3
2	Yeşil, mavi ve kırmızı hatlardaki tur otobüslerinin üçü de müzede ilk kez karşılaştıklarında ayrı ayrı bu hatlardaki sefer sayılarını hesaplayınız.	Soru-2'nin çözüm sürecinde üç farklı hattaki tur otobüslerinin üçünün müzede ilk kez ne zaman karşılaştıkları bilgisine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu ise otobüslerin sefer sıklık sürelerinin EKOK değerine eşittir. Karşılaşma zamanının hesaplanmasının ardından gerçekleştirilen bölme işlemleri sonuçları ayrı ayrı bu hatlardaki sefer sayılarına eşit olmaktadır.	1
3	Müzedeki ikinci karşılaşma gerçekleşene kadar yeşil hat otobüslerinin kaç kez yalnız başına müzede bulunduğunu bulunuz.	Soru-3'ün çözüm sürecinde 'yalnız başına müzede bulunma' ifadesinin yorumlanarak müzede karşılaşmanın hangi zamanlarda gerçekleşeceği bilgisi ile ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Bu kapsamda orantısal muhakeme becerisinin işe koşulmasıyla yeşil hat otobüslerinin müzede yalnız başına bulunma sayısı ile karşılaşma sayısı arasında bir orantı kurularak doğru sonuca ulaşılmaktadır.	1
4	Müze yetkilileri yaşanan yoğunluktan dolayı aynı anda müzeyi ziyaret etmeye gelen turist sayısının mümkün olan en az sayıda olmasını istemektedir. Buna göre üç tur otobüsünün müzede karşılaşma süresinin 120 dakika olması uygun bulunmuştur. Diğer yandan güzergâhlara bağlı olarak bir otobüsün müzeye ulaşma süresinin en az 15 dakika, en fazla 30 dakika olabileceği bilinmektedir.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında incelendiğinde problem durumunun anlaşılması sürecinde öncelikle 'karşılaşma süresinin 120 dakika olması' ve 'müzeye ulaşma süresinin en az 15 dakika en fazla 30 dakika olması' ifadelerinin yorumlanması ve matematiksel dilde ifade edilmesi gerekmektedir. Yani bu ifadeler, otobüs sefer sıklıklarının (dakika) EKOK değeri 120 olmak üzere, 120'nin 15 ile 30 arasındaki tam bölenlerinin belirlenmesi şeklinde yorumlanmalıdır.	2
a.	Bu koşulu sağlayacak şekilde otobüslerin sefer sıklıklarının nasıl düzenlenebileceğini belirleyiniz.		

Tablo 2.20. (Devam) *Tur Otobüsleri etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri*

Soru No	Soru	Açıklama	İletişim düzeyi
b.	Tur kapsamında sarı hat olarak adlandırılan yeni bir güzergâhın belirlendiğini ve bu hattın diğer üç hat ile ortak noktasının Ayasofya Müzesi olduğunu varsayınız. Bu durumda yeşil, mavi, kırmızı ve sarı hat otobüslerinin sefer sıklıklarının belirtilen koşulları sağlayacak şekilde nasıl düzenlenebileceğini belirleyiniz. Belirlediğiniz sefer sıklıklarına bağlı olarak aynı anda müzeyi ziyaret etmeye gelen turist kafilesi sayısının nasıl değişeceğini yorumlayınız.	Bir önceki problemin çözüm sürecinde sefer sıklıkları için olası dört değer bulunduğundan dört farklı güzergahta hareket eden tur otobüslerinin sefer sıklıkları kolaylıkla belirlenmiş olmaktadır. Ayrıca belirlenen sefer sıklıklarının ikişerli ve üçerli EKOK değerlerinin hesaplanması, aynı anda müzeyi ziyaret etmeye gelen turist kafilesi sayısının nasıl değiştiğinin yorumlanması için yeterli olmaktadır.	2

2.6.1.3.3. Üçüncü öğretim uygulaması

Öğretim uygulamalarının üçüncüsü Sayılar ve İşlemler öğrenme alanına ilişkin ‘Hastalık Virüsleri’ etkinliğidir (Ek-14). Hastalık Virüsleri etkinliğinin öğrenme çıktısı üslü ifadeler ve üslü ifadelerle işlem yapma ile ilgili problemlerin çözülmesi şeklinde olup etkinlik kapsamında farklı iletişim düzeylerinden toplam altı soru hazırlanmıştır. Soruların Turner, Blum ve Niss tarafından tanımlanan dereceli puanlama anahtarı esas alınarak belirlenen iletişim düzeyleri Tablo 2.21’de detaylı olarak açıklanmıştır. Hastalık Virüsleri etkinliğine yönelik düzey belirleme çalışmasına ilişkin uyum yüzdesi % 83 olarak belirlenmiştir. İletişim düzeyi hakkında fikir ayrılığı yaşanan sorunun düzeyine uzman bir öğretim üyesinin görüşleri doğrultusunda karar verilmiştir.

Etkinliğin birinci ve ikinci sorularının virüs bulaşan hayvan sayısı ile geçen zaman arasındaki ilişkinin yorumlanması ve bu ilişkinin matematiksel olarak ifade edilmesini gerektirdiği görülmektedir. Bu kapsamda “*Virüslerin bulaştığı hayvan sayısı ile geçen zaman (gün) arasında nasıl bir ilişki vardır?*” ve “*Virüslerin zamana bağlı olarak nasıl yayıldıklarını (yayılma hızları) matematiksel olarak ifade ediniz.*” sorularının ilişkili olduğu matematiksel süreç formüle etme süreci olmaktadır.

Etkinliğin üçüncü sorusunun ilişkili olduğu matematiksel süreç yürütme süreci olarak belirlenmiştir. Nitekim bu soru kapsamında değişkenler arasındaki ilişkiye yönelik olarak elde edilen matematiksel ifadeler kullanılarak işlemsel hesaplamalar yapılmaktadır. Benzer şekilde dördüncü ve beşinci soruların çözüm sürecinde de çeşitli

matematiksel hesaplamalarla elde edilmesi gereken sayısal sonuçların varlığı söz konusu olmakta ve dolayısıyla soruların yürütme sürecine yönelik olduğu görülmektedir.

Etkinliğin son sorusu olan altıncı soruya gelindiğinde modelleme döngüsünün yorumlama ve değerlendirme süreçlerine işaret ettiği görülmektedir. Nitekim problemin çözüm sürecinde öncelikle virüslerin yok olma hızını temsil eden üslü gösterimin ifade edilmesi ve ardından bu gösterime bağlı olarak çeşitli matematiksel hesaplamaların yapılması söz konusu olmaktadır. Başka bir deyişle, matematiksel modelin değişen koşullar altında test edilmesi ve yorumlanması ve ayrıca değişen koşulu karşılamaya yönelik modelin revizyonu söz konusu olduğundan sorunun ilişkili olduğu matematiksel süreç yorumlama ve değerlendirme olarak belirlenmiştir.

Tablo 2.21. *Hastalık Virüsleri etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri*

Soru No	Soru	Açıklama	İletişim düzeyi
1	Virüslerin bulaştığı hayvan sayısı ile geçen zaman (gün) arasında nasıl bir ilişki vardır?	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında incelendiğinde birbirleriyle ilişkilendirilmesi gereken iki bileşen olduğu görülmektedir: i) virüs bulaşan hayvan sayısı ve ii) geçen zaman (gün). Bu kapsamda problem durumundaki tablonun yorumlanarak iki farklı virüs için yayılmaya başlama ile birlikte virüslü hayvan sayısının, her gün bir önceki güne göre nasıl değiştiği yorumlanmalıdır. Söz konusu iki değişken arasındaki ilişkinin açıklanması iletişimin anlatımcı bileşen kapsamını oluşturmaktadır.	2
2	Virüslerin zamana bağlı olarak nasıl yayıldıklarını matematiksel olarak ifade ediniz.	İletişimin alıcı bileşeni, Soru-1’de matematiksel olarak açıklanan ilişkinin matematiksel dilde yazılı olarak ifade edilmesini gerektirmektedir. Bu ise virüslerin yayılma hızlarına ilişkin üslü gösterimlerin yazılması şeklindedir. Dolayısıyla anlatımcı bileşen iki farklı virüs için yayılma hızlarının üslü gösteriminden oluşmaktadır.	1
3	Hangi virüs daha hızlı yayılmaktadır? Yanıtınızı matematiksel hesaplamalarla destekleyiniz.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında öncelikle ‘daha hızlı yayılmak’ ifadesinin yorumlanması gerekmektedir. Yanıtın matematiksel olarak desteklenmesi süreci, daha hızlı yayılan virüsün diğerinden kaç kat hızlı yayıldığının işlemsel olarak belirlenmesini gerektirmektedir. Yani, iki üslü gösterim arasında gerçekleştirilen bölme işleminin sonucu iletişimin anlatımcı bileşeninin yalnızca sayısal bir sonuçtan oluştuğunu göstermektedir.	2
4	Virüslerin yayılmaya başladıktan sonraki 8.günde her iki bölgedeki virüslü hayvan sayılarını bulunuz.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında incelendiğinde soru kökündeki ‘8.gündeki hayvan sayılarının bulunması’ ifadesinin her iki virüs için üslü gösterimlerde gün sayısının sekiz olmasına karşılık gelen değerin bulunmasına işaret ettiği açıkça görülmektedir. Dolayısıyla anlatımcı bileşen yalnızca sayısal bir sonucun sunulmasını kapsamaktadır.	1

Tablo 2.21. (Devam) *Hastalık Virüsleri etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri*

Soru No	Soru	Açıklama	İletişim düzeyi
5	H5N1 virüslü hayvan sayısının kaçınıcı günde 512 olacağını bulunuz.	Soru kökü incelendiğinde virüslü hayvan sayısının 512 olması durumuna karşılık gelen gün sayısının belirlenmesi gerektiği kolaylıkla anlaşılmaktadır. Bu kapsamda ilgili üslü gösterimde virüslü hayvan sayısının 512 olmasına karşılık gelen gün sayısının bulunması gerekmektedir. Dolayısıyla anlatımcı bileşen yalnızca sayısal bir sonucun sunulmasını kapsamaktadır.	1
6	Virüslerin yayıldığı bölgelerde kanatlı hayvanlara ilaç tedavisi uygulanmaya başlanacaktır. İlaç tedavisinin virüslerin yayılmasını tamamıyla durdurduğunu ve zaman içerisinde virüslü hayvan sayılarında azalmaya neden olduğunu varsayınız. Uygulanan ilaç tedavisi, virüslerin yok olma hızının en az yayılma hızı kadar olması durumunda ‘etkili’ olarak nitelendirilecektir. Bu durumda H5N8 virüslü hayvan sayısının toplam 65536 olduğu bir bölgede uygulanan ilaç tedavisinin etkili olması durumunda hayvan sayılarındaki değişimin nasıl olabileceğini tartışınız. İlaç tedavisinin etkili olduğuna dair gerekli matematiksel kanıtlarınızı sununuz.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında ilaç tedavisinin ‘etkili’ olması durumunun yorumlanması gerekmektedir. Yani, ‘yok olma hızı’ ve ‘yok olma hızının en az yayılma hızı kadar olması’ ifadelerinin matematiksel olarak yorumlanması gerekmektedir. Ardından virüsün yok olma hızı matematiksel olarak gösterilmelidir. Bu süreçte ise yok olmaya başlama ile birlikte virüslü hayvan sayısının, her gün bir önceki güne göre nasıl değiştiği yorumlanmalıdır. Virüslü hayvan sayısı ile geçen zaman (gün) arasındaki ilişkinin açıklanması iletişimin anlatımcı bileşen kapsamını oluşturmaktadır.	3

2.6.1.3.4. Dördüncü öğretim uygulaması

Öğretim uygulamalarının dördüncüsü Sayılar ve İşlemler öğrenme alanına ilişkin ‘Bahçe Sulama’ etkinliğidir (Ek-15). Bahçe Sulama etkinliğinin öğrenme çıktısı kareköklü ifadelerle işlem yapmayı gerektiren problemlerin çözülmesi şeklinde olup etkinlik kapsamında farklı iletişim düzeylerinden toplam üç soru hazırlanmıştır. Soruların Turner, Blum ve Niss tarafından tanımlanan dereceli puanlama anahtarı esas alınarak belirlenen iletişim düzeyleri Tablo 2.22’de detaylı olarak açıklanmıştır. Bahçe Sulama etkinliğine yönelik düzey belirleme çalışmasına ilişkin uyum yüzdesi % 100 olarak belirlenmiştir.

Bahçe Sulama etkinliği kapsamındaki birinci sorunun bir gerçek yaşam durumu olarak bahçe sulamada kullanılan iki farklı sulama tekniğinin incelenmesine yönelik olarak hazırlandığı görülmektedir. Dolayısıyla “*Meyve bahçelerinin sulanmasında*

kullanılacak su borusunun toplam uzunluğu ne/nelere bağlı olarak değişmektedir? Açıklayınız.” sorusu formüle etme matematiksel sürecine yönelik olup iki farklı sulama tekniğine ilişkin olarak karesel bölgeler ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin ortaya konulmasını gerektirmektedir.

Etkinliğin ikinci ve üçüncü sorusunun (a ve b şıkları) ilişkili olduğu matematiksel süreç yürütme süreci olarak belirlenmiştir. Bu kapsamda kullanılan su borularının toplam uzunluğunun nelere bağlı olarak değiştiği göz önünde bulundurularak işlemsel hesaplamalar yapılmaktadır. Üçüncü sorunun (c) şıkkına ilişkin olarak sorunun yorumlama sürecine ilişkin olduğu görülmektedir. Nitekim her bir karesel bölgenin bir kenar uzunluğunun hangi iki doğal sayı arasında olduğunun belirlenmesinin ardından bu sayı değerlerinin su borusu uzunlukları ile ilişkilendirilmesi gerektirmektedir. Bir başka deyişle matematiksel bir sonucun gerçek yaşam durumu bağlamında yorumlanması söz konusu olmaktadır.

Tablo 2.22. *Bahçe Sulama etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri*

Soru No	Soru	Açıklama	İletişim düzeyi
1	Meyve bahçelerinin sulanmasında kullanılacak su borusunun toplam uzunluğu ne/nelere bağlı olarak değişmektedir? Açıklayınız.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında, iki farklı sulama yöntemine ilişkin olarak sunulan şekillerin incelenerek kullanılan su borularının toplam uzunluğunun hangi değişken/değişkenlere bağlı olarak değiştiğinin belirlenmesi gerektiği görülmektedir. Bu kapsamda salma sulama yöntemi için bakıldığında her bir bahçenin bir kenar uzunluğu; damla sulama yöntemi için bakıldığında ise her bir bahçenin bir kenar uzunluğu ile su boruları arasındaki uzaklık değişkenleri arasında ilişkilendirme kurulmaktadır. Belirlenen değişkenler arasındaki ilişkinin açıklanması ise iletişimin anlatımcı bileşen kapsamını oluşturmaktadır.	2
2	İki farklı sulama yöntemi için kullanılacak su borularının toplam uzunluklarını bulunuz.	İletişimin alıcı bileşeni, Soru-1’de açıklanan ilişkinin göz önünde bulundurulmasıyla gerçekleştirilen matematiksel hesaplamaları kapsamaktadır. Anlatımcı bileşen iki farklı sulama yöntemi için kullanılan su borularının toplam uzunluğunu ifade eden sayısal sonuçlardan oluşmaktadır.	1

Tablo 2.22. (Devam) *Bahçe Sulama etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri*

Soru No	Soru	Açıklama	İletişim düzeyi
3	Bahçelerin alanlarının sırasıyla 32 m ² , 98 m ² , 72 m ² ve 50 m ² olduğunu varsayınız. Bu durumda; a. Salma sulama yöntemi için kullanılacak su borusunun toplam uzunluğunu bulunuz.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında problem durumundaki sayısal ifadelerin tam kare olmayan doğal sayılar olduklarının matematiksel olarak yorumlanması gerekmektedir. Bununla birlikte a ve b şıklarına ilişkin olarak kullanılan su borularının toplam uzunluğunun işlemsel olarak belirlenmesi gerektiği görülmektedir. Dolayısıyla gerçekleştirilen işlemlerin sonucu iletişimin anlatımcı bileşeninin yalnızca sayısal birer sonuçtan oluştuğunu göstermektedir.	1
	b. Damla sulama yöntemi uygulandığında su boruları $\sqrt{2}$ metre aralıklarla döşenirse her bir bahçe için kullanılması gereken boru sayılarını bulunuz.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında öncelikle boruların kullanım için uygunluğu ile ne kastedildiğinin yorumlanması gerekmektedir. Bu kapsamda farklı durumların değerlendirilmesi ve bir karara varılması söz konusu olmaktadır. Ayrıca çözüm sürecinde her bir bahçenin bir kenar uzunluğunun hangi iki tam sayı değeri arasında olduğunu belirlenmesine yönelik matematiksel hesaplamalar yapılmaktadır. En uygun olduğuna karar verilmesinin nedenleri ile birlikte açıklanıyor olması ise iletişimin anlatımcı boyutu kapsamını oluşturmaktadır.	1
	c. Damla sulama yöntemi için tasarlanmış su boruları 6m, 8m ve 10m olmak üzere üç farklı uzunlukta üretilmektedir. Buna göre Nevin Hanım'ın bahçesi için bu borulardan en uygun olanı hangisi/hangileridir? Açıklayınız.		2

2.6.1.3.5. Beşinci öğretim uygulaması

Öğretim uygulamalarının beşincisi Geometri ve Ölçme öğrenme alanına ilişkin ‘Kurabiyeler’ etkinliğidir (Ek-16). Kurabiyeler etkinliğinin öğrenme çıktısı dairenin alanının hesaplanması ile ilgili problemlerin çözülmesi şeklinde olup etkinlik kapsamında farklı iletişim düzeylerinden toplam altı soru hazırlanmıştır. Soruların Turner, Blum ve Niss tarafından tanımlanan dereceli puanlama anahtarı esas alınarak belirlenen iletişim düzeyleri Tablo 2.23’te detaylı olarak açıklanmıştır. Kurabiyeler etkinliğine yönelik düzey belirleme çalışmasına ilişkin uyum yüzdesi % 83 olarak belirlenmiş ve eğitimcilerin bir sorunun düzeyi hakkında fikir ayrılığı yaşadıkları görülmüştür. Bu durumda iletişim düzeyi hakkında fikir ayrılığı yaşanan sorunun düzeyine uzman bir öğretim üyesinin görüşleri doğrultusunda karar verilmiştir.

Kurabiyeler etkinliği kapsamındaki birinci ve ikinci sorunun bir gerçek yaşam durumu olarak farklı büyüklükteki kurabiyelerin özdeş kutulara yerleştirilmesine yönelik olarak hazırlandığı görülmektedir. Dolayısıyla “*Kurabiyelerin büyüklüğü ne/nelere bağlı olarak değişmektedir? Açıklayınız.*” sorusu formüle etme matematiksel sürecine yönelik

olup üç farklı büyüklükteki kurabiyelerin çap/yarıçap uzunlukları ile kapladıkları alanlar arasındaki ilişkinin ortaya konulmasını; “Kurabiyelerin büyüklüğünün belirlediğiniz etken(ler)e bağlı olarak nasıl değiştiğini yorumlayınız.” sorusu ise kurabiye büyüklüklerindeki değişimin yarıçap uzunluğunun karesi ile doğru orantılı olacak şekilde gerçekleştiğinin açıklanmasını gerektirmektedir.

Etkinliğin üçüncü sorusunun ilişkili olduğu matematiksel süreç yürütme süreci olarak belirlenmiştir. Bu kapsamda üç farklı büyüklükteki kurabiyenin her birinin alan ölçüsü ve adet sayıları göz önünde bulundurularak her bir kutu için kurabiyelerin toplam alanını belirlemeye yönelik hesaplamalar yapılmaktadır.

Etkinliğin dördüncü sorusuna ilişkin olarak sorunun formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin olduğu görülmektedir. Nitekim burada her bir kutu için kurabiyelerin toplam alanı ile ödenen tutar arasında ilişki kurularak parasal değere için matematiksel model ortaya konulmakta ve ardından sayısal hesaplamalar yapılmaktadır.

Son olarak etkinliğin beşinci ve altıncı sorularının ilişkili olduğu süreç yorumlama ve değerlendirme süreci olarak belirlenmiştir. Burada model esas alınarak değişen bağlam durumunda daha genel bir çözüm talep edilmektedir ki bu da modelin yorumlanması ve değerlendirilmesi sürecine işaret etmektedir.

Tablo 2.23. Kurabiyeler etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri

Soru No	Soru	Açıklama	İletişim düzeyi
1	Kurabiyelerin büyüklüğü ne/nelere bağlı olarak değişmektedir? Açıklayınız.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında incelendiğinde üç farklı büyüklükteki kurabiyelerin küçük, orta ve büyük boy olarak adlandırılmasının hangi değişken(ler)e bağlı olduğunun belirlenmesi gerektiği görülmektedir. Bu kapsamda kurabiye büyüklüklerinin, kapladıkları alanlar ile ilişkili olduğu yorumlanmalıdır. Buna bağlı olarak kurabiyelerin farklı büyüklüklerde olmasının çap/yarıçap uzunluklarının farklı olmasından kaynaklandığı açıklanmalıdır. Dolayısıyla iletişimin anlatımcı bileşeni söz konusu ilişkinin sözlü/yazılı açıklamasından oluşmaktadır.	2
2	Kurabiyelerin büyüklüğünün belirlediğiniz etken(ler)e bağlı olarak nasıl değiştiğini açıklayınız.	İletişimin alıcı bileşeni, Soru-1’de açıklanan ilişkinin göz önünde bulundurulmasıyla gerçekleştirilen matematiksel hesaplamaları kapsamaktadır. Yani, kurabiye büyüklüklerindeki değişimin yarıçap uzunluğunun karesi ile doğru orantılı olacak şekilde gerçekleştiği açıklanmalıdır. Dolayısıyla anlatımcı bileşen söz konusu ilişkinin sözlü/yazılı açıklamasından oluşmaktadır.	1

Tablo 2.23. (Devam) *Kurabiyeler etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri*

Soru No	Soru	Açıklama	İletişim düzeyi
3	Elimizdeki bu üç kutudan yalnızca bir kutunun kullanılmasına izin verilmektedir. Bu kutulardan hangisini seçersek daha çok öğrenci doyar? Yanıtınızı destekleyen matematiksel işlemleri gösteriniz ($\pi = 3$ alınır).	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında problem durumundaki ‘daha çok öğrenci doyar’ ifadesinin matematiksel olarak yorumlanması gerekmektedir. Bu kapsamda üç farklı büyüklükteki kurabiyenin her birinin alan ölçüsü ve adet sayıları göz önünde bulundurularak her bir kutu için kurabiyelerin toplam alanı hesaplanmaktadır. Son olarak elde edilen sonuçların karşılaştırılmasıyla sorunun doğru yanıtı elde edilmiş olmaktadır. İletişimin anlatımcı bileşeni alan ölçülerini ifade eden sayısal sonuçların sunulmasını kapsamaktadır.	2
4	Bir kutu kurabiyenin satış fiyatının büyük, orta ve küçük boy kurabiyeler için sırasıyla 16 TL, 8 TL ve 4 TL olarak belirlendiğini varsayınız. Buna göre hangi kutunun daha hesaplı olduğunu bulunuz. Yanıtınızı destekleyen matematiksel işlemleri gösteriniz.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında incelendiğinde soru kökündeki ‘daha hesaplı kurabiye’ ifadesinin ne anlama geldiğinin yorumlanması gerekmektedir. Bu doğrultuda ilişkilendirilmesi gereken bileşenler bir kutudaki kurabiyelerin toplam alanı (cm^2) ile satış fiyatı (TL) olmaktadır. Yapılan hesaplamalar sonucunda cm^2 başına ödenen tutar veya 1TL’ye karşılık gelen kurabiye miktarı elde edilmekte ve karşılaştırma yapılarak hangi kutunun daha hesaplı olduğunun sözlü/yazılı açıklaması sunulmaktadır.	2
5	Her birinde aynı tipte kurabiye bulunan birer kutu kurabiyenin satış fiyatının aynı olması isteniliyor. Bu durumda kutulara en çok kaçar tane kurabiye konulabilir?	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında ilişkilendirilmesi gereken bileşenler kurabiyelerin sayısı ve alan ölçüleri olmaktadır. Bu kapsamda bir kutudaki orta boy kurabiye sayısının büyük boy kurabiye sayısının dört katına; küçük boy kurabiye sayısının ise orta boy kurabiye sayısının dört katına eşit olduğu yorumlanmalıdır. Diğer yandan bir kutuya farklı büyüklükteki kurabiyelerden en fazla kaç adet konulabileceğine ilişkin durum göz önünde bulundurularak kurabiye sayıları belirlenmelidir. Görüldüğü gibi iletişimin anlatımcı bileşeni kapsamında her bir kutudaki kurabiye sayıları sunulmaktadır.	3
6	Her birinde aynı tipte kurabiye bulunan üç kutuya eşit sayıda kurabiye konulması isteniyor. Bu durumda kutulara en çok kaçar tane kurabiye konulabilir? Bu durumda birer kutu kurabiyenin satış fiyatı nasıl belirlenmelidir?	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında ilişkilendirilmesi gereken bileşenler satış fiyatı ile kurabiyelerin alan ölçüleri olmaktadır. Bu kapsamda orta boy bir kutu kurabiyenin satış fiyatının küçük boy bir kutu kurabiyenin satış fiyatının dört katına; büyük boy bir kutu kurabiyenin ise orta boy bir kutu kurabiyenin satış fiyatının dört katına eşit olduğu yorumlanmaktadır. Görüldüğü gibi iletişimin anlatımcı bileşeni kapsamını kurabiye sayılarına ilişkin sayısal ifadeler ve kurabiye sayıları ile satış fiyatları arasındaki ilişkinin sözlü/yazılı açıklaması oluşturmaktadır.	3

2.6.1.3.6. Altıncı öğretim uygulaması

Öğretim uygulamalarının altıncısı Cebir öğrenme alanına ilişkin ‘Balon Turu’ etkinliğidir (Ek-17). Balon Turu etkinliğinin öğrenme çıktısı doğrusal ilişki içeren gerçek

yaşam durumları ile ilgili problemlerin çözülmesi şeklinde olup etkinlik kapsamında farklı iletişim düzeylerinden toplam üç soru hazırlanmıştır. Soruların Turner, Blum ve Niss tarafından tanımlanan dereceli puanlama anahtarı esas alınarak belirlenen iletişim düzeyleri Tablo 2.24’te detaylı olarak açıklanmıştır. Balon Turu etkinliğine yönelik düzey belirleme çalışmasına ilişkin uyum yüzdesi % 85 olarak belirlenmiş ve eğitimcilerin bir sorunun düzeyi hakkında fikir ayrılığı yaşadıkları görülmüştür. Bu durumda ilgili sorunun iletişim düzeyi hakkında uzman bir öğretim üyesinin görüşleri alınarak sorunun düzeyine karar verilmiştir.

Balon Turu etkinliği kapsamındaki birinci ve ikinci soruların bir gerçek yaşam durumu olarak balon turunun gerçekleşmesi sürecinin matematiksel olarak yorumlanmasına yönelik olarak hazırlandığı görülmektedir. Dolayısıyla “*Balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenler hangileridir? Bu değişkenler arasında nasıl bir ilişki olduğunu yorumlayınız.*” ve “*Balonun bir tur boyunca bulunduğu yüksekliğin zamana bağlı değişimini matematiksel olarak ifade ediniz.*” şeklindeki sorular formüle etme sürecine yönelik olup balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenlerin belirlenmesi ve bu değişkenler arasındaki ilişkinin matematik dilinde ifade edilmesini gerektirmektedir.

Etkinliğin üçüncü sorusunun ilişkili olduğu matematiksel sürecin formüle etme olduğu görülmektedir. Nitekim ikinci soruda öğrencilerin ulaşması beklenen matematiksel model yükselme-seyir-iniş süreçleri boyunca balonun bulunduğu yükseklik ile zaman değişkenleri arasındaki ilişkiyi gösteren denklemlerin elde edilmesi yönünde iken bu soru kapsamında söz konusu ilişkinin grafik temsili ile ortaya konması beklenmektedir. Sorunun a, b ve c şıkları matematiksel modele ulaşma yolunda atılacak adımları işaret etmekte olup matematiksel modelin formüle edilmesi sürecinde öğrencilerden beklenen etkinlikler olarak görülmektedir.

Tablo 2.24. Balon Turu etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri

Soru No	Soru	Açıklama	İletişim düzeyi
1	Balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenler hangileridir? Bu değişkenler arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında incelendiğinde balon turunun gerçekleşmesi sürecinde nelerin nasıl değiştiğinin belirlenmesi gerektiği görülmektedir. Bu kapsamda balonun bulunduğu yüksekliğin zamana bağlı olarak değiştiği yorumlanmalıdır. Ayrıca balonun yükselme sürecinde bulunan yüksekliğin arttığı, seyir sürecinde sabit kaldığı ve iniş sürecinde azaldığı açıklanmalıdır.	2

Tablo 2.24. (Devam) Balon Turu etkinlik soruları ve iletişim düzeyleri

Soru No	Soru	Açıklama	İletişim düzeyi
2	Balonun bir tur boyunca bulunduğu yüksekliğin zamana bağlı değişimini matematiksel olarak ifade ediniz.	İletişimin alıcı bileşeni, Soru-1’de açıklanan ilişkinin matematiksel dilde yazılı olarak ifade edilmesini kapsamaktadır. Yani, yükselme süreci için bulunulan yüksekliğin saniyede 2 metre arttığı, seyir süreci için bulunulan yüksekliğin sabit kaldığı ve iniş süreci için bulunulan yüksekliğin saniyede 10/3 metre azaldığı açıklanmalı ve her bir durum için denklem kurulmalıdır. Dolayısıyla anlatımcı bileşen üç farklı süreç için ortaya konmuş üç farklı denklemden oluşmaktadır.	2
3	Balonun tur boyunca bulunduğu yüksekliğin zamana bağlı değişimini gösteren bir grafik çiziniz.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında matematiksel olarak ifade edilen ilişkinin grafik temsili kullanılarak gösterilmesi gerekmektedir. Dolayısıyla iletişimin anlatımcı bileşeni bir grafik sunulmasını kapsamaktadır.	2
a.	Bu grafiğin orijinden geçmesi mümkün müdür? Açıklayınız.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında grafiğin orijinden geçmesi durumunun balonun hareketi bağlamında nasıl yorumlandığı belirlenmektedir. Yani, grafiğin orijinden geçmesinin balonun deniz seviyesindeki bir noktadan kalkıyor olması anlamına geldiği ancak problem bağlamında böyle bir durumun gerçekleşmesinin mümkün olmadığı yorumlanmalıdır. Dolayısıyla anlatımcı bileşen kapsamında sözlü/yazılı açıklamalar sunulmaktadır.	2
b.	Balonun kalkış ve iniş noktalarındaki farklılaşmanın üzerinde gösterileceğini yorumlayınız.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında ilişkilendirilmesi gereken bileşenler balonun kalkış ve iniş noktalarının yükseklik değerleridir. Yani, balonun iniş noktasının rakım değerinin kalkış noktasının rakım değerinden fazla veya az ve bu değere eşit olması durumlarının grafik temsiliinde nasıl gösterileceği yorumlanmalıdır. Dolayısıyla anlatımcı bileşen söz konusu farklılıklara ilişkin sözlü/yazılı açıklamalardan oluşmaktadır.	2
c.	Bu grafiğin x eksenini kesmesi mümkün müdür? Açıklayınız.	İletişimin alıcı bileşeni bağlamında grafiğin x eksenini kesmesi durumunun balonun hareketi bağlamında nasıl yorumlandığı belirlenmektedir. Yani, grafiğin x eksenini kesmesinin deniz seviyesindeki bir noktaya inişin gerçekleşmesine karşılık gelmesi ve problem bağlamında böyle bir durumun gerçekleşmesinin mümkün olmadığı yorumlanmalıdır. Dolayısıyla iletişimin anlatımcı bileşeni kapsamında sözlü/yazılı açıklamalar sunulmaktadır.	2

2.7. Verilerin Analizi

Araştırmanın katılımcı seçim sürecinde elde edilen verilerin analizinde nicel ve nitel veri analizi yöntemleri kullanılmıştır. Bu kapsamda Duyuşsal Alan Ölçeği uygulamasından elde edilen veriler doğrulayıcı faktör analizi çalışması ve betimsel analiz yöntemiyle analiz edilirken, Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1'e ilişkin veriler matematiksel iletişim düzeyleri göstergeleri (Turner, Blum ve Niss, 2015) göz önünde bulundurularak betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Duyuşsal özelliklere ilişkin ön görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde ise içerik analizi (Creswell, 2014) yöntemi uygulanmıştır.

Öğretim deneyi sürecinde, öğretim bölümlerine ilişkin toplanan veriler süreç kodlama (process coding) (Saldana, 2016) yöntemi benimsenerek nitel olarak analiz edilmiştir. Süreç kodlama yönteminde bir problemi çözme sürecinde ortaya çıkan eylem, etkileşim veya duygular araştırılmaktadır (Corbin ve Strauss, 2008). Saldana'ya (2016) göre süreç kodlama araştırmacıya nitel verilerin kapsamını oluşturan eylem ve süreçleri tanımlamasına imkân sunmaktadır. Saldana (2016) süreç kodlamanın hem gözlemlenen eylem hem de değişim, oluşum ve büyüme gibi kavramsal eylemleri içerdiğini belirtmiştir.

Tablo 2.25. Matematiksel süreçler ve davranışlar (MEB, 2015; OECD, 2017)

Süreçler	Davranışlar
Formüle etme	- Gerçek hayatta karşılaşılan bir problem durumuna yönelik matematiksel yönleri ve bu probleme yönelik manidar değişkenleri tanımlar. - Problem durumlarında, düzen, ilişki ve örüntüleri içeren matematiksel yapıları fark eder. - Bir durumu ya da problemi, matematiksel analizlere tam hazır hale getirmek için basitleştirir. - Belli bir bağlamda toplanan herhangi bir matematiksel modellemenin ve basitleştirmenin temel sınırlılıklarını ve varsayımlarını tanımlar. - Bir durumu, uygun değişkenleri, sembolleri, diyagramları ve standart modelleri kullanarak matematiksel olarak gösterir. - Bir problemi, uygun varsayımlara ve matematiksel kuramlara göre farklı şekillerde gösterir. - Bir problemin sunumunda kullanılan spesifik dil yani teorik bilgi gösterimi şekli ile sembolik ve formel dil yani matematiksel gösterim şekilleri arasındaki ilişkileri anlar ve açıklar. - Bir problemin spesifik ya da yazılı/sözlü içeriğini, matematiksel gösterime dönüştürür. - Problemin bilinenlerine ya da matematiksel kavramlar, bilgi ya da süreçlere göre bir problemin yönlerini fark eder. - Kavramsal bir problemde, doğal matematiksel ilişkileri betimlemek için teknolojiyi kullanır. Örneğin bir tablo ya da sıklık listesini matematiksel hesap makinesi kullanarak hazırlar.

Tablo 2.25. (Devam) *Matematiksel süreçler ve davranışlar (MEB, 2015; OECD, 2017)*

Süreçler	Davranışlar
Yürütme	- Matematiksel çözümler bulmak için stratejiler tasarlar ve uygular. - Kesin ya da yaklaşık çözümler bulmada teknolojik araçları da içeren matematiksel araçları kullanır. - Çözüm bulmada matematiksel gerçekleri, kuralları, algoritmaları ve yapıları uygular. - Sayıları, grafiksel ve istatistiksel verileri ve bilgileri, cebirsel ifadeleri ve denklemleri ve geometrik gösterimleri manipüle eder. - Matematiksel diyagram, grafik ve yapıları oluşturur. Bunlardan matematiksel bilgi çıkarır. - Çözüm bulma sürecinde, farklı gösterimler kullanır ve bu gösterimler arasında geçiş yapar. - Çözüm bulmada uyguladığı matematiksel süreçlerden elde ettiği sonuçlara bağlı olarak genellemeler yapar. - Matematiksel argümanlar göstererek matematiksel sonuçları açıklar ve doğrular.
Yorumlama/Değerlendirme	- Bir matematiksel sonucu, gerçek dünya içeriğine dönerek yorumlar. - Gerçek hayatta karşılaşılabilecek bir probleme yönelik matematiksel çözümlerin makul olup olmadığını değerlendirir. - Sonuçların ne kadar doğru ya da uygulanabilir olduğu konusunda bir yargıya varabilmek için yürütülen bir matematiksel sürecin ya da modelin içerdiği hesaplamaların ve çıktıların, gerçek dünyadaki etkilerinin nasıl ve neler olduğunu anlar. - Verilen bir kavramsal probleme yönelik matematiksel sonuç ve kararların neden mantıklı ya da mantıksız olduğunu açıklar. - Matematiksel kavramların ve çözümlerin sınırlılıklarını anlar. - Problem çözmede kullanılan modelin sınırlılıklarını tanımlar ve eleştirir.

Bu araştırmada matematik okuryazarlığı/matematiksel modelleme döngüsü süreçlerine yönelik olarak hazırlanmış gerçek yaşam problemlerinin çözüm sürecinde, katılımcıların bu problemlerin matematiksel iletişim düzeyine bağlı olarak çeşitlenen eylemlerine odaklanıldığından süreç kodlama yöntemi benimsenmiştir. Bu kapsamda elde edilen veriler matematiksel iletişim becerisi düzeyleri göstergeleri (Turner, Blum ve Niss, 2015) ve matematiksel süreç davranışları (MEB, 2015; OECD, 2017) göz önüne alınarak nitel olarak analiz edilmiştir. Matematik okuryazarlığı döngüsüne ilişkin matematiksel süreçler (formüle etme, yürütme, yorumlama/değerlendirme) ve bu süreçlerde gözlemlenen matematiksel davranışlar Tablo 2.25'te ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Diğer yandan katılımcıların matematiksel çalışmalarına ilişkin açıklamaları sözcük kullanımındaki tutarlılık bağlamında incelenerek odaksal ve etkileşimsel analiz (Sfard, 2001) gerçekleştirilmiştir. Odaksal analiz ve etkileşimsel analiz yöntemlerine ilişkin detaylı açıklamalar aşağıda sunulmaktadır.

2.7.1. Odaksal analiz (Focal analysis)

Odaksal analiz, öğrencilerin birbirleriyle ve bir öğretmenin öğrencileriyle olan iletişim şekli hakkında derinlemesine bilgi sahibi olunmasını sağlayan bir analiz türüdür. Sfard’a (2001) göre iletişimin etkililiği söylemsel odağın açıklık/netlik derecesine bağlıdır. Başka bir deyişle, eğer bir söylemin tüm katılımcıları ne hakkında konuşulduğu üzerinde hemfikir değiller ve sözcükleri aynı anlama gelecek şekilde kullanmıyorlar ise o zaman iletişimlerinin etkililiğinden söz edilemez.

Sfard’a (2000) göre matematiksel bir söylemin i) ifade edilen odak (pronounced focus), ii) işaret edilen odak (attended focus) ve iii) kastedilen odak (intended focus) olmak üzere üç tür odağı bulunmaktadır.

İfade edilen odak, katılımcının yazılı veya sözlü ifadeleri iken işaret edilen odak katılımcının bir şeye bakma, işaret etme gibi eylemleri ve mimiklerinden oluşmaktadır. Son olarak kastedilen odak ise ifade edilen ve işaret edilen odakların bütüncül bir şekilde yorumlanması ile şekillenmektedir (Sfard, 2000). Bu noktada kastedilen odağın diğer iki odak türünden daha az somut olduğu söylenebilir; ancak bir söyleme ilişkin olarak birbirinden farklılık gösteren ifade edilen ve işaret edilen odakların olması, kastedilen odağın varlığı ve belirlenmesi için önemli birer ipucu niteliğindedir. Bazı durumlarda bir söylemin katılımcılarının ifade ve işaret edilen odakları farklı olmasına karşın kastedilen odakları aynı olabilir. Bu nedenle bir iletişimin etkililiği öncelikli olarak katılımcıların kastedilen odakları arasındaki uyuma bağlıdır.

Matematiksel söylemlere ilişkin odak türlerini belirleme kriterleri Tablo 2.26’daki gibi özetlenebilir.

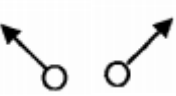
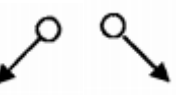
Tablo 2.26. *Odak türlerinin belirlenmesi*

İfade Edilen Odak	İşaret Edilen Odak	Kastedilen Odak
Katılımcının yazılı ve sözlü ifadeleri	Katılımcının açık veya üstü kapalı eylemleri	Araştırmacıların yorumlamaları

Odaksal analiz matematiksel bir iletişimin etkili olup olmadığı konusunda oldukça detaylı bir bilgi sunmasına karşın bu durumun nedeni hakkında herhangi bir bilgi vermemektedir. Bu noktada yeni bir analiz türü olarak ‘etkileşimsel analiz’ ile karşılaşılmaktadır.

2.7.2. Etkileşimsel analiz (Preoccupational analysis)

Etkileşimsel analiz, matematiksel söylemlerin katılımcılarının farklı iletişim kanalları arasında nasıl ve hangi düzeyde hareket ettiklerinin incelenmesini sağlamaktadır (Sfard ve Kieran, 2001). Burada iletişim kanalları ifadesi ile her bir katılımcının kendi düşüncelerini gösteren satırlar kastedilmekte olup bu kanallar kişisel ve de kişiler arası olabilmektedir. Etkileşim analizinde kullanılan temel araç ise akış şemalarıdır (flow charts). Akış şeması, katılımcıların aralarındaki iletişimin etkililik derecesine karar verebilmek amacıyla geliştirilmiştir. Yani, akış şemaları katılımcıların yalnızca kendileriyle mi yoksa diğer katılımcılarla mı iletişim kurduklarına karar verilmesini sağlamaktadır. Böylece akış şemaları bir iletişimin etkili veya etkisiz olma nedenleri hakkında bilgi vermektedir (Sfard ve Kieran, 2001).

	Kişisel iletişim	Kişiler arası iletişim
Reaktif		
Proaktif		

Şekil 2.12. Etkileşimsel analiz sembolleri

Sfard ve Kieran tarafından geliştirilen bu analiz türünde ‘proaktif (ileriye yönelik)’ ve ‘reaktif (tepkisel)’ türde oklardan yararlanılmaktadır (Şekil 2.12). Proaktif oklar bir katılımcının diğer(ler)inden yanıt/teпки beklediği durumları; reaktif oklar ise bu beklentinin karşılığı olarak bir yanıt/teпки verildiği durumları ifade etmektedir. Okların dikey veya çapraz olma durumları sırasıyla katılımcıların kendileri ile ve diğer katılımcılarla olan iletişimini; kesikli olup olmama durumu ise söylemlerin içeriğini, yani üst düzey veya nesne düzeyinde olma durumunu yansıtmaktadır. Eğer ifadeler üst-düzey matematiksel söylem ise o zaman kesikli oklardan, nesne düzeyi söylem ise kesikli olmayan oklardan yararlanılmaktadır.

Son olarak duyuşsal özelliklere ilişkin son görüşmelerden elde edilen veriler içerik analizi (Creswell, 2014) yöntemiyle analiz edilerek katılımcıların  ğretim bölümleri sonrasındaki duyuşsal özellikleri detaylı olarak incelenmiştir.

3. BULGULAR

Araştırmanın bu bölümünde öğretim bölümleri öncesinde ve sonrasında gerçekleştirilen klinik görüşmeler, duyuşsal özelliklere ilişkin son görüşmeler ve öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analiz edilmesiyle ortaya çıkan bulgulara yer verilmiştir.

3.1. Ön Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular

Bu bölümde katılımcı öğrencilerle matematiksel iletişim becerisi düzeyleri ve matematik okuryazarlığı performanslarının incelenmesi amacıyla yönelik olarak gerçekleştirilen ön klinik görüşmelerden elde edilen bulgular sunulmuştur.

3.1.1. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi altı” olan öğrencilere ilişkin ön klinik görüşme bulguları

Bu bölümde araştırmacı-öğretmenin matematiksel iletişimi ‘0 düzeyi altı’ olan Ali ve Gökhan ile gerçekleştirdiği ön klinik görüşmelerde öğrencilerin Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 kapsamındaki problemleri çözme süreçlerinde detaylı olarak incelenen matematiksel iletişim becerisine ve matematik okuryazarlığı performanslarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 nicel analiz sonuçlarına göre Ali ve Gökhan’ın matematiksel iletişim düzeyi ‘0 düzeyi altı’ olarak belirlenmiştir. Yani, bu öğrencilerin yalnızca Düzey-0 sorularından bir tanesini (Listeler: Soru-1) doğru yanıtladığı görülmüştür. Bu durum öğrencilerin tüm bilgilerin doğrudan matematiksel görevle alakalı olduğu ve problem bağlamındaki matematiksel kavramla ilgili kısa ifade veya cümlelerden oluşan problem durumlarını bazı durumlarda anlayabildiği ve ulaştığı tek bir sözcük veya sayısal sonucu bazı durumlarda sunabilme becerisine sahip olduğunu göstermiştir.

Ön klinik görüşme kapsamında matematiksel iletişimin alıcı ve anlatımcı bileşenlerine ilişkin sorgulamalar, öğrencilerin iletişim becerisi düzeylerinin ‘0 düzeyi altı’ göstergelerini yansıttığını ortaya koymuştur. Bununla birlikte araştırmacı-öğretmenin görüşme sürecindeki sorgulamaları sonucunda bu öğrencilerin daha önce çözemediği Fuji Dağı Tırmanışı: Soru-1’i çözebildikleri ancak Düzey-1 sorularından Fuji Dağı Tırmanışı: Soru-3 ve Döner Kapı: Soru-1 ile Düzey-2 ve Düzey-3 sorularına ilişkin yorum yapmakta oldukça zorlandıkları ve hatalı ilişkilendirmeler yaptıkları gözlenmiştir.

Anlamadığı problemleri zor olduğu düşüncesiyle boş bıraktığını ifade eden Gökhan'ın bu yaklaşımı zorlayıcı bir problemin çözümüne ilişkin olarak probleminden kaçınma yaklaşımına sahip olmasıyla tutarlılık göstermiştir. Diğer yandan Ali ve Gökhan'ın matematik okuryazarlığı performansları değerlendirildiğinde bu öğrencilerin problem durumunda sunulan ifade, şekil vb. matematiksel olarak yorumlanması ve ilişkilendirilmesinde yaşadığı zorlukların bir yansıması olarak matematiksel bir modelin formüle edilmesi sürecinde ve matematiksel sonuçların ortaya konulmasına ilişkin yürütme süreçlerinde güçlük yaşadıkları gözlenmiştir.

İletişimi Düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı birinci sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Ali ve Gökhan problem durumundan anladıklarını açıklamaları istenildiğinde belirli bir sürede dağa tırmanma eyleminin gerçekleşmesi durumunu açıklamaya çalışmıştır. Çözüm sürecine ilişkin olarak Temmuz ayının 31 gün olması mevcut bilgisini kullanarak Fuji Dağı'nın toplam 57 gün halka açık olduğunu hesaplayabilen bu öğrenciler bir günde dağa tırmanan ortalama kişi sayısını bulmak için "200000:57" işleminin sonucunu bulmaları gerektiğini düşünebilmiştir (Görsel 3.1 ve Görsel 3.2).

Görsel 3.1. Ali'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü

Görsel 3.2. Gökhan'ın Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü

Ali ve Gökhan'ın yazılı çözümleri dağın tırmanma için halka açık olduğu süre ve bu süredeki ziyaretçi sayısı ile ilgili iki farklı bilgiyi ilişkilendirebildiğini ortaya

koymuştur. Ancak Ali'nin matematiksel çalışmalarına gerekçe sunmakta oldukça zorlandığı görülmüştür. Nitekim ğrenci sıklıkla '*bilmem*', '*yapamıyorum*', '*bu soruyu boş bıraksam*' gibi ifadelerle yaşadığı sıkıntıyı dile getirmiştir. Sonuç olarak Ali'nin ve Gökhan'ın çözüme yönelik doğru ilişkilendirmelerine karşın matematiksel bir sonuç ortaya koymakta zorlandığı gözlenmiştir.

Ali ve Gökhan'ın iletişimi Düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu yanıtlamadığı görülmüştür. Problemden anladıklarını açıklama sürecinde iki ğrenci de problem metnindeki ifadeleri tekrar okumuş, matematiksel dil kullanımı bağlamında hatalı söylemleri olsa da problem durumundaki ifadeleri doğru bir şekilde yorumlayabilmiştir. Ali '18 km'lik yürüyüş' ifadesini '9 in 9 ık' şeklinde, 'saatte 1,5 km yol alma' ifadesini ise 'bir saatte 1,5 km ilerleme' olarak yorumlamıştır. Gökhan ise '18 km'lik yürüyüş' ifadesini 'gidiş geliş 18' ve 'hızını ikiye katlamak' ifadesini ise 'inerken bir saatte 3 km' şeklinde açıklamıştır. Diğer yandan 'ortalama saatte 1,5 km yol almak' ifadesini ise 'hızın 1,5 km olması' şeklinde hız niceliğinin anlamını yansıtmayan bir şekilde hatalı yorumlamıştır.

zme yönelik olarak tırmanış ve iniş mesafesi ile tırmanış ve iniş hızlarını ilişkilendirmekte zorlanan öğrenciler, araştırmacı-öğretmenin gerçekleştirdiği yönlendirici sorgulama sonucunda tırmanış ve iniş sürelerini hesaplayabilmiştir. Buna karşın soru kökündeki '*en geç saat kaçta*' ifadesini göz ardı eden Ali'nin matematiksel hesaplamalarda yaşadığı zorluk nedeniyle sunduğu sonuç hatalı olmuştur. Benzer şekilde Gökhan da tırmanış ve iniş süreleri bilgisini saat sekizde eve dönme koşulu ile ilişkilendirememiş ve hatalı bir sonuç sunmuştur.

Fuji Dağı Tırmanışı nc sorusuna gelindiğinde Gökhan'ın zor olduğunu düşündüğü için soruyu çözmediği, Ali'nin ise yanıtı yanlış olmakla birlikte yazılı bir çözüm sunmadığı görülmüştür.

Ali '*ortalama adım mesafesi*' ifadesinden ne anladığı sorgulandığında '*bir adımın uzunluğu*' şeklinde yorumlayabilmiştir. Gökhan ise bu ifadeyi '9 km boyunca kaç adım attığı' şeklinde hatalı yorumlamıştır. Buna karşın iki ğrenci de çözüm sürecinde bir adım uzunluğunun hesaplanmasında adım sayısını yol uzunluğuna bölmesi gerektiğini belirtmiş, matematiksel hesaplamaları yapmakta yaşadıkları zorluk nedeniyle bir sonuç sunamamıştır.

Ali'nin yazılı zm Görsel 3.3'te sunulmuştur.

$$\begin{array}{r} 22500 \\ 18 \overline{) 22500} \\ \underline{18} \\ 45 \\ \underline{36} \\ 90 \\ \underline{90} \\ 0 \end{array}$$

Görsel 3.3. Ali'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü

Döner Kapı probleminin birinci sorusunu yanıtlamadığı görülen Ali ve Gökhan çap uzunluğunun 200 cm olmasını üç kapı kanadının uzunlukları toplamının 200 cm olması şeklinde hatalı yorumlamıştır. Benzer şekilde kanatlara işaret ederek soruda sorulan iki kapı kanadı arasındaki açığı şekil üzerinde gösterememişlerdir. Çözüm için hangi bilgilere ihtiyacı olduğunu düşündükleri sorgulandığında çözüm yolunu açıklayan öğrencilerin ikisi de çap uzunluğunu (200 cm) kanat sayısına (3) bölerek iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü hesaplayabileceğini düşünmüştür. Aşağıda Ali'nin çözüm sürecine ilişkin açıklamalarından bir kesit sunulmuştur.

Araştırmacı: İki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü hesaplayabilmen için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

Ali: Şöyle, 200'ü üçe bölerim.

Araştırmacı: Neden?

Ali: İç çapı 200'müş. Üç tane kanat var. Bir kanadın uzunluğunu bulacağız, açısını.

Araştırmacı: 200 cm olan nedir?

Ali: Bunların toplamı (kanatlara işaret ediyor).

Görüşme kesitinden anlaşılacağı gibi öğrenci kapı kanatlarının uzunluğu ile çap uzunluğu arasında hatalı bir ilişkilendirme kurmuş ve bunun yanı sıra 'açı' ve 'uzunluk' kavramlarını birbirlerinin yerine kullanmıştır. Başka bir deyişle 'uzunluk' ifadesi ile iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü kastetmiştir. Benzer şekilde Ali'nin bilinçsizce kullandığı ve matematiksel terminolojiye uygun olmayan bazı söylemleri olduğu görülmüştür. 'iç yerleri eşit (Kasıt: bölmelerin eşit olması)', 'içinin uzunluğu (Kasıt: çap uzunluğu)', 'yuvarlak (Kasıt: dairesel bölge)', 'dairenin açısı 360 (Kasıt: merkez açı ölçüleri toplamının 360 derece olması)' gibi ifadeler bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Görüşmenin ilerleyen süreçlerinde araştırmacı-öğretmenin sorgulamalarına bağlı olarak öğrenci üç kanat arasındaki açıların toplam 360 derece olması gerektiğini belirterek bir açının ölçüsünü $360:3$ işlemiyle hesaplayabilmiştir.

Döner Kapı probleminin ikinci sorusunu Gökhan yanıtsız bırakırken Ali'nin yanlış yanıtladığı ve matematiksel bir çözüm sunmadığı görülmüştür. Ali bu problemi anlamakta oldukça zorlandığını dile getirmiştir. Görüşme sürecinde problem durumunda noktalı yay ile gösterilen şekillerin açıklık olarak adlandırılmasını ve bu açıklıkların boyutlarının aynı olmasına ilişkin bilgiyi yay uzunluklarının eşit olması şeklinde yorumlayabilmiştir. Ancak çözüme ilişkin olarak bir şeyi başka bir şeye bölmesi gerektiğini düşünmüş ancak problemde hiçbir sayısal bilginin sunulmadığını belirtmiştir. Bu kapsamda çap uzunluğu olan 200'ü açıklık sayısına bölerek sonuca ulaşmayı denemiştir. Yani, çevre uzunluğu ile yay uzunluklarını ilişkilendirememiş ve matematiksel bir sonuç sunamamıştır. Benzer şekilde Gökhan problem durumundaki açıklık ifadesini, sunulan görselde olası hava akımını gösteren oklara işaret ederek hatalı yorumlamıştır. Nitekim *“Bu soruyu anlayamadım, çok zor çözemeyeceğim”* şeklindeki söylemiyle problemi anlamakta yaşadığı güçlüğü yansıtmış ve matematiksel bir sonuç sunamamıştır.

İletişimi Düzey-0 olan iki sorudan oluşan Listeler probleminin birinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen Ali ve Gökhan'ın sütun grafiğinin nasıl yorumlanması gerektiği konusunda farkındalık sahibi olduğu görülmüştür. Nitekim iki öğrenci de Soru-1'in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiştir. Soru-2'yi yanlış yanıtlayan bu öğrenciler görüşme sürecinde grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırma yapmış ve soru kökündeki *‘ilk kez’* ifadesini göz önünde bulundurarak doğru sonucu sunabilmiştir.

3.1.2. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin ön klinik görüşme bulguları

Bu bölümde araştırmacı-öğretmenin matematiksel iletişimi ‘0 düzeyi’ olan Elçin, Nazan, Can ve Rüya ile gerçekleştirdiği ön klinik görüşmelerde öğrencilerin Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 kapsamındaki problemleri çözme süreçlerinde detaylı olarak incelenen matematiksel iletişim becerisine ve matematik okuryazarlığı performanslarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 nicel analiz sonuçlarına göre bu öğrencilerin yalnızca test kapsamındaki Düzey-0 sorularının tamamını (Listeler Problemi) doğru yanıtladığı görülmüştür. Bu durum öğrencilerin tüm bilgilerin doğrudan matematiksel görevle alakalı olduğu ve problem bağlamındaki matematiksel kavramla

ilgili kısa ifade veya cümlelerden oluşan problem durumlarını anlayabildiği ve ulaştığı tek bir sözcük veya sayısal sonucu sunabilme becerisine sahip olduğunu göstermiştir.

3.1.2.1. Elçin'in ön klinik görüşme bulguları

Ön klinik görüşme kapsamında matematiksel iletişimin alıcı ve anlatımcı bileşenlerine ilişkin sorgulamalar, öğrencinin iletişim becerisi düzeyinin Düzey-0'ın üzerinde olduğunu ortaya koymuştur. Araştırmacı-öğretmenin problem durumundan ne anladığı ve problem durumundaki ifadeleri nasıl yorumladığına yönelik sorgulamaları sonucunda kazandığı farkındalığa bağlı olarak bu öğrencinin daha önce çözemediği bazı soruları (Fuji Dağı Tırmanışı: Soru-2 ve Döner Kapı: Soru-1) çözebildiği görülmüştür. Bununla birlikte Düzey-1 sorularından Fuji Dağı Tırmanışı: Soru-3 ile Düzey-3 sorusuna (Döner Kapı: Soru-2) ilişkin yorum yapmakta oldukça zorlandığı ve hatalı ilişkilendirmeler yaptığı gözlenmiştir.

Fuji Dağı Tırmanışı birinci sorusunu yanıtsız bıraktığı görülen Elçin'in matematiksel bir çözüm sunmaması nedeniyle görüşme sürecinde çözümünü yazılı olarak ifade etmesi istenmiştir (Görsel 3.4). Problemden ne anladığını açıklaması istenildiğinde soru kökünü tekrar okuyan öğrenci problemdeki ifadelere odaklanarak ne anladığını açıklaması istenildiğinde ise dağın tırmanma için halka açık olduğu süre ve bu süre içerisinde dağa tırmanan kişi sayısını doğru bir şekilde açıklayabilmiştir. Çözüme yönelik olarak hangi bilgilere ihtiyacı olduğunu düşündüğü sorgulandığında matematiksel sonuca ulaşacağı işlemi (kişi sayısını süreye bölmek) açıklamıştır. Dolayısıyla Elçin'in çözüme yönelik olarak dağın tırmanma için halka açık olduğu süre ve bu sürede dağa tırmanan kişi sayısı şeklindeki iki bileşeni doğru bir şekilde ilişkilendirebildiği görülmektedir. Ancak bu süreçteki matematiksel söylemlerinin hatalı ifadeler içerdiği ve kasıtlarını yansıtmayan nitelikte olduğu görülmüştür. Aşağıdaki görüşme kesiti Elçin'in çözüme yönelik olarak nicelikleri göz ardı ettiği açıklamalarına örnek olarak sunulmuştur.

Araştırmacı: Bir günde ortalama kaç kişinin tırmandığını bulabilmen için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

Elçin: 200000'e böleceğim sanırım.

Araştırmacı: Neyi 200000'e böleceksin?

Elçin: Gününü. Yani şöyle, 200000'i 57'ye böleceğim.

Araştırmacı: 200000'i 57'ye böldüğünde bulduğun sonuç ne anlama gelecek?

Elçin: Ortalama kişi sayısı.

Araştırmacı: Ortalama kişi sayısı ne demek?

Elçin: Yani, en yakın.

The image shows handwritten mathematical calculations on a piece of paper. The calculations are as follows:

Top left:
$$\begin{array}{r} 30 \\ 57 \overline{) 1710} \\ \underline{1710} \\ 0 \end{array}$$

Top middle:
$$\begin{array}{r} 340 \\ 57 \overline{) 19380} \\ \underline{1140} \\ 7980 \\ \underline{6300} \\ 1680 \end{array}$$

Top right:
$$\begin{array}{r} 2400 \\ 57 \overline{) 127200} \\ \underline{11400} \\ 13200 \\ \underline{11400} \\ 1800 \end{array}$$

Bottom left:
$$\begin{array}{r} 200000 \\ 57 \overline{) 1140000} \\ \underline{114000} \\ 0 \end{array}$$

Bottom middle:
$$\begin{array}{r} 200000 \\ 57 \overline{) 1140000} \\ \underline{114000} \\ 0 \end{array}$$

Bottom right:
$$\begin{array}{r} 57 \\ 57 \overline{) 3261} \\ \underline{3261} \\ 0 \end{array}$$

Görsel 3.4. Elçin'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü

Görüldüğü gibi öğrenci '200000'e böleceğim' ifadesiyle 200000 sayısının bölünen sayı olduğunu; 'güne böleceğim' ifadesiyle gün sayısını ve bu sayının bölünen sayı olduğunu kastetmektedir. Elçin'in matematiksel sonuca ulaşacağını düşündüğü işlem doğru olmasına karşın şıklardan gitme yolunu tercih ettiği, işlemlerinin hatalı olması nedeniyle doğru sonuca ulaşamadığı ve herhangi bir matematiksel gerekçe sunamadığı görülmüştür. Bu durum öğrencinin matematiksel bir çözüm stratejisini uygulama, matematiksel sonuçları açıklama ve doğrulama davranışlarını sergileyemediği şeklinde yorumlanmıştır.

Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu yanıtsız bıraktığı görülen Elçin, problemde ne anladığını kendi cümleleriyle açıklaması istenildiğinde birinci soruya benzer bir şekilde soru kökünü tekrar okumuştur. Bunun üzerine '18 km'lik yürüyüş' ifadesinden ne anladığı sorgulandığında tırmanma yolunun uzunluğunun 9 km olması bilgisi ile ilişkilendirme kurabildiği ve bu ifadenin '9 km gidiş ve 9 km dönüş' ifade ettiğini belirtmiştir. Benzer şekilde 'Tolga'nın dağa tırmanırken ortalama saatte 1.5 km yol alması' ifadesinden ne anladığı sorgulandığında bu ifadenin hız niceliğine ilişkin olduğunu açıklayamadığı görülmüş ve dönüş yolundaki hızına ilişkin hatalı söylemlerden oluşan açıklamalarıyla karşılaşmıştır. Örneğin, 'hızı çıkarken 1.5 km', '3 km saatteki hızı' gibi ifadeleriyle hızın 1.5 km/sa ve 3 km/sa olmasını kastetmekte ancak hız niceliğini ve birimini vurgulamamaktadır. Bununla birlikte Elçin'in 'bu hızlarda yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır' ifadesini 'saati artıracakız yani daha fazla oyalanmışlar'

şeklinde hatalı yorumladığı görülmüştür. Sonuç olarak Elçin çözüme yönelik olarak ilişkilendirilmesi gereken bileşenleri doğru bir şekilde belirleyememiştir.

Araştırmacı: Çözüm için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

Elçin: Tahmini hızından yola çıkacağız.

Araştırmacı: Neyi bulacaksın hızından çıkarak?

Elçin: Gittiği kilometresini.

Fuji Dağı Tırmanışı üçüncü sorusunu yanıtsız bıraktığı görülen Elçin, problemdeki ‘*adım mesafesi*’ ifadesini ‘*adımın ne kadar uzunlukta olduğu*’ şeklinde doğru yorumlayabilmiş ancak adım uzunluğunu nasıl bulacağı konusunda adım sayısı ile yürüyüş yolu uzunluğunun çarpılması gerektiğini düşünerek hatalı bir ilişkilendirme yapmıştır. Dolayısıyla bulduğu sonucu bir adımın uzunluğu olabilmesi bakımından yorumlamamıştır. Bu durum öğrencinin çözüme yönelik uygun bir problem çözme stratejisi tasarlama ve uygulama; matematiksel bir sonucun gerçek hayat bağlamında makul olup olmadığını değerlendirme durumlarında güçlük yaşadığını göstermiştir. Bununla birlikte süreçte ‘adımı mesafeye çarpmak’, ‘adımı mesafeye bölmek’ gibi hatalı matematiksel söylemleri olmuştur. Araştırmacı-öğretmenin soruda neyi bulmaya çalıştığını ve hangi bilgilere sahip olduğunu göz önünde bulundurduğunda çözüme nasıl ulaşabileceği konusundaki sorgulamasına karşın öğrenci ‘*Hiç bilmiyorum nasıl yapacağımı, hiç anlamadım*’ şeklindeki açıklamasıyla adım sayısı ile adım mesafesi arasında nasıl bir ilişkilendirme yapması gerektiğini anlamlandıramadığını ifade etmiştir.

İletişimi Düzey-1 olan Döner Kapı problemi birinci sorusunu yanıtsız bırakan Elçin problemde sunulan görselleri doğru bir şekilde yorumlayabilmiş, ‘*üç kapı kanadının bu alanı üç eşit bölüme ayırması*’ ifadesini bölümlerin çaplarının eşit olması şeklinde hatalı yorumlamıştır. Çözüm sürecinde ise merkez açı ölçüleri toplamının 360 derece olması bilgisi ile üç bölüm olması bilgisini ilişkilendirmiş, iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü $360:3$ işlemi sonucunda bulmuştur. Yani, çözüm sürecinde üç bölümün eşit olması ve dolayısıyla kapı kanatları arasındaki açı ölçülerinin eşit olması bilgisini göz önünde bulundurmamıştır. Bununla birlikte yanıtsız bıraktığı bu problemi, çap uzunluğunun iki metre olduğu bilgisinin çözümde kullanılması gerektiğini düşünmesi nedeniyle çözemediğini belirtmiştir. Dolayısıyla öğrencinin problemdeki tüm sayısal bilgilerin bir şekilde çözümle ilişkili olması gerektiğini düşündüğü görülmüştür.

Döner Kapı problemi ikinci sorusunu yanıtsız bıraktığı görülen Elçin’in soruda sunulan görsele ilişkin yorumu ‘*açıklıkların yay uzunluklarının eşit olması*’ şeklinde

olmuştur. Buna karşın dairenin alanını bulmaya yönelmiş, çevre uzunluğu ile yay uzunlukları arasında ilişkilendirme kuramamıştır. Aşağıdaki görüşme kesiti öğrencinin hatalı ilişkilendirmesini açıkça ortaya koymaktadır.

Araştırmacı: Yay uzunluklarını bulmak için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

Elçin: Dairenin alanı.

Araştırmacı: Dairenin alanını hesaplayarak yay uzunluklarını nasıl bulabilirsin?

Elçin: Nasıl olur?

Araştırmacı: Dairenin alanı ve yay uzunluğu arasında nasıl bir ilişki kurdun?

Elçin: Çevreyi bulsak?

Araştırmacı: Çevre uzunluğunu buldun diyelim, yay uzunluklarını nasıl bulabilirsin?

Elçin: Çıkartırım.

Araştırmacı: Neyi çıkarırsın?

Elçin: (sessizlik)

Sonuç olarak Elçin yay uzunluklarının en fazla kaç santimetre olabileceğine ilişkin matematiksel bir sonuç sunamamıştır. Elçin'in Döner Kapı problemlerindeki başarısızlığı geometrik şekilleri manipüle etme ve uygun bir değişken, sembol vb. kullanarak matematiksel gösterimini sunma durumlarında yaşadığı güçlüğü ortaya koymuştur.

İletişimi Düzey-0 olan iki sorudan oluşan Listeler problemini doğru yanıtladığı görülen Elçin, sorudaki sütun grafiğini doğru yorumlayabilmiştir. Soru-1'in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiş, Soru-2'nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak'ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırabilmiştir. Ayrıca soru kökündeki 'ilk kez' ifadesini dikkate alarak doğru yanıtı işaretlemiştir.

3.1.2.2. Nazan'ın ön klinik görüşme bulguları

Araştırmacı-öğretmenin problem durumundan ne anladığı ve problem durumundaki ifadeleri nasıl yorumladığına yönelik sorgulamaları sonucunda kazandığı farkındalığa bağlı olarak bu öğrencinin daha önce çözemediği Fuji Dağı Tırmanışı: Soru-1'i çözebildiği görülmüştür. Bununla birlikte Düzey-1 sorularından Fuji Dağı Tırmanışı: Soru-3 ve Döner Kapı: Soru-1 ile Düzey-2 ve Düzey-3 sorularına ilişkin yorum yapmakta oldukça zorlandığı ve hatalı ilişkilendirmeler yaptığı gözlenmiştir.

İletişimi Düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı birinci sorusunu yanıtsız bıraktığı görülen Nazan soruyu çözmek için çok uğraştığını ancak bir türlü doğru sonucu bulamadığını ifade etmiştir. Probleme ilişkin olarak kendisine zor gelen şeyin ne olduğu sorgulandığında ise Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 sorularının tamamının zor olduğunu düşündüğünü belirtmiştir. Problem durumundan ne anladığını kendi cümleleriyle açıklaması istenildiğinde soru kökünü tekrar okuduğu gözlenmiştir. Soru kökünde yer alan ‘ortalama kaç kişi’ ifadesini nasıl yorumladığı sorgulandığında ise çözüm yolunu açıklamıştır. Açıklamalarında matematiksel dil kullanımı bağlamında hatalı ve kasıtlarını yansıtmayan söylemler kullandığı (örn. bu zaman dilimini 200000’e bölmeyi ve bir gündeki kişiyi bulmayı denedim) görülen Nazan 200000:57 işleminin sonucunu bulmayı denemiştir (Görsel 3.5). Bu durum Nazan’ın dağın tırmanma için halka açık olduğu süre ve bu süredeki ziyaretçi sayısı ile ilgili iki farklı bilgiyi ilişkilendirebildiğini ortaya koymuştur.

The image shows handwritten calculations on a piece of paper. At the top, '57 gün' is written. Below it, '200.000' is written. A horizontal line is drawn, and '57' is written below it. The calculation shows '200.000' divided by '57' equals '3400' with a remainder of '198300'. The remainder is written as '198300' and is circled. There are also some other numbers and lines, but the main calculation is clear.

Görsel 3.5. Nazan’ın Fuji Dağı Tırmanışı-Soru-1’e ilişkin çözümü

Öğrenci bölme işleminin sonucunu bulmakta zorlanmış ve ‘ortalama’ ifadesinin ‘tam bir sonuç bulunamayacağı’ anlamına geldiği düşüncesiyle şıklarda sunulan sayı değerlerine bağlı olarak sağlama yapma yoluna gitmiştir. Bu durum Nazan’ın çözüm bulmada matematiksel kural ve algoritmaları uygulamada yaşadığı güçlüğü yansıtmıştır. Aşağıda söz konusu duruma ilişkin görüşme kesiti sunulmuştur.

Nazan: Ortalama diye soruyor. Yani, tam öyle çıkmayacak sanırım. (3400 x 57 işlemini yapıyor ve sonucu 198300 buluyor). Ben olsam 3400 derdim.

Araştırmacı: 3400 yanıtını verme nedenin sağlama yaptığında 198300 değerini bulman mı?

Nazan: Evet. Çünkü ortalamayı soruyor tam olarak istemiyor bizden.

Araştırmacı: Peki bu soruyu neden boş bırakmıştın?

Nazan: Bölmeyi yapamadığım ve tam olarak bir sonuç bulamadığım için olabilir.

İletişimi Düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu da yanıtsız bıraktığı görülen Nazan problem durumunu açıklarken birinci soruda olduğu gibi soru köküne odaklanmış ve yürüyüşe ilişkin akşam saat 8’de dönmüş olma koşulu olduğunu açıklamıştır. ‘18 km’lik yürüyüş’ ifadesini anlayamamış ve ‘yürüyüş yolu 9 km ise daha uzun başka bir yere gidilmiş olması gerektiği’ şeklinde yorumlamıştır. Başka bir deyişle, söz konusu ifadeyi gidiş ve dönüş yolunun toplam uzunluğunun 18 km olması şeklinde yorumlayamamıştır. Benzer şekilde ‘saatte 1,5 km yol alma’ ifadesini hız niceliği olarak değil alınan yol olarak yorumlamıştır. Buna bağlı olarak da tırmanış ve iniş hızlarının toplamı olan 4,5 değerini tırmanış ve iniş mesafeleri toplamı olarak ifade etmiştir.

Araştırmacı: Tırmanış ve inişteki toplam yol uzunluğu kaç km?

Nazan: 1,5 km ve 3 km de iniş.

Araştırmacı: Yani toplam yol uzunluğunun kaç km olduğunu düşünüyorsun?

Nazan: 4,5.

Araştırmacı: Neden?

Nazan: 1,5 ile çıkıyorsa 3 ile de iniyorsa toplam 4,5 km.

Araştırmacı: 1,5 km ve 3 km yolun uzunluğu mu olmuş oluyor?

Nazan: Olmaz mı? (Düşünüyor) Evet, o hızlıydı.

Araştırmacı: Ben sana toplam yol uzunluğunu sormuştum.

Nazan: 18 km.

... (tırmanış ve iniş mesafelerinin 9 km olarak açıklanması)

Araştırmacı: O halde, tırmanış ve iniş hızlarını da bildiğine göre tırmanış ve iniş sürelerini nasıl bulabilirsin?

Nazan: 2 saat mi oluyor?

Araştırmacı: Neden?

Nazan: Toplam 4,5. 9 km ise iki katı olduğundan iki saat.

Görüldüğü gibi Nazan tırmanış ve iniş mesafeleri ile tırmanış ve iniş hızlarını ilişkilendirmekte oldukça zorlanmıştır. Bu durum öğrencinin bir problem durumuna yönelik matematiksel yönleri ve bu probleme yönelik manidar değişkenleri tanımlamakta zorluk yaşadığı biçiminde yorumlanmıştır. Burada ayrıca Nazan’ın matematiksel söylemlerinin kasıtlarını yansıtmaması ve aynı sözcükleri kasıtları farklı olacak şekilde kullanması dikkat çekmiştir. Örneğin, ‘4,5 km’ matematiksel ifadesiyle başlangıçta toplam yol uzunluğunu daha sonra toplam hızı kastettiği görülmektedir. Diğer yandan tırmanış ve iniş sürelerini araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile bulabilen bu öğrenci

soru kökündeki ‘*en geç kaçta*’ ifadesini de hatalı yorumlayarak yanıtını bir saat aralığı olarak ifade etmiştir.

Fuji Dağı Tırmanışı üçüncü sorusunun iletişimi Düzey-1 olup Nazan’ın bu soruyu yanlış yanıtladığı görülmüştür. ‘*ortalama adım mesafesi*’ ifadesinden ne anladığı sorgulandığında Nazan aşağıdaki şekilde bir açıklama yapmıştır.

Araştırmacı: Sence ‘ortalama adım mesafesi’ ile kastedilen nedir?

Nazan: Bir adım.

Araştırmacı: Bir adım?

Nazan: Yani, bir adımın santimetresi.

Araştırmacı: Bir adımın uzunluğu mu demek istiyorsun?

Nazan: Evet.

Söz konusu ifadeyi doğru yorumlamasına karşın Nazan’ın matematiksel hesaplamaları (22500:9) bir adımın uzunluğu yerine bir kilometrede atılan toplam adım sayısını bulmaya yönelik olmuştur. Ayrıca 2500 cm olarak bulduğu sonucu, bir adım uzunluğunun nasıl 2500 cm olabileceği bakımından yorumlamamış ve gerçek yaşam durumu bağlamında değerlendirme yapmamıştır. Dolayısıyla bu öğrencinin matematiksel bir sonucun gerçek yaşam durumu bağlamında makul olup olmadığını değerlendirme davranışını sergilemediği gözlenmiştir.

Döner Kapı problemine gelindiğinde Nazan’ın sunulan şekilleri doğru bir şekilde yorumlayabildiği ancak sorunun çözümüne ilişkin hatalı ilişkilendirmeler yaptığı görülmüştür. Yani, çap uzunluğu (200 cm) ile kapı kanatları arasındaki açı ölçülerini ilişkilendirmeye çalışarak sorulan açı ölçüsünü (200:2) 100 olarak bulmuştur. Sıklıkla soruyu hiç anlamadığını dile getiren Nazan burada iki kapı kanadı arasındaki açı ölçüsünü 100 olarak ifade ederken her bir kanat uzunluğunun 100 cm olması gerektiğini kastetmiştir. Benzer şekilde Döner Kapı probleminin ikinci sorusunu da anlayamadığını belirten Nazan problem durumunda noktalı yay ile gösterilen şekillerin açıklık olarak adlandırılmasını ve bu açıklıkların boyutlarının aynı olmasına ilişkin bilgiyi araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle yay uzunluklarının eşit olması şeklinde yorumlayabilmiştir. Buna karşın soru kökündeki ‘*en fazla yay uzunluğu*’ ifadesini yay uzunluklarının çok kısa olması gerektiği şeklinde yorumlayarak problem durumunu ve neyi bulması gerektiğini anlayamadığını yansıtmıştır. Bu doğrultuda şekilden öyle görüldüğü düşüncesiyle noktalı yay uzunluklarının iki kapı kanadı arasındaki açı ölçüsünün yarısına eşit olduğunu ifade etmiştir. Bu durum Nazan’ın dairesel bir bölgenin çevre uzunluğu ile yay

uzunluklarını ilişkilendiremediğini ortaya koymuştur. Nazan'ın çözüm sürecindeki düşüncelerini yansıtan görüşme kesiti aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Yayların uzunluklarını nasıl bulabileceğini düşünüyorsun?

Nazan: Nasıl bulacağım ki acaba? (düşünüyor) Nasıl bulacağımı anlamadım.

Araştırmacı: Görseli tekrar inceleyebilirsin.

Nazan: Şimdi çap 200, yarıçap da 100. 50 derece olursa karşı taraf 50. Ama burası karşıya eşit değil mi? Öyle bir şey vardı.

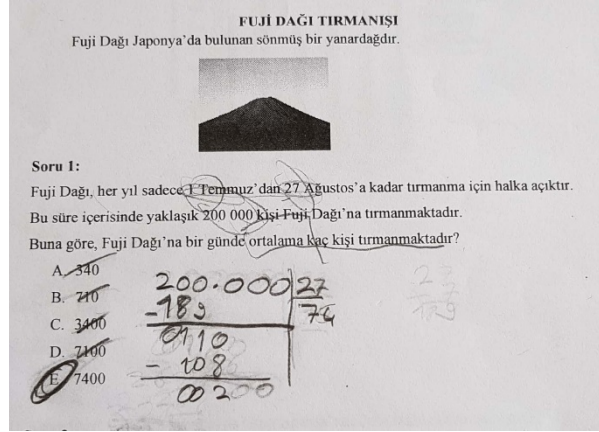
Araştırmacı: Yay uzunluğunun 50 cm olduğunu mu söylemek istedin?

Nazan: Olabilir. Buraya eğer 50 yaparsam bu yayın uzunluğu 50 cm oluyor. Ama burası yarısı gibi duruyor 25 cm olabilir...

İletişimi Düzey-0 olan iki sorudan oluşan Listeler problemini doğru yanıtladığı görülen Nazan'ın sütun grafiğinin nasıl yorumlanması gerektiği konusunda farkındalık sahibi olduğu görülmüştür. Soru-1'in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiş, Soru-2'nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak'ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırabilmiştir. Ayrıca soru kökündeki 'ilk kez' ifadesini dikkate alarak doğru yanıt işaretlemiştir.

3.1.2.3. Can'ın ön klinik görüşme bulguları

İletişimi Düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı birinci sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Can bu sorunun geçmiş yıllardaki hatırlamadığı konulara yönelik olduğunu ifade etmiştir. Bu durumu göz ardı ederek problem durumundan ne anladığını açıklaması istenildiğinde ise problemin çözümüne yönelik olarak Fuji Dağı'na bir yılda 200000 kişinin tırmandığını ve bu nedenle kişi sayısını 365'e bölmesi gerektiğini belirtmiştir. Bunun üzerine dağın halka açık olduğu gün sayısını belirlemesi istenildiğinde hatasını fark ederek bir günde tırmanan kişi sayısını bulmaya yönelik doğru ilişkilendirmeler yapabilmiş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Soru kökündeki 'ortalama kaç kişi' ifadesini nasıl yorumladığı sorgulandığında Can'ın "Oraya dikkat etmedim çünkü sorularda sadece sayılara bakarım" şeklindeki açıklaması problem metnindeki açıklamaları göz ardı ettiğini ve doğrudan sayısal ifadelerle odaklandığını ortaya koymuştur. Nitekim Soru-1'e ilişkin olarak Can'ın 1, 27, 200000 sayısal ifadelerine odaklanarak (daire içine alması) ortaya koyduğu çözüm söz konusu yaklaşımını açıkça göstermektedir (Görsel 3.6).



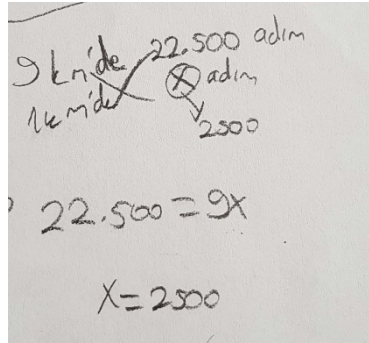
Görsel 3.6. Can'ın Fuji Dağı Tırmanışı: Soru-1'e ilişkin çözümü

Ölçme aracındaki diğer sorulara ilişkin sorgulama süreçlerinde de benzer durumlarla karşılaşmış olması, Can'ın bir problem durumunu anlamlandırma konusunda yaşadığı önemli bir güçlük olarak değerlendirilmiştir.

İletişimi Düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu yanıtsız bıraktığı görülen Can problem durumunu anlamadığını, sorunun kendisine uzun ve karmaşık geldiğini dile getirmiştir. Bunun üzerine '18 km'lik yürüyüş', 'ortalama saatte 1,5 km yol alma' ve 'hızını ikiye katlama' ifadelerini ayrı ayrı yorumlaması istendiğinde öğrencinin problemi çözebileceğini düşündüğü görülmüştür. Böylelikle tırmanış ve iniş mesafeleri ile tırmanış ve iniş hızları hakkındaki bilgileri ve toplam yürüyüş süresi bilgisi ile de akşam saat 8'de dönme koşulunu ilişkilendirebilmiştir. Can'ın doğru yanıt bulabilmesinde etkili olduğunu düşündüğü unsur sorulduğunda "İfadeler... Hiç dikkat etmemişim. Şu an çok rahat çözebildim" diyerek ifadeleri yorumlayabilmenin önemine dikkat çekmiştir. Diğer yandan öğrencinin matematiksel söylemlerinin matematiksel dil kullanımı bağlamında hatalı ve kasıtlarını yansıtmayan türde olduğu görülmüştür. Örneğin çözüm sürecinde karşılaşılan '3 km yarım saat oluyor' cümlesiyle iniş süresinin yarıya inmesini; '6 gidiş, 3 geliş' ifadesiyle gidiş süresinin 6 saat, dönüş süresinin 3 saat olmasını kastetmiştir.

Fuji Dağı Tırmanışı üçüncü sorusunun iletişimi Düzey-1 olup Can'ın bu soruyu boş bıraktığı görülmüştür. Problem durumuna yönelik olarak adım ölçer kullanımı hakkında bilgi sunulan ilk cümleyi önemsiz ve kafa karıştırıcı olarak nitelendirmiş ve doğrudan sayısal verilere odaklanmıştır. 'ortalama adım mesafesi' ifadesinden ne anladığı sorgulandığında kendi adımının uzunluğu üzerinden fikir yürüterek Tolga'nın bir adımının kaç metre olduğunu sorulduğunu açıklayabilmiştir. Buna karşın Can'ın

matematiksel hesaplamaları $(22500:9)$ bir adımın uzunluğu yerine bir kilometrede atılan toplam adım sayısını bulmaya yönelik olmuştur. Nitekim işlem sonucunu yorumlaması istenildiğinde “Ben galiba 1 kilometrede kaç adım attığımı buldum” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Buna karşın işleminin doğru olduğu inancıyla adım mesafesi ifadesini yanlış yorumladığını düşünmüştür. Sonuç olarak problemin doğru yanıtını 2500 cm olarak belirlemiş ve bu sonucu gerçek yaşam durumu bağlamında değerlendirmemiştir (Görsel 3.7). Öğrencinin probleme ilişkin söz konusu yaklaşımı bir gerçek yaşam problemine yönelik matematiksel sonuçların makul olup olmadığını değerlendirme davranışını sergilemediğini ortaya koymuştur.



9 km'de 22.500 adım
1 km'de kaç adım?
22.500 = 9x
x = 2500

Görsel 3.7. Can'ın Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü

Döner Kapı problemine gelindiğinde buradaki şekilleri ve soruları hiç anlamadığı için uğraşmayıp diğer sorulara geçtiğini belirtmiştir. Can'ın bu yaklaşımı problem çözmeye açıklık duyuşsal özelliği bağlamında değerlendirildiğinde zorlayıcı bir problemi çözmeye yaklaşma şeklindeki yaklaşımı ile tutarsızlık göstermiştir. Görüşme sürecinde döner kapının üç farklı konumunu gösterdiği belirtilen şekilleri incelemesi ve bu şekillerde ne gördüğünü açıklaması istenmiştir. Bu kapsamda çap uzunluğunu, döner kapının üç kanadını, bu üç kanadın ayırdığı bölümleri ve herhangi iki kapı kanadı arasındaki açıyı doğru bir şekilde gösterebilmiştir. Buna karşın problem durumundaki sayısal verilere odaklanarak iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü $(200:3)$ işlemini yaparak bulabileceğini düşünmüştür. Nitekim öğrenci söz konusu çözüm yaklaşımını bölümlerin eşit olması durumuna dayandıramamıştır.

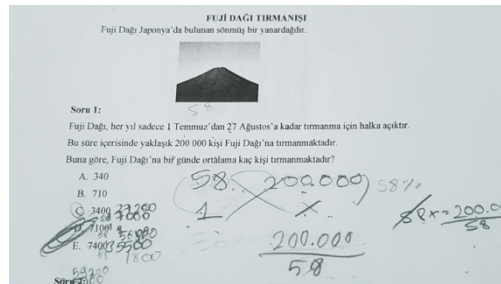
Aynı problemin ikinci sorusunun iletişimi Düzey-3 olup Can bu soruyu boş bırakmıştır. Olası hava akımını gösteren şekli incelemesi istenildiğinde (noktalı yaylara işaret ederek) uzunluklarının eşit olması gerektiğini ifade etmiştir. Buna karşın problem metninde hiçbir sayısal veri olmadığı için soruyu çözemeyeceğini ifade etmiş ve yanıtızsız

bırakmıştır. Dolayısıyla Can'ın problem durumunda sunulan geometrik modeli manipüle etme ve yorumlama konusunda başarısız olduğu görülmüştür.

Can için iletişimi Düzey-0 olan iki sorudan oluşan Listeler problemini anlamak ve çözmek diğer problemlere göre daha kolay olmuştur. Buradaki sütun grafiğini nasıl yorumladığı sorgulandığında grafiğin müzik gruplarının hangi ayda ne kadar albüm sattıklarını gösterdiğini açıklayabilmiştir. Buna bağlı olarak Soru-1'e ilişkin çözümünü sunabilmiştir. Benzer şekilde Soru-2'nin çözümüne yönelik olarak soruda belirtilen grupları temsil eden farklı renklerdeki sütunları Ocak ayından itibaren sıralı bir şekilde karşılaştırarak yanıtını sunabilmiştir.

3.1.2.4. Rüya'nın ön klinik görüşme bulguları

İletişimi Düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı birinci sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Rüya'nın problem durumundan ne anladığını kendi cümleleriyle açıklaması istenildiğinde çözüm yolunu açıkladığı görülmüştür. Soru kökünde yer alan 'ortalama kaç kişi' ifadesini 'yaklaşık değer' olarak yorumlamış ve çözüm sürecine ilişkin olarak Temmuz ayının 31 gün olması mevcut bilgisini kullanarak Fuji Dağı'nın toplam 58 gün halka açık olduğunu hesaplayabilmiştir. Ayrıca öğrenci bir günde dağa tırmanan ortalama kişi sayısını bulmak için orantısal muhakeme becerisini işe koşarak $200000:58$ işleminin sonucunu bulması gerektiğini düşünebilmiştir (Görsel 3.8).



Görsel 3.8. Rüya'nın Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü

Rüya'nın yazılı çözümü dağın tırmanma için halka açık olduğu süre ve bu süredeki ziyaretçi sayısı ile ilgili iki farklı bilgiyi ilişkilendirebildiğini ortaya koymuştur. Diğer yandan açıklamalarında matematiksel dil kullanımı bağlamında hatalı ve kasıtlarını yansıtmayan söylemler kullandığı (örn. 'bir günde kaç olur', 'çaprazlama yapıyoruz') görülmüştür.

İletişimi Düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu da yanıtsız bıraktığı görülen Rüya'nın problem durumuna ilişkin açıklamalarından problemi anlayamadığı görülmüştür. Nitekim görüşme sürecinde araştırmacı-öğretmene sıklıkla 'Burada ne demek isteniliyor' şeklinde sorular yönlendirmiştir. Bu durumu yansıtan örnek bir görüşme kesiti aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: Problem durumundan ne anladın?

Rüya: Tırmanma ama nasıl, yürüyüş diyor. Ne demek istiyor? 18 km yol var bir de dağa inme ve çıkma var, onu da ekleyeceğiz sanırım.

Araştırmacı: Nasıl yani?

Rüya: Ama şey bir saatte 1,5 km yol alıyor. İnme ikiye katlanıyor.

Araştırmacı: Tolga'nın bir saatte 1,5 km yol alması neyi ifade ediyor?

Rüya: 1,5 km yürüyor işte tırmanıyor.

Görüşme kesitinde görüldüğü gibi öğrenci '18 km'lik yürüyüş' ifadesini doğru yorumlayamamış, 'saatte 1,5 km yol alma' ifadesini yürüyüş hızı olarak nitelendirememiştir.

Araştırmacı: Tolga'nın tırmanış ve iniş hızları hakkında ne biliyorsun?

Rüya: Çıkıştaki 1,5 inerken 3 km oluyor. Tam tırmanma hızı 4,5 oluyor.

Araştırmacı: Tam tırmanma hızı ile neyi kastediyorsun?

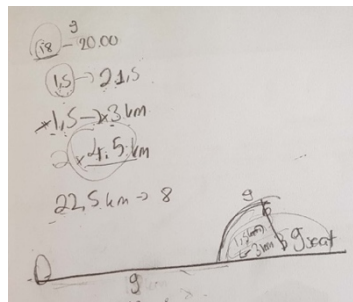
Rüya: Yani, inme hızıyla çıkma hızını topladığımızda 4,5 oluyor.

Araştırmacı: Tırmanış ve iniş hızlarını neden topladın?

Rüya: Dağa çıktığı yolu saatte 4,5 gidiyormuş, yani 4,5 km gitmesi lazım.

...

Rüya: Bir yürüyüş yolu bir de tırmanma yolu olduğu için demek ki 4,5 km'yi 18'e ekleyip bulmalıyız.



Görsel 3.9. Rüya'nın Fuji Dağı Tırmanışı Soru-2'ye ilişkin çözümü

Öğrencinin problem durumunu anlamamasına bağlı olarak tırmanış ve iniş hızlarının toplamı olan 4,5 km/sa değerini 4,5 km olarak ve kat edilen mesafe şeklinde yorumladığı görülmektedir. Dolayısıyla tırmanış ve iniş mesafeleri ile tırmanış ve iniş hızlarını hatalı olarak ilişkilendirmiştir (Görsel 3.9). Bu durum öğrencinin bir gerçek yaşam probleminin matematiksel yönlerini ve ilgili değişkenleri tanımlama konusunda zorluk yaşadığını göstermiştir.

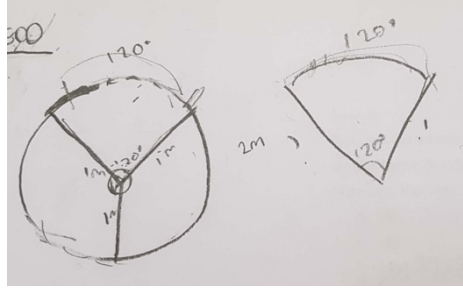
Diğer yandan Rüya'nın matematiksel söylemlerinin kasıtlarını yansıtmadığı ve aynı sözcükleri kasıtları farklı olacak şekilde kullanması dikkat çekmektedir. Örneğin, '4,5 km' matematiksel ifadesiyle başlangıçta toplam hızı daha sonra toplam yol uzunluğunu kastettiği görülmektedir.

Fuji Dağı Tırmanışı üçüncü sorusunun iletişimi Düzey-1 olup Rüya bu soruyu anlamadığı için yanıtlamadığını belirtmiştir. '*ortalama adım mesafesi*' ifadesinden ne anladığı sorgulandığında ise '*bir adım ile diğer adımı arasındaki farkın*' kastedildiğini düşünmüştür. Söz konusu ifadeyi hatalı yorumlayan Rüya'nın matematiksel hesaplamaları (22500:9) bir kilometrede atılan toplam adım sayısını bulmaya yönelik olmuştur. Ayrıca 2500 cm olarak bulduğu sonucu, bir adım uzunluğunun nasıl 2500 cm olabileceği bakımından yorumlamamış ve gerçek yaşam durumu bağlamında değerlendirme yapmamıştır.

Döner Kapı problemine gelindiğinde Rüya'nın sorudaki görselleri nasıl yorumladığını açıklaması istenildiğinde çap uzunluğunu, döner kapının üç kanadını, bu üç kanadın ayırdığı bölümleri ve kapı kanatları arasındaki açığı doğru bir şekilde gösterebildiği görülmüştür. Bu kapsamda merkez açı ölçüleri toplamının 360 derece olması bilgisi ile kanat uzunluklarının eşit olmasını ilişkilendirmiştir. Yani, bölümlerin eşit olmasını ve buna bağlı olarak herhangi iki kapı kanadı arasındaki açı ölçüsünün eşit olmasını göz ardı etmiştir. Bu süreçte 'bir dairenin iç çapları 360'tır', 'bir iç açısını üçe böldüm', 'yuvarlağın mesafeleri' gibi matematiksel terminolojiye uygun olmayan söylemleri olduğu görülmüştür.

Döner Kapı probleminin ikinci sorusunu yanıtlamadığı görülen Rüya problem durumunda noktalı yay ile gösterilen şekillerin açıklık olarak adlandırılmasını ve bu açıklıkların boyutlarının aynı olmasına ilişkin bilgiyi yay uzunluklarının eşit olması şeklinde yorumlayabilmiştir. Ancak çözüme ilişkin olarak çevre uzunluğu ile yay uzunluklarını ilişkilendirememiş ve iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünün (120 derece) yay uzunluğuna (120 cm) eşit olabileceğini belirtmiştir (Görsel 3.10). Dolayısıyla

Rüya'nın problem durumunda sunulan geometrik modeli yorumlama ve matematiksel çözüm bulmaya yönelik uygun bir çözüm stratejisi tasarlama ve uygulama konularında zorluk yaşadığı görülmüştür.



Görsel 3.10. Rüya'nın Döner Kapı Problemi Soru-2'ye ilişkin çözümü

Rüya'nın matematiksel bir sonuç sunma sürecindeki hatalı ilişkilendirmesini ve bununla birlikte bazı hatalı söylemlerini yansıtan bir görüşme kesiti aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Açıklık uzunluklarını bulabilmen için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

Rüya: Açıların 120 derece olması bilgisine.

Araştırmacı: İki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsü ile yay uzunlukları arasında nasıl bir ilişki kurdun?

Rüya: Şey, yayın karşılığı aynı olur yine 120 derece olur.

Araştırmacı: Soruda yay uzunluğunun en fazla kaç cm olduğu sorulmuştu.

Rüya: Yay uzunluklarını nasıl buluyorduk unuttum.

(düşünüyor)

Rüya: Gerisini bulamıyorum.

İletişimi Düzey-0 olan iki sorudan oluşan Listeler problemini doğru yanıtladığı görülen Rüya'nın sütun grafiğinin nasıl yorumlanması gerektiği konusunda farkındalık sahibi olduğu görülmüştür. Soru-1'in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiştir. Soru-2'nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak'ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırmıştır. Ancak problem metninde '...Şubat ayında Grup Heykel ve Grup Sarmaşık'ın albümleri takip edecektir' ifadesini göz ardı etmiş ve albüm satışlarını karşılaştırırken Ocak ayında bu grupların albüm satışlarının söz konusu olduğu ancak hiç satış yapılmadığı şeklinde hatalı bir yorum yapmıştır. Dolayısıyla doğru yanıtın Ocak ayı olması gerektiğini düşündüğünü ancak şıklara bakarak Nisan ayını işaretlediğini belirtmiştir.

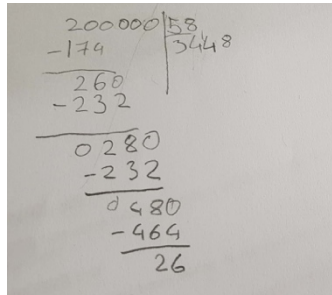
3.1.3. Matematiksel iletişimi “1 düzeyi” ve “Ağırlıklı-1 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin ön klinik görüşme bulguları

Bu bölümde araştırmacı-öğretmenin matematiksel iletişimi ‘1 düzeyi’ ve ‘Ağırlıklı-1 düzeyi’ olan Defne, Semih, Hande, Demir ve Melih ile gerçekleştirdiği ön klinik görüşmelerde öğrencilerin Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 kapsamındaki problemleri çözme süreçlerinde detaylı olarak incelenen matematiksel iletişimlerine ve matematik okuryazarlığı performanslarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 nicel analiz sonuçlarına göre Defne’nin matematiksel iletişimi ‘1 düzeyi’; diğer öğrencilerin ise ‘Ağırlıklı-1 düzeyi’ olarak belirlenmiştir. Bu öğrencilerden Defne’nin Düzey-2 ve Düzey-3 soruları dışındaki tüm soruları doğru yanıtladığı; diğer öğrencilerin ise Düzey-0 sorularının tamamı (Listeler Problemi) ile toplam üç adet Düzey-1 sorusundan bir veya iki tanesini doğru yanıtladığı görülmüştür. Bu durum öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin olarak ihtiyacı olan bilgileri seçebilme, birbirleriyle ilişkilendirilmesi gereken birkaç bileşeni belirleyebilme ve aralarındaki ilişkiyi açıklayabilme, ayrıca sonuca yönelik kısa bir açıklama yapabilme veya hesaplamalarını sunabilme becerisine sahip olduğunu göstermiştir.

3.1.3.1. Defne’nin ön klinik görüşme bulguları

Fuji Dağı Tırmanışı birinci sorusunu doğru yanıtlayan Defne’nin matematiksel bir çözüm sunmadığı görülmüştür. Bu nedenle görüşme sürecinde öğrencinin çözümünü yazılı olarak ifade etmesi istenmiştir.


$$\begin{array}{r} 200000 \\ -179 \\ \hline 199821 \\ -260 \\ \hline 199561 \\ -232 \\ \hline 199329 \end{array}$$

Görsel 3.11. Defne’nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1’e ilişkin çözümü

Bu süreçte problem durumunda belirtilen iki farklı değişkeni ilişkilendirebilmiş ve doğru sonucu ortaya koyabilmiştir. Yani, dağın tırmanma için halka açık olduğu süre (58 gün) ile bu sürede tırmanan kişi sayısı (200000) arasında ilişkilendirme kurabilmiş ve

200000:58 işleminin sonucunu hesaplayabilmiştir. Defne'nin yazılı çözümü Görsel 3.11'de sunulmuştur.

Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu boş bıraktığı görülen Defne bu durumun nedeni olarak problemin anlaşılmasını zorlaştıracı bir uzunlukta olduğunu dile getirmiştir. Nitekim Defne'nin matematiksel iletişim düzeyi göz önünde bulundurulduğunda bileşen sayısının fazla olması durumunda ilişkilendirme zorluğu yaşaması olağan kabul edilebilir. Diğer yandan iletişimin alıcı bileşeni bağlamında değerlendirildiğinde problem durumunun anlamlandırılması sürecinde çeşitli ifadeleri yorumlayamadığı ve açıklama yapamadığı görülmüştür. Benzer şekilde tırmanma ve iniş mesafeleri ile tırmanış ve iniş hızları arasında ilişkilendirme kurmakta zorlanmıştır. Bu durum Defne'nin bir gerçek yaşam problemini matematiksel olarak yorumlama ve değişkenleri tanımlama konusunda güçlük yaşadığını ortaya koymuştur. Aşağıda sunulan görüşme kesiti öğrencinin problem durumundaki ifadeye ilişkin hatalı yorumunu göstermektedir.

Araştırmacı: Bu hızlarda yemek molalarının ve dinlenmelerin dikkate alındığı söyleniyor.

Defne: Burada herhangi bir şey vermemiş, zaman vermemiş.

Araştırmacı: Bir zamanın verilmesi gerektiğini mi düşünüyorsun?

Defne: Evet. Ne kadar yemek molası ya da ne kadar dinlendikleri zamanı verilmemiş.

Araştırmacı: Verilseydi bu bilgileri çözümünde nasıl kullanırdın?

Defne: Toplamalarda kullanabilirdik.

Defne'nin çözüm sürecindeki matematiksel söylemleri incelendiğinde “*inerken 1.5 dönerken 3 km hızla gidiyor*”, “*8'den dokuz önce gitmemiz gerek (kasıt: Akşam saat sekizden dokuz saat geriye saymak)*”, “*Bir saatte 1.5 km yol alıyorsa 9 km'yi ne kadar alır*” gibi niceliklere vurgu yapmayan ve kasıtlarını yansıtmayan hatalı kullanımlarının olduğu görülmektedir. Sonuç olarak Defne araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle sorunun doğru yanıtını bulabilmiş ve soru kökündeki “*en geç saat kaçta*” ifadesini doğru bir şekilde yorumlayabilmiştir.

Fuji Dağı Tırmanışı üçüncü sorusunun iletişimi Düzey-1 olup Defne matematiksel çözümünü sunmamakla birlikte bu soruya doğru yanıt vermiştir. Defne'nin yazılı çözümü Görsel 3.12'de sunulmuştur.

Soru 3:

Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır.

Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir. Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz.

Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: 40..... cm

Görsel 3.12. Defne'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü

Öğrencinin görüşme sürecinde çözümünü açıklaması istenildiğinde bir gerekçe sunamadığı ve soruda neyin sorulduğunu tam olarak anlayamadığı görülmüştür. Bu sorunun Soru-2'nin devamı olduğunu düşünmesi ve ayrıca soru kökündeki 'ortalama adım mesafesi' ifadesini matematiksel olarak yorumlayamaması çözüme yönelik doğru ilişkilendirmeleri yapmasına engel oluşturmıştır. Aşağıda bu durumu yansıtan bir görüşme kesiti sunulmuştur.

Araştırmacı: Problem durumundan ne anladığınızı açıklayabilir misin?

Defne: Çıkarken 22.500 atmış, o zaman bir de dönüşte atması lazım bir o kadar daha. Ama hızını arttırdığı için daha fazla adım atmış oluyor.

Araştırmacı: Nasıl yani? Burada dönüş yolunu neden düşündün?

Defne: (Düşünüyor) Ortalama adım mesafesi...

Araştırmacı: Ortalama adım mesafesi ne demek sence?

Defne: Yaklaşık olarak bulmamızı istiyor.

Araştırmacı: Yani, adım mesafesi ifadesini nasıl yorumladın?

Defne: Ne kadar attığını bulmamız.

Araştırmacı: Ne kadar attığı derken?

Defne: Adımlarının mesafesi.

Görüşme kesitinden görüldüğü gibi ortalama adım mesafesi ifadesini adım sayısı olarak yorumlayan Defne'nin matematiksel çözümü $(22500:9)$ de bir kilometrede attığı toplam adım sayısını bulmaya yönelik olmuştur. Bu yaklaşımın bir sonucu olarak ise Defne'nin elde ettiği matematiksel sonucu gerçek yaşam durumu bağlamında ele alma ve sonucun makul olup olmadığını değerlendirme davranışlarını sergilemediği gözlenmiştir.

Döner Kapı probleminin birinci sorusunu doğru yanıtlayan ancak matematiksel bir çözüm sunmadığı görülen Defne'nin merkez açı ölçüleri toplamının 360 derece olduğu bilgisi ile kapı kanatlarının ayırdığı üç bölümün eşit olması bilgisini ilişkilendirebildiği görülmüştür. Dolayısıyla bulduğu sonucun matematiksel gerekçelerini açıklayabilmiştir.

Buna karşın öğrenci ikinci soruyu yanlış yanıtlamış, açıklıkların aynı boyutta olmasını ‘*açıklıkların mesafeleri aynı*’ şeklinde açıklayarak çevre uzunluğu ile yay uzunluklarını ilişkilendirememiştir. Sonuç olarak iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünün (120 derece) yay uzunluğuna (120 cm) eşit olabileceğini düşünmüş ancak matematiksel bir çözüm sunamamıştır. Bu ise Defne’nin problemde sunulan modeli geometrik olarak yorumlama ve uygun bir çözüm stratejisi belirleme konularında yaşadığı güçlüğü açıkça ortaya koymuştur.

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1’in son problemi olan Listeler probleminin iki sorusunu da doğru yanıtlayan Defne problemdeki grafiği ‘sütun grafiği’ olarak adlandıramasa da grafiğin nasıl yorumlanması gerektiğini doğru bir şekilde açıklayabilmiştir. Bu kapsamda grafikteki renklerin farklı grupları, sütun uzunluklarının ise albüm satış sayılarını gösterdiği şeklinde yorumlanması gerektiğini belirtmiştir. Soru-1’in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiş, Soru-2’nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak’ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırabilmiştir. Ayrıca soru kökündeki ‘*ilk kez*’ ifadesini dikkate alarak doğru yanıtı işaretlemiştir.

3.1.3.2. Semih’in ön klinik görüşme bulguları

Fuji Dağı Tırmanışı problemi birinci sorusunu yanlış yanıtladığı ve matematiksel bir çözüm sunmadığı görülen Semih probleminden ne anladığını açıklaması istenildiğinde problem durumundaki ifadeleri tekrar okumuş ve çözüm yolunu açıklamıştır. Ortalama kişi sayısının hesaplanmasında dağın tırmanma için halka açık olduğu gün sayısı ile bu süre içerisinde dağa tırmanan toplam kişi sayısını ilişkilendirebilmiştir. Bu kapsamda Temmuz ayının 30 gün olduğu bilgisini kullanarak dağın toplam 57 gün tırmanış için açık olduğunu ve ortalama kişi sayısını bulmak için $200000:57$ işleminin sonucunu hesaplayabilmiştir. Burada bölme işlemi sonucunda elde ettiği sonucun en yakın olduğu sayısal değeri şıklara bakarak belirlemiş ve yanıtını yazılı olarak da sunabilmiştir (Görsel 3.13).

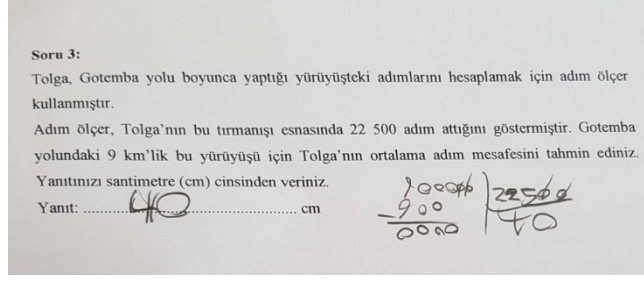
Bununla birlikte Semih’in “*günlük ortalama kişi sayısı 3400 olur*” gibi matematiksel söylemleriyle anlatmak istediklerini açık bir şekilde ifade edebildiği ve kasıtlarını yansıtan türde cümleler kullandığı görülmüştür.

$$\begin{array}{r}
 57 \\
 \times 3 \\
 \hline
 171 \\
 + 57 \\
 \hline
 228 \\
 + 57 \\
 \hline
 285 \\
 \hline
 28
 \end{array}$$

Görsel 3.13. Semih'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü

Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu da yanlış yanıtladığı görülen Semih, problemde anladıklarını açıklarken '18 km'lik yürüyüş' ifadesinin '9 km gidiş ve 9 km dönüş' anlamında kullanıldığını açıklamıştır. İlerleyen süreçte ise çözüm yolunu açıklamaya başlamış ve bu kapsamda Tolga'nın ortalama saatte 1.5 km yol alması bilgisi ile toplam yürüme mesafesini hatalı bir şekilde ilişkilendirmiştir. Yani, bu öğrencinin problem durumundaki 'hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir' ifadesini göz ardı ettiği ve sayısal ifadelere odaklanarak çözüm yapma eğiliminde olduğu görülmüştür. Araştırmacı-öğretmenin görüşme sürecindeki sorgulamaları sonucunda söz konusu ifadeye dikkat etmediğini fark eden Semih çözüme yönelik olarak tırmanış ve iniş mesafesi ile tırmanış ve iniş hızlarını doğru bir şekilde ilişkilendirebilmiş ve matematiksel sonucu sunabilmiştir. Ancak çözüm sürecinde matematiksel hesaplamalarını zihinden yaparak yazılı bir çözüm sunmamıştır. Benzer şekilde "Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır" ifadesini de hatalı yorumlayarak hesaplanan süreye ek süre ilave edilmesi gerektiğini düşünmüştür. 'en geç kaçta' ifadesini nasıl yorumladığı sorgulandığında 'ucu ucuna yetişmek' şeklinde açıklamıştır. Bu problemi yanlış yanıtlama nedeni olarak problemi dikkatli okumamasına dikkat çekmiştir.

Fuji Dağı tırmanışı üçüncü sorusunu doğru yanıtlayan ve matematiksel çözümünü yazılı olarak sunabilen Semih, problemde ne anladığı sorgulandığında 'ortalama adım mesafesi' ifadesi ile 'Tolga'nın bir adımının ne kadar uzun olduğu yani, bir adımda ne kadar uzağa gittiğinin' kastedildiğini belirtmiştir. Yanıtın santimetre cinsinden isteniliyor olmasına bağlı olarak matematiksel sonuca ulaşmak için yol uzunluğunu adım sayısına bölmesi (900000:22500) gerektiğini düşünmüştür (Görsel 3.14).



Görsel 3.14. Semih'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü

Döner Kapı problemi birinci sorusunu doğru yanıtlayan ancak yazılı bir matematiksel çözüm sunmayan Semih sorudaki görselleri incelediğinde çap uzunluğunu, döner kapının üç kanadını, bu üç kanadın ayırdığı bölümleri ve kapı kanatları arasındaki açıyı doğru bir şekilde gösterebilmiştir. Ayrıca kanatların daire şeklindeki alanı üç eşit bölüme ayırmasını bu bölümlerin alan ölçülerinin eşit olması şeklinde açıklayabilmiştir. Diğer yandan öğrencinin matematiksel söylemleri incelendiğinde bazı hatalı/eksik kullanımlarının olduğu gözlenmiştir. Aşağıda sunulan görüşme kesiti öğrencinin matematiksel düşüncelerini açıkça ifade edemediği bir durum örneğidir. Burada öğrenci dairesel bölgenin alanının 360° olduğunu söylerken kanatlar arasındaki açı ölçülerinin toplamını kastetmekte ve kanatlar arasındaki açılara işaret etmektedir.

Semih: ... o yuvarlağın alanı 360 derece.

Araştırmacı: Bölümlerin alanını mı hesapladın?

Semih: Evet.

Araştırmacı: Peki burada iki kapı kanadı arasındaki açının (vurgu) ölçüsü sorulmamış mıydı?

Semih: Tamam işte, açı değil mi 360?

Araştırmacı: Ama sen alan demiştin.

Semih: Alan mı dedim (gülüyor) alanı değil, derece alan olmaz ki. Dairesel bölgenin tamamı 360. Onun açısı 360 olmaz mı? Her bir kanat.

Görüldüğü gibi Semih'in "derece alan olmaz ki" şeklindeki söylemiyle anlatmak istediği derecenin bir alan ölçüsü birimi olmadığıdır. Benzer şekilde "dairesel bölgenin tamamı 360" cümlesiyle merkez açı ölçülerinin toplamının 360° olduğunu kastetmiştir.

Semih'in Döner Kapı problemi ikinci sorusunu yanlış yanıtladığı görülmüştür. Öğrenci problem durumunda açıklık olarak belirtilen noktalı yayları hatalı bir şekilde yorumlayarak iki kapı kanadı arasında kalan bölgeye (daire dilimine) işaret etmiştir. Soru kökünde belirtilen "açıklıkların sahip olabileceği en fazla uzunluk" ifadesinden ne

anladığı sorgulandığında ise yay parçasının uzunluğunu göstermiştir. Çözüm sürecine ilişkin olarak açıklığın yay uzunluğunu hesaplamaya çalışmasına karşın alanını bulmaya çalıştığı gözlemlenen Semih yay uzunlukları ile çevre uzunluğunu ilişkilendirememiş ve bir sonuca ulaşamamıştır. Araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle noktalı yayların açıklık olduğunu fark etmiş ancak bu durumda da iki kapı kanadı arasındaki açı ölçüsü ile bu kanatlar arasındaki yay uzunluğu arasında hatalı bir ilişkilendirme kurarak açıklık uzunluklarının 120 cm olması gerektiğini belirtmiştir.

Listeler probleminin iki sorusunu da doğru yanıtlayan Semih sorudaki sütun grafiğini farklı renklerin müzik gruplarını, sütunların ise satılan albüm sayılarını gösterdiği şeklinde yorumlayabilmiş ve çözümünü açıklayabilmiştir. Problem durumunun giriş metnini okumadığı gözlemlenen Semih'e bu durumun nedeni sorulduğunda öğrenci hızlıca göz gezdirdiğini, detaylı okumaya gerek görmediğini belirtmiştir. Soru-1'in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiş, Soru-2'nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak'ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırabilmiştir. Ayrıca soru kökündeki 'ilk kez' ifadesini dikkate alarak doğru yanıtı işaretlemiştir.

3.1.3.3. Hande'nin ön klinik görüşme bulguları

Fuji Dağı Tırmanışı birinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen Hande'nin, iletişimin alıcı bileşeni bağlamında problem durumundan ne anladığı sorgulandığında açıklama yapmak yerine soru kökünü tekrar okuduğu gözlenmiştir. Soru kökünde yer alan 'ortalama kaç kişi' ifadesini nasıl yorumladığı sorgulandığında ise öğrenci “*Yani nasıl desem tam bir sayı yok, hani ne kadar olabileceği*” şeklindeki yanıtıyla söz konusu ifadeyi yorumlamakta yaşadığı zorluğu yansıtmıştır. Çözüm sürecine ilişkin olarak öğrencinin Temmuz ayının 31 gün olması mevcut bilgisini kullanarak Fuji Dağı'nın toplam 57 gün halka açık olduğunu hesaplayabildiği gözlenmiştir (Görsel 3.15)

$$\begin{array}{r} 200\,000 \\ - 171 \\ \hline 198\,000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 57 \\ 3 \\ \hline 114 \\ 57 \\ \hline 171 \\ 54 \end{array}$$

Görsel 3.15. Hande'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü

Hande'nin yazılı çözümü dağın tırmanma için halka açık olduğu süre ve bu süredeki ziyaretçi sayısı ile ilgili iki farklı bilgiyi ilişkilendirebildiğini ortaya koymuştur. Buna karşın işlemsel hesaplamalarda yaşadığı zorluk nedeniyle matematiksel bir sonuç ortaya koyamamıştır. Hande'nin iletişimin alıcı bileşeni bağlamında gerçekleştirilen sorgulama sürecindeki açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Bu problemde ne anladığınızı açıklar mısınız?

Hande: 1 Temmuzdan 27 Ağustos'a kadar olan sürede 200000 kişi tırmanmaktaysa bir günde ortalama kaç kişi tırmanır?

Araştırmacı: Ortalama kaç kişi ifadesinden ne anlıyorsun?

Hande: Yani nasıl desem hocam, tam bir sayı yok, hani ne kadar olabileceği.

Araştırmacı: O halde ortalama kişi sayısını bulmak için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

Hande: 200000'i 58'e bölebilirim fakat ben burada şıklardan gittim. Hani 58 ile çarparak 200000 kişi bulmayı düşündüm.

Görüşme kesitinde sunulduğu gibi öğrenci çözüm aşamasında şıklardan gitme yaklaşımını benimsediği için detaylı bir yazılı çözüm sunmamıştır. Öğrencinin şıklardan gitme yaklaşımı çözüm bulmada matematiksel kural ve algoritmaları uygulama konusunda zorluk yaşadığını açıkça ortaya koymuştur.

İletişimi Düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Hande'nin problem durumundan ne anladığı sorgulandığında problem metninde sayısal ifadeleri içeren kısımları rastlantısal olarak okuduğu görülmüştür. Problem durumunu nasıl anlamlandırdığına ilişkin detaylı sorgulamalar Hande'nin hatalı yorumları olduğunu ortaya koymuştur. Örneğin 'bir saatte 1,5 km yol alma' ifadesini hız niceliğine vurgu yapmadan 'her saat başındaki gidiş' şeklinde; "Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır." ifadesini "Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeleri dikkate alınız" şeklinde hatalı yorumlamıştır.

Problem durumunu anlamlandırma sürecindeki hatalı yorumlarına karşın Hande'nin tırmanma ve iniş mesafeleri ile tırmanma ve iniş hızları hakkındaki bilgileri ilişkilendirebildiği görülmüştür. Bununla birlikte toplam yürüyüş süresi bilgisini akşam saat 8'de dönme koşulu ile ilişkilendirememiştir. Nitekim soru kökündeki 'en geç kaçta' ifadesini göz ardı ederek yanıtını bir saat aralığı olarak ifade etmiştir. Hande'nin söz konusu ifadeyi doğru bir şekilde yorumlayamadığını gösteren görüşme kesiti aşağıda sunulmaktadır.

Araştırmacı: ‘en geç kaçta’ ifadesi ne anlama geliyor?

Hande: En geç, nasıl desem? Mesela en erken 10’da başlıyorsa bir süre geçer.

Araştırmacı: Biraz daha açıklayabilir misin?

Hande: Eğer öyle bakarsak bu soru ‘en erken nasıl gidebilir’ sorusu olur.

Araştırmacı: Yani saat 11.00’dan daha erken bir saatte çıkarsa?

Hande: En erken olur...

İletişimi Düzey-1 olan Fuji Dağı Tırmanışı üçüncü sorusu iletişimin alıcı bileşeni bağlamında incelendiğinde, toplam yürüme mesafesi ve toplam adım sayısı hakkındaki iki bilginin kullanılarak ortalama adım mesafesinin hesaplanmasını gerektirdiği görülmektedir. Bu kapsamda ‘ortalama adım mesafesi’ ifadesinden ne anladığı sorgulandığında Hande’nin ‘ortalama’ ifadesine odaklanarak ‘hemen hemen ne kadar bir mesafe gitmiş’ şeklinde bir açıklama yaptığı görülmüştür. ‘Adım mesafesi’ ifadesinden ne anladığına ilişkin detaylı sorgulamalar öğrencinin deneme-yanılma yaklaşımı sonucunda değişkenlik gösteren kasıtlarını yansıtmıştır. Yani, ‘bir adım olarak mesafesi’, ‘adımın ölçüsü’, ‘adım mesafesinin aralıkları’ ve ‘atılan adım sayısı’ şeklindeki söylemlerinin hiçbirisi doğru yanıt olan ‘bir adımın uzunluğu’ niceliğine karşılık gelmemektedir. Bu kapsamda 22500:9000 işlemi sonucunda doğru yanıtı elde edeceğini düşünen Hande’nin toplam yürüme mesafesi ile toplam adım sayısı arasındaki ilişkilendirmesi hatalı olmuştur. Bunun yanı sıra yanıtın cm cinsinden istenilmesine bağlı olarak uzunluk ölçü birimleri arasında dönüşüm yapılması gerekliliği konusunda farkındalık sahibi olduğu ancak kilometre (km) ve santimetre (cm) birimleri arasındaki dönüşümünün hatalı olduğu görülmüştür. Sonuç olarak Hande’nin problem durumundaki yazılı içeriği matematiksel gösterime dönüştürme ve çözüme yönelik uygun bir strateji belirleme konularında güçlük yaşadığı gözlenmiştir.

İletişimi Düzey-1 olan Döner Kapı probleminin birinci sorusu Hande’nin doğru yanıtladığı bir soru olmuştur. Görüşme kapsamında öğrenciden ilk olarak döner kapının üç farklı konumunu gösterdiği belirtilen şekilleri incelemesi ve bu şekillerde ne gördüğünü açıklaması istenmiştir. Bu kapsamda çap uzunluğunu, döner kapının üç kanadını, bu üç kanadın ayırdığı bölümleri ve herhangi iki kapı kanadı arasındaki açıyı doğru bir şekilde gösterebilmiştir. Diğer yandan iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü hesaplayabilmek için nelere ihtiyacı olduğu sorgulandığında Hande doğrudan probleme ilişkin çözümünü açıklamıştır:

Araştırmacı: İki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü hesaplayabilmek için hangi bilgilere ihtiyacın var sence?

Hande: ...bir daire 360 derece olduğu için ben üçe böldüm. Çünkü üç bölüme ayırmış.

Araştırmacı: Bir dairenin 360 derece olması ne demek?

Hande: Çevresi 360 derece. Üç bölmeye de ayrıldığı için üçe böldüm, 120 buldum.

Araştırmacı: Neyin ölçüsünü 120 derece buldun?

Hande: 120 dediğim şey bir kenarı.

Araştırmacı: Şekil üzerinde gösterebilir misin?

Hande: Burası (iki kapı kanadına işaret ediyor).

Görüşme kesitinden açıkça görüldüğü gibi Hande iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü hesaplayabilmiş ancak çözüme yönelik ilişkilendirmesi hatalı olmuştur. Yani, bir çemberde merkez açı ölçüleri toplamının 360 derece olduğu bilgisi ile üç bölümün eşit olduğu bilgisini değil bunun yerine dairenin çevresinin 360 derece olduğu bilgisini ve kapı kanatlarının ayırdığı bölüm sayısını ilişkilendirmiştir. Dolayısıyla problem metnindeki ‘üç eşit bölüm’ ifadesini göz ardı etmiştir. Ayrıca iletişimin anlatımcı bileşeni bağlamında değerlendirildiğinde Hande’nin matematiksel sonucuna yönelik açıklamalarında tutarsızlıklar gözlenmiştir. İki kapı kanadı arasındaki açısının ölçüsünü bulma amaçlı matematiksel çalışmalarının sonucunu bu kanatların uzunluğu yani, açının kollarının uzunluğu olarak yorumlamıştır. Bu durum öğrencinin matematiksel bir sonucu açıklama ve doğrulama konusunda güçlük yaşadığını ortaya koymuştur.

Döner Kapı probleminin ikinci sorusu ölçme aracında yer alan iletişim düzeyi ve aynı zamanda da madde güçlük seviyesi en yüksek soru olmuştur. Hande bu soruyu doğru yanıtlayamamış ve görüşme sürecinde sıklıkla soruyu anlayamadığını dile getirmiştir. Problemden anladıklarını kendi cümleleriyle ifade etmesi istenildiğinde olası hava akımını gösteren şekil üzerinden (kesikli oklara işaret ederek) açıklığı bulmaya çalıştığını ifade etmiştir. Bu durum Hande’nin problem durumunda noktalı yay ile gösterilen şekillerin açıklık olarak adlandırılmasını ve bu açıklıkların boyutlarının aynı olmasına ilişkin bilgiyi göz ardı ettiğini ortaya koymuştur. Her ne kadar görüşme sürecinde gerçekleştirilen sorgulamalarla bu duruma ilişkin farkındalık kazanmış olsa da bu farkındalığı çözüm sürecine yansıtamamıştır. Noktalı yay uzunluklarının çap uzunluğunun yarısına eşit olduğunu düşünen Hande çevre uzunluğu ile yay uzunluklarını

ilişkilendirememiştir. Dolayısıyla öğrenci bu soruya yönelik yazılı bir çözüm ve açıklama sunamamıştır.

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1'in son sorusu iletişimi Düzey-0 olan iki sorudan oluşan Listeler problemi olmuştur. Çoktan seçmeli türündeki bu soruları doğru yanıtladığı görülen Hande'nin dört farklı müzik grubunun Ocak ayından Haziran ayına kadarki albüm satışlarını gösteren sütun grafiğini açıklayıcı bir dille yorumlayabildiği görülmüştür. Aşağıda öğrencinin sütun grafiğini nasıl yorumladığının sorgulandığı görüşme kesiti sunulmuştur.

Araştırmacı: Soruda verilen grafiği nasıl yorumladığınızı açıklayabilir misiniz?

Hande: Burada bir sütun grafiği var.

Araştırmacı: Buradaki sütunlar neyi temsil ediyor?

Hande: Bir ayda satılan albüm sayılarını gösteriyor.

Araştırmacı: Sütunların farklı renklerde olması ne anlama geliyor?

Hande: Bir tane grup olmadığı için gruplar farklı renkte gösteriliyor.

Araştırmacı: Sütunların farklı uzunluklarda olmasını nasıl yorumluyorsunuz?

Hande: Aylık albüm satışlarının hangisinin fazla hangisinin az olduğunu gösteriyor bize.

Sütun grafiğini doğru bir şekilde yorumlayabilen Hande, Soru-1'in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiş, Soru-2'nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak'ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırabilmiştir. Ayrıca soru kökündeki 'ilk kez' ifadesini dikkate alarak doğru yanıtı işaretlemiştir.

3.1.3.4. Demir'in ön klinik görüşme bulguları

Fuji Dağı Tırmanışı problemi birinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen Demir probleminden ne anladığını açıklaması istenildiğinde çözüm yolunu açıklamıştır. Çözüm sürecine ilişkin olarak öğrencinin Temmuz ayının 31 gün olması mevcut bilgisini kullanarak Fuji Dağı'nın toplam 58 gün halka açık olduğunu hesaplayabildiği gözlenmiştir. Ayrıca öğrenci bir günde dağa tırmanan ortalama kişi sayısını bulmak için 200000:58 işleminin sonucunu bulması gerektiğini düşünebilmiştir. Bu durum Demir'in dağın tırmanma için halka açık olduğu süre ve bu süredeki ziyaretçi sayısı ile ilgili iki farklı bilgiyi ilişkilendirebildiğini ortaya koymuştur. Bununla birlikte öğrencinin

anlatmak istediklerini bazı hatalı söylemlerine karşın açıkça ifade edebildiği gözlenmiştir. Aşağıda bu durumu örnekleyen bir görüşme kesiti sunulmuştur.

Araştırmacı: Problemden ne anladığınızı anlatır mısınız?

Demir: Fuji Dağı her yıl sadece 1 Temmuzdan 27 Ağustosa kadar tırmanmaya açılmış. İşte 1 Temmuz ile 27 Ağustos arasındaki farkı bulacağız. Sonra kaç gün çıkarsa mesela 20 günde 200.000 kişi çıktıysa bir günde kaç kişi çıkacak diye bakacağız.

Araştırmacı: O zaman çözüm için hangi bilgilere ihtiyacın olmuş oldu?

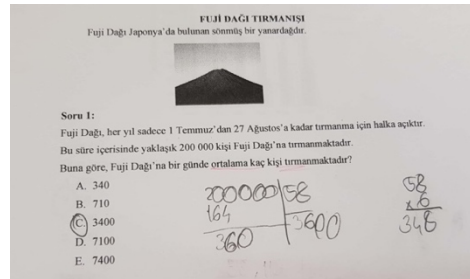
Demir: 31 gün Temmuzdan, 31 ile 27'yi topladım 58 buldum. 200.000'i 58'e bölerim.

(Bölme işlemini yapıyor)

Araştırmacı: Buradaki 'ortalama kaç kişi' ifadesinden ne anlıyorsun?

Demir: Yani yuvarlıyoruz...

Görüşme kesitinden görüldüğü gibi düşüncelerini sözlü olarak ifade edebilen Demir, matematiksel çözümünü yazılı olarak da sunabilmiştir (Görsel 3.16). Burada '1 Temmuz ile 27 Ağustos arasındaki fark' söylemi ile bu tarihler arasındaki toplam gün sayısını kastetmiştir.



Görsel 3.16. Demir'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü

İletişimi Düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu yanıtlamadığı görülen Demir, problemden ne anladığını açıklamaları istenildiğinde problemin nasıl çözülmesi gerektiği konusundaki düşüncelerini açıklamıştır. Görüşme sürecinde kolaylıkla çözümünü sunabilmiş, araştırmacı-öğretmenin sorgulaması olmaksızın problem durumundaki ifadelere odaklanarak bu ifadelerin ne anlama geldiğini yorumlamıştır.

Araştırmacı: Problemden ne anladın?

Demir: Burada bir dağ var ve şey çıkıyor, iniyor. Çıkarken 1.5 km iniş saatte hızı, o zaman kaç saatte çıktığını hesaplayacağız. Dokuzu bir buçuğa bölersek altı çıkıyor.

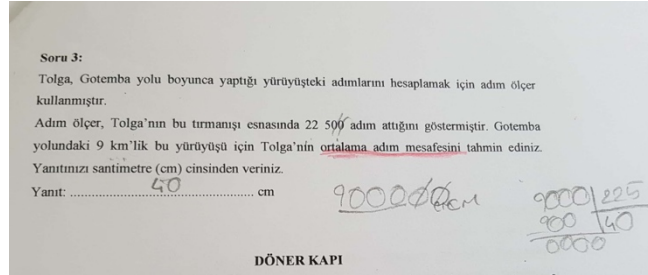
Araştırmacı: Şimdi sen neyi bulmuş oldun?

Demir: 6 saatte yukarı çıkıyormuş. 3 km ile aşağı iniyormuş. 3 km ile inerse 3 oluyor.

Araştırmacı: 3 olan nedir?

Demir: 3 saatte aşağı iniyormuş. Toplam dokuz saat oluyor. Sekizden dokuz çıkart, on birde giderse yetişebilir.

Görüşme kesitinde görüldüğü gibi Demir çözüme ilişkin olarak tırmanış ve iniş mesafesi ile tırmanış ve iniş hızlarını doğru bir şekilde ilişkilendirebilmiş ve doğru yanıtı sunabilmiştir. Buna karşın bazı matematiksel söylemlerinin kasıtlarını yansıtmadığı ve hatalı olduğu görülmüştür. Örneğin Demir'in 'Çıkarken 1.5 km iniş saatte hızı' söylemi ile kastettiği tırmanış hızının 1.5 km/sa olmasıdır. Benzer şekilde '3 km ile aşağı iniyormuş' söylemi ile kastettiği iniş hızının 3 km/sa olmasıdır. Yine 'Sekizden dokuz çıkart' söylemindeki kasıt akşam saat sekizden dokuz saat geriye saymak şeklindedir. Yanıtsız bıraktığı bu problemi kolaylıkla çözebilen Demir bu durumun nedeni olarak soruları anlayabilmenin ve ifadeleri yorumlayabilmenin önemine dikkat çekmiştir.



Görsel 3.17. Demir'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü

Fuji Dağı Tırmanışı üçüncü sorusunu yanıtsız bırakan Demir, problemde ne anladığı sorgulandığında 'ortalama adım mesafesi' ifadesi ile 'Tolga'nın bir adımının kaç cm olduğu, bir adımda ne kadar ilerlediğinin' kastedildiğini belirtmiştir. Yanıtın santimetre cinsinden isteniyor olmasını göz önünde bulundurarak matematiksel sonuca ulaşmak için yol uzunluğunu adım sayısına bölmesi (900000:22500) gerektiğini düşünmüştür. Yanıtsız bıraktığı bu problemi de ikinci probleme benzer olarak kolaylıkla çözebilen Demir bu durumun nedeni olarak soruları ve ifadeleri anlayarak okumanın

önemine dikkat çekmiştir. Demir'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü Görsel 3.17'de sunulmaktadır.

Döner Kapı problemi birinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen Demir sorudaki görselleri incelediğinde çap uzunluğunu, döner kapının üç kanadını, bu üç kanadın ayırdığı bölümleri ve kapı kanatları arasındaki açığı doğru bir şekilde gösterebilmiştir. Ayrıca kanatların daire şeklindeki alanı üç eşit bölüme ayırmasını iki kapı kanadı arasındaki açı ölçülerinin eşit olması şeklinde yorumlayabilmiştir. Bu kapsamda merkez açıların ölçüleri toplamının 360 derece olması bilgisi ile üç bölümün eşit olduğu bilgisini ilişkilendirebilmiştir. Buna karşın çözüme yönelik açıklamalarında bazı hatalı söylemleri ile karşılaşmıştır. Aşağıdaki görüşme kesiti Demir'in çözüme yönelik hatalı matematiksel söylemlerini içeren açıklamalarına bir örnek olarak sunulmuştur.

Araştırmacı: Üç kapı kanadının bu alanı üç eşit bölüme ayırması ne demektir?

Demir: Bu bölümlerin derecesi eşit.

Araştırmacı: Nasıl yani? Şekil üzerinde gösterebilir misin?

Demir: Kanatlar arasındaki, iki kanadın açısı.

Araştırmacı: İki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü mü kastediyorsun?

Demir: Bununla bu eşittir, bununla da bu. (Kapı kanatları arasındaki açılara işaret ediyor).

Araştırmacı: Neden?

Demir: Çünkü üç eşit bölüme ayrılmış o yüzden 360'ı üçe böleceğiz.

Araştırmacı: 360 nereden geldi?

Demir: Çünkü bir daire, daire demeyeyim de bir tam yuvarlağın şeyi 360.

Görüldüğü gibi Demir'in bazı söylemlerinin matematiksel terminolojiye uygun olmadığı (örn. tam yuvarlak), bazı söylemlerinin ise kasıtlarını açıkça yansıtmadığı görülmektedir. Örneğin 'iki kanadın açısı' ifadesiyle iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü; 'bir tam yuvarlağın şeyi 360' ifadesiyle ise merkez açıların ölçüleri toplamının 360 derece olmasını kastetmektedir.

Demir, iletişimi Düzey-3 olan Döner Kapı probleminin ikinci sorusunu yanıtsız bırakmıştır. Problemi okuması ve ne anladığını açıklaması istenildiğinde '*noktalı yayların aynı boyutta olması*' ifadesini yayların uzunluklarının eşit olması şeklinde açıklayabilmiştir. Bununla birlikte yay uzunluklarının çevre uzunluğu ile ilişkili olduğunu düşünmüş ancak bu ilişkinin nasıl olduğunu yorumlayamamıştır. Görüşme sürecinde araştırmacı-öğretmenin yönlendirici sorgulamasına bağlı olarak kapı kanatları

arasındaki yayların eşit uzunlukta olması gerektiğini yorumlayabilen Demir, açıklıkların sahip olabileceği en fazla yay uzunluğuna ilişkin matematiksel bir sonuç sunamamıştır. Demir'in bu süreçteki matematiksel söylemleri incelendiğinde '*kanatlar yarıçap olduğu için*' (Kasıt: Kanat uzunluğunun yarıçap uzunluğuna eşit olması)', '*dairenin çevresi*' (Kasıt: Dairenin çevre uzunluğu)', '*kanatların kapatabileceği alan*' (kanatların ayırdığı üç eşit bölüm)' gibi kasıtlarını yansıtmayan hatalı kullanımları ile karşılaşmıştır.

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1'in son sorusu iletişimi Düzey-0 olan iki sorudan oluşan Listeler problemi olmuştur. Çoktan seçmeli türündeki bu soruları doğru yanıtlayan Demir'in dört farklı müzik grubunun Ocak ayından Haziran ayına kadarki albüm satışlarını gösteren sütun grafiğini yorumlayabildiği görülmüştür. Sonuç olarak öğrenci, Soru-1'in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiş, Soru-2'nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak'ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırabilmiştir. Ayrıca soru kökündeki '*ilk kez*' ifadesini dikkate alarak doğru yanıtı işaretlemiştir.

3.1.3.5. Melih'in ön klinik görüşme bulguları

Fuji Dağı Tırmanışı problemi birinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen Melih probleminden ne anladığını açıklaması istenildiğinde problemde neyin sorulduğunu açıklamıştır. Bu kapsamda '*ortalama kaç kişi*' ifadesini '*her gün dağa tırmanan belli sayıdaki kişi sayısı*' olarak yorumlamıştır. Çözüm sürecine ilişkin olarak öğrencinin Temmuz ayının 31 gün olması mevcut bilgisini kullanarak Fuji Dağı'nın toplam 58 gün halka açık olduğunu hesaplayabildiği gözlenmiştir. Ayrıca öğrenci bir günde dağa tırmanan ortalama kişi sayısını bulmak için 200000:58 işleminin sonucunu bulması gerektiğini düşünebilmiştir. Bu durum Melih'in dağın tırmanma için halka açık olduğu süre ve bu süredeki ziyaretçi sayısı ile ilgili iki farklı bilgiyi ilişkilendirebildiğini ortaya koymuştur. Bununla birlikte öğrencinin anlatmak istediklerini bazı hatalı söylemlerine karşın açıkça ifade edebildiği gözlenmiştir. Aşağıda bu durumu örnekleyen bir görüşme kesiti sunulmuştur.

Araştırmacı: Problemden ne anladığınızı açıklayabilir misiniz?

Melih: Fuji Dağı diye bir dağ varmış. Belli bir süre açılmış. Ortalama yaklaşık 200000 kişi tırmanıyormuş bu bütün yıl zamanda. Bunun bir günde olan şeyini bulacağız.

Araştırmacı: 'Bir günde ortalama kaç kişi' ifadesinden ne anladınız?

Melih: Her gün belli sayıda kişi tırmanacak onu soruyor burada.

Araştırmacı: Bu durumda ortalama kişi sayısını hesaplamak için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

Melih: Bir günü bulmak için 200000'i 58'e böleceğim.

Görüşme kesitinden görüldüğü gibi Melih, düşüncelerini sözlü olarak ifade edebilmiştir. Burada 'bir günde olan şey' ve 'bir günü bulmak' söylemleri ile bir günde dağa tırmanan ortalama kişi sayısını kastetmiştir. Melih'in yazılı olarak da sunabildiği matematiksel çözüm Görsel 3.18'de sunulmuştur.

Soru 1:
Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar tırmanma için halka açıktır.
Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır.
Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

A. 340
B. 710
C. 3400
D. 7100
E. 7400

Soru 2:

Handwritten solution for Soru 1:

$$\begin{array}{r} 200000 \\ 58 \overline{) 200000} \\ \underline{116} \\ 84000 \\ \underline{58} \\ 26000 \\ \underline{58} \\ 22000 \\ \underline{58} \\ 16000 \\ \underline{58} \\ 11200 \\ \underline{58} \\ 5400 \\ \underline{58} \\ 4600 \\ \underline{58} \\ 3800 \\ \underline{58} \\ 3000 \\ \underline{58} \\ 2200 \\ \underline{58} \\ 1400 \\ \underline{58} \\ 600 \\ \underline{58} \\ 200 \\ \underline{58} \\ 120 \\ \underline{58} \\ 60 \\ \underline{58} \\ 20 \\ \underline{58} \\ 12 \\ \underline{58} \\ 4 \\ \underline{58} \\ 0 \end{array}$$

Görsel 3.18. Melih'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü

İletişimi Düzey-2 olan Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Melih, problemde ne anladığını açıklamayı istenildiğinde başlangıçta problemi anlamakta zorlandığını ifade etmiştir. Ardından '18 km'lik yürüyüş' ifadesini dağa tırmanış ve dağdan iniş şeklinde yorumlamıştır. Benzer şekilde 'ortalama saatte 1,5 km yol almak' ifadesini '9 km'lik yolu saatte 1,5 km ile gitmesi' ve 'hızını ikiye katlamak' ifadesini ise 'kalan 9 km'lik yolu saatte 3 km ile gitmesi' şeklinde yorumlamıştır. Çözüme ilişkin olarak tırmanış ve iniş mesafeleri ile tırmanış ve iniş hızlarını ilişkilendirerek toplam yürüyüş süresini hesaplayabilmiş ve çözümünü sunabilmiştir (Görsel 3.19).

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir.
Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molası ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.
Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

Handwritten solution for Soru 2:

$$\begin{array}{r} 12:00 \\ 9 \div 1.5 = 6 \\ 11:00 \\ 9 \div 3 = 3 \\ 12:00 \end{array}$$

Görsel 3.19. Melih'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-2'ye ilişkin çözümü

Melih'in çözüm sürecindeki matematiksel söylemleri incelendiğinde hatalı ve kasıtlarını yansıtmayan söylemleri olduğu görülmüştür.

Araştırmacı: Tolga'nın yürüyüşü hakkında neler biliyorsun?

Melih: 9 km'lik yolu saatte 1.5 km ile gidecek, kalan 9 km'lik yolu saatte 3 km ile gidecek.

Araştırmacı: Saatte 1,5 km ve 3 km ile gitmesi Tolga'nın yürüyüşü ile ilgili hangi özelliği ifade ediyor?

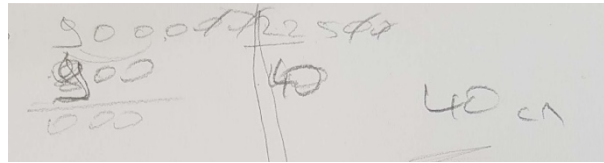
Melih: Hızını. O yüzden 9'u 1.5'e böleceğiz, o zaman 6 saatte çıkmış. İnerken de 3 km ile gittiğine göre çıkışın yarısı olacak.

Araştırmacı: Neden?

Melih: Çünkü iki kat hızla iniyor aşağı. Yarısı oluyor.

Görüşme kesitinde görüldüğü gibi '9 km'lik yolu saate 1,5 km ile gitmesi'; söylemi ile tırmanış hızının 1.5 km/sa olmasını; 'çıkışın yarısı' ifadesiyle iniş süresinin çıkış süresinin yarısına eşit olmasını kastetmiştir. Sorunun çözümüne ilişkin ilişkilendirmeleri doğru olan Melih'in yanıtının yanlış olma nedeninin işlem hatası olduğu görülmüştür.

Fuji Dağı Tırmanışı üçüncü sorusunu yanlış yanıtlayan Melih, problemde ne anladığı sorgulandığında 'ortalama adım mesafesi' ifadesi ile 'Tolga'nın bir adım attığında kat ettiği mesafenin' kastedildiğini belirtmiştir. Yanıtın santimetre cinsinden isteniyor olmasını göz önünde bulundurarak matematiksel sonuca ulaşmak için yol uzunluğunu adım sayısına bölmesi (900000:22500) gerektiğini düşünmüştür (Görsel 3.20). Yanlış yanıtladığı bu problemi kolaylıkla çözeabilen Melih bu durumun nedenini soruyu dikkatli okumadığı için anlayamaması olarak açıklamıştır.



Görsel 3.20. Melih'in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3'e ilişkin çözümü

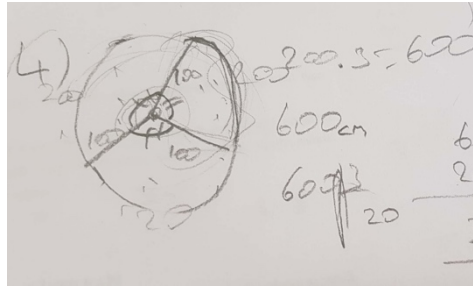
Döner Kapı problemi birinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen Melih sorudaki görselleri incelediğinde çap uzunluğunu, döner kapının üç kanadını, bu üç kanadın ayırdığı bölümleri ve kapı kanatları arasındaki açıyı doğru bir şekilde gösterebilmiştir. Ayrıca kanatların daire şeklindeki alanı üç eşit bölüme ayırmasını iki kapı kanadı arasındaki açı ölçülerinin eşit olması şeklinde yorumlayabilmiştir. Bu kapsamda merkez

açıların ölçüleri toplamının 360 derece olması bilgisi ile üç bölümün eşit olduğu bilgisini ilişkilendirebilmiştir. Ayrıca Melih çözümünü sözlü olarak gerekçelendirebilmiş ve bu kapsamda anlamlı ve anlaşılır söylemler kullanmıştır. Örneğin, ‘360 derece merkez açının ölçüsü’, ‘açıların üçü aynı ölçüde’ gibi ifadeleri terminolojiye uygun kullanımlardır.

Melih’in iletişimi Düzey-2 olan Döner Kapı probleminin ikinci sorusunu yanlış yanıtladığı görülmüştür. Problemden ne anladığını açıklaması istenildiğinde ‘*noktalı yayların aynı boyutta olması*’ ifadesini yayların uzunluklarının eşit olması şeklinde açıklayabilmiştir.

Bununla birlikte yay uzunluklarının çevre uzunluğu ile ilişkili olduğunu düşünmüş ancak açıklıkların sahip olabileceği en fazla yay uzunluğunu iki kapı kanadı arasında kalan yay uzunluğu şeklinde yorumlamış ve hatalı bir sonuç sunmuştur. Bu durum Melih’in geometrik gösterimleri manipüle etme, matematiksel bir sonucu açıklama ve doğrulama konularında güçlük yaşadığını göstermiştir.

Melih’in Döner Kapı problemi ikinci soru maddesine ilişkin yazılı çözümü Görsel 3.21’de sunulmaktadır.



Görsel 3.21. Melih’in Döner Kapı Soru-2’ye ilişkin çözümü

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1’in son sorusu iletişimi Düzey-0 olan iki sorudan oluşan Listeler problemi olmuştur. Çoktan seçmeli türündeki bu soruları doğru yanıtlayan Melih’in soruda bir sütun grafiği olduğunu ve dört farklı müzik grubunun Ocak ayından Haziran ayına kadarki albüm satışlarını gösteren bu grafiği yorumlayabildiği görülmüştür.

Sonuç olarak öğrenci, Soru-1’in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiş, Soru-2’nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak’ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırabilmiştir. Ayrıca soru kökündeki ‘*ilk kez*’ ifadesini dikkate alarak doğru yanıt işaretlemiştir.

3.1.4. Matematiksel iletişimi “2 düzeyi” ve “Ağırlıklı-2 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin ön klinik görüşme bulguları

Bu bölümde araştırmacı-öğretmenin matematiksel iletişimi ‘2 düzeyi’ ve ‘Ağırlıklı-2 düzeyi’ olan Ece, Melike, Dilek ve İrem ile gerçekleştirdiği ön klinik görüşmelerde öğrencilerin matematik okuryazarlığı testi kapsamındaki problemleri çözme süreçlerinde detaylı olarak incelenen matematiksel iletişimlerine ve matematik okuryazarlığı performanslarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1 nicel analiz sonuçlarına göre Ece’nin matematiksel iletişimi ‘Ağırlıklı Düzey-2’, diğer öğrencilerin ise ‘2 düzeyi’ olarak belirlenmiştir. Yani, Melike, Dilek ve İrem Düzey-3 sorusu dışında testte yer alan soruların tamamını doğru yanıtlarken Ece’nin Düzey-1 sorularından yanıtlayamadığı bir soru olmuştur. Bu durum öğrencilerin birbirleriyle ilişkilendirilmesi gereken birden fazla bileşen içeren matematiksel görevlerde söz konusu bileşenleri belirleyebilme ve aralarındaki ilişkiyi açıklayabilme, ayrıca sonuca yönelik açıklama yapabilme veya bir dizi hesaplama aşamasını sunabilme becerisine sahip olduğunu göstermiştir.

3.1.4.1. Ece’nin ön klinik görüşme bulguları

Fuji Dağı Tırmanışı birinci sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Ece’nin probleme ilişkin matematiksel çözümü incelendiğinde problem durumunda belirtilen dağın tırmanma için halka açık olduğu süre ile bu sürede tırmanan kişi sayısı arasında orantısal muhakeme becerisini işe koşarak ilişkilendirme yapmayı denediği ancak hatalı bir denklem kurduğu görülmüştür (Görsel 3.22).

FUJİ DAĞI TIRMANIŞI
Fuji Dağı Japonya'da bulunan sönmüş bir yanardağdır.

Soru 1:
Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar tırmanma için halka açıktır.
Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı'na tırmanmaktadır.
Buna göre, Fuji Dağı'na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

A: 340
B: 710
C: 3400
D: 7100
E: 7400

1 Temmuz

$$\frac{200\,000}{28} = \frac{x}{71}$$
$$x = \frac{200\,000 \cdot 71}{28}$$
$$x = \frac{14\,200\,000}{28}$$
$$x = 500\,000$$

Görsel 3.22. Ece’nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1’e ilişkin çözümü

Ece kişi sayısını (hatalı olarak belirlediği) gün sayısına bölerek işlem sonucunu elde etmeye çalışmıştır. Ece’nin görüşme sürecinde hatasını fark ederek dağın halka açık olduğu süreyi doğru bir şekilde belirleyebildiği ve 200000:57 işleminin sonucunu doğru

bir şekilde hesaplayabildiği görülmüştür. Burada ‘ortalama kişi sayısı’ ifadesini göz önünde bulundurarak yaklaşık bir değer bulması gerektiğini düşünmüştür.

Araştırmacı: Sen bu soruyu çözerken bir sürede 200000 kişi tırmanıyorsa 28 günde kaç kişi tırmanır şeklinde düşünerek denklem kurmuşsun değil mi?

Ece: Aslında ‘1 günde’ olması lazım büyük ihtimalle, çünkü gün hesabı yapıyorum burada.

Araştırmacı: Bir günde 200000 kişi tırmanıyor mu diyorsun?

Ece: Hayır. Benim orada yaptığım hesaba göre olmuyor. 28 günde 200000 yazıp bir günde ne kadar şey olduğunu hesaplamam lazımdı. Orada yaptığım şey yanlış aslında.

Ece’nin çözüm sürecine ilişkin açıklamalarında kullandığı matematiksel söylemleri incelendiğinde “bunları nötrlemek için (kasıt: bilinmeyeni yalnız bırakmak)”, “bir gündeki şey (kasıt: kişi sayısı)” gibi hatalı söylemleri ile karşılaşmıştır.

Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu doğru yanıtlayan Ece’nin problemten ne anladığını açıklaması istenildiğinde çözümünü detaylı bir şekilde açıkladığı görülmüştür (Görsel 3.23). Açıklamalarında matematiksel anlamı yansıtacak ifadeler kullandığı ve hatalı söylemlerini kasıtlarını yansıtacak şekilde düzelterek tekrar ifade ettiği görülmüştür. Örneğin “Hızını 2 katına çıkarırsa yolumuz 2 kat azalmış olur. Yani süre yarısı kadar olur.”, “en erken 8’de dönmesi yani 8’den geç dönmemiş olması” gibi söylemlerinde Ece’nin hatalı kullanımlarındaki farkındalığı gözlenmektedir.

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir. Yürüyüşçülerin, 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır. Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

$$\begin{array}{r} 20000 \\ - 9.00 \\ \hline 11.00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11.00 \text{ da} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \text{ km} \\ \times 2 \\ \hline 18 \text{ km} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \text{ km} \\ \div 3 \text{ km/h} \\ \hline 6 \text{ saat} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \text{ saat} \\ + 2 \text{ saat} \\ \hline 8 \text{ saat} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \text{ saat} \\ \rightarrow 10 \rightarrow \text{Gidiş - Dönüş} \end{array}$$

Görsel 3.23. Ece'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-2'ye ilişkin çözümü

Fuji Dağı Tırmanışı probleminin iletişimi Düzey-1 olan üçüncü sorusunu yanlış yanıtlayan Ece, bulduğu sonucun (3600 cm) kendisine hiç mantıklı gelmediğini ifade ederek matematiksel sonuca ilişkin yorum yaptığını yansıtmıştır. Bu durumun nedeni sorgulandığında ise ‘adım mesafesi’ ifadesini nasıl yorumladığı konusundaki düşüncelerine erişilebilmiştir. Yani, Ece’nin söz konusu ifadeyi yorumlaması öncelikle

“iki ayak arasındaki mesafe”, “yürümeye başladığı yerden son gittiği yer”, “iki ayağımızın uzunluğu” şeklinde hatalı olmuştur. Problem üzerinde düşünmeye devam ettiğinde ise adım mesafesinin ‘bir ayağın uzunluğu’ olması gerektiğini belirtmiştir. Ece’nin problemi çözme sürecinde adım mesafesi ifadesinin anlamını düşünmeksizin yanıtın cm cinsinden isteniyor olması durumunu göz önünde bulundurduğu ve 900000:22500 işleminin sonucunu bulma yoluna gittiği görülmüştür. Ece’nin çözüme yönelik “Bence kilometreyi adıma bölmemiz lazım” ve “Adım mesafesini yürünen yol bölü adım olarak buldum” şeklindeki açıklaması matematiksel olarak anlamlı olmayan ve niceliklerin göz ardı edildiği bir söylem olarak görülebilir. Ece’nin çözümünü nasıl gerekçelendirdiğine ilişkin açıklamaları aşağıdaki gibi olmuştur.

Araştırmacı: Yürüdüğü yolun uzunluğunu adım sayısına bölmek Tolga’nın adımlarıyla ilgili nasıl bir bilgi verir?

Ece: Bir adımda ne kadar mesafe aldığını bulmuş oldum aslında.

Araştırmacı: Bu durum Tolga’nın adımının hangi özelliğine ilişkindir?

Ece: Ayak uzunluğunu verir aslında. Çünkü bir adımda kat ettiği yolu bulmuş oldum.

Araştırmacı: Bulduğun bu sonuç (40 cm) mantıklı geldi mi?

Ece: Evet. Yanlış yorumladığım için hata yaptığımı fark ettim. Soruda sorduğu şeye dikkat edince mantıklı bir sonuç buldum.

İletişimi Düzey-1 olan Döner Kapı probleminin birinci sorusunu doğru yanıtlarken Düzey-3 sorusunu ise yanlış yanıtlayan Ece genel anlamda problemi anlamakta zorlandığını ifade etmiştir. Soru-1’in çözüm sürecinde orantısal muhakeme becerisini işe koştan Ece merkez açı ölçüsü ile bölümlerin eşit olması bilgisini ilişkilendirerek doğru sonucu bulabilmiş ve sonucunu açıklayabilmiştir. Ancak açıklamalarında matematiksel terminolojiye uygun olmayan bazı ifadeler kullandığı görülmüştür. Örneğin, “bu yuvarlak 360 derecedir”, “düz bir çizgi 180 derece” gibi ifadelerle Ece’nin doğru açının ve tam açının ölçülerine işaret etmekle birlikte bu terimleri kullanmadan açıklamaya çalıştığı görülmektedir.

İkinci sorunun çözüm sürecinde ise her ne kadar açıklıkların aynı boyutta olması durumunu yay uzunluklarının eşit olması şeklinde yorumlayabilse de öğrenci, çevre uzunluğu ile yay uzunluklarını ilişkilendirememiştir. Problem durumunda verilen çap uzunluğunun 200 cm olduğu bilgisini bir şekilde kullanması gerektiğini düşünmüştür. Sonuç olarak emin olmadığını vurgulayarak iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünün

(120 derece) yay uzunluğuna (120 cm) eşit olabileceğini belirterek her bir açıklığın 120 cm uzunluğunda olabileceğini düşünmüş ancak matematiksel bir çözüm sunamamıştır. Bu durum Ece'nin problem durumunda sunulan modeli geometrik olarak yorumlama ve bu doğrultuda uygun bir çözüm stratejisi belirleme konularında güçlük yaşadığını göstermiştir. Ayrıca bu süreçte araştırmacı-öğretmenin sorgulamaları karşısında düşünerek araştırmacı-öğretmenin kasıtlarını ifade ettiği söylemleri olmuştur. Aşağıda araştırmacı-öğretmen söylemlerinin kastedilen odağının Ece'nin söylemlerinin ifade edilen odağı olduğunu gösteren örnekler sunulmuştur.

Araştırmacı: Kapı kanatlarının uzunluğu ile yay uzunlukları nasıl ilişkilidir?

Ece: Sanırım söylemeye çalıştığınız şey buradaki çap ile buradaki yayın uzunluğu arasında nasıl bir ilişki kurabiliriz?

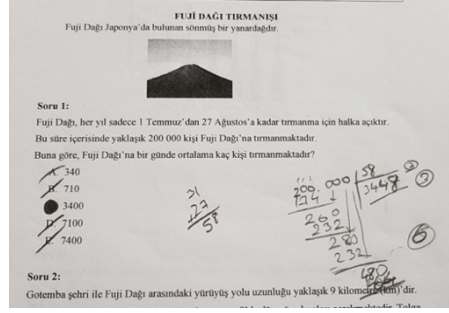
Araştırmacı: Çözüm için hangi bilgiye ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

Ece: Siz bana 200 cm bilgisini nasıl kullanacağımı soruyorsunuz.

Listeler probleminin iletişimi Düzey-0 olan iki sorusunu da doğru yanıtlayan Ece problemdeki sütun grafiğinin nasıl yorumlanması gerektiğini açıklayabilmiştir. Soru-1'in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiş; Soru-2'nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak'ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırabilmiştir. Ayrıca soru kökündeki 'ilk kez' ifadesini dikkate alarak doğru yanıtı işaretlemiştir.

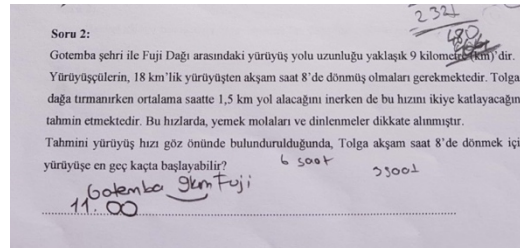
3.1.4.2. Melike'nin ön klinik görüşme bulguları

Fuji Dağı Tırmanışı birinci sorusunu doğru yanıtlayan Melike problem durumunda belirtilen dağın tırmanma için halka açık olduğu süre (58 gün) ile bu sürede tırmanan kişi sayısı (200000) arasında ilişkilendirme kurabilmiş ve 200000:58 işleminin sonucunu hesaplayabilmiştir. Ayrıca 'ortalama kişi sayısı' ifadesini göz önünde bulundurarak yaklaşık bir değer bulması gerektiğini düşünmüştür. Bu kapsamda matematiksel çözümünü sunabilmiş (Görsel 3.24) ve sonucunu gerekçelendirerek açıklayabilmiştir. Açıklamalarında kullandığı matematiksel söylemleri incelendiğinde ise anlamlı ve kasıtlarını yansıtır nitelikte cümleler kurabildiği gözlenmiştir. Örneğin, öğrencinin "200000 sayısını gün sayısına bölmemiz gerek", "ortalama yani yaklaşık kişi sayısını bulduk" gibi nicelikleri vurguladığı ifadeler kullandığı görülmektedir.



Görsel 3.24. Melike'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-1'e ilişkin çözümü

Fuji Dağı Tırmanışı problemi ikinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen Melike'nin, yazılı iletişim bağlamında çözüm aşamalarını detaylı bir şekilde sunmadığı görülmüştür (Görsel 3.25).



Görsel 3.25. Melike'nin Fuji Dağı Tırmanışı Soru-2'ye ilişkin çözümü

Görüşme sürecinde probleme ilişkin çözümünü açıklaması istenildiğinde hatalı ilişkilendirmeler yaptığı ve farklı bir çözüm yoluna yöneldiği gözlenmiştir. Aşağıda sunulan görüşme kesiti Melike'nin çözüm sürecindeki düşüncelerini yansıtmaktadır.

Araştırmacı: Tırmanış ve iniş sürelerini nasıl bulduğunu açıklayabilir misin?

Melike: Şimdi çıkarken bir saatte 1.5 km yol almış, inerken de saatte 3 km yol almış.

Yani, toplam 4,5 km yol almış oldu. Burada inmek ve çıkmak olarak 2 saat oldu.

Bilmiyorum, anlamadım.

Araştırmacı: Şimdi nasıl düşündün?

Melike: Karıştı, bilmiyorum. 2 saat olmuş oluyor dağa tırmanma ve dağdan inme olarak.

Problem üzerinde kısa bir süre düşündükten sonra Melike'nin doğru yanıtı açıklayabildiği görülmüştür. Yaşadığı ikilemi “Az önce bir yanlışlık yaptım, çünkü soruyu anlamadım. Okurken sorunun başını dahil etmeyerek okudum. Sonra tekrar okuyunca anladım” şeklinde açıklayarak problem durumunu anlayanın önemine işaret etmiştir.

Fuji Dağı Tırmanışı problemi üçüncü sorusunu doğru yanıtlayan bu öğrenci çözüm sürecinde ‘ortalama adım mesafesi’ ifadesini göz ardı ederek ‘cm’ birimi cinsinden sonuç bulabilmek için yol uzunluğunun adım sayısına bölünmesi gerektiğini düşünmüştür.

Araştırmacı: Problem hakkında ne düşündün?

Melike: Şimdi burada en son ‘yanıtınızı cm cinsinden veriniz’ dediği için 9 km’yi cm cinsinden yazmamız gerek diye düşündüm. Onun için de cm’ye çevirdim. Sonra 22500 adım attığını gösteriyormuş. Onun için de yürüyüş mesafesini 22500’e böldüm.

Araştırmacı: O halde buradaki ‘ortalama adım mesafesi’ ifadesini nasıl yorumlamış oldun?

Melike: Yani, kaç adım attığını söylemiyor mu?

Araştırmacı: Adım mesafesi derken adım sayısı mı kastediliyor sence?

Melike: 22500 adım atmış. O zaman adımları arasındaki boşluk adım mesafesi olmuş oluyor.

Araştırmacı: İki adım arasındaki boşluk 40 cm’dir diyorsun.

Melike: Aslında 40 bir adımının ne kadar uzunlukta olduğu. Bir adımda ne kadar ilerlemişse bir ayağıyla bir ayağının arasındaki boşluk da o kadar olmaz mı?

Görüldüğü gibi Melike doğru yanıtı kolaylıkla bulmuş olmasına karşın “ortalama adım mesafesi” ifadesi ile ne kastedildiğine ilişkin olarak farklı yorumlamalar yapmıştır. Yani, söz konusu ifadeyi ‘adım sayısı’, ‘iki adım arasındaki boşluk’, ‘bir adımda ne kadar ilerlediği’ gibi farklı şekillerde açıklamaya çalışarak bulduğu sonuç üzerinden yorum yapmaya çalışmıştır.

Döner Kapı problemi birinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen Melike’nin çözümünü açıklaması istenildiğinde problem durumundaki ‘üç eşit bölüme ayırmaktadır’ ifadesini göz ardı ettiği ve bölüm sayısına odaklanarak hesaplama yaptığı görülmüştür. Ayrıca bu süreçte ‘tam derece (kasıt: merkez açının ölçüsü)’, ‘kapı kanatları arasındaki boşluk (kasıt: iki kapı kanadı arasındaki açı)’ gibi matematiksel terminolojiye uygun olmayan ifadeler kullandığı görülmüştür. Görüşme sürecinde gerçekleştirilen sorgulamalar sonucunda merkez açının ölçüsünü üçe bölme işleminin bu bölmelerin eşit olması durumunda anlamlı olduğunu fark etmesi, “Demek ki problemi dikkatli okumak gerekiyormuş” şeklinde düşünmesine neden olmuştur.

Döner Kapı probleminin ikinci sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Melike bu soruyu anlamakta oldukça zorlandığını dile getirmiştir. Her ne kadar açıklıkların aynı

boyutta olması durumunu yay uzunluklarının eşit olması şeklinde yorumlayabilse de çevre uzunluğu ile yay uzunluklarını ilişkilendirememiştir. Problem durumunda çok fazla bilgi verilmediğini ve dolayısıyla çap uzunluğu bilgisinden bir şekilde yararlanması gerektiğini düşünmüştür. Dolayısıyla Melike'nin geometrik bir model üzerinde yorum yapma ve uygun bir çözüm stratejisi belirleme konusunda güçlük yaşadığı görülmüştür.

Çözüm üzerine sesli düşünme sürecindeki matematiksel söylemleri incelendiğinde ise kasıtlarını yansıtmayan ve hatalı matematiksel söylemleri ile karşılaşmıştır. 'bir derece varsa karşılığının aynı olması (merkez aç ölçüsü ile bu açının karşısındaki yay uzunluğunun eşit olması)', 'boşluklar eşitti (kasıt: iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsü)' gibi ifadeler bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Sonuç olarak iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünün (120 derece) yay uzunluğuna (120 cm) eşit olabileceğini belirterek her bir açıklığın 60 cm uzunluğunda olabileceğini düşünmüş ancak matematiksel bir çözüm sunamamıştır.

Listeler probleminin iletişimi Düzey-0 olan iki sorusunu da doğru yanıtlayan Melike problemdeki sütun grafiğinin nasıl yorumlanması gerektiğine ilişkin olarak matematiksel olarak anlaşılır ve anlamlı açıklamalar yapabilmektedir.

Araştırmacı: Grafikteki sütunların farklı renk ve uzunlukta olmaları ne anlama geliyor?

Melike: Mesela Grup Mars beyaz renkte gösterilmiş. Bunları ayırt edebilmemiz için bir belirtecimizin olması gerekiyor. O nedenle renklerden yararlanılmış. Grup Mars'ın mesela Ocak ayında ne kadar albüm sattığını öğrenmemiz için sütunların uzunluğundan yararlanıyoruz.

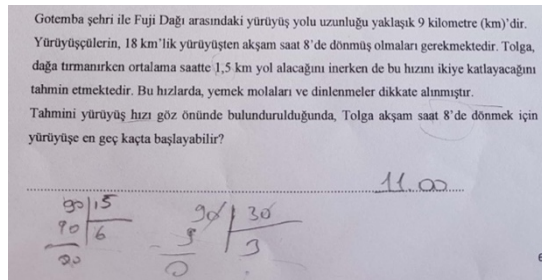
Grafiğin nasıl yorumlanacağını detaylı bir şekilde açıklayabilen Melike, Soru-1'in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiş; Soru-2'nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak'ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırabilmiştir. Ayrıca soru kökündeki 'ilk kez' ifadesini dikkate alarak doğru yanıt işaretlemiştir.

3.1.4.3. Dilek'in ön klinik görüşme bulguları

Dilek'in Fuji Dağı Tırmanışı birinci sorusunu doğru yanıtlamasına karşın çözüme ilişkin yazılı bir çözüm sunmadığı görülmüştür. Görüşme sürecinde probleme ilişkin çözümünü yazılı olarak sunması istenildiğinde ise problem durumunda belirtilen dağın tırmanma için halka açık olduğu süre (58 gün) ile bu sürede tırmanan kişi sayısı (200000)

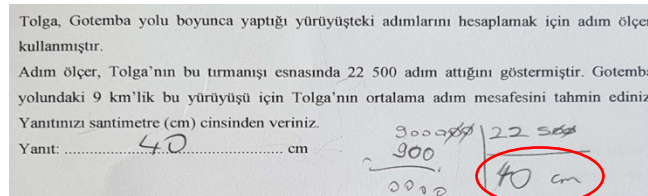
arasında kurduğu ilişkiyi açıklayabilmiştir. Çözümünün gerekçesini “*Bir günde ortalama kaç kişi geldiği sorulduğu için 200000 kişiyi gün sayısına bölmem gerekiyor diye düşünüyorum*” şeklinde açıklamıştır. Bu kapsamda 200000:58 işleminin sonucunu hesaplayarak matematiksel bir sonuç sunabilmiştir. Ayrıca ‘ortalama kişi sayısı’ ifadesini göz önünde bulundurarak yaklaşık bir değer bulması gerektiğini düşünmüştür. Açıklamalarında kullandığı matematiksel söylemleri incelendiğinde ise anlamlı ve kasıtlarını yansıtır nitelikte cümleler kurabildiği gözlenmiştir.

Fuji Dağı Tırmanışı ikinci sorusunu doğru yanıtlayan Dilek’in problemde ne anladığını açıklaması istenildiğinde çözümünü (Görsel 3.26) detaylı bir şekilde açıkladığı görülmüştür. Çözümün her aşamasını yazılı olarak sunmadığı görülen Dilek’in aynı zamanda çözümüne ilişkin açıklamalarından bazı hatalı ve kasıtlarını yansıtmayan söylemleri olduğu da gözlenmiştir. Örneğin, “3 km ile iniyor (kasıt: iniş hızının 3 km/sa olması)”, “ikiye katlayacağı için 3 oldu (kasıt: dağdan inerken hızın ikiye katlanmasına bağlı olarak iniş süresinin yarıya inmesi)” gibi ifadelerin kastedilen matematiksel anlamı yansıtmadığı ve birim kullanımındaki eksikliği ortaya koyduğu görülmektedir.



Görsel 3.26. Dilek’in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-2’ye ilişkin çözümü

Fuji Dağı Tırmanışı probleminin üçüncü sorusunu doğru yanıtlayan Dilek matematiksel çözümünü yazılı olarak sunabilmiştir (Görsel 3.27).



Görsel 3.27. Dilek’in Fuji Dağı Tırmanışı Soru-3’e ilişkin çözümü

Görüşme sürecinde çözümünü açıklaması istenildiğinde gerçekleştirdiği matematiksel hesaplamalara ilişkin gerekçelerini sunabilmiştir. Bununla birlikte ‘ortalama adım mesafesi’ ifadesini ‘bir adımın uzunluğu’ şeklinde doğru yorumlamıştır.

Dilek: Burada ortalama adım mesafesi soruluyor. O nedenle 9 kilometrelik yolu santimetreye çevirdim, sonra da 22500 adıma böldüm.

Araştırmacı: Bu durumda ortalama adım mesafesi’ ifadesini nasıl yorumlamış oldun?

Dilek: Bir adımın uzunluğu olarak.

Araştırmacı: Yani, bir adımın uzunluğunu bulmak için bu bölme işlemini yaptın.

Dilek: Evet. Çünkü 22500 adım atarak 9 km’lik yolu tamamlamış.

Çözümünü oldukça detaylı ve yalın bir şekilde açıklayan Dilek’in diğer öğrencilerin çoğundan farklı olarak söz konusu ifadenin anlamı üzerinde düşündükten sonra matematiksel hesaplamalar yapmaya başladığı görülmüştür. Dolayısıyla bulduğu sonucun birimini (cm) de çözümünde göstermiştir. Oysaki öğrencilerin çoğunun bu sorunun çözümüne yönelik çıkış noktası sonucun cm cinsinden bulunması gerekliliği olmuştur. Bu durum Dilek’in matematiksel problemlerin çözüm sürecinde problem durumundaki ifadeleri matematiksel olarak yorumlama çabasının bir yansıması olarak düşünülebilir.

Döner Kapı probleminin birinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen Dilek, çözümüne ilişkin matematiksel bir çözüm sunmamakla birlikte görüşme sürecinde merkez açının ölçüsü bilgisi ile bölmelerin eşit olması bilgisini ilişkilendirebilmiştir. Bu kapsamda yalnızca bölme sayısına değil bölmelerin eşit olmasına odaklanabilmiştir. Ancak görüşme sürecindeki çözümüne yönelik açıklamalarında matematiksel terminolojiye uygun olmayan veya nicelikleri vurgulamayan ifadeler kullandığı gözlenmiştir. Dilek’in telaffuz ettiği “dairenin iç açıları 360 derece (kasıt: merkez açıların ölçüleri toplamının 360 derece olması)”, “360’ı üçe bölerek onların açısını buldum (kasıt: 360 derecenin üçe bölünmesiyle elde edilen açı ölçüsünün sayısal değeri)” gibi ifadeleri bu duruma örnek olarak verilebilir.

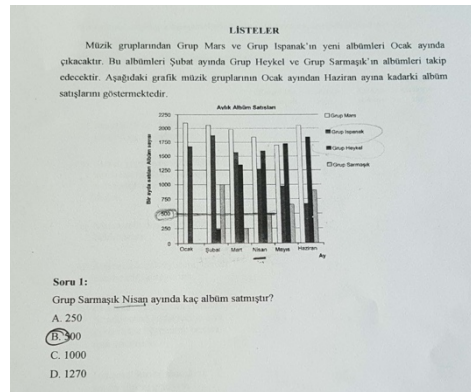
Döner Kapı probleminin ikinci sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Dilek bu soruya ilişkin yazılı bir çözüm sunmamıştır. Soruyu anlayamadığını ve farklı yollar denemesine karşın bir türlü doğru sonuca ulaşamadığını belirtmiştir. Bu durum problem çözmeye açıklık duyuşsal özelliğine ilişkin olarak Dilek’in zor olduğunu düşündüğü veya anlayamadığı problemleri çözme konusunda ‘zorlayıcı probleme yaklaşma’ şeklindeki

yaklaşımını destekler niteliktedir. Çözüme ilişkin olarak çevre uzunluğu ile yay uzunluğu bilgisini ilişkilendirememiş ve yay uzunluğunu bulma formülünü hatırlamaya çalışmış ancak buradan bir sonuca ulaşamamıştır. Araştırmacı-öğretmenin yönlendirici sorgulamalarına karşın problemin çözümüne dair fikri olmadığını belirterek matematiksel bir çözüm sunamamıştır. Bu durum Dilek'in problem durumunu geometrik olarak yorumlama ve uygun bir çözüm stratejisi belirleme konusunda güçlük yaşadığını göstermiştir. Diğer yandan görüşme sürecindeki matematiksel söylemleri kasıtlarını yansıtmayan türde ve nicelik/birimlerin göz ardı edildiği söylemler şeklinde olmuştur. Örneğin, “Kanatların 100 olması (kanat uzunluğunun 100 cm olması)”, “Çapı 200 (çap uzunluğu 200 cm)”, “bu açı 120 cm (kasıt: iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünün 120 derece olması)” gibi ifadeler Dilek'in hatalı kullanımlarını yansıtmaktadır.

Listeler probleminin iletişimi Düzey-0 olan iki sorusunu da doğru yanıtlayan Dilek problemdeki sütun grafiğinin nasıl yorumlanması gerektiğini açıklayabilmiştir.

Araştırmacı: Grafikteki sütunların farklı renk ve uzunlukta olmaları ne anlama geliyor?

Dilek: Buradaki dört farklı renk dört farklı grubu ifade ediyor. Uzunluklar ise satılan albümleri gösteriyor.



Görsel 3.28. Dilek'in Listeler Soru-1'e ilişkin çözümü

Grafiğin nasıl yorumlanacağını doğru bir şekilde açıklayabilen Dilek, Soru-1'in çözüm sürecinde (Görsel 3.28) hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiş; Soru-2'nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak'ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri aylara göre inceleyerek karşılaştırabilmiştir. Ayrıca soru kökündeki 'ilk kez' ifadesini dikkate alarak doğru yanıtı işaretlemiştir.

3.1.4.4. İrem'in ön klinik görüşme bulguları

Fuji Dağı Tırmanışı probleminin birinci sorusunda çözüme ilişkin olarak hangi bilgilere ihtiyacı olduğunu düşündüğü sorgulandığında İrem “*toplam şey, tırmanan insanla süre*” şeklinde yanıt vermiştir. Bu açıklamasıyla dağa tırmanan toplam kişi sayısını ve gün sayısını kasteden İrem'in dağın tırmanma için halka açık olduğu süre ve bu süredeki ziyaretçi sayısına ilişkin bilgileri ilişkilendirebildiği gözlenmiştir. Ancak İrem soru kökündeki ‘*ortalama kaç kişi*’ ifadesinin aritmetik ortalama hesabı yapılmasını gerektirdiğini düşünerek bulduğu sonuçtan emin olamamış ve bu ifadeyi tam olarak anlayamadığını belirtmiştir. Aşağıda sunulan görüşme kesiti İrem'in ‘ortalama’ ifadesini yorumlamaya çalıştığı süreçteki düşüncelerini yansıtmaktadır.

Araştırmacı: Ortalama kaç kişi ifadesini nasıl yorumluyorsun?

İrem: Ortalama derken galiba bir tane daha işlem yapmam gerekiyor.

Araştırmacı: Nasıl bir işlem yapman gerektiğini düşünüyorsun?

İrem: İşte onu anlamadım. Böleceğim galiba da neyi böleceğim.

(Düşünüyor).

İrem: Nasıl yapacağımı düşünüyorum ama bu ifadeyi anlamadım.

Fuji Dağı Tırmanışı problemi ikinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen İrem problem durumunu ve problemdeki ifadeleri doğru bir şekilde yorumlayabilmiştir. Tırmanış ve iniş mesafeleri ile tırmanış ve iniş hızlarını ilişkilendirebilmesine karşın İrem'in matematiksel söylemleri farklı anlamlara gelecek şekilde telaffuz ettiği ve dolayısıyla kasıtlarını yansıtmayan söylemleri olduğu görülmüştür. Örneğin, “giderken saatte 1,5 km ile gidecek”, “3 ile inmesi lazım” gibi söylemlerinde hız niceliğine ve bu niceliğin birimine vurgu yapmadan tırmanış ve iniş hızlarına işaret etmiştir. Bununla birlikte problem durumundaki ‘en geç kaçta’ ifadesini göz ardı etmesine karşın sonucu doğru bir şekilde sunabilmiş ve söz konusu ifade ile neyin kastedildiği sorgulandığında ise “*tam 8’de varabilmesi için en geç çıkma saati*” şeklinde açıklayabilmiştir. Diğer yandan İrem'in problem çözümlerindeki matematiksel hesaplamalarını zihinden yapma eğiliminde olduğu ve düşüncelerini yazılı olarak ifade etmekten kaçınması dikkat çekmiştir.

Fuji Dağı Tırmanışı probleminin son sorusunu da doğru yanıtlayan İrem'in problem durumundan ne anladığını açıklaması istenildiğinde “*22500 adım 9 kilometreye denk geliyormuş*” şeklinde yorumlamış ve “*900000:22500*” işlemiyle sonucu bulduğunu açıklamıştır. Burada yaptığı ilişkilendirmeyi ve bulduğu sonucun ne anlama geldiğini

yorumlaması istenildiğinde ise problem durumu üzerinde yeterince düşünmediğini ve ‘ortalama adım mesafesi’ ifadesini hatalı yorumladığını yansıtmıştır. Aşağıda bu duruma ilişkin görüşme kesiti sunulmuştur.

Araştırmacı: Buradaki bölme işleminin sonucunda neyi bulmuş oldun?

İrem: Yani ben şuan sadece bölmeyi düşünmüştüm. Çünkü hani başka bir işlem yapılmaz bu soruda. Çünkü iki tane veri var ve ikisini kullanmamız lazım.

Araştırmacı: Neden 22500’ü 9’a bölmedin de 900000’i 22500’e böldün?

İrem: Yanıtı cm cinsinden istediği için.

Araştırmacı: Bu durumda bulduğun sonuç neyi ifade ediyor?

İrem: Bilemedim şu an, sonuç 40 çıkıyor.

Araştırmacı: Peki, ‘ortalama adım mesafesi’ ifadesini nasıl yorumluyorsun?

İrem: Yani, adımları arasında 40 cm olacak.

Araştırmacı: Ortalama adım mesafesi ifadesinin iki adım arasındaki mesafeye karşılık geldiğini mi düşünüyorsun?

İrem: Yani, adımları arasındaki boşluk olmuş oluyor.

(Düşünüyor)

İrem: Şöyle, bir adım attığında 40 cm mesafe gidecek. Yani, tek adım attığındaki mesafe.

Görüldüğü gibi İrem doğru yanıtı kolaylıkla bulmuş olmasına karşın “ortalama adım mesafesi” ifadesi ile ne kastedildiğine ilişkin olarak farklı yorumlamalar yapmıştır. Yani, söz konusu ifadeyi ‘iki bacağının arasındaki mesafe’, ‘adımları arasındaki boşluk’, ‘bir adımda gittiği mesafe’ gibi farklı şekillerde açıklamaya çalışarak bulduğu sonuç üzerinden yorum yapmaya çalışmıştır.

Döner Kapı probleminin birinci sorusuna ilişkin olarak öncelikle problemdeki şekillerde nelerin gösterildiğini açıklaması istenmiştir. Bu kapsamda İrem çap uzunluğunu, döner kapının üç kanadını, bu üç kanadın ayırdığı bölümleri ve herhangi iki kapı kanadı arasındaki açıyı doğru bir şekilde gösterebilmiştir. Diğer yandan iki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü hesaplayabilmek için merkez açının ölçüsü ile üç eşit bölümün olması bilgisini ilişkilendirebilmiş ve bulduğu doğru sonucu açıklayabilmiştir. Ancak bu süreçte “dairenin iç açısı 360’tı”, “tam R”, “küçük çap yani yarıçap” gibi matematiksel terminolojiye uygun olmayan söylemlerinin olduğu gözlenmiştir.

Döner Kapı probleminin ikinci sorusunu yanlış yanıtladığı görülen İrem olası hava akımını gösteren şekli yorumlayabilmiş, her bir kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla

yay uzunluğunu açıklıkların kapı kanatlarına ne kadar yakın olabileceğini kastederek “*ne fazla olacak ne az yani, tam gelmesi*” şeklinde açıklamıştır. Buna karşın yay uzunluğu ile çevre uzunluğunu ilişkilendirememiş, merkez açının ölçüsünün (120 derece) yay uzunluğuna (120 cm) eşit olması gerektiğini belirtmiştir. Dolayısıyla soruya ilişkin matematiksel bir çözüm sunamamış ve problem durumunu geometrik olarak yorumlamakta zorlanmıştır.

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1’in son problemi olan Listeler probleminin iki sorusunu da doğru yanıtlayan İrem problemdeki grafiği ‘sütun grafiği’ olarak adlandıramasa da grafiğin nasıl yorumlanması gerektiğini doğru bir şekilde açıklayabilmiştir. Bu kapsamda grafikteki renklerin farklı grupları, sütun uzunluklarının ise albüm satış sayılarını gösterdiği şeklinde yorumlanması gerektiğini belirtmiştir. Soru-1’in çözüm sürecinde hangi veri setinin Grup Sarmaşık ile ilgili olduğunu belirleyebilmiş, Soru-2’nin çözüm sürecinde ise Grup Heykel ve Grup Ispanak’ın albüm satış sayılarını grafikteki verileri inceleyerek karşılaştırabilmiştir. Ayrıca soru kökündeki ‘*ilk kez*’ ifadesini dikkate alarak doğru yanıt işaretlemiştir.

3.2. Öğretim Bölümlerine İlişkin Bulgular

Bu bölümde matematiksel iletişim becerisi gelişiminin desteklenmesi amacına yönelik olarak gerçekleştirilen altı öğretim uygulamasına ilişkin bulgular, katılımcıların matematiksel iletişim becerisi gelişiminin açıkça ortaya konulabilmesi amacıyla benzer iletişim düzeyindeki öğrencilere ve her bir öğretim bölümüne yönelik olarak detaylı bir şekilde sunulmuştur.

3.2.1. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi altı” olan öğrencilere ilişkin bulgular

Bu bölümde matematiksel iletişimi “0 düzeyi altı” olan Ali ve Gökhan’ın altı haftalık öğretim sürecine katılımlarına ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

3.2.1.1. Birinci öğretim bölümü

Ali ve Gökhan’ın birinci öğretim bölümünü oluşturan Su Püskürtücüleri etkinliğindeki katılımları ve bu süreçteki iletişimsel eylemleri incelendiğinde, bu öğrencilerin sulamaya ilişkin koşulların sırasıyla ele alındığı ve matematiksel olarak formüle edildiği yani, püskürtücülerin yerleşim düzenine ilişkin bir gerçek model ile matematiksel modelin inşası sürecinde pasif katılımcı konumunda oldukları görülmüştür.

Bu öğrenciler iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen ve formüle etme sürecine ilişkin ilk soruda ulaşılmaması beklenen ‘sulanan bölgelerin birer dairesel bölge olması’, ‘püskürtücülerin sahanın kenarlarına olan uzaklığının en az yarıçap uzunluğuna eşit olması’, ‘sulanan dairesel bölgelerin birbirlerine teğet olması’ ve ‘daireseel bölgelerin merkez noktalarının doğrusal olması’ şeklindeki matematiksel fikirlerin ortaya konulmasına katkı sağlamamıştır. Bununla birlikte gruptaki diğer öğrencilerin söz konusu matematiksel fikirlere ilişkin düşüncelerini herhangi bir gerekçe sunmaksızın doğru kabul etmişlerdir. Bu süreçte araştırmacı-öğretmen bu öğrencilerin katılımını sağlamak amacıyla matematiksel fikirlerini sunan öğrencilerin açıklamaları üzerinde düşünmelerini teşvik etmiş ve söz konusu fikirleri kendi cümleleriyle yeniden ifade etmelerini veya özetlemelerini istemiştir. Ancak buradaki öğrenci söylemleri yalnızca ‘Katılıyorum’, ‘Aynı fikirdeyim’ gibi ifadelerle sınırlı kalmıştır.

Aşağıda pasif katılımcı konumundaki Ali’nin sunulan görüşleri onaylama yaklaşımını yansıtan bir kesit sunulmuştur.

Araştırmacı: Arkadaşın bir püskürtücü tarafından sulanan bölgenin dairesel bir bölge olduğunu belirtti. Sen ne düşünüyorsun?

Ali: Öyledir.

Araştırmacı: Neden öyledir sence?

Ali: Yani...

Araştırmacı: Sulanan bölgelerin neden dairesel bölgeler olduğunu açıklayabilir misin?

Ali: (sessizlik).

Görüldüğü gibi öğrenci püskürtücülerin kendi etrafında 360° dönmesi durumunu matematiksel olarak yorumlayamamış ve halihazırdaki bir fikir için uygun bir gerekçe de sunamamıştır. Bu durum problem durumundaki diğer sulama koşullarının matematiksel olarak yorumlanması sürecinde de tekrarlanmıştır. Dolayısıyla Ali ve Gökhan, bu süreçte herhangi bir görüş paylaşımında bulunmaksızın diğer öğrenciler ile iletişim kurmamıştır.

Diğer yandan katılımcıların yazılı iletişimleri incelendiğinde Ali’nin yazılı bir çözüm sunmadığı, Gökhan’ın matematiksel çözümünün ise eksik olduğu ve çözüme yönelik yeterli açıklama içermediği görülmüştür. Gökhan’ın yazılı çözümü Görsel 3.29’da sunulmuştur.

Su püskürtücülerin yerleşim düzeni:



Açıklama:

En büyük ortak bölenin 24

Görsel 3.29. Gökhan'ın Soru-1'e ilişkin çözümü

Su Püskürtücüler etkinliğinin iletişimi Düzey-2 olan ve yürütme sürecine ilişkin ikinci sorusuna gelindiğinde araştırmacı-öğretmen dairesel bölgelerin çap uzunluğu ile dikdörtgensel bölgenin kısa ve uzun kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi yorumlatmayı amaçlamıştır. Bu süreçte Ali ve Gökhan iki püskürtücü arasındaki uzaklığın alabileceği sayı değerlerinin kenar uzunluğu değerlerinin çarpanları olması gerektiği ve buna bağlı olarak dikdörtgensel bölgenin kenar uzunluklarını ortak olarak bölen bir tam sayı olması gerektiğini yorumlayamamıştır. Ayrıca öğrenciler sahanın kenar uzunlukları olan 72 ve 96 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğünü hesaplayamamışlardır. Araştırmacı-öğretmen bu durumu gözlemleyerek öğrencilerin gerekli matematiksel işlemleri yapabilmelerini desteklemiş ve bu öğrencilere “*Elde ettiğin bu sonucu problem durumu bağlamında nasıl yorumlarsın?*” sorusunu yönlendirerek buldukları sonucun ne anlam ifade ettiğini yorumlatmıştır. Burada öğrenciler bulunan EBOB değerinin dairesel bir bölgenin çap uzunluğuna ve dolayısıyla iki püskürtücü arasındaki uzaklığa eşit olduğunu açıklayabilmiştir. Bu kapsamda hatalı/eksik söylemleri ile karşılaşılın öğrenciler burada doğrudan ve yalnızca araştırmacı-öğretmen ile iletişim kurmuştur. Yine, kullanılması gerekli püskürtücü sayısını hesaplamaları istenildiğinde Düzey-1 türündeki bu sorunun doğru sonucunu bulamamışlardır. Gruptaki diğer öğrencilerin sundukları matematiksel sonucun doğru olduğunu düşünen öğrenciler arkadaşları ile aynı fikirde olduklarını belirtmiştir.

Etkinliğin dördüncü sorusuna gelindiğinde öğrencilerin burada da belirtilen saha ölçüleri için en büyük ortak böleni belirleme ve püskürtücü sayısını hesaplamada zorluk yaşadıkları ve matematiksel bir sonuç sunamadıkları görülmüştür. İletişimi Düzey-1 olan ve bir önceki sorunun çözüm sürecinin tekrarını gerektiren bu soruda öğrenciler,

halihazırda ortaya konmuş olan matematiksel çözüm sürecini bireysel olarak başarılı bir şekilde gerçekleştirememiş, her iki öğrenci de bu soru için yazılı bir çözüm sunmamıştır.

Son olarak iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen yorumlama ve değerlendirme sürecine ilişkin sorunun çözüm sürecinde iki tamsayının EBOB'unun hangi durumlarda en küçük (aralarında asal olma) ve en büyük olabileceği (sayılardan birinin diğerinin tam katı olması) konusunda Ali ve Gökhan'ın herhangi bir yorumda bulunmadığı görülmüştür. Dolayısıyla bu öğrenciler en az ve en fazla sayıda püskürtücü kullanımını gerektirecek olası saha ölçüsü örnekleri sunamamıştır. Araştırmacı-öğretmenin diğer öğrenciler tarafından sunulan saha ölçülerini değerlendirmelerini ve kendilerinin de farklı bir örnek sunmalarını istemesi üzerine öğrencilerin hatalı örnekler sundukları görülmüştür. Etkinliğin tamamlanmasına yakın olan bu süreçte öğrencilerin motivasyonlarında bir düşüş yaşadıkları gözlemlenmiştir. Bu durumun öğrencilerin problem çözmeye açıklık duyuşsal özelliği ile ilişkili olabileceği düşünülmüştür. Nitekim öğrencilerin zorlayıcı bir problemi çözmekten kaçınma yaklaşımına sahip oldukları bilinmektedir. Bununla birlikte araştırmacının günlüğünde *'Ali bugün çok sessiz kaldı. Ders bitiminde sonlara doğru sıkıldığını, çünkü sorunun zor olduğunu ve anlayamadığını söyledi.'* şeklinde bir paylaşımda bulunmuştur. Benzer şekilde Gökhan'ın günlüğündeki *"Etkinlik çok güzeldi ama sorular zordu, kafam çok karıştı. Soruları fikir alışverişi ile çözebildim."* şeklindeki paylaşımı da öğrencinin problem çözme sürecinde yaşadığı güçlüğü göstermektedir.

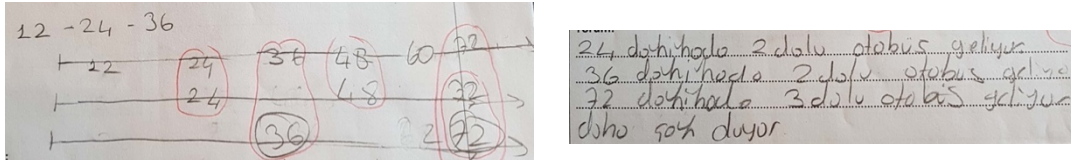
3.2.1.2. İkinci öğretim bölümü

Birinci öğretim bölümünde Ali ve Gökhan'ın ağırlıklı olarak pasif katılımcı konumunda olmaları ve aynı zamanda soruların kafa karıştırıcı/zor olduğunu düşünmeleri nedeniyle araştırmacı-öğretmen ikinci öğretim bölümünü Tur Otobüsleri etkinliği olarak belirlemiştir. Nitekim etkinlik kapsamında gerçekleştirilmesi beklenen matematikleştirmelerin Su Püskürtücüleri etkinliğine kıyasla sayıca daha az ve nispeten daha kolay olduğu görülmektedir. Ayrıca pilot çalışma katılımcılarının da söz konusu etkinliğin nispeten kolay olduğunu düşünmeleri bu seçimi destekleyen bir unsur olmuştur. Bununla birlikte araştırmacı-öğretmen etkinliğin sınıf içinde uygulanması sürecinde bu öğrencilere soruları yanıtlamaları için daha fazla zaman tanımış (bekleme süresini artırmış) ve öğrenci düşüncelerini teşvik edici soru sayısını artırmıştır. Bu kapsamda araştırmacı-öğretmenin uygulama sürecindeki müdahaleleri "Problem

durumunu zihninde nasıl canlandırıyorsun?”, “Burada kastedilen nedir”, “Anladığın şekilde açıklar mısın?” gibi sorular yönlendirerek öğrencilerin bu sürecin aktif katılımcısı olmalarını desteklemek şeklinde olmuştur.

Ali ve Gökhan’ın ikinci öğretim bölümünü oluşturan Tur Otobüsleri etkinliğindeki katılımları incelendiğinde her ikisinin de uygulama süresince sınıf içi tartışmalara dahil olmaya çalıştığı gözlenmiştir. Araştırmacı-öğretmen formüle etme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-3 olan ilk sorunun çözümünde, öğrencileri problem durumundan ne anladıklarını açıklamaya teşvik etmiş ve bu süreçte problem metninde geçen ifadeleri detaylı bir şekilde sorgulatmıştır. Bu kapsamda otobüs güzergâhlarının hangileri olduğu, güzergâhların tek ortak noktasının Ayasofya Müzesi olması, otobüs sayıları ve kalkış zamanı hakkında neler bilindiği ve otobüslerin hareketlerinin nasıl tanımlanacağı konularında bir tartışma ortamı oluşmuştur. Her bir tur otobüsünün sefer sıklığının kaç dakika olduğunu belirlemenin amaçlandığı bu süreçte Ali ve Gökhan, özgün matematiksel fikirler ortaya koyamamaları da gruptaki diğer öğrenciler tarafından sunulan düşünceleri zaman zaman gerekçeli olarak açıklayabilmiştir. Örneğin, Ali her bir hattaki otobüs sayıları hakkında ne söylenebileceğini problem durumundaki *‘Her bir otobüsün Ayasofya Müzesine ulaşmasıyla birlikte bir sonraki tur otobüsü aynı güzergâhta harekete geçmektedir’* ifadesini dayanak alarak *‘Bu demek ki her hatta birden fazla otobüs var’* şeklinde açıklayabilmiştir. Bununla birlikte Ali’nin grubunda otobüslerin sefer sıklıklarına ilişkin iki farklı görüş ortaya çıkmıştır. Bunlardan ilki otobüslerin 12’şer dakika arayla hareket ediyor olmaları; ikincisi ise yeşil hat otobüslerinin 12’şer dakika arayla, mavi hat otobüslerinin 24’er dakika arayla ve kırmızı hat otobüslerinin 36’şar dakika arayla hareket etmeleri şeklinde olmuştur. Burada araştırmacı-öğretmen Ali’nin söz konusu görüşler hakkında ne düşündüğünü ve hangi görüşe katıldığını gerekçesiyle birlikte açıklamasını istemiştir. Ancak öğrenci iki farklı matematiksel fikir arasında karşılaştırma yaparak bu fikirleri değerlendirmekte güçlük yaşamış ve otobüslerin aynı anda hareket etmedikleri şeklindeki hatalı bir gerekçeyle ilk görüşe katıldığını belirtmiştir. Diğer yandan Gökhan’ın grubunda otobüs hareketlerinin tanımlanması ve sefer sıklıklarının belirlenmesi süreci daha uzun bir zamanda gerçekleşmiştir. Bu süreçte Gökhan problem durumunu anlamlandırmaya yönelik çeşitli açıklamalar yapabilmıştır. Gökhan’ın *‘otobüsler sadece Ayasofya Müzesi’nde buluşuyor’*, *‘her otobüs kendi güzergâhından gidiyor’* şeklindeki açıklamaları bu duruma örnek olarak gösterilebilir.

Etkinliğin birinci sorusu kapsamında aynı anda müzeyi ziyaret etmeye gelen turist kafilesi sayısının nasıl değiştiğinin açıklanması sürecinde bu öğrenciler ‘turist kafilesi sayısı’ ifadesini toplam turist sayısı şeklinde yorumlamış ve buna bağlı olarak bir turist kafilesindeki turist sayısı bilgisine ihtiyaç olduğunu düşünmüştür. Öğrenciler ‘aynı anda müzede olma’ ifadesini ise (herhangi iki tur otobüsünün aynı anda müzede olabileceğini göz ardı ederek) her üç tur otobüsünün de aynı anda müzede bulunması şeklinde yorumlamıştır. Dolayısıyla tur otobüslerinin aynı anda müzede bulundukları zamanların otobüslerin sefer sıklık sürelerinin ortak katlarına eşit olduğunu; her üç tur otobüsünün ilk kez aynı anda müzede bulundukları zamanın ise otobüslerin sefer sıklık sürelerinin EKOK değerine eşit olduğunu matematiksel olarak yorumlayamamışlardır. Burada öğrenciler gruplarında sunulan fikirleri dinleyerek ve diğer öğrencilerin çözümlerine paralel olacak şekilde yazılı çözümlerini aşağıdaki gibi sunmuştur.



Görsel 3.30. Ali'nin ve Gökhan'ın Soru-1'e ilişkin çözümleri

Etkinliğin ikinci ve üçüncü sorularına gelindiğinde Ali ve Gökhan'ın iletişimi Düzey-1 olan bu soruları doğru bir şekilde çözebildiği görülmüştür. Ancak öğrencilerin çözüm stratejileri, sefer sıklık süreleri ile EKOK değerini ilişkilendirmeksizin otobüslerin sefer sıklıklarını gösteren çizim (Görsel 3.30) üzerinden doğrudan otobüs seferlerinin sayılması şeklinde olmuştur.

Yeni bir güzergâhın söz konusu olduğu ve bu güzergâhta gerçekleşecek turların mevcut durum ile ilişkilendirilmesini gerektiren son soruda öğrenciler, ‘karşılaşma süresinin 120 dakika olması’ ve ‘müzeye ulaşma süresinin en az 15 dakika en fazla 30 dakika olması’ ifadelerini gruptaki diğer öğrenciler ile birlikte yorumlamaya çalışmış ve deneme-yanılmalar yoluyla sefer sıklık süresi önerisinde bulunmuştur. Aşağıda sunulan kesit Ali'nin bu süreçteki matematiksel düşünceleri ile araştırmacı-öğretmenin, öğrencinin matematiksel düşünmesini görünür kılma çabasını açıkça yansıtmaktadır.

Araştırmacı: Karşılaşma süresinin 120 dakika olması ne demektir Ali?

Ali: Üçünün de ilk karşılaşmalarının 120 dakika olması lazım fakat şeylerini bizim yapmamız lazım.

Araştırmacı: Neyi bizim yapmamız lazım?

Ali: Sürelerini.

Araştırmacı: Müzeye ulaşma süreleri yani, sefer sıklıklarını demek istiyorsun.

Ali: Evet.

...

Araştırmacı: Peki, 'müzeye ulaşma süresinin en az 15 dakika en fazla 30 dakika olması' ne demektir sence?

Ali: Mesela 18, 20, 30 olabilir.

Benzer şekilde Gökhan'ın bu süreçteki katılımını yansıtan kesit aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: Müzede karşılaşma süresinin 120 dakika olması ne demektir?

Gökhan: 120.dakikada karşılaşacaklar.

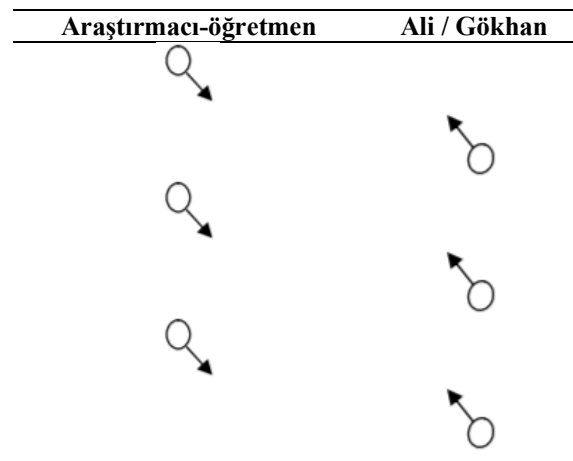
Araştırmacı: Tur otobüslerinin 120.dakikada karşılaşmaları nasıl olur?

Gökhan: Yani, 12, 24, 36 olamaz.

Araştırmacı: Otobüslerin sefer sıklıklarını nasıl belirleyeceğiz o halde?

Gökhan: 15 ile 30 arasında mı yapacağız?

Yukarıda sunulan görüşme kesitlerine ilişkin akış şeması aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.1. Akış şeması-1

Şekil 3.1'e göre araştırmacı-öğretmen ile karşılıklı iletişim içinde olan ve söylemleri araştırmacı-öğretmene yanıt niteliğinde olduğu görülen bu öğrenciler, otobüs sefer sıklıklarının EKOK değeri 120 olmak üzere, 120'nin 15 ile 30 arasındaki tam

bölenlerinin belirlenmesi gerektiğini matematiksel dilde açıklayamamış ancak işlemsel yaklaşımları bu amaca yönelik olmuştur. Benzer şekilde öğrenciler dört farklı güzergâhta hareket eden tur otobüslerinin sefer sıklıklarını kolaylıkla belirleyebilmişlerdir. Son olarak dört farklı tur otobüsünün aynı anda müzede bulunma durumlarının yorumlanmasında öğrenciler yalnızca dört otobüsün değil herhangi iki veya herhangi üç otobüsün aynı anda müzede bulunma durumlarının da incelenmesi gerektiğini düşünebilmiştir. Ancak her iki öğrenci de bu soru için yazılı bir çözüm sunmamıştır.

Etkinlik sonrasında araştırmacı, öğrencilerin sürece katılımlarına ilişkin olarak ilk uygulama ile kıyaslandığında bir iyileşme olduğunu düşünmüştür. Bu düşüncesini günlüğüne *“Gökhan beklediğimden daha motiveydi, geçen haftaya göre biraz daha aktif katılım gösterdi ama işlemsel eksiklikleri gözle görünür düzeydeydi”* ve *“Ali geçen hafta çok sessizdi, bu hafta biraz daha katılımını artırdı”* şeklinde aktarmıştır. Diğer yandan Gökhan’ın bu uygulamaya ilişkin olarak günlüğüne *“İşlemler biraz kafa karıştırıcıydı ama hep birlikte çözdük”* yazdığı görülmüştür.

3.2.1.3. Üçüncü öğretim bölümü

Birinci ve ikinci öğretim bölümlerinde açıklandığı gibi Ali ve Gökhan problem durumunun anlamlandırılması sürecinde ve formüle etme süreci ile ilişkili soruların çözümüne yönelik yeni bir matematiksel fikir sunmada pasif kalırken iletişimi nispeten yüksek düzeydeki öğrenciler bu süreçlerde daha aktif katılım göstermiştir. Ayrıca bu öğrencilerin çözümlerini yazılı olarak sunmadaki eksiklikleri göz önünde bulundurulduğunda üçüncü öğretim bölümünde öğrencilerin problem durumu üzerinde öncelikle bireysel olarak düşünmeleri ve soruların çözümüne yönelik yazılı açıklamalarını yine bireysel olarak sunmaları istenmiştir. Böylece öğrencilerin problem durumunu matematiksel olarak yorumlama ve yeni bir fikir sunma durumlarının desteklenmesine odaklanılarak her bir öğrencinin düşüncesini açıkladığı ve sunulan fikirlerin tartışıldığı bir ortam sağlanmıştır.

Hastalık Virüsleri etkinliğinin birinci ve ikinci sorusu formüle etme sürecine ilişkin olup virüs bulaşan hayvan sayısı ile geçen zaman arasındaki ilişkinin yorumlanması ve bu ilişkinin matematiksel olarak ifade edilmesini gerektirmiştir. Bu süreçte Ali ve Gökhan’ın katılımları incelendiğinde iki öğrencinin de hatalı olmakla birlikte bireysel olarak matematiksel bir fikir sunabildikleri gözlenmiştir. Öğrencilerin virüs bulaşan hayvan sayısı ile geçen zaman arasındaki ilişkiye yönelik açıklaması şu şekilde olmuştur.

Ali: H5N1 virüsünde her gün iki kat daha fazla; H5N8 virüsünde ise her gün dört katı artıyor.

Gökhan: H5N1 virüsü kendisiyle çarpımı şeklinde katlanarak çoğalıyor ve dört günde 33 tane; H5N8 virüsü dört günde 341 tane.

Görüldüğü gibi bu öğrenciler virüslü hayvan sayısı ve geçen zaman (gün) şeklindeki iki farklı değişken arasındaki ilişkiyi başarılı bir şekilde ortaya koyamamıştır. Bununla birlikte öğrencilerin söz konusu hatalı ilişkilendirmeleri sınıf içi tartışma için önemli bir başlangıç noktası olmuştur. Farklı görüşlerin ele alındığı bu süreçte öğrenciler, birbirleri ile etkileşim kurabilmiş, kendi görüşleri ile sunulan diğer görüşleri değerlendirebilmiş ve değişkenler arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde belirleyebilmiştir. Aşağıda Gökhan'ın diğer öğrenciler ile karşılıklı iletişime açık olduğu tartışma süreci kesiti sunulmakta ve bu süreçte öğrencinin virüslü hayvan sayısındaki değişimin nasıl olduğuna ilişkin hatalı görüşündeki değişim ve görüşme kesitine ilişkin akış şeması görülmektedir.

Araştırmacı: Gökhan yazdığını okur musun?

Gökhan: H5N1 'de kendisiyle çarpımı şeklinde katlanarak çoğalıyor.

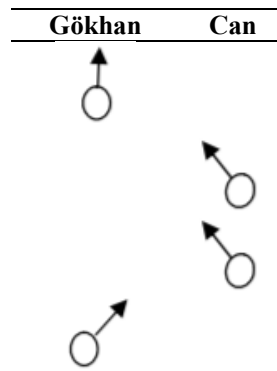
Araştırmacı: Kendisiyle çarpımı derken neyi kastettin?

Gökhan: (düşünüyor)

Can/Hande: Çarpımı olamaz ki.

Can: İkinci gün kendisiyle çarpıldığında dört, üçüncü gün kendisiyle çarpıldığında dört çarpı dörtten 16 olması gerekirdi.

Gökhan: Evet, mantıklı aslında. Kendisiyle toplamı oluyor.



Şekil 3.2. Akış şeması-2

Ali'nin iki farklı virüs türü için, virüslü hayvan sayısı ve geçen zaman arasındaki ilişkiye yönelik görüş paylaşımı ve bu matematiksel fikir üzerinden yürütülen tartışma süreci ise aşağıdaki gibidir.

Ali: H5N1 virüsünde her gün iki kat daha fazla; H5N8 virüsünde ise her gün dört katı artıyor.

Araştırmacı: H5N1 virüsü için nasıl her gün iki kat daha fazla olduğunu açıklar mısın?

Melih: Virüslü hayvan sayısı her gün iki katına çıkıyor.

Demir: Bir önceki günün iki katına çıkıyor.

Araştırmacı: Bunu mu kastetmiştin Ali?

Ali: Evet.

Araştırmacı: Peki, her gün iki kat artması ile bir önceki günün iki katına çıkması arasında ne fark var?

Melih: İlkinde iki katını ekleriz, ikincisinde iki katına eşit olur. Mesela 1.gün 2 tane, 2.gün 4 tane virüslü hayvan var, yani 2'nin 2 katı. Diğer türlü 2'nin 2 katını eklerdik 6 olurdu, bunun gibi yani.

Demir: Aynen.

Ali: Bence de öyle. Diğerinde de (H5N8 virüsünü kastediyor) dört kat artmıyor, dört katına eşit oluyor.

Virüslü hayvan sayılarının zamana bağlı değişimini her ne kadar matematiksel dil kullanımında eksiklikler olsa da açıklayabilen Gökhan'ın, Ali'den farklı olarak, virüslü hayvan sayısı ve geçen zaman arasındaki ilişkinin matematiksel olarak ifade edilmesi, yani söz konusu değişkenler arasındaki ilişkinin matematiksel modelinin oluşturulması sürecinde de aktif bir katılım gösterdiği gözlenmiştir. Yani, bu öğrenci virüslü hayvan sayısı ile geçen zaman arasındaki ilişkiyi gösteren iki farklı üslü gösterimi elde edebilmiştir (Görsel 3.31).

kanıtlarınızı sununuz.	
Virüslü hayvan Sayısı 4 G. Sayısı 5 N8	Virüslü hayvan Sayısı H5N1 2 G. Sayısı

Görsel 3.31. Gökhan'ın Soru-1'e ilişkin çözümü

Etkinlik kapsamında iletişimi Düzey-2 ve ilişkili olduğu süreç yürütme olan üçüncü soruya gelindiğinde Ali'nin 'daha hızlı yayılmak' ifadesini “*Katsayılar diye düşünüyorum ben. Bir önceki günün 2 katı ve 4 katı demiştik ya*” şeklinde yorumladığı görölmüştür. Bu doğrultuda öğrenci H5N8 virüsünün daha hızlı yayıldığını “*Bütün günlerde H5N8'deki hayvan sayıları daha fazla, çünkü biri 4 katına diğeri 2 katına çıkıyor*” şeklinde bir gerekçeyle açıklayabilmiştir. Burada H5N8 virüsünün diğlerinden kaç kat hızlı yayıldığının işlemsel olarak belirlenmesi amacıyla araştırmacı-öğretmen nelerin karşılaştırıldığı ve nasıl karşılaştırılması gerektiğine ilişkin sorular yönlendirerek Ali'nin, grubundaki tartişma sürecine aktif katılımını desteklemiştir.

Araştırmacı: Peki, H5N8 virüsünün H5N1 virüsünden kaç kat hızlı yayıldığını nasıl bulabiliriz?

(Melih ve Demir'in görüşleri-bkz. sf.241)

Araştırmacı: Ali biz burada neleri karşılaştırmaya çalışıyoruz?

Ali: Hangisinin daha hızlı yayıldığını.

Araştırmacı: Yayılma hızlarını karşılaştırıyoruz diyebilir miyiz?

Ali: Diyebiliriz.

Araştırmacı: Sence yayılma hızlarını nasıl karşılaştırabiliriz?

Ali: (sessizlik)

Araştırmacı: Örneğin 1.gün için H5N8 virüslü hayvan sayısı ile H5N1 virüslü hayvan sayısı arasında nasıl bir ilişki var?

Ali: 2 katı.

Araştırmacı: 2. gün için nasıl?

Ali: 4 katı.

Araştırmacı: 2 katı ve 4 katı derken matematiksel olarak hangi işlemi yapmış oldun?

Ali: Bölme.

Araştırmacı: Peki, şimdi H5N8 virüsünün kaç kat hızlı yayıldığı için ne söylersin?

Ali: 2 kat, 4 kat, 8 kat gibi.

Araştırmacı: Arkadaşların da bu şekilde düşünmüştü.

Ali: Anladım.

Diğeri yandan Gökhan'ın 'daha hızlı yayılmak' ifadesini yorumlamakta zorlandığı ancak iki farklı virüs için herhangi bir gündeki virüslü hayvan sayıları arasında bir karşılaştırma yapma yoluna gittiği görölmüştür. Böylece Gökhan H5N8 virüsü için

herhangi bir gündeki virüslü hayvan sayısının H5N1 virüsü bulaşan hayvan sayısının karesine eşit olduğu gerekçesiyle bu virüsün daha hızlı yayıldığını açıklamıştır.

Etkinliğin dördüncü ve beşinci sorularına gelindiğinde Ali ve Gökhan'ın iletişimi Düzey-1 olan bu soruları kolaylıkla çözebildiği görülmüştür. Burada öğrenciler iki farklı üslü gösterimden yararlanarak doğru hesaplamalar yapabilmıştır (Görsel 3.32).

Cözüm-5:

$$\begin{array}{r} 256 \\ \times 2 \\ \hline 512 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2^9 \\ \hline 512 \end{array} \quad 9. \text{ günde}$$

Cözüm-5:

$$\begin{array}{r} 512 \\ \times 2 \\ \hline 1024 \\ \times 2 \\ \hline 2048 \\ \times 2 \\ \hline 4096 \\ \times 2 \\ \hline 8192 \\ \times 2 \\ \hline 16384 \\ \times 2 \\ \hline 32768 \\ \times 2 \\ \hline 65536 \\ \times 2 \\ \hline 131072 \\ \times 2 \\ \hline 262144 \\ \times 2 \\ \hline 524288 \\ \times 2 \\ \hline 1048576 \\ \times 2 \\ \hline 2097152 \\ \times 2 \\ \hline 4194304 \\ \times 2 \\ \hline 8388608 \\ \times 2 \\ \hline 16777216 \\ \times 2 \\ \hline 33554432 \\ \times 2 \\ \hline 67108864 \\ \times 2 \\ \hline 134217728 \\ \times 2 \\ \hline 268435456 \\ \times 2 \\ \hline 536870912 \\ \times 2 \\ \hline 1073741824 \\ \times 2 \\ \hline 2147483648 \\ \times 2 \\ \hline 4294967296 \\ \times 2 \\ \hline 8589934592 \\ \times 2 \\ \hline 17179869184 \\ \times 2 \\ \hline 34359738368 \\ \times 2 \\ \hline 68719476736 \\ \times 2 \\ \hline 137438953472 \\ \times 2 \\ \hline 274877906944 \\ \times 2 \\ \hline 549755813888 \\ \times 2 \\ \hline 1099511627776 \\ \times 2 \\ \hline 2199023255552 \\ \times 2 \\ \hline 4398046511104 \\ \times 2 \\ \hline 8796093022208 \\ \times 2 \\ \hline 17592186044416 \\ \times 2 \\ \hline 35184372088832 \\ \times 2 \\ \hline 70368744177664 \\ \times 2 \\ \hline 140737488355328 \\ \times 2 \\ \hline 281474976710656 \\ \times 2 \\ \hline 562949953421312 \\ \times 2 \\ \hline 1125899906842624 \\ \times 2 \\ \hline 2251799813685248 \\ \times 2 \\ \hline 4503599627370496 \\ \times 2 \\ \hline 9007199254740992 \\ \times 2 \\ \hline 18014398509481984 \\ \times 2 \\ \hline 36028797018963968 \\ \times 2 \\ \hline 72057594037927936 \\ \times 2 \\ \hline 144115188075855872 \\ \times 2 \\ \hline 288230376151711744 \\ \times 2 \\ \hline 576460752303423488 \\ \times 2 \\ \hline 1152921504606846976 \\ \times 2 \\ \hline 2305843009213693952 \\ \times 2 \\ \hline 4611686018427387904 \\ \times 2 \\ \hline 9223372036854775808 \\ \times 2 \\ \hline 18446744073709551616 \\ \times 2 \\ \hline 36893488147419103232 \\ \times 2 \\ \hline 73786976294838206464 \\ \times 2 \\ \hline 147573952589676412928 \\ \times 2 \\ \hline 295147905179352825856 \\ \times 2 \\ \hline 590295810358705651712 \\ \times 2 \\ \hline 1180591620717411303424 \\ \times 2 \\ \hline 2361183241434822606848 \\ \times 2 \\ \hline 4722366482869645213696 \\ \times 2 \\ \hline 9444732965739290427392 \\ \times 2 \\ \hline 18889465931478580854784 \\ \times 2 \\ \hline 37778931862957161709568 \\ \times 2 \\ \hline 75557863725914323419136 \\ \times 2 \\ \hline 151115727451828646838272 \\ \times 2 \\ \hline 302231454903657293676544 \\ \times 2 \\ \hline 604462909807314587353088 \\ \times 2 \\ \hline 1208925819614629174706176 \\ \times 2 \\ \hline 2417851639229258349412352 \\ \times 2 \\ \hline 4835703278458516698824704 \\ \times 2 \\ \hline 9671406556917033397649408 \\ \times 2 \\ \hline 19342813113834066795298816 \\ \times 2 \\ \hline 38685626227668133590597632 \\ \times 2 \\ \hline 77371252455336267181195264 \\ \times 2 \\ \hline 154742504910672534362390528 \\ \times 2 \\ \hline 309485009821345068724781056 \\ \times 2 \\ \hline 618970019642690137449562112 \\ \times 2 \\ \hline 1237940039285380274899124224 \\ \times 2 \\ \hline 2475880078570760549798248448 \\ \times 2 \\ \hline 4951760157141521099596496896 \\ \times 2 \\ \hline 9903520314283042199192993792 \\ \times 2 \\ \hline 19807040628566084398385987584 \\ \times 2 \\ \hline 39614081257132168796771975168 \\ \times 2 \\ \hline 79228162514264337593543950336 \\ \times 2 \\ \hline 158456325028528675187087900672 \\ \times 2 \\ \hline 316912650057057350374175801344 \\ \times 2 \\ \hline 633825300114114700748351602688 \\ \times 2 \\ \hline 1267650600228229401496703205376 \\ \times 2 \\ \hline 2535301200456458802993406410752 \\ \times 2 \\ \hline 5070602400912917605986812821504 \\ \times 2 \\ \hline 10141204801825835211973625643008 \\ \times 2 \\ \hline 20282409603651670423947251286016 \\ \times 2 \\ \hline 40564819207303340847894502572032 \\ \times 2 \\ \hline 81129638414606681695789005144064 \\ \times 2 \\ \hline 162259276829213363391578010288128 \\ \times 2 \\ \hline 324518553658426726783156020576256 \\ \times 2 \\ \hline 649037107316853453566312041152512 \\ \times 2 \\ \hline 1298074214633706907132624082305024 \\ \times 2 \\ \hline 2596148429267413814265248164610048 \\ \times 2 \\ \hline 5192296858534827628530496329220096 \\ \times 2 \\ \hline 10384593717069655257060992658440192 \\ \times 2 \\ \hline 20769187434139310514121985316880384 \\ \times 2 \\ \hline 41538374868278621028243970633760768 \\ \times 2 \\ \hline 83076749736557242056487941267521536 \\ \times 2 \\ \hline 166153499473114484112975882535043072 \\ \times 2 \\ \hline 332306998946228968225951765070086144 \\ \times 2 \\ \hline 664613997892457936451903530140172288 \\ \times 2 \\ \hline 1329227995784915872903807060280344576 \\ \times 2 \\ \hline 2658455991569831745807614120560689152 \\ \times 2 \\ \hline 5316911983139663491615228241121378304 \\ \times 2 \\ \hline 10633823966279326983230456482242756608 \\ \times 2 \\ \hline 21267647932558653966460912964485513216 \\ \times 2 \\ \hline 42535295865117307932921825928971026432 \\ \times 2 \\ \hline 85070591730234615865843651857942052864 \\ \times 2 \\ \hline 170141183460469231731687303715884105728 \\ \times 2 \\ \hline 340282366920938463463374607431768211456 \\ \times 2 \\ \hline 680564733841876926926749214863536422912 \\ \times 2 \\ \hline 1361129467683753853853498429727072845824 \\ \times 2 \\ \hline 2722258935367507707706996859454145691648 \\ \times 2 \\ \hline 5444517870735015415413993718908291383296 \\ \times 2 \\ \hline 10889035741470030830827987437816582766592 \\ \times 2 \\ \hline 21778071482940061661655974875633165533184 \\ \times 2 \\ \hline 43556142965880123323311949751266331066368 \\ \times 2 \\ \hline 87112285931760246646623899502532662132736 \\ \times 2 \\ \hline 174224571863520493293247799005065324265472 \\ \times 2 \\ \hline 348449143727040986586495598010130648530944 \\ \times 2 \\ \hline 696898287454081973172991196020261297061888 \\ \times 2 \\ \hline 1393796574908163946345982392040522594123776 \\ \times 2 \\ \hline 2787593149816327892691964784081045188247552 \\ \times 2 \\ \hline 5575186299632655785383929568162090376495104 \\ \times 2 \\ \hline 11150372599265311570767859136324180752990208 \\ \times 2 \\ \hline 22300745198530623141535718272648361505980416 \\ \times 2 \\ \hline 44601490397061246283071436545296723011960832 \\ \times 2 \\ \hline 89202980794122492566142873090593446023921664 \\ \times 2 \\ \hline 178405961588244985132285746181186892047843328 \\ \times 2 \\ \hline 356811923176489970264571492362373784095686656 \\ \times 2 \\ \hline 713623846352979940529142984724747568191373312 \\ \times 2 \\ \hline 1427247692705959881058285969449495136382746624 \\ \times 2 \\ \hline 2854495385411919762116571938898990272765493248 \\ \times 2 \\ \hline 5708990770823839524233143877797980545530986496 \\ \times 2 \\ \hline 11417981541647679048466287755595961091061972992 \\ \times 2 \\ \hline 22835963083295358096932575511191922182123945984 \\ \times 2 \\ \hline 45671926166590716193865151022383844364247891968 \\ \times 2 \\ \hline 91343852333181432387730302044767688728495783936 \\ \times 2 \\ \hline 182687704666362864775460604089535377456991567872 \\ \times 2 \\ \hline 365375409332725729550921208179070754913983135744 \\ \times 2 \\ \hline 730750818665451459101842416358141509827966271488 \\ \times 2 \\ \hline 1461501637330902918203684832716283019655932542976 \\ \times 2 \\ \hline 2923003274661805836407369665432566039311865085952 \\ \times 2 \\ \hline 5846006549323611672814739330865132078623730171904 \\ \times 2 \\ \hline 11692013098647223345629478661730264157247460343808 \\ \times 2 \\ \hline 23384026197294446691258957323460528314494920687616 \\ \times 2 \\ \hline 46768052394588893382517914646921056628989841375232 \\ \times 2 \\ \hline 93536104789177786765035829293842113257979682750464 \\ \times 2 \\ \hline 187072209578355573530071658587684226515959365500928 \\ \times 2 \\ \hline 374144419156711147060143317175368453031918731001856 \\ \times 2 \\ \hline 748288838313422294120286634350736906063837462003712 \\ \times 2 \\ \hline 1496577676626844588240573268701473812127674924007424 \\ \times 2 \\ \hline 2993155353253689176481146537402947624255349848014848 \\ \times 2 \\ \hline 5986310706507378352962293074805895248510699696029696 \\ \times 2 \\ \hline 11972621413014756705924586149611790497021399392059392 \\ \times 2 \\ \hline 23945242826029513411849172299223580994042798784118784 \\ \times 2 \\ \hline 47890485652059026823698344598447161988085597568237568 \\ \times 2 \\ \hline 95780971304118053647396689196894323976171195136475136 \\ \times 2 \\ \hline 191561942608236107294793378393788647952342390272950272 \\ \times 2 \\ \hline 383123885216472214589586756787577295904684780545900544 \\ \times 2 \\ \hline 766247770432944429179173513575154591809369561091801088 \\ \times 2 \\ \hline 1532495540865888858358347027150309183618739122183602176 \\ \times 2 \\ \hline 3064991081731777716716694054300618367237478244367204352 \\ \times 2 \\ \hline 6129982163463555433433388108601236734474956488734408704 \\ \times 2 \\ \hline 12259964326927110866866776217202473468949912977468817408 \\ \times 2 \\ \hline 24519928653854221733733552434404946937899825954937634816 \\ \times 2 \\ \hline 49039857307708443467467104868809893875799651909875269632 \\ \times 2 \\ \hline 98079714615416886934934209737619787751599303819750539264 \\ \times 2 \\ \hline 196159429230833773869868419475239575503198607639501078528 \\ \times 2 \\ \hline 392318858461667547739736838950479151006397215279002157056 \\ \times 2 \\ \hline 784637716923335095479473677900958302012794430558004314112 \\ \times 2 \\ \hline 1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224 \\ \times 2 \\ \hline 3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448 \\ \times 2 \\ \hline 6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896 \\ \times 2 \\ \hline 12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792 \\ \times 2 \\ \hline 25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584 \\ \times 2 \\ \hline 50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168 \\ \times 2 \\ \hline 100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336 \\ \times 2 \\ \hline 200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672 \\ \times 2 \\ \hline 401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344 \\ \times 2 \\ \hline 803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688 \\ \times 2 \\ \hline 1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376 \\ \times 2 \\ \hline 3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752 \\ \times 2 \\ \hline 6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504 \\ \times 2 \\ \hline 12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008 \\ \times 2 \\ \hline 25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016 \\ \times 2 \\ \hline 51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032 \\ \times 2 \\ \hline 102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064 \\ \times 2 \\ \hline 205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128 \\ \times 2 \\ \hline 411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256 \\ \times 2 \\ \hline 822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512 \\ \times 2 \\ \hline 1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024 \\ \times 2 \\ \hline 3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048 \\ \times 2 \\ \hline 6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096 \\ \times 2 \\ \hline 13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192 \\ \times 2 \\ \hline 26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384 \\ \times 2 \\ \hline 52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768 \\ \times 2 \\ \hline 105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536 \\ \times 2 \\ \hline 210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072 \\ \times 2 \\ \hline 421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144 \\ \times 2 \\ \hline 842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288 \\ \times 2 \\ \hline 1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576 \\ \times 2 \\ \hline 3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152 \\ \times 2 \\ \hline 6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304 \\ \times 2 \\ \hline 13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608 \\ \times 2 \\ \hline 26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216 \\ \times 2 \\ \hline 53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432 \\ \times 2 \\ \hline 107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864 \\ \times 2 \\ \hline 215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728 \\ \times 2 \\ \hline 431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456 \\ \times 2 \\ \hline 862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912 \\ \times 2 \\ \hline 1725436586697640946858688965569256363112777243042596638790631055949824 \\ \times 2 \\ \hline 3450873173395281893717377931138512726225554486085193277581262111899648 \\ \times 2 \\ \hline 6901746346790563787434755862277025452451108972170386555162524223799296 \\ \times 2 \\ \hline 13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598592 \\ \times 2 \\ \hline 27606985387162255149739023449108101809804435888681546220650096895197184 \\ \times 2 \\ \hline 55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394368 \\ \times 2 \\ \hline 110427941548649020598956093796432407239217743554726184882600387580788736 \\ \times 2 \\ \hline 220855883097298041197912187592864814478435487109452369765200775161577472 \\ \times 2 \\ \hline 441711766194596082395824375185729628956870974218904739530401550323154944 \\ \times 2 \\ \hline 883423532389192164791648750371459257913741948437809479060803100646309888 \\ \times 2 \\ \hline 1766847064778384329583297500742918515827483896875618958121606201292619776 \\ \times 2 \\ \hline 3533694129556768659166595001485837031654967793751237916243212402585239552 \\ \times 2 \\ \hline 7067388259113537318333190002971674063309935587502475832486424805170479104 \\ \times 2 \\ \hline 14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958208 \\ \times 2 \\ \hline 28269553036454149273332760011886696253239742350009903329945699220681916416 \\ \times 2 \\ \hline 56539106072908298546665520023773392506479484700019806659891398441363832832 \\ \times 2 \\ \hline 113078212145816597093331040047546785012958969400039613319782796882727665664 \\ \times 2 \\ \hline 226156424291633194186662080095093570025917938800079226639565593765455331328 \\ \times 2 \\ \hline 452312848583266388373324160190187140051835877600158453279131187530910662656 \\ \times 2 \\ \hline 904625697166532776746648320380374280103671755200316906558262375061821325312 \\ \times 2 \\ \hline 1809251394333065553493296640760748560207343510400633813116524750123642650624 \\ \times 2 \\ \hline 3618502788$$

sayılarındaki değişimi belirleyemediği ve bu değişime ilişkin üslü gösterimi ifade edemediği görülmüştür. Dolayısıyla bu öğrencinin sürece katılımı, iletişimi daha üst düzeydeki öğrenciler arasında geçen tartışmaları izlemek ve aynı fikirde olduğunu belirtmekle sınırlı kalmıştır. Araştırmacı-öğretmen sıklıkla Ali’yi tartışma sürecine dahil ederek sunulan farklı fikirler hakkındaki düşüncelerini açıklamasını istemiştir. Ancak elde edilen öğrenci yanıtı ‘*Evet, bence de öyle*’, ‘*Arkadaşımın söylediği gibi*’, ‘*Ben diyemiyorum*’ gibi olmuştur. Gökhan ise bu süreçte etkinliğin başlangıcından itibaren gözlemlenen aktif katılım ve istekliliğini açıkça ortaya koyarak virüslerin yok olmasına ilişkin ‘*yine böyle aynısı (üslü gösterime işaret ediyor) ama bu sefer eksilisi*’ biçiminde bir açıklama sunmuştur. Öğrencinin sunduğu bu matematiksel fikrin gruptaki diğer öğrenciler tarafından kastedileni açıkça yansıtacak ve hayvan sayılarındaki değişimi temsil edecek şekilde tekrar ifade edilmesiyle matematiksel sonuca ulaşılmıştır. Burada Gökhan’ın yazılı çözümü diğer öğrencilerin görüş ve çözümlerine paralel olarak aşağıdaki gibi olmuştur.

Görsel 3.33. Gökhan’ın Soru-6’ya ilişkin çözümü

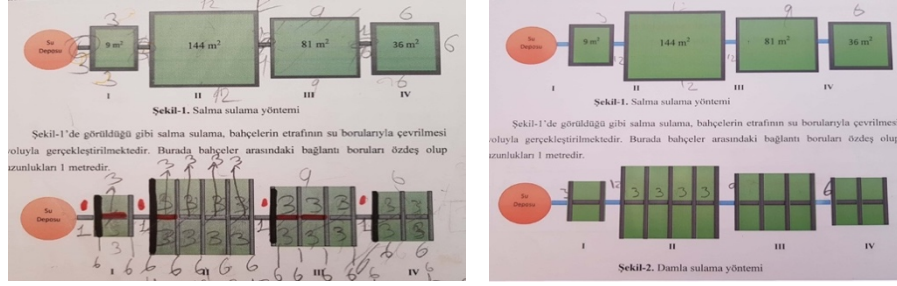
Etkinlik sonrasında araştırmacının öğrencilerin performanslarına yönelik görüşü Ali için “*Ona sıklıkla söz vererek açıklama yapmasını istiyorum, konuşmaktan çok çekiniyor. Ama belki de bu zamana kadarki en aktif sürecini geçirdi*” şeklinde iken Gökhan için “*Bugün etkinlik süresince katılım gösterdi ve performansı önceki uygulamalara göre oldukça iyiydi*” şeklinde olmuştur.

3.2.1.4. Dördüncü öğretim bölümü

Ali ve Gökhan’ın dördüncü öğretim bölümünü oluşturan Bahçe Sulama etkinliğindeki katılımları ve iletişimsel eylemleri incelendiğinde öğrencilerin bireysel olarak özgün matematiksel fikirler geliştirebildikleri, bu fikirleri matematiksel dilde açıkça ifade edebildikleri ve sunulan farklı fikirler üzerinde düşünerek doğruluğunu sorgulamaya çalıştıkları gözlenmiştir. Bu doğrultuda öğrenciler, sınıf içi tartışma

sürecinde yalnızca araştırmacı-öğretmen ile değil aynı zamanda gruptaki diğer öğrencilerle de karşılıklı görüş alışverişinde bulunmuş ve birbirleri ile etkili iletişim kurabilmiştir.

Etkinliğin formüle etme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-2 olan ilk sorusunda öğrencilerin iki farklı sulama yöntemi için problem durumunda sunulan bahçe modellerini (gerçek model) incelemeleri ve su borularının yerleşim tekniğini yorumlamaları istenmiştir. Bu süreçte Ali ve Gökhan her iki sulama yöntemi için de bahçelerin alan ölçülerine odaklanmış ve *“Su borularının uzunlukları bahçelerin alanlarına bağlıdır”* şeklinde bir açıklama sunmuştur. Bu açıklama karşısında araştırmacı-öğretmen öğrencilerin iki farklı sulama yöntemini ayrı ayrı düşünmelerini istemiş ve *“Eğer su borularının toplam uzunluğunu hesaplamak isteseydik o zaman hangi bilgilere ihtiyacımız olurdu?”* biçiminde bir soruyla öğrencileri değişkenler üzerinde düşünmeye yönlendirmiştir. Böylece öğrenciler kullanılacak toplam boru uzunluğunu salma sulama yöntemi için kolaylıkla formüle edebilmiştir. Yani, bu öğrenciler salma sulama yöntemi için su borularının toplam uzunluğunun, her bir bahçenin çevre uzunluğu ile bahçeler arasındaki bağlantı borularının toplam uzunluğuna bağlı olduğunu açıklayabilmiştir. Başka bir deyişle, öğrenciler *“Su borusunun toplam uzunluğu = Her bir bahçenin çevre uzunluğu + Bağlantı borularının toplam uzunluğu”* şeklindeki modeli formüle edebilmiştir (Gökhan’ın bu süreçteki katılımı için bkz. sf.210; Ali’nin bu süreçteki katılımı için bkz. sf.244). Benzer şekilde damla sulama yöntemi için gerekli matematiksel hesaplamalarla su borusunun toplam uzunluğunu belirlemeye çalışan öğrenciler, yalnızca problem durumunda belirtilen ölçüleri dikkate almış ve su borularının kaç metre aralıklarla döşendiğinin, boru sayılarını ve dolayısıyla toplam uzunluğu belirleyen temel faktör olduğunu göz ardı etmiştir. Bu nedenle öğrenciler her bir bahçe için; *“Su borusunun toplam uzunluğu = (Toplam boru sayısı x Bahçenin kenar uzunluğu)+Bağlantı borularının toplam uzunluğu”* ve *“Toplam boru sayısı=(Kenar uzunluğu÷Borular arasındaki uzaklık)+1”* şeklindeki matematiksel modeli formüle etmekte güçlük yaşamıştır. Bu süreçte araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle iki farklı sulama tekniği için kullanılan su borularının toplam uzunluğunu hesaplamaya çalışan öğrenciler halihazırda etkinliğin ikinci sorusunun yanıtını da elde etmiştir. Yani, Ali ve Gökhan her iki sulama yöntemi için su borularının toplam uzunluğunu hesaplayabilmiştir. Öğrencilerin Soru-2’ye ilişkin çözümleri aşağıdaki gibidir.



Görsel 3.34. Gökhan ve Ali'nin Soru-2'ye ilişkin çözümleri

Görüldüğü gibi öğrencilerin çözüm yaklaşımları salma sulama yöntemi için her bir bahçenin kenar uzunluğunu ve ardından çevre uzunluğunu hesaplamak; damla sulama yöntemi için ise problem durumunda sunulan bahçe modelleri üzerinden su borularını saymak ve toplam uzunluğu hesaplamak şeklinde olmuştur. Dolayısıyla öğrenciler boru sayıları ile borular arasındaki uzaklığı ilişkilendirmeksizin doğru sonuca ulaşmıştır. Bu durum karşısında araştırmacı-öğretmen öğrencileri mevcut durum üzerinden yorum yapmaya teşvik etmek amacıyla 'Eğer borular arasındaki uzaklık 1 metre (2m, 5m vb.) olsaydı boruların toplam uzunluğu nasıl değişirdi?' sorularını yönlendirmiştir. Böylece öğrencilerin söz konusu ilişkiyi incelemelerini desteklemiştir.

Alan ölçüleri birer tam kare olmayan doğal sayı olan bahçeler için benzer hesaplamaların yapılmasını gerektiren üçüncü soruda Ali ve Gökhan'ın kareköklü sayılara ilişkin bazı işlemsel hatalarına karşın belirlenen matematiksel modellere bağlı olarak hesaplama yapmaya çalıştığı gözlenmiştir. Burada iletişimi daha üst düzeydeki öğrencilerin bilgilendirici ve yönlendirici açıklamaları bu öğrenciler için kolaylaştırıcı olmakla birlikte araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesine duyulan ihtiyacı da giderek azaltmıştır. Bununla birlikte araştırmacı-öğretmen öğrencilerin çözüm yaklaşımlarını açıklamalarını isteyerek yapılan işlemlere yönelik mantıklı gerekçeler sunabilmelerini ve aynı zamanda da sözlü iletişimlerini desteklemeyi amaçlamıştır.

Ali'nin çözüme yönelik açıklaması aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Ali sen bize çözümünü açıklayabilir misin?

Ali: Bahçelerin kenar uzunluklarını bulmak için kök içine alınması lazım; $\sqrt{32}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{72}$, $\sqrt{98}$. Buradan $4\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, $6\sqrt{2}$ ve $7\sqrt{2}$ çıktı. Sonra da dörtle çarpıp çevrelerini hesapladık.

Etkinliğin yorumlama/değerlendirme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-2 olan son sorusu, satışa sunulan su borularının uzunlukları ile bahçelerin kenar uzunlukları arasında

ilişkilendirme yapılmasını bir başka deyişle, matematiksel bir sonucun gerçek yaşam durumu bağlamında yorumlanmasını gerektirmiştir. Dolayısıyla öğrencilerden kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirlemeleri ve bu doğrultuda uygun ölçüde boru seçimi yapmaları beklenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin problem durumunu anlamlandırmakta zorlandıkları ve pasif katılımcı konumunda oldukları görülmüştür. Nitekim her bir bahçe için farklı uzunluktaki borulardan en uygun olanına nasıl karar verilebileceğini açıklamaları istenildiğinde öğrenciler akıl yürütememiş ve sessiz kalmıştır. Gruplarında iletişimi üst düzey öğrencilerin ‘her bir bahçenin bir kenar uzunluğunun hangi iki tam sayı değeri arasında olduğunun belirlenmesi’ veya ‘en yakın tam kare doğal sayının belirlenmesi’ şeklindeki görüşlerini doğru kabul eden bu öğrenciler gerekli matematiksel hesaplamaları yapamamış ve doğru sonuca ulaşamamıştır.

3.2.1.5. Beşinci öğretim bölümü

Ali ve Gökhan’ın beşinci öğretim bölümünü oluşturan Kurabiyeler etkinliğindeki katılımları incelendiğinde öğrencilerin formüle etme, yürütme ve yorumlama süreçlerinin her birine aktif bir şekilde katıldıkları, bu süreçlerde matematiksel düşüncelerini açıkça ortaya koyabildikleri, sundukları fikirler hakkında gerekçe sunabildikleri ve ayrıca yazılı çözümlerini daha detaylı olarak sunmaya başladıkları gözlenmiştir.

Kurabiyeler etkinliği bir gerçek yaşam durumu olarak farklı büyüklükteki kurabiyelerin özdeş kutulara yerleştirilmesine yönelik olarak hazırlanmış olup birinci ve ikinci soruların formüle etme sürecine ilişkin olduğu görülmektedir. İlk olarak problem durumunun anlamlandırılması sürecinde Ali ve Gökhan’ın kurabiyelerin küçük-orta-büyük şeklinde üç farklı büyüklükte ve aynı kalınlıkta olması, özdeş kutuların kullanılması, her bir kutudaki kurabiyelerin aynı tipte olması durumlarını açıklayabildiği görülmüştür. Ardından öğrencilerden kurabiye büyüklüklerinin hangi değişken(ler)e bağlı olarak değiştiğini yorumlamaları ve çözümlerini yazılı olarak sunmaları istenmiştir. Başka bir deyişle, kurabiye büyüklüklerinin yüzey alanları ile ilişkili olduğunu ve buna bağlı olarak kurabiyelerin farklı büyüklüklerde olmasının çap/yarıçap uzunluklarının farklı olmasından kaynaklandığını açıklayabilmeleri beklenmiştir. Bu süreçte Ali’nin yazılı açıklaması “*Kurabiyelerin büyüklüğü çap uzunluğuna bağlıdır*” şeklinde iken Gökhan’ın yazılı açıklaması “*Kurabiyeler çaplarına bağlı olarak farklılaşıyorlar*” şeklinde olmuştur. Araştırmacı-öğretmen öğrencilerden bu düşüncelerinin gerekçesini

açıklamasını istemiş ve öğrencilerin yanıtı “Çünkü, çap uzunluğu artarsa kurabiyein büyüklüğü artar; azalırsa kurabiyein büyüklüğü azalır” şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi bu öğrenciler kurabiye büyüklüklerinin ilişkili olduğu ‘yarıçap/çap uzunluğu’ değişkenini, kurabiyelerin yüzey alanları ile ilişkilendirmeksizin belirlemiş ve buna bağlı olarak kurabiye büyüklüklerinin yarıçap/çap uzunluklarına bağlı olarak nasıl değiştiğini yeterince açıklayıcı bir şekilde sunamamıştır. Yani, öğrencilerin söz konusu ilişkiye yönelik açıklamalarının kurabiye büyüklüklerindeki artış ya da azalışın miktarı hakkında bilgi içermediği gözlenmiştir. Burada araştırmacı-öğretmen, öğrencilerin kurabiye büyüklüklerini ‘kurabiye kalınlıklarının ihmal edilebileceği’ varsayımı altında ve ‘daireesel bir bölgenin yüzey alanı’ şeklinde formal dilde ifade edebilmeleri; kurabiye büyüklüğünü etkileyen değişkenler arasındaki ilişkiyi alan bağıntısını göz önünde bulundurarak açıklayabilmelerini desteklemek amacıyla müdahalede bulunmuştur. Bu kapsamda “Kurabiyelerin geometrik şekli göz önünde bulundurulduğunda kurabiye büyüklükleri matematiksel olarak hangi özellik ile açıklanabilir?”, “Kurabiyelerin kapladıkları alanlar yarıçap uzunluğuna bağlı olarak nasıl değişir?”, “Kurabiyelerin büyüklüklerinde (yarıçap uzunluğuna bağlı olarak) nasıl bir artış ya da azalış söz konusu olur?” sorularını yönlendirmiştir. Bu sorular doğrultusunda öğrenciler daireesel bir bölgenin alan bağıntısı olan “ $A=\pi r^2$ ” bağıntısını kurabiyelerin büyüklükleri ile yarıçap uzunluğu arasındaki ilişkinin matematiksel ifadesi olarak ortaya koyabilmiştir. Yine, araştırmacı-öğretmenin alan bağıntısındaki ‘ r^2 ’ gösteriminin rolünü sorgulamasıyla öğrenciler “Kurabiyelerin kapladıkları alanlar, yarıçap uzunluklarının karesi ile doğru orantılı olarak değişmektedir” matematiksel açıklamasını ortaya koyabilmiştir.

Etkinliğin yürütme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-2 olan üçüncü sorusunda Ali ve Gökhan’ın gruplarındaki öğrencilerin problem metnindeki ‘daha çok öğrenci doyar’ ifadesine ilişkin matematiksel yorumları incelendiğinde iki tür öğrenci görüşüyle karşılaşmış ve bu görüşlerin birbirleriyle benzerlik gösterdiği gözlenmiştir. Yani, her iki öğrenci grubunda da ‘daha çok öğrenci doyar’ ifadesini ‘kurabiye sayısının daha fazla olması’ şeklinde hatalı yorumlayan öğrenciler olduğu gibi; ‘tüketilen kurabiye miktarının daha fazla olması’ şeklinde yorumlayabilen öğrenciler de olmuştur. Ali ve Gökhan ise herhangi bir gerekçe sunmaksızın ‘tüketilen kurabiye miktarının daha fazla olması’ görüşüne katıldığını dile getirmiştir. Bununla birlikte öğrenciler iletişimi daha üst düzeydeki diğer öğrencilerin matematiksel açıklamalarını anlaşılır bir şekilde özet olarak sunabilmiştir. Yani, daha çok öğrenci doyar ifadesinde kastedilen matematiksel anlamı

Gökhan “*Kurabiyeler farklı büyüklükte olduğu için toplam alanın en büyük olması*” şeklinde, Ali ise “*Sayı olarak değil de toplam alanı en fazla olan kurabiye*” şeklinde yeniden ifade edebilmiştir. Ardından matematiksel hesaplama yapmaya yönelen öğrenciler bu kapsamda üç farklı büyüklükteki kurabiyenin her birinin yüzey alanı ölçüsü ve adet sayılarını göz önünde bulundurarak her bir kutu için kurabiyelerin toplam yüzey alanını hesaplayabilmiştir. Bununla birlikte öğrenciler elde edilen sonuçları karşılaştırarak sorunun doğru yanıtını elde edebilmiştir.

Matematiksel iletişim düzeyi bakımından bir önceki soru ile benzer özelliklerde olan, formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin dördüncü soruya gelindiğinde öğrencilerden ilk olarak ‘*daha hesaplı kurabiye*’ ifadesinin ne anlama geldiğini yorumlamaları istenmiştir. Burada Ali ve Gökhan’ın günlük yaşamlarında karşılaştıkları durumlar üzerinden akıl yürüterek söz konusu ifadeyi matematiksel olarak yorumlamaya çalıştığı görülmüştür.

Araştırmacı: Burada ‘daha hesaplı’ ifadesi ile ne kastediliyor?

Gökhan: Mesela tanesi 3 TL, iki tanesi 5 TL olursa iki tane almak daha hesaplı olur. Bunun gibi.

Araştırmacı: Buradaki satış fiyatlarını nasıl karşılaştırıcaksın?

Gökhan: (düşünüyor)

Görüldüğü gibi ‘daha hesaplı kurabiye’ ifadesinin yorumlanmasında zorlanan bu öğrenciler, iletişimi daha üst düzeydeki diğer öğrencilerin matematiksel açıklamalarını anlaşılır bir şekilde özet olarak sunabilmiştir. Yani, daha hesaplı ifadesinde kastedilen matematiksel anlamı Gökhan “*Alan ölçüleri eşit olduğu zamanki satış fiyatlarından en ucuz olanı*” şeklinde, Ali ise “*Satış fiyatlarını eşitlediğimiz zaman alanı en büyük olan*” şeklinde yeniden ifade edebilmiş ve ardından matematiksel hesaplama yapmaya yönelmiştir.

Bu kapsamda Ali’nin çözüm yaklaşımı 8 TL’ye kaçar cm^2 büyüklüğünde kurabiye alınabileceğinin karşılaştırılması şeklinde; Gökhan’ın çözüm yaklaşımı ise alan ölçüleri 1 cm^2 olacak şekilde üç farklı büyüklükteki kurabiyenin satış fiyatının karşılaştırılması şeklinde olmuştur.

Ali’nin ve Gökhan’ın dördüncü soru maddesine ilişkin yazılı çözümleri Görsel 3.35’te sunulmuştur.

Cözüm-4:

20 TL	5 TL	1 TL
60 cm ²	60 cm ²	48 cm ²
120 cm ²		

Cözüm-4:

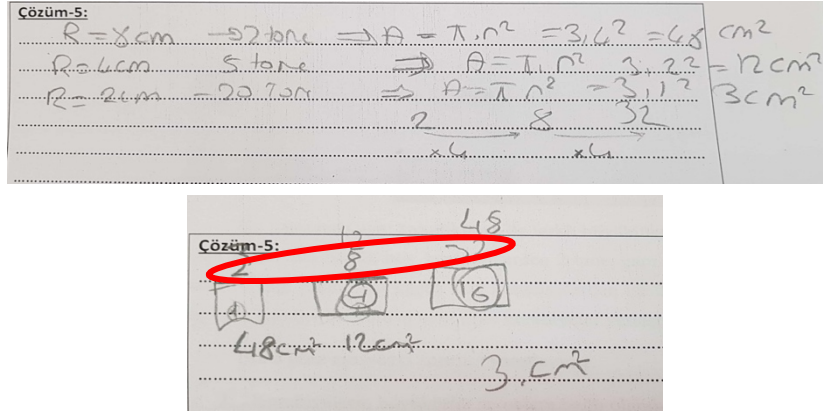
4 TL	60 cm ²	16	96 cm ²
?	1 cm ²	?	1 cm ²
$3 = \frac{4}{60}$		$3 = \frac{16}{96}$	
$= \frac{1}{15}$		$= \frac{1}{6}$	

Görsel 3.35. Ali ve Gökhan'ın Soru-4'e ilişkin çözümleri

Görsel 3.35'te görüldüğü gibi kurabiyelerin birer adedinin satış fiyatını karşılaştırırken öğrenciler kurabiye büyüklüklerinin birbirinden farklı olduğunu ve bu nedenle eşit büyüklükteki kurabiyeler ya da eşit tutardaki ödemeler için karşılaştırma yapılması gerekliliğini göz önünde bulundurabilmiştir. Dolayısıyla her ne kadar '*daha hesaplı kurabiye*' ifadesini yorumlamakta güçlük çekseler de öğrenciler çözümlerini yazılı ve sözlü dilde açıklayabilmiştir. Nitekim ulaşılan matematiksel sonucun yorumlanmasında Ali "*Birer kutu kurabiye'nin satış fiyatı 8TL olduğu zaman kurabiyelerin alanlarını karşılaştırdım. Alanı büyük olan kutuyu seçtiğimizde daha hesaplı olmuş oldu*" biçiminde bir açıklama sunabilmiştir. Benzer şekilde Gökhan'ın "*Kurabiyelerin büyüklüklerine göre satış fiyatlarının karşılaştırmasını yaptım. Eşit büyüklükteki kurabiyeler için baktığımızda fiyatı daha az olduğundan üçüncü kutu diğer kutulara göre daha hesaplı oldu.*" biçimindeki açıklaması bu öğrencilerin çözüm yaklaşımını anlamlandırabildiğini ve hangi kutu seçiminin daha hesaplı olduğunu sözlü olarak ifade edebildiğini ortaya koymuştur.

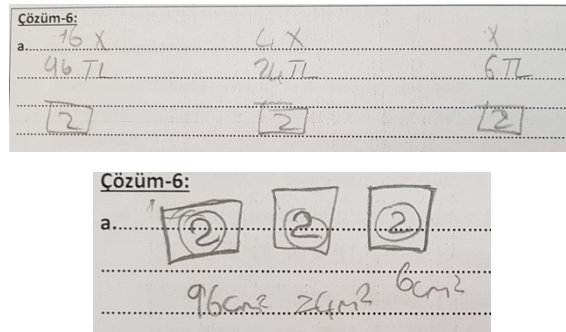
Etkinliğin beşinci ve altıncı soruları yorumlama/değerlendirme sürecine ilişkin olup iletişimi Düzey-3 olarak belirlenmiştir. Herhangi bir sayısal veri içermeyen bu sorulardan beşinci soru maddesinde Ali ve Gökhan, problem metninde eşit olması gerektiği belirtilen satış fiyatının tutar olarak ne kadar olduğu bilgisine ihtiyaç duyulduğunu düşünmüştür. Dolayısıyla bu öğrenciler problemi çözmek için uygun bilgiyi bulma ve ilgili olan/olmayan bilgileri ayırt etmekte zorlanmıştır. Bununla birlikte öğrenciler satış fiyatı ile toplam alan ölçüleri arasındaki ilişkiyi yorumlayabilmiş ve her bir kutuya konulabilecek maksimum kurabiye sayılarını göz önünde bulundurarak sorunun doğru yanıtını elde edebilmiştir.

Gökhan ve Ali'nin beşinci soru maddesine ilişkin yazılı çözümleri Görsel 3.36'da sunulmaktadır.



Görsel 3.36. Gökhan ve Ali'nin Soru-5'e ilişkin çözümleri

Son soru maddesinde ise öğrenciler her bir kutuya farklı büyüklükteki kurabiyelerden en fazla ikişer adet konulabileceğini ve bu durumda orta boy bir kutu kurabiyenin satış fiyatının küçük boy bir kutu kurabiyenin satış fiyatının dört katına; büyük boy bir kutu kurabiyenin ise orta boy bir kutu kurabiyenin satış fiyatının dört katına eşit olduğunu yorumlayabilmiştir. Gökhan ve Ali'nin beşinci soru maddesine ilişkin yazılı çözümleri Görsel 3.37'de sunulmaktadır.



Görsel 3.37. Gökhan ve Ali'nin Soru-6'ya ilişkin çözümleri

Görsel 3.37'den görüldüğü gibi öğrenciler burada kurabiyelerin toplam yüzey alanları arasındaki ilişkiye odaklanarak birer kutu kurabiyenin satış fiyatının kaç TL olduğu bilgisine ihtiyaç olmadığını değerlendirebilmiştir. Diğer yandan Gökhan etkinlik bitiminde eskiden daha az test çözdüğünü ama şimdi matematiğe daha çok çalıştığı şeklindeki düşüncesini araştırmacı ile paylaşmıştır.

3.2.1.6. Altıncı öğretim bölümü

Araştırma sürecinin son uygulaması olan Balon Turu etkinliğinde Gökhan ve Ali'nin problem durumu üzerinde düşünerek anlamlandırmaya çalıştığı ve bu kapsamda matematiksel görüşlerini açıkça sunabildiği, problem metninde sunulan ifadelerin çözüm için gerekli olup olmadığı konusunda akıl yürüttüğü ve düşüncelerini açık ve anlaşılır şekilde ifade edebildiği görülmüştür.

Balon Turu etkinliği uygulama sürecinde Gökhan ve Ali, ilk olarak kendilerine sunulan problem durumunu dikkatle okumaya ve anlamaya yönelmiş, balonun uçuş rotasına bağlı olarak farklılık gösteren kalkış ve iniş noktaları ile bu noktaların rakım değerlerinin yorumlanması, balonun hareketinin tanımlanması ve balonun kalkış ve iniş sürecindeki hızlarının yorumlanması süreçlerinde matematiksel fikirlerini açıkça ifade edebilmişlerdir. Bu süreçte araştırmacı-öğretmen problem durumundaki ifadeler ile kastedilen matematiksel anlamların yorumlanmasını beklemiş, nitekim öğrenciler problem metnini detaylı bir şekilde irdeleyerek matematiksel düşüncelerini sunabilmiştir. Bu kapsamda Gökhan kalkış/inış noktalarının rakım değerlerini gösteren tabloyu, bu noktaların birbirlerine göre deniz seviyesinden daha yüksekte/alçakta olması biçiminde yorumlayabilmiştir. Yine balonun hareketini tanımlarken keyfi bir rota belirlemiş ve bu rotaya göre hareketin nasıl gerçekleştiğini açıklamaya çalışmıştır. Bu kapsamda Gökhan balonun kalkış noktası Uçhisar, iniş noktası Avanos olan bir rotada hareket ettiği varsayımı altında balonun hareketine ilişkin olarak *“Balon Uçhisar’dan yükseliyor, sonra Avanos’a iniyor”* şeklinde bir açıklama sunmuştur. Görüldüğü gibi Gökhan başlangıçta balonun hareketini yalnızca kalkış ve iniş olmak üzere iki süreç olarak ele almıştır. Benzer şekilde Ali'nin balonun hareketine ilişkin görüşleri incelendiğinde öğrencinin *“Balon bir yüksekliğe çıkıyor ve sonra bu yerlerden birine iniyor”* şeklinde benzer bir düşüncesi olduğu görülmüştür. Bunun üzerine her iki öğrenci grubundaki diğer öğrenciler, problem metnindeki ‘belirli bir süre boyunca çıkılan bu yükseklikte ilerleyerek şehrin seyredilmesi’ ifadesine dikkat çekerek balonun hareket sürecinin kalkış-seyir-iniş şeklinde ele alınması gerektiği yönünde görüş belirtmiştir. Bunun üzerine Gökhan ve Ali, grup arkadaşları ile hemfikir olduklarını dile getirmiştir. Diğer yandan Gökhan ve Ali problem metnindeki *“Bu sıcak hava balonu yükselme sürecinde saniyede 2 metre yükselmekte ve iniş sürecinde ise her 3 saniyede 10 metre alçalmaktadır”* ifadesini balonun kalkış hızı ve iniş hızı olarak yorumlamakta zorlanmıştır. Aşağıda Gökhan ve Ali'nin kalkış ve iniş hızlarının yorumlanması sürecindeki açıklamaları sunulmuştur.

Araştırmacı: Bu ifade bize balonun hareketine ilişkin olarak hangi özelliği hakkında bilgi veriyor sizce?

Gökhan: İvme.

Araştırmacı: İvme derken neyi kastettin?

Gökhan: (sessizlik)

Can: Balonun hızı mı demek istedin?

Gökhan: Olabilir, emin değilim.

...

Araştırmacı: Ali, bu ifadeyi nasıl yorumladığını bize açıkla mısın?

Ali: 1 saniyede 2 metre yükseliyormuş, 3 saniyede 10 metre alçalıyormuş.

Araştırmacı: Balonun belirli bir süredeki yükselme ya da alçalma miktarı hakkındaki bu bilgi sence ne anlama geliyor?

Ali: Bilmiyorum. Balonun hızı mı?

Etkinliğin formüle etme sürecine ilişkin birinci soru maddesinde öğrencilerden beklenen, balon turunun gerçekleşmesi sürecinde balonun bulunduğu yüksekliğin zamana bağlı olarak değiştiğini belirlemeleri ve bu değişimin balon turu süresince nasıl farklılaştığını matematiksel olarak açıklayabilmeleri olmuştur. İletişimi Düzey-2 olarak belirlenen bu soruda Gökhan ve Ali'nin grubundaki tartışma sürecinde öğrenciler başlangıçta hatalı bir şekilde balon turuna yönelik olarak değişen unsurlar üzerinde düşünmüştür. Yani, öğrenciler farklı turlardaki kalkış ve iniş noktalarının, kalkış ve iniş süreçlerindeki hızlar ile kalkış ve iniş sürelerinin birbirinden farklı olduğunu belirtmiştir. Bu durum karşısında araştırmacı-öğretmen öğrencilerin balonun bir tur sürecindeki hareketine odaklanmalarını sağlamak amacıyla “Balonun yükselmeye başlamasıyla birlikte sizce ne/neler değişir?” şeklinde bir soru yönlendirmiştir. Bu soruyla birlikte Gökhan ve Ali balonun kalkış ve iniş süreçlerindeki hız değerleri her ne kadar birbirinden farklı olsa da hareket süresince bu hız değerlerinin sabit kaldığı konusunda farkındalık kazanmıştır. Bununla birlikte bu öğrenciler hareket süresince balonun hızına etki edebilecek rüzgâr, hava sıcaklığı gibi dış faktörlerin ihmal edilmesi varsayımında bulunma ihtiyacı hissetmişlerdir. Böylece öğrenciler balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki ilk değişkeni ‘yükseklik’ olarak kolaylıkla belirleyebilmiştir. Ardından araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi sonucunda yüksekliğin neye bağlı olarak değiştiğini düşünerek ikinci değişkenin ‘zaman’ olduğunu açıklayabilmişlerdir. Sonuç olarak Gökhan ve Ali, formüle etme sürecindeki önemli birer yeterli olarak

değişkenlerin belirlenmesi ve değişkenler arasındaki ilişkilerin açıklanmasında başarılı performans sergilemiştir. Nitekim Gökhan balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenlere ilişkin olarak “Yükseklik ve zamana bağlıdır” şeklinde; Ali ise “1)Balonun bulunduğu yükseklik ve 2)Geçen zaman” şeklinde yazılı açıklama sunmuştur. Öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişki hakkındaki yazılı açıklamaları ise sırasıyla “Yükselme sürecinde yükseklik zamana bağlı artar. Seyir sürecinde yükseklik değişmez. İniş sürecinde yükseklik zamana bağlı olarak azalır” ve “Yükseliş sürecinde doğrusal ilişki, yükseklik artar. Seyir sürecinde değişmez. İnişte azalır.” biçiminde olmuştur. Görüldüğü gibi Gökhan değişkenler arasındaki bağımlılık ilişkisini yansıtan; Ali ise (kalkış süreci için) bu ilişkinin doğrusallığını vurgulayan bir açıklama sunmuştur.

Yükseklik ve zaman değişkenleri arasındaki ilişkinin yorumlanmasının ardından öğrencilerden bu ilişkiyi matematiksel dilde ifade etmeleri ve yüksekliğin zamana bağlı değişimini gösteren matematiksel modele ulaşmaları beklenmiştir. Bu süreçte Gökhan ve Ali’nin balonun bulunduğu yüksekliği kalkış-seyir ve iniş süreçleri için ayrı ayrı inceledikleri ve değişimin nasıl olduğunu ifade edebildikleri görülmüştür. Aşağıdaki kesit Gökhan ve Ali’nin kalkış süreci için yükseklik ve zaman değişkenlerinin ilişkisine yönelik açıklamalarını göstermektedir.

Araştırmacı: Kalkış süreci için balonun bulunduğu yüksekliğin zamana bağlı olarak artacağını söylediniz. O halde bu artış hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Gökhan: Hep iki katı şeklinde.

Araştırmacı: Söylemek istediğini biraz daha detaylı olarak tekrar ifade eder misin?

Gökhan: Yani, yükseklik, zamanın iki katı olarak artar.

...

Araştırmacı: Balonun bulunduğu yükseklik zamana bağlı olarak artıyor. Peki, buradaki artış miktarı için ne söylenebilir?

Ali: 1 saniyede 2 metre yükseldiği için zamanın iki katı oluyor.

Öğrencilerin yukarıdaki açıklamaları doğrultusunda kalkış süreci için “Balonun bulunduğu yükseklik = 2xZaman” modelini ortaya koyduğu gözlenmiştir. Söz konusu model her iki öğrenci grubundaki diğer bazı üst düzey öğrenciler tarafından da doğru kabul edildiğinden araştırmacı bu gruplardaki öğrencilerin söz konusu model üzerinde çalışarak kalkış anından itibaren balonun bulunduğu yükseklik değerlerini hesaplamalarını istenmiştir. Böylece öğrenciler kalkış noktasının deniz seviyesinden yükseklik değerini göz ardı ettiklerini kolaylıkla görebilmiş ve söz konusu modeli

“Balonun bulunduğu yükseklik = Kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliği + $2xZaman$ ” biçiminde yeniden düzenlemiştir.

Yükseklik-zaman ilişkisi için matematiksel bir modelin inşası seyir ve iniş süreçleri için de tekrarlanmıştır. Bu kapsamda Gökhan ve Ali’nin zaman zaman hatalı veya kastını yansıtmayan açıklamalarına rastlanmış olmakla birlikte “Balonun bulunduğu yükseklik= Seyir yapılan yükseklik” ve “Balonun bulunduğu yükseklik= Seyir yapılan yükseklik – $(10/3)xZaman$ ” şeklindeki matematiksel modelleri grup arkadaşları ile olan fikir alışverişi sonucunda ortaya koyabildiği görülmüştür.

Gökhan: (Seyir süreci için) balon çıktığı yüksekliktedir, aynı olur.

Araştırmacı: Aynı olur derken neyi kastettin?

Gökhan: Ne kadar yükseldiyse.

Can: Yükselme miktarı demek istiyor olabilir misin?

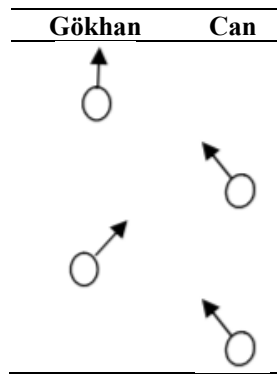
Gökhan: Şurasının toplamı kadar (“Kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliği + $2xZaman$ ” ifadesine işaret ediyor). İniş sürecinde de eksilisi olacak, eksi $(10/3)x$.

Can: Bulunduğu yükseklikten $(10/3)x$ kadar alçalır.

...

Ali’nin bu süreçteki katılımı için bkz. sf 258.

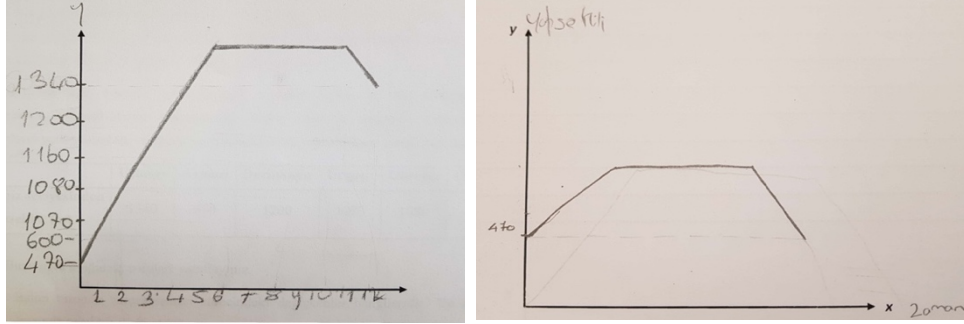
Yukarıda sunulan görüşme kesitine ilişkin olarak Gökhan ile Can arasındaki karşılıklı etkileşimi gösteren akış şeması Şekil 3.3’te sunulmaktadır.



Şekil 3.3. Akış şeması-3

Etkinliğin formüle etme sürecine ilişkin bir diğer sorusu olan üçüncü soru kapsamında öğrencilerin balonun hareketine ilişkin grafik temsilini ortaya koyabilmeleri beklenmiştir. Bu süreçte Gökhan balonun kalkış noktasının Avanos, iniş noktasının ise

Uçhisar olduğunu, Ali ise kalkış ve iniş noktasının Avanos olduğunu varsayarak bir grafik temsili ortaya koyabilmiştir (Görsel 3.38).



Görsel 3.38. Gökhan ve Ali'nin Soru-3'e ilişkin çözümleri

Öğrencilerin çizdikleri grafiği açıklamaları istenildiğinde Gökhan “Balonun Avanos’tan yükselmesi, sonra yüksekliğin sabit kalması ve Uçhisar’a inmesini gösteriyor” şeklinde; Ali ise “Avanos’tan kalktığında yüksekliğin artması, sonra sabit kalması, sonra da azalarak Avanos’a inmesini gösteriyor” şeklinde bir açıklama sunmuştur. Grafiğin orijinden geçme ve x eksenini kesme durumlarına ilişkin olarak ise Gökhan ve Ali tabloda yer alan ve deniz seviyesinden yüksekliği en az olan noktanın 470 metre ile Avanos olması nedeniyle grafiğin orijinden geçemeyeceğini belirtmiştir. Bu açıklama öğrencilerin orijin noktasını deniz seviyesi olarak matematikleştirebildiğinin bir göstergesi olmuştur. Benzer şekilde öğrenciler kalkış/iniş noktalarının deniz seviyesinden yüksekliklerinin sıfırdan farklı olması nedeniyle balonun deniz seviyesine iniş yapmasının mümkün olmadığını belirtmiştir. Böylece öğrenciler grafiğin x eksenini kesmemesi durumunu da gerekçeli olarak açıklayabilmişlerdir.

3.2.2. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin bulgular

Bu bölümde matematiksel iletişimi “0 düzeyi” olan Elçin, Nazan, Can ve Rüya’nın altı haftalık öğretim sürecine katılımlarına ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

3.2.2.1. Birinci öğretim bölümü

Su Püskürtücüleri etkinliğinin iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen ve sulamaya ilişkin koşulların sırasıyla ele alınarak matematiksel olarak formüle edildiği ilk sorusunda Nazan ve Can’ın araştırmacı-öğretmenin yönlendirici sorgulamaları sonucunda önemli

matematiksel fikirleri ortaya koyabildiği görülmüştür. Rüya ve Elçin'in ise gruplarındaki diğer üst düzey iletişim becerisine sahip öğrencilerin aktif katılımlarına bağlı olarak Nazan ve Can ile kıyaslandığında daha pasif kaldığı gözlenmiştir.

Su püskürtücülerinin saha içerisindeki konumunun belirlenmesi için gerçekleştirilmesi beklenen matematikleştirmeler kapsamında Nazan ve Can, sulanan bölgelerin birer dairesel bölge olduğu fikrini aşağıda sunulduğu şekilde gerekçeli olarak kolaylıkla sunabilmiştir. Başka bir deyişle, öğrenciler püskürtücülerin suyu püskürtme biçimi ve püskürtücülerin konumu değişkenlerini ilişkilendirebilmiştir.

Araştırmacı: Problemde püskürtücülerin özelliği ile ilgili olarak ne söyleniyor?

Can: Kendi etrafında 360° dönebiliyormuş.

Araştırmacı: Bu durumda püskürtücülerin bu özelliği ile suladıkları bölgeler arasında nasıl bir ilişki vardır?

Can/Hande: Daire.

Nazan: Evet, kendi etrafında 360° dönüyorsa bir daire oluşur.

Araştırmacı: Yani, sulanan bölgelerin birer dairesel bölge olduğunu söylüyorsunuz.

Can/Nazan: Evet.

Öğrenciler bu süreçte futbol sahasını temsil eden dikdörtgensel bölge üzerinde çalışarak koşulları sağlayan yerleşim düzenine yönelik denemeler yapmış ancak her bir sulama koşulunun matematiksel olarak yorumlanması sürecinde ağırlıklı olarak araştırmacı-öğretmenin yönlendirmelerine ihtiyaç duymuşlardır. Başka bir deyişle, Nazan ve Can püskürtücülerden gelen suyun dağılma biçimi ve püskürtücülerin konumu değişkenlerini ilişkilendirmekte zorlanmıştır. Örneğin, öğrenciler suların saha dışına çıkmaması koşulunun nasıl sağlandığını gösterirken sulanan bölgeleri temsil etmek amacıyla kartondan kesilmiş dairesel bölgeleri sahanın (dikdörtgensel bölgenin) iç bölgesine rastlantısal olarak yerleştirmiştir. Bu durumda araştırmacı-öğretmen hangi durumda saha dışına su çıkacağını göstermelerini istemiş ve buna bağlı olarak püskürtücülerin sahanın kenarlarına en fazla ne kadar yakın olabileceğini düşünmelerini istemiştir. Burada öğrenciler dairesel bölgeleri sahanın kenarlarına teğet olacak şekilde yerleştirebilmiş ancak bu durumu 'püskürtücülerin sahanın kenarlarına olan uzaklığının en az yarıçap uzunluğuna eşit olması' şeklinde ifade etmekte zorlanmıştır. Benzer şekilde öğrenciler herhangi bir bölgenin yalnızca bir püskürtücü tarafından sulanması koşulunu gösterirken dairesel bölgeleri çakışmayacak şekilde yerleştirebilmiş ancak söz konusu

yerleşimi ‘iki püskürtücü arasındaki uzaklığın en az çap uzunluğuna eşit olması’ şeklinde veya olabilecek en fazla bölgeye su ulaşması koşulunu göz önünde bulundurarak ‘dairesel bölgelerin birbirlerine teğet olması’ şeklinde açıklayamamıştır. Bu durum araştırmacı-öğretmenin sıklıkla “*Püskürtücüler arasındaki uzaklık hakkında ne söylenebilir?, Dairesel bölgelerin birbirlerine göre durumu matematiksel olarak nasıl ifade edilebilir?*” gibi ilgili koşulun matematikleştirilmesini kolaylaştıracak sorulara başvurmasına neden olmuştur. Su püskürtücülerinin saha içerisindeki konumunun belirlenmesi süreci kapsamındaki matematikleştirmelerin başarılı bir şekilde gerçekleştirilmesiyle Nazan ve Can su püskürtücülerinin yerleşim düzenini gösteren gerçek bir model ortaya koyabilmiştir.

Diğer yandan Rüya’nın birinci sorunun çözüm sürecine katılımı, sulama koşullarının sağlanıp sağlanmadığını gözetmeksizin püskürtücü sayısı en az olacak şekilde yerleşim düzeni denemeleri yapmak şeklinde olmuştur. Nitekim öğrencinin, ‘çapraz’ olarak ifade ettiği ve dairesel bölgelerin merkez noktalarının doğrusal olmadığı yerleşim düzeni hatalı olmuş ve araştırmacı bu önerinin gruptaki diğer öğrencilerin de katılımıyla değerlendirildiği bir tartışma süreci başlatmıştır.

Araştırmacı: Rüya’nın önerdiği yerleşim düzeni hakkında ne düşünüyorsunuz?

İrem: Daha fazla alanın sulanması gerekmiyor mu?

Melih: Burada sulanmayan alanlar daha fazla.

Rüya: Ama en az püskürtücü diyor.

Demir: Tamam ama koşulları sağlayan en az püskürtücü diyor. Senin yaptığında üçüncü koşul sağlanmıyor ki.

İrem: Yani, en fazla alanı en az püskürtücü kullanarak sulamaya çalışıyoruz.

Rüya: Tamam, anladım.

Araştırmacı: Rüya’nın yerleşim düzeninde sulanmayan alanların sulanması mümkün mü?

İrem: Püskürtücü kendi etrafında 180° dönerse o zaman olabilir.

Melih: Ya da özdeş olmayan püskürtücüler kullanırsak o zaman da olabilir.

Rüya: Hmmm, evet.

Görüldüğü gibi, Rüya püskürtücülerin sahada konumlanma koşulları ile su püskürtücülerinin konumu arasındaki ilişkileri yorumlamakta zorlanmış ve ağırlıklı olarak iletişimi daha üst düzeydeki grup arkadaşlarının görüşlerini onaylamakla yetinmiştir. Benzer şekilde Elçin’in püskürtücülerin konumunu gösteren gerçek modelin

oluşturulması sürecinde oldukça sessiz kaldığı, sunulan farklı yerleşim düzeni önerileri karşısında değerlendirme yapamadığı ve grubunun kararına bağlı kaldığı gözlenmiştir. Sonuç olarak, bu öğrenciler püskürtücülerin sahada konumlanma koşulları ile su püskürtücülerinin konumu değişkenleri arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak formüle etmekte zorlanmıştır.

Püskürtücülerin yerleşim düzenini gösteren gerçek bir modele ulaşılmasının ardından sınıf içi tartışmaların odağını ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığın sahanın kenar uzunluklarıyla ilişkisinin incelenmesi ve buna bağlı olarak dairesel bölgelerin çap uzunluğunun kenar uzunluk değerlerinin en büyük ortak böleni olduğu fikrine ulaşılması oluşturmuştur. Bu süreçte öğrenciler söz konusu ilişkiyi matematiksel olarak yorumlamakta zorlanmış ve püskürtücüler arası uzaklığın hangi sayı değerlerini alabileceği konusunda fikir belirtmemiştir. Bu durum karşısında araştırmacı-öğretmen Nazan ve Can'ın grubunda çap uzunluğunun 72 ve 96 sayılarını ortak bölen bir sayı değerine eşit olması gerektiğini açıklayabilmeleri için aşağıda sunulduğu şekilde müdahalede bulunmuştur.

Araştırmacı: Buradaki dairesel bölgelerin çap uzunlukları ile dikdörtgensel bölgenin kısa ve uzun kenarları arasında nasıl bir ilişki vardır?

(sessizlik)

Araştırmacı: Sizce buradaki dairesel bir bölgenin çap uzunluğu 10 metre olabilir mi?

Can: Olamaz.

Araştırmacı: Neden?

Nazan: Sonuç tam çıkmaz.

Araştırmacı: Bu uzunluk hangi tam sayı değerlerini alabilir sizce?

Nazan: Mesela 9 olabilir, 2, 3, 4, 6.

Araştırmacı: Neyi düşünerek bu değerleri söyledin?

Nazan: Ben burada 72'yi bölenleri düşünüyorum.

Can: Ama 96'nın bölenleri de olabilir.

Nazan: Evet, olabilir.

Araştırmacı: Neden hem 96 hem de 72'nin böleni olması gerekiyor?

Nazan/Can/Hande: Dairesel bölgeler birbirinin aynısı olduğu için.

Araştırmacı: Evet. Dolayısıyla püskürtücüler özdeş olduğu için de diyebilir miyiz?

Nazan/Can/Hande: Diyebiliriz.

Araştırmacı: Bu durumda dairesel bir bölgenin çap uzunluğu hangi değerleri alabilir?

Nazan/Can/Hande: Ortak olan bölenlerini.

Yukarıda sunulan kesit incelendiğinde Nazan ve Can'ın hem araştırmacı-öğretmen ile hem de birbirleriyle iletişim kurduğu ve söylemlerinin ağırlıklı olarak araştırmacı-öğretmene yanıt niteliğinde olduğu görülmektedir.

Rüya ve Elçin'in gruplarında ise iletişimsel anlamda daha üst düzeyde bulunan ve söz konusu ilişkilendirmeyi yapabilen öğrenciler çap uzunluğunun alabileceği farklı değerlere ilişkin öneriler sunabilmiştir. Buna bağlı olarak Rüya ve Elçin çap uzunluğunun 72 ve 96 sayılarının ortak bölenleri olabileceğini belirtmiştir. Ancak her iki öğrenci de açıklamalarını 'püskürtücülerin özdeş olması' durumuna dayandıramamıştır. Öğrencilerin ortak bölen fikrine ulaşılması sürecindeki katılımları aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: O halde 72'nin bölenlerini yazalım mı?

Rüya: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.

Araştırmacı: 96'nın bölenlerini de yazalım.

Rüya: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96. O zaman 2 olabilir, 3 olabilir, 4 olabilir, 6 olabilir, 8 olabilir, 12 olabilir, 24 olabilir.

Araştırmacı: 72 ve 96'nın ortak bölenlerini belirledin. Neden?

Rüya: Çünkü en az sayıda püskürtücü diyor.

...

(bkz.sf 263) Ece: 96'nın bölenleri olabilir. O zaman ortak olanları alacağız çünkü özdeş olması lazım.

Araştırmacı: Elçin çap uzunluğunun alabileceği değerler hakkında sen de bir şeyler söylemek ister misin?

Elçin: Aynı olduğu için 72 ve 96'nın ortak bölenleri olur.

Püskürtücü sayısı ile çap uzunluğu arasındaki ilişkinin tartışılarak iki püskürtücü arasındaki uzaklığın ortak bölenlerin en büyüğü olması gerektiğine karar verilmesine gelindiğinde burada da araştırmacı-öğretmenin yönlendirmelerinin öğrencilerin gerçek model üzerinden matematiksel bir model inşa edebilmelerinde etkili olduğu görülmüştür. Araştırmacı-öğretmen bu süreçte farklı ortak bölenler için kullanılması gereken püskürtücü sayılarını hesaplatarak öğrencilerin püskürtücü sayısı ile çap uzunluğu arasındaki ilişkiyi yorumlayabilmelerini desteklemiştir. "24'ün 72 ve 96 sayılarının bir ortak böleni olması ile püskürtücü sayısının en az olmasını sağlayan çap uzunluğu olması

arasında nasıl bir ilişki olabilir?” sorusuyla birlikte Elçin dışında diğer öğrenciler bu bölüme ‘En Büyük Ortak Bölen (EBOB)’ olarak adlandırabilmiş ve Püskürtücüler arasındaki uzaklık=EBOB (72,96) = 24cm modelini ortaya koyabilmiştir.

Belirtilen koşullar altında futbol sahasının sulanmasında kullanılacak püskürtücü sayısının hesaplanmasında öğrenciler püskürtücü sayısına ilişkin matematiksel modeli yazılı olarak sunmaksızın “Püskürtücü sayısı = Kısa kenar uzunluğu x Uzun kenar uzunluğu / 24 x 24” olarak ele almış ve bu doğrultuda matematiksel hesaplamalarını yapmıştır. Aşağıda çözümünü yazılı olarak sunan Elçin’in çözümü görülmektedir.

Cözüm-4:

a. ...EBOB(32, 144) = 32...
 $\frac{144}{32} = 4.5 \approx 5$

b. ...EBOB(63, 110) = 7...
 $\frac{110}{7} = 15.7 \approx 16$

...110 x 63 = 6930...
 $\frac{6930}{24 \times 24} = \frac{6930}{576} = 12.03 \approx 12$

Görsel 3.39. Elçin'in Soru-3'e ilişkin çözümü

Etkinliğin iletişimi Düzey-1 olan ve yürütme sürecine ilişkin dördüncü sorusuna gelindiğinde Nazan, Can, Rüya ve Elçin belirtilen saha ölçüleri için kullanılması gerekli püskürtücü sayısını kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Öğrencilerin buradaki çözüm yaklaşımı bir önceki soruda olduğu gibi kenar uzunluklarının EBOB'a bölümüyle elde edilen sayı değerlerinin çarpımını hesaplamak yoluyla olmuştur. Aşağıda örnek olarak Elçin ve Can'ın çözümleri sunulmuştur.

Püskürtücü sayısı:

$\frac{72}{24} = 3$ $\frac{36}{24} = 1.5 \approx 2$ $3 \times 2 = 6$ adet

Görsel 3.40. Elçin ve Can'ın Soru-4'e ilişkin çözümü

Elde ettikleri matematiksel sonuçları yorumlamaları istenildiğinde ise öğrenciler saha ölçülerine bağlı olarak kullanılan püskürtücü sayısının nasıl değiştiğini yorumlayamamıştır. Bunun yerine sayılardan birinin diğerinin tam katı olması halinde bu sayıların EBOB'unun küçük olan sayıya, EKOK'unun ise büyük olan sayıya eşit olduğu şeklinde prosedürel açıklamalarda bulunmuşlardır. Burada araştırmacı-öğretmen

öğrencileri kenar uzunluk değerleri ile püskürtücü sayıları arasındaki ilişkiyi incelemeye yönlendirmiş ve hesaplanan EBOB değerine bağlı olarak ihtiyaç duyulan püskürtücü sayısındaki değişimi aşağıdaki gibi yorumlatmıştır. Bu süreçte Elçin'in araştırmacı-öğretmene yanıt niteliğindeki söylemleriyle yalnızca araştırmacı-öğretmen ile iletişim kurduğu görülmüştür.

Araştırmacı: İki farklı saha ölçüsü için hesapladığımız püskürtücü sayılarına bakalım. Nasıl yorumlarsınız?

Elçin: 144, 72'nin iki katı olduğu için EBOB'u küçük olana eşittir. Püskürtücü sayısı da 2 oldu. Diğerinde de 63 ve 110 aralarında asal olduğu için EBOB'u 1. Püskürtücü sayısı 6930 oldu.

Melike: Birinde 2 tane, birinde 6930.

Araştırmacı: Püskürtücü sayılarındaki bu farklılığın nedeni nedir?

Elçin: EBOB'ları farklı çünkü.

Ece: Burada EBOB püskürtücüler arasındaki uzaklığı belirttiği için ve püskürtücüler arasındaki uzaklık artarsa püskürtücü sayısı azalacağından ilkinde püskürtücü sayısı daha az olmuş oldu.

Dilek: Aynen. Aralarında asal olduğunda da aralarındaki uzaklık 1 metre olduğundan çok daha büyük bir sayı elde ettik.

Araştırmacı: Elçin sen neler söyleyebilirsin?

Elçin: Birinde sayılar birbirinin katı, diğerinde aralarında asal.

Araştırmacı: Sayıların birbirinin katı olması ya da aralarında asal olmaları püskürtücü sayılarını nasıl etkiliyor?

Elçin: Birbirinin katı olduğunda püskürtücü sayısı daha az, aralarında asal olduğunda püskürtücü sayısı daha fazla oluyor.

Etkinliğin son sorusuna gelindiğinde öğrencilerden bir önceki sorunun çözüm süreci üzerinde yansıtma yaparak iki farklı EBOB değeri için elde edilen matematiksel sonuçları yorumlamaları beklenmiştir. Ancak saha ölçülerine bağlı olarak püskürtücü sayısındaki değişimi yorumlamakta zorlanan bu öğrenciler saha ölçüsü önerisinde bulunamamıştır. Dolayısıyla öğrencilerin çeşitli saha ölçüsü önerileri araştırmacı-öğretmenin yönlendirmeleriyle gerçekleşmiştir. Can'ın araştırmacı-öğretmen ile karşılıklı iletişime açık olduğunu yansıtan öneri sunma süreci ve bu süreçteki matematiksel düşüncesi aşağıda sunulmaktadır.

Araştırmacı: En az sayıda püskürtücü kullanımı nasıl sağlanabilir sence?

Can: Püskürtücü sayısı az olduğunda dairenin çap uzunluğu fazla olur.

Araştırmacı: Dairesel bir bölgenin çap uzunluğunu nasıl ifade etmiştik?

Can: EBOB alıp bakarak.

Araştırmacı: Biz burada nelerin EBOB'unu hesapladık?

Can: Kenar uzunluklarının EBOB'u.

Araştırmacı: Peki, iki sayının EBOB'u hangi durumda fazla olur?

Can: Katı olduğunda.

Araştırmacı: Katı olduğunda derken ne demek istedin?

Can: Yani, sayılardan biri diğerinin katı olduğunda EBOB küçük olana eşit oluyordu.

Araştırmacı: O zaman belirtilen aralık için bakarsan püskürtücü sayısının en az olduğu saha ölçüleri nasıl olabilir?

Can: (düşünüyor)

Araştırmacı: Diyelim ki, sahanın kısa kenar uzunluğu 50 metre.

Can: O zaman uzun kenarı 100 metre olabilir.

Araştırmacı: Neden?

Can: 50'nin iki katını düşündüm, 100 metre.

Etkinlik sonrasında araştırmacı-öğretmen günlüğünde “Elçin diğer öğrencilere göre daha pasif kaldı” şeklinde not düşmüştür. Nitekim öğrencinin günlüğünde “İlk ders bir şey bilmediğimiz için yani daha önce böyle bir çalışma ile karşılaşmadığımız için hocamızın daha çok yardımı olmuş olabilir” açıklaması dikkat çekmiştir. Bu durum öğrencinin uygulamadaki katılımına ilişkin farkındalık sahibi olduğunu düşündürmüştür. Nazan ise “Arkadaşlarımla ekip çalışması yaparak problemleri çözdük. Gerçekten de ekip olmak çok ciddi ve zor bir işmiş.” şeklinde bir görüş paylaşarak işbirlikli çalışmanın önemine ilişkin farkındalığını yansıtmıştır.

3.2.2.2. İkinci öğretim bölümü

Nazan, Can, Rüya ve Elçin'in ikinci öğretim bölümünü oluşturan Tur Otobüsleri etkinliğindeki katılımları incelendiğinde Can'ın farklı matematiksel fikirler sunarak aktif katılım sergilediği, diğer öğrencilerin ise sürece katılım göstermekle birlikte Can'ın performansı ile karşılaştırıldığında nispeten pasif kaldığı gözlenmiştir.

Etkinliğin iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen ve otobüs sefer sıklıklarının belirlenerek matematiksel olarak formüle edildiği ilk sorusunda öğrencilerin problem

durumunu anlamlandırmakta zorluk yaşadığı ve bu sürecin Nazan ve Can'ın grubunda, diğer öğrenci gruplarına kıyasla, oldukça uzun bir zamanda gerçekleştiği görülmüştür. Nitekim bu öğrenciler tur otobüslerinin hareketlerinin tanımlanmasında doğrudan problem metnindeki sayısal değerlere odaklanmış ve tur otobüslerinin Ayasofya Müzesine ulaşma sürelerinin 12, 24 ve 36 dakika olmasını, 'otobüslerin kalkış zamanları arasında 12'şer dakikalık bir farkın olması' şeklinde hatalı yorumlamıştır. Bu hatalı yorumu Rüya da aynı şekilde ortaya koymuştur. Öğrencilerin sayısal değerlere odaklanarak problem metninde sunulan açıklamaları geri plana atmaları nedeniyle otobüslerin hızlarının ve kalkış noktalarının farklı olabileceği şeklinde bağlam dışı veya hatalı fikirleri ile karşılaşmıştır. Bu durum karşısında araştırmacı-öğretmen öğrencilerin aşamalı olarak problem durumundaki belirli ifadelerle odaklanmalarını sağlayarak bu ifadeleri tekrar tekrar okutmuş ve matematiksel olarak yorumlatmıştır. Aşağıda Nazan ve Can'ın problem durumunu anlamlandırma süreci sunulmuştur.

Araştırmacı: Nazan sen bize ulaşma sürelerinin verildiği cümleyi dikkatle okur musun?

Nazan: Kalkış noktasından aynı anda hareket eden yeşil, mavi ve kırmızı hat otobüslerinin Ayasofya Müzesine ulaşma süreleri sırasıyla 12 dakika, 24 dakika ve 36 dakika olarak ölçülmüştür.

Araştırmacı: 'Kalkış noktasından aynı anda hareket eden' ifadesinden ne anlıyorsunuz?

Can: Mesela saat 12 diyelim, üçü de 12'de kalkıyor.

Araştırmacı: Peki, nereden kalkıyorlar?

Nazan: Aynı yerden.

Araştırmacı: O halde aynı yerden aynı anda hareket eden otobüslerden söz ediyorsunuz değil mi?

Can/Nazan: Evet.

...

Araştırmacı: Otobüslerin Ayasofya Müzesi'ne ulaşmasıyla birlikte her bir güzergahtaki bir sonraki tur otobüsünün harekete geçmesi ifadesiyle ne kastediliyor?

Nazan: Sırayla mı gidiyorlar?

Can: Yani şöyle oluyor; ilk başta en hızlı olan geliyor, arkasından orta olan geliyor, ondan sonra en yavaş olan geliyor. Öyle olabilir mi?

Nazan: Hayır, hıza göre olmuyor.

Araştırmacı: Bu cümleyi tekrar okuyalım mı?

(Can ifadeyi okuyor)

Can: O zaman bir güzergâhta bir tane otobüs yok.

Araştırmacı: Neden öyle düşündün?

Can: Çünkü arka arkaya geldiklerine göre ve aynı güzergâhta olduklarına göre birden fazla otobüs olur.

(Diğer katılımcıların bu görüş hakkındaki düşüncelerinin alınması)

Araştırmacı: O zaman sizce aynı güzergâhta arka arkaya hareket eden iki otobüsün hareketi hakkında ne söylenebilir?

Can: Mesela yeşil hatta her biri 12 dakika arayla hareket etmiş oluyor. Mavi hatta 24 dakika arayla, kırmızı hatta da 36 dakika arayla.

Nazan: 12'nin katlarıyla hareket etmişler, biri üç katı diğeri iki katı.

Görüldüğü gibi Can araştırmacı-öğretmenin yönlendirici sorgulamalarına bağlı olarak otobüslerin sefer sıklıklarını matematiksel olarak yorumlayabilmiştir. Nazan ise üç farklı güzergâha odaklanmış olduğundan her bir güzergâhtaki otobüslerin sefer sıklık sürelerini açıklayamamıştır. Bununla birlikte öğrenciler hem araştırmacı-öğretmen ile hem de karşılıklı iletişim kurarak düşüncelerini ifade etmiş ve birbirlerinin görüşlerini değerlendirebilmiştir. Diğer yandan Rüya ve Elçin'in gruplarında iletişimi daha üst düzeydeki öğrenciler sundukları gerekçeli açıklamalarıyla bu öğrencilerin problem durumunu anlamlandırabilmesine katkı sağlamıştır. Bu kapsamda Rüya ile Melih; Elçin ile Ece arasında gerçekleşen fikir alışverişi aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Burada otobüs seferleri ile ilgili ne söylenmiş?

Rüya: Ne zaman hareket ettiklerini söylemiyor ama aralarındaki süreyi söylüyor.

Araştırmacı: Nasıl yani biraz daha açıklar mısın?

Rüya: Yani, otobüsler 12 dakika arayla kalkıyor.

Melih: Hayır, öyle değil. Yeşil hat otobüsü 12 dakika arayla hareket ediyor. Mavi hattaki otobüsler 24 dakika arayla hareket ediyor. Kırmızı hattaki otobüsler 36 dakika arayla hareket ediyorlar. Çünkü bir otobüs Ayasofya Müzesine ulaştığında diğer otobüs kalkıyor.

Rüya: Ben de aynısını söyledim.

Melih: Hayır, sen başka bir şey söyledin.

Rüya: Ben aralarında 12 dakika var dedim.

Melih: Sen şunu söyledin; hepsi 12 dakika arayla hareket ediyor dedin. Ama ilk başta hepsi aynı anda hareket ediyorlar. Sonra mavi hatta 12 dakikalık bir gecikme oluyor, kırmızı hatta da 24 dakikalık bir gecikme oluyor.

Rüya: O zaman tamam senin söylediğine katılıyorum.

...

Elçin: Üç tane otobüstümüz var ve hepsi kendi güzergâhında. Yeşil gittikten 12 dakika sonra mavi, ondan 12 dakika sonra da kırmızı gidiyor.

Ece: Hayır, ama hepsi aynı anda kalkıyor.

Elçin: Tamam ama 'ulaşmasıyla birlikte' diyor.

Ece: 'ulaşmasıyla birlikte' derken aynı güzergâhtaki otobüslerden söz ediyoruz, farklı güzergâhlardan değil.

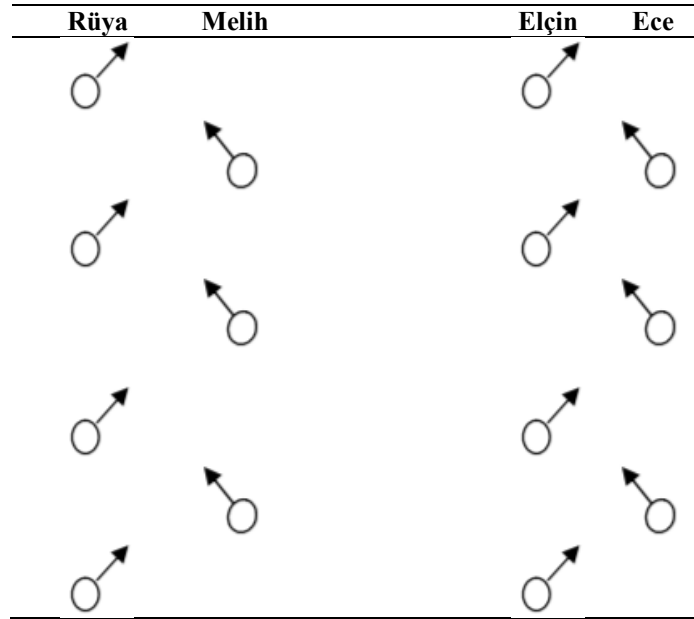
Elçin: Tamam, anladım.

Ece: Mesela yeşil otobüs vardı, 12 dakika sonra arkadan bir yeşil otobüs daha çıktı.

Bununla aynı zamanda bir de mavi otobüs çıktı.

Elçin: Evet, ben de senin gibi düşünüyorum şu an.

Yukarıdaki kesitler Rüya ve Elçin'in sefer sıklıklarını matematiksel olarak yorumlayamadığını ve diğer üst düzey iletişim becerisine sahip öğrenci görüşlerine katıldığını yansıtmaktadır.

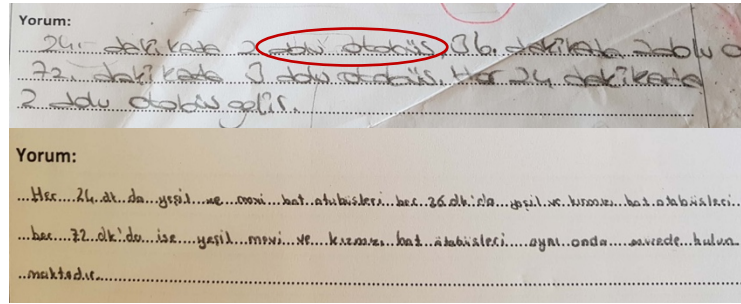


Şekil 3.4. Akış diyagramı-4

Diğer yandan öğrencilerin karşılıklı iletişime açık oldukları ve söylemlerinin birbirlerine yanıt niteliğinde olduğu görülmektedir. Rüya ile Melih ve Elçin ile Ece arasındaki görüş paylaşımına ilişkin akış şeması Şekil 3.4'te sunulmaktadır.

Otobüslerin sefer sıklık sürelerinin belirlenmesinin ardından (ilk kez) aynı anda müzede bulunma durumları tartışılarak öğrencilerde '(en küçük) ortak kat' fikrinin oluşması hedeflenmiştir. Bu kapsamda araştırmacı-öğretmen öğrencilerin tur otobüslerinin aynı anda müzede bulunmalarının nasıl gerçekleşeceğini düşünmelerini istemiştir. Burada Nazan ve Can her ne kadar turist kafilesi sayısı için 'dolmuş otobüs/dolmuş insan' gibi matematiksel açıdan anlamlı olmayan ifadeler kullanmış olsa da öğrencilerin tamamı sefer sıklık sürelerinin ortak katı olan zamanlarda karşılaştığını işlemsel olarak ortaya koyabilmiştir.

Nazan ve Elçin'in Soru-1'e ilişkin yazılı çözümleri Görsel 3.41'de sunulmuştur.



Görsel 3.41. Nazan ve Elçin'in Soru-1'e ilişkin çözümleri

Öğrencilerin işlemsel bir yaklaşımla tur otobüslerinin karşılaşma durumlarının, sefer sıklıklarının ortak katı olan zamanlarda gerçekleştiğini yorumlayamamaları nedeniyle araştırmacı-öğretmen 24, 36 ve 72 sayılarının herhangi iki tur otobüsünün müzede ilk kez karşılaştıkları zaman olması ile bu otobüslerin sefer sıklığı sürelerinin bir ortak katı olması arasındaki ilişkiyi sorgulatmıştır. Bunun sonucunda öğrenciler üç tur otobüsünün ilk kez aynı anda müzede bulundukları zamanın en küçük ortak kata eşit olduğunu açıklayabilmiş ve $[EKOK(12,24,36)=72]$ şeklinde matematiksel olarak formüle edebilmiştir. Başka bir deyişle öğrenciler problem durumu bağlamında EKOK değerinin ifade ettiği anlamı matematiksel açıdan yorumlayabilmiştir.

Açıklanan söz konusu duruma ilişkin olarak Can'ın matematiksel görüşleri aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Sizce 72.dakikanın 12,24 ve 36'nın ortak katı olması ile üç farklı güzergâh otobüslerinin ilk kez aynı anda müzede bulundukları zaman olması arasında nasıl bir ilişki var?

Can: EKOK'u.

Araştırmacı: Neden öyle düşündün?

Can: Çünkü, en küçük ortak kat.

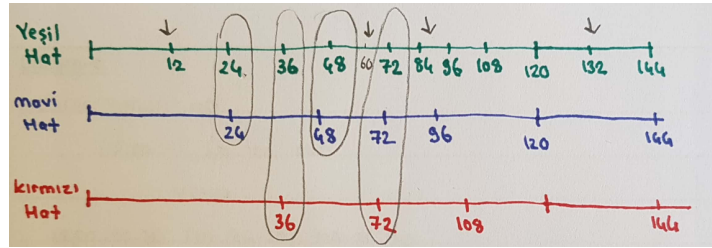
Araştırmacı: Yani, 12,24 ve 36 sayılarının en küçük ortak katı 72'dir demek istiyorsun. Peki, burada 12, 24 ve 36 sayılarının ifade ettiği anlam nedir?

Can: Otobüslerin sefer sıklık süreleri.

Araştırmacı: O halde bu ifade $[EKOK(12,24,36)=72]$ ne anlama geliyor?

Can: 12, 24 ve 36 dakikada bir hareket eden tur otobüsleri ilk kez 72.dakikada aynı anda müzede bulunmuş olur.

Etkinliğin ikinci ve üçüncü sorularına gelindiğinde Nazan, Can, Rüya ve Elçin'in iletişimi Düzey-1 olan bu soruları doğru bir şekilde çözebildiği görülmüştür. Öğrencilerin buradaki çözüm yaklaşımı EKOK değerini her bir güzergâha ilişkin sefer sıklık süresine bölerek sefer sayılarını hesaplamak şeklinde olmuştur. Üçüncü soruda ise öğrenciler yeşil hat otobüslerinin ikinci karşılaşmaya kadar kaçınıcı dakikalarda yalnız başına müzede bulunduğunu dakikalar üzerinden sayma yoluna gitmiştir. Aşağıda Elçin'in çözümleri örnek olarak sunulmuştur.



Görsel 3.42. Elçin'in Soru-2 ve Soru-3'e ilişkin çözümü

Etkinliğin son sorusuna gelindiğinde öğrenciler problem durumunu anlamadıklarını dile getirmiştir. Bu nedenle araştırmacı-öğretmen öğrencilerin problem metnindeki 'üç tur otobüsünün müzede karşılaşma süresinin 120 dakika olması' ve 'bir otobüsün müzeye ulaşma süresinin en az 15 dakika, en fazla 30 dakika olabileceği' ifadelerine odaklanmasını sağlamış ve matematiksel olarak ne kastedildiğini yorumlamalarını istemiştir. Burada yalnızca Can otobüs sefer sıklıklarının (dakika) EKOK değeri 120 olmak üzere, 120'nin 15 ile 30 arasındaki tam bölenlerinin belirlenmesi gerektiğini

matematiksel dilde açıklayabilmiştir. Sorunun çözüm sürecinde ise Nazan, Rüya ve Elçin 15 ile 30 arasında farklı değerler alıp EKOK değerinin 120 olup olmadığını hesaplama yoluna giderken; Can 120'nin 15 ile 30 arasındaki bölenlerini yazmaya yönelmiştir. Dolayısıyla bu çözüm yaklaşımı Can'ı dört farklı değer arasından üçünün nasıl seçilmesi gerektiğini düşünmeye yöneltmiş ve böylece öğrenci ilk sorudaki çözüm yaklaşımını buraya yansıtarak otobüslerin aynı anda müzede bulunma durumlarını ayrı ayrı incelemiştir. Nazan, Rüya ve Elçin ise yalnızca olası durumlar arasından rastlantısal bir seçim yapılabileceğini belirtmiş ancak otobüslerin aynı anda müzede bulunma durumlarını incelememiştir. Bununla birlikte öğrenciler soruya ilişkin yazılı bir çözüm sunmamıştır.

Yeni bir güzergâhın eklenmesine bağlı olarak sefer sıklıklarının yorumlanması sürecine gelindiğinde öğrencilerin burada bir önceki soruya oldukça benzer yaklaşımlar sergilediği görülmüştür. Yani, Can 120'nin 15 ile 30 arasındaki tam bölenlerini halihazırda belirlemiş olduğundan soruyu kolaylıkla yanıtlatabilmiştir. Nazan ise Can'ın çözüm yaklaşımının doğru olduğunu düşünmüştür. Diğer yandan Elçin çözüme yönelik olarak 120'nin 15 ile 30 arasındaki tam bölenlerinin incelenmesi gerektiğini grubundaki diğer öğrenciler tarafından sunulan açıklamalar doğrultusunda “EKOK'ları 120 olan üç sayı olacak ve bu sayılar en az 15, en çok 30 olacak.” şeklinde anlamlı olarak yeniden ifade edebilmiştir. Son olarak uygulamanın başlangıcında dile getirdiği tur otobüslerinin 12'şer dakika arayla hareket ediyor olmaları görüşüne bağlı olarak Rüya, otobüslerin sefer sıklık sürelerinin 12-24-36 ve 48 dakika olması gerektiğini düşünmüştür. Bu durum karşısında araştırmacı-öğretmen Rüya'yı tahtaya kaldırarak çözümünü yazılı olarak sunmasını ve bulduğu sonucu gerekçeli olarak açıklamasını istemiştir. Rüya'nın “EBOB'un 12 olması gerektiği” şeklindeki hatalı gerekçesine katılmadıklarını belirten diğer grup arkadaşları bu öğrencinin doğru sonuca ulaşabilmesini aşağıda sunulduğu şekilde desteklemiştir.

Araştırmacı: Buradaki dört farklı güzergâh için otobüslerin sefer sıklıkları kaç dakika olur?

Rüya: 12, 24, 36, 48.

Melih: Olmaz.

Araştırmacı: Neden öyle düşündüğünü açıklar mısın Rüya?

Rüya: Çünkü EBOB 12 oluyor, yani 12 dakika var aralarında. O yüzden.

Melih: Hayır, yanlış. Az önce dedik ya 15, 20, 24, 30 olur.

Rüya: Tamam, doğru.

Tur Otobüsleri etkinliğine ilişkin olarak Elçin'in günlüğünde *"Bu derste daha fazla fikir farklılığı bulunuyordu. Bu güzel bir şey çünkü, herkes kendi düşüncesini paylaşıyor ve 'aa evet böyle de olabilir' dememizi sağlıyor."* şeklindeki paylaşımı dikkat çekmiştir. Diğer yandan Nazan *"Hocamızın yardımıyla bu problemleri çözmek çok eğlenceli oluyor"* şeklinde bir paylaşımda bulunmuştur.

3.2.2.3. Üçüncü öğretim bölümü

Etkinliğin iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen ve iki farklı virüs türü için virüslü hayvan sayısı ve geçen zaman (gün) arasındaki ilişkinin matematiksel olarak formüle edildiği ilk sorusunda Nazan, Can ve Elçin'in problem durumunu kolaylıkla anlamlandırabildikleri ve sunulan tabloyu virüslerin yayılma süreci olarak yorumlayabildikleri görülmüştür. Diğer yandan bu etkinlikte öğrencilerin öncelikle bireysel düşünmeleri ve çözümlerini yazılı olarak sunmaları istenildiğinden öğrencilerin her biri matematiksel düşüncelerini yazılı dilde ifade etmiştir. Bu süreçte araştırmacı-öğretmen öğrenciler arasında dolaşarak yanıtlarını incelemiş ve öncelikli olarak açıklamalarının eksik ya da hatalı olduğunu gördüğü öğrencilerin yazdıklarını grubuyla paylaşmasını isteyerek tartışma ortamı oluşturmayı amaçlamıştır. Nitekim Nazan ve Can'ın iki farklı virüs türü için virüslü hayvan sayısı ile geçen zaman (gün) arasında nasıl bir ilişki olduğuna yönelik açıklamaları *"H5N1 virüsünde her gün iki kat fazla hayvan virüslenmiştir. H5N8'de her gün dört kat fazla hayvan virüslenmiştir"* ve *"H5N1 kendini ikiye katlayarak ilerliyor. H5N8 kendini dörde katlayarak ilerliyor"* şeklinde farklılık göstermiştir. Burada Can'ın çözüme ilişkin açıklaması matematiksel dil kullanımı yönünden hatalı iken altta yatan matematiksel fikir hatalı değildir. Bununla birlikte Nazan'ın söz konusu ilişki hakkındaki düşüncesi hatalı gibi gözükse de bu durumun öğrencinin matematiksel söylemlerinin, kastettiği matematiksel anlamı yansıtmamasından kaynaklandığı görülmüştür. Nitekim araştırmacı-öğretmenin Nazan'ın yazdıklarını okutarak grup arkadaşlarının bu fikir üzerinde düşünmelerini ve bu görüşe katılıp katılmama durumlarını nedenleriyle birlikte açıklamasını istediği tartışma süreci aşağıda sunulmakta olup söz konusu durumu açıkça ortaya koymaktadır.

Araştırmacı: Nazan sen bize yazdığın açıklamayı okur musun?

Nazan: H5N1 virüsünde her gün iki kat fazla hayvan virüslenmiştir.

Araştırmacı: Nazan'ın açıklaması hakkında ne düşünüyorsunuz?

Hande: H5N1’de kendisinin iki katını katlayarak ilerliyor. Üslü sayı gibi.

Can: Mesela ikiyi ikiyle çarpınca dört oluyor, dördü ikiyle çarpınca sekiz oluyor, sekizi ikiyle çarpınca 16 oluyor. Böyle devam ediyor.

Nazan: Ben de onu söyledim. İkisi de aynı şey değil mi?

Hande: Hayır, senin söylediğinde farkları iki kat oluyor.

Görüldüğü gibi kastedilen anlamları aynı olan farklı ifadeler kullanmış olsalar da Nazan ve Can değişkenler arasındaki ilişkiyi doğru olarak belirleyebilmiştir. Ancak burada öğrenci söylemlerinin bağımlı değişken (virüslü hayvan sayısı) ve bağımsız değişken (gün sayısı) ile bu değişkenler arasındaki ilişkiyi yansıtmaması nedeniyle araştırmacı-öğretmen “*Burada değişen şey nedir?, Neye bağlı olarak değişmektedir?, Nasıl değişmektedir?*” sorularından yararlanarak öğrencileri değişkenler üzerinde düşünmeye teşvik etmiştir. Başka bir deyişle araştırmacı-öğretmen, öğrenci söylemlerinin bağımlı değişkenin bağımsız değişkene göre nasıl değiştiğini açıkça yansıtacak şekilde yeniden ifade ederek aşağıda sunulduğu şekilde bir müdahalede bulunmuştur.

Araştırmacı: Virüslü hayvan sayısı ile geçen zaman arasındaki ilişki hakkında yazdıklarınıza birlikte bakalım. Sizce burada değişen şey nedir?

Can/Nazan: Virüslü hayvan sayısı.

Araştırmacı: Virüslü hayvan sayısı neye bağlı olarak değişiyor?

Can/Nazan: Zamana bağlı olarak değişiyor.

Araştırmacı: Peki, virüslü hayvan sayısı zamana bağlı olarak nasıl değişiyor?

Can: H5N1’de kendini ikiye katlayarak değişiyor. H5N8’de kendini dört katlayarak değişiyor.

Nazan: H5N1’de her gün iki katı hayvan virüsleniyor. H5N8’de her gün dört katı hayvan virüsleniyor.

Araştırmacı: Virüslü hayvan sayılarının iki katına ve dört katına çıkmasını söylediniz değil mi?

Can/Nazan: Aynen.

Araştırmacı: Öyleyse burada virüslü hayvan sayısı neyin iki katı ya da dört katı olmuş oluyor?

Nazan: Bir gün önceki hayvan sayısının iki katı ve dört katı olmuyor mu?

Can: Evet, öyle oluyor.

Yukarıda ayrıntılı olarak sunulan değişkenler arasındaki ilişkinin anadilde ifade edilmesi sürecinin ardından araştırmacı, öğrencileri bir t-tablosu oluşturmaya yönlendirerek virüslü hayvan sayısındaki değişime ilişkin matematiksel modelin ortaya konulmasını desteklemeyi amaçlamıştır. Burada öğrenciler herhangi bir yönlendirmeye ihtiyaç duymaksızın değişkenler arasındaki ilişkiyi anadilden matematiksel dile aktarabilmiş yani, virüslerin zamana bağlı olarak nasıl yayıldıklarını üslü gösterim olarak kolaylıkla formüle edebilmiştir. Nazan ve Elçin'in ikinci soru maddesine ilişkin yazılı çözümleri Görsel 3.44'te sunulmaktadır.

Etkinliğin yürütme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-2 olan üçüncü sorusunda Nazan ve Elçin virüslü hayvan sayısının zamana bağlı olarak değişimini 'yayılma hızı' olarak yorumlamakta zorluk yaşamakla birlikte çözüme yönelik bir fikir ve mantıksal bir gerekçe sunmuştur. Ancak burada öğrencilerin virüslerin yayılma hızları yerine herhangi bir gündeki virüslü hayvan sayılarını karşılaştırma yoluna giderek daha hızlı yayıldığını düşündükleri virüs türünün diğerine göre kaç kat hızlı yayıldığını incelemedikleri görülmüştür. Bu nedenle araştırmacı-öğretmen “*Virüs türleri arasında karşılaştırılan şey nedir?, Virüslerin yayılma hızlarını karşılaştırmak için neye bakmalıyız?, Virüslerin yayılma hızları nasıl karşılaştırılabilir?*” şeklinde sorular yönlendirerek öğrencilerin aktif katılımına yönelik müdahalede bulunmuştur.

Araştırmacı: Soruda geçen 'yayılma hızı' ifadesinden ne anlıyorsunuz?

Can: Hayvan sayılarının günden güne değişmesini. Hani şu üsler var ya, işte onlar yayılma hızı.

Nazan: Ben de öyle diyorum.

Araştırmacı: Neden?

Nazan: Çünkü öyle.

Araştırmacı: Yayılma hızı deyince ne anladığını bize açıkla mısın?

Nazan: Yani, belli bir şeye göre artıyor. Can'ın açıkladığı şekilde.

...

Araştırmacı: Sizce hangi virüs daha hızlı yayılıyor?

Nazan: Bence H5N8.

Araştırmacı: Neden?

Nazan: Çünkü orada 4 kat var. Diğerinde 2 kat.

Araştırmacı: İki farklı virüs için virüslü hayvan sayılarının nasıl değiştiğini karşılaştırdın sanırım.

Nazan: Evet, H5N1 virüsü 2-4-8-16 olarak yayılıyor, H5N8 virüsü 4-16-64-256 olarak.

Araştırmacı: Peki biz burada virüs türleri arasında neleri karşılaştırıyoruz?

Can: Yayılma hızlarını.

Araştırmacı: Yayılma hızlarını karşılaştırmak için nelere bakacağız?

Can: Üslü olarak yazdıklarımıza.

Araştırmacı: O halde yayılma hızlarını yani, iki farklı üslü gösterimi nasıl karşılaştıracaksınız?

Can: H5N8 diğerine göre 2 kat daha hızlı.

Araştırmacı: 2 kat hızlı olduğunu nasıl buldun?

Can: Yani tabloda H5N1 2 iken H5N8 4 oluyor, 4 iken 16 oluyor, hepsi üzeri 2 şeklinde.

Araştırmacı: Üzeri 2 şeklinde olan nedir?

Can: H5N8 virüslü hayvan sayısı, H5N1 virüslü hayvan sayısının karesine eşit. Bu nedenle H5N8 virüsü daha hızlı.

Araştırmacı: 2 kat hızlı derken bunu mu söylemek istemiştin?

Can: Evet.

Araştırmacı: O zaman H5N8 virüsü kaç kat hızlı yayılmış oluyor?

(sessizlik)

Görüldüğü gibi Can yayılma hızını yorumlayabilmiş ve H5N8 virüsü için herhangi bir gündeki virüslü hayvan sayısının H5N1 virüsü bulaşan hayvan sayısının karesine eşit olduğu gerekçesiyle bu virüsün daha hızlı yayıldığını açıklayabilmiştir. Ancak bu öğrenci yayılma hızlarını matematiksel olarak karşılaştırmadığından (n gün sayısını temsil etmek üzere $4^n/2^n$ şeklinde) H5N8 virüsünün kaç kat hızlı yayıldığını yorumlayamamıştır. Elçin ise grubundaki diğer öğrencilerin H5N8 virüsünün diğerinden kaç kat hızlı yayıldığına ilişkin matematiksel bir kanıt sunmaya odaklanmalarına bağlı olarak virüslerin yayılma hızlarını karşılaştırdığı yazılı çözümünü sunabilmiştir. Elçin'in üçüncü soru maddesine ilişkin yazılı çözümü Görsel 3.45'te sunulmaktadır.

Çözüm-3:

$$\frac{4^n}{2^n} = \frac{2^{2n}}{2^n} = 2^n \quad \left(\frac{4}{2} \right)^n = 2^n$$

Görsel 3.45. Elçin'in Soru-3'e ilişkin çözümü

Etkinliğin dördüncü ve beşinci sorularına gelindiğinde öğrencilerin iletişimi Düzey-1 olan bu soruları kolaylıkla çözebildiği görülmüştür. Burada öğrenciler iki farklı virüsün yayılma hızını gösteren üslü gösterimlerden yararlanarak doğru hesaplamalar yapabilmıştır.

‘yayılma hızı’ ifadesine benzer şekilde ‘yok olma hızı’ ifadesini yorumlamayı ve virüslü hayvan sayılarının zamana bağlı olarak nasıl azaldığını matematiksel olarak formüle etmeyi gerektiren son soruda değişkenleri ve değişkenler arasındaki ilişkiyi yansıtmayan ‘Her gün 4 katı yok olur’, ‘4 katı hızla azalır’, ‘Bölü 4 şeklinde azalır’ gibi öğrenci söylemleri ile karşılaşmıştır. Diğer yandan öğrenciler yayılma hızına ilişkin tartışma süreci üzerinden fikir yürüterek ilaç tedavisinin uygulanmaya başlamasıyla birlikte hayvan sayılarındaki değişimi t-tablosu temsili ile göstermeye yönelmiştir. Ancak Nazan virüslü hayvan sayılarındaki değişimi 1.gün 4, 2.gün 4^2 , 3.gün 4^3 şeklinde hatalı olarak belirlemiştir. Buna bağlı olarak Nazan virüslü hayvan sayılarındaki değişimi temsil eden üslü gösterimi doğru bir şekilde belirleyemezken Can ve Elçin, araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesine ihtiyaç duymaksızın, ilaç tedavisinin uygulanmaya başladığındaki toplam virüslü hayvan sayısını göz önünde bulundurmuş ve üslü gösterime ulaşabilmıştır.

Çözüm-6:

Gün	V.h.s.
1	$65536 \cdot 4^{-1}$
2	$\frac{65536}{4} \cdot \frac{1}{4} = 65536 \cdot 4^{-2}$
3	$\left(\frac{65536}{4} \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{4} = 65536 \cdot 4^{-3}$

$V.h.s. = 65536 \cdot 4^{-n}$

Çözüm-6:

Tedavi öncesi	1. Gün	2. Gün	3. Gün
65536	$\frac{65536}{4^1}$	$\frac{65536}{4^2}$	$\frac{65536}{4^3}$

$V.h.s. = \frac{65536}{4^{60n \text{ (Soru 3)}}$

Görsel 3.46. Elçin ve Can'ın Soru-6'ya ilişkin çözümleri

Etkinlik sonrasında Elçin günlüğünde “En kolay çalışmaydı diyebilirim. Arkadaşlarımın da yardımıyla etkinliği kavramam daha kolay oldu” paylaşımında bulunmuştur. Nazan “Sırayla fikirlerimizi sunduk. Bazen bir fikrimiz olmayınca mesela ‘Can’a katılıyorum’ diyorduk. Herkes bir fikirde bulunsun diye bu cümleyi kaldırdık. Bugün de çok eğlendim fakat son soruya biraz kafa yormak gerekiyordu.” Can ise “Artık

sayılara bakarken aynı anda metni de anlıyorum galiba. İyiye gidiyor” şeklinde kişisel gelişimini değerlendirdiği bir paylaşımda bulunmuştur.

3.2.2.4. Dördüncü öğretim bölümü

Dördüncü öğretim bölümünü oluşturan Bahçe Sulama etkinliğindeki performans ve katılımları değerlendirildiğinde Nazan, Can, Rüya ve Elçin’in süreç boyunca aktif katılım sergilediği, farklı matematiksel fikirler sunarak grup arkadaşlarıyla tartışma gerçekleştirdiği gözlenmiştir.

Etkinlik başlangıcında öğrencilerden problem durumundan ne anladıklarını açıklamaları istenilmiş ve öğrencilerin iki farklı sulama yönteminin benzerlik ve farklılıklarına odaklanarak su borularının uzunluklarının nasıl değiştiğini açıklamaya çalıştıkları görülmüştür. Örneğin, Nazan sulama tekniklerini “*Salma sulamada borular bahçelerin etrafına yerleştirilirken damla sulamada üçer metre aralıklarla bahçelerin içine de yerleştiriliyor*” şeklinde; Can ise “*Salma sulama yönteminde su boruları bahçelerin etrafına, damla sulamada kenarlara ve iç bölgelere yerleştirilmiş*” şeklinde açıklamıştır. Sulama yöntemlerine ilişkin bu açıklamalar Nazan ve Can’ın su borularının toplam uzunluğunun ilişkili olduğu değişkenleri belirleyebilmesini kolaylaştırmıştır. Yani, bu öğrenciler su borularının toplam uzunluğunun ‘her bir bahçenin kenar uzunluğu’, ‘(damla sulama yöntemi için) su boruları arasındaki uzaklık’ ve ‘bağlantı borularının uzunluğu’ değişkenlerine bağlı olarak değiştiğini hem sözlü hem de yazılı olarak aşağıda sunulduğu şekilde açıklayabilmiştir.

Araştırmacı: Meyve bahçelerinin sulanmasında kullanılacak su borularının toplam uzunluğu sizce ne/nelere bağlı olarak değişmektedir?

Nazan: Şekil-1’de çevresinin toplamına bağlıdır.

Can/Gökhan: Bahçelerin alanına bağlıdır.

Araştırmacı: Çevresinin toplamına derken neyi kastettin Nazan?

Nazan: Bunun çevresi (I. bahçeye işaret ediyor) artı bunun çevresi (II. bahçeye işaret ediyor) artı bunun çevresi (III. bahçeye işaret ediyor) artı bunun çevresi (IV. bahçeye işaret ediyor).

Araştırmacı: Can sen de bahçelerin alan ölçülerine bağlı olduğunu söyledin. Neden öyle düşündün?

Can: Çünkü bahçeleri kare olarak düşündüm. Alanına göre kenar uzunluğunu bulduktan sonra çevre uzunluğunu buluyorum.

Araştırmacı: O zaman birbirinizden farklı olarak ne söylediniz?

Can/Nazan: Aynı şeyi söyledik aslında.

Araştırmacı: Peki, başka var mı?

Nazan: Başka ne olabilir ki?

Araştırmacı: Şekil-1'deki su borularının toplam uzunluğunu hesaplamak istediğimizi düşünelim. Hangi bilgilere ihtiyaç duyarız?

Nazan: Çevre uzunluklarını toplarız, bir de bağlantı boruları var. Onları da toplamamız gerekir.

Gökhan: Evet, bence de.

Araştırmacı: Yani, buradaki değişkenler neler olmuş oldu?

Can/Nazan/Gökhan: Kenar uzunluğu ve bağlantı borularının uzunluğu.

Görüldüğü gibi öğrenciler birbirleriyle karşılıklı iletişim kurarak görüşlerini açık bir şekilde paylaşabilmiştir. Salma sulama yöntemi için su borularının toplam uzunluğunun bağlı olduğu değişkenleri belirleyebilen Nazan ve Can “*Su borusunun toplam uzunluğu=Her bir bahçenin çevre uzunluğu + Bağlantı borularının toplam uzunluğu*” şeklindeki modeli formüle edebilmiştir. Damla sulama yöntemi için ise toplam uzunluğun belirlenen değişkenlere göre nasıl farklılaştığını formüle etmekte zorlanan bu öğrenciler doğrudan su borularının toplam uzunluğunu hesaplamaya yönelmiştir. Böylece öğrenciler değişkenlerin belirlenmesine yönelik işlemsel bir yaklaşım sergileyerek su borusunun toplam uzunluğunu hesaplarken ihtiyaç duydukları bilgi(ler) üzerinden yorum yapabilmiş ve her bir bahçe için; “*Su borusunun toplam uzunluğu = (Toplam boru sayısı x Bahçenin kenar uzunluğu)+Bağlantı borularının toplam uzunluğu*” matematiksel modelini ortaya koyabilmiştir.

Araştırmacı: Şekil-2 için yazdıklarınızı okur musunuz?

Nazan/Can/Hande: Şekil-2'de karenin alanına, borular arasındaki mesafeye ve bağlantı borularının uzunluğuna bağlıdır.

Araştırmacı: Bu değişkenleri nasıl belirlediniz?

Nazan: Aslında önce belirleyemedik (gülüyor).

Can: Toplam uzunluğu hesaplamaya çalıştık. Mesela şu kenar (II. bahçenin bir kenarına işaret ediyor) 12 metre, boru da 12 metre oluyor; şu kenar (III. bahçenin bir kenarına işaret ediyor) 9 metre, boru da 9 metre.

Nazan: O zaman burada da alana bağlı oluyor dedik.

Hande: Aynen.

Hande: Şu aradaki boruların (3'er metre uzunluktaki bağlantı borularına işaret ediyor) uzunluklarını da toplamamız gerektiği için borular arasındaki mesafeye de bağlıdır dedik.

Araştırmacı: Buradaki toplam uzunluk borular arasındaki mesafeye bağlı olarak nasıl değişiyor?

Can: Yani işte kaç tane boru varsa kenar uzunluğunu ona böleceğiz.

Araştırmacı: Kenar uzunluğunu boru sayısına mı böleceğiz?

Can: Bunlardan 4 tane var, o yüzden özdeş oldukları için 12'yi 4'e böleceğiz, hepsi 3'er metre olacak.

Araştırmacı: Peki borular arasındaki uzaklık 4 metre olsaydı?

Nazan: İşlem değişmezdi.

Araştırmacı: Ne değiştirdi?

Can: O zaman 4 değil 3 tane boru olurdu.

Hande: Boru sayısı azalırdı.

Araştırmacı: Boru sayısı azalırsa toplam uzunluk nasıl değiştirdi?

Nazan/Can/Hande: Azalırdı.

Araştırmacı: Bu durumda toplam uzunluğun borular arasındaki uzaklığa bağlı değişimini açıklamış olduk.

Nazan: Şu bağlantı borularını (1'er metre uzunluktaki bağlantı borularına işaret ediyor) az önce de söylemiştik zaten.

Rüya ve Elçin ise başlangıçta bahçelerin alan ölçülerinin eşit olması nedeniyle su borularının toplam uzunluğunun sulama yöntemine göre farklılık göstermediğini ve yalnızca bahçelerin alan ölçüsüne bağlı olduğunu düşünmüştür. Burada araştırmacı-öğretmen öğrencilerin sulama yöntemlerini ayrı ayrı düşünmelerini istemiş ve “Eğer su borularının toplam uzunluğunu hesaplamak isteseydik o zaman hangi bilgilere ihtiyacımız olurdu?” biçiminde bir soru yönlendirmiştir. Böylece öğrenciler toplam uzunlukları hesaplamaya yönelerek hangi bilgilere ihtiyaç duyacaklarını düşünmüş ve bu süreçte damla sulama yönteminde, salma sulama yönteminden farklı olarak, su borularının belirli aralıklarla döşenmesi durumunun kullanılan boru sayısını ve dolayısıyla toplam uzunluğu etkilediğini düşünebilmiştir. Aşağıda Rüya ve Elçin'in değişkenlerin belirlenmesine ilişkin matematiksel düşünme süreci sunulmuştur.

Araştırmacı: Su borularının toplam uzunluğunun belirlenmesinde hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

Rüya: Damla sulamada bahçelerin çevresine değil üçer metre aralıklarla döşendiğinden, aralık mesafesi de önemli oluyor.

Araştırmacı: Neden öyle düşündüğünü açıklar mısın?

Rüya: Çünkü, aralık mesafesine göre boru sayısı değişir.

Araştırmacı: Su borularının kaçar metre aralıklarla yerleştirildiğinin kullanılan boru sayısını etkilediğini söyledin. Peki toplam boru sayısı, borular arasındaki uzaklığa bağlı olarak nasıl değişir?

Rüya: Borular arasındaki uzaklık artarsa boru sayısı azalır, ya da tam tersi.

Araştırmacı: Yani, borular arasındaki uzaklık azalırsa o zaman boru sayısı artar.

Rüya: Evet.

Araştırmacı: O halde bu ilişkiyi matematiksel olarak nasıl ifade edebiliriz?

Rüya: (yazıyor) $\text{Boru sayısı} = (\text{Kenar uzunluğu} \div \text{Borular arasındaki uzaklık}) + 1$

Araştırmacı: Yazdığın ifadeyi açıklar mısın?

Rüya: Kenar uzunluğunu borular arasındaki uzaklığa böldüğümde çıkan sonucun bir fazlası boru sayısına eşit olur.

Araştırmacı: Rüya 'nın görüşü hakkında ne düşünüyorsunuz?

(...tartışma süreci)

...

Araştırmacı: Elçin sence damla sulama yöntemi için su borularının toplam uzunluğu nelere bağlı olarak değişir?

Elçin: Alana bağlı olarak değişir.

Araştırmacı: Toplam uzunluk alana bağlı olarak nasıl değişir?

Elçin: Alan arttıkça boru sayısı da artar.

Araştırmacı: Nasıl yani?

Elçin: Mesela II. bahçenin alanı daha büyük, kullanılan boru sayısı da daha fazla.

(Diğer öğrenci görüşlerinin alınması)

Araştırmacı: Su borularının toplam uzunluğunun belirlenmesinde başka hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

Elçin: Bize belirli aralıklar verilmiş bu aralıklara bağlı olarak değişir.

Araştırmacı: Peki, bu aralıklara bağlı olarak toplam uzunluk nasıl değişir?

Elçin: Aralık artarsa boru sayısı azalır, aralık azalırsa boru sayısı artar.

Görüldüğü gibi Rüya ve Elçin araştırmacı-öğretmen ile karşılıklı iletişim kurarak, kendilerine yöneltilen sorulara açıklayıcı bir şekilde ve matematiksel olarak anlamlı yanıtlar verebilmiş ve böylece süreçteki aktif katılımlarını yansıtmışlardır.

İki farklı sulama yöntemi için kullanılan su borularının toplam uzunluklarının hesaplanmasında Nazan, Can, Rüya ve Elçin salma sulama yöntemi için her bir bahçenin kenar uzunluğunu ve ardından çevre uzunluğunu hesaplamıştır. Bu süreçte Nazan ve Can'ın çözüme ilişkin açıklamalarının bahçelerin alan ölçüsü olarak verilen sayıların birer tam kare doğal sayı olduğunu yansıtmadığı; Elçin ve Rüya'nın açıklamalarının ise tam kare doğal sayılar ile bu sayıların karekök değerleri arasındaki ilişkiyi yansıtacak nitelikte olduğu görülmüştür. Örneğin, Can “*Burası (kenara işaret ediyor) üç metre olduğu için dörtle çarpıp çevre uzunluğunu hesapladım*” şeklinde prosedürel bir açıklama sunmuştur. Rüya ise “*Dokuz tam kare doğal sayı olduğundan karekökü üç oluyor, yani bir kenar uzunluğu. Sonrasında da çevresini hesapladım*” şeklinde matematiksel bir sonucun yorumunu içeren ve aynı zamanda da tam kare doğal sayı vurgusunu içeren bir açıklama yapmıştır. Damla sulama yöntemi için ise Nazan ve Can problem metninde sunulan gerçek model üzerinden su borularını sayarak toplam uzunluğu hesaplarken; Rüya ve Elçin formüle ettikleri matematiksel modele bağlı olarak her bir bahçe için önce boru sayılarını ve ardından toplam uzunluğu hesaplama yoluna gitmiştir. Aşağıda öğrencilerin bu soruya ilişkin yazılı çözümleri sunulmuştur.

Çözüm-3:

a. $88\sqrt{2}+4$

b. $5\sqrt{2}+28\sqrt{2}+48\sqrt{2}+24\sqrt{2}+35\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

Çözüm-3:

a. $1. 32m^2$ bir kenar $4\sqrt{2}$ çevresi $16\sqrt{2}$ } $88\sqrt{2}+4$
 $2. 98m^2$ bir kenar $7\sqrt{2}$ çevresi $28\sqrt{2}$
 $3. 72m^2$ bir kenar $6\sqrt{2}$ çevresi $24\sqrt{2}$
b. $4. 50m^2$ bir kenar $5\sqrt{2}$ çevresi $20\sqrt{2}$

Görsel 3.47. Can ve Elçin'in Soru-2'ye ilişkin çözümleri

Alan ölçüleri birer tam kare olmayan doğal sayı şeklindeki bahçeler için ikinci sorunun çözüm sürecine benzer hesaplamaların yapılmasını gerektiren üçüncü soruda Nazan, Can, Rüya ve Elçin tam kare olmayan doğal sayıların karekök değerlerini doğru olarak belirleyebilmiştir. Ardından öğrenciler önce salma sulama sonra damla sulama yöntemleri için kullanılacak su borusunun toplam uzunluğunu ayrı ayrı

hesaplayabilmiştir. Burada Rüya ve Elçin su borularının toplam uzunluğunu ifade eden matematiksel modellere bağlı kalarak doğru sonucu elde ederken; Nazan ve Can'ın çözümleri problem metninde sunulan gerçek model üzerinden su borularını sayarak toplam uzunluğu hesaplamak şeklinde olmuştur. Aşağıda öğrencilerin bu soruya ilişkin yazılı çözümleri sunulmuştur.

Cözüm-2:

Sevil birde = I → 42 II → 48 III → 36 IV → 24
 Sevil ikide = I → Bağlantı borusuyla biriktire 10 II → 73
 III → 46 IV → 25
 Sevil 1 = 120 Sevil 2 = 154

Cözüm-2:

Solma sulamada: 3.4 = 12 12.4 = 48 3.4 = 36 3.4 = 24 bunları topladığımızda
 toplam 120 + 24 = 144
 Sağma sulamada: 1.3 = 3 3.12 = 32 5.8 = 40 6.4 = 24 = 15.0 eder
 15.0 + 3 = 154

Görsel 3.48. Nazan ve Rüya'nın Soru-3'e ilişkin çözümleri

Etkinliğin yorumlama/değerlendirme sürecine ilişkin olup satışa sunulan su borularının uzunlukları ile bahçelerin kenar uzunlukları arasında ilişkilendirme yapılmasını gerektiren sorusunda öğrenciler her bir bahçe için farklı uzunluktaki borulardan en uygun olanına nasıl karar verilebileceğini yorumlamakta zorlanmıştır. Burada araştırmacı-öğretmen Nazan ve Can'ın bahçelerin kenar uzunlukları ile problem durumundaki üç farklı uzunluk değerini ilişkilendirebilmesini desteklemek için aşağıda sunulduğu şekilde müdahalede bulunmuştur. Bu süreçte öğrenciler birbirlerinin matematiksel söylemlerindeki kasıtlarını anlayarak matematik dilinde ifade edebilmiştir.

Araştırmacı: Satışı yapılan farklı uzunluktaki su borularından hangisi ya da hangilerinin en uygun olduğuna nasıl karar verebilirsiniz?

Nazan: Nasıl yapacağımı anlamadım.

Can: Benim de bir fikrim yok.

Araştırmacı: I. bahçe için birlikte bakalım. Kenar uzunluğunu kaç metre bulmuştuk?

Can: $4\sqrt{2}$ metre.

Araştırmacı: Sizce bir kenar uzunluğu $4\sqrt{2}$ metre olan bir bahçe için 6,8 ve 10 metre uzunluğundaki su borularından hangisini kullanmak daha uygun olur?

Nazan: 6 mı?

Araştırmacı: Neden öyle düşündün? Neden 8 metre ya da 10 metre değil?

Nazan: Bilmem, altıya daha yakın gibi geldi.

Araştırmacı: $4\sqrt{2}$ nin bu sayılardan birine daha yakın olması gerektiğini düşündün.

Yakınlıktan kastın nedir?

Can: $4\sqrt{2}$ nin yaklaşık değerini söylemek istiyor.

Nazan: Evet.

(hesaplamaların yapılması)

Rüya ve Elçin'in gruplarında ise iletişimi daha üst düzeydeki öğrencilerin 'her bir bahçenin bir kenar uzunluğunun hangi iki tam sayı değeri arasında olduğunun belirlenmesi' veya 'en yakın tam kare doğal sayının belirlenmesi gerektiği' şeklindeki açıklamalarına bağlı olarak bu öğrenciler gerekli matematiksel hesaplamaları yapabilmiş ve her bir bahçe için satın alınması uygun boru uzunluklarını belirleyebilmiştir. Öğrencilerin bu sorudaki yazılı çözümleri aşağıda sunulmaktadır.

Handwritten mathematical solutions for finding the side length of a square garden. The top part shows calculations for different areas, and the bottom part shows the final results for three different garden sizes.

Top part (left):

$$\begin{aligned} \sqrt{25} &< \sqrt{32} < \sqrt{36} \\ 5 &< \sqrt{32} < 6 \\ \sqrt{81} &< \sqrt{88} < \sqrt{100} \\ 9 &< \sqrt{88} < 10 \end{aligned}$$

Top part (right):

$$\begin{aligned} \sqrt{49} &< \sqrt{50} < \sqrt{64} \\ 7 &< \sqrt{50} < 8 \\ \sqrt{64} &< \sqrt{72} < \sqrt{81} \\ 8 &< \sqrt{72} < 9 \end{aligned}$$

Bottom part (left):

$$\begin{aligned} \sqrt{25} &< \sqrt{32} < \sqrt{36} \\ 5 &< \sqrt{32} < 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

Bottom part (middle):

$$\begin{aligned} \sqrt{64} &< \sqrt{72} < \sqrt{81} \\ 8 &< \sqrt{72} < 9 \end{aligned}$$

Bottom part (right):

$$\begin{aligned} \sqrt{49} &< \sqrt{50} < \sqrt{64} \\ 7 &< \sqrt{50} < 8 \end{aligned}$$

Bottom part (far right):

$$\begin{aligned} \sqrt{81} &< \sqrt{88} < \sqrt{100} \\ 9 &< \sqrt{88} < 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

Görsel 3.49. Rüya ve Elçin'in Soru-4'e ilişkin çözümleri

Etkinlik sonrasında Elçin "Harika bir çalışma geçirdik yine. Ben bu ortamı seviyorum, bana gerçekten yararı olduğunu düşünüyorum." şeklinde uygulama sürecine ilişkin değerlendirmede bulunduğu bir görüş paylaşmıştır.

3.2.2.5. Beşinci öğretim bölümü

Problem durumunun anlamlandırılması sürecinde Nazan, Can ve Elçin'in diğer tüm öğrenciler gibi kurabiyelerin küçük-orta-büyük şeklinde üç farklı büyüklükte olması, özdeş kutuların kullanılması ve her bir kutudaki kurabiyelerin aynı tipte olması

durumlarını açıklayabildiği görülmüştür. Aşağıda öğrencilerin bu süreçteki örnek açıklamaları sunulmaktadır.

Nazan: Küçük kurabiyeler daha fazla büyük kurabiyeler daha az.

Can: Burada kullanılan kutular birbirinin aynısı, kare olabilir, dikdörtgen olabilir, şekli gerekli değil.

Elçin: Üç farklı büyüklükte kurabiyeler var, büyük orta ve küçük boy diye.

Kurabiye büyüklüklerinin hangi değişken(ler)e bağlı olarak farklılaştığının yorumlanmasına ilişkin olarak Nazan, Can ve Elçin ortak bir şekilde “*Kurabiyelerin büyüklüğü, çap uzunluğuna bağlı olarak değişmektedir*” yazılı açıklamasını sunmuştur. Öğrencilerin düşüncelerini açıklamaları istenildiğinde ise Nazan kurabiyelerin kapladıkları yerlere değinmeksizin “*Yarıçap uzunluğu büyük olan daha büyük, küçük olan daha küçüktür*” şeklinde bir gerekçe sunmuştur. Can “*Kapladığı yer daha az olan kurabiye daha küçüktür, daha fazla olan kurabiye daha büyüktür*”; Elçin ise “*Çap uzunluğu arttıkça kurabiyenin büyüklüğü de artar. Bu artış ve azalış kurabiyelerin alanlarına bağlıdır*” şeklinde bir gerekçeyle kurabiye büyüklüklerinin kapladıkları yerler ile ilişkisine dikkat çekmiştir. Burada ‘kapladığı yer’ ifadesiyle kastettiği matematiksel anlamı ‘kurabiyelerin alanı’ olarak açıklayan Can, kurabiye kalınlıklarının ihmal edilebileceğini ise şu şekilde açıklamıştır: “*Kapladığı yer derken kurabiyelerin alanlarını kastediyorum, çünkü kurabiyelerin aynı kalınlıkta olduğunu biliyoruz*”. Bu doğrultuda Can ve Nazan dairesel bir bölgenin alan bağıntısı üzerinde düşünmeye yönelmiş ancak dairesel bir bölgenin alan bağıntısına ilişkin önbilgilerini çağırarak yaşadıkları zorluk nedeniyle araştırmacı-öğretmen alan bağıntısını öğrencilere doğrudan sunmuştur. Böylelikle Nazan, Can ve Elçin kurabiyelerin yüzey alanı ile yarıçap uzunluğu arasındaki ilişkiyi formal dilde açıklayabilmiştir. Diğer yandan Can birinci ve ikinci soruların çözüm sürecinde kurabiyelerin yarıçap uzunluklarının sayısal değeri ile kurabiye sayıları bilgisine ihtiyaç duyulmadığını “*Bu bilgiler işe yarayacak ama şimdi değil*” biçiminde açıkça dile getirmiştir. Bu durum öğrencinin problemin çözümü için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebildiğini göstermiştir.

Etkinliğin yürütme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-2 olan üçüncü sorusunda öğrencilerin ‘*daha çok öğrenci doyar*’ ifadesine ilişkin matematiksel yorumları incelendiğinde öğrencilerin başlangıçta ‘*kurabiye sayısının daha fazla olması*’ şeklinde hatalı bir yorum yaptığı görülmüştür. Burada Nazan ve Elçin farklı büyüklükteki kurabiyelerin birer adedinin alan ölçüsünü karşılaştırdığından doğru sonuca

ulaşamamıştır. Diğer yandan Can'ın kurabiye büyüklüklerinin farklı olması nedeniyle yalnızca kurabiye sayılarını karşılaştırmanın hatalı bir yaklaşım olduğunu fark etmesi üzerine öğrenciler, her bir kutu için kurabiyelerin toplam yüzey alanını kolaylıkla hesaplayabilmiş ve elde edilen sonuçları karşılaştırarak doğru yanıtı ulaşmıştır. Benzer şekilde Elçin'in, grubundaki iletişimi daha üst düzey öğrencilerin görüş ve açıklamaları doğrultusunda doğru sonucu ortaya koyabildiği gözlenmiştir. Aşağıda Nazan ve Can'ın çözüme yönelik sundukları matematiksel fikirleri görülmektedir.

Araştırmacı: 'daha çok öğrenci doyar' ifadesiyle sizce ne kastediliyor?

Can: Kurabiye sayısı ne kadar fazla olursa...

Nazan: Alanlarını mı bulacağız?

(Çözümlerin yazılı sunumu)

Araştırmacı: Nazan bize çözümünü açıklar mısın?

Nazan: Ben 20 tane olan kurabiye kutusu olduğunu düşündüm. Çünkü alanı en küçük olduğundan bu kutuya daha çok kurabiye sığar.

Can: Tamam ama kurabiyelerin çap uzunlukları da farklı. Alanlarının toplamına bakmamız gerekiyor.

Araştırmacı: Neden öyle düşündüğünü açıklar mısın?

Can: Yani, hepsinin çap uzunlukları eşit olsaydı o zaman küçük kurabiyelerin olduğu kutuyu seçebilirdik. Ama şimdi hem çap uzunlukları hem de sayıları farklı.

Araştırmacı: Bu durumda nasıl bir karşılaştırma yapılabilir?

Can: Bence toplam alanlarına bakarak seçim yapılması gerekiyor.

Öğrencilerin yukarıda sunulan görüş paylaşımlarının ardından tahtadaki yazılı çözümleri aşağıda sunulmaktadır.

$A=\pi r^2$ $= 3.1^2 = 3 \text{ cm}^2$ (Bir adet küçük boy kurabiye alanı) $3 \times 20 = 60 \text{ cm}^2$ (Üç adet küçük boy kurabiye alanı toplam alanı)	$A=\pi r^2$ $= 3.2^2 = 12 \text{ cm}^2$ (Bir adet orta boy kurabiye alanı) $5 \times 12 = 60 \text{ cm}^2$ (Beş adet orta boy kurabiye alanı toplam alanı)	$A=\pi r^2$ $= 3.4^2 = 48 \text{ cm}^2$ (Bir adet büyük boy kurabiye alanı) $2 \times 48 = 96 \text{ cm}^2$ (İki adet büyük boy kurabiye alanı toplam alanı)

Elçin'in hangi kutunun seçimi sonucunda daha çok öğrencinin doyacağı yorumlanması sürecindeki katılımı ve yazılı çözümü (Görsel 3.50) ise aşağıdaki gibi olmuştur.

Araştırmacı: 'daha çok öğrenci doyar' ifadesiyle sizce ne kastediliyor?

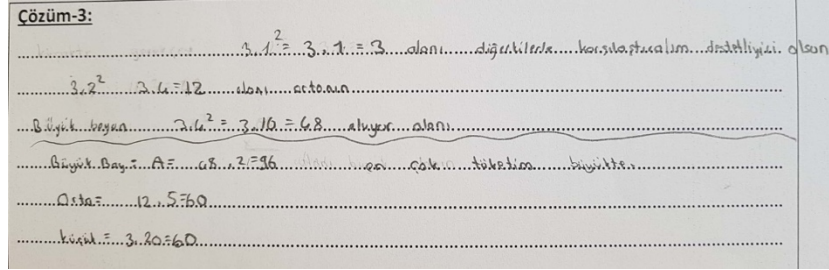
Elçin: Tane olarak, kutulara kaç tane kurabiye sığacağını soruyor.

Araştırmacı: Çözümünü açıklar mısın bize?

Elçin: Ben küçükün alanını hesaplayıp diğerleriyle karşılaştırdım. Alanı en küçük olan küçük kurabiye olduğundan en fazla onda oluyor.

Defne: Her üç kutudaki kurabiyeler eşit gibi, açıklayamadım ama...

(bkz.sf.249)



Görsel 3.50. Elçin'in Soru-3'e ilişkin çözümü

Etkinliğin formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin ve iletişimi Düzey-2 olan üçüncü sorusu kapsamında öğrenciler sorunun anlamlandırılması ve 'daha hesaplı kurabiye' ifadesinin matematiksel olarak yorumlamasında zorlanmışlardır. Nitekim Nazan 'Bu zor bir soru' şeklinde yaşadığı güçlüğü açıkça dile getirmiştir. Bu nedenle araştırmacı-öğretmen öğrencilerin hangi kurabiye'nin daha hesaplı olduğuna karar vermek için kurabiyeler arasında nasıl bir karşılaştırma yapılması gerektiğini düşünmelerini istemiştir. Karşılıklı fikir alışverişiyle birbirlerini değerlendirdikleri etkili bir iletişim süreci sonucunda öğrenciler, eşit büyüklükteki kurabiyeler için satış fiyatlarının karşılaştırılması gerektiği nihai kararına ulaşabilmiştir. Öğrencilerin karşılıklı iletişimlerini ve birbirlerinin görüşlerine yanıt niteliğindeki söylemlerini yansıtan süreç aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: 'daha hesaplı kurabiye' ifadesiyle sizce ne kastediliyor?

Nazan: Hepsinin daha ucuzunu soruyorsa 4 TL daha ucuz olur.

Araştırmacı: Daha hesaplı demek daha ucuz mu demek oluyor?

Can: Hayır tabii ki.

Nazan: O zaman birer tane kurabiye'nin fiyatını mı bulalım? Bu çok zor bir soru.

Araştırmacı: Hangi kurabiye'nin daha hesaplı olduğuna karar vermeniz gerekiyor.

Bunun için neleri karşılaştırırsınız?

Can: En kârlı olanı bulacağız. Bunun için orantı kuracağım. 20 adet küçük kurabiye 4TL ise...

Nazan: Mantıklı, hepsinin satış fiyatı eşit olduğu zamanki kurabiye sayılarını karşılaştıralım.

Can: Aslında '96 cm² kurabiye 4 TL ise...' diye düşünerek de orantı kurabiliriz.

Nazan: O da olabilir, cm² leri eşitleyip satış fiyatlarını karşılaştıralım.

(1cm² büyüklüğündeki kurabiyelerin satış fiyatlarının belirlenmesi)

Araştırmacı: Alan ölçüleri 1 cm² olacak şekilde üç farklı büyüklükteki kurabiyenin satış fiyatını hesapladınız. Bu durumda hangisi daha hesaplı olmuş oldu?

Can/Nazan: Küçük kurabiyeler. Çünkü satış fiyatı en az.

Araştırmacı: Peki, satış fiyatı eşit olduğu zamanki kurabiye sayılarını karşılaştırsaydınız nasıl çözerdiniz?

Can: Yine bu şekilde orantıyla. Ama kurabiyelerin büyüklükleri farklı olduğu için sayıları karşılaştıramazdık. Orada da alanlarına bakarak karar vermek gerekecekti.

Nazan ve Can'ın alan ölçüleri 1 cm² olacak şekilde üç farklı büyüklükteki kurabiyenin satış fiyatının karşılaştırılması şeklindeki çözüm yaklaşımı aşağıda sunulmaktadır.

Cözüm-4:

$\frac{4 \text{ TL}}{60 \text{ cm}^2} = \frac{x}{1 \text{ cm}^2}$ $x = \frac{4}{60}$ $x = \frac{1}{15}$	$\frac{4 \text{ TL}}{96 \text{ cm}^2} = \frac{x}{1 \text{ cm}^2}$ $x = \frac{4}{96}$ $x = \frac{1}{24}$

Cözüm-4:

cm²ler eşit olduğu için eşitlenmesi gerekir. Bunun için 2'nden doğru orantıyla eşitledik ve sonucu bulduk.

$\frac{4 \text{ TL}}{60 \text{ cm}^2} = \frac{x}{1 \text{ cm}^2}$ $x = \frac{4}{60}$ $x = \frac{1}{15}$	$\frac{4 \text{ TL}}{96 \text{ cm}^2} = \frac{x}{1 \text{ cm}^2}$ $x = \frac{4}{96}$ $x = \frac{1}{24}$

Görsel 3.51. Nazan ve Can'ın Soru-4'e ilişkin çözümü

Sorunun çözüm sürecinde Semih'in görüşünü değerlendirerek yeni bir matematiksel bir fikir ortaya koyabilen Elçin'in bu süreçteki katılımı aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Bu sorunun çözüm yolu hakkında ne düşündünüz?

Elçin: Birer tane kurabiye'nin fiyatını karşılaştırabiliriz.

(Birer adet küçük, orta ve büyük boy kurabiye'nin satış fiyatının hesaplanması)

Semih: Görünüşte küçük olanlar daha hesaplı.

Araştırmacı: Görünüşte nasıl daha hesaplı oluyor?

Semih: Mesela bir tane küçük kurabiye 20 kuruş ama ne kadar büyüklüğe karşılık 20 kuruş?

Elçin: O zaman önce büyüklüklerini eşitleyip sonra fiyatlarını karşılaştırabiliriz.

Çözüm-4:

Küçük boy: $\frac{1}{205} = \frac{1}{5}$	Orta boy: $\frac{2}{35} = \frac{1}{17.5}$	Büyük boy: $\frac{3}{175} = \frac{1}{58.3}$
$\frac{1}{5} \times 0.2 \text{ TL} = 0.04 \text{ TL}$	$\frac{1}{17.5} \times 0.2 \text{ TL} = 0.0114 \text{ TL}$	$\frac{1}{58.3} \times 0.2 \text{ TL} = 0.0034 \text{ TL}$
$\frac{16}{2} = 8 \text{ TL}$	$\frac{16}{2} = 8 \text{ TL}$	$\frac{16}{2} = 8 \text{ TL}$
$\frac{16}{2} = 8 \text{ TL}$	$\frac{16}{2} = 8 \text{ TL}$	$\frac{16}{2} = 8 \text{ TL}$
$\frac{16}{2} = 8 \text{ TL}$	$\frac{16}{2} = 8 \text{ TL}$	$\frac{16}{2} = 8 \text{ TL}$

Görsel 3.52. Elçin'in Soru-4'e ilişkin çözümü

Görüldüğü gibi öğrenciler kurabiyelerin birer adedinin satış fiyatını karşılaştırırken, kurabiye büyüklüklerinin birbirinden farklı olduğunu ve bu nedenle eşit büyüklükteki kurabiyeler için karşılaştırma yapılması gerektiği şeklindeki görüşlerini açıkça paylaşabilmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin parasal değere ilişkin olarak ortaya koydukları matematiksel model **cm^2 başına ödenen tutar** = $\frac{\text{Satış fiyatı}}{\text{Alan ölçüsü}}$ şeklinde olmuştur.

Yorumlama/değerlendirme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen beşinci sorunun çözüm sürecinde Can, birer kutu kurabiye'nin satış fiyatının eşit olabilmesi için toplam alan ölçülerinin eşit olması gerektiğini kolaylıkla ifade edebilmiştir. Benzer şekilde Nazan ve Elçin de kurabiyelerin alan ölçüleri ile satış fiyatları arasındaki ilişkiyi göz önünde bulundurarak kurabiye sayılarını "1 adet büyük boy-4 adet orta boy-16 adet küçük boy" şeklinde doğru olarak belirleyebilmiştir. Burada araştırmacı-öğretmen öğrencilerin olası farklı durumları açıklamalarını istemiş ve öğrenciler kutu kapasitelerinin yetersizliğini gerekçe olarak sunarak 'en fazla sayıda kurabiye' koşulunu sağlayan tek bir durum olduğunu belirtmiştir. Diğer yandan bu öğrenciler, kurabiyelerin alan ölçüleri arasındaki ilişkiye odaklanarak birer kutu kurabiye'nin satış fiyatının kaç TL olduğu bilgisine ihtiyaç olmadığını değerlendirebilmiştir.

Araştırmacı: Birer kutu kurabiye'nin satış fiyatının eşit olması isteniliyor. Bu nasıl sağlanır?

Nazan: Satış fiyatlarının eşit olması için kurabiye sayılarının da eşit olması gerekmez mi?

Can: Hayır, kurabiyelerin farklı büyüklükte olduğunu unutuyorsun yine.

Nazan: Evet, kurabiye sayılarının değil, toplam alanların eşit olması gerektiğini söylemek istedim.

Can: Aynen, toplam alanları eşit olursa satış fiyatları da eşit olur.

Araştırmacı: Toplam alan ölçüleri eşit olacak şekilde kurabiye sayılarını nasıl belirlersiniz?

Can: Birer tanesinin alanlarına bakarak.

Nazan: Alanları birbirinin dört katı olduğuna göre kurabiye sayıları da bu şekilde olur.

Araştırmacı: Söylemek istediğini biraz daha detaylı açıkla mısın?

Nazan: Yani, 1 tane büyük, 4 tane orta, 16 tane küçük kurabiyeden koyarsak alanları eşit olacağı için satış fiyatları da eşit olur.

Araştırmacı: Peki, 2 adet büyük boy, 8 adet orta boy, 32 adet küçük boy kurabiye konulamaz mı?

Can: Hayır. Çünkü küçük kurabiyelerden en çok 20 tane koyabiliriz.

...

Araştırmacı: Birer kutu kurabiye'nin satış fiyatının eşit olması isteniliyor. Bu nasıl sağlanır?

Elçin: Tam 4 katı olacak şekilde koyarsak olur.

Araştırmacı: Burada ne neyin 4 katı olmalı?

Elçin: Yani, 1 tane büyük, 4 tane orta, 16 tane küçük kurabiye koyarsak fiyatlar eşitlenir.

Araştırmacı: Neden öyle düşündün?

Elçin: Çünkü kurabiye büyüklükleri birbirinin 4 katı olduğu için fiyatlar da birbirinin 4 katı olur.

İlişkili olduğu matematiksel süreç ve iletişim düzeyi yönüyle bir önceki soru ile benzer özellikteki son soru maddesinde Nazan, Can ve Elçin her bir kutuya konulabilecek maksimum kurabiye sayılarını göz önünde bulundurmuş ve sonucu “2 adet küçük boy-2 adet orta boy-2 adet büyük boy” olarak belirleyebilmiştir. Bu sonucu açıklamaları

istenildiğinde ise öğrenciler bir kutuya büyük boy kurabiyelerden en fazla kaç adet koyulabileceğinin sorunun çözümü için belirleyici unsur olduğuna dikkat çekmiştir. Bu nedenle öğrenciler birer adet ve ikişer adet şeklinde iki farklı alternatifin söz konusu olduğunu ancak soruda istenilenin ‘en çok’ kurabiye sayısını bulmak olduğunu açıklayabilmiştir. Bu doğrultuda ikişer adet küçük, orta ve büyük boy kurabiye'nin herhangi birisinin daha hesaplı olmayacak şekilde satış fiyatlarını yorumlayabilmiştir. Başka bir deyişle, öğrenciler kurabiyelerin alan ölçüleri ile satış fiyatları arasındaki ilişki üzerinden bir genellemeye varabilmiştir.

Nazan: Kutulardaki kurabiye sayısının eşit olması için hepsine ikişer tane konulmalıdır.

Araştırmacı: Neden öyle düşündüğünü açıklar mısın?

Nazan: Yani, zaten ya birer tane koyabiliriz ya da ikişer tane. Çünkü büyük kurabiyelerden en fazla iki tane koyabiliyoruz.

Can: Birer tane olamaz, soruda en çok sayıdaki kurabiye sorulmuş.

Araştırmacı: Her bir kutudaki kurabiye sayılarının iki adet olduğunu belirttiniz. Bu durumda birer kutu kurabiye'nin satış fiyatı hakkında ne söylenebilir?

Nazan: Eğer adetleri aynıysa yarıçap uzunluğu büyük olana daha fazla para ödenir.

Araştırmacı: Ne kadar fazla ödenmesi gerektiğini düşünüyorsun açıklar mısın?

Nazan: İkişer adet küçük, orta ve büyük boy kurabiye'nin alanlarını hesaplamalıyız.

Can: Burada yine alanlarını bulacağız.

(Alan ölçülerinin hesaplanması)

Araştırmacı: Bu durumda satış fiyatları nasıl belirlenebilir?

Nazan/Can: Birbirinin dört katı olacak şekilde.

...

Elçin: Kurabiye sayılarını eşitlediğimize göre ikişer tane koyabiliriz.

Araştırmacı: Satış fiyatlarını neye göre belirlersin?

Elçin: Büyüklüklerine.

Araştırmacı: Kurabiye büyüklükleri arasında nasıl bir ilişki vardı?

Elçin: Orta küçüğün, büyük ortanın 4 katı.

Araştırmacı: O zaman satış fiyatları nasıl olabilir?

Elçin: O da 4 kat olacak şekilde.

Araştırmacı: Örnek verebilir misin?

Elçin: Mesela küçük kurabiyeler 1 TL olursa, orta kurabiyeler 4 TL olur, büyük kurabiyeler de 16 TL.

Araştırmacı: Biz burada satış fiyatlarını biliyor muyuz?

Elçin: Bilmiyoruz.

Araştırmacı: Bilmemiz gerekiyor mu peki?

Elçin: Gerekmiyor bence.

Etkinlik sonrasında Elçin “*en güzel çalışmaydı diyebilirim. Bu çalışmada da fikir paylaşarak birbirimize anlattığımız düşüncelerle bir karara vardık. Herkesin katıldığı, düşüncesini paylaştığı çok güzel bir ders oldu.*”; Nazan “*Çok eğlenceli ve çok güzel geçti günümüz.*” ; Can ise “*Şu an bu sorular daha kolay geliyor, çoğu soruyu yapabildim.*” şeklinde bir paylaşımda bulunarak performanslarında gözlemledikleri gelişmeyi yansıtmıştır.

3.2.2.6. Altıncı öğretim bölümü

Araştırma sürecinin son uygulaması olan Balon Turu etkinliğindeki katılımları ve sergiledikleri iletişimsel eylemleri incelendiğinde Nazan, Can ve Elçin’in bir gerçek yaşam probleminin anlamlandırılması, matematiksel olarak formüle edilmesi, probleme ilişkin matematiksel işlemlerin başarılı bir şekilde yürütülmesi ve ulaşılan matematiksel sonuçların yorumlanması süreçlerinde aktif bir şekilde katılım sağladıkları, matematiksel fikirler sunabildikleri, farklı fikirleri değerlendirebildikleri ve gerekçeli açıklamalarıyla probleme ilişkin yazılı açıklamalarını sunabildikleri görülmüştür.

Balon Turu etkinliği kapsamında Nazan, Can ve Elçin ilk olarak problem durumunu anlamlandırmaya çalışarak balonun hareketini açıklamaya yönelmiştir. Bu kapsamda Can’ın açıklaması “*Balon önce yükseliyor, sonra düz gidiyor, sonra alçalıyor*” şeklinde olmuştur. Nazan ise kalkış ve iniş süreçlerindeki hızlara odaklanarak balonun kalkış sürecinde daha hızlı hareket ettiğini açıklamıştır. Elçin’in grubunda ise özellikle seyir sürecinin anlamlandırılmasına ilişkin olarak öğrenciler balonun bu süreçte bulunduğu yüksekliği koruduğu konusunda birbirleriyle fikir alışverişinde bulunmuş ve Elçin’in bu tartışma sürecine aktif katılım sağlayarak balonun hareketini “*Balon çıkıyor, ilerliyor ve iniyor*” şeklinde açıkladığı gözlenmiştir. Bununla birlikte öğrenciler problem metninde sunulan tabloyu yorumlamış, balonun bu noktalardan herhangi birinden kalkıp herhangi birine inebileceğini kolaylıkla açıklayabilmiştir. Böylece Nazan, Can ve Elçin balonun hareketini kalkış-seyir-iniş olmak üzere üç süreçte ele almış ve bu konuda açıklayıcı

bilgiler sunabilmiştir. Aşağıda Nazan ve Can'ın grubunda gerçekleşen tartışma süreci sunulmuştur.

Araştırmacı: Balonun bir tur sürecindeki hareketi hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Can: Bir yerden yükseliyor, sonra ileriye doğru hareket ediyor, sonra başka bir noktaya iniyor.

Nazan: Yükselirken 1 saniyede 2 metre, inerken de 3 saniyede 10 metre yol alıyormuş. Demek ki inerken daha hızlı hareket ediyor.

Araştırmacı: Nazan sen nasıl tanımlıyorsun balonun hareketini?

Nazan: Yani, şu şekilde (eli ile yukarı-düz-aşağıyı işaret ediyor).

Can: Aynen.

Araştırmacı: El işaretlerinizle neyi anlatmak istediniz?

Can: Yani, balonun belirli bir noktaya kadar yükselmesi, orada düz ilerleyerek şehrin seyredilmesi ve sonra inişe geçilmesini.

Formüle etme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-2 olan birinci sorunun çözüm sürecinde Nazan ve Can başlangıçta hatalı bir şekilde balon turuna yönelik olarak değişen unsurlar üzerinde düşünmüştür. Yani, öğrenciler kalkış ve iniş süreçleri arasındaki farklılıklara odaklanarak hız ve sürenin bir değişken olduğunu düşünmüştür. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen öğrencilerin problem durumundan ne anladıklarını tekrar açıklamalarını isteyerek değişkenlerin belirlenmesini destekleyecek bir müdahalede bulunmuştur. Bu süreçte araştırmacı-öğretmenin müdahalesi ve öğrencilerin katılımını gösteren kesit aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Balonun yükselmeye başlamasıyla birlikte sizce ne/neler değişir?

Can: Hız değişir.

Nazan: Süreler değişir.

Araştırmacı: Balonun hızında nasıl bir değişim olduğunu düşündün?

Nazan: Balonun hızı değişmiyor ki, yükselirken 1 saniyede 2 metre yol alıyor. İnerken de 3 saniyede 10 metre.

Araştırmacı: Can, Nazan'ın söyledikleri hakkında ne düşünüyorsun?

Can: Haklı olabilir. Ben kalkış ve inişteki hızların birbirlerinden farklı olduğunu kastetmiştim.

Araştırmacı: Nazan sen de sürelerin değiştiğini söylemiştin. Burada neyi kastettin?

Nazan: Sanırım ben de kalkış ve inişteki sürelerin birbirlerinden farklı olduğunu düşünmüşüm. Çünkü, kalkış ve iniş noktalarının rakımlarına bağlı olarak kalkış ve iniş süreleri değişir.

Araştırmacı: Peki, soruda bize ne sorulmuştu?

Nazan: Balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenler hangileridir? Bu değişkenler arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.

Araştırmacı: Evet. Öyleyse balonun hareketine başlamasıyla birlikte sizce neler değişir?

Can/Nazan: Balonun yüksekliği değişir.

Araştırmacı: Balonun yüksekliği neye bağlı olarak değişir?

Can/Nazan: Zamana bağlı olarak değişir.

Görüldüğü gibi Can ve Nazan'ın başlangıçtaki bakış açısı balonun hareket süreci yerine rotalar arasındaki farklılığa ilişkin olduğundan öğrencilerin açıklamaları hatalı olmamakla birlikte sorunun doğru yanıtı olmamıştır. Elçin'in grubunda ise söz konusu değişkenlerin belirlenmesinde Nazan ve Can'ın hatalı yaklaşımını sergileyen öğrenciler ile birlikte balonun hareket sürecine odaklanarak değişkenleri doğru belirleyebilen öğrenciler de olmuş ve bu iki farklı görüş öğrenciler tarafından değerlendirilmiştir. Bu süreçte Elçin değişkenlerden birisi olarak belirlediği yükseklik değişkenine yönelik düşüncesini “Balon hareket ederken deniz seviyesinden yüksekliği değişir” şeklinde açıkça ifade ederek tartışma sürecine katkı sağlamıştır. Özetle, araştırmacı-öğretmenin sorunun doğru bir şekilde anlaşılması noktasındaki müdahalesi sonucunda öğrenciler değişkenleri kolaylıkla belirleyebilmiştir.

Değişkenlerin belirlenmesinin ardından öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklamaları istenildiğinde Nazan, Can ve Elçin yüksekliğin zamana bağlı değişimini değişkenler arasındaki bağımlılık ilişkisini yansıtacak şekilde yazılı ve sözlü olarak aşağıdaki gibi ifade edebilmiştir.

Elçin: Bağımlı değişken yükseklik, bağımsız değişken zaman olur. Değişmeyen ise balondur. Yükselme sürecinde süre artar, yükseklik artar. İnişte yükseklik azalır. Seyirde yükseklik sabit kalır.

Nazan: Yükseklik zamana bağlı. Yükselme sürecinde yükseklik artar ve zaman artar. Seyir sürecinde yükselme durur, yükseklik sabit kalır. İniş sürecinde zaman artar yükseklik azalır.

Can: Yükselirken yükseklik artar, zaman geçer. Seyirdeyken yükseklik değişmez, zaman geçer. İniş sürecinde yükseklik azalır, zaman geçer.

İlişkili olduğu matematiksel süreç ve iletişim düzeyi bakımından birinci soru ile benzer özellikteki ikinci soruya gelindiğinde Nazan, Can ve Elçin balonun bir tur boyunca gerçekleşen hareketi için kalkış-seyir-iniş süreçlerinde yüksekliğin zamana bağlı değişimini matematiksel olarak yorumlamakta ve bu değişime ilişkin matematiksel modeli inşa etmekte zorlanmamıştır. Bu öğrencilerin balonun kalkış süreci için başlangıçta hatalı bir şekilde “Balonun bulunduğu yükseklik = $2 \times \text{Zaman}$ ” modelini ortaya koyduğu gözlenmiştir. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen öğrencileri söz konusu model üzerinde çalışmaya yönlendirmiştir. Bu süreçte araştırmacı-öğretmenin müdahalesi ile Nazan ve Can’ın katılımını gösteren kesit aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: “Balonun bulunduğu yükseklik = $2 \times \text{Zaman}$ ” eşitliğine bakalım. Buna göre balonun yükselmeye başlamasıyla birlikte bulunduğu yüksekliğin nasıl değiştiğini yazabilir misiniz?

Nazan: 2. saniyede yerden 10 metre yüksekte, 4.saniyede yerden 20 metre yüksekte olmuş olur.

Araştırmacı: Yerden 10 metre / 20 metre yüksekte olması nasıl olur?

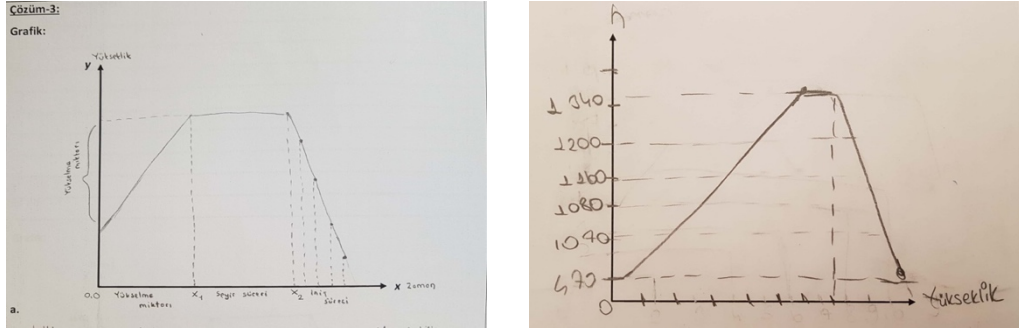
Can: Olamaz. Çünkü kalkış noktalarının deniz seviyesine göre belirli bir yüksekliği var zaten.

Nazan: Evet, doğru. O zaman buraya onu da eklemeliydik.

Görüldüğü gibi öğrenciler kalkış süreci için ortaya koydukları matematiksel modeli “Balonun bulunduğu yükseklik = Kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliği + $2 \times \text{Zaman}$ ” biçiminde yeniden düzenlemiştir. Ardından değişkenler için keyfi birer harf sembolü atayarak (y balonun bulunduğu yüksekliği, r kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliğini ve t ise zamanı temsil etmek üzere) “ $y=r+2t$ ” cümlesini kurmuşlardır.

Öğrenciler benzer şekilde seyir ve iniş süreçleri için balonun bulunduğu yüksekliğin zamana bağlı değişimine ilişkin olarak “Balonun bulunduğu yükseklik= Seyir yapılan yükseklik” ve “Balonun bulunduğu yükseklik= Seyir yapılan yükseklik – $(10/3) \times \text{Zaman}$ ” şeklindeki matematiksel modelleri başarılı bir şekilde ortaya koyabilmiştir. Bununla birlikte değişkenler için birer harf sembolü atayabilen öğrenciler (y balonun bulunduğu yüksekliği, a seyir yapılan yüksekliği ve t ise zamanı temsil etmek üzere) “ $y=a$ ” ve “ $y=a-(10/3)x$ ” cümlesini kurmuşlardır.

Etkinliğin ikinci sorusunda istenilen matematiksel modelleri cebirsel birer eşitlik şeklinde formüle edebilen Nazan, Can ve Elçin yükseklik-zaman ilişkisinin grafik temsili biçiminde formüle edilmesi sürecinde, kalkış, seyir ve iniş süreleri bilgisine ve ayrıca herhangi bir turdaki kalkış ve iniş noktalarının hangileri olduğu bilgisine ihtiyaç olmadığını değerlendirerek bir grafik temsili ortaya koyabilmiştir.



Görsel 3.53. Elçin ve Nazan'ın Soru-3'e ilişkin çözümü

Görsel 3.53'te görülen grafik çizimlerine ilişkin olarak bu öğrenciler kalkış/inış noktalarının deniz seviyesinden belirli bir yükseklikte bulunması nedeniyle grafiğin orijinden geçemeyeceğini ve x eksenini kesemeyeceğini belirtmiştir. Başka bir deyişle, öğrenciler grafik temsiline inşası için gerekli matematikleştirmeleri yaparak bu süreçteki düşünce ve eylemlerini gerekçeli olarak açıklayabilmiştir.

Etkinlik sonunda Elçin “Güzel bir gündü. Fikirlerimizi paylaştık ve yapabildik. Bu çalışmanın ve diğerlerinin gerçekten yararı bulundu bana ve bence diğer arkadaşlarıma da” şeklinde süreci değerlendirdiği bir paylaşımda bulunmuştur.

3.2.3. Matematiksel iletişimi “1 düzeyi” ve “Ağırlıklı-1 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin bulgular

Bu bölümde matematiksel iletişimi ‘1 düzeyi’ veya ‘Ağırlıklı-1 düzeyi’ olan Defne, Semih, Hande, Demir ve Melih’in altı haftalık öğretim sürecine katılımlarına ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

3.2.3.1. Birinci öğretim bölümü

Su Püskürtücüleri etkinliğinin formüle etme sürecine ilişkin ilk sorusunda Demir, Melih, Semih ve Hande püskürtücülerin suyu püskürtme biçimine bağlı olarak sulanan

bölgelerin birer dairesel bölge olduğunu ve püskürtücülerin özdeş olması nedeniyle dairesel bölgelerin alan ölçülerinin eşit olduğunu açıklayabilmiştir. Başka bir deyişle, öğrenciler püskürtücülerin suyu püskürtme biçimi ile püskürtücülerin konumunu ilişkilendirebilmiştir.

Püskürtücülerden gelen suyun dağılma biçimi ile püskürtücülerin konumunun ilişkilendirilmesi sürecinde ise öğrenciler futbol sahasını temsil etmesi amacıyla kullanılan dikdörtgensel bölge üzerinde çeşitli denemeler yapmış ve gerçek yaşam bağlamındaki bu çalışmalarını matematiksel dilde ifade edebilmiştir. Öğrenciler bu süreçte birbirleriyle ve iletişimsel açıdan bir üst düzeydeki grup arkadaşlarıyla sıklıkla karşılıklı fikir alışverişinde bulunmuş ve böylece birbirlerinin görüşlerine katkı getirmiştir.

Aşağıda püskürtücülerden gelen suyun dağılma biçimi kapsamında herhangi bir bölgenin yalnızca bir püskürtücü tarafından sulanması koşuluna ilişkin olarak Melih ve Demir'in dikdörtgensel bölge üzerindeki çalışmaları ve bu koşulu matematiksel olarak yorumlama biçimleri sunulmaktadır.

Araştırmacı: Herhangi bir bölgenin yalnızca bir püskürtücü tarafından sulanması nasıl olur?

Demir: (Dairesel bölgelere işaret ediyor) Bunlar üst üste binerse olmaz yani, uça değerse ancak o zaman bir püskürtücü sulamış olur.

Melih: Püskürtücüler arasında çap uzunluğu mu olması gerekiyor?

Demir: Evet, bir çap uzunluğu olması gerekiyor. Çünkü özdeşler.

Melih: Büyük 'R' kadar.

...

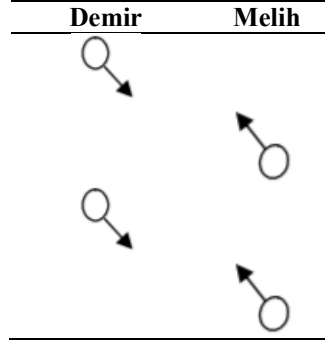
(Diğer öğrencilerin ne düşündüklerinin sorgulanması)

Araştırmacı: Bu durumda buradaki dairesel bölgelerin birbirlerine göre konumunu nasıl ifade edebiliriz?

Melih: Teğet.

Araştırmacı: Yani, sulanan dairesel bölgeler birbirlerine teğet olmalıdır diyebilir miyiz?

Melih ve Demir arasındaki iletişime ilişkin olarak öğrencilerin karşılıklı iletişime açık olduklarını ve söylemlerinin birbirlerine yanıt niteliğinde olduğunu gösteren akış şeması Şekil 3.5'teki gibidir.



Şekil 3.5. Akış şeması-5

Püskürtücülerden gelen suyun dağılma biçiminin incelenmesinde saha dışına su çıkmaması koşuluna ilişkin olarak Semih ve Defne'nin, iletişimi bir üst düzeyde olan öğrenciler ile etkileşimleri aşağıdaki gibi olmuştur.

Araştırmacı: (püskürtücüleri temsilen kullandığımız) Raptiyeleri nasıl yerleştirdiğinizde saha dışına su çıkmamış oldu?

Ece: Raptiyeler kenara yakın olduğunda dışarı su taşıyor.

Semih: Kenara yaklaştıkça suyun taşıdığı bölgeler giderek büyüyor.

Araştırmacı: O halde raptiyelerin kenarlara en fazla ne kadar yakın olması gerekir?

Dilek: Yarıçap kadar.

Ece: En az yarıçap kadar olacak.

Araştırmacı: Ece ne söylemek istediğini daha detaylı bir şekilde tekrar açıklayabilir misin?

Ece: Yani, püskürtücüleri dairenin yarıçapı kadar bir uzaklığa koyarsak, tabii daha fazlası da olabilir, böylece su dışarı taşmamış oluyor.

Defne: Evet, püskürtücü en az yarıçap kadar uzakta olursa su dışarı taşmaz.

Görüldüğü gibi öğrenciler sulanan bölgeleri temsil eden dairesel bölgeleri kullanarak sulama koşullarının nasıl sağlandığını gösterebilmiş ve araştırmacı-öğretmenin, çalışmalarını matematiksel dilde açıklamalarını gerektiren sorularını yanıtlatabilmiştir. Başka bir deyişle, öğrenciler su püskürtücülerinin yerleşim düzeninin matematiksel olarak formüle edilmesi sürecindeki matematikleştirmeleri başarılı bir şekilde ortaya koyabilmiştir. Bu doğrultuda öğrenciler belirtilen koşulları sağlayan olası yerleşim düzenleri üzerinde düşünmüş ve gruplarında sunulan farklı yerleşim düzeni

önerilerine ilişkin görüşlerin karşılıklı olarak paylaşıldığı bir değerlendirme süreci sonucunda nihai yerleşim düzenini belirleyerek gerçek bir model ortaya koyabilmiştir.

(Öğrencilerin yerleşim düzeni denemeleri)

Semih: Çiçek gibi koysak?

Melike: O zaman buralarda (kenarları işaret ediyor) çok boşluk kalıyor.

Defne: Köşelere gelecek şekilde koysak?

Ece: Benim az önce söylediğim şey, onun için böyle dikey olarak koyabiliriz.

Püskürtücülerin yerleşim düzenini gösteren gerçek modele ulaşılmasının ardından ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığı ifade eden matematiksel modelin ifade edilmesi amacıyla dairesel bölgelerin çap uzunluğu ile sahanın kenar uzunlukları arasındaki ilişki incelenmiştir. Bu süreçte Demir, Melih, Semih, Defne ve Hande'nin dairesel bölgelerin çap uzunluğunun kenar uzunluk değerlerinin ayrı ayrı tam bölenleri olması gerektiğini açıklayabildikleri görülmüştür. Burada Demir ve Melih çap uzunluğunun alabileceği farklı değerler için kullanılması gereken püskürtücü sayılarını hesaplamaksızın püskürtücü sayısı ile çap uzunluğu arasındaki ilişkiyi yorumlayabilmiştir. Yani, öğrenciler püskürtücü sayısının en az olması için çap uzunluğunun ortak bölenlerin en büyüğüne eşit olması gerektiğini doğrudan açıklayabilmiştir. Semih ve Defne ise araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesine bağlı olarak ortak bölenlerden bazıları için püskürtücü sayılarını hesapladıktan sonra ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığın ortak bölenlerin en büyüğü olması gerektiğini açıklayabilmiştir. Burada Hande, Semih ve Defne püskürtücü sayısına ilişkin matematiksel modeli yazılı olarak sunmaksızın “Püskürtücü sayısı = (Kısa kenar uzunluğu x Uzun kenar uzunluğu) / (24 x 24)” olarak ele almış ve bu doğrultuda matematiksel hesaplamalarını yapmıştır. Öğrencilerin bu süreçteki akıl yürütme ve fikir paylaşımları aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Buradaki dairesel bölgelerin çap uzunluğu kaç metre olabilir?

Melih: Mesela 36 olabilir.

Araştırmacı: Neyi düşünerek bu değeri söyledin?

Melih: 72'nin böleni olmalı ve büyük bir değer olmalı.

Demir: O zaman 72 de olabilir.

Melih: Olmaz ki mantıksız olur.

Demir: Niye mantıksız olsun?

Melih: Çünkü 96'nın da böleni olması lazım. Bunlar (daireseel bölgelere işaret ediyor) aynı değil mi?

Demir: 36, 96'nın böleni mi? Ortak bölenlerini bulmamız lazım o zaman.

(Rüya'nın katılımı-bkz.sf.192)

Melih: Ortak bölenlerin en büyüğünü bulacağız.

Demir: Mantıklı, çünkü en az sayıda püskürtücüyü soruyor.

...

Araştırmacı: Çap uzunluğunun 72 ve 96'nın ortak bölenleri olabileceğini söylemiştiniz. Örneğin çap uzunluğu 2 metre olursa kaç tane püskürtücü kullanılır?

Semih: Alandan buluruz.

((72x96)/(2x2)=1728 şeklinde püskürtücü sayısının hesaplanması)

Araştırmacı: Peki, çap uzunluğu 12 metre olsaydı kaç tane püskürtücü kullanılırdı?

((72x96)/(12x12)=48 şeklinde püskürtücü sayısının hesaplanması)

Araştırmacı: O zaman farklı çap uzunluğu değerleri için püskürtücü sayılarındaki değişimi nasıl yorumlarsınız?

Defne: Çap uzunluğu fazla oldukça daha fazla yer sulanır.

Semih: Evet ve daha az sayıda püskürtücü kullanmış oluruz.

Ece: Böylece en büyük ortak bölen olmuş oluyor.

Defne: Ben şimdi anladım. Çap uzunluğu en büyük ortak bölene eşit olmalı ki püskürtücü sayısı en az olsun.

...

(Hande'nin katılımı için bkz. sf.192)

Belirtilen koşullar altında futbol sahasının sulanmasında kullanılacak püskürtücü sayısının hesaplanmasında Demir, Melih, Semih, Defne ve Hande $(72 \times 96) / (24 \times 24)$ işleminin sonucunu hesaplamıştır. Bu öğrenciler etkinliğin dördüncü sorusunda belirtilen saha ölçüleri için kullanılması gerekli püskürtücü sayılarını da aynı yaklaşımla hesaplamıştır. Bununla birlikte öğrenciler kullanılan püskürtücü sayısının saha ölçülerine bağlı olarak nasıl değiştiğini aşağıda sunulduğu gibi yorumlayabilmiştir. Burada öğrenciler hem araştırmacı-öğretmen ile hem de birbirleri ile iletişim kurarak düşüncelerini ifade edebilmiştir.

Araştırmacı: Kenar uzunlukları 72 ve 144 metre olarak verilen sahanın sulanmasında kullanılacak püskürtücü sayısı en az kaç olur sorusuna bakalım.

İrem: Püskürtücüler arasındaki uzaklık 72 metre, püskürtücü sayısı 2.

Demir: 72'yi 72'ye bölüyoruz 1; 144'ü 72'ye bölüyoruz 2; 1x2'den sonuç 2.

Araştırmacı: Kenar uzunlukları 63 ve 110 metre olduğu durumdaki püskürtücü sayısını kaç buldunuz?

Melih/Demir: 63 çarpı 110'dan 6930.

Araştırmacı: Buradaki ilk durumda yalnızca 2 adet püskürtücü kullanılırken ikinci durumda toplam 6930 adet püskürtücü kullanılması durumunu nasıl değerlendiriyorsunuz?

Melih: Çünkü EBOB arttıkça püskürtücü sayısı azalırken, EBOB azaldıkça püskürtücü sayısı artar.

Araştırmacı: Peki buradaki EBOB değerleri saha ölçülerine bağlı olarak nasıl farklılaşıyor?

Demir: 144, 72'nin iki katı; 63 ile 110 aralarında asal.

...

Araştırmacı: Belirtilen saha ölçüleri için püskürtücü sayılarını hesaplamanız isteniyor. Nasıl düşündünüz?

Defne: 72, 144'ün yarısı olduğu için EBOB'u 72'dir.

Ece: Sayılar birbirinin katı olduğu için EBOB küçük olan olur.

Araştırmacı: Peki, püskürtücü sayısını kaç buldunuz?

Semih/Defne: 2 tane.

Ece: 63 ve 110 aralarında asal değil mi?

Semih: EBOB 1 değil mi?

Defne: Evet 1 çıkıyor.

Semih: 63 ile 110'u çarpmamız lazım. 6930 buldum.

Araştırmacı: Buradaki püskürtücü sayıları saha ölçülerine bağlı olarak nasıl farklılaşıyor?

Semih: Aralarında asal olduğu için püskürtücü sayısı daha fazla oldu. Diğerinde sayılar birbirinin katı olduğu için daha az.

Öğrencilerin yukarıdaki açıklamaları sunabilmiş olmaları son sorunun çözümüne yönelik olarak çeşitli saha ölçüsü önerilerinde bulunmalarını da kolaylaştırmıştır. Bu kapsamda püskürtücü sayısının en az sayıda olmasını gerektiren saha ölçüsü önerilerini 45m x 90m, 50m x 100m, 60m x 120m gibi farklı şekillerde sunabilmiştir. Ancak püskürtücü sayısının en fazla sayıda olmasını gerektiren saha ölçülerinin belirlenmesinde Demir ve Melih rastlantısal bir şekilde aralarında asal olan sayı değerleri belirlemiş; Semih ise grubunda yer alan iletişimi bir üst düzeydeki öğrenci görüşlerinin etkisiyle

aralarında asal ancak çarpım sonucu (belirtilen aralıktaki) en büyük değere eşit olacak şekilde bir seçim yapılması gerektiğini düşünmüştür. Böylece Semih *“Püskürtücü sayısının en fazla olması için aralarında asal olması gerekmez mi? 90 ve 119’u seçebiliriz. O zaman çarpım en büyük olur”* şeklinde görüşünü ifade etmiştir.

Etkinlik sonunda Defne’nin günlüğündeki paylaşımı şu şekilde olmuştur: *“Derse girmeden önce önyargılarım vardı. Biraz sıkıcı geçeceğini ve sorularda zorlanacağımı düşündüm. Ama tam aksine çok eğlenceli geçti. Soruları hep beraber çözdük. Böylece birbirimize yardım etmiş olduk. Her şey çok güzeldi. Bir dahaki dersi sabırsızlıkla bekliyorum”*. Demir ise *“Kendi düşüncelerimizi paylaştığımız, beyin fırtınası yaparak soruları çözdüğümüz bir ders oldu. Çok eğlenceliydi”* şeklinde bir paylaşımda bulunmuştur.

3.2.3.2. İkinci öğretim bölümü

Melih, Semih ve Defne’nin ikinci öğretim bölümünü oluşturan Tur Otobüsleri etkinliğindeki katılımları incelendiğinde Melih’in modelleme döngüsünün her aşamasında özgün fikirler sunarak aktif katılım sergilediği görülmüştür. Benzer şekilde Semih ve Defne de etkinlik kapsamında matematiksel düşüncelerini ifade ederek sınıf içi tartışma sürecinde aktif rol almıştır.

Etkinliğin iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen ve otobüs sefer sıklıklarının belirlenerek matematiksel olarak formüle edildiği ilk sorusunda tur otobüslerinin sefer sıklıklarını doğru bir şekilde belirlediği görülen Melih’in bu süreçteki görüş ve açıklamaları sınıf içi tartışmaların yürütülmesinde önemli bir rol oynamıştır. Yani, Melih otobüslerin hareketine ilişkin olarak güzergâhların ortak noktası, kalkış zamanı, otobüs sayılarının belirlenmesi gibi konularda matematiksel olarak doğru yorumlar yapabilmiş ve düşüncelerini gerekçeli olarak açıklayabilmiştir. Benzer şekilde grubunda diğer arkadaşları tarafından dile getirilen hatalı fikirler karşısında gerekçeli açıklamalar sunarak bu öğrencilerin problem durumunu anlamlandırmasını desteklemiştir. Aşağıda Melih’in araştırmacı-öğretmen ve diğer öğrenciler ile olan iletişimini yansıtan ve matematiksel düşüncelerini gösteren bir kesit sunulmuştur.

Melih: Sefer sayılarını Ayasofya Müzesine gitme sayılarıyla bulabiliriz. Üç kere gitmişse üç sefer yapmıştır.

Araştırmacı: Burada neyi kast ettin? Bir tane otobüsün üç kez Ayasofya Müzesine gitmesini mi?

Melih: Eğer bir otobüs üç kere Ayasofya Müzesine gitmişse üç sefer yapmış oluyor.

Araştırmacı: Peki burada otobüs sayılarıyla ilgili olarak ne söylenebilir?

Rüya: Üç tane otobüs var.

Melih: Üç tane otobüs yok. Üç tane güzergâh var ve bu üç güzergâhta birden fazla otobüs var.

Araştırmacı: Neden öyle düşündüğünü açıklar mısın?

Melih: (düşünüyor). ‘... bir sonraki otobüs aynı güzergâhta hareket ediyor’ diyor.

Yani, aynı güzergâhtaki farklı bir otobüs. O zaman birden fazla otobüs var.

Araştırmacı: Bu durumda her bir güzergâhtaki otobüslerin hareketini nasıl açıklarsınız?

Rüya: Yani, otobüsler 12 dakika arayla kalkıyor.

Melih: Hayır, öyle değil. Yeşil hat otobüsü 12 dakika arayla hareket ediyor. Mavi hattaki otobüsler 24 dakika arayla hareket ediyor. Kırmızı hattaki otobüsler 36 dakika arayla hareket ediyorlar. Çünkü bir otobüs Ayasofya Müzesine ulaştığında diğer otobüs kalkıyor.

Görüldüğü gibi Melih otobüslerin sefer sıklık sürelerini matematiksel dilde doğru olarak açıklayabilmiş ve öğrenciler arasındaki iletişimi başlatıcı konumunda bulunmuştur. Diğer yandan Semih ve Defne’nin grubunda otobüslerin hareketine ilişkin olarak üç farklı görüş ortaya çıkmıştır. Bu görüşlerden ilki ‘*tur otobüslerinin güzergâhlarının farklı olması, aynı anda hareket etmeleri ve bir hatta birden fazla sayıda otobüsün bulunması*’ görüşü olmuştur ve Defne bu görüşe katıldığını belirtmiştir. Diğer iki görüş ise hatalı olup ilki Semih tarafından sunulan ‘*tur otobüslerinin güzergâhlarının aynı olması ve otobüslerin 12’şer dakika arayla hareket etmeleri*’ düşüncesi iken ikincisi Melike tarafından sunulan ‘*tur otobüslerinin güzergâhlarının farklı olması ve otobüslerin 12’şer dakika arayla hareket etmeleri*’ şeklindeki görüştür. Her üç görüş için de öğrenciler ‘Her bir otobüsün Ayasofya müzesine ulaşmasıyla birlikte bir sonraki tur otobüsü aynı güzergâhta ve turist kafilesi ile dolu bir şekilde harekete geçmektedir’ cümlesine işaret etmiştir. Bu nedenle araştırmacı-öğretmen öğrencilerin bu cümlede kastedilen matematiksel anlama ilişkin olarak birbirlerinin fikirlerini değerlendirmelerine yönelik aşağıda sunulduğu şekilde müdahalede bulunmuştur.

Semih: (cümleyi okuyor) Her bir otobüsün Ayasofya müzesine ulaşmasıyla birlikte bir sonraki tur otobüsü aynı güzergâhta ve turist kafilesi ile dolu bir şekilde harekete geçmektedir.

Araştırmacı: Bu cümleden ne anladığınızı açıklar mısınız?

Semih: Aynı güzergâhta diyor. Yani, mesela yeşil otobüs gidiyor, mavi otobüs ondan 12 dakika sonra çıkıyor mu?

Araştırmacı: Otobüslerin 12 dakika arayla kalkış yapması hakkında siz ne düşünüyorsunuz?

Dilek: O zaman aynı hatta birden fazla otobüs var demek ki. Hem senin söylediğin gibi olsa müzeye eşit sürede ulaşmaları gerekirdi.

Semih: O zaman doğru oluyor, birden fazla otobüs olmalı.

Aynı anda müzede bulunan turist kafilesi sayısının nasıl değiştiğinin yorumlanması amacıyla otobüslerin aynı anda müzede bulunma durumlarının tartışıldığı süreçte Melih, Semih ve Defne üç tur otobüsünün ilk kez aynı anda müzede bulundukları zamanı hesaplamış ancak burada herhangi iki tur otobüsünün aynı anda müzede bulunma durumlarını göz ardı etmiştir. Buna bağlı olarak araştırmacı-öğretmen “*Otobüslerin aynı anda müzede bulunma durumları başka ne şekilde olabilir?*” sorusuyla öğrencileri olası durumlar üzerinde düşünmeye yönlendirmiştir. Bu kapsamda Melih, tur otobüslerinin aynı anda müzede bulunma durumlarına yönelik düşüncesini aşağıdaki gibi bir tablo aracılığıyla grubundaki diğer öğrencilerle paylaşmıştır (Görsel 3.54). Semih ve Defne ise tur otobüslerinin karşılaşma durumlarının, sefer sıklıklarının ortak katı olan zamanlarda gerçekleştiğini sınıf içi tartışma sürecinde anlamlandırabilmiştir.

<i>Süre (dakika)</i>	12	24	36	48	60	72
<i>Otobüs</i>	<i>Yeşil</i>	<i>Yeşil, Mavi</i>	<i>Yeşil, Kırmızı</i>	<i>Yeşil, Mavi</i>	<i>Yeşil</i>	<i>Yeşil, Mavi, Kırmızı</i>

Görsel 3.54. Melih'in Soru-1'e ilişkin çözümü

Araştırmacı: İlk soruya bakalım. Aynı anda müzeyi ziyaret etmeye gelen turist kafilesi sayısı nasıl değişir?

Melih: Üç otobüs ne zaman aynı anda Ayasofya müzesine gelir diye soruyor.

Rüya: Bence de öyle.

Melih: 72. dakika.

Araştırmacı: Otobüslerin aynı anda müzede bulunma durumları başka ne şekilde olabilir?

Melih: aaa burada (tablodaki 24.dakikayı işaret ediyor) yeşil hattaki otobüsler mavi hattakilerle aynı anda gelir. Burada da (tablodaki 36.dakikayı işaret ediyor) yeşil hattaki otobüsler kırmızı hattakilerle aynı anda gelir.

(Diğer öğrenci görüşlerinin alınması)

Araştırmacı: Burada herhangi iki tur otobüsünün ya da her üçünün ilk kez aynı anda müzede bulundukları sürelerin ifade ettiği anlam nedir?

Melih: Ortak katları.

Araştırmacı: Nelerin?

Melih: Sefer sıklık sürelerinin ortak katları.

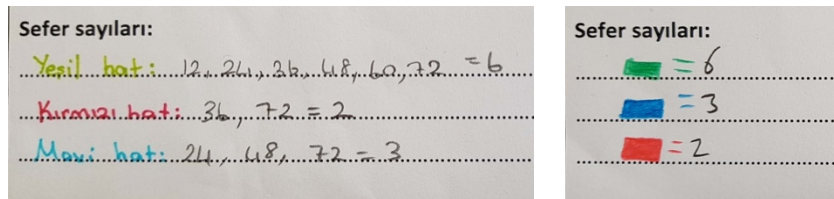
Araştırmacı: Peki, bunların ilk kez karşılaşılan süreler olması ile sefer sıklık sürelerinin ortak katları olması arasında nasıl bir ilişki var?

Rüya: 12, 24 ve 36'nın EKOK'unu bulduğumuzda 72 çıkıyor.

Melih: İlk kez karşılaşma süreleri sefer sıklıklarının EKOK'ları olmuş olur.

Görüldüğü gibi öğrenciler araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesine bağlı olarak üç tur otobüsünün ilk kez aynı anda müzede bulundukları zamanın sefer sıklık sürelerinin en küçük ortak katına eşit olduğunu açıklayabilmiş ve $[EKOK(12,24,36)=72]$ şeklinde matematiksel olarak formüle edebilmiştir.

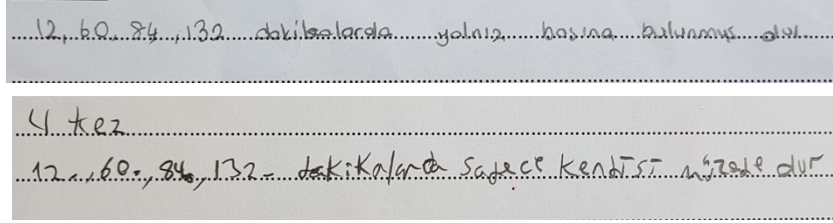
Etkinliğin ikinci ve üçüncü sorularına gelindiğinde Melih, Semih ve Defne'nin iletişimi Düzey-1 olan bu soruları doğru bir şekilde çözebildiği görülmüştür.



Görsel 3.55. Defne ve Semih'in Soru-2'ye ilişkin çözümleri

Öğrencilerin buradaki çözüm yaklaşımları incelendiğinde Melih'in Görsel 3.54'te sunulan tablodan yararlandığı; Semih ve Defne'nin ise EKOK değerini her bir güzergâha ilişkin sefer sıklık süresine bölerek sefer sayılarını hesapladıkları görülmüştür. Üçüncü soruda ise Melih, Görsel 3.54'teki tabloyu ikinci karşılaşmayı gösterecek şekilde yeniden düzenleyerek yeşil hat otobüslerinin kaçınıcı dakikalarda yalnız başına müzede bulunduğunu belirlemiştir. Semih ve Defne ise üç tur otobüsünün ilk kez karşılaştıkları zamana kadar yeşil hat otobüslerinin 12. ve 60.dakikalarda olmak üzere iki kez yalnız

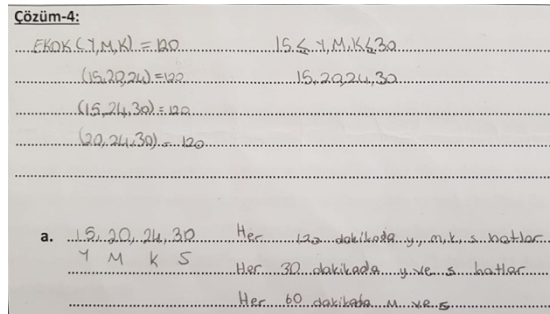
başına müzede bulunduğunu ve dolayısıyla ikinci karşılaşma gerçekleşene kadar bu durumun tekrarlanacağını düşünmüştür.



Görsel 3.56. Defne ve Semih'in ve Soru-3'e ilişkin çözümleri

Etkinliğin yorumlama/değerlendirme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-3 olan sorusuna gelindiğinde Melih ve Semih'in kolaylıkla otobüs sefer sıklıklarının EKOK değeri 120 olmak üzere, 120'nin 15 ile 30 arasındaki tam bölenleri olarak belirlenmesi gerektiğini matematiksel dilde açıklayabildiği görülmüştür. Defne ise "12, 24 ve 36'yı 15 ve 30 arasındaki sayılara uyarlayacağız" şeklinde bir açıklama sunmuştur. Dolayısıyla bu öğrencilerin çözüm yaklaşımı 120'nin 15 ile 30 arasındaki bölenlerini belirlemek şeklinde olmuştur. Burada Melih ayrıca yeşil, mavi ve kırmızı hatlardaki otobüslerin müzeye ulaşma sürelerini göz önünde bulundurarak (yeni) sefer sürelerinin belirli bir sırada sunulması gerektiğini de düşünmüştür.

Süre (dakika)	30	60	90	120
Otobüs	Yeşil, Sarı	Yeşil, Mavi, Sarı	Yeşil, Sarı	Yeşil, Mavi, Kırmızı, Sarı



Görsel 3.57. Melih ve Defne'nin Soru-4'e ilişkin çözümü

Yeni bir güzergâhın eklenmesine bağlı olarak sefer sıklıklarının yorumlanmasını gerektiren son soruya gelindiğinde öğrenciler 120'nin 15 ile 30 arasındaki tam bölenlerini (15, 20, 24 ve 30) halihazırda belirlemiş olduğundan soruyu kolaylıkla yanıtlatabilmiştir.

Burada Melih sarı hattaki sefer sıklık süresinin diğer üç hattan daha uzun olduğunu varsayarak ilk sorunun çözüm sürecinde olduğu gibi sefer sıklık sürelerinin EKOK değerlerini gösteren bir tablo aracılığıyla tur otobüslerinin aynı anda müzede bulunma durumlarını açıklamaya çalışmıştır. Semih ve Defne'nin çözüm yaklaşımı ise belirledikleri sefer sıklığı sürelerinin ortak katı olan sürelerde müzede bulunan turist kafilesi sayılarını belirlemek şeklinde olmuştur. Bununla birlikte Semih yazılı bir çözüm sunmamıştır. Melih ve Defne'nin yazılı çözümleri ise aşağıda sunulmuştur.

Etkinlik sonrasında Defne'nin uygulama hakkındaki görüşleri *“Ders yine eğlenceli geçti. Bu seferki problem geçen haftakinden daha zordu. Yani bana öyle geldi. Elimden geldiğince cevap verip çözmeye çalıştım. Arkadaşlarımla beraber güzel bir iş çıkardık bence”* şeklinde olmuştur. Demir ise *“Bugün de ilk günkü gibi eğlenceliydi. Problemi anlayabildim ve hep birlikte çözdük”* şeklinde bir paylaşımda bulunmuştur.

3.2.3.3. Üçüncü öğretim bölümü

İki farklı virüs türü için virüslü hayvan sayısı ve geçen zaman (gün) arasındaki ilişkinin matematiksel olarak formüle edildiği birinci ve ikinci sorularda Melih, Demir, Semih ve Hande problem durumunda sunulan tabloyu inceleyerek söz konusu değişkenler arasındaki ilişkiyi doğru olarak belirleyebilmiştir. Melih'in *“(H5N1 virüsü için) Virüslü hayvan sayısı her gün iki katına çıkıyor”* ve Demir'in *“(H5N1 virüsü için) Virüslü hayvan sayısı bir önceki günün iki katına çıkıyor”* şeklindeki açıklamaları incelendiğinde bu söylemlerin bağımlı değişken (virüslü hayvan sayısı) ve bağımsız değişken (gün sayısı) ile bu değişkenler arasındaki ilişkiyi yansıttığı görülmektedir. Semih ve Hande ise doğrudan tablodaki sayıların ikinin ve dördün kuvvetleri olarak değiştiğini belirlemiş ancak bu düşüncüyü *“H5N1'de ikinin, H5N8'de dördün katları”* şeklindeki bir açıklamayla söylemlerine yansıtamamıştır. Öğrencilerin *“ikinin katları şeklinde ilerliyor”, “dört kat artarak yayılıyor”* gibi hatalı sözcük kullanımları karşısında araştırmacı-öğretmen terminolojiye uygun sözcük kullanımlarıyla öğrencilere geribildirimde bulunmuştur. Değişkenler arasındaki ilişkinin matematiksel modelinin ortaya konulmasında öğrenciler araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesine bağlı olarak bir t-tablosundan yararlanmış ve anadilde açıkladıkları ilişkiyi sembolik dilde de ortaya koyabilmiştir. Yani, öğrenciler virüslü hayvan sayısının zamana bağlı değişimini gösteren üslü gösterimleri yazabilmiştir. Aşağıda örnek olarak Hande'nin bu sorudaki yazılı çözümü sunulmuştur.

① H5N2	Gün Sayısı	Virüsli Hayvan S.	V.H.S
	Y. önce	1	2 ⁰ = 1
	2	2 ¹ = 2	2 × 2 = 2 ²
	3	4 ¹ = 4	2, 2, 2 = 2 ³
	4	8 ¹ = 8	2, 2, 2, 2 = 2 ⁴
	5	16 ¹ = 16	
	6	32 ¹ = 32	
		64 ¹ = 64	

Görsel 3.58. Hande'nin Soru-2'ye ilişkin çözümü

Virüslerin yayılma hızlarının karşılaştırıldığı Düzey-2 sorusunda öğrencilerin ‘yayılma hızı’ ve ‘daha hızlı/yavaş yayılmak’ ifadeleri ile kastedilen matematiksel anlama ilişkin olarak Demir ve Melih’in matematiksel fikirleri aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Virüslerin yayılma hızı denildiğinde ne anlıyorsunuz?

Demir: Yani, virüslerin günden güne ne kadar arttığı mı?

Araştırmacı: Ali?

Ali: Katsayılar diye düşünüyorum ben.

Araştırmacı: Katsayılar derken?

Ali: Bir önceki günün 2 katı ve 4 katı demiştik ya.

Araştırmacı: Herhangi bir günlük virüslü hayvan sayısının bir gün önceki virüslü hayvan sayısının 2 katına / 4 katına eşit olmasını söylüyorsun.

Ali: Evet.

Melih: Yayılma hızı, virüslerin zamanla nasıl yayıldığı.

Semih’in yayılma hızı ifadesine ilişkin yorumu “Geçen süreyle virüs bulaşan kanatlı hayvan sayısı ilişkisi” biçiminde olmuştur. Diğer yandan hangi virüs türünün daha hızlı yayıldığına matematiksel olarak hesaplanmasında iki farklı çözüm yaklaşımı ile karşılaşmıştır. Burada Demir, herhangi ardışık iki gün arasındaki virüslü hayvan sayıları arasındaki farkları karşılaştırma yoluna giderken, Melih, Semih ve Hande ise hayvan sayılarındaki değişimi ifade eden üslü gösterimlere bağlı olarak karşılaştırma yapmış ve dördün kuvvetlerinin ikinin kuvvetlerinden büyük olduğunu açıklamıştır. Burada araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesine bağlı olarak öğrenciler H5N8 virüsünün H5N1 virüsünden kaç kat hızlı yayıldığını incelemiş, Demir “Günlere göre değişiyor, ikinin kuvvetleri şeklinde”; Melih “H5N8 virüsünün yayılma hızı ifadesinde çarpım durumunda olan fazladan 2^x ifadesi var” şeklinde ve Semih ise “Değişiyor. Birinci günde 2 kat, ikinci günde 4 kat yani, 2’nin kuvvetleri olarak değişiyor” şeklinde matematiksel kanıtlarla açıklamalarını desteklemiştir.

Araştırmacı: Hangi virüsün daha hızlı yayıldığını düşündünüz ve neden?

Melih: H5N8 tabii ki. Çünkü biri 4'ün kuvvetleri, biri 2'nin kuvvetleri. 4'ün kuvvetleri daha büyüktür.

Araştırmacı: Peki, H5N8 virüsünün H5N1 virüsünden kaç kat hızlı yayıldığını nasıl bulabiliriz?

Melih: H5N8 virüsü 2 kat daha hızlı.

Demir: Günden güne değişiyor mu?

Araştırmacı: Günden güne nasıl değiştiğini düşündün, açıklar mısın?

Demir: 2 kat, 4 kat, 8 kat, 16 kat diye artıyor. 2'nin kuvvetleri olarak.

Melih: Hayvan sayıları arasındaki fark 2'nin kuvvetleri şeklinde artıyor. Zaten H5N8 virüsünün ifadesinde çarpım durumunda olan fazladan 2^x ifadesi var.

Etkinliğin dördüncü sorusuna gelindiğinde öğrencilerin iletişimi Düzey-1 olan bu soruyu kolaylıkla çözebildiği görülmüştür. Burada öğrenciler iki farklı üslü gösterimden yararlanarak doğru hesaplamalar yapabilmıştır. Benzer şekilde beşinci soruyu da doğru yanıtlayan öğrencilerin çözüm yaklaşımları incelendiğinde Melih'in 512 sayısını asal çarpanlarına ayırma yöntemini tercih ettiği, Demir, Semih ve Hande'nin ise 512'nin ikinin dokuzuncu kuvvetine eşit olduğu mevcut bilgisinden yararlandığı görülmüştür.

İletişimi Düzey-3 olarak belirlenen ve 'yok olma hızı' ifadesinin yorumlanarak virüslü hayvan sayılarındaki değişimin matematiksel olarak formüle edilmesini gerektiren son soruda Melih ve Demir'in başlangıçtaki düşüncesi, yayılma hızının yok olma hızına eşit olduğu varsayımı altında, 'virüslerin tedavinin sekizinci gününde tamamen yok olacağı' şeklinde olmuştur.

Burada öğrenciler birinci sorunun çözüm süreci üzerinde yansıtma yaparak herhangi bir yönlendirme olmaksızın bir t-tablosu oluşturmuş ve virüslü hayvan sayılarındaki değişimi incelemiştir. Bu kapsamda Demir yayılma hızının yok olma hızına eşit olduğu varsayımı doğrultusunda hayvan sayılarındaki değişimi ifade eden üslü gösterimlerin de aynı olması gerektiğini düşünmüş ve buna bağlı olarak kurtarılan hayvan sayılarındaki değişimi ele almıştır. Öğrencinin çözüm yaklaşımı Görsel-3.59a'da sunulmaktadır. Bu hatalı yorumlayış biçimi karşısında araştırmacı-öğretmen öğrencileri tedavinin uygulanmaya başlamasıyla birlikte virüslü hayvan sayılarının nasıl değişeceğini belirlemeye yönlendirmiştir. Öğrenciler tedavinin uygulanmaya başlamasıyla birlikte virüslü hayvan sayılarındaki değişimi Görsel-3.59b'deki gibi elde edebilmiştir.

Gün sayısı	Kurtarılan hayvan sayısı	Gün sayısı	Virüslü hayvan sayısı
1.gün	4	1.gün	$65536 \times (1/4)$
2.gün	16	2.gün	$(65536 \times 1/4) \times 1/4$
3.gün	64	3.gün	$[(65536 \times 1/4) \times 1/4] \times 1/4$

(a)
(b)

Görsel 3.59. *Demir ve Melih'in Soru-6'ya ilişkin çözümü*

Benzer şekilde Semih ve Hande yok olma hızını yayılma hızı ile ilişkilendirmiş ve virüslü hayvan sayılarının 4'e bölünerek değişmesi gerektiği biçiminde akıl yürütmüştür. Ardından virüslü hayvan sayılarındaki değişimi gösteren t-tablosunu yorumlayarak bu değişimi sembolik dilde "Virüslü hayvan sayısı= 4^{-x} " biçiminde hatalı olarak ifade etmiştir. Bu nedenle araştırmacı öğretmen bu ifadeye bağlı olarak virüslü hayvan sayılarını tekrar hesaplatmış ve ilk durum ile karşılaştırma yapmalarını istemiştir. Bu yaklaşım öğrencilerin hatasını fark ederek çözümlerini yeniden düzenlemelerini sağlamış ve öğrenciler "Virüslü hayvan sayısı= 65536×4^{-x} " üslü gösterimini sembolik dilde ifade edebilmiştir.

Bu süreçte matematiksel fikirlerini yazılı/sözlü olarak ifade etmekte zorlandığını düşünen Semih'in araştırmacı-öğretmen ile olan iletişimi aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Yok olma hızının en az yayılma hızına eşit olması durumunu nasıl yorumladın?

Semih: Ne yapacağımızı biliyorum ama (yazılı) ifade edemiyorum.

Araştırmacı: Düşündüklerini anlatabilirsin.

Semih: Sözlü anlatayım. 1.günde 65536'yı 4'e böleceğiz. Yayılırken 4 ile çarpıyorduk, burada 4'e böleceğiz. Yani bir önceki günün dörtte biri olmuş olacak.

Araştırmacı: Peki, bu durumu matematiksel olarak nasıl ifade edebiliriz?

Semih: 4 üzeri -1, 4 üzeri -2 gibi mi?

(Virüslü hayvan sayılarının tekrar hesaplanması ve ilk durum ile karşılaştırma yapılması)

Semih: Bir şey eksik kaldı, 65536 çarpı 4 üzeri -1.

Etkinlik sonrasında Demir'in etkinlik kapsamındaki çalışmalarının bir yansıması niteliğindeki günlük paylaşımı aşağıda sunulmuştur.

Bugün virüslerin hayvanlara yayılma hızlarının günlere göre değişimini gözlemledik. Bu iki virüsün yayılmasındaki düzeni matematiksel olarak ifade ettik. Sonra da bu iki virüsün panzehrini çıkardık ve hayvan sayılarındaki azalmanın zamana göre değişimini inceledik. Eğlenceli bir dersti.

3.2.3.4. Dördüncü öğretim bölümü

İki farklı sulama yöntemi için su borularının toplam uzunluğunun matematiksel olarak formüle edildiği ilk sorusunda Melih, Demir, Semih, Defne ve Hande problem durumunda sunulan salma sulama ve damla sulama modellerini inceleyerek iki farklı sulama yöntemi için su borularının döşenme tekniğini açıklamıştır. Örneğin Demir sulama tekniklerini “*Salma sulamada su boruları bahçelerin etrafına döşenmiş, damla sulamada aralıklı olarak döşenmiş*” şeklinde; Defne ise “*Salma sulamada su boruları bahçelerin çevresinden geçiyor, damla sulamada belirli aralıklarla sıralanmış*” şeklinde açıklamıştır. Bu kapsamda öğrenciler iki farklı sulama yöntemi için su borularının toplam uzunluğunun hangi değişkenlere bağlı olarak ve nasıl değiştiğini açıklayabilmiştir. Toplam boru uzunluğunun sulama yöntemine göre farklılaştığını düşünen bu öğrencilerin söz konusu değişime ilişkin yazılı açıklamaları aşağıdaki gibidir.

Defne: Salma sulama yönteminde bahçelerin çevre uzunluğuna, damla sulama yönteminde boru sayısına bağlıdır.

Semih: Sulama yöntemine göre değişir. Bahçelerin alan ölçülerine ve damla sulamada ayrıca kaç metre aralıklarla döşendiğine bağlıdır.

Demir: Salma sulama yönteminde boruların uzunluğu bahçelerin bir kenar uzunluğuna bağlıdır. Damla sulama yönteminde ise bahçelerin kenar uzunluğuna ve iki boru arasındaki uzaklığa bağlıdır.

Melih: Salma sulama yönteminde boruların uzunluğu bahçelerin bir kenar uzunluğuna bağlıdır. Damla sulama yönteminde ise bahçelerin kenar uzunluğuna ve borular arası mesafeye bağlıdır.

Hande: Şekil-1’de çevre uzunluğu toplamına bağlıdır. Şekil-2’de karenin alanına, borular arasındaki mesafeye ve bağlantı borularının uzunluğuna bağlıdır.

Görüldüğü gibi öğrencilerin her biri su borularının toplam uzunluğunun her bir bahçenin kenar uzunluğu ve (damla sulama yöntemi için) su boruları arasındaki uzaklık değişkenlerine bağlı olarak değiştiğini anlamlandırabilmiştir. Aşağıda öğrencilerin

değişkenlerin belirlenmesine ilişkin matematiksel düşünme süreci detaylı olarak sunulmuştur.

Araştırmacı: Kullanılan su borularının toplam uzunluğu ne/nelere bağlı olarak değişir sizce?

Demir: İkisinde de kenar uzunluğuna bağlı olmuyor mu?

Melih: Evet.

Ali: Bahçelerin alanlarına bağlı değil mi?

Rüya: İkisinde de aynı değil mi? İkisinde de bahçelerin alanlarına bağlıdır.

Demir: Alanları aynı ama farklı şekillerde yerleştiriliyor.

Araştırmacı: İki durum için nelerin farklı olduğunu düşündün?

Demir: Salma sulamada sadece bahçelerin etrafına yerleştiriliyor. Ama damla sulamada aralıklı olarak yerleştirildiği için iki boru arasındaki uzaklığa da bağlı olmaz mı?

Melih: Bence de. Belirli aralıklarla yerleştirildiğine göre aralık mesafesine bağlıdır.

Ali: Katılıyorum. Borular arası mesafeye de bağlı olmuş oluyor.

...

Araştırmacı: Su borularının toplam uzunluğunun ne/nelere bağlı olarak değiştiğini düşündünüz?

Defne: Salma sulama yönteminde bahçelerin çevre uzunluğuna, damla sulama yönteminde boru sayısına bağlıdır dedim ben.

Araştırmacı: Bu düşünceni açıkla mısın?

Defne: Salma sulamada su boruları bahçelerin çevresinden geçtiği için çevre uzunluğuna bağlıdır. Damla sulamada kaç tane boru kullandığımıza bağlı.

Araştırmacı: Peki, burada boru sayısını neye bağlı olarak belirliyoruz?

Melike: Aralarındaki mesafeye.

Semih: Bence de haklı. Çünkü biz üçer metreyle boruları yerleştiriyoruz.

...

Hande'nin bu süreçteki katılımı için bkz. sf. 210

Bahçelerin sulanmasına ilişkin olarak bağımlı ve bağımsız değişkenleri ve aralarındaki ilişkiyi açıklayabilen öğrenciler salma sulama yöntemi için “*Su borusunun toplam uzunluğu=Her bir bahçenin çevre uzunluğu + Bağlantı borularının toplam uzunluğu*” şeklindeki modeli formüle edebilmiştir. Benzer şekilde damla sulama

yönteminde öğrenciler boru kalınlıklarının ihmal edilmesi varsayımı altında her bir bahçe için; “*Su borusunun toplam uzunluğu = (Toplam boru sayısı x Bahçenin kenar uzunluğu)+Bağlantı borularının toplam uzunluğu*” ve “*Toplam boru sayısı=(Kenar uzunluğu÷Borular arasındaki uzaklık)+1*” şeklindeki matematiksel modelleri kolaylıkla formüle edebilmiş ve matematiksel hesaplamalarını bu modellere bağlı kalarak gerçekleştirmiştir. Öğrencilerin belirtilen matematiksel modellerin inşa sürecindeki matematiksel düşünceleri ve gerekçe olarak sundukları açıklamalar aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Bu durumda boru sayıları hakkında ne söylenebilir?

Melih: (motomot okuyor) Kullandığımız boru sayısı eşittir kenar uzunluğu bölü aradaki fark artı bir.

Araştırmacı: Neden öyle düşündüğünü açıklar mısın?

Melih: Mesela bir şeyi keserken de böyledir. İki parçaya kesmek için aslında bir kere kesim yapıyoruz.

...

Araştırmacı: Damla sulama yöntemi için kullanılacak boru sayısını nasıl belirleriz?

Semih: Kenar uzunluğunu borular arasındaki mesafeye böleriz. Saydığımız zaman (gerçek model üzerinden boruları sayıyor) bir fazlası oluyor.

İki farklı sulama yöntemi için kullanılan su borularının toplam uzunluklarının hesaplanmasında Melih, Demir, Semih, Defne ve Hande salma sulama yöntemi için her bir bahçenin kenar uzunluğunu ve ardından çevre uzunluğunu hesaplamıştır. Damla sulama yöntemi için ise öğrenciler formüle ettikleri matematiksel modele bağlı olarak her bir bahçe için önce boru sayılarını ve ardından toplam uzunluğu hesaplama yoluna gitmiştir. Burada her bir bahçe içindeki bağlantı borularının toplam uzunluğunun, bir kenar uzunluğuna eşit olduğunu gözlemleyebilen öğrenciler olmuştur. Örneğin Demir bu durumu “*Burada yataydaki boruların toplam uzunluğu da bir kenara eşit oluyor*” şeklinde ifade etmiştir. Benzer şekilde Semih ise “*yataydaki boruyu da sayarsak iki fazlasına eşit oluyor*” olarak açıklamıştır. Bu doğrultuda öğrenciler çözüme yönelik olarak “*Toplam boru sayısı=(Kenar uzunluğu÷Borular arasındaki uzaklık)+2*” ve “*Su borusunun toplam uzunluğu=(Toplam boru sayısı x Bahçenin kenar uzunluğu)+Bahçeler arası bağlantı borularının toplam uzunluğu*” alternatif modellerini oluşturabilmiştir.

Etkinliğin yürütme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-1 olan üçüncü sorusuna gelindiğinde öğrenciler tam kare olmayan doğal sayıların karekök değerlerini doğru

olarak belirleyebilmiştir. Ardından halihazırda formüle edilen matematiksel modellere bağlı kalarak gerekli matematiksel hesaplamaları yapmış ve doğru sonucu elde edebilmiştir. Öğrencilerin bu soruya ilişkin yazılı çözümleri Görsel 3.60’da sunulmuştur.

Cözüm-3:

a. $16\sqrt{2} + 28\sqrt{2} + 24\sqrt{2} + 20\sqrt{2} = 88\sqrt{2} + 4$

b. $24\sqrt{2} + 17\sqrt{2} + 18\sqrt{2} + 15\sqrt{2} = 74\sqrt{2} + 4$

Cözüm-3:

a. $16\sqrt{2} + 28\sqrt{2} + 24\sqrt{2} + 20\sqrt{2} = 88\sqrt{2} + 4$

b. $24\sqrt{2} + 17\sqrt{2} + 18\sqrt{2} + 15\sqrt{2} = 74\sqrt{2} + 4$

Cözüm-3:

a. $16\sqrt{2} + 28\sqrt{2} + 24\sqrt{2} + 20\sqrt{2} = 88\sqrt{2} + 4$

b. $24\sqrt{2} + 17\sqrt{2} + 18\sqrt{2} + 15\sqrt{2} = 74\sqrt{2} + 4$

Görsel 3.60. Semih, Defne ve Demir’in Soru-3’e ilişkin çözümleri

Etkinliğin yorumlama/değerlendirme sürecine ilişkin son sorusuna gelindiğinde öğrencilerden satışa sunulan su borularının uzunlukları ile bahçelerin kenar uzunlukları arasında ilişkilendirme yapabilmesi beklenmiştir. Bu kapsamda öğrenciler her bir bahçe için farklı uzunluktaki borulardan en uygun olanına nasıl karar verileceğini aralarında fikir alışverişinde bulunarak açıklayabilmiştir. Başka bir deyişle, öğrenciler bahçelerin kenar uzunlukları ile problem durumundaki üç farklı uzunluk değerini (6m, 8m ve 10m) ilişkilendirebilmiştir. Aşağıda Demir’in çözüme ilişkin olarak kastedilen matematiksel anlamı açıkça ifade edebildiğini gösteren açıklamaları örnek olarak sunulmuştur.

Araştırmacı: Demir sen bize bu soruyu çözerken nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

Demir: Birinci şeklimizdeki bahçenin bir kenar uzunluğu $\sqrt{32}$ metre. Bizim elimizde 6m, 8m ve 10m uzunluğunda su boruları olduğu için $\sqrt{32}$ ’ye eşit olan yok. O zaman $\sqrt{32}$ ’ye en yakın olan boru uzunluğunu bulacağız. En yakın tam kare $\sqrt{36}$ olduğu için 6 metrelik boruları tercih etmeliyiz.

Araştırmacı: $\sqrt{32}$ ’ye en yakın başka bir tam kare doğal sayı var mı?

Demir: $\sqrt{32}$ ’ye en yakın diğer tam kare $\sqrt{25}$ ama o zaman seçeceğimiz boru uzunluğunu 5 metre olarak düşünmemiz gerekir ki o da kısa kalır.

Melih: Bence de 6 metreliği almamız daha mantıklı.

Etkinlik sonrasında Defne'nin günlüğündeki paylaşımı *“Bu haftaki problem çok güzeldi. Çok zevkli geçti. Benim de arkadaşlarıma önerilerim vardı. Hep birlikte soruları çözdük”* şeklinde olmuştur.

3.2.3.5. Beşinci öğretim bölümü

Kurabiyeler etkinliğinde Melih, Demir, Semih ve Defne problem metnindeki ‘kurabiye büyüklüğü’, ‘aynı kalınlık’, ‘özdeş kutu’ ifadelerini matematiksel olarak anlamlandırabilmiş ve her bir kutudaki kurabiyelerin aynı tipte olması durumunu açıklayabilmiştir. Kurabiye büyüklüklerinin hangi değişken(ler)e bağlı olarak farklılaştığının yorumlandığı ilk soruda öğrenciler ortak bir görüş altında birleşmiş ve *“Kurabiye büyüklükleri çap uzunluklarına bağlıdır”* yazılı açıklamasını sunmuştur. Başka bir deyişle, öğrenciler kurabiye büyüklüğünün ilişkili olduğu değişkeni ‘çap uzunluğu’ olarak belirleyebilmiştir. Bu değişkeni nasıl belirlediklerini açıklamaları istenildiğinde ise öğrenciler kurabiyelerin kapladıkları yere değinmeksizin *“Çap uzunluğu arttıkça kurabiyelerin büyüklüğü artar, azaldıkça kurabiye büyüklüğü azalır”* şeklinde bir gerekçe sunmuştur. Bu durum karşısında araştırmacı-öğretmen problem durumu bağlamında kurabiye büyüklüklerinin matematiksel olarak nasıl yorumlanabileceğini sorgulamayı amaçlamış ve bu amacı doğrultusunda yönlendirici sorularıyla bir tartışma ortamının oluşumunu desteklemiştir. Defne ve Semih’in grubunda da benzer şekilde gerçekleşen bu süreci yansıtmak amacıyla Demir ve Melih’in açıklamaları örnek olarak sunulmaktadır.

Araştırmacı: Kurabiye büyüklüklerini kurabiyelerin hangi özelliğiyle açıklayabiliriz?

Melih/Demir: Alan.

Araştırmacı: Neden?

Melih: Çünkü, kurabiyelerin alanları farklı olduğu için farklı büyüklükte ler.

Araştırmacı: Az önce kurabiye büyüklüklerinin çap uzunluğuna bağlı olarak değiştiğini söylemişsiniz.

Melih: Evet. Yani, çap uzunluğu büyük olan kurabiye daha fazla yer kaplar ya da tam tersi.

Araştırmacı: Peki, kurabiyelerin kapladıkları yer, matematiksel olarak ‘kurabiyelerin alanı’(vurgulu söylem) ile mi açıklanır?

Demir: Aslında burada kurabiyelerin hacimlerinden bahsedebiliriz; ama kalınlıkları aynı.

Araştırmacı: Bu durumda kurabiyelerin aynı kalınlıkta olmasını nasıl yorumluyorsunuz?

Demir: Bence kalınlıkları aynı olduğu için hacim yerine alanlarına bakabiliriz.

Araştırmacı: Nasıl yani, biraz daha detaylı açıklayabilir misin?

Demir: Yani, kurabiyelerin büyüklüklerini alanlarına göre de yorumlayabiliriz. Çünkü kalınlıkları aynı.

Melih: Bence de, Demir haklı.

Görüldüğü gibi Demir ve Melih (aynı zamanda Semih ve Defne) çözüm sürecinde gizil bir şekilde kabul ettikleri ‘kurabiye kalınlıklarının ihmal edilebileceği’ varsayımını araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle açıkça ortaya koyabilmiştir. Aynı zamanda öğrenciler, dairesel bir bölgenin alan bağıntısını sembolik olarak ifade etmiş ($A=\pi r^2$) ve kurabiyelerin yüzey alanı ile yarıçap uzunluğu arasındaki ilişkiyi formal dilde açıklayabilmiştir.

Etkinliğin yürütme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-2 olan üçüncü sorusunda ‘daha çok öğrenci doyar’ ifadesine ilişkin matematiksel yorumları incelendiğinde Melih ve Demir, öğrenci sayısının fazla olmasının, hem kurabiye büyüklüğüne hem de toplam kurabiye sayısına bağlı olduğunu düşünebilmiştir. Ayrıca Demir “Her bir öğrenciye 10 cm^2 büyüklüğünde kurabiye düştüğünü düşünelim ve kaç tane öğrenci olacağına bakalım” şeklinde bir varsayımda bulunmuştur. Bu varsayım altında Demir ve Melih her bir kutu için kurabiyelerin toplam yüzey alanını kolaylıkla hesaplayabilmiş ve elde edilen sonuçları karşılaştırarak doğru yanıtı ulaşmıştır. Görüldüğü gibi öğrenciler kurabiyelerin toplam yüzey alanı ölçülerini karşılaştırmanın ötesinde elde ettikleri sonuca matematiksel kanıt da sunmuştur.

Diğer yandan Semih’in “Her bir kutudaki kurabiyeler için toplam yüzey alanı ölçülerinin eşit olacağı” şeklinde bir varsayım altında ‘daha çok öğrenci doyar’ ifadesini ‘kurabiye sayısının daha fazla olması’ şeklinde hatalı yorumladığı gözlenmiştir. Nitekim öğrencinin “Küçük boy kurabiye kutusu seçilmelidir. Çünkü küçük boy bir kurabiye alanı daha azdır, bu sayede diğerlerinden daha fazla kurabiye sığar” şeklindeki yazılı açıklaması bu düşüncesini açıkça yansıtmaktadır. Defne ise herhangi bir dayanak göstermeksizin “Her üç kutudaki kurabiyeler eşit gibi...” açıklamasında bulunmuştur.

Defne'nin bu görüşü karşısında Semih ve diğer öğrencilerin katılımını gösteren süreç aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Defne bize neden bu şekilde düşündüğünü açıklar mısın?

Defne: Yani, kurabiye sayıları farklı ama yarıçap uzunlukları da farklı.

Semih: Küçük boy kurabiyelerden dört tane yediğinizde bir tane orta boy yemiş oluyorsunuz.

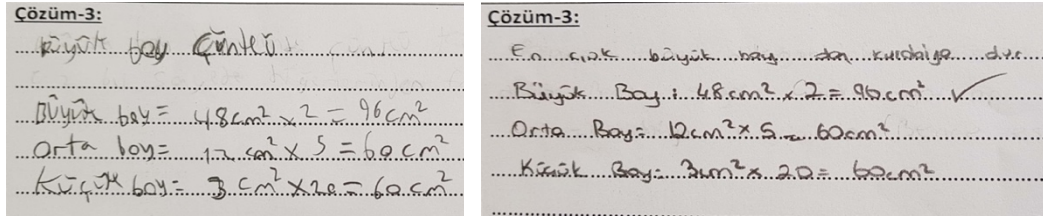
Dilek: Bence de Semih ve Defne'nin söylediği çok mantıklı. Daha çok öğrenci doyar derken direk kurabiye sayılarını sormuyor bize.

Araştırmacı: Ne soruluyor?

Defne: Kurabiyelerin yarıçap uzunlukları farklı olsa da aynı miktarda tüketmek mümkün. Yani, mesela bir tane büyük boy kurabiyeden yediğinde aslında dört tane orta boy kurabiye yemiş oluyorsun.

Elçin: Çap uzunlukları birbirinin iki katı çünkü.

Görüldüğü gibi Semih ve Defne'nin sunduğu fikir öğrencilerin çözüme yönelik olarak kurabiyelerin toplam yüzey alanı ölçülerini dikkate almasına kaynaklık etmiştir. Bunun üzerine öğrenciler her bir kutu için kurabiyelerin toplam yüzey alanını kolaylıkla hesaplayabilmiş ve elde edilen sonuçları karşılaştırarak doğru yanıtı ulaşmışlardır.



Görsel 3.61. Semih ve Defne'nin Soru-3'e ilişkin çözümü

Formüle etme ve yürütme süreçlerinin her ikisini birden kapsamakta olan dördüncü soruya gelindiğinde Demir ve Melih, 'daha hesaplı kurabiye' ifadesinin yorumlanması sürecinde de karşılıklı fikir alışverişinde bulunarak birbirlerinin görüşlerini destekleyici bir rol üstlenmiştir. Aşağıda sunulan kesit bu durumu açıkça yansıtmaktadır.

Araştırmacı: Hangi kutunun daha hesaplı olduğunu bulmak için hangi bilgiye ihtiyacınız olduğunu düşünüyorsunuz?

Demir: Bence birer adet kurabiye fiyatlarını karşılaştırarak bulabiliriz. Birinci kutudaki bir tane kurabiye 8 liraya denk geliyor.

Melih: Ama 48 cm²'lik bir tane kurabiye.

Demir: Evet.

Melih: İkinci kutuda 5 tanesi 8 lira ama 60 cm²'lik kurabiye 8 lira olmuş oluyor.

Bence alanlarını eşitleyerek bakalım.

Demir: TL'leri de eşitleyebiliriz.

Melih: O zaman üçüncü kutuda 120 cm²'lik kurabiye 8 lira oluyor.

Demir: Yani, üçüncü kutu diğerlerinden daha hesaplı olmuş oluyor.

Melih: Evet, çünkü 8 liraya diğerlerinden daha çok kurabiye almış oluyorsun.

Araştırmacı: Nasıl düşündüğünüzü açıkla mısınız?

Melih: Hangi kutunun daha hesaplı olduğunu bulmak için bir şeylerin eşit olması lazım. Biz satış fiyatlarını eşitlemeyi düşündük. Yani, eşit fiyat için kurabiye alanlarını karşılaştırdık.

Görüldüğü gibi öğrenciler, formüle etme sürecinin önemli bir bölümünü oluşturan, kurabiyelerin aynı kalınlıkta olmaları nedeniyle yüzey alanlarının karşılaştırılabileceği fikrini sunabilmiş, hangi kutunun daha hesaplı olduğuna karar verilmesini sağlayan parasal değeri temsil eden matematiksel modelle ilgili değişkenleri 'kurabiyenin yüzey alanı' ve 'satış fiyatı' olarak belirleyebilmiştir. Ardından parasal değeri ifade eden matematiksel modeli **1TL'ye karşılık gelen kurabiye miktarı** = $\frac{\text{Alan ölçüsü}}{\text{Satış fiyatı}}$ biçiminde ifade edebilmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin çözüm yaklaşımı satış fiyatı 8 TL olacak şekilde kurabiyelerin yüzey alanı ölçülerinin karşılaştırılması şeklinde olmuştur.

Demir'in dördüncü soru maddesine ilişkin yazılı çözümü Görsel 3.62'de sunulmaktadır.

Cözüm-4:

I	II	III
48 cm ² 8TL	60 cm ² 8TL	120 cm ² 8TL

Görsel 3.62. Demir'in Soru-4'e ilişkin çözümü

Defne ve Semih ise hangi kutunun daha hesaplı olduğuna karar verilmesini sağlayan parasal değeri temsil eden matematiksel modeli **cm² başına ödenen tutar** = $\frac{\text{Satış fiyatı}}{\text{Alan ölçüsü}}$ şeklinde ortaya koymuş ve alan ölçüleri 48 cm² olacak şekilde kurabiyelerin satış fiyatlarını karşılaştırmıştır.

Defne ve Semih'in dördüncü soru maddesine ilişkin yazılı çözümleri Görsel 3.63'te sunulmaktadır.

Cözüm-4:

$$\frac{4}{20} = 0.2 TL \rightarrow 3cm^2 \rightarrow 3/2 \text{ Küçük olan daha azdır...}$$

$$\frac{8}{16} = 0.5 TL \rightarrow 12cm^2 \rightarrow 6/4 \text{ Çünkü... farklı büyüklükteki kurabiyeler}$$

$$\frac{16}{40} = 0.4 TL \rightarrow 48cm^2 \rightarrow 8 TL \text{ farklı miktarlarda kullanılır. Bu}$$

aynı şekilde... kurabiyelerin... TL...
olduğu... bulabiliriz.

Cözüm-4:

Küçük panke eşit şartlarda

$$K = 3,2 TL (\text{en ucuz})$$

$$O = 6,4 TL$$

$$B = 8 TL (\text{en pahalı})$$

Görsel 3.63. Defne ve Semih'in Soru-4'e ilişkin çözümü

Yorumlama/değerlendirme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen beşinci sorunun çözüm sürecinde Melih, Demir, Semih ve Defne birer kutu kurabiye'nin satış fiyatının eşit olabilmesi için toplam yüzey alanı ölçülerinin eşit olması gerektiğini kolaylıkla ifade edebilmiştir. Örneğin Melih bu düşüncesini “Alanları eşit olunca satış fiyatları da eşit oluyor haliyle” şeklinde dile getirmiştir. Bu öğrenciler kurabiyelerin yüzey alanı ölçüleri ile satış fiyatları arasındaki ilişkiyi göz önünde bulundurarak kurabiye sayılarını “1 adet büyük boy-4 adet orta boy-16 adet küçük boy” şeklinde belirleyebilmiştir. Görüldüğü gibi öğrenciler problem metnindeki ‘en fazla sayıda kurabiye’ koşulunu sağlayan çözümü kolaylıkla sunabilmiştir. Diğer yandan, kurabiyelerin yüzey alanı ölçüleri arasındaki ilişkiye odaklanarak birer kutu kurabiye'nin satış fiyatının kaç TL olduğu bilgisine ihtiyaç olmadığını değerlendirebilmiştir.

Araştırmacı: Birer kutu kurabiye'nin satış fiyatının eşit olması nasıl mümkün olur?

Melih: Alanları eşit olunca satış fiyatları da eşit olur haliyle.

Araştırmacı: Yüzey alanları toplamı eşit olacak şekilde kurabiye sayılarını nasıl belirlersiniz?

Demir: 1 tane büyük, 4 tane orta, 16 tane küçük kurabiye. Bu şekilde toplam alanları eşit ve 48 cm² oluyor.

...

Araştırmacı: Birer kutu kurabiye'nin satış fiyatı eşit olacak şekilde kurabiye sayılarını nasıl belirleyeceğiz?

Semih: Küçükten çok büyüktan az koyacağız mantıken.

Araştırmacı: Ne kadar az ya da çok olacağını nasıl bileceğiz?

Defne: 4 kat ilişkisi olacak.

Semih: Adetleri birbirinin 4 katı olacak. Büyükten 1 tane koyarsak ortadan 4 tane koyacağız küçükten de 16 tane koyacağız.

İlişkili olduğu matematiksel süreç ve iletişim düzeyi yönüyle bir önceki soru ile benzer özellikteki son soruya gelindiğinde Demir, Melih, Semih ve Defne her bir kutuya konulabilecek maksimum kurabiye sayılarını göz önünde bulundurmuş, sonucu “2 adet küçük boy-2 adet orta boy-2 adet büyük boy” olarak belirleyebilmiş ve bu durumda orta boy bir kutu kurabiye satış fiyatının küçük boy bir kutu kurabiye satış fiyatının dört katına; büyük boy bir kutu kurabiye ise orta boy bir kutu kurabiye satış fiyatının dört katına eşit olduğunu yorumlayabilmiştir. Görüldüğü gibi öğrenciler kurabiyelerin yüzey alanı ölçüleri ile satış fiyatları arasındaki ilişki üzerinden bir genellemeye varabilmiş ve birer kutu kurabiye satış fiyatının kaç TL olduğu bilgisine ihtiyaç olmadığını değerlendirebilmiştir. Burada öğrenciler arasındaki iletişim, öğrencilerin birbirlerinin matematiksel kasıtlarını anlayabildiğini ve kastedilen anlamı açıkça ifade edebildiklerini ortaya koymuştur.

Melih: En fazla ikişer tane koyabiliriz.

Demir: Çünkü, büyük boy kurabiyelerden en fazla iki tane koyabiliyoruz.

Araştırmacı: Bu durumda satış fiyatları için ne söylenebilir?

Melih: En pahalı olan büyük kutu olur.

Demir: Diğerleri de dörtte biri kadar olur.

Araştırmacı: Dörtte biri kadar derken ne demek istedin?

Melih: Orta boy kurabiye kutusu, büyük boy kutusunun satış fiyatının dörtte birine, küçük boy kurabiye kutusu da orta boy kutunun satış fiyatının dörtte birine eşit olur demek istedi.

...

Araştırmacı: Her bir kutudaki kurabiye sayıları eşit olacak şekilde kurabiye sayılarını nasıl belirleyeceğiz?

Defne: İkişer tane değil mi?

Semih: Evet.

Araştırmacı: Peki, satış fiyatlarını nasıl belirleyeceğiz?

Semih: Yine büyüklüklerine göre.

Defne: Orta küçüğün 4 katı, büyük ortanın 4 katı olduğuna göre fiyatları da buna göre belirleyeceğiz.

Etkinlik sonrasında Defne “Bu problemi de birlikte çözdük. Aslında ben yine fikirler getirdim. Dersin sonunda alkış hak etmiştim” şeklinde; Demir ise “Kurabiyeler probleminde dairede alan formülü ile her bir kurabiyenin alanını bulduk ve farklı fiyatlara göre hangisinin daha hesaplı olduğunu belirledik. Bugün çok eğlendim” bir paylaşımda bulunmuştur.

3.2.3.6. Altıncı öğretim bölümü

Balon Turu etkinliğinde Melih, Demir, Semih ve Defne problem metninde balonun hareketine ilişkin sunulan açıklamaları matematiksel olarak yorumlayabilmiştir. Bu kapsamda Melih balonun hareketini “Balon önce yükseliyor, seyir yüksekliğinde kalıyor ve tablodaki yerlerden herhangi birine iniyor” şeklinde açıklamıştır. Benzer şekilde Demir “Şehri izleyebilecek mesafedeki yüksekliğe çıkıyor, bir süre havada kalıyor, şehri izliyorlar ve sonra alçalıyor” açıklamasını sunmuştur. Semih ve Defne’nin balonun hareketine ilişkin benzer görüşleri ise “Balon bir süre yükseliyor, seyir için çıkılan bu yükseklikte şehir seyrediliyor sonra alçalmaya başlıyor”, “Balon yükselmeye başlıyor, seyir yapacakları yükseklikte izliyorlar ve sonra alçalıyor” şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi öğrenciler balonun hareketini kalkış-seyir-iniş şeklindeki üç farklı süreç bağlamında yorumlayabilmiştir. Bununla birlikte öğrenciler problem durumunun anlamlandırılması sürecinde kalkış ve iniş süreçlerindeki hızları, kalkış ve iniş noktalarının rakım değerlerini ve rota farklılığını yorumlayabilmiştir. Yine, hız değerlerinin yorumlanmasında “Rüzgâr, yağmur gibi dış faktörlerin balonun hızını etkilemediği” varsayımını ortaya koymuşlardır. Aşağıda sunulan kesitler öğrencilerin problem durumunun anlamlandırılması sürecindeki matematiksel düşüncelerini göstermektedir.

Araştırmacı: Buradaki tabloyu nasıl yorumladınız?

Melih: Avanos’tan kalktığı bir turda seyir yüksekliğine çıkmak için en fazla mesafeyi kat etmiş olacak.

Araştırmacı: Neden öyle düşündüğünü açıklar mısın?

Melih: Her seferinde eşit yüksekliğe çıkacakları için ve Avanos’un rakımı en az olduğu için.

...

Araştırmacı: Balonun saniyede 2 metre yükselmesi ve 3 saniyede 10 metre alçalması ifadesinden ne anladınız?

Defne: Çıkarken daha yavaş inerken daha hızlı.

...

Semih: Kalkış ve iniş yerleri şunlar (tabloya işaret ediyor). Burada sırayla gitmiyor, birinden kalkıp birine iniyor. Uçhisar'dan çıkıp Ürgüp'te de inebilir.

Bir tur sürecindeki değişkenlerin belirlenerek bu değişkenler arasındaki ilişkinin yorumlandığı ilk soruda Melih, Demir, Semih ve Defne'nin ortak görüşü kalkış ve iniş noktalarının rakımları ile balonun havada kalma süresi/toplam tur süresinin değiştiği şeklinde olmuştur. Bununla birlikte öğrenciler karşılıklı fikir alışverişinde bulunarak birbirlerinin görüşlerini değerlendirmiş ve araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesine ihtiyaç duymaksızın değişkenleri doğru bir şekilde belirleyebilmiştir. Öğrencilerin karşılıklı iletişime açık ve söylemlerinin birbirinin devamı niteliğinde olduğunu yansıtan bu süreçten bir kesit aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenlerin neler olduğunu düşündünüz?

Demir: Kalkış ve iniş noktaları farklı olabilir.

Melih: Dolayısıyla toplam süre değişir. Bir de toplam kat ettiği mesafe.

Demir: Çıkarken daha yavaş, inerken daha hızlı.

Araştırmacı: Yani, bu farklılıklar balonun herhangi bir rotadaki hareket sürecindeki değişkenler mi oluyor?

Melih: Aslında hız değişmiyor, her zaman aynı.

Araştırmacı: Ne değişiyor o halde?

Demir: Balonun kat ettiği mesafe değişiyor ama eğer balonun hareketini düşünürsek o zaman yükseklik diyebiliriz.

Araştırmacı: Neden öyle düşündün?

Demir: Yani, çünkü bize balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenler nelerdir diye sormuş?

Araştırmacı: Bu ne demek yani, soruda ne sorulmuş?

Demir: Balonun bir turdaki hareketi boyunca nelerin değiştiği sorulmuş.

Melih: Evet.

Araştırmacı: O halde balonun bulunduğu yükseklik değişiyor diyorsunuz.

Melih / Demir: Evet.

Araştırmacı: Başka?

Melih / Demir: (düşünüyor)

Araştırmacı: Balonun bulunduğu yükseklik neye bağlı olarak değişiyor?

Melih /Demir: Zamana göre değişir.

...

Araştırmacı: Sizce balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenler nelerdir?

Semih: Kalkış noktaları, rotalar.

Defne: Yükseklik, havada kalma süresi.

(Ece, Dilek ve Melike'nin açıklamaları-bkz.sf.281)

Araştırmacı: Farklı görüşler sundunuz. Semih sence buradaki değişken rota mı oluyor?

Semih: Yani, balon farklı rotalarda hareket edebilir demiştik ama sanırım değişken rota olmuyor.

Araştırmacı: Neden?

Semih: Bence de yükseklik değişken oluyor.

Defne: Evet, bence de öyle. Hareket ederken yüksekliği artıp azalıyor.

Araştırmacı: Defne neden öyle düşündün? Semih'in görüşü ne yönden hatalı sence?

Defne: Yani, ben balonun hareketini düşündüm. Rota farklı olsa da hareketi belli.

Semih: Anladım evet, yükseklik değişir.

Araştırmacı: Peki Defne sen bir de havada kalma süresi demiştin?

Defne: Evet, çünkü seyir yüksekliğine çıkma süreleri farklı olur diye düşünmüştüm. Ama hareket belli olduğu için bu söylediğim yanlış oldu.

Araştırmacı: Şimdi ne düşünüyorsun?

Defne: Balon hareket ederken yüksekliğin azalıp arttığını.

Araştırmacı: Peki, balonun yüksekliğinden başka bir değişkenden söz edilebilir mi?

Defne/Semih: (düşünüyor)

Araştırmacı: Balonun hareketini düşünün. Yükseklik neye bağlı olarak değişir?

Defne/Semih: Süreye bağlı olarak değişir.

Görüldüğü gibi Demir, Melih'in; Defne ise Semih'in rotalar arasındaki farklılıklara yönelik hatalı görüşünü değerlendirerek sorunun doğru yanıtına ulaşılmasına önemli katkı sağlamıştır. Değişkenlerin belirlenmesinin ardından aralarındaki ilişkinin yorumlanması sürecinde Demir, Melih, Semih ve Defne kalkış-seyir-iniş süreçleri için ayrı ayrı olacak şekilde yüksekliğin zamana bağlı değişimini yazılı ve sözlü olarak

açıklayabilmiştir. Aşağıda Melih'in söz konusu ilişkinin doğrusallığını, Semih ve Defne'nin ise bağımlılık ilişkisini vurguladığı açıklamaları sunulmuştur.

Araştırmacı: Balonun yüksekliği ile zaman arasında nasıl bir ilişki olduğunu kim açıklamak ister?

Melih: Doğrusal bir ilişki var.

Araştırmacı: Doğrusal ilişki ne demek?

Melih: Yani, değişimin aynı olması diyeyim.

Araştırmacı: Peki, yükseklik ile zaman arasındaki doğrusal ilişki kalkış-seyir ve iniş süreçlerinin tümü için geçerli mi? Yoksa belirli bir süreci mi kast ettin?

Melih: Evet hepsinde doğrusal, ama aynı değil bunlar.

Araştırmacı: Neleri aynı değil?

Melih: Yani, ilişki doğrusal ama değişim miktarları farklı.

...

Araştırmacı: Deniz seviyesinden yüksekliği ile geçen süre şeklindeki değişkenler arasındaki ilişkiyi nasıl açıkladınız?

Defne: Deniz seviyesinden yükseklik zamana göre değişmektedir. Yükselme sürecinde yükseklik zamanla artar. Seyir sürecinde yükseklik değişmez. İniş sürecinde yükseklik zamanla azalır.

Semih: Yükselme sürecinde zamanla balonun yüksekliği artar. Seyir sürecinde zamanla balon aynı yükseklikte kalır. İniş sürecinde zamanla balonun yüksekliği azalır.

İlişkili olduğu matematiksel süreç ve iletişim düzeyi bakımından birinci soru ile benzer özellikteki ikinci soruda öğrencilere yüksekliğin zamana bağlı değişiminin matematiksel ifadesinin ne olduğu sorulmuştur. Burada Demir ve Melih doğrusal bir ilişkinin matematiksel ifadesinin nasıl olduğunu düşünürken Semih ve Defne bu ilişkinin doğrusallığına odaklanmaksızın yüksekliğin zamana bağlı değişimini yorumlamış ve ayrıca bu değişime ilişkin matematiksel modelin ortaya konulmasında gerekli/gerekli olmayan bilgileri ayırt edebilmiştir. Yani, kalkış süreci için kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliği bilgisine; seyir süreci için yükselme miktarı bilgisine; iniş süreci için ise iniş yapılan yerin deniz seviyesinden yüksekliği bilgisine ihtiyaç olduğunu değerlendirebilmiştir. Bu kapsamda kalkış süreci için öğrencilerin sunduğu matematiksel model “Balonun bulunduğu yükseklik = Kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliği + Yükselme miktarı” şeklinde olmuş ve buradaki yükselme miktarını “Yükselme miktarı

= $2x \times \text{Zaman}$ ” biçiminde formüle etmişlerdir. Benzer şekilde seyir süreci için Melih, balonun bulunduğu yüksekliğin “ $2x \times \text{Zaman} + \text{Kalkış noktasının rakımı}$ ” işleminin sonucunda çıkan sayıya eşit olduğunu açıklamıştır. Semih ve Defne ise “Balonun bulunduğu yükseklik= Seyir yapılan yükseklik” şeklinde bir model sunmuştur. Son olarak öğrencilerin iniş sürecine ilişkin sundukları matematiksel model “Balonun bulunduğu yükseklik = Seyir yüksekliği – Alçalma miktarı” ve “Alçalma miktarı = $(10/3) \times \text{Zaman}$ ” şeklinde olmuştur. Demir ve Melih’in formüle etme sürecindeki matematiksel düşünceleri ve birbirleriyle olan etkileşimleri aşağıda sunulmuştur. Defne ve Semih’in gruplarındaki tartışma süreci ise sayfa 283’te sunulmuştur.

Araştırmacı: Balonun bulunduğu yüksekliğin zamana bağlı değişimini matematiksel olarak nasıl ifade edeceğiz?

Melih: Doğrusal ilişkinin matematiksel ifadesi nasıl olur?

Demir: 1 saniyede 2 metre ise, 2 saniyede 4 metre yükselir.

Melih: y eşittir $2x$

Ali: 1 saniyede 2 metre yükseldiği için zamanın iki katı oluyor.

Demir: Ama bu sadece yükselme miktarı. y eşittir $2x$ artı kalkış noktasının rakımı.

Melih: Aynen. Sıfır metre yükseklikten kalksaydı $y=2x$ olurdu. Ama kalkmadığı için böyle.

Araştırmacı: Seyir süreci için nasıl olur?

Melih: Balonun bulunduğu yükseklik eşittir bunun sonucunda çıkan sayı ($2x + \text{Kalkış noktasının rakımı}$ ifadesine işaret ediyor).

Ali: Ne kadar yükseldiğini mi yazacağız?

Demir: y eşittir a gibi bir ifade.

Araştırmacı: Son olarak iniş süreci için de konuşalım.

Melih: Bunun sonucunda çıkan sayı ($2x + \text{Kalkış noktasının rakımı}$ ifadesine işaret ediyor) eksi alçalma miktarı

Demir: Alçalma miktarı eşittir $(10/3)x$

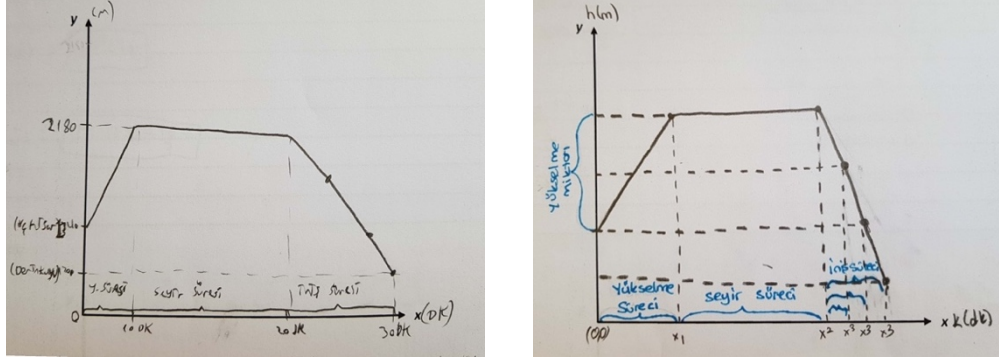
Ali: 10 saniyede 3 metre alçaldığı için zamanın $10/3$ katı oluyor.

Melih: y eşittir a eksi $(10/3)x$

Görüldüğü gibi öğrenciler değişkenler arasındaki ilişkiyi sembolik dilde yani, cebirsel birer eşitlik olarak da ifade edebilmiştir.

Etkinliğin formüle etme sürecine ilişkin üçüncü sorusunda öğrencilerden yükseklik-zaman ilişkisinin grafik temsilini ortaya koyabilmeleri beklenmiştir. Bu

süreçte Semih, Defne, Demir ve Melih kalkış ve iniş noktalarının rakımını belirten sayısal verilere ihtiyaç olmadığını belirterek temsili birer grafik çizmiştir (Görsel 3.64). Ancak öğrencilerin ortak hatası grafiği orijinden geçecek şekilde çizmeleri olmuştur.



Görsel 3.64. Semih ve Defne'nin Soru-3'e ilişkin çözümleri

Burada araştırmacı-öğretmenin müdahalesi sonucunda her iki öğrenci grubunda grafiğin başlangıç noktasına ilişkin aşağıda sunulduğu gibi bir tartışma gerçekleşmiştir.

Araştırmacı: Semih bize çizdiğin grafiği gösterip nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

Semih: Tabii. (grafiği gösteriyor). Balonun yüksekliğindeki artışı, seyir yapılırken yüksekliği sabit kalmasını ve sonra azalmasını gösteriyor.

Araştırmacı: Hep birlikte Semih'in grafiğine bakalım. Sizce Semih'in grafiğinde balonun kalkış noktası neresi?

Ece: Orijin. Ben de öyle çizdim.

Dilek: Ben de.

Araştırmacı: Balonun kalkış noktasının orijin olması ne demektir?

Ece: Kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliğinin 0 (sıfır) metre olması demektir.

Araştırmacı: Bu durumda balon tablodaki noktaların hangisinden kalkmış olur?

Semih: Hiçbirisinden. Çünkü bu noktaların deniz seviyesinden belirli yükseklikleri var.

Defne: Ben de orijinden başlatmıştım. Ama kalkış noktasının yüksekliğini düşünmemişim.

(...)

Araştırmacı: Melih senin çizdiğin grafikte balonun kalkış noktası neresi?

Melih: 0 (sıfır) metreden kalkıyor.

Araştırmacı: 0 (sıfır) metreden kalkması ne demek?

Melih: Deniz seviyesinden kalkıyor, yanlış yapmışım.

Demir: Böyle de olamaz mı?

Melih: 0 (sıfır) metre yükseklikte bir yer var mı tabloda?

Demir: Yok. Ama mesela balonun yerden yüksekliği desek olmaz mı?

Araştırmacı: Ne demek istediğini biraz daha detaylı açıklar mısın?

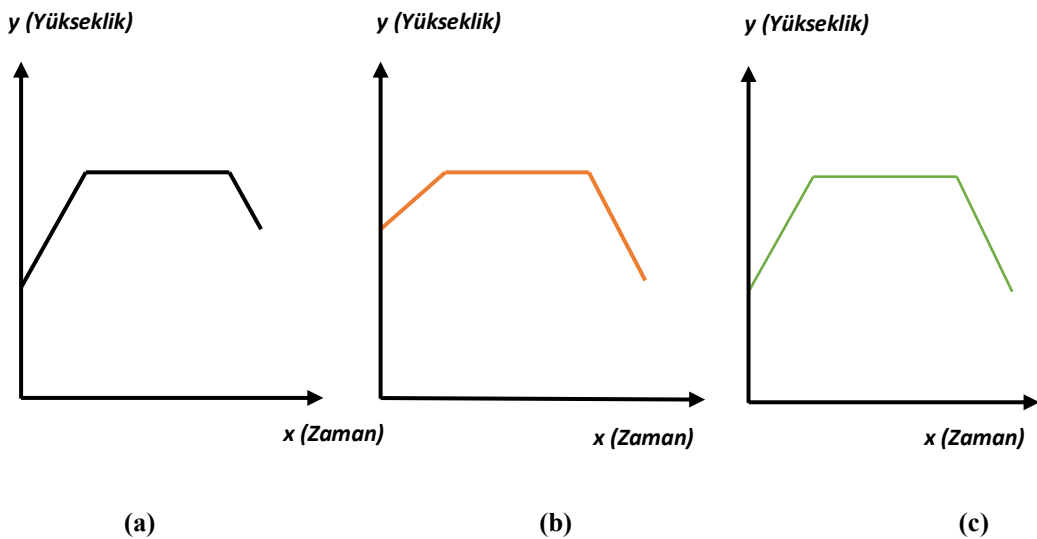
Melih: En düşük yüksekliği 0 (sıfır) metre kabul etsek demek istiyor.

Araştırmacı: Öyle mi demek istedin?

Demir: Evet.

Melih: Ama ne gerek var, zaten tabloda rakımlarını vermiş, ona göre grafiği tekrar çizebiliriz.

Görüldüğü gibi balonun hareketini gösteren temsili bir grafik çizilmesi sürecinde grafiğin orijinden geçemeyeceğini açıklayabilen öğrenciler benzer şekilde grafiğin x eksenini kesmesinin mümkün olmadığını da gerekçeli olarak açıklayabilmıştır. Burada Melih “Balonun deniz seviyesine ya da yerin altına inmesi mümkün olmadığından, grafik asla x eksenini kesemez, y değeri 0 (sıfır) metre olamaz.” şeklinde bir açıklama sunmuştur. Demir ise balonun olası kalkış ve iniş noktalarını göz önünde bulundurarak üç farklı durumun söz konusu olduğunu ifade etmiştir. Yani, kalkış ve iniş noktalarının aynı olması, kalkış noktasının rakımının iniş noktasının rakımından daha az olması ve kalkış noktasının rakımının iniş noktasının rakımından daha fazla olması şeklindeki üç farklı durum için grafiğin nasıl çizilebileceğini aşağıda sunulduğu gibi Görsel 3.65 üzerinden açıklamıştır.



Görsel 3.65. Demir'in Soru-3'e ilişkin çözümü

Demir: Rakımı en az olan Avanos, en fazla olan da Uçhisar. Mesela Avanos'tan kalkıp Uçhisar'a'e iniyor diyelim. O zaman grafik bu şekilde olur (Görsel 3.65-a). Uçhisar'dan kalkıp Avanos'a iniyor diyelim. O zaman da grafik bu şekilde olur (Görsel 3.65-b). Ya da kalktığı noktaya inerse eşit olur (Görsel 3.65-c).

Grafik temsili üzerindeki incelemeler kapsamında bu öğrenciler, grafiğin eğrilerden oluşmamasına ilişkin fikirler de sunabilmiştir. Melih ve Demir, birinci ve ikinci soruların çözüm sürecinde yükseklik ve zaman arasındaki ilişkinin doğrusallığına odaklandığından söz konusu durumu da kolaylıkla yorumlayabilmiştir. Yani, Melih ve Demir “Eğer balonun hızı sabit olmasaydı, değişseydi o zaman doğrusal olmayabilirdi. Mesela rüzgârın ya da hava sıcaklığının etkisini göz ardı etmeseydik olabilirdi” açıklamasını sunmuştur. Benzer şekilde Semih ve Defne de değişkenler arasındaki ilişkiye bağlı olarak grafiğin eğrilerden oluşmaması durumunu yorumlayabilmiş ve “Kalkış ve iniş süreçlerindeki hızı sabit kabul etmeseydik o zaman grafiğimiz eğri şeklinde olabilirdi” açıklamasını sunabilmiştir. Sonuç olarak öğrenciler formüle etme sürecindeki varsayımları üzerinden grafik temsiline yönelik yansıtma yapabilmıştır.

Etkinlik sonrasında Defne'nin günlüğündeki paylaşımı şu şekilde olmuştur “Bu dersler bana çok şey katıyor. Eğleniyorum ve yorum yaparak anlamaya çalışıyorum. Yani önce sözlü olarak belirtip sonra bunları matematiksel işlemlere döküyoruz. Bu da benim daha da gelişmemi sağlıyor. Ayrıca Türkçe yerine Matematik daha güzel.” Melih ise sürece yönelik olarak genel görüşünü “Beraber çalışmalarımızda çok eğleniyorum. Bana çok şey kattığını düşünüyorum. Bazı arkadaşlarımdan zor anladığı zamanlarda çok az sıklıkla da çalışmalar çok yararlı oldu” şeklinde ifade etmiştir.

3.2.4. Matematiksel iletişimi “2 düzeyi” ve “Ağırlıklı-2 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin bulgular

Bu bölümde matematiksel iletişimi ‘2 düzeyi’ veya ‘Ağırlıklı-2 düzeyi’ olan Ece, Melike, Dilek ve İrem’in altı haftalık öğretim sürecine katılımlarına ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

3.2.4.1. Birinci öğretim bölümü

Su Püskürtücüleri etkinliğinin ilk sorusunda Ece, Melike, Dilek ve İrem püskürtücülerin suyu püskürtme biçimi, püskürtücülerden gelen suyun dağılma biçimi ve püskürtücülerin konumu şeklindeki değişkenler arasındaki ilişkinin yorumlanmasında

futbol sahasını temsil etmesi amacıyla kullanılan dikdörtgensel bölge üzerinde aktif bir şekilde çalışmış ve bu çalışmalarını matematik dünyasına aktarabilmiştir. Yani, bu öğrenciler suyun dağılma biçimine ilişkin her bir koşul için püskürtücü, sulanan bölge, saha gibi sözcük kullanımlarıyla gerçek yaşam bağlamında yorum yapmışlar ve ardından anadildeki bu açıklamalarının matematiksel dildeki karşılığını doğru bir şekilde ifade edebilmişlerdir. Bu süreçte öğrencilerin birbirlerinin matematiksel düşüncelerini destekleyici eylemleri ile karşılaşmıştır. Yine, öğrencilerin hem araştırmacı-öğretmen ile hem de birbirleriyle karşılıklı iletişime açık olduğu görülmüş ve öğrenciler birbirlerine yanıt niteliğindeki matematiksel söylemleriyle iletişimlerinin etkililiğini ortaya koymuştur. Örneğin, aşağıda sunulan kesit Ece, Melike ve Dilek arasında püskürtücülerin saha içindeki konumuna yönelik fikir paylaşımını ve ‘püskürtücülerin sahanın kenarlarına olan uzaklığının en az yarıçap uzunluğuna eşit olması’ matematiksel ifadesine ulaşma sürecini yansıtmaktadır.

Araştırmacı: (püskürtücüleri temsilen kullandığımız) Raptiyeleri nasıl yerleştirdiğinizde saha dışına su çıkmamış oldu?

Melike: Püskürtücüleri sahanın kenarlarına doğru yerleştirdiğimizde saha dışına su çıkmış oldu.

Ece: Raptiyeler kenara yakın olduğunda dışarı su taşıyor.

Semih: Kenara yaklaştıkça suyun taşıdığı bölgeler giderek büyüyor.

Araştırmacı: O halde raptiyelerin kenarlara en fazla ne kadar yakın olması gerekir?

Dilek: Yarıçap kadar.

Ece: En az yarıçap kadar olacak.

Araştırmacı: Ece ne söylemek istediğini daha detaylı bir şekilde tekrar açıklayabilir misin?

Ece: Yani, püskürtücüleri dairenin yarıçapı kadar bir uzaklığa koyarsak, tabii daha fazlası da olabilir, böylece su dışarı taşmamış oluyor.

Su püskürtücülerinin yerleşim düzeninin matematiksel olarak formüle edilmesinde gerçekleşmesi beklenen matematikleştirmeleri başarılı bir şekilde ortaya koyabilen öğrenciler farklı yerleşim düzeni denemelerinde bulunmuştur. Bu süreçte dikdörtgensel bölge üzerinde oluşan boşluklara odaklanarak sulanmayan bölgelerin en az olduğu yerleşim düzenini belirlemeye çalışan öğrenciler gruplarında sunulan farklı yerleşim

düzeni önerilerine ilişkin görüşlerin paylaşıldığı bir değerlendirme süreci sonucunda nihai yerleşim düzenini belirleyerek gerçek bir model ortaya koyabilmiştir.

Ece: Bence çapraz yerleştirebiliriz.

Dilek: Ama çok boşluk kalmıyor mu? Şöyle yapsak (dairesel bölgeleri yan yana ve alt alta gelecek şekilde yerleştiriyor).

Semih: Çiçek gibi koysak?

Melike: O zaman buralarda (kenarları işaret ediyor) çok boşluk kalıyor.

Defne: Köşelere gelecek şekilde koysak?

Ece: Benim az önce söylediğim şey, onun için böyle dikey olarak koyabiliriz.

Dilek: O zaman tüm çevreyi yerleştirdikten sonra çapraz yapmalıyız.

Melike: Böyle de dikey koymakla aynı oluyor.

Ece: Bence en mantıklısı böyle.

Su Püskürtücüleri etkinliğinin iletişimi Düzey-2 olan ikinci sorusuna gelindiğinde araştırmacı-öğretmen dairesel bölgelerin çap uzunluğu ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi yorumlatmayı amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda Ece, Dilek, Melike ve İrem'in gruplarındaki diğer öğrencilerle birlikte çap uzunluklarının başka bir deyişle, ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığın kenar uzunluk değerlerinin ortak bölenleri olması gerektiğini açıklayabildikleri görülmüştür. Bu kapsamda 72 ve 96 sayılarının ortak bölenlerini 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ve 24 şeklinde belirleyen öğrenciler, bu değerler için kullanılması gereken püskürtücü sayılarını değerlendirerek ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığı ortak bölenlerin en büyüğü olan 24 metre olarak belirlemiştir.

Araştırmacı: Buradaki dairesel bölgelerin çap uzunluğu ile dikdörtgensel bölgenin kısa kenarı arasında nasıl bir ilişki var sizce?

Ece: Dairesel bölgelerin çaplarının toplamı kısa kenarın uzunluğuna eşit olur.

(diğer öğrenci görüşlerinin alınması)

Araştırmacı: Peki, aynı durumu uzun kenar için nasıl yorumlayabiliriz?

Melike: Burada da aynı şekilde. Dairesel bölgelerin çaplarının toplamı uzun kenarın uzunluğuna eşit olur.

Araştırmacı: Bu durumda dairesel bölgelerin çap uzunlukları hakkında ne söylenebilir?

Dilek: 72'nin bölenleri olabilir.

(72'nin bölenlerinin hesaplanması)

Araştırmacı: Çap uzunlukları toplamının uzun kenarın uzunluğuna eşit olduğunu söylemişsiniz. Buna göre dairesel bölgelerin çap uzunlukları hakkında ne söylenebilir?

Ece: 96'nın bölenleri olabilir. O zaman ortak olanları alacağız çünkü özdeş olması lazım.

(diğer öğrenci görüşlerinin alınması ve ortak bölenlerin belirlenmesi)

Araştırmacı: 72 ve 96'nın ortak bölenlerini bulmuş olduk. Yani, buradaki dairesel bölgelerin çap uzunluğu bu değerlere eşit olabilir. Sizce çap uzunluğu püskürtücü sayısı en az olacak şekilde nasıl belirlenebilir?

Ece: En büyük ortak bölen diyeceğiz.

Püskürtücü sayısı ile ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklık ilişkisini yorumlayarak matematiksel olarak formüle edebilen Ece, Melike, Dilek ve İrem üçüncü ve dördüncü sorularda benzer çözüm yaklaşımlarıyla püskürtücü sayılarını kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Bununla birlikte öğrenciler kullanılan püskürtücü sayısının saha ölçülerine bağlı olarak nasıl değiştiğini yorumlayabilmiştir (bkz. sf. 194).

Etkinliğin son sorusuna gelindiğinde ise en az sayıda püskürtücü kullanımını gerektirecek saha ölçüsüne yönelik olarak Ece, Dilek, Melike ve İrem'in 45m x 90m, 50m x 110m, 60m x 120m gibi öneriler sundukları görülmüştür. Her bir durum için kullanılması gerekli püskürtücü sayısı sorgulandığında ise bu öğrenciler toplam iki adet püskürtücü kullanılması gerektiğini açıklayabilmiştir. En fazla sayıda püskürtücü kullanımını gerektirecek saha ölçülerinin tartışılmasında ise öğrenciler aralarında asal olacak şekilde seçim yapılabileceğini açıklayabilmiştir. Ancak burada Dilek aralarında asal olan farklı sayı değerlerinden en büyük olanının seçilmesi gerektiği fikrini sunmuş ve gerekçe olarak aksi durumda sayıların çarpımının daha küçük olacağını ve bunun da daha az sayıda püskürtücü kullanmak demek olduğunu açıklamıştır.

Etkinlik sonrasında öğrencilerin günlük paylaşımları şu şekilde olmuştur;

Bugünün dersine girdiğimde önyargılarımın tamamen kırıldığını hissettim. Etkinlikten gerçekten çok zevk aldım. Birlikte oluşturduğumuz fikir ortamı gerçekten takdire şayandı. Herkesin fikrini açıkça söyleyebilmesi çok güzeldi. (Ece)
Okulda yaptıklarımızın aksine daha çok düşünmeye, yorumlamaya dayalı sorular çözdük. Herkes fikrini dile getirdi. Yorumları birleştirerek doğru sonuca ulaştık. (Melike)

Bugünkü problemi çözebilmek için iyi anlamamız gerekiyordu. Herkes fikirlerini söyleyince anlamak daha kolay oluyor. Ekip çalışması yapmak oldukça zevkli. İpin ucunu bir kere yakaladık mı gerisi geliyor. (İrem)

3.2.4.2. İkinci öğretim bölümü

Ece, Melike ve Dilek'in ikinci öğretim bölümünü oluşturan Tur Otobüsleri etkinliğindeki katılımları incelendiğinde her birinin problem durumunun anlamlandırılması, matematiksel çözüm bulma ve sonuçların açıklanması süreçlerinde özgün matematiksel fikirleriyle öğrenme ortamını zenginleştirdiği görülmüştür. Bu öğrencilerin görüşleri ve açıklamaları diğer öğrenciler için yol gösterici ve destekleyici işlev görmüştür.

Etkinliğin otobüs sefer sıklıklarının belirlenerek matematiksel olarak formüle edildiği ilk sorusunda öğrencilerin farklı görüşler sunduğu görülmüştür. Melike '*tur otobüslerinin güzergâhlarının farklı olması ve otobüslerin 12'şer dakika arayla hareket etmeleri*'; Ece ve Dilek ise '*tur otobüslerinin güzergâhlarının farklı olması, aynı anda hareket etmeleri ve bir hatta birden fazla sayıda otobüsün bulunması*' yönünde bir görüş belirtmiştir. Söz konusu farklı fikirler doğrultusunda öğrenciler için bir tartışma ortamı oluşmuştur. Nitekim araştırmacı-öğretmen öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini değerlendirmelerini ve gerekçeli olarak açıklamalarını istemiştir. Burada Dilek ve Ece detaylı açıklamalar sunabilmiş, Melike ise görüşünü savunamamış ve düşüncesinin hatalı olduğunu belirtmiştir. Aşağıda öğrencilerin otobüslerin hareketine ilişkin tartışma yürüterek görüşlerini paylaştığı süreç sunulmaktadır.

Araştırmacı: Problem durumuna bakarak otobüslerin hareketini nasıl yorumluyorsunuz?

Melike: Mesela bir tane yeşil otobüs kendi güzergahında 12 dakikada Ayasofya'ya gitti. Bu vardıktan sonra diğer mavi otobüs harekete geçti.

Ece: Hayır, hepsi aynı anda kalkıyor.

(Semih'in problem metnindeki ilgili cümleyi okuması)

Araştırmacı: Bu cümleden ne anladığınızı açıklar mısınız?

Semih: Aynı güzergâhta diyor ama. Yeşil otobüs gidiyor, mavi otobüs ondan 12 dakika sonra çıkmıyor mu?

Araştırmacı: Otobüslerin 12 dakika arayla kalkış yapması hakkında siz ne düşünüyorsunuz?

Dilek: Demek ki aynı hatta birden fazla otobüs var. Hem senin söylediğin gibi olsa müzeye eşit sürede ulaşmaları gerekirdi.

Semih: O zaman doğru oluyor, birden fazla otobüs olmalı.

Ece: Evet, bence de öyle. Yeşil otobüs 12 dakikada Ayasofya'ya ulaşıyor, ardından bir tane yeşil daha çıkıyor demek istiyor.

Dilek: Aynen. Yeşil vardı, arkadan bir tane daha yeşil çıktı. O ulaştığında aynı zamanda bir de mavi çıktı.

Ece: Şunu mu söylemeye çalışıyorsun; mesela bir tane mavi otobüs varana kadar iki tane yeşil otobüs varmış oldu.

Dilek: Aynen öyle.

Melike: Ben bu şekilde yorumlamamıştım, yanlış düşünmüştüm.

Ece: Yeşil otobüsler 12 dakikada bir hareket etmiş oluyor.

Melike/Semih/Defne: Mavi otobüsler 24 dakikada bir, kırmızı otobüsler 36 dakikada bir.

Aynı anda müzede bulunan turist kafilesi sayısının nasıl değiştiğinin tartışıldığı süreçte öğrenciler tur otobüslerinin karşılaşma durumlarını en az iki tur otobüsünün karşılaşması olarak değerlendirmiştir. Dolayısıyla öğrenciler sefer sıklıklarının ortak katı olan zamanlarda birden fazla sayıda turist kafilesinin müzede bulunduğunu yorumlayabilmiştir. Benzer şekilde öğrenciler üç tur otobüsünün ilk kez aynı anda müzede bulundukları zamanın en küçük ortak kata eşit olduğunu kolaylıkla açıklayabilmiş ve bu açıklamalarını matematiksel olarak ifade etmeleri istenildiğinde $[EKOK(12,24,36)=72]$ şeklinde formüle edebilmiştir. Aşağıda öğrencilerin müzede karşılaşma durumları ile sefer sıklık sürelerinin ilişkilendirilerek EKOK fikrine ulaşılmasına ilişkin görüşlerini paylaştığı süreç sunulmaktadır.

Araştırmacı: Burada 72.dakika neyi ifade ediyor?

Ece: Hepsinin ortak katı. Ortak katlar 24, 36, 48 ve 72 oluyor.

Araştırmacı: Ece neden ortak katları belirledin?

Ece: Çünkü 24.dakikada yeşil ve mavi otobüs, 36.dakikada yeşil ve kırmızı otobüs müzede buluşmuş olur.

Melike: Sürelerine göre hesapladık. Üçünün ilk kez karşılaştıkları zaman 72.dakika.

Araştırmacı: Bu durumda ilk kez karşılaşılan sürelerle sefer sıklık sürelerini nasıl ilişkilendirdiniz?

Semih: EKOK.

Melike: 12, 24, 36'nın EKOK'u 72.

Semih: 12 ve 24'ün EKOK'u 24, 12 ve 36'nın EKOK'u 36.

Ece: İlk karşılaşılan zamanlar sefer sıklıklarının EKOK'u olmuş oluyor.

Ece, Melike ve Dilek otobüslerin sefer sıklıklarını belirlemelerinin hemen ardından her bir güzergâh için sefer sayılarını (EKOK değerini her bir güzergâha ilişkin sefer sıklık süresine bölerek) hesaplamış ve yeşil, mavi, kırmızı hatlar için bir karşılaştırma yapma yoluna gitmiştir. Dolayısıyla etkinliğin iletişimi Düzey-1 olan ikinci sorusunun yanıtını bu süreçte elde etmişlerdir. Benzer şekilde üçüncü sorunun çözüm sürecinde yeşil hat otobüslerinin 12-60-84 ve 132. dakikalarda olmak üzere dört kez yalnız başına müzede bulunduğunu belirlemişlerdir.

Etkinliğin yorumlama/değerlendirme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-3 olan sorusuna gelindiğinde iki farklı görüş ile karşılaşılmıştır. İlki Ece'nin '*otobüs sefer sıklığı sürelerinin Ekok'ları 120 olacak şekilde 15 ile 30 arasında alabileceği en büyük değerlerin*' belirlenmesi gerektiği şeklindeki görüşüdür. İkincisi ise Melike ve Dilek'in '*otobüs sefer sıklığı sürelerinin Ekok'ları 120 olacak şekilde 15 ile 30 arasında alabileceği farklı değerlerin*' belirlenmesi gerektiği şeklindeki görüştür. Burada Ece problem durumundaki 'yoğunluk yaşanması' ifadesini müzeyi ziyaret etmeye gelen turist kafilesi sayısının azaltılması gerektiği şeklinde hatalı yorumlamıştır. Bu kapsamda otobüs sefer sıklığı süreleri ile sefer sayılarını karşılaştırarak aralarında ters orantı olduğunu düşünmüş ve 120'nin 15 ile 30 arasındaki tam bölenlerinden en büyük olanlarının seçilmesi gerektiğini belirtmiştir. Araştırmacı-öğretmen Ece'nin bu görüşünü sınıf içi tartışma için bir çıkış noktası olarak değerlendirmiş ve diğer öğrencilerin bu görüş üzerinde düşünmelerini istemiştir. Bu süreçte Melike ve Dilek, Ece'nin ilişkilendirmesinin doğru olduğunu ancak problemde istenilenin belirtilen koşulu sağlayan olası sefer sürelerini belirlemek olduğunu ifade etmiştir. Ece'nin bu duruma yönelik "*Tek başıma olsam, fikir alışverişinde bulunmasak bu soruyu çözebileceğimi düşünmüyorum açıkçası*" ifadesi yaşadığı güçlüğü ve grup olarak çalışmanın önemini ortaya koymuştur. Benzer şekilde Melike de farklı matematiksel düşüncelerin tartışıldığı ortamların önemini "*Ben de ilk okuduğumda ne yapmam gerektiğini anlamadım ama yorumladıkça, arkadaşlarımla yorumları sayesinde o kadar zorlanmıyorum*" şeklinde dile getirmiştir.

Yeni bir güzergâhın eklenmesine bağlı olarak sefer sıklıklarının yorumlanmasını gerektiren son soruya gelindiğinde öğrenciler 120'nin 15 ile 30 arasındaki tam bölenlerini halihazırda belirlemiş olduğundan soruyu kolaylıkla yanıtlayabilmiş ve dört farklı tur otobüslerinin aynı anda müzede bulunma durumlarını açıklayabilmiştir. Sonuç olarak bu düzeydeki öğrencilerin etkinlik kapsamında sergiledikleri bilişsel ve iletişimsel eylemler sınıf içi tartışmaların doğal bir akış içerisinde gelişmesini sağlamış ve araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesine duyulan ihtiyacı azaltmıştır.

Etkinlik sonrası öğrencilerin günlük paylaşımları şu şekilde olmuştur.

Bu ders de diğeri gibi eğlenceli geçti. Aslında çözdüğümüz problemlerin gerçek hayatla olan bağlantısını bugün daha da iyi kavradım. Böylece matematiği aslında hayatımızın bir çok bölümünde kullanabileceğimizi de anladım. (Ece)

Bu derse daha çok adapte oldum. Buradaki sorularda ne yapmanız, hangi matematiksel işlemi uygulamanız gerektiğini anında anlayamıyorsunuz. Bu etkinlik de böyleydi. EKOK problemiymiş halbuki. (Melike)

Ders çok eğlenceli geçti. Soru karmaşıktı, her yönden düşünmemiz gerekiyordu. Bu sorular alışılmışın dışında, bana çok ilginç geliyor. (Dilek)

3.2.4.3. Üçüncü öğretim bölümü

Ece, Melike, Dilek ve İrem'in üçüncü öğretim bölümünü oluşturan Hastalık Virüsleri etkinliğindeki katılımları incelendiğinde her birinin problem durumunun anlamlandırılması, matematiksel çözüm bulma ve sonuçların açıklanması süreçlerinde özgün matematiksel fikirleriyle öğrenme ortamını zenginleştirdiği görülmüştür. Bu öğrencilerin görüşleri ve açıklamaları diğer öğrenciler için yol gösterici ve destekleyici işlev görmüştür.

Problem durumundan ne anladıklarını açıklamaları istenildiğinde Ece, Dilek, Melike ve İrem'in virüslerin yayılma hızları üzerinden yorum yaptıkları ve H5N8 virüsünün daha çabuk yayılan bir virüs olduğunu açıkladıkları görülmüştür. Bu öğrenciler virüslü hayvan sayısı ile geçen zaman (gün) arasındaki ilişkiyi bağımlı ve bağımsız değişkenleri içerecek ve aralarındaki ilişkiyi yansıtacak şekilde açıklayabilmiştir. Örneğin Ece virüslü hayvan sayılarındaki değişimi "*H5N1'de her gün iki katına çıkmıştır. H5N8'de her gün dört katına çıkmıştır*"; Dilek ise "*H5N1 virüsü iki ve üsleri şeklinde artmaktadır. H5N8 virüsü ise dört ve üsleri şeklinde artmaktadır*" şeklinde yazılı dilde ifade edebilmiştir. Melike ve İrem ise "*H5N8 virüsü için hayvan sayıları hep H5N1*

virüslü hayvan sayılarının karesine eşit olmuş” şeklinde tablodaki sayılara ilişkin bir örüntü ortaya koymuş ancak değişkenler arasındaki ilişkiyi sözel olarak açıklamakta zorlanmıştır. Nitekim Melike “Derslerde bu tarz şeyler yapmadığımızdan sözlü olarak ifade etmekte zorlanıyoruz, burada yorum yapma yeteneğimiz gelişiyor” şeklindeki söylemleriyle bu tür eylemlerin alışageldiklerinden farklılığına dikkat çekmiştir. Diğer yandan öğrenciler söz konusu ilişkiyi sembolik dilde kolaylıkla ifade edebilmiştir. Bu süreçte öğrenciler virüs türleri için yayılma öncesi durumu inceleyerek “2⁰” ve “4⁰” üslü gösterimlerini matematiksel olarak yorumlayabilmiştir. Yine öğrenciler virüslü hayvan sayısı ile geçen zaman arasındaki ilişkinin matematiksel ifadesini yayılma hızı olarak yorumlayabilmiştir. Örnek olarak Melike’nin çözümü aşağıda sunulmuştur.

Cözüm-2:

Gün	S	V.H.S	V.H.S
0	1	2 ⁰	2 ⁰
1	2	2 ¹	2 ¹
2	4	2 ²	2 ²
3	8	2 ³	2 ³
4	16	2 ⁴	2 ⁴

V.H.S = 2 gün sayısı
= 2ⁿ

Gün	S	V.H.S	V.H.S
0	1	4 ⁰	4 ⁰
1	4	4 ¹	4 ¹
2	16	4 ²	4 ²
3	64	4 ³	4 ³
4	256	4 ⁴	4 ⁴

V.H.S = 4 gün sayısı
= 4ⁿ

Görsel 3.66. Melike’nin Soru-2’ye ilişkin çözümü

Virüslerin yayılma hızlarının karşılaştırıldığı soruya gelindiğinde öğrenciler ilk olarak elde ettikleri üslü gösterimleri karşılaştırmıştır. Yani, dördün kuvvetlerinin ikinin kuvvetlerinden büyük olması nedeniyle H5N8 virüsünün H5N1 virüsünden daha hızlı yayıldığını açıklamıştır. Bunun üzerine araştırmacı-öğretmen öğrencilerden H5N8 virüsünün H5N1 virüsünden kaç kat hızlı yayıldığını incelemelerini istemiştir. Öğrenciler iki farklı virüs türü için herhangi bir gündeki virüslü hayvan sayılarını ilişkilendirmiş ve H5N8 virüsü bulaşan hayvan sayısının H5N1 virüsü bulaşan hayvan sayısının karesine eşit olması gerekçesiyle “2 kat daha hızlı olduğu” biçiminde hatalı bir yorum yapmıştır. Ancak tablodaki sayısal değerlere bakarak bu görüşün hatalı olduğunu düşünmüş ve ardından doğru sonuca ulaşmışlardır. Burada öğrenciler yayılma hızlarını karşılaştırarak (n gün sayısını temsil etmek üzere) $4^n \div 2^n$ işlemi sonucunda H5N8 virüsünün 2ⁿ kat daha hızlı yayıldığını açıklayabilmiştir. Bununla birlikte Ece ikinci bir yaklaşım olarak virüslü hayvan sayılarını karşılaştırarak ($4:2=2^1$; $16:4=2^2$; $64:8=2^3$; $256:16=2^4$) H5N8 virüsünün kaç kat hızlı yayıldığının günlere göre değişkenlik gösterdiğini açıklamış ve (n gün sayısını temsil etmek üzere) 2ⁿ matematiksel ifadesine ulaşmıştır.

Çözüm-3:

HSN8 > H5N1

HSN8'in yayılma hızı 4^n iken H5N1'in yayılma hızı 2^n 'dir.

4^n 'in ikeninden elde edilen sonuç 2^n 'in ikeninden elde edilen sonuçtan büyüktür.

$$\frac{4^n}{2^n} = \frac{2^{2n}}{2^n} = 2^n$$

$\left(\frac{4}{2}\right)^n = 2^n$ $n = \text{Gün sayısı}$

Görsel 3.67. Ece'nin Soru-3'e ilişkin çözümü

Etkinliğin dördüncü sorusuna gelindiğinde öğrencilerin iletişimi Düzey-1 olan bu soruyu kolaylıkla çözebildiği görülmüştür. Burada öğrenciler iki farklı üslü gösterimden yararlanarak doğru hesaplamalar yapabilmıştır. Benzer şekilde beşinci soruyu da doğru yanıtlayan öğrencilerin çözüm yaklaşımları incelendiğinde Melike, Dilek ve İrem'in 512'nin ikinin dokuzuncu kuvvetine eşit olduğu mevcut bilgisinden yararlandığı; Ece'nin ise ikinin farklı kuvvetleri arasında ilişkilendirme yaptığı ($2^{10}=1024$ ise $512=2^9$) görülmüştür.

Çözüm-4:

HSN1 $\Rightarrow 2^8 = 256$

HSN8 $\Rightarrow 4^8 = 65536$

Çözüm-5:

$2^9 = 512$

$2 = 9$ gün

Görsel 3.68. Melike'nin Soru-4 ve Soru-5'e ilişkin çözümü

İletişimi Düzey-3 olarak belirlenen ve 'yok olma hızı' ifadesinin yorumlanarak virüslü hayvan sayılarında zamana bağlı olarak gerçekleşen azalmanın matematiksel olarak ifade edilmesini gerektiren son soruda öğrenciler 'Virüslerin tedavinin sekizinci gününde veya daha erken bir sürede tamamen yok olabileceğini' açıklayabilmiştir. Görüldüğü gibi öğrenciler yok olma hızının 'en az' yayılma hızına eşit olması durumunu matematiksel olarak yorumlayabilmiştir. Burada öğrenciler herhangi bir yönlendirme olmaksızın bir t-tablosu oluşturmuş ve hayvan sayılarındaki değişimi incelemiştir. Bu kapsamda virüslü hayvan sayılarındaki değişimi anadilde açıklayabilen öğrenciler sembolik dilde de ifade edebilmiş ve virüslü hayvan sayılarındaki azalışı temsil eden üslü gösterime ulaşabilmiştir. Diğer yandan Ece, Melike ve Dilek problem durumu üzerinde yorumlarını genişleterek aynı ilacın H5N1 virüslü hayvanlara uygulanması durumunu

inceleyerek böyle bir durumda ilacın H5N8 virüsü üzerindeki etkisinin daha fazla olacağını belirtmiştir.

Cözüm-6:

G.S.	V.H.S
1. 65336	65336
2. $\frac{65336}{4} = 16334$	$65336 \cdot 4^{-1}$
3. $\frac{65336}{16} = 4083.5$	$65336 \cdot 4^{-2}$
4. $\frac{65336}{64} = 1020.875$	$65336 \cdot 4^{-3}$

Görsel 3.69. Dilek'in Soru-6'ya ilişkin çözümü

Etkinlik sonrası öğrencilerin günlüklerindeki paylaşımlar aşağıda sunulmaktadır.

Bugün dersten mutlu ayrıldım. Elimden geldiğince derse katıldım. Çok keyifli bir dersti bence. (Ece)

Ne kadar çok fikir o kadar iyi bence. Bildiğimiz matematiksel işlemleri yorum sorularına yansıtmak çok eğlenceli. (Melike)

Soruları çözerken birçok farklı etkeni değerlendirmemiz ve onları birbirleri ile karşılaştırmamız gerekiyor. Bunun da beni matematik alanında geliştirdiğini düşünüyorum. (Dilek)

Yine oldukça fazla fikir alışverişi oldu aramızda. Bunu seviyorum. Yani, başkalarına karşı fikirlerimi belirtmeyi ve aynı şekilde onların fikirlerini de dinlemeyi. (İrem)

3.2.4.4. Dördüncü öğretim bölümü

İki farklı sulama yöntemi için su borularının toplam uzunluğunun matematiksel olarak formüle edildiği ilk sorusunda Melike, Dilek, Ece ve İrem problem durumunda sunulan bahçe modellerini (gerçek model) inceleyerek su borularının toplam uzunluğunun hangi değişkenlere bağlı olarak ve nasıl değiştiğini açıklayabilmiştir. Yani, bu öğrenciler herhangi bir matematiksel hesaplama yapmaya ihtiyaç duymaksızın doğrudan bahçe modelleri üzerinde yorum yapmıştır. Örneğin, Melike ilgili değişkenleri “*boru sayısı ve bahçelerin alan ölçüsü*” şeklinde, Ece ise “*bahçelerin kenar uzunlukları*” şeklinde belirlemiştir. Bu kapsamda öğrenciler belirledikleri değişkenler üzerinde karşılıklı fikir alışverişinde bulunmuş, düşüncelerini açıklayıcı bir şekilde dile getirmiş ve ortak olarak nihai bir karara varmıştır. Aşağıda öğrencilerin ilgili değişkenleri ve aralarındaki ilişkiyi belirleme sürecindeki matematiksel açıklamaları sunulmuştur.

Araştırmacı: Dilek yazdıklarını okur musun?

Dilek: Salma sulama yönteminde bahçelerin kenar uzunluklarına bağlı olarak damla sulama yöntemindeyse bahçelerin kenar uzunluklarına ve boruların arasındaki uzaklığa bağlı olarak değişir.

Araştırmacı: Neyi düşünerek böyle yazdın?

Dilek: Yani, salma sulama yönteminde çevresine borular döşeniyormuş bu yüzden bahçelerin kenar uzunluklarına bağlı olarak değişmesi gerekiyor. Damla sulama yönteminde de belirli aralıklar halinde dizildiği için boruların aralarındaki uzaklığa bağlı olarak değişir.

Araştırmacı: Burada boruların aralarındaki uzaklık neyi etkiliyor?

Dilek: Kullandığımız boru sayısını.

Melike: Ben de boru sayısına bağlı olarak değiştiğini düşünmüştüm.

Araştırmacı: Melike sen de ne düşündüğünü açıklar mısın?

Melike: Damla sulamada su borularının sayısı önemli. Bu ise boruların kaçar metre aralıklarla döşendiğine göre değişir.

Araştırmacı: Peki, kullanılan boru sayısı toplam uzunluğu nasıl etkiliyor?

Melike: Mesafe arttıkça boru sayısı azalırken, mesafe azaldıkça boru sayısı artacak şekilde etkiliyor.

Bahçe modelleri üzerinde aktif bir şekilde çalışarak söz konusu değişkenleri ve aralarındaki ilişkiyi matematiksel dilde açıklayabilen bu öğrenciler matematiksel modellerin formüle edilmesinde de benzer bir performans sergilemiştir. Bu süreçte öğrencilerin araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesine ihtiyaç duymaksızın (damla sulama yöntemi için) boru kalınlıklarının ihmal edilmesi varsayımı altında boru sayıları ile borular arasındaki uzaklık ilişkisini doğru olarak ortaya koyabildikleri görülmüştür. Bu kapsamda öğrencilerin bahçelerin içindeki bağlantı borularının toplam uzunluğunun, bir kenar uzunluğuna eşit olması gerekçesiyle “*Toplam boru sayısı=(Kenar uzunluğu÷Borular arasındaki uzaklık)+2*” ve “*Su borusunun toplam uzunluğu=(Toplam boru sayısı x Bahçenin kenar uzunluğu)+Bahçeler arası bağlantı borularının toplam uzunluğu*” modellerini de oluşturabildiği görülmüştür. Melike, Dilek ve Ece’nin söz konusu model oluşturma sürecindeki katılımları aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: Burada toplam boru sayısını neye bağlı olarak belirliyoruz?

Melike: Aralarındaki mesafeye.

Semih: Bence de haklı. Çünkü biz üçer metreyle boruları yerleştiriyoruz.

Araştırmacı: O halde boru sayıları ile aralarındaki mesafe arasında nasıl bir ilişki kurdunuz?

Ece: Borular daha geniş aralıklarla yerleştirilirse daha az sayıda boru kullanırız.

Dilek: Aynen, tersi de olabilir.

Araştırmacı: Toplam boru sayısı ile aralarındaki uzaklık ilişkisini matematiksel olarak nasıl ifade edeceğiz?

Ece/Dilek: (yazıyor) Boru sayısı = (Kenar uzunluğu ÷ Borular arasındaki uzaklık)+1

Araştırmacı: Yazdığınız bu ifade ne anlama geliyor?

Dilek: Yani, kenar uzunluğunun borular arasındaki uzaklığa bölümünden çıkan sonucun bir fazlası kadar sayıda boru kullanılmaktadır.

Melike: Ben şu şekilde yaptım. Borular arasındaki uzaklık üçer metre olduğu için toplamda bir kenar uzunluğu ile aynı oluyor.

Ece: aa evet, haklısın. O zaman toplamda (boru sayısına ilişkin eşitliğe işaret ediyor) bir tane daha fazla düşünebiliriz.

Araştırmacı: Bu söylediklerinizi matematiksel olarak ifade edebilir misiniz?

Ece/Melike/Dilek: Toplam boru sayısı=(Kenar uzunluğu÷Borular arasındaki uzaklık)+2

Etkinliğin yürütme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-1 olan üçüncü sorusunda öğrenciler tam kare olmayan doğal sayıların karekök değerlerini doğru olarak belirleyebilmiştir. Ardından halihazırda formüle edilen matematiksel modellere bağlı olarak gerekli matematiksel hesaplamaları yapmış ve doğru sonucu elde edebilmiştir. Bununla birlikte çözüme yönelik matematiksel düşüncelerini açık ve anlaşılır bir şekilde ifade edebilmiştir. Aşağıda Melike ve İrem'in çözüm sürecine ilişkin açıklamalarını içeren birer kesit sunulmuştur.

Araştırmacı: Bahçelerin alan ölçüleri ile ilgili ne söylenebilir?

Melike: Tam kare değiller.

Dilek: Tam karenin iki katı var.

Araştırmacı: Nasıl yani?

Dilek: Yani, mesela 32, 16'in iki katı; 98, 48'in iki katı; 72, 36'nın ve 50, 25'in iki katı.

...

Araştırmacı: İrem salma sulama yöntemi için çözümünü açıklar mısın?

İrem: Bahçelerin alanları $32 m^2$, $98 m^2$, $72 m^2$ ve $50 m^2$. Bunlar tam kare sayıların iki katı. Dolayısıyla bahçelerin bir kenar uzunluğunu $4\sqrt{2}$, $7\sqrt{2}$, $6\sqrt{2}$ ve $5\sqrt{2}$ metre olarak buluruz. Toplam uzunluğu bulmak için çevre uzunluklarını hesaplayıp bağlantı borularının uzunluğunu ekleriz. Sonuç $88\sqrt{2}+4$ metre oluyor.

Etkinliğin yorumlama/değerlendirme sürecine ilişkin son sorusuna gelindiğinde öğrenciler her bir bahçe için farklı uzunluktaki borulardan en uygun olanına nasıl karar verileceğini açıklayabilmiştir. Örneğin, ‘en uygun’ ifadesi ile ne kastedildiğini açıklaması istenildiğinde Ece “her bir bahçenin bir kenar uzunluğunun 6, 8 ve 10 sayı değerlerinden hangisine daha yakın olduğu” şeklinde bir açıklama sunmuştur. Benzer şekilde İrem’in söz konusu ifadeye ilişkin ‘bahçelerin kareköklü ifade şeklindeki kenar uzunluklarının hangi iki tam sayı arasında olduğu’ şeklindeki yorumu, öğrencilerin ilişkilendirilmesi gerekli bileşenleri doğru bir şekilde belirleyebildiğini göstermiştir. Sonuç olarak öğrenciler bahçelerin kenar uzunlukları ile problem durumundaki üç farklı uzunluk değerini (6m, 8m ve 10m) ilişkilendirebilmiş ve hesaplamalarını bu doğrultuda yapabilmiştir. Aşağıda bu soruya ilişkin örnek öğrenci yanıtları sunulmuştur.

c. $4\sqrt{2} < \sqrt{32} < \sqrt{36}$ $7\sqrt{2} < \sqrt{49} < \sqrt{100}$ $6\sqrt{2} < \sqrt{36} < \sqrt{64}$ $5\sqrt{2} < \sqrt{25} < \sqrt{100}$
 $5 < 4\sqrt{2} < 6$ $8 < 6\sqrt{2} < 10$ $7 < 5\sqrt{2} < 8$ $9 < 4\sqrt{2} < 10$

c. 1. Bahçe -> 6m 4. Bahçe -> 8m
2. Bahçe -> 10m
3. Bahçe -> 10m

Görsel 3.70. Melike ve İrem'in Soru-4'e ilişkin çözümü

Etkinlik sonrası öğrencilerin günlüklerindeki paylaşımlar aşağıda sunulmaktadır.

Benim doğru olan bir fikrim bir başka arkadaşımın fikriyle birleşince doğru sonucu elde etmek hoşuma gidiyor. Soruları çözerken hangi noktalara dikkat etmem gerektiğini kavramaya başladım. Derslerin kendi yorum becerime faydalı olduğunu düşünüyorum. (Melike)

Yine çok ilginç bir etkinlikti benim için. Soru ile ilgili fikirlerin paylaşılması, soruyu birlikte çözmemiz çok hoşuma gidiyor. (Dilek)

Çok hızlı geçiyor zaman, o kadar eğleniyorum ki. Etkinlik bittikten sonra zihnimin yorulduğunu hissediyorum her seferinde (İrem)

3.2.4.5. Beşinci öğretim bölümü

Kurabiyeler etkinliğinde problem durumunun anlamlandırılması sürecinde Melike, Dilek ve Ece problem metnindeki ‘kurabiye büyüklüğü’, ‘aynı kalınlık’, ‘özdeş kutu’ ifadelerini matematiksel olarak anlamlandırabilmiş, farklı büyüklükteki kurabiyeler için özdeş kutuların kapasitesini yorumlayabilmiş ve her bir kutudaki kurabiyelerin aynı tipte olması durumunu açıklayabilmiştir. Örneğin Ece’nin kurabiyelerin kutulara yerleştirilme biçimine ilişkin yorumu “*Bir kutuya büyük boy kurabiyelerden koyduğumuzda 2 tane, orta boy olanlardan koyduğumuzda 5 tane, küçük boy olanlardan 20 tane sığıyor. Burada aynı hacimli kutular kullanılarak üç farklı büyüklükte kurabiyeler için satış yapılması söz konusu*” şeklinde olmuştur.

Etkinliğin ilk sorusu formüle etme sürecine ilişkin olup kurabiye büyüklüklerinin hangi değişken(ler)e bağlı olarak farklılaştığının yorumlanmasını gerektirmiştir. Bu soruda öğrenciler ilgili değişkeni ‘çap uzunluğu’ şeklinde belirleyebilmiş ve bu düşüncüyü “*Kurabiyelerin büyüklüğü çap uzunluklarına bağlı olarak değişmektedir*” biçiminde yazılı olarak sunmuştur. Kurabiye büyüklüklerinin çap uzunluğuna bağlı olarak nasıl değiştiğinin sorulduğu ikinci soruda ise öğrenciler ‘kurabiye kalınlıklarının ihmal edilebileceği’ varsayımı altında kurabiye büyüklüklerini yüzey alanları ile ilişkilendirebilmiştir. Örneğin Melike, “*Kurabiyelerin çap uzunluğu arttıkça kurabiyeler büyür, azaldıkça kurabiyeler küçülür. Bu artış veya azalış dairenin alan formülündeki r^2 ile doğru orantılıdır*” şeklinde bir açıklama sunmuştur. Dolayısıyla öğrenciler bu süreçte kurabiyelerin birer dairesel bölge olduğunu ve kurabiye büyüklüklerinin yüzey alanlarına göre incelenebileceğini ifade edebilmiştir. Ayrıca dairesel bir bölgenin alan bağıntısının sembolik gösterimini kullanmış ve kurabiyelerin yüzey alanı ile yarıçap uzunluğu arasındaki ilişkiyi formal dilde açıklayabilmiştir.

Ece’nin ikinci soru maddesine ilişkin yazılı çözümü Görsel 3.71’de sunulmaktadır.

Yorum: Kurabiyelerin çap uzunluğu arttıkça kurabiyelerin büyüklüğü
artar. Çap uzunluğu azaldıkça kurabiyelerin büyüklüğü küçülür. Yani
biz alan formülü olan r^2 ’deki r^2 ’yi arttırmak için yarıçap
uzunluğunu arttırıyoruz. Böylece kurabiyelerin büyüklüğü ve r^2 ’nin doğru orantılı
olduğunu da görmüş

Görsel 3.71. Ece’nin Soru-2’ye ilişkin çözümü

Etkinliğin üçüncü sorusu yürütme sürecine ilişkin olup iletişimi Düzey-2 olarak belirlenmiştir. Burada ilk olarak soru maddesinin anlamlandırılmasında öğrencilerin ‘daha çok öğrenci doyar’ ifadesini matematiksel olarak yorumlamaları ve sorunun çözümü için hangi bilgiye ihtiyaç duyulacağını açıklamaları istenmiştir. Öğrenciler söz konusu ifade ile kastedilen matematiksel anlamı, kurabiye sayıları arasındaki bir karşılaştırmanın ötesinde toplam yüzey alanlarının bir karşılaştırması olarak ele almıştır. Bu doğrultuda öğrenciler her bir kutu için kurabiyelerin toplam yüzey alanını kolaylıkla hesaplayabilmiş ve elde edilen sonuçları karşılaştırarak doğru yanıtı ulaşmıştır.

Cözüm-3:

En çok kurabiye... küçük boy kurabiyelerin olduğu kutudur. Çünkü;
 $3 \cdot 4^2 = 16 \cdot 3 = 48$ (Büyük boy kurabiyelerin alanı)
 $3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$ (Orta boy kurabiyelerin alanı)
 $3 \cdot 1^2 = 3 \cdot 1 = 3$ (Küçük boy kurabiyelerin alanı)
 alan en az olan kurabiye küçük boy olduğu için
 kutuya daha çok küçük boy kurabiye sığar.

Fakat bir kutuya büyük boy kurabiyelerden 20 tane
 orta boy 11 5 tane
 büyük boy 11 2 tane sığmaz.

$20 \cdot 3 = 60$ $12 \cdot 5 = 60$ $48 \cdot 2 = 96$ olduğu için
 büyük boy kurabiyenin olduğu kutuda en çok kurabiye bulunur.

Cözüm-3:

En çok kurabiye büyük kurabiyelerin olduğu kutudur. Çünkü;
 Büyük boy: $A = 48 \text{ cm}$ $48 \cdot 2 = 96 \text{ cm}^2$
 Orta boy: $A = 12 \text{ cm}$ $12 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^2$
 Küçük boy: $A = 3$ $3 \cdot 20 = 60 \text{ cm}^2$

Görsel 3.72. Dilek ve Ece'nin Soru-3'e ilişkin çözümü

Formüle etme ve yürütme süreçlerinin her ikisini birden kapsamakta olan dördüncü soruya gelindiğinde Melike, Dilek ve Ece ‘daha hesaplı kurabiye’ ifadesinin yorumlanması sürecinde hangi kutunun daha hesaplı olduğuna karar verilmesini sağlayan parasal değeri temsil eden matematiksel modelle ilgili değişkenleri ‘kurabiyenin yüzey alanı’ ve ‘satış fiyatı’ olarak belirleyebilmiştir.

(Birer adet küçük, orta ve büyük boy kurabiyenin satış fiyatının hesaplanması)

Araştırmacı: Hangi kutunun daha hesaplı olduğunu düşündünüz?

Melike: Orta boy bir kurabiye 12 cm^2 ve 1,6 TL; büyük olan 48 cm^2 ve 8 TL. Büyük boy kurabiyenin bir tanesi orta kurabiyeden dört tane ettiğine göre $(1,6 \times 4)$ 6,4 TL olmalı. O zaman orta boy kurabiye daha uygun fiyatta olmuş oldu.

Araştırmacı: Peki, küçük boy ile orta boy kurabiyeden hangisi daha hesaplı sence?

Melike: Küçük boy ile karşılaştırdığımda da (1,6 : 4) 0,4 TL yani 40 kuruş olmalı.

Ama biz bir tanesini 20 kuruş olarak hesapladık. O zaman en uygunu küçük boy kurabiye kutusu olmuş oldu.

Ece: Ben de aynı şekilde düşünüyorum, söylediği çok mantıklı.

Dilek: Evet, orta boyu baz alarak fiyat karşılaştırması yaptın. Fiyatı baz alarak büyüklük karşılaştırması da yapılabilir.

Araştırmacı: Nasıl yapılabilir?

Dilek: Yani, mesela 1 TL'ye kaç cm^2 kurabiye satın alınabileceğini de bulabiliriz.

Görüldüğü gibi öğrenciler parasal değeri ifade eden matematiksel modeli cm^2 başına ödenen tutar = $\frac{\text{Satış fiyatı}}{\text{Alan ölçüsü}}$ ve 1TL'ye karşılık gelen yüzey alanı = $\frac{\text{Alan ölçüsü}}{\text{Satış fiyatı}}$ iki farklı biçimde de ifade edebilmiştir. Burada öğrencilerin çözüm yaklaşımı, yüzey alanları $48 cm^2$ olacak şekilde kurabiyelerin satış fiyatlarının karşılaştırılması şeklinde olmuştur (Görsel 3.73).

Cözüm-4:

16 = 8 TL	8 = 1,6 TL	4 = 0,2 TL	8 en hesaplı olan
2	5	20	küçük kurabiye
48 cm^2	12 cm^2	3 cm^2	
8 TL	6 TL	2 TL	

Cözüm-4:

16 = 8 TL	8 = 1,6 TL	4 = 0,2 TL	8 en hesaplı olan
2	5	20	küçük kurabiye
48 cm^2	12 cm^2	3 cm^2	
8 TL	6 TL	2 TL	

EN HESAPLI OLAN

40 TL / 0,2

Görsel 3.73. Ece ve Melike'nin Soru-4'e ilişkin çözümü

Yorumlama/değerlendirme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen beşinci sorunun çözüm sürecinde Melike, Dilek ve Ece birer kutu kurabiyenin satış fiyatının eşit olabilmesi için toplam yüzey alanı ölçülerinin eşit olması gerektiğini kolaylıkla ifade edebilmiştir. Bu öğrenciler kurabiyelerin yüzey alanı ölçüleri ile satış fiyatları arasındaki ilişkiyi göz önünde bulundurarak kurabiye sayılarını “1 adet büyük boy-4 adet orta boy-16 adet küçük boy” şeklinde belirleyebilmiştir. Görüldüğü gibi öğrenciler problem metnindeki ‘en fazla sayıda kurabiye’ koşulunu sağlayan çözümü kolaylıkla sunabilmiştir. Diğer yandan, kurabiyelerin yüzey alanı ölçüleri arasındaki

ilişkiye odaklanarak birer kutu kurabiye'nin satış fiyatının kaç TL olduğu bilgisine ihtiyaç olmadığını değerlendirebilmiştir.

Melike: Fiyatlarını eşitleyeceğiz. Adetler arasında birbirinin dört katı ilişkisini kuracağız.

Ece: Satış fiyatlarını eşitlememiz gerekiyor. Dolayısıyla alanlarını eşitleyeceğiz.

Melike/Dilek: Büyükten 1 tane, ortadan 4 tane, küçükten 16 tane koyacağız.

Melike: Fiyatlarını kaçta eşitleyeceğiz?

Dilek: Bize satış fiyatını sormuyor zaten, önemli değil ne kadar olduğu.

Ece/Melike: Evet.

İlişkili olduğu matematiksel süreç ve iletişim düzeyi yönüyle bir önceki soru ile benzer özellikteki son soruya gelindiğinde Melike, Dilek ve Ece her bir kutuya konulabilecek maksimum kurabiye sayılarını göz önünde bulundurmuş, sonucu “2 adet küçük boy-2 adet orta boy-2 adet büyük boy” olarak belirleyebilmiş ve bu durumda orta boy bir kutu kurabiye'nin satış fiyatının küçük boy bir kutu kurabiye'nin satış fiyatının dört katına; büyük boy bir kutu kurabiye'nin ise orta boy bir kutu kurabiye'nin satış fiyatının dört katına eşit olduğunu yorumlayabilmiştir. Görüldüğü gibi öğrenciler kurabiyelerin yüzey alanı ölçüleri ile satış fiyatları arasındaki ilişki üzerinden bir genellemeye varabilmiş ve birer kutu kurabiye'nin satış fiyatının kaç TL olduğu bilgisine ihtiyaç olmadığını değerlendirebilmiştir.

Melike: Kurabiye sayılarını eşitleyeceğiz.

Dilek: Mesela bir kurabiye oluyorsa öbürlerinde de bir kurabiye olacak.

Ece: O zaman küçük olana daha az fiyat koymamız gerekir.

Dilek: Evet, büyük olana da daha fazla.

Melike: Bence en fazla dediğine göre ikişer tane koyabiliriz.

Ece: Aynen. Çünkü büyük boydan en fazla iki tane sığar.

Dilek: Fiyatları da birbirinin dört katı olacak şekilde olur haliyle.

Ece: Aynen. Burada da ne kadar olduğu önemli değil.

Etkinlik sonrası öğrencilerin günlüklerindeki paylaşımlar aşağıda sunulmaktadır.

Yine ve yine çok keyifli geçti. Süreçte arkadaşlarım ile fikir alışverişi yapabilmenin ve hep birlikte doğru sonuca varmamızın bana çok şey kattığını düşünüyorum (Ece)

Artık fikirlerimi ilk haftalara göre çok daha rahat ifade edebiliyorum (Melike)

Bu etkinlik çok ilginçti. Soruya uzaktan bakıldığı zaman cevap çok farklı iken şimdi cevap daha farklıydı. (Dilek)

3.2.4.6. Altıncı öğretim bölümü

Balon Turu etkinliğinde Melike, Dilek, Ece ve İrem diğer tüm öğrenciler gibi öncelikle problem durumunu anlamaya ve problem metnindeki ifadeleri yorumlamaya yönelmiştir. Bu kapsamda öğrenciler balonun bir tur sürecindeki hareketinin, olası kalkış ve iniş noktalarının deniz seviyesinden yüksekliklerini gösteren tablonun, balonun kalkış ve iniş süreçlerindeki hızlarının yorumlanmasında görüşlerini açıkça dile getirmiş ve birbirleriyle fikir alışverişinde bulunarak başarılı performans sergilemiştir. Öğrencilerin balonun hareketini tanımlarken sundukları açıklamalar aşağıdaki gibi olmuştur.

Dilek: Balon bir yüksekliğe kadar çıkıyor ve sonra iniyor.

Ece: Ama yatayda da ilerliyor.

Elçin: Evet, sadece inip çıkmıyor. Çıktığı yükseklikte ilerlemeye devam ediyor.

Araştırmacı: Nereden anladınız böyle olduğunu?

Elçin: Çıkan bu yükseklikte ilerleyerek şehrin seyredilmesi ifadesinden.

Araştırmacı: Balon turunun nasıl gerçekleştiği hakkında problemde bize neler söyleniyor?

Ece: Yani, balon uçuyor, duruyor, iniyor.

Dilek: Çıkıyor, duruyor, iniyor.

Araştırmacı: Duruyor derken neyi kastettiniz?

Dilek: Yani, Ece'nin dediği gibi yatayda da ilerlemesini. Balonun yüksekliğini korumasını kastettim.

Ece: Aynen.

...

İrem: Belirli bir yüksekliğe çıkıyor, orada kalınıyor sonra uçuş rotasına göre tablodaki bir noktaya iniyor.

Bir tur boyunca balonun nasıl hareket ettiğini açıklayabilen öğrenciler olası kalkış ve iniş noktalarının deniz seviyesinden yüksekliklerini gösteren tabloyu inceleyerek hem noktaların birbirlerine göre daha yüksek/alçakta bulunuyor olmasını, hem de rota farklılığına bağlı olarak değişen unsurları yorumlayabilmiştir.

Araştırmacı: Problemde size verilen tabloyu nasıl yorumluyorsunuz?

Melike: Mesela Avanos'un deniz seviyesine olan yüksekliği en az, Uçhisar'ın en fazla. Yani Avanos daha alçakta bir yer iken Uçhisar daha yüksekte bir yer olmuş oluyor.

Ece: Buradaki farklı noktalardan kalkıp yine bu noktalara iniş yapabileceğine göre seyir yüksekliğine ulaşmak için kat edilen mesafe farklılaşacak. Tabii süreler de.

Balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenlerin belirlendiği ve bu değişkenler arasındaki ilişkinin yorumlandığı ilk soruda bu öğrenciler başlangıçta kalkış ve iniş noktalarının rakımları ile balonun havada kalma süresi/toplam tur süresinin değiştiğini düşünmüştür. Ancak grup arkadaşlarıyla karşılıklı fikir alışverişinde bulunmaları sonucunda bu öğrencilerin tamamı değişkenleri doğru bir şekilde belirleyebilmiştir. Aşağıda öğrencilerin farklı fikirler sunma ve sunulan fikirleri değerlendirme süreci sunulmuştur.

Araştırmacı: Sizce balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenler nelerdir?

Semih: Kalkış noktaları, rotalar.

Defne: Yükseklik, havada kalma süresi.

Ece: Rotaları farklılaşır. Dolayısıyla toplam tur süresi farklılaşır.

Melike: Balonun çıktığı yükseklik.

Ece: Balonun havada kalma süresi farklılaşabilir mi?

Dilek: Olabilir ama bu konuda bir bilgi paylaşılmamış. Bize tur süresini de sormuyor ayrıca.

Araştırmacı: Ece sen değişkenleri rotalar ve toplam tur süresi şeklinde mi belirledin?

Ece: Evet. Çünkü daha yükseğe çıkıp daha kısa bir mesafeye inersem zamandan kazanırım.

Melike: Olabilir aslında. Ama bize onu sormuyor.

Araştırmacı: Melike sence problemde ne soruluyor?

Melike: Balonun hareket ettiği süre boyunca nelerin değiştiği.

Ece: Hmmm, o zaman balonun yüksekliği değişir.

Defne: Evet, hareket ederken yükseklik artıp azalıyor.

(Defne ve Semih'in açıklamaları-bkz.sf.256)

Araştırmacı: Peki, balonun yüksekliğinden başka bir değişkenden söz edilebilir mi? (sessizlik)

Araştırmacı: Balonun hareketini düşünün. Yükseklik neye bağlı olarak değişir?

Ece/Melike/Dilek: Süreye.

Formüle etme sürecinin önemli bir bölümünü oluşturan değişkenlerin belirlenmesinin ardından öğrencilerden değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklamaları

beklenmiştir. Bu süreçte Ece, Melike, Dilek ve İrem kalkış-seyir-iniş süreçleri için ayrı ayrı olacak şekilde yüksekliğin zamana bağlı değişimini yazılı ve sözlü olarak açıklayabilmiştir. Yükseklik ve zamanın birbirleriyle orantılı olarak değiştiğini ifade eden öğrenci açıklamaları aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: Balonun bulunduğu yükseklik ile zaman arasındaki ilişkiyi nasıl açıklarsınız?

Dilek: Yükseklik artarsa geçen zaman da artar, yani doğru orantılı.

Ece: Süre artarsa yükseklik artar demek istedin sanırım.

Melike: Bence de.

Dilek: Evet.

Araştırmacı: Yükseklik ile zamanın doğru orantılı olduğunu söylediniz. Bu durum balonun hareket sürecinin tamamı için mi böyle?

Ece/Dilek/Melike: Hayır.

Semih: Yükseldiği süre boyunca.

Araştırmacı: O zaman seyir ve iniş süreçleri için bu ilişki nasıldır?

Ece: Seyir sürecinde zaman geçtikçe yükseklik sabit kalıyor.

Melike: İniş sürecinde de zaman geçtikçe yükseklik azalıyor.

Etkinliğin ikinci sorusunda öğrencilere yükseklik-zaman ilişkisinin matematiksel ifadesi sorulmuştur. Burada Ece, Melike ve Dilek değişkenler arasındaki ilişkiye yönelik görüşleri doğrultusunda söz konusu ilişkinin matematiksel ifadesinin nasıl olacağını yorumlayabilmiştir. Bu kapsamda yüksekliğin zamana bağlı değişimine ilişkin matematiksel modelin inşasında gerekli bilgileri (örn. uçuş rotası, seyir yüksekliği) ve gerekli olmayan bilgileri (örn. seyir süresi) ayırt edebilmişlerdir. Balonun kalkış süreci için öğrencilerin sunduğu matematiksel model “Balonun bulunduğu yükseklik = Kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliği + Yükselme miktarı” şeklinde olmuş ve öğrenciler buradaki yükselme miktarını “Yükselme miktarı = $2 \times \text{Zaman}$ ” biçiminde formüle etmişlerdir. Benzer şekilde seyir süreci için Ece, Melike ve Dilek balonun kalkış noktası ve yükselme miktarı bilgisine ihtiyaç olduğunu belirterek ilgili matematiksel modeli “Balonun bulunduğu yükseklik = Seyir yapılan yükseklik” şeklinde ifade etmiştir. Son olarak öğrencilerin iniş sürecine ilişkin sundukları matematiksel model “Balonun bulunduğu yükseklik = Seyir yüksekliği – Alçalma miktarı” ve “Alçalma miktarı = $10/3 \times \text{Zaman}$ ” şeklinde olmuştur. Bununla birlikte öğrenciler her üç durumda da değişkenler arasındaki ilişkiyi sembolik dilde yani, cebirsel birer eşitlik olarak da ifade

edebilmiştir. Aşağıda öğrencilerin formüle etme sürecindeki matematiksel düşünceleri ve birbirleriyle olan etkileşimlerini gösteren kesitler sunulmuştur.

Ece: Balon 1 saniyede 2 metre yükselecek, 2 saniye geçtiğinde 2 metre daha yükselecek, 3 saniye geçtiğinde 6 metre. Böyle böyle artacak.

Melike: O zaman $2x$

Semih: Zamana x desek

Melike: Evet öyle dedim.

Dilek: Yükselme : Zaman=2 olabilir bence, ya da tam tersi mi oluyor?

Ece: Ama balon 1 saniyede kalkış noktasının yüksekliğinin 2 metre yukarısında, 2 saniye sonra 4 metre yukarısında oluyor. Kalkış noktasının yüksekliğini de eklemeliyiz.

Dilek: Aynen.

...

Semih: Seyir sürecini nasıl yazacağız?

Defne: Yükseklik değişmiyordu.

Melike: Aynı olmaz mı?

Araştırmacı: Nasıl yani?

Melike: Balonun bulunduğu yükseklik, aynı yerde kaldığı için birbirine eşit olması gerekmez mi?

Semih: Yükselme miktarına eşittir. $y=a$ gibi bir eşitlik çıkacak.

Melike: Ben de buradaki işlemin sonucunu söylemiştim zaten.

Araştırmacı: Semih 'a' dediğin nedir, 'y' dediğin nedir?

Semih: Yüksekliğe 'y' dedim, yükselme miktarına da 'a' dedim.

Ece: Bence burada kesin bir şey söyleyebilmemiz için kalkış noktasını ve geçen zamanı bilmemiz gerekir.

Dilek: Bence de. Bunları bilirse seyir yüksekliğini bilebiliriz.

...

Melike: İniş sürecinde yükseklik eksilecek.

Ece: Kalkış noktasının yüksekliği artı yükselme miktarı eksi ...

Dilek: 3 saniyede 10 metre ise saniyede $10/3$ metre alçalır. x çarpı $10/3$

Ece: Evet. Burada da zamana x dersek kalkış noktasının yüksekliği artı yükselme miktarı eksi $(10/3)x$ olur.

Etkinliğin formüle etme sürecine ilişkin ve iletişimi Düzey-2 olan üçüncü sorusunda öğrencilerin cebirsel birer eşitlik olarak ifade ettikleri matematiksel modellere ilişkin grafik temsilini ortaya koyabilmeleri beklenmiştir. Bu kapsamda elde edilen grafikler incelendiğinde, öğrencilerin ortak bir şekilde kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliğini göz ardı ettikleri ve bu nedenle orijinden geçen bir grafik çizdikleri gözlenmiştir. Burada araştırmacı-öğretmenin müdahalesi sonucunda gerçekleşen tartışma süreci sayfa 259’da sunulmuş olmakla birlikte bu tartışma sürecinin devamında Ece, Dilek ve Melike’nin balonun iniş noktasındaki farklılaşmayı yorumladıkları süreç aşağıdaki gibidir.

... (bkz.sf.259)

Dilek: Balonun kalkış noktasına indiğini mi düşünüyoruz?

Araştırmacı: Dilek güzel bir soru sordu. Ne düşünüyorsunuz?

Ece: Balonun kalktığı noktaya inmesi ihtimallerden birisi.

Melike: Evet, kalktığı noktadan daha yüksekte veya daha alçakta bir noktaya da inebilir.

Araştırma: Peki balonun kalkış ve iniş noktasına ilişkin açıkladığınız bu farklılaşma grafik çiziminizi nasıl etkiler?

Ece: Üç farklı grafik çizebiliriz.

Araştırmacı: Bu durumda grafiğin x eksenini kesme durumu için ne söylersiniz?

Ece/Dilek/Melike: Mümkün değildir.

Dilek: Balonun iniş noktalarının deniz seviyesinden yükseklikleri sıfırdan farklı olduğundan x eksenini kesemez.

Görüldüğü gibi Ece, Melike ve Dilek kendi aralarında fikir paylaşımında bulunmuş ve grafiğin x eksenini kesme durumuna ilişkin gerekçeli açıklamalar sunmuştur. Diğer yandan grafik çizimlerinin eğriler yerine doğrulardan oluşması durumu sorgulandığında öğrenciler aşağıda sunulduğu şekilde açıklamalarda bulunmuştur.

Araştırmacı: Hepiniz doğrulardan oluşan bir grafik çizdiniz. Neden?

Melike: Çünkü, eşit sürede eşit yükselme var.

Ece: Yani biz “Süre÷Yükseklik” yapsak hep aynı sonuca ulaşırız.

Dilek: Aynen.

Defne: Evet, yükseklik ile zaman arasında bir orantı olduğu için.

Araştırmacı: Peki, hangi durumda doğrular çizemezsiniz?

Ece: Yani 1 saniyede 2 metre yol alır, 2 saniye geçince mesela birden 3 metre ya da 6 metre yükselir. Yani eşit bir şekilde artmadığında.

Dilek: Düzensiz olduğunda.

Etkinlik sonrasında öğrencilerin günlüklerindeki paylaşımlar aşağıda sunulmaktadır.

Bu dersimizden de çok verim aldım. Yarattığımız ortam çok rahat.(Ece)

İlk haftalarda yorum güclüğü çektiğimiz için daha uzun sürelerde çözüme kavuşurken artık çorap söküşü gibi geliyor. (Melike)

Soru çok ilginçti ve biraz da zordu. Soruyu iyice anladıktan sonra o kadar da zor olmadığını anladım (Dilek)

3.3. Son Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular

Bu bölümde katılımcı öğrencilerle matematiksel iletişim becerisi düzeyleri ve matematik okuryazarlıklarının incelenmesi amacına yönelik olarak gerçekleştirilen son klinik görüşmelerden elde edilen bulgular sunulmuştur.

3.3.1. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi altı” olan öğrencilere ilişkin son klinik görüşme bulguları

Bu bölümde araştırmacı-öğretmenin matematiksel iletişimi ‘0 düzeyi altı’ olan Gökhan ve Ali ile gerçekleştirdiği son klinik görüşmelerde öğrencilerin Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-2 kapsamındaki problemleri çözme süreçlerinde detaylı olarak incelenen matematiksel iletişim becerisine ve matematik okuryazarlığı performanslarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

3.3.1.1. Gökhan’ın son klinik görüşme bulguları

Gökhan’ın Döviz Kuru problemi üçüncü sorusu (Düzyey-2) ile Düzyey-3 problemlerini yanlış yanıtlarken diğery tüm soruları doğru yanıtladığı görölmüşür. Dolayısıyla Gökhan her iletişim düzeyinden en az bir soruyu doğru yanıtlayarak başarılı bir performans sergilemiştir. Bu durum matematiksel iletişim düzeyi göstergeleri bağlamında değerylendirildiğinde, Gökhan problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebildiğini, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel kanıtlar sunabildiğini ortaya koymuştur. Diğery yandan Gökhan’ın matematik okuryazarlığı performansı değerylendirildiğinde matematiksel bir

modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

İletişimi Düzey-0 olan Hangi Araba? probleminde Gökhan dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerine ilişkin sayısal verileri içeren tabloyu yorumlayabilmiş ve soruda belirtilen şartlara bağlı olarak tablodaki verileri değerlendirebilmiştir. Burada her bir koşul için tablodaki verileri ilgili koşulu sağlayıp sağlamadığı yönünden inceleyen Gökhan'ın açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Gökhan: Araba modelleri ve özellikleri verilmiş. İlkinde kat ettiği mesafe 120 000 kilometreden fazla olmayacak diyor. Gama olmaz çünkü, 128 000 km. Bunu eledik. İkincisinde 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak diyor. Tetra da olmaz çünkü 1999. Bunu da eledik. Üçüncüde de istenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak dediği için Alfa olmaz çünkü 4800 zed. Dolayısıyla Beta oluyor.

İletişim düzeyleri sırasıyla Düzey-1 ve Düzey-3 olarak belirlenen iki alt sorudan oluşan Yürüyüş probleminde Gökhan resimdeki ayak izlerini adım uzunluğu bakımından yorumlamıştır. Yine n harf sembolünün bir dakikadaki adım sayısını, P harf sembolünün adım uzunluğunu temsil ettiğini ve $\frac{n}{P} = 140$ formülünün ise bir dakikadaki adım sayısının adım uzunluğuna bölümünün 140'a eşit olması anlamına geldiğini açıklamıştır. Bu doğrultuda n=70 değerinin formülde yerine konularak P değerinin hesaplanmasını gerektiren ilk soruda gerekli matematiksel hesaplamaları yaparak doğru yanıtı kolaylıkla elde edebilmiştir (Görsel 3.74).

zunluğu ne olur? İşleminizi gösteriniz.

$$\begin{array}{l} n = 70 \\ P = ? \\ \frac{n}{P} = 140 \\ \frac{70}{P} = 140 \\ P = ? \\ 70 \times 1 = 140 \times P \\ \frac{70}{140} = P \\ P = 0,5 \end{array}$$

Görsel 3.74. Gökhan'ın Yürüyüş problemi Soru-1'e ilişkin çözümü

Yürüyüş problemi ikinci sorusunda Gökhan'ın yazılı bir çözüm sunamadığı görülmüştür. Bununla birlikte görüşme sürecinde $P=0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini yani, bir dakikadaki adım sayısını hesaplayabilmiştir. Burada Gökhan'ın yürüme hızı ifadesine ilişkin matematiksel yorumu ise aşağıdaki gibi olmuştur.

Araştırmacı: Yürüme hızı deyince ne anlıyorsun, açıklar mısın?

Gökhan: Yürüme mesafesi.

Araştırmacı: Ne kadar zamandaki yürüme mesafesi?

Gökhan: 1 dakikadaki.

Araştırmacı: Yani, yürüme hızını nasıl ifade edebiliriz?

Gökhan: Bir dakikadaki yürüme mesafesi.

Yürüme hızı ifadesini matematiksel olarak yorumlayabilen Gökhan, “Yürüme hızı = Bir dakikadaki adım sayısı x adım uzunluğu” şeklindeki matematiksel modeli formüle edememiş ve buna bağlı olarak yürüme hızını hesaplayamamıştır. Öğrenci, yürüme hızını m/dk veya km/sa olarak ifade etmekte zorlanmış ve bu durumu “*bir saatteki yürüme hızını km olarak nasıl hesaplayacağımı bilmiyorum*” şeklinde dile getirmiştir.

Döviz Kuru problemine gelindiğinde Gökhan’ın iletişim düzeyi bakımından benzer özellikteki ilk iki soruyu kolaylıkla yanıtlayabildiği görülmüştür. Burada öğrenci SGD ve GAR’ın para birimlerine ait kısaltmalar olduğunu; $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ GAR}$ eşitliğini 1 Singapur dolarına karşılık 4,2 Güney Afrika randının alınması; ikinci sorudaki $1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ GAR}$ eşitliğini ise 1 Singapur dolarına karşılık 4,0 Güney Afrika randının alınması olarak yorumlamıştır. Böylece Gökhan 3000 SGD’ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR’a karşılık gelen SGD değerini hesaplayabilmiştir. Döviz Kuru probleminin üçüncü sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Gökhan’ın yazılı açıklaması “*Zararına olmuştur, parası azalmıştır*” biçiminde olmuştur. Görüldüğü gibi Gökhan söz konusu fikre yönelik herhangi bir matematiksel kanıt sunmamıştır. Bu kapsamda araştırmacı-öğretmen ilk olarak zararına olmak ifadesi ile kastettiği matematiksel anlamı açıklamasını ve ardından değişim öğrencisinin parasındaki azalma miktarını hesaplamasını istemiştir. Burada Gökhan’ın döviz kurundaki değişime odaklandığı ve 4,2’nin 4,0’dan daha büyük bir sayı olması nedeniyle bu farklılığın değişim öğrencisinin zararına olduğunu düşündüğünü belirtmiştir.

Araştırmacı: Burada zararına olmuştur derken neyi kastettin?

Gökhan: Parasının azaldığını.

Araştırmacı: Neye göre daha az parası olduğunu düşündün?

Gökhan: Para birimine göre.

Araştırmacı: “Zararına olmuştur, parası azalmıştır” yazmışsın. Ne demek istedin?

Gökhan: İlk çevirdiğinde 4,2 iken sonra 4,0 olduğu için parası azalır dedim.

Araştırmacı: Peki, parası ne kadar azalmıştır?

Gökhan: 0,2 mi?

Araştırmacı: Döviz kurundaki değişimi kastetmedim. Toplam parasının ne kadar azaldığını sormuştum.

Gökhan: (düşünüyor) Bilmiyorum.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki iki sorusunu da doğru yanıtlayan Gökhan, ilk soruda iki farklı ortalama hız değerini hesaplamaksızın hareket süreleri ve kat edilen mesafeler arasında orantı kurma yoluna gitmiş ve elde ettiği orantıyı ortalama hızların eşitliği şeklinde yorumlamıştır. İkinci çoktan seçmeli soruda ise Gökhan'ın " $6/18=\text{Zaman}$ " şeklinde bir eşitlik üzerinden zamanı $1/3$ saat olarak hesaplayabildiği görülmüştür. Burada $1/3$ saatin 20 dakika olduğunu da kolaylıkla belirleyebilmiştir.

Gökhan'ın iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen, formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin Pizzalar problemini yanlış yanıtladığı görülmüştür. Gökhan'ın hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğuna ilişkin yazılı açıklaması "*30 cm çapındaki 30 zed, 40 cm çapındaki 40 zed*" şeklinde ve çap uzunluğuna göre maliyetin belirlendiği düşüncesini çağrıştıran ancak hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğunu net bir şekilde ortaya koymadığı bir açıklama olmuştur. Diğer yandan öğrencinin 'maliyetine göre daha uygun' ifadesi ile kastedilen matematiksel anlama ilişkin yorumu ise "*daha ucuz olan pizza*" şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi Gökhan, hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğunun belirlenmesinde pizzaların büyüklükleri ile maliyetlerinin karşılaştırılması gerektiğini düşünememiş ve yalnızca çap uzunluklarına bağlı bir değerlendirme yapmıştır.

Gökhan'ın formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin olan ve iletişimi Düzey-2 olarak belirlenen Paraşütlü Gemiler problemini doğru yanıtladığı ve çözümünü açıkça sunabildiği görülmüştür. Gökhan'ın 'yakıt tasarrufunun kurulum maliyetini karşılaması' ifadesine ilişkin yorumu "*paraşüt takıldığında elde ettiğimiz tasarrufun paraşüt masrafını kaç yılda karşılayacağı*" şeklinde olmuştur. Öğrenci bu doğrultuda ilk olarak yıllık dizel yakıt tüketim masrafını ve ardından toplam tasarrufun ne kadar olduğunu hesaplamıştır. Son olarak kurulum maliyeti ile bir yıldaki dizel yakıt tasarrufunu ilişkilendirerek yıl sayısına ulaşabilmiştir. Gökhan'ın çözüm sürecine ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Gökhan: 3500000'i 0,42 ile çarptım. Yıllık yakıt masrafı 1470000 zed çıktı. Sonra bunu 20 ile çarpıp 100'e böldüm, 294 000 çıktı. Bu da tasarruf, zed olarak. Sonra

da 2500000'i 294000'e böldüm 8,5 çıktı. Kaç yıl sonra masrafın karşılanacağını bulmuş oldum.

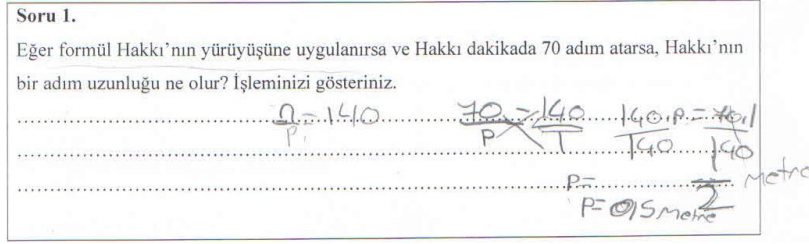
3.3.1.2. Ali'nin son klinik görüşme bulguları

Ali'nin, iletişimi Düzey-3 olan Yürüyüş problemi ikinci sorusu ve Pizzalar problemi ile iletişimi Düzey-2 olan Döviz Kuru problemi üçüncü sorusu yanlış yanıtlarken diğer tüm soruları doğru yanıtladığı görülmüştür. Başka bir deyişle, Ali Düzey-2 sorularından birini doğru yanıtlayarak Ağırlıklı-2 düzeyi iletişim göstergelerini yansıtmıştır. Yani, Ali problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalarını sunabilmiştir. Diğer yandan Ali'nin matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama süreçlerini tamamlayarak başarılı bir performans sergilediği gözlenmiştir.

İletişimi Düzey-0 olan Hangi Araba? problemini kolaylıkla çözebilen Ali, dört farklı araba modelinin yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerine ilişkin sayısal verileri soruda belirtilen şartlara bağlı olarak değerlendirebilmiştir. Çözüm sürecinde, her bir koşul için tablodaki verileri ilgili koşulu sağlayıp sağlamadığı yönünden inceleyen Ali'nin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Ali: Bütün şartları Beta modeli sağlıyor. Çünkü kat ettiği mesafe 120 000 kilometreden fazla olmayacak demiş, bu Alfa, Beta ve Tetra'da var. 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak demiş, bu Alfa ve Beta. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak dediğine göre Alfa olmuyor, Beta oluyor.

Yürüyüş problemine gelindiğinde Ali'nin iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen ve yürütme sürecine ilişkin ilk sorusunu doğru yanıtladığı görülmüştür. Sunulan resimde adım uzunluğu P'nin gösterildiğini, n ve P harf sembollerinin sırasıyla bir dakikadaki adım sayısını ve adım uzunluğunu temsil ettiğini ve $\frac{n}{P} = 140$ formülünün ise bir dakikadaki adım sayısının adım uzunluğuna bölümünün 140'a eşit olması anlamına geldiğini açıklamıştır. Bu kapsamda $\frac{n}{P} = 140$ formülünde n=70 değerini yerine koyarak P değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir (Görsel 3.75). Ali'nin burada çözüme ilişkin açıklaması “70 bölü P eşittir 140. İçler dışlar çarpımı yapıp 70 eşittir 140P. P'yi yalnız bırakmak için 140'a böldük, P eşittir 1/2 yani 0,5 metre bir adım uzunluğu” şeklinde olmuştur.



Görsel 3.75. Ali'nin Yürüyüş problemi Soru-1'e ilişkin çözümü

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-3 olan ikinci sorusunda, istenilen yürüme hızlarını belirleyemeyen Ali'nin yalnızca $P=0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini yani, bir dakikadaki adım sayısını 112 olarak hesaplayabildiği görülmüştür. Burada Ali'nin açıklaması “Yine yukarıdaki gibi n bölü 0,80 eşittir 140. İçler dışlar çarpımı yaptık n eşittir 140 çarpı 0,80'den 112 oldu. Bir dakikadaki adım sayısını 112 bulduk” şeklinde olmuştur. Diğer yandan yürüme hızını, bir dakikadaki adım sayısı ile adım uzunluğu çarpımı olarak formüle edemeyen Ali, yürüme hızını nasıl yorumladığını açıklaması istenildiğinde “bir yerden bir yere gittiği süre”, “dakikada bir yerden bir yere bir hızla gitmesi” gibi hatalı açıklamalar sunmuştur. Sonuç olarak Ali, yürüme hızını ifade eden matematiksel modeli ortaya koyamamış ve bu model üzerindeki matematiksel hesaplamalarla doğru sonucu elde edememiştir.

Döviz Kuru problemine gelindiğinde Ali'nin iletişim düzeyi bakımından benzer özellikteki (Düzey-1) ilk iki soruyu doğru yanıtladığı görülmüştür. Burada öğrenci SGD ve GAR'ın para birimlerine ait kısaltmalar olduğunu belirtirken, $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ GAR}$ eşitliğini “1 Singapur doları veriyor 4,2 Güney Afrika randı alıyor” ve ikinci sorudaki $1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ GAR}$ eşitliğini ise “1 Singapur doları veriyor 4,0 Güney Afrika randı alıyor” şeklinde para birimlerinin birbirlerine göre değerli olma durumuna değinmeksizin yorumlamıştır. Bu doğrultuda 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerini hesaplayarak para birimlerini birbirine dönüştürme işlemini başarıyla gerçekleştirmiştir. Ali'nin buradaki çözümüne ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Ali: 1 SGD = 4,2 GAR yani, burada 3000 ile 4,2'yi çarpıyoruz 12600 GAR çıkıyor.

Burada da GAR'ı SGD'ye çevirdiğimiz için 3900'ü 4'e bölüyoruz. 975 SGD çıkıyor.

Döviz Kuru probleminin üçüncü sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Ali'nin yazılı açıklaması “Zararına olmuştur, çünkü düşüş olmuştur” biçimindedir. Görüldüğü gibi

Ali, döviz kurundaki değişimin, değişim öğrencisinin zararına olduğu şeklindeki matematiksel fikre yönelik herhangi bir matematiksel kanıt sunmamıştır. Bu kapsamda araştırmacı-öğretmen ilk olarak ‘zararına olmak’ ifadesi ile kastettiği matematiksel anlamı açıklamasını ve ardından değişim öğrencisinin parasındaki azalma miktarını hesaplamasını istemiştir. Burada Ali’nin döviz kurundaki değişime odaklandığı görülmüş ve öğrenci 4,2’den 4,0’a düşüş olması nedeniyle bu farklılığın değişim öğrencisinin zararına olduğunu düşündüğünü aşağıdaki gibi dile getirmiştir.

Araştırmacı: Zararına olmak ne demek, açıklar mısın?

Ali: Zarar etmesi.

Araştırmacı: O zaman buradaki öğrenci zarar etti.

Ali: Evet.

Araştırmacı: Peki ne kadar zarar etti?

Ali: (Düşünüyor)

Araştırmacı: Ne kadar zararı olduğunu hesaplayan için hangi bilgilere ihtiyacın var sence?

Ali: 3900’ü 0,2’ye bölsek?

Araştırmacı: Neden?

Ali: Çünkü, o kadarlık bir düşüş var.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki iki sorusunu da doğru yanıtlayan Ali, ilk soruda iki farklı ortalama hız değerini hesaplamaksızın hareket süreleri ve kat edilen mesafeler arasında orantı kurma yoluna gitmiş ve elde ettiği orantıyı ortalama hızların eşitliği şeklinde yorumlamıştır. Ali’nin çözüme ilişkin açıklaması “5 dakikada 2 km yol alıyor, 10 dakikada 4 km yol alıyor, ikisi de aynı” şeklinde olmuştur. Burada ortalama hız ile kastedilen matematiksel anlamı açıklaması istenildiğinde ise Ali açıklama sunamamış ve ortalama hız değerlerini hesaplayamamıştır. İkinci çoktan seçmeli soruda ise Ali’nin “1 saatte 18 km, yarım saatte 9 km, 20 dakikada 6 km yol alır” şeklinde orantısal muhakeme yoluyla doğru yanıtı elde edebildiği görülmüştür.

Ali’nin formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin Pizzalar problemini yanlış yanıtladığı ve “30 cm çapında olan daha uygundur. Çünkü aynı kalınlıkta olduğu için 30 zed daha uygundur” biçiminde yazılı bir açıklama sunduğu görülmüştür. Görüldüğü gibi Ali burada ‘maliyetine göre daha uygun olması’ ifadesini ‘düşük fiyatlı olmak’ biçiminde hatalı yorumlamıştır. Başka bir deyişle, hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğunun belirlenmesinde pizzaların büyüklükleri ile maliyetlerinin karşılaştırılması

gerektiğini düşünememiştir. Bununla birlikte görüşme sürecinde aşağıdaki gibi bir değerlendirme yaparak pizzaların maliyetleri arasında bir farklılık olmadığını düşünmüştür.

Ali: 30 cm çapındaki pizza 30 zed, 40 cm çapındaki pizza 40 zed. Aynı kalınlıkta oldukları için çap uzunluklarına göre fiyatlar arasında fark olmaz.

Ali'nin formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin olan ve iletişimi Düzey-2 olarak belirlenen Paraşütlü Gemiler problemini doğru yanıtladığı görülmüştür (Görsel 3.76). Ali'nin 'yakıt tasarrufunun kurulum maliyetini karşılaması' ifadesine ilişkin yorumu “tasarruf, paraşütü taktıktan kaç yıl sonra masrafını karşılar” şeklinde olmuştur.

hesaplamalarınızı gösteriniz.

$$\begin{array}{r} 3500000 \\ \times 42 \\ \hline 14000000 \\ + 14000000 \\ \hline 147000000 \text{ zed} \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 147000000 \\ - 10\% \\ \hline 132300000 \\ - 20\% \\ \hline 105840000 \end{array}$$

Yıl sayısı: 29 yıl

Görsel 3.76. Ali'nin Paraşütlü Gemiler sorusuna ilişkin çözümü

Görüldüğü gibi Ali ilk olarak yıllık dizel yakıt tüketim masrafını ve ardından toplam tasarrufun ne kadar olduğunu hesaplamıştır. Ardından kurulum maliyeti ile bir yıldaki dizel yakıt tasarrufunu ilişkilendirerek yıl sayısına ulaşabilmiştir. Burada Ali'nin diğer öğrencilerden farklı olarak hesaplama yapmaksızın tahmin stratejisi geliştirerek yıl sayısını belirlemesi dikkat çekmiştir. Öğrencinin çözüm sürecine ilişkin açıklaması aşağıda sunulmuştur.

Ali: Bir yıllık dizel tüketimiyle 0,42 zedi çarptım. 1 470 000 zed çıktı. Paraşütsüz yılda ne kadar dizel yaktığı. Sonra bunu 5'e böldüm, %20'sini bulmak için, 294 000 zed çıktı. 10 yıl olsa 2 940 000 olur. Yaklaşık 8-9 yıl sonra masraf karşılanır.

3.3.2. Matematiksel iletişimi “0 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin son klinik görüşme bulguları

Bu bölümde araştırmacı-öğretmenin matematiksel iletişimi ‘0 düzeyi’ olan Elçin, Nazan, Can ve Rüya ile gerçekleştirdiği son klinik görüşmelerde öğrencilerin Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-2 kapsamındaki problemleri çözme süreçlerinde detaylı

olarak incelenen matematiksel iletişim becerisine ve matematik okuryazarlığı performanslarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

3.3.2.1. Elçin'in son klinik görüşme bulguları

Elçin'in MOÖ-2 kapsamındaki Paraşütlü Gemiler problemi (Düzey-2) ve Yürüyüş problemi ikinci sorusu ile Pizzalar problemini (Düzey-3) yanıtlayamadığı, diğer soruların tamamını ise doğru yanıtladığı görülmüştür. Diğer yandan Düzey-2 sorusu olan Döviz Kuru problemi üçüncü sorusunu görüşme sürecinde çözebilmiştir. Başka bir deyişle, Elçin Düzey-0 ve Düzey-1 sorularını doğru yanıtlayarak, MOÖ-1'e ilişkin performansı ile karşılaştırıldığında, bir üst düzey göstergelerini yansıtmıştır. Bu kapsamda Elçin, problem durumunda kullanılan temsilleri tanımlı, çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgiyi ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin kısa bir açıklama veya hesaplamalarını yazabilmiştir. Diğer yandan Elçin'in matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etmekte zorlandığı ancak yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerinde başarılı bir performans sergilediği gözlenmiştir.

İletişimi Düzey-0 olarak belirlenen ve yorumlama sürecine ilişkin Hangi Araba? problemini doğru yanıtladığı görülen Elçin, tablodaki modellerin hangisi ya da hangilerinin soruda belirtilen şartları sağladığını belirleyerek aşamalı bir biçimde şartları sağlamayan modelleri eleme yoluna gitmiştir. Elçin'in çözüm sürecine ilişkin matematiksel açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Elçin: Kat ettiği mesafe 120 000 kilometreden fazla olmayacak diyor, o zaman Gama olmuyor. Çünkü onun kat ettiği mesafe 128 000 kilometre olarak görünüyor. 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak dediği için, 2000 yılı da olabilir. O zaman Tetra olmaz. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak dediği için Alfa olmuyor. Çünkü istenen fiyat 4800 zed. Beta oluyor.

İletişimi Düzey-1 olarak belirlenen Yürüyüş problemi birinci sorusunda Elçin ilk olarak problem durumunda sunulan resmin erkekler için adım uzunluğunu gösterdiğini açıklamıştır. Yine n harf sembolünün bir dakikadaki adım sayısını, P harf sembolünün ise adım uzunluğunu temsil ettiğini ve $\frac{n}{P} = 140$ formülünün ise bir dakikadaki adım sayısının adım uzunluğuna bölümünün 140'a eşit olması anlamına geldiğini belirtmiştir. Bu doğrultuda n=70 değerini formülde yerine koyarak P değerini hesaplayabilmiştir (Görsel 3.77).

$$\frac{140}{70} = 2$$

$$\frac{140}{280} = 0.5 \text{ metre}$$

Görsel 3.77. Elçin'in Yürüyüş problemi Soru-1'e ilişkin çözümü

Elçin'in çözüm sürecine ilişkin açıklaması ise aşağıdaki gibidir.

Elçin: Ben burada adım sayısı n'ye 70 dedim. Adım uzunluğunu sorduğu için 140/1 eşittir 70 bölü x dedim. 140, 70'in iki katı olunca 1'i 2'ye böldüm 0,5 metre oldu.

Araştırmacı: Burada P yerine x yazmayı tercih etmişsin, neden?

Elçin: Alışkanlıktan sanırım (gülüyor).

Yürüyüş problemi ikinci sorusunu yanıtsız bıraktığı görülen Elçin, görüşme sürecinde soru metnindeki 'adım uzunluğunun 0,80 metre olması' ifadesini $P=0,80$ metre olarak yorumlayabilmiştir. Ardından formülü uygulayarak bir dakikadaki adım sayısını (n) 112 olarak hesaplayabilmiştir. Yürüme hızı ifadesini ise 'Saatte şu kadar km gibi ifade etmek' şeklinde açıklamaya çalışmış ancak yürüme hızını hesaplayabilmek için hangi bilgi/bilgilere ihtiyaç olduğunu yorumlayamamıştır. Başka bir deyişle, "Yürüme hızı = Bir dakikadaki adım sayısı x adım uzunluğu" şeklindeki matematiksel modeli ortaya koyamamış ve buna bağlı olarak yürüme hızının sayısal değerini hesaplayamamıştır. Elçin'in bahsedilen bu süreçteki katılım ve matematiksel düşünmesi aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Yürüme hızı ifadesi ile ne kastediliyor sence?

Elçin: Nasıl söylesem yürüme hızını. Saatte şu kadar km gibi.

Araştırmacı: Burada Burak'ın yürüme hızını nasıl bulacaksın?

Elçin: Burak saatte şu kadar km yol alıyor gibi bir şey diyeceğiz.

Araştırmacı: Peki, Burak'ın yürüme hızını belirleyebilmek için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun?

Elçin: (düşünüyor) Bulamadım.

Araştırmacı: Adım uzunluğu 0,80 metre ve bir dakikadaki adım sayısının 112 olduğunu biliyorsun. Buna göre yürüme hızını nasıl hesaplayabiliriz?

Elçin: Yapamadım.

Döviz Kuru problemine gelindiğinde Elçin'in iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen ve ilişkili olduğu matematiksel süreç yürütme süreci olan ilk iki soruyu doğru yanıtladığı görülmüştür. Burada öğrenci SGD ve GAR'ın para birimlerine ait kısaltmalar olduğunu;

1 SGD = 4,2 GAR eşitliğini 1 Singapur dolarına karşılık 4,2 Güney Afrika randının alınması ve ikinci sorudaki 1 SGD = 4 GAR eşitliğini ise 1 Singapur dolarına karşılık 4 Güney Afrika randının alınması şeklinde açıklamıştır. Elçin burada para birimlerinin hangisinin daha değerli olduğuna ilişkin bir yorumda bulunmazken 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Üçüncü soruya gelindiğinde Elçin'in matematiksel hesaplamalarını sunmaksızın yalnızca "Yararına olmuştur. Çünkü 4,2 değeri 4,0 olduğu için değeri düşmüştür" şeklinde yazılı bir açıklama sunduğu görülmüştür. Bununla birlikte yararına olmak ifadesini 'döviz kurundaki değişimden kârının olması' şeklinde açıklamıştır. Burada araştırmacı, değişim öğrencisinin döviz kurundaki farklılığa bağlı olarak ne kadar kâr olduğunu hesaplamasını istemiştir. Bunun üzerine Elçin "Ben burada (ikinci soruya işaret ediyor) 4'e göre hesapladım. 4,2'ye göre de hesaplasam ve aradaki farka baksam" şeklinde bir strateji geliştirebilmiştir. Buna bağlı olarak gerekli matematiksel hesaplamaları yaparak döviz kurundaki farklılığın, değişim öğrencisinin yararına olduğunu matematiksel kanıtlarıyla birlikte açıklayabilmiştir.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen çoktan seçmeli türündeki ilk sorusunda Elçin, iki farklı ortalama hız değerini hesaplamaksızın hareket süreleri ve kat edilen mesafeler arasında orantı kurma yoluna gitmiş ve elde ettiği orantıyı ortalama hızların eşitliği şeklinde yorumlamıştır. Dolayısıyla bir orantı elde edilememesi durumunda ortalama hızların da farklılaşacağını belirtmiştir. Diğer yandan, araştırmacının iki farklı ortalama hız değerini hesaplamasını istemesiyle birlikte Elçin, hatalı bir şekilde toplam bisiklet kullanma süresini alınan yola bölerek $10/4=2,5$ ve $5/2=2,5$ sonuçlarını birimleri ifade etmeksizin ortaya koymuştur. İkinci çoktan seçmeli soruda ise Elçin'in 18 km/sa ifadesini "1 saatte 18 km yol gitmiş olması" şeklinde yorumlayabildiği ve bu doğrultuda orantısal muhakeme yoluyla matematiksel hesaplamalar yaparak doğru yanıtı kolaylıkla elde edebildiği görülmüştür.

Pizzalar sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Elçin'in çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\begin{array}{l}
 K = 3 \cdot 20^2 \quad 3 \cdot 200 = 2.700 \quad 30 \cdot 40 \cdot 2 \quad K = 2700 : 120 = 22,5 \\
 B = 3 \cdot 40^2 \quad 3 \cdot 1600 = 4.800 \quad 15 \cdot 20 \cdot 2 \quad 120 \cdot B = 4800 : 120 = 40 \\
 \quad \quad \quad 15 \cdot 10 \cdot 2 \\
 \quad \quad \quad 15 \cdot 5 \cdot 3 \\
 \quad \quad \quad 5 \cdot 5 \cdot 5
 \end{array}$$

büyük... daha... mantıklı...

Görsel 3.78. Elçin'in Pizzalar problemine ilişkin çözümü

Elçin ‘maliyetine göre daha uygun’ ifadesi ile kastedilen matematiksel anlamı “Boyutuna göre fiyatların hangisinin daha uygun olduğu” şeklinde yorumlayabilmiş ve bu doğrultuda Görsel 3.78’de görüldüğü gibi satış fiyatları eşit olacak şekilde pizza büyüklüklerinin belirlenmesi gerektiğini düşünebilmiştir. Ancak bu karşılaştırma için gerekli matematiksel hesaplamaları ortaya koyamamıştır.

Elçin’in bu süreçte araştırmacı ile olan etkileşimi aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Çözümünü açıklar mısın?

Elçin: 30 ve 40 zed’in EKOK’unu aldım, eşitlemek için.

Araştırmacı: Satış fiyatlarını neden eşitlemek istedin?

Elçin: Karşılaştırma yapabilmek için.

Araştırmacı: 30 zed ve 40 zedin EKOK’unu 120 zed olarak hesapladın. Sonra?

Elçin: Alanlarını 120’ye böldüm. Ne kadarlık pizza karşılık geliyor bulmak için.

Araştırmacı: Neden öyle düşündün?

Elçin: Alanları bulmak istedim. Nasıl bir şey yaptığımı ben de bilmiyorum.

Araştırmacı: Şu an ne düşünüyorsun farklı olarak?

Elçin: (sessizlik)

Elçin, Paraşütlü Gemiler problemini yanıtsız bırakmıştır. Burada Elçin’in ‘yakıt tasarrufunun kurulum maliyetini karşılaması’ ifadesine ilişkin yorumu “*paraşüt taktırmanın bir maliyeti var ama aynı zamanda yakıt tüketimini %20 azaltacak. Kaç yıl sonra bu tasarruf maliyeti karşılar*” şeklinde olmuştur. Bu doğrultuda Elçin bir süre problem üzerinde düşünerek çözüm süreci aşamalarını aşağıdaki gibi açıklayabilmiştir.

Elçin: Paraşüt takılmasının maliyeti 2 500 000 zedmiş. 3 500 000 litre paraşütsüz bir yıllık dizel yakıt tüketimi. Bunun yıllık maliyetini bulursam, bunun da %20’sini ne kadar azalttığını bulurum. Mesela yılda şu kadar zed azalttığını bulduk. 2 500 000 zedi o bir yıllık tasarrufa bölerim. Aslında nasıl yapacağımı söyledim ama o ara işlemleri yapamadım.

Görüldüğü gibi Elçin çözüm aşamalarını sözel dilde açıklayabilmiş olmasına karşın gerekli matematiksel hesaplamaları yapamamış ve matematiksel bir sonuç sunamamıştır.

3.3.2.2. Nazan’ın son klinik görüşme bulguları

Nazan’ın Yürüyüş problemi ikinci sorusu, Pizzalar problemi (Düzey-3), Döviz Kuru problemi üçüncü sorusu (Düzey-2) ve Düzey-1 sorularından Bisiklet Sürücüsü Hale problemi sorularını yanlış yanıtladığı görülmüştür. Bununla birlikte görüşme sürecinde

Bisiklet Sürücüsü Hale problemi sorularını ve Pizzalar probleminin doğru yanıtını elde edebildiği görülmüştür. Dolayısıyla Nazan her iletişim düzeyinden en az bir soruyu doğru yanıtlayarak iletişimsel bağlamda üst düzey performans sergilemiştir. Yani, Nazan problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel kanıtlar sunabilmiştir. Diğer yandan Nazan'ın matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

Hangi Araba? probleminde Nazan dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerine ilişkin sayısal verileri içeren tabloyu soruda belirtilen şartlara bağlı olarak yorumlayabilmiştir. Nazan'ın buradaki çözüm yaklaşımı her bir koşul için tablodaki verileri ilgili koşulu sağlayıp sağlamadığı yönünden incelemek şeklinde olmuştur. Nazan'ın ulaştığı matematiksel sonuca ilişkin gerekçeli açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Nazan: Şartları sağlayan arabayı bulacağız. Birinci şartımızda kat ettiği mesafe 120 000 kilometreden fazla olmayacak diyor. Gama'yı eliyorum çünkü 128 000 kilometre. İkinci şartta 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak diyor. Tetra 1999 yılında üretildiği için onu da eliyorum. Üçüncü şartta da istenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak diyor. 4800 zed istenen Alfa var onu da eliyorum. Geriye Beta kalıyor. Gerçekten de 2000 yılında üretilmiş, fiyatı 4450 zed ve kat ettiği mesafe 115 000 kilometre. Tüm şartları sağlıyor.

İletişimi Düzey-1 olarak belirlenen Yürüyüş problemi birinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen Nazan, resimdeki ayak izlerini “Birinci ve ikinci adımda topuklar arasındaki mesafe adım uzunluğunu gösteriyor” şeklinde yorumlamıştır. Yine n harf sembolünün bir dakikadaki adım sayısını, P harf sembolünün adım uzunluğunu temsil ettiğini ve $\frac{n}{P} = 140$ formülünün ise bir dakikadaki adım sayısının adım uzunluğuna bölümünün 140'a eşit olması anlamına geldiğini açıklamıştır. Burada adım sayısını ifade eden n=70 değerini formülde yerine koyarak P değerini 0,5 metre olarak hesaplayabilmiştir. Nazan'ın çözüm sürecine ilişkin açıklaması aşağıda sunulmuştur.

Nazan: Bir dakikadaki adım sayısını verdiği için n yerine 70 yazdım. P bilinmeyen. O zaman 70 bölü P eşittir 140. Burada içler dışlar çarpımı yapıyorum. P eşittir 70/140 yani ½ metre, 0,5 metre. Burak'ın bir adım uzunluğu yarım metreymiş.

İletişimi Düzey-3 olarak belirlenen ve formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin ikinci soruda Nazan'ın $P=0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini hesaplayabildiği ancak yürüme hızını ifade eden matematiksel bir sonuç ortaya koyamadığı görülmüştür. Burada Nazan yürüme hızı ifadesine ilişkin matematiksel yorumunda '*Hız eşittir yol bölü zaman*' şeklinde yürüme mesafesini, adım uzunluğu ve adım sayısı ile ilişkilendirmeksizin hız hesabına yönelik işlemsel süreci ifade etmiştir. Dolayısıyla Nazan "*Yürüme hızı (m/dk) = Bir dakikadaki adım sayısı x adım uzunluğu (m)*" şeklindeki matematiksel modeli formüle edememiş ve buna bağlı olarak yürüme hızını hesaplayamamıştır. Nitekim öğrenci görüşme sürecinde sıklıkla "*Anlayamadım*", "*Yürüme hızını nasıl bulacağım bilmiyorum*", "*Karıştırdım, bu soruyu hiç anlayamadım*" gibi ifadelerle yaşadığı zorluğu açıkça dile getirmiştir.

Döviz Kuru problemine gelindiğinde Nazan'ın iletişim düzeyi ve ilişkili olduğu matematiksel süreç bakımından benzer özellikteki ilk iki soruyu doğru yanıtladığı görülmüştür. Burada Nazan, SGD ve GAR'ın para birimlerine ait kısaltmalar olduğunu; $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ GAR}$ eşitliğini 1 SGD'nin 4,2 GAR'a eşit olduğu şeklinde açıklamıştır. Benzer şekilde ikinci sorudaki $1 \text{ SGD} = 4 \text{ GAR}$ eşitliğini, ilk soruda belirtilen eşitlik ile kıyaslayarak Singapur dolarının değer kaybetmesi olarak yorumlamıştır. Böylece Nazan 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerini hesaplayarak para birimlerini birbirine dönüştürme işlemini başarıyla gerçekleştirmiştir. Nazan'ın buradaki çözümüne ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Nazan: 3000 SGD var. 1SGD 4,2GAR'a eşit olduğu için (3000x4,2) işlemi bize istediğimiz sonucu verir. 12600GAR. Burada artık 1SGD 4,0GAR'a eşit. Demek ki, SGD'nin değeri düşmüş. 3900GAR'ı SGD'ye çevirmek için 4'e böleceğiz. 975 SGD.

Döviz Kuru probleminin üçüncü sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Nazan, problem durumunu hatalı yorumlayarak ilk soruda belirtilen 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini döviz kurundaki değişim sonrasında 12000 GAR olarak hesaplamış ve ilk döviz kuruna göre 600 GAR zarar edildiğini düşünmüştür.

4,2'ye ken = 12.600
2,0'ye ken = 12.000
4,2'ye ken parası daha çok olurdu.
4,0 olursa daha az olurdu. O yüzden 4,2 daha karlıdır.

Görsel 3.79. Nazan'ın Döviz Kuru problemi Soru-3'e ilişkin çözümü

Görüldüğü gibi Nazan'ın çözüm stratejisi ve döviz kurları arasındaki ilişkilendirmesi hatalı olmamakla birlikte sorunun doğru yanıtı olmamıştır. Bununla birlikte Nazan görüşme sürecinde, problem durumundaki “Güney Afrika randını yeniden Singapur dolarına çevirdiğinde” ifadesine odaklanarak gerekli matematiksel hesaplamaları tekrar yapmış ve döviz kurundaki farklılığın, değişim öğrencisinin yararına olduğunu açıklayabilmiştir.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki ve iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen iki sorusunu da yanlış yanıtladığı görülen Nazan'ın, ilk soruda Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızının sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha fazla olduğu seçeneğini işaretlediği ve yazılı olarak herhangi bir çözüm yapmadığı görülmüştür. Bununla birlikte görüşme sürecinde iki farklı ortalama hız değerini 24 km/sa olarak hesaplayabilmiş ve ortalama hızların eşit olduğunu belirtmiştir. Yanlış seçeneği işaretleme nedeni sorulduğunda öğrencinin kendisi de bu durumu anlamlandıramamıştır. İkinci çoktan seçmeli soruda ise Nazan'ın 18 km/sa ifadesini “*1 saatte 18 km yol gitmiş olması*” şeklinde yorumlayabildiği ve bu doğrultuda orantısal muhakeme yoluyla matematiksel hesaplamalar yaptığı ve doğru sonucu elde ettiği görülmüştür. Buna karşın yanlış seçeneği işaretlemiş olması durumunu “*Şıklarda 1/3 saat olmadığı için ve ben sürelerin dakika olarak yazıldığına dikkat etmediğim için olabilir*” biçiminde değerlendirmiştir.

Formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin olup iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen Pizzalar sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Nazan'ın hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğuna ilişkin yazılı açıklaması “*İki pizza da uygundur. Çünkü, çapı ne kadarsa maliyeti de o kadar*” şeklinde olmuştur. Diğer yandan öğrencinin ‘maliyetine göre daha uygun’ ifadesi ile kastedilen matematiksel anlama ilişkin yorumu ise “daha ucuz olan pizza” şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi Nazan, hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğunun belirlenmesinde pizzaların büyüklükleri ile maliyetlerinin karşılaştırılacağını açıkça ifade edememiştir. Buna karşın hangi pizzanın daha ucuz olduğuna nasıl karar verileceğini açıklaması istenildiğinde pizzaların yüzey alanı ölçülerinin karşılaştırılması gerektiğini düşünebilmiş ve bu doğrultuda gerekli matematiksel hesaplamaları ortaya koyabilmiştir. Pizzaların yüzey alanları ile satış fiyatlarının karşılaştırılmasında “*Büyük olan pizzanın alanı küçüğün neredeyse iki katı*

ama fiyatı iki katından daha az” şeklinde akıl yürüterek büyük pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğunu açıklayabilmiştir.

Nazan’ın formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin olan ve iletişimi Düzey-2 olarak belirlenen Paraşütlü Gemiler problemini doğru yanıtladığı ve çözümünü açıkça sunabildiği görülmüştür. Nazan’ın ‘yakıt tasarrufunun kurulum maliyetini karşılaması’ ifadesine ilişkin yorumu “paraşüt takılma masrafı var, bir de tasarruf var. Tasarrufun maliyeti karşılaması için kaç yıl geçmesi gerekir” şeklinde olmuştur. Bu doğrultuda Nazan ilk olarak yıllık dizel yakıt tüketimindeki tasarrufu (litre) ve ardından toplam tasarrufun ne kadar olduğunu hesaplamıştır. Ardından kurulum maliyeti ile bir yıllık dizel yakıt tasarrufunu ilişkilendirerek yıl sayısına ulaşabilmiştir. Yani, Nazan’ın buradaki çözümü gerekli olan bilgileri ayırt ederek bu bilgilerle yıl sayısını hesaplamak şeklinde olmuştur (Görsel 3.80).

Handwritten solution for the Parashutlu Gemiler problem:

$$3500000 \cdot \frac{22}{100} = 700000 \text{ litre}$$
$$700000 \cdot \frac{0,42}{100} = 294000 \text{ zed}$$
$$\frac{2500000}{294000} = 8,5 \text{ yıl}$$

Görsel 3.80. Nazan’ın Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin çözümü

Nazan’ın çözüm sürecine ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Nazan: 3 500 000 litre yakıt tüketimi yapıyordum. Ben bunun %20’sini buldum. Yani, paraşüt takıldığı zamanki yakıt tasarrufumuzu hesapladım. Sonra bunu 0,42 ile çarptım, çünkü litresi 0,42 zed demiş. 294 000 zed bir yıldaki yakıt tasarrufu olmuş oldu. Paraşütün maliyeti 2 500 000 zedi de bu tasarrufa böldüm, 8,5 yıl buldum. Burada çok fazla bilgi vardı ama problemi anladıktan sonra basit aslında.

3.3.2.3. Can’ın son klinik görüşme bulguları

Can’ın, ölçme aracında yer alan Yürüyüş problemi ikinci sorusu, Pizzalar problemi (Düzey-3) ve Döviz Kuru problemi üçüncü sorusunu (Düzey-2) yanlış yanıtladığı ancak bu sorulardaki hatasının işlemsel yanlışlıklardan kaynaklı olduğu görülmüştür. Nitekim öğrenci görüşme sürecinde belirtilen soruları anlamlandırabildiğini ortaya koymuş ve matematiksel çözüm sürecini doğru olarak açıklayabilmiştir. Dolayısıyla Can’ın her

iletişim düzeyinden soruları doğru yanıtlayabildiği söylenebilir. Yani, Can problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel kanıtlar sunarak iletişimsel anlamda üst düzey performans sergilemiştir. Diğer yandan Can'ın matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

Can için iletişimi Düzey-0 olan Hangi Araba? problemini anlamak ve çözmek oldukça kolay olmuştur. Nitekim öğrenci bu durumu “*En kolay soruydu*” şeklinde dile getirmiştir. Burada öğrenci dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerine ilişkin sayısal verileri içeren tabloyu yorumlayabilmiş ve soruda belirtilen şartlara bağlı olarak tablodaki verileri değerlendirebilmiştir. Can'ın çözüme ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Can: Bütün araçlara baktım. Kat ettiği mesafelere bakarsak Alfa olabilir, Beta olabilir, Tetra olabilir. Gama olamaz çünkü 128 000 km. 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak demiş. Alfa olabilir, Beta olabilir. Tetra olamaz çünkü, 1999 model. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacakmış. Alfa 4800 zed olduğu için olmaz. Bu durumda Beta tüm kriterleri sağlar.

İletişimi Düzey-1 olarak belirlenen Yürüyüş problemi birinci sorusunu doğru yanıtladığı görülen Can, ilk olarak öğrenci n harf sembolünün bir dakikadaki adım uzunluğu, P harf sembolünün ise adım uzunluğunu temsil ettiğini, $\frac{n}{p} = 140$ formülünün ise bir dakikadaki adım sayısının adım uzunluğuna bölümünün 140'a eşit olması anlamına geldiğini açıklamıştır. Bu doğrultuda n=70 değerinin formülde yerine konularak P değerinin hesaplanmasını gerektiren bu soruda gerekli matematiksel hesaplamaları yaparak doğru yanıtı elde etmiştir (Görsel 3.81). Bununla birlikte öğrenci sunulan görsel üzerinde iki ayak izinin topukları arasındaki mesafenin 0,50 metre olduğunu da belirtmiştir.

Soru 1.

Eğer formül Hakkı'nın yürüyüşüne uygulanırsa ve Hakkı dakikada 70 adım atarsa, Hakkı'nın bir adım uzunluğu ne olur? İşleminizi gösteriniz.

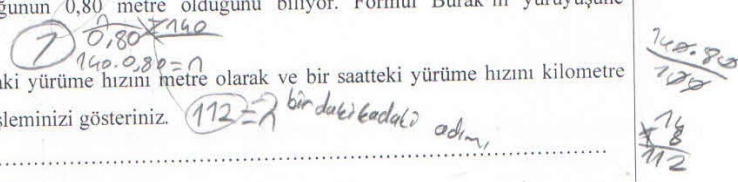
$$p = \frac{70}{140} = \frac{1}{2} = 0,50m$$

Görsel 3.81. Can'ın Yürüyüş problemi Soru-1'e ilişkin çözümü

Can'ın bulduğu matematiksel sonucun mantığa uygunluğunu değerlendirdiği çözüm sürecine ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Can: Adım uzunluğunu bulmaya çalışıyoruz. P eşittir 70 bölü 140 olur. Çünkü dakikada 70 adım attığını biliyoruz. n 70'e eşit oluyor. Buradan P eşittir 1/2 metre, o da 0,50 metre. Hakkı'nın bir adım uzunluğu yarım metreymiş. Başlangıçta yarım metre büyümüş gibi geldi. O yüzden adım uzunluğunu santimetre olarak düşündüm yani 50 cm, mantıklı geldi.

adım uzunluğunun 0,80 metre olduğunu biliyor. Formül Burak'ın yürüyüşüne
ir.
n bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki yürüme hızını kilometre
hesaplayınız. İşleminizi gösteriniz. *112 = 7 bir dakikadaki adım.*



Görsel 3.82. Can'ın Yürüyüş problemi Soru-2'ye ilişkin çözümü

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen ve formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin ikinci sorusunda ise Can $P = 0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini hesaplayabilmiş ve bu değeri Burak'ın bir dakikadaki adım sayısının 112 olması olarak açıklayabilmiştir (Görsel 3.82). Buna karşın Can'ın soruda belirtilen 'yürüme hızı' ifadesi ile kastedilen matematiksel anlamı yorumlamakta yaşadığı zorluk nedeniyle sorunun doğru yanıtını ortaya koyamadığı görülmüştür. Öğrencinin "yürüme hızı, saatteki ya da dakikadaki bir şey ama ne diyeceğiz?" şeklindeki açıklaması bu durumu açıkça yansıtır niteliktedir. Burada araştırmacı-öğretmen ile öğrenci arasındaki diyalog aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Bir insanın yürüme hızı nasıl hesaplanabilir sence? Mesela senin yürüme hızını hesaplamak istesek?

Can: 1 dakikada 10 adım atmak denilebilir.

Araştırmacı: Yani, 1 dakikadaki adım sayısı mı?

Can: Yürüme hızı, bir dakikada kaç metre kat ettiğin.

Araştırmacı: O halde bu soruda ne soruluyor?

Can: Yürüme hızı soruluyor. Burak 1 dakikada kaç metre yol kat eder?

Görüşme sürecinde problem durumunu yeniden ifade edebilmiş olmasına karşın Can'ın "Yürüme hızı (m/dk)=Bir dakikadaki adım sayısı x Adım uzunluğu (metre)" matematiksel modelini formüle edemediği ve buna bağlı olarak da yürüme hızını

hesaplayamadığı görülmüştür. Öğrenci yaşadığı bu zorluğu “Aklıma hiçbir şey gelmiyor, buradan sonrasını yapamıyorum” şeklinde açıklamıştır.

Döviz Kuru problemine gelindiğinde Can’ın iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen ve yürütme sürecine ilişkin ilk iki soruyu kolaylıkla yanıtlayabildiği görülmüştür. Burada öğrenci SGD ve GAR’ın para birimlerine ait kısaltmalar olduğunu; $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ GAR}$ eşitliğini 1 Singapur dolarına karşılık 4,2 Güney Afrika randının alınması şeklinde açıklamıştır. Benzer şekilde ikinci sorudaki $1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ GAR}$ eşitliğini, ilk soruda belirtilen eşitlik ile kıyaslayarak, Singapur dolarının değer kaybetmesi olarak yorumlamıştır. Bu doğrultuda Can orantısal muhakeme yoluyla 3000 SGD’ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR’a karşılık gelen SGD değerini hesaplayabilmiştir (Görsel 3.83).

ne kadar Güney Afrika randı aldı? $1 \text{ SGD} = 4,2$ $3000 \times 4,2 = 12600$ 42.3000

$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ GAR}$ $3000 \times 4,2 = 12600$

$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ GAR}$ $3000 \text{ SGD} = x \text{ GAR}$ $x = 12600$

Yanıt: 12600 GAR

$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ GAR}$ $1 = 4,0$ $x = 3900$

Mei-Ling ne kadar Singapur doları aldı? $3900 / 4 = 975$

Burada $1 = 4,0$ $x = 3900$

Singapur dolarına karşılık $x = 3900$

Kullanılan faktör $1 = 4,0$ 3900 GAR $3900 / 4 = 975$

Yanıt: 975 SGD

Görsel 3.83. Can’ın Döviz Kuru problemi Soru-1 ve Soru-2’ye ilişkin çözümü

Döviz Kuru probleminin üçüncü sorusunu yanlış yanıtladığı görülen Can, problem durumunu hatalı yorumlayarak ilk soruda belirtilen 3000 SGD’ye karşılık gelen GAR değerini döviz kurundaki değişim sonrasında 12000 GAR olarak hesaplamış ve ilk döviz kuruna göre 600 GAR zarar edildiğini düşünmüştür. Görüldüğü gibi öğrencinin çözüm stratejisi ve döviz kurları arasındaki ilişkilendirmesi hatalı olmamakla birlikte sorunun doğru yanıtı olmamıştır. Bununla birlikte Can görüşme sürecinde, problem durumundaki “Güney Afrika randını yeniden Singapur dolarına çevirdiğinde” ifadesine odaklanarak gerekli matematiksel hesaplamaları tekrar yapmış ve döviz kurundaki farklılığın, değişim öğrencisinin yararına olduğunu açıklayabilmiştir. Can’ın görüşme sürecindeki matematiksel düşünmesi ve sunduğu açıklamalar aşağıdaki gibidir.

Can: Giderken aldığını mı dönüşte aldığını mı hesaplayacaktık?(düşünüyor). Ben giderken diye düşündüm. Şimdi 3900 GAR döndüğünde 975 SGD oluyordu (Soru-2’ye işaret ediyor). Bunu $4,2x = 3900$ dersek 928 çıkıyor. 928 SGD çıkar. Yararına

olmuş gibi görünüyor. Ben tam tersini düşünmüşüm. Şimdi anladım, zaten döndüğünde SGD'nin değeri düştü, GAR'ın değeri yükseldi. Bu durum değişim öğrencisinin yararına olmuştur.

Çoktan seçmeli soru türünde olan ve iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin ilk sorusunda Can, ortalama hızları karşılaştırmak amacıyla Hale'nin eşit sürede aldığı yol uzunluklarını belirlemiştir. Yani ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızları, bir saatte ne kadar yol alındığını hesaplayarak karşılaştırmış ve bu kapsamda 24 km/sa değerini elde etmiştir.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin ikinci sorusuna ilişkin yanıtının hatalı olduğu görülen Can, bu soruya ilişkin çözüm sürecini *“Burada ne kadar sürede gittiğini bulmaya çalışıyorum. Ne kadar yol kat ettiğini ve hızını, yani saatte ne kadar yol aldığını biliyorum. Bu nedenle 6 bölü 18'den 1/3 saat çıkıyor”* olarak açıklamıştır. Bununla birlikte birimler arası ilişkilendirme yaparak sonucu dakika türünden ifade etmekte hata yapmıştır. Bu hatasını görüşme sürecinde fark ederek *“1/2 saat olsaydı 30 dakika olurdu. 1/3 saat olduğuna göre 20 dakika oluyor”* şeklinde açıklamıştır.

Pizzalar sorusuna gelindiğinde Can'ın burada hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğuna ilişkin yazılı açıklaması *“İki pizza da çap uzunlukları ve zed bakımından eşittir”* şeklinde olmuştur. Diğer yandan öğrencinin ‘maliyetine göre daha uygun’ ifadesi ile kastedilen matematiksel anlama ilişkin yorumu ise *“Daha düşük fiyata daha çok pizzanın karşılık gelmesi”* şeklinde olmuştur. Can, hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğunun belirlenmesinde pizzaların büyüklükleri ile maliyetlerinin karşılaştırılacağını açıkça ifade etmiştir. Burada pizzaların büyüklüğü ile yüzey alanlarını kasteden Can, dairesel bir bölgenin alan bağıntısını hatırlamadığından soruyu çözemediğini belirtmiştir.

$$\begin{array}{l} X = 3 \cdot 15^2 \\ X = 675 \text{ cm}^2 \\ 30 \text{ zed} \\ (4) \\ 2700 \text{ cm}^2 \\ 120 \text{ zed} \end{array} \quad \begin{array}{l} X = 3 \cdot 20^2 \\ X = 1200 \text{ cm}^2 \\ 40 \text{ zed} \\ (3) \\ 3600 \text{ cm}^2 \\ 120 \text{ zed} \end{array}$$

Görsel 3.84. Can'ın Pizzalar problemine ilişkin çözümü

Kurabiyeler etkinliğinde de karşılaşılan bu durum (önbilgi eksikliği) karşısında araştırmacı, alan bağıntısını öğrenciyle paylaşarak sorunun çözümünü yazılı olarak sunmasını istemiş ve öğrencinin çözümü Görsel 3.84'deki gibi olmuştur. Bu süreçte Can satış fiyatları eşit (120 zed) olacak şekilde pizzaların yüzey alanlarını hesaplamış ve sonuçları karşılaştırarak büyük boy pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğuna karar vermiştir.

Paraşütlü Gemiler problemini Can'ın doğru yanıtladığı ve çözümünü açıkça sunabildiği görülmüştür. Burada Can'ın 'yakıt tasarrufunun kurulum maliyetini karşılaması' ifadesine ilişkin yorumu *“paraşüt taktırmak için bir miktar para verdik. Bunun bize kâr getirmesi için kaç yıl geçmesi gerekir”* şeklinde olmuştur. Öğrenci bu doğrultuda ilk olarak yıllık dizel yakıt tüketim masrafını ve ardından toplam tasarrufun ne kadar olduğunu hesaplamıştır. Son olarak kurulum maliyeti ile bir yıllık dizel yakıt tasarrufunu ilişkilendirilerek yıl sayısına ulaşabilmiştir. Çözümün bu aşamasında öğrenciden beklenen tahmin stratejisi geliştirerek yıl sayısını yaklaşık olarak belirlemesi iken Can'ın buradaki çözümü doğrudan hesaplama yapmak şeklinde olmuştur. Can'ın çözüm sürecine ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Can: Bir litre 0,42 zed olduğuna göre 3 5000 000 litre kaç zeddir? Buradan 1 470 000 zed yıllık yakıt tüketim masrafı. %20 kâr getirdiğine göre bu ikisini çarptım (1 470 000 x 0,20 işlemine işaret ediyor). 294 000 zed yıllık kârımız. 2 500 000 kurulum masrafını yıllık kârına böldüm. 8 yılda masrafı karşılayabiliyormuş.

3.3.2.4. Rüya'nın son klinik görüşme bulguları

Rüya'nın MOÖ-2 sorularından yalnızca Düzey-3 sorusu olan Yürüyüş problemi ikinci sorusunu yanıtlamadığı görülmüştür. Bununla birlikte öğrenci görüşme sürecinde bu soruyu anlamlandırabilmiş ve doğru sonucu ortaya koyabilmiştir. Dolayısıyla Rüya ölçme aracındaki bütün soruları yanıtlayarak iletişimsel bağlamda üst düzey performans sergilemiştir. Yani, Rüya problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel kanıtlar sunabilmiştir. Diğer yandan Rüya'nın matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

İletişimi Düzey-0 olan Hangi Araba? problemini kolaylıkla anlamlandırabilen Rüya dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerine ilişkin sayısal verileri içeren tabloyu soruda belirtilen şartlara bağlı olarak yorumlayabilmiştir. Rüya'nın buradaki çözüm yaklaşımı her bir şart için ilgili şartı sağlayan araba modellerini belirleyerek üç şartı birden sağlayan araba modelini belirlemek şeklinde olmuştur. Rüya'nın çözüm sürecine ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Rüya: Doğru yanıt B çünkü, Alfa modelinde istenen fiyat 4800 zed istenilenden fazladır. Gama modelinde 128 000 kilometre yine istenileni karşılamıyor. Tetra modeli ise 1999 yılında üretildiği için tercih edilemez.

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-1 olan birinci sorusunda Rüya, n ve P harf sembolleri ile temsil edilen değişkenler ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren formülü yorumlayabilmiş ve bu kapsamda “Bir dakikadaki adım sayısını adım uzunluğuna bölersek yaklaşık olarak 140 çıkıyormuş” matematiksel yorumunu sunmuştur. Bu kapsamda Rüya $n=70$ değerini formülde yerine koyarak P değerini 0,50 metre olarak hesaplamıştır. Rüya'nın çözüm sürecine ilişkin açıklaması ise “Formülü uyguladım, bir dakikadaki adım sayısı 70 olduğu için 70 bölü P eşittir 140 ve P eşittir 0,50 metre olur.” şeklinde olmuştur. Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-2 olan ikinci sorusunda Rüya'nın yalnızca $P=0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini yani, bir dakikadaki adım sayısını 112 olarak hesapladığı görülmüştür. Rüya'nın görüşme sürecindeki matematiksel düşünme ve açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündüğünü açıklar mısın?

Rüya: Bu sefer de dakikadaki adım sayısını vermemiş, adım uzunluğunu vermiş. İçler dışlar çarpımı yaptığımda 112 bir dakikadaki adım sayısı.

Araştırmacı: Bir dakikadaki yürüme hızının metre ve bir saatteki yürüme hızının kilometre olarak hesaplanması ifadesinden ne anladın?

Rüya: Yürüme hızı; 112 çarpı 0,80 metre olarak toplam gittiği yolu verecek.

Araştırmacı: Ne kadar zamanda aldığı yol?

Rüya: (düşünüyor) 1 dakikada değil mi? 1 dakikada aldığı yol, hız olur.

Araştırmacı: Peki, 1 saatteki yürüme hızını km olarak nasıl hesaplıyorsun?

Rüya: 60'la çarpmam gerekiyor (89,6 x 60 işlemini yapıyor). Sonra 1000'e bölerim (5376:1000 işlemini yapıyor), 5,376 km/sa.

Araştırmacı: Sen bu sorunun yanıtını boş bırakmıştın ama şu an kolayca hesaplayabildin?

Rüya: Evet, dakikada attığı adım sayısıyla adım uzunluğunu çarparak buldum.

Döviz Kuru problemine gelindiğinde Rüya'nın iletişim düzeyi bakımından benzer özellikteki ilk iki soruyu kolaylıkla yanıtlayabildiği görülmüştür. Burada öğrenci SGD ve GAR'ın para birimlerine ait kısaltmalar olduğunu; $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ GAR}$ eşitliğini 1 Singapur dolarına karşılık 4,2 Güney Afrika randının alınması ve Singapur dolarının daha değerli olması şeklinde açıklamıştır. Benzer şekilde ikinci sorudaki $1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ GAR}$ eşitliğini, 1 Singapur dolarına karşılık 4,0 Güney Afrika randının alınması ve Singapur dolarının burada da daha değerli olduğu şeklinde yorumlamıştır. Böylece 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Üçüncü soruya gelindiğinde Rüya'nın "*Yararına olmuştur çünkü, 1 SGD 4,2 GAR iken çevirseydi daha az Singapur doları olacaktı*" şeklinde yazılı bir açıklama sunduğu görülmüştür. Bununla birlikte Rüya yanıtını desteklemek amacıyla günlük yaşamdan örnek vererek Amerikan doları ve Türk lirası para birimleri arasındaki ilişki üzerinden "*Günlük hayattan düşünelim. Mesela 1 dolar 5 TL ve 500 TL paramız olsun yani, 100 dolarımız var. 1 dolar 4 TL olsaydı 125 dolar alırdık yani, daha fazla. Bu bizim işimize gelir*" görüşünü dile getirmiştir. Benzer şekilde döviz kurundaki söz konusu değişimin, değişim öğrencisine ne kadar kâr elde ettirdiğini "*3900'ü 4,2'ye böleceğim. Bir de 4'e böleceğim. Arasındaki farkı bulacağım*" şeklinde açıklayabilen Rüya'nın bu doğrultuda matematiksel hesaplamaları yapabildiği ve değişim öğrencisinin ne kadar kâr elde ettiğini belirleyebildiği görülmüştür.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki ilk sorusunda Rüya, iki farklı ortalama hız değerini hesaplamaksızın hareket süreleri ve kat edilen mesafeler arasında orantı kurma yoluna gitmiş ve elde ettiği orantıyı ortalama hızların eşitliği şeklinde yorumlamıştır. Diğer yandan araştırmacının, iki farklı ortalama hız değerini hesaplamasını istemesiyle Rüya, 1 dakikada alınan yol uzunluğunu 4000 metre ve 1 saatte alınan yol uzunluğunu ise 24 kilometre olarak hesaplamıştır. Bu doğrultuda yürüme hızlarını 4000 m/dk ve 24 km/sa olarak ortaya koymuştur. İkinci çoktan seçmeli soruda ise Rüya'nın 18 km/sa ifadesini "*1 saatte 18 km yol gitmiş olması*" şeklinde yorumlayabildiği ve bu doğrultuda orantısal muhakeme yoluyla matematiksel hesaplamalar yaptığı görülmüştür.

Rüya: Saatte aldığı yol 18 km. Saatte 18 km ise 6 km yolu kaç saatte alır? İçler dışlar çarpımından 6 eşittir $18x$, x eşittir $1/3$ saat. 20 dakika, çünkü 60 dakikanın $1/3$ 'i olur.

Pizzalar problemine gelindiğinde Rüya'nın pizzaların alan ölçüleri farklı olduğu için cm^2 başına ödenen para miktarının karşılaştırılması gerektiğini düşünebildiği ve bu durumu “Pizzaların büyüklüğü ve maliyetleri farklı olduğundan 1 zede karşılık gelen pizza büyüklüğünü karşılaştırdım” şeklinde açıkladığı görülmüştür. Bu doğrultuda matematiksel hesaplamalarını doğru bir şekilde yaparak sonuca ulaşabilen Rüya'nın çözüm sürecine ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Rüya: Pizzalar daire şeklinde olduğu için alanlarını hesaplamam lazım. Küçüğün alanı 675 cm^2 , büyüğün alanı 1200 cm^2 . Bir zede düşen pizza miktarını bulmaya çalıştım. 1 zede 30 cm^2 , diğerinde 1 zede $22,5 \text{ cm}^2$. O zaman büyük olan daha kârlı oluyor.

Son olarak Paraşütlü Gemiler probleminde Rüya'nın sözlü ve yazılı olarak matematiksel çözümünü sunabildiği görülmüştür. Burada Rüya yakıt kullanımından elde edilen tasarrufun paraşüt takma maliyetini karşılaması durumunu matematiksel olarak yorumlayabilmiş ve bu kapsamda problem metninde sunulan farklı bilgiler arasından çözüm için gerekli bilgileri ayırt edebilmiştir. Rüya'nın çözüme ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Rüya: Kaç yıl sonra 2,5 milyon zed tasarruf edilir bunu soruyor. Yıllık 3,5 milyon litre yakıt tüketiyorsa toplam ödenen miktarı bulmak için 0,42 ile çarptım. Bu sonuç paraşütsüz yıllık dizel maliyeti oldu. Sonra ne kadar tasarruf yapılacağını hesapladım. O da 700 000 litre kâr edilen yakıt miktarı oldu. Bunu 0,42 ile çarptım çünkü ne kadar tasarruf edildiğini bulmak için, 294 000 zed bir yıldaki tasarruf oldu. Sonra 2,5 milyon zedi 294 000 zede böldüm, yaklaşık 8,5 yıl yapıyormuş.

3.3.3. Matematiksel iletişimi “1 düzeyi” ve “Ağırlıklı-1 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin son klinik görüşme bulguları

Bu bölümde araştırmacı-öğretmenin matematiksel iletişimi ‘1 düzeyi’ ve ‘Ağırlıklı-1 düzeyi’ olan Defne, Semih, Hande, Demir ve Melih ile gerçekleştirdiği son klinik görüşmelerde öğrencilerin Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-2 kapsamındaki problemleri çözme süreçlerinde detaylı olarak incelenen matematiksel iletişimlerine ve matematik okuryazarlığı performanslarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

3.3.3.1. Defne'nin son klinik görüşme bulguları

Defne'nin MOÖ-2'de yer alan Düzey-1 sorularından Yürüyüş problemi birinci sorusu ile Bisiklet Sürücüsü Hale problemi ikinci sorusunu işlemsel hatalar nedeniyle yanlış yanıtladığı; Yürüyüş problemi ikinci sorusu (Düzey-3) ile Döviz Kuru problemi üçüncü sorusunu (Düzey-2) ise yanıtlamadığı görülmüştür. Diğer yandan Defne işlemsel hatalarına ilişkin farkındalık kazandığı görüşme sürecinde Düzey-1 sorularının ve Döviz Kuru problemi üçüncü sorusunun doğru yanıtını ortaya koyabilmiştir. Dolayısıyla Defne her iletişim düzeyinden en az bir soruyu doğru yanıtlayarak iletişimsel bağlamda üst düzey performans sergilemiştir. Yani, Defne problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel kanıtlar sunabilmiştir. Diğer yandan Defne'nin matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

İletişimi Düzey-0 olan Hangi Araba? problemini kolaylıkla anlamlandırabilen Defne dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerine ilişkin sayısal verileri içeren tabloyu soruda belirtilen şartlara bağlı olarak değerlendirebilmiştir. Bu süreçte Defne araba modellerinin her birinin hangi şartı sağlamadığını ayrı ayrı açıklayarak çözümünü gerekçelendirmiştir. Defne'nin çözüm sürecine ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Defne: Şartlara uygun araba modelini belirleyeceğiz. Kat ettiği mesafe 120 000 kilometreden fazla olmayacak. Beta 115 000 km yani, daha fazla değil. 2000 yılı veya daha sonra üretilmiş olacak. Beta'da üretilen yıl 2000. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak. 4450 zed, fazla değil. Hepsini sağladı. Alfa 'nın fiyatı istenilenden 300 zed fazla. Gama'nın kat ettiği mesafe istenilenden daha fazla. Tetra'nın da 1999 yılı olduğu için şartları sağlamıyor.

Defne iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen Yürüyüş problemi birinci sorusunu doğru yanıtlamış, problem durumunu ve sunulan görseli yorumlayabilmiştir. Bu kapsamda öğrenci n harf sembolünün bir dakikadaki adım sayısı, P harf sembolünün ise adım uzunluğunu temsil ettiğini, $\frac{n}{P} = 140$ formülünün ise bir dakikadaki adım sayısının adım uzunluğuna bölümünün 140'a eşit olması anlamına geldiğini açıklamıştır. Bu doğrultuda Defne n=70 değerini formülde yerine koyarak P değerini 2 metre olarak hatalı hesaplamıştır. Bu durum öğrencinin matematiksel bir sonucun gerçek yaşam durumu

bağlamında ele alınarak mantıklı olup olmadığını değerlendirmediyi ortaya koymuştur. Diğer yandan öğrenci görüşme sürecinde işlemsel hatasını fark ederek doğru yanıtı elde edebilmiş ve hatalı işlem sonucunun mantığa uygun olmadığını açıklayabilmiştir.

Yürüyüş probleminin ikinci sorusunda ise Defne'nin yazılı bir çözüm sunmadığı görülmüştür. Bununla birlikte görüşme sürecinde $P = 0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini hesaplayabilmiş ve bu değeri Burak'ın bir dakikadaki adım sayısının 112 olması şeklinde açıklayabilmiştir. Buna karşın Defne soruda belirtilen 'yürüme hızı' ifadesi ile kastedilen matematiksel anlamı yorumlamakta yaşadığı zorluk nedeniyle sorunun doğru yanıtını ortaya koyamamıştır.

Araştırmacı: Sence 'yürüme hızı' ifadesi ile kastedilen anlam nedir?

Defne: n 'yi kastediyor olabilir.

Araştırmacı: Yürüme hızının 1 dakikadaki adım sayısına eşit olduğunu mu söylüyorsun?

Defne: Evet, sanırım.

Araştırmacı: Peki, neden yürüme hızını adım uzunluğu (P) olarak değil de adım sayısı (n) olarak düşündün?

Defne: Adımımızı ne kadar hızlı atarsak o kadar hızlı gitmiyor muyuz, onunla ilişkilendirdim.

Görüldüğü gibi Defne, yürüme hızını ifade eden matematiksel modeli formüle edememiş ve bu doğrultuda matematiksel hesaplamaları da ortaya koyamamıştır.

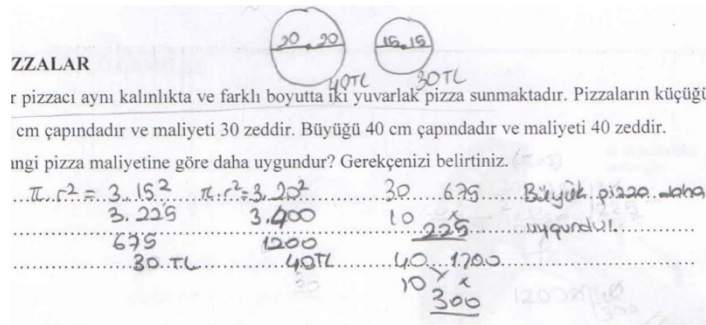
Döviz Kuru problemine gelindiğinde Defne'nin ilk iki soruyu kolaylıkla yanıtlayabildiği görülmüştür. Burada öğrenci SGD ve GAR'ın para birimlerine ait kısaltmalar olduğunu; $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ GAR}$ eşitliğini 1 Singapur dolarına karşılık 4,2 Güney Afrika randının alınması ve Singapur dolarının daha değerli olması şeklinde açıklamıştır. Benzer şekilde ikinci sorudaki $1 \text{ SGD} = 4 \text{ GAR}$ eşitliğini, ilk soruda belirtilen eşitlik ile kıyaslayarak, Güney Afrika randının değer kazanması olarak yorumlamıştır. Böylece 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Üçüncü soruya gelindiğinde Defne'nin "Yararına olmuştur. Çünkü ..." şeklinde yanıtını destekleyen yazılı bir açıklama sunmadığı görülmüştür. Burada araştırmacı yeterli bir açıklama sunmadığını gözlemleyerek Defne'nin, değişim öğrencisinin döviz kurundaki farklılıktan ne kadar kârı olduğunu hesaplamasını istemiştir. Bunun üzerine Defne'nin "4,2'yi de aynı şekilde hesapladığımızda kaç Singapur dolarına karşılık geldiğini bulup karşılaştırmamız lazım"

şeklinde akıl yürütebildiği ve ardından gerekli matematiksel hesaplamaları yapabildiği görülmüştür.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki ilk sorusunda Defne, iki farklı ortalama hız değerini hesaplamaksızın hareket süreleri ve kat edilen mesafeler arasında orantı kurma yoluna gitmiş ve elde ettiği orantıyı ortalama hızların eşitliği şeklinde yorumlamıştır. Dolayısıyla bir orantı elde edilememesi durumunda ortalama hızların da farklılaşacağını kolaylıkla açıklayabilmiştir. Diğer yandan araştırmacının, iki farklı ortalama hız değerini hesaplamasını istemesiyle Defne 10/4 km/dk ve 5/2 km/dk sonuçlarını ortaya koymuştur. İkinci çoktan seçmeli soruda ise Defne'nin 18 km/sa ifadesini “1 saatte 18 km yol gitmiş olması” şeklinde yorumlayabildiği ve bu doğrultuda orantısal muhakeme yoluyla matematiksel hesaplamalar yaptığı ancak işlemsel hata nedeniyle ulaştığı sonucun yanlış olduğu görülmüştür. Görüşme sürecinde öğrenci bu hatayı fark ederek sorunun doğru yanıtını kolaylıkla elde edebilmiştir.

İletişimi Düzey-3 olarak belirlenen Pizzalar sorusunu doğru yanıtlayan Defne, hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğunun belirlenmesinde pizzaların yüzey alanları ile maliyetlerinin karşılaştırılacağını “Sanki ikisi de eşitmiş gibi gözüktüyor ama büyüklüğe göre fiyatın nasıl değiştiğini anlamamız gerekiyor” şeklinde açıkça ifade etmiştir. Bu kapsamda öğrencinin çözüm aşamaları ise pizzaların yüzey alanlarını hesaplamak ve 10’ar TL (zed para birimini kolaylık olması adına TL olarak ele almıştır) için karşılık gelen yüzey alanlarını karşılaştırmak şeklinde olmuştur.

Defne'nin Pizzalar problemine ilişkin yazılı çözümü Görsel 3.85’te sunulmaktadır.



Görsel 3.85. Defne'nin Pizzalar problemine ilişkin çözümü

Paraşütlü Gemiler problemine gelindiğinde Defne başlangıçta sorunun kendisi için oldukça zor olduğunu düşündüğünü dile getirmiştir. Bununla birlikte Defne'nin sorunun

çözümü için gerekli bilgileri ayırt edebildiği, çözüm aşamalarını başarıyla gerçekleştirdiği görülmüştür. Yani, ‘yakıt tasarrufunun kurulum maliyetini karşılaması’ ifadesini “*Bir yerden kâr ediyorum, her yıl elde ettiğim bu kâr kaç yıl sonra maliyete eşit olur?*” şeklinde yorumlamış ve bu doğrultuda ilk olarak paraşütsüz yıllık dizel yakıt tüketim masrafını ve paraşüt takılması durumunda sağlanan yıllık tasarrufu hesaplayabilmiştir. Ardından “paraşüt takma maliyeti/yıllık tasarruf” işleminin sonucunu sekiz olarak tahmin ederek masrafın yaklaşık sekiz yılda karşılanacağını belirlemiştir.

Defne’nin Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yazılı çözümü Görsel 3.86’da sunulmaktadır.

$$\begin{array}{r} 3.500.000 \dots 0.42 = 1.470.000 \dots \text{TL} \\ 2.940.000 \dots - 1.470.000 \dots = 1.470.000 \dots \text{TL} \\ 1.470.000 \dots \div 250.000 = 6 \end{array}$$

Görsel 3.86. Defne’nin Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin çözümü

3.3.3.2. Semih’in son klinik görüşme bulguları

Semih’in MOÖ-2’de yer alan Düzey-3 sorularından yalnızca Yürüyüş problemi ikinci sorusunda birtakım matematiksel hesaplamalar yapmış olmasına karşın doğru sonucu ortaya koyamadığı görülmüştür. Bununla birlikte Semih görüşme sürecinde problem durumu üzerinde uzun bir süre düşünerek ilgili matematiksel modelleri formüle edebilmiş ve matematiksel sonucu ortaya koyabilmiştir. Dolayısıyla Semih MOÖ-2 sorularının tamamını yanıtlayarak iletişimsel bağlamda üst düzey performans sergilemiştir. Yani, Semih problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel kanıtlar sunabilmiştir. Diğer yandan Semih’in matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

Semih’in iletişimi Düzey-0 olarak belirlenen ve yorumlama sürecine ilişkin olan Hangi Araba? probleminde dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerini gösteren tabloyu yorumlayabildiği görülmüştür. Semih “*Tabloda dört araba modelinin özellikleri var.*

İstenilen şartları sağlayan bir araba arıyoruz.” şeklinde probleminden anladığını ifade etmiştir. Her bir şart için tablodaki verileri ilgili şartı sağlayıp sağlamadığı yönünden inceleyen Semih’in açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Semih: Ben Beta dedim. Çünkü kat ettiği mesafe 115 000 km, 120 000 kilometreden daha az. 2000 yılında üretilmiş, ‘2000 yılı veya’ dediği için bu koşulu sağlıyor. İstenen fiyat 4450 zed, 4500 zedden fazla değil. Tüm koşulları sağlıyor.

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-1 olan birinci sorusunda Semih, ayak izlerini gösteren resmi “İki adımın topukları arasındaki mesafeyi göstermiş, yani P” biçiminde yorumlamıştır. Benzer şekilde n ve P harf sembolleri ile temsil edilen değişkenler ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren formülü “Bir dakikadaki adım sayısının adım uzunluğuna bölümü yaklaşık olarak 140’a eşit çıkıyormuş” matematiksel yorumunu sunmuştur. Bu kapsamda Semih $n=70$ değerini formülde yerine koyarak P değerini 0,50 metre olarak hesaplamıştır. Semih’in çözüm sürecine ilişkin açıklaması ise “Formülü uyguladım ben burada. Bir dakikadaki adım sayısı 70, adım uzunluğunu P’yi istiyor. 70 bölü P eşittir 140, P eşittir 0,50 metre olur. 50 santimetre de diyebiliriz.” şeklinde olmuştur. Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-2 olan ikinci sorusuna gelindiğinde Semih’in ilk olarak $P=0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini yani, bir dakikadaki adım sayısını 112 olarak hesapladığı görülmüştür. Ardından bir saatteki adım sayısını 112×60 işleminin sonucunda 6720 olarak hesaplamıştır.

The image shows handwritten mathematical work on a grid background. The work is organized into several lines and columns. On the left, there is a calculation for n based on $P=0,80$ and a result of 140. In the center, there is a calculation for P based on $n=70$ and a result of 0,50. On the right, there is a calculation for the total distance based on 112×60 and a result of 6720. The work is written in black ink and includes some corrections and annotations.

Görsel 3.87. Semih’in Yürüyüş problemi Soru-2’ye ilişkin çözümü

Görüldüğü gibi soruda istenilen yürüme hızlarını hesaplayamayan Semih görüşme sürecinde söz konusu ifadeyi aşağıdaki gibi yorumlayabilmiştir.

Araştırmacı: Buradaki çözüm yolunu açıklar mısın?

Semih: İlk soruda yaptığımız gibi n bölü 0,80 eşittir 140 olacak. Buradan n eşittir 112 yani, bir dakikadaki adım sayısı oldu.

Araştırmacı: Soruda sana neyi sormuş?

Semih: Bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki hızını kilometre olarak hesaplayınız. Ben burada yürüme hızını 1 dakikadaki adım sayısı olarak yorumlamışım ve de bir saatteki adım sayısı.

Araştırmacı: Yürüme hızı ifadesi ile kastedilen anlam nedir?

Semih: Yürüme hızı kat ettiğimiz mesafedir. (düşünüyor) Şey, ikisi de birlikte değil mi? Adım sayısı ile adım uzunluğunu birlikte düşünmemiz gerekiyor. İkisini çarpmamız gerekiyor. 0,80 çarpı 112 yapmam gerekiyor. Sonra da bunu (0,80 metre) kilometreye çevirmem ve bir saatteki adım sayısı ile çarpmam gerekiyor.

(matematiksel hesaplamaların yapılması)

Görüldüğü gibi Semih “Yürüme hızı(m/dk)=Bir dakikadaki adım sayısı x Adım uzunluğu (m)” ve “Yürüme hızı(km/sa)=Bir saatteki adım sayısı x Adım uzunluğu (km)” matematiksel modellerini formüle edebilmiş ve soruda istenilen hız değerlerini hesaplayabilmiştir.

Döviz Kuru probleminin iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen ve orantısal muhakeme gerektiren birinci ve ikinci sorularında Semih’in, SGD para biriminin GAR’dan daha değerli olduğunu “SGD daha değerli oluyor. Çünkü 1 tanesi 4,2 tane GAR’a eşit oluyor” şeklinde açıklayabildiği görülmüştür. Benzer şekilde üç ay süresince döviz kuru oranının 1 SGD için 4,2’den 4,0 GAR’a değişmesini “Üç ayda GAR’ın değeri artmış ama SGD hâlâ daha değerli” şeklinde açıklamıştır. Böylece 3000 SGD’ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR’a karşılık gelen SGD değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Semih’in üçüncü sorudaki yazılı açıklamasının “Evet çünkü, çevirirken 4,2’ye göre daha fazla para almıştır” şeklinde olduğu görülmüştür. Semih’in bu düşüncesine yönelik açıklaması ise aşağıdaki gibidir.

Semih: Singapur dolarına çevirirken 4,2’den 4,0’a düştüğü için daha fazla para alırız.

Araştırmacı: Peki, ne kadar fazla para aldığını nasıl bulursun?

Semih: 4,2’den hesaplamam gerekiyor. 3900’ü 4,2’ye bölmem gerekiyor. Burada (ikinci soruya işaret ediyor) 4’e böldüğümde 975 SGD bulmuştum zaten. 4,2’ye bölersem sonuç daha küçük olur. Aradaki fark kadar fazla para almıştır. Bu nedenle yararına olmuştur.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki ilk sorusunda Semih’in çözüme ilişkin açıklaması “İkisinde de dakikada alınan yol eşit oluyor. İlk 10 dakikadaki ortalama hızı 4/10, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı 2/5 km/dk oluyor”

şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi Semih ortalama hız hesabı sonucunda birbirine eşit hız değerini 0,4 km/dk olarak belirlemiştir. Diğer yandan Semih ortalama hız değerlerinin farklı olabileceği durumlar için “İlk 10 dakikada 5 km gitseydi ya da sonraki 5 dakikada 4 km gitseydi ortalama hızlar farklı olurdu” şeklinde örnek değerler üzerinden değerlendirme yapmıştır. İkinci soruya gelindiğinde Semih’in 18 km/sa ifadesini “1 saatte 18 km yol gitmiş olması” şeklinde yorumlayabildiği ve orantısal muhakeme yoluyla matematiksel sonuca kolaylıkla ulaştığı görülmüştür. Semih’in çözüme ilişkin açıklaması “Saatte 18 km gidiyormuş. Burada 6 km 18 kilometrenin 1/3’i. O zaman bir saatin 1/3’i sürede gitmiştir. 60 dakikanın 1/3’i 20 dakika oluyor” şeklinde olmuştur.

İletişimi Düzey-3 olarak belirlenen Pizzalar sorusunda Semih’in yazılı açıklaması “Büyük pizza parasal olarak daha kârlı” şeklinde olmuştur. Burada Semih’in ‘yuvarlak pizza’ ifadesini pizzaların daire şeklinde olması olarak açıkladığı ve eşit tutardaki maliyete karşılık gelen pizza büyüklüklerini karşılaştırdığı görülmüştür. Bu yaklaşımın nedeni olarak ise “Alanlarından hesaplayabiliriz, alanı aynı olsaydı ucuz olan uygun olurdu.” açıklamasını sunmuştur.

Semih: Ben önce alanlarını buldum. Küçük olanın alanı 675 cm^2 , büyüğün alanı da 1200 cm^2 . Sonra fiyatlarını eşitledim. 30 ve 40’ın en küçük ortak katını buldum; 120. Sonra 675’i 4’le; 1200’ü de 3’le çarptım. Alanları farklı ama ikisinin de fiyatı 120 zed. Bu durumda büyük daha kârlı oluyor.

Paraşütlü Gemiler problemine gelindiğinde Semih’in yakıt tasarrufunun kurulum maliyetini karşılaması’ ifadesini “paraşüt bu fiyata (2 500 000 zede işaret ediyor) takılacak ve paraşüt tasarruf yapacak yani, bir miktar para ödemekten bizi kurtarıyor. İşte o ödemediğimiz miktar kaç yıl sonra 2 500 000 zed olur diyor” şeklinde yorumlamış ve bu doğrultuda ilk olarak paraşütsüz yıllık dizel yakıt tüketim masrafını, paraşüt takılması durumunda sağlanan yıllık tasarrufu ve son olarak masrafın kaç yılda karşılanacağını hesaplayabilmiştir. Diğer yandan problem durumunda geminin adı, türü, uzunluk, genişlik, yük kapasitesi ve maksimum hız bilgilerinin sorunun çözümü için gerekli olmadığını belirtmiştir.

hesaplamalarınızı gösteriniz.

$$23500000 \cdot 0,42 = 9870000 \cdot \frac{20}{100} = 1974000$$

$$23500000 \div 2.940000 = 8.05$$

Görsel 3.88. Semih’in Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin çözümü

3.3.3.4. *Hande'nin son klinik görüşme bulguları*

Hande'nin MOÖ-2'de yer alan Düzey-2 sorularından Döviz Kuru problemi üçüncü sorusu ve Paraşütlü Gemiler problemi ile Düzey-3 sorularını yanlış yanıtladığı görülmüştür. Bununla birlikte Hande görüşme sürecinde Yürüyüş problemi ikinci sorusunu çözebilmiş ancak diğer soruların doğru yanıtlarını elde edememiştir. Dolayısıyla Hande'nin performansı iletişimsel anlamda değerlendirildiğinde Düzey-3 göstergelerini yansıttığı söylenebilir. Diğer yandan Hande'nin matematik okuryazarlığı performansına yönelik olarak zaman zaman matematiksel bir modelin formüle edilmesinde zorlandığı ve matematiksel hesaplamalarında hatalar olduğu görülmüştür.

İletişimi Düzey-0 olan Hangi Araba? problemini doğru yanıtladığı görülen Hande dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerine ilişkin sayısal verileri içeren tabloyu yorumlayabilmiş ve soruda belirtilen şartlara bağlı olarak tablodaki verileri değerlendirebilmiştir. Hande'nin çözüme ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Hande: Ben Beta'yı seçtim. Burada Beta 2000 yılında üretilmiş, 120 000 kilometreden az yol kat etmiş, istenen fiyatı 4500 zedden fazla değil.

İletişimi Düzey-1 olarak belirlenen Yürüyüş problemi birinci sorusunda Hande ilk olarak “Bize bir erkeğin ayak izi verilmiş, adım uzunluğunu göstermiş” yorumunda bulunmuştur. Ardından n harf sembolünün bir dakikadaki adım sayısı, P harf sembolünün ise adım uzunluğunu temsil ettiğini ve $\frac{n}{P} = 140$ formülünün ise bir dakikadaki adım sayısının adım uzunluğuna bölümünün 140'a eşit olması anlamına geldiğini açıklamıştır. Bu doğrultuda n=70 değerinin formülde yerine konularak P değerinin hesaplanmasını gerektiren bu soruda Hande P=0,5 metre yanıtını elde edebilmiştir. Hande'nin çözüm sürecine ilişkin açıklaması ise “Adım sayısını biliyoruz. Adım uzunluğunu bilmiyoruz. Buna göre formülü kullandım. N eşittir 70 olduğu için 70 bölü P eşittir 140 oldu. Buradan 70 bölü 140 eşittir $\frac{1}{2}$ yani 0,5 metre olmuş oldu.” Şeklinde olmuştur. Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-3 olan ikinci sorusuna gelindiğinde Hande'nin ilk olarak P=0,80 değerini bir adım uzunluğunun 80 cm olması şeklinde açıkladığı ve bu değeri formülde yerine koyarak n değerini yani, bir dakikadaki adım sayısını 112 olarak hesaplayabildiği görülmüştür. Diğer yandan görüşme sürecinde yürüme hızı ifadesinin anlamını yorumlayabilmiş ve matematiksel olarak formüle edebilmiştir. Burada yürüme hızını m/dk ve km/sa olarak ifade edemediği görülen Hande'nin yürüme hızına ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Yürüme hızı ifadesini nasıl yorumlarsın?

Hande: 1 dakikada kaç metre yol alıyor şeklinde yorumlarım.

Araştırmacı: 1 dakikada kaç metre yol aldığını nasıl bulacağını düşünüyorsun?

Hande: Bir adımı 80 cm ya, 112 ile 80'i çarparak kaç metre yol aldığını bulabilirim. (112 ile 80'i çarpıyor)

Araştırmacı: İşlem sonucunu 8960 olarak buldun. Birimi nedir?

Hande: Yürüme mesafesi 8960 cm oldu.

Araştırmacı: Bu durumda bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak nasıl yazarsın?

Hande: 8960 cm 89,6 m olur. Hızı da 89,6.

Araştırmacı: Peki, bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak nasıl yazarsın?

Hande: 60'la çarpıp 1000'e bölerim.

Döviz Kuru probleminin iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen ve orantısal muhakeme gerektiren birinci ve ikinci sorularında Hande'nin, $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ GAR}$ eşitliğini 1 Singapur dolarına karşılık 4,2 Güney Afrika randının alınması; $1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ GAR}$ eşitliğini ise 1 Singapur dolarına karşılık 4,0 Güney Afrika randının alınması olarak açıkladığı görülmüştür. Söz konusu iki para biriminin hangisinin daha değerli olduğu konusunda herhangi bir yorum yapmayan Hande, çözüm sürecinde 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Üçüncü soruya gelindiğinde Hande'nin yazılı açıklamasının “Zararına olur çünkü, GAR azalınca SGD azalır” şeklinde olduğu görülmüştür. Hande'nin bu düşüncesine yönelik açıklaması ise aşağıda sunulmuştur.

Hande: Bize 4,2'den 4,0 GAR'a düşüş nedeniyle daha mı az almış daha mı fazla almış onu soruyor. 4,2 iken daha fazla SGD alması gerekirken GAR düşünce daha az bir miktar alıyor, yararına olmaz.

Görüldüğü gibi Hande açıklamalarında Güney Afrika randının Singapur dolarına çevrilmesine ilişkin olarak, değişim öğrencisinin eline geçen para miktarının (SGD), toplam GAR ile $4,0/4,2$ değerlerinin çarpılması sonucuna eşit olduğunu düşünmüştür. Bu nedenle Hande'nin yanıtını desteklemek amacıyla sunduğu açıklama hatalı olmuştur. Söz konusu hatalı ilişkilendirme sonucunda Hande $3900 \times 0,2$ işleminin sonucu olan 780 SGD zarar edildiğini düşünmüştür.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki ilk sorusunda Hande'nin çözüme ilişkin açıklaması “İkisinde de aynı çünkü 10 dakikada 4 km ve 5

dakikada 2 km gidiyor. ” Şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi Hande ortalama hızların aynı olduğunu düşünürken hız hesabı yapmamış ve birbirine eşit hız değerlerini 24 km/sa olarak belirleyememiştir. Çoktan seçmeli soru türündeki ikinci soruya gelindiğinde Hande’nin 18 km/sa ifadesini “1 saatte 18 km yol alıyormuş” şeklinde yorumlayabildiği ve bu doğrultuda orantısal muhakeme yoluyla matematiksel sonuca kolaylıkla ulaştığı görülmüştür. Hande’nin çözüme ilişkin açıklaması “1 saatte 18 km yol alıyorsa 6 km yolu 1 saatin 1/3’i kadar zamanda alır, yani 20 dakika.” Şeklinde olmuştur.

Pizzalar sorusu, ölçme aracında yer alan soruların iletişim düzeyi ve madde gücüğü en yüksek iki sorusundan birisidir. Burada Hande’nin hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğuna ilişkin yazılı açıklaması “Pizzaların büyüklüklerine göre yani çaplarına göre fiyatları belirleniyor. Bu nedenle iki pizza da uygundur” şeklinde olmuştur. Buradaki kastını ise “Çapı 40 cm olan büyük pizzanın maliyeti 40 zed, çapı 30 cm olan küçük pizzanın maliyeti 30 zed. Çaplarına göre fiyatları eşit oluyor. İkisi de uygundur” şeklinde dile getirmiştir. Görüldüğü gibi Hande, hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğunun belirlenmesinde pizzaların çap uzunlukları ile maliyetleri arasında orantı olmasını gerekçe olarak sunmuştur. Yani, pizzaların büyüklüğünü yüzey alanları olarak ele almamış ve parasal değeri cm^2 başına ödenen tutar $= \frac{\text{Satış fiyatı}}{\text{Alan ölçüsü}}$ veya $1 \text{ zede karşılık gelen kurabiye miktarı} = \frac{\text{Alan ölçüsü}}{\text{Satış fiyatı}}$ şeklinde matematiksel olarak formüle edememiştir.

Hande’nin iletişimi Düzey-2 olarak belirlenen Paraşütlü Gemiler problemini yanlış yanıtladığı görülmüştür. Burada Hande yazılı çözümünde paraşütsüz bir yıllık dizel tüketimini (litre) paraşüt takılması maliyetine (zed) bölme yoluna gitmiştir. Yani, dizel yakıt tasarrufunun paraşüt takma maliyetini karşılamasını matematiksel olarak yorumlayamamış ve bu nedenle de gerekli ilişkilendirmeleri yapamamıştır.

3.3.3.5. Demir’in son klinik görüşme bulguları

Demir’in MOÖ-2 kapsamındaki Düzey-3 sorularından yalnızca Pizzalar problemini yanlış yanıtladığı görülmüştür. Bununla birlikte öğrenci görüşme sürecinde çözüme yönelik matematiksel düşünme ve açıklamalarını açıkça ortaya koyabilmiş ve doğru sonucu elde edebilmiştir. Dolayısıyla Demir her iletişim düzeyinden soruyu doğru yanıtlayarak iletişimsel anlamda üst düzey performans sergilemiştir. Yani, Demir problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüm için

gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel kanıtlar sunabilmiştir. Diğer yandan Demir'in matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

Demir'in iletişimi Düzey-0 olarak belirlenen ve yorumlama sürecine ilişkin olan Hangi Araba? probleminde dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerini gösteren tabloyu yorumlayabildiği görülmüştür. Demir *“İstenilen özelliklere göre hangisinin şartları sağladığını bulacağız. Burada dört arabanın özelliklerini vermiş. Şartlara baktığımızda motor hacmi ile ilgilenmiyoruz gibi görünüyor.”* Şeklinde problemten anladığını ifade etmiştir. Her bir şart için tablodaki verileri ilgili şartı sağlayıp sağlamadığı yönünden inceleyen Demir'in açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Demir: Kat ettiği mesafelere bakarsak Gama 128 000 km kat ettiği için olamaz. 1999 yılında üretilmiş olan Tetra'yı da eledik. Alfa'nın istenen fiyatı 4800 zedmiş. O yüzden Alfa da olamaz. Tek Beta kalıyor.

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-1 olan birinci sorusunda Demir, ayak izlerini gösteren resmi *“Adım uzunluğu P, bir topuktan diğerine kadar olan mesafe oluyor”* biçiminde yorumlamıştır. Benzer şekilde n ve P harf sembolleri ile temsil edilen değişkenler ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren formülü *“Bir dakikadaki adım sayısını adım uzunluğuna bölersek yaklaşık olarak 140 çıkıyormuş”* matematiksel yorumunu sunmuştur. Bu kapsamda Demir $n=70$ değerini formülde yerine koyarak P değerini 0,50 metre olarak hesaplamıştır. Demir'in çözüm sürecine ilişkin açıklaması ise *“70'i adım uzunluğuna böleceğiz, ki bu zaten bizden istenen, 140 çıkacak. Buradan P'yi yani, adım uzunluğunu $\frac{1}{2}$ buldum. O da yarım metreye eşit”* şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi Demir, elde edilen sayısal sonucun bir erkeğin yürüyüşü bağlamında ifade ettiği anlamı yansıtan açıklamalar sunabilmiştir.

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-3 olan ikinci sorusuna gelindiğinde Demir'in ilk olarak $P=0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini yani, bir dakikadaki adım sayısını 112 olarak hesapladığı görülmüştür. Ardından yürüme hızını *“Kat ettiği mesafe bölü zaman”* şeklinde açıklayan Demir *“Yürüme hızı(m/dk)=Bir dakikadaki adım sayısı x Adım uzunluğu (m)”* matematiksel modelini formüle edebilmiştir. Demir'in çözüm sürecine ilişkin açıklaması aşağıda sunulmuştur.

Demir: Bu sefer de bir dakikadaki adım sayısını vermemiş, n'yi bulacağız. Formülde yerine yazdığımızda 112 çıkıyor. Dakikadaki adım sayısı 112 ise ve yürüme hızı, kat ettiği mesafe bölü zaman olduğuna göre kat ettiği mesafeyi 112'yi 0,8 ile çarparak buluyoruz. Oradan da 89,6 çıkıyor. Yani 89,6 m/dk'ya eşit. 1 dakikada 89,6 metre kat ediyormuş. Bir saatteki yürüme hızına da km/sa olarak bakacağız. Onda da 89,6'yı 60 ile çarpıp 1000'e böldüm. 5,37 km/sa çıktı. 1 saatte 5,37 km kat ediyormuş.

Döviz Kuru probleminin iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen ve orantısal muhakeme gerektiren birinci ve ikinci sorularında Demir'in, SGD para biriminin GAR'dan daha değerli olduğunu “SGD daha önemli bir para birimiymiş” şeklinde açıklayabildiği görülmüştür. Benzer şekilde üç ay süresince döviz kuru oranının 1 SGD için 4,2'den 4,0 GAR'a değişmesini “Üç ayda GAR'ın değeri artmış” şeklinde açıklamıştır. Böylece 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Demir'in üçüncü sorudaki yazılı açıklamasının “Yararına olmuştur. Çünkü eğer 4,2 GAR=1 SGD olsaydı daha az bir miktar SGD alırdı” şeklinde olduğu görülmüştür. Demir'in bu düşüncesine yönelik açıklaması ise aşağıdaki gibidir.

Demir: Daha önce çevirdiği SGD'yi GAR olarak tekrar SGD'ye çeviriyor. 4,2 olsa mı 4,0 olsa mı daha fazla para alacaktı diye bakıyoruz. 1 SGD = 4,0 GAR iken 975 SGD almıştı, yani 3900'ü 4'e bölmüştük. Şimdi 4,2'ye bölmemiz gerekir. Tam bölemedim ama daha büyük bir sayıya böldüğümüz için sonuç daha az çıkardı. Aradaki fark kadar fazla parası olmuş olduğu için yararına olmuştur.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki ilk sorusunda Demir'in çözüme ilişkin açıklaması “İkisinde de 5 dakikada 2 km gidiyor diye düşündüm. Dakikada gittiği kilometre yani, hızı 2/5 km/dk oldu” şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi Demir ortalama hız hesabı sonucunda birbirine eşit hız değerini 0,4 km/dk olarak belirlemiştir. Diğer yandan Demir ortalama hız değerlerinin farklı olabileceği durumlar için “İlk 10 dakikada 5 km gitseydi o zaman ortalama hız sonraki 5 dakikadaki hıza göre daha fazla; 3 km gitseydi daha az olurdu” şeklinde bir örnek üzerinden değerlendirme yapmıştır. Çoktan seçmeli soru türündeki ikinci soruya gelindiğinde Demir'in 18 km/sa ifadesini “1 saatte 18 km yol gitmiş olması” şeklinde yorumlayabildiği ve bu doğrultuda orantısal muhakeme yoluyla matematiksel sonuca kolaylıkla ulaştığı görülmüştür. Demir'in çözüme ilişkin açıklaması “6 bölü x eşittir 18 bölü 3x diye düşündüm. 3x eşittir

60 dakika, x eşittir 20 dakika dedim. Yani 18 km bölü 60 dakika deyip oradan bulduk” şeklinde olmuştur.

İletişimi Düzey-3 olarak belirlenen Pizzalar problemini yanlış yanıtladığı görülen Demir’in yazılı açıklaması “İkisi de maliyetine göre aynıdır” şeklinde olmuştur. Yani, öğrenci burada pizzaların maliyetleri ile çap uzunlukları arasındaki hatalı ilişkilendirme nedeniyle soruyu yanlış yanıtlamıştır. Bununla birlikte araştırmacının görüşme sürecinde alternatif bir problem çözme stratejisi geliştirme durumuna ilişkin sorgulamasıyla Demir problemin doğru yanıtını elde edebilmiştir.

Araştırmacı: Sence bu problem başka bir yoldan da çözülebilir mi?

Demir: Alanlarına da bakabilirdik. Çünkü kalınlıkları zaten aynıymış. Ama pi’yi vermediği için öyle düşünmedim.

Araştırmacı: Alanlarına baksaydın nasıl çözerdin?

Demir: (Alan ölçülerini hesaplıyor). Küçük olan 675 cm^2 , büyük olan 1200 cm^2 çıkıyor. Şimdi maliyetlerine oranlarsak ($675/30$ ve $1200/40$ yazıyor).

Araştırmacı: Alan ölçülerini maliyetlerine oranlayarak neyi bulmuş oldun?

Demir: 1 zede düşen cm^2 . Bu durumda büyük pizza maliyetine göre daha uygun çıkar.

Paraşütlü Gemiler problemine gelindiğinde Demir’in sorunun çözümü için gerekli bilgileri ayırt edebildiği, çözüm aşamalarını başarıyla gerçekleştirdiği görülmüştür. Demir’in Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yazılı çözümü Görsel 3.89’da sunulmaktadır.

hesaplamalarınızı gösteriniz.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline 24 \\ 240 \\ \hline 29400 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 35000 \cdot 2 = 70000 \\ 70000 - 29400 = 40600 \\ 40600 : 2500 = 16.24 \\ 16.24 \cdot 2500 = 40600 \end{array}$$

Yıl sayısı: 8,5

Görsel 3.89. Demir’in Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin çözümü

Demir’in ‘maliyetine göre daha uygun’ ifadesi ile kastedilen matematiksel anlamı “yani, her yıl %20 tasarruf ve bu şekilde kaç kez tasarruf yapılırsa 2,5 milyondan fazla olur” olarak yorumlamıştır. Bu doğrultuda Demir’in çözüm sürecine ilişkin açıklaması “İlk önce kaç litre tasarruf yaptığımı buldum. 70 000 litre. Sonra litre fiyatı 0,42 ile

çarptım. 294 000 zed tasarruf yapıyormuş, yıllık tasarruf. Sonra da paraşüt masrafını yıllık yaptığı tasarrufa böleceğiz, yaklaşık 8.5 yıl çıkıyor” şeklinde olmuştur. Diğer yandan problem durumunda geminin adı, türü, uzunluk, genişlik, yük kapasitesi ve maksimum hız bilgilerinin sorunun çözümü için gerekli olmadığını “Sorunun bunlarla ilgisi yok. Burada çözüm için ihtiyacımız olanı kullandık” şeklinde dile getirmiştir.

3.3.3.5. Melih’in son klinik görüşme bulguları

Melih’in MOÖ-2’de yer alan Düzey-2 sorularından Döviz Kuru problemi üçüncü sorusunu yanlış yanıtladığı görülmüştür. Pizzalar sorusunda ise Melih’in matematiksel hesaplamaları ve çözüm stratejisi doğru iken sonuca ilişkin yorumu hatalı olmuştur. Görüşme sürecinde söz konusu hatalarını gideren Melih MOÖ-2 sorularının tamamını yanıtlayarak iletişimsel bağlamda üst düzey performans sergilemiştir. Yani, Melih problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel kanıtlar sunabilmiştir. Diğer yandan Melih’in matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

Melih’in iletişimi Düzey-0 olarak belirlenen ve yorumlama sürecine ilişkin olan Hangi Araba? probleminde dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerini gösteren tabloyu yorumlayabildiği görülmüştür. Her bir şart için tablodaki verileri ilgili şartı sağlayıp sağlamadığı yönünden inceleyen Melih’in açıklamaları aşağıdaki gibidir.

Melih: Gama modelinin kat ettiği mesafe 128 000 km olduğu için ilk şartı sağlamıyor. Tetra modeli de 1999 yılında üretildiği için ikinci şarta uymuyor. Fiyatı 4500 zedden fazla olmayacak denilmiş. O zaman da Alfa modeli uymuyor. Bu durumda Beta modeli tüm şartları sağlıyor.

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-1 olan birinci sorusunda Melih, ayak izlerini gösteren resmi “Adım uzunluğu bir topuktan diğerine kadar olan mesafe oluyor. Yani, topuk ile ayak ucu arası değil” biçiminde yorumlamıştır. Benzer şekilde n ve P harf sembolleri ile temsil edilen değişkenler ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren formülü matematiksel olarak yorumlayabilmiştir. Bu kapsamda Melih $n=70$ değerini formülde yerine koyarak P değerini 0,50 metre olarak hesaplamıştır. Melih’in çözüm

sürecine ilişkin açıklaması ise “*Formülü kullandım. Dakikadaki adım sayısı 70 olduğu için n eşittir 70 ve 70 bölü p eşittir 140 oluyor. İçler dışlar çarpımı yaptığımda P’yi 0,5 buldum. Bir adım uzunluğu 0,5 metre oldu*” şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi Melih, elde edilen sayısal sonucun bir erkeğin yürüyüşü bağlamında ifade ettiği anlamı yansıtan açıklamalar sunabilmiştir.

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-3 olan ikinci sorusuna gelindiğinde Melih’in ilk olarak $P=0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini yani, bir dakikadaki adım sayısını 112 olarak hesapladığı görülmüştür. Ardından yürüme hızını “*Belli bir zamanda kat ettiği mesafe*” şeklinde açıklayan Melih “*Yürüme hızı(m/dk)=Bir dakikadaki adım sayısı x Adım uzunluğu (m)*” matematiksel modelini formüle edebilmiştir. Melih’in buradaki matematiksel düşünme süreci ve yürüme hızını formüle etmekteki detaylı açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Çözüm sürecini ve nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

Melih: İlk başta formülden gittim. n’yi 112 buldum. Dakikadaki adım sayısı 112.

Araştırmacı: Yürüme hızını nasıl yorumladın?

Melih: Hız, belli bir zamanda kat ettiği mesafe.

Araştırmacı: Burada kat edilen mesafeyi nasıl hesapladın?

Melih: Dakikada 112 adım atıyormuş. Bir adımının uzunluğu da 0,80 metre olduğu için 112 ile 0,80’i çarpmamız lazım, 89,6 m/dk.

Araştırmacı: 89,6 m/dk nasıl bir anlam ifade ediyor?

Melih: Bir dakikada kat ettiği mesafe, metre olarak.

Araştırmacı: Bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak nasıl hesapladın?

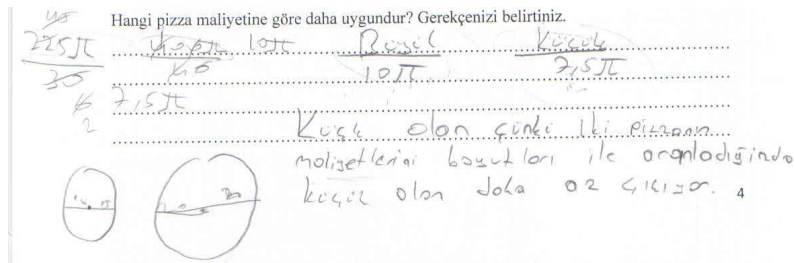
Melih: 89,6’yı 60’la çarptım, bir de sonra 1000’e böldüm.

Döviz Kuru probleminin iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen ve orantısal muhakeme gerektiren birinci ve ikinci sorularında Melih’in, SGD para biriminin GAR’dan daha değerli olduğunu “*SGD daha pahalıymış. Türk lirası ile dolar gibi. 1 TL=4 Dolar desek, Türk lirası daha ucuz oluyor*” şeklinde para birimleri ile ilgili aşına olduğu bir duruma uyarlayarak açıklayabildiği görülmüştür. Benzer şekilde üç ay süresince döviz kuru oranının 1 SGD için 4,2’den 4,0 GAR’a değişmesini “*Gar daha değerlenmiş*” şeklinde açıklamıştır. Böylece 3000 SGD’ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR’a karşılık gelen SGD değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Melih’in üçüncü sorudaki yazılı açıklamasının “*Kâr etmiştir çünkü GAR’ı alırken satarkenine göre daha ucuzdur*” şeklinde olduğu görülmüştür. Buradaki kastını “*Farka göre bakmışım, GAR daha*

pahalılaşmış. Döndüğünde daha pahalıya sattığı için kâr elde ediyor diye düşündüm” biçiminde ifade etmiştir. Görüldüğü gibi Melih üç aylık sürenin öncesi için döviz kurundaki değişimi, değişim öğrencisinin yararına olup olmadığı bakımından değerlendirmiştir. Görüşme sürecinde ise araştırmacının herhangi bir müdahalesi olmaksızın bu düşüncesinin hatalı olduğunu fark etmiş ve söz konusu değerlendirmeyi üç aylık sürenin sonrası için yapması gerektiğini belirtmiştir. Bu kapsamda 3900 GAR’a karşılık gelen SGD değerlerini hesaplamış ve çıkan sonuçları karşılaştırmıştır. Sonuç olarak Melih iki farklı döviz kuruna göre Singapur dolarındaki farklılaşmayı yorumlayabilmiş ve döviz kurunda gerçekleşen değişimin, değişim öğrencisinin yararına olduğunu açıklayabilmiştir.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki ilk sorusunda Melih’in çözüme ilişkin açıklaması “*1 dakikada kaç kilometre yol aldığını bulmak için 4’ü 10’a böldüm. Diğer tarafta da 2’yi 5’e böldüm. İkisi eşit çıktı.*” şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi Melih ortalama hız hesabı sonucunda birbirine eşit hız değerini 0,4 km/dk olarak belirlemiştir. Çoktan seçmeli soru türündeki ikinci soruya gelindiğinde Melih’in 18 km/sa ifadesini “*1 saatte 18 km yol gitmiş olması*” şeklinde yorumlayabildiği ve bu doğrultuda orantısal muhakeme yoluyla matematiksel sonuca kolaylıkla ulaştığı görülmüştür. Melih’in çözüme ilişkin açıklaması “*1 saatte 18 km gidiyorsa 6 km’yi kaç saatte gider dedim. 1/3 saat, bunu da dakikaya çevirdim. 1 saat 60 dakika ise 1/3 saat kaç dakika olur? 20 dakika*” şeklinde olmuştur.

Melih’in Pizzalar probleminde büyük ve küçük boy pizzaları temsil etmek amacıyla iki dairesel bölge modeli çizdiği ve bu dairesel bölgelerin yüzey alanlarını hesapladıktan sonra maliyetine oranlayarak eşit tutardaki maliyete karşılık gelen pizza büyüklüklerini karşılaştırdığı görülmüştür (Görsel 3.90).



Görsel 3.90. Melih'in Pizzalar problemine ilişkin çözümü

Görsel 3.90’da görüldüğü gibi Melih’in pizzaların yüzey alanlarını maliyetlerine oranladığında elde ettiği değerlere ilişkin karşılaştırması hatalı olmuştur. Görüşme sürecinde söz konusu hatasını fark eden Melih çözüm sürecine ilişkin açıklamasını “İki pizzanın alanlarını buldum, 225π ve 400π . Sonra maliyetlerine böldüm; $225\pi/30$ ve $400\pi/40$. Bu ifadeler 1 zede karşılık kaç cm^2 pizza karşılık geldiğini gösteriyor. 10π 7,5 π den büyük olduğu için büyük olan pizza maliyetine göre daha uygun olur.” şeklinde sunmuştur.

Paraşütlü Gemiler problemine gelindiğinde Melih’in sorunun çözümü için gerekli bilgileri ayırt edebildiği ve çözüm aşamalarını başarıyla gerçekleştirdiği görülmüştür. Melih’in çözüm sürecine ilişkin açıklaması “Paraşüt takıldığında her yıl, paraşütsüz harcanan paranın %20’si azalıyor. Yani, paraşütsüz bir yıllık dizel tüketimi masrafını buldum. Sonra bunun %20’sini hesapladım, 294 000 zed kâr elde ediliyordu. Maliyeti de kâra böldüğümde masrafın kaç yılda karşılandığını bulmuş oldum.” şeklinde olmuştur. Diğer yandan problem durumunda geminin adı, türü, uzunluk, genişlik, yük kapasitesi ve maksimum hız bilgilerinin sorunun çözümü için gerekli olmadığını ve bilgi amaçlı sunulmuş olabileceğini belirtmiştir.

3.3.4. Matematiksel iletişimi “2 düzeyi” ve “Ağırlıklı-2 düzeyi” olan öğrencilere ilişkin son klinik görüşme bulguları

Bu bölümde araştırmacı-öğretmenin matematiksel iletişimi ‘2 düzeyi’ ve ‘Ağırlıklı-2 düzeyi’ olan Ece, Melike, Dilek ve İrem ile gerçekleştirdiği son klinik görüşmelerde öğrencilerin Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-2 kapsamındaki problemleri çözme süreçlerinde detaylı olarak incelenen matematiksel iletişimlerine ve matematik okuryazarlığı performanslarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

3.3.4.1. Ece’nin son klinik görüşme bulguları

Ece’nin MOÖ-2 kapsamındaki Düzey-1 sorularından yalnızca Bisiklet Sürücüsü Hale problemi ikinci sorusunu işlemsel hata nedeniyle yanlış yanıtladığı görülmüştür. Görüşme sürecinde söz konusu hatasını fark ederek doğru sonucu ortaya koyabilen Ece MOÖ-2 kapsamındaki tüm soruları doğru yanıtlayarak iletişimsel anlamda üst düzey performans sergilemiştir. Bu kapsamda Ece problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel

kanıtlar sunabilmiştir. Diğer yandan Ece'nin matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

Ece'nin Hangi Araba? probleminde dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerine ilişkin sayısal verileri belirtilen şartlar bağlamında değerlendirebildiği görülmüştür. Ece'nin buradaki çözüm yaklaşımı her bir şart için tablodaki verileri ilgili şartı sağlayıp sağlamadığı yönünden incelemek şeklinde olmuştur. Ece çoktan seçmeli türündeki bu soruda ayrıca doğru yanıt olarak belirlediği Beta modeline ait özelliklerin belirtilen şartları sağladığına ilişkin yazılı bir açıklama da sunmuştur (Görsel 3.91).

→ 115 000 km kat ediyor, 2000 yılında üretilmiş. 4450 zed fiyatı var.

Görsel 3.91. Ece'nin Hangi Araba? sorusuna ilişkin çözümü

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-1 olan birinci sorusunda Ece, ayak izlerini gösteren resim, n ve P harf sembolleri ile temsil edilen değişkenler ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren formülü matematiksel olarak yorumlayabilmiştir. Yani, $\frac{n}{P} = 140$ formülünün bir dakikadaki adım sayısının adım uzunluğuna bölümünün 140'a eşit olması anlamına geldiğini açıklamıştır. Bu kapsamda $n=70$ değerini formülde yerine koyarak P değerini hesaplamış (0,50 metre) ve elde ettiği sonucu bir erkeğin adım uzunluğu olabilme durumunun mantığa uygunluğu yönüyle değerlendirmiştir. İkinci soruya gelindiğinde Ece'nin çözümünü detaylı olarak sunabildiği görülmüştür.

Handwritten solution for the walking problem. It shows a table with columns for 'Adım Sayısı' (Number of Steps), 'Adım Uzunluğu' (Step Length), and 'Yürüme Hızı' (Walking Speed). The student has calculated the step length as 0.5m and the walking speed as 0.5376 km/h. Below the table, there are three calculations: 1) $\frac{112}{80} = 1.4$, 2) $\frac{6720}{80} = 84$, and 3) $\frac{112}{80} = 1.4$.

Görsel 3.92. Ece'nin Yürüyüş problemi Soru-2'ye ilişkin çözümü

Ece burada $P=0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini hesaplayabilmiş ve bu değeri Burak'ın bir dakikadaki adım sayısının 112 olması olarak açıklayabilmiştir. Bununla birlikte yürüme hızını “Yürüme hızı, bir dakikadaki adım sayısı ile adım uzunluğunun çarpımıdır. Yani, dakikada kaç metre gidildiği.” şeklinde açıklamış ve bu doğrultuda “Yürüme hızı(m/dk)=Bir dakikadaki adım sayısı x Adım uzunluğu (metre)” matematiksel modelini formüle edebilmiştir. Böylece yürüme hızını m/dk ve km/sa olacak şekilde ayrı ayrı hesaplayabilmiştir.

Bu süreçte Ece'nin çözüme ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Çözümünü açıklar mısın?

Ece: Ben önce 1 dakikadaki yürüme hızını buldum. 1 dakikada 112 adım atıyorsa ve bir adım uzunluğu 0,80 metre ise bu ikisini çarpmam lazım. 89,6 m/dk çıkıyor. Sonra 1 dakikada 112 adım atıyorsa 60 dakikada 6720 adım atar. Yine adım uzunluğu 0,80 ile çarpınca 537,6 metre çıkıyor. Ama bunu benden km cinsinden istediği için virgül kaydırması yapmışım 0, 5376 km/sa çıkmış.

Döviz Kuru probleminin iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen ve orantısal muhakeme gerektiren birinci ve ikinci sorularında Ece'nin, SGD para biriminin GAR'dan daha değerli olduğunu “Singapur dolarının değeri Güney Afrika randından daha fazladır. Çünkü, 4,2 Güney Afrika randını toplayınca ancak bir Singapur doları elde edebiliyoruz.” şeklinde gerekçeli olarak açıklayabildiği görülmüştür. Böylece 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Üçüncü soruda ise Ece'nin çözüme ilişkin yazılı açıklaması “Yararına olmuştur. Çünkü eğer döviz kuru 4,2 rand olsaydı $3900/4,2$ yaklaşık 928 doları olacaktı. Ama 4,0 olunca 975 doları oldu” şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi Ece söz konusu iki farklı döviz kuruna göre 3900 randın kaç Singapur dolarına eşit olduğunu hesaplayarak elde ettiği sonuçları karşılaştırmış ve döviz kurunda yaşanan farklılığın, değişim öğrencisinin yararına olduğunu “Güney Afrika randının değeri artmış ve daha fazla parası olmuş oldu” şeklinde açıklayabilmiştir.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki ilk sorusunda Ece, iki farklı ortalama hız değerini (2,5 km/dk) hesaplayarak birbirine eşit sonuçlar elde etmiş ve bu durumu ortalama hızların eşitliği şeklinde yorumlamıştır. Dolayısıyla elde ettiği oranların eşit olmaması durumunda ortalama hızların da farklılaşacağını kolaylıkla açıklayabilmiştir. Benzer şekilde ikinci çoktan seçmeli soruda da Ece'nin 18 km/sa ifadesini “1 saatte 18 km yol gitmiş olması” şeklinde yorumlayabildiği ve bu doğrultuda

anlamda üst düzey performans sergilemiştir. Bu kapsamda Melike problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel kanıtlar sunabilmiştir. Diğer yandan Melike'nin matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

Melike'nin Hangi Araba? probleminde dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerine ilişkin sayısal verileri belirtilen şartlar bağlamında değerlendirebildiği görülmüştür. Melike'nin buradaki çözüm yaklaşımı her bir şart için tablodaki verileri ilgili şartı sağlayıp sağlamadığı yönünden incelemek şeklinde olmuştur. Nitekim öğrenci çözüm sürecini “*Şartları teker teker inceleyerek, hangisine uyuyorsa diye eleterek ilerliyorum*” şeklinde ifade etmiştir.

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-1 olan birinci sorusunda Melike, ayak izlerini gösteren resim, n ve P harf sembolleri ile temsil edilen değişkenler ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren formülü matematiksel olarak yorumlayabilmiştir. Melike'nin problem durumunu sesli olarak okuma sürecinde $\frac{n}{p} = 140$ formülünü anlamını yansıtabilecek şekilde okuması dikkat çekmiştir. Bu kapsamda n=70 değerini formülde yerine koyarak P değerini hesaplamış (0,50 metre) ve elde ettiği sonucu bir erkeğin adım uzunluğu olabilme durumunun mantığa uygunluğu yönüyle değerlendirmiştir. İletişimi Düzey-3 olan ikinci soruya gelindiğinde Melike'nin çözümünü sözlü ve yazılı bir şekilde detaylı olarak sunabildiği görülmüştür. Melike burada ilk olarak P=0,80 değerini formülde yerine koyarak n değerini hesaplayabilmiş ve bu değeri Burak'ın bir dakikadaki adım sayısının 112 olması olarak açıklayabilmiştir. Bununla birlikte yürüme hızını “*Yürüme hızı, bir dakikada kaç metre yol aldığım ya da bir saatte kaç km yol aldığım*” şeklinde açıklamış ve bu doğrultuda “*Yürüme hızı(m/dk)=Bir dakikadaki adım sayısı x Adım uzunluğu (metre)*” matematiksel modelini formüle edebilmiştir. Böylece yürüme hızını m/dk ve km/sa olacak şekilde ayrı ayrı hesaplayabilmiştir. Bu süreçte Melike'nin çözüme ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Yürüme hızı ne demektir?

Melike: Hız, sürat. Arabanın süratini düşünelim, mesela 90 km/sa.

Araştırmacı: Arabanın hızının 90 km/sa olması ne demektir?

Melike: Bir saatte 90 km yol alması. Yani, bir saatte aldığım yol benim hızım olmuş oldu.

Araştırmacı: O halde, yürüme hızı ne demektir?

Melike: Bir dakikada kaç metre yol aldığım ya da bir saatte kaç km yol aldığım. O zaman bu ikisini (bir dakikadaki adım sayısı ve adım uzunluğu) çarpmam lazım.

Araştırmacı: Neden öyle düşündün?

Melike: Bir adımım 0,80 metre ve toplam 112 adım atıyorsam aldığım yol bu ikisinin çarpımına eşit olur.

Döviz Kuru probleminin iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen ve orantısal muhakeme gerektiren birinci ve ikinci sorularında Melike'nin, SGD para biriminin GAR'dan daha değerli olduğunu "Singapur doları Güney Afrika randından daha değerlidir. Çünkü, mesela iki para biriminin de geçerli olduğu bir yerde 1 tane SGD verdiğim zaman 4,2 Güney Afrika randı vermem gerekir" şeklinde gerekçeli olarak açıklayabildiği görülmüştür. Böylece 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Üçüncü soruda ise Melike'nin çözüme ilişkin yazılı açıklaması "Yararına olmuştur. Çünkü 1 SGD 4,0 olursa eğer 47 GAR kârda oluyor. 4,2 olduğunda 928 iken; 4,0 olunca 975 GAR'a tekabül eder" şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi Melike üç aylık bir sürenin öncesinde ve sonrasındaki iki farklı döviz kuruna göre 3900 randın kaç Singapur dolarına eşit olduğunu hesaplayarak elde ettiği sonuçları karşılaştırmış ve döviz kurunda yaşanan farklılığın, değişim öğrencisinin yararına olduğunu açıklayabilmiştir.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki ilk sorusunda Melike, eşit zaman aralıklarında eşit mesafelerde yol kat edildiğini düşünerek ortalama hızların eşit olduğunu açıklamıştır. Melike burada iki farklı ortalama hız değerini 24 km/sa olarak hesaplayabilmiştir. Benzer şekilde ikinci çoktan seçmeli soruda da Melike'nin 18 km/sa ifadesini "1 saatte 18 km yol gitmiş olması" şeklinde yorumlayabildiği ve bu doğrultuda orantısal muhakeme yoluyla matematiksel sonuca ulaştığı görülmüştür. Burada Melike işlemsel bir hata nedeniyle sonucunun hatalı olduğunu belirtmiştir. "Neden 30 dakika olarak düşündüğümü anlayamadım. Bölme işleminde yanlışlık yapmışım muhtemelen" şeklinde açıklamada bulunmuştur.

İletişimi Düzey-3 olarak belirlenen Pizzalar sorusunda Melike'nin yazılı çözümünü detaylı bir şekilde sunabildiği görülmüştür (Görsel 3.94). Burada Melike'nin 'maliyetine göre daha uygun' ifadesini "maliyeti daha fazla olana daha az para ödenmesi" olarak

yorumlamıştır. Bununla birlikte hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğunun belirlenmesinde pizzaların yüzey alanları ile maliyetlerinin karşılaştırılacağını “Tek değişkenimiz boyutlarımız, kalınlıklarda bir değişiklik yok. Ben burada alan bulmaya karar verdim. Çünkü 1 cm^2 ’ye ne kadar ödüyorum bunun hesabını yaparsam hangisinin maliyetinin daha uygun olduğunu bulabilirim diye düşündüm” şeklinde açıkça ifade etmiştir. Bu kapsamda Melike’nin çözüm aşamaları ise pizzaların yüzey alanlarını hesaplamak, iki farklı pizza için 10 zede karşılık gelen yüzey alanlarını hesaplamak ve ulaşılan sonuçları karşılaştırmak şeklinde olmuştur. Melike’nin elde ettiği sonuca ilişkin yorumu ise “Maliyeti daha fazla olana daha az para ödüyorum. Zaten marketlerde de büyük boy aldığımız zaman daha uygun oluyor” şeklinde olmuştur.

30 cm $r=15 \text{ cm}$ ve maliyeti 30 zeddir. Büyüğü 40 cm $r=20 \text{ cm}$ ve maliyeti 40 zeddir.
 Hangi pizza maliyetine göre daha uygundur? Gerekçenizi belirtiniz.
 $3 \cdot 225 = 675 \text{ cm}^2$ $\frac{675}{1200} = \frac{30}{40} \text{ zed}$ $225 = 10 \text{ zed}$
 $3 \cdot 400 = 1200 \text{ cm}^2$ $\frac{1200}{300} = 4 \text{ zed}$ $300 = 10 \text{ zed}$
 $\Rightarrow$ Büyük don pizza maliyeti daha uygundur.

Görsel 3.94. Melike’nin Pizzalar problemine ilişkin çözümü

Paraşütlü Gemiler problemine gelindiğinde Melike’nin sorunun çözümü için gerekli bilgileri ayırt edebildiği, çözüm aşamalarını başarıyla gerçekleştirdiği görülmüştür. Yani, ‘yakıt tasarrufunun kurulum maliyetini karşılaması’ ifadesini “Benim kârım ne kadar yıl sonra paraşütün maliyetine denk geliyor?” şeklinde yorumlamış ve bu doğrultuda ilk olarak paraşütsüz yıllık dizel yakıt tüketim masrafını, paraşüt takılması durumunda yıllık dizel yakıt tüketim masrafını ve ardından bu iki tüketim masrafı arasındaki farkı hesaplamıştır. Son olarak masrafın kaç yılda karşılanacağını paraşüt takılma maliyeti ile yıllık tasarruf miktarını ilişkilendirerek hesaplayabilmiştir. Melike’nin bu süreçteki açıklamaları ve yazılı çözümü Görsel 3.95’de sunulmuştur.

$2.500.000 \cdot 4,2 = 1.470.000 \text{ TL}$ $1.470.000 - 1.176.000 = 294.000$
 $2.500.000 \cdot 20 = 50.000.000 \text{ TL}$ $2.500.000 + 294.000 = 2.794.000$
 $3.500.000 - 700.000 = 2.800.000$ yeni yatırım
 $2.500.000 \cdot 0,42 = 1.050.000 \text{ TL}$ olur
 (il sayısı: 8,5)

Görsel 3.95. Melike’nin Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin çözümü

Araştırmacı: Buradaki çözüm sürecini açıklar mısın?

Melike: Ben önce bir yılda paraşütsüz ne kadar ödüyorum, bunu hesaplamak istedim. Çünkü, yıllık tasarrufu hesaplayacağım için. Burada da 3,5 milyon ile 0,42'yi çarptığımda bir yıllık yakıta verdiğim parayı buldum. Sonra onun %20'sini buldum, yani paraşüt kullandığımda ne kadar azalacağını buldum. 70 000 litre azalıyormuş. Yeni kullanımı buldum, 2 800 000 litre. Yeni kullanıma ne kadar veriyorum onu hesapladım. 1 176 000 TL olmuş. Aradaki tasarrufu buldum. Paraşütlü ve paraşüt takıldıktan sonraki ücret arasındaki fark 294 000 TL. Kâr maliyete ne kadar süre sonra denk geliyor. Bunu bulmak için böldüm, 8,5 yazmışım.

3.3.4.3. Dilek'in son klinik görüşme bulguları

Dilek'in MOÖ-2 kapsamındaki tüm soruları doğru yanıtladığı görülmüştür. Dolayısıyla Dilek iletişimsel anlamda üst düzey performans sergilemiştir. Bu kapsamda Dilek problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel kanıtlar sunabilmiştir. Diğer yandan Dilek'in matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

Hangi Araba? sorusunda Dilek, dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerine ilişkin sayısal verileri belirtilen şartlar bağlamında değerlendirebilmiştir. Dilek'in buradaki çözüm yaklaşımı her bir şart için tablodaki verileri ilgili şartı sağlayıp sağlamadığı yönünden incelemek şeklinde olmuştur. Dilek'in çözüm sürecine ilişkin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Dilek: 120 000 km'den fazla olmayana baktım önce. Gama'yı eledim bu yüzden. Çünkü 128 000 km yol kat etmiş. 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak diyor. Tetra 1999 model olduğu için onu da eledim. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak diyor. Alfa'nın fiyatı 4800 zed. Bu yüzden onu da eledim. Beta bütün şartları sağlayan model oluyor.

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-1 olan birinci sorusunda Dilek, n ve P harf sembolleri ile temsil edilen değişkenler ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren

formülü matematiksel olarak yorumlayabilmiştir. Bu kapsamda $n=70$ değerini formülde yerine koyarak P değerini hesaplamış ve elde ettiği sonucu (0,50 metre) bir adım uzunluğu olarak açıklayabilmiştir. İletişimi Düzey-3 olan ikinci soruya gelindiğinde Dilek'in çözümünü sözlü ve yazılı bir şekilde ve detaylı olarak sunabildiği görülmüştür. Dilek burada $P=0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini hesaplayabilmiş ve bu değeri Burak'ın bir dakikadaki adım sayısının 112 olması olarak açıklayabilmiştir. Bununla birlikte “Yürüme hızı(m/dk)=Bir dakikadaki adım sayısı x Adım uzunluğu (metre)” matematiksel modelini formüle edebilmiş ve buna bağlı olarak da yürüme hızını m/dk ve km/sa olacak şekilde ayrı ayrı hesaplayabilmiştir.

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{120}{8} = 15 & \frac{120}{8} &= 15 & 15 \cdot 8 &= 120 & 112 &= n \\
 P &= \frac{120}{8} = 15 & \frac{112 \cdot 4}{5} &= 89.6 & 1 \text{ dk} &\times 89.6 & & \\
 & & & & 60 \text{ dk} &\times & ? & \\
 & & & & 89.6 \cdot 60 &= 5376 \text{ m} & & \\
 & & & & & = 5.376 \text{ km} & & \\
 1 \text{ dk} &= 89.6 & & & & & & \\
 1 \text{ saat} &= 5.376 & & & & & &
 \end{aligned}$$

Görsel 3.96. Dilek'in Yürüyüş problemi Soru-2'ye ilişkin çözümü

Bu süreçte Dilek'in söylemek istediklerini aşağıda sunulduğu gibi açık ve anlaşılır bir şekilde ifade edebilmiş olması dikkat çekmiştir.

Araştırmacı: Yürüme hızı derken ne kastediliyor?

Dilek: Yani bir dakikada kaç metre yürüdüğü. Bu ikisinin (n ve P kastediyor) çarpımı.

Araştırmacı: Neden çarptın bu iki değeri?

Dilek: Hızını bulmak için. 0,80 metreymiş adım uzunluğu ve 112 adım atmış. Çarptığımda yolun uzunluğunu bulurum.

Araştırmacı: Yolun uzunluğu hızı mı eşit oluyor?

Dilek: 1 dakikada aldığı yolun uzunluğu yürüme hızını veriyor.

Döviz Kuru probleminin iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen ve orantısal muhakeme gerektiren birinci ve ikinci sorularında Dilek'in, SGD para biriminin GAR'dan daha değerli olduğunu “Çünkü 1 Singapur doları ile 4,2 randlık bir şey alabiliyorsun” şeklindeki gerekçeyle birlikte açıklayabildiği görülmüştür. Böylece 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Üçüncü soruda ise Dilek döviz kurundaki değişimi “Güney Afrika

randının değeri artmış” şeklinde açıklamıştır. Bu kapsamda söz konusu iki farklı döviz kuruna göre 3900 randın kaç Singapur dolarına eşit olduğunu hesaplayarak, elde ettiği sonuçları karşılaştırmıştır. Yani, 975 SGD’nin 928 SGD’den büyük olması nedeniyle döviz kurunda yaşanan farklılığın, değişim öğrencisinin yararına olduğunu açıklayabilmiştir.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki ilk sorusunda Dilek, iki farklı ortalama hız değerini hesaplayarak birbirine eşit sonuçlar elde etmiş ve bu durumu ortalama hızların eşitliği şeklinde yorumlamıştır. Dolayısıyla elde ettiği oranların eşit olmaması durumunda ortalama hızların da farklılaşacağını kolaylıkla açıklayabilmiştir. Benzer şekilde ikinci çoktan seçmeli soruda da Dilek’in 18 km/sa ifadesini “1 saatte 18 km yol gitmiş olması” şeklinde yorumlayabildiği ve bu doğrultuda orantısal muhakeme yoluyla doğru yanıtı elde edebildiği görülmüştür.

İletişimi Düzey-3 olarak belirlenen Pizzalar sorusunda Dilek’in ‘maliyetine göre daha uygun’ ifadesine ilişkin yorumu aşağıdaki gibi olmuştur.

Araştırmacı: Bir pizzanın maliyetine göre daha uygun olması ne demektir?

Dilek: Pizzaların miktarlarıyla fiyat oranlarını karşılaştırmam gerekiyor.

Araştırmacı: Miktar derken neyi kastettin?

Dilek: Pizzanın alanını miktar olarak düşündüm.

Araştırmacı: Neden?

Dilek: Kalınlıklarının aynı olduğunu biliyoruz çünkü.

Görüldüğü gibi Dilek hangi pizzanın maliyetine göre daha uygun olduğunun belirlenmesinde pizzaların yüzey alanları ile maliyetlerinin karşılaştırılacağını açıkça ifade etmiştir. Bu kapsamda öğrencinin çözüm aşamaları ise pizzaların yüzey alanlarını hesaplamak, yüzey alanlarını satış fiyatlarına oranlamak ve ulaşılan sonuçları karşılaştırarak maliyetine göre daha uygun olanı belirlemek şeklinde olmuştur (Görsel 3.97).

Handwritten solution for the Pizzalar problem:

$$35^2 \pi = 225\pi \rightarrow 12000$$
$$30^2 \pi = 900\pi \rightarrow 4000$$

Eğer küçük pizzanın büyük pizza kadar alınırsa:

$$\frac{225\pi \times 30}{4000\pi} = \frac{12000}{4000} = 3$$
$$\frac{4000\pi \times 30}{225\pi} = \frac{12000}{225} = 53,3$$

Büyük pizza daha uygundur.

Görsel 3.97. Dilek’in Pizzalar sorusuna ilişkin çözümü

Paraşütlü Gemiler problemine gelindiğinde Dilek'in sorunun çözümü için gerekli bilgileri ayırt edebildiği, çözüm aşamalarını başarıyla gerçekleştirdiği görülmüştür. Yani, 'yakıt tasarrufunun kurulum maliyetini karşılaması' ifadesini *"Bir harcama yapılıyor, yıldan yıla tasarruf edilerek bu masraf karşılanmaya çalışılıyor. Yani kaç yıl sonra tasarruf 2500000 zed olur?"* şeklinde yorumlamış ve bu doğrultuda ilk olarak paraşütsüz yıllık dizel yakıt tüketim masrafını, paraşüt takılması durumunda sağlanan yıllık tasarrufu ve son olarak masrafın kaç yılda karşılanacağını hesaplayabilmiştir.

3.3.4.4. İrem'in son klinik görüşme bulguları

İrem'in iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen Yürüyüş problemi ikinci sorusunu yanıtlamayadığı, diğer sorular için ise detaylı yazılı çözümler sunduğu ve görüşme sürecinde de sözlü açıklamalarını açık ve anlaşılır bir dilde ifade edebildiği görülmüştür. Diğer yandan İrem belirtilen soruyu görüşme sürecinde doğru yanıtlayarak tüm soruların yanıtını elde edebilmiştir. Dolayısıyla İrem her bir iletişim düzeyindeki soruları doğru yanıtlayarak iletişimsel anlamda üst düzey performans sergilemiştir. Yani, İrem problem durumundaki birden fazla bileşeni birbirleriyle ilişkilendirebilmiş, çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmiş, çözüme ilişkin açıklamalar ve matematiksel hesaplamalar ile matematiksel kanıtlar sunabilmiştir. Diğer yandan İrem'in matematik okuryazarlığı performansı değerlendirildiğinde matematiksel bir modeli formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerini başarıyla tamamlayabildiği gözlenmiştir.

İletişimi Düzey-0 olarak belirlenen ve yorumlama sürecine ilişkin olan Hangi Araba? probleminde İrem'in dört farklı araba modeline ilişkin olarak yıl, istenen fiyat (zed), kat ettiği mesafe (kilometre) ve motor hacmi (litre) özelliklerini gösteren tabloyu yorumlayabildiği görülmüştür. İrem'in çözüm yaklaşımı ise her bir şart için tablodaki verileri ilgili şartı sağlayıp sağlamadığı yönünden incelemek şeklinde olmuştur. Öğrencinin buradaki açıklaması aşağıda sunulmuştur.

İrem: Kat ettiği mesafe 120 000 kilometreden fazla olan Gama modelini eledim. 2000 yılından önce üretilen arabaları da elememiz gerektiği için Tetra modeli de 1999 yılında üretildiği için eledim. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olan Alfa modelini de eledim. Beta modeli tüm koşulları sağlayan model olmuş oldu.

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-1 olan birinci sorusunda İrem, ayak izlerini gösteren resim, n ve P harf sembolleri ile temsil edilen değişkenler ve bu değişkenler

arasındaki ilişkiyi gösteren formülü matematiksel olarak yorumlayabilmiştir. Bu kapsamda $n=70$ değerini formülde yerine koyarak P değerini 0,50 metre olarak hesaplamıştır. İrem'in çözüm sürecine ilişkin açıklaması ise “*Verilenleri formülde yerine yerleştirdim. Bir dakikadaki adım sayısı 70’miş, n yerine 70 yazdım. Buradan 70 bölü P 140’a eşit oldu ve P değerini 0,5 metre olarak buldum. Yani, Hakkı’nın bir adım uzunluğu yarım metreymiş.*” şeklinde olmuştur.

Yürüyüş probleminin iletişimi Düzey-3 olan ikinci sorusuna gelindiğinde İrem'in ilk olarak $P=0,80$ değerini formülde yerine koyarak n değerini hesapladığı görülmüştür. Yani, Burak'ın bir dakikadaki adım sayısını 112 ve bir saatteki adım sayısını ise (112×60) 6720 olarak belirlediği görülmüştür. Diğer yandan İrem görüşme sürecinde araştırmacı-öğretmenin herhangi bir müdahale veya yönlendirmesine ihtiyaç duymaksızın “*Yürüme hızı(m/dk)=Bir dakikadaki adım sayısı x Adım uzunluğu (m)*” ve “*Yürüme hızı (km/sa)= Bir saatteki adım sayısı x Adım uzunluğu (km)*” matematiksel modelini formüle edebilmiştir. İrem'in buradaki matematiksel düşünme süreci ve açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

İrem: Hızın yol bölü zaman olduğunu biliyorum ama yürüme hızı... (düşünüyor)
Diyelim ki bir araba 1 saatte 90 km yol gidiyor. O zaman yol bölü zaman 90 km/sa olmuş olur.

Araştırmacı: O zaman yürüme hızı ne demektir?

İrem: Belli bir mesafeyi ne kadar sürede gittiği, ya da belli bir sürede ne kadar mesafe gittiği diyebiliriz.

Araştırmacı: Peki, sen belirli bir mesafe dedin. Bu soru için bu mesafeyi bulabilir misin?

İrem: Bulabiliriz. 112 adım atmış. Adım uzunluğunu da biliyoruz, çarparsak aldığı yolu buluruz.

(Matematiksel hesaplamaların yapılması)

İrem: Yürüme hızı 89,6 m/dk olur.

Araştırmacı: 1 saatteki yürüme hızını km olarak nasıl bulursun?

İrem: Adım sayısını biliyoruz bir saatteki adım sayısı 6720. Adım uzunluğunu kilometreye çevirmemiz gerek (0,0008 km yazıyor). Şimdi bu ikisini çarparsak (6720 ile 0,0008 çarpıyor) 5,376 km/sa olur.

Görüldüğü gibi İrem görüşme sürecinde yürüme hızını ifade eden matematiksel modeli formüle edebilmiş ve buna bağlı olarak gerekli matematiksel hesaplamaları

yaparak yürüme hızını m/dk ve km/sa olarak iki farklı şekilde belirleyebilmiştir. Diğer yandan İrem soruyu yanıtlayamama nedeni olarak çözüm sürecinde de bu mantığı yürüttüğünü ancak bir dakikadaki adım sayısı ile adım uzunluğunu çarptığında soru maddesinde verilen formüle eşdeğer bir ifade elde edeceği yanılışına düştüğünü dile getirmiştir.

Döviz Kuru probleminin iletişimi Düzey-1 olarak belirlenen ve orantısal muhakeme gerektiren birinci ve ikinci sorularında İrem'in, SGD para biriminin GAR'dan daha değerli olduğunu *"1 tane SGD 4,2 GAR'a eşit. O zaman SGD daha değerli çünkü, 1'e karşılık 4,2"* şeklinde gerekçeli olarak açıklayabildiği görülmüştür. Böylece 3000 SGD'ye karşılık gelen GAR değerini ve 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerini kolaylıkla hesaplayabilmiştir. Üçüncü soruyu yanlış yanıtlayan İrem'in çözüme ilişkin yazılı açıklaması *"Hayır. Çünkü, GAR 4,2 iken 1 SGD verdiğinde 4,2 GAR'a sahip oluyordu. Fakat GAR 4,0 olduğunda 1 SGD karşılığında 4 GAR alabildi. $4,2 > 4,0$ olduğundan yararına olmamıştır"* şeklinde olmuştur. İrem'in buradaki açıklaması ise *"Kendi parasını gideceği ülkenin parasına çeviriyor. İlk durumda kendi parasından 1 verdiğinde eline 4,2 GAR geçiyor ve bu 4'e göre daha yüksek bir miktar. Dolayısıyla bu düşünüş onun yararına olmaz."* Görüldüğü gibi İrem üç aylık sürenin öncesi için döviz kurundaki değişimi, değişim öğrencisinin yararına olup olmadığı bakımından değerlendirmiştir. Görüşme sürecinde ise araştırmacının herhangi bir müdahalesi olmaksızın bu düşüncesinin hatalı olduğunu fark etmiş ve söz konusu değerlendirmeyi üç aylık sürenin sonrası için yapması gerektiğini belirtmiştir. Bu kapsamda 3900 GAR'a karşılık gelen SGD değerlerini hesaplamadan çıkan sonuçların hangisinin daha büyük ya da daha küçük çıkacağına ilişkin kestirimde bulunmuştur. İrem'in *"3900'ü 4,2'ye bölüp hangisi daha büyük hangisi daha küçük ona bakmam gerekiyor. O da zaten 975'ten daha küçük bir değer çıkar. O zaman yararına olmuş olur."* açıklamaları bu düşünme şeklini açıkça yansıtmaktadır. Sonuç olarak İrem iki farklı döviz kuruna göre Singapur dolarındaki farklılaşmayı yorumlayabilmiş ve döviz kurunda gerçekleşen değişimin, değişim öğrencisinin yararına olduğunu açıklayabilmiştir.

Bisiklet Sürücüsü Hale probleminin çoktan seçmeli türündeki ilk sorusunda İrem'in çözüme ilişkin açıklaması *"1 dakikada kaç kilometre yol aldığını bulmak için 4'ü 10'a böldüm. Diğer tarafta da 2'yi 5'e böldüm. İkisi eşit çıktı."* şeklinde olmuştur. Görüldüğü gibi İrem ortalama hız değerlerini hesaplayarak eşit olduğunu açıklayabilmiştir. Ayrıca İrem burada iki farklı ortalama hız değerini 0,4 km/dk olarak hesaplamıştır. Çoktan

seçmeli soru türündeki ikinci soruya gelindiğinde İrem'in 18 km/sa ifadesini “1 saatte 18 km yol gitmiş olması” şeklinde yorumlayabildiği ve bu doğrultuda orantısal muhakeme yoluyla matematiksel sonuca kolaylıkla ulaştığı görülmüştür. İrem'in çözüme ilişkin açıklaması “Bir saatte 18 km yol gidiyor ve 6 km, 18 km'nin 1/3'ine eşit. O zaman bir saatin de 1/3'i kadar zamanda yol alması gerekir. 60 dakikanın 1/3'i 20 dakika” şeklinde olmuştur.

İrem'in iletişimi Düzey-3 olarak belirlenen ve formüle etme ve yürütme süreçlerine ilişkin Pizzalar sorusundaki çözüm yaklaşımı eşit büyüklükteki pizzalar için ödenen tutarların karşılaştırılması olmuştur (Görsel 3.98). İrem'in çözüm sürecine ilişkin açıklaması “Karşılaştırma yapabilmek için pizzaların alanlarının en küçük ortak katını buldum. Sonra bu büyüklükteki pizzalara ne kadar ödediklerini buldum. Burada (küçük boy pizza) daha fazla para ödendiği için büyük pizza daha uygun.” şeklinde olmuştur.

Handwritten mathematical work for the Pizzalar problem. It shows calculations for the area of two pizzas (A.P. and B.P.) and then compares them by finding a common multiple (129600) to determine which is more cost-effective. The final conclusion is that the larger pizza is more suitable.

Görsel 3.98. İrem'in Pizzalar sorusuna ilişkin çözümü

Paraşütlü Gemiler problemine gelindiğinde İrem'in sorunun çözümü için gerekli bilgileri ayırt edebildiği ve çözüm aşamalarını başarıyla gerçekleştirdiği görülmüştür (Görsel 3.99).

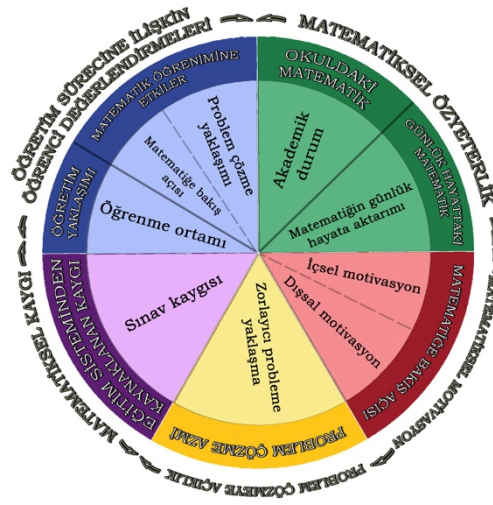
Handwritten mathematical work for the Paraşütlü Gemiler problem. It shows a table with columns for 'Yıl' (Year) and 'Paraşüt' (Parachute) and rows for different years (1, 2, 3, 4, 5). The calculations show that the parachute is used for 9 years.

Görsel 3.99. İrem'in Paraşütlü Gemiler sorusuna ilişkin çözümü

İrem'in çözüm sürecine ilişkin açıklaması ise “Önce bir yıllık dizel tüketimini buldum. Sonra bunun %20'sini alarak bir yıldaki tasarrufu buldum. Yani, birinci yıl 294000 zed tasarruf. Bana ne kadar yıl sonra bunu karşılayacağını sorduğu için her sene 294000 artırdım. 8 yılda 2352000 zed yapıyor. Bu maliyeti tam karşılamadığı için 9 yıl dedim” şeklinde olmuştur.

3.4. Duyuşsal Özelliklere İlişkin Son Görüşme Bulguları

Duyuşsal özelliklere ilişkin son görüşmelerden elde edilen verilerin içerik analizi sonucunda ortaya çıkan kategoriler ve alt kategoriler Şekil 3.6'da verilmiştir.



Şekil 3.6. Tema, kategori ve alt kategoriler

Görüşme bulguları *Matematik Öz-yeterliği*, *Matematiksel Motivasyon*, *Matematik Kaygısı* ve *Problem Çözmeye Açıklık* temalarına ek olarak *Öğretim Sürecine Yönelik Öğrenci Değerlendirmeleri* teması altında değerlendirilmiştir. Bu kapsamda belirlenen kategoriler ise *Okuldaki Matematik*, *Gerçek Yaşamdaki Matematik*; *Matematiğe Bakış Açısı*; *Eğitim Sisteminden Kaynaklanan Kaygı*; *Problem Çözme Azmi*; *Öğretim Yaklaşımına İlişkin Değerlendirmeler* ve *Matematik Öğrenimindeki Etkilerine İlişkin Değerlendirmeler* şeklinde olmuştur. Burada içerik analizi sonucunda elde edilen kod, alt kategori, kategori ve temalara ilişkin detaylı bilgiler Ek-17’de sunulmuştur.

3.4.1. Matematik öz-yeterliği teması

Bu tema altında elde edilen kategori ve alt kategorilere ilişkin detaylı bilgiler aşağıda sunulmaktadır.

3.4.1.1. Okuldaki matematik

Okuldaki matematik derslerinde ele alınan matematiksel problemlerin çözümü konusundaki öz-yeterlikleri sorgulandığında öğrencilerin başarabilme kapasitelerine ilişkin inançlarının matematik başarı durumlarına göre farklılaştığı görülmüştür. Bu kapsamda öğrencilerin matematik başarıları ile geçmiş yaşantılarının matematiksel problemleri çözme konusundaki etkisi aşağıda detaylı olarak açıklanmıştır.

Son görüşmelerden elde edilen bulgular okuldaki matematik derslerinde ele alınan matematiksel problemlerin çözümü konusundaki öz-yeterlikleri bağlamında öğrencilerin sekizinin (Melike, İrem, Ece, Dilek, Can, Semih, Defne ve Hande) kendilerini oldukça yeterli gördüğünü ortaya koymuştur. Melike, İrem, Ece, Dilek, Can ve Semih'in yanı sıra, ön görüşmelerde anlamadıkları veya zor olduğunu düşündükleri problemleri çözme konusunda güven eksikliği yaşadığını belirten Defne ve Hande, uygulama süreci sonrasında artık daha özgüvenli hissettiğini açıkça belirtmiştir. Bu bağlamda gerçekleştirilen sorgulamalar bu öğrencilerin tamamının problem çözmeye ilişkin inançlarının, matematikte başarılı olmalarına bağlı olduğunu düşündüklerini ortaya çıkarmıştır. Öğrencilerin “*Matematiksel bir problemi çözme konusunda kendine güvenin nasıldır*” sorusuna verdikleri örnek yanıtlar aşağıda sunulmuştur.

Defne: Artık kendime daha çok güveniyorum. Burada (uygulama sürecini kastediyor) yorum yaptıkça matematik problemlerini nasıl yorumlayacağımı öğrendim. Artık güvenim eskisi kadar azalmıyor, daha çok güveniyorum kendime. Soruları çözdükçe de güvenim artıyor.

Hande: Şu an kendime güvenim çok daha fazla. Problem çözerken farklı bakış açılarına sahip oldum ve bu da başarıyı artırdı.

Can: Matematikte kendime güveniyorum ama burada (uygulama sürecini kastediyor) anlamam daha fazla gelişti, anladıkça ve yapabildikçe özgüvenim daha da arttı.

Öğrencilerin altısı (Melih, Demir, Nazan, Rüya, Gökhan ve Ali) ise her ne kadar matematiksel problemleri çözme konusunda kendilerine güvendiklerini dile getirmiş olsa da bu öğrencilerin anlamadıkları veya zor olduğunu düşündükleri problemleri çözme konusunda güven eksikliği yaşadığı görülmüştür. Aşağıda bazı öğrenci görüşleri sunulmuştur.

Melih: Kendime güvenim vardır ama çok zor sorularda mesela problem açık olmadığına daha az güveniyorum. Çünkü çözümü bulmak için çok düşünmek gerekiyor.

Demir: Kendime güvenim sorudan soruya değişiyor. Mesela çok uzun sorularda, verilen bilgileri kullanırken ve işlem yaparken biraz zorlanıyor olabilirim.

Burada dikkat çeken önemli bir husus, konuları anlamakta yaşadıkları zorluk ve ön bilgilerindeki eksiklikler nedeniyle ön görüşmelerde matematiksel problemlerin çözümü konusunda kendisine güvenmediğini belirten Gökhan ve Ali'nin son görüşmelerde “Uğraşırsam yapabileceğime inanıyorum” ve “Bazı soruları anlamak zor oluyor, kafam karışabiliyor ama kendime güvenim biraz iyidir” şeklindeki görüş paylaşımları olmuştur. Öğrencilerin bu açıklamaları öz-yeterlik algılarındaki iyileşmeyi açıkça ortaya koymaktadır. Diğer yandan Elçin uygulama süreci sonrasında her ne kadar kendine duyduğu güvenin biraz daha arttığını ifade etse de genel anlamda matematiksel problemleri çözme konusunda kendisine güvenmediğini belirtmiştir. Matematik başarısını ortalama olarak değerlendiren Elçin, yaşadığı bu güvensizliğin nedenini şu şekilde açıklamıştır.

Elçin: Güvenim biraz daha arttı diyebilirim. Şu an problemleri anlayabiliyorum, bu da beni sonuca daha çok yaklaştırıyor ama matematiksel ifade etmekte zorlanıyorum. O yüzden güvenim pek yok.

3.4.1.2. Gerçek yaşamdaki matematik

Öğrencilerin matematik öz-yeterliklerinin incelenmesinde ikincil olarak matematik bilgisi ile günlük yaşam durumlarını ilişkilendirme konusunda kendilerine güveninin nasıl olduğu sorgulanmıştır. Bu kapsamda öğrenciler öncelikle matematik bilgilerini günlük yaşamlarında kullandıkları bir durum örneği sunmuş ve matematik bilgisini gerçek hayat ile ilişkilendirebilme durumlarını değerlendirmiştir. Öğrencilerin matematik ve gerçek yaşam ilişkisi konusundaki görüşleri aşağıda detaylı olarak açıklanmıştır.

Matematiksel problemleri çözme konusundaki inançlarına göre farklılık göstermeksizin öğrencilerin tamamı matematiğin gerçek yaşam ile olan yakın ilişkisi konusundaki farkındalığını açıkça yansıtmıştır. Bu kapsamda öğrencilerin matematik bilgisinin gerçek yaşamda kullanıldığı durumlara ilişkin sundukları örnekler para hesabı, zaman ölçme gibi konularla sınırlı kalmamış ve öğrenciler kendi yaşantılarından örnekler verebilmiştir. Bununla birlikte öğrenciler günlük yaşamlarında mevcut matematik

bilgilerini kullanmakta başarılı olduğunu düşünmüştür. Aşağıda matematik ve gerçek yaşam ilişkisi konusundaki farkındalıklarını yansıtan örnek açıklamalar sunulmuştur.

İrem: Ben akıllı ev projesi yapmıştım. Üçgen şeklindeki çatı için kullanacağımız malzemelerin ölçüsünü Pisagor bağıntısını kullanarak hesaplamıştık. Bence matematik okulda öğrendiklerimizle sınırlı değil. Her şeyin bir matematiği var. Matematik her yerde farklı şekillerde karşımıza çıkıyor.

Rüya: Matematik hayatımızın her yerinde. Mesela odamın halısını yaptırırken alanını hesaplamıştık...

Melike: Sahalarda yapılan sulamalar, yer altından geçen borulardaki hesaplamalar. Matematiği çoğu yerde kullanıyoruz. Bu uygulama sayesinde bunu daha da iyi anlamış olduk.

3.4.2. Matematiksel motivasyon teması

Öğrencilerin matematiksel motivasyonlarının nasıl olduğunun incelenmesi amacı doğrultusunda matematik öğrenmeye ne derece motive olduklarını düşündükleri ve matematik öğrenmekteki en önemli motivasyon kaynakları sorgulanmıştır. Bu bağlamda öğrenci motivasyonlarının matematiğe bakış açılarına göre farklılaştığı gözlenmiştir. Yani, matematiğin yalnızca başarılması gereken bir ders olduğu veya gelecek yaşantısının bu derste başarıya bağlı olduğu görüşündeki öğrencilerin matematiksel motivasyonlarının dışsal türde olduğu görülmüştür. Diğer yandan matematiğin problem çözme ve akıl yürütme becerisini geliştiren bir ders olduğu görüşündeki öğrencilerin matematiksel motivasyonlarının ise içsel türde olduğu görülmüştür.

3.4.2.1. İçsel motivasyon

Görüşme gerçekleştirilen öğrencilerin üçü (Melike, İrem ve Ece) matematiği öğrenme konusundaki motivasyonlarının oldukça iyi düzeyde olduğunu düşünmüştür. Matematiksel problemleri çözme konusunda kendilerine oldukça güvendiği görülen bu öğrencilerin temel motivasyon kaynağını ise matematiğe olan merak ve ilgileri oluşturmaktadır. Öğrencilerin “*Seni matematik öğrenmeye teşvik eden şey nedir?*” sorusuna verdikleri yanıtlar aşağıdaki gibidir.

Melike: Aslında sadece matematik dersinde değil, bir bilgi öğrenmeyi istiyorum. Matematikle ilgili yeni bir bilgi öğrenmek bana çok iyi gelir.

İrem: Matematiği seviyorum, çok keyif alıyorum. Her an her yerde matematik öğrenebilirim.

Ece: Matematik mantığa yönelik bir ders yani, düşünme kabiliyetimizi geliştiriyor.

3.4.2.2. Araçsal motivasyon

Matematiksel motivasyonlarının içsel türde olduğu görülen üç öğrenci dışındaki öğrencilerin tamamı “*Matematik öğrenmende en önemli motivasyon kaynağın nedir?*” sorusu karşısında matematik dersi başarısının yıl sonunda girecekleri sınav ve gelecekteki meslekleri üzerindeki etkisine dikkat çekmiştir. Bu konudaki bazı örnek görüşler aşağıdaki gibidir.

Semih: Aslında matematik öğrenmeye o kadar ilgili değilim. Ama Liselere Giriş Sınavı-LGS’de binlerce kişinin önüne geçebilmek matematik başarısına bağlı.

Gökhan: İlerde lazım olacak, sınavlarda çıkıyor. Sınav olmasa matematik öğrenmek ister miyim bilmiyorum, emin değilim.

Ön ve son görüşmelerden elde edilen bulgular birlikte değerlendirildiğinde, öğrencilerin motivasyon türlerinde herhangi bir değişikliğin söz konusu olmadığı görülmüştür. Bununla birlikte motivasyon türlerine bakılmaksızın öğrencilerin tamamının matematiksel motivasyonlarında artış gözlenmiştir. Aşağıda bazı örnek görüşler sunulmuştur.

Gökhan: Eskiden çok soru çözmüyordum, başka derslere çalışıyordum ama matematiğe çok çalışmıyordum. Şimdi biraz daha çalışmaya başladım.

Can: Her etkinlik sonrası matematik çalışma isteği duydum.

Dilek: Matematik dersini en baştan beri seviyorum ama böyle problemleri çözdükçe daha fazlasını çözmek istiyorum.

3.4.3. Matematik kaygısı teması

Öğrencilerin matematiksel kaygı durumlarının nasıl olduğunun incelenmesi amacı doğrultusunda matematiksel problemleri çözerken kendilerini nasıl hissettikleri sorgulanmıştır. Bu bağlamda matematik başarılarına güvenen ve motivasyonları içsel türde olduğu görülen üç öğrenci (Melike, Ece ve İrem) problem çözerken oldukça eğlenceli zaman geçirdiğini düşünmüştür. Matematiksel problemleri çözme konusunda kendisine güvenmeyen veya güven eksikliği yaşayan ve motivasyonları araçsal türde olan öğrenciler ise problem çözerken normalden farklı hissetmediklerini belirtmiştir. Bununla

birlikte bu öğrencilerden üçünün (Demir, Gökhan ve Ali) matematik sınavlarına ilişkin güçleştirici türde kaygılarının olduğu gözlenmiştir. Kolaylaştırıcı ve güçleştirici sınav kaygısına sahip öğrencilere ilişkin görüşme bulguları aşağıda detaylı olarak açıklanmaktadır.

3.4.3.1. Kolaylaştırıcı kaygı

Matematik sınavlarında kendisini nasıl hissettiği sorgulandığında öğrencilerin tamamı matematik sınavı öncesinde heyecanlı hissettiklerini ifade etmiştir. Bununla birlikte öğrenciler yaşadıkları sınav heyecanını ‘her öğrencide olması gerektiği kadar’ şeklinde ifade etmiştir. Burada matematik başarısına güvenen ve motivasyonları içsel türde olan üç öğrencinin matematik sınavlarında kendisini oldukça rahat hissettiği, sınav sorularını çözmekten zevk aldığı ve eğlendiği görülmüştür. Matematiksel problemleri çözme konusunda kendisine güvenmeyen veya güven eksikliği yaşayan ve motivasyonları araçsal türde olan öğrenciler ise sınav sorusu çözmenin eğlenceli ya da sıkıcı olmasına değinmeksizin soruları anlamaya ve çözmeye çalıştıklarını belirtmiştir. Sınav kaygıları kolaylaştırıcı türde olan öğrencilerin örnek görüşleri aşağıdaki gibidir.

İrem: Matematik en rahat girdiğim sınavlardan biri. Çok keyifli geçiyor.

Dilek: Sınavda çok gergin hissetmiyorum. Önce sorulara genel bakıyorum, soruları tam olarak okuyorum ve anlamaya çalışıyorum. Sonra çözmeye başlıyorum.

Semih: Sınavda çok stres yapmıyorum. Soruları çözmeye çalışıyorum.

Melih: Sınavlarda biraz heyecanlanıyorum ama öyle yapamayacağım diye hiç hissetmiyorum.

3.4.3.2. Güçleştirici kaygı

Matematiksel problemleri çözme konusunda kendisine güvenmeyen veya güven eksikliği yaşayan ve motivasyonları araçsal türde olan öğrencilerden dördünün (Demir, Hande, Gökhan ve Ali) yaşadığı sınav kaygısının güçleştirici türde olduğu görülmüştür. Bu öğrenciler sınav sorularının çok zor olduğunu düşünmeleri durumunda endişeye kapılmakta ve oldukça gergin/stresli hissetmekte ancak soruları çözebildiğini gördükçe rahatlamaktadır. Öğrencilerin matematik sınavlarında nasıl hissettikleri konusundaki görüşleri şu şekildedir:

Demir: Sınavlarda bazen çok zor sorular soruluyor. O sorularda biraz zorlanıyorum ve stres altına giriyorum. Terlemeye başlıyorum.

Ali: Sınavlarda biraz heyecanlanıyorum. Zor olacak ve yapamayacağım diye endişeleniyorum.

Hande: Sınavda ya çözemezsem diye stres oluyorum. Önceden çok daha korkuyordum ama şimdi biraz daha rahatım.

Elçin: Sınavlarda stres oluyorum, heyecanlanıyorum. Yanlışım çıkarsa diye endişeleniyorum.

3.4.4. Problem çözmeye açıklık teması

Problem çözmeye açıklıklarının incelenmesinde ilk olarak zor bir problemin öğrenciler için nasıl bir anlam ifade ettiği sorgulanmış ve ardından zor olduğunu düşündüğü bir problemi çözme konusundaki yaklaşımları incelenmiştir. Bu kapsamda iki farklı görüş ile karşılaşmıştır. Bu görüşlerden ilki öğrencilerin karmaşık ya da uzun olması nedeniyle okuduğunda anlayamadıkları problemlerin zor olduğunu düşünmeleri şeklinde iken ikincisi, ne sorulduğunu anlamalarına karşın matematiksel olarak ifade edemedikleri problemlerin zor olduğunu düşünmeleri şeklinde olmuştur. Öğrencilerin karmaşık/zor problemleri çözme yaklaşımlarının ise probleme yaklaşma şeklinde tek türlü olduğu gözlenmiştir.

Karmaşık/zor bir problemi çözme sürecinde öğrencilerin tamamı problem durumunu birkaç kez okuyarak ne sorulduğunu anlamaya çalıştığını, problem durumundaki ifadeleri yorumlayarak ilgili bileşenler arasında ilişki aradığını, farklı çözüm yollarına başvurarak matematiksel sonuca ulaşmayı denediğini ancak yine de çözüme ulaşamamaları halinde arkadaşlarına ya da öğretmenlerine danışarak problemin çözümü konusunda yardım aldıklarını belirtmiştir. Aşağıda bu konudaki bazı örnek görüşler sunulmuştur.

Ece: Dolaylı problemlerin zor olduğunu düşünüyorum. Ama böyle uzun problemlerden korkmuyorum. Paragraftaki cümlelerden belli şeyleri çıkarabiliyorum ve bazı şeyler aralarında ilişki kuruyorum. O kadar zorlamıyor artık beni.

Elçin: Bir problemi anlayamadığımda ya da matematiksel ifade edemediğimde zor olduğunu düşünürüm. Ama yine de daha çok anlamaya başladım. Bu da beni sonuca daha çok yaklaştırıyor. Anlamayınca hiçbir şey yapamıyordum. Şimdi en azından birkaç adım ilerleyebiliyorum.

Zorlayıcı bir probleme yaklaşma eğiliminde olan öğrencilerden üçü (Elçin, Ali ve Demir) zorlayıcı/karmaşık problem durumları ile çalışmayı sevmediklerini belirtmiştir. Dolayısıyla bu öğrencilerin matematik ilgilerinin problemlerin zorluk derecesine bağlı olarak değişkenlik gösterdiği görülmüştür. *“Yapabildiğim problemlerde çok eğleniyorum ama anlayamadığımda korkuyorum”, “Eğlenceli olursa seviyorum ama bazen zor geliyor, sevmiyorum”* gibi öğrenci görüşleri bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Diğer yandan problem çözmede süreç ya da sonuç odaklılık konusunda elde edilen bulgular, öğrencilerin süreç odaklılığın önemine dikkat çekerek matematiksel bir çözümün mantığını kavramayı doğru sonucu bulmaktan daha önemli gördüklerini ancak merkezi sınavlar bağlamında düşünüldüğünde doğru sonucu bulmanın daha önemli olduğuna inandıklarını ortaya koymuştur.

Problem çözmeye açıklık duyuşsal özelliğine ilişkin ön ve son görüşmelerden elde edilen bulgular birlikte değerlendirildiğinde, ön görüşmelerde zorlayıcı bir problemten kaçınma yaklaşımı sergileyen Demir, Ali ve Gökhan’ın bir kere deneyip çözemedikten sonra problem üzerinde tekrar düşünmeyi gerekli görmezken, söz konusu problem durumları üzerinde daha fazla düşünmeye başladıkları, problem durumunu anlamaya çalıştıkları ve çözüm yolu arayışına girdikleri görülmüştür. Ayrıca bu öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarının sonuç odaklılıktan süreç odaklılığa doğru değişim göstermesi ve matematik dersine duydukları ilginin artması da dikkat çekicidir.

Gökhan: Aslında matematik sorularının anlaşılabilirliğini anladım. Zor sorularda önce biraz soru üzerinde durup düşünüyorum. Anlamaya çalışıyorum.

Ali: Eskiden zor sorularla çok fazla uğraşmıyordum ama şimdi daha fazla uğraşıyorum.

3.4.5. Öğretim sürecine yönelik öğrenci değerlendirmeleri teması

Bu tema altında elde edilen kategori ve alt kategorilere ilişkin detaylı bilgiler aşağıda sunulmaktadır.

3.4.5.1. Öğretim yaklaşımına ilişkin değerlendirmeler

Son görüşmelerde öğrencilere uygulama sürecinde nelerden hoşlandıkları ve nelerden hoşlanmadıkları sorulmuştur. Bu kapsamda öğrenciler uygulama sürecinde öğrenci ve öğretmen rolüne ilişkin zevk aldıkları unsurları açıklamıştır. Bununla birlikte

öğrenciler gerçek yaşam problemleri çözmenin eğlenceli ve kendileri için oldukça verimli olduğunu belirtmiştir. Aşağıda bazı öğrenci görüşleri örnek olarak sunulmuştur.

Elçin: Çok eğlenceliydi, bu grupta olmaktan çok zevk aldım.

Nazan: Gerçekten çok güzeldi, keşke bitmeseydi...

Melih: Problemler çok güzeldi. Sanki gerçekten öyle bir sorunumuz var ve biz de çözmeye uğraşıyoruz gibiydi.

Ece: Önceden hiç bu tarz günlük hayat problemleri çözmediğim için, başta ne yapacağımı bilemiyordum ama sonra daha kolay yapmaya başladım.

Öğrencilerin tamamı uygulama sürecinde bir grup olarak çalışmaktan duydukları memnuniyeti dile getirmiştir. Okuldaki matematik derslerinde kalabalık ortamlarda bulunuyor olmaları nedeniyle öğrenciler, söz hakkı alma, fikirlerini sunma ve farklı fikirleri birlikte değerlendirme durumlarının kısıtlı olarak gerçekleştiğini belirtirken, uygulama sürecinde küçük bir grup olarak birlikte çalışmayı her bir öğrencinin aktif katılımını sağlaması yönüyle oldukça değerli bulmuştur. Örneğin, Semih'in "Birlikte soru üzerinde düşünmemiz güzeldi. Bir yeri kaçırdığımızda başka biri anlatıyor, anlamış oluyorsun ya da hep birlikte doğru yolu buluyoruz"; Demir'in "Hep birlikte düşüncelerimizi tartışmamız ve herkesin düşüncesini söyleyebilmesi güzeldi" ve Melike'nin "Herkesin fikrini almaya çalıştık. Kim daha farklı bir yorum yapmış, biz de onun açısından bakabilir miyiz diye düşündük. Farklı farklı yorumların çıkması, bir araya gelip doğru çözüme ulaşılması çok farklı ve eğlenceliydi. Arkadaşımın düşüncesi benimkinden daha doğru olabilir ya da o benim için aynı şeyi düşünebilir" şeklindeki görüşleri öğrencilerin birlikte çalışma, çok sayıda ve farklı fikirlerin birbirini desteklemesi konularındaki olumlu düşüncelerini yansıtmaktadır.

Araştırma kapsamında öğrencilerin matematiksel fikirlerini doğru/yanlış ikilemine düşmeden açıkça paylaşabilmeleri, birbirlerinin görüşlerine saygı duymaları, birbirlerinin fikirlerini eleştirebilmeleri ve birbirlerine sorular yönlendirebilmeleri matematiksel iletişimi destekleyen bir ortam sunmuştur. Nitekim Can "Sınıf ortamından çok daha güzel bir ortamdaydık. Herkes çok rahattı, çekinmeden söz hakkı alabildik" ve İrem "Kendi aramızda birbirimize sorup tartıştık. Kimse birbirine 'Sen nasıl yapamadın, halbuki çok kolay' gibi şeyler söylemedi. Bu yüzden birbirimize yardımcı olmamız çok güzeldi bence" şeklinde sınıf içi normların faydasına işaret etmiştir.

Öğrencilerin bir diğer değerlendirmesi ise araştırmacı-öğretmenin bu süreçteki rolüne ilişkin olmuştur. Burada araştırmacı-öğretmenin öğrencileri sürecin aktif

katılımcısı kılma çabaları, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini desteklemesi nedeniyle oldukça önemli görülmüştür. Örneğin Rüya bu konudaki görüşünü “*Öğretmen benimle ne kadar konuşuyorsa ben genelde derse katılıyorum. Siz bizim derse katılmamız için ne düşündüğümüzü sordunuz, arkadaşlarımızın görüşleri hakkında ne düşündüğünü sordunuz. Bu da benim katılımımı artırdı. Aynı zamanda motivasyonumu da*” şeklinde dile getirmiştir. Melike ise “*Burada ‘çözemedin mi’ değil ‘nasıl baktın’ diye sorduk. Aslında bu çok önemli çünkü, herkes farklı şekilde yorumlayabilir, herkesin zihni farklı şekilde çalışır. ‘Senin yorumun nasıldı?’ ‘Acaba şöyle bir yorum katsak nasıl düşünürsün’ Hani bizi doğru cevaba ulaştırmaya çalıştınız. Aslında önemli olan şey buydu. Biz kendimiz bulmaya çalıştık. Öbür türlü doğru cevabı buluyoruz o kadar.*” ifadeleriyle araştırmacı-öğretmenin matematiksel iletişim sürecindeki rolünün önemine ilişkin farkındalığını yansıtmıştır.

3.4.5.2. Matematik öğrenimine etkilerine ilişkin değerlendirmeler

Öğrencilerin öğretim sürecine ilişkin değerlendirmelerinin ikinci kategorisi kapsamında bu sürecin eğer varsa problem çözme yaklaşımları ve matematiğe bakış açıları üzerindeki etkilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Burada elde edilen bulgular aşağıda detaylı olarak açıklanmaktadır.

3.4.5.2.1. Problem çözme yaklaşımı

Öğrencilerin tamamı öğretim süreci sonrasında problem çözme yaklaşımlarında öğretimler öncesi ile kıyaslandığında fark edilir bir değişim gözlemlediğini dile getirmiştir. Öğrenciler problem çözme sürecinde ilk olarak problem durumunu anlamaya odaklandıklarını, bu kapsamda soruda geçen ifade ve cümleleri daha dikkatli okuduklarını belirtmiş ve ayrıca problem durumunu farklı açılardan ele alma ve yorum yapma becerilerinin geliştiğini düşünmüştür. Aşağıda bazı örnek görüşler sunulmuştur.

Rüya: Sorulara bakış açımın değiştiğini gerçekten fark ettim. Yani, tek yönlü düşünmüyorum mesela. Önceden bir şeyleri atlıyordum, şimdi daha iyi okuyorum, daha dikkatliyim.

İrem: Sizinle birlikte bu etkinlikleri yapa yapa artık her şeyi didiklemeye ve anlam çıkarmaya çalıştığım için nasıl çözeceğim aklıma geliyor. Burada ne demek istedi, acaba bu bilgiyi kullanabilir miyim, böyle çözebilir miyim diye düşünüyorum.

Nazan: Siz yapamadığımız zaman biraz daha düşünün diyorsunuz ya, düşünüp yapmam gerektiğini anladım. Soru üzerinde artık daha çok düşünüyorum.

Can: Şu an sadece sayılara değil cümlelere, kelimelere de bakıyorum. Önce soruyu değerlendirip yorumlayıp sonra çözmeye başlıyorum.

Öğretimler sürecinde problem durumuna ilişkin ulaşılan matematiksel sonuçların gerçek yaşam durumu bağlamında yorumlanması ve mantığa uygunluğunun değerlendirilmiş olmasının, öğrencilerin matematiksel bir sonucun ifade ettiği anlamı yorumlama eğilimi göstermelerini destekleyici bir etkisi olmuştur. Bu durum aynı zamanda öğrencilerin matematiksel hesaplama ve işlemlerini kontrol etme ve varsa işlem hatalarını fark etmesini sağlarken, çözüm aşamalarını detaylı olarak sunma ve problemleri uzun yoldan çözmeyi tercih etmelerini de desteklemiştir. Örneğin Ece'nin *"Mantığıma uyduruyorum, düşünüyorum, ki bu işlemlere de yansıyor. İşlem hatalarını indirgemiş oluyorum"* şeklindeki açıklaması öğrencinin işlem hatalarındaki azalmanın, matematiksel bir sonucun mantığa uygunluğunu değerlendirme eğiliminin bir sonucu olduğunu göstermektedir. Dilek ise bu konudaki görüşünü *"Çözerken biraz daha ayrıntılı yazıyorum. Siz öyle yapıyordunuz, ben de öyle yapmaya başladım. İşlemleri teker teker yazıyorum, ki hata riski azalıyor"* şeklinde belirtmiştir.

Öğretim sürecinin yukarıda açıklanan ve matematiksel süreçler (formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme) bağlamında sunulan etkilerinin yanı sıra, araştırmacı-öğretmenin öğretimler sürecinde terminolojiye uygun matematik dili kullanımının, öğrencilerin dil kullanımlarını olumlu yönde etkilediği de görüşmeler sonucunda ortaya konmuştur. Nitekim Melike *"Sizin derste ifadeleri ve birimleri doğru yerde kullanmanız çok dikkatimi çekiyordu. Aslında bunlar soruların odak noktası olabiliyor. Mesela karesel bölge ile karenin çevresi çok farklı şeyler olduğu için sizi daha dikkatli dinledim."* şeklindeki görüşüyle bu durumu açıkça ifade etmiştir. Benzer şekilde *"Artık birimlere daha dikkat ediyorum. Önceden hiç yazmazdım."* ifadeleri Melih'in niceliklerin birimlerini yazma eğilimi gösterdiğini yansıtmıştır.

3.4.5.2.2. Matematiğe bakış açısı

Öğretim uygulamalarına bağlı olarak matematiğe bakış açılarında herhangi bir farklılığın söz konusu olup olmadığı sorgulandığında, öğrencilerin tamamı matematiğin gerçek yaşam ile ilişkisi konusundaki farkındalıklarının arttığını düşünmüştür. Aşağıda bu konudaki bazı örnek görüşler sunulmuştur.

Can: Matematik ne işimize yarayacak demememiz gerekiyormuş (gülüyor). Matematiğin gerçekten hayatın her yerinde olduğunu gördüm.

Semih: İnsanların yaşamlarında matematik bilgisine ihtiyaç duyduklarını gördüm.

Ece: Mesela hayattaki bazı şeylere daha matematiksel olarak bakıyorum diyebilirim.

İrem: Derste öğrendiklerimi sadece soru çözerken kullanıyorum. Burada matematiğin okulda öğrendiklerimizle sınırlı olmadığını, her şeyin bir matematiğinin olduğunu gördüm. Birlikte çözdüğümüz problemler bunu gün yüzüne çıkardı.

Öğrenciler matematik ile gerçek yaşam ilişkisi konusundaki farkındalıklarının yanı sıra, öğretim sürecinde matematik dersine olan ilgilerinin arttığını düşünmüştür. Öğretim süreci öncesindeki matematik ilgilerinden bağımsız olarak öğrencilerin tamamı gerçek yaşam problemleri çözmenin matematiği daha eğlenceli hale getirdiğini ve daha çok sevmelerini sağladığını düşünmüştür. Aşağıda bazı örnek görüşler sunulmuştur.

Gökhan: Normalde matematiği sevmezdim, biraz daha sevmeye başladım. Kendi derslerimizde yine çok sevmiyorum ama burada seviyorum.

Dilek: Matematik dersini başta da seviyordum ama böyle problemleri daha çok seviyorum. Normalde matematik derslerinde çok çözülüyor. Burada matematiğin daha eğlenceli yönünü keşfetmiş oldum.

Demir: Doğruyu söylemek gerekirse matematik dersini çok seviyorum diyemem ama buradaki problemleri çözerken çok eğlendim.

Diğer yandan öğretim sürecine katılmış olmanın Defne'nin matematiğe ilişkin öz-benlik algısında değişime neden olduğu görülmüştür. Yani, Defne için matematik en sevdiği ders haline gelmiştir. Defne'nin bu konudaki açıklaması ise “Önceden Türkçe dersini çok seviyordum. Artık en sevdiğim ders matematik. Daha zevkli geliyor, çözdükçe çözesim geliyor” şeklinde olmuştur.

Son olarak öğrencilerin dördünün (Elçin, Ece, Demir ve Nazan) uzun ya da sözel soru olarak ifade ettikleri gerçek yaşam problemlerine bakış açılarında bir değişim olduğu gözlenmiştir. Bu öğrenciler sözel sorular ile karşılaştırıldığında uzun olarak ifade edilebilecek kadar yazılı metinden oluşan gerçek yaşam problemlerine karşı önyargılı olmamaya ve bu problemlerin doğru bir şekilde yorumlandığında kolaylıkla çözülebileceğini düşünmeye başlamıştır. Bu kapsamda Demir'in “Önceden kısa sorulara yöneliyordum ama şimdi uzun soruların da basit olduğunu anladım. Çünkü, uzun sorular

da kolay olabiliyor. Bilgileri doğru anladığımız zaman her şey çok kolay” ve Elçin’in “Uzun sorularda ilk önce tırsıyor insan, çok uzun diye. Ama şimdi daha önyargı olmadan bakıyorum ve daha çok anlayabiliyorum” şeklindeki görüşleri örnek olarak verilebilir.

Son görüşmelerden elde edilen bulgular doğrultusunda öğrencilerin duyuşsal özelliklere ilişkin nasıl bir dağılım gösterdiği Tablo 3.1’de özet olarak sunulmuştur.

Tablo 3.1. Katılımcılar ve duyuşsal özellikleri

Temalar	Alt Kategoriler	Matematiksel Motivasyon		Matematik Kaygısı		Problem Çözmeye Açıklık
		İçsel	Araçsal	Sınav kaygısı Kolaylaştırıcı	Güçleştirici	Yaklaşma
Matematik Öz-yeterliği	Özgüvenli olmak	Melike İrem Ece	Dilek Can Semih Defne Hande	Melike İrem Ece Dilek Can Semih Defne	Hande	Melike İrem Ece Dilek Can Semih Defne Hande
	Bazen güven eksikliği yaşamak	-	Demir Melih Rüya Nazan Ali Gökhan	Melih Rüya Nazan	Demir Ali Gökhan	Demir Melih Rüya Nazan Ali Gökhan
	Özgüvensizlik	-	Elçin	Elçin	-	Elçin

Tablo 3.1’e göre öğrencilerin sekizi matematiksel problemleri çözme konusunda kendisine güvenirken, altısı zaman zaman güven kaybı yaşamakta ve bir öğrenci ise özgüvensiz hissetmektedir. Diğer yandan öğrencilerin üçünün motivasyonu içsel türde iken geri kalan öğrencilerin tamamı araçsal motivasyona sahiptir. Dört öğrenci ise güçleştirici türde sınav kaygısına sahip olmakla birlikte, öğrencilerin tamamının karmaşık/zor problem durumları karşısındaki yaklaşımı zorlayıcı probleme yaklaşma şeklindedir.

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın bulgularına dayalı olarak ulaşılan sonuçlara, bu sonuçların alanyazında yer alan ilgili çalışmalar ile tartışılmasına, uygulamaya ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

4.1. Sonuçlar

Araştırma sonuçları ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı olarak desenlenen öğrenme ortamlarındaki matematiksel iletişimleri, matematik okuryazarlığı performansları, duyuşsal özellikleri, matematiksel iletişim ile duyuşsal alan özellikleri ilişkisi ve matematiksel iletişim ile matematik okuryazarlığı performansı ilişkisine yönelik olarak aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

4.1.1. Matematiksel iletişim becerisine ilişkin sonuçlar

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerine ilişkin araştırma sonuçları Turner, Blum ve Niss (2015) tarafından tanımlanan matematiksel iletişim düzeylerine ilişkin sonuçlar ve Sfard'ın (2008) odaksal ve etkileşimsel analiz sonuçları şeklinde aşağıda açıklanmaktadır.

4.1.1.1. Matematiksel iletişim düzeylerine ilişkin sonuçlar

Matematiksel iletişimleri Turner, Blum ve Niss (2015) tarafından tanımlanan düzeylere göre yorumlandığında, öğrencilerin altısının öğretim süreci öncesinde problem durumu bağlamındaki kısa cümleleri veya ifadeleri anlayabilme ve çözümlerini tek bir sözcük veya sayısal sonuç olarak sunabilme şeklindeki davranışları sergilediği görülmüş ve bu nedenle bu öğrencilerin matematiksel iletişimleri 0 düzeyi altı veya 0 düzeyi olarak yorumlanmıştır. Diğer yandan, matematiksel bir problem durumunda bilgilerin kısa cümleler veya ifadelerden daha kapsamlı olarak ve farklı temsiller kullanılarak sunulması durumunda, ele alınan değişkenleri ve değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleyebilme davranışlarını sergilemeleri nedeniyle iletişimleri 1 düzeyi/Ağırlıklı-1 düzeyi veya 2 düzeyi/Ağırlıklı-2 düzeyi olarak belirlenen toplam dokuz öğrenci olmuştur. Araştırma sonucunda farklı iletişim düzeylerindeki sorulardan oluşan gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinin, öğrencilerin tamamının matematiksel iletişim becerisi gelişimlerini desteklediği ortaya konulmuştur. Öğrencilerin tamamının matematiksel problem

durumlarını anlamlandırma ve çözüm sürecine ilişkin açıklama ve gerekçelendirmelerini açık bir şekilde ifade etme süreçlerinde olumlu yönde değişimler gözlenmiştir.

İletişimi 0 düzeyi altı veya 0 düzeyi olarak belirlenen altı öğrencinin öğretim süreci başlangıcında, birbirleriyle ilişkilendirilmesi gereken birden fazla bileşenin söz konusu olduğu problem durumlarını anlamlandırmakta zorlandığı görülmüştür. Yani, bu öğrenciler bilgilerin kısa cümleler veya ifadelerden daha kapsamlı olarak sunulduğu ve ele alınan farklı değişkenler arasındaki nispeten karmaşık ilişkilerin yorumlanmasını gerektiren problem durumlarında, söz konusu ilişkilendirmeleri başarılı bir şekilde ortaya koyamamıştır. Bu öğrencilerin problem metninde gerçek yaşam durumuna ilişkin olarak sunulan ifade, şekil veya farklı temsilleri matematiksel olarak yorumlamaksızın problem durumundaki sayısal bilgileri rastlantısal bir şekilde ilişkilendirmeye çalıştığı görülmüştür. Bu nedenle öğrenciler, problem durumunun anlamlandırılması ve ilişkilerin ortaya konulması sürecinde genellikle iletişimi daha güçlü olan diğer grup arkadaşları ile hemfikir olduklarını belirtmiş ve pasif katılımcı konumunda bulunmuştur. Bununla birlikte öğrenciler ilerleyen öğretim bölümlerinde, ilişkilendirilmesi gereken iki veya daha fazla sayıda bileşenin olduğu ve söz konusu bileşenler arasındaki ilişkilerin nispeten karmaşık olduğu problem durumlarını anlamlandırma ve yorumlama konusundaki çabalarını yansıtmışlardır. Belirtilen iletişim düzeyindeki öğrenciler başlangıçtaki öğretim bölümlerinde, ilişkileri yorumlayamayıp gerekli matematikleştirmeleri başarılı bir şekilde ortaya koyamazken; sürecin sonlarına doğru değişkenler arasındaki ilişkileri matematikleştirmeye yönelik olarak problem metnindeki ifadelerin kastedilen matematiksel anlamları üzerinde düşünmüş, belirtilen bir koşulun hangi durumda ve nasıl gerçekleşeceğini değerlendirmiş, günlük yaşamlarında aşına oldukları benzer durumlar üzerinden yorum yaparak mantıksal çıkarımlarda bulunmayı denemiştir. Bu doğrultuda öğrenciler çözüme ilişkin değişkenleri ve aralarındaki ilişkiyi başarıyla ortaya koyabilmiş ve gerekli matematiksel hesaplamalarını sunabilmiştir. Belirtilen iletişim düzeyindeki bir öğrenci öğretim süreci öncesinde *“İfadelere dikkat etmedim çünkü sorularda sadece sayılara bakarım”* şeklindeki açıklamasıyla problem metnindeki açıklamaları göz ardı ettiğini ve matematiksel bir sonuç ortaya koyabilmek için doğrudan sayısal ifadelere odaklandığını açıkça dile getirirken; öğretim süreci sonrasında *“Şu an sadece sayılara değil cümlelere, kelimelere de bakıyorum. Önce soruyu değerlendirip yorumlayıp sonra çözmeye başlıyorum”* şeklinde bir görüş paylaşımında bulunmuştur. Görüldüğü gibi bu

örnek açıklamalar, öğrencilerdeki matematiksel iletişim becerisi gelişimini açıkça yansıtır niteliktedir.

Problem durumlarının anlamlandırılması ve soruda istenilenin yorumlanmasına ilişkin olarak, öğretim süreci boyunca çok sayıda farklı fikir ile karşılaşmıştır (su püskürtücülerinin yerleşim düzenine ilişkin öneriler, tur otobüslerinin sefer sıklığı sürelerine ilişkin öneriler, farklı büyüklükteki kurabiyelerin nasıl karşılaştırılacağına ilişkin öneriler gibi). Bu durum, öğrencilerin söz konusu farklı fikirler üzerinde düşünme, bir fikri genişletme ve birbirlerinin bakış açılarından bakabilme konularında önemli ölçüde gelişim göstermelerini desteklemiştir. Benzer şekilde öğrenciler süreç içerisinde, problemdeki tüm sayısal bilgilerin bir şekilde çözümle ilişkili olması gerektiği şeklindeki hatalı düşünceyi terk ederek çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgilerin neler olduğunu değerlendirmeye başlamış ve bu süreçte gruplarındaki diğer öğrenciler ile karşılıklı fikir alışverişinde bulunarak birbirlerinin görüşlerini destekleyici rol oynamışlardır.

Matematiksel bir problem durumunun çözüm sürecine ilişkin hesaplama veya gerekçeli açıklamaları sunabilme bağlamında değerlendirildiğinde, belirtilen iletişim düzeyindeki öğrencilerin öğretim süreci başlangıcında, yazılı çözümlerinin eksik olduğu ve yanıtlarını destekleyici nitelikteki bir dizi matematiksel hesaplamaların veya matematiksel kanıtların sunulmasını gerektiren sorularda çözüm süreçlerine ilişkin açıklama sunmakta zorlandıkları görülmüştür. Bununla birlikte, bu öğrencilerin süreç içerisinde problem durumunda ele alınan değişkenlere yönelik ilişkilendirmeleri başarıyla ortaya koyabilmeleri ile birlikte yazılı çözümlerini de daha detaylı bir şekilde sunmaya başladıkları görülmüştür. Yine, öğrencilerin mantığa uygun ve matematiksel yönden anlamlı ilişkilendirmeleri, matematiksel hesaplamalarını ve akıl yürütmelerini açıklayabilmelerini kolaylaştırıcı rol oynamıştır.

İletişimi 1 düzeyi/Ağırlıklı-1 düzeyi veya 2 düzeyi/Ağırlıklı-2 düzeyi olarak belirlenen dokuz öğrencinin matematiksel iletişimleri incelendiğinde, bu öğrencilerin öğretim süreci boyunca problem durumlarını anlamlandırmaya çalıştığı ve problem metnindeki ifadelerin matematiksel anlamına yönelik olarak çeşitli fikirler sunduğu görülmüştür. Zaman zaman hatalı olduğu görülen bu fikirlerin genellikle öğrencilerin dikkat hatası olarak belirttiği, ifadelere yeterince odaklanmama veya bazı ifadeleri göz ardı etme durumlarından kaynaklandığı gözlenmiştir. Yine, öğretim sürecinin başlangıcında öğrenciler mantıksal olarak karmaşık ilişkilerin yorumlanmasını ya da farklı türdeki nicelikler ile çalışmayı gerektiren üst düzey soruları anlamlandırmakta

zorluk yaşamıştır. Üzerinde çalışılan gerçek yaşam problemlerinin alışkın olmadıkları türde olduğunu ve bu nedenle problemleri anlamakta ve yorumlamakta güçlük yaşadıklarını sıklıkla vurgulayan öğrenciler zamanla, katılımcısı oldukları öğrenme ortamına ve söz konusu soru türlerine aşinalık kazanmıştır. Bu kapsamda öğrenciler ilişkilendirilmesi gereken bileşen sayısının en az iki olduğu ve söz konusu bileşenler arasındaki ilişkilerin nispeten karmaşık olduğu problem durumlarını anlamlandırma ve yorumlama konusunda giderek daha başarılı olmuştur.

Problem durumlarının anlamlandırılması, yorumlanması ve öğrencilerin birbirlerinin bakış açılarından bakabilmelerine ilişkin gelişimi yansıtmak amacıyla *“Önceden kısa sorulara yöneliyordum ama şimdi uzun soruların da basit olduğunu anladım. Çünkü, uzun sorular da kolay olabiliyor. Bilgileri doğru anladığımız zaman her şey çok kolay”* ve *“Herkesin fikrini almaya çalıştık. Kim daha farklı bir yorum yapmış, biz de onun açısından bakabilir miyiz diye düşündük. Farklı farklı yorumların çıkması, bir araya gelip doğru çözüme ulaşılması çok farklı ve eğlenceliydi. Arkadaşımın düşüncesi benimkinden daha doğru olabilir ya da o benim için aynı şeyi düşünebilir”* şeklindeki öğrenci görüşleri örnek olarak sunulabilir.

Matematiksel bir problem durumunun çözüm sürecine ilişkin hesaplama veya gerekçeli açıklamaları sunabilme bağlamında değerlendirildiğinde, öğretim süreci başlangıcında öğrencilerin yazılı çözümlerinin genellikle birkaç matematiksel hesaplama içeren türde olduğu ve çözüme ilişkin detaylı açıklamalar içermediği görülmüştür. Bu durum öğrencilerin problemin doğru sonucuna odaklanması ve bazı matematiksel işlemleri zihinden yaparak sınavlarda hız kazanma düşüncesinin bir sonucu olarak değerlendirilmiştir.

Bununla birlikte, bu öğrenciler süreç içerisinde yazılı çözümlerini çözüm aşamalarını gösterecek şekilde sunmaya ve aynı zamanda çözüm süreçlerine ilişkin matematiksel hesaplamalarını ve akıl yürütmelerini gerekçeli olarak açıklamaya başlamıştır. Öğrenciler çözüm sürecini açıklama ve matematiksel bir sonucun doğruluğunu savunabilmeye yönelik çabalarını çoktan seçmeli türdeki soru çözümlerine de yansıtmış ve *“... olsaydı ... olurdu”* şeklinde cümleler kurarak sorunun doğru yanıtı olmayan şıkların hangi durumlarda gerçekleşeceğini de açıklayabilmiştir.

Öğrencilerin MOÖ-1 ve MOÖ-2 uygulamaları kapsamında belirlenen matematiksel iletişim düzeyleri Tablo 4.1’de karşılaştırmalı olarak sunulmaktadır.

Tablo 4.1. Öğrencilerin matematiksel iletişim düzeyleri

Öğrenci	MOÖ-1 iletişim düzeyi	MOÖ-2 iletişim düzeyi
Gökhan Ali	0 düzeyi altı	Ağırlıklı-2 düzeyi
Elçin Nazan, Can Rüya	0 düzeyi	1 düzeyi Ağırlıklı-2 düzeyi Ağırlıklı-3 düzeyi
Defne	1 düzeyi	Ağırlıklı-2 düzeyi
Demir, Melih, Semih	Ağırlıklı-1 düzeyi	Ağırlıklı-3 düzeyi
Hande	Ağırlıklı-1 düzeyi	1 düzeyi
Ece	Ağırlıklı-2 düzeyi	Ağırlıklı-3 düzeyi
Melike, İrem	2 düzeyi	Ağırlıklı-3 düzeyi
Dilek	2 düzeyi	3 düzeyi

Tablo 4.1’den görüldüğü gibi, matematiksel modelleme yoluyla ve matematiksel iletişim becerisi odaklı öğretim uygulamaları, öğrencilerin tamamının matematiksel iletişim düzeyinde artışa neden olmuştur. Bu kapsamda öğrencilerin tamamına yakını MOÖ-2 uygulaması sonucunda üst düzey iletişim göstergelerini yansıtabilmiştir.

4.1.1.2. Odaksal ve etkileşimsel analiz sonuçları

Araştırma sonucunda, matematiksel iletişim becerisinin desteklenmesi amacına yönelik gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinin, öğrencilerin tamamının matematiksel çalışmalarına ilişkin açıklamalarındaki sözcük kullanımı tutarlılığını ve etkili iletişim kurabilmelerini desteklediği ortaya konulmuştur. Yani, öğrencilerin tamamının matematiksel düşüncelerini açıkça ve kastedilen anlamı yansıtacak bir şekilde dile getirme, birbirlerinin kasıtlarını anlayarak yeniden ifade etme ve etkili iletişim kurabilmelerinde olumlu yönde değişimler gözlenmiştir.

Öğretim süreci öncesinde öğrencilerin tamamının matematik dili kullanımı bağlamında hatalı, kasıtlarını yansıtmayan, matematiksel terminolojiye uygun olmayan veya matematiksel açıdan anlamlı olmayan söylemleri ile karşılaşmıştır. Öğrencilerin çözüm sürecine ilişkin açıklamalarında telaffuz ettikleri sözcükler ile kastettikleri matematiksel anlamlar birbirinden farklılık göstermiştir. Benzer şekilde, öğrencilerin aynı sözcükleri farklı anlamlara gelecek şekilde kullandıkları görülmüştür. Benzer hatalı/eksik öğrenci söylemleri ile öğretim sürecinin başlangıcında da sıklıkla karşılaşmış olmakla birlikte, öğrenciler zamanla matematiksel kavramları terminolojiye uygun olarak kullanmaya başlamış, problem durumunda ele alınan değişkenler arasındaki

bağımlılık ilişkisini açıkça ifade eden matematik cümleleri kurabilmiş, nicelikleri ve ilgili birimleri doğru bir şekilde kullanmaya dikkat etmiştir. Bu durum araştırmacı-öğretmenin öğrenci söylemlerini terminolojiye uygun ve kastedilen anlamı yansıtacak şekilde yeniden ifade etmesi ve öğrencilere birbirlerinin görüşlerini kendi cümleleriyle yeniden ifade ettirmesi şeklindeki eylemlerinin, öğrencilerin matematik dili kullanımlarındaki olumlu etkisini ortaya koymuştur.

Öğretim sürecinin başlangıcında iletişimi zayıf olan 0 düzeyi altı veya 0 düzeyi öğrencilerin ağırlıklı olarak araştırmacı-öğretmen ile iletişim kurduğu görülmüştür. Buradaki katılımları incelendiğinde ise öğrencilerin matematiksel söylemlerinin araştırmacı-öğretmenin yönlendirdiği sorulara yanıt niteliğinde olduğu görülmüştür. Dolayısıyla, bu öğrenciler öğretim sürecinin başlangıcında iletişimi başlatıcı değil iletişimi sürdüren katılımcı rolünde olmuştur. Bununla birlikte, süreç içerisinde matematiksel fikirlerini diğer öğrenciler ile paylaşma ve farklı fikirler üzerinde muhakeme ederek yorum yapma şeklindeki iletişimsel eylemleri sergileyebilmiş olmalarına bağlı olarak bu düzeydeki öğrencilerin, yalnızca araştırmacı-öğretmen ile değil diğer öğrenciler ile de iletişim kurabildikleri görülmüştür. Ancak öğrencilerin başlangıçtaki açıklamalarında ifade edilen anlam ile kastedilen matematiksel anlam arasında tutarsızlıklar olduğu görülmüştür. Başka bir deyişle, öğrenciler anlatmak istediklerini açıkça dile getirememiştir. Bu ise öğrenciler arasındaki iletişimin etkililiğini olumsuz etkileyen bir unsur olmuştur. Bununla birlikte iletişimi nispeten daha güçlü olan öğrenciler, söz konusu matematiksel söylemlerdeki kasıtları açıkça yansıtacak şekilde yeniden ve farklı şekillerde ifade edebilmiş ve bu durum öğrenciler arasındaki iletişimin etkililiğini desteklemiştir. Yani, öğrencilerin ifade edilen söylemleri ile kastedilen matematiksel anlamları arasındaki uyuma bağlı olarak öğrenciler etkili iletişim kurabilmiştir. Yine, öğrencilerin birbirlerini anlayabilmelerinde söylemek istediklerini açık, anlaşılır ve anlamlı bir şekilde ifade edebilmelerinin önemli olduğu konusundaki farkındalıkları giderek artmıştır. Öğretim süreci sonlarına gelindiğinde öğrenciler, kastedilen matematiksel anlamı giderek daha açık bir şekilde ifade edebildikleri açıklamalar sunmaya başlamış ve öğrencilerde birbirlerinin kasıtlarını anlamlandırma ve farklı şekillerde yeniden ifade edebilme konusunda önemli gelişmeler gözlenmiştir.

Matematiksel bir düşünceyi sunmak, söz konusu düşünceyi diğerleri tarafından erişilebilir ve anlaşılabilir kılacak şekildeki sözcük kullanımını gerektirmektedir. Yine, bir fikri değerlendirebilmek için öncelikle kastedilen anlamı doğru bir şekilde anlamak

gerekmektedir. Bu kapsamda iletişimi 1 düzeyi/Ağırlıklı-1 düzeyi veya 2 düzeyi/Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerin öğretim süreci boyunca hem araştırmacı-öğretmen ile hem de diğer öğrenciler ile iletişim kurduğu görülmüştür. Burada öğrencilerin karşılıklı iletişimlerdeki katılımcı rolleri hem iletişimi başlatan hem de iletişimi sürdüren katılımcı şeklinde olmuştur. Yine, sözcük kullanımlarının süreç içerisinde matematiksel terminolojiye uygun olacak şekilde iyileşmesi paralelinde öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıkça ve kasıtlarını yansıtacak şekilde ifade edebildiği ve birbirlerinin açıklamalarındaki kastedilen matematiksel anlamı yorumlayarak farklı şekillerde yeniden ifade edebildiği görülmüştür.

4.1.2. Matematik okuryazarlığı performansına ilişkin sonuçlar

Araştırma kapsamında öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansları, PISA matematik okuryazarlığı çerçevesi bağlamında incelenerek öğrencilerin matematik okuryazarlığı döngüsünü oluşturan formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerindeki eylemlerine odaklanılmıştır. Bu kapsamda matematiksel modellemeye dayalı olarak desenlenen gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinin, öğrencilerin tamamının matematik okuryazarlığı döngüsü aşamalarına katılımını desteklediği ve öğrencilerin matematik okuryazarlığı performanslarında iyileşme olduğu gözlenmiştir.

Öğretim süreci öncesinde öğrencilerin çoğunun matematiksel bir problem durumuna ilişkin çözüm süreçlerinin, matematik okuryazarlığı döngüsü aşamaları ile uyumluluk göstermediği gözlenmiştir. Başka bir deyişle, öğrenciler problem çözümlerinde matematiksel bir modelin formüle edilmesi, model üzerinde matematiksel hesaplamalar yapılması ve ulaşılan sonucun yorumlanarak bir karara varılması şeklindeki aşamalara aktif katılım sağlayamamıştır. Bu kapsamda öğrencilerin doğrudan problem durumunda sunulan sayısal bilgilere odaklandığı ve çözüm ile ilişkili olması gerektiği düşüncesiyle bu verileri ilişkilendirmeye çalıştığı görülmüştür. Örneğin, yalnızca matematiksel çözüm için gerekli ve yeterli sayısal bilgiyi içeren Fuji Dağı Tırmanışı problemi üçüncü soru maddesini yanlış yanıtlayan 11 öğrencinin, problemdeki ‘adım mesafesi’ ifadesini matematiksel olarak yorumlamadığı ve nicelikleri hatalı bir şekilde ilişkilendirdiği görülmüştür. Soruyu doğru yanıtladığı görülen az sayıdaki öğrencinin nicelikler arası ilişkilendirmelerinin ise yanıtın uzunluk birimi olan cm cinsinden istenilmesine bağlı olarak gerçekleştiği görülmüştür. Dolayısıyla bu öğrenciler matematiksel bir sonuç ortaya koyabilmiş ancak sonucun ne anlam ifade ettiğini

açıklayamamıştır. Bu duruma bir başka örnek, matematiksel çözüm için gerekli ve yeterli sayısal bilgiyi içermeyen ve merkez açı ölçüleri toplamı dışsal bilgisinin işe koşulmasını gerektiren Döner Kapı problemi birinci soru maddesine ilişkindir. Burada da doğrudan problem durumunda sunulan sayısal verilere odaklandığı görülen altı öğrencinin nicelikler arası ilişkilendirmesi hatalı olmuş ve buna bağlı olarak öğrenciler çözüm sürecine ilişkin doğru gerekçeler sunamamıştır. Yine, hiçbir öğrencinin yanıtlamadığı görülen Döner Kapı problemi ikinci soru maddesinde öğrenciler problem durumunu matematiksel olarak yorumlayamamış ve herhangi bir sayısal veri içermemesi nedeniyle çözüm sürecinde zorlandıklarını belirtmiştir.

Öğrencilerin ikisinin çoktan seçmeli türündeki problemlerin çözümünde şıklardan gitme yolunu tercih etmesi, bu öğrencilerin çözüm sürecinin matematik okuryazarlığı döngüsü aşamalarından bağımsızlığını ortaya koymuştur. Nitekim Ikeda (2015) çoktan seçmeli türündeki bir gerçek yaşam problemini çözmenin, şıklardan gitmek veya yanlış şıkları elemek ile aynı şey olmadığını belirtmiştir.

Öğrencilerin formüle etme matematiksel sürecindeki eylemleri başarılı bir şekilde sergileyememiş olmalarına karşın yürütme ve yorumlama süreçlerinde nispeten daha başarılı oldukları gözlenmiştir. Bu durum okuldaki matematik derslerinin öğrencilerin işlemsel becerilerini desteklediği şeklinde yorumlanmıştır. Nitekim öğrencilerin duyuşsal özelliklere ilişkin son görüşmelerde, düşünme ve yorum yapmayı gerektirmesi yönüyle üzerinde çalışılan problem durumlarının ve tasarlanan öğrenme ortamının sınıftaki öğrenme ortamından farklılığına dikkat çekmesi bu görüşü güçlendirmiştir. Diğer yandan öğrencilerin tamamına yakınının matematiksel bir sonuca ulaşıldığında problem çözme sürecinin tamamlandığını düşündüğü, buna bağlı olarak ulaşılan matematiksel sonucu ilgili gerçek yaşam durumu bağlamında yorumlamadığı ve mantığa uygun olup olmadığını değerlendirmedeği görülmüştür. Bununla birlikte, bir sonucun mantığa uygunluğunu değerlendirme yaklaşımı sergileyen az sayıdaki öğrencilerden biri ise elde ettiği sonucun mantıksız olduğunu düşünmesine karşın işlemlerinin doğruluğu nedeniyle kendi matematiksel yorumunun hatalı olduğunu düşünmüştür. Bu durum öğrencinin bir gerçek yaşam durumunu matematiksel olarak yorumlama konusundaki deneyimsizliğini ve güven eksikliğini ortaya koymuştur.

Matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı olarak desenlenen gerçek yaşam problemleri çözüm süreci sonunda öğrencilerin, formüle etme, yürütme ve yorumlama/değerlendirme süreçlerine ilişkin problem çözümlerinde performans artışı

olduğu gözlenmiştir. Başka bir deyişle, öğrenciler problem çözümlerinde matematiksel bir modelin formüle edilmesi, model üzerinde matematiksel hesaplamalar yapılması ve ulaşılan sonucun yorumlanarak bir karara varılması şeklindeki modelleme döngüsü aşamalarına katılabilmektedir. Bu kapsamda öğrenciler doğrudan ve yalnızca problem durumunda sunulan sayısal verilere odaklanmaksızın, problem metnindeki ifade ve cümleleri matematiksel olarak yorumlayabilmiş ve ilişkilendirmelerini bu doğrultuda yapabilmektedir. Örneğin, öğrencilerin tamamına yakınının doğru yanıtladığı görülen ve herhangi bir sayısal bilgi içermeyen Döviz Kuru problemi soru maddesinde öğrenciler, ‘yararına/zararına olmak’ ifadesini döviz kurundaki değişime bağlı olarak gerçekleşen kâr/zarar durumu şeklinde yorumlayabilmiş ve bu doğrultudaki hesaplamalarla para miktarındaki artışı ortaya koyabilmektedir.

Matematiksel ilişkilendirmelerin problem durumunun bütüncül bir şekilde yorumlanmasına bağlı olarak gerçekleştirilmesine ilişkin olarak, öğrencilerin altısının problem durumunda sunulan her bir sayısal verinin çözüm ile ilişkili olmayabileceği konusunda farkındalık kazandığı gözlenmiştir. Buna bağlı olarak öğrenciler problem çözme süreçlerinde farklı sayısal veriler arasında rastlantısal ilişkilendirmeler kurmak yerine, çözüm ile ilgili olduğunu belirledikleri sayısal verileri matematiksel sonuca ulaşacak şekilde ilişkilendirebilmiştir. Örneğin, çözüm ile ilişkili olmayan çok sayıda sayısal veri içeren Paraşütlü Gemiler probleminde öğrencilerin tamamına yakını, problem metnindeki ‘yakıt tasarrufunun kurulum maliyetini karşılaması’ ifadesini matematiksel olarak yorumlayabilmiş, ilgili matematiksel modeli formüle edebilmiş ve bu doğrultuda çok sayıdaki sayısal veri arasından çözüm için gerekli olanları seçerek matematiksel hesaplamalarını yapabilmektedir.

Yalnızca çözüm için gerekli ve yeterli sayısal verileri içeren türdeki problem durumlarına ilişkin olarak, öğretim süreci öncesinde sonucun ilgili olduğu nicelik ya da niceliğin birimine bakarak çözüm stratejisi geliştirdiği görülen dört öğrenci, öğretim süreci sonunda soruda neyin istenildiğini matematiksel olarak yorumlamalarına bağlı olarak nicelikler arasında ilişki kurmuş ve matematiksel bir model formüle edebilmiştir. Örneğin, Yürüyüş problemi ikinci soru maddesini doğru yanıtladığı görülen beş öğrenci soru kökündeki ‘yürüme hızı’ ifadesinin matematiksel anlamını yorumlayarak adım sayısı ve adım mesafesi şeklindeki iki niceliği ilişkilendirebilmiştir. Bununla birlikte söz konusu ifadeyi yorumlayamayan öğrencilerin ise rastlantısal/hatalı ilişki kurmak yerine soruyu yanıtsız bıraktığı görülmüştür. Yine, öğrencilerin tamamına yakını tarafından

doğru yanıtlandığı görülen Bisiklet Sürücüsü Hale problemi ikinci soru maddesi, çözüm için gerekli ve yeterli sayısal verileri içermekle birlikte bir saatin 60 dakika olduğu dışsal bilgisinin işe koşulmasını da gerektirmiştir. Burada öğrenciler matematiksel işlemlerinde iki farklı sayısal veriyi doğru sonuca ulaşacak şekilde ilişkilendirmiş ve dolayısıyla elde edilen matematiksel sonucun neyi ifade ettiğini de kolaylıkla açıklayabilmiştir. Benzer şekilde öğrenciler elde edilen matematiksel sonuçların ilgili gerçek yaşam durumu bağlamında mantıklı olup olmadığını değerlendirmeye başlamıştır.

Diğer yandan öğrencilerin çoktan seçmeli türdeki problemlere ilişkin çözümleri incelendiğinde, hiçbirinin şıklardan gitme yolunu tercih etmediği ve çözümlerini yazılı bir şekilde sunarak doğru sonucu bulmaya çalıştığı görülmüştür. Bu durum öğrencilerin matematik okuryazarlığı döngüsü aşamalarına katılımları konusundaki iyileşmenin bir başka göstergesi olmuştur.

Matematik okuryazarlığı performansları, problemlerin madde güçlük seviyeleri bağlamında incelendiğinde, öğrencilerin tamamının madde güçlüğü yüksek seviyedeki sorulara ilişkin performanslarında iyileşme olduğu görülmüştür. Öğrencilerin öğretim süreci öncesi ve sonrasındaki matematik okuryazarlığı performansları Tablo 4.2’de karşılaştırmalı olarak sunulmaktadır.

Tablo 4.2. Öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansları

İletişim düzeyi	Öğrenci	MOÖ-1	MOÖ-2
0 düzeyi altı	Gökhan, Ali	1’in altı seviye	Seviye-6
0 düzeyi	Elçin Nazan, Can, Rüya	Seviye-1	Seviye-5 Seviye-6
1 düzeyi/Ağırlıklı-1 düzeyi	Defne, Semih Demir, Melih Hande	Seviye-4 Seviye-3 Seviye-3	Seviye-6 Seviye-6 Seviye-5
2 düzeyi/Ağırlıklı-2 düzeyi	Ece, Melike, Dilek, İrem	Seviye-5	Seviye-6

Tablo 4.2’ye göre iletişimi 0 düzeyi altı veya 0 düzeyindeki altı öğrencinin öğretim süreci öncesindeki matematik okuryazarlığı performansları, istenilenin açıkça belirtildiği ve çözüm için gerekli bütün bilgilerin verildiği soruları yanıtlayabilmeleri nedeniyle 1’in altı seviyesi veya Seviye-1 olarak yorumlanmıştır (MEB, 2015, s.11). İletişimi 1 düzeyi/Ağırlıklı-1 düzeyi olarak belirlenen öğrencilerin üçünün matematik okuryazarlığı performansı Seviye-3, ikisinin ise Seviye-4 olarak belirlenmiştir. Nitekim bu öğrenciler

basit bir model oluşturma, basit bir problem çözme stratejisini seçme ve uygulamayı gerektiren soruları yanıtlayabilmiş, yorumlarını ve muhakemelerini kısaca açıklayabilmiştir (MEB, 2015, s.11). İletişimi 2 düzeyi/Ağırlıklı-2 düzeyi öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansları ise öğrencilerin verilen karmaşık durumlar için model geliştirebilmeleri, uygun problem çözme stratejilerini seçebilmeleri, kendi düşüncelerine ilişkin yansıtıcı düşünebilmeleri ve akıl yürütmelerini anlatabilmeleri nedeniyle Seviye-5 olarak yorumlanmıştır (MEB, 2015, s.11). Yine Tablo 4.1'e göre Elçin ve Hande öğretim süreci sonunda Seviye-5, geri kalan tüm öğrenciler ise Seviye-6 matematik okuryazarlığı performansı sergilemiştir. Böylece öğrenciler karmaşık problem durumları ile çalışarak farklı bilgi kaynakları ve temsil biçimleri arasında ilişki kurabildiklerini, farklı problem çözme stratejisi geliştirebildiklerini ve matematiksel düşünme ve muhakemelerini ifade edebildiklerini ortaya koymuştur (MEB, 2015, s.11).

4.1.3. Duyuşsal özelliklere ilişkin sonuçlar

Araştırma kapsamında öğrencilerin matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, problem çözmeye açıklık ve matematiksel motivasyon duyuşsal özellikleri PISA matematik okuryazarlığı duyuşsal alan kavramsal çerçevesi bağlamında incelenmiştir. Bu kapsamda matematiksel iletişim becerisi gelişiminin desteklenmesi amacıyla matematiksel modellemeye dayalı olarak desenlenen gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinin, öğrencilerin söz konusu duyuşsal özelliklerini etkilediği görülmüş yani, öğrencilerin duyuşsal özelliklerinde olumlu yönde değişimler gözlenmiştir.

Öğrencilerin matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, problem çözmeye açıklık ve matematiksel motivasyon duyuşsal özelliklerine ilişkin araştırma sonuçları aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

4.1.3.1. Matematik öz-yeterliği

Duyuşsal özelliklere ilişkin ön ve son görüşme bulguları matematik öz-yeterliği bağlamında değerlendirildiğinde, öğrencilerin dördünün matematik öz-yeterliği algılarında, bir üst kategoride bulunmalarını sağlayacak kadar güçlü bir iyileşme olduğu görülmüştür. Bu kapsamda öğretim süreci öncesinde, anlamadıkları veya zor olduğunu düşündükleri problemleri çözme konusunda güven eksikliği yaşadığını belirten iki öğrenci, öğretim süreci sonrasında oldukça özgüvenli hissettiklerini belirtmiştir. Benzer şekilde öğretim süreci öncesinde, matematiksel problemlerin çözümü konusunda

kendisine güvenmediğini belirten iki öğrencinin, öğretim süreci sonrasında kendilerine duydukları güven artmış ancak bu öğrencilerin zor olduğunu düşündükleri problemleri çözme konusunda hâlâ kendilerine güvenmedikleri görülmüştür. Bu sonuç, her bir öğrenci görüşünün değerli görüldüğü ve öğrencilerin matematiksel fikirlerini sunmalarının, farklı fikirleri değerlendirerek öğrenme sürecinin aktif bir katılımcısı olmalarının desteklendiği öğrenme ortamlarının matematik öz-yeterliğini olumlu yönde etkilediğini açıkça ortaya koymuştur.

4.1.3.2. Matematik kaygısı

Duyuşsal özelliklere ilişkin ön ve son görüşme bulguları matematik kaygısı bağlamında değerlendirildiğinde, ön görüşmelerde öğrencilerdeki matematik kaygısının iki türlü olduğu görülmüştür. Bu kapsamda öğrencilerin üçünün matematik kaygısı disiplinden kaynaklı iken 12'sinin eğitim sisteminden kaynaklanan sınav kaygısına sahip olduğu görülmüştür. Bununla birlikte öğretim süreci sonrasındaki görüşme bulguları, öğrencilerdeki matematik kaygısının yalnızca eğitim sisteminden kaynaklanan sınav kaygısı şeklinde tek türlü olduğunu ortaya koymuştur. Başka bir deyişle, öğretim süreci sonrasında disiplinden kaynaklanan matematik kaygısı yaşadığı görülen hiçbir öğrenci olmamıştır. Bu durum öğrencilerin matematiksel iletişimlerinin desteklenmesi amacına yönelik olarak tasarlanmış gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinin, öğrencilerin matematik dersine bakış açılarında olumlu yönde bir değişime neden olduğunu açıkça ortaya koymuştur. Yani, öğretim uygulamaları öncesinde matematik dersinin karmaşık yapısına dikkat çekerek matematiğin zor bir ders olduğunu, matematik konularının kafa karıştırdığını dile getiren ve matematik dersine karşı korku duyan üç öğrencinin, öğretim uygulamaları sonrasında matematik dersine artık korkuyla bakmadığı gözlenmiştir. Bu öğrenciler matematik dersinin de başarılı oldukları diğer dersler gibi, anlaşılabilir ve başarılılabılır bir ders olduğunu düşünmeye başlamıştır. Diğer yandan öğretim sürecinin öğrencilerin sınav kaygıları üzerinde olumlu ya da olumsuz yönde herhangi bir etkisi gözlenmemiştir.

4.1.3.3. Problem çözmeye açıklık

Duyuşsal özelliklere ilişkin ön ve son görüşme bulguları problem çözmeye açıklık bağlamında değerlendirildiğinde, ön görüşmelerde öğrencilerin karmaşık/zor problemleri

çözme yaklaşımlarının zorlayıcı probleme yaklaşma ve zorlayıcı probleminden kaçınma şeklinde iki türlü olduğu gözlenmiştir.

Bununla birlikte son görüşme bulguları incelendiğinde, öğrencilerin karmaşık/zor problemleri çözme yaklaşımlarının zorlayıcı probleme yaklaşma şeklinde tek türlü olduğu görülmüştür. Yani, öğretim uygulamaları öncesinde bir kere deneyip çözemedikten sonra problem üzerinde tekrar düşünmeyen üç öğrenci, öğretim süreci sonrasında problem durumları üzerinde daha fazla düşünerek problem durumunu anlamaya ve çözmeye çalıştıklarını ifade etmiştir. Öğrencilerin problem çözmeye açıklıklarındaki iyileşmeyi yansıtmak amacıyla *“Aslında matematik sorularının anlaşılabilirliğini anladım. Zor sorularda önce biraz durup düşünüyorum. Anlamaya çalışıyorum”* ve *“Eskiden zor sorularla çok fazla uğraşmıyordum ama şimdi daha fazla uğraşıyorum”* şeklindeki öğrenci açıklamaları örnek olarak gösterilebilir.

4.1.3.4. Matematiksel motivasyon

Duyuşsal özelliklere ilişkin ön ve son görüşme bulguları matematiksel motivasyon bağlamında değerlendirildiğinde, süreç içerisinde öğrencilerin matematik öğrenmeye ilişkin motivasyon türlerinde herhangi bir değişim gözlenmemiştir. Yani, öğretim uygulamaları öncesinde matematiği bu derse olan merak ve ilgileri nedeniyle öğrenmek istediklerini belirten öğrencilerin öğretim uygulamaları sonrasında da içsel motivasyona sahip oldukları; matematiği yıl sonunda girecekleri sınav ve bu dersin gelecekteki meslekleri üzerindeki etkisi gibi nedenlerle öğrendiğini belirten öğrencilerin öğretim uygulamaları sonrasında da araçsal motivasyona sahip oldukları görülmüştür. Bununla birlikte öğretim uygulamaları öğrencilerin tamamının matematiksel motivasyonunda bir artışa neden olmuştur. Öğrenciler tasarlanan öğrenme ortamının kendileri için oldukça eğlenceli olduğunu ve birlikte çalışarak gerçek yaşam problemi çözmelerinin matematik çalışma isteklerini artırdığını ifade etmiştir.

4.1.4. Matematiksel iletişim – duyuşsal alan özellikleri ilişkisine yönelik sonuçlar

Bu başlık altında öğrencilerin matematiksel iletişim becerileri ile duyuşsal alan özellikleri arasındaki ilişkilere yönelik araştırma sonuçları matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, problem çözmeye açıklık ve matematiksel motivasyon duyuşsal alan özelliklerinin her birine yönelik olarak aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

4.1.4.1. Matematiksel iletişim - matematik öz-yeterliği ilişkisine yönelik sonuçlar

Bu araştırmada matematiksel iletişim becerisi gelişimine yönelik olarak tasarlanan gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinin, öğrencilerin matematik öz-yeterliği algılarını olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Öğretim sürecinin başlangıcında matematiksel iletişimi zayıf olan ve matematiksel problemleri çözme konusunda kendisine güvenmeyen öğrenciler, süreç içerisinde matematiksel bir fikir sunma, farklı görüşleri yorumlayarak karşılaştırma, bir görüşü savunma gibi iletişimsel eylemler sergilemiş ve böylece öğrenme sürecinin giderek aktif bir katılımcısı olmaya başlamıştır. Bu öğrenciler ve benzer şekilde iletişimi nispeten güçlü öğrenciler, öğretim süreci öncesine kıyasla matematik öz-yeterliği algılarının iyileştiğini belirtmiştir.

4.1.4.2. Matematiksel iletişim - matematik kaygısı ilişkisine yönelik sonuçlar

Araştırma sonucunda matematiksel iletişim becerisi gelişimine yönelik olarak tasarlanan gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinin, öğrencilerin matematik dersi kaygısını azaltıcı yönde bir etkisinin olduğu ortaya konulmuştur.

Diğer yandan araştırma kapsamında, matematiksel iletişim ile matematik sınavı kaygısı arasındaki ilişkiye yönelik olarak pozitif ya da negatif yönde herhangi bir sonuç elde edilememiştir. Öğrencilerin tamamının öğretim süreci öncesinde ve sonrasında yaşadıkları sınav kaygısında herhangi bir değişim gözlenmemiştir. Bununla birlikte, araştırma kapsamında tasarlanan öğretimlerin öğrencileri merkezi sınavlara hazırlama gibi bir amaca yönelik olmadığı göz önünde bulundurulduğunda bu sonuç olağan kabul edilmiştir.

4.1.4.3. Matematiksel iletişim – problem çözmeye açıklık ilişkisine yönelik sonuçlar

Araştırma sonucunda matematiksel iletişim becerisi gelişimine yönelik olarak tasarlanan gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinin öğrencilerin problem çözmeye açıklıklarını destekleyici yönde bir etkisi olduğu ortaya konulmuştur. Öğretim süreci öncesinde matematik dersinin zor olduğunu düşünen ve yine zor olduğunu düşündükleri problemleri çözme konusunda kendisine güvenmeyen, bu nedenle de zorlayıcı problemten kaçınma yaklaşımı sergileyen öğrenciler, öğretim süreci sonunda karmaşık/zor problemleri anlamaya ve çözmeye çalıştıklarını ifade etmiştir.

4.1.4.4. Matematiksel iletişim – matematiksel motivasyon ilişkisine yönelik sonuçlar

Araştırma sonucunda matematiksel iletişim becerisi gelişimine yönelik olarak tasarlanan gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinin, öğrencilerin matematiksel motivasyonlarını artırıcı yönde bir etkisi olduğu görülmüştür. Bununla birlikte, öğrencilerin motivasyon türlerinde iletişim becerisi gelişimine bağlı olarak herhangi bir değişim gözlenmemiştir. Yani, öğrencilerin öğretim süreci öncesi ve sonrasındaki matematiksel motivasyon kaynakları aynı kalmış ve ağırlıklı olarak dışsal kaynaklı, başka bir deyişle araçsal motivasyon türünde olmuştur.

4.1.5. Matematiksel iletişim – matematik okuryazarlığı performansı ilişkisine yönelik sonuçlar

Araştırma sonucunda matematiksel iletişim becerisi ile matematik okuryazarlığı performansı arasında güçlü bir ilişki olduğu görülmüştür. Yani, öğrencilerin matematiksel iletişimlerdeki gelişim ile birlikte matematik okuryazarlığı performanslarında da belirgin bir artış gözlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin matematiksel iletişimlerinin desteklenmesi amacıyla matematiksel modelleme yaklaşımına dayalı olarak desenlenen ve farklı iletişim düzeylerindeki sorulardan oluşan gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinde, öğrenciler giderek üst düzey iletişimsel göstergeleri yansıtabilmiş, matematiksel düşüncelerini kasıtlarını yansıtacak şekilde açıkça ifade edebilmiş, birbirleriyle etkili iletişim kurabilmiş ve aynı zamanda matematik okuryazarlığı döngüsü aşamalarına aktif katılım sağlayabilmiştir.

Öğretim süreci boyunca öğrencilerin üzerinde çalışılan gerçek yaşam problemini anlama, problem metninde sunulan ifade, resim, formül vb. matematiksel olarak yorumlama, bu doğrultuda soruda istenileni açıklama ve istenileni bulmak için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilme durumları desteklenmiştir. Bu kapsamda öğrenciler matematiksel fikirlerini sunmaya, farklı fikirler üzerinde diğer öğrenciler ile birlikte düşünmeye ve karşılıklı fikir alış verişinde bulunmaya yönlendirilmiştir. Bu ise öğrencilerin matematik okuryazarlığı döngüsündeki formüle etme sürecine aktif katılımlarını desteklemiştir. Yine, öğretimler süresince öğrencilerin matematiksel hesaplamalarını formüle edilen matematiksel modele bağlı olarak gerçekleştirmeleri, çözümlerini yazılı olarak ve çözüm aşamalarını detaylı bir şekilde sunmalarını desteklemiştir. Öğretimler sürecinde matematiksel bir sonuca ulaşıldığında çözüm süreci sonlandırılmamış, öğrencilerin çözüm sürecini ve sonucun ifade ettiği anlamı

açıklamaları ve matematiksel gerekçe sunmaları istenilmiştir. Yani, öğrencilerin elde edilen matematiksel sonuçların gerçek yaşam durumu bağlamında ifade ettiği anlamı yorumlayabilmeleri desteklenmiştir. Böylece öğrencilerin problem çözümlerinde matematiksel bir modelin formüle edilmesi, model üzerinde matematiksel hesaplamalar yapılması ve ulaşılan sonucun yorumlanması ve değerlendirilmesi şeklindeki modelleme döngüsü aşamalarına katılımları ve buna bağlı olarak matematik okuryazarlığı performanslarında artış gözlenmiştir. Başka bir deyişle, problem çözme sürecinde amaçlı olarak ortaya koydukları iletişimsel eylemler, öğrencilerin problem çözme süreçlerinin matematik okuryazarlığı döngüsü aşamaları ile uyumlu olmasını desteklemiştir. Nitekim öğrencilerin problem metnindeki ifadeler ile kastedilen matematiksel anlamı yorumlamaya çalışarak çözüme yönelik ilişkilendirmelerini bu doğrultuda yapmaları ve buna bağlı olarak yanıtlarını destekleyen matematiksel işlemleri ve açıklamalarını sunabilmeleri, madde güclüğü Seviye-5 ve Seviye-6 olarak belirlenen matematik okuryazarlığı problemlerini başarılı bir şekilde çözebilmelerini kolaylaştırmıştır.

4.2. Tartışma

Bu araştırmada matematiksel modelleme yoluyla ve özel olarak matematiksel iletişim becerisine odaklanılan öğretim uygulamaları tasarlanmış ve ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerisi gelişimlerinin desteklenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin, matematik okuryazarlığı performanslarının, araştırma kapsamında ele alınan duyuşsal alan özelliklerinin (matematiksel motivasyon, matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı ve problem çözmeye açıklık) ve matematiksel iletişim becerisinin varsa matematik okuryazarlığı performansı ve duyuşsal özellikler ile ilişkisinin incelenmesine odaklanılmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin tamamının matematiksel iletişimlerinin geliştiği gözlenmiştir. Wahyuningrum ve Suryadi (2014) yarı deneysel türdeki çalışmalarında model oluşturma etkinlikleri uygulamasının öğrencilerin problem çözme ve matematiksel iletişim becerilerini geliştirme potansiyeline sahip olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde Yoon vd., (2011) model oluşturma etkinlikleri aracılığıyla öğrencilerin kavramsal anlamalarının, modelleme ve matematiksel iletişim yeterlikleri gelişiminin desteklenebileceğini belirtmiştir. Bu araştırmada ise matematiksel modelleme yoluyla gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinin, matematiksel iletişim becerisi gelişimi ve matematik okuryazarlığı performansı

üzerindeki etkisi açıkça ortaya konmuştur. Bu kapsamda matematiksel iletişim becerilerinde gelişim gözlenmeyen hiçbir öğrencinin olmaması söz konusu etkinin gücünü yansıtmaktadır. Diğer yandan bu araştırmada öğrencilerin matematiksel iletişimlerinde gözlemlenen gelişimin, her bir öğrencinin mevcut matematik bilgisi veya kavramsal öğrenme düzeyi bağlamında gerçekleştiği göz önünde bulundurulduğunda, matematiksel iletişimin matematiksel kavram gelişimi/kavramsal öğrenme ile arasındaki ilişki araştırılması gereken bir konu olarak ortaya çıkmaktadır.

Araştırma sonucunda gerçek yaşam problemleri çözüm sürecinin, öğrencilerin tamamının problem durumlarını anlamlandırma ve matematiksel olarak yorumlamalarını olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Bu kapsamda öğretim sürecinin başlangıcında, problem durumundaki ifadelerin altında yatan matematiksel anlamı yorumlamaksızın nicelikleri ilişkilendirmeye çalışan öğrencilerin öğretim süreci sonunda, ilişkilendirilmesi gereken iki veya daha fazla sayıda bileşenin olduğu ve söz konusu bileşenler arasındaki ilişkilerin nispeten karmaşık olduğu problem durumlarını anlamlandırabildiği ve yorumlayabildiği görülmüştür. Nitekim Ulep (2007) matematiksel bir problemi başarılı bir şekilde çözebilmeleri için öğrencilerin problem durumunu kavramsal olarak analiz etmelerine yardımcı olunması gerekliliğini vurgulamaktadır. Bu araştırmada öğretim sürecinde ele alınan gerçek yaşam problemlerinde, ilgili gerçek yaşam bağlamının matematiksel anlam açısından detaylı bir şekilde analiz edilmesi, öğrencilerin problem durumunu bütüncül bir şekilde anlamlandırmalarının ardından çözüme yönelmelerini desteklemiştir.

Araştırma kapsamında ortaya konulan bir diğer sonuç, öğrencilerin matematiksel iletişimlerdeki gelişimin matematik okuryazarlığı performanslarında artış sağlaması şeklinde olmuştur. Bu araştırmada matematiksel iletişim becerisindeki gelişimin yaygın etkisini gözlemleyebilmek adına, öğrencilerin matematik okuryazarlığı performanslarının incelenmesi amaçlandığından matematiksel modelleme etkinlikleri bir araç olarak ele alınmıştır. Bu doğrultuda matematiksel modelleme döngüsü aşamaları ile uyumlu olacak şekilde yürütülen problem çözme sürecinde, öğrencilerin söz konusu aşamalara katılımı sağlanmıştır. Bu durum öğrencilerin tamamının problem çözme süreçlerinin matematik okuryazarlığı döngüsü ile uyumluluk göstermesini desteklemiştir. Öğrenciler matematiksel iletişimlerdeki gelişim ile birlikte yüksek zorluk derecesindeki (madde güçlük seviyesi Seviye-5 ve Seviye-6 olarak belirlenen) çok aşamalı ve karmaşık problemleri çözebilmişlerdir. Matematik okuryazarlığı döngüsünün matematiksel

süreçlerde işe koşulmasını gerektiren yedi farklı yeterliği (iletişim, temsil biçimleri, strateji üretme, matematikleştirme, sembolik dil ve işlemleri kullanma, muhakeme ve argüman, matematiksel araçları kullanma) kapsadığı göz önünde bulundurulduğunda, bu durum matematiksel iletişim becerisi gelişiminin söz konusu yeterlikleri dolaylı olarak etkilediğini göstermekte ve bu becerinin önemini açıkça yansıtmaktadır. Bununla birlikte, matematiksel iletişim becerisi ile matematik okuryazarlığı performansı arasındaki ilişkiye yönelik olarak elde edilen bu araştırma sonucu, Paridjo ve Waluya (2017) tarafından ortaya konulan matematiksel iletişim becerisi gelişmiş öğrencilerin aynı zamanda iyi birer problem çözücü oldukları şeklindeki araştırma sonucunu destekler niteliktedir. Benzer şekilde bu sonuç, Altun vd.’nin (2018) okul matematiğinde bağlamsal problemlere yer verilmesi, öğrencilerin sınıf içi tartışmalara katılabilmelerine ve kendi önerilerini geliştirip savunabilmelerine fırsat verilmesi halinde öğrencilerin matematik okuryazarlığı soru çözümlerindeki başarısının destekleneceği şeklindeki görüşünü de doğrulamaktadır.

Matematiksel modelleme yoluyla ve matematiksel iletişim becerisi odaklı öğretim uygulamalarının öğrencilerin matematiksel iletişim becerisi gelişimleri ile birlikte matematik okuryazarlığı performanslarındaki olumlu etkisi göz önünde bulundurulduğunda, matematik öğretmenlerinin bu becerinin ne anlama geldiği ve öğrencilerdeki gelişimin nasıl desteklenebileceği konularında farkındalık ve bilgi sahibi olmalarının önemi ortaya çıkmaktadır. Kabael ve Ata Baran (2016) matematik öğretmenlerinin, ortaokul matematik dersi öğretim programında ele alınan matematiksel iletişim becerisi kazanımlarının neler olduğu ve bu becerinin nasıl desteklenebileceği konularında farkındalık sahibi olmadıklarını ortaya koymuştur. Bu araştırma sonucu ile birlikte ülkemizin PISA uluslararası değerlendirmesine ilişkin matematik başarısı göz önüne alındığında, matematik öğretmenlerine yönelik hizmet-içi eğitim seminerlerine duyulan ihtiyaç ortaya çıkmaktadır. Benzer şekilde, öğretmen adaylarının matematiksel iletişim becerisi bağlamındaki pedagojik alan bilgilerinin geliştirilmesi önem kazanmaktadır. Ancak güncellenen matematik öğretmeni yetiştirme programı incelendiğinde, matematiksel iletişim ve matematik okuryazarlığı üzerine zorunlu derslerin program içeriğinde yer almadığı; bununla birlikte “Matematiksel İletişim” dersinin seçmeli bir ders olarak okutulabileceği görülmektedir. Bu nedenle öğretmen yetiştirme programının, öğretmen adaylarının matematik okuryazarlığı ve matematiksel iletişim konularındaki farkındalık ve pedagojik alan bilgilerini destekleyecek şekilde yeniden ele alınması gerektiği söylenebilir.

Araştırma kapsamında yürütülen öğretim sürecinde, matematiksel iletişim becerisi gelişimi şeklindeki bilişsel türde bir öğrenme çıktısına odaklanılırken öğrencilerin duyuşsal özelliklerinde de olumlu gelişmeler gözlenmiştir. Yani, matematiksel iletişim becerisi gelişiminin desteklenmesi amacıyla yönelik olarak tasarlanan öğrenme ortamlarının ortaokul öğrencilerinin matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, problem çözmeye açıklık ve matematiksel motivasyon duyuşsal özelliklerini etkilediği ortaya konmuştur. Ancak burada öğrencilerin duyuşsal özelliklerinde gözlemlenen değişimlerin, doğrudan matematiksel iletişim becerisi gelişimine mi yoksa öğrencilerin matematik okuryazarlığı performanslarında gözlemlenen artışa mı bağlı olduğu konusu tartışmalı görülmektedir. Bu nedenle matematik okuryazarlığı performansları veya matematik başarıları incelenmeksizin yalnızca matematiksel iletişim becerisi gelişimi odaklı olarak yürütülen öğretim süreçlerinde söz konusu duyuşsal özelliklerin incelenmesi yeni bir araştırma konusu olarak ortaya çıkmaktadır.

Araştırma sonuçları matematik öz-yeterliği duyuşsal özelliği bakımından incelendiğinde, matematiksel iletişim odaklı öğrenme ortamlarında öğrencilerin matematik öz-yeterliği algılarında iyileşme gözlenmiştir. Öğrencilerin matematik öz-yeterliği algılarına ilişkin olarak son görüşmelerdeki açıklamaları, matematiksel iletişim becerisi gelişimine bağlı olarak matematik başarılarının artması ve bu durumun kendilerini daha özgüvenli hissetmelerini sağladığı şeklinde olmuştur. Bu nedenle öğrenci görüşlerinin ağırlıklı olarak matematik okuryazarlığı performansı ile matematik öz-yeterliği ilişkisine işaret ettiği düşünülmüştür. Başka bir deyişle, matematik okuryazarlığı performansındaki artışın matematik öz-yeterliğini olumlu yönde etkilediği ve bu durumun matematik öz-yeterliği ve matematik başarıları ilişkisine yönelik araştırma sonuçları (örn. Pajares, 1996; Blake ve Lesser, 2006) ile tutarlılık gösterdiği söylenebilir.

Matematik kaygısı ve problem çözmeye açıklık duyuşsal özellikleri bakımından incelendiğinde ise araştırma amacı doğrultusunda tasarlanmış öğretim uygulamalarının, öğrencilerin matematik dersine ve zorlayıcı problemlere bakış açılarında olumlu yönde bir değişime neden olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Yani, matematiksel iletişim becerisi gelişiminin, öğrencilerin matematik kaygısını azaltıcı ve problem çözmeye açıklıklarını destekleyici yönde bir etkisi olmuştur. Ancak bu etkinin matematiksel iletişim becerisi gelişimi, öğrencilerin matematik okuryazarlığı performanslarındaki artış ya da diğer duyuşsal özelliklerdeki değişimin bir sonucu olduğunu net bir şekilde söylemek mümkün değildir.

Son olarak öğretim süreci sonunda öğrencilerin gerçek yaşam problemleri ile çalışmanın eğlenceli olduğunu düşündüğü ve matematik dersine olan ilgilerinin arttığı gözlenmiştir. Öğrenciler matematiğin her yerde olduğunu düşünmeye başlamış ve bu tür problemlerle daha çok çalışmak istediklerini belirtmişlerdir. Benzer şekilde Hirschfeld-Cotton (2008) öğrencilerin matematiksel muhakemelerini sözlü ve yazılı olarak ifade edebildikleri öğrenme ortamlarının eğlenceli olduğunu düşündüklerini belirtmiştir. Bununla birlikte bu araştırmada öğrencilerin matematik öğrenmeye ilişkin motivasyon türlerinde herhangi bir değişim söz konusu olmamış ve öğrenci motivasyonlarının ağırlıklı olarak araçsal türde olduğu görülmüştür. Nitekim PISA 2012 verilerine göre OECD ülkelerinde ileride yapmayı düşündüğü işte kendisine yardımcı olacağına inanmaları nedeniyle matematiğe değer verdiğini belirten öğrencilerin oranı Türkiye’de %76,5 olarak belirlenmiştir. Diğer yandan matematiksel iletişim düzeyi ve aynı zamanda da matematik başarısı yüksek öğrencilerin motivasyonlarının içsel türde olduğu görülmüştür. Nitekim PISA 2012 uygulaması sonuçları, içsel motivasyon ile matematik okuryazarlığı performansı arasındaki ilişkinin özellikle yüksek düzeyde başarılı öğrenciler için daha güçlü olduğunu ortaya koymuştur (OECD, 2013).

4.3. Öneriler

Bu bölümde araştırma sonuçlarına dayalı olarak uygulamaya ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik olarak geliştirilen öneriler sunulmaktadır.

4.3.1. Uygulamaya yönelik öneriler

- Matematik öğretmenlerinin matematiksel iletişim becerisi ve öğrencilerde bu becerinin nasıl desteklenebileceği konularındaki mesleki gelişimlerinin desteklenmesi amacıyla hizmet-içi eğitimler düzenlenebilir.
- Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel iletişim konusundaki pedagojik alan bilgilerinin güçlenmesi amacıyla öğretmen yetiştirme programı içeriğinde matematik okuryazarlığı ve matematiksel iletişim üzerine zorunlu derslere yer verilebilir.
- Matematik öğretmenleri öğretim sürecini gerçek yaşam problemlerinin çözümüne yönelik olarak tasarlayabilir. Bu kapsamda yalnızca matematiksel sonuçlara

odaklanılmaksızın öğrencilerin matematik okuryazarlığı döngüsü aşamalarının tamamına katılımı desteklenebilir.

4.3.2. İleride yapılacak araştırmalara yönelik öneriler

- Bu araştırmada öğretim uygulamaları süreci altı aylık bir zaman dilimi ile sınırlı kalmıştır. İleride matematiksel iletişim becerisi gelişimine yönelik olarak yapılacak araştırmalar daha geniş kapsamlı yürütülebilir.
- Öğrencilerin matematiksel iletişimlerinin desteklenmesinde farklı kavramsal yaklaşımların benimsendiği ve farklı öğrenme düzeylerine yönelik çalışmalar yürütülebilir.
- Matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini nasıl desteklediğinin incelendiği çalışmalar yürütülebilir.
- Matematiksel iletişim becerisi odaklı öğrenme ortamlarında matematiksel iletişim ile kavramsal öğrenme ilişkisinin incelendiği çalışmalar yürütülebilir.
- Matematiksel iletişim becerisinin matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı, problem çözmeye açıklık ve matematiksel motivasyon duyuşsal özellikleri üzerindeki doğrudan etkisinin incelenmesine yönelik çalışmalar yürütülebilir.
- Matematiksel iletişim becerisi ile matematik sınavı kaygısı düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesine yönelik çalışmalar yürütülebilir.
- Bu araştırmada ele alınan duyuşsal alan faktörleri matematiksel motivasyon, matematik öz-yeterliği, matematik kaygısı ve problem çözmeye açıklık şeklindedir. Farklı duyuşsal alan özellikleri ile matematiksel iletişim becerisi arasındaki ilişkilerin incelendiği çalışmalar yürütülebilir.

KAYNAKÇA

- Akarsu, S. (2009). *Öz-yeterlik, motivasyon ve PISA 2003 matematik okuryazarlığı üzerine uluslararası bir karşılaştırma: Türkiye ve Finlandiya*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Altun, M. ve Bozkurt, I. (2017). Matematik okuryazarlığı problemleri için yeni bir sınıflama önerisi. *Eğitim ve Bilim*, 42 (190), 171-188.
- Ang, K. C. (2015). Mathematical modelling in Singapore schools: A framework for instruction. In N.H. Lee ve K.E.D. Ng (Eds.), *Mathematical modelling: From theory to practice* (pp. 33-42). Yogyakarta, Indonesia: ATCM.
- Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11 (5), 181-185.
- Ata Baran, A. (2018). Duyuşsal alan faktörleri ve PISA kavramsal çerçevesi. T. Kabael (Ed.), *Matematik Okuryazarlığı ve PISA* içinde (s. 45-58). Ankara: Anı.
- Aydın, A., Sarier, Y. ve Uysal, Ş. (2012). Sosyoekonomik ve sosyokültürel değişkenler açısından PISA matematik sonuçlarının karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 37 (164), 20-30.
- Bahr, D. L. and de Garcia, L. A. (2010). *Elementary mathematics is anything but elementary*. USA: Wadsworth, Cengage Learning.
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: W.H. Freeman and Company.
- Baumert, J., Nagy, J., and Lehmann, R. (2012). Cumulative advantages and the emergence of social and ethnic inequality: Matthew effects in reading and mathematics development within elementary schools? *Child Development*, 83 (4), 1347-1367.
- Beaty, R., Nusbaum, E., and Silvia, P. (2014). Does insight problem solving predict real-world creativity? *Psychology of Aesthetics, Creativity, and the Arts*, 8, 287-292.
- Blake, S., and Lesser, L. (2006). Exploring the relationship between academic self-efficacy and middle school students' performance on a high-stakes mathematics test. In Alatorre, S., Cortina, J.L. and Mendez, A. (Eds), *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Merida, Nov. 9-12, 2006. Mexico: Universidad Pedagógica Nacional.

- Brendefur, J., and Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 125-153.
- Brenner, M. E. (1994). A communication framework for mathematics: Exemplary instruction for culturally and linguistically different students. In B. McLeod (Ed.), *Language and learning: Educating linguistically diverse students* (pp. 233-267). Albany: SUNY Press.
- Brenner, M.E. (1998). Development of mathematical communication in problem solving groups by language minority students. *Bilingual Research Journal*, 22, 103-128.
- Britannica Encyclopedia (2015). <http://www.britannica.com/> (Erişim Tarihi: 10.09.2015)
- Büyükata, E. (2016). *PISA 2012'deki matematiğe yönelik duyuşsal özelliklerin bölge, okul türü ve cinsiyete göre sınıflama doğruluğunun incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.
- Cazden, C. B., and Beck, S. W. (2003). Classroom discourse. In A.C. Graesser, M.A. Gernsbacher, and S.R. Goldman (Eds.), *Handbook of discourse processes* (pp. 165–197). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Chapin, S., O'Connor, C., and Anderson, N. (2003). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn* (1st ed.). Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Chapin, S., O'Connor, C., and Anderson, N. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn* (2nd ed.). Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Chiu, M. M., and Xihua, Z. (2008). Family and motivation effects on mathematics achievement: Analyses of students in 41 countries. *Learning and Instruction*, 18, 321-336.
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiment in collaboration with teachers. In A.E. Kelly and R.A. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 307-333). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Cobb, P., and Steffe, L.P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14 (2), 83-94.
- Cook, B. D. and Buchholz, D. (2005). Mathematical communication in the classroom: A teacher makes a difference. *Early Childhood Education Journal*, 32 (6), 365-369.
- Cook, H. G., MacDonald, R., Miller, E., and Lord, S. (2017). *Doing and Talking Math and Science Strengthening Reasoning Strengthening Language*.

- <http://stem4els.wceruw.org/why.html> adresinden erişilmiştir. (Erişim Tarihi: 10. 09.2017).
- Corbin, J., and Strauss, A. (2008). *Basics of qualitative research: techniques and procedures for developing grounded theory* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative and mixed methods approaches* (4th ed.). London: Sage Publications Ltd.
- Çokluk, Ö. S., Şekercioğlu, G. ve Büyüköztürk, S. (2012). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik: Spss ve Lisrel uygulamaları*. Ankara: Pegem Akademi.
- Demir, E. (2015). Türkiye’de on beş yaş grubu öğrencilerin matematik okuryazarlık becerileri ile ilişkili duyuşsal özellikleri. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 48 (2), 165-184.
- Demirel, Ö. (2010). *Eğitim sözlüğü* (4.baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Di Martino, P. (2016). Surveys of the state of the art. In Kaiser, G. (Ed.), *Attitudes, beliefs, motivation and identity in mathematics education an overview of the field and future directions* (pp. 2-6). New York: Springer.
- Doruk, B. K. (2012). İletişim becerisinin gelişimi için etkili bir araç: Matematiksel modelleme etkinlikleri. *MATDER Matematik Eğitimi Dergisi*, 1 (1), 1-12.
- Felton, M. D., and Nathan, M. (2009). Exploring Sfard’s commognitive framework: A review of Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses and Mathematizing. *Journal for Research in Mathematics Education*, 5 (40), 571-576.
- Foley, A. E., Herts, J. B., Borgonovi, F., Guerriero, S., Levine, S. C., and Beilock, S. L. (2017). The math anxiety-performance link: A global phenomenon. *Current Directions in Psychological Science*, 26 (1), 52-58.
- Griffin, P., Care, E., and McGaw, B. (2011). The changing role of education and schools. In P. Griffin, B. McGaw ve E. Care (Eds.), *Assessment and teaching 21st century skills* (pp.1-15). Heidelberg: Springer.
- Güçler, B. (2013). Examining the discourse on the limit concept in a beginning level calculus classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 439-453.
- Güçler, B. (2016). Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler içinde* (s.629-641) Ankara: Pegem.

- Güler, H. K. (2013). Türk öğrencilerin PISA’da karşılaştıkları güçlüklerin analizi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26 (2), 501-522.
- Haara, F. O, Bolstad, O. H., and Jenssen, E.S. (2017). Research on mathematical literacy in schools-Aim, approach and attention. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 5 (3), 285-313.
- Herbel-Eisenmann, B. A., Steele, M. D., and Cirillo, M. (2013). (Developing) teacher discourse moves: A framework for professional development. *Mathematics Teacher Educator*, 1 (2), 181-196.
- Hirschfeld-Cotton, K. (2008). *Mathematical communication, conceptual understanding, and students’ attitudes toward mathematics*. Unpublished Master Thesis, Lincoln: University of Nebraska. <https://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1011&context=mathmidactionresearch> adresinden erişilmiştir. (Erişim tarihi: 25.06.2018).
- Hufferd-Ackles, K., Fuson, K. C., and Sherin, M. (2004). Describing levels and components of a math-talk learning community. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35 (2), 81-116.
- Isoda, M. (2007). How can we develop classroom communication? With an example of classroom dialectic. Paper presented at *APEC-TSUKUBA International Conference III*, December 9–14, 2007. Tokyo Kanazawa and Kyoto, Japan.
- İlgün Dibek, M. ve Demirtaşlı, R. N. (2017). Öğrenme ve öğretme süreci değişkenleri ile PISA 2012 matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkiler. *İlköğretim Online*, 16 (3), 1137-1152.
- Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. In A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and F.K.S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 75-102). Dordrecht: Kluwer.
- Johnson, A. W. (2009). Review of the book *Thinking as communication: Human development, growth of discourses and mathematizing*, by A. Sfard. *Anthropology & Education Quarterly*, 40 (3), 323-324.
- Jung, H. Y., and Reifel, S. (2011). Promoting children’s communication: A kindergarten teacher’s conception and practice of mathematics instruction. *Journal of Research in Childhood Education*, 25 (2), 194-210.

- Kabael, T. ve Ata Baran, A. (2016). Matematik öğretmenlerinin matematiksel iletişim becerilerinin gelişimine yönelik farkındalıklarının incelenmesi. *İlköğretim Online*, 15 (3), 868-881.
- Kalaycı, Ş. (2009). *SPPS uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri*. Ankara: Asil.
- Karen, H. (2006). Discourse and cooperative learning in the math classroom. Unpublished Doctoral Dissertation. Lincoln: University of Nebraska. https://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1015&context=math_midsummative adresinden erişilmiştir. (Erişim tarihi: 25.06.2018).
- Kaya, D. and Altun, S. (2014). Peer problem solving as an instructional strategy to enhance mathematical discourse in 6th grade mathematics. *Asya Öğretim Dergisi*, 2 (1), 149-156.
- Kelly, A. E., and Lesh, R.A. (2000). Teaching experiments. In A.E. Kelly and R.A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 192-195). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kertil, M., Çetinkaya, B., Erbaş, A. K., ve Çakıroğlu, E. (2016). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme, E. Bingölbalı, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler içinde* (s.539-563). Ankara: Pegem.
- Kızıltoprak, F. (2017). *Matematik okuryazarlığının problem çözmede sistematik çeşitleme ile desteklenmesinin öğretim deneyi yoluyla incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi.
- Köller, O., Baumert, J., and Schnabel, K. (2001). Does interest matter? The relationship between academic interest and achievement in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32 (5), 448-470.
- Knuth, E., and Elliott, R. (1997). Pre-service secondary mathematics teachers' interpretations of mathematical proof. In J.A. Dossey, J.O. Swafford, M. Parmantie and A.E. Dossey (Eds.), *Proceedings of the 19th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Illinois, USA, Oct. 18-21, 1997, pp. 545-552.
- Krussel, L., Springer, G. T., and Edwards, B. (2004). The teacher's discourse moves: A framework for analyzing discourse in mathematics classrooms. *School Science and Mathematics*, 104 (7), 307-312.
- Küçükahmet, L. (2006). *Öğretim ilke ve yöntemleri* (19.baskı). Ankara: Nobel.

- Lepper, M. R., Corpus, J. H., and Iyengar, S. S. (2005). Intrinsic and extrinsic motivational orientations in the classroom: Age differences and academic correlates. *Journal of Educational Psychology*, 97 (2), 184-196.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., and Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In A.E. Kelly and R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591-646). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Levin, H. M. (2013). The utility and need for incorporating noncognitive skills into large-scale educational assessments. In M. Von Davier, E. Gonzalez, I. Kirsch and K. Yamamoto (Eds.), *The role of international large-scale assessments: Perspectives from technology, economy, and educational research* (pp. 67-86). Heidelberg: Springer.
- Lin, W. L., Chen, H. C., Hsu, K. Y., and Wang, J. W. (2012). The relations of gender and personality traits on different creativities: A dual-process theory account. *Psychology of Aesthetics, Creativity and the Arts*, 6, 112–123.
- Ma, X., and Xu, J. (2004). The causal ordering of mathematics anxiety and mathematics achievement: A longitudinal panel analysis. *Journal of Adolescence*, 27, 165–179.
- Maaß, K. (2006). What are the modelling competencies?, *ZDM*, 38 (2), 113-142.
- Martin, H. (2007). Mathematical literacy. *Principal Leadership*, 7 (5), 28-31.
- Matteson, S. (2006). Mathematical literacy and standardized mathematical assessments. *Reading Psychology*, 27, 205–233.
- McCrone, S. S., and Dossey, J. A. (2007). Mathematical literacy: It's become fundamental. *Principal Leadership*, 7 (5), 32-37.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D.A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: Macmillan.
- Miles, M. B., and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis : An expanded sourcebook*. (2nd Edition). Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2005). *PISA 2003 ulusal nihai rapor*. <http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA-2003-Ulusal-Nihai-Rapor.pdf> adresinden erişilmiştir. (Erişim tarihi: 05.06.2017).

- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2011). *PISA Türkiye*. <http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA-kitab%C4%B1.pdf> adresinden erişilmiştir. (Erişim tarihi: 10.04.2018).
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013a). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013b). *PISA 2012 ulusal ön raporu*. <http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/12/pisa2012-ulusal-on-raporu.pdf> adresinden erişilmiştir. (Erişim tarihi: 10.04.2018).
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2015). *PISA 2012 araştırması ulusal nihai rapor*. <http://pisa.meb.gov.tr/> adresinden erişilmiştir. (Erişim tarihi: 02.09.2017).
- Milli Eğitim Bakanlığı (2017). *Akademik becerilerin izlenmesi ve değerlendirilmesi: 8.sınıflar raporu*. https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2017_11/30114819_iY-web-v6.pdf (Erişim tarihi: 07.10.2018) .
- Milli Eğitim Bakanlığı (tarihsiz). *PISA 2015 Ulusal Raporu*. Milli Eğitim Bakanlığı Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü: Ankara.
- Morgan, G. A., Leech, N. L., Gloeckner, G. W., and Barrett, K.C. (2004). *SPSS for introductory statistics: Use and interpretation* (2nd ed.). Psychology Press.
- Mortier, M. (2014). *Exploring the effects of professional development on teachers discourse practices* (Order No. 1572775). <https://search.proquest.com/docview/1645957786?accountid=16716> (Erişim tarihi: 07.10.2017) .
- Mullen, J. (2009). *Enhancing mathematical literacy*. http://fisherpub.sjfc.edu/mathcs_etd_masters/90 (Erişim tarihi: 07.10.2017) .
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Niss, M. (2015). Mathematical competencies and PISA. In K. Stacey and R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy* (pp.35-55). Switzerland: Springer.
- Niss, M., and Højgaard, T. (2011). A competence description of mathematical education. In M. Niss and T. Højgaard (Eds.), *Competencies and mathematical learning* (pp. 49-80).
- Niss, M., and Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie, nr. 18*. Copenhagen: Ministry of Education.

- Nurmi, J. E., Aunola, K., Salmela-Aro, K., and Lindroos, M. (2003). The role of success expectation and task-avoidance in academic performance and satisfaction: Three studies on antecedents, consequences and correlates. *Contemporary Education Psychology*, 28, 59-90.
- Olteanu, L. (2015). Construction of tasks in order to develop and promote classroom communication in mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46 (2), 250–263.
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy: A framework for PISA 2006*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2013a). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*, PISA, OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en> adresinden erişilmiştir. (Erişim tarihi: 08. 03. 2016).
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2013b). *PISA 2012 Results: Ready to Learn: Students' Engagement, Drive and Self-Beliefs (Volume III)*, PISA, OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264201170-en> adresinden erişilmiştir. (Erişim tarihi: 08. 03. 2016).
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition*, PISA, OECD Publishing, Paris.
- Özcan, Z. Ç. (2015). The relationship between mathematical problem-solving skills and self-regulated learning through homework behaviors, motivation, and metacognition. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47 (3), 408-420.
- Pajares, F. (1996). Self-efficacy beliefs in academic settings. *Review of Educational Research*, 66 (4), 543-578.
- Pajares, F., and Miller, D. (1994). The role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology*, 86 (2), 193-203.

- Panal, A. (tarihsiz). Öğrencilerin duyuşsal özelliklerinin matematik başarısına etkisi. <http://odsgm.meb.gov.tr/test/analizler/docs/duyussal-ozellik-matematik-basarisi.pdf> (Erişim tarihi: 03.05.2017).
- Paridjo and Waluya, B. (2017). Analysis mathematical communication skills students in the matter algebra based NCTM. *IOSR Journal of Mathematics*, 13 (1), 60-66.
- Pape, S. J., Bell, C. V., and Yetkin, I. E. (2003). Developing mathematical thinking and self-regulated learning: A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 53, 179-202.
- Pugalee, D. (1999). Constructing a model of mathematical literacy. *The Clearing House*, 73 (1), 19-22.
- Pugalee, D. (2001). Using communication to develop students' mathematical literacy. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6 (5), 296-299.
- Qohar, A., and Sumarmo, U. (2013). Improving mathematical communication ability and self-regulation learning of yunior high students by using reciprocal teaching. *IndoMS, J. M. E.* 4 (1), 59-74.
- Rahmi, S., Nadia, R., Hasibah, B., and Hidayat, W. (2017). The relation between self-efficacy toward math with the math communication competence. *Journal of Mathematics Education*, 6 (2), 177-182.
- Redmond, T., Brown, R., and Sheey, J. (2013). Exploring the relationship between mathematical modelling and classroom discourse. In G.A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum and J.P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 349-360). Springer.
- Rosen, Y., and Rimor, R. (2012). Teaching and assessing problem solving in online collaborative environment. In R. Hartshorne, T.L. Heafner and T.M. Petty (Eds.), *Teacher education programs and online learning tools: Innovations in teacher preparation* (pp. 82-97). USA: IGI-Global.
- Ryan, R. M., and Deci, E. L. (2000). Intrinsic and extrinsic motivations: Classic definitions and new directions. *Contemporary Educational Psychology*, 25, 54-67.
- Saldaña, J. (2016). *The coding manual for qualitative researchers* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Scherer, R., and Gustafsson, J.E. (2015). Student assessment of teaching as a source of information about aspects of teaching quality in multiple subject domains: An

- application of multilevel bifactor structural equation modeling. *Frontiers in Psychology*, 6 (1550).
- Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H., and Müller, H. (2003). Evaluating the fit of structural equation models: Tests of significance and descriptive goodness-of-fit measures. *Methods of Psychological Research*, 8 (2), 23-74.
- Schunk, D. H., and Pajares, F. (2009). Self-efficacy theory. In K.R. Wentzel and A. Wigfield (Eds.), *Handbook of motivation at school* (pp. 35-53). New York: Taylor Francis.
- Sfard, A. (2000). Steering (dis)course between metaphor and rigor: Using focal analysis to investigate the emergence of mathematical objects. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31 (3), 296-327.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 13-57.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses and mathematizing*. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press.
- Sfard, A. (2009). *Moving between discourses: From learning-as-acquisition to learning-as-participation*. [PowerPoint slides]. <http://sfard.edu.haifa.ac.il/Talks> adresinden erişilmiştir.
- Sfard, A., and Kieran, C. (2001). Preparing teachers for handling students' mathematical communication: Gathering knowledge and building tools. In F.L. Lin and T.J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 187-205). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Shin, J., Lee, H., and Kim, Y. (2009). Student and school factors affecting mathematics achievement international comparisons between Korea, Japan and the USA. *School Psychology International*, 30 (5), 520-537.
- Smith, M., and Stein, M. K. (2009). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stacey, K. (2015). The real world and the mathematical world. In K. Stacey and R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy* (pp. 57-84). Springer.
- Steen, L. A., Turner, R., and Burkhardt, H. (2007). Developing mathematical literacy. In W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn and M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 285-294). US: Springer.

- Steffe, L. P., and Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh and A.E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp.267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Springer, G. T., and Dick, T. (2006). Making the right (discourse) moves: Facilitating discussions in the mathematics classrooms. *Mathematics Teacher*, 100 (2), 105-109.
- Şencan, H. (2005). *Sosyal ve davranışsal ölçümlerde güvenilirlik ve geçerlilik*. Ankara: Seçkin.
- Tabachnick, B. G., and Fidell, L. S. (2013). *Using multivariate statistics* (6th ed.). Boston: Pearson.
- Tatlı, C., Ergin, D. ve Demir, E. (2016). PISA 2012 Türkiye verilerine göre öğrencilerin matematik anksiyetesinin sınıflandırıcıları. *İlköğretim Online*, 15 (2), 696-707.
- Tedmem (2015). Öğrencileri farklı okul türleri için gruplandırmak ve seçmek, öğrencilerin öğrenme motivasyonlarını etkiler mi? <https://tedmem.org/mem-notlari/ogrencileri-farkli-okul-turleri-icin-gruplandirmak-ve-secmek-ogrencilerin-ogrenme-motivasyonlarini-etkiler-mi> (Erişim tarihi: 04.05.2017).
- Thompson, D. R., and Chappell, M. F. (2007). Communication and representation as elements in mathematical literacy. *Reading and Writing Quarterly*, 23, 1-18.
- Thompson, D. R., Kersaint, G., Richards, J. C., Hunsader, P. D., and Rubenstein, R. N. (2008). *Mathematical literacy: Helping students make meaning in the middle grades*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Turner, C. S. (2013). *The role of teacher discourse moves in promoting mathematical reasoning*, Electronic Thesis or Dissertation). <https://etd.ohiolink.edu/> adresinden erişilmiştir. (Erişim tarihi:03.10.2018).
- Turner, R., and Adams, R.J. (2012). Some drivers of test item difficulty in mathematics: An analysis of the competency rubric. Paper presented at the *Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA)*, 13-17 April 2012, Vancouver, <http://research.acer.edu.au/pisa/7/>
- Turner, R., Blum, W., and Niss, M. (2015). Using competencies to explain mathematical item demand: A work in progress. In K. Stacey and R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy: The PISA experience* (pp. 85-115). New York, NY: Springer.

- Uğurel, I. (2010). *Ortaöğretim matematik programının temel öğeleri çerçevesinde öğrencilerin ispat kavramına yönelik matematiksel bilgilerini nasıl düzenlediklerinin söylem çözümlemesi ile belirlenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Ulep, S. A. (2007). Developing mathematical communication in Philippine classrooms. Paper presented at *APEC-TSUKUBA International Conference III*, December 9–14, Tokyo Kanazawa and Kyoto, Japan.
- Um, E., Corter, J., and Tatsuoka, K. (2005). *Motivation, autonomy support and mathematics performance: A structural equation analysis*. Unpublished Manuscript http://cms.tc.columbia.edu/i/a/1996_NCME2005-eunkyoung.pdf adresinden erişilmiştir (Erişim tarihi: 02.09.2018).
- Ural, A. ve Kılıç, İ. (2011). *Bilimsel araştırma süreci ve Spss ile veri analizi*. Ankara: Detay.
- Viseu, F., and Oliviera, I. B. (2012). Open-ended tasks in the promotion of classroom communication in mathematics. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 4 (2), 287-300.
- Wahyuningrum, E., and Suryadi, D. (2014). Association of mathematical communication and problem solving abilities: Implementation of MEAs strategy in junior high school. *SAINSAB*, 17, 38-50.
- Wannarka, R., and Ruhl, K. (2008). Seating arrangements that promote positive academic and behavioral outcomes: A review of empirical research. *Support for Learning*, 23, 89-93.
- Wigfield, A., Eccles, J.S., Schiefele, U., Roeser, R., and Davis-Kean, P. (2006). Development of achievement motivation. In W. Damon and N. Eisenberg (Eds.), *Handbook of child psychology* (pp. 933–1002). New York: Wiley.
- Wigfield, A., and Meece, J. (1988). Math anxiety in elementary and secondary school students. *Journal of Educational Psychology*, 80, 210-216.
- Woolfolk, A. (2016). *Educational psychology* (13th ed.). Boston, MA: Allyn & Bacon.
- Yang, E. F. Y., Chang, B., Cheng, H. N. H., and Chan, T. (2016). Improving pupils' mathematical communication abilities through computer-supported reciprocal peer tutoring. *Educational Technology & Society*, 19 (3), 157-169.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8.Baskı). Ankara: Seçkin.

- Yoon, C., Patel, A., Radonich, P., and Sullivan, N. (2011). *LEMMA: Learning environments with mathematical modelling activities*. Wellington: NZCER Press.
- Zazkis, D. (2013). *Calculus students' representation use in group-work and individual settings*. Unpublished Doctoral Dissertation. San Diego: San Diego State University.
- Zengin, Y. (2017). Öğretmen adaylarının görüşleri ışığında matematiksel iletişim sağlayabilmede GeoGebra yazılımının potansiyeli. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 11 (1), 101-127.

EK-1. Anadolu Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Karar Belgesi

Evrak Kayıt Tarihi: 15.06.2017

Protokol No: 70954

Tarih: 21.06.2017



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	BAP Projesi-Doktora Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İletişim Becerilerinin Desteklenmesi Sürecinde Matematik Okuryazarlıklarının ve Duyuşsal Faktörlerin İncelenmesi
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Doç. Dr. Tangül UYGUR KABAEL
TEZ YAZARI:	Ayla ATA BARAN
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

 Prof. Dr. Coşkun BAYRAK (Başkan-Eğitim Fak.)	
 Prof. Dr. T. Volkan YÜZER (Başkan Yardımcısı-Açıköğretim Fak.)	 Prof. Dr. Esra CEYHAN (Eğitim Fak.)
 Prof. Dr. Münevver ÇAKI (Güzel Sanatlar Fak.)	 Prof. Dr. M. Erkan ÜYÜMEZ (İkt. ve İdari Bil. Fak.)
 Prof. Dr. Handan DEVECİ (Eğitim Fak.)	 Prof. Dr. Emel ŞIKLAR (İkt. ve İdari Bil. Fak.)

EK-2. Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi

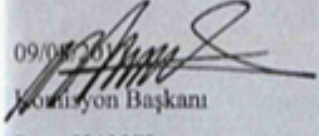
T.C
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Ayla ATA BARAN
Kurumu/Üniversitesi	Anadolu Üniversitesi
Araştırma Yapılacak Eğitim Kurumu ve Kademesi	Tüm Ortaokullar
Araştırmanın Konusu	8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İletişim Becerilerinin Desteklenmesi Sürecinde Matematik Okuryazarlıklarının ve Duyuşsal Faktörlerin İncelenmesi
Üniversite / Kurum Onayı	Var
Araştırma/Proje/Ödev/ Tez Önerisi	Var
Veri Toplama Araçları	PISA Öğrenci Anketi, PISA Matematik Okuyazarlığı Testi, Yarı Yapılandırılmış Görüşme Soruları, Klinik Görüşme Soruları, Odak Grup Görüşme Soruları, Öğretim Tasarımı Örneği
Görüş İstenecek Birimler	-
KOMİSYON GÖRÜŞÜ	
Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 2012/13 sayılı genelgesi gereğince 2016-2017 öğretim yılında uygulanmasında sakınca yoktur.	
Komisyon Kararı	KABUL (Oybirliği ile)
Muhalef Üyenin Adı ve Soyadı	Gerekçesi :

KOMİSYON

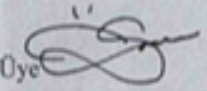
09/08/2017



Komisyon Başkanı

Barış HANCI

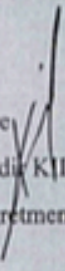
Milli Eğitim Müdür Yardımcısı



Üye

Ömer GARAN

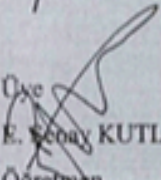
Öğretmen



Üye

Kadri KILIÇ

Öğretmen



Üye

E. Seday KUTLU

Öğretmen

EK-3: MEB Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi



T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü

Sayı : 57750415-605.01-E.8944114
Konu : Ayla ATA BARAN'ın Doktora Tez
Çalışması

14.06.2017

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Genel Sekreterlik)

İlgi: 08.06.2017 tarihli ve 63784619-605.01-E.47017 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi Ayla ATA BARAN'ın Doç. Dr. Tangül KABAEL'in danışmanlığında hazırladığı "8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İletişim Becerilerinin Desteklenmesi Sürecinde Matematik Okuryazarlığı ve Duygusal Faktörlerin İncelenmesi" başlıklı doktora tezi kapsamında PISA 2012 Uygulaması'nda kullanılan öğrenci anketlerine ihtiyaç duyulduğu ilgi yazı ile Genel Müdürlüğümüze bildirilmiştir.

Talep edilen anketlerin söz konusu doktora tezinde kullanılması Genel Müdürlüğümüzce uygun görülmekte olup PISA 2012 Uygulaması'nda kullanılan öğrenci anketleri ilgi yazı ekinde yer alan Ayla ATA BARAN'a ait elektronik posta adresine gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Kemal BÜLBÜL
Bakan a.
Daire Başkanı

Ek:

- 1 - A Kitapçığı (56 sayfa)
- 2 - B Kitapçığı (64 sayfa)
- 3 - C Kitapçığı (56 sayfa)

(Ekler elektronik ortamda gönderilmiştir.)

Teknikokullar/ANKARA
Elektronik Ağ: www.meb.gov.tr
e-posta: mustafacengiz@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: Mustafa CENGİZ (Bil. İşl.)
Tel: (0312) 413 32 76
Faks:

AÇIKLAMA

Bu ankette matematik dersi, matematik görevlerini yapabilme ve problem çözme konusundaki görüşleriniz ile ilgili sorular bulunmaktadır. Lütfen her soruyu dikkatle okuyunuz ve olabildiğince gerçeğē uygun yanıtlar vermeye çalışınız. Soruları yanındaki kutucukları işaretleyerek yanıtlayınız. Yanlışlıkla başka bir kutucuğū işaretlerseniz, yanlışlıkla işaretlediğiniz kutucuğūn üzerini çizerek iptal ediniz ve doğru kutucuğū işaretleyiniz.

Bu ankette ‘doğru’ ya da ‘yanlış’ yanıt yoktur. Vereceğınız yanıt, size göre doğru olan yanıt olmalıdır. Bir soruyu anlamazsanız ya da nasıl yanıtlayacağınızdan emin olamazsanız yardım isteyebilirsiniz. Tüm yanıtlarınız gizli tutulacaktır.



Teşekkürler...

Arş. Gör. Ayla ATA BARAN

Okul Adı:

Öğrencinin Adı Soyadı:

BÖLÜM-I

1. Matematikle ilgili görüşlerinizi göz önüne aldığımızda, aşağıdaki ifadelere ne derece katılıyorsunuz?

(Her satırda sadece bir kutucuğu işaretleyiniz.)

	<i>Kesinlikle katılıyorum</i>	<i>Katılıyo- rum</i>	<i>Katılmı- yorum</i>	<i>Kesinlikle katılmıyo- rum</i>
a) Matematik ile ilgili bir şeyler okumaktan hoşlanıyorum.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
b) İleride yapmayı düşündüğüm işte bana yardımcı olacağından, matematik için çaba harcamaya değer.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
c) Matematik derslerimi dört gözle bekliyorum.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
d) Matematik çalışıyorum, çünkü matematiği seviyorum.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
e) Meslekte ilerlememi (terfiler, ikramiyeler) sağlayacağı için matematik öğrenmek benim için önemlidir.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
f) Matematikte öğrendiğim şeyler ilgimi çekiyor.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
g) İleride öğrenim görmek istediğim konuda matematiğe gereksinim duyacağımdan, matematik benim için önemli bir derstir.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
h) Matematik dersinde, iş bulmama yardımcı olacak birçok şey öğreneceğim.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄

2. Aşağıdaki matematik görevlerini yapabilme konusunda kendinize ne derece güveniyorsunuz?

(Her satırda sadece bir kutucuğu işaretleyiniz.)

	<i>Çok güveniyo- rum</i>	<i>Güveniyo- rum</i>	<i>Çok güvenmi- yorum</i>	<i>Hiç güvenmi- yorum</i>
a) Tren kalkış varış saatlerini kullanarak bir yerden başka bir yere gitmenin ne kadar süreceğini hesaplama.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
b) %30 indirimden sonra televizyonun ne kadar ucuzlayacağını hesaplama.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
c) Bir zemini kaplamak için kaç metre kare fayans gerektiğini hesaplama.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
d) Gazetelerdeki grafikleri anlama.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
e) $3x+5=17$ şeklindeki bir denklemi çözme.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
f) 1:10 000 ölçekli bir harita üzerinde iki yer arasındaki gerçek uzaklığı bulma.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
g) $2(x+3) = (x+3)(x-3)$ şeklindeki bir denklemi çözme.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
h) Bir arabanın yakıt tüketim oranını hesaplama.	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄

3. Matematik derslerinizi göz önüne aldığınızda aşağıda verilen ifadelere ne derece katılıyorsunuz?

(Her satırda sadece bir kutucuğu işaretleyiniz.)

	<i>Kesinlikle katılıyorum</i>	<i>Katılı- yorum</i>	<i>Katılmı- yorum</i>	<i>Kesinlikle katılmıyorum</i>
a) Çoğunlukla matematik derslerinin benim için zor olacağından endişe ederim.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4
b) Matematik ödevlerimi yaparken çok gergin olurum.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4
c) Matematik problemi çözerken çok sinirli olurum.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4
d) Bir matematik problemi çözerken kendimi çaresiz hissedirim.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4
e) Matematikten düşük not alacağımdan endişe ederim.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4

4. Aşağıdaki ifadelerin her biri size ne kadar benzemektedir?

(Her satırda sadece bir kutucuğu işaretleyiniz.)

	<i>Çok benziyor</i>	<i>Çoğunlukla benziyor</i>	<i>Kısmen benziyor</i>	<i>Pek benzemiyor</i>	<i>Hiç Benzemiyor</i>
a) Çok fazla bilgi ile baş edebilirim.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5
b) Bir şeyleri çabucak anlarım.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5
c) Bir şeylerin açıklamasını bulmaya çalışırım.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5
d) Olayları birbiriyle kolaylıkla ilişkilendirebil irim.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5
e) Karmaşık problemleri çözmekten hoşlanırım.	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5

BÖLÜM-II

Bu testte matematiksel iletişim becerisi düzeylerinin belirlenmesi amacıyla yönelik olarak hazırlanmış toplam yedi soru bulunmaktadır. Lütfen testte yer alan her bir soruyu dikkatli bir şekilde okuyarak yanıtlarınızı detaylı bir şekilde yazınız.



Başarılar dilerim...

FUJİ DAĞI TIRMANIŞI

Fuji Dağı Japonya’da bulunan sönmüş bir yanardağdır.



Soru 1:

Fuji Dağı, her yıl sadece 1 Temmuz’dan 27 Ağustos’a kadar tırmanma için halka açıktır. Bu süre içerisinde yaklaşık 200 000 kişi Fuji Dağı’na tırmanmaktadır. Buna göre, Fuji Dağı’na bir günde ortalama kaç kişi tırmanmaktadır?

- F. 340
- G. 710
- H. 3400
- I. 7100
- J. 7400

Soru 2:

Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)’dir. Yürüyüşçülerin, 18 km’lik yürüyüşten akşam saat 8’de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.

Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8’de dönmek için yürüyüşe en geç kaçta başlayabilir?

.....

Soru 3:

Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır.

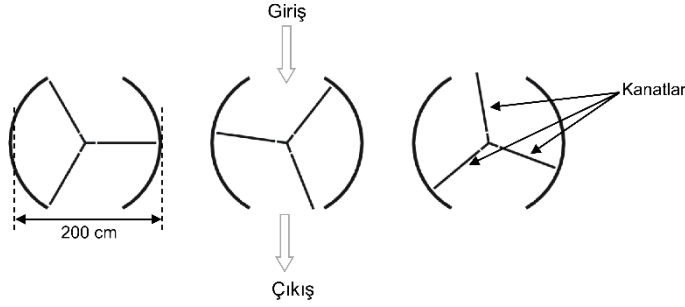
Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir. Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz.

Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

Yanıt: cm

DÖNER KAPI

Bir döner kapının, daire şeklinde bir alan içerisinde dönen üç kanadı vardır. Bu alanın iç çapı 2 metre (200 santimetre)'dir. Üç kapı kanadı, bu alanı üç eşit bölüme ayırmaktadır. Aşağıdaki plan, yukarıdan bakıldığında bu üç kapı kanadının üç farklı konumunu göstermektedir.

**Soru 1:**

İki kapı kanadı arasındaki açı kaç derecedir?

Açı: °

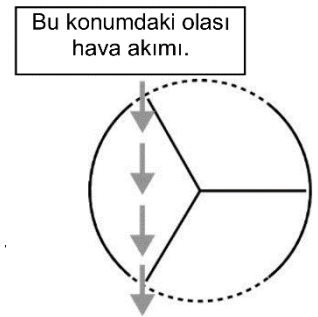
Soru 2:

İki kapı arasındaki açıklıklar (yandaki şekilde noktalı yay ile gösterilen şekiller) aynı boyuttadır. Eğer bu açıklıklar çok geniş olursa, döner kanatlar yeteri kadar kapanmaz ve bu durumda giriş ve çıkış arasında hava akımı oluşabilir, bu da istenmeyen ısı kaybı veya ısı girişine neden olabilir. Bu durum, yandaki şekilde gösterilmektedir.

Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için her bir

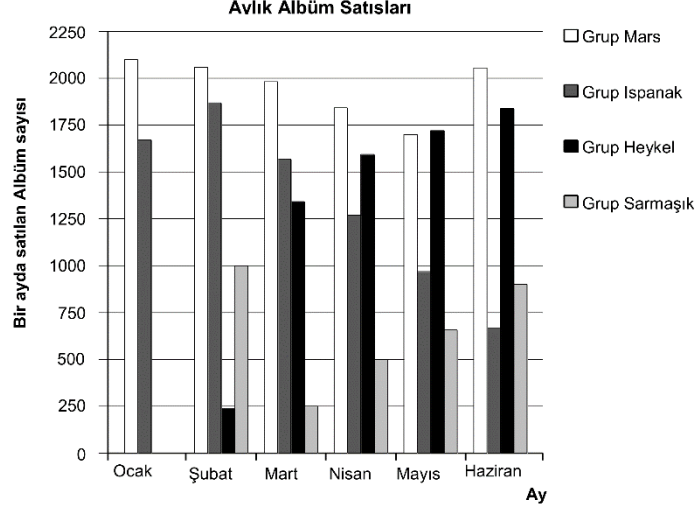
kapı açıklığının sahip olabileceği en fazla yay uzunluğu kaç santimetre'dir (cm)?

En fazla yay uzunluğu: cm



LİSTELER

Müzik gruplarından Grup Mars ve Grup Ispanak'ın yeni albümleri Ocak ayında çıkacaktır. Bu albümleri Şubat ayında Grup Heykel ve Grup Sarmaşık'ın albümleri takip edecektir. Aşağıdaki grafik müzik gruplarının Ocak ayından Haziran ayına kadarki albüm satışlarını göstermektedir.



Soru 1:

Grup Sarmaşık Nisan ayında kaç albüm satmıştır?

- A. 250
- B. 500
- C. 1000
- D. 1270

Soru 2:

Grup Heykel ilk kez hangi ayda Grup Ispanak'tan daha fazla albüm satmıştır?

- E. Hiçbir ayda
- F. Mart
- G. Nisan
- H. Mayıs

EK-5. Duyuşsal Özelliklere İlişkin Ön Görüşme Soruları

SORULAR

- 1) Matematiksel bir problemi çözme konusunda kendine güvenin nasıldır?
 - a. Hangi durumlarda kendine güvenin daha fazladır? Neden?
 - b. Hangi durumlarda kendine güvenin azalır? Neden?
 - c. Zor olduğunu düşündüğün bir problemi çözme konusunda kendine güvenin nasıldır?
- 2) Matematik çalışırken bir arkadaş/ebeveyn/öğretmen yardımı alma ihtiyacı hissediyor musun?
 - a. Özellikle hangi durumlarda yardım alma ihtiyacı hissediyorsun?
 - b. Başka hangi durumlarda yardım alma ihtiyacı hissediyorsun?
- 3) Matematik bilgini günlük yaşamında kullandığın bir duruma örnek verebilir misin?
 - a. Sence bu gibi durumlarda matematik bilgin ile günlük yaşamını ilişkilendirmedi ne kadar başarılısın?
 - b. Günlük hayattaki bir problemi matematiksel olarak ifade etmedi ne kadar başarılısın? Neden?
- 4) Senin için ‘zor bir problem’ ne anlama geliyor?
 - a. Karmaşık/zor olduğunu düşündüğün bir problemi çözme konusundaki yaklaşımın nasıldır?
- 5) Senin için bir problemin doğru yanıtını bulmak ne kadar önemlidir?
 - a. Bir problemin çözümünü açıklayabilmek ne kadar önemlidir?
 - b. Bir problemin doğru yanıtını bulmanın yanı sıra çözüme ilişkin açıklamalar yapma konusunda kendini değerlendirir misin?
- 6) Matematiksel bir problemi çözerken kendini nasıl hissediyorsun?
 - a. Çözümü konusunda kendine güveninin fazla olduğu matematiksel problemleri çözerken kendini nasıl hissediyorsun?
 - b. Çözümü konusunda kendine güveninin daha az olduğu matematiksel problemleri çözerken kendini nasıl hissediyorsun?
 - c. Sence bu şekilde hissetme nedenin nedir?
 - d. Matematik sınavları sırasında kendini nasıl hissediyorsun?

- e. Matematik dersi sınavlarındaki başarı durumunu değerlendirir misin?
 - f. Bu durum sana kendini nasıl hissettiriyor?
- 7) Matematik dersini ne kadar seviyorsun?
- a. Bu dersin sevdiğin yönleri nelerdir?
 - b. Bu dersin sevmediğin yönleri nelerdir?
 - c. Matematik dersini seviyor/sevmiyor olman sence matematik öğrenmeni (dersteki başarını, problemleri çözebilme vb.) nasıl etkiliyor?
- 8) Matematik öğrenmeye ne derece motive olduğunu düşünüyorsun?
- a. Matematiği öğrenmende en önemli motivasyon kaynağın nedir?
 - b. Matematik öğrenmenin sana nasıl/ne konuda katkı sağlayacağını düşünüyorsun?
 - c. Matematik dersinde öğrendiklerin ne kadar ilgini çekiyor?
 - d. Matematikte başarılı olman konusunda arkadaşların/ailen/öğretmenin ne düşünüyor? Bu durum matematik öğrenmeni nasıl etkiliyor?

EK-6: Duyuşsal Özelliklere İlişkin Ön Görüşmelerin Kod, Alt Kategori, Kategori ve Tema Bilgileri

Kod	Alt Kategori	Kategori	Tema
Özgüven, konu hâkimiyeti, matematikte iyi olmak, önyargılı olmamak, yüksek not	Matematik başarısı	Okuldaki Matematik	Matematiksel Öz-yeterlik
Güvensizlik, konuyu anlamamak, bilgi eksikliği, matematikte iyi olmamak, yapamama düşüncesi, yetersiz çalışma, önyargı, matematikte zorlanmak	Geçmiş yaşantı		
Matematiği kullanmak/kullanmamak, hayatın her alanında matematik, matematik her yerde, soru çözerken kullanmak	Matematiğin günlük hayata transferi	Günlük Hayattaki Matematik	
“aklıma gelmiyor”, “bilmiyorum”, “hiç düşünmedim”	Günlük hayat durumunun matematiksel yorumlanması		
Sayılarla uğraşma zevki, matematik sevgisi, matematik ilgisi, matematik yapmaktan zevk almak/hoşlanmak, öğrenmeyi sevmek, merak etmek, zekâ gelişimi, ilgi çekici bulmak, öğrenme hevesi, problem çözme becerisi	İçsel motivasyon	Matematiğe Bakış Açısı	Matematiksel Motivasyon
Okul puanı, sınav başarısı/yüksek not almak, başarılı olmak, iyi bir	Araçsal motivasyon		

lise, gelecekteki meslek, kariyer, rahat bir yaşam, ileride işe yaraması, günlük hayattaki matematik, takdir edilmek			
Matematik korkusu, problem görünce ürkme, zor bir ders, konuların karmaşıklığı, kafa karıştırması	Derse ilişkin kaygı	Disiplinden Kaynaklanan Kaygı	<i>Matematiksel Kaygı</i>
Sınav heyecanı, sınav stresi, dikkat dağınıklığı, işlem hataları, endişe, gergin olmak, yapamama korkusu, yanlış yapma korkusu, bildiklerini unutmak, eli ayağına dolaşmak	Sınav kaygısı		
Zorlayıcı soru, karmaşık soru, sona bırakmak, çözümü ertelemek, soruyu bırakmak/geçmek, bireysel çalışma, “yaptığım kadarıyla”, çözmüş olmak için çözmek	Problemekten kaçınma	Problem Çözme Azmi	<i>Problem Çözmeye Açıklık</i>
Mantığını kavramak, çözüm yolunun önemi, tekrar okumak, farklı çözüm yolları denemek, çabalamak, uğraşmak, yardım almak/danışmak, sonuçlandırmak	Probleme yaklaşma		

EK-7. Öğrenci Velisi Bilgilendirme ve İzin Formu

Sayın Veli,

Bu mektubun amacı sizi araştırmamızla ilgili haberdar etmek ve buna bağlı olarak velisi bulunduğunuz öğrencinin katılımıyla ilgili izin almaktır. “8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İletişim Becerilerinin Desteklenmesi Sürecinde Matematik Okuryazarlıklarının ve Duyuşsal Faktörlerin İncelenmesi” konulu bir doktora tez çalışması yapmaktayım. Bu çalışma kapsamında 8.sınıf öğrencilerine yönelik olarak 2017-2018 eğitim-öğretim yılında matematiksel iletişim becerisi gelişimi odaklı öğretimler gerçekleştireceğim.

Ben Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı’nda araştırma görevlisi olarak çalışmaktayım. Tez çalışmamı Doç. Dr. Tangül UYGUR KABAELE danışmanlığında yürütmekteyim. Bu çalışma kapsamında 8.sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin desteklenmesi sürecinde matematik okuryazarlıklarının ve araştırma kapsamında ele alınacak duyuşsal alan özelliklerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Desenlenmesi planlanan öğretimler ile doğrudan 8.sınıf öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin gelişimine odaklanılacak ve örnek bir öğretim tasarımı ortaya konacaktır. Bu bağlamda katılımcı öğrenciler ile matematiksel iletişim becerisi gelişimi odaklı öğretimler gerçekleştirilecektir. Öğretimler esnasında veri kaybını minimuma indirmek için dersler video kamera ile kayıt altına alınacaktır. Video kayıtları doktora tezinin bir parçası olarak kullanılacaktır. Bu çalışma kapsamında sağlanacak olan tüm bilgiler gizli tutulacak ve sadece araştırma amaçları çerçevesinde kullanılacaktır. Çalışmaya katılım gönüllü olduğu için velisi bulunduğunuz öğrenci istediğiniz zaman araştırmadan ayrılma hakkına sahiptir. Bu bağlamda aşağıdaki metni okumanızı rica eder ve kararınız doğrultusunda belgeyi imzalama ya da imzalamama özgürlüğünüzün olduğunu belirtmek isteriz.

Arş. Gör. Ayla ATA BARAN
Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi
İlköğretim Matematik Öğretmenliği ABD
İletişim: 0505 961 23 93

Doç. Dr. Tangül UYGUR KABAELE
Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi
İlköğretim Matematik Öğretmenliği ABD
İletişim: +90 (222) 335 0580 / 3403

Araştırmacı tarafından amacı ve uygulama programı anlatılan bu çalışmada çocuğumun yer almasına razıyım ve izin veriyorum. Bu çalışma kapsamında sağlanacak olan tüm bilgilerin gizli tutulacağını ve sadece araştırma amaçları çerçevesinde kullanılacağını anladım. Araştırmacı tarafından çalışmanın şekli, amacı ve muhtemel süresine ilişkin kapsamlı bir şekilde bilgilendirildim. Çalışma hakkında sorular sorulmasına ilişkin imkân sağlanmıştır. Araştırmada çocuğumun adı ve diğer bilgilerinin benim iznim olmadan kullanılmayacağı bildirilmiştir.

Araştırmalardan elde edilen videolar daha sonra eğitim amaçlı kullanılabilir. Lütfen verilerin bu şekilde kullanılmamızı isteyip istemediğinizi aşağıda belirtiniz.

☐ Uygulamalar sırasında alınan video görüntülerinin araştırma sunumları veya eğitici amaçlarla kullanılmasına yönelik izin veriyorum.

☐ Uygulamalar sırasında alınan video görüntülerinin araştırma sunumları veya eğitici amaçlarla kullanılmasına yönelik izin vermiyorum.

Yukarıda yazılı olan bilgileri okudum ve bu çalışmaya çocuğumun katılmasına onay veriyorum.

Velinin Adı: Velinin İmzası:

EK-8: Ön Klinik Görüşme Soruları

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-1		Görüşme Soruları
Fuji Dağı Problemi	Soru-1	1. Problem durumunu nasıl yorumladın? a. ‘Ortalama kaç kişi’ ifadesinin anlamını açıkla mısın? b. ‘yaklaşık 200000 kişi’ ifadesinden ne anladın? 2. Problemi nasıl çözdüğünü açıkla mısın? a. Neden öyle düşündün?
	Soru-2	3. Problem durumunu nasıl yorumladın? 4. Problemi nasıl çözdüğünü açıkla mısın?
	Soru-3	5. ‘ortalama adım mesafesi’ ifadesinden ne anladın? 6. Problemi nasıl çözdüğünü açıkla mısın?
Döner Kapı	Soru-1	7. Problemdeki görseli nasıl yorumladın? 8. ‘Kapı kanatlarının daire şeklindeki alanı üç eşit bölüme ayırması’ ne demektir? 9. İki kapı kanadı arasındaki açının ölçüsünü nasıl buldun?
	Soru-2	10. ‘İki kapı kanadı arasındaki açıklıkların aynı boyutta olması’ ne demektir? 11. Giriş ve çıkış arasında hava akımının oluşmaması için gerekli şartlar nelerdir? 12. En fazla yay uzunluğunun kaç cm olduğunu nasıl buldun?
Listeler	Soru-1	13. Soruda verilen grafik ne tür bir grafikdir? 14. Bu grafiği nasıl yorumladın? 15. Problemin çözümünü nasıl yaptığını açıkla mısın?
	Soru-2	16. Problemin çözümünü nasıl yaptığını açıkla mısın?

EK-9: Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-2

*Bu testte matematik okuryazarlık performansınızın belirlenmesi amacıyla yönelik olarak hazırlanmış toplam 10 adet soru bulunmaktadır. Lütfen testte yer alan her bir soruyu dikkatli bir şekilde okuyarak yanıtlarınızı **detaylı bir şekilde** yazınız.*



Başarılar dilerim...

Arş. Gör. Ayla ATA BARAN

Öğrencinin Adı Soyadı:

HANGİ ARABA?

Ceren ehliyetini yeni almıştır ve ilk arabasını satın almak istemektedir.

Aşağıdaki tablo Ceren'in yerel bir araba galerisinde bulduğu dört arabanın ayrıntılarını göstermektedir.



Model:	Alfa	Beta	Gama	Tetra
Yıl	2003	2000	2001	1999
İstenen fiyat (zed)	4800	4450	4250	3990
Kat ettiği mesafe (km)	105 000	115 000	128 000	109 000
Motor hacmi (litre)	1,79	1,796	1,82	1,783

Ceren, aşağıdaki tüm şartları karşılayan bir araba istemektedir:

- Kat ettiği mesafe 120 000 kilometreden fazla olmayacak.
- 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak.
- İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak.

Hangi araba Ceren'in şartlarını karşılamaktadır?

- A. Alfa
- B. Beta
- C. Gama
- D. Tetra

YÜRÜYÜŞ



Resim, yürüyen bir erkeğin ayak izlerini gösteriyor. Adım uzunluğu P , ardışık iki ayak izinin topukları arasındaki mesafedir.

n = bir dakikadaki adım sayısı

P = adım uzunluğunu metre olarak belirtirse;

Erkekler için, $\frac{n}{P} = 140$ formülü, n ve P arasındaki yaklaşık bir ilişkiyi gösterir.

Soru 1.

Eğer formül Hakkı'nın yürüyüşüne uygulanırsa ve Hakkı dakikada 70 adım atarsa, Hakkı'nın bir adım uzunluğu ne olur? İşleminizi gösteriniz.

.....

.....

.....

Soru 2.

Burak, adım uzunluğunun 0,80 metre olduğunu biliyor. Formül Burak'ın yürüyüşüne uygulanır.

Burak'ın bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak hesaplayınız. İşleminizi gösteriniz.

.....

.....

.....

DÖVİZ KURU

Singapur'dan Mei-Ling karşılıklı değişim öğrencisi olarak 3 ay süreyle Güney Afrika'ya gitmek için hazırlık yapıyordu. Onun, bir miktar Singapur dolarını (SGD) Güney Afrika para birimi olan randa (GAR) çevirmesi gerekti.

Soru 1. Mei-Ling, Singapur doları ile Güney Afrika randı arasındaki döviz kuru işlemi şu biçimde olduğunu öğrendi: $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ GAR}$
Mei-Ling bu döviz kurundan 3000 Singapur dolarını Güney Afrika randına çevirdi. Mei-Ling ne kadar Güney Afrika randı aldı?

.....
.....
.....

Yanıt:

Soru 2. 3 ay sonra Singapur'a döndüğünde, Mei-Ling'in 3900 GAR parası kalmıştı. O, döviz kurunun aşağıdaki gibi değiştiğini dikkate alarak bu parayı Singapur dolarına çevirdi:

$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ GAR}$

Mei-Ling ne kadar Singapur doları aldı?

.....
.....
.....

Yanıt:

Soru 3. Bu 3 ay süresince döviz kuru oranı bir SGD için 4,2'den 4,0 GAR'a değişmişti

Mei-Ling Güney Afrika randını yeniden Singapur dolarına çevirdiğinde, döviz kurunun 4,2 GAR yerine 4,0 GAR olması Mei-Ling'in yararına mı olmuştur? Yanıtınızı destekleyecek bir açıklama yazınız.

.....
.....
.....

BİSİKLET SÜRÜCÜSÜ HALE

Hale, yeni bir bisiklet almıştır. Bisikletin gidonunda bir hız ölçer bulunmaktadır. Hız ölçer, Hale'nin gittiği mesafeyi ve yolculuğundaki ortalama hızını gösterebilmektedir.



Soru 1. Hale, bir yolculuğunda ilk 10 dakikada 4 km ve sonraki 5 dakikada 2 km bisiklet sürmüştür. Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

- A. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha fazladır.
- B. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır.
- C. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır.
- D. Verilen bilgilerle, Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir.

Soru 2. Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hız ölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/h olduğunu göstermiştir. Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

- A. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür.
- B. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür.
- C. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür.
- D. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir.

PİZZALAR

Bir pizzacı aynı kalınlıkta ve farklı boyutta iki yuvarlak pizza sunmaktadır. Pizzaların küçüğü 30 cm çapındadır ve maliyeti 30 zeddir. Büyüğü 40 cm çapındadır ve maliyeti 40 zeddir.

Hangi pizza maliyetine göre daha uygundur? Gerekçenizi belirtiniz.

.....

.....

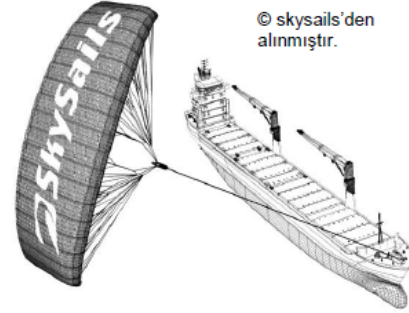
.....

PARAŞÜTLÜ GEMİLER

Dünya ticaretinin yüzde doksan beşi yaklaşık olarak 50 000 tanker, yük gemisi ve konteynır aracılığıyla deniz yoluyla yapılmaktadır. Bu gemilerin büyük bir çoğunluğu dizel yakıt kullanmaktadır.

Mühendisler bu gemilerde rüzgâr enerjisinin kullanımını geliştirmeyi planlamaktadır.

Mühendisler hem dizel tüketimini hem de yakıtların çevreye olan etkilerini azaltmak için gemilere paraşüt takılmasını önermektedir.



Dizel yakıtın litresinin 0,42 zed olmasından dolayı Büyük Dalga gemisinin sahipleri gemilerine paraşüt taktırmayı düşünmektedir.

Böyle bir paraşütün dizel yakıt tüketimini toplamda yaklaşık %20 azaltacağı tahmin edilmektedir.

Ad: Büyük Dalga

Tür: Yük gemisi

Uzunluk: 117 metre

Genişlik: 18 metre

Yük kapasitesi: 12 000 ton

Maksimum hız: 19 knot (denizcilikte kullanılan hız birimi)

Paraşütsüz bir yıllık dizel tüketimi: yaklaşık 3 500 000 litre



Büyük Dalga gemisine paraşüt takılmasının maliyeti 2 500 000 zed'dir. Yapılan dizel yakıtı tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar? Yanıtınızı destekleyen hesaplamalarınızı gösteriniz.

.....

.....

.....

.....

.....

Yıl sayısı:

EK-10: Son Klinik Görüşme Soruları

Matematik Okuryazarlığı Ölçme Aracı-2		Görüşme Soruları
Hangi Araba	Soru-1	1. Problem durumunu nasıl yorumladın? 2. Soruda verilen tabloyu nasıl yorumladın? 3. Problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın? b. Soruda verilen şartlar ile tablodaki veriler arasında nasıl bir ilişki kurdun? Neden öyle düşündün?
Yürüyüş	Soru-1	4. Problemdeki görseli nasıl yorumladın? 5. n, P ve sunulan formül neyi ifade ediyor? 6. Formülü Hakkı'nın yürüyüşüne nasıl uyguladığını açıklar mısın? a. İşlem sonucunda neyi bulmuş oldun? b. Bulduğun sonucu nasıl yorumluyorsun?
	Soru-2	7. 'Yürüme hızı' ifadesi ile kastedilen nedir? 8. Yürüme hızını hesaplamak için hangi bilgi/bilgilere ihtiyacın olduğunu düşünüyorsun? a. Hızı m/dk olarak nasıl hesapladın? b. Hızı km/sa olarak nasıl hesapladın?
Döviz Kuru	Soru-1	9. Problem durumundan ne anladığını açıklar mısın? 10. SGD ve GAR neleri temsil etmektedir? 11. Problemin çözümünü nasıl yaptığını açıklar mısın? a. Çözüm için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu/olmadığını düşündün? 12. Bulduğun sonucu nasıl yorumladın?
	Soru-2	13. Problemin çözümünü nasıl yaptığını açıklar mısın? 14. Bulduğun sonucu nasıl yorumladın?

	Soru-3	15. Problem durumundan ne anladığını açıklar mısın? 16. ‘yararına olmak’ ifadesi ile kastedilen nedir? 17. Sunduğun sonuç için gerekçen nedir?
Bisiklet Sürücüsü Hale	Soru-1	18. Problem durumundan ne anladığını açıklar mısın? 19. ‘Ortalama hız’ ne demektir? 20. Problemin çözümünü nasıl yaptığını açıklar mısın? 21. Bulduğun sonucu nasıl yorumladın?
	Soru-2	22. Problemin çözümünü nasıl yaptığını açıklar mısın? 23. Bulduğun sonucu nasıl yorumladın?
Pizzalar	Soru-1	24. Problem durumundan ne anladığını açıklar mısın? 25. ‘maliyetine göre daha uygun’ ifadesi ile kastedilen nedir? 26. Pizzalardan hangisinin maliyetine göre daha uygun olduğunu belirlemek için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu düşündün? 27. Problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın? 28. Bulduğun sonuç için nasıl bir gerekçe sundun?
Paraşütlü Gemiler	Soru-1	29. Problem durumundan ne anladığını açıklar mısın? 30. Problemde verilen tablo/görseli nasıl yorumladın? 31. ‘dizel yakıt tasarrufunun paraşüt masrafını karşılaması’ ifadesini nasıl yorumladın? 32. Problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın? a. Çözüm için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu/olmadığını düşündün? 33. Bulduğun sonuç için nasıl bir gerekçe sundun?

EK-11. Duyuşsal Özelliklere İlişkin Son Görüşme Soruları

SORULAR

- 1) Matematiksel bir problemi çözme konusunda kendine güvenin nasıldır?
 - a. Hangi durumlarda kendine güvenin daha fazladır? Neden?
 - b. Hangi durumlarda kendine güvenin azalır? Neden?
 - c. Zor olduğunu düşündüğün bir problemi çözme konusunda kendine güvenin nasıldır?
- 2) Matematik çalışırken bir arkadaş/ebeveyn/öğretmen yardımı alma ihtiyacı hissediyor musun?
 - a. Özellikle hangi durumlarda yardım alma ihtiyacı hissediyorsun?
 - b. Başka hangi durumlarda yardım alma ihtiyacı hissediyorsun?
- 3) Matematik bilgini günlük yaşamında kullandığın bir duruma örnek verebilir misin?
 - a. Sence bu gibi durumlarda matematik bilgin ile günlük yaşamını ilişkilendirmedi ne kadar başarılısın?
 - b. Günlük hayattaki bir problemi matematiksel olarak ifade etmedi ne kadar başarılısın? Neden?
- 4) Senin için ‘zor bir problem’ ne anlama geliyor?
 - a. Karmaşık/zor olduğunu düşündüğün bir problemi çözme konusundaki yaklaşımın nasıldır?
- 5) Senin için bir problemin doğru yanıtını bulmak ne kadar önemlidir?
 - a. Bir problemin çözümünü açıklayabilmek ne kadar önemlidir?
 - b. Bir problemin doğru yanıtını bulmanın yanı sıra çözüme ilişkin açıklamalar yapma konusunda kendini değerlendirir misin?
- 6) Matematiksel bir problemi çözerken kendini nasıl hissediyorsun?
 - a. Çözümü konusunda kendine güveninin fazla olduğu matematiksel problemleri çözerken kendini nasıl hissediyorsun?
 - b. Çözümü konusunda kendine güveninin daha az olduğu matematiksel problemleri çözerken kendini nasıl hissediyorsun?
 - c. Sence bu şekilde hissetme nedenin nedir?
 - d. Matematik sınavları sırasında kendini nasıl hissediyorsun?

- e. Matematik dersi sınavlarındaki başarı durumunu değerlendirir misin?
 - f. Bu durum sana kendini nasıl hissettiriyor?
- 7) Matematik dersini ne kadar seviyorsun?
- a. Bu dersin sevdiğin yönleri nelerdir?
 - b. Bu dersin sevmediğin yönleri nelerdir?
 - c. Matematik dersini seviyor/sevmiyor olman sence matematik öğrenmeni (dersteki başarını, problemleri çözebilme vb.) nasıl etkiliyor?
- 8) Matematik öğrenmeye ne derece motive olduğunu düşünüyorsun?
- a. Matematiği öğrenmende en önemli motivasyon kaynağın nedir?
 - b. Matematik öğrenmenin sana nasıl/ne konuda katkı sağlayacağını düşünüyorsun?
 - c. Matematik dersinde öğrendiklerin ne kadar ilgini çekiyor?
 - d. Matematikte başarılı olman konusunda arkadaşların/ailen/öğretmenin ne düşünüyor? Bu durum matematik öğrenmeni nasıl etkiliyor?
- 9) Birlikte geçirdiğimiz uygulama sürecini nasıl değerlendiriyorsun?
- a. Bu süreçte en çok hoşuna giden şey(ler) ne(ler) oldu?
 - b. Bu süreçte hoşuna gitmeyen şey(ler) oldu mu? Varsa ne(ler)?
- 10) Gerçekleştirdiğimiz uygulamaların matematik öğrenmendeki/çalışmandaki etkilerini nasıl değerlendiriyorsun?
- a. Etkinliklerin problem çözme yaklaşımın üzerinde etkileri olduğunu düşünüyor musun? Varsa neler?
 - b. Etkinliklerin matematiğe bakış açın üzerinde etkileri olduğunu düşünüyor musun? Varsa neler?

EK-12. Su Püskürtücüleri Etkinliği

1) NEREDE

Öğrenme Çıktıları:

EBOB ile ilgili problemleri çözer.

2) NE

A) Matematiksel Beceriler

Gerçek bir yaşam durumundaki;

- İki doğal sayının bölenlerinin belirlenmesi,
- İki doğal sayının bölenleri incelenerek ortak olan bölenlerinin bulunması,
- Ortak bölenlerden en büyük olanın belirlenmesi ve bu bölenin EBOB olarak adlandırılması,
- İki doğal sayıdan birinin diğerinin tam katı olması durumunda bu sayıların EBOB'unun hesaplanması,
- İki doğal sayının aralarında asal olması durumunda bu sayıların EBOB'unun hesaplanması,
- Hesaplanan EBOB değerinin problem durumu bağlamında ifade ettiği anlamın yorumlanması.

B) Yeterlikler

1. Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği;
 - Problem için varsayımlarda bulunma ve durumu sadeleştirme
 - Durumu etkileyen nicelikleri ayırt etme, bunları isimlendirme ve ilgili değişkenleri belirleme
 - Değişkenler arasında ilişkiler oluşturma
 - Problemi çözmek için uygun bilgiyi bulma ve ilgili olan/olmayan bilgileri ayırt etme
2. Gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliği;
 - İlgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematikleştirme
 - Gerektiğinde ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri sadeleştirme ve bunların sayısı ile karmaşıklığını azaltma
 - Uygun matematiksel gösterimleri seçme ve durumları grafiksel olarak sunma
3. Oluşturulan matematiksel modeli çözme yeterliği;

- Problemi daha küçük parçalara ayırma, benzer problemlerle ilişki kurma, problemi başka şekilde ifade etme ve inceleme, nicelikleri veya uygun verileri çeşitlendirme gibi sezgisel stratejileri kullanma
 - Problemi çözmek için matematiksel bilgileri kullanma
4. Gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama yeterliği;
- Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlama
 - Özel bir durum için geliştirilmiş olan çözümleri genelleme
 - Uygun matematiksel dili kullanarak ve/veya çözümler hakkında iletişim kurarak bir probleme çözüm sunma

ETKİNLİK

SU PÜSKÜRTÜCÜLERİ



Bir futbol maçında uygun maç koşullarının oluşturulması ve sakatlık oluşturma riskinin en az olması için kullanılan çimin türü ve bu çimlerin sulanma şekli oldukça önemli birer etmendir.

Kenar uzunlukları 72m x 96m olan bir futbol sahasının sulanması için kendi etrafında 360° dönebilen su püskürtücüler yerleştirilecektir. Bu püskürtücülerin sularının saha dışına çıkmaması, herhangi bir yerin yalnızca bir püskürtücü tarafından sulanması ve saha içinde olabilecek en fazla bölgeye su ulaşması istenmektedir. Ayrıca mümkün olan en az sayıdaki özdeş püskürtücünün kullanılması gerekmektedir.

Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

1. Belirtilen koşulların sağlandığı bir yerleşim planında püskürtücülerin nasıl yerleştirilmesi gerektiğini açıklayınız.

2. Belirtilen koşullar altında ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığın kaç metre olması gerektiğini bulunuz.
3. Belirtilen koşullar altında futbol sahasının kaç tane püskürtücü kullanılarak sulanabileceğini bulunuz.
4. Belirtilen koşullar altında aşağıdaki saha ölçüleri için en az kaç püskürtücüye ihtiyaç olduğunu hesaplayınız.
 - a. Futbol sahasının kenar uzunlukları 72m x 144m ise
 - b. Futbol sahasının kenar uzunlukları 63m x 110m ise
5. Bir futbol sahasının şekli dikdörtgen olmak üzere eni 45-90 metre, boyu ise 90-120 metre arasında olmalıdır. Buna göre futbol sahasının sulanması için özdeş püskürtücüler kullanılmak ve eşit aralıklarla döşeme yapılmak üzere;
 - a. En az sayıda püskürtücü kullanımını gerektirecek saha ölçüleri nasıl olabilir? Yorumlayınız.
 - b. En fazla sayıda püskürtücü kullanımını gerektirecek saha ölçüleri nasıl olabilir? Yorumlayınız.

Su püskürtücüleri etkinliğinin Lesh vd.'nin (2000) model oluşturma etkinliklerine yön vermesi beklenen altı temel prensibini karşılama durumuna bakalım:

Su püskürtücüleri etkinliği, ilgili öğrenme çıktısının gerçek bir yaşam durumu üzerinden anlamlandırılmasına yönelik olarak ve püskürtücüler kullanılarak hangi koşullarda ve nasıl sulama yapılabileceği konusunda öğrencilerin ilgisini çekebilecek şekilde tasarlanmıştır. Bu bağlamda etkinlik gerçeklik prensibini karşılamaktadır. Ayrıca, problem rutin olmayıp matematiksel model oluşturma sürecindeki dört temel yeterliğin işe koşulmasını gerektirmektedir. Dolayısıyla etkinliğin model oluşturma prensibi özelliklerine sahip olduğu görülmektedir. Diğer yandan su püskürtücüleri etkinliği, araştırmacı tarafından tasarlanan ve işbirlikli problem çözme yaklaşımının benimseneceği bir öğrenme ortamında gerçekleştirileceğinden öğrencilerin aktif bir şekilde öğrenme sürecine katılmaları beklenmektedir. Böylece öğrencilerin etkinliğe ilişkin yorumlarını ve çözümlerini içeren yazılı dokümanlar üzerinden, ulaştıkları sonuçların doğruluğu hakkında bir karara varabilmeleri mümkün olacaktır. Bu ise hem öz değerlendirme hem de yapı belgeleme prensiplerinin karşılandığını göstermektedir. Etkinlikte futbol sahası ölçülerinin nasıl olabileceğinin yorumlatılarak iki doğal sayının EBOB'unun nasıl farklılaştığının incelenmesini gerektiren soruların seçilmesi model

genelleme prensibinin gereklerinin dikkate alındığını göstermektedir. Bu bağlamda model genelleme prensibinin gereği karşılanmaktadır. Son olarak etkili prototip prensibi, model oluşturma sürecinde ulaşılan matematiksel model ile bu süreçteki düşünme yollarının daha sonra karşılaşılabilecek benzer problem durumlarında da işe koşulmasını gerektirmektedir. Su püskürtücüleri etkinliği uygulamasının ardından öğrencilerin ilerleyen dönemlerde karşılaştıkları matematiksel veya gerçek yaşam problemlerine ilişkin olarak iki veya daha fazla sayının EBOB'unu hesaplayarak bulunan sayısal değerin ne anlam ifade ettiğini yorumlayabilmeleri beklenmektedir.

3) HANGİ

Geliştirilen bu etkinlik ile EBOB hesaplaması yapılmasını gerektiren bir gerçek yaşam durumunda, hesaplanan EBOB değerinin ifade ettiği anlamın yorumlanmasına odaklanılmaktadır. Bu doğrultuda gerçek bir modelin matematiksel modeli oluşturularak bu modelin çözümü yapıldığı ve ulaşılan çözüm gerçek yaşam bağlamında yorumlandığı için etkinlik Aşama-3 kategorisinde ele alınmalıdır.

4) NASIL

Su püskürtücüleri etkinliğinde yer alan soruların çözümlerinin aşağıda sunulduğu şekilde yapılması beklenmektedir:

Çözüm-1: Burada püskürtücülerin döşenmesinde aranan koşullar; i) saha dışı alanların sulanmaması, ii) herhangi bir yerin yalnızca bir püskürtücü tarafından sulanması, iii) saha içinde olabilecek en fazla bölgeye su ulaşması ve iv) en az sayıda püskürtücü kullanılması şeklindedir.

Bu şartları sağlayan bir yerleşim planında

i) püskürtücülerin sahanın kenarlarına uzaklığının sulan dairesel bölgelerin yarıçap uzunluğuna eşit veya bu uzunluktan büyük olması,

ii) bir püskürtücünün suladığı bölgenin başka bir püskürtücünün suladığı bölge ile çakışmaması, yani dairesel bölgelerin birbirlerine teğet olması,

iii) dairesel bölgelerin merkez noktalarının doğrusal olması gerekmektedir.

Buna göre püskürtücülerin yerleşim planı aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olmalıdır.



Çözüm-2: Yerleşim planına göre püskürtücüler özdeş olmalı ve eşit aralıklı olarak döşenmelidir. Bu nedenle sahanın kenar uzunlukları olan 72 ve 96 sayılarının ortak bölenlerini bulalım.

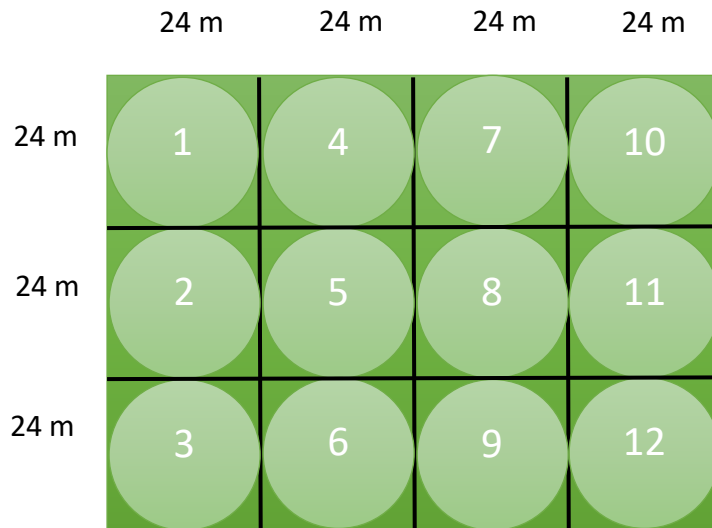
72 sayısının bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

96 sayısının bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96

Ortak olan bölenler: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 şeklinde bulunur.

Problem durumu bağlamında düşünüldüğünde 72 ve 96 sayılarının ortak bölenleri, ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığı ifade etmektedir. Bu durumda püskürtücüler arasındaki uzaklık sekiz farklı değer alabilir. Ancak kullanılacak püskürtücü sayısının en az olması için ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığın en fazla olması gerekmektedir. Bu nedenle iki püskürtücü arasındaki uzaklık 72 ve 96 sayılarının ortak bölenlerinden en büyüğü (EBOB) olan 24 metre olmalıdır.

Çözüm-3:



Her biri 12 metre yarıçapındaki dairesel bölgeleri sulayabilen püskürtücüler şekilde görüldüğü gibi 24 metre aralıklarla yerleştirildiğinde toplam 12 adet püskürtücü kullanılarak saha sulanabilir.

Çözüm-4:

- a.** Futbol sahasının kenar uzunluklarının 72m x 144m olması durumunda;

72 sayısının bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

144 sayısının bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 38, 48, 72, 144

72 ve 144 sayılarının ortak bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 72 şeklinde bulunur.

Bu durumda bu sayıların EBOB'u 72'dir. Yani, püskürtücüler ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklık 72 metre olacak şekilde döşenmelidir. Buna göre kullanılacak püskürtücü sayısı; 2 olur.

- b.** Futbol sahasının kenar uzunluklarının 63m x 110m olması durumunda;

63 sayısının bölenleri: 1, 3, 7, 9, 21, 63

110 sayısının bölenleri: 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110

63 ve 110 sayılarının ortak bölenleri: 1 şeklinde bulunur. Yani, 63 ve 110 sayıları aralarında asal olup püskürtücüler arasındaki uzaklık 1 metre olacak şekilde döşeme yapılması gerektiğini ifade etmektedir. Buna göre kullanılacak püskürtücü sayısı; $63 \times 110 = 6930$ olur.

Çözüm-5: Futbol sahasının sulanması için özdeş püskürtücüler kullanılmak ve eşit aralıklarla döşeme yapılmak üzere;

- a.** Püskürtücü sayısının en az olması ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığın en fazla olmasını gerektirir. Ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklık sahanın en ve boy uzunluklarının EBOB'u demek olduğundan püskürtücü sayısının en az olması EBOB'un sayı değerinin mümkün olduğunca büyük olmasını gerektirir. İki doğal sayıdan biri diğerinin tam katı olduğunda bu iki sayının EBOB'u küçük olan sayıya eşit olur. Dolayısıyla futbol sahası ölçüleri göz önünde bulundurulduğunda püskürtücü sayısının en az olabileceği bazı durumlar şu şekildedir: 45m x 90m, 60m x 120m gibi. Yani, futbol sahasının eninin 45-60

metre arasındaki her tam sayı değeri için boyu bu uzunlukların 2 katına eşit olacak şekilde elde edilen tüm saha ölçüleri için kullanılacak püskürtücü sayısı en az olur.

- b.** Püskürtücü sayısının en fazla olması ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklığın en az olmasını gerektirir. Ardışık iki püskürtücü arasındaki uzaklık sahanın en ve boy uzunluklarının EBOB'u demek olduğundan püskürtücü sayısının en fazla olması EBOB'un sayı değerinin mümkün olduğunca küçük olmasını gerektirir. Eğer iki doğal sayı aralarında asal ise o zaman bu iki sayının EBOB'u 1'e eşit olur. Dolayısıyla futbol sahası ölçüleri göz önünde bulundurulduğunda püskürtücü sayısının en fazla olabileceği bazı durumlar şu şekildedir: 63m x 110m, 60m x 143m gibi. Ancak burada püskürtücü sayısı sahanın kenar uzunluklarının çarpımına eşit olduğundan en fazla sayıda püskürtücü 89m x 120m veya 90m x 119m olarak seçilebilir.

5) NEDEN

Su püskürtücüleri etkinliğinin belirlenen öğrenme çıktısının öğrencilere kazandırılmasında etkili olacağı düşünülmektedir. Çünkü bu etkinlik bir gerçek yaşam durumuna yönelik olarak geliştirilmiş olup öğrencilerin iki veya daha fazla sayının EBOB'unu hesaplayarak bulunan sayısal değerin ne anlam ifade ettiğini yorumlamalarını gerektirmektedir.

EK-13. Tur Otobüsleri Etkinliği

1) NEREDE

Öğrenme Çıktıları

EKOK ile ilgili problemleri çözer.

2) NE

A) Matematiksel Beceriler

Gerçek bir yaşam durumundaki;

- İki veya daha fazla doğal sayının katlarının belirlenmesi,
- İki veya daha fazla doğal sayının katlarının incelenerek ortak olan katların bulunması,
- Ortak katlardan en küçük olanının belirlenmesi ve EKOK olarak adlandırılması,
- Hesaplanan EKOK değerinin problem durumu bağlamında ifade ettiği anlamın yorumlanması,
- EKOK’u bilinen iki veya daha fazla doğal sayının alabileceği değerlerin hesaplanması.

B) Yeterlikler

1. Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği;

- Problem için varsayımlarda bulunma ve durumu sadeleştirme
- Durumu etkileyen nicelikleri ayırt etme, bunları isimlendirme ve ilgili değişkenleri belirleme
- Değişkenler arasında ilişkiler oluşturma
- Problemi çözmek için uygun bilgiyi bulma ve ilgili olan/olmayan bilgileri ayırt etme

2. Gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliği;

- İlgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematikleştirme
- Gerektiğinde ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri sadeleştirme ve bunların sayısı ile karmaşıklığını azaltma
- Uygun matematiksel gösterimleri seçme ve durumları grafiksel olarak sunma

3. Oluşturulan matematiksel modeli çözme yeterliği;

- Problemi daha küçük parçalara ayırma, benzer problemlerle ilişki kurma, problemi başka şekilde ifade etme ve inceleme, nicelikleri veya uygun verileri çeşitlendirme gibi sezgisel stratejileri kullanma
- Problemi çözmek için matematiksel bilgileri kullanma

ETKİNLİK

TUR OTOBÜSLERİ



Ülkemizin keşfedilmesi gereken eşsiz güzelliklerine sahip şehirlerinden biri olan İstanbul yılda yaklaşık 9 milyon turiste ev sahipliği yapmaktadır. Şehirdeki çoğu turistik yerlerin kısa bir zamanda görülmesine imkân tanıyan otobüs turları turistlerin oldukça ilgisini çekmektedir. Tur otobüsleri belirlenen bir kalkış noktasından hareket ederek farklı güzergâhları takip etmekte ve her otobüs kendi güzergâhı üzerindeki turistik yerlere uğramaktadır.

Bir tur şirketi, İstanbul gezisi kapsamında otobüs turları düzenleyerek otobüslerin hareket edecekleri üç farklı güzergâh belirlemiştir. Yeşil, mavi ve kırmızı hat olarak adlandırılan bu güzergâhların tek ortak noktası Ayasofya Müzesi'dir. Her bir otobüsün Ayasofya Müzesi'ne ulaşmasıyla birlikte bir sonraki tur otobüsü aynı güzergâhta ve turist kafilesi ile dolu bir şekilde harekete geçmektedir. Kalkış noktalarından aynı anda hareket eden yeşil, mavi ve kırmızı hat otobüslerinin Ayasofya Müzesi'ne ulaşma süreleri sırasıyla 12 dakika, 24 dakika ve 36 dakika olarak ölçülmüştür.

Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

1. Tur otobüsleriyle aynı anda müzeyi ziyaret etmeye gelen turist kafilesi sayısının nasıl değiştiğini yorumlayınız.
2. Yeşil, mavi ve kırmızı hatlardaki tur otobüslerinin üçü de müzede ilk kez karşılaştıklarında ayrı ayrı bu hatlardaki sefer sayılarını hesaplayınız.
3. Müzedeki ikinci karşılaşma gerçekleşene kadar yeşil hat otobüslerinin kaç kez yalnız başına müzede bulunduğunu bulunuz.
4. Müze yetkilileri yaşanan yoğunluktan dolayı üç tur otobüsünün müzede karşılaşma süresinin 120 dakika olmasını uygun bulmuştur. Diğer yandan güzergâhlara bağlı

olarak bir otobüsün müzeye ulaşma süresinin en az 15 dakika, en fazla 30 dakika olabileceği bilinmektedir. Buna göre;

- a. Bu koşulu sağlayacak şekilde otobüslerin sefer sıklıklarının nasıl düzenlenebileceğini belirleyiniz.
- b. Tur kapsamında sarı hat olarak adlandırılan yeni bir güzergâhın belirlendiğini ve bu hattın da diğer üç hat ile ortak noktasının Ayasofya Müzesi olduğunu varsayınız. Bu durumda yeşil, mavi, kırmızı ve sarı hat otobüslerinin sefer sıklıklarının belirtilen koşulları sağlayacak şekilde nasıl düzenlenebileceğini belirleyiniz. Belirlediğiniz sefer sıklıklarına bağlı olarak aynı anda müzeyi ziyaret etmeye gelen turist kafilesi sayısının nasıl değişeceğini yorumlayınız.

Tur otobüsleri etkinliğinin Lesh vd.'nin (2000) model oluşturma etkinliklerine yön vermesi beklenen altı temel prensibini karşılama durumuna bakalım:

Tur otobüsleri etkinliği, ilgili öğrenme çıktısının gerçek bir yaşam durumu üzerinden anlamlandırılmasına yönelik olarak tasarlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin yaşamlarında en az bir kez problem durumundaki veya benzeri tarzda tur otobüslerini görmüş/binmiş oldukları düşünülürse problemin bağlamına aşına oldukları söylenebilir. Dolayısıyla etkinlik gerçeklik prensibini karşılamaktadır. Ayrıca, burada rutin olmayan bir problem durumuna ilişkin olarak matematiksel model oluşturma sürecindeki dört temel yeterliğin işe koşulması gerekmektedir. Bu nedenle etkinliğin model oluşturma prensibi özelliklerine sahip olduğu görülmektedir. Diğer yandan tur otobüsleri etkinliğinin işbirlikli problem çözme yaklaşımının benimseneceği bir öğrenme ortamında gerçekleştirilmesi planlanmaktadır. Böylelikle öğrencilerin öğrenme sürecine aktif bir şekilde katılmaları ve etkinliğe ilişkin yorumlarını ve çözümlerini içeren yazılı dokümanlar üzerinden, ulaştıkları sonuçların doğruluğu hakkında bir karara varabilmeleri mümkün olacaktır. Bu ise hem öz değerlendirme hem de yapı belgeleme prensiplerinin karşılandığını göstermektedir. Etkinlikte tur otobüslerinin müzeye ulaşma saatlerinin belirtilen koşullar altında nasıl düzenlenebileceğini yorumlamalarının ve düşüncelerini matematiksel hesaplamalarla desteklemelerinin istenildiği soruların seçilmesi model genelleme prensibinin gereklerinin dikkate alındığını göstermektedir. Bu bağlamda model genelleme prensibinin gereği karşılanmaktadır. Son olarak etkili prototip prensibi, model oluşturma sürecinde ulaşılan matematiksel model ile bu süreçteki düşünme yollarının

daha sonra karşılaşılabilecek benzer problem durumlarında da işe koşulmasını gerektirmektedir. Tur otobüsleri etkinliği uygulamasının ardından öğrencilerin ilerleyen dönemlerde karşılaştıkları matematiksel veya gerçek yaşam problemlerine ilişkin olarak iki veya daha fazla sayıda doğal sayının EKOK'unu hesaplayabilmeleri ve bu değerin ne anlam ifade ettiğini yorumlayabilmeleri beklenmektedir.

3) HANGİ

Geliştirilen bu etkinlik ile EKOK hesaplaması yapılmasını gerektiren bir gerçek yaşam durumunda, hesaplanan EKOK değerinin ifade ettiği anlamın yorumlanmasına ve ayrıca EKOK'u bilinen doğal sayıların alabileceği değerlerin belirlenmesine odaklanılmaktadır. Bu doğrultuda gerçek bir modelin matematiksel modeli oluşturularak bu modelin çözümü yapıldığı ve ulaşılan çözüm gerçek yaşam bağlamında yorumlandığı için etkinlik Aşama-3 kategorisinde ele alınmalıdır.

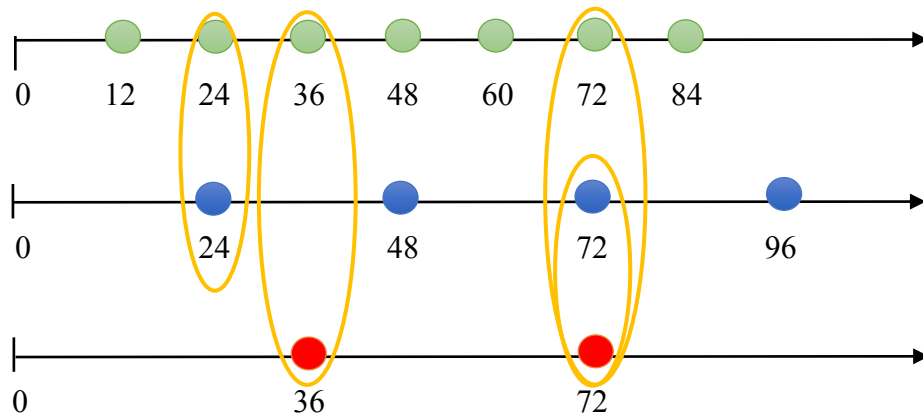
4) NASIL

Tur otobüsleri etkinliğinde yer alan soruların çözümlerinin aşağıda sunulduğu şekilde yapılması beklenmektedir:

Çözüm-1:

Problem durumunda tur otobüslerinin müzeye ulaşma süreleri ile ilgili olarak, yeşil hat otobüslerinin 12 dakikada bir, mavi hat otobüslerinin 24 dakikada bir ve kırmızı hat otobüslerinin ise 36 dakikada bir Ayasofya Müzesi'ne ulaştığı bilgisi verilmektedir.

Yeşil, mavi ve kırmızı hat otobüslerinin müzede bulundukları süreler bir sayı doğrusu üzerinde gösterildiğinde:



Burada aynı anda müzeyi ziyaret etmeye gelen turist sayısındaki değişimin inceleniyor olması otobüslerin müzeye ulaşma sürelerinin EKOK'unun hesaplanmasını gerektirmektedir. Bu durumda;

Yeşil ve mavi hat otobüsleri için;

EKOK (12, 24) = 24 olduğundan yeşil ve mavi hat ile gelen turist kabileleri her 24 dakikada bir aynı anda müzede bulunmuş olur.

Yeşil ve kırmızı hat otobüsleri için;

EKOK (12, 36) = 36 olduğundan yeşil ve kırmızı hat ile gelen turist kabileleri her 36 dakikada bir aynı anda müzede bulunmuş olur.

Mavi ve kırmızı hat otobüsleri için;

EKOK (24, 36) = 72 olduğundan mavi ve kırmızı hat ile gelen turist kabileleri her 72 dakikada bir aynı anda müzede bulunmuş olur.

Yeşil, mavi ve kırmızı hat otobüsleri için;

EKOK (12, 24, 36) = 72 olduğundan yeşil, mavi ve kırmızı hat ile gelen turist kabileleri her 72 dakikada bir aynı anda müzede bulunmuş olur.

Buna göre her 24. ve 36. dakikada iki turist kafilesi, her 72. dakikada üç turist kafilesi aynı anda müzede bulunmuş olur.

Çözüm-2:

EKOK (12, 24, 36) = 72 olduğundan yeşil, mavi ve kırmızı hat otobüsleri turların başlamasından 72 dakika sonra ilk kez karşılaşacaklardır. Yeşil hat otobüslerinin müzeye ulaşma süresi 12 dakika olduğundan $72: 12 = 6$ bulunur. Yani, ilk karşılaşma gerçekleştiğinde bu hattaki 6.sefer gerçekleştirilmektedir. Mavi hat için bu sayı $72: 24 = 3$ ve kırmızı hat için ise $72: 36 = 2$ olarak bulunur.

Çözüm-3:

EKOK (12, 24) = 24 olduğundan yeşil ve mavi hat ile gelen turist kabileleri her 24. dakikada; EKOK (12, 36) = 36 olduğundan yeşil ve kırmızı hat ile gelen turist kabileleri ise her 36. dakikada karşılaşmaktadır. Dolayısıyla yeşil hat otobüslerinin yalnız başına müzede bulundukları zaman 12. ve 60.dakikalardır. Yani, otobüslerin

üçünün birden ilk kez karşılaşma zamanlarına kadar geçen sürede (72 dakika) yeşil hat otobüsleri iki sefer yalnız başına müzeden hareket etmektedir. Dolayısıyla ikinci karşılaşma gerçekleşene kadar bu otobüsler 12. 60. 84. ve 132. dakikalar olmak üzere dört kez yalnız başına hareket etmektedir.

Çözüm-4a:

EKOK (12, 24, 36) = 72 olduğundan her 72. dakikada üç turist kafilesi aynı anda müzede bulunmaktadır. Problem durumunda bu sürenin 120 dakika olmasının uygun olduğu belirtilmektedir. Bu durumda Y: Yeşil hat otobüslerinin müzeye ulaşma süresi, M: Mavi hat otobüslerinin müzeye ulaşma süresi ve K: Kırmızı hat otobüslerinin müzeye ulaşma süresi olmak üzere;

EKOK (Y, M, K) = 120 olması gerekmektedir. Diğer yandan güzergâhlara bağlı olarak müzeye ulaşma süresinin en az 15 dakika, en fazla 30 dakika olabileceği bilinmektedir. Bu durumda otobüslerin müzeye ulaşma süreleri 15 ile 30 dakika arasında değişen değerler alabilir. Buna göre 120 sayının çarpanlarını bulalım:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120

Bu çarpanlardan belirtilen koşulları sağlayanların 15, 20, 24 ve 30 olduğu görülmektedir. Bu sayılar EKOK'u 120 olacak şekilde "15, 20, 24", "15, 24, 30" veya "20, 24, 30" olarak seçilebilir. Dolayısıyla otobüslerin müzeye ulaşma süreleri bu üçlülerden herhangi birinin seçilmesi yoluyla düzenlenebilir. Böylece otobüslerin 120 dakikada bir müzede karşılaşmaları sağlanmış olur.

Çözüm-4b:

Tur kapsamında sarı hat olarak adlandırılan yeni bir güzergâhın belirlenmesi durumunda Y: Yeşil hat otobüslerinin müzeye ulaşma süresi, M: Mavi hat otobüslerinin müzeye ulaşma süresi, K: Kırmızı hat otobüslerinin müzeye ulaşma süresi ve S: Sarı hat otobüslerinin müzeye ulaşma süresi olmak üzere;

EKOK (Y, M, K, S) = 120 olacak şekilde otobüslerin müzeye ulaşma sürelerinin belirlenmesi gerekmektedir. Burada da otobüslerin müzeye ulaşma süreleri 15 ile 30 dakika arasında değişeceğinden bu koşulu sağlayan çarpanların 15, 20, 24 ve 30 olduğu görülmektedir. Dolayısıyla otobüslerin müzeye ulaşma süreleri bu dörtlünün seçilmesi

yoluyla düzenlenebilir. Böylece otobüslerin 120 dakikada bir müzede kar ıla maları sağlanmış olur.

Diğer yandan yukarıdaki hesaplamalar dikkate alındığında müzeye 15 dakikada ve 30 dakikada ulaşan otob slerdeki iki turist kafilesi her 30 dakikada bir; müzeye 15 dakikada, 20 dakikada ve 30 dakikada ulaşan otob slerdeki    turist kafilesi ise her 60 dakikada bir aynı anda müzede bulunmuş olacaklardır.

5) NEDEN

Tur otobüsleri etkinliğinin belirlenen öğrenme çıktısının öğrencilere kazandırılmasında etkili olacağı d   n lmektedir. Çünkü bu etkinlik bir gerçek yaşam durumuna yönelik olarak geliştirilmiş olup öğrencilerin iki veya daha fazla sayının EKOK'unu hesaplayarak bulunan sayısal değerin ne anlam ifade ettiğini yorumlamalarını gerektirmektedir.

EK-14. Hastalık Virüsleri Etkinliği

1) NEREDE

Öğrenme Çıktıları

Üslü ifadeler ve üslü ifadelerle işlem yapma ile ilgili problemleri çözer.

2) NE

A) Matematiksel Beceriler

Gerçek bir yaşam durumundaki;

- İki değişken arasındaki ilişkinin belirlenmesi ve üslü gösteriminin yazılması,
- Bir üslü ifadenin, farklı tam sayı kuvvetlerine karşılık aldığı değerin hesaplanması,
- Tabanları aynı olan üslü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerinin yapılması.

B) Yeterlikler

1. Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği;
 - Problem için varsayımlarda bulunma ve durumu sadeleştirme
 - Durumu etkileyen nicelikleri ayırt etme, bunları isimlendirme ve ilgili değişkenleri belirleme
 - Değişkenler arasında ilişkiler oluşturma
 - Problemi çözmek için uygun bilgiyi bulma ve ilgili olan/olmayan bilgileri ayırt etme
2. Gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliği;
 - İlgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematikleştirme
 - Gerektiğinde ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri sadeleştirme ve bunların sayısı ile karmaşıklığını azaltma
 - Uygun matematiksel gösterimleri seçme ve durumları grafiksel olarak sunma
3. Oluşturulan matematiksel modeli çözmeye yeterliği;
 - Problemi daha küçük parçalara ayırma, benzer problemlerle ilişki kurma, problemi başka şekilde ifade etme ve inceleme, nicelikleri veya uygun verileri çeşitlendirme gibi sezgisel stratejileri kullanma
 - Problemi çözmek için matematiksel bilgileri kullanma
4. Gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama yeterliği;
 - Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlama
 - Özel bir durum için geliştirilmiş olan çözümleri genelleme
 - Uygun matematiksel dili kullanarak ve/veya çözümler hakkında iletişim kurarak bir probleme çözüm sunma

ETKİNLİK

HASTALIK VİRÜSLERİ



İlk olarak 2005 yılında ortaya çıkan ve kanatlı hayvanlarda görülen H5N1 adı verilen kuş gribi virüsü zamanla pek çok ülkeye yayılmıştır. Göçmen kuşların göç hareketliliklerinin başlamasıyla görülmeye başlanan bir başka kuş gribi virüsü ise H5N8 virüsü olarak belirlenmiştir. Bu virüsler çok sayıda kanatlının ölümüne neden olmuştur.

Aşağıdaki tablo bir ülkede H5N1 ve H5N8 virüslerinin yayılmaya başladığı iki farklı bölgedeki kanatlı hayvan sayılarını göstermektedir.

	Yayılma öncesi	1.gün	2.gün	3.gün	4.gün
H5N1	1	2	4	8	16
H5N8	1	4	16	64	256

Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

1. Virüslerin bulaştığı hayvan sayısı ile geçen zaman (gün) arasında nasıl bir ilişki vardır?
2. Virüslerin zamana bağlı olarak nasıl yayıldıklarını matematiksel olarak ifade ediniz.
3. Hangi virüs daha hızlı yayılmaktadır? Yanıtınızı matematiksel hesaplamalarla destekleyiniz.
4. Virüslerin yayılmaya başladıktan sonraki 8.günde her iki bölgedeki virüslü hayvan sayılarını bulunuz.
5. H5N1 virüslü hayvan sayısının kaçınıcı günde 512 olacağını bulunuz.

6. Virüslerin yayıldığı bölgelerde kanatlı hayvanlara ilaç tedavisi uygulanmaya başlanacaktır. İlaç tedavisinin virüslerin yayılmasını tamamıyla durdurduğunu ve zaman içerisinde virüslü hayvan sayılarında azalmaya neden olduğunu varsayınız. Uygulanan ilaç tedavisi, virüslerin yok olma hızının en az yayılma hızı kadar olması durumunda '*etkili*' olarak nitelendirilecektir.

Bu durumda H5N8 virüslü hayvan sayısının toplam 65536 olduğu bir bölgede uygulanan ilaç tedavisinin etkili olması durumunda hayvan sayılarındaki değişimin nasıl olabileceğini tartışınız. İlaç tedavisinin etkili olduğuna dair gerekli matematiksel kanıtlarınızı sununuz.

Hastalık virüsleri etkinliğinin Lesh vd.'nin (2000) model oluşturma etkinliklerine yön vermesi beklenen altı temel prensibini karşılama durumuna bakalım:

Hastalık virüsleri etkinliği, ilgili öğrenme çıktısının gerçek bir yaşam durumu üzerinden anlamlandırılmasına yönelik olarak tasarlanmıştır. Bu kapsamda öğrencilerden verilen gerçek yaşam durumu üzerinde çalışarak değişkenler arasındaki ilişkiyi üslü ifadeler kullanarak tanımlayabilmeleri beklenmektedir. Dolayısıyla etkinlik gerçeklik prensibini karşılamaktadır. Ayrıca, burada rutin olmayan bir problem durumuna ilişkin olarak matematiksel model oluşturma sürecindeki dört temel yeterliğin işe koşulması gerekmektedir. Bu nedenle etkinliğin model oluşturma prensibi özelliklerine sahip olduğu görülmektedir. Diğer yandan hastalık virüsleri etkinliğinin işbirlikli problem çözme yaklaşımının benimseneceği bir öğrenme ortamında gerçekleştirilmesi planlanmaktadır. Böylelikle öğrencilerin öğrenme sürecine aktif bir şekilde katılmaları ve etkinliğe ilişkin yorumlarını ve çözümlerini içeren yazılı dokümanlar üzerinden, ulaştıkları sonuçların doğruluğu hakkında bir karara varabilmeleri mümkün olacaktır. Bu ise hem öz değerlendirme hem de yapı belgeleme prensiplerinin karşılandığını göstermektedir. Etkinlikte virüslerin yayılma hızlarının incelenmesi ve karşılaştırılması ile uygulanacak tedavi yaklaşımının etkililiğinin yorumlanmasına yönelik soruların seçilmesi model genelleme prensibinin gereklerinin dikkate alındığını göstermektedir. Bu bağlamda model genelleme prensibinin gereği karşılanmaktadır. Son olarak etkili prototip prensibi, model oluşturma sürecinde ulaşılan matematiksel model ile bu süreçteki düşünme yollarının daha sonra karşılaşılabilecek benzer problem durumlarında da işe koşulmasını gerektirmektedir. Hastalık virüsleri etkinliği uygulamasının ardından öğrencilerin

ilerleyen dönemlerde karşılaşacakları matematiksel veya gerçek yaşam problemlerine ilişkin olarak ilgili değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleyebilmeleri, üslü olarak ifade edebilmeleri ve farklı tam sayı kuvvetleri için üslü ifadenin değerini yorumlayabilmeleri beklenmektedir.

3) HANGİ

Geliştirilen bu etkinlik bir gerçek yaşam durumunda değişkenler arasındaki ilişkinin üslü olarak ifade edilmesini gerektirmektedir. Ayrıca değişkenlerin farklı tam sayı değerlerine bağlı olarak üslü ifadenin sayısal değerindeki değişimin yorumlanmasına odaklanılmaktadır. Bu doğrultuda gerçek bir modelin matematiksel modeli oluşturularak bu modelin çözümü yapıldığı ve ulaşılan çözüm gerçek yaşam bağlamında yorumlandığı için etkinlik Aşama-3 kategorisinde ele alınmalıdır.

4) NASIL

Hastalık virüsleri etkinliğinde yer alan soruların çözümlerinin aşağıda sunulduğu şekilde yapılması beklenmektedir:

Çözüm-1:

H5N1 virüsü için:

Virüslerin yayılmaya başlaması ile birlikte virüslü hayvan sayısı, her gün bir önceki güne göre 2 katı olacak şekilde değişmektedir.

H5N8 virüsü için:

Virüslerin yayılmaya başlaması ile birlikte virüslü hayvan sayısı, her gün bir önceki güne göre 4 katı olacak şekilde değişmektedir.

Çözüm-2:

H5N1 virüsü için:

Virüslü hayvan sayısı = $2^{\text{gün sayısı}}$ olur. Burada virüslü hayvan sayısını 'n' harfi ve gün sayısını 't' harfi ile temsil edelim. O zaman $n = 2^t$ şeklinde ifade edilebilir.

H5N8 virüsü için:

Virüslü hayvan sayısı = $4^{\text{gün sayısı}}$ olur. Burada virüslü hayvan sayısını 'm' harfi ve gün sayısını 't' harfi ile temsil edelim. O zaman $m = 4^t$ şeklinde ifade edilebilir.

Çözüm-3:

H5N1 virüsü, virüslü hayvan sayısını 2 katına çıkaracak şekilde, H5N8 virüsü ise 4 katına çıkaracak şekilde yayılmaktadır. Başka bir deyişle, H5N1 virüsünün yayılma hızı 2^t iken H5N8 virüsünün yayılma hızı 4^t olmaktadır. Dolayısıyla H5N8 virüsü H5N1 virüsünden $\frac{4^t}{2^t} = 2^t$ kat hızlı yayılmaktadır.

Çözüm-4:

H5N1 virüsü için: $n = 2^8$ olduğundan $n = 256$ olarak bulunur.

H5N8 virüsü için: $m = 4^8$ olduğundan $m = 65536$ olarak bulunur.

Çözüm-5:

H5N1 virüsü için: $n = 2^t$ olduğundan $512 = 2^t$ ve $2^9 = 2^t$ olarak bulunur. Buradan $t = 9$ olur.

Çözüm-6:

Uygulanan tedavi yönteminin etkili olması virüslü hayvan sayısının bir önceki günün en az $\frac{1}{4}$ 'i olacak şekilde değişmesini gerektirmektedir. Bu durumda virüslerin yok olma hızı, 't' gün sayısı olmak üzere virüslü hayvan sayılarının en az;

H5N8 virüsü için:

Virüslü hayvan sayısı $= 65536 \times 4^{-t}$ veya $\frac{65536}{4^t}$ olması gerekmektedir.

5) NEDEN

Hastalık virüsleri etkinliğinin belirlenen öğrenme çıktısının öğrencilere kazandırılmasında etkili olacağı düşünülmektedir. Çünkü bu etkinlik bir gerçek yaşam durumuna yönelik olarak geliştirilmiş olup öğrencilerin değişkenler arasındaki ilişkiyi üslü ifadeler kullanarak tanımlayabilmeleri ve değişkenlerin farklı tam sayı değerlerine bağlı olarak üslü ifadenin sayısal değerinin nasıl değiştiğini yorumlamalarını gerektirmektedir.

EK-15 : Bahçe Sulama Etkinliği

1) NEREDE

Öğrenme Çıktıları:

Kareköklü ifadelerle işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer.

2) NE

A) Matematiksel Beceriler

Gerçek bir yaşam durumundaki;

- Alanı tam kare olan karesel bir bölgenin alanı ile karenin bir kenar uzunluğu arasındaki ilişkinin incelenmesi,
- Alanı tam kare olmayan karesel bir bölgenin alanı ile karenin bir kenar uzunluğu arasındaki ilişkinin incelenmesi,
- Tam kare olmayan sayıların karekök değerlerinin hesaplanması,
- Tam kare olmayan sayılara en yakın tam kare sayıların belirlenerek karekök değerlerinin hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirlenmesi,
- Kareköklü ifadelerle işlemler yapılması.

B) Yeterlikler

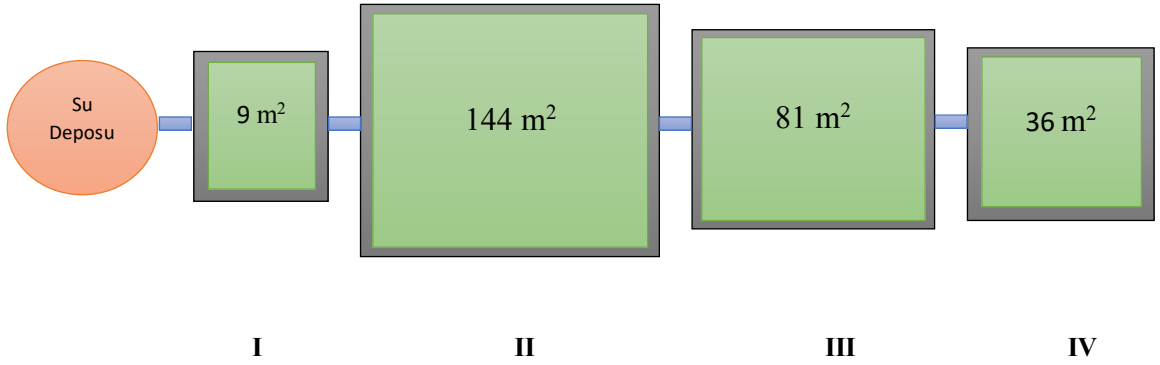
1. Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği;
 - Problem için varsayımlarda bulunma ve durumu sadeleştirme
 - Durumu etkileyen nicelikleri ayırt etme, bunları isimlendirme ve ilgili değişkenleri belirleme
 - Değişkenler arasında ilişkiler oluşturma
 - Problemi çözmek için uygun bilgiyi bulma ve ilgili olan/olmayan bilgileri ayırt etme
2. Gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliği;
 - İlgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematikleştirme
 - Gerektiğinde ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri sadeleştirme ve bunların sayısı ile karmaşıklığını azaltma
 - Uygun matematiksel gösterimleri seçme ve durumları grafiksel olarak sunma
3. Oluşturulan matematiksel modeli çözme yeterliği;
 - Problemi daha küçük parçalara ayırma, benzer problemlerle ilişki kurma, problemi başka şekilde ifade etme ve inceleme, nicelikleri veya uygun verileri çeşitlendirme gibi sezgisel stratejileri kullanma
 - Problemi çözmek için matematiksel bilgileri kullanma

4. Gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama yeterliği;
- Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlama
 - Özel bir durum için geliştirilmiş olan çözümleri genelleme
 - Uygun matematiksel dili kullanarak ve/veya çözümler hakkında iletişim kurarak bir probleme çözüm sunma

ETKİNLİK

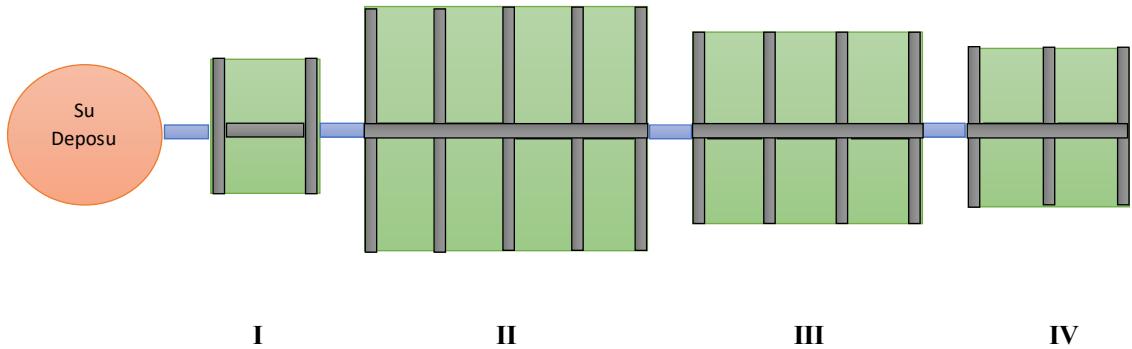
BAHÇE SULAMA

Nevin Hanım'ın aşağıdaki şekillerde görüldüğü gibi kare şeklinde ve farklı ölçülerde meyve bahçeleri vardır. Alan ölçüleri sırasıyla 9 m^2 , 144 m^2 , 81 m^2 ve 36 m^2 olan bu bahçelerin sulanmasında kullanılabilecek iki farklı sulama yöntemi Şekil-1 ve Şekil-2'de görülmektedir.



Şekil-1. Salma sulama yöntemi

Şekil-1'de görüldüğü gibi salma sulama, bahçelerin etrafının su borularıyla çevrilmesi yoluyla gerçekleştirilmektedir. Burada bahçeler arasındaki bağlantı boruları özdeş olup uzunlukları 1 metredir.



Şekil-2. Damla sulama yöntemi

Şekil-2’de görüldüğü gibi damla sulama, su borularının belirli aralıklarla döşenmesi şeklinde gerçekleştirilmektedir. Burada borular arasındaki uzaklık 3’er metre, bahçeler arasındaki bağlantı boruları ise özdeş olup uzunlukları 1 metredir.

Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

1. Meyve bahçelerinin sulanmasında kullanılacak su borusunun toplam uzunluğu ne/nelere bağlı olarak değişmektedir? Açıklayınız.
2. İki farklı sulama yöntemi için kullanılacak su borularının toplam uzunluklarını bulunuz.
3. Bahçelerin alanlarının sırasıyla 32 m^2 , 98 m^2 , 72 m^2 ve 50 m^2 olduğunu varsayınız. Bu durumda;
 - a. Salma sulama yöntemi için kullanılacak su borusunun toplam uzunluğunu bulunuz.
 - b. Damla sulama yöntemi uygulandığında su boruları $\sqrt{2}$ metre aralıklarla döşenirse her bir bahçe için kullanılması gereken boru sayılarını bulunuz.
 - c. Damla sulama yöntemi için tasarlanmış su boruları 6m, 8m ve 10m olmak üzere üç farklı uzunlukta üretilmektedir. Buna göre Nevin Hanım’ın bahçesi için bu borulardan en uygun olanı hangisi/hangileridir?

Bahçe sulama etkinliğinin Lesh vd.’nin (2000) model oluşturma etkinliklerine yön vermesi beklenen altı temel prensibini karşılama durumuna bakalım:

Bahçe sulama etkinliği su israfının önlenmesi, tarımda verimliliğin artırılması gibi konularda öğrencilerin bilinçleneceği ve ilgi duyacakları gerçek bir yaşam durumuna yönelik olarak tasarlanmıştır. Bu bağlamda etkinlik gerçeklik prensibini karşılamaktadır. Ayrıca, bu etkinlik rutin olmayan bir problem olup matematiksel model oluşturma sürecinde dört temel yeterliğin işe koşulmasını gerektirmektedir. Dolayısıyla etkinliğin model oluşturma prensibi özelliklerine sahip olduğu görülmektedir. Diğer yandan bahçe sulama etkinliği, araştırmacı tarafından tasarlanan ve işbirlikli problem çözme yaklaşımının benimseneceği bir öğrenme ortamında gerçekleştirileceğinden öğrencilerin öğrenme süreçlerinin aktif birer katılımcısı olmaları beklenmektedir. Böylece öğrencilerin etkinliğe ilişkin yorumlarını ve çözümlerini içeren yazılı dokümanları inceleyerek, ulaştıkları sonuçların doğruluğu hakkında bir karara varabilmeleri mümkün olacaktır. Bu ise hem öz değerlendirme hem

de yapı belgeleme prensiplerinin karşılandığını göstermektedir. Etkinlikte tam kare sayılar, tam kare olmayan sayılar ve bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkilerin yorumlatılması, hangi sulama yönteminin daha avantajlı olduğu konusuna yönelik tartışma gerektiren soruların seçilmesi model genelleme prensibinin gereklerinin dikkate alındığını göstermektedir. Bu bağlamda model genelleme prensibinin gereği karşılanmaktadır. Son olarak etkili prototip prensibi, model oluşturma sürecinde ulaşılan matematiksel model ile bu süreçteki düşünme yollarının daha sonra karşılaşılabilecek benzer problem durumlarında da işe koşulmasını gerektirmektedir. Bahçe sulama etkinliği uygulamasının ardından öğrencilerin ilerleyen dönemlerde karşılaştıkları matematiksel veya gerçek yaşam problemlerine ilişkin olarak tam kare doğal sayılar ile tam kare olmayan doğal sayıların kareköklerini belirleyebilmeleri ve kareköklü ifadeleri kullanarak işlem yapabilmeleri beklenmektedir.

3) HANGİ

Geliştirilen bu etkinlik ile gerçek bir yaşam durumunda tam kare olmayan sayılar ve bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkinin anlamlandırılmasına odaklanılmaktadır. Bu doğrultuda gerçek bir modelin matematiksel modeli oluşturulduğu, bu modelin matematiksel çözümü yapıldığı ve ulaşılan çözüm gerçek yaşam bağlamında yorumlandığı için etkinlik Aşama-3 kategorisinde ele alınmalıdır.

4) NASIL

Bahçe sulama etkinliğinde yer alan soruların çözümlerinin aşağıda sunulduğu şekilde yapılması beklenmektedir:

Çözüm-1:

Salma sulama yöntemi uygulandığında kullanılacak su borusunun toplam uzunluğu her bir bahçenin bir kenar uzunluğuna bağlı olarak değişmektedir. Damla sulama yöntemi uygulandığında ise her bir bahçenin bir kenar uzunluğu ile su boruları arasındaki uzaklığa bağlı olarak değişmektedir.

Çözüm-2:

Salma sulama yöntemi uygulandığında:

Su borusunun toplam uzunluğu = Her bir bahçenin çevre uzunluğu + Bağlantı borularının toplam uzunluğu

Su borusunun toplam uzunluğu = $(4 \times 3) + (4 \times 12) + (4 \times 9) + (4 \times 6) + (4 \times 1) = 124$ m olarak bulunur.

Damla sulama yöntemi uygulandığında;

Su borusunun toplam uzunluğu = I. bahçedeki toplam su borusu uzunluğu + II. bahçedeki toplam su borusu uzunluğu + III. bahçedeki toplam su borusu uzunluğu + IV. bahçedeki toplam su borusu uzunluğu + Bağlantı borularının toplam uzunluğu

Su borusunun toplam uzunluğu = $(3 \times 3) + (12 \times 6) + (9 \times 5) + (6 \times 4) + (4 \times 1) = 154$ m olarak bulunur.

Çözüm-3:

a. I. bahçenin bir kenar uzunluğu = $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ metre

II. bahçenin bir kenar uzunluğu = $\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$ metre

III. bahçenin bir kenar uzunluğu = $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ metre

IV. bahçenin bir kenar uzunluğu = $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ metre olarak bulunur.

Bu durumda salma sulama yöntemi uygulandığında;

$$(4 \times 4\sqrt{2}) + (4 \times 7\sqrt{2}) + (4 \times 6\sqrt{2}) + (4 \times 5\sqrt{2}) + (4 \times 1) = 88\sqrt{2} + 4 \text{ metre}$$

b. Damla sulama yöntemi uygulandığında;

Su boruları arası uzaklığın $\sqrt{2}$ metre olması durumunda kullanılacak boru sayısı;

I. bahçe için $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4$; II. bahçe için $\frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 7$; III. bahçe için $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 6$; IV. bahçe için $\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5$ olarak bulunur. Bağlantı borularının sayısı ise sırasıyla 3, 6, 5 ve 4 şeklinde olur.

c. I. bahçenin bir kenar uzunluğu = $\sqrt{32}$ metre yani, 5 ile 6 metre arasında bir değerdir.

II. bahçenin bir kenar uzunluğu = $\sqrt{98}$ metre yani, 9 ile 10 metre arasında bir değerdir.

III. bahçenin bir kenar uzunluğu = $\sqrt{72}$ metre yani, 8 ile 9 metre arasında bir değerdir.

IV. bahçenin bir kenar uzunluğu = $\sqrt{50}$ metre yani, 7 ile 8 metre arasında bir değerdir.

Bu durumda I. bahçe için 6 metrelik su boruları; II. bahçe için 10 metrelik su boruları kullanılmalıdır. III. bahçe için 9 metrelik su borularının kullanılması uygun iken bu ölçüde su borusu üretilmediğinden burada da 10 metrelik su boruları kullanılabilir. Son olarak IV. bahçe için 8 metrelik su boruları kullanılmalıdır.

5) NEDEN

Bahçe sulama etkinliğinin belirlenen öğrenme çıktısının öğrencilere kazandırılmasında etkili olacağı düşünülmektedir. Çünkü bu etkinlik bir gerçek yaşam durumuna yönelik olarak geliştirilmiş olup öğrencilerin tam kare ve tam kare olmayan sayılar ile bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkileri matematik dünyasında yorumlamalarını gerektirmektedir.

EK- 16. Kurabiyeler Etkinliği

1) NEREDE

Öğrenme Çıktıları

Dairenin alanının hesaplanması ile ilgili problemleri çözer.

2) NE

A) Matematiksel Beceriler

Gerçek bir yaşam durumundaki;

- Dairesel bir bölgenin alanının hesaplanması,
- Dairenin alanı ile çap ve yarıçap uzunlukları arasındaki ilişkinin açıklanması,
- Dairesel bölgelerin alan ölçümlerine bağlı olarak nesnelerin azlık/çokluk durumlarının yorumlanması,
- Dairesel bölgelerin alan ölçümlerine bağlı olarak nesnelerin ucuz/pahalı olma durumlarının yorumlanması.

B) Yeterlikler

1. Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği;
 - Problem için varsayımlarda bulunma ve durumu sadeleştirme
 - Durumu etkileyen nicelikleri ayırt etme, bunları isimlendirme ve ilgili değişkenleri belirleme
 - Değişkenler arasında ilişkiler oluşturma
 - Problemi çözmek için uygun bilgiyi bulma ve ilgili olan/olmayan bilgileri ayırt etme
2. Gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliği;
 - İlgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematikleştirme
 - Gerektiğinde ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri sadeleştirme ve bunların sayısı ile karmaşıklığını azaltma
 - Uygun matematiksel gösterimleri seçme ve durumları grafiksel olarak sunma
3. Oluşturulan matematiksel modeli çözmeye yeterliği;
 - Problemi daha küçük parçalara ayırma, benzer problemlerle ilişki kurma, problemi başka şekilde ifade etme ve inceleme, nicelikleri veya uygun verileri çeşitlendirme gibi sezgisel stratejileri kullanma
 - Problemi çözmek için matematiksel bilgileri kullanma
4. Gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama yeterliği;
 - Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlama

- Özel bir durum için geliştirilmiş olan çözümleri genelleme
- Uygun matematiksel dili kullanarak ve/veya çözümler hakkında iletişim kurarak bir probleme çözüm sunma

ETKİNLİK

KURABİYELER



Bir pastanede aynı kalınlıkta ve üç farklı büyüklükte kurabiye üretilmektedir. Bir kutuya çap uzunluğu 8 cm olan büyük boy kurabiyelerden 2 tane, çap uzunluğu 4 cm olan orta boy kurabiyelerden 5 tane ve çap uzunluğu 2 cm olan küçük boy kurabiyelerden ise 20 tane konulabilmektedir. Elimizdeki üç kutu için her bir kutuya aynı tipte kurabiyeler yerleştirilmektedir.

Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

1. Kurabiyelerin büyüklüğü ne/nelere bağlı olarak değişmektedir?
2. Kurabiyelerin büyüklüğünün belirlediğiniz etken(ler)e bağlı olarak nasıl değiştiğini açıklayınız.
3. Elimizdeki bu üç kutudan yalnızca bir kutunun kullanılmasına izin verilmektedir. Bu kutulardan hangisi seçilirse daha çok öğrenci doyar? Yanıtınızı destekleyen matematiksel işlemleri gösteriniz ($\pi = 3$ alınız).
4. Bir kutu kurabiye'nin satış fiyatının büyük, orta ve küçük boy kurabiyeler için sırasıyla 16 TL, 8 TL ve 4 TL olarak belirlendiğini varsayınız. Buna göre hangi kurabiye'nin daha hesaplı olduğunu bulunuz. Yanıtınızı destekleyen matematiksel işlemleri gösteriniz.
5. Her birinde aynı tipte kurabiye bulunan birer kutu kurabiye'nin satış fiyatının aynı olması isteniliyor. Bu durumda kutulara en çok kaç tane kurabiye konulabilir?

6. Her birinde aynı tipte kurabiye bulunan üç kutuya eşit sayıda kurabiye konulması isteniyor.
 - a. Bu durumda kutulara en çok kaçar tane kurabiye konulabilir?
 - b. Birer kutu kurabiyenin satış fiyatı nasıl belirlenmelidir?

Kurabiyeler etkinliğinin Lesh vd.'nin (2000) model oluşturma etkinliklerine yön vermesi beklenen altı temel prensibini karşılama durumuna bakalım:

Kurabiyeler etkinliğinde ilgili öğrenme çıktısının gerçek bir yaşam durumu üzerinden anlamlandırılması amaçlanmaktadır. Etkinliğin gerçekleştirileceği öğrencilerin söz konusu bağlama aşına oldukları düşünülmektedir. Nitekim günlük yaşamında kurabiye yapımını deneyimlemiş olan öğrencilerin yanı sıra yaşamlarında en az bir kez bir pastaneden kurabiye satın almış öğrencilerin olduğu söylenebilir. Dolayısıyla kurabiyeler etkinliği gerçeklik prensibini karşılamaktadır. Diğer yandan bu etkinlikte rutin olmayan bir problem durumuna ilişkin olarak matematiksel model oluşturma sürecindeki dört temel yeterliğin işe koşulması gerekmektedir. Bu nedenle etkinliğin model oluşturma prensibi özelliklerine sahip olduğu görülmektedir. Kurabiyeler etkinliğinin işbirlikli problem çözme yaklaşımının benimseneceği bir öğrenme ortamında gerçekleştirilmesi planlanmaktadır. Böylelikle öğrencilerin öğrenme sürecinde aktif olmaları, etkinliğe ilişkin yorumlarını ve çözümlerini yazılı olarak da ifade etmeleri sağlanacaktır. Böylelikle öğrencilerin ulaştıkları sonuçların doğruluğu hakkında yazılı dokümanlar üzerinden bir karara varabilmeleri mümkün olacaktır. Bu ise öz değerlendirme ve yapı belgeleme prensiplerinin karşılandığını göstermektedir. Etkinlikte kurabiyelerin büyüklüklerine göre azlık/çokluk durumlarının ve satış fiyatlarına göre ucuz/pahalı olma durumlarının yorumlanmasına yönelik sorulara yer verilmektedir. Bu kapsamda öğrencilerin düşüncelerini matematiksel hesaplamalarla desteklemelerinin istenildiği soruların seçilmesi model genelleme prensibinin gereklerinin dikkate alındığını göstermektedir. Bu durum model genelleme prensibinin gereğini karşılamaktadır. Son olarak etkili prototip prensibi, model oluşturma sürecinde ulaşılan matematiksel model ile bu süreçteki düşünme yollarının daha sonra karşılaşılabilecek benzer problem durumlarında da işe koşulmasını gerektirmektedir. Kurabiyeler etkinliğinin uygulanması ile birlikte öğrencilerin ilerleyen dönemlerde karşılaştıkları matematiksel veya gerçek yaşam problemlerine ilişkin olarak dairesel bölgelerin alan ölçümlerine bağlı olarak nesneler

arasında azlık/çokluk veya ucuz/pahalı olma durumlarını karşılaştırarak bir karara varabilmeleri beklenmektedir.

3) HANGİ

Geliştirilen bu etkinlik ile dairesel bir bölgenin alanının hesaplanmasını gerektiren bir gerçek yaşam durumunda, hesaplanan alan ölçümlerine bağlı olarak nesnelerin azlık/çokluk ve fiyatların ucuz/pahalı olması gibi konularda karşılaştırma yapılmasına odaklanılmaktadır. Bu doğrultuda gerçek yaşam durumu matematiksel olarak formüle edilmekte, oluşturulan matematiksel modelin çözümü yapılmakta ve ulaşılan çözüm gerçek yaşam bağlamında yorumlanmaktadır. Bu nedenle Kurabiyeler etkinliği Aşama-3 kategorisinde ele alınmalıdır.

4) NASIL

Kurabiyeler etkinliğinde yer alan soruların çözümlerinin aşağıda sunulduğu şekilde yapılması beklenmektedir:

Çözüm-1:

Kurabiyelerin büyüklükleri kapladıkları alan ile ilişkilidir. Yani, kurabiyelerin büyüklükleri π sabiti ile yarıçap uzunluklarının karesinin çarpılması yoluyla bulunan alan ölçümüne göre değişmektedir. Dolayısıyla kurabiyelerin farklı büyüklüklerde olması çap/yarıçap uzunluklarının farklı olmasından kaynaklanmaktadır. Problem durumunda belirtilen ölçülere göre çap uzunluğu 8 cm olan kurabiyeler ‘büyük’, çap uzunluğu 4 cm olan kurabiyeler ‘orta’ ve çap uzunluğu 2 cm olan kurabiyeler ‘küçük’ boy kurabiye olarak adlandırılmıştır.

Çözüm-2:

Kurabiyelerin büyüklüğü çap/yarıçap uzunluklarına bağlı olarak değişmektedir. Bu değişim kurabiyelerin yarıçap uzunluklarının karesi ile doğru orantılı olacak şekildedir. Çünkü kurabiyelerin büyük, orta veya küçük olması alanlarına bağlı olarak belirlenmektedir. Dairesel bir bölgenin alanı ise πr^2 bağıntısı ile hesaplanmaktadır. Dolayısıyla kurabiyelerin büyüklüğü yarıçap uzunluklarının karesi ile doğru orantılı olacak şekilde değişmektedir.

Çözüm-3:

Hangi kutu seçildiğinde daha çok öğrencinin doyacağını belirlenebilmesi için üç farklı büyüklükteki kurabiyelerin alanları hesaplanarak elde edilen sayısal değerlerin karşılaştırılması gerekmektedir. Bu durumda bir kurabiye'nin alanı;

Büyük boy kurabiyeler için;

Alan = πr^2 olduğundan $\pi 4^2 = 16 \times 3 = 48 \text{ cm}^2$ olarak bulunur. Bir kutudaki büyük boy kurabiye sayısı 2 olduğundan toplam alan = $48 \times 2 = 96 \text{ cm}^2$

Orta boy kurabiyeler için;

$\pi 2^2 = 4 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$ olarak bulunur. Bir kutudaki orta boy kurabiye sayısı 5 olduğundan toplam alan = $12 \times 5 = 60 \text{ cm}^2$

Küçük boy kurabiyeler için;

$\pi 1^2 = 3$ olarak bulunur. Bir kutudaki küçük boy kurabiye sayısı 20 olduğundan toplam alan = $3 \times 20 = 60 \text{ cm}^2$

Bu durumda her üç kutudaki kurabiyelerin toplam alanları karşılaştırıldığında birinci kutunun tercih edilmesi durumunda daha çok öğrencinin doyacağı görülmektedir.

Çözüm-4:

Hangi kurabiye'nin daha hesaplı olduğunun belirlenebilmesi için kurabiyelerin alanları ile satış fiyatlarının incelenmesi gerekmektedir. Yani, cm^2 başına düşen para miktarının kaç TL olduğu hesaplanmalıdır. Buna göre;

Büyük boy kurabiyeler için;

1 cm^2 büyüklüğündeki kurabiye'nin satış fiyatı $\frac{16}{96} = 0.16 \text{ TL}$

Orta boy kurabiyeler için;

1 cm^2 büyüklüğündeki kurabiye'nin satış fiyatı $\frac{8}{60} = 0.13 \text{ TL}$

Küçük boy kurabiyeler için;

$$1 \text{ cm}^2 \text{ büyüklüğündeki kurabiyenin satış fiyatı } \frac{4}{60} = 0.06 \text{ TL}$$

Bu durumda küçük boy kurabiyeler orta ve büyük boy kurabiyelere göre daha hesaplı olmaktadır.

Çözüm-5:

Satış fiyatları eşit olacak şekilde kurabiye sayılarının, her bir kutudaki kurabiyelerin toplam alanının birbirine eşit olacak şekilde belirlenmesi gerekmektedir. Birer adet büyük, orta ve küçük boy kurabiyenin alanlarının sırasıyla 48 cm^2 , 12 cm^2 ve 3 cm^2 olduğu bilinmektedir. Buna göre bir kutudaki orta boy kurabiye sayısı büyük boy kurabiye sayısının 4 katına; küçük boy kurabiye sayısı ise orta boy kurabiye sayısının 4 katına eşit olacak şekilde belirlenmesi gerekmektedir. Diğer yandan bir kutuya büyük boy kurabiyelerden 2 tane, orta boy kurabiyelerden 5 tane ve küçük boy kurabiyelerden 20 tane konulabildiği göz önünde bulundurulduğunda kurabiye sayıları sırasıyla 1 adet, 4 adet ve 16 adet olarak belirlenmelidir.

Çözüm-6:

Her bir kutudaki kurabiye sayılarının eşit olması durumunda en fazla kurabiye sayısı 2 adet olmaktadır. Ayrıca kurabiyelerin satış fiyatlarının her üç büyüklükteki kurabiyenin alanı ile doğru orantılı olacak şekilde belirlenmesi gerekmektedir. Birer adet büyük, orta ve küçük boy kurabiyenin alanlarının sırasıyla 48 cm^2 , 12 cm^2 ve 3 cm^2 olduğu bilinmektedir. Buna göre orta boy bir kurabiyenin satış fiyatının küçük boy bir kurabiyenin satış fiyatının 4 katına; büyük boy bir kurabiyenin satış fiyatının ise orta boy bir kurabiyenin satış fiyatının 4 katına eşit olması gerekmektedir.

5) NEDEN

Kurabiyeler etkinliğinin belirlenen öğrenme çıktısının öğrencilere kazandırılmasında etkili olacağı düşünülmektedir. Çünkü bu etkinlik bir gerçek yaşam durumuna yönelik olarak geliştirilmiş olup öğrencilerin kurabiyelerin büyüklüklerine göre azlık/çokluk durumlarını ve satış fiyatlarına göre ucuz/pahalı olma durumlarını yorumlamalarını gerektirmektedir.

EK-17. Balon Turu Etkinliği

1) NEREDE

Öğrenme Çıktıları:

Doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumları ile ilgili problemleri çözer.

2) NE

A) Matematiksel Beceriler

Gerçek bir yaşam durumundaki;

- Değişkenlerin belirlenmesi ve temsil edilmesi
- Değişkenlerden hangisinin bağımlı değişken, hangisinin bağımsız değişken olduğunun incelenmesi
- Değişkenler arasındaki ilişkinin yorumlanarak bu ilişkinin doğrusal olduğunun yorumlanması
- Değişkenler arasındaki doğrusal ilişkinin tablo ve grafik yardımıyla gösterilmesi
- Değişkenler arasındaki doğrusal ilişkiyi gösteren denklemlerin kurulması

B) Yeterlikler

1. Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliği;
 - Problem için varsayımlarda bulunma ve durumu sadeleştirme
 - Durumu etkileyen nicelikleri ayırt etme, bunları isimlendirme ve ilgili değişkenleri belirleme
 - Değişkenler arasında ilişkiler oluşturma
 - Problemi zmek için uygun bilgiyi bulma ve ilgili olan/olmayan bilgileri ayırt etme
2. Gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliği;
 - İlgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematikleştirme
 - Gerektiğinde ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri sadeleştirme ve bunların sayısı ile karmaşıklığını azaltma
 - Uygun matematiksel gösterimleri seçme ve durumları grafiksel olarak sunma
3. Oluşturulan matematiksel modeli zme yeterliği;
 - Problemi daha küçük parçalara ayırma, benzer problemlerle ilişki kurma, problemi başka şekilde ifade etme ve inceleme, nicelikleri veya uygun verileri şitlendirme gibi sezgisel stratejileri kullanma
 - Problemi zmek için matematiksel bilgileri kullanma
4. Gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama yeterliği;

- Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlama
- Özel bir durum için geliştirilmiş olan çözümleri genelleme
- Uygun matematiksel dili kullanarak ve/veya çözümler hakkında iletişim kurarak bir probleme çözüm sunma

ETKİNLİK

BALON TURU



Kapadokya bölgesinde gerçekleştirilen bir balon turunda bir sıcak hava balonu, uçuş rotasına bağlı olarak kalkışını deniz seviyesinden farklı yüksekliklerde bulunan ve aşağıdaki tabloda görülen noktalardan gerçekleştirebilmektedir. Balon turu, şehrin seyredileceği yüksekliğe çıkış, belirli bir süre boyunca çıkılan bu yükseklikte ilerleyerek şehrin seyredilmesi ve uçuş rotasına bağlı olarak bulunulan yükseklikten tabloda görülen noktalardan herhangi birine iniş şeklinde gerçekleştirilmektedir. Bu sıcak hava balonu yükselme sürecinde saniyede 2 metre yükselmekte ve iniş sürecinde ise her 3 saniyede 10 metre alçalmaktadır.

Balonun uçuş rotasına göre farklılık gösteren kalkış ve iniş noktalarının deniz seviyesinden yüksekliklerine (rakımlarına) ilişkin değerler aşağıdaki tablodaki gibidir. (Balonların uçuş yükseklikleri deniz seviyesinden olan yükseklikleri olarak belirlenmektedir).

	Uçhisar	Avanos	Derinkuyu	Ürgüp	Göreme	Ortahisar
Deniz seviyesinden yükseklik (m)	1340	470	1200	1070	1080	1160

Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

1. Balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenler hangileridir? Bu değişkenler arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.
2. Balonun bir tur boyunca bulunduğu yüksekliğin zamana bağlı değişimini matematiksel olarak ifade ediniz.
3. Balonun tur boyunca bulunduğu yüksekliğin zamana bağlı değişimini gösteren bir grafik çiziniz.
 - a. Bu grafiğin orijinden geçmesi mümkün müdür? Açıklayınız.
 - b. Balonun kalkış ve iniş noktalarındaki farklılaşmanın grafik üzerinde nasıl gösterileceğini yorumlayınız.
 - c. Bu grafiğin x eksenini kesmesi mümkün müdür? Açıklayınız.

Balon turu etkinliğinin Lesh vd.'nin (2000) model oluşturma etkinliklerine yön vermesi beklenen altı temel prensibini karşılama durumuna bakalım:

Balon turu etkinliği öğrencilerin hem gerçek yaşamlarında hem de ülkemizin önemli turizm bölgelerinin tanıtımı kapsamında çeşitli yayın organlarından aşına oldukları ve ayrıca disiplinler arası bağlamlarda da karşılaştıkları gerçek bir duruma ilişkin olarak tasarlanmıştır. Bu bağlamda etkinlik gerçeklik prensibini karşılamaktadır. Ayrıca, bu etkinlik rutin bir problem olmayıp matematiksel model oluşturma sürecinde dört temel yeterliğin işe koşulmasını gerektirmektedir. Dolayısıyla model oluşturma prensibi özelliklerine sahip olduğu görülmektedir. Diğer yandan balon turu etkinliği, araştırmacı tarafından tasarlanan ve işbirlikli problem çözme yaklaşımının benimseneceği bir öğrenme ortamında gerçekleştirileceğinden öğrencilerin öğrenme süreçlerinin aktif birer katılımcısı olmaları beklenmektedir. Böylece öğrencilerin etkinliğe ilişkin olarak yazılı dokümanlar üzerindeki yorumları ve ulaştıkları sonuçların doğruluğu hakkında bir karara varabilmeleri mümkün olacaktır. Bu ise hem öz değerlendirme hem de yapı belgeleme prensiplerinin karşılandığını göstermektedir. Etkinlikte sıcak hava balonunun bulunduğu yüksekliğin zamana bağlı olarak nasıl değiştiğinin yorumlanarak bu değişimin hem cebirsel hem de grafik temsili buldurulması soruları model genelleme prensibinin gereğini karşılamaktadır. Son olarak etkili prototip prensibi, model oluşturma sürecinde ulaşılan matematiksel model ile bu süreçteki düşünme yollarının daha sonra karşılaşılabilecek benzer problem durumlarında da işe koşulmasını gerektirmektedir. Balon turu etkinliği uygulamasının

ardından öğrencilerin ilerleyen dönemlerde karşılaşacakları matematiksel veya gerçek yaşam problemlerine ilişkin olarak değişkenler arasındaki doğrusal ilişkiyi yorumlayabilmeleri ve bu ilişkiyi farklı temsil biçimleri kullanarak ifade edebilmeleri beklenmektedir.

3) HANGİ

Geliştirilen bu etkinlik ile bir günlük yaşam durumunda aralarında doğrusal ilişki bulunan değişkenlerin belirlenmesine ve bu ilişkinin matematiksel olarak ifade edilmesine odaklanıldığından etkinlik Aşama-3 kategorisinde ele alınmalıdır.

4) NASIL

Balon turu etkinliğinde yer alan soruların çözümlerinin aşağıda sunulduğu şekilde yapılması beklenmektedir:

Çözüm-1:

Balon turunun gerçekleşmesi sürecindeki değişkenler balonun tur boyunca bulunduğu yükseklik ve zamandır. Bu değişkenler arasındaki ilişki; balonun bulunduğu yüksekliğin yükselme süresi boyunca artması, seyir süresince sabit kalması ve ardından iniş sürecine geçilmesi ile birlikte bulunulan yüksekliğin azalması şeklindedir.

Çözüm-2:

Balonun yükselme sürecinde saniyede 2 metre yükseldiği bilinmektedir. Ayrıca balonun kalkış noktası uçuş noktasına bağlı olarak farklılaşabilmektedir. Bu durumda balonun yükselme sürecinde;

Balonun bulunduğu yükseklik

= Kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliği + 2 x Yükselme süresi

Burada söz konusu değişkenleri temsil etmek amacıyla keyfi olarak seçilmiş harfli semboller atayalım. Örneğin, balonun bulunduğu yüksekliği ‘y’ harfini kullanarak, kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliğini ‘h’ harfini kullanarak ve yükselme süresini ise ‘t’ harfini kullanarak temsil edelim. Bu durumda;

$$y = h + 2 t$$

Balonun seyir sürecinde bulunduğu yükseklik, kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliği ile bu noktadan kaç metre yükseldiğine bağlıdır. Bu durumda balonun seyir sürecinde;

$$\text{Balonun bulunduğu yükseklik} = \text{Kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliği} + \text{Yükselme miktarı}$$

Burada söz konusu değişkenleri temsil etmek amacıyla keyfi olarak seçilmiş harfli semboller atayalım. Örneğin, balonun bulunduğu yüksekliği ‘y’ harfini kullanarak, kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliğini ‘h’ harfini kullanarak ve yükselme miktarını ise ‘z’ harfini kullanarak temsil edelim. Bu durumda;

$$y = h + z$$

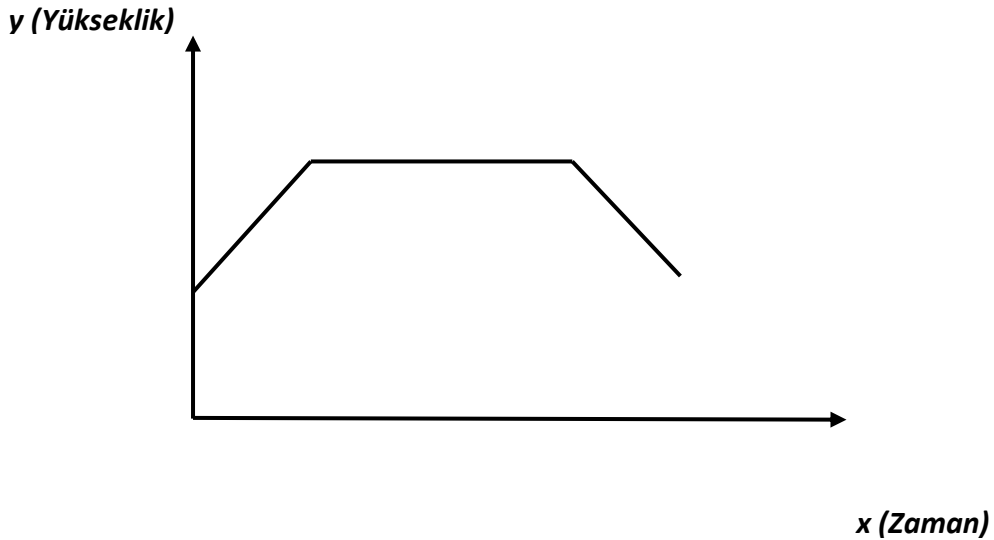
Balon, seyir yapılan yükseklikten inişe geçeceği ve bu süreçte her 3 saniyede 10 metre alçalacağı için;

$$\text{Balonun bulunduğu yükseklik} = \text{Seyir yapılan yükseklik} - \frac{10}{3} \times \text{Alçalma süresi}$$

Burada balonun bulunduğu yüksekliğini ‘y’ harfini kullanarak, alçalma süresini ise ‘t’ harfini kullanarak temsil edelim. Bu durumda;

$$y = (h + z) - \frac{10}{3} t$$

Çözüm-3:



Burada öğrenciler seyir süresi ile kalkış ve iniş noktaları olarak farklı noktaları göz önünde bulundurarak farklı grafikler çizebilir. Yukarıdaki grafik balonun

yükselme, seyir ve iniş süreçlerinde bulunduğu yüksekliğin nasıl değiştiğini gösteren temsili bir grafik olarak çizilmiştir.

- a. Grafiğin orijinden geçmesi için balonun kalkış noktasının koordinatları (0,0) olmalıdır. Bu ise kalkış noktasının rakımının sıfır olması, yani balonun deniz seviyesindeki bir noktadan kalkıyor olması anlamına gelir. Oysaki Kapadokya bölgesinde sıcak hava balonunun kalkış ve iniş noktaları deniz seviyesinin yukarısındadır. Bu nedenle grafiğin orijinden geçmesi mümkün değildir.
- b. Balonun kalkış noktasındaki farklılığa bağlı olarak grafiğin y eksenini kestiği nokta farklılaşacaktır. İniş noktasının deniz seviyesinden yüksekliği ile kalkış noktasının deniz seviyesinden yüksekliği arasındaki farka bağlı olarak ise balonun iniş sürecinde bulunduğu yükseklik temsili değişecektir.
- c. Grafiğin x eksenini kesmesi mümkün değildir. Çünkü balonun kalkış ve iniş noktaları deniz seviyesinden daha yukarıdadır. Başka bir deyişle, bu noktalarda rakım sıfırdan farklı olduğuından grafik x eksenini kesemez.

5) NEDEN

Balon turu etkinliğinin belirlenen öğrenme çıktıısının öğrencilere kazandırılmasında etkili olacağı düşünölmektedir. Çünkü bu etkinlik doğrusal ilişki içeren bir gerçek yaşam durumuna yönelik olarak geliştirilmiş olup öğrencilerin bu gerçek yaşam durumundaki ilişkileri matematik dünyasında yorumlamalarını gerektirmektedir. Bu doğrultuda kolay sorular ile başlanmış zor sorular ile devam edilmiştir.

EK-17. Duyuşsal Özelliklere İlişkin Son Görüşmelerin Kod, Alt Kategori, Kategori ve Tema Bilgileri

Kod	Alt Kategori	Kategori	Tema
Özgüven, konu hâkimiyeti, matematikte iyi olmak/olmamak, önyargılı olmak/olmamak, matematikte zorlanmak	Matematik başarısı	Okuldaki Matematik	<i>Matematiksel Öz-yeterlik</i>
Matematik bilgisini kullanmak /kullanmamak, hayatın her alanında matematik, her şeyin matematiğinin olması	Matematiğin günlük hayata aktarımı	Günlük Hayattaki Matematik	
Sayılarla uğraşma zevki, matematik sevgisi, matematik ilgisi, matematik yapmaktan zevk almak/hoşlanmak, öğrenmeyi sevmek, merak etmek, akıl yürütme becerisi, öğrenme arzusu, problem çözme becerisi	İçsel motivasyon	Matematiğe Bakış Açısı	<i>Matematiksel Motivasyon</i>
Matematik başarısı, merkezi sınav, sınav başarısı/yüksek not almak, başarılı olmak, iyi bir lise, gelecekteki meslek, kariyer, rahat bir yaşam, ileride işe yaraması	Araçsal motivasyon		
Sınav heyecanı, sınav stresi, endişe, gergin olmak, yapamama korkusu, yanlış yapma korkusu	Sınav kaygısı	Eğitim Sisteminden Kaynaklanan Kaygı	<i>Matematiksel Kaygı</i>

Tekrar okumak, anlamaya çalışmak, ifadelerin anlamını yorumlamak, düşünmek, farklı çözüm yolları denemek, çabalamak, uğraşmak, yardım almak/danışmak	Probleme yaklaşma	Problem Çözme Azmi	<i>Problem Çözmeye Açıklık</i>
Grup olmak, birlikte düşünmek, birlikte tartışmak, söz hakkı almak, bir düşünciyi ifade etmek, farklı görüşler sunulması, rahat bir ortam, bir fikrin nedenini açıklamak, gerekçe sunmak	Öğrenme ortamı	Öğretim Yaklaşımına İlişkin Değerlendirmeler	<i>Sürece Yönelik Öğrenci Değerlendirmeleri</i>
Yorum yapmak, anlamaya çalışmak, anladıktan sonra çözmek, ifadeleri yorumlamak, ilişki kurmak, sözcük/ifadelere odaklanmak, birim kullanımı, doğru dil kullanımı	Problem çözme yaklaşımı	Matematik Öğrenimine Etkilerine İlişkin Değerlendirmeler	
Problem çözme hevesi, matematiği daha çok sevmek, matematiğin eğlenceli yönü, günlük hayattaki matematik, matematik ve gerçek yaşam	Matematiğe bakış açısı		

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ayla ATA BARAN

Yabancı Dil : İngilizce

Doğum Yeri ve Yılı : Kırşehir / 1988

E-Posta : abaran@ogu.edu.tr

Eğitim ve Mesleki Geçmişi:

- 2006-2010, Gazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı
- 2011-2013, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı
- 2013-2019, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Doktora Programı
- 2012-..., Araştırma Görevlisi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Yayınları:

- Ata Baran, A. (2018). Duyuşsal alan faktörleri ve PISA kavramsal çerçevesi, T. Kabael (Ed.), *Matematik Okuryazarlığı ve PISA* içinde (sf.45-58). Ankara: Anı.
- Ata Baran, A. (2018). Matematiksel iletişim yeterliği, T. Kabael (Ed.), *Matematik Okuryazarlığı ve PISA* içinde (sf.107-142). Ankara: Anı.
- Ata Baran, A. (2018). Sembolik dil ve işlemleri kullanma yeterliği, T. Kabael (Ed.), *Matematik Okuryazarlığı ve PISA* içinde (sf.331-360). Ankara: Anı.
- Kabael, T. ve Ata Baran, A. (2017). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel iletişimleri, matematik ve pedagoji bilgileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 25 (5), 1909-1924.
- Kabael, T. ve Ata Baran, A. (2017). Mathematical discourse of a middle school and a senior prospective mathematics teacher. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, 8 (2), 161-185, DOI: 10.17569/tojq.266930